





14  
403

56  
1.186

B.P. de Soria



61070275

D-2 5329



*Nº 2186.*

BIBLIOTECA FILOSÓFICA  
DE  
AUTORES ESPAÑOLES Y EXTRANJEROS  
VOLUMEN V





R. 2186

MANUEL KANT

# Principios metafísicos de las Ciencias naturales

TRADUCCIÓN DIRECTA DEL ALEMÁN

POR

EDUARDO OVEJERO Y MAURY

Profesor de la Facultad de Filosofía y Letras  
en la Universidad de Madrid

MADRID

EDITORIAL REUS (S. A.)

Impresor de las Reales Academias de la Historia  
y de Jurisprudencia y Legislación

CAÑIZARES, 3 DUPLICADO

1921



1936

MANUEL RAY

Principios metalúrgicos  
de las Ciencias naturales

WALTER DEBYE HILFTE DER ALMANACH

ES PROPIEDAD

EDUARDO OVEJERO Y MARRAS

Escuela de Ingenieros Metalúrgicos y Químicos  
de la Universidad de Madrid

MADRID

EDITORIAL REUS S. A.

Deposito legal: M. 10.157-1936

Talleres tipográficos de la «Editorial Reus» (S. A.) Ronda de Atocha, 15 dup. (582)

# PRÓLOGO DEL TRADUCTOR

---

## Algunas consideraciones sobre la filosofía de Kant

---

### I

La historia de la filosofía, es la historia de la conciencia humana. Hay que protestar constantemente, contra ese empeño de ver en la historia de la filosofía la historia de la locura humana. Esta preocupación, propia de las personas ajenas por completo a tal estudio, pero que también suele contaminar (tal poder tiene el vulgo) a ciertos escritores, proviene de la contradicción, más bien aparente y superficial, que parece encontrarse entre los diversos sistemas o escuelas filosóficas. Tal contradicción inherente a todas las cosas humanas, desaparece o se atenúa infinitamente, cuando se penetra en el fondo de dichos sistemas. Por lo demás, la contradicción no es fenómeno que debe asustarnos ya que diariamente nos sale al paso en todos los aspectos de la vida.

Menos que nunca, puede sostenerse este prejuicio,



hoy que todas las ciencias, aún las más exactas, como las matemáticas, sufren una crisis profunda en sus mismos fundamentos. No es extraño el caso de ver discutida y aun desmentida, la afirmación predilecta de los impugnadores de la filosofía; la de que dos y dos son cuatro (1). Si este es el patrón a que quieren reducir 'a certeza de una ciencia, podemos asegurar que su evidencia no es universalmente admitida.

Otro de los orígenes de la desconfianza que experimentan muchos espíritus hacia las conclusiones de la filosofía, es la de considerar esta como una ciencia acabada, y creer que es lícito exigirla lo que no se exige de las demás, a saber, que formule conclusiones definitivas sobre sus problemas. Pero precisamente los problemas que la filosofía trata, son problemas vivos tan relacionados con la libre actividad del hombre que necesariamente tienen que estar sometidos a las leyes que rigen el cambio de la vida humana.

Pero la verdad misma, el concepto de verdad, ya no es en nuestros tiempos (y precisamente por obra del pensamiento filosófico) la verdad que ellos invocan. Y no se diga por esto que la filosofía haya sido y esté destinada a ser siempre una escuela de escepticismo universal, por que aunque así fuera, falta saber si las pretendidas verdades que ha profesado la humanidad en los distintos tiempos no le han proporcionado mayor número de males que de bienes. El dogmatismo, en todas sus formas, ha hecho de los hombres un mísero rebaño, en

---

(1) Véase El Humanismo, de Schiller.

tregado por completo a sus tiranos y a sus explotadores. Y, dogmatismo, y no ótra cosa, es toda verdad entronizada.

A esto podrá objetarse que para la acción es necesaria por lo menos una creencia. Pero aparte de que la creencia no es una verdad, creencias puede haber tantas como hombres y la vida colectiva se encarga de armonizarlas y de destruir su intransigencia, mientras que cuando la verdad adquiere un estado oficial no produce sino opresión en lo político y estancamiento en lo intelectual.

Así pues, cuando se trata de estudiar una doctrina hay que guardarse desde el primer momento del temor de ver en ella algo arbitrario y sin valor objetivo. En efecto, dada la concatenación histórica del pensamiento, esto no podría nunca suceder. El influjo de una doctrina podrá haber sido más o menos momentáneo, pero siempre habrá sido legítimo, pues el hecho mismo de haber imperado durante algún tiempo nos obliga a considerarla como hecho consumado.

En una palabra el valor histórico es el único valor que tienen las cosas, pero es bastante. Porque la historia no es la sucesión de hechos pasados y muertos, sino como el archivo universal del mundo, en donde vuelve a estar presente todo. Si suprimiésemos por un momento la historia, la vida y el mundo serían imposibles. Pasado y presente son una misma cosa y el porvenir obra sobre nosotros con la misma fuerza que el presente y el pasado.

Tampoco hemos de considerar la filosofía como un conjunto de verdades, inventadas por unos cuantos ce-



rebros privilegiados, a que hayamos de recurrir para orientarnos en la vida práctica, sino como la expresión de las creencias de todos en un momento histórico. Generalmente cuando una verdad se proclama, está a punto de dejar de ser verdad. Así dice Sabatier en su Filosofía de la Religión que los dogmas nacen muertos, son verdades, pero verdades que han dejado de existir. Por debajo de lo doctrina establecida y aceptada, hay un trabajo constante de zapa, una socava lenta que va engendrando la doctrina que le ha de suceder. Suponer que las verdades pasadas no lo fueron, por haber pasado, es como si supusiésemos que nuestras palabras, nuestras esperanzas, nuestros temores, nuestras creencias diarias, nuestros afectos no forman parte de nosotros mismos porque pertenecen al pasado, cuando todo esto es lo que constituye nuestro verdadero presente.

Una filosofía es pues la síntesis de todas las creencias y de todas las actividades de una época. Es un resultado y no un comienzo. Es una llegada y no una partida.

He aquí como se ha podido decir, y por boca bien autorizada, que la filosofía de Kant no ha tenido influencia en la marcha posterior del saber humano, sin que por esto disminuya su importancia. Y esto nos lleva a poder afirmar, sin temor a que sea mal interpretada la siguiente afirmación: la filosofía de Kant es el testamento del siglo XVIII (1). Kant es el albacea de su siglo.

---

(1) Bonilla y San Martín. Conferencia dada en el Ateneo de Madrid, 1917.

## II

El que estudia la filosofía de Kant y quiere seguir el hilo que conduce a sus primeras causas originarias, es conducido inevitablemente hasta los orígenes del Renacimiento. Y encontrará estos hechos incontrovertibles. Que el Renacimiento significa el derrumbamiento de la escolástica. Que sobre estas ruinas se trataba de edificar una filosofía nueva. Que Descartes personifica este nuevo período constructivo.

La Escolástica es un racionalismo. Es el racionalismo puesto al servicio de la doctrina revelada. Un momento hubo de fe ingenua en que los hombres creyeron que la razón no tenía otro destino que explicar la esencia de Dios deduciendo de ella la esencia del hombre y del mundo. Imbuídos de esta opinión, llegaron a un tan asombroso resultado dialéctico, que el que estudie la filosofía de aquella edad, sin apasionamiento, no podrá menos de rendir un tributo de admiración al pensamiento humano. Pero esta misma fecundidad de la razón fué la que trajo su descrédito. Ya en el siglo xii se producen obras, en que como en las antinomias de Kant se examina el pro y el contra de los problemas y comienza a advertirse con pavor que la razón es un arma de dos filos. Recuérdense el *Sic et Non* de Abelardo, etc., etc. Después, en el siglo xiv, como en tiempo de los sofistas de la Grecia, la dialéctica cae en sutilezas tales que acaba por desaparecer en el ridículo. El mundo, harto de polémicas sin resultados, se vuelve hacia el callado trabajo del laboratorio.



Bacon es el portaestandarte de esta nueva era. Preconiza la observación y la experiencia. Es una vuelta a la naturaleza a la que hay que obedecer para dominarla, imitando en esto a la casta matrona, que domina a su marido obediéndole. Inglaterra con su genio especial parece ser la que va a encarnar este nuevo método y esta nueva filosofía.

Pero el genio latino no había perdido su espíritu y pronto renace el idealismo tradicional, personificado en un hombre de pensamiento profundo y de preclaro saber: Descartes.

Como para rendir un tributo a su tiempo, Descartes finge un momentáneo esceptismo y jura no aceptar ninguna verdad que no proceda de su propia elaboración, negando así su obediencia al principio de autoridad. Pero pronto pone de manifiesto las mismas cualidades del filósofo tradicional. La ambición de constituir una ciencia universal, la admisión de ciertas verdades innatas o lo que es lo mismo reveladas, la creencia en suma de que la razón se basta a sí misma para resolver los problemas del cielo y de la tierra.

Sus descubrimientos científicos le ayudan en esta empresa y pronto da al mundo una teoría explicativa del universo; un sistema.

Pero no bien su voz se ha dejado oír, el espíritu nuevo se arma contra él y surge un pensador inglés, Locke que trata de combatir la filosofía del pensador francés.

Y la polémica se entabla alrededor de las ideas innatas. La mayor parte del libro de Locke está destinado a combatir las.

Descartes había creído poder deducir de una afirma-

ción originaria y por cierto intuitiva todas las demás verdades de la filosofía y de la ciencia. Una vez obtenidas estas verdades por medio de un método nuevo, el método geométrico, había querido darlas sistematización y evidencia. Sus discípulos, enamorados de este procedimiento quisieron aplicarlo a la investigación y exposición de las verdades morales. Sin embargo, este idealismo que en los labios de Descartes tenía una cierta expresión mística y teológica, va adquiriendo cada vez un carácter mecanista primero y determinista después (Espinosista) hasta llegar a afectar una forma dogmática y mefistofélica en las teorías políticas de Hobbes.

Los empiristas ingleses fueron los encargados de protestar contra esta nueva ciencia tan ambiciosa como dañina. En la introducción al Ensayo sobre el entendimiento humano nos dice su autor que su obra nació de unas conversaciones mantenidas por tres o cuatro personas acerca de temas de moral y de religión. Las dificultades surgidas en el curso de esta conversación le hicieron pensar que antes de abordar tales temas había que analizar el instrumento del conocimiento humano y ver cuales eran sus límites y a qué objetos podía aplicarse. Ya se encubría en esto un germen de escepticismo. Pero si el idealismo ambicioso de Descartes tan halagador en su primera apariencia, amenazaba con conducirnos de nuevo a otro dogmatismo con sus temibles consecuencias, había que considerar esta posición esceptica de los nuevos empíricos, como el espíritu de libertad que se aprestaba a la lucha.



### III

#### El ensayo de Locke

---

Negadas las fuentes del conocimiento que establecía Descartes, Locke se presta a indicar cuales son éstas en realidad. La sensación constituye para él, una primera fuente, indiscutible, total, por donde llegan a nuestra mente todas las ideas. Por ideas entiende Locke todo elemento que se encuentra en nuestra inteligencia.

Pero hay una segunda fuente que es la reflexión por la cual combinamos las ideas procedentes de la sensación.

En cuanto a las ideas, las hay de dos clases, que son: ideas simples e ideas complejas. Estas proceden de la combinación de las ideas simples. En cuanto a la realidad exterior, Locke establece otra división entre aquellas cualidades que se encuentran realmente en los objetos y que llama primarias, como son la extensión, la figura, el volúmen, etc., y aquellas otras cualidades que sólo están en nosotros y respecto de las cuales los cuerpos solo poseen una potencia o facultad de excitarlas en nuestro organismo como son el color, el sabor, el gusto, etc. A las primeras las llama primarias u objetivas, a las otras secundarias o subjetivas.

La idea de sustancia es una idea compleja.

En cuanto a las ideas de causa y efecto, al considerar, por medio de los sentidos, la constante vicisitud de

las cosas, observamos que muchas de estas cosas comienzan a existir y reciben su existencia de la justa operación o aplicación de alguna otra cosa. Así adquirimos las nociones de causa y efecto. Por el término general de causa designamos lo que produce cualquier idea simple o compleja, y a lo producido lo llamamos efecto.

Todo nuestro conocimiento versa sobre ideas. El conocimiento es la percepción de la conveniencia o inconveniencia entre dos ideas. Esta conveniencia puede ser de cuatro especies: de identidad o diversidad, de relación, de coexistencia y de existencia real. Con lo que tenemos, en primer lugar, una afirmación que luego ha de ser capital en el idealismo, a saber que no podemos conocer más que ideas pero no realidades, y en segundo lugar una especie de tabla de categorías aunque muy imperfecta.

En efecto, repite, nuestro conocimiento no va más allá de nuestras ideas, y no consiste sino en la percepción de la conveniencia o inconveniencia de nuestras ideas.

Pero a la objeción posible de que no consistiendo nuestro conocimiento más que en nuestras ideas, es un conocimiento quimérico, contesta que no lo es cuando nuestras ideas están de acuerdo con las cosas. ¿Cual sería aquí nuestro criterio? ¿Cómo el entendimiento que no conoce más que sus propias ideas, conocerá que convienen con las cosas mismas? Como el espíritu no podría por sí mismo formarse las ideas simples, es preciso que éstas hayan sido producidas por cosas que obran naturalmente sobre el espíritu, haciendo nacer en él las percepciones a que corresponden. Por tanto nuestras

ideas simples no son ficciones, sino producciones constantes y regulares de las cosas que obran sobre nosotros y tienen la conformación del uso a que son destinadas, pues nos representan las cosas por sus apariencias. Y esta conformidad que se encuentra entre nuestras ideas y la existencia de las cosas basta para darnos un conocimiento real.

Además las ideas complejas son arquetipos que el espíritu se ha formado, y no están destinadas a representar cosas de la realidad, por lo que no representando otra cosa que ellas mismas no pueden dejar de tener la cualidad de un conocimiento real.

La verdad no es más que una unión o separación de signos, o lo que llamamos en otros términos, proposición. Por consiguiente la verdad no se refiere más que a las proposiciones.

Pero hay dos clases de proposiciones, unas particulares y otras universales. En cuanto a la verdad de las primeras no ofrece gran dificultad. El problema está en lo que se refiere a las segundas.

Para resolverle conviene distinguir dos clases de esencia, la esencia real y la esencia nominal. La primera es un cierto no se qué, que pretendemos existe en los cuerpos y cuya extensión no podemos determinar en modo alguno. La esencia nominal por el contrario (en las sustancias) no es ni puede ser, sino el conjunto de especies que asignamos al género. Por consiguiente, la verdad en las proposiciones universales será la verdad de esta esencia nominal.

He aquí como Locke termina en un verdadero nominalismo.

#### IV

La obra de Locke abría una nueva dirección a las investigaciones. Conseguía, si no aniquilar el idealismo, por lo menos reivindicar de nuevo con todos los prestigios de su claro y profundo talento la tendencia empirista, cuyo abolengo se colocaba en Aristóteles. No se puede negar la utilidad que esta nueva escuela ha traído a las principales cuestiones de la filosofía, siendo sobre todo un timbre de gloria en lo que a la fundamentación de la psicología moderna se refiere.

Pero en lo tocante a la teoría del conocimiento, ni Locke, ni sus sucesores Berkeley y Hume habían de decir la última palabra.

La teoría del conocimiento, si bien aparecía como un problema particular, dentro del vasto campo de la investigación, tomaba ahora tales proporciones que amenazaba convertirse en la cuestión única que preocupase a todos. La certeza, la posibilidad de la ciencia misma estaba con ella relacionada, por consiguiente, era preciso consultar, o por lo menos oír la opinión de los hombres de ciencia, prestar atención a los recientes descubrimientos, a los métodos en uso, para aquilatar que es lo que el entendimiento humano puede esperar de los esfuerzos particulares de los sabios. En una palabra, y bajo otro aspecto, había que considerar con

atención el fenómeno de diferenciación entre las ciencias y la metafísica que desde los principios del renacimiento se presentaba con nuevo interés e importancia.

Para esto nada mejor que estudiar las ideas de uno de los hombres que más alto puesto ocupan en la ciencia universal, y que por la novedad de sus opiniones sobre los métodos científicos presenta un interés especial en esta época de fermentación intelectual tan intensa. Este hombre es Newton.

V

**Newton**

---

Descartes aspiraba a encontrar un método único en la ciencia y creyó verle en la geometría analítica. Mas después de su muerte las matemáticas hicieron nuevos progresos. Leibniz demostró que los desarrollos numéricos pueden por sí solos conducirnos al análisis de las curvas. Con esto el supuesto método único recibió un gran golpe. La aritmética de la cual creía haberse emancipado Descartes haciendo de ella una aplicación particular, vuelve a recobrar su independencia y su utilidad especial. Newton por su parte comprendió, lo que después ha sido confirmado, que hay cuestiones que no se pueden reducir al álgebra y que por consiguiente los servicios de estas dos ciencias pueden correr paralelamente sin absorberse la una a la otra.

Para Descartes lo que caracteriza a la verdadera ciencia es el encadenamiento lógico de todas sus verdades. Una proposición no se puede, dice, considerar plenamente demostrada, sino desde el momento en que vemos el lazo que la une con todas las anteriores. Un teorema, por importante que sea, no tiene valor, si se encuentra aislado.

Newton en cambio, más cerca del nominalismo inglés que de la metafísica de Descartes, se distingue por la ausencia premeditada de espíritu sistemático. No se preocupa de establecer una serie encadenada, una larga cadena de razones. Desembarazado de pensamientos o prejuicios metafísicos y doctrinarios, se preocupa más bien de llegar a reglas prácticas, habituando el espíritu al ejercicio de múltiples artificios y simplificando todo lo posible la exposición de sus fórmulas que siempre fortalece con el ejemplo. Para él, la elección de un método es cosa no sólo de la razón sino del instinto.

Al mismo tiempo, Descartes se regocijaba de haber descubierto que las nociones matemáticas son en su origen, ideas innatas. Lo que constituye la excelencia de tales ciencias es que se basan en un pequeño número de naturalezas simples, es decir, de ideas primeras que nos son dadas por la razón, como la dimensión, el número y la extensión. Estas nociones son radicalmente distintas de las que adquirimos por los sentidos.

En cambio Newton no cree que el número, la extensión y la figura sean objetos privilegiados, aislados en nuestro entendimiento y a los cuales se aplique un razonamiento especial. Las ideas matemáticas nos son sugeridas en el curso de las edades, por las necesidades de la práctica, porque no son más que una precisión introducida en el lenguaje vulgar. El abismo que mediaba para Descartes entre la idea innata y la idea adventicia o empírica desaparece para Newton.

Descartes, había querido salvar la ciencia de los ataques del escepticismo por medio de este idealismo matemático. Admitía una especie de luz natural o revelada

por la cual se nos hacen evidentes las verdades universales y necesarias. Sin embargo la historia de las matemáticas demostraba que este mismo carácter dogmático de la ciencia perjudicaba a su crédito. Y un ejemplo de ello podemos encontrar en el espacio de tres dimensiones de Euclides, el cual constituía un dogma inquebrantable al parecer. La heterodoxía del espacio de  $n$  dimensiones no hubiera podido ganar terreno desde este punto de vista.

Newton, en cambio, sentó las bases de la doctrina de que todas nuestras definiciones matemáticas son otras tantas convenciones, con lo cual, conservando su certeza a *priori*, se colocan al abrigo de los más rudos ataques del escepticismo puesto, que si es fácil impugnar la existencia de ideas innatas, nada menos arbitrario que una convención consciente.

En consecuencia, y para seguir el ejemplo demostrativo anterior si el espacio euclidiano proviene de una convención, ¿quién nos impide, sin constituir una noción nueva, extender a los sistemas de  $n$  variables independientes todas las propiedades que nos son familiares en el caso de tres únicas variables?

## VI

### Estática y Dinámica.

---

La preocupación de Descartes había sido encontrar un método único aplicable a la realidad. Este método era el método matemático, por consiguiente, el fin esencial del cartesianismo, había sido, hacer a las matemáticas inmediatamente aplicables a la realidad física. De aquí su hipótesis de los torbellinos en donde se trata de una realidad puramente adjetiva, considerando el movimiento como el último término de la realidad.

Pero Descartes había considerado a la naturaleza de una manera puramente estática, porque las relaciones numéricas entre los objetos no representan, por decirlo así más que el aspecto momentáneo de las cosas, el orden universal tal como lo conciben los sistemas metafísicos ontológicos.

Pero las leyes del cambio y del movimiento no pueden elucidarse por el álgebra solamente, la continuidad que en la naturaleza reina tiene necesidad de una expresión especial y esto es lo que va a resolver la geometría infinitesimal descubierta por Leibniz y Newton.

Esta tentativa no dejaba de tener precedentes. En la antigüedad Diofanto; en el siglo xiv Campanus y Tomás

de Bredwarden, después Cardan en su obra *Opus novum de proportionibus*, en donde se encuentra la definición rigurosa del ángulo de contacto o de contingencia, Keplero y Guldin trataron de medir los sólidos por un método semejante a aquel de que Arquímedes se valió para medir el área, aunque sea dudoso decir si Keplero poseyó un verdadero método infinitesimal. La escuela italiana, hacia el fin del siglo xvi, inspirada en la necesidad de resolver exigencias de la física, se había orientado hacia la geometría de los indivisibles. Galileo y Torricelli llevaron sus investigaciones hacia el análisis de las dimensiones continuas.

A partir de Descartes, el cálculo infinitesimal constituye la obsesión de los sabios. Pascal abandonó resueltamente el punto de vista de su maestro, haciendo intervenir en sus cálculos lo infinitamente grande y lo infinitamente pequeño. Al descubrir el «cálculo de las probabilidades» abrió un nuevo dominio al análisis de los infinitos.

Leibniz, por otra parte, con su Característica universal, en la cual se puede ver un remoto origen del álgebra lógica o álgebra universal, aplicada primeramente a las lenguas, intentó hacer el análisis de un todo dado, en elementos fundamentales indivisibles, siendo conducido por el cálculo de las nociones y el cálculo de las diferencias a la idea del análisis infinitesimal.

Esta nueva ciencia nos hace pasar desde la concepción estática del mundo, a la concepción dinámica. En ella las dimensiones son consideradas como variables mecánicas. Una función no es un conjunto de valores

considerados independientemente de su génesis, es una sucesión de dimensiones engendradas de una manera continua por un movimiento dado, en un tiempo dado. La fluxión de una cantidad continua cualquiera, su incremento o su decrecimiento, no es el elemento muy pequeño que se añade de una manera ideal a la dimensión dada por el hecho de un acrecentamiento virtual de la variable. Es el aumento real de la función cuando la variable recibe un desplazamiento real. En todas partes los infinitamente pequeños, como también los infinitamente grandes, en vez de ser asimilados a números arbitrarios que se añaden abstractamente a los números dados, se hacen la expresión de medidas concretas correspondientes a una realidad mecánica. El cálculo de las fluxiones de Newton no se basa en puras convenciones matemáticas, sino que así como los números y las figuras son la traducción elemental de la experiencia dada, los infinitamente pequeños son un lenguaje natural que expresa de una manera precisa una propiedad accesible a nuestros sentidos, la continuidad de los fenómenos físicos.

La geometría entonces recibe una luz nueva. Las líneas son las trayectorias de ciertos cuerpos. Los sólidos provienen del movimiento de las superficies, los ángulos, de la rotación de los lados, como los tiempos se engendran uniformemente por un flujo que no se detiene. Esta concepción geométrica de las dimensiones no es una ficción del entendimiento, sino que se verifica diariamente bajo nuestros ojos y puede decirse que tiene verdadera realidad en la naturaleza.

He aquí una revolución en las matemáticas, pero

también en la filosofía. La ley de continuidad había preparado el camino, las necesidades prácticas dieron el impulso, las concepciones y las fórmulas geométricas acabaron, por último la empresa.

¿Qué significaba todo esto? Que la antigua concepción estática del mundo iba a ser sustituida por una concepción dinámica. Que todos los problemas iban a cambiar sus términos. Que lo finito y lo infinito se iban a confundir. Que las concepciones acabadas de la razón, los entes perfectos, en acto, iban a ser sustituidos por los seres en potencia infinita, en una palabra que el ser iba a ser sustituido por el devenir.

La realidad pues iba a ser considerada no como un todo concreto limitado, muerto, sino como una mera posibilidad indefinida.

Y lo que sucedía en las matemáticas era lo que sucedía fuera de ellas, en la ciencia natural, en la ciencia moral, en la política, en el arte.

En la ciencia natural, se preparaba una nueva concepción del mundo el cual sería no ya una creación definitiva con límites definidos y con arreglo a un plan establecido a *priori*. El tiempo y el espacio, de dos concepciones geométricas que habían sido se iban a convertir en dos actividades funcionales, genéricas, entre cuyos límites combinados se movía la realidad. El concepto de evolución comienza a apuntar.

A esta revolución, hay que confesarlo, contribuían de consuno el empirismo y el idealismo. La lucha entre las dos corrientes ensanchó considerablemente, enormemente los horizontes de la inteligencia humana. Si el primero representaba la tendencia unificadora, retardatriz,

conservadora, sintética, el otro representaba, con sus negaciones y sus apelaciones a la práctica, con el prestigio que concedía constantemente a los elementos sensibles, con su apología del instinto y de la iniciativa, un elemento creador de una importancia incontestable.

Era preciso pues, armonizarlos y reconocer los derechos de cada una de las partes, y sobre todo encontrar una fórmula sintética y superior en que estuviesen comprendidos los elementos aportados por cada uno de los bandos, tanto en lo que se refería al método de las ciencias como, y sobre todo, en lo tocante a la explicación del origen y la gènesis del conocimiento humano.

## VII

### Kant

---

Veamos ahora particularmente cual ha sido la cooperación o la parte que Kant ha aportado al problema del conocimiento. Y para ello, veamos en general cual ha sido la característica del siglo XVIII.

Si tratáramos hoy, es decir, en el estado actual de adelanto de las ciencias filosóficas, de determinar el valor y la significación de la obra de Kant, ocurriría un fenómeno singular. Y es que tendríamos que llegar a la conclusión, después de hacer un inventario, de los resultados de toda la especulación histórica moderna, de que la riqueza positiva aportada por cada pensador, es una cantidad negativa. Dicho de otro modo, para que no se crea que buscamos la paradoja; que desde los primeros sistemas del Renacimiento acá, la parte demoleadora, destructora, denegadora, ha sido mayor que la parte constructiva y ha prevalecido sobre ésta.

En la obra de Kant, lo más universalmente aceptado es su labor crítica, y de esta el libro que aparece a la cabeza de todos los demás, es su *Crítica de la Razón pura*.

Pero la labor crítica de un autor puede tener muy diferente alcance, según se ejerza sobre asuntos o materiales más o menos secundarios o llegue a los principios

mismos de la especulación, a la entraña de los problemas, a las fuentes más remotas de las doctrinas. Y en este sentido poco es lo que puede concebirse más radical que la obra del filósofo de Koenisberg.

Hay sistemas más radicales que el suyo, es cierto. Así por ejemplo, el empirismo de ciertos autores ingleses, o el idealismo de Berkeley y de Hegel. Pero tales sistemas, aparecen, al lado del formidable ataque que el pensador alemán dirige al valor de nuestros conocimientos y a la naturaleza objetiva de nuestra especulación, como inocentes alardes de naturaleza romántica, más bien fantástica y creadora. Nada en ellos encontramos del carácter sombrío, ceñudo, inflexible en cierto modo desconsolador que caracteriza a la persona y al estilo de Kant. Su naturaleza esencialmente pesimista, su concepción del hombre, su moral, un esceptismo encubierto bajo las pomposas y casi retóricas apariencias del Imperativo Categórico, su ética seca y formalista, desprovista de todo jugo sentimental e imposible de rellenar con la más pequeña dosis de contenido empírico, todo este carácter negativo y formalista de su obra la separa de las demás, la agiganta y constituye el más elocuente testimonio, no ya de su siglo sino de todo el pensamiento moderno, desde que el reinado de la escolástica feneció con la edad media.

Al mismo tiempo esta negación formidable, desesperada, tiene toda la apariencia de un suicidio. La obra de Kant es la negación de su misma esencia personal. En efecto, Kant es ante todo y pese a él mismo un talento metafísico. Nadie ha poseído el poder de abstracción en un grado tan poderoso. Platón y Aristóteles le exceden

en consistencia lógica y en poder creador; pero en la facultad de elevarse en las tinieblas y de maniobrar en el espacio vacío, en su propensión a lo esquemático, en el horror a lo empírico cuando construye sus grandes fórmulas explicativas, nadie le ha igualado. Es el genio de la síntesis. Sólo él ha sabido construirse una morada propia, fuera de toda realidad y de toda contingencia, a la manera de aquéllos dioses escandinavos que viven en las regiones del aire, rodeados de nubes, tocando apenas las cimas de las altas montañas y cantando una canción solemne y melancólica.

Yo he pensado muchas veces, que la filosofía no es lo que parece ser, lo que la mayor parte de las gentes suponen que sea. No es el reverso de la poesía, es la poesía misma. Pero es la poesía sublimada, entregada a su más poderoso arranque, divorciada para siempre con la vulgaridad de nuestras miras demasiado humanas. La filosofía es creación, no es solo análisis, descomposición de las cosas. Sus problemas comunican al que se los acerca al corazón, una alegría intensa un nuevo goce, como de revelación y de mensaje. Nuestro destino carnal, nuestra concepción física del mundo es harto limitada y dolorosa, para que cuando la filosofía prorrumpe en negaciones, no comencemos a vislumbrar un mundo nuevo y un destino mejor. Esas negaciones que al hombre de todos los días le desconciertan, le aturden, y le irritan constituyen una promesa para el hombre de más preclaro linaje. La humanidad, mal avenida con su destino, sueña siempre. Y en este sentido es en el que digo que filosofía es poesía, en el sentido etimológico de de la palabra, es decir en el sentido creador, y sus negaciones

ciones son afirmaciones incomparablemente más confortantes y positivas que las demás afirmaciones, porque se proponen, no ya destruir una concepción del mundo que no satisface al hombre, sino destruir ese mismo mundo para crear otro más perfecto, dándonos fuerza ideal suficiente para que rompiendo nuestra envoltura nos transformemos y transformemos todo lo que nos rodea, por la afirmación soberana del espíritu y de la voluntad.

Ha dicho Kant, en cierto lugar de su crítica de la razón pura, que si su distinción de los juicios en sintéticos y analíticos era falsa, toda su Crítica estaba minada por su base. Todo el mundo recordará las prolijas discusiones a que dió lugar entre los escritores de su tiempo, esta ingeniosa distinción. La incertidumbre y oscuridad que de aquí nacieron, dieron lugar a que se afirmase que el estilo kantiano no se distinguía por su claridad. Y el interesado mismo llegaba a declarar, con modestia ejemplar, que entre las dotes que Dios le había deparado no se encontraba la de hacerse entender claramente. La polémica mencionada puede decirse que existe todavía, puesto que no todos los autores aceptan la división de los juicios hecha por Kant. Y sin embargo, mientras no se llegue a una solución en este asunto no puede decirse que hay base para hacer una crítica de la doctrina Kantiana, pues efectivamente, sus afirmaciones principales, tienen una relación de dependencia más o menos inmediata con dicha clasificación de los juicios.

La división de los juicios en analíticos y sintéticos tiene una condición en favor suyo: a saber que toca a la entraña misma del problema. En efecto bajo sus dos alas,

se cobijarían perfectamente las dos grandes escuelas, la idealista y la positivista, la innatista y la empirista. Para los unos, no habría más que juicios analíticos, para los otros no existirían más que juicios sintéticos. Para los idealistas, las ciencias matemáticas serían una promoción de la lógica; para los otros estas mismas ciencias procederían de la observación y de la experiencia, y sus juicios serían no solo sintéticos sino *a posteriori*. La discusión pues, en torno a la división kantiana de los juicios no era sino la reproducción embozada del tema eterno de la filosofía, al cual se había dado una forma nueva y episódica. No entraremos en ella pues es de tal índole que una vez cogidos entre sus mallas quedamos cautivos para siempre. Con todo sería interesante como los kantianos acosados por las objeciones van atenuando y reduciendo el radicalismo de semejante distinción hasta dejarla reducida a una mera cuestión de palabras. Si desde cierto punto de vista puede decirse que un juicio analítico no es más que una tautología, no es menos verdad que el lazo de necesidad no puede hallarse más que en el juicio analítico, siendo todo juicio sintético no más que una conexión de percepciones unidas por la identidad del sujeto en el cual se dan relacionadas. El dejar reducida la ciencia humana a una colección de juicios tautológicos, no es cosa que deben asustar en estos tiempos.

Pero la base de que se sirvió para la famosa distinción, no deja de envolver en sí otro de los problemas más hondos de la teoría del conocimiento. Me refiero a aquel análisis que hace de todo conocimiento en dos elementos contrarios e irreductibles: el elemento formal y el ma-

terial. El tecnicismo de este análisis presenta un claro abolengo aristotélico.

Tampoco esta distinción de elementos, sutilizada, depurada, analizada, en suma, podría mantener la dicha irreductibilidad entre sus términos. A primera vista, nada más claro. Forma y materia parecen ser los eternos ingredientes de todo ser. Mas penetrando en su fondo, analizando el ser, cualquiera que sea su composición o su stirpe encontraremos que la forma se convierte por gradaciones insensibles en materia y la materia en forma, lo interior en exterior y viceversa. Todo dualismo radical se estrella fatalmente ante la ley de continuidad. Los dos polos de la realidad, son como los dos polos de una pila eléctrica, la expresión de una misma cosa, lo único que varía es el nombre y todo lo más la dirección.

Kant mismo llega al fondo de esta distinción. El elemento formal de nuestro conocimiento no es sino unión, síntesis, un lazo (*Verbindung*) que une los datos sensibles de la intuición. Este lazo es la representación de la unidad sintética de la diversidad. Pero la representación de esta unidad no puede resultar de la relación, sino que sumándose a la representación de esta unidad, hace posible el concepto de la relación. Pero esta unidad que procede *a priori* a todos los conceptos de relación, no es la categoría de unidad, pues todas las categorías se fundan en las funciones lógicas de nuestros juicios, y en todo juicio es ya pensada una relación, y por consiguiente una unidad de conceptos dados. La categoría presupone ya la relación.

Es preciso pues buscar esta unidad en otro lado, en una región más elevada.

Y Kant la encuentra en el *yo pienso*, que, son sus palabras, debe poder acompañar a todas nuestras representaciones. Pero esta representación, «yo pienso», es un acto de la espontaneidad, dice, y no se la puede considerar como perteneciente a la sensibilidad. Esto es lo que él llama apercepción pura, para distinguirla de la apercepción empírica, y la unidad de esta representación la designa con el nombre de unidad transcendental de la conciencia de si mismo, para indicar la posibilidad del conocimiento *a priori* que de esta se deriva.

Existe, pues, de un lado, la apercepción pura, que es un acto, por decirlo así, personal, espontáneo, que no tiene nada que ver con la conciencia particular de cada sensación.

Siendo la sensibilidad en cierto modo pasiva, esta conciencia particular de cada sensación, no podría establecer un lazo entre ellas y por consiguiente no podría darnos la unidad del objeto. Es preciso que se verifique un acto espontáneo de nuestro entendimiento, que constituye a la vez el principio más elevado de todo nuestro conocimiento que opere una síntesis de los elementos sensibles, de tal naturaleza que nos proporcione la unidad de conciencia, o dicho de otro modo, la unidad del objeto. Esta función es la más importante, pues sin ella no habría conocimiento alguno. Un objeto es, en efecto, aquello cuyo concepto reúne los elementos diversos de una intuición dada.

El principio supremo de la posibilidad de toda intuición, con relación a la sensibilidad, era, según la estética

transcendental, que todos los elementos que contiene estuviesen sometidos a las condiciones formales del espacio y del tiempo. Ahora bien, el principio supremo de esta misma posibilidad con respecto al entendimiento, es que todos los elementos diversos de la intuición estén sometidos a la unidad originariamente sintética de la aperccepción.

La unidad de la conciencia, es pues, lo que constituye únicamente la relación de las representaciones a un objeto, es decir, su valor objetivo; ella es la que hace de éstas, conocimientos, y sobre ella reposa, por lo tanto, la posibilidad misma del entendimiento.

De aquí se deduce ya lo que debemos entender por experiencia. La experiencia no es posible sino por la representación de una relación necesaria de las percepciones. La experiencia es un conocimiento empírico, es decir, un conocimiento que determina un objeto por percepciones. Es, por consiguiente, una síntesis de las percepciones, síntesis que no está contenida en estas percepciones, pero que encierra la unidad sintética de su diversidad en el seno de una conciencia, unidad que constituye lo esencial de un conocimiento de los objetos de los sentidos, es decir, de la experiencia (y no solamente de la intuición o de la sensación de los sentidos).

Pero este principio de la unidad originariamente sintética de la aperccepción, no se limita a hacer posible el conocimiento de un objeto, no es solamente la condición objetiva de todo conocimiento, es también la forma lógica de todos los juicios. Si el juicio es una relación que afirmamos entre dos objetos de la conciencia, o, dicho

de otro modo, si es una relación existente entre dos conocimientos dados, y si tratamos de distinguirla de la que se hace según las leyes de la imaginación reproductiva, la cual no tiene más que un valor subjetivo, el juicio no es entonces, otra cosa que una manera de llevar conocimientos dados a la unidad objetiva de la apercepción. Y entonces, la cópula representa aquí el signo por el cual distinguimos la unidad objetiva de las representaciones dadas, de su unidad subjetiva. Un ejemplo aclarará esto. Si yo, cuando levanto un cuerpo digo, «este cuerpo es pesado», afirmo una relación objetiva, y por medio de la cópula es, doy un carácter necesario y universal a dicha relación, carácter que no encontraría, si limitándome a la unidad que dimana exclusivamente de mi conciencia, dijese: «al levantar este cuerpo, siento una impresión de pesantez».

## VII

### Universalidad y necesidad

---

De este modo Kant llega a encontrar el fundamento de aquellos elementos esenciales al conocimiento, cuya determinación constituía el más árduo problema que había encontrado a su paso la escuela empírica; me refiero a los caracteres de universalidad y necesidad. Estos dos conceptos como el de causalidad, no son para Kant otra cosa que categorías, es decir, conceptos de un objeto en general, por medio de los cuales, la intuición de este objeto es considerada como determinada con relación a una de las funciones lógicas de los juicios.

En vano, dice Kant, buscaban Locke y Hume, sus ilustres predecesores en el análisis de este problema, el origen de tales nociones en la experiencia, llegando el primero a la *extravagancia*, y el segundo al escepticismo. La experiencia no puede engendrarlas; por el contrario, ellas son las que hacen posible la experiencia, por lo tanto son anteriores a ella, son *a priori*.

Pero esta solución era tan grave, que para aceptarla había sido preciso, en primer lugar todo el trabajo ante-

cadente de la estética trascendental, y luego rehacer el concepto de experiencia que no tiene, ni con mucho, el mismo sentido y alcance en los empiristas que en Kant.

Para los primeros, la experiencia es el punto de contacto entre la actividad psicológica del individuo, y la realidad física o cosmológica. Esta realidad, se da ya por supuesta, anterior e independientemente del sujeto, del mismo modo que en este se reconoce un límite propio, una autonomía que le permite desenvolverse paralela, pero separadamente de la realidad. El mundo con sus vicisitudes, con sus hechos y cosas reales (y no decimos fenómenos porque esta palabra no tiene significado dentro de la escuela empirista), con su proceso físico que se desarrolla según leyes propias, obra sobre nosotros por medio de la experiencia, dotándonos de conocimientos que son verdaderos cuando se adaptan a dichas leyes. La base de la teoría del conocimiento en la escuela empírica, era un realismo ingenuo. Si bien su tendencia desde el principio fué combatir el dogmatismo racionalista, y en este combate alcanzó victorias no despreciables, no logró separarse totalmente del dogma, natural al entendimiento humano, en su estado anterior a la reflexión científica, de que existe un mundo objetivo, tal como nos le representa la sensación, distinto de nosotros e *indiferente* a nosotros. En este sentido, la escuela crítica, cuyos comienzos ellos representan, estaba aún en la cuna. En este sentido también, su filosofía, al romper con el pasado se había hecho burguesa y advenediza, como si ignorase que Platón y Aristóteles habían pasado por el mundo.

En este sentido también, el progreso de Kant fué un

retroceso a los buenos tiempos y a las profundas doctrinas. Esta vuelta atrás, se advierte, por ejemplo, como ya hemos dicho, en su teoría de la materia y la forma, de abolengo aristotélico aunque con muy distinto significado, y en la necesidad que sintió de redactar una tabla de categorías, y sobre todo en su *apriorismo* radical, en el que aventaja al mismo Descartes.

## VIII.

### Apriorismo e innatismo.

---

Falta ahora estudiar, la distinción que pueda hacerse entre apriorismo e innatismo. Alrededor de ella gira una controversia de cuya solución se ha hecho depender la consistencia de la doctrina kantiana. En la actualidad, el neo-kantismo, se ha alzado contra la interpretación tradicional consagrada por el genio eminente de Schopenhauer.

Dicese por una parte, que la psicología experimental demuestra sobradamente que las nociones de tiempo y espacio no son innatas sino adquiridas en virtud de un proceso genético psicológico. Y como el sistema kantiano, descansa, como en uno de sus cimientos más poderosos, en el carácter subjetivo de estas nociones, al demostrarse que son producto de la experiencia, el sistema se resiente por su misma base.

Como réplica a esta objeción, se alega que el sistema de Kant no es un psicologismo, que apriorismo, no equivale a innatismo, y que el carácter *a priori* de las intuiciones puras de tiempo y espacio solo dicen relación a una prioridad lógica; son principios no en el sentido de comienzo, sino en el sentido de principios lógicos y por tanto fuera del tiempo.

Los dos puntos de vista son legítimos, sin que por ello cambie la significación ni la trascendencia de las afirmaciones kantianas.

No es preciso ir en contra de las conclusiones de la psicología experimental, para afirmar que nuestro conocimiento, o sea, nuestra experiencia, está condicionado de un modo absoluto por las intuiciones sensibles de espacio y tiempo. El que nuestra inteligencia para formarse recorra un proceso de desarrollo condicionado por la misma experiencia, no quiere decir que las leyes de la intelección sean distintas en el niño que en el adulto. Si por un defecto físico, por ejemplo, la ceguera, el hombre tuviere una noción más o menos inexacta del espacio, esto no querría decir sino que el individuo en tal caso, poseería una inteligencia y una experiencia incompleta, pero en lo que se refiere a los demás sentidos, su experiencia o su inteligencia se habría desarrollado bajo las mismas condiciones que la extensión determina a nuestra actividad, es decir, tendría la noción táctil del espacio. Esta conciencia táctil del espacio, se concreta en la conciencia de los esfuerzos motores necesarios para la aprehensión de los objetos, para andar, etc. Al hombre no se le revela el mundo más que por la experiencia. Si la experiencia no es completa, su conocimiento del mundo será imperfecto.

El espacio y el tiempo son dos intuiciones, y como afirma Kant dos intuiciones puras, el apriorismo de estas dos intuiciones solo se refiere a la intuición pura, no a la empírica. Pero en el hombre reflexivo pueden llegar a ser dos conceptos. Kant mismo así los denomina en algún pasaje de su obra, lo que ha dado lugar a dudas

respecto a la determinación exacta de su pensamiento. Como intuiciones no solo hacen posible nuestro conocimiento sino nuestra misma acción, nuestros movimientos. Para la cuestión presente, es ociosa la investigación experimental, respecto del proceso genético de formación de nuestras nociones de espacio o extensión, y acerca de si estas se forman con el concurso de todos nuestros sentidos o de si basta uno solo, y cual sea éste. Yo afirmo que desde que existe movimiento en un ser animado, existe la intuición del espacio, y que sin ésta el movimiento no sería posible.

Otra cosa sucede con los conceptos de espacio y de tiempo, los cuales pueden servir de tema para disertaciones y tesis doctorales escritas por hombres cultos y versados en filosofía, conceptos que nadie supondrá que Kant pensase en atribuir al niño, ni siquiera al hombre inculto, al considerar la intuición pura como condición *a priori* de todo conocimiento.

Pero esta cuestión se enlaza con la distinción a que se recurre para salvar la doctrina apriorística de la estética trascendental de los ataques de que ha sido objeto con ocasión de los pretendidos resultados de la psicología experimental. Me refiero a la distinción entre psicologismo y logicismo.

Llámase psicologismo, a la tendencia existente en algunos filósofos, a explicarlo todo, o mejor dicho, a explicar una sola cosa la única que constituye verdaderamente el problema de la filosofía, el conocimiento, por medio de la psicología. A reducir los problemas todos del conocimiento al problema psicológico. A condicionar nuestro conocimiento del mundo por las limitaciones que

se dan en nuestro organismo corporal. A buscar en las leyes de este organismo, las leyes de nuestro pensamiento y por lo tanto a reducir la lógica a una psicología.

Ahora bien, las leyes de la psicología tienen, o se supone que tienen, un carácter subjetivo, y por consiguiente los resultados de estas leyes, es decir, nuestro conocimiento, tendrá también un carácter subjetivo, será relativo y jamás podrá aspirar a la objetividad.

En frente de esta posición está la posición contraria; la de los lógicos que quieren reducir todas las ciencias a una sola ciencia: la suya. A esta tendencia se ha llamado, muy acertadamente, panlogismo, y el tipo de esta concepción es, por ejemplo, el sistema hegeliano. Según ella, la idea es la única realidad, el mundo es la idea en su desarrollo infinito.

Dicho en otros términos, el psicologismo es una teoría trascendente; el panlogismo es una teoría inmanente. Según aquél, el mundo está fuera de nosotros, según éste, dentro de nosotros.

\*  
\*\*

Parece que el psicologismo, en lo que respecta a las conclusiones que entrañaría una teoría del conocimiento, forzosamente ha de llegar a la consecuencia de que nuestro conocimiento es relativo, pues parte del supuesto, de que por la índole especial de la conformación de nuestros órganos, las cosas, para ser conocidas han de sufrir una transformación previa. Los órganos de los sentidos, se ha dicho, son otros tantos tamices por don-

de sólo pasan determinadas cualidades o propiedades de las cosas. O si se quiere son transformadores, por los cuales percibimos la realidad de las cosas transfigurada, y por consiguiente disfrazada, en máscara. La realidad, por lo tanto, queda reducida a una incógnita, a una X, a cuyo verdadero conocimiento hemos de renunciar. El psicologismo, así considerado, es una doctrina agnóstica es un verdadero ocultismo. En realidad es una de las innumerables reencarnaciones del esceptismo.

Sin embargo, el psicologismo no entraña necesariamente esta conclusión. Si se decide a abandonar el supuesto dogmático de que existe una realidad exterior, sustancial, objetivamente independiente de nuestro conocimiento, una realidad que no pudiera ser conocida como la de aquel ser que negó Gogias de Leontini, diciendo que si existiese no podría ser conocido, y que si fuese conocido su conocimiento no podría ser comunicado; si se decidiese, digo, a afirmar la existencia de este ser incomprendible e incommunicable, que sólo es postulado por una necesidad lógica, si renunciase a todo dualismo, pudiera muy bien convertirse en un sistema coherente, en el que, identificándose ese sujeto y ese objeto que solo aparecen en el desdoblamiento que implica el análisis del conocimiento, se volvería a la realidad única, en la que, como afirmaba la filosofía india, el que conoce y lo conocido, son una misma cosa.

Si, pues, el psicologismo se limita a ser una expresión meramente metodológica, es decir, si sus pretensiones se concretan a fundamentar la lógica, no en cuanto ciencia normativa, sino en cuanto ciencia teóri-

ca, a las leyes de la psicología, no sólo hay que suponerle capacitado para suministrarnos una teoría del conocimiento, sino que sería el único competente para ello. Y sus conclusiones no podrían ser rechazadas en virtud de una construcción sistemática de mayor o menor consistencia lógica.

En este respecto cabe preguntar, cómo es posible formular una teoría lógica del conocimiento, independientemente de las leyes de la psicología y aún contra ellas. ¿Qué valor tendría una doctrina del conocimiento en que, como en la de Kant se afirmase que la experiencia sólo es posible en virtud de ciertas condiciones *a priori*, mientras que la psicología demostrase que la experiencia es posible independientemente de tales condiciones, puesto que estas, o sea, las intuiciones puras de tiempo y espacio, son adquiridas en el transcurso de la experiencia, y por consiguiente esta es posible sin ellas? Tal doctrina, yo la consideraría entonces como un vano juego de palabras, apropósito, todo lo más, para recreo de la imaginación, pero sin valor ninguno, ni teórico, ni práctico. Afortunadamente para Kant, la psicología ni ha demostrado ni demostrará jamás semejante absurdo.

En consecuencia, la distinción entre psicología y lógica, no es suficiente para desvirtuir la objeción que en nombre del carácter adquirido de nuestras intuiciones de espacio y de tiempo se hace a la doctrina del apriorismo.

## IX

### La cosa en sí

---

En el litigio referente a la significación y alcance de la doctrina crítica, expuesta en la obra capital del autor del libro que a continuación traducimos, existe otro punto de máxima importancia, que, bien por las mismas dificultades que su comprensión entraña, o quizá por la falta de claridad en la exposición o quien sabe si también, y en primer término, por el afán de las escuelas de poner bajo la autoridad de un nombre universalmente respetado, sus propias concepciones particulares, ha dado origen, sobre todo recientemente, a muy empeñadas controversias. Me refiero al concepto de *la cosa en sí*.

La teoría del conocimiento es en Kant, una teoría de la objetividad, o también una teoría de la experiencia. Tomando por base lo dado en la intuición, todo conocimiento debe serlo de cosas sensibles, únicas que pueden reunir esta condición señalada de antemano: la de ser dadas en nuestra sensibilidad.

Pero como nuestra sensibilidad está condicionada, preformada, digamoslo así por ciertas condiciones *a priori* que son las intuiciones puras de espacio y de tiem-

po, las cuales establecen una forma determinada a que han de someterse las cosas para que puedan ser percibidas por nosotros, dedúcese de aquí que estas no pueden aparecer en nuestro conocimiento tales como ellas son en sí; aparecen como fenómenos.

Fenómeno, o mejor *Erscheinung* (aparición, manifestación) que es la palabra alemana que emplea el autor, significa aparición, manifestación, lo que aparece, lo que se manifiesta. Pero dicha palabra alemana se emplea en la crítica como traducción o equivalencia de la palabra griega *φαινόμενον*, lo cual nos obliga a tomarla en un sentido relacionado con el que tal término tuvo en la filosofía griega. Ahora bien, en griego esta palabra era opuesta a la de *νοούμενον* que quería indicar el conocimiento racional opuesto al conocimiento sensible, indicado por la primera. Para los griegos, para Platon por lo menos, el verdadero conocimiento era el conocimiento racional.

Entonces fenómeno y noumeno, no equivaldrían literalmente a la apariencia y a la cosa en sí de la terminología kantiana, puesto que en ésta, la cosa en sí significa precisamente lo que no conocemos lo que no puede ser conocido.

Hay pues un conflicto evidente entre el sentido de la distinción griega y el de la distinción kantiana, que sin embargo, está como vemos, filológicamente relacionado con aquella.

Mas, dejando para otra ocasión el resolver la cuestión etimológica, pasemos a determinar que puede significar esta *cosa en sí* de la cual, lo único que podemos afirmar por el momento, es (repitiendo las mismas palabras

del filósofo) que no la conocemos ni podremos conocerla nunca.

Y la interpretación tradicional, la que arranca del tiempo mismo en que vivió Kant, y que no sabemos que él desautorizara, ni protestase contra ella, es que, o se trata de un concepto vacío e inútil, o tal frase significa la verdadera realidad de las cosas, sustraída para siempre a nuestro conocimiento.

No se necesita para ello suponer que el fenómeno es una apariencia ilusoria, un lazo que las cosas nos tienden para engañarnos, como si procediesen de mala fe con nosotros, y quisieran ocultarnos su verdadera naturaleza. El fenómeno puede ser una manifestación real de las cosas, su virtud natural, su modo de obrar en nuestra sensibilidad. Así por ejemplo, una cosa coloreada tiene la virtud de producir en nuestra retina, mediante el concurso de la luz una imagen de una tonalidad especial, que llamamos color rojo, y esa misma cosa, en contacto con nuestra epidermis producir deformaciones especiales, que obrando en nuestros nervios determinen un efecto especial fisiológico que denominamos sensación táctil. Y aquel primer efecto que llamamos sensación de color, o imagen coloreada roja, puede, considerado desde otro punto de vista ser explicado como una propiedad de la cosa de hacer vibrar una materia imponderable hipotética que llamamos éter, explicación que no significa otra cosa, sino que, suponiendo en nosotros una sensibilidad más fina y aguda de la que poseemos veríamos producirse en dicho éter, ciertas ondas de una determinada duración y velocidad. Pero todos estos efectos no serían ilusorios, sino reales, no serían

cualidades engañosas del objeto, sino propiedades verdaderas del mismo, no serían disfraces de las cosas, sino manifestaciones, revelaciones de su misma realidad.

Nuestro conocimiento de las cosas por el fenómeno, es decir, por la experiencia, no es pues un conocimiento ilusorio sino un conocimiento real. Pero es un conocimiento incompleto.

La explicación científica de las cosas reales, no es en el fondo sino una reducción de una serie de sensaciones a otra clase de sensaciones. La ciencia no hace sino explicar todo el conjunto de nuestras sensaciones, por ciertas sensaciones particulares de la vista, del tacto, del sentido muscular, etc. Esta explicación, en sustancia no es más que una transferencia. Los términos del problema son variados, transferidos, pero el problema sigue siendo el mismo en el fondo. La ciencia no debe su prestigio a su sistema explicativo. Lo debe a la posibilidad de prever ciertos hechos. Esta previsión la realiza mediante ciertas fórmulas a que llama leyes, dependientes siempre de determinados supuestos y que no tienen otra garantía que la experiencia. La universalidad y necesidad que se afirma de tales leyes no es en el fondo más que una verdadera tautología, puesto que no consiste sino en afirmar que dada la condición, está dado también el condicionado, que dada la causa está dado el efecto. En este sentido no hay posibilidad de equivocarse, nuestras aseveraciones son infalibles, por que la causa y el efecto son una misma cosa considerada desde dos diferentes puntos de vista, revelada de una manera sucesiva y condicionada por las diferencias que en ella introduce nuestra manera sensible de aprehenderla.

Ahora bien, aunque nuestros sentidos aumentasen no solo en potencia, sino también en número, y nos fuera dado experimentar los infinitos modos que las cosas tienen, o pueden tener, de obrar sobre nuestro organismo, y aunque la ciencia multiplicase sus fórmulas y sus previsiones en manera también infinita, llegaría, sí, a ser incalculable el poder del hombre sobre la naturaleza, y aún podemos aceptar la hipótesis de que este poder llegase a ser omnimodo, pero su conocimiento de esas mismas cosas sobre que ejerce su poder, sería siempre el mismo. Sería siempre un conocimiento de la índole del que hemos descrito, no de realidades, sino de modalidades, no de cosas en sí, sino de fenómenos.

Y no era preciso mucho esfuerzo para esta aclaración, cuando vemos que el mismo Kant, dice en la tercera de las observaciones generales sobre la Estética transcendental: «Cuando yo digo que la intuición de las cosas exteriores y la que el espíritu tiene de sí mismo, representan, en el espacio y el tiempo, cada una su objeto, como afecta a nuestros sentidos, es decir, como nos aparece, no quiero decir que estos objetos sean una simple apariencia. En efecto, en el fenómeno, los objetos y aún las cualidades que les atribuimos, son siempre consideradas como algo de realmente dado; pero como estas cualidades dependen del modo de intuición del sujeto, en su relación con el objeto dado, este objeto no es como fenómeno lo que es como objeto en sí. Así pues, yo no digo que los cuerpos *parecen* simplemente existir fuera de mí, o que mi alma *parece* simplemente ser dada en la conciencia que tengo

de mi mismo, cuando yo afirmo que la cualidad del espacio y del tiempo, según la cual me los represento y donde yo coloco por consiguiente la condición de su existencia, no reside más que en mi modo de intuición y no en los objetos en sí. Culpa mía sería si yo no viese más que una simple apariencia en lo que debo considerar como un fenómeno. Pero esto no sucede con nuestro principio de la idealidad de todas nuestras intuiciones sensibles; por el contrario, atribuyendo a estas formas de representación una realidad objetiva, es como se puede escapar al inconveniente de verlo todo convertido en simple apariencia.»

Pero también se cuida de afirmar repetidísimas veces que la realidad de los fenómenos no es más que una realidad empírica y no una realidad absoluta.

Ahora bien, ¿qué significa esta distinción entre realidad empírica y realidad absoluta?

La realidad empírica es una realidad condicionada, dependiente de los supuestos mismos que engendran nuestra experiencia. Es la realidad objetiva en cuanto dependiente del sujeto que la crea él mismo, objetivando, por medio de las categorías, los elementos materiales dados en la intuición. Es también realidad exterior, en cuanto la exterioridad no es sino la simple posibilidad de percibir objetos simultáneos merced a la intuición del espacio, el cual, vacío de las representaciones que lo llenan, no es en sí mismo nada. Suponer un espacio absoluto según lo suponía Newton, realmente existen en sí, e independientemente de dichas representaciones, sería hacer un uso transcendente del concepto de espacio (pues aquí sería un concepto y

no una intuición) y por consiguiente un uso indebido.

Una realidad absoluta, en cambio, sería la que correspondiese a una cosa que estuviese fuera del espacio y del tiempo, es decir, a una *cosa en sí*. Sería una realidad no fenoménica, no contingente.

Parece pues que los pensadores a que nos venimos refiriendo no han tenido en cuenta estas palabras de Kant al hacer su explicación o interpretación de la *cosa en sí*.

En efecto, en primer lugar, le asignan un sentido polémico, en virtud del cual Kant, sin atreverse a negar abiertamente la existencia de la cosa en sí, conservó tal concepto como una concesión a la filosofía pasada, personificando en él, el error común al dogmatismo racionalista y al empirismo escéptico.

Para admitir esta explicación, es necesario suponer que Kant, no tuvo el valor suficiente para rechazar y condenar este falso concepto y que cobijó en su obra a sabiendas e irónicamente, al lado de las más serias afirmaciones, una concepción falsa, sofisticada, desorientando al lector y comprometiendo para siempre la recta inteligencia de su pensamiento, cosa que no se aviene con la dignidad de su estilo.

Pero además, contra tal interpretación hay a granel, en la *Crítica*, párrafos en que se habla de la cosa en sí como de algo que completa el sentido de sus afirmaciones, como de algo que tiene una realidad absoluta, como hemos visto, y sin lo cual toda la doctrina caería por su base o resultaría inútil y ociosa.

Pero tal significación negativa ha parecido insuficiente y se ha creído necesario recurrir a otro sentido

más positivo, con lo que se pone de manifiesto la inseguridad que esta explicación ofrece a los ojos mismos de quienes la dan.

Según este significado el concepto de la cosa en sí sería un concepto límite. El límite de nuestra propia experiencia, el límite de nuestro conocimiento. Se supone que la tarea de la ciencia es interminable y que la condición del progreso científico, es que la ciencia no pueda jamás alcanzar el conocimiento último y definitivo sino que caminando de verdad en verdad, siempre tiene ante sus ojos un horizonte infinito en que a medida que marchamos no hacemos sino convencernos de que nuestra ciencia y nuestra ignorancia son una misma cosa, pues en la medida que aumenta aquella, aumenta también ésta.

El símil de Spencer, comparando el conocimiento con una esfera, cuyo interior representa lo que sabemos y cuya superficie exterior lo que ignoramos hace plástica esta idea, puesto que si aumentamos su radio, aumentará también su circunferencia, es decir, si aumenta nuestra ciencia, aumentará también proporcionalmente nuestra ignorancia, y así infinitamente.

Dejando a un lado la paradoja que implica esta conclusión, preciso se hace convenir en que esto es psicologismo. En efecto, aquí se habla de un saber humano verdadera tarea de Sísifo o suplicio de Tántalo, digno de figurar en el Infierno del Dante. Sólo al hombre cupérale tal destino por un castigo de los Dioses.

Si cuando se trataba del apriorismo de las intuiciones de espacio y de tiempo y en general de todo apriorismo, se nos vedaba concebirle como subjetivo,

advirtiéndonos que se trataba de un sistema lógico independiente de toda psicología y de toda relación con el individuo humano, ¿porque ahora, para explicar el sentido y alcance de la cosa en sí, se apela a la condición puramente humana y subjetiva del sabio, y se hace depender el porvenir de la ciencia de nuestra triste, limitada e imperfectísima naturaleza?

Ciertamente que el concepto de la cosa en sí es un concepto de límite, pero no de un límite que como la superficie exterior de la esfera de Spencer, fuese retrocediendo constantemente ante el empuje de nuestro esfuerzo intelectual. Es el concepto de un límite fijo, infranqueable como los muros de una prisión o los barrotes de una ventana. De la parte de acá, es decir de la parte del fenómeno, nuestra experiencia puede desarrollarse indefinidamente (no digamos infinitamente) más por el lado de allá, es decir, por fuera de nuestra experiencia no podemos avanzar ni un solo paso.

Esa esfera, cuyo interior queda para siempre cerrado a nuestras miradas, sin que haya el más pequeño intersticio por donde pueda pasar un rayo de luz, no está vacía. Allí se esconde el secreto de los problemas que, como confiesa muy seriamente el mismo Kant, agitan nuestro corazón de un modo más angustioso. Allí está, dice, la clave del enigma y la respuesta a la interrogación que diariamente eleva la humanidad sobre su destino y su porvenir. Allí está la solución de las cuestiones, que, si bien la razón pura, después de un trabajo dialéctico de siglos acaba por rechazar como insolubles, vuelven a presentarse a nuestra razón práctica que las acoge en

su seno y hace de ellas, tanto el principio, como el fin de su actividad.

Una lectura atenta de la obra, nos convencerá de lo que llevamos dicho. Podría multiplicarse indefinidamente las citas de los pasajes en que se habla de la cosa en sí, con el mismo significado de algo que tiene una realidad positiva, cuyo conocimiento es imposible para nosotros, empresa no realizable dentro de los límites de este ligero trabajo. Permitásenos sin embargo trasladar aquí algunas líneas del texto que por si solas nos parecen concluyentes:

En la pág. 23 de la edición Vorlaender, hablando de la facultad de conocer, dice: «que esta facultad no alcanza más que a los fenómenos y deja a un lado a la cosa en sí, *que aunque real en si misma*, permanece desconocida para nosotros».

Al final de la 27 y comienzo de la 28: «Es preciso hacer notar que si bien no podemos conocer estos objetos como cosas en sí, podemos por lo menos pensarlos como tales. De lo contrario se seguiría el absurdo de que hay apariencia (*Erscheinung*) *sin algo que aparezca*».

Más adelante, en la misma página 28: «Si la crítica no se ha equivocado enseñándonos a tomar el objeto en dos sentidos diferentes, es decir, como fenómeno y como cosa en sí».

Y en la página 29: «Esto no sucedería si la crítica no nos hubiese instruído previamente de nuestra inevitable ignorancia respecto de las cosas en sí, y si no hubiese limitado a simples fenómenos todo nuestro conocimiento *teórico*».

Los límites de este trabajo no nos consienten extendernos en más consideraciones. Un estudio serio, interpretativo de la filosofía de Kant, exigiría mucha extensión y un esfuerzo del cual quizás no sea capaz el que traza estas líneas. Lo que si se pone de manifiesto con estas controversias es que la obra del filósofo sigue inquietándonos y que no puede ser incluida todavía en el catálogo de las cosas muertas. En cuanto a su interpretación, lo mejor es seguir el consejo de Schopenhauer: «No dejéis que nadie os diga lo que contiene la *Crítica de la Razón Pura*».

**Eduardo Ovejero y Maury**

Madrid, 7 de noviembre de 1920.





PENSAMIENTOS  
SOBRE LA VERDADERA EVALUACION  
DE  
LAS FUERZAS VIVAS  
Y  
CRÍTICA DE LAS PRUEBAS  
DE QUE SE  
VALIERON LEIBNIZ Y OTROS MECÁNICOS  
EN ESTE PROBLEMA  
CON OTRAS  
OBSERVACIONES REFERENTES  
A LA  
FUERZA DE LOS CUERPOS EN GENERAL

---



## PRÓLOGO

---

Nihil magis praestandum est,  
quam ne pecorum ritu sequamur  
antecedentium gregem,  
pergentes, non qua eundum est  
sed qua itur.

*Seneca de vita beata. Cap. 1.*

### I

Creo tener motivos para pensar, que el juicio de las personas a quienes voy a lanzar estas páginas, no considerará como falta, la libertad que me tomo de contradecir la opinión de ciertos grandes hombres. Hubo un tiempo en que de tal empresa se podían temer grandes males, pero yo me complazco en creer que estos tiempos pasaron ya, y que la inteligencia humana ha sacudido las cadenas que la ataban a la ignorancia y a la admiración incondicional. Hoy en día podemos atrevernos a no tener en nada el nombre y la opinión de Newton y de Leibniz, cuando se oponen al descubrimiento de la verdad y a no doblegar la cerviz más que al yugo de la inteligencia.

## II

Cuando yo refuto las ideas de un Leibniz, de un Wolf, de un Herrmann, de un Bernoulli, o de un Bülfinger etc., y doy la preferencia a las mías, no quisiera tener jueces más severos que ellos mismos; pues se que si condenaban mis opiniones no condenarían mi intención. No se podría hacer mayor elogio de estos hombres que decir que ante ellos, se podría criticar todas las opiniones libremente, sin excluir la suya. Un juicio de esta naturaleza aunque con otra ocasión, sería para un grande hombre de la antigüedad muy digno de alabanza. Timoleón fué en otro tiempo, a pesar de los merecimientos que por la libertad de Siracusa había alcanzado, conducido ante los jueces. Estos indignáronse ante la presunción de su acusador. Pero Timoleón juzgó el asunto de otra manera. Tal acto no debía desagradar a un hombre que ponía sobre todas las cosas la libertad de su patria. Defendía a aquellos mismos que se valían de la libertad aún contra él. La antigüedad toda aplaudió esta conducta.

Después de tantos y tan grandes esfuerzos como ha costado y cuesta la libertad del pensamiento humano a los más grandes hombres, ¿habremos de temer que miren con desagrado los resultados de esta libertad?

## III

Pienso servirme de esta moderación y benevolencia en provecho mio. Pero solo la utilizaré allí donde vaya

acompañada de la marca del mérito y de una ciencia más excelente. Hay sin embargo una gran cantidad de personas sobre las cuales todavía el prejuicio y la reputación de los grandes hombres ejerce una influencia nefasta. Estas personas, que desearían aparecer como árbitros en las ciencias, parecen tener la especial habilidad de juzgar un libro sin haberle leído. Para obtener su censura o aprobación basta mostrarles el título de una obra. Si el autor es desconocido, y carece de nombre y antecedentes, el libro carece de valor y será perder el tiempo entretenerse en su lectura; y mucho más si se propone grandes empresas, como la de censurar o criticar a los grandes hombres, o mejorar las ciencias y aumentar el número de las ideas en el mundo. Si yo tuviere que presentarme ante esta clase de jueces, me vería en trance muy apurado. Pero es cosa que me inquieta muy poco. Pues la multitud, vive fuera del Parnaso, y no tiene voz ni voto en estas cosas.

#### IV

El prejuicio es cosa muy humana, gran socorro de la poltronería y del amor propio, cualidades que no desaparecerán sino con la humanidad. El que está dominado por el prejuicio, encumbra a ciertos hombres, que en vano sería, por otra parte querer empequeñecerlos y rebajarlos, a una altura insuperable. Esta preferencia cubre a todos los demás con la apariencia de una perfecta igualdad y no deja percibir la diferencia que entre éstos existe midiéndolos a todos con el mismo rasero, y

ahorrándose de este modo la molestia de ver como somos aventajados por aquellos mismos que no rebasan el límite de la medianía.

Mientras dure la vanidad humana, se conservarán en el mundo los prejuicios, que es lo mismo que decir que durarán siempre.

## V

No me detendrá, en el curso de este trabajo, ningún escrúpulo, cuando se trate de refutar las opiniones de los hombres célebres, en lo que a mi entendimiento se les represente como falsas. Esta libertad me atraerá muchos odios. La gente es muy inclinada a creer que aquel que en uno o en otro caso cree tener un conocimiento más exacto de una cosa que cualquier sabio, se considera por encima de éste. Yo me atrevo a decir que esta opinión es muy engañosa y que aquí realmente es equivocada.

No existe, en la perfección de la inteligencia humana, la proporción y semejanza que existe en el cuerpo. Tratándose de éste, es posible deducir, de las dimensiones de algunos miembros, las dimensiones del conjunto; pero en las facultades del entendimiento ocurre otra cosa muy diferente. La ciencia es un cuerpo irregular sin proporción ni uniformidad. Un sabio de dimensiones enanas supera a menudo, en esta o la otra parte del conocimiento, a otro que, en el conjunto de sus conocimientos, aventaja considerablemente al primero. La vanidad de los hombres no se extiende tan lejos que no vean estas diferencias y no sepan distinguir

lo que se refiere a una verdad particular y lo que a la consideración general del mérito de un hombre corresponde; por lo menos yo puedo decir que se me trataría injustamente haciéndome este reproche.

## VI

Los hombres no son tan insesatos que crean que un grande hombre no está nunca expuesto a equivocarse. Pero que un escritor de menos categoría y de menos fama, haya podido precaverse de un error de que toda la sutileza de un grande hombre no le ha podido preservar, es lo que no admiten tan facilmente. Ocúltase mucha presunción en estas palabras: La verdad, que los más grandes maestros del pensamiento no han podido descubrir, la he descubierto yo. No me atrevo a apropiarme estas palabras desde ahora, pero tampoco renuncio al derecho de pronunciarlas en alguna ocasión.

## VII

Tengo la convicción de que a veces, es provechoso tener una noble confianza en nuestras propias fuerzas. Esta seguridad fortalece nuestros esfuerzos y nos da cierta energía muy necesaria en la investigación de la verdad. Si llegamos a la persuasión de que podemos confiar en nuestras observaciones y de que es posible cojer a un señor Leibniz en falta, podremos hacer valer mejor nuestras conjeturas. Un extravío afortunado pue-

de ser más provechoso para la verdad, que mil leguas de camino real.

En esto me fundo yo. Tengo ya trazado mi camino, le seguiré y náda podrá separarme de la ruta emprendida.

## VIII

Hay todavía un reproche que se me hará y al cual debo adelantarme. Muchas veces parecerá que hablo en el tono de un hombre que está muy seguro de lo que dice y que no teme la contradicción ni cree posible equivocarse. No soy tan vanidoso que crea estar a cubierto de un espejismo; pues después de tantos pasos en falso como la inteligencia humana ha dado en todos los tiempos, no es deshonra errar. Otra es mi intención. El lector de estas páginas ya está, sin duda, preparado, por tanto como se ha escrito en estos tiempos sobre las fuerzas vivas, para comprenderlas. Sabe lo que se ha pensado en esta materia antes de que Leibniz publicase sus teorías, y el pensamiento de este pensador ya debe de serle conocido. Indefectiblemente estará influído por los razonamientos de una de las dos escuelas, y de presumir es que sea partidario de la escuela de Leibniz, tan extendida por Alemania. En tal estado de ánimo leerá estas páginas. Los apologistas de las fuerzas vivas habrán prendido toda su alma en el encanto de las pruebas geométricas. Por consiguiente considerará mis proposiciones como dudosas, y en el caso más feliz con un género de duda que el tiempo se encargará de resolver y que

no será obstáculo a la verdad. Sin embargo, yo deberé poner a contribución toda mi habilidad para encadenar la atención del lector algo más. Debo presentarle con toda claridad la convicción que mis pruebas me proporcionan para que se fije en las razones que me inspiran esta seguridad.

Si yo presentase mis pensamientos de una manera dubitativa, el público no se mostraría propicio a tomarlos en cuenta contra las verdades aceptadas con aplauso, aunque las objeciones que yo presentase contra ellas no fueran fáciles de refutar.

Un escritor suele sugestionar al lector insensiblemente con astucia, y colocarle en aquellas condiciones espirituales en que él se halla al escribir su obra. En consecuencia, yo preferiría, a ser posible, comunicarle antes la persuasión que la duda; pues aquélla sería para mí, y quizá para la verdad, más provechosa que ésta. Este es el único arte que yo no tengo derecho a menospreciar para reestablecer el equilibrio de la balanza tan comprometido por el prestigio de los grandes hombres.

## IX

Una última objeción que no quiero soslayar es la acusación de descortésia. Se me dirá que podía haber tratado a aquellos varones a quienes refuto con más reverencia. Se me reprochará el no haber expuesto mis juicios con un poco más de suavidad. Que no debía haber calificado las opiniones de mis atacados de errores, falsedades, alucinaciones. La dureza de tales expresio-

nes parece rebajar los nombres de aquellos contra quienes van dirigidas. En los tiempos de la distinción, que también lo eran de la aspereza de costumbres, se habría contestado que las opiniones se deben de juzgar separadamente de los méritos personales de quienes las sostiene. La cortesía de este siglo me impone, sin embargo, otra ley. No tendría yo disculpa si la forma de mis expresiones lastimase la estimación que exigen de mí los merecimientos de los grandes hombres. Pero estoy seguro de que no ocurrirá esto. Cuando revelamos manifiestos errores, debemos considerarlos más como una desgracia de la humanidad que como una falta de los hombres, y adularíamos a la humanidad en las persona de sus grandes hombres si quisieramos considerarlos completamente por encima de ella. Un grande hombre que levanta una construcción intelectual, no puede repartir su atención de modo igual por todas las partes del edificio. Ha considerado especialmente una de sus partes y no es maravilla si en las restantes se encuentra alguna falta que tal vez habría evitado si hubiese puesto especialmente su atención en ella.

Quiero confesar la verdad sin rodeos. No tengo inconveniente en calificar de errores y falsedades aquellas proposiciones que, en mi consideración, aparecen con estos caracteres, y ¿por qué había yo de ocultar en mis escritos esta mi opinión, y parecer que pienso lo que no pienso o lo que el mundo vería con gusto que pensase?

Y para hablar en general, no me avengo facilmente a esas ceremonias que consisten en suavizar las expresiones y ponerlas el sello de la humanidad; tal obliga-

ción me pondría en grande apuro en lo que a la elección de las palabras se refiere y me obligaría a apartarme del verdadero sendero de la especulación filosófica. Por eso, con ocasión de estos preliminares, quiero rendir público testimonio de estimación y admiración hacia los grandes maestros de nuestros conocimientos, los cuales me honran al ser elegidos por mi como contricantes y a quienes la libertad de mis juicios no puede ofender en lo más mínimo

## X

Después de los diferentes prejuicios de que creo haberme libertado, queda uno al cual pienso que se deba lo que en mi libro pueda hallarse de convincente. Si muchos grandes hombres de reconocida perspicacia y juicio, llegaran a afirmar una misma proposición, ya por los mismos o por diferentes caminos, ha de tenerse el caso, por una conjetura mucho más probable de la legitimidad de sus razonamientos que el juicio que un mediano escritor pudiese formar acerca del valor de aquellos. De aquí la necesidad de hacer la acusación especialmente clara y patente, componiéndola de modo que si por acaso se cometiese un razonamiento vicioso se echase de ver enseguida; pues se supone que si hay error, antes lo advertirá el más ingenioso. Débese pues, conducir la investigación tan clara y llanamente como sea posible para que en la medida de nuestras facultades nos sea más fácil advertir la luz y la legitimidad que a otros más perspicaces en una más embrollada.

De esta observación he hecho yo ley para mi conducta, como se podrá advertir en el curso de la obra.

## XI

Antes de terminar este prólogo, quiero dar sucinta cuenta del estado de la disputa sobre el problema de las fuerzas vivas.

Leibniz no ha considerado las fuerzas vivas en todos los casos en que ante todo las presenta al público. Los comienzos de una opinión son especialmente fáciles, sobre todo cuando se trata de una opinión que va acompañada de algo tan atrevido y singular como la valoración por el cuadrado. Tenemos ciertas experiencias muy vulgares por las cuales percibimos: que un movimiento efectivo, por ejemplo, un golpe o un choque, lleva en si siempre mayor fuerza que una simple presión, aun cuando sea de igual violencia. Esta observación fué quizá el gérmen de un pensamiento que, en manos de Leibniz no había de ser estéril y que le había de servir para construir uno de los más célebres edificios.

## XII

Hablando en general, la cuestión de las fuerzas vivas, es de tal naturaleza, que por decirlo así, en todo tiempo estaba destinada a extraviar a la inteligencia. La fuerza de la gravedad vencida, la materia desplazada, los resortes apretados, las masas movidas a diferentes velocidades según el movimiento compuesto,

todo conspiraba de manera singular, para dar visos de verdad a la valoración por el cuadrado. Hubo un tiempo en que la multiplicidad de las pruebas sustituyó a la perspicacia y claridad. Este tiempo lo han renovado los partidarios de las fuerzas vivas. Cuando sienten debilitarse su convicción por alguno de sus argumentos, redoblan su aplauso por la sospechosa verdad que sin embargo les hace señas por todos sus lados, y no permiten claudicación alguna.

### XIII

Más difícil es decir de que lado se inclina la victoria en la cuestión de las fuerzas vivas. Los dos Bernoulli, Leibniz y Herrmann, que están a la cabeza de los filósofos de su patria, no pueden ser vencidos por la autoridad de los demás sabios de Europa. Estos hombres, que tienen en su mano todas las armas de la geometría son los únicos que han podido mantener una opinión que quizá no se hubiera podido sustentar en manos de defensores menos prestigiosos.

Tanto los partidarios de Cartesio como los de Leibniz han hallado para sus opiniones todos los argumentos de que es capaz ordinariamente el entendimiento humano. Por ambas partes se ha protestado únicamente de las preocupaciones del adversario y cada partido ha creído que su opinión quedaría al abrigo de toda duda, con solo que el enemigo se tomase la molestia de equilibrar sus humores.

Sin embargo se nota una cierta diferencia en la manera como los partidarios de las fuerzas vivas tratan

de conducirse y los cartesianos. Estos se consagran solamente a estudiar los casos sencillos en que la diferencia entre la verdad y el error es ligera y fácil de descubrir, aquéllos por el contrario hacen sus pruebas tan oscuras y embrolladas como pueden, y sálvanse por medio de la oscuridad y la noche de una situación que no podrían sostener tan fácilmente a la luz del día.

Los leibnicianos tienen, es verdad, casi todas las experiencias de su parte; ésta es quizá la única ventaja que poseen contra los cartesianos. Poleni, Gravesande y van Musschenbroeck se han servido de esta ventaja, y sus consecuencias hubieran sido enormes si la hubieran empleado rectamente.

En este prólogo no hago mención alguna de aquellas razones que pienso emplear en el problema de las fuerzas vivas. Este libro no tiene más esperanza de ser leído que la que pudiera fundarse en su brevedad; fácil le será al lector formarse él mismo la idea de conjunto.

Si yo debiera confiar un tanto en mis propias fuerzas, diría que mis opiniones bien pudieran contribuir a borrar la división que se ha suscitado entre los geómetras de Europa. Pero esta presunción sería vana; el juicio de un hombre en ninguna parte vale menos que en sus propias obras. No estoy tan apasionado hacia los míos para diputarlos por los más excelentes, cediendo a un prejuicio del amor propio. Sin embargo, sea de ello lo que quiera, me atrevo a decir con seguridad que esta disputa, o acabará enseguida o no acabará nunca.

## NOTICIA DE LA OBRA

---

La obra que, a continuación, ofrecemos al lector, es la primera publicación de Kant. Vió la luz en el año 1746, cuando su autor contaba veintidós años.

Sacamos a la luz pública la presente disertación persuadidos de que los admiradores del autor de la *Crítica de la Razón Pura* verán con interés este primer destello del alborar de una magna inteligencia.

Por lo demás, aparte su valor histórico, el asunto que en ella se debate nos revela un aspecto del filósofo, poco conocido, y muy interesante en el momento actual en que tan fuerte conmoción han sufrido los fundamentos clásicos de la física a consecuencia de las nuevas teorías y de los recientes descubrimientos.

---



## PRIMERA SECCION

---

# DE LAS FUERZAS VIVAS EN GENERAL

---

### I

#### Cada cuerpo tiene una fuerza esencial

Como creo que contribuirá mucho al propósito que me guía de dar al lector una idea clara y distinta sobre la doctrina de las fuerzas vivas, el establecer aquí algunos conceptos metafísicos sobre las fuerzas de los cuerpos en general, paso inmediatamente a exponerlos.

Se dice que un cuerpo que está en movimiento tiene una fuerza. Vencer obstáculos, oprimir resortes, desplazar masas, todo esto se denomina comunmente: obrar. Si no alcanzásemos más allá de lo que nuestros sentidos nos muestran tendríamos a estas fuerzas por algo que se les comunica a los cuerpos desde fuera y que no tienen cuando están en reposo. La mayor parte de los pensadores anteriores a Leibniz eran de esta opinión, exceptuando a Aristóteles. Se cree que la oscura entelequia de este hombre era el secreto del obrar de los cuerpos. Los escolásticos que siguieron a Aristóteles no comprendieron el problema y quizá estaba puesto de modo que nadie lo podía comprender. Leibniz a quien tanto debe la razón humana, enseñó que a los cuerpos les asiste una fuerza, esencial en ellos, anterior a la extensión misma. Est aliquid praeter extensionem, imo extensione prius; estas son sus palabras.

## II

### **Leibniz llamaba a esta fuerza de los cuerpos, en general, fuerza operativa.**

Su inventor bautizó a esta fuerza con el nombre general de fuerza operativa. Debiera habersele seguido en sus desarrollos metafísicos; pero se quiso determinar más precisamente esta fuerza. Los cuerpos, se dijo, tienen una fuerza motora, la cual no se manifiesta de otra manera que engendrando movimientos. Cuando un cuerpo hace presión, impulsa al movimiento, pero solo se manifiesta la fuerza, cuando el movimiento se actualiza. Pero yo afirmo que si se atribuye al cuerpo una fuerza motora esencial (*vim motricem*) se incurre en cierto modo en aquella sutileza en que incurrieron los escolásticos cuando en la investigación de las razones del frío y del calor, se refugiaban en una *vi calorifica o frigifacientē*.

## III

### **Esta fuerza esencial, se debía denominar, antes una *vim activam* en general que una *vim motricem* de los cuerpos**

No se habla con propiedad cuando se hace del movimiento un modo de acción y se le atribuye en consecuencia una fuerza especial del mismo nombre. Un cuerpo que presenta la menor resistencia posible, hasta el punto de casi no tener fuerza activa, posee el maximum de movimiento. El movimiento no es más que el fenómeno exterior del estado de un cuerpo, que no obra, pero que se esfuerza por obrar; pero cuando pierde repentinamente su movimiento por la interposición de otro cuerpo, en el momento en que es puesto en reposo es cuando empieza a obrar. Por consiguiente no se

debería denominar la fuerza de una sustancia, aquello que no produce ningún efecto, y menos aún decir de los cuerpos que obran en estado de reposo (por ejemplo de una bola que oprime la mesa en que se encuentra por su pesantez), que se esfuerzan por moverse. Pues como en este caso no obrarían cuando se moviesen, debería decirse: mientras un cuerpo obra tiene una tendencia a llegar a un estado en que deje de obrar. Por lo tanto se debería llamar a la fuerza de un cuerpo más bien una *vim activam* en general, que una *vim motricem*.

#### IV

### Como puede ser explicado en general el movimiento de las fuerzas operativas

Nada más fácil que derivar, del concepto general de fuerza activa el origen de lo que llamamos movimiento. La sustancia A cuya fuerza es determinada como obrando fuera de sí (esto es, como cambiando el estado interior de otras sustancias) o encuentra en el primer momento de su esfuerzo un objeto que sufre toda su impulsión o no lo encuentra. Si toda sustancia lo encontrase, no notaríamos ningún movimiento, ni llamaríamos con este nombre la fuerza de los cuerpos. Pero si la sustancia A en el momento de desplegar su esfuerzo no pudiese emplear toda su fuerza, emplearía solo una parte de ella. Pero el resto de su energía no puede quedar sin empleo. Debe emplearse toda ella, pues si no tuviese aplicación dejaría de llamarse fuerza. Y puesto que los efectos de esta aplicación no se hacen notar en los estados coexistentes o simultáneos del mundo, deberán manifestarse en la segunda división de los mismos o sea en la serie sucesiva de las cosas. El cuerpo, empleará su fuerza por consiguiente no de una vez sino poco a poco. Pero puede en los momentos siguientes no obrar en la misma sustancia, en que había empezado a obrar, pues esta sufría solamente la primera parte de su fuerza, no siendo capaz de admitir la segunda; por lo tanto A obra poco a

poes y continuamante sobre otras sustancias. Pero la sustancia C, en la cual obra en el segundo momento, debe mantener, con respecto a A, otra relación de lugar y situación que B, en la cual obraba al principio; pues, de lo contrario, no habría razón ninguna para que, desde el principio, A no hubiese obrado tanto en la sustancia C como en la sustancia B. Del mismo modo, las sustancias en que en los momentos siguientes obra, tiene cada una una diferente situación respecto del primer lugar del cuerpo A, es decir, A cambia su lugar mientras obra sucesivamente.

## V

### **Dificultades que surgen en la doctrina del influjo del cuerpo sobre el alma, si no se atribuye a éste otra fuerza que la *vim motricem*.**

Como no comprendemos claramente lo que un cuerpo hace cuando obra en estado de reposo, nos referimos siempre al movimiento que se seguiría si la resistencia desapareciese. Bastaría servirse del mismo para tener una señal exterior de lo que en el cuerpo sucede y que no podemos ver. Pero, comúnmente, el movimiento es considerado, como el efecto de la fuerza, cuando ésta se manifiesta rectamente, y la única consecuencia de la misma. Y como es fácil, de este pequeño rodeo volver a encontrar el concepto justo, no se debió pensar que tal error fuese de gran importancia; pero lo es de hecho, aunque no lo sea en la Mecánica y en la Ciencia natural, pues precisamente por esto es tan difícil representarse en Metafísica, cómo la materia puede producir representaciones en el espíritu del hombre de una manera eficaz (esto es, por el influjo físico). ¿Qué hace la materia, se dice, sino producir movimientos? De aquí se deduciría todo lo mas que el alma fuese movida de su sitio; pero ¿cómo es posible que la fuerza, que sólo produce movimientos, pueda engendrar ideas y representaciones. Son éstas cosas tan radicalmente diferentes, que no se comprende cómo puede ser la una el origen de la otra.

## VI

### **Dificultad que surge cuando se trata del efecto del alma sobre el cuerpo, y cómo ésta puede ser orillada por la concepción de una *vis activae* general.**

Una dificultad semejante surge cuando se trata de saber si también el alma tiene poder para poner a la materia en movimiento. Pero las dos dificultades desaparecen, y el influjo físico se ilumina de repente, si ponemos la fuerza de la materia no a cuenta del movimiento, sino a cuenta de los efectos en otras sustancias que no se pueden determinar más precisamente, pues la pregunta de si el alma puede causar movimientos, es decir, si tiene [una fuerza motora, se transforma en ésta: si su fuerza esencial para producir un efecto] exterior puede ser determinada, esto es, si es capaz de obrar exteriormente en otros seres y de producir movimientos en ellos. Esta pregunta puede ser contestada de un modo decisivo en la siguiente forma: el alma puede obrar de este modo al exterior porque ocupa un lugar, pues cuando analizamos el concepto de lugar encontramos qué significa la acción de las sustancias unas sobre otras. Esta pequeña confusión de conceptos fué solamente lo que impidió a un ingenioso escritor asegurar el triunfo del influjo físico sobre la armonía preestablecida, confusión que se disipa en cuanto se considera la cosa con un poco de atención.

**Si se concibe la fuerza de los cuerpos en general como una fuerza activa se comprenderá fácilmente, como la materia puede determinar en el alma ciertas representaciones.**

También es fácil comprender la especie de frase paradójica siguiente: cómo es posible que la materia, de la cual se cree que no puede producir más que movimientos, imprime en el alma ciertas

representaciones e imágenes. Pues la materia que es puesta en movimiento, obra sobre todo lo que está ligado con ella por el espacio, incluso sobre el alma; esto es, cambia el estado interior de la misma en cuanto se refiere al aspecto exterior. Ahora bien, el estado interior del alma no es otra cosa que el conjunto de todas sus representaciones y conceptos, y en cuanto dicho estado se refiere a lo exterior, se llama *status repræsentativus universi*; de aquí que la materia cambie, por medio de su fuerza, el estado del alma por el cual ésta se representa el mundo. De este modo se comprende cómo puede imprimir representaciones en el alma.

## VII

### **Pueden realmente existir cosas que no se hallen en ningún lugar del mundo.**

Es difícil no divagar en una materia de tan amplia extensión; pero yo quiero ceñirme únicamente a lo que sobre la fuerza de los cuerpos me propongo decir. Como todas las relaciones y nexos de sustancias exteriores, las unas a las otras, proceden de los diferentes efectos que sus fuerzas ejercen una sobre otras, se comprende qué clase de verdades pueden derivarse de este concepto de la fuerza. Una sustancia, o está exteriormente en relación o contacto con otra, o no lo está. Como una esencia particular a cada sér es la fuente completa de todas sus determinaciones, no es necesario para su existencia que esté en relación con otras cosas. De aquí que puedan existir sustancias que no tengan ninguna relación exterior con otras, ni estén en una conexión real con ellas. Y como sin enlace exterior, situación y relaciones no puede haber lugar, así puede suceder que una cosa exista realmente y, sin embargo, no se encuentre en ningún lugar del mundo. Esta proposición paradójica, si bien es una consecuencia, y, por cierto, una consecuencia muy obvia de verdades conocidísimas, no ha sido advertida por nadie, que yo sepa. Pero de

la misma fuente se derivan también otras afirmaciones que no son menos extrañas y que el entendimiento no tiene más remedio que admitir, aun contra su voluntad, por decirlo así.

## VIII

### **Para un entendimiento rectamente metafísico, es verdad que puede existir más de un mundo.**

Como no se puede decir que una cosa sea una parte de un todo si no tiene alguna conexión con las demás partes (pues, de lo contrario, no habría diferencia entre una unión real y una unión imaginaria), como al mismo tiempo el mundo es un sér realmente compuesto, una sustancia que no tuviese relación alguna con ninguna de las cosas de este mundo, y que, por consiguiente, no perteneciese al mundo, sería algo puramente imaginario, es decir, no formaría parte de este mundo. Si existiesen cosas de tal naturaleza que no tuviesen relación con ningún objeto del mundo, pero que tuvieran relación entre sí, constituirían un mundo aparte. Por consiguiente, no se habla rectamente cuando se enseña que para un entendimiento metafísico no puede existir más que un mundo. Es realmente posible que Dios haya creado millones de mundos, aun en sentido metafísico; pero queda por decidir si realmente existen o no. El error cometido en este punto procede, indudablemente, de que no se ha puesto bastante cuidado en la explicación del mundo. Pues la definición de éste contiene sólo aquellas cosas que están en una relación positiva con otras (1); pero el teorema olvida esta limitación, y habla de todas las cosas existentes en general.

---

(1) *Mundus est rerum omnium contingentium simultanearum et successivarum inter se conexarum series.*

## IX

**Si estas sustancias no tuviesen ninguna fuerza que obrase exteriormente, no habría extensión, ni por consiguiente espacio.**

Es fácil demostrar que no habría espacio ni extensión, si las sustancias no tuviesen ninguna fuerza que obrase exteriormente. Pues sin ella no habría conexión alguna, ni orden alguno, ni por consiguiente espacio de ninguna clase. Pero más difícil es comprender como, de la ley según la cual, esta fuerza de las sustancias obra al exterior, se engendra la pluralidad de dimensiones del espacio.

### **La razón de las tres dimensiones del espacio, es aún desconocida.**

Como quiera que en la demostración que Leibniz hace en cierta parte de su Teodicea, basada en el número de líneas que desde un punto se pueden trazar en ángulo recto unas con otras, veo un círculo vicioso, he pensado que se pueden explicar las tres dimensiones de la extensión basándonos en lo que ocurre con las potencias de los números. Las tres primeras potencias de los números son muy sencillas y no se pueden reducir a otras; pero la cuarta, o sea, el cuadrado del cuadrado, no es nada más que una repetición de la segunda potencia. Por bien que parezca explicar, esta propiedad de los números, las tres dimensiones del espacio, sin embargo, en la práctica esta explicación es insostenible. Pues la cuarta potencia es, en cuanto nos podemos representar el espacio por la imaginación, un absurdo. En geometría no se puede multiplicar el cuadrado por sí mismo, ni la raíz por su raíz; de aquí, que la necesidad de las tres dimensiones no descansa en que si se establecen varias no se hace más que repetir las anteriores (como sucede con las potencias de los números), sino en otra clase de necesidad que aún no estoy yo en estado de explicar.

X

**Es probable que las tres dimensiones del espacio provengan de la ley según la cual las fuerzas de los cuerpos obran unas sobre otras.**

Como todo lo que en una cosa aparece, debe ser derivado de la razón esencial de dicha cosa, las cualidades de la extensión, y con ellas las tres dimensiones del espacio deben derivarse de las propiedades de la fuerza que las sustancias poseen en relación con las cosas con que se conexionan. La fuerza con la que una sustancia obra con relación a otra, no puede ser pensada sin una cierta ley, la cual se manifiesta en la forma de su producción. Como la forma de la ley, según la cual las sustancias obran las unas sobre las otras, debe determinar también la clase de conexión y composición de muchas de las mismas, la ley, según la cual, una colección de sustancias (esto es, un espacio), debe ser medida o dividida, o sea las dimensiones del espacio provendrán de las leyes según las cuales las sustancias, por medio de sus fuerzas esenciales se conducen las unas con las otras.

**Las tres dimensiones del espacio parecen explicarse pensando que las sustancias, en el mundo existente, obran unas sobre otras de tal modo que la cantidad de acción es inversa al cuadrado de las distancias.**

Con arreglo a lo expuesto, creo que las sustancias, en el mundo real, del cual nosotros formamos una parte, tiene ciertas fuerzas esenciales que al ponerse en relación las unas con las otras, ejercen su acción según la doble relación inversa de las distancias; en segundo lugar, que el todo, que de aquí resulta, tiene por efecto de esta ley, tres dimensiones; en tercer lugar, que esta ley es arbitraria y que Dios hubiera podido establecer otra, por ejemplo, la de la triple relación inversa; y finalmente, que de otra ley hubiera sido engendrado un espacio de otras propiedades. Una ciencia de todas estas clases de espacios sería la más alta geometría que concibiera el en-

tendimiento. La imposibilidad que encontramos en nosotros de concebir un espacio de más de tres dimensiones, creo yo que ésta fundada en que nuestra alma, recibe las impresiones exteriores según la ley de la doble relación inversa de la distancia, y en que por su naturaleza está hecha de modo que no sólo recibe sus impresiones según esta ley, sino que también obra al exterior según ella.

## XI

### Condición bajo la cual es probable que existan muchos mundos.

Si es posible que haya espacios de más de tres dimensiones, es muy probable que Dios los haya creado en alguna parte. Pues sus obras tienen toda la grandeza y variedad que sólo ellas pueden poseer. Espacios de esta clase no podrían estar en relación con el nuestro, por lo que constituirían un mundo aparte. Ya he demostrado anteriormente que pueden existir varios mundos aún en sentido metafísico, pero hay una condición única, según la cual pudieran existir esos mundos. Pues si sólo fuese posible la existencia de espacios de tres dimensiones, los otros mundos hubieran podido ser relacionados con éste, porque poseerían espacios de una misma clase. Y surgiría la pregunta de por qué Dios había de haber aislado unos mundos de otros, siendo así que su unión hubiera dado mayor perfección a su obra; pues cuanta más unión, es decir, cuanta mayor armonía y correspondencia hubiera en el mundo, mayor perfección habría, dado que la separación y el vacío son contrarios a la ley del orden y de la perfección. Por consiguiente, no es probable que existan muchos mundos (aún cuando en sí sea posible), si bien puedan existir muchas clases de espacio.

Estos pensamientos pueden ser el bosquejo de una consideración que me reservo. Pero no he de negar que los voy exponiendo conforme se me ocurren, sin asegurar su certeza por una más detenida investigación. Estoy, pues, dispuesto a desecharlos si un más maduro juicio me hiciera ver su flaqueza.

## XII

### **Algunos metafísicos afirman que los cuerpos, mediante su fuerza apetecen el movimiento en todas direcciones.**

La novísima ciencia del mundo ha establecido ciertos conceptos acerca de la fuerza de los cuerpos que no podemos aceptar en manera alguna. Se dice de estos que están apeteciendo constantemente el movimiento en todas direcciones. Además del error que este concepto lleva consigo, como ya hemos demostrado al principio, encierra además otro del que quiero hablar ahora. Si la fuerza es un impulso constante a obrar, sería manifiesta contradicción el decir que esta tendencia de la fuerza hacia las cosas exteriores era algo completamente indeterminado. Pues por definición la fuerza sería la tendencia a obrar sobre las cosas exteriores; y es más, según la doctrina de los más recientes metafísicos obra realmente en las mismas. De aquí se deduce que los que con más propiedad hablan, son los que dicen que la fuerza se dirige más bien en todas direcciones, y no los que la consideran como algo completamente indeterminado respecto a su dirección. El célebre Hamberger, afirmaba por esto que la fuerza sustancial de las mónadas tiende hacia todas partes con igual apatito de movimiento y que, por lo tanto, permanece en reposo como una balanza, por presiones contrarias.

## XIII

### **Primera objeción contra esta doctrina.**

Según este sistema, el movimiento nace cuando el equilibrio entre dos opuestas tendencias se rompe, y el cuerpo se mueve en la dirección de la tendencia más poderosa con el exceso de fuerza que presenta esta sobre la otra. Es verdad que ésta explicación satisface

a nuestra imaginación en este caso, pues el cuerpo que mueve avanza siempre con el que es movido. Pues este caso es semejante a aquel en que alguien se apoyase con una mano sobre uno de los dos platillos de una balanza y de este modo provocase el movimiento del otro platillo. Pero un cuerpo, al cual se ha comunicado el movimiento por un choque, prosigue moviéndose en la misma dirección indefinidamente, a pesar de que la fuerza deje de actuar sobre él. Pero según la doctrina que combatimos no podría proseguir su movimiento, sino que tan pronto como el cuerpo que determinó el choque cesase de obrar sobre él, volvería al reposo. Pues si las tendencias de la fuerza de los cuerpos dirigidas en todas direcciones son inseparables de su sustancia, el equilibrio de estas tendencias se reestablecería en el momento, en que la fuerza exterior, que se había opuesto a una de estas tendencias, cesara de actuar.

#### XIV

### Segunda objeción.

Pero no es esta la única dificultad. Como las cosas deben ser determinadas, las tendencias al movimiento que experimentan las sustancias en todas direcciones, deben tener un cierto grado de intensidad. Pues no pueden ser infinitas; y como una tendencia a obrar que no es infinita es imposible sin un cierto grado de esfuerzo, de aquí que como el grado de intensidad es finito y determinado, se diga: que un cuerpo A, que recibe un choque de una masa que encierra una fuerza tres veces mayor que los esfuerzos o tendencias al movimiento que este tiene en la fuerza esencial de su sustancia, tomará del que produce el choque solo la tercera parte de su velocidad por su *vim inertiae*; pero no obtendrá tampoco mayor velocidad que la equivalente a la tercera parte de la velocidad del cuerpo motor. Por consiguiente, efectuado el choque, A como cuerpo que le produce deberá moverse con dos grados de velocidad, y B solo con un grado, en la misma dirección. Como el cuerpo B está en el

camino de A y no toma más velocidad de la que necesita, para que no se paralice el movimiento de A, porque aquel retarda a este a pesar de su velocidad y no por medio de ella, A se moverá realmente en la dirección AC (Tabl. I. fig. I) con la velocidad 2, pero B, que está en el camino de A, se moverá en la misma dirección con la velocidad I, y ambos movimientos se efectuarán sin impedimento alguno. Pero esto es imposible, a no ser que se supusiese que A penetrase a B, lo que es un absurdo metafísico (1).

## XV

### Doble división del movimiento

Tiempo es de que yo ponga fin a esta introducción metafísica. Pero no puedo menos de añadir una observación que estimo indispensable para comprender lo que ha de seguir. Los conceptos de presión muerta y de la cantidad de la misma, que encontramos en mecánica, los supongo conocidos por el lector, y, en general, no pienso tratar en estas páginas de todo lo referente a la doctrina de las fuerzas muertas y vivas; lo único que haré, será algunas ligeras consideraciones que me parecen nuevas y son indispensables para mi propósito de perfeccionar la doctrina de las fuerzas de Leibniz. Yo divido todos los movimientos en dos clases. Una de ellas tiene la propiedad de conservarse en los cuerpos a que se comunica y perdurar en ellos mientras no encuentren ningún obstáculo. La otra es un efecto constante de un impulso que actúa continuamente, que no necesita ninguna resistencia para ser destruído, sino que está fundado en las fuerzas exteriores y que desaparece en el momento

---

(1) Esto se comprenderá más claramente, si se considera que el cuerpo A a consecuencia del choque se coloca en C, cuando B no ha alcanzado aún el punto D, que divide en dos mitades iguales la línea AC; tenía que haberle penetrado, pues de lo contrario no hubiera podido obtener ventaja sobre él.

mismo que cesan estas fuerzas. Ejemplo de la primera clase son las balas disparadas y todo cuerpo arrojado; de la segunda, el movimiento de una bola empujada suavemente con la mano, o de cualquier otro cuerpo que es empujado o arrastrado con velocidad moderada.

## XVI

### **Los movimientos de la primera clase no son diferentes de la presión muerta.**

Se comprende fácilmente sin necesidad de una profunda consideración metafísica, que la fuerza que se manifiesta en la primera clase de movimiento, en comparación con la de la segunda, tiene algo de infinito. Pues ésta se destruye en parte y aun cesa repentinamente en cuanto el cuerpo se sustrae a ella; por lo que podemos considerarla como si [estuviese desapareciendo y engendrándose de nuevo en cada momento. En cambio la otra parece como un manantial interior, como una fuerza perdurable que produce su efecto en un tiempo sucesivo. Con respecto a aquella es como un momento del tiempo o como un punto de una línea. Un movimiento de esta clase no es diferente por tanto de la presión muerta como ya hizo notar el Barón Wolf en su cosmología.

## XVII

### **Los movimientos de la segunda clase, suponen una fuerza, que se conduce como el cuadrado de la velocidad.**

Como me propongo hablar del movimiento que se produce en un espacio vacío y se conserva indefinidamente; quiero considerar el mismo según el concepto de la metafísica. Cuando un cuerpo, en

libre movimiento, corre en un espacio sutil infinito, su fuerza puede ser medida por la suma de todos los efectos que produce en el infinito. Pues si este agregado de todas sus fuerzas no fuese equivalente, tendríamos que para hallar una suma, que fuese igual a toda la intensidad de la fuerza, necesitaríamos un tiempo mayor que el tiempo infinito, lo cual es absurdo. Si pues comparamos dos cuerpos A y B, de los cuales A tiene una velocidad como 2, y B una velocidad como 1, A, desde el principio de su movimiento hasta la eternidad, empujará las partículas infinitamente pequeñas del espacio que recorre, con doble velocidad que B, pero recorrerá en este tiempo infinito doble espacio que B, por lo que la cantidad total de efecto que A producirá, será proporcional al producto de la fuerza con que mueve estas pequeñas masas de espacio, por la multitud de estas partes, y lo mismo sucederá con la fuerza de B. Pero ambos sus efectos en las pequeñas moléculas del espacio son proporcionales a sus velocidades, y la cantidad de estas partes son siempre como las velocidades, por consiguiente, la cantidad total del efecto del otro es como el cuadrado de sus velocidades, y por lo tanto también sus fuerzas están en esta relación (1).

## XVIII

### Segundo argumento.

Para mejor comprender esta cualidad de las fuerzas vivas conviene recordar lo dicho en el párrafo 16. La presión muerta no puede tener otra medida que la simple velocidad; pues como la fuerza no está en los cuerpos que la sufren, sino que es una fuerza exterior, la resistencia vencida no dice relación a la energía con que esta

---

(1) Como en esta obra quiero realmente impugnar la opinión de Leibniz, parece que me contradigo, puesto que en este párrafo proporciono una prueba en favor de su doctrina. Pero en el último capítulo demostraré que la opinión de Leibniz, aunque hay que limitarla en cierto modo, no carece de fundamento.

fuerza trata de conservarse en los cuerpos (pues la fuerza no está arraigada en modo alguno en las sustancias activas y esfuerzase por conservarse en ellas), sino que solo tiene que vencer la velocidad que el cuerpo necesita para cambiar de lugar. Pero con las fuerzas vivas sucede otra cosa. Como el estado en el que la sustancia se encuentra, mientras se mueve en libre movimiento con una cierta velocidad, se funda enteramente en determinaciones interiores; por eso la sustancia se esfuerza en permanecer en este estado. La resistencia exterior debe pues, al mismo tiempo que la fuerza que necesita para contrapesar la velocidad de este cuerpo, tener una potencia especial para romper el esfuerzo del cual están animadas las fuerzas interiores del cuerpo para conservar en sí este estado de movimiento, y toda la fuerza de resistencia que los cuerpos que se encuentran en libre movimiento han de transformar en reposo, debe por lo tanto estar en relación compuesta con la proporción de la velocidad y de la fuerza de que el cuerpo está animado para conservar este estado de esfuerzo; es decir, que así como estas relaciones son iguales entre sí, así la fuerza que la resistencia necesita es como el cuadrado de la velocidad del cuerpo que chocha.

## XIX

No puedo prometerme obtener una conclusión definitiva y al abrigo de toda objeción, en un estudio que es puramente metafísico, de aquí que me remita al capítulo siguiente, del cual, por el empleo de las matemáticas quizá tenga más poder persuasivo. Nuestra metafísica está de hecho, como otras muchas ciencias, solamente en el dintel de un perfecto conocimiento; plegue a Dios que dé cima a sus aspiraciones. No es difícil ver sus deficiencias en muchos de los problemas que estudia. Muy a menudo se ve que el prejuicio es la razón más poderosa que se alega. No ha de encontrarse la causa de esto en otra cosa sino en el deseo de dominación de los que pretenden ensanchar el campo del conocimiento humano. Quisieran tener una sabiduría sin límites, pero sería también de desear que esta sabiduría fuese razonada. Para un filósofo, la mejor recompensa de su es-

fuerzo y casi la única, es la de encontrarse, después de largas meditaciones, en posesión tranquila de una ciencia legítimamente fundamentada. Por esto es mucho pedirle que no confíe en su propio aplauso, que no vea claramente la imperfección de sus descubrimientos, que se encuentre siempre en estado de perfeccionarlos, y que no posponga la presunción de haber construído una ciencia acabada, a la verdadera utilidad del conocimiento. La inteligencia es muy inclinada al aplauso y es difícil que se pueda pasar sin él mucho tiempo. Pero se debía tener la virtud de resistir a los encantos de la gloria, en aras de la verdad.

---



## SEGUNDA SECCION

### Examen de la doctrina de los partidarios de Leibniz sobre las fuerzas vivas.

---

#### XX

En el tratado que Bulfinger ha presentado a la Academia de San Petersburgo, encuentro una observación, de la cual yo me he servido en todo tiempo como de una regla para la investigación de la verdad. Cuando hombres de claro entendimiento, en quienes no se puede sospechar por parte de ninguno de ellos intenciones bastardas, mantienen opiniones completamente contradictorias, es lo probable, según la lógica de la verosimilitud que cada uno de ellos tenga razón en parte.

#### XXI

Yo no se si en otras cuestiones habré empleado felizmente esta regla, pero en la disputa sobre las fuerzas vivas, espero que sí. Nunca se han dividido en el mundo las opiniones de una manera más radical que en lo que se refiere a la estimación de las fuerzas de los cuerpos en movimiento. Los dos partidos son, bajo todos aspectos igualmente fuertes y prestigiosos. Quizá haya en ellos alguna pasión, pero ¿de qué partido podría decirse que está libre de ella? Así pues, creo seguir el camino más seguro, escogiendo una opinión, en la cual los dos parecen fundarse.

XXII

**Estimación de las fuerzas según Leibniz y Cartesio.**

El mundo, antes de Leibniz, había prestado entera fe a la proposición de Cartesio, según la cual, los cuerpos, aun aquellos que se encuentran en estado de movimiento real, tienen, como única medida de su fuerza, la velocidad. A nadie se le ocurrió que esto pudiera ponerse en duda; pero Leibniz conmovió a la razón humana con el anuncio de una nueva ley, que dió ocasión a una de las más grandes disputas que los sabios de todos los tiempos han presenciado. Descartes había estimado las fuerzas de los cuerpos en movimiento por su velocidad, pero Leibniz señaló como su medida el cuadrado de su velocidad. No es cierto que esta regla suya fuese enunciada condicionalmente dejando un cierto lugar a la opinión de Cartesio; no, él negó absolutamente y sin limitación de ningún género la ley de Cartesio, y puso la suya propia en lugar de aquella.

XXIII

**Primer defecto de la ley de Leibniz.**

En la regla de Leibniz encuentro propiamente dos partes. Aquella de que hasta aquí vengo tratando, no trae consigo, en el problema de las fuerzas ninguna consecuencia importante; pero no debemos dejar de consignarlo para que en asunto de tanta monta no olvidemos nada de lo que pude excusarle de cualquier reproche que se le haya dirigido.

La ley de Leibniz puede en todo caso condensarse en esta fórmula: cuando un cuerpo se encuentra en estado de movimiento, su fuerza es como el cuadrado de la velocidad. Por consiguiente, según esta ley, el signo de la medida de una fuerza, no es otro que su movimiento efectivo. Pero un cuerpo, puede realmente moverse,

aun cuando su fuerza no sea mayor que la que ejercería con esta velocidad inicial, por la mera presión. Ya he demostrado esto en el capítulo anterior y lo repito de nuevo. Una bola que yo empujo suavemente sobre una superficie lisa, deja de avanzar si yo dejo de empujarla. De este modo desaparece en cualquier momento la fuerza del cuerpo; pero puede ser reestablecida con un nuevo impulso. Así pues, en el mismo momento en que el cuerpo toca al objeto, la fuerza del anterior movimiento no le pertenece ya, está destruída, y solo posee aquella fuerza que le comunica el cuerpo impulsor en aquel momento en que el objeto es tocado. Se le puede considerar por lo tanto como si no tuviera ningún movimiento y como si solo venciese la resistencia por la presión en reposo. Tal cuerpo no se diferenciaría del que ejerce una presión muerta, por lo que su fuerza no será como el cuadrado de su velocidad, sino como su velocidad simplemente. Esta es la primera limitación que yo hago de la ley de Leibniz. No tendría verdadero movimiento, según le anuncia el signo de las fuerzas vivas, sería necesario añadir un libre movimiento. Pues si el movimiento no es libre, el cuerpo no tiene una fuerza viva. Según esta determinación la ley de Leibniz, cuando realmente es verdadera, debe enunciarse en esta fórmula: un cuerpo, que se encuentra en libre y efectivo movimiento, tiene una fuerza que es igual al cuadrado, etc., etc.

#### XXIV

### ¿Qué es un movimiento efectivo?

La segunda observación que nos da la clave de la famosa disputa, y que quizá nos ofrece el único medio de resolverla, es la siguiente:

Los defensores de la nueva teoría de las fuerzas vivas, están todavía de acuerdo con los Cartesianos, en que los cuerpos, cuando su movimiento se está iniciando, poseen una fuerza que se conduce como la mera velocidad. Pero tan pronto como su movimiento pue-

de llamarse efectivo, el cuerpo, en su opinión, se mueve según el cuadrado de su velocidad.

Investiguemos ahora lo que debe entenderse por movimiento efectivo. Pues esta palabra que fué la causa del descrédito de Cartesio puede ser también una causa de reconciliación.

Se dice que un movimiento es efectivo cuando se encuentra no ya en el punto de su iniciación, sino que ha transcurrido un cierto tiempo de duración del mismo. Este tiempo transcurrido, entre el principio del movimiento y el momento en que el cuerpo obra, es lo que hace que se le denomine un movimiento efectivo.

Pero nótese, que este tiempo (1) no es algo que pueda ser medido, sino que es completamente indeterminado y puede ser estimado arbitrariamente. Es decir, se le puede considerar tan corto como se quiera cuando se trata de determinar un movimiento efectivo. Pues la cantidad de tiempo no es lo que hace que un movimiento sea efectivo, sino el tiempo mismo, ya sea pequeño o grande.

## XXV

### Segundo defecto de la ley de Leibniz

Según ésto, el tiempo empleado en el movimiento es el único y verdadero carácter de la fuerza viva, y sólo por él, posee ésta una medida propia que no tiene la fuerza muerta.

Representemos el tiempo transcurrido desde el principio del movimiento hasta que el cuerpo choca con otro cuerpo, en el cual obra, por la línea AB, por lo que el principio del movimiento estará en A (Tab. I. Fig. 2). Por lo tanto, en B, el cuerpo tiene una fuerza viva, pero en el punto inicial A, no la tiene; pues allí mismo tendría un apoyo que sólo produciría conato de movimiento o presión. Por consiguiente debemos inferir:

En primer lugar, el tiempo AB es una determinación del cuerpo que se encuentra en B, por lo cual se le asigna una fuerza viva, y

---

(1) En la fórmula de Leibniz.

el punto inicial A (a saber, cuando yo coloco el cuerpo en el mismo) es una determinación que sirve de base a una fuerza muerta.

En segundo lugar. Si yo hago con el pensamiento esta determinación representada por la línea AB, más pequeña, pongo al cuerpo más cerca del punto de partida, y fácil es comprender que si continuase yo este procedimiento, el cuerpo acabaría por encontrarse en A; por consiguiente, la determinación AB por su abreviación, estará cada vez más cerca de la determinación en A; pues si no se acercara, se daría el absurdo de que por la abreviación del tiempo que yo prosigo indefinidamente, el cuerpo no alcanzase nunca el punto A. Por consiguiente, la determinación del cuerpo, en C, está más cerca de las condiciones de la fuerza muerta que en B, en D más cerca que en C, y así sucesivamente hasta que en A reúne todas las condiciones de la fuerza muerta y han desaparecido las condiciones de la fuerza viva. Pero si:

En tercer lugar, ciertas determinaciones que son la causa de una propiedad de un cuerpo, se trasforman poco a poco en otras determinaciones que son la razón de una propiedad opuesta; la propiedad que era una consecuencia de las primeras condiciones, se cambia también, y poco a poco se transforma en aquella propiedad que es una consecuencia de las últimas. (1) Y como, cuando yo abrevio mentalmente el tiempo AB (que es una condición de una fuerza viva en B), esta condición necesariamente se acerca cada vez más a la condición de la fuerza muerta de lo que se acercaba en B, por lo que también el cuerpo en C debe tener una fuerza que se acerque más a la fuerza muerta que en B, y aún más si le coloco en D. Según esto, un cuerpo que posee, bajo la condición de que el tiempo transcurra, una fuerza viva, no la tiene en cualquier tiempo, el cual puede ser tan corto como se quiera; pues dicho tiempo puede ser determinado y cierto, ya que si fuese más corto, ya no tendría el cuerpo esta fuerza viva. Por consiguiente, la ley de Leibniz no tiene lugar, pues atribuye al cuerpo, que se ha movido durante

---

(1) Según la reg<sup>a</sup>: *posita ratione ponitur ratiōnatum*.

un largo tiempo (esto es, que se ha movido realmente), indistintamente una fuerza viva, ya sea este tiempo más corto o más largo (1).

## XXVII

### Demostración de esto mismo por la ley de la continuidad

Lo que acabo de demostrar es una consecuencia precisa de la ley de continuidad, cuya constante utilidad quizá no se ha reconocido suficientemente. Leibniz, inventor de la misma, la hizo piedra de toque ante la cual la ley de Descartes se estrellaba. Yo en cambio la considero como la mayor prueba de su excelencia, hasta el punto de que ella sólo nos proporciona el medio de descubrir la más importante ley de la mecánica y de exponerla en su verdadera forma.

Con sólo poner atención en la manera como Leibniz se sirvió de esta proposición fundamental contra Cartesio; se comprenderá como debe ser aplicada aquí. El, dice: aquella regla que se verifica cuando un cuerpo choca con otro que está en movimiento, debe verificarse también cuando choca con un cuerpo que está en reposo; pues el reposo no es diferenciable de un movimiento pequeñísimo. Lo que vale cuando chocan cuerpos desiguales, debe valer también cuando chocan cuerpos que son iguales, pues una desigualdad muy pequeña se confunde con una igualdad.

De la misma manera infiero yo también: lo que en general vale cuando un cuerpo se ha movido durante largo tiempo, debe valer también cuando el movimiento solo está principiando; pues una du-

---

(1) El resumen de esta prueba es el siguiente: El tiempo que transcurre entre el principio del movimiento y el momento en que el cuerpo choca, puede ser imaginado tan breve como se quiera, sin que por esto se entienda que ha desaparecido por ello la condición de la fuerza viva, párr. 24; pero esta abreviación es una razón por la que se comprende que si se continúa, el cuerpo alcanzará al fin el punto de partida, en el que la fuerza viva desaparece realmente, y por el contrario surge la condición de la fuerza muerta; por consiguiente, la abreviación de este tiempo no es una razón para que el cuerpo se sustraiga a la condición de la fuerza viva, y al mismo tiempo es una condición para ello; lo cual se contradice.

ración pequeñísima del movimiento no es discernible del mero comienzo del mismo, o se pueden considerar sin inconveniente como si fueran una misma cosa. De aquí deduzco yo: si el cuerpo tiene una fuerza viva cuando se ha movido largo tiempo (corto o largo como se quiera), debe tenerla también cuando empieza a moverse. Pues lo mismo da que esté empezando a moverse, o que lleve ya un tiempo infinitamente pequeño moviéndose. Y por consiguiente, concluyo: como la ley de Leibniz de la estimación de las fuerzas engendra el absurdo de que aun en el punto de comienzo del movimiento, la fuerza sería viva, no puede merecer nuestro asentimiento.

Fácil es notar, como se revela la razón, cuando esta ley se formula claramente. Es imposible persuadirse, de que un cuerpo, que en el punto A tiene una fuerza muerta, haya de tener una fuerza viva, la cual es infinitamente más grande que la muerta, sólo con apartarse una línea imperceptible de este punto. Este salto del pensamiento es demasiado repentino y no nos puede conducir de una determinación a la otra.

## XXVII

**El tiempo invertido en el movimiento, y con él también la realidad de este movimiento, no es la verdadera condición, por la cual corresponda al cuerpo una fuerza viva.**

Fijémonos ahora en lo que de todo esto se deduce. El tiempo transcurrido, aunque sea indeterminado, no puede ser una condición de la fuerza viva; y esto ya lo dejo demostrado, pero aunque este tiempo fuera determinado y fuese representado por una cierta cantidad, tampoco nos puede dar la condición para una fuerza viva, y esto lo demuestro de la siguiente manera:

Suponiendo que se pueda demostrar, que un cuerpo que tiene esta velocidad, después de un minuto tendrá una fuerza viva, y que este minuto es la condición, bajo la cual le corresponde esta fuerza; si la cantidad de este tiempo se duplicase, todo aquello que tomado

antes sencillamente suponía en él una fuerza viva, será ahora doble. Pero la duración del primer minuto añade a la fuerza del cuerpo una nueva dimensión (per hypothesin); por consiguiente la cuantía de los dos minutos, como quiera que contiene en sí duplicadas las condiciones que contenía la primera, añade a la fuerza del cuerpo una dimensión. Por consiguiente el cuerpo que continúa su movimiento libremente, tendrá en el punto inicial del movimiento una fuerza de una medida, y transcurrido un minuto, una fuerza de dos medidas; pero a los dos minutos tendrá su fuerza tres medidas, en el tercero cuatro y en el cuarto cinco, y así sucesivamente. O lo que es lo mismo, su fuerza en el movimiento uniforme tendrá tan pronto la velocidad simple, como el cuadrado de la misma, tan pronto el cubo, como el cuadrado del cuadrado, etc., por medida; lo que constituye una serie de extravagancias que nadie se atrevería a sostener.

No se puede dudar de la legitimidad de esta conclusión. Pues si se quiere que un tiempo de una determinada duración que transcurre desde el principio del movimiento de un cuerpo, hasta un cierto punto, comprenda en sí las condiciones todas de la fuerza viva, ni aún así se podrá negar que en un doble tiempo existan doble número de estas condiciones; pues el tiempo no tiene otra determinación que su cantidad. Y por consiguiente, si un tiempo sencillo es la razón suficiente para aportar una nueva dimensión a la fuerza de un cuerpo, un tiempo doble aportará una dimensión doble (por la regla: *rationata sunt in proportione rationum suarum*). Y aún se puede añadir, que el tiempo, sólo puede ser una condición para la fuerza viva, en cuanto los cuerpos, por el transcurso del tiempo se alejan de la condición de las muertas, cual lo son en el tiempo inicial; y por esto, este tiempo debe tener una determinada cantidad, porque en menos tiempo no se habría alejado bastante de la determinación de las fuerzas muertas, como la cantidad de una fuerza viva exige. Puesto que un mayor tiempo se aleja más del momento inicial, esto es de la condición de las fuerzas muertas; así la fuerza del cuerpo, indefinidamente, cuanto más despacio se mueva, podrá ser medida mejor en su velocidad [uniforme, lo cual es absurdo.



Por lo cual, en primer lugar, la ausencia de realidad del movimiento, no es la verdadera y legítima condición por la que es aplicable a la fuerza de un cuerpo la estimación por la mera velocidad.

En segundo lugar: ni la realidad del movimiento en general y la consiguiente estimación del tiempo transcurrido, relacionada con ella, ni la determinada y supuesta cantidad de tiempo, es una razón suficiente de la fuerza viva, y de la estimación de la misma por el cuadrado.

## XXVIII

### **Las matemáticas no pueden demostrar las fuerzas vivas**

De todo lo considerado hasta aquí podemos deducir dos consecuencias importantes.

La primera es, que la matemática, nunca nos puede proporcionar una prueba en favor de las fuerzas vivas, y que una fuerza estimada de esta manera, si es que puede serlo, no tendría aplicación fuera del dominio de las matemáticas. Todo el mundo sabe que cuando en esta ciencia se quiere estimar la fuerza de un cuerpo que se mueve con una determinada velocidad, no se hace referencia a ningún momento determinado del tiempo en que el movimiento se efectúa, sino que respecto de esta limitación todo es indeterminado e indiferente. Por consiguiente la estimación que la matemática nos proporciona de la fuerza de un cuerpo en movimiento, es de tal índole que se extiende a todo movimiento en general, ya sea el tiempo que este dure, largo o corto, sin poner ningún límite en este punto. Pero una estimación de esta especie comprende también el movimiento de los cuerpos en su principio (párr. 25, 26), que es una fuerza muerta y tiene por medida la mera velocidad. Y como las fuerzas vivas, en general no pueden ser comprendidas en la misma estimación que las fuerzas muertas, fácilmente se comprende que las primeras están completamente excluidas de una consideración matemática.

Además de esto, la matemática no considera en el movimiento de

un cuerpo otra cosa que la velocidad, la masa y si acaso el tiempo. cuando este se quiere tomar en cuenta. La velocidad no es nunca una razón de la fuerza viva; pues el cuerpo, aún cuando poseyese una fuerza viva según la opinión de los leibnizianos, no podría tenerla en todos los momentos de su movimiento, sino que habría un momento en el principio del mismo, en que no la tendría, si es que no carecía de toda velocidad en ese momento, (párr. 25, 26). La masa es aún, mucho menos una razón de la misma. Por último, lo mismo hemos demostrado del tiempo. Por consiguiente, el movimiento de cada cuerpo, tomado en sí mismo, no tiene nada por lo cual, en una estimación matemática se le puede atribuir una fuerza viva. Como todas las conclusiones que se pueden sacar de lo que hace un cuerpo en movimiento, debe derivarse de aquellas nociones que se comprenden en la consideración de la velocidad, la masa y el tiempo, no ofrecen, si están sacadas legítimamente, ninguna razón para afirmar la existencia de las fuerzas vivas. Y aun cuando pareciera que podía prestarnos este servicio, no nos debemos dejar engañar por las apariencias; pues habría contenido en las consecuencias más que en la razón principal, esto es, lo *rationalium* sería más grande que la *ratio*.

Después de tan grandes y prolijos esfuerzos hechos por los géometras de estos dos últimos siglos para resolver la disputa de Descartes y Leibniz por la doctrina de la matemática, parecerá muy raro, que empiece yo por negar a esta ciencia la facultad de resolverla. Se ha discutido de algún tiempo a esta parte si esta ciencia es favorable a las leyes de Cartesio, o si por el contrario favorece más a los defensores de la doctrina de Leibniz. Pero a pesar de esta escisión todos están conformes en que para resolver rectamente la discusión sobre las fuerzas vivas, hay que remitirse a las matemáticas. Es bastante maravilloso que grandes maestros del razonamiento, hayan llegado a tal conclusión, sin echar de ver ni reflexionar si este es el camino que pueda llevarles a la posesión de la verdad que persiguen. Pero yo creo que hay razones que me obligan no dar ninguna importancia a lo maravilloso, y, ¿porque había yo de volver en este solo caso sobre mi decisión?

## La matemática por su naturaleza, confirma la ley de Descartes

La segunda consecuencia que saco de las consideraciones anteriores es ésta: que las razones de las matemáticas, en vez de ser favorables a las fuerzas vivas, más bien confirman la ley de Descartes. Esto debe resaltar de las proposiciones de los párrafos anteriores, y aún añadiré, que las cantidades matemáticas, las líneas, las superficies, etc., tienen las mismas propiedades, cuando son pequeñas que cuando tienen cualquier dimensión sea esta que lo sea; y de aquí que debamos deducir las mismas consecuencias de las más pequeñas dimensiones matemáticas, del más pequeño paralelogramo que de cualquier otro género de dimensiones. Pues bien, si una línea que representa un movimiento inicial, tiene las mismas determinaciones y propiedades que otra que indica un movimiento más alejado del momento inicial; la fuerza que en una consideración matemática del movimiento de un cuerpo se concibe, no tendrá diferentes propiedades, que la que tendría un movimiento más pequeño, esto es un movimiento infinitamente pequeño a contar desde el momento inicial en que el cuerpo empieza a moverse. Pues este movimiento inicial es una fuerza muerta, y por consiguiente, tiene en sí la medida de la mera velocidad, por lo que todo movimiento medido matemáticamente no tendrá otra valoración que [aquella que única y exclusivamente se basa en la mera velocidad.

La matemática por su naturaleza, confirma la ley de Descartes.

### XXIX

Sabemos según esto, aún antes de internarnos en una investigación más profunda de las cosas, que los partidarios de Leibniz, por haberse servido de armas que no eran propias de la índole de la causa que defendían, han sido vencidos en la famosa lucha contra Cartesio. Después de estas consideraciones generales queremos

examinar las pruebas de que los partidarios de Leibniz se han servido principalmente en esta discusión.

Leibniz fué conducido a su opinión por la observación de lo que ocurre en el caso de la caída de los cuerpos. Pero el mal empleo de una proposición de Descartes le condujo a un error que quizá sea el más grande que de mucho tiempo acá se ha introducido en la mente humana. En efecto, él formulaba la siguiente proposición: se necesita la misma fuerza para elevar a la altura de un pie un cuerpo que pese cuatro libras que para elevar a la altura de cuatro pies uno que no pese más que una libra.

XXX

**Proposición, que indujo primeramente a Leibniz  
a su doctrina**

Como quiera que se remitió a la opinión de todos los mecánicos de su tiempo, creo que dedujo su doctrina de una regla de que se sirvió Cartesio para explicar la naturaleza de la palanca. Cartesio admitía que los pesos que penden de una palanca recorren los espacios infinitamente pequeños que en su alejamiento de el punto de reposo pueden ser descritos. Según esto, dos cuerpos estarán en equilibrio, cuando estos espacios están en relación inversa a la de los pesos de los cuerpos; y de esto dedujo Leibniz, que no se necesita más fuerza para elevar un cuerpo de una libra de peso a la altura de cuatro piés de la que se necesita para elevar otro cuya masa es cuatro veces mayor a la altura de uno. Se concederá fácilmente que esta consecuencia de la regla de Cartesio solo es legítima, si los tiempos del movimiento son iguales. En la romana, en efecto, son iguales los tiempos en que los pesos recorren su espacio infinitamente pequeños. Leibniz prescinde de esta condición, y equipara el caso a aquel en que los tiempos del movimiento no son iguales entre sí.

XXXI

**Prueba de Herrmann de que las fuerzas son como las alturas que por ellas se alcanzan**

Los defensores de Leibniz parecen haberse dado cuenta de la objeción que se les puede hacer respecto del tiempo. De aquí que hayan tratado de componer sus pruebas, como si la diferencia del tiempo en la fuerza que el cuerpo alcanza en la caída, no debiera tenerse en cuenta para nada.

Sea el muelle de dimensión indefinida  $AB$  (Tab. I fig. 3), que representa el peso que el cuerpo, en el caso de la caída de  $A$  a  $B$  supone; según esto, dice Herrmann, el peso comunicará al cuerpo en cada punto del espacio una presión igual. Esta presión la representa por las líneas  $AC$ ,  $DE$ ,  $BF$  etc., que unidas componen el rectángulo  $AF$ . De este modo, en su opinión, cuando el cuerpo ha alcanzado el punto  $B$ , tiene una fuerza igual a la suma de todas las presiones, es decir, igual al rectángulo  $AF$ . Por consiguiente la fuerza en  $D$  es a la fuerza en  $B$ , como el rectángulo  $AE$  es al rectángulo  $AF$ , esto es, como el espacio recorrido  $AD$  al espacio  $AB$ , y por lo tanto como el cuadrado de las velocidades en  $D$  y  $B$ .

Así razona Herrmann, al afirmar, que el efecto, que produce el peso de un cuerpo, que cae libremente, se rige por el espacio que recorre en la caída.

Los cartesianos por el contrario afirman, que el efecto del peso es proporcional no a los espacios recorridos, sino a los tiempos en los cuales los cuerpos caen o ascienden. Yo demostraré ahora, que la opinión de los cartesianos no ofrece duda, y porque la aparente prueba de Herrmann no debe ser tomada en consideración.

XXXII

**Prueba contra la doctrina de Herrmann**

Se necesita igual fuerza para oprimir cada uno de los cinco muelles (Tab. I, fig. 4), A, B, C, D, E, durante un segundo que para oprimir los cinco en el mismo espacio de tiempo. Si dividimos los segundos que representan el tiempo que el cuerpo M ha oprimido el muelle A, en cinco partes iguales; y en vez de suponer ahora, que M oprime el muelle A cada cinco partes de segundo, admitamos que solo oprime el muelle A en la primera parte del segundo, y que en la segunda parte del segundo, en vez del muelle A, se coloca debajo el B, que tiene igual fuerza de tensión, no se notará, en la fuerza que M necesita para oprimir cada uno de ellos, ninguna diferencia. Pues el muelle B y el muelle A son en todo completamente iguales, por lo que es indiferente, el que en la segunda parte de minuto se oprima el muelle A o el B. También es indiferente que M, en la tercera parte del segundo ponga en tensión el tercer muelle C o siga apretando el anterior B; pues se puede sustituir un muelle por otro ya que en nada se diferencian. Por lo tanto el cuerpo M necesita la misma fuerza para poner en tensión el muelle A únicamente durante todo un segundo, que para poner en tensión cada muelle aislado sucesivamente dentro del mismo tiempo. Esto mismo puede decirse aún cuando se aumentase la cantidad de muelles hasta el infinito siempre que el tiempo de la presión sea el mismo. Por consiguiente no es la cantidad de muelles puestos en tensión, lo que determina la medida de la fuerza del cuerpo que los oprime, sino el tiempo que dura la presión.

Si admitimos ahora la comparación que Herrmann establece entre el efecto de los muelles y la presión del peso, encontraremos, que el tiempo que la fuerza del cuerpo puede contrarrestar el peso, y no el espacio recorrido es lo que puede servir para estimar el efecto del cuerpo.

Este es el primer argumento que, a mi juicio, confirma lo anteriormente dicho, a saber que la opinión de Cartesio es comprobada por las matemáticas en contra de la ley de Leibniz.

### XXXIII

#### **El error de los cartesianos en confirmación de esto mismo**

Encuentro, en la disputa de los cartesianos contra las fuerzas vivas, como la Marquesa de Chastelet ha indicado con mucha oportunidad, que aquellos también se han servido de la diferencia del tiempo para invalidar las conclusiones de los leibnizianos sobre la caída de los cuerpos. Pero por lo que esta señora cita de la obra de von Mairan contra la nueva estimación de las fuerzas, deduzco que se le ocultó a este escritor la verdadera ventaja que de la diferencia de tiempo hubiera podido sacar y que creo haber puesto de manifiesto en anteriores párrafos, y que ciertamente es tan obvia y evidente, que debe maravillarnos como a tal ingenio ha podido ocultársele.

Es verdaderamente raro como estos varones pudieron equivocarse de tal modo siendo así que seguían una verdadera ley de la naturaleza, a saber que la fuerza de la pesantez que un cuerpo contrarresta, es proporcional al tiempo y no al espacio. Después de haber ido tan lejos que llegan a dar la razón a los leibnizianos: un cuerpo puede con doble velocidad producir un efecto cuatro veces mayor, después de haber dañado de este modo a su causa, digo, se han visto forzados a guarecerse bajo un mal abrigo diciendo que en efecto, el cuerpo producirá un efecto cuádruple, pero solo en doble tiempo. Por esto insisten con extraordinaria seriedad, en que las fuerzas de dos cuerpos deben ser estimadas por los efectos que producen en tiempos iguales y que no nos debemos meter en lo que podrían hacer en tiempos desiguales. Han divisado este asilo con infinita perspicacia, y no comprendo como ha sido posible oponerse a la fuerza de la evidencia por tanto tiempo.

Vemos también por esto, que solo la ceguera de los cartesianos ha sido lo que ha dado el triunfo a los partidarios de Leibniz y que no han perdido la batalla por lo falso de sus posiciones. Hubieran quedado vencedores si hubiesen esgrimido armas adecuadas, las que les proporcionaba la verdadera naturaleza del problema.

XXXIV

Resolución de una duda de Lichtscheid

He demostrado que los efectos que la gravedad produce, y la resistencia que opone a la ascensión, es proporcional al tiempo que los cuerpos en movimiento invierten. Pero yo me refiero a un caso que puede hacer dudosa esta proposición. Lichtscheid, hace notar, en las *Actis Eruditorum* que si se deja caer un perpendicular (Tab. I, fig. 5), desde D, de tal manera que el hilo se coloque en la resistencia E, y que al llegar a B suba a C de modo que describa un pequeño círculo, obtendrá mediante la velocidad recibida en B, la altura CF, que es igual a la altura DG de la cual ha caído. Pero el tiempo que el perpendicular emplea en su caída por el arco DB, es mayor que el que emplea en llegar a la altura C. Por consiguiente la gravedad ha obrado en el perpendicular más tiempo allí que aquí. Debería pensarse ahora, si es verdad lo que yo he demostrado anteriormente de que la gravedad en mayor tiempo produce mayor efecto, que el cuerpo ha debido recibir en B una mayor velocidad que la que necesita para contrarrestar la gravedad de B a C. Por medio de esta velocidad, debe pues estar en condiciones de rebasar el punto C, lo que sin embargo, según la demostración de Lichtscheid sería falso.

Pero si se reflexiona, que el hilo AB está más fuertemente unido al cuerpo mientras se mueve de D a B, e impide la caída más fuertemente, que el hilo EB o el EC en la caída de C a B; se comprenderá fácilmente, que el elemento de fuerza que en todo momento obra sobre el cuerpo en la caída de D a B, es más pequeño que la fuerza elemental que obra sobre el cuerpo C en la caída de C a B.



Pues lo mismo da que un cuerpo que está pendiente de un hilo, se vea obligado, por la sujeción en A a describir el círculo DB o CB, que si rodase libre por un superficie que tuviese la curvatura BD CB, por lo que podemos imaginarnos el caso, como si la caída de que estamos habiando realmente aconteciese por dos agujeros ligados por una superficie. Ahora bien, la superficie D B está más inclinada respecto de la línea horizontal que la otra C B, por lo que el cuerpo, en la primera está durante más largo tiempo expuesto a la acción de la gravedad que en la segunda, mas por esto mismo, la primera impide también, que una gran parte de la gravedad obre sobre el cuerpo, más que la superficie C B.

Yo hubiera podido pasar por alto la solución de esta objeción porque los partidarios de Leibniz parecen haber echado de ver su flaqueza, ya que no encuentro ninguno que se haya servido de ella. Pero Leibniz, que eligió a Lichtscheid por árbitro de su tratado, tributó a éste un noble aplauso, y su prestigio parece haberle dado un cierto peso.

### XXXV

Antes de terminar la materia de la caída de los cuerpos por la gravedad, quiero dar resuelto a los partidarios de las fuerzas vivas, un caso que, a mi juicio, debe demostrar suficientemente, que la consideración del tiempo es imprescindible en la estimación de la fuerza que la gravedad produce en un cuerpo, al contrario de lo que Leibniz y sus secuaces han pretendido.

### XXXVI

**Otro caso que demuestra, que en la estimación de la fuerza que nace de la gravedad, debe tenerse necesariamente en cuenta el tiempo.**

El caso es el siguiente: representémonos, a la manera de los cartesianos y leibnizianos la impulsión que la fuerza de la gravedad

comunica a un cuerpo desde la altura (Tab. I Fig. 6)  $ab$ , hasta la horizontal  $bc$ , por los muelles, en número indefinido,  $AB, CD, EF, GH$ . Además, pongamos un cuerpo  $m$ , en la superficie diagonal  $ac$ , y dejemos caer otro  $I$ , desde  $a$ , hasta  $b$ . ¿Cómo estimarán los leibzinianos la fuerza del cuerpo  $m$ , el cual por la presión de los muelles es empujado por la superficie  $ac$ , al fin de esta caída oblicua hasta  $c$ . No pueden dar otra medida que el producto del número de muelles que empujan el cuerpo desde  $a$ , hasta  $c$ , por la fuerza que cada muelle comunica al mismo en la dirección  $ac$ ; pues esto exige su doctrina, como hemos visto en el caso de Herrmann, párr. 31. Y así se ven forzados a evaluar la fuerza que tiene el otro cuerpo que cae libremente desde  $a$ , hasta  $c$ , por el producto del número de muelles, por los que es impulsado, y la intensidad con que cada uno de ellos le empuja. Pero el número de muelles es igual tanto por la línea oblicua  $ac$ , como por la línea perpendicular  $ab$ , por lo que sólo queda la intensidad de la fuerza que cada muelle comunica al cuerpo en cada uno de los casos, como medida de la fuerza obtenida por el cuerpo  $I$ , y por el cuerpo  $m$ . Esta intensidad que cada muelle comunica al cuerpo  $m$ , en la dirección de la línea oblicua  $ac$ , es a la intensidad del impulso que estos mismos muelles comunican al cuerpo  $I$ , en la dirección  $ab$ , como  $ab$ , es a  $ac$ ; como nos enseñan los más elementales principios de las matemáticas. Por consiguiente, la fuerza que el cuerpo  $I$ , tiene al fin de la caída perpendicular en  $b$ , es a la fuerza, que el cuerpo  $m$ , tiene al fin de su caída oblicua en  $c$ , como  $ac$ , es a  $ab$ ; lo cual es absurdo, pues los dos cuerpos tienen en  $b$  y en  $c$ , igual velocidad y por consiguiente igual fuerza.

Los cartesianos escapan a esta objección, poniendo a contribución el tiempo. Pues si bien cada muelle comunica al cuerpo  $m$ , en la línea  $ac$ , menos fuerza (puesto que una parte de ella es consumida por la resistencia de la superficie), los muelles obran en el cuerpo  $m$ , más largo tiempo que en el cuerpo  $I$ , que está expuesto a su acción menos tiempo.

XXXVII

Después de haber demostrado que la consideración de los cuerpos expuestos a la acción de la gravedad no es favorable a la doctrina de las fuerzas vivas, conviene aportar un nuevo género de pruebas, al cual, los partidarios de tal doctrina han mostrado siempre mucha inclinación. Me refiero a las proporcionadas por la teoría del movimiento de los cuerpos elásticos.

XXXVIII

La doctrina de la estimación de las fuerzas de Leibniz ha dado ocasión a tales ofuscaciones y extravíos entre los geómetras, como no podría apenas sospecharse de tales maestros del arte de razonar. Las noticias que se conservan de todas las incidencias de esta famosa disputa, serán un ejemplo muy útil en la historia del entendimiento humano. Nada más elocuente contra aquellos que creen firmemente en la legitimidad de nuestros razonamientos que tales extravíos, a los cuales no han sabido escapar los más ingeniosos maestros de la geometría, en una investigación que a ellos más que nadie debía haber proporcionado claridad y convencimiento.

Hubiera sido imposible, llegar a tales excesos, si los señores leibnizianos se hubieran tomado la molestia, de poner atención en la construcción de sus demostraciones que consideran como trincheras inatacable de su doctrina.

XXXIX

**La suma de todas las pruebas que proceden del movimiento de los cuerpos elásticos**

Casi todas las pruebas, por lo menos las más aparentes que se han sacado en pro de las fuerzas vivas, del movimiento de los cuer-

pos elásticos, han surgido de la siguiente manera. Se ha comparado la fuerza que se encuentra en ellos después del choque sufrido, con la que tenían antes del choque. Se ha visto que la primera era mayor que la segunda, cuando se la ha estimado como el producto de la masa por la velocidad; pero sólo se mostró una perfecta igualdad, cuando se computó en vez de la simple velocidad, el cuadrado de la misma. De aquí han deducido los señores leibnizianos, que un cuerpo elástico no podría nunca comunicar tanto movimiento a los objetos que mueve, como el que les comunicaría si su fuerza fuera simplemente como su velocidad; pues según esta medida la causa sería siempre más pequeña que el efecto producido.

## XL

### Los leibnizianos contradicen sus conclusiones por su misma teoría mecánica

Esta conclusión, está contradicha por la doctrina de aquellos mismos que la han empleado. No quiero citar los descubrimientos de Wren, Wallis Huygens y otros mecánicos. Sea mi salvaguardia el señor consejero y Barón de Wolf. Véase su mecánica que corre por todas las manos; allí se encontrarán pruebas que no dejan ninguna duda de que los cuerpos elásticos, completamente conformes con la ley de la igualdad del efecto con la causa, comunican su movimiento a otros cuerpos, sin que sea necesario suponer en ellos otra fuerza que la simple velocidad. Además puedo demostrar que no se necesita recurrir a las fuerzas vivas, ni siquiera en el nombre, para comprender, que las fuerzas que se derivan del choque de dos cuerpos elásticos provienen de este mismo choque. No es raro, tras una prueba geométrica en la cual se encuentra suficiente la fuerza estimada según la simple velocidad, para derivar de ella una cierta cantidad de movimiento para otros cuerpos, no es raro, digo, llegar a la idea de que esta fuerza nos es suficiente ¿No es esto desmentir lo que una vez se ha demostrado rigurosamente y esto sólo por una ligera apariencia en contrario? Invito a los que hasta aquí he citado que

tengan en cuenta todo esto y sentirán el pleno convencimiento de que no tienen la menor necesidad de la estimación de la fuerza por el cuadrado para hallar aquellas consecuencias y movimientos que se suele atribuir a los cuerpos elásticos. No queremos extraviarnos por ese camino. Pues lo que aparece verdadero por una prueba geométrica, lo será eternamente.

## XLI

### El caso citado por Herrmann del choque de tres cuerpos elásticos

Apliquemos a un caso particular nuestra demostración. Herrmann, en el tratado que publicó en defensa de las fuerzas vivas pone el siguiente caso: Un cuerpo (Tab. I fig. 7) A, cuya masa es 1, y cuya velocidad es 2, choca, sobre una superficie lisa con una bola B, que está en reposo y cuya masa es 3, pero, rebotando A, en su choque contra B, y retrocediendo con un cierto grado de velocidad, choca con una bola C, cuya masa es 1. La bola A, comunicará a la B, y luego a la C, una cierta velocidad y después quedará en reposo. Herrmann colige de aquí que si las fuerzas fueran sólo como las velocidades, A, tendría antes del choque una fuerza como 2, pero después del choque encontraríamos en los cuerpos B y C, una fuerza cuatro veces mayor, lo cual le parece absurdo.

Queremos saber como el cuerpo A, con una fuerza como 2 puede comunicar a B y C, una fuerza como cuatro sin que se realice un milagro o sin que sea necesario apelar a las fuerzas vivas. Representémonos la fuerza elástica del cuerpo (Tab. I. Fig. 8) A, que se pone en acción por el choque, por el muelle AD, y la elasticidad de la bola B por el muelle DB. Ahora bien, sabemos por las leyes elementales de la mecánica, que el cuerpo A y la bola B producen, por medio de los muelles nuevas presiones y fuerzas hasta que B y A se mueven con igual velocidad, lo cual sucederá cuando la velocidad de éstos cuerpos sea proporcional a la velocidad de la bola A, antes

del choque, como la masa A, a la suma de las masas A y B, juntas; es decir, en el caso presente, cuando se muevan con una velocidad  $\frac{1}{2}$  en la dirección BE. Nadie negará que aquí también, el efecto será proporcional a la fuerza estimada según la velocidad. Pero estudiémos también lo que sucede con los muelles AD y BD, cuando el cuerpo A, obra por medio de ellos en la bola B. El muelle AD, debe emplear en el punto D la misma fuerza contra el muelle DB, que este imprime al cuerpo B, pero como el cuerpo B resiste la acción que en él se ejerce, es claro que, el muelle DB, por el impulso del otro muelle recibirá la misma fuerza que comunica a B. Por esto mismo la bola A, obrará en su muelle AD, con el mismo grado de violencia con que el punto D, obra en el muelle DB; porque éste muelle oprime al muelle AD, con tanta fuerza, como éste a aquél, por lo tanto, con tanta fuerza como la bola A, a su muelle. Y como ahora, la fuerza con que el muelle DB es puesto en tensión es igual a la resistencia de la bola B, y a la fuerza que esta bola recibe, y la fuerza de la presión del muelle AD es también igual aquella: ambas serán iguales a la fuerza que el cuerpo B recibe, es decir que se moverá con una masa como 3 y una velocidad como  $\frac{1}{2}$ . Si ahora, estos dos muelles saltan, el muelle DB comunicará a la bola B, una velocidad igual a la que tenía antes del salto, a saber:  $\frac{1}{2}$ ; y el muelle AD al cuerpo B, como este tiene tres veces menos masa que B, tres veces tanta velocidad, es decir  $1 + \frac{1}{2}$ ; pues si las fuerzas son iguales la velocidad está en razón inversa de las masas, *per hypothesin*. Por consiguiente el cuerpo B, tiene, a consecuencia del choque con A y de la sacudida de su resorte un grado de velocidad en la dirección BE. Pero la bola A, como la velocidad  $\frac{1}{2}$  que en ella quedaba después del choque en la dirección AE, hay que restarla de la que ha comunicado el salto del resorte en la dirección AC, recibe también una cierta velocidad con la cual sigue moviéndose en la direc-

ción AC (1), el cual es justamente el caso que Herrmann consideraba imposible explicar por la ley de Descartes.

De aquí concluyo: el cuerpo A puede ejercer cumplidamente su acción con los dos grados de velocidad y con los dos grados de fuerza que le disputaba Herrmann; y se vulnera la ley de la igualdad del efecto con la causa, si se afirma que tenía 4 grados de fuerza y sin embargo obró lo que hubiera podido obrar con 2 grados de fuerza.

## XLII

### La razón del error en el razonamiento de Herrmann

Veamos ahora el punto flaco del argumento de Herrmann, el cual es, bajo todos aspectos el mismo que encontramos siempre que se traen a colación los cuerpos elásticos para probar la doctrina de las fuerzas vivas. Se ha argumentado del siguiente modo: la fuerza del cuerpo después del choque debe ser igual a la fuerza del cuerpo antes del choque; pues los efectos son iguales a las causas. De aquí deduzco yo que ellos creen que el estado y la cantidad de la fuerza después del choque es únicamente un efecto de la fuerza que tenía el cuerpo antes del choque. Este es el error cuyas consecuencias hemos visto. Pues los movimientos que realmente y de un modo completo proceden de la fuerza del cuerpo A, no son otra cosa sino que A y B, como los muelles se habían distendido se mueven con una velocidad de  $\frac{1}{2}$ ; la distensión de los muelles no era un efecto especial de la fuerza con la cual A impelía a B, sino más bien una consecuencia de la inercia de ambos cuerpos. Pues B, no pudo obtener la fuerza  $1 + \frac{1}{2}$  sin obrar tan fuertemente sobre el muelle DB, y

---

(1) No menciono al cuerpo C, porque su velocidad y su masa en nada difieren de la velocidad y masa de la bola C, por lo que Herrmann le pone en vez del B sin necesidad.

el muelle AD, no pudo comunicar a B, ninguna fuerza sin que el estado de igualdad de la presión y contrapresión dejase de poner en tensión al muelle BD. Además, el cuerpo A, no pudo apretar al muelle DB, por medio de su muelle AD, sin que éste fuese puesto en tensión con un grado igual de intensidad. No hay pues, que maravillarse que de este modo aparezcan dos nuevas fuerzas en la naturaleza que antes no había en A.

### **En el momento en que dos cuerpos no elásticos chocan, hay más fuerza en acción que antes del choque**

Esto mismo sucede realmente cuando los cuerpos no son elásticos, solo que en este caso, las consecuencias de estas nuevas fuerzas no se conservan como en los cuerpos elásticos, sino que se pierden. Pues en el momento en que A obra con la fuerza X en B, no solo recibe B esta fuerza en la Dirección BC, sino que B reobra con la intensidad X en A. Así, en primer lugar existen 2 X en la naturaleza; a saber: X, antes del choque de la bola A con la B, y también X antes del contrachoque de la bola B; en segundo lugar, X como la fuerza que pasa de A a B en la dirección B C. Las dos primeras fuerzas son empleadas en el choque de cuerpos elásticos, en poner en tensión dos muelles, que cuando se disparan comunican su fuerza a los cuerpos. De aquí, que los cuerpos elásticos sean en la naturaleza unas máquinas destinadas a conservar toda la cantidad de fuerza que en el momento del choque existe en la naturaleza; pues sin ellas se perdería una cierta cantidad de fuerza, aquella a que da lugar el *conflictus* de los cuerpos.

### XLIII

No he dicho en la resolución del caso de Herrmann nada que pudiera ser desconocido a éste filósofo para fundamentar la prueba; o que hubieran podido negar los más prestigiosos defensores de las fuerzas vivas, en el caso de que las hubieran podido explicar por este medio. Herrmann debía saber necesariamente, que los mo-



vimientos que nacen del choque de cuerpos elásticos, se derivan de la sola velocidad; pues sin esta, hubiera sido imposible conocer *a priori*: que una bola de masa como uno en su choque con otra de masa como tres, con dos grados de velocidad produce cuatro grados de fuerza. Digo pues, que este caso no hubiera podido ser desconocido para él, sin la clase de explicación que nosotros hemos dado; pues todo el mundo sabe, que en una investigación mecánica, se encuentra el movimiento producido por un cuerpo elástico que choca, calculando primeramente el efecto que produciría sin elasticidad y añadiendo luego, los efectos de esta, determinados por la proporción de su masa y de su simple velocidad. No se podría encontrar otro argumento más poderoso contra Herrmann y los lebnicianos, de los llamados *argumentum ad hominom*, que este. Pues, o tienen que reflexionar: que todas las pruebas en las que han estado conformes hasta ahora, para dar la razón del movimiento de los cuerpos elásticos que chocan han sido falsas; o tienen que confesar que tales cuerpos obran el movimiento con una fuerza simplemente proporcionada a la masa y a la velocidad, y no al cuadrado de la velocidad como ellos creen.

#### XLIV

### Esta solución es desconocida de la Marquesa de Chastelet

Por la disputa entre la Marquesa de Chastelet con M. de Mairan, he llegado a la persuasión, que no hubiera sido superfluo, haber dado una detallada explicación de como los cuerpos elásticos producen, por el choque una mayor cantidad de movimiento, que la que tenían antes del choque. Pues Mairan dice: «Los cuerpos elásticos son verdaderas máquinas de la naturaleza, pues si se consideran todos los efectos del choque de estos cuerpos sumando las fuerzas que en opuestas direcciones llevan, la nueva fuerza que parece nacer del choque y que se manifiesta por este, no se debe atribuir en modo alguno a la actividad de los cuerpos que chocan como si esta se transformase en choque, sino a un nuevo manantial de fuerza, etc. En una palabra, a una cierta causa física de la elasticidad»

dad la cual es también la que destruye la acción del choque y por decirlo así, oprime los muelles, etc.»; a lo que contesta la Marquesa de Chastelet: «es inútil preguntar hasta que punto el autor de esta opinión se ha tomado la molestia de fundamentar su opinión en una prueba.» Yo he tenido el honor de tomarme la molestia que no se ha tomado el Sr. de Mairan y esta es la satisfacción que doy a los que me acusen de haberme extendido demasiado en esta materia.

#### XLV

### **Objeción de Jurin del choque de dos cuerpos de masa desigual y no elásticos**

Se ha hecho a los leibnicianos por parte de Jurin y otros esta otra objeción: que dos cuerpos no elásticos, que se encuentran con velocidades inversas a sus masas, permanecen en reposo después del choque. Aquí hay ahora, según la doctrina de las fuerzas vivas, dos fuerzas que se puede hacer tan desiguales como se quiere y sin embargo producen el equilibrio.

### **Respuesta de Bernoulli de esta objeción por comparación con la presión de los muelles**

En la doctrina natural de la Marquesa de Chastelet, encuentro yo una respuesta a esta objeción, que según veo por la cita, pertenece al célebre Bernoulli. Bernoulli, no fué lo bastante feliz para encontrar un apoyo a su opinión que fuese digno de su nombre. Dice este señor: que los cuerpos no elásticos hacen el mismo efecto el uno en el otro por el choque de sus partes, que si se apretase un muelle que se encontrase interpuesto entre ellos; así toma un muelle (Tab. I fig. 9) R que al mismo tiempo se extiende por ambas extremidades y que por ambos lados encuentra cuerpos de masa desigual. Demuestra, que las velocidades que son comunicadas a los cuerpos por los muelles, están en relación recíproca con

sus masas, y que, por consiguiente, si las bolas A y B retroceden con estas velocidades, pondrían a los muelles en su primer estado de tensión. Hasta aquí todo va bien y en perfecta concordancia con las doctrinas de los cartesianos. Pero veamos como continua su razonamiento. Las partes de los muelles, saltando separadamente, muévense en parte en la dirección de A, en parte en la de B, pero el punto de separación está en R, que divide el muelle en la proporción inversa de las masas A y B. Per consiguiente, la parte RB del muelle R, obra sobre el cuerpo B, cuya masa es 3; la otra parte RA sobre la bola A cuya masa es 1. Pero las fuerzas que obran en estos cuerpos, se conducen, como el número de muelles que han aplicado a ellos su presión; por consiguiente, las fuerzas de las bolas A y B, son desiguales, si bien sus velocidades están en relación inversa con sus masas. Pero si el muelle R se extiende completamente y los cuerpos retroceden contra el muelle, con las mismas velocidades que este les había comunicado, se ve claramente que quedarán en reposo por medio de la presión del muelle. Ahora bien, sus fuerzas son desiguales, por consiguiente, de aquí se deduce, que es posible que dos cuerpos de diferentes velocidades se pongan el uno al otro en reposo. De esto hace aplicación al choque de los cuerpos no elásticos.

XLVI

### Refutación de las ideas de Bernoulli

No reconozco en este modo de razonar al Sr. Bernoulli, el cual tenía la costumbre de dar a sus pruebas mucha más consistencia. Es indiscutiblemente cierto, que los muelles comunican a uno de los cuerpos A y B tanta fuerza como al otro. Pues tanta fuerza ponen en la bola A como grande es la intensidad que ejercen sobre la bola B. Si no se apoyase en alguna resistencia, la bola A no comunicaría ninguna fuerza, pues saltaría sin producir ningún efecto. De aquí, que no pueda este muelle emplear su fuerza en A sin que por el otro lado reciba, del cuerpo B, el mismo grado de fuerza. Por consi-

guiente, las fuerzas de las bolas A y B son iguales la una a la otra, y no como equivocadamente cree Bernoulli como las longitudes AR a RB.

Facil es comprender como este error se ha deslizado en el razonamiento de Bernoulli. La afirmación a que tanto valor dan los partidarios de Leibniz, es la fuente del mismo: a saber, que la fuerza de un cuerpo se conduce como el número de muelles que sobre él han obrado (1). Más arriba ya hemos refutado esta afirmación y el error de Bernoulli confirma nuestra tesis.

## XLVII

### El pensamiento de Bernoulli confirma nuestra opinión

No sin placer vemos cuan felizmente, esta explicación que se suele dar en defensa de las fuerzas vivas nos proporciona ella misma armas para echarla abajo completamente. Pues siendo verdad que el muelle R, comunica igual fuerza a los cuerpos cuya masa es 1 y 3 (párr. 46), además de que la velocidad de la bola cuya masa es 1, es triple, y la velocidad de las otras es sencilla, como los mismos leibnicianos confiesan; de aquí se deducen dos consecuencias que están en contradicción con la doctrina de las fuerzas vivas. En primer lugar, que la fuerza que un cuerpo recibe por la presión de los muelles, no se conduce como el número de muelles que le han empujado, sino más bien, como el tiempo que obran los mismos; en segundo lugar, que un cuerpo que tiene una masa como 1 y una velocidad como 3, no tiene más fuerza que otro de masa tres veces mayor, sino que tiene solamente una velocidad como 1.

---

(1) Los cuerpos A y B tienen por consiguiente iguales fuerzas puesto que los muelles RA y RB han obrado en ellos con igual duración; y porque las partes de estos muelles todas tienen la misma tensión.

XLVIII

**Defensa de las fuerzas vivas por la constante conservación de la misma cantidad de fuerza en el universo**

Hasta aquí hemos visto que los partidarios de Leibniz se han servido del choque de los cuerpos elásticos para la defensa de la doctrina de las fuerzas vivas. Pero su empleo era solamente matemático. Sin embargo, también parecen haber encontrado una razón metafísica en favor de su opinión en esta parte de la foronomía. El señor Leibniz es el autor de ella, y su prestigio no la ha dado poco peso.

Acepta sin inconveniente la proposición fundamental de Cartesio; a saber que en el mundo se conserva constantemente la misma cantidad de fuerza, cantidad que debe ser estimada según el cuadrado de la velocidad. Pero demuestra que esta antigua medida de la fuerza no es lícita si aceptamos la referida regla. Pues si se admite, la fuerza disminuirá o aumentará incesantemente en la naturaleza según cambie la posición de los cuerpos, los unos con respecto de los otros. Leibniz piensa que sería incompatible con el poder y la sabiduría divinos, el verse en la necesidad de renovar sin descanso movimiento que ha comunicado a su obra, según se imaginaba Newton, y esto le lleva a buscar una ley, por medio de la cual pueda resolverse la dificultad.

XLIX

**Primera solución a esta objeción.**

Como ya hemos demostrado anteriormente que las fuerzas vivas, en la forma que son entendidas y aplicadas por sus mismos defensores, a saber, en un sentido matemático, no pueden aceptarse; ya quedan salvadas de este modo la sabiduría y el poder de Dios

por la misma imposibilidad de la cosa. Podíamos albergarnos en este refugio si no tuviéramos a mano otra contestación al referido argumento. Pues aun cuando según la ley del movimiento que nosotros hemos confesado, fuese necesario que el mundo, por medio de una creación sucesiva, llegase a una completa confusión de sus fuerzas, esta ocurrencia no afectaría en lo más mínimo al poder y la sabiduría de Dios. Pues no se le puede censurar que no haya puesto una ley en el mundo, por la cual sepamos que el caso es absolutamente imposible y que por consiguiente no puede efectuarse de ninguna manera.

## L

### Segunda respuesta a la misma objeción.

Pero consolémonos. No estamos obligados a recurrir a tan desesperado asilo. Esto equivaldría a cortar el nudo y nosotros queremos desatarle.

Si los partidarios de Leibniz consideran necesario para la conservación de la máquina del mundo, que la fuerza de los cuerpos esté sujeta a la estimación según el cuadrado, nosotros podemos concederles esta pequeña exigencia. Pero todo lo que yo he demostrado hasta aquí y pienso seguir demostrando hasta la terminación de este trabajo, va solamente encaminado a convencerles de lo siguiente: que ni en una consideración abstracta, ni en la naturaleza, puede la fuerza de los cuerpos ser estimada, como los leibnicians lo hacen, es decir, según una consideración matemática, por el cuadrado. Sin embargo, no por esto renuncio completamente a las fuerzas vivas. En la tercera sección de este tratado, expondré como en la naturaleza se encuentran efectivamente ciertas fuerzas que deben ser estimadas según el cuadrado de su velocidad; pero con la restricción de que por el procedimiento que hasta aquí se ha seguido no se las podría encontrar nunca; que se ocultarían eternamente a este género de consideración (la matemática), y que tampoco nos

las podría hacer conocer una investigación metafísica o una clase especial de experiencia. Por consiguiente no disputamos sobre la cosa misma sino sobre el *modum cognoscendi*.

Según esto, estamos conformes con los leibnicianos en lo principal, por lo que también pudiéramos estarlo quizá en las consecuencias.

## LI

### **El origen de la conclusión de Leibniz de que en el mundo se conserva la misma cantidad de fuerza.**

Pero la objeción de Leibniz se funda en una falsa suposición, que desde ha mucho tiempo viene sembrando dificultades en la ciencia. En efecto, es dogma en la ciencia de la naturaleza que no empieza ningún movimiento que no proceda de una materia que esté ya en movimiento; y que por consiguiente el movimiento que en una parte del mundo se pierde, no puede ser restablecido sino por otro movimiento efectivo, o, inmediatamente, por la mano de Dios. Esta afirmación ha puesto perplejos muchas veces a aquellos mismos que la han dado su aplauso. Se han visto forzados a poner en tormento su imaginación, a edificar una hipótesis sobre otra y en vez de ofrecernos un plan del mundo sencillo y comprensible, para encuadrar en él los fenómenos de la naturaleza; nos han confundido con infinito número de movimientos raros, que son más raros e incomprensibles que todo aquello cuya explicación quieren dar.

### **Como se pueden resolver estas dificultades.**

Hamberger ha ofrecido, que yo sepa, el primer medio para extirpar este mal. Su pensamiento es bello, pues es sencillo y adecuado a la naturaleza. El explica (aunque de una manera muy incompleta), como un cuerpo puede recibir efectivo movimiento de

una materia que sin embargo está en reposo. Esto previene innumerables extravíos, y a veces hasta prodigios que van asociados con la opinión contraria. Es verdad que la razón de este pensamiento es metafísica y por consiguiente contraria al gusto de los actuales naturalistas; pero al mismo tiempo es evidente que todos los orígenes de los efectos de la naturaleza deben ser asunto de la metafísica. Hamberger no ha conseguido su propósito de señalar al mundo un nuevo camino más corto y más cómodo, para el conocimiento de la naturaleza. Este campo ha quedado estéril; no se ha podido abandonar los antiguos senderos para arriesgarse en los nuevos. Es maravilloso, ver como se recurre a una inagotable serie de extravíos e imaginaciones, sin hacer caso de los medios que además de ser sencillos y comprensibles, son al mismo tiempo los naturales. Pero ésta es enfermedad que aqueja ordinariamente a la inteligencia humana. Durante largo tiempo seremos todavía arrastrados por esta corriente. Nos complacemos en aquellas explicaciones más enredadas y artificiosas porque en ellas creemos sentir el poder de nuestro ingenio. Poseemos una física que está repleta de magníficas pruebas de nuestro ingenio y sutileza, pero de la que está ausente el plan de la naturaleza misma y sus efectos. Pero al fin vencerá aquella opinión que describa a la naturaleza como ella es, sencilla y sin rodeos infinitos. La vía de la naturaleza es una vía única. Por eso se ensayan muchos derroteros antes de dar con el verdadero camino.

Los partidarios de Leibniz debían comprender mejor que cualesquiera otros la opinión de Hamberger. Pues ellos son los que afirman que una fuerza muerta que se conserva en un cuerpo al que ha sido comunicada sin que encuentre ningún impedimento, da origen a un movimiento real. Por consiguiente no pueden negar: que un cuerpo rodeado de una cierta fluidez y que tiende en una dirección más que en otra, recibe un movimiento efectivo, cuando esta fluidez es de tal índole que su fuerza no es contrarrestada por su resistencia. Esto debe persuadirlos de la verdad de lo que yo afirmo, a saber: que un cuerpo puede recibir un movimiento efectivo de una materia que esté en reposo..

### Solución de la objeción de Leibniz

Escaparemos de este modo a la burla que Leibniz hace de la ley cartesiana por la consideración de la sabiduría de Dios. Todo consiste en esto: que un cuerpo pueda recibir un movimiento efectivo por una materia que esté en reposo. Este es mi punto de partida. Todos los movimientos del universo no pueden ser producidos por una materia en movimiento; pues de lo contrario no serían los primeros. Pero tampoco pueden ser causados por la fuerza directa de Dios o de una inteligencia, en cuanto pueden ser producidos por una materia en reposo, pues Dios evita todos los movimientos innecesarios sin perjuicio de la máquina del mundo, haciéndola por el contrario tan activa y eficaz como es posible. Por consiguiente si el movimiento es introducido en el mundo por una fuerza que en sí es una fuerza muerta y en reposo, también puede conservarse por esta misma fuerza sin tener que volverle a engendrar de nuevo. Habría que ser por consiguiente, muy escéptico para tener inconveniente en aceptar esta proposición: que el mundo no sufriría ningún trastorno aunque en el choque de los cuerpos éstos perdiesen alguna fuerza de la que tenían.

### LII.

#### **Según la ley de Leibniz la fuerza, antes y después del choque de un cuerpo pequeño y elástico con otro mayor, es igual**

Rectifiquemos un cierto error o extravagancia que me ha alejado del asunto principal que estoy tratando. Ya he hecho notar que los defensores de las fuerzas vivas, hacen mucho hincapié en aquella observación por la cual han averiguado que, si la fuerza de los cuerpos es estimada según la ley de Leibniz, se encuentra en los cuerpos elásticos antes y después del choque la misma cantidad de

fuerza. Este pensamiento que de tan especial manera parece ser favorable a las fuerzas vivas, debe servirnos más propiamente para combatirlas. Podemos hacer el siguiente raciocinio: aquella ley según la cual, en el choque de un cuerpo elástico más pequeño con otro mayor, no se encuentra, después del choque más fuerza que antes del mismo, es falsa. Ahora bien, la ley de Leibniz es de esta especie. Ergo etc.

## LIII.

### La citada ley de los leibnicianos es completamente opuesta a las fuerzas vivas

Entre las premisas de este silogismo, solo hay que demostrar la mayor. Vamos a hacerlo de la siguiente manera. Si la bola A, (Tabla I. Fig. 8) choca con otra más grande B, el cuerpo B, no recibe, en el momento del choque o sea cuando oprime el muelle que llamamos elasticidad, más fuerza de la que destruye en el cuerpo A, por su inercia, y el cuerpo A, por el contrario no pierde más fuerza, por la resistencia de la masa B, la cual propaga en él por la intensidad del muelle que oprime, de la que comunica a esta bola. Si se quisiera negar esto, no por ello sería más cierto que el efecto comunicado a un cuerpo es igual a su contraefecto. Por consiguiente el muelle está en tensión, y en los dos cuerpos existe la misma fuerza junta que antes encontrábamos solamente en la bola A. Estos muelles, al ser distendidos por la elasticidad de ambos lados extiéndense contra las dos bolas con igual fuerza. Ahora bien, está claro que si A, al empuje de los muelles en dirección A, poseyese la misma cantidad de fuerza que la que ahora recibe de su correspondiente muelle, el salto de este muelle tomaría tanta fuerza de la bola A, como la que comunicase por el otro lado el muelle DB a B; y por consiguiente no habría, después de ocurrido todo esto, en los cuerpos A y B, tanto por el choque como por la elasticidad, más fuerza que la que existía al principio en A. Pero es inútil suponer esto. Cuando se verifica el choque y el muelle es apretado, A, tiene tanta velocidad como B, en la di-

rección  $\Delta E$ , pero menos masa, y por tanto menos fuerza de la que el muelle produce al desplegarse; pues este tiene una fuerza de expansión igual a la fuerza de la bola B. De aquí se deduce que la elasticidad nunca puede tomar del cuerpo A tanta fuerza, como la que comunica al cuerpo B. Pues A, no tiene esa cantidad de fuerza, por lo que no la puede suministrar. Por consiguiente, el efecto de la elasticidad, B, adquiere un nuevo grado de fuerza, sin que por esto dicha fuerza se pierda por el otro lado; y aún se engendra para esto en A una fuerza nueva. Como la elasticidad no encuentra fuerza que destruir en A, la bola no opone más que la inercia, y recibe el grado de fuerza que el muelle tenía en sí, sobre la fuerza de la bola A, para retroceder contra C.

Es por consiguiente obvio: que en el caso en que un cuerpo elástico choca contra otro mayor, después del choque debe haber más fuerza que antes del mismo. Ahora bien, si la ley de Leibniz respecto de la cantidad de fuerzas fuese cierta tendríamos que afirmar lo contrario, esto es, que después del choque existiría la misma fuerza que antes de él. Por lo tanto, o debemos negar esta ley, o renunciar a la evidencia que trae consigo todo lo expuesto en este párrafo.

#### LIV

**Lo expuesto se comprende más claramente, si se considera el caso en que un cuerpo elástico choca con otro más pequeño que él.**

De la legitimidad de todo lo que acabamos de decir, nos convenceremos perfectamente, si tomamos el caso inverso al examinado antes, y admitimos que la bola B (Tab. I. fig. 8) choca contra la bola A, que es más pequeña que ella. Pues en tal caso la bola B, por el choque con la bola A pierde no menos fuerza que la que engendra en A, (pues solo consideramos lo que sucede antes de la intervención de la elasticidad). Por consiguiente, antes que la fuerza del muelle produzca su efecto, la fuerza en dichos cuerpos, ni aumenta ni disminuye.

nuye. Ahora bien, la fuerza del muelle posee aquel grado con que el cuerpo A choca con C, por lo que su intensidad es más pequeña que la fuerza que resta en B en la dirección BC; no la agotará pues cuando se desarrolle aunque emplee toda su fuerza. Y si el muelle, que en el choque es puesto en tensión, se distiende, comunicará al cuerpo A una nueva fuerza, pero será destruida en B, cuando la comunica a aquella bola. Por consiguiente tampoco aumentará la fuerza por la del muelle, pues por un lado sale la que por otro entra.

De aquí vemos que únicamente en el caso que un cuerpo más grande choque con otro más pequeño, se conserva la misma cantidad de fuerza en el choque; y que en todos los demás casos en que la elasticidad no consigue destruir en un lado tanta fuerza como en otro engendra, siempre la fuerza es mayor después del choque que antes; lo que contradice la ley de Leibniz, pues según ésta, en todos los casos posibles subsiste la misma fuerza en la naturaleza, sin merma ni aumento.

LV

**El cálculo confirma que en el caso en que un cuerpo choca con otro más pequeño, como afirma Descartes subsiste la misma cantidad de fuerza.**

Los leibnizianos, debían, si pudieran, presentarnos un caso en que un cuerpo elástico más grande, chocase con otro más pequeño que contradijese la ley de Descartes; así nadie podría refutarlos. Pues solo un caso semejante sería decisivo y sin excepción; pues en el mismo, después del choque se encuentra ciertamente la misma cantidad de fuerza que antes de él. Pero ningún partidario de las fuerzas vivas se ha atrevido nunca a considerar en esta clase de choque la ley cartesiana; de lo contrario habría percibido sin esfuerzo: que las reglas mecánicas coinciden en tal caso perfectamente con la estimación cartesiana. Supongamos por ejemplo, que la masa

del cuerpo B es tres veces como la del cuerpo A y que B choca contra A con 4 grados de velocidad. Razonando entonces, según la conocida regla foronómica: la velocidad de la bola B después del choque, será a la velocidad antes del mismo como la diferencia de las masas A y B a la suma de las mismas. Tendrá por lo tanto dos grados; además, la velocidad de la bola A después del choque será a la de B antes del mismo como  $2B : A$ . A alcanza de este modo seis grados de velocidad. Ahora bien, según la estimación Cartesiana, la fuerza de ambos cuerpos después del *Conflicto*, 12; pero antes del mismo era también 12. Y esto es lo que se quería demostrar.

#### LVI

### **La fuerza con la cual el cuerpo más pequeño rebota del más grande, tiene el signo *minus*.**

Cuando se quiere medir la cuantía de una fuerza, hay que seguirla en sus efectos. Pero antes se deben aislar aquellos fenómenos, con los cuales está ligado dicho efecto, y que no son propiamente consecuencia de la fuerza que se quiere valorar.

Cuando un cuerpo elástico choca con otro de masa mayor, sabemos, por las leyes del movimiento que el pequeño retrocede después del choque con un cierto grado de fuerza. También sabemos por los últimos *Paragraphis*, que esta fuerza con la cual rebota el cuerpo pequeño por efecto de su choque con el grande, es igual al exceso de aquella fuerza que el esfuerzo de la elasticidad puesta en ejercicio tiene sobre la fuerza del cuerpo A, por lo que éste, antes de que las fuerzas de los muelles de ambas bolas entren en acción avanzará con la bola B, en la dirección AE. Ahora bien, según hemos demostrado ya, como la elasticidad encuentra en el cuerpo A una fuerza que va en la dirección AD, y que puede destruir, en la misma medida que la que comunica a B, y como no había nada en ambos cuerpos tomados juntamente que no contuviese en sí la misma cantidad de fuerza que existía en A antes del choque como la causa de este, el estado de ambos cuerpos ha de estimarse como el

efecto adecuado de la fuerza que A tenía antes del choque. Pues el efecto no es nunca ni más grande ni más pequeño que la causa. Pero sabemos además: que cuando la fuerza elástica ha destruído ya toda la fuerza que restaba en A en la dirección AE, comunica a los dos cuerpos A y B nuevas fuerzas que se suman a las que constituyen el genuino y acabado efecto de la bola A. Por lo tanto podemos colegir este por el movimiento de las dos bolas de la manera siguiente: tomando al cuerpo A la fuerza con que retrocede después del choque y restando esta misma fuerza de la que la bola B ha alcanzado. De aquí es fácil deducir: que la fuerza con la que un cuerpo elástico pequeño retrocede de otro mayor con el cual choca, es de una especie negativa y debe llevar ante sí el signo *minus*. Si por ejemplo, una bola A choca contra otra B tres veces más grande que aquélla, con dos grados de velocidad; a consecuencia del choque rebota con un grado de velocidad y comunica a la bola B otro grado de velocidad. Esta fuerza con que A retrocede después del choque, no se puede añadir cuando se quiere obtener la cantidad total de efecto que A ha ejercido. Debe por el contrario serle quitada al cuerpo A, como también restada de la fuerza del cuerpo B. El resto, que es dos, sería todo el efecto que por la fuerza de la bola A se ha realizado. Por lo tanto una bola que tiene dos por masa y uno por velocidad, posee la misma fuerza que otra que poseyese una masa como 1 y una velocidad como 2.

#### LVII

### **La Marquesa de Chastelet bromeó antes de tiempo sobre esta cuestión.**

Claramente se ve por todo esto que la preclara Marquesa de Chastelet obró precipitadamente al bromear a costa del señor de Mairan. Contestóle con la observación que hemos citado anteriormente, a saber: que ella creía que no era cosa fácil hacer el ensayo y que el señor de Mairan no querría encontrarse en el camino de un cuerpo, que, marcado con el signo *minus*, rebotase con 500 o 1000 grados de

fuerza. Así lo creo yo también, y mucho me engañaría si esperase que el Sr. de Mairan se decidiera a comprobar la verdad en esta forma. Pero el asunto no estriba en que la fuerza marcada con el signo *minus*, no sea una fuerza real, como la marquesa de Chastelet parece colegir. El Sr. de Mairan no quiso indudablemente decir esto. Se trata en efecto de una fuerza real, y produciría sus efectos si se la sometiese a prueba. Lo que se quiere decir es lo siguiente: que la tal fuerza, como también una parte de la fuerza de la bola B, igual a aquella, no puede ser considerada como el efecto total de la bola A; sino, antes bien, se la debe considerar, como si no existiese antes en A, restándola de B y que la fuerza que después queda debe ser considerada como el efecto total de la fuerza que existía antes del choque. Pero una fuerza considerada de este modo, equivale, en la suma total a menos de nada, y exige el signo negativo.

#### LVIII

### Los leibniciansos esquivan la investigación de las fuerzas vivas, por el choque de los cuerpos no elásticos.

Esperarán mis lectores, hallar para la demostración del movimiento de los cuerpos no elásticos que chocan, ciertas pruebas de las cuales se han servido los partidarios de Leibniz para la estimación de las fuerzas vivas. Pero se engañarán si tal esperan. Dichos señores no encuentran los movimientos de esta clase muy apropósito para confirmar su opinión; en consecuencia tratan de esquivarlos completamente en sus investigaciones. Es achaque frecuente en los que hacen del conocimiento de la verdad ocasión para lucirse. Cierran por decirlo así los ojos a todo aquello que parece contradecir su teoría. Cualquier escusa, cualquier subterfugio les parece bastante para sortear una dificultad que viene a oponerse a su doctrina. Se nos hubiera ahorrado muchos esfuerzos en filosofía, si en este punto se hubieran querido violentar un poco. Cuando se quieren exponer todos los argumentos que una doctrina puede presentar en su abono, debe cuidarse con la misma atención e interés de los

argumentos que pudiera ofrecer la opinión contraria. No se debe despreciar lo que pueda resultar en favor de la afirmación opuesta, y aún se debe exponer con la misma complacencia que si se tratase de pruebas favorables. En tal equilibrio del entendimiento, pudiera muchas veces ser desechada una opinión que antes pareciera infalible, y de este modo la verdad, al ser encontrada, se ofrecería con una mayor claridad a nuestro convencimiento.

#### LIX

**El choque de cuerpos no elásticos es, para la cuestión de las fuerzas vivas, más decisivo que el choque de los cuerpos elásticos.**

Ya se les ha encarecido a menudo a los defensores de las fuerzas vivas, que los movimientos de cuerpos no elásticos procedentes del choque, son más apropiado para resolver la cuestión de si las fuerzas vivas tienen lugar o no, que el movimiento de los cuerpos elásticos. Pues en estos se mezcla la elasticidad, y hace la confusión infinita, mientras que en estos últimos el movimiento no es determinado sino puramente por el efecto y el contraefecto. No hay duda que los leibnicianos se dejarían penetrar de la evidencia de esta consideración, si no sirviese para derrumbar el edificio de las fuerzas vivas.

#### LX

**Refugio de los leibnicianos ante la objeción que se les hace con motivo del choque de los cuerpos no elásticos.**

De aquí que se hayan visto forzados a buscar asilo en una excepción que quizá sea la peor a que pudieran haber acudido. En efecto afirman: que en el choque de los cuerpos no elásticos siempre se

pierde una parte de la fuerza, que se emplea en empujar las partes del cuerpo. De aquí que se pierda la mitad de la fuerza que un cuerpo no elástico tiene, cuando choca con otro de igual masa que está en reposo, consumiéndose en el empuje de las partes.

## LXI

### Origen de este error.

Este pensamiento tiene más de un lado malo. Vamos a examinar alguno de sus aspectos.

No nos ha de ser difícil percibir desde luego la fuente de este error. Sabemos, en parte por la experiencia, en parte por los principios de la ciencia natural, que un cuerpo duro que en el choque no altera su figura o la altera muy poco, es un cuerpo elástico, y que por el contrario las partes de los cuerpos no elásticos están dispuestas de modo que en el choque se desvían y se aplastan. Estas cualidades se presentan comunmente juntas en la naturaleza, pero en una consideración matemática no estamos obligados a considerarlas unidas.

Los defensores de las fuerzas vivas se han equivocado en esto. Se imaginan que porque en la naturaleza un cuerpo no elástico tiene comunmente una tal conformación que sus partes en el choque se desvían y se aplastan, las reglas que tales cuerpos ofrecen a una pura consideración matemática del movimiento, no pueden subsistir sin esta propiedad. Este es el origen de aquellas dificultades que hemos visto en el párrafo LX, y que no tienen fundamento como veremos ahora.

## LXII

### Primera contestacion a la opinión de los leibnicianos.

En matemáticas se entiende por elasticidad de los cuerpos aquella propiedad por la cual un cuerpo rechaza a otro cuerpo que con él choca con el mismo grado de fuerza con que ha sido chocado.

Las matemáticas no se preocupan de la forma y manera como esta propiedad se presenta en la naturaleza. Para ella es y permanece indeterminado, si la elasticidad procede de la variación de la figura y de una repentina restauración de la misma, o de una oculta entelequia, de una *qualitas occulta*, o de sabe Dios que causa. Si en la mecánica se describe la elasticidad como el aplastamiento y la reposición en su lugar de las partes de un cuerpo, es de advertir que los matemáticos que se sirven de esta explicación se mezclan en realidad en lo que no les compete y constituye asunto de la ciencia natural.

Según esto el que al considerar un cuerpo no elástico en las matemáticas no presupone nada más sino que no tiene fuerza para rechazar un cuerpo que choca con él y en esta única determinación funda todo el edificio del movimiento de los cuerpos no elásticos, sería absurdo afirmar que la regla de estos movimientos es tal como es porque el aplastamiento del cuerpo que es empujado no permite otra ley. Pues en los principios de que se saca esta ley no encontramos vestigio alguno de tal aplastamiento de las partes. Todos los conceptos sobre los que se han edificado dicha regla, son tan indeterminados en relación a esta limitación que entre los cuerpos no elásticos, se puede incluir, sin hacer traición al concepto, todos aquellos que en el choque no varían su figura, tanto como los que sufren un aplastamiento de sus partes. Por consiguiente cuando no se ha tenido en cuenta en la construcción de la ley este aplastamiento para determinar conforme a ella las leyes del movimiento, o no se ha puesto como fundamento de ella tal concepto que supone dicho fenómeno, es extraño que se haga responsable a este de que la ley sea tal como realmente es.

LXIII

**Segunda respuesta: Porqué se puede llamar a un cuerpo, no elástico, cuando es completamente duro**

Hemos dicho, que en la consideración que la matemática nos ofrece del movimiento de los cuerpos no elásticos, se puede suponer a estos completamente duros, es decir, como si sus partes no sufriesen aplastamiento o deformación alguna. La naturaleza nos ofrece también ejemplos de que no son inelásticos aquellos cuerpos cuyas partes ceden más que las partes de otros, sino que amenudo un cuerpo es inelástico cuyas partes por el choque, en comparación con otro, casi no son aplastadas, y pueden considerarse relativamente como duras. De aquí vemos: que, en la misma naturaleza, no son los cuerpos inelásticos porque sus partes sean aplastadas, sino porque no reaccionan con el grado de fuerza con que fueron empujadas. Así podemos también ver otros cuerpos cuyas partes ceden poquísimo en el choque, pero que son de tal naturaleza, que no reaccionan al choque, o si lo hacen, no lo hacen con el grado de velocidad con que fueron empujadas. Como, por ejemplo, una bola de madera, si se] pudiese comparar las cosas grandes con las pequeñas. Estos cuerpos de que aquí hablo, son perfectamente duros (1) pero sin embargo inelásticos. No se les podrá excluir, por consiguiente, de la ley del choque de los cuerpos no elásticos, y sin embargo sus partes no serían aplastadas. Como podría sostenerse aquí la opinión de los Leibnicianos?

---

(1) Pues un cuerpo, que se deja aplastar infinitamente poco, puede denominarse sin error, completamente duro.

LXIV

**Tercera respuesta: el aplastamiento de las partes no es razón para suponer que en el choque de cuerpos no elásticos se pierda una parte de la fuerza.**

Podemos conceder a los leibnicianos su presuposición de que los cuerpos no elásticos sufren siempre un aplastamiento de sus partes, sin que ésto nos perjudique a nosotros. Un cuerpo produce en otros movibles, cuyas partes aplasta por el choque, el mismo efecto que produciría si se colocase entre los dos un muelle que fuese apretado por el choque. Me sirvo de este ejemplo, porque no sólo es plástico y convincente, sino porque también ha sido empleado por un gran defensor de las fuerzas vivas, por Bernoulli.

Si una bola A (Fig. I fig. 9), es movida contra otra B, aplastando el muelle R en el choque, todos los pequeños grados de fuerza que son empleados para apretar el muelle, pasan a la masa del cuerpo B, y van sumándose sucesivamente hasta que toda la fuerza con que es oprimido el muelle, ha pasado al cuerpo B. Pues el cuerpo A no pierde ningún grado de fuerza, ni el muelle sufre presión alguna sino en tanto se apoya contra el cuerpo B. Pero se apoya contra esta bola con el mismo grado de fuerza con que saltaría hacia este lado si la bola cediese repentinamente, esto es; con la fuerza con que A es apretado hacia el lado contrario y que consume y emplea dicho cuerpo en la presión. Ahora, es evidente que el mismo grado de fuerza con que el muelle trata de obrar hacia B, y al cual resiste la inercia de la bola B, debe pasar a la misma bola. Por consiguiente B recibe toda la fuerza para moverse en dirección BE que en A se emplea mientras oprime el muelle R.

La aplicación de ésto es fácil de hacer. Pues el muelle R, representa las partes de los cuerpos inelásticos A y B que son aplastados por el choque. Por lo que el cuerpo A, haciendo presión por ambos lados sobre las partes del cuerpo B, no enjendra fuerza alguna que no pase al cuerpo B, moviéndole tras el choque. Por consiguiente no

se pierde ninguna parte, y aún menos la gran parte que de los leibnicianos suponen falsamente.

LXV

**Cuarta respuesta: De la proporción de la dureza de los cuerpos no elásticos y el grado de fuerza del choque, que en la opinión de los leibnicianos deben ser determinados.**

Sería enojoso poner de relieve todas las ilegitimidades y contradicciones que los leibnicianos han querido hacinar en esta cuestión del choque de los cuerpos no elásticos; la única de que voy a ocuparme basta para inutilizar su objeción.

Aunque se les concediese a nuestros adversarios todas las demás afirmaciones, no se les podría perdonar la osadía que en esta pretensión se encierra: que en el choque de los cuerpos no elásticos, no se emplea ni más ni menos fuerza en el aplastamiento de las partes que en la que cada caso, según su valoración necesariamente se encuentra. Es una temeridad, imposible de perdonar, que se nos quiera obligar a creer, sin género alguno de prueba: que un cuerpo debe perder, en el choque con otro igual a él, justamente la mitad, en el choque contra uno de triple masa que él tres cuartos, etc., por la presión de las partes, sin que se nos de razón de porqué sucede así y no de otra manera; pues aún concediendo que el concepto de un cuerpo no elástico exige necesariamente una pérdida de fuerza en la presión, no se porque se concluye de esto: que esta ausencia de elasticidad lleve consigo tal pérdida de fuerza y no más o menos. Pero los leibnicianos no pueden negar, que cuanto menor es la firmeza de la masa de los cuerpos no elásticos en comparación con la del cuerpo que choca, tanto mayor será la fuerza que se pierde en la presión de las partes, y que cuanto más duros sean los cuerpos, menos se perderá de la misma; y que en el caso que fueran completamente duros, no se perdería ninguna. Por consiguiente se exige una cierta y determinada relación de la dureza de dos cuerpos iguales no elás-

ticos, si en el choque ha de perderse justamente la mitad de la fuerza del cuerpo que choca. Y sin esta proporción aparecería más o menos, según que los cuerpos que chocan sean más o menos duros o blandos. Ahora bien, por lo regular en el movimiento de los cuerpos no elásticos, contra los cuales excepcionan los leibnicianos, el grado de firmeza, y aún mucho más, la proporción de ésta con la fuerza del choque, son completamente indeterminados; por consiguiente, no se puede comprender por los mismo, si hay aplastamiento de las partes, si se pierde una fuerza en este aplastamiento y cuanta; pero en modo alguno se deduce de aquí ninguna razón para comprender que en el choque de una bola con otra de igual peso, se pierda justamente la mitad de la fuerza. Pues ésto no sucede, sin una cierta relación completamente determinada entre la dureza de estos cuerpos y la fuerza del choque. Puesto que no hemos encontrado tal relación de la cual pueda ser deducida la ley del choque de los cuerpos inelásticos que contenga en sí cualquier razón de una pérdida determinada de fuerza, esta es la causa de que dicha regla no se pueda fundar en la presión de las partes, la cual hace perder tanta fuerza en todo caso como a los leibnicianos se les antoja.

### **Aplicación de nuestro razonamiento.**

Después de haber demostrado que el expediente a que recurren los leibnicianos para sustraerse al golpe que la ley del choque de los cuerpos no elásticos les dá, es completamente ineficaz, esto no impide, emplear dicha ley para un fin al cual servirán a maravilla, a saber para descartar las fuerzas vivas del dominio de las matemáticas, en donde sin derecho alguno habían penetrado.

### LXVI

### **El choque de los cuerpos no elásticos suprime de una vez para siempre las fuerzas vivas.**

Sería supérfluo exponer aquí circunstanciadamente, cómo el movimiento de los cuerpos no elásticos destruye la doctrina de las

fuerzas vivas. Cualquier caso que se considere lo demuestra sin la menor dificultad. Por ejemplo, si un cuerpo no elástico, A, choca con otro de igual naturaleza y de igual peso, B, que está en reposo, después del choque se mueven ambos con medio grado de la velocidad que existía antes del choque. Por consiguiente, según la valoración de Leibniz, habrá en cada uno un cuarto de fuerza después del choque y en los dos juntos medio grado, puesto que antes del mismo había en la naturaleza un grado total de fuerza. Por tanto se habrá perdido la mitad, sin haber producido ningún efecto proporcionado a esta mitad, o lo que es lo mismo sin haber sufrido la menor resistencia en la cual se pudiera haber consumido; lo cual, según confesión misma de nuestros contrarios, es el mayor absurdo que se pueda imaginar.

## LXVII

### **Prueba general: que el choque de cuerpos elásticos es siempre contrario a las fuerzas vivas.**

No quiero terminar esta sección, en la que vengo combatiendo las fuerzas vivas por el choque de los cuerpos, sin añadir una consideración general, que comprenda todo lo que se puede decir en esta forma contra las fuerzas vivas. Y diré que aunque se quisiera conceder a los leibnicianos sus fuerzas vivas, es opuesto a la naturaleza de las cosas querer demostrarlas por el choque de los cuerpos, y que éste nunca puede ofrecer otra medida que la de la simple velocidad, y podría hacerlo aun cuando la estimación por el cuadrado fuese una verdad cierta e indudable. Es imposible digo, poder conocerla por el choque de los cuerpos. Por lo demás esto se puede demostrar con tan abundante número de ejemplos como se quiera.

LXVIII

**Realización de esta prueba.**

Mi demostración se apoya en los siguientes fundamentos.

Se está conforme en que el movimiento de los cuerpos por el choque no se debe considerar, para los fines que aquí se persiguen sino como la fuerza que un cuerpo que se mueve comunica a otro, y por la cual se ha de medir la cantidad de causa que ha engendrado este efecto. Esto es, que la cuantía de la causa debe buscarse en el efecto que es una consecuencia de aquélla. Por consiguiente, se comprende fácilmente, que no debe de perderse de vista que en los cuerpos que chocan no se ha de tomar otra fuerza, en el cuerpo que ha sufrido el choque que la que precede del cuerpo que la ha producido inmediatamente; pues de lo contrario la medida tomada sería falsa y la operación inútil. Pero es evidente que inmediatamente después del momento en que el cuerpo productor del choque ha producido su efecto en el que le sufre, toda la fuerza que en éste se encuentra, es un efecto indudable del choque. De aquí que nos debamos servir necesariamente de esta fuerza y no de otra alguna para medir el resultado del choque. Si suponemos un cuerpo que transmite a otro su movimiento por medio del choque, en el momento inmediatamente después de éste, y cuando el contacto de los dos cuerpos acaba de realizarse, la fuerza que se ha comunicado, no ha producido todavía ningún movimiento real, porque no ha habido tiempo y solo existe un mero conato de movimiento, por consiguiente una fuerza muerta y que tiene por medida la simple velocidad. Por consiguiente la fuerza que se encontraba en el cuerpo que produjo el choque, se ha agotado en despertar en el otro una fuerza, cuya exacta estimación no puede ser otra que la mera velocidad, aun cuando por una hipótesis se quisiera atribuir al cuerpo que choca una fuerza que, no tuviese por medida, no ya el cuadrado sino el cubo, el cuadrado del cuadrado u otra potencia cualquiera.

Ahora bien, sería un absurdo que echaría por tierra la ley de la igualdad de la causa y el efecto el suponer, que una fuerza, que exige la estimación según el cuadrado, se emplease en producir otra, que sólo debiese ser estimada por la velocidad. Pues como aquélla es infinitamente más grande que ésta, sería lo mismo que decir que todo el contenido del cuadrado se empleaba en producir una línea y ciertamente una línea finita. De aquí se deduce claramente que la ley, tanto de los cuerpos elásticos, como de los cuerpos no elásticos nunca puede ofrecer una prueba de otra estimación que la de la mera velocidad, y que por su naturaleza debe ser contraria a los fuerzas vivas, por mucha que sea la inventiva que se tenga para imaginar casos que tengan la apariencia de favorecerlas.

#### LXIX

Como de los párrafos anteriores resulta que sólo se puede tomar por medida de la fuerza del cuerpo que choca la fuerza que es comunicada al otro cuerpo y que se encuentra en él inmediatamente después del choque y puesto que este último se separa del primero antes que el movimiento tenga realmente lugar, no dudo que este ha de ser el punto, contra el cual se rebelen con mayor ahinco los señores que tengo la honra de llamar mis adversarios; quisiera tener la fortuna de que parasen mientes en lo que sigue:

**Continuacion de la prueba de que en el choque de los cuerpos no se debe estimar otra cosa que la velocidad inicial del cuerpo que choca.**

O la fuerza del cuerpo que es chocado en en el momento antes en que se separa del cuerpo que choca igual a la que tiene después que realmente se ha movido y se ha separado del mismo, o no es igual. En el primer caso, no necesito decir que se puede tomar la fuerza del cuerpo que ha recibido el choque, cualquiera que sea el

momento que se quiera tomar, y siempre se encontrará adecuada a la mera velocidad, (1) porque es igual a la que tenía antes de que su movimiento fuese real. Si no es igual, esto equivale a decir, que la fuerza que se encuentra en el cuerpo que recibe el choque, después que se ha separado del que lo ha producido, es mayor que la que había durante el contacto. Pero si esto es así, confieso que esta es la causa por la cual no me puedo servir de la misma para estimar la fuerza del choque. Pues si en el cuerpo que ha recibido el choque, después de haberse separado del otro, hay un grado más de fuerza de la que había mientras estaba en contacto con él, este grado mayor de fuerza no puede ser un efecto que provenga del cuerpo que produce el choque, pues los cuerpos obran los unos sobre los otros sólo mientras están en contacto. Por consiguiente sólo aquél puede utilizarse para medir la fuerza que se ha invertido en el choque.

#### LXX

Hemos vencido felizmente las dificultades que el choque de los cuerpos pudiera ofrecer a la vieja ley de Cartesio. Creo poder decir, osadamente, que el partido del señor Leibniz no ostenta ninguna ventaja por este lado. Quisiéramos poder decir lo mismo en lo que respecta a los demás aspectos de la cuestión .

#### LXXI

### De la defensa de la teoría de las fuerzas vivas por la composición del movimiento

Tócanos ahora estudiar aquellos casos que los defensores de la teoría de las fuerzas vivas toman del hecho de la composición del movimiento de los cuerpos para confirmar y apoyar su doctrina de

---

(1) Pues mientras el movimiento del cuerpo que ha recibido el choque no es real (es decir, mientras no se ha separado del otro), su fuerza, aun en opinión de los leibnizianos es aún una fuerza muerta.

la estimación de las fuerzas. Del mismo modo que una mala causa tiene siempre, como nota distintiva el ocultarse y parapetarse bajo hechos o pruebas oscuras y confusas, así también los partidarios de la doctrina de las fuerzas vivas, quieren valerse de la confusión a que da lugar fácilmente la consideración del hecho de los movimientos compuestos o de la composición del movimiento en los cuerpos. Tratamos aquí de descorrer el velo que encubre estos casos, y del cual, los partidarios de las doctrinas de las fuerzas vivas se han aprovechado, única y simplemente con el fin de defender y justificar sus afirmaciones. El señor Bulfinger se ha servido, la mayor parte de las veces, de esta clase de pruebas, y por esta razón, han de ser sus pensamientos los primeros que hayamos de poner en el platillo de la balanza.

El lugar en que dicho señor estudia la cuestión es el primer tomo de su obra *Commentarii Petropolitani*. La afirmación, que sirve de fundamento a todo el edificio de su doctrina, es la siguiente: Un cuerpo A (Tab. I. Fig. 10), que recibe dos movimientos al mismo tiempo, uno de ellos, en la dirección AB, el cual está dotado de la velocidad AB, y otro en una dirección perpendicular a la del primero, y que posee una velocidad igual a AC, se mueve por la diagonal de este paralelogramo rectangular en el mismo tiempo en que recorrería cada uno de los lados. Pero las fuerzas dirigidas por los lados del paralelogramo no son opuestas las unas a las otras, por lo que la una no puede sustraer nada a la otra, y por consiguiente, la fuerza que posee dicho cuerpo, cuando obedece a las dos, es decir, cuando se mueve por la línea diagonal, es igual a la suma de las fuerzas de los dos lados. Ahora bien, esto no sucedería según la ley de Cartesio. Pues la diagonal AD es siempre más pequeña de los dos lados AB y AC juntos; pero, asimismo, con todas las otras posibles estimaciones, la fuerza que tiene el cuerpo dotado de la velocidad AD, no sería nunca igual a la suma de las fuerzas dotadas de la velocidades AB y AC, sino solamente en el caso único en que estas fuesen estimadas según el cuadrado de la velocidad. De aquí deduce el señor Bulfinger: que la fuerza de un cuerpo que está dotado de un movimiento efectivo, no puede ser nunca medida de otra manera que por el cuadrado de su velocidad.

LXXII

**En que sentido es cierto el argumento del señor  
Bulfinger**

El señor Bulfinger no se ha equivocado completamente en su argumentación. Sus conclusiones son en el fondo perfectamente legítimas; solamente el empleo que de ellas hace, es defectuoso, y tiene todo los caracteres de un juicio precipitado.

Si consideramos el movimiento que ostenta el cuerpo en la dirección AC (Tab. I. fi. 10), como habitualmente se hace, es decir, como si el cuerpo se esforzase por chocar con la superficie CD perpendicularmente a la misma, sería lo cierto: que los otros movimientos laterales del mismo en la línea AB, no son opuestos en este respecto, porque corren paralelos a la superficie CD, por consiguiente, el cuerpo ni se acerca ni se aparta de ella. Por la misma razón, el movimiento AC no se opone al movimiento del otro lado AB respecto del efecto con que el cuerpo se esfuerza por obrar contra la superficie BD, por ser paralelo a esta superficie. Que se sigue de todo ésto? No otra cosa sino que el cuerpo, cuando, cediendo a estos dos movimientos laterales, sigue la diagonal, ejercerá contra la superficie CD y BD, los mismos efectos que habría ejercido por cada uno de los movimientos laterales. Por consiguiente, el cuerpo tiene en su movimiento por la línea diagonal, respecto de las dos superficies CD y BD, una fuerza igual a la suma de las dos fuerzas laterales. Pero esta fuerza no se da en él sino bajo la condición de que he hablado.

LXXIII

**El señor Bulfinger no ha penetrado en el verdadero sentido de la cuestión**

El señor Bulfinger no se ciñe ciertamente a esta condición; de todos modos se hubiera visto atado por la naturaleza de su argumen-

to. El concluye directamente: por consiguiente, el cuerpo tiene en su movimiento por la línea diagonal una fuerza equivalente a la suma de las dos fuerzas laterales.

Esta afirmación expuesta de un modo tan absoluto, recibe ordinariamente una significación muy alejada del sentido que encierra en sí la argumentación del señor Bulfinger. Pues si se dice: un cuerpo, que posee esta o aquella velocidad tiene esta o aquella fuerza en sí, se comprende bajo estas palabras la fuerza que ejerce en la dirección rectilínea de su movimiento y sobre un objeto sobre el cual cae perpendicularmente. Por consiguiente, cuando se habla de una manera tan concreta y determinada de la fuerza de un cuerpo, no se debe tratar de determinar su cantidad de fuerza en otra significación que en ésta, de lo contrario se creería, que el cuerpo tiene en la dirección rectilínea de su movimiento una cierta fuerza en sí, que sólo ejerce lateralmente en una cierta situación del objeto. El señor Bulfinger, que ha perdido de vista esto, ha caído aquí en una *fallaciae ignorationis elenchi*. Pues ha olvidado el sentido de la cuestión, y en vez de haber demostrado, como debiera, que el cuerpo chocaría con un objeto, sobre el cual cayese con un movimiento perpendicular, con una fuerza que sería igual a la suma de las fuerzas con la que afrontase la superficie con los movimientos laterales aislados, demuestra, en cambio, que el cuerpo ejerce una fuerza que es como la resultante o agregado de estas fuerzas, pero sólo contra las dos superficies laterales CD y BD, y no contra la superficie perpendicularmente opuesta a su movimiento.

#### LXXIV

### La referida prueba, es defectuosa, en relacion al punto discutido

Por lo tanto todo estriba en demostrar lo siguiente: un cuerpo que se mueve en la dirección de la línea diagonal AD no tiene en la dirección rectilínea una fuerza igual a la suma de las fuerzas laterales. Para ello no necesito sino considerar cada uno de los movimien-

tos laterales como un movimiento compuesto, según hacen generalmente los matemáticos. El movimiento lateral AB (Tab. I. fig. II) se compondrá según esto de los movimientos AF y AH, y el movimiento lateral AC se compondrá por el contrario de los movimientos AE y AG. Pero como los movimientos AF y AE son iguales y contrarios, se destruyen el uno al otro, por consiguiente el cuerpo camina en la diagonal con la velocidad AH y con la velocidad AG, y en su consecuencia toda la fuerza de los dos movimientos laterales no se encuentra en la dirección de la línea diagonal, sino solo una parte de los mismos. Además, como los movimientos AF y AE, aparte de esto, corren paralelos a la superficie BH que el cuerpo afronta en su movimiento diagonal, perpendicularmente, no puede encontrar ninguna de las dos fuerzas, se comprende por ello y por lo que precede que el cuerpo no afronta el objeto, por su movimiento AD, con la suma de las fuerzas laterales AC y AB.

## LXXV

### Consecuencia de todo esto

Por consiguiente ya está todo resuelto. Pues desde ahora sabemos: que un cuerpo que se mueve en línea diagonal contra un objeto que surge verticalmente no posee la suma de las fuerzas laterales que posee con cada uno de los dos movimientos laterales, contra las superficies opuestas perpendicularmente. De aquí se sigue necesariamente, que la fuerza es en el movimiento por la línea diagonal más pequeña que las dos fuerzas laterales juntas; y que por consiguiente la fuerza de un cuerpo no debe ser estimada según el cuadrado de su velocidad, pues con tal género de estimación dicha igualdad debería ser encontrada, lo que de hecho no sucede.

### Del caso que estudia el Sr. Bulfinger se deduce la falsedad de la doctrina de las fuerzas vivas

No queremos contentarnos con lo que hemos expuesto. Muy lejos de amedrantarnos las conclusiones del Sr. Bulfinger, queremos hacer hincapié en ellas para demostrar la ley de Cartesio. Una buena causa tiene siempre en su favor esta nota, a saber: que las mismas armas de los contrarios han de poder servir para defenderla, y nosotros hemos visto más de una vez que la nuestra se puede jactar de poseer esta excelencia. El movimiento lateral AB (Tab. I fig. II) no tiene, según lo que acabamos de demostrar anteriormente, en la dirección de la línea diagonal, más velocidad, que la velocidad AH con la cual el cuerpo encuentra perpendicularmente, en movimiento aislado, la superficie BH. Además, el movimiento lateral AC tiene por sí solo, en la dirección de la línea diagonal, la velocidad AG, con la que el cuerpo choca verticalmente con la superficie CG. De las fuerzas, que estos dos movimientos AH y AG, traen consigo, se compone toda la fuerza de la línea diagonal, y por consiguiente, lo que en aquéllas dos no se encuentra, no se puede encontrar en ésta, pues de lo contrario, habría en la suma mayor cantidad que en los dos sumandos juntos. Según esto la fuerza que se mueve con la velocidad AD, es igual a la fuerza que se mueve con la velocidad AH, *plus* la fuerza con la velocidad AG, y se pregunta que potencia de AH, de AG y de AD se debe tomar, para que la suma de las dos primeras sea igual a la última. De los más rudimentarios principios de la aritmética resulta, pues, claro, que si se quiere estimar las fuerzas por una potencia de las líneas AH, AG y AD, la cual es mayor que la primera potencia, la fuerza del cuerpo, estimada de esta manera, con la velocidad AD sería más grande que la suma de las fuerzas con las velocidades AH y AG; pero si se toma una función más pequeña (según la expresión del Sr. Bulfinger), que la función de la mera velocidad, el agregado de las fuerzas par-

ciales sería más grande que la totalidad de la fuerza producida, que tiene, como marca la velocidad AD, y que por el contrario, estas dos cantidades serían iguales si todo ello fuese estimado según la mera velocidad. De aquí se sigue: que o ponemos las fuerzas en proporción con las velocidades AH, AG y AD, o tenemos que confesar que el agregado es más pequeño o más grande que los *Aggregandi* juntos.

## LXXVII

### Otra refutación por un procedimiento diferente

Podemos también hacer patente esto mismo por otro procedimiento. Aceptemos como el Sr. Bulfinger que (Tab. II fig. 12) las fuerzas laterales AB y AC han sido comunicadas al cuerpo *a*, por el choque de dos bolas iguales, con las velocidades  $ba = AB$  y  $ca = AC$ , y que estos dos impulsos simultáneos ocasionan el movimiento y la fuerza por la línea diagonal. Pero queremos admitir, porque es lo mismo, que estas bolas parten de C y B y que chocan con el cuerpo *a* en el punto D con las velocidades  $CD = ba$  y  $BD = ca$ . Es innegable que el cuerpo *a* ha recibido, de las bolas mencionadas en este lugar, la misma fuerza que pudo recibir en el punto A; pues el lugar no introduce diferencia alguna y todo lo demás subsiste igual. Según esto se pregunta: ¿qué fuerza ha recibido la bola *a* en el punto D de estos dos choques BD y CD ocurridos en el mismo tiempo contra la superficie perpendicular FE? Y yo respondo: la bola B comunica al cuerpo *a* con el movimiento BD, propiamente no más que la velocidad BE, en lo que respecta al efecto sobre dicha superficie, y por el choque con la bola C, con la velocidad CD, el mismo cuerpo A solo obtiene la velocidad CF, con la cual puede obrar, en el punto D sobre la superficie FE. Pues los otros dos movimientos BG y CH, que *a* ha recibido de este doble choque, corren paralelos a la superficie, por consiguiente no la tocan, sino antes bien se destruyen el uno al otro porque son opuestos e iguales. Por consiguiente, las dos fuerzas laterales BD y CD, o lo que es lo mis-



mo, AC y AB comunican al cuerpo, respecto de la superficie que por el movimiento diagonal toca perpendicularmente solo una fuerza igual a la suma de las fuerzas de las velocidades BE y CF; por consiguiente, en primer lugar, no le comunican toda su fuerza, y luego solo una fuerza (según resulta tanto de lo que aquí estamos diciendo como de lo dicho en párrafos anteriores) que se conduce, respecto de sus componentes como la velocidad AD a las velocidades CF y BE, y no como el cuadrado de éstas

### LXXVIII

#### **La fuerza de la línea diagonal no es igual a la suma de las fuerzas laterales**

Por las consideraciones anteriores vemos que, si se supone que las fuerzas que actúan hacia los lados del paralelogramo en el movimiento diagonal son juntas iguales a la fuerza en la dirección de la línea diagonal, se seguirá: que las fuerzas se deben estimar según el cuadrado de las velocidades. Pero ya hemos demostrado: que esta suposición es falsa, y que los efectos que un cuerpo ejerce en el movimiento oblicuo, hasta que sus fuerzas están agotadas, siempre es mayor que el que ejercería por un choque perpendicular.

Esta observación tiene todo el aspecto de una paradoja. Pues de ella se sigue que un cuerpo puede ejercer respecto de una superficie en cierto modo opuesta a él mas fuerza que la que se supone que tiene en si. Pues un cuerpo, se suele decir tiene tanta fuerza como la que podría ejercer sobre un obstáculo invencible por un choque vertical.

No nos debemos preocupar por la solución metafísica de la cuestión, pues sea esta la que quiera, la matemática dicta la última sentencia y ante su juicio no es posible dudar mucho tiempo.

LXXIX

**En la estimación leibniziana de las fuerzas, la suma de las fuerzas que obran en dirección oblicua es igual a la fuerza diagonal; pero en la cartesiana aquella es a menudo infinitamente mayor que ésta.**

De la división del movimiento aparece claro, que, si un cuerpo choca sucesivamente contra varias superficies en dirección oblicua, pierde completamente su movimiento cuando la suma del cuadrado de todos los *Sinum angulorum incidentiae* son iguales al cuadrado del *Sinus totius* que indica la velocidad inicial de su movimiento. Hasta aquí todos los mecánicos están conformes, sin exceptuar a los cartesianos. Pero de aquí se sigue, sobre todo para los leibnizianos: que el cuerpo, si hacemos la estimación según el cuadrado, habrá perdido todo su movimiento cuando las fuerzas ejercidas en dirección oblicua sean, sumadas, iguales a la fuerza que es inherente al cuerpo en su movimiento rectilíneo. Por el contrario, según la doctrina cartesiana de la estimación de las fuerzas, las cosas suceden en este caso de una manera completamente distinta. Las fuerzas que el cuerpo en cuestión ejerce en dirección oblicua por una serie múltiple de choques consecutivos hasta que todo el movimiento ha desaparecido, son juntas, según la referida doctrina cartesiana, mucho mayores, que la fuerza única e individida que posee el cuerpo en el movimiento en línea recta. Por lo tanto el cuerpo no habrá perdido su movimiento cuando la suma de todas las fuerzas ejercidas en movimiento desmembrados o divididos es igual a la fuerza total indivisa que posee dicho cuerpo. Pues un cuerpo puede ejercer sobre varias superficies oblicuas mucha más fuerza que contra una superficie a la que hiriese verticalmente, por las siguientes razones: porque la cantidad de fuerza (si admitimos que la oblicuidad del choque se efectúa sobre todas las superficies con el mismo ángulo) que es necesaria para que un cuerpo pierda su movimiento por el choque oblicuo contra un obstáculo, es a la que se necesita para que el mis-

mo cuerpo pierda su movimiento cuando chocha contra un obstáculo sobre el que cae en línea recta, oomo *Sinus totus* al *Sinui* del ángulo de caída. Es por consiguiente, por ejemplo, si el *Sinus totus* es al *Sinui anguli incidentiae* como 2 : 1 dos veces tan grande como éste; si es como 8 : 1, ocho veces; y si es infinitamente pequeño, infinitamente mayor que la potencia del obstáculo que hubiera sido suficiente para consumir su fuerza en dirección perpendicular. Así, según la doctrina del señor Leibniz un determinado obstáculo toma a un cuerpo toda su fuerza, mientras que en el caso de la doctrina cartesiana solo tomaría, siendo el choque en la misma dirección una cantidad infinitamente pequeña de fuerza, si la fuerza o la potencia del obstáculo, que tiene que vencer es finita; es decir que en la estimación según el cuadrado la pérdida de fuerza del cuerpo que se mueve, si la potencia del obstáculo que tiene que vencer es finita, es también finita, sea cual quiera la inclinación con que el cuerpo ataque al obstáculo, en cambio en la estimación según la velocidad, puede ser finita la fuerza total del efecto ejercido por el cuerpo, y en cambio la pérdida de fuerza puede ser infinita, si el ángulo con que ataca el obstáculo es infinitamente pequeño.

Esta diferencia es pasmosa. Debe mostrarse un ejemplo de todo esto en la naturaleza, sea este ejemplo del género que se quiera; y vale la pena de buscarle. Pues las consecuencias de la misma no solo serían el poder decidir si la fuerza de un cuerpo en la línea diagonal de un paralelógramo rectangular es o no igual a la suma de las fuerzas laterales, sino también si la doctrina de Leibniz es verdadera o por el contrario lo es la cartesiana porque las dos cuestiones están inseparablemente unidas.

#### LXXX.

### Refutación de la doctrina de las fuerzas vivas por el examen de un nuevo caso particular

El movimiento de un cuerpo en línea circular alrededor de un punto central hacia el cual es atraído por su peso (género de movimiento propio de los planetas), es el caso a que nos referimos.

Tomemos un cuerpo que ha recibido el suficiente impulso centrífugo para correr alrededor de la tierra en un movimiento circular. Hagamos al mismo tiempo abstracción completa de todo obstáculo que pudiera aminorar su movimiento, que no sea la fuerza de la gravedad; tendremos ciertamente, en primer lugar, que la velocidad de su movimiento será finita, y en segundo lugar que el en mismo grado y en la misma línea proseguirá sin experimentar la más mínima disminución, por tiempo infinito. Estas dos afirmaciones complementarias las pongo como fundamento de lo que voy a decir por la sencilla razón de que son aceptadas tanto por los partidarios de la doctrina del señor Leibniz como por los partidarios de la doctrina cartesiana. Siento además, en tercer lugar, como fundamento, que la pesantez, en un cuerpo que se mueve libremente en un tiempo finito emplea una fuerza finita, pero también se consume esta fuerza si las dos fuerzas, la que es inherente al cuerpo, y la de la gravedad obran en sentido contrario la una a la otra. Ahora bien, el cuerpo referido, es decir, el cuerpo que se mueve en un círculo alrededor de un punto central, está expuesto constantemente a la presión de la gravedad, y sufre por lo tanto, por la suma de todas las infinitamente pequeñas presiones de la gravedad en un tiempo finito una fuerza finita, con la cual es atraído hacia el punto central, *per Lemma 3*. Sin embargo, el cuerpo, por su fuerza propia contrarresta todas éstas presiones, manteniéndose siempre en el mismo alejamiento del punto central. Por consiguiente, en cada tiempo finito ejerce también una fuerza finita para vencer el obstáculo de la gravedad. Ahora bien, de lo expuesto en el párrafo 79 aparece claro: que cuando un cuerpo ha vencido en dirección oblícua un cierto número de obstáculos, que sumados representan una cierta cantidad de fuerza, este cuerpo al mismo tiempo y por esta razón (si hemos de suscribir la doctrina de Leibniz), sufre una pérdida de una magnitud finita en la fuerza propia. Por consiguiente, el antedicho cuerpo, perderá, en cada tiempo finito de su carrera circular, por efecto de la atracción una cantidad de fuerza finita, y así en un tiempo determinado toda su fuerza y velocidad; pues la velocidad que posee su carrera circular es finita. *Lemma I*.

De aquí se deduce una de dos, o que no puede correr en un cír-

culo, aunque tenga una velocidad infinita, o que hay que conceder: que un cuerpo puede, por la suma de todos sus efectos oblicuos ejercer una fuerza infinitamente superior, a la que en el choque rectilíneo poseería, y que la medida de las fuerzas de Leibniz que no concede esto, es falsa.

LXXXI.

**Demostración de que un cuerpo que se mueve en un círculo despliega una fuerza contra la gravedad como la que ejercería contra una superficie oblicua.**

Como el pensamiento que aquí estamos desarrollando es muy fecundo en consecuencias, queremos apartar de él todas las objeciones por pequeñas que éstas sean, y hacerle, en cuanto nos sea posible claro y llano.

Debemos ante todo comprender claramente: que la fuerza que emplea el cuerpo que se mueve en su movimiento circular, para contrarrestar la fuerza de la gravedad, ejerce un efecto oblicuo, y es comparable al choque de un cuerpo con una superficie oblicua, como lo hemos comparado nosotros en los párrafos anteriores.

Representémonos, a este fin, los arcos infinitamente pequeños que recorre el cuerpo en su movimiento circular, es decir, una multitud de líneas infinitamente pequeñas, tales como se acostumbra a considerar el círculo en las matemáticas, esto es, como un polígono de infinito número de lados. (Tab. II. Fig. 13). El cuerpo, que recorre la línea infinitamente pequeña *ab*, seguiría, si la fuerza de la gravedad no le opusiera ningún obstáculo, la línea recta de este movimiento y estaría en la segunda parte infinitamente pequeña de la línea *d*. Más por la resistencia de la gravedad se ve forzado a abandonar esta dirección, y a describir la línea infinitamente pequeña *be*. Este obstáculo de la gravedad, le ha hecho, *per resolutionem virium*, tomar el movimiento lateral *ac*, el cual es expresado por la línea perpendicular *ac*, que cae sobre la línea *b*, alargada hasta *c*.

De este modo, el cuerpo  $\bar{}$  sufre por el obstáculo de la gravedad, en el punto  $b$ , la misma resistencia que sufriría de una superficie  $ce$ , contra la cual chocase bajo el ángulo  $a b c$ ; pues el obstáculo que le opondría esta superficie, estaría expresado, lo mismo que aquí, por la pequeña línea perpendicular  $ac$ . Por consiguiente, la fuerza que un cuerpo ejerce en su movimiento circular contra la gravedad se podría comparar perfectamente bien con el choque del mismo contra una superficie oblicua y también estimarla como se estima esta

### LXXXII.

La tercera de las afirmaciones fundamentales de nuestra argumentación del párrafo 80, parece necesitar, también, una confirmación; por lo menos parece que es necesario, cuando se trata con tales enemigos, tomar todas las precauciones y garantías posibles, aún cuando se trate de las más evidentes verdades; pues la disputa de las fuerzas vivas nos ha convencido suficientemente, de que modo, la parcialidad puede apasionarse en favor de ciertas opiniones aún enfrente de la verdad desnuda, y como la inteligencia humana, lleva su licencia hasta dudar de las verdades más evidentes o suspender su juicio respecto de ellas.

**El cuerpo que recorra un círculo desarrolla, en cada tiempo finito una fuerza finita contra el obstáculo de la gravedad.**

Sobre la afirmación de que la gravedad en un cuerpo que se mueve libremente en tiempo finito dado desarrolla una fuerza también finita, remitireme al párrafo 32; pero esta afirmación ha suscitado ya la contradicción de los partidarios de las fuerzas vivas, por lo que considero lo mejor, batirlos con sus propias armas. El cuerpo citado, que en su movimiento circular recorre en un tiempo finito el arco  $af$ , recibe la presión de todos los muelles de la gravedad, a los cuales está expuesto incesantemente en el espacio finito  $af$ .

Ahora bien, según la confesión misma de los leibniciansos, los resortes de la gravedad que en un espacio finito comunican su presión a un cuerpo que se mueve, introducen en éste una fuerza finita: *Ergo*, etc.

### LXXXIII

## La conclusión

Según esto, la fuerza ejercida en el movimiento dividido, si es estimada como proporcional al cuadrado de los lados del paralelogramo rectangular, no se compadece con las más conocidas leyes del movimiento circular de los cuerpos y las fuerzas centrales. Por consiguiente, las fuerzas laterales, en todo movimiento compuesto, no están, como pretende la ley de Leibniz, en proporción con el cuadrado de sus velocidades, y de aquí podemos también deducir la proposición general siguiente: que la estimación de las fuerzas, según el cuadrado de sus velocidades, es completamente equivocada; pues cada movimiento puede ser considerado como opuesto, como sabemos por las doctrinas fundamentales de la mecánica.

### LXXXIV

## Como resuelve la doctrina cartesiana estas dificultades

Es necesario hacer notar de nuevo, cuan hermosamente resuelve la estimación de las fuerzas cartesianas, esta dificultad a la cual sucumbe la doctrina de Leibniz como acabamos de ver.

Por las matemáticas sabemos: que la pequeña línea  $a c$  (Tab. II. fig. 3) la cual es paralela e igual al *Sinuí verso*  $b i$ , del arco infinitamente pequeño  $a b$ , es un infinitamente pequeño de segundo grado, y por consiguiente infinitamente más pequeño que la línea infinitamente pequeña  $a b$ . Ahora bien,  $a c$  es el sinus del ángulo, con

el cual el cuerpo se opone siempre en su movimiento circular a la presión de la gravedad, y a b, como una parte infinitamente más pequeña del movimiento absoluto del cuerpo mismo, es el *Sinus totius* de éste. Pero sabemos por lo demostrado en el párrafo 79: que, cuando un cuerpo obra sobre un cierto obstáculo con movimiento oblicuo de manera que el Sinus del ángulo de incidencia, respecto del *Sinus totius*, es infinitamente pequeño, la fuerza perdida por el obstáculo contra la fuerza reunida de todas las resistencias vencidas, es, según la estimación cartesiana, infinitamente pequeña. Por consiguiente, el cuerpo en su movimiento circular no pierde por la presión de la gravedad, una fuerza finita sino cuando, en la suma total de todos los retardos de la gravedad, ha vencido una fuerza infinitamente grande. Ahora bien, la suma de todas las presiones de la gravedad durante un tiempo finito, supone sólo una fuerza finita, párrafo 80. *Lemma 3.*, y por lo tanto no podría llegar a constituir una fuerza infinita sino después de un tiempo infinito: según ésto, el cuerpo que corriese en un círculo alrededor de un punto central, hacia el cual fuese atraído por la fuerza de la gravedad, perdería por el obstáculo de ésta, una fuerza infinita en un tiempo infinito, y por consiguiente en un tiempo finito, infinitamente menos. Por el contrario, la pérdida en la estimación leibniziana de las fuerzas, sería en estas circunstancias, en un tiempo finito, una cantidad finita, párrafo 80., por lo que la estimación cartesiana, en este caso, no está sujeta a la dificultad a que está expuesta la de Leibniz, según hemos visto.

#### LXXXV

### Nueva contradicción a que está expuesta la doctrina de las fuerzas vivas

El reproche que hemos hecho a la doctrina de las fuerzas vivas, descubre al mismo tiempo una nueva y extraña forma de contradicción en la estimación de las fuerzas según el cuadrado. Pues todo el mundo está conforme en que la fuerza estimada según el *Rectán-*

*gulo* de la velocidad multiplicada por si misma, debe tener infinitamente más potencia que la que sólo es expresada por la mera velocidad, y que aquella, en relación con esta última, es lo que la superficie respecto de la línea. Pero aquí muéstrase precisamente lo contrario, a saber: que en el caso que hemos visto, en que dos clases de fuerzas en circunstancias completamente iguales son puestas en acción, la leibniziana es disminuída infinitamente menos y por obstáculos infinitamente menores que la cartesiana, lo cual constituye una contradicción como no puede ser pensada otra mayor.

## LXXXVI

### Refutación del caso del Sr. Bernouilli de la tensión de cuatro muelles iguales

La destrucción del principio general de que en el movimiento compuesto se encuentra igual cantidad de fuerza que en el sencillo, agrega muchos casos nuevos a los ya abundantes que los defensores de las fuerzas vivas han edificado sobre este fundamento.

El caso del señor Bernouilli, citado por Wolf en su mecánica, es uno de los más característicos. Supone cuatro muelles o resortes en tensión, todos los cuales tienen necesariamente la misma fuerza. Hace caer luego un cuerpo dotado de 2 grados de velocidad bajo un ángulo de 30 grados, cuyo *Sinus* es como 1, contra el primero, y luego con el resto del movimiento bajo un ángulo, cuyo *Sinus* es como 1, contra el segundo, y luego contra el tercero y por fin contra el cuarto, perpendicularmente. Cada uno de estos muelles, ahora, pone en tensión este cuerpo; ejerce por lo tanto con dos grados de velocidad, cuatro grados de fuerza, por consiguiente la tenía, porque si no, no la hubiera podido desarrollar. De aquí que la fuerza de este cuerpo no sea como su velocidad 2, sino como el cuadrado de la misma.

Yo no exijo esta afirmación: que el cuerpo con dos grados de velocidad bajo ningún concepto pueda desarrollar cuatro grados de fuerza. Puede desarrollarlos en un choque oblicuo, y es bastante

que hayamos demostrado que su fuerza es en el choque rectilíneo sólo como 2, y en el movimiento oblicuo, más grande que en el perpendicular. Pero todo el mundo estima la fuerza de un cuerpo por la potencia que en el choque vertical se encuentra en él. Así pues, en aquella clase de efecto, en la cual sin duda todos nuestros adversarios coinciden en creer que es la verdadera medida de la fuerza, la ventaja está del lado de los cartesianos contra los partidarios de las fuerzas vivas.

### LXXXVII

#### Objección de Mairán contra el caso de Herrmann

Encontramos, por último, otro caso, fundado en la composición del movimiento, que se pudiera denominar perfectamente el argumento Aquiles de nuestros contrarios.

Consiste en lo siguiente: un cuerpo A, que tiene por masa 1, y por velocidad 2, choca bajo un ángulo de 60 grados, con dos cuerpos B y B, que tienen por medida de su masa 2. El cuerpo A, permanece, después del choque en reposo, y los cuerpos B y B se mueven con un grado de velocidad, y por consiguiente ambos juntos con cuatro grados de fuerza.

El señor de Mairan ha advertido, muy acertadamente, cuan raro y paradójico parece que, un caso aislado y limitado a ciertas circunstancias, pueda suministrar una nueva estimación de las fuerzas, la cual, si fuera verdadera, se debería mostrar sin diferencia alguna en todos los casos y bajo todas las circunstancias. Los leibnicianos son en todo tiempo tan osados como para pedir: que si un cuerpo desarrolla cuatro grados de fuerza, sea de la manera que se quiera, se puede decir, seguramente, siempre, que ejercerá la misma fuerza en dirección vertical; pero en este caso presente es obvio que todo estriba en un determinado número de elementos, y en una dada situación de los mismos enfrente del cuerpo que choca, y que por consiguiente el problema sería otro si estas determinaciones variasen, de modo que se equivocan grandemente cuando concluyen:

el cuerpo, en estas circunstancias, ejerce tal o cual fuerza, por consiguiente debe (hablando sin reserva alguna) también desarrollar esta o la otra fuerza, si se le deja caer en dirección vertical.

Yo sólo he querido tratar de expresar aquí el sentido de las ideas de el señor de Mairan al oponer el caso de Herrman en su contestación a las objeciones que le dirige la señora de Chastelet en su doctrina natural. Pero me parece que podía haber hecho lo mismo de una manera más clara y persuasiva, exponiendo los casos que nosotros hemos estudiado respecto de la composición y división de las fuerzas, lo cual queda hecho en gran parte; por lo que creo que el lector de estas páginas me perdonará una mayor extensión, refiriéndome a lo dicho.

#### LXXXVIII

El señor de Maira es el único, entre los partidarios de Cartesio, que ha hecho ciertas consideraciones sobre la elección de los fundamentos en que los leibnicianos quieren construir una nueva estimación de la fuerza; pero, con todo, lo ha hecho sólo en el caso particular que nosotros hemos citado en los párrafos anteriores. Este género de investigación no parece de gran importancia si se le considera superficialmente, pero de hecho es de una gran utilidad, en cuanto puede ser un método para el arte de pensar.

Debemos tener un método, por medio del cual, en cada caso, por una estimación general de los principios en los que se funda una opinión, y por la comparación de los mismos con las consecuencias que de ellos se ha sacado, podamos deducir si la naturaleza de la primera afirmación comprende en sí todo lo que la doctrina exige. Esto acontece, cuando las determinaciones que la naturaleza de la conclusión envuelve en sí son observadas exactamente, y se tiene en cuenta si en la construcción de las pruebas se han elegido principios que se ciñan a las determinaciones particulares que la conclusión supone. Si no sucede ésto, podemos creer seguramente: que tales conclusiones, defectuosas en este respecto, nada demuestran, si no se puede descubrir donde está propiamente la falta y cual es ésta.

Así, por ejemplo, en la estimación general de los movimientos de los cuerpos elásticos he deducido, que, los fenómenos que por su choque mutuo se producen, no pueden dar origen a otra estimación que no sea la cartesiana. Pues yo recuerdo que todos los fenómenos son resueltos por los mecánicos con ayuda de la única fuente del producto de la masa por la velocidad, juntamente con la elasticidad, por lo que se les puede aportar a los leibniciansos cientos de pruebas de los más grandes geómetras y que hemos visto confirmar a ellos mismos con su propio aplauso. Por consiguiente, hemos de llegar a la conclusión de que aquello que es producido por la fuerza estimada según la mera velocidad, no puede probar ninguna otra estimación sino la estimación por la velocidad. Yo no sabía aún entonces, donde está propiamente la falta en el razonamiento de los leibniciansos, sobre el choque de los cuerpos elásticos, pero cuando me dí cuenta de que en el indicado procedimiento demostrativo había un defecto, estuviese donde estuviere y por muy oculto que estuviera, dirigí toda mi atención a descubrirle y me pareció que le había encontrado en más de un sitio.

### **Este método es la fuente principal de todo este tratado**

En una palabra, todo este tratado es única y solamente un producto de este método de pensar. He de confersarlo sinceramente: todas aquellas pruebas en favor de la doctrina de las fuerzas vivas, expuestas hasta aquí, y cuya flaqueza creo yo haber hecho tan patente que todo el mundo puede percibirla, fueron consideradas por mí al principio como otras tantas demostraciones geométricas, en las cuales yo no vislumbraba el menor defecto, y quizá no le hubiera encontrado nunca, si la estimación general de las condiciones en las cuales la valoración del señor Leibniz está formulada, no hubiese dado a mis reflexiones nuevo impulso. Vi que la realidad del movimiento es la condición de esta medida de las fuerzas y que constituye la causa propia, por la que la fuerza de los cuerpos en movimiento no se debe estimar del mismo modo que la de los cuerpos que sólo se esfuerzan por llegar a producir el movimiento. Pero

cuando consideré la naturaleza de este movimiento, comprendí fácilmente que, puesto que se le puede incluir bajo un mismo género con la condición de la fuerza muerta y sólo difiere de ella por la cantidad, no puede tener una consecuencia que difiera de las consecuencias de la fuerza muerta *toto genere*, y difiera de ésta tan infinitamente, aún cuando la condición, que es causa de esta consecuencia, se acerque tanto a la otra condición que casi se confunda con ella. Así veo yo, con una certeza que no cede en nada a la certeza geométrica, que la realidad del movimiento no puede ser razón suficiente, para concluir: que las fuerzas de los cuerpos en este estado, debe ser como el cuadrado de su velocidad, ya que un movimiento de duración infinitamente pequeña, o lo que es lo mismo el mero conato de movimiento, no tiene otra medida que la mera velocidad. De aquí concluyo: si la matemática tiene ante sí la realidad del movimiento como razón de la estimación según el cuadrado, y de otra parte nada, sus conclusiones deben cojear. Armado con esta fundada desconfianza respecto de las pruebas de los partidarios de la doctrina del señor Leibniz, ataqué los argumentos de los defensores de esta doctrina, para que, sabiendo ya que contenían defectos, averiguar también en que consistían éstos. Me complazco en creer que mi procedimiento no ha fallado.

#### LXXXIX

**El defecto de este método ha sido una de las causas por las que ciertos errores patentes han permanecido ocultos durante mucho tiempo.**

Si se hubiese empleado en todo tiempo este método de pensar, se hubieran podido evitar muchos errores en la filosofía o por lo menos hubiera sido un medio para echarlos de ver mucho antes y en consecuencia poder sustraerse a ellos más temprano. Me atrevo a decir, que la tiranía<sup>2</sup> de los errores que pesa sobre la inteligencia humana, la cual, a veces persiste durante muchos siglos, ha prove-

nido principalmente de la falta de este método, o de otros que tuvieran con este cierto parentesco o afinidad, y que nuestro deber es, ante todo aplicarnos a resolver este problema del método para prevenir aquellos males en lo futuro. Permítasenos ahora tratar de demostrar todo lo que acabamos de decir.

Si por medio de ciertos racionios, que mantienen oculto un error o defecto de argumentación dentro de si mismo, error o defecto que es muy manifiesto, se cree haber probado o fundamentado una opinión cualquiera, y no se tiene otro medio de probar la invalidez de la argumentación, sino descubrir esta falta oculta, y por consiguiente se ha de saber qué falta es esta que hace la prueba recusable antes de que se pueda decir que se puede hallar una; cuando, digo yo, no se tiene otro método que éste, yo afirmo que el error permanecerá largo tiempo sin poder ser descubierto, y la prueba engañará a mucha gente, antes de que se haya echado de ver que es una prueba falsa. La causa de ello es la siguiente. Yo supongo que cuando las proposiciones y razones de una prueba son aparentemente legítimas, y tienen para nosotros el prestigio de las verdades reconocidas por todos, la inteligencia nos prestará su aplauso y no se le ocurrirá tratar de investigar de si en las mismas se oculta alguna falta; pues entonces el valor de la prueba está en razón directa de la persuasión que produce en nosotros, de la convicción que hace nacer en nuestro entendimiento, del mismo modo que una prueba que poseyese en si legitimidad y sutileza geométrica y la falta que entre los razonamientos yaciera oculta, hiciese al no ser percibida, tan poco efecto en lo que se refiere a la aminoración del aplauso, como si no se encontrase en la dicha prueba. Por consiguiente o la inteligencia debiera no dar su aplauso a la prueba, o hacerlo solo cuando no viese nada que fuese ni remotamente semejante a una falta, es decir cuando no sospechase que podía haber tal falta. En tal caso jamás emplearía el menor esfuerzo para el descubrimiento de la tal falta, por que no tendría ninguna razón para ello, y por consiguiente ésta no sería descubierta sino por un feliz acaso, y por lo tanto permanecería oculta largo tiempo, pues este feliz acaso podría retrasarse años y aun siglos. Este es quizás el principal origen de los errores que, con detrimento del saber humano han perdurado durante mucho

tiempo y que sin embargo, una ligera consideración ha disipado al fin. Pues el error oculto en un razonamiento, se parece a primera vista a una verdad conocida, y la prueba es considerada como legítima, sin sospechar en lo más mínimo su flaqueza, y como no se busca el error, éste no llegará a descubrirse sino por manera fortuita.

### **Cual ha de ser la naturaleza del medio con el cual podemos prevenir la persistencia del error**

De aquí se colige fácilmente cual ha de ser el secreto para prevenir esta duración de nuestros errores y que nos facilitará el descubrimiento de los mismos. Debemos poseer el arte de adivinar o presumir por las premisas de un razonamiento si estas tienen virtud suficiente, en una prueba dada, para conducir a la conclusión. De esta manera podremos llegar a saber si el dicho razonamiento contiene en sí un error, y aún cuando no le vislumbremos en ninguna parte, estaremos alerta y trataremos de desenmascararle, pues tenemos causa suficiente para presumir que existe. Esto será un dique contra la peligrosa propensión al aplauso, sin el cual la inteligencia pronto se descuidaría de una investigación para la cual parece no haber causa aparente ninguna. Este método nos ha ayudado en los *Paragraphis* 25, 40, 62, 65, 68, y aún podrá prestarnos valiosos servicios en el curso de este trabajo.

### XC

De no poca utilidad sería la consideración de este método de una manera más detallada y la exposición de las reglas de su empleo; pero esta clase de especulación no entra en la jurisdicción de las matemáticas, a la cual pertenece por derecho propio todo lo contenido en este tratado. Sin embargo, queremos aún ofrecer otra prueba de su utilidad en la refutación del razonamiento, que para defen-

der la doctrina de las fuerzas vivas se toma de la composición de los movimientos.

En la composición de las fuerzas muertas, por ejemplo, de los pesos que tiran de un nudo en dirección oblicua, las velocidades iniciales, son, cuando estas direcciones forman un ángulo recto, expresadas por líneas que forman los lados de un paralelogramo rectangular, y la presión que de aquí resulta es representada por la línea diagonal. Si bien aquí, en este caso, el cuadrado de la línea diagonal es igual a la suma de los cuadrados de las líneas laterales, no se sigue de ello, en modo alguno que la fuerza compuesta se conduzca con respecto a una de las simples, como el cuadrado de las líneas que expresan las velocidades iniciales; pero todo el mundo estará conforme que apesar de esto las fuerzas, en el caso expuesto están en proporción simple con las velocidades. Tómese ahora la composición de los movimientos reales tal como los representa las matemáticas, y compárese con ellos. Las líneas que forman los lados y la diagonal del paralelogramo, no son otra cosa que las velocidades en estas direcciones, lo mismo que en el caso de la composición de fuerzas muertas. La línea diagonal tiene la misma relación con los lados que allí, y el ángulo también es el mismo. Por consiguiente ninguna de las determinaciones que la representación matemática de los movimientos reales compuestos lleva consigo, difiere de las que la misma ciencia emplea para representar la composición de las fuerzas muertas. ¶Y puesto que de estas no se deduce en ningún modo la estimación de las fuerzas según el cuadrado, tampoco se deducirán de aquellas; pues se apoyan en los mismos principios y de ellos se deducen las mismas consecuencias. Se objeta sin embargo que hay una manifiesta diferencia entre ellas, porque se supone, que las unas son una composición de movimiento reales, mientras que las otras son una composición de fuerzas muertas. Pero esta suposición es vana y ociosa. No aparece en el plano de los principios en que se funda el teorema. Las líneas que constituyen el objeto de la consideración son solo representaciones de relaciones de velocidades. Así pues la consideración de la realidad del movimiento es aquí un concepto muerto y baldío, que solo es pensado accesoriamente y que no entraña consecuencias matemáticas. De aquí



se deduce: que de esta clase de investigación del movimiento compuesto ninguna ventaja se puede sacar para la defensa de la doctrina de las fuerzas vivas, sino que es solo una argucia filosófica que se mezcla aquí extemporáneamente. De esta manera hemos comprendido ahora, con ayuda de nuestro preconizado método, que la demostración matemática de la doctrina de las fuerzas vivas sacada de la teoría de la composición de los movimientos es falsa y defectuosísima, pero no sabemos que clase de defectos son estos a que nos referimos, sino que solo podemos hacer una fundada conjetura, o mas bien una cierta persuasión de que se encuentran defectos en ella. Así pues no podemos dispensarnos del esfuerzo de tratar seriamente de encontrarlos. Yo evito este trabajo a mis lectores, pues creo haber encontrado dichos defectos y haberlos puesto claramente de manifiesto en los párrafos que anteceden.

## XCI

### **Las diferencias con que el Sr. Bulfinger quiere escapar a la objeción del Sr. de Mairan, son desvirtuadas.**

Nuestro método es también una espada contra todos los nudos que forman las sutilezas y argumentos especiosos, con que el Sr. de Bulfinger ha tratado de defender sus conclusiones, refutadas por nosotros en lo que precede, contra una objeción que sus enemigos pudieran hacerle. Gran ventaja es para nosotros poder cortar este nudo, pues de lo contrario nos veríamos negros para desatarle.

El Sr. Bulfinger ha hecho notar muy acertadamente que se le podría objetar que sus pruebas, aunque fuesen legítimas podrían emplearse con el mismo éxito en favor de las fuerzas muertas. Más por este lado se ha abroquelado con una colección de distingos metafísicos confusos y embrollados. Hace notar que el efecto de la fuerza muerta debe ser estimado por el producto de la intensidad en el camino que toma, pero que este es expresado por el cuadrado de esta línea: así se les puede conceder a los cartesianos que los

efectos, en la composición de las presiones muertas son iguales, pero que no se sigue de aquí que las fuerzas sean también iguales. Y añade: *in motibus isochronis solum actiones sunt ut vires; non in nisi mortuo*. Una consideración metafísica, produce, en una discusión matemática un efecto singular. El matemático cree que no comprende esta sutileza y si no está en condiciones de resolverla, está muy lejos de ser inducido a error por una cosa que no comprende. Sigue el hilo del razonamiento geométrico y todos los demás caminos le son sospechosos. Los geómetras, ante el subterfugio del señor Bulfinger se han conducido de este modo. Nadie, que yo sepa ha aceptado con él estas armas. Han tenido muy buen cuidado de ahorrarse este esfuerzo; pues una investigación metafísica, sobre todo una investigación metafísica tan embrollada y confusa como esta, ofrece siempre en todas direcciones, algún refugio o escondedero, en donde se pueda uno defender del enemigo sin que este le pueda perseguir u obligar a salir de su escondite. Nosotros hemos hecho muy bien al atacar los argumentos del Sr. de Bulfinger desde el principio por aquel lado por donde, según su propia confesión, solo las matemáticas tienen jurisdicción. Mas, por medio o en virtud de nuestro método, somos, como ya hemos demostrado, dueños también de estas diferencias, aun cuando se oculten obstinada e impenetrablemente bajo tan tupido velo de obscuridad.

### Nuestro método desenmascara las diferencias del Sr. de Bulfinger.

Es aquí lo principal la cuestión de saber si las diferencias del señor de Bulfinger pueden hacer valer la demostración matemática que ha sacado de las relaciones de la línea diagonal con las líneas laterales en los movimientos compuestos reales en favor de la doctrina de las fuerzas vivas, o si por el contrario, esta demostración matemática, no puede suministrar ningún fundamento en favor de la teoría que estamos combatiendo. Este es propiamente el punto por el que se disputa; pues si el edificio construido por el Sr. de

Bulfinger descansase solamente sobre principios metafísicos y no fuese apoyado por el concepto [matemático de la composición del movimiento, estaríamos disculpados de entrar en el examen del mismo, dada la intención que en esta parte de nuestro trabajo nos guía. Pero, la relación de la velocidad diagonal con las velocidades laterales en la composición del movimiento real, es demostrada por una y la misma razón, a saber, aquella de la que se deriva esta relación en la composición de presiones muertas. Es por consiguiente verdad, aunque en la composición del movimiento real no se encuentren otras propiedades y determinaciones que las que se encuentran en las presiones muertas, porque ellas pueden ser demostradas suficientemente, sin que sea necesario más que lo que se debe presuponer en las fuerzas muertas, que son compuestas. Por consiguiente, de las relaciones de la velocidad diagonal en los movimientos compuestos no se puede deducir que las fuerzas compuestas deban ser de otra naturaleza ni se deban estimar por otro procedimiento, que las fuerzas muertas, pues la misma relación tiene también lugar, aunque la naturaleza de las fuerzas compuestas, no sea diferente de las presiones muertas, porque no se necesitan otras razones, para demostrarlas, que las que serían necesarias aquí también. Por consiguiente, es en vano, que el Sr. Bulfinger se quiera servir de las mismas, para de ellas deducir, que las fuerzas no están en proporción de las velocidades, sino de sus cuadrados.

Sin embargo de lo que acabamos de exponer, las diferencias metafísicas de las cuales se ha servido este filósofo, no dejan de ofrecer algún resquicio por el cual, una consideración filosófica bien llevada pueda alegar algunas razones en provecho de la doctrina de las fuerzas vivas; pero son indudablemente insuficientes para el mantenimiento de aquellas argumentaciones matemáticas, de las cuales hemos hablado, pues por su naturaleza dejan completamente indeterminado, lo que, para la regla que de allí se quiere sacar, sería necesario determinar.

XCH

Un caso especial de composición presentado  
por Leibniz.

Después de estos diferentes géneros de pruebas, cuya ilegitimidad creemos haber puesto de manifiesto a los partidarios de la doctrina de las fuerzas vivas, llegamos por fin a aquella de que es autor el mismo Leibniz, y que lleva como distintivo la señal inequívoca de su ingenio. Fué publicada por primera vez en 1690 en las *Actis Eruditorum* y por cierto con ocasión de su respuesta a la objeción del abate Catelan. También es de notar que en todas las ocasiones en que ha querido dar una nueva luz sobre su doctrina de la estimación de las fuerzas, se ha referido especialmente a este argumento, por lo que nosotros debemos considerarle desde luego como uno de los principales fundamentos de la doctrina que mantiene dicho filósofo, dirigiendo a él también con especial empeño, nuestros ataques.

Una bola A (Tab. II, fig. 14), de cuádruple masa, cae sobre la superficie oblícua y curvada, cuya altura 1 AE es como 1, desde 1 A a 2 A, y prosigue su movimiento por la superficie horizontal EC, con el grado de velocidad que ha alcanzado por efecto de la caída y que es como 1. Supongamos, además, que transmite, toda la fuerza que pasee a otra bola B, de masa cuatro veces menor que la anterior y que está en reposo en el punto 3A. ¿Que velocidad recibirá, en este supuesto la bola B, que tiene por medida de su masa 1, de la bola A, cuya masa es cuatro veces mayor y que posee un grado sencillo de velocidad, para que su fuerza sea igual a la del cuerpo A? A esta pregunta, los cartesianos responden del siguiente modo: su velocidad deberá ser cuádruple. Por consiguiente el cuerpo B corre con cuatro grados de velocidad sobre la superficie horizontal desde 1B a 2B, y, después de haber recorrido la superficie oblícua y curvada 2B 3B, corre por esta superficie, y gana, por la velocidad adquirida el punto 3B, cuya perpendicular 3BC es como 16. Supongamos tam-

bién la balanza romana 3A 3B, que se mueve en el punto F, y uno de cuyos brazo F3B es poco más de cuatro veces mayor que el otro 3AF, pero se mantienen en equilibrio el uno al otro. Cuando el cuerpo B ha alcanzado el punto 3B, y por lo tanto, pesa sobre el brazo de la balanza, es claro que, como el extremo F 3B respecto del otro extremo 3A F es algo más grande que la masa del cuerpo 3A en comparación con la masa de la bola 3B, el equilibrio se romperá y el cuerpo 3B descenderá de 3B a 4B, al mismo tiempo que la bola 3A sube de 3A a 4A. Pero la altura 4A 3A es casi la cuarta parte de la altura 3BC, por consiguiente como 4, por lo que el cuerpo B ha elevado a la bola A de este modo a una altura casi cuatro veces mayor. Por un ligero juego mecánico podemos hacer ahora que la bola 4A retroceda desde 4A hasta 1A, y con la fuerza obtenida por este retroceso ejerza cierto efecto mecánico, pero después, de nuevo desde el punto 1A recorra la superficie 1A 2A, y volviendo todo a su primitivo estado, comunique también de nuevo a la bola B, que por una imperceptible inclinación de la superficie 2B 4B puede ser restituída al punto 1B, toda su fuerza, y todo se reproduzca de nuevo. Leibniz continúa deduciendo: por consiguiente, de la estimación cartesiana de las fuerzas se sigue que un cuerpo, cuando se sirve de su fuerza solamente, ejerce cada vez más efecto indefinidamente, puede mover máquinas, poner en tensión muelles o resortes, vencer en fin toda clase de obstáculos, sin que pierda nada de su fuerza y pudiendo ejercer constantemente esta: por consiguiente, también se deduce de aquí que el efecto puede ser mayor que su causa, y que el movimiento continuo, que todos los mecánicos tenían por imposible y absurdo, es cosa hacedera.

### XCIH

#### El punto flaco de esta prueba.

Este argumento es, el único entre todos los empleados por los defensores de la doctrina de las fuerzas vivas, cuya apariencia de certeza o verosimilitud pudiera constituir una disculpa del hecho

de que los partidarios de Leibniz le hubieran adoptado para defender y apoyar su doctrina de la estimación de las fuerzas. El señor Bernouilli, el Sr. Herrmann, y el Sr. Wolf no han presentado nada que pueda equiparársele en fuerza de convencimiento ni en apariencia de verdad. Un tan grande hombre como Leibniz, no podía errar, sin que aquellos mismos pensamientos que constituyeran el origen de su error contribuyeran a su fama. Diremos a propósito de esta prueba lo que Virgilio pone en boca de Héctor, en su propia alabanza:

. . . . . Si Bergama dextra.  
Defendi possent, etiam hac defensa fuissent.  
*Virg. Aeneid.*

Quiero exponer en pocas palabras el juicio que me merece esta prueba. Leibniz no hubiera debido decir: que el retroceso de la bola A, después de haber subido por medio de la balanza a la cuádruple altura  $4A$   $3A$ , y de haber retrocedido de  $3A$ , sobre la superficie oblicua  $1A$ , antes de ejercer una fuerza mecánica, es un efecto de la fuerza comunicada a la bola B, por mucho que parezca serlo. Esta fuerza mecánica ejercida como pronto veremos, es ciertamente, el estado causado en la máquina por la fuerza comunicada a B, pero no es el efecto de esta fuerza. Debemos evitar cuidadosamente la confusión de estas dos afirmaciones, pues aquí está el punto de la argumentación sofística en el cual parece que se funda toda la prueba de Leibniz. Pues si todas estas consecuencia mecánicas no son legítimo efecto de la fuerza que el cuerpo A, ha comunicado al cuerpo B desaparece todo el carácter paradójico de la afirmación siguiente: que hay más en el estado posterior de la máquina que en el precedente. Pues no por esto es más grande el efecto que la causa, y el movimiento continuo mismo no es en este caso un absurdo, porque el movimiento introducido no es el verdadero efecto de la fuerza, la cual solo es ocasión del mismo, y por consiguiente puede ser mayor que ésta, sin que aparezcan subvertidos los principios de la mecánica.

XCIV

**La fuerza que recibe A, por la disposición de la máquina, no es un efecto de la fuerza del cuerpo B**

El cuerpo B, al cual se ha trasladado toda la fuerza de la bola A, emplea toda esta fuerza en recorrer la superficie inclinada 2B 3B, Por consiguiente, en el punto 3B, ha terminado toda la cantidad de su efecto, y por tanto, toda la fuerza que se le ha comunicado se consume. Cuando alcanza una de las ramas de la balanza, no es ya con la fuerza anterior con la que logra hacer que el cuerpo 3A, gane la altura, sino que este efecto lo consigue por la fuerza renovada de la gravedad, pero la fuerza que el cuerpo B, ha recibido de la bola A, no tiene en ello parte alguna. Si además, la bola A, ha sido por esto elevada hasta 4A, la fuerza preponderante de la bola 3B, ha ejercido también de este modo su total efecto, y la fuerza que el cuerpo B recibe, mientras retrocede de 4A a 1A, es un efecto de una nueva causa, completamente distinta de la actividad de la palanca y aún mayor que ésta, a saber la presión de la gravedad, que es comunicada al cuerpo A, en libre caída. Por consiguiente, aquella fuerza, con que el cuerpo A ejerce mecánicos efectos antes de llegar otra vez al punto 1A, es algo ocasionado por la fuerza de la bola B, es decir, algo ocasionado por la transformación de ciertas fuerzas mecánicas, pero no causado por ella.

XCV

**Confirmación de esto mismo**

Cuando los leibniciansos se empeñan en no ver en los diferentes estados de la naturaleza más fuerza de la que contiene en sí el estado inmediatamente anterior, es decir, aquel estado que puede ser considerado como causa del presente, quisiera yo que tuvieran la bondad de decirme como hacen para escapar al reproche que se les

puede dirigir fundándose solamente en su propia argumentación. En efecto, si ponemos la bola B, sobre la balanza en 3B, de modo por consiguiente que oprima y haga descender el brazo más largo de esta levantando el cuerpo A, desde la posición 3A, a la posición 4A, ésto será ese estado a que acabamos de referirnos, pero la fuerza del cuerpo A, al caer otra vez desde la posición 4A, es el estado siguiente, estado que es ocasionado por el anterior. Pero en este estado hay más fuerza que en aquél. Pues la preponderancia del cuerpo 3B sobre el cuerpo 3A, puede ser incomparablemente pequeña respecto a su propio peso, y por consiguiente, la velocidad con que el cuerpo 3A, es elevado puede ser extraordinariamente pequeña, respecto de la velocidad que por su libre caída de 4A a 1A, posee, pues aquí se unen la presiones no mermadas de la gravedad, y allí solo tales presiones que al lado de estas son incomparablemente pequeñas. Por consiguiente, el estado inmediatamente siguiente de la fuerza, en la naturaleza, es indiscutiblemente más grande que el anterior que le ha ocasionado.

#### XCVI

### **Esto mismo, demostrado por la ley de continuidad**

El eje de la cuestión no consiste sino en penetrarse de lo siguiente: que debemos convencernos de que la fuerza que B con 4 grados de velocidad posee, no es en modo alguno la causa productora del efecto que en la máquina se produce en el caso que estamos estudiando, como los leibnicianos están dispuestos a suponer cuando quieren denunciar un absurdo en la ley de Cartesio. Pues si esto fuera así, cuando esta causa, es decir, el estado inmediatamente anterior, sufriese una disminución, por pequeña que fuese, el efecto, o sea el estado inmediatamente siguiente, sufriría también esta pequeña disminución. Pero al revés de suceder así vemos que en el mecanismo propuesto sucede otra cosa completamente distinta. Si suponemos: que el cuerpo 1B tiene una velocidad menor que la indicada, es decir, una velocidad menor de cuatro grados, habrá lle-

gado al punto a, recorriendo la superficie curva 3B, en que la longitud 3AF de uno de los brazos de la balanza, respecto de la longitud del otro es exactamente una relación cuadruple, por lo que el peso del cuerpo B no logra mover la palanca ni el cuerpo 3A retrocede en lo más mínimo del lugar que ocupa. Así, si el cuerpo B tiene una parte de fuerza menos, la cual puede ser considerada tan pequeña que casi no se tome en cuenta, el cuerpo 3A no tendrá entonces ninguna fuerza; pero por el contrario, en cuanto esta pequeña parte de fuerza sea añadida, el cuerpo 3A no sólo recobrará la fuerza que antes tenía, sino que adquirirá algunos grados de fuerza más. Es incuestionable que esto no sucedería, si la fuerza del cuerpo 3B fuese la verdadera causa productora del estado que en la máquina se produce.

## XCVII

### La cantidad total de razón suficiente en el estado anterior

Si se considera la contrucción de la palanca en esta máquina y su determinación geométrica en relación con la proporción de los cuerpos, si se añade el exceso de la relación de la altura 3B 4B sobre la altura 1AE, sobre la proporción de la masa del cuerpo B con respecto a la masa del cuerpo A, (pues la altura 3B4B es a la altura 1AE, como diez y seis a uno, mientras que la masa A es a la masa B como cuatro a uno), se tiene la cantidad total de las determinaciones que la fuerza ha ocasionado en A; si tomamos ahora las presiones de la gravedad, que por medio de las ventajosas disposiciones de las determinaciones geométricas se hacen eficaces, tendremos el conjunto de todas las razones suficientes por las que la cantidad de fuerza que nace en A se vuelve a encontrar enteramente. Si de aquí aislamos la única fuerza del cuerpo B, no es maravilla, que haya parecido demasiado pequeña para servir de explicación de la fuerza que aparece en A. Todo lo que el cuerpo B hace, es, que al mismo tiempo que vence la fuerza de la gravedad,

adquiere una cierta modalidad, esto es, una cierta cantidad de altura, la cual es mayor que la proporción de su velocidad  $y$ ; por consiguiente también de su masa.

De este modo queda demostrado pues, que la fuerza del cuerpo B no es la verdadera causa eficiente de la fuerza que es engendrada en A; por tanto la gran ley de mecánica: *effectus quilibet aequipollet viribus causae plenae*, no pierde en este caso su plena validez; y puede siempre ser producido un movimiento constante de este modo sin que esta ley fundamental sea vulnerada.

### XCVIII

#### La única dificultad que aún puede ocultarse en el argumento de Leibniz.

Queda reducido pues, todo lo que Leibniz puede oponernos con su argumentación a esto, a que aún cuando no se pueda constatar la imposibilidad del caso en cuestión, sin embargo, aparece muy irregular y contra naturaleza el que una fuerza engendre a otra más grande que ella, sea de la clase que se quiera. Leibniz se apoya en este aspecto de la cuestión (1). *Sequeretur etiam causam non posse iterum restitui suoque effectui surrogari; quod quantum abhorreat a more naturae et rationibus rerum naturae et rationibus rerum facile intelligitur. Et consequens esset: decrescentibus semper effectibus, neque unquam crescentibus, ipsam continue rerum naturam declinare, perfectione inminuta, neque unquam resurgere atque amissa recuperare posse sine miraculo. Quae in physicis certe abhorrent a sapientia constantiaque conditoris.* No se habría expresado tan apaciblemente, si no hubiese visto que la naturaleza de las cosas le imponía esta moderación. Pero podemos estar seguros de que si su perspicacia no hubiera advertido esta debilidad hubiera agitado la caja de true-

---

(1) Act. Erud. 1691, p. 542.

nos de su conjuro geométrico y echado toda la fuerza de las matemáticas contra sus adversarios. Pero se vió obligado a llamar en su ayuda la sabiduría de Dios, señal cierta de que la geometría no le ofrecía armas suficientemente fuertes.

Nec Deus intersit, nisi dignus vindice nodus.  
Inciderit . . . . .

*Horat. de arte poet.*

### Contestación.

Pero el pequeño asilo en donde quieren refugiarse, carece en absoluto de consistencia. Aquí solo se trata de la estimación de las fuerzas, conocida por las matemáticas, y no es maravilla que en este punto, la gracia de Dios no tenga eficacia alguna. Es una ciencia tomada del centro de todos los conocimientos, que no tiene nada que ver con las reglas de la conveniencia ni de la discreción, y que debe ser tomada conjuntamente con las enseñanzas de la metafísica si se ha de aplicar debidamente a la naturaleza. La armonía que descubrimos entre las diferentes verdades es como la correspondencia y equilibrio de los colores en un cuadro. Cuando se toma una parte aislándola del conjunto, desaparece la impresión total de conveniencia de todas ellas, la belleza y el encanto que su reunión y efecto combinado producen; por consiguiente es preciso verlas todas a la vez y percibir las formando un todo. La estimación de las fuerzas según la doctrina cartesiana es contraria a los fines de la naturaleza; por consiguiente no es la verdadera estimación natural de dichas fuerzas; pero esto no impide sin embargo, que la estimación cartesiana sea la verdadera y legítima estimación de las fuerzas según las matemáticas. Pues los conceptos matemáticos de las propiedades de los cuerpos y de sus fuerzas no son muy diferentes de los conceptos que en la naturaleza encontramos, y basta que nos hayamos hecho cargo de que la estimación cartesiana no se opone a ellos. Pero, no obstante, debemos enlazar las leyes metafísicas con

las reglas de las matemáticas, para determinar la verdadera estimación de las fuerzas según la naturaleza; esto cubrirá los hiatos y satisfará más completamente a las miras de la sabiduría de Dios.

XCIX

La objeción del Sr. Papín.

El Sr. Papín, uno de los más preclaros contradictores de la doctrina de las fuerzas vivas, ha llevado el pleito de Cartesio contra las pruebas fundamentales de Leibniz muy desdichadamente. Ha dejado el campo libre al enemigo y ha corrido a buscar en cualquier parte un refugio que le pusiese a cubierto de sus dardos. Concede a Leibniz, que si suponemos, que el cuerpo A, comunica su fuerza al cuerpo B, según la estimación cartesiana se produce un movimiento constante, y confiesa muy benévolo que esta clase de movimiento es un absurdo mecánico: *Quomodo autem per translationem totius potentiae corporis A in corpus B juxta cartesium, obtineri possit motus perpetuus, evidentissime demonstrat atque ita cartesianos ad absurdum reductus arbitratur. Ego autem et motum perpetuum absurdum esse fateor et Cl. Viri demonstrationem ex supposita translatione esse legitiman.* Después de haber estropeado su causa de este modo busca un asilo negando la suposición de sus enemigos de que su argumento sea una pieza muy accidental, y le invita a deshacer el nudo. Las siguientes palabras dan a conocer su opinión: *Sed hypothesis ipsius possibilitatem, translationis nimirum totius potentiae ex corpore A in corpus B pernego etc.*

C

Leibniz ha desarmado una vez más a su enemigo no dejándole el menor asilo. Le ha demostrado: que la trasmisión efectiva de la fuerza no es una parte esencial de su argumentación y que basta con poner una fuerza en B, que pueda sustituir a la fuerza de

A. Todo esto se encuentra demostrado en el opúsculo que ha incorporado a la *Actis* y que ya hemos citado. Pero yo no puedo pasar por alto, una falta de Leibniz, el cual en una discusión pública hubiera regalado la victoria a su contricante. Dicha falta consiste en lo siguiente: que concede algo, que, como él mismo recuerda, no pertenece propiamente al asunto principal, para probar una nueva circunstancia, prueba que de ser aceptada, acreditaría sí, la existencia de dicha circunstancia accesoria, pero echaría por tierra el punto principal que se intenta demostrar.

### Una falta de Leibniz

El caso es el siguiente: el señor Papín, el cual se ha empeñado en no hacer ninguna excepción a la objeción de sus adversarios, más que esta: que es imposible, que un cuerpo comunique a otro toda su fuerza, trata de hacer sospechoso a Leibniz todos los ardidés de que se vale para demostrar esto. De aquí que rebata con todo su ardor: que el cuerpo de cuádruple masa 1A (Tab. II. Figura 15) por su choque con la palanca en completa tensión 1 ACB, en el punto A, cuya distancia del punto de reposo C, respecto de CB es la cuarta parte, puede comunicar al cuerpo B de masa sencilla toda su fuerza; pues en esto se apoya Leibniz en la afirmación de su caso mecánico del que ya hemos tratado. El señor Papín no vió la ventaja que podía obtener para su causa de haber aceptado esta solución y haberla esgrimido contra la teoría de las fuerzas vivas. Sin embargo la sostuvo pero con tan débiles razones que hizo que el enemigo se envalentonara y perseverase en sus afirmaciones. Leibniz persiste también en la legitimidad de este artilugio, de que creía poder servirse, para trasladar a un cuerpo toda la fuerza del otro por medio de un único choque. Acepta agradecido las razones que Papín aporta para demostrar la probabilidad del mismo, y esquivó la dificultad con que pensaba desvanecer aquella.

Yo creo que él ha dicho con toda seriedad lo siguiente: *Cum Florentiae essem, dedi amico aliam adhuc demonstrationem, pro possibilitate translationis virium totalium, etc. e corpore majore in minus quienscens,*

*prorsus affinem iis ipsis, quae Cl. Papinus ingeniosissime pro me iuvandò excogitavitt, gratia debeo, imò et ago sinceritate ejus dignas.* No podemos menos de hacer notar que Leibniz ha dado a su causa un mal giro, obstinándose en la afirmación de esta proposición, que por el contrario, debía haber negado a su adversario; pues aun cuando hubiese perdido el incidente (cuya pérdida no le hubiera producido perjuicio alguno) habría ganado sin embargo el asunto principal: el señor Papín hubiera podido y debido argumentar del siguiente modo para cojer al enemigo en sus propias redes.

### **Demostración de que un cuerpo de cuádruple masa puede comunicar, por el choque sobre una palanca a un cuerpo de masa sencilla cuatro grados de velocidad.**

Si el cuerpo 1A, de cuádruple masa choca con la palanca en 1A con un grado de velocidad, es evidentemente, que ha comunicado toda su fuerza y su velocidad por este choque al cuerpo 2A que es de igual masa que él y dista lo mismo del punto de reposo de la palanca. Pero como esta velocidad que es comunicada al cuerpo 2A, es una prosecución del mismo movimiento, con que la palanca, al rechazar a dicho cuerpo recorre el espacio infinitamente pequeño 2A 2a, la velocidad de este infinitamente pequeño movimiento es igual a la velocidad del cuerpo rechazado 2A, y por lo tanto a la misma con que 1A choca con la palanca; por lo que la bola 1A, en su encuentro con la palanca recorre la línea infinitamente pequeña 1A 1a, y la recorre con la misma velocidad que 1A. Ahora bien, supon gamos, en vez del cuerpo 2A la bola B la cual tiene una masa cuatro veces menor que A a cuádruple distancia del punto de reposo C, y veremos que clase de resistencia opone el cuerpo B al cuerpo A al esforzarse contra la palanca desde 1A hasta 1a. Sabido es que la *vis inertiae*, o la resistencia que un cuerpo opone a otro en su camino por su resistencia al movimiento, es proporcional a su masa; pero como una masa cuatro veces menor a una distancia cuatro veces mayor del punto de reposo se debe estimar igual a la cantidad de una masa cuatro veces mayor que esta, a una distancia cuatro veces me-

nor, así B opondrá en B al choque del cuerpo 1A en la palanca, justamente la misma resistencia que el cuerpo 2A = 1A, habría opuesto en 2A. Así también en este caso el cuerpo 1A, puesto que la bola B se encuentra en la palanca en vez de la bola 2A, habrá recorrido la línea infinitamente pequeña 1A 1a, al mismo tiempo que la palanca, y por cierto con la misma velocidad que en el caso anterior, es decir, con una velocidad que es tan grande como aquella que emplea para recorrer desde el punto 1A. Pero el cuerpo 1A no puede hacer bajar la palanca de 1A hasta 1a, sin que a la vez el otro extremo suba de B a b; pero la línea infinitamente pequeña Bb es cuatro veces más grande que 1A 1a, por consiguiente el cuerpo B recibirá una velocidad por este choque de la palanca que será, con respecto a la que tiene A, cuatro veces mayor.

### Demostracion de este mismo por otro procedimiento

Esto se evidencia también de otra manera. Todos los cuerpos duros, pueden ser representados por nosotros como elásticos, esto es, como cediendo al choque, y reaccionando luego; por lo tanto podemos atribuir a la palanca 1ACB como dotada de una tal fuerza de elasticidad. Según esto el cuerpo 1A, el cual choca con la palanca con un grado de velocidad que podemos representar por 1, emplea toda su fuerza, en tanto pone en tensión al muelle 1AC, [para recorrer el espacio 1A 1a. Ahora bien, los *Momenta* de la velocidad, que este muelle invierte todo el tiempo de esta presión en resistir al cuerpo 1A, son iguales a los *Momentis* con que el muelle C2A, como el brazo prolongado de dicha palanca, en igual tiempo por medio de esta tensión salta la distancia 2A 2a; con esto, si la línea fuese continuada hasta B, los *Momenta* de la velocidad, con que el muelle CB salta, mientras la palanca 1aCB se vuelve a colocar en la línea recta 1aCB, son cuatro veces más grandes que los *Momenta*, con los que rebota en el punto 2A (pues el espacio bB, que recorre el punto B en igual tiempo, es cuatro veces más grande que 2A 2a). Pero, a cuasa de la cuadruple distancia del punto B, respecto del punto de reposo C, la tensión del muelle CB es cuatro veces menor que la del muelle C2A; de aquí que se pueda hacer en cambio la resistencia en B cuatro ve

ces más pequeña que en 2A, y entonces, el *Momentum* de la velocidad que el muelle CB comunica al cuerpo B cuatro veces menor, es cuádruple, mientras que por el contrario, el *Momentum*, que el muelle C2A emplearía en el cuerpo cuádruple 2A, es sencillo. Ahora bien, el tiempo en que obra el muelle CB, es tan grande como aquel en que los C2A saltarían, y las velocidades que dos cuerpos 2A y B reciben por el efecto de dos muelles, C2A y CB que actúan durante el tiempo, son como los *Momenta* de las velocidades que estos muelles comunican a sus cuerpos, con lo que en el cuerpo B será cuatro veces mayor que en 2A; pero como la velocidad que 2A ha recibido por el choque del muelle C2A es igual a la velocidad con que 1A choca en 1A, la velocidad que el cuerpo B, por este choque del cuerpo 1A recibe en la palanca, será cuatro veces mayor que era la de 1A en su choque. Que era lo que se quería demostrar.

### De esto hubiera podido sacar argumento el Sr. Papín contra Leibniz.

Vemos pues, por esta doble demostración que un cuerpo cuatro veces mayor que otro, puede comunicar a este una velocidad cuádruple. Esto es verdad, con arreglo a los principios fundamentales de la mecánica, principios que los más celosos defensores de la doctrina de las fuerzas vivas no podrían poner en duda. El Sr. Papín hubiera podido poner a su adversario en duro trance si hubiera percibido la ventaja que podía sacar de estas consideraciones. Hubiera podido decirle: me habéis concedido, que un cuerpo, como cuatro, por medio de una palanca, podría comunicar toda su fuerza a un cuerpo cuya masa fuese como uno y cuya distancia del punto central [fuese como cuatro; puedo demostraros que dicho cuerpo comunicaría al segundo en estas circunstancias cuatro grados de velocidad; por consiguiente un cuerpo sencillo, o sea, cuya masa fuera como uno, dotado de cuatro grados de velocidad tendría toda la fuerza de un cuerpo de masa como cuatro con un grado de velocidad, pero este es el punto en cuestión y el cual vos me queréis negar.

CI

De este modo, el más terrible de todos los golpes con que los partidarios de la doctrina de las fuerzas vivas amenazaban a la estimación de las fuerzas cartesianas, pierde toda su fuerza y toda su significación. De aquí en adelante no queda esperanza alguna de que aquellos, después de este ruidoso fracaso, puedan levantar cabeza.

. . . Vires in ventum effudit, et ultro  
Ipsae graviterque ad terram pondere vasto  
Concidit: ut quondam cava concidit aut Erymantho  
Aut Ida in magna radicibus eruta pinus.

*Vír. Aen. Libr. V.*

CII

### Hemos refutado las principales razones de los leibnicianos

Hemos estudiado hasta aquí las más prestigiosas y célebres argumentaciones de los partidarios de la doctrina de las fuerzas vivas teniendo cuidado de recoger todas las objeciones y contraobjeciones refutándolas, con que ellos han contestado a los partidarios de Cartesio. No habría derecho a exigir de nosotros, que reprodujésemos todo lo que, del lado de los que siguen a Leibniz, se ha escrito sobre este asunto, para preparar de este modo un triunfo completo a nuestro partido. Esto sería no perdonar, desde el Cedro hasta el Líbano, ni la yerba que crece al pie de los muros, para enriquecer nuestra obra. Aún podríamos hacer más, trazar una raya en el terreno de nuestro adversario, saquear su huerto y enriquecer los dominios de Cartesio con banderas y arcos de triunfo; pero yo presumo que mis lectores no mostrarían grandes deseos de tal cosa. Si con razón se ha dicho alguna vez que un gran libro es un gran

mal, un libro semejante, que no ofreciese más que distintos razonamientos en favor de una misma causa, y por cierto tan abstracta como esta no inspiraría otro afán que contradecirle.

Pero nuestro deseo de no caer en la prolijidad no ha de ser tal, que nos prive del derecho de añadir aquí una prueba, cuya omisión quizá nos agradecerían nuestros enemigos. Esta prueba tiene derecho, aunque no sea más que por el prestigio de su autor, a ocupar un lugar en este trabajo; si bien no lo tendría atendiendo al poco caso que de ella hacen los defensores de las dos causas. Los leibnicians no han creído que pudiera ser útil en algo a su opinión, ni han visto que les podía servir de asilo, apesar de las situaciones angustiosas en que tan a menudo se han encontrado.

### CIII

#### Un argumento de Wolf.

Wolf es quien ha expuesto dicha prueba adornada con toda la pompa del método, en el primer tomo de sus comentarios Peterburgueses. Podemos decir que la conducción de su proposición por una larga serie de proposiciones anteriores, multiplicadas y divididas por un método severísimo, es comparable a un ardid de guerra de un ejército, que para ocultar al enemigo su debilidad y deslumbrarle se multiplicase en numerosos grupos y extendiese sus alas ampliamente.

Todo aquel que lea su disertación en la citada obra de la Academia, verá, que es muy difícil, encontrar en ella lo que constituye la verdadera prueba, de tal manera está todo, a causa de la tendencia analítica que allí se revela, desmenuzado y confuso. Queremos dar a conocer la traza de la cosa.

CIV

**La parte principal de este argumento.**

Papín había afirmado: que no se puede decir que un cuerpo haya hecho algo, si no ha vencido ningún obstáculo, si no ha puesto ninguna masa en movimiento, si no ha puesto en tensión ningún muelle, etc. Wolf le contradice por la siguiente razón: Si un hombre conduce un fardo por un cierto espacio, todo el mundo estará conforme en decir que ha hecho algo; ahora bien, un cuerpo lleva su propia masa a través de un espacio por medio de la fuerza que posee en el movimiento efectivo: por consiguiente su fuerza ha hecho, ha realizado algo. Wolf al principio de su disertación promete conceder estas razones y defender su doctrina independientemente de ellas; pero no sostiene su palabra.

Después de haber declarado, que él entiende por efecto no perjudicial (*effectus inoecuos*), aquel en el cual la fuerza no se pierde, sienta una afirmación sobre la cual construye todo su edificio, y la cual tomaremos para hacer estéril todos los esfuerzos de su disertación. *Si duo mobilia per spatia inaequalia transferuntur, effectus innocui sunt, et spatia*. Esta es la frase a que nos referimos (1). Veamos como trata de demostrarla. Razona de la siguiente manera. Si el efecto, por el espacio A, es como E, el efecto en un espacio igual o en el mismo espacio también será como e; por consiguiente en el espacio 2A será como 2e, en el espacio 3A, como 3e, es decir que los efectos estarán en proporción con los espacios.

Su prueba descansa, pues, en la siguiente presuposición: cuando el cuerpo recorre un mismo espacio, ejerce el mismo efecto no dispendioso (*effectus innocuos*). Este es el verdadero punto de partida de

---

(1) Wolf atribuye al movimiento por el espacio, en el cual no se opone nada a la marcha del cuerpo, es decir en un espacio vacío, ciertos efectos, y se sirve de estos efectos para medir la fuerza del cuerpo; con lo que ha faltado a su palabra.

los errores que se extienden por todo su trabajo. No basta que el espacio sea el mismo, para que el efecto que en él produce un cuerpo igual sea el mismo: se debe también tener en cuenta la velocidad con que el cuerpo recorre el espacio. Si esta no es la misma en ambos casos, apesar de la igualdad del espacio, los efectos inócuos serán diferentes. Para comprender esto debemos representarnos, como lo hemos hecho en el párrafo 17, el espacio que el cuerpo recorre, no completamente vacío, sino relleno de materia aunque esta sea infinitamente sutil, y por consiguiente, infinitamente menos resistente que otra cualquiera. Y ésto, sólo para poder tener un verdadero efecto y un cierto sujeto del mismo, pues por lo demás, todo queda como en el argumento wolfiano. Por consiguiente, si el cuerpo recorre un espacio igual que otro que es igual que dicho cuerpo, los dos habrán vencido una misma resistencia; mas por esto no habrán ejercido el mismo efecto. Pues si el uno ha recorrido su espacio con una velocidad doble que el otro, todas las partículas de su espacio habrán también recibido por su efecto doble velocidad que las partículas del espacio que el otro recorre con la mitad de velocidad; por consiguiente el primer cuerpo habrá ejercido mayor efecto que el otro si bien la masa y el camino recorrido sean iguales.

CV

**Otro punto principal del SCHEDIASMATIS de Wolf**

Por lo tanto, la afirmación fundamental de que parten todos los razonamientos de Wolf, es evidentemente falsa, y contradice todo lo que del concepto del efecto y del movimiento se podría afirmar de una manera que no dejase lugar a la más mínima duda. Cuando una vez se ha incurrido en el error, todo lo que sigue no es sino una cadena de errores. Wolf saca de su principal afirmación otra, que contiene en sí todas las consecuencias de su sistema, consecuencias que no pueden menos de asombrar y maravillar a los lectores. Dice: Como en el movimiento uniforme, los espacios están en proporción compuesta con las velocidades y los tiempos:

los efectos inocuos, son como las masas tiempos y velocidades juntos. Sobre esto funda el teorema: *Actiones, quibus idem effectus producitur, sunt ut celeritates.*

### Refutación

En la prueba de este teorema encontramos un falso silogismo, que quizá es más sofisticado de lo que a primera vista parece. El decía: que si dos cuerpos iguales producen el mismo efecto desigual, sus velocidades serán inversamente como los tiempos en que los efectos iguales se han producido, es decir: que el cuerpo, que termina su efecto en la mitad de tiempo, tiene dos grados de velocidad, y que el otro por el contrario, que ha empleado todo el tiempo, sólo posee un grado. De aquí deduce: como todo el mundo confesará, que es dos veces más grande aquella acción que en un tiempo dos veces más corto que otra, produce su efecto, todo el mundo tendrá que confesar que las acciones en este caso están en proporción inversa de los tiempos, es decir, que serán como las velocidades justamente. De aquí va más allá y considera el caso en que dos cuerpos diferentes ejerzan el mismo efecto en igual tiempo. Y dice así: que en este caso, las velocidades están en relación inversa con las masas, y concluye luego de este modo: *Quoniam hic eadem est ratio massarum, quae in casu priori erat temporum; ratio vero celeritatem eodem modo se habeat perinde est, sive massae diversae et tempus idem, sive massae sint eadem et tempus diversum etc.* Esta conclusión es una monstruosidad, no ya un argumento, digno de una disertación matemática. Recuerdese que, en el caso anterior, por esto mismo se ha dicho: las *Actiones* de dos cuerpos iguales, que en tiempos desiguales, producen iguales efectos, están en proporción inversa a los tiempos, porque aquella *Action*, la cual ejerce en menos tiempo, un efecto, precisamente por esto, y también en la misma medida es más grande que otra que ha necesitado mayor espacio de tiempo para ser realizada. Por consiguiente este razonamiento proviene de la siguiente razón: que la brevedad del tiempo en que un efecto es realizado, da testimonio, siempre de una *Action* más grande. Pero si yo, como sucede aquí en el segundo

caso, supongo en vez de la desigualdad de los tiempos, la desigualdad de las masas y en cambio igualo los tiempos; facilmente se comprende que la desigualdad de las masas no tiene las consecuencias que la desigualdad de los tiempos. Pues en el primer caso, el cuerpo que realizaba su acción en menos tiempo, precisamente por esto, por ser más corto el tiempo, había ejercido una acción más grande; pero en el segundo, el cuerpo, que tiene una masa más pequeña y con la misma realiza en el mismo tiempo el mismo efecto que otro, no tiene, a causa de la pequeñez de su masa, una mayor actividad. decir esto sería anunciar un absurdo; pues la pequeñez de la masa es una razón verdadera y esencial en la que descansa más bien la pequeñez del efecto, y si un cuerpo, apesar de esta pequeñez de la masa, ejerce el mismo efecto en igual tiempo que otro, se podría concluir: que, lo que a su *Actioni*, falta a causa de una masa menor, es reemplazado por una velocidad mayor y por eso sus acciones son iguales. Así cuando las masas son desiguales, pero los tiempos y las acciones son iguales, se puede decir: las *Actiones* de los cuerpos están en proporción inversa a sus masas, si bien en el caso de la desigualdad de tiempos y la igualdad de masas, esta proporción tiene lugar respecto de los tiempos y *Actionum*. De aquí se deduce que no es lo mismo, que las masas sean desiguales y los tiempos iguales, o que los tiempos sean desiguales y las masas iguales. Así, pues, esta prueba en la que Wolf funda un teorema principal de su tratado, es vana e inútil, por lo que la doctrina de las fuerzas vivas, no encuentra en ella terreno bastante seguro para fundamentarse.

A veces en un escrito hay faltas que no se extienden demasiado para invalidar la cuestión principal. Pero en el trabajo que estamos examinando las afirmaciones y el método corren parejas, por lo que uno o dos errores invalidan todo el sistema.

CVI

### Aún no tenemos dinámica

Wolf manifiesta en su trabajo el propósito de suministrar-nos los primeros principios de una dinámica. Su proyecto ha fracasado desgraciadamente. Por consiguiente no tenemos aún ningún sistema de principios dinámicos, sobre los cuales podamos edificar legítimamente. Nuestro escrito que prometió ofrecer al público la verdadera estimación de las fuerzas vivas, debía llenar esta falta. El tercer capítulo está destinado a hacer un esfuerzo en pos de lo mismo; pero tenemos derecho a esperar, llegar a la meta y acertar en esta cuestión, ya que a uno de los pensadores más diestros en este género de investigaciones no le ha sido dado acertar?

CVII

### El argumento de Musschenbroeck

Puesto que mi intención es terminar la refutación de las razones en las que los más célebres leibnicianos fundan su doctrina de la estimación de las fuerzas vivas con el caso últimamente expuesto acabo de recibir la traducción de los fundamentos de las ciencias naturales de Peter von Musschenbroeck traducidos por el profesor Gottsched y que fueron publicados en la Pascua de este año corriente de 1747. Este grande hombre, el más grande entre los naturalistas de estos tiempos, en cuya opinión, los prejuicios y las exageraciones de escuela tienen tan poca parte, este tan célebre filósofo ha sometido la doctrina de Leibniz, primeramente, a sus investigaciones matemáticas, y luego a las investigaciones que tan magistralmente posee y en ambas ha encontrado su confirmación. Este último camino tomado por él no pertenece al presente tratado, pero el primero sí. El propósito que guían preside a este trabajo, exige de mí considerar las objeciones que tan célebre autor propone a la doctrina de Cartesio, y en lo posible, desviarlas del

punto que constituye el objeto de nuestra defensa. Pero no encontraré obstáculos, para ello, en los límites de este trabajo, o, para expresarme sinceramente, en la pasmosa desigualdad que entre los dos existe.

Veamos qué razones son las que él emplea para defender la doctrina de Leibniz en su consideración matemática de la misma. Si una determinada causa exterior que se mueve con el cuerpo sobre el cual se ejerce presión, por ejemplo, un muelle BC (Tab. II. Fig. 16), fijado en el soporte AS, empuja a un cuerpo F, es dada: comunicará al dicho cuerpo, cuando está en reposo, 1 grado de velocidad. Pero tan pronto como este cuerpo posea este grado de velocidad, se necesitarán doble número de muelles para comunicarle el segundo grado de velocidad. Pues si no obrase más que el primer muelle, el cuerpo que se mueve ya con el grado de velocidad con que el muelle obra, escapa al mismo y ya no recibe su empuje. Pero debe añadirse el segundo muelle DB (Taf. II. Fig. 17), el cual hace que el punto B en el cual se apoya el muelle BC siga al cuerpo con la velocidad que este huiría, y que de esta manera el cuerpo F, como antes con respecto al muelle BC, esté en reposo para que cuando dicho muelle se distiende le comunique una velocidad como 1. Del mismo modo se necesitarán tres muelles (Tab. II. Fig. 18). ED, DB, BC, para comunicar al cuerpo F que ya se mueve con 2 grados de velocidad, el tercer grado de ésta. A un cuerpo que ya tiene 100 grados, será preciso aplicar 101 muelles, para comunicarle un grado más. Por consiguiente, el número de muelles que se necesitan para comunicar a un cuerpo un cierto grado de velocidad, será como el número de grados en que se puede dividir la velocidad del cuerpo en cuestión; es decir, que la fuerza total de los muelles que se necesitan para comunicar a un cuerpo un grado de velocidad determinado, es como la velocidad total que el cuerpo poseería si tuviese este grado. Ahora bien, en el triángulo ABC (Tab. II. Fig. 19), cuyo CATHETUS AB es dividido en partes iguales, las líneas DE, FG, HI, etc., son como las líneas AD, AF, AH, por consiguiente nos podemos servir de la línea DE, para representar aquel muelle que comunica al cuerpo el primer grado de velocidad AD; la segunda línea más gruesa FG, para indicar el segundo muelle que produce el segundo grado de veloci-



dad DF; la línea HI para indicar el tercer muelle que produce el tercer grado de velocidad FH, etc., etc. Si nos figuramos estas líneas DH, FG, etc., infinitamente cerca formarán, según el método de los infinitamente pequeños que *Cavaleries* ha introducido en el arte de las medidas, el contenido completo del triángulo ABC. Por lo tanto, la suma de todos los muelles que engendran en un cuerpo la velocidad AB, será como la superficie ABC, es decir, como el cuadrado de la velocidad AB. Pero estos muelles representan las fuerzas que juntamente han comunicado al cuerpo la dicha velocidad y así como se conduce el número de fuerzas que obra en un cuerpo, así se conduce también las fuerzas producidas en el mismo; por lo que la fuerza de un cuerpo será como el cuadrado de la velocidad que este posee.

### CVIII

#### Estudio de este argumento.

Yo creo que un discípulo de Cartesio combatiría esta prueba del siguiente modo:

Cuando se quiere valorar la fuerza introducida en un cuerpo por la surza de determinados muelles, se deben tomar aquellos muelles, que realmente comunican fuerza al cuerpo, pero los que en ellos no obran de ninguna manera, no se deben tener en cuenta para suponer que han comunicado al cuerpo una fuerza equivalente. Esta proposición es una de las más evidentes de la mecánica, y que ningún leibniciano puede poner en duda. Musschenbroeck mismo la reconoce al fin de su argumentación; pues sus palabras son estas: Así como se conduce el número de fuerzas que obran en un cuerpo, así se conduce también las fuerzas producidas en el mismo. Pero si un cuerpo F, el cual se mueve ya con un grado de velocidad por la distensión de los dos muelles DB, BC, recibe el segundo grado de fuerza; entonces de estos dos muelles sólo obra BC en él, pero DB no comunica ya nada al cuerpo por su fuerza de distensión. Pues el muelle DB se distiende con un grado de velocidad; pero el cuerpo F se mueve también ya realmente con un grado; por consi-

guiente F escapa a la presión de este muelle y éste en su distensión no le alcanza, para comunicarle su fuerza de distensión. No hace nada más sino convertir la resistencia del soporte B, al cual está fijo el muelle BC en la velocidad con que se mueve el cuerpo F, y comunicar toda la fuerza del muelle BC, que es como 1, al dicho cuerpo. Por consiguiente no se trata de una causa eficiente sino solo de una causa ocasional en F, fuerza que de esta manera se añade a la primera; el único muelle BC es la causa eficiente de la misma. Además, cuando este cuerpo posee ya dos grados de velocidad de los muelles ED, DB, BC, sólo el muelle BC le comunica su fuerza y el tercer grado de velocidad, y así al infinito. Por consiguiente cuando DE (Fig. 19), es el primer muelle, cuya fuerza llega al cuerpo F, y ha despertado en él el primer grado de velocidad AD, el muelle FG que es igual a éste, le comunica el segundo grado de velocidad y su fuerza; el muelle HI el tercer grado, etc., por consiguiente la suma de los muelles  $DE + fG + hI + kM + lN + rO + bC = BC$  constituye toda la cantidad de fuerza aplicada al cuerpo F desde su punto de reposo y que despierta en él la velocidad AB. Pero BC se conduce como AB y BC es la fuerza, pero AB la velocidad; por consiguiente la fuerza es como la velocidad, y no como su cuadrado.

## CIX

### Un nuevo caso que confirma la doctrina cartesiana.

Están refutadas, pues, todas las objeciones que pueden presentarse contra la ley cartesiana. Pero no queremos contentarnos con esto. Una opinión que ha llegado a tomar prestigio y hasta a constituir un verdadero prejuicio debe ser perseguida y arrojada de todos sus escondites. Es como aquél monstruo de muchas cabezas que a cada golpe echaba otra nueva.

Vulneribus foecunda suis erat illa; nec ullum  
De centum numero caput est impune recisum,  
Quin gemino cervix haerede valentior esset

Ovid. Metam.

Sería para mí un motivo de satisfacción, que se refutase esta obra por el hecho de haber refutado la doctrina de Leibniz sobre la valoración de las fuerzas demasiado prolijamente y con más argumentos de los que realmente son necesarios; y en cambio me avergonzaría de que se la juzgase insuficiente.

Tómese una romana inclinada (Tab. II. Fig. 20) uno de cuyos brazos CB es cuatro veces mayor que el otro AB, pero el cuerpo B que se apoya en el extremo del brazo mayor es, con respecto al otro cuerpo A de la cuarta parte de tamaño. Añadamos al cuerpo A un pequeño peso e; el cuerpo B será levantado describiendo el arco Bb y A, por el contrario descenderá describiendo el arco Aa, pero el cuerpo B recibirá en este movimiento cuatro veces más velocidad que A. Quítese el peso e y añádase luego el peso cuatro veces más pequeño d al cuerpo b al fin del brazo CB; de esta manera el cuerpo b descenderá describiendo el arco Bb y a, ascenderá describiendo el arco Aa; pero b que es lo mismo que B, adquirirá por esto igual velocidad que en el primer caso, y del mismo modo, a, que es lo mismo que A, recibirá también la misma velocidad que en el primer caso, pero con esta diferencia, que la dirección del movimiento es inversa. Y como el efecto, que ejerce, el peso añadido e, consiste en la fuerza que los cuerpos A y B tienen juntos, y el efecto que el peso cuatro veces más pequeño d ejerce, es también la fuerza que b B y a A han recibido juntos, es claro que este peso e y d igual cantidad de efecto ejercen y por consiguiente igual cantidad de fuerza han debido emplear y tienen. Pero las velocidades con que estos pesos e y d obran (a saber, las velocidades iniciales que por la suma de todas estas presiones reciben) son inversamente como sus masas: de aquí que dos cuerpos, cuyas velocidades están en relación inversa con sus masas, tienen la misma fuerza, lo cual contradice la valoración según el cuadrado.

## CX

### Las dudas de Leibniz.

Los cartesianos nunca pudieron ofrecer mayor consuelo a los defensores de la nueva estimación de las fuerzas, que cuando el se-

ñor Jurin descubrió el caso, por el cual se ve con meridiana claridad y de un modo sencilló, que la duplicación de la velocidad en todo caso no significa más que la duplicación de la fuerza. Leibniz negó esto, particularmente en su ensayo de dinámica incorporado al *Actis* (1695, p. 155). Habla allí del siguiente modo: *Cum igitur comparare vellen corpora diversa, aut diversis celeritatibus prae-dita, equidem facile vidi: si corpus A sit simplum et B duplum utrius-que autem celeritas aequalis, illius quoque vin esse simplam hujus duplam, cum praecise quidquid in illo ponitur semel, in hoc ponatur bis. Nain in B est bis corpus ipsi A aequale, et aequivelox, nec quicquam ultra. Sed si corpora A et B sin aequalia, eceleritates autem in A sit simpla, et in C dupla, videbam non praecise, quod in A est, duplari in C.* Este nudo ha sido desatao por el Sr. Jurin de la manera más sencilla del mundo.

### Solución del Sr. Jurin.

Supone una superficie movable, por ejemplo la balsa AB (Tab. II fig. 21), que se mueve en la dirección BC con una velocidad como 1 y la bola E que es transportada por dicha balsa con igual movimiento. Por tanto esta bola, tiene, por el movimiento de la superficie una velocidad como 1, y también una fuerza como 1. Supone además sobre esta superficie un muelle R, que se desarrolla contra el soporte D, y comunica a la dicha bola E, por sí, un grado de velocidad y por tanto un grado de fuerza. Por consiguiente, esta tiene en total dos grados de velocidad y por tanto dos grados de fuerza. La duplicación de la velocidad no trae consigo más que la duplicación de la fuerza, y no como suponen los leibnicianos falsamente, la elevación al cuadrado de la misma.

Esta prueba es infinitamente clara y no admite subterfugio alguno, pues el movimiento de la superficie, no puede hacer más que comunicar al cuerpo una velocidad igual a la que ella tiene, esto es una velocidad sencilla y por consiguiente también, una fuerza sencilla. Pero el muelle R, como tiene un común movimiento con la

superficie y la bola, no obra sino con su fuerza de expansión. Esta es ahora precisamente de tal medida que a un cuerpo como al nuestro no puede comunicar más que un grado de velocidad y por consiguiente un grado de fuerza. Por consiguiente, en todos los elementos que entran en la construcción del problema, no vemos más que la causa de dos grados de fuerza, por más que se le den las vueltas que se quiera, y en su consecuencia no habrá en el cuerpo más que dos grados de velocidad.

CXI

**Objeción de la señora de Chastelet al argumento  
del señor Jurin**

La Marquesa de Chastelet ha contestado este argumento del señor Jurin, pero de una manera cuya debilidad podía ella misma haber vislumbrado, puesto que es bastante perspicaz para ello, si el cariño a una opinión fuera bastante a darle un bello barniz a una mala causa.

Ella objeta del siguiente modo. La balsa AB no es una superficie inmóvil; por consiguiente, cuando el muelle R se distiende apoyado contra el soporte D, se comunica a la balsa cierta fuerza y se encontrará así en la masa de la balsa los dos grados de fuerza, que en el cuerpo E, que según la valoración leibniziana se echan de menos.

CXII

En este recurso encontramos aquel defecto del sofisma que se denomina *fallacian ignorationis elenchi*. Propiamente no ataca al argumento del adversario, allí donde este ha hecho residir el nervio de su prueba; sino que sólo se preocupa de una circunstancia accesoría, que parece favorecer su opinión, pero que no va unida necesariamente al argumento o a la prueba de Jurin. Fácilmente podemos eliminar esta piedra en nuestro camino. Nada impide, representarnos la balsa AB, impulsada por una fuerza, que no la permi-

ta retroceder en lo más mínimo, por la fuerza de la distensión del muelle AE contra D, en la dirección AF. A este fin nos la podemos imaginar de una masa infinitamente grande. La balsa, pues, se moverá por la fuerza del muelle R, infinitamente poco, o en otras palabras, no se moverá; por consiguiente el cuerpo recibirá la fuerza de este muelle, como si este se distendiese contra un soporte absolutamente inmovil, esto es, conservará toda su fuerza.

### CXIII

#### La objeción del señor Richter contra el argumento de Jurin

El señor Richter, que en el catálogo de aquellos que han contribuido al crédito de la nueva doctrina de la valoración de las fuerzas, no merece un puesto de poca importancia, ha aportado una objeción un poco más importante aparentemente al argumento del señor Jurin. (1)

El cree que una misma fuerza, en relación con diferentes cosas, puede ser muy desigual. El muelle R ha comunicado a la bola E, es verdad, en relación con las cosas que se mueven con la balsa en la misma dirección y velocidad, una fuerza como 1, pero en relación con los objetos que fuera de la balsa están en un reposo efectivo, el muelle a dado a la bola no una velocidad sencilla, sino una velocidad triple.

Yo quisiera saber de donde proceden los dos grados de velocidad que según la opinión del señor Richter, ha recibido el cuerpo E en relación con los objetos en reposo; pues no pueden proceder de una vacía abstracción o de un mero pensamiento; deben ser por el contrario debidos a una causa efectiva y a una fuerza efectiva de la cual procediesen efectivamente. Pero si todo está en reposo con respecto a las cosas exteriores, y la balsa empieza a moverse con un grado de velocidad, se engendra por esto mismo en el cuerpo E un

---

1) Act. Erud. 1735.

grado absoluto de fuerza. Desde este momento la balsa no produce ya ningún efecto en el cuerpo; pues el cuerpo está en reposo con relación a la balsa, pero la fuerza de expansión del resorte empieza a dejarse sentir. Ahora bien, este tiene solamente la fuerza necesaria para producir un grado; y en vano se buscará más en él. No se ha ejercido, pues, sobre el cuerpo, más efecto que el que se necesita para producir dos grados de fuerza. Si ahora, con relación a las cosas en reposo, entendido absolutamente, aparecen en el cuerpo, 4 grados de fuerza, y vemos que no se ha producido sobre él más efecto que el equivalente a dos grados, nos encontramos con otros dos grados que aparecen clandestinamente y sin causa, en una palabra, que nacen de la nada.

Para disipar toda clase de escrúpulos, si es que en una materia tan clara como esta puede haber dudas de ninguna clase, podemos disponer así el caso del señor Jurin: que si todo está en absoluto reposo, el cuerpo E, recibe primeramente del muelle un grado de velocidad mientras la balsa está todavía en reposo, por lo que indiscutiblemente esta fuerza del cuerpo E, es una fuerza absoluta. Pero si ahora empieza a moverse la balsa con un grado de velocidad, como al principio, éste será también un movimiento absoluto, porque dicha balsa estaba en reposo con respecto a todas las cosas. Por consiguiente comunica a todo aquello que con su masa se mueve, y por lo tanto también el cuerpo E, un grado de fuerza, al cual, como la causa que le engendró, ha obrado en movimiento absoluto, no puede ser sino seneillo. Por consiguiente, tampoco de este modo corresponden en total más que dos grados de fuerza para el cuerpo E.

El señor Richter trata aún de escapar a esta consecuencia tomando como pretexto un subterfugio sacado del ehoque de los cuerpos elásticos. Pero su doctrina está edificada sobre la hipótesis general de los leibnicianos: a saber, que en los cuerpos elásticos, después del choque, se encuentra justamente la misma fuerza que existía antes de él. Ya hemos refutado esta presuposición; por consiguiente, no creemos necesario mantener una polémica especial con el señor Richter para debatir esta cuestión.

---

## APENDICE Y ACLARACIONES REFERENTES A ALGUNOS TROZOS DE ESTE CAPÍTULO

### I

#### Aclaración al párrafo XXV.

Como el teorema de este párrafo es la expresión principal de nuestra consideración presente, queremos volverle a exponer bajo una forma más clara.

#### Exposición más clara del párrafo XXV.

La nota de un movimiento efectivo es su duración limitada. Pero esta duración, o el tiempo corrido desde el principio del movimiento, es indeterminado, por lo que puede ser tomado *ad libitum*. Con arreglo a esto, si la línea  $AB$  (tab. I, fig. 2) representa el tiempo finito transcurrido durante el movimiento, el cuerpo tiene en  $B$  un movimiento efectivo, además, en  $C$ , como la mitad, también en  $D$ , como el punto de la cuarta parte, y así sucesivamente, en todos los puntos, aun más pequeñas partes de ese tiempo, pudiendo hacerse tan infinitamente pequeños como se quiera, pues le permite el concepto indeterminado de su tamaño. Así puedo pensar este tiempo infinitamente pequeño sin que el concepto de un movimiento real quede menguado en lo más mínimo. Pero cuando el tiempo de esta duración es infinitamente pequeña, no hay para qué tenerle en cuenta: puede ser despreciado como si no fuera nada, y según esto

entonces el cuerpo estará en el punto inicial del movimiento, es decir, que el suyo no será un movimiento real, sino un mero conato de movimiento. Por consiguiente, si, sin más limitación, es decir, como exige la ley de Leibniz, es verdad que la fuerza del cuerpo, en cada movimiento real, tiene por medida el cuadrado, también tendrá esta misma medida cuando es sólo un conato de movimiento, lo cual, sin embargo, no lo admiten.

### **De qué modo el concepto indeterminado del tiempo finito encierra en sí el tiempo infinitamente pequeño.**

Parece, a primera vista, como si la ley de Leibniz, por la limitación que lleva consigo o que se la impone del tiempo finito transcurrido está bastante segura de que no puede ser extendida al movimiento cuya duración es infinitamente pequeña, pues el tiempo infinito es por sí un concepto que parece pertenecer a un género completamente distinto del tiempo infinitamente pequeño, por consiguiente, tiene la apariencia de que con esta limitación no puede referirse al tiempo infinitamente pequeño, aquello que sólo es enunciado bajo la condición de que el tiempo transcurrido sea un tiempo de duración finita. Lo que en cierto modo presenta un aspecto de legitimidad, si se habla de un tiempo finito en tal forma que se presupone un tiempo determinado; y su cantidad debe ser determinada cuando de ella se hace depender, como de una condición, esta o aquella cualidad. Pero si se exige un tiempo determinado, dejando al arbitrio del que lo determina, que dicho tiempo sea más o menos grande o pequeño, entonces este concepto comprende dentro de sí, también, al tiempo infinitamente pequeño. Esto no puede ser desconocido de los partidarios de la doctrina y de la ley de Leibniz. Pues deben saber que su jefe ha edificado su ley de continuidad sobre este mismo cimiento; a saber: que si admitimos que  $A$  es mayor que  $B$ , pero de tal manera que quede completamente indeterminado cuántas veces es mayor  $A$  que  $B$ , también se podrá decir, sin perjudicar a la ley, que, bajo esta condición, es verdadero, que  $A$  es igual a  $B$ , o, si hacemos chocar a  $A$  contra  $B$ , y admitimos que  $B$  también se mueve, podremos admitir

también, cuando el grado de su movimiento es indeterminado, que *B* está en reposo, sin que por esto se pueda negar lo que, bajo aquella condición, había sido afirmado, y así en otros muchos casos.

### **La evaluación de Leibniz no es válida tampoco bajo la condición de una velocidad finita.**

Por último, si se quiere decir que la evaluación de Leibniz no es verdadera bajo la condición de un tiempo finito, pero sí lo es bajo la hipótesis de una velocidad finita (si bien esto, ciertamente, iría contra su doctrina), deberá notarse que la velocidad finita, al igual que el tiempo finito, pueden ser representados por la línea *AB* (tabla I, fig. 2), y entonces se probará también que si su ley es válida en lo que respecta a la velocidad finita, valdría también para lo infinitamente pequeño, lo cual no podrían menos de negar.

## II

### **Apéndice a los párrafos XXXI al XXXVI.**

Nuestros adversarios consideran como uno de los conceptos más claros que pueden existir en todo tiempo el siguiente: que un cuerpo que supusiéramos movido o impulsado por cierto número de muelles, tendría justamente la misma fuerza que todos esos muelles desarrollan, hasta haber recibido todo el movimiento de dichos muelles, cualquiera que fuese el tiempo durante el que los dichos muelles hubieran obrado sobre el cuerpo. Johann Bernoulli dice de aquellos que no se contentan con saber el número de muelles que obran, sino que preguntan además por el tiempo que emplean en obrar, que proceden tan absurdamente como que quisieran medir la cantidad de agua que contiene una copa y no se contentase con saber la medida real del recipiente, esto es, la capacidad de la copa, sino que creyese que debía saber también la cantidad de tiempo que dicha copa tarda en llenarse. Y añade con firmeza

e indignación (1): *desine igitur quaerere nodum in scirpo*. La marquesa de Chastelet añade también otra broma parecida a ésta; pero uno y otra están equivocados, y, permítaseme decirlo, con tan grave perjuicio de su fama, como grande es la seguridad con que perseveran en el error.

### Por qué el tiempo entra necesariamente en cuenta en el obstáculo de la gravedad.

Si cada uno de los muelles *A, B, C, D*, es de tal naturaleza que sólo ofrece una cierta resistencia al cuerpo *M*, y por ella pierde toda su actividad, no produciendo, como es natural, ya ningún efecto en el cuerpo *M* por mucho tiempo que éste permanezca expuesto a su acción, confieso yo mismo que el cuerpo ha experimentado la misma fuerza, ya fuese el tiempo como 1 o como 4, pues; una vez que el cuerpo ha oprimido el muelle, el resto del tiempo no debe tenerse en cuenta. Cuando, por el contrario, la fuerza del cuerpo no suprime a la vez la actividad del muelle cuya presión vence, continúan pasando del muelle al cuerpo nuevos grados de fuerza, pues la acción de aquel muelle, que en el primer momento es la causa de un grado de fuerza extinguido en el cuerpo, lo es también, y con el mismo grado de fuerza en el segundo momento, y también en el tercero, y también en todos los siguientes, hasta el infinito. En estas condiciones no es indiferente que el cuerpo, que vence la presión de este muelle, lo haga en un tiempo más o menos largo, pues en mayor tiempo habrán vencido más presión que en un tiempo más pequeño. Ahora bien, tratándose de la presión de la gravedad, sucede lo mismo. Cada uno de los muelles con que podemos imaginar que esta fuerza obra sobre un cuerpo, obra en cada momento con la misma actividad, y el cuerpo, que en el primer momento vence su presión, no por ello deja de seguir venciénola en todos los momentos siguientes. Empleará en el momento siguiente otra cantidad igual de fuerza, y así sucesivamente. Por lo

---

(1) *Act. Erud.*, 1733, pág. 210.

tanto, la fuerza que un cuerpo emplea para vencer la presión de cada una de las partes de la materia que obra sobre ella por la fuerza de la gravedad es no meramente como la intensidad de la presión de la gravedad, sino como el *Rectangulum* de ésta en el tiempo.

### Una prueba más contra las fuerzas vivas

En favor de nuestra afirmación de que la medida del efecto obrado no es el número de muelles sino el tiempo, podemos aún añadir esta nueva prueba, aunque parezca superflua. Un cuerpo que cae oblicuamente, y cuyo movimiento es parabólico recorrerá en su caída una altura mucho mayor, y llegará con mucha mayor velocidad y fuerza al final de su caída de la que alcanzaría en el caso en que cayese desde la misma altura pero perpendicularmente. Pues, mientras describe la línea curva, recorre, hasta el fin de la caída un espacio mayor del que habría recorrido si la caída hubiera sido vertical. Pero en este mayor espacio necesariamente ha tenido que vencer mayor resistencia de la gravedad, o siguiendo nuestra comparación de los muelles habrá tenido que vencer mayor número de muelles, que los que hubiera tenido que vencer en el caso en que la caída hubiera sido en línea perpendicular, pues la fuerza de la gravedad está esparcida igualmente por todo el espacio; por consiguiente, según la ley de Leibniz, obtendría en el primer caso más fuerza y velocidad que en el segundo, lo cual es absurdo.

### Algunos pensamientos sobre la disputa entre la Marquesa de Chastelet y el Sr. de Mairan con motivo de las fuerzas vivas.

El señor de Mairan ha caído en la cuenta de que la fuerza de un cuerpo se debe estimar por los obstáculos que no vence, por los muelles que no oprimen, por los objetos que no pone en movimiento, y en una palabra y según la frase empleada por la Marquesa de

Chastelet, por aquello que no hace. Esta polemista ha creído expresar en estas palabras algo tan admirable que ha supuesto que no tenía necesidad sino de escribirlas para producir un efecto cómico. No obstante haber puesto este célebre escritor a su pensamiento una limitación, en la cual está lo más importante de la cuestión, a saber: que este muelle habría sido oprimido, si se admitiese por una hipótesis, que había conservado su fuerza o que la había recobrado siempre de nuevo, su adversaria encuentra en esta hipótesis algo ilegítimo o no permitido, hasta el punto de dirigirle un nuevo reproche por ella. Yo me propongo demostrar sin embargo en seguida, cuan cierto y legítimo es el pensamiento de este insigne autor, y que, fuera del ya citado del señor Jurín, no se ha podido imaginar nada más decisivo y fundamental en esta cuestión.

### **Defensa de la evaluación del señor de Mairan contra la Marquesa del Chastelet**

Si se tiene en cuenta la fuerza que ha perdido un cuerpo, al vencer de terminada resistencia; si se mide esta fuerza, digo, se verá con la mayor certeza cuan grande ha sido la cantidad de fuerza de resistencia que el obstáculo ofrecía; pues con dificultad hubiera podido vencer el cuerpo esta resistencia, si no hubiera dispuesto de una fuerza igual, tan grande como la fuerza gastada por el cuerpo, ha sido la fuerza de resistencia que el obstáculo le ha hecho gastar, y el efecto que de este modo ha sido ejercido.

Tomemos pues un cuerpo (Tab. II. Fig. 22) que sube con cinco grados de velocidad en línea perpendicular, y expresemos el espacio o la altura que recorre, como usualmente se hace, por el contenido del triángulo  $ABC$ , en el cual la línea  $AB$  representa el tiempo invertido, y  $BC$  la velocidad con que recorre dicha distancia. Las líneas iguales  $AD$ ,  $DF$ ,  $FH$ , etc., expresarán los elementos del tiempo total  $A B$ , por consiguiente, los pequeños triángulos de que se compone la superficie total del triángulo grande, y que son todos tan grandes como el primero  $ADE$ , son los elementos del espacio total, o el número total de muelles que el cuerpo oprime durante el tiem-

po AD. Según esto, el cuerpo en cuestión oprimirá en el primer momento parcial BK, en que empieza a ascender, los 9 muelles que encuentra en el espacio KL BC. Pero, si el vencimiento de la resistencia de estos muelles no le hubiera ocasionado ningún gasto de fuerza, o si esta fuerza perdida pudiera ser reemplazada de algún modo hubiera podido oprimir el muelle LIC que ahora no puede oprimir porque precisamente ha perdido la fuerza que se necesita para oprimirle, al oprimir los otros. Por consiguiente, el muelle LIC es la medida de la fuerza que la resistencia de los otros muelles ha consumido en el cuerpo. Después de haber realizado esto, prosigue subiendo en altura con el resto de fuerza que le queda después de la pérdida expresada y oprime en el segundo momento KH los 7 muelles que encuentra en el espacio HI KL. De este modo aparece nuevamente claro: que, si nuestro cuerpo hubiera podido oprimir estos 7 muelles, y hubiera conservado apesar de ello toda su fuerza, habría podido vencer en el mismo minuto los muelles iIL; pero como no lo ha hecho, de aquí se sigue: que por la resistencia vencida de los 7 muelles restantes ha perdido el grado de fuerza que le habría sido preciso para vencer también el muelle iIL; por consiguiente, este muelle expresa la cantidad de pérdida que ha experimentado por la resistencia de los 7 muelles. De la misma manera, el muelle GgI da a conocer la pérdida de fuerza por el retardo de la gravedad en el tercer instante EH, y así sucesivamente. Por consiguiente, la pérdida que el cuerpo que sube en la altura pierde, al vencer la resistencia de la gravedad es como la suma de los muelles no oprimidos LIC, iIL, GgL, EeG, Aae, y por lo tanto también la cantidad del obstáculo que ha vencido, y con ello su fuerza en esta proporción. Y puesto que los muelles no vencidos tienen la relación de los tiempos o de las velocidades, la fuerza del cuerpo será también como estas. Que era lo que se quería demostrar.

De esta manera se esclarece también por qué el Sr. de Mairan está dispuesto a admitir por una hipótesis, que el cuerpo ha vencido obstáculos, y sin embargo conserva toda su fuerza, lo que al principio parece contravenir a los más elementales principios de la ciencia del movimiento. Pues los obstáculos toman de dicho cuerpo o de otro cuerpo cualquiera una parte de fuerza que equivale a la resis-

encia que ofrecen; pero puede sin embargo por otra parte en pensamiento reemplazarse esta pérdida, y considerar al cuerpo como si no hubiera sufrido pérdida alguna, con lo que se ve cuanto más habría tenido que hacer con la fuerza no disminuída de este modo, que si se hubiera perdido aquella que el obstáculo ha consumido. Esto dará entonces la medida total de aquella fuerza, que la resistencia real, del obstáculo sea este el que sea, sustrae al cuerpo, porque da a conocer, que grado o cantidad de fuerza habría que añadir, para que el cuerpo no hubiera perdido nada.

No puedo menos de hacer aquí una observación, respecto de la manera como la Marquesa de Chastelet ataca la doctrina de su adversario.

Yo creo que no podía haber elegido un método mejor, para asestarle el golpe más sensible de todos, que dar a sus conclusiones el colorido de algo raro y absurdo. Una afirmación que se mantiene en los límites de la seriedad y de la verosimilitud induce naturalmente al lector a concederle una atención adecuada y a proceder a investigaciones serias, y abre el espíritu a todos aquellos razonamientos que en pro y en contra de ella pueden presentarse. Pero, si presentamos al lector las afirmaciones de nuestros adversarios en una forma extravagante y ridícula le incitamos a que se entregue a sus pasiones inferiores, a la burla o al desprecio, y alejamos de su ánimo la disposición favorable para un examen moderado y juicioso. Aquellas facultades del alma por las cuales se ejercen las funciones del juicio y de la reflexión, son de una naturaleza tranquila y perezosa, y gustan de alcanzar el punto de su máximo reposo, permaneciendo en aquella posición que las dispensa de un esfuerzo reflexivo penoso; por esto se deja seducir por aquellas reflexiones, que le presentan como verdadera una de las dos opiniones en cuestión y le ahorran el trabajo de descender a disquisiciones más hondas. Nuestra filosofía hubiera podido usar de su *ridendo dicere verum*, o se hubiera podido tomar el partido de decir la verdad a su adversario de una manera amable y jocosa, lo cual hubiera resultado de mejor gusto y quizá hubiera tenido mejores resultados, si el enemigo hubiera sido incapaz de emplear razones más serias y se le hubiera podido hacer comprender lo ridículo de su posición. La observación

que yo hago aquí, empleada contra otra persona de su sexo, tendría la apariencia de algo no conforme a las costumbres, y una presunción que podríamos llamar pedantesca; pero las altas dotes de inteligencia y de saber que adornan a la persona de quien yo hablo aquí que la ponen por encima de las demás de su sexo y aun de una gran parte de las del sexo contrario, la privan a la vez de aquel privilegio común a la más hermosa parte del género humano, a saber la adulación y el elogio, cosas ambas que tienen la misma razón de existencia.

La idea del Sr. de Mairan es por esto, excelente: a saber que los muelles, que según su método son la medida de la fuerza empleada, no solamente son iguales, sino que también han de ser oprimidos o vencidos en el mismo tiempo, por consiguiente, si los leibnicianos se alegran, porque ellos piden una igualdad del espacio deben confesar al punto, que la fuerza es igual, como también los cartesianos, que exigen esto respecto del tiempo.

### III

#### Apéndice a los párrafos XLV, XLVI y XLVII.

Creo no haber podido decir nada más cierto e incontrovertible, que lo siguiente, a saber: que un muelle no puede impeler a un cuerpo si no se apoya con fuerza contra un soporte o resistencia y se apoya contra ella con la misma potencia con que empuja al cuerpo que por el otro lado se opone a su expansión, y por consiguiente, como en el caso presentado o alegado por el Sr. Bernoulli, no hay otra resistencia que la del cuerpo B, deberá ejercer sobre éste la misma fuerza que puede emplear contra A; pues el muelle no empujaría al cuerpo A, si B no le tuviese en tensión, oponiéndose a su libre expansión. De aquí que reciba, puesto que no constituye ninguna resistencia inmóvil, en todo caso, igual fuerza que la que el muelle comunica a A. Apesar de que todo el mundo pensaría de este modo, sin embargo, el Sr. D. Juan Bernoulli encontraba, en la opinión contraria, no se que claridad en la cual fundaba una seguridad invencible.

Permítasenos que reproduzamos sus propias palabras: *Non capio quid pertinacissimus adversarius, si vel scepticus esset, huic evidentissimae demonstrationi opponere queat*, y luego añade: *Certe in nostra potestate non est, aliquem eo adigere, ut fateatur, diescere, quando videmus solem horizontem ascendere*. No podemos ver con indiferencia esta caída de la razón humana en la persona de un tan grande hombre como el Sr. Bernoulli, antes bien, hemos de considerarla seriamente para aprender por ella a poner aun en nuestras convicciones más acabadas una sabia desconfianza y un prudente recelo, y pensar siempre, que nunca estamos exentos del peligro de engañarnos a nosotros mismos; de este modo, el entendimiento habrá conservado el suficiente equilibrio para ganar tiempo al menos y poder examinar maduramente la propia opinión y sus pruebas con la opinión y las pruebas propias del adversario.

En este mismo tratado de que nos estamos ocupando al presente, el Sr, Bernoulli, hace ver: cómo se puede comunicar a un cuerpo la misma cantidad de fuerza, en un tiempo más corto merced a la presión de un número igual de muelles. Yo he contestado ya, por lo menos en cuanto importa para nuestra cuestión, cumplidamente; pero permítaseme añadir aquí una nueva observación, que en realidad no se refiere directamente a nuestro asunto, pero que no por eso deja de tener especial utilidad. Dice así: la bola F, recibirá siempre igual cantidad de fuerza por el empuje de los cuatro muelles abcd, ya se los disponga en una línea, como los vemos representados en la figura 23, o en dos líneas paralelas, según están trazadas en la figura 24, o, por último, en cuatro líneas paralelas como aparecen en la figura 25.

### **Recordación de la forma en que el Sr. Bermoulli suponía comunicada a un cuerpo la fuerza producida por muchos muelles.**

Nótese en esto la siguiente prevención. El pensamiento del mismo, solo es verdad en ciertas y determinadas circunstancias, a saber, en cuanto los muelles abcd, dispuestos en filas unas detras de otras

según hemos dicho, no comunican al cuerpo una velocidad mayor, que aquella con la cual, uno de estos muelles aislados por si solo obraría; pues si en este caso la afirmación puede aceptarse, no así en el caso en que, como el Sr. Bernoulli pretende, se quisiera comunicar al cuerpo, por medio de muelles unidos los unos a los otros la misma velocidad que le comunicarían dispuestos en una serie sucesiva. Pongamos un ejemplo que hará ver más clara la cuestión, Supongamos que la velocidad que la serie de muelles representados en la figura 23, comunica al cuerpo hasta que se han distendido completamente, es como 10, pero al mismo tiempo, supongamos también que la velocidad que uno de ellos, por ejemplo a despliega al distenderse por si solo y sin tropezar con ningún cuerpo, es como 8: está fuera de toda duda que en el método empleado en la figura 25 los cuatro muelles solo podrán comunicar al cuerpo una velocidad de 8 grados. Pues en tanto que el cuerpo ha recibido este grado de velocidad, tiene tanta velocidad como los muelles, de los cuales ha recibido el empuje tendrían si se hubieran distendido libremente, por consiguiente no podrán comunicarle otra cantidad de fuerza. Sin embargo, es indiscutible, que si este cuerpo F es de nuevo empujado por el choque de estos 4 muelles en la figura 25, recibirá por ello 10 grados de fuerza, como en las figuras 23 o 24. Pero como esta figura 25 puede ser la imagen de la fuerza elástica de un cuerpo cualquiera, se comprende con toda claridad como es posible, que un cuerpo completamente elástico pueda chocar, contra un obstáculo inmóvil, con una cierta velocidad, y que este, apesar de la velocidad, con que rebota, pueda ser más pequeño que aquel con que ha chocado. Pero si se quiere suponer que estos cuatro muelles deben comunicar al cuerpo sobre el cual obran, se debe añadir a la masa F aun  $\frac{2}{D}$  pues entonces los muelles reemplazarán con la cantidad de materia, lo que no pudieron conseguir con la velocidad.

IV

Aclaración al párrafo CV.

**Exposición detallada de los defectos de la prueba de Wolf.**

Creo haberme explicado claramente, al señalar, en el párrafo 105 la grave falta en el argumento del Sr. Barón de Wolf. Parece, en el primer momento, como si la conclusión brotase matemáticamente de la regla: *aequales rationes sibi substitui invocem possent*; pero de hecho, dicha conclusión no tiene con ella ninguna relación. El caso anterior era este: *Tempora, quibus duo movilia, si sunt Aequalia, eosdem effectus patrant, sunt reciproce ut celeritates*. De aquí se sigue en el segundo número de la prueba: *Massae corporum inaequalium, quae eosdem effectus partant, sunt reciproce ut celeritates*. De aquí deduce ahora el Sr. Wolf (pues eso quiere decir su argumento si se le interpreta debidamente), que como las relaciones de los tiempos y de las masas en los dos casos son iguales a las relaciones de las velocidades, las primeras también serán iguales. Esto puede aceptarse sin ningún inconveniente, pero, que no se tengan en cuenta las determinaciones, bajo las cuales son iguales entre si, a saber: que las masas de cuerpos desiguales, que producen el mismo efecto, se conducen entre si como los tiempos, por lo que NB que son dos cuerpos iguales, producirán iguales efectos, pues esta es la limitación que, como puede verse, rige a las relaciones. Pero la conclusión del Sr. Wolf es la siguiente: por consiguiente, las masas de dichos cuerpos se conducen como los tiempos, por lo que, estos cuerpos desiguales ejercen efectos iguales, lo que, como se ve es una manifiesta falsificación de la proporción dada.

Si nuestro autor hubiera tenido la ocurrencia de comparar entre si las dos proposiciones, que quiere deducir la una de la otra, hubiera podido ver, con claridad meridiana, que no solo no se deducen la una de la otra, sino que más bien se contradicen. En efecto la primera dice así: *Actiones, quibus corpora aequalia eosdem effectus*

*patrant, sunt uts celeritates.* De esta proposición quiere deducir la otra que es el resultado de segundo número de la prueba, a saber: *Actiones, quibus corpora inaequalia eosdem effectus patrant, sunt etiam ut ipsorum celeritates; celeritates autem earum sunt reciproce ut massae.*

Si tomamos ahora, según la medida de la primera proposición dos cuerpos iguales A y B, de tal suerte, que B tenga doble velocidad que A, la acción con que B produce el mismo efecto que A, es según dicha regla, dos veces más grande que la acción del cuerpo A; porque aquel a causa de su mayor velocidad produce el efecto en un tiempo dos veces más pequeño. Pero, según la segunda regla, podría yo hacer a B dos veces más pequeño, y la dicha acción sería tan grande como antes, si bien la velocidad permanecía la misma. Pero es evidente: que, si hacemos a B dos veces más pequeño, es imposible que pueda hacer el dicho efecto en el tiempo, como cuando su masa era más grande, sino que necesitará más tiempo: por consiguiente, y si cuanto más pequeña es la acción mas grande es el tiempo que para producir el mismo efecto se emplea, necesariamente deberá ser más pequeña la acción, que si la masa de B, en la misma velocidad fuese dos veces mas grande, lo cual contradice el resultado del segundo número.

Pero todas estas contradicciones se hallarán en la prueba de Wolf, si se le concede desde luego la proposición que sienta como fundamento, a saber: que las *Actiones* pueden ser desiguales mientras los efectos son iguales. Esta proposición que jamás se le habrá ocurrido afirmar a ningún mortal, es una contradicción en la mejor forma, por muy exactamente que se la quiera concebir. Pues la palabra *Action* es un término relativo, que indica el efecto producido en una cosa, en tanto hay otra cosa que tiene en sí la causa de este efecto. Por consiguiente el efecto y la *Action* son una misma cosa, y la diferencia en su significación sólo estriba en que unas veces la refiere a la cosa que contiene la causa y otras veces la considero fuera de ella. Podría, pues, decirse igualmente, que una acción puede ser desigual a si misma. Se le da solamente el nombre de acción, porque de ella depende un efecto, y si en esta acción pudiera haber una parte de la cual no dependiera el efecto, dicha parte no podría recibir el nombre de *Action*. Y si los tiempos fueran desiguales, y

se produjeran los mismos efectos, permanecerán las *Acciones* empleadas iguales, y de aquí se sigue: que, en iguales tiempos, los efectos, y también las acciones correspondientes, serán desiguales.

En resumen: salta a los ojos, que ciertas causas especiales deben haber sido las que han ocasionado tan visible defecto en esta disertación, causas que no están en armonía con la reconocida y encomiada perspicacia del autor, perspicacia que resplandece en todas sus obras. No es difícil comprender que el loable empeño de salvar el honor del señor de Leibniz, que entonces se consideraba como el honor de la Alemania entera, produjo este esfuerzo, y la prueba le pareció a su autor mucho más poderosa que le hubiera parecido a una luz más clara, es decir, si no hubieran reinado tales prejuicios. La cosa misma era de tan dudosa traza, que no podía ser defendida sin error; pero la empresa era tan seductora que no dejó lugar a la serenidad de una investigación fría. Lo mismo quisiera yo haber dicho de los errores de autores tan célebres como Herrmann, Bernoulli, etc., los cuales o ya los he indicado o los indicaré. Por consiguiente, el honor del hombre de que hablamos queda a salvo. Yo puedo proceder con su defensa, como con algo que no es propiedad suya. El puede entretanto decirme, lo que un antiguo filósofo, por cierto en ocasión que le tocaba más de cerca: Tocas sólo la concha de Anaxarco.

## TERCERA SECCION

### De como aquella ley que en las matemáticas parecería falsa, puede verificarse en la naturaleza

---

#### CXIV

### En la que se expone una nueva evaluación de las fuerzas vivas, como la medida natural de la fuerza

Con lo que llevamos expuesto, podemos considerar suficientemente demostrado que, la evaluación de las fuerzas según el cuadrado, sería falsa en matemáticas, y que estas no permiten otra medida que la antigua, o sea, la cartesiana. Sin embargo, en varios pasajes de la sección anterior, hemos hecho concebir al lector la esperanza de que en la naturaleza, a pesar de todo, puede tener aplicación la medida o evaluación de las fuerzas por el cuadrado, y ya es tiempo de cumplir nuestra promesa. Tal empresa dejará perplejos a la mayor parte de mis lectores; pues parece, que la matemática es una ciencia falaz, y que hay que apelar de sus decretos. Pero la cosa realmente no es así. Si las matemáticas imponen sus leyes a todos los cuerpos absolutamente, entre ellos estarán comprendidos también los cuerpos de la naturaleza, y en vano sería pretender establecer ninguna excepción entre ellos. Pero la matemática pone ella misma el concepto del cuerpo que le es propio, por medio de los *Axiomatum*, los cuales exige como supuestos en el cuerpo, el cual, por esto será de tal naturaleza que encontraremos en él ciertas propiedades que no se encuentran en los cuerpos naturales, y en cambio se excluirán del mismo otras que en los cuerpos de la naturaleza, necesariamente se han de dar el cuerpo matemático es una

cosa completamente distinta del cuerpo natural, y puede por lo tanto, ser verdad respecto del primero, lo que sin embargo no conviene a éste.

CXV

### Diferencia entre los cuerpos matemáticos y los cuerpos naturales y sus respectivas leyes

Nos proponemos ahora examinar que clase de propiedad puede haber en los cuerpos que vemos en la naturaleza, que no se encuentre en los cuerpos definidos por la matemática, y que da por resultado, que aquéllos sean cosa distinta de éstos. La matemática no permite que sus cuerpos, tengan una fuerza que no provenga toda ella de aquel objeto que es la causa exterior de su movimiento. Por consiguiente, no concibe en el cuerpo ninguna fuerza, que no sea causada por algo exterior, y por tanto, dicha fuerza se podrá encontrar toda entera en dicha causa exterior en la misma medida. Es este un principio de la mecánica, cuya suposición entraña en sí, la imposibilidad de aplicar a la medida de las fuerzas otra evaluación que la cartesiana. Pero los cuerpos que encontramos en la naturaleza, están dotados, como veremos luego, de una propiedad completamente distinta. El cuerpo natural tiene en sí una potencia de aumentar la fuerza que han recibido del exterior por una causa cualquiera y que produce en ellos el movimiento, de tal modo que puede darse en ellos ciertos grados de fuerza, que en la causa exterior de su movimiento no existían, y ser también más grandes que aquellos, los cuales, por consiguiente, no pueden ser medidos con la misma medida que es medida la fuerza cartesiana, y que tiene por consiguiente, otra estimación. Queremos examinar esta propiedad de los cuerpos naturales con toda la escrupulosidad y exactitud que tan importante cosa merece.

CXVI

**La velocidad no es el concepto de una fuerza**

La velocidad no encierra en sí ni por sí, como hemos visto en el párrafo 3, la noción de una fuerza. La velocidad no es sino una determinación del movimiento, esto es, aquel estado de los cuerpos, en que no emplean la fuerza que tienen, sino que permanecen inactivos con ella. Sin embargo, propiamente, es el número que expresa la fuerza que el cuerpo tiene cuando está en reposo, esto es, cuando posee infinitamente menos velocidad; en otras palabras, es el número en el que aquella fuerza, que el cuerpo posee cuando está dotado de una velocidad infinitamente más pequeña, es la unidad. Esto se manifiesta con la mayor claridad, por un procedimiento analítico, en el caso admirablemente apropiado de Jurín, párrafo 110: es decir, si empleando el método por medio del cual descompone la velocidad en dos partes iguales, la consideramos en sus partes infinitamente pequeñas.

CXVII

**No habría ninguna fuerza si no hubiese un esfuerzo para conservar el estado de los cuerpos**

Para saber exactamente lo que constituye la determinación exacta del concepto de fuerza, debemos proceder de la siguiente manera. La fuerza puede ser medida legítimamente por el obstáculo que un cuerpo tiene que vencer en otro cuerpo. De aquí se deduce claramente: que un cuerpo no tendrá fuerza ninguna, si en él no se produjese un conato para conservar en sí el estado que el obstáculo tiene que suprimir; pues si así no fuese, aquello que el obstáculo tendría que vencer, sería como 0.

## Lo que es la intensidad

El movimiento es la manifestación exterior de la fuerza, pero el conato por contener este movimiento, es la base de la actividad, y la velocidad muestra qué cantidad de actividad hace falta para tener toda la fuerza. Desde ahora llamaremos a aquélla la Intención; por consiguiente la fuerza será igual al producto de la velocidad por la intensidad.

### Explicación de este concepto

Para poner un ejemplo que haga este concepto más evidente, tomemos el cuádruple muelle [abcd (Tab. II Fig. 23). Si nos fijamos ahora en que la velocidad con que cada uno de ellos empieza a distenderse, es como 1; la velocidad inicial con que el muelle total ad, que está compuesto de cuatro muelles iguales, cuando se distiende libremente, será como 4, y parece que de aquí se sigue que la velocidad inicial, que el cuádruple muelle imprime a un cuerpo, será cuatro veces mayor que la que le imprimiría cada uno de los muelles sencillos. Pero esta intensidad es, en el cuádruple muelle, cuatro veces más pequeña que en los sencillos; pues la fuerza que uno de estos cuatro muelles unidos imprimiría a un obstáculo inmóvil, sería cuatro veces mayor ejercida por el cuádruple, porque la resistencia de cada uno de los muelles, unida de este modo a los otros tres, sería una resistencia movible, y por consiguiente, la rigidez, o lo que es lo mismo, la intensidad de los cuatro muelles, escapa a aquel objeto al que pasa su velocidad. De aquí sucederá pues; que la velocidad inicial que los cuatro muelles comunican a un cuerpo, no será más grande que la que pudiera tener de un solo muelle, si bien aquella su velocidad inicial, si se extendiese libremente, sobrepujaría cuatro veces a ésta. Y esto puede servir, para hacer inteligible el concepto de la intensidad y mostrar que el tal concepto debe traerse a colación en la estimación de las fuerzas.

CXVIII

**Si la intensidad es como un punto, la fuerza es como una línea, a saber: como la velocidad**

Si la fuerza de un cuerpo es de tal naturaleza, que sólo por un momento se esfuerza para conservar el estado de movimiento, sea la velocidad la que quiera, este esfuerzo o intensidad será en todas las velocidades igual; por consiguiente, toda la fuerza de semejante cuerpo estará en proporción con su velocidad; pues siendo uno de los factores siempre igual, el producto que expresa la cantidad de fuerza, será como el segundo factor.

CXIX

**Si la intensidad es finita, esto es, como una línea, la fuerza será como el cuadrado**

En un movimiento de la clase del que acabamos de explicar, sería absolutamente necesario reemplazar incesantemente desde fuera la fuerza desaparecida en cada uno de los momentos en el cuerpo, y la fuerza sería continuamente sólo un efecto de un impulso exterior constante, si el cuerpo debiese proporcionar de este modo un movimiento que se conservase siempre. Pero de aquí se echa de ver, al mismo tiempo, claramente: que si, por el contrario, la fuerza del cuerpo fuese de tal naturaleza que contuviese en sí misma la suficiente tendencia, para conservar el movimiento con la velocidad dada, uniforme e incesantemente sin ayuda de una potencia exterior, esta fuerza debería ser de una naturaleza completamente distinta, y así mismo, infinitamente mucho más perfecta.

Pues, como quiera que su intención es igual, es decir infinitamente pequeña en todas las velocidades, y sólo por la multitud de los grados de la velocidad es multiplicable, así estará por el contra-

rio en ésta en proporción de la velocidad, y también se multiplicará por ésta, siendo el resultado la verdadera medida de la fuerza. Pues la velocidad finita, cuya intensión es infinitamente pequeña nos da una fuerza, de la cual, la fuerza que constituye esta intensión en la velocidad infinitamente pequeña, es la unidad. Por consiguiente si un cuerpo ha de tener en sí suficientemente esta velocidad y fuerza, para tener la tendencia suficiente a conservarla en sí constantemente, su intensión deberá ser proporcionada a esta fuerza o velocidad. Y de aquí nace entonces una nueva fuerza, que será el producto de la fuerza proporcionada a la velocidad, por la intensión, que también es como la velocidad; producto que es igual al cuadrado de la velocidad. Fácil es comprender ahora: que, puesto que la fuerza que el cuerpo, dotado de una intensión infinitamente pequeña y de una velocidad finita, era como una línea, que representa esta velocidad, y la intensión como un punto, ahora la intensión también será como una línea, la fuerza resultante como una superficie, que del fluir de la primera línea ha sido engendrada, y ciertamente no como el cuadrado, por que dichas líneas son proporcionales la una a la otra.

Nótese que yo hago aquí, momentáneamente, abstracción de la diferencia de las masas, o supongo que estas son iguales. En segundo lugar, nótese también, que considero el espacio en el movimiento de que hablo, como vacío.

## CXX

**El cuerpo, que tiene la tendencia interior de conservar el movimiento libre y persistente en sí, tiene una fuerza, que es como el cuadrado de la velocidad.**

Según esto, el cuerpo, que funda su movimiento suficientemente en sí mismo, hasta el punto que de su tendencia interior, se puede comprender o esperar suficientemente que conservará en sí, li-

bre, persistente y sin disminución su movimiento, tiene una fuerza cuya medida es el cuadrado de su velocidad, o, como de ahora en adelante lo llamaremos, una fuerza viva. Por consiguiente; cuando por el contrario, su fuerza no encuentra en sí la razón de conservarse, sino que descansa solamente en la existencia de una causa exterior, será esta fuerza, como la mera velocidad, esto es, será una fuerza muerta.

### CXXI

**El cuerpo recibe, por su espontaneidad interior, la impresión exterior, infinitamente realzada, y en una forma, completamente distinta.**

Pero ahora nos proponemos examinar la fuerza de un cuerpo, es decir su naturaleza cuando se origina por primera vez a consecuencias del efecto de una causa exterior. Indudablemente dicha fuerza se funda entonces en la presencia de esta causa exterior, y no existiría en dicho momento en el cuerpo si la causa exterior mencionada no despertase en ella el impulso. Por consiguiente, en dicho momento, en el que descansa en la presencia de una causa exterior, es de tal naturaleza que evidentemente debería desaparecer si aquella faltase; pues nosotros no hablamos ahora de si el cuerpo puede fundar en sí mismo, a partir de este momento, esta fuerza despertada en él y sus consecuencias. Por tanto, en dicho momento, la intensidad de la fuerza infinitamente pequeña, y por consiguiente, la fuerza misma, que se funda solo en el impulso exterior, es como la mera velocidad, es decir, es una fuerza muerta. Pero si desde este momento el dicho cuerpo funda en su fuerza interior la velocidad que se le ha comunicado, de tal modo que de su impulso se sigue una conservación del movimiento constantemente libre; entonces ya no es una fuerza muerta, sino una fuerza viva que tiene por medida el cuadrado de la velocidad, y es, con respecto a aquella, como una superficie es a una línea. De aquí se sigue claramente que un

cuerpo, de esta manera, cuando mantiene libremente por sí mismo la fuerza que se le ha comunicado, la fuerza que ha recibido por una causa mecánica exterior, aumentala en sí mismo infinitamente, y la hace de otra especie, con lo que se demuestra la verdad de la observación hecha por nosotros en el párrafo 115, y que la fuerza viva se sustrae por completo a la jurisdicción de las matemáticas.

### **El cuerpo no recibe del exterior, fuerza viva.**

Además, de aquí se infiere que la fuerza viva no se origina en los cuerpos por una causa exterior, sea esta tan grande como se quiera; pues en cuanto una fuerza depende de una causa exterior, es siempre como la mera velocidad, como ya hemos demostrado; por tanto debe nacer de un origen inherente a la naturaleza dinámica del cuerpo, que entra dentro de las determinaciones de la medida por el cuadrado.

## **CXXII**

### **Hay un número infinito de grados entre la fuerza muerta y la viva.**

Hemos demostrado anteriormente: que si un cuerpo tiene en sí mismo, suficiente y completamente la causa de su movimiento, de tal manera que, de la naturaleza de su fuerza se puede venir en conocimiento que se conservará siempre inalterable y libre, tiene una fuerza viva, pero que si no funda su fuerza en sí mismo, sino que esta depende de causas exteriores, tiene sólo una fuerza muerta que es infinitamente más pequeña que aquella. Al mismo tiempo esto nos da la siguiente consecuencia: que si dicho cuerpo funda si la fuerza en sí mismo, pero no del todo, sino sólo en parte, su fuerza se acerca un tanto a la fuerza viva, y se diferencia un tanto de la fuerza muerta, y que forzosamente, entre estos dos límites extremos, la fuerza totalmente muerta, y la fuerza completamente viva, hay un número infinito de grados, que conducen progresivamente de la una a la otra.

## **La fuerza viva nace sólo en un tiempo finito después del principio del movimiento.**

Además, en virtud de la ley de continuidad, se deduce de aquí, que el mismo cuerpo que en el momento inicial tiene una fuerza muerta y después llega a tener una fuerza viva, que respecto de la primera es como una superficie respecto de una línea, esta fuerza ha surgido en un tiempo finito. Pues, si quisiéramos suponer que esta fuerza no había nacido en un tiempo finito a contar desde el momento inicial, sino inmediatamente en el instante infinitamente pequeño después del mismo, esto querría decir que en el momento inicial mismo, tenía ya esta fuerza viva. Pues la ley de continuidad y las matemáticas, demuestran que es lo mismo decir que el cuerpo se encuentra en el momento inicial de su movimiento, que decir que se encuentra en el instante infinitamente pequeño después del mismo. Ahora bien, la fuerza, en el momento o punto inicial del movimiento, es muerta, por lo tanto no podemos decir, sin caer en contradicción, que después, es viva, a no ser que se diga que esta fuerza viva se encuentra en el cuerpo después de un tiempo finito por el efecto de una causa exterior.

### **Explicación de esto mismo.**

La fuerza natural del cuerpo continúa en efecto la impresión recibida del exterior, y aumentando, por un esfuerzo continuado la intensión, que primeramente era como un punto, hasta llegar a hacerla como una línea, que es proporcional a la fuerza producida por la causa exterior, que se conduce como la velocidad; auméntase de este modo la dicha fuerza producida por una causa exterior, la cual antes era también como una línea, y ahora es como una superficie, en la cual uno de los lados representa la velocidad y fuerza comunicadas del exterior, y el otro la fuerza interior del cuerpo, es decir, la intensión aumentada del mismo, que es proporcional a aquella.

CXXIII

**Que es la «Vivificación».**

Aquel estado, en el cual la fuerza del cuerpo aún no es viva, pero que sin embargo progresa, le llamo *Vivificación* de la misma.

**Como se conduce la intensión durante la vivificación de la fuerza.**

Por consiguiente, en el intervalo, en el cual la fuerza se convierte de muerta en viva, intervalo que debe ser comprendido entre los dos puntos, el punto inicial y aquel en que la fuerza se ha hecho completamente viva, el cuerpo aun no tiene fundada en sí mismo, suficientemente su velocidad ni su fuerza. Quizá preguntara aquí el lector que como puede el cuerpo en este intervalo estar en estado de conservar y continuar libre y uniformemente la velocidad que se le ha comunicado, si aun no ha fundado su fuerza y su movimiento suficientemente en sí mismo, y por consiguiente no la puede conservar. A lo cual contesto yo: la fuerza no es en este intervalo de tal modo libre, que explique por sí misma un movimiento constante y no disminuído, si no fuese aumentada por el esfuerzo interior. Pero no se trata aquí de si el esfuerzo de la fuerza por mantenerse es incompleto de esta manera. Sólo se pregunta si la intensión de la fuerza, que no es lo suficientemente poderosa, para poder conservar el movimiento indiminuído y constante, sin embargo le pueda conservar aquel tiempo, que es necesario para la completa vivificación. Que esto no sólo es posible, sino que sucede de hecho, se deduce de que, en este intervalo, a cada momento brota del cuerpo un nuevo elemento de intensión que conserva la velocidad dada en un espacio de tiempo infinitamente pequeño, por consiguiente todos los elementos de esta intensión, que durante dicho intervalo se originan en el cuerpo, en todos los momentos del mismo, es decir, en todo el tiempo del mismo conservan esta velocidad, como se deduce del contenido del párrafo 18.

### **Si la velocidad cesase antes de haber llegado a su completo desarrollo, ¿que sucedería entonces con el movimiento?**

Pero si admitimos que en el intervalo de la vivificación, antes de que esta se haya desarrollado por completo el cuerpo deja de seguir aumentando su intensidad y de hacer de la fuerza una fuerza viva, ¿qué sucedería entonces? Es manifiesto que cuando el cuerpo sólo funda en sí mismo aquellos grados de velocidad que son proporcionales a aquella intensidad que en este tiempo de la vivificación ya ha ganado y mantiene el movimiento libre, los demás grados de velocidad que exige una mayor intensidad de la que realmente existe, para llegar a la completa intensidad deben cesar y desaparecer repentinamente. Pues la intensidad actual sólo puede fundamentar parte de esta velocidad, y no brotan en cada momento nuevos elementos de intensidad, que conserven continuamente la velocidad dada, por lo que la parte restante debe desaparecer.

### **Y, ¿que sucedería entonces con la fuerza?**

Si por consiguiente, un cuerpo que se mueve libremente encuentra una resistencia en la cual emplea su fuerza, antes de haber llegado a la completa intensidad con toda su velocidad, la fuerza que ejerce será como el cuadrado de aquel grado de velocidad que es proporcional y adecuado a la intensidad obtenida, y que por tanto, en el tiempo dado ha podido llegar a ser fuerza viva; con los demás grados el cuerpo es inactivo, u obra sólo en la medida de la simple velocidad, la cual respecto de la otra fuerza no se debe estimar en nada.



CXXIV

**Nueva estimación de la fuerza.**

Según esto, el cuerpo que conserva su velocidad en libre movimiento indiminuída hasta el infinito, tiene una fuerza viva, es decir, una fuerza de tal naturaleza que tiene por medida el cuadrado de la velocidad.

**Condiciones de la misma.**

Pero las condiciones de que esta ley depende son las siguientes:

- 1) El cuerpo debe contener en sí la razón de conservar su movimiento uniforme, libre y constante, en un espacio no resistente.
- 2) De lo anterior resulta demostrado que el cuerpo no recibe esta fuerza de una causa exterior que le ponga en movimiento, sino que nace de la excitación de la fuerza natural interior del cuerpo mismo.
- 3) Que esta fuerza es engendrada en él en un tiempo finito.

CXXV

Esta es la principal razón de la nueva evaluación de las fuerzas, de la cual puedo decir que la pongo en el lugar de la evaluación cartesiana y leibniziana; y que la hago el fundamento de la verdadera dinámica, si la insignificancia de mi juicio, en comparación con el de hombres tan eminentes, me permite hablar con tal autoridad. Sin embargo, no estoy muy lejos de pensar: que esta ley podría conseguir el fin de cortar las disputas que han dividido a los filósofos de todas las naciones. Las fuerzas vivas, las encontramos en la naturaleza después de haber sido arrojadas de la matemática. Mas por esto no debemos hacer culpables de error a los dos grandes sabios que se llaman Leibniz y Cartesio. Tampoco la ley de Leibniz podría comprobarse en la naturaleza sino con ayuda de la ley de

Descartes. Es honrar al entendimiento humano, unificar las dos opiniones de tan [ingeniosos varones, y la verdad, que en el fondo nunca falta a tan preclaras inteligencias, se abre paso más rápidamente, en esta contradicción.

## CXXVI

**Por que hay libre movimiento, hay también  
fuerzas vivas.**

Si en el mundo existe libre movimiento, que se conserva constante y sin merma, cuando no encuentra una resistencia interior, la cosa está fuera de duda, y es cierto que hay en la naturaleza fuerzas vivas. El movimiento libre y constante de los planetas, como también todos los demás fenómenos innumerables, que demuestran, que los cuerpos que se mueven libremente sólo pierden su movimiento en la medida de la resistencia que encuentran, y que sin esta continuarían moviéndose, hacen posible esta afirmación y comprueban la existencia de fuerzas vivas en la naturaleza.

**La Matemática no permite ningún movimiento libre.**

En cambio resulta bastante claro, de todo esto: que la Matemática, no permite a sus cuerpos ningún movimiento libre. Pues no permite aquello que es necesario para hacer al movimiento libre y constante, a saber, que el cuerpo engendre una fuerza de su interior, que ni haya sido engendrada por una causa exterior ni pueda provenir de ella. Pues dicha ciencia no conoce en un cuerpo otra fuerza, que aquella que procede del cuerpo que es la causa de su movimiento.

## CXXVII

**Método fácil para utilizar estas observaciones.**

Si bien las anteriores observaciones y demostraciones son de tal naturaleza que en lo que se refiere al fondo de las cosas igualan a

los conceptos matemáticos y a su claridad, quiero sin embargo satisfacer a aquellos que sospechan de todo aquello y que exigen una experiencia para fundamentar todas las consecuencias, mostrándoles un método, por medio del cual podrán utilizar estas consideraciones a su completa satisfacción. Hacia el fin de esta sección ofreceré una experiencia con precisión matemática: que en la naturaleza se encuentran fuerzas reales cuya medida es el cuadrado de la velocidad.

Además, remito a dichas personas al resultado de todas las pruebas de la segunda sección; de ellas aparece que semejante fuerza no puede ser el efecto de causas exteriores mecánicas, pues si se considera dicha fuerza como un efecto de aquella causa que ha producido el movimiento, no podría tener otra medida que la de la simple velocidad. Esto indica que dicha fuerza puede proceder de la naturaleza íntima del cuerpo y nos lleva progresivamente a aquellas consideraciones que he expuesto sobre la esencia de las fuerzas vivas.

### CXXVIII

#### **El señor Bernoulli concibió ya el mismo concepto.**

Yo he dicho que la duración libre y continuada de la fuerza procedente del interior del cuerpo es la verdadera marca, que nos indica que se trata de una fuerza viva y que tiene por medida el cuadrado de la velocidad. Recibí gran satisfacción al encontrar este mismo pensamiento, en la obra, citada anteriormente, del Sr. de Bernoulli. El ha expresado su opinión como mero geómetra, no con verdadero lenguaje metafísico pero sin embargo con perfecta claridad: *Vis viva, dice, est aliquid reale et substantiale, quod per se subsistit, et quantum in se est non dependet ab alio; Vis mortua nos est aliquid absolutum, et per se durans, etc., etc.*

Este pasaje citado aquí aporta a mis observaciones no poco provecho. El matemático considera, por otra parte, aquellos razonamientos que él cree fundados en sutilezas metafísicas con una cierta

desconfianza, que le obliga a diferir su aplauso, y debo temer que le suceda esto con los míos; pero aquí esta puesta la cosa tan en claro que el mas riguroso geómetra no podrá menos de prestar su asentimiento comprendiendo que a ello le obliga la exactitud matemática.

### **Pero no lo ha hecho en sus sólidos fundamentos.**

Me admira sobremanera que, habiendo el Sr. Bernoulli hecho tanta luz alrededor del concepto de las fuerzas vivas, le haya sido posible equivocarse de manera tan lamentable al querer probar la doctrina de las mismas. Debiera haber admitido fácilmente, que no las encontraría en aquel caso en que, respecto de este *realis et substantialis, quod per se subsistit et est absolutum aliquid*, son indeterminadas, o en el cual aquellas determinaciones, que a ello pueden conducirnos, no se encuentran; pues este es, como el mismo comprende el caracter genérico de la fuerza viva, y lo que respecto a este caracter es algo indeterminado, no nos puede conducir a ella. Sin embargo, él estima que no solo no se encuentra dicha fuerza viva en el caso de que entre dos cuerpos desiguales exista un muelle que se distiende, sino que toda la fuerza que entra dentro del campo de su prueba, es algo, *quod non est aliquid absolutum, sed dependet ab alio*.

Esto nos convencerá de cuan peligroso es abandonarse al aplauso en una prueba compuesta y engañosa, sin seguir la guía del método que hemos indicado en los párrafos 88, 89, 90, y que hemos usado con gran provecho, esto es, de cuan necesariamente se impone, que la cosa que es el sujeto de la prueba, esté en armonía lógica con el concepto del cual depende, para poder apreciar si las condiciones de la prueba misma contienen en si las determinaciones que la afirmación de dicho concepto exige.

CXXIX

**Las fuerzas vivas son de naturaleza contingente.**

Hemos demostrado, que la existencia de las fuerzas vivas en la naturaleza se funda solamente en la suposición de que existe un movimiento libre, pero no se puede, de las propiedades esenciales y geométricas de un cuerpo sacar ningún argumento, que nos proporcione una prueba para fundamentar tal suposición, es decir un argumento como exigiría la admisión de un movimiento libre o invariable, según lo que respecto de este hemos dicho en los anteriores párrafos.

**Esto lo han reconocido también los leibnicianos.**

De aquí se sigue: que la fuerza viva no se puede estimar como una propiedad necesaria, sino como algo hipotético y contingente. El Sr. Leibniz reconoció esto mismo, como se puede apreciar leyendo la Teodicea, y el Sr. Nicolaus Bernoulli lo confirma por la manera que, en su opinión debe usarse, para hacer demostrables las fuerzas vivas; a saber, que se debe suponer la ecuación fundamental  $dv = pdt$ , en la cual  $dv$  es el elemento de la fuerza viva,  $p$  la presión que engendra la velocidad, y  $t$  el elemento de tiempo en que la presión ha producido la velocidad infinitamente pequeña. Dice que esto es algo hipotético que se debe admitir.

**Y sin embargo, la buscan en verdades geométricas necesarias.**

Los otros defensores de las fuerzas vivas que parecen manifestar un cierto escrúpulo en pensar del mismo modo que Leibniz han cantado en el mismo tono. Y sin embargo han buscado las fuerzas vivas en aquellos casos que son geoméricamente necesarios y creen haberlas encontrado, lo que ciertamente es de admirar.

### Singular defecto del señor Herrmann en este punto.

El Sr. Hermann las buscó también de la misma manera sin dejarse engañar por la contingencia de las fuerzas vivas. Pero los antecedentes de Leibniz y el propósito de conseguir su objeto en absoluto le hicieron caer en una falsa argumentación, que ciertamente es digna de ser notada. Creo que no se hallaría fácilmente quien descurriese de este modo; las dos cantidades  $a$  y  $b$  deben tomarse juntamente y ser consideradas en sus relaciones, *ergo* deben multiplicarse; y sin embargo así sucede a la letra al Sr. Herman, tan gran maestro en silogismos. «Como el cuerpo, dice, que en el caso presente recibe un nuevo elemento de fuerza, tiene sin embargo ya una velocidad, esta se debe también tener en cuenta. Por consiguiente, deberemos cambiar la vel.  $V$ . que ya tiene su masa,  $M$ ; y el elemento de la velocidad, o lo que es lo mismo el producto de la gravedad,  $g$ , por el tiempo, esto es  $gd t$ . *Ergo*  $dv$  o el elemento de la fuerza viva, será igual a  $g M dt$ , es decir, al producto de las cantidades indicadas.

### CXXX

### La experiencia confirma que las fuerzas se verifican progresivamente.

Nuestra doctrina trae aparejado el que un cuerpo dotado de movimiento libre y uniforme, en los inicios de este movimiento, no tiene aún toda su fuerza, sino que esta crece según el cuerpo se va moviendo. Yo mismo he comprobado: que en igual carga de un fusil, y siendo también iguales las demás circunstancias, la bala penetrará más profundamente en la madera si yo tiro desde una distancia de algunos pasos, que si tiro desde unas pulgadas solamente del objeto. Aquellos que hayan tenido mejores ocasiones de hacer estas pruebas podrán medir estos efectos con más exactitud y me-

Por. Sin embargo, la experiencia enseña que la intensidad de un cuerpo que se mueve libre y uniformemente, crece en él según se va moviendo y sólo después de cierto tiempo alcanza toda su intensidad, conforme a las proposiciones que ya dejamos probadas.

#### CXXXI

De aquí en adelante, después de haber echado los fundamentos de una nueva estimación de las fuerzas, debemos esforzarnos por exponer las leyes que con ella se relacionan especialmente, y por que decirlo así contienen los elementos de una nueva dinámica.

Podría exponer aquí algunas leyes con arreglo a las cuales se produce la vivificación de la fuerza; pero como la índole de este tratado es tal que sólo tiene por objeto trazar los rasgos generales de esta nueva e insospechada propiedad de los cuerpos, debo tener en cuenta que mis lectores, preocupados especialmente de la cuestión principal, se enojarían si les condujera a la investigación de un problema accesorio, para el cual tiempo habrá, cuando mi doctrina esté suficientemente comprobada por la experiencia.

En consecuencia sólo expondré, con la mayor claridad posible, las leyes más generales y dignas de tenerse en cuenta, relacionadas con nuestra nueva evaluación de las fuerzas y sin las cuales no puede ser comprendida su naturaleza.

#### CXXXII

### **La vivificación de la fuerza no es aplicable en general a todas las velocidades.**

La siguiente observación revela una ley dinámica desconocida y es de no poca importancia en la evaluación de las fuerzas.

Hemos enseñado: que un cuerpo que obra en estado de reposo, sólo ejerce una presión muerta muy diferente de la fuerza viva y que tiene por única medida la mera velocidad; con lo que, tanto los

que siguen a Descartes, como los que siguen a Leibniz, están de acuerdo. Pero un cuerpo, cuya velocidad es infinitamente pequeña, realmente no se mueve, y tiene, por lo tanto, una fuerza que consiste en un estado de reposo; por consiguiente, su medida es la mera velocidad.

Si, pues, queremos determinar el movimiento correspondiente, a la fuerza viva, no debemos extendernos a todos los movimientos, cuya velocidad puede ser tan grande o pequeña como se quiera, es decir, a todos los movimientos cuya velocidad no esté determinada. Pues entonces habría una ley para todos los grados de velocidad infinitamente pequeños, y los cuerpos podrían tener también, aún en la velocidad infinitamente pequeña, una fuerza viva, lo que hemos demostrado hace poco que es completamente falso.

### **La velocidad, por consiguiente, debe ser determinada.**

Según esto, la ley de estimación por el cuadrado no es aplicable a todos los movimientos, sin consideración a su voluntad, sino que ésta debe ser tomada en cuenta. De aquí que, en algunos grados de velocidad, las fuerzas relacionadas con ellos no puedan llegar a ser fuerzas vivas, y habrá una cierta cantidad de velocidad en la cual la fuerza, desde luego, pueda alcanzar la vivificación, y otros en los cuales esto no suceda.

### **Por consiguiente, no es posible tampoco una diferencia entre las velocidades de un movimiento libre.**

Como, además, la completa vivificación de la fuerza es la causa de la libre y constante conservación del movimiento, de aquí se sigue que ésta no es posible sin limitación en todas las velocidades, sino que debe ser determinada la velocidad; es decir, que tiene que tener un cierto grado si el cuerpo ha de moverse con un movimiento libre y constante; bajo esta determinación no lo sería en todos los grados, porque en los grados infinitamente pequeños,

dicha propiedad desaparecería en absoluto, y la duración del movimiento será algo completamente instantáneo.

Así, pues, la regla del movimiento libre e indiminuido no es aplicable en general, sino sólo a un cierto grado de velocidad, a partir del cual todos los grados más pequeños de un movimiento desaparecen y cesan hasta que en un grado infinitamente pequeño, el movimiento sólo dura un instante y necesita ser renovado constantemente del exterior; de aquí que la regla de Newton, en su significación indeterminada, no sea aplicable a todos los cuerpos de la Naturaleza: *Corpus quodvis pergit in statu suo vel quiescendi vel movendi, uniformiter, in directum, nisi a causa externa statum mutare cogatur.*

### CXXXIII

#### La experiencia lo confirma.

La experiencia confirma esta observación, pues si la velocidad infinitamente pequeña pudiera convertirse en fuerza viva, debería, a causa de la proporción con la vivificación de la fuerza finita, vivificarse en un tiempo infinitamente pequeño (párr. CXXII); así, pues, dos cuerpos que sólo estuviesen expuestos a la presión de la gravedad, sólo tendrían una fuerza proporcional a su velocidad; pero tan pronto como se les hiciese descender de una altura imperceptible, su fuerza empezaría a ser como el cuadrado de aquélla, lo cual es contrario a la ley de continuidad y a la experiencia, pues, como ya hemos dicho, un cuerpo que con su peso no rompe un vidrio, tampoco lo romperá si se le deja caer desde una altura imperceptible, y dos cuerpos del mismo peso, conservarán el equilibrio si se les deja caer en los platillos de una balanza desde una altura muy pequeña, mientras que si fuera verdad lo que se pretende, se produciría un descenso notable.

#### Aplicación al movimiento en un medio resistente.

Esta regla debe ser puesta de acuerdo con la ley de la resistencia del medio espacial en que los cuerpos se mueven, pues cuando la

velocidad empieza a ser muy pequeña, el medio espacial no ejerce ya tanta acción para disminuir el movimiento, sino que éste se pierde en parte por sí mismo.

#### CXXXIV

### **Si es posible la vivificación y libre movimiento en todos los grados mayores de velocidad, hasta el infinito.**

Tocamos con esto el punto más difícil que se ha podido nunca tratar en la mecánica abstracta.

Hemos formulado la siguiente pregunta: si los cuerpos, en todas las velocidades, por pequeñas que sean, llegan a la completa vivificación de la fuerza. Ahora podemos investigar si los cuerpos, en todos los grados mayores de velocidad, por grandes que sean, es decir, hasta el infinito, pueden producir el mismo efecto; es decir, si los cuerpos conservan el movimiento que se les comunique, libre e indisminuído, por consiguiente, si pueden llegar a la completa vivificación de la fuerza, siendo la velocidad tan grande como se quiera.

Como la vivificación y el movimiento libre fundado en ella es un producto de la fuerza natural del cuerpo, presupone siempre que éste es capaz de producir aquél y de llegar al suficiente grado de intensidad del mismo, en la producción de todos los grados mayores de la fuerza viva hasta el infinito, aquél depende única y exclusivamente de la cantidad y potencia de esta fuerza natural. Ahora bien, en realidad, ninguna cantidad de la Naturaleza es infinita, como nos lo hace ver la Metafísica de modo incontrovertible; por consiguiente, la dicha fuerza natural de un cuerpo debe tener una medida determinada y finita. De aquí que deba también producir efectos finitos y medibles, por lo que su capacidad, para producir fuerza viva en grados de velocidad cada vez mayores, sólo representará una cantidad finita, esto es, el cuerpo no vivificará la fuerza hasta el infinito en todos los grados de velocidad ni podrá producir

un libre movimiento de infinita duración, sino que esta capacidad del cuerpo no llegará más que hasta cierto grado de velocidad, de modo que en todos los grados superiores a éste, la capacidad del cuerpo no alcanzará a producir la consiguiente vivificación.

#### CXXXV

### **Lo que de aquí se sigue respecto del movimiento.**

De aquí se deduce: que si este grado es determinado, el cuerpo, cuando recibe de una causa exterior una mayor velocidad, cede a ella, y mientras dura este impulso, acepta la velocidad del movimiento, pero en tanto aquel impulso cesa pierde al punto aquel grado de velocidad que equivale a la masa determinada, y solo conserva libre e indiminuido, el que el cuerpo mismo, según su fuerza natural, es capaz de vivificar en sí.

### **La capacidad de los cuerpos en este respecto es distinta.**

Además resulta también de lo dicho: que es posible y aun verosímil que entre la gran variedad de cuerpos de la naturaleza sea distinta en cada uno esta fuerza natural, por consiguiente: así como unos podrán mantener en sí una cierta velocidad libre, otros no podrán llegar a esta cantidad.

### **Summa.**

Hay pues dos límites dentro de los cuales está encerrado el cuanto de velocidad en que puede consistir la vivificación de la fuerza de un cierto cuerpo, un límite mínimo y un límite máximo.

CXXXVI

**La fuerza viva puede desaparecer en parte sin efectos.**

Sabemos por el párrafo 121, que la fuerza de un cuerpo, cuando se ha hecho fuerza viva es mucho más grande que la causa mecánica que le comunica el movimiento; y que por lo tanto un cuerpo con 2 grados de  $v$ , tiene 4 grados de fuerza si bien la causa exterior de su movimiento, según el resultado obtenido por el método de Jurin (p. 110) solo ha ejercido  $\frac{1}{2}$  grados de fuerza. Ahora queremos explicar: cómo un obstáculo, cuya fuerza es mucho más pequeña que la fuerza del cuerpo, puede arrebatarse sin embargo todo su movimiento y que por consiguiente, así como la fuerza viva en el primer caso nace de parte de la misma, así también en el segundo caso puede comunicarse en vencer un obstáculo que es mucho más pequeño que ella.

CXXXVII

**Demostración.**

Para demostrar lo que antecede, no tenemos más que invertir el caso de Jurin (par. 110). Supongamos que mueve la balsa AB desde C hasta B con velocidad, como 1. Además, admitamos que la bola E se mueve en la misma dirección, a saber CB pero en libre m. y con f. v. con vel. como 2, por lo que dicha bola chocará con el obstáculo R que aquí es representado por un muelle y cuya fuerza es como 1, solo con un grado sencillo de  $v$ .; pues en lo que se refiere al otro grado no se mueve con la misma  $v$ . respecto del dicho obstáculo porque este tiene el mismo m. en la misma dirección por consiguiente al cuerpo solo le queda un grado de  $v$ . con relación al mismo. Pero, en un grado sencillo de velocidad la fuerza es también solo como 1. por consiguiente la bola choca con el obstáculo con una fuerza como 1 teniendo este último un grado sencillo de fuerza y perderá por este grado su velocidad y fuerza. Pero entonces solo

le queda un grado de movimiento absoluto y por consiguiente también, un grado de fuerza la cual por esto puede ser destruida por otro obstáculo que sea como 1; por consiguiente, un cuerpo en el cual suponemos una fuerza viva y que con 2 grados de velocidad tiene 4 grados de fuerza debe ceder a dos obstáculos que tienen solo 1 grado de fuerza cada uno, y debe perder 2 grados de fuerza sin que esta pérdida provenga de causas exteriores.

### CXXXVII

#### Explicación de estas afirmaciones según nuestro concepto de la fuerza viva.

Las circunstancias en que un cuerpo dilapida una parte de su fuerza viva, sin efectos, son pues estas: que dos o más impedimentos le ofrecen de tal modo resistencia, que cada uno de ellos, no se opone a la velocidad del cuerpo mencionado, sino solo a una parte de ella, como se explica en los párrafos anteriores.

Cómo se compagina esto con nuestro concepto de la fuerza viva, es cosa que se explica con facilidad de la manera siguiente: Si la velocidad de un cuerpo se descompone en sus grados la fuerza viva, que en uno de estos grados se aísla del otro, y que el cuerpo emplea obrando solamente con ella, es como el cuadrado de dicho grado; pero si obra con toda su velocidad no descompuesta, la fuerza total es como el cuadrado de la misma, por consiguiente, aquella parte de la fuerza que corresponde al dicho grado de velocidad será como el *Rectangulum* de este grado por la velocidad total, lo cual constituye una cantidad mucho mayor que la del caso anterior. Pues si suponemos constituida la velocidad total por dos grados que le son repartidos al cuerpo uno tras otro, la fuerza viva se eleva, ya que la velocidad era como 1, solamente a 1 grado; pero cuando se le añade el 2.º grado nace en el cuerpo no sólo otro grado de fuerza que sea solamente proporcional a este grado de velocidad, sino que la fuerza natural hace crecer la intensión en la misma pro-

porción en que la velocidad crece, y hace que la fuerza viva en la velocidad resultante sea cuatro veces mayor, y puesto que la suma de las fuerzas de todos los grados aislados solo sería doble, de aquí resulta, que cada grado en el efecto conjunto con los restantes puede producir 2 grados de fuerza, mientras que por sí solo no produciría más que 1. De aquí que si un cuerpo que tiene una fuerza viva y que por consiguiente con 2 grados de velocidad produce 2 grados de fuerza, no emplee toda su velocidad a la vez, sino un grado después del otro; de este modo solo ejerce una fuerza doble y los otros 2 grados que le corresponde en la velocidad compuesta, desaparecen puesto que la fuerza natural cesa de mantenerlos del mismo modo que los produjo naturalmente.

### CXXXVIII

Estas consideraciones recompensan nuestros esfuerzos con importantes consecuencias.

1.º No encontraremos el efecto completo de las fuerzas vivas sino allí donde el obstáculo ofrece resistencia a la velocidad total del cuerpo dotado de la fuerza viva, y sufre todos los grados de la misma.

2.º Cuando, por el contrario el obstáculo solo contrarresta un grado de aquella, y por consiguiente, la velocidad total no es contrarrestada sino descompuesta en grados y sucesivamente, entonces una gran parte de la fuerza viva se pierde espontáneamente, sin ser consumida por el obstáculo, y nos engañaríamos si creyésemos que el impedimento que de este modo ha hecho cesar todo el movimiento, ha consumido también toda la fuerza. Esta pérdida es en todo momento tanto más considerable, cuanto mas pequeño es el grado de velocidad que el obstáculo contrarresta con respecto a toda la velocidad con que el cuerpo se mueve. Por ejemplo, dividamos la velocidad en la cual el cuerpo tiene su fuerza viva, en 3 grados iguales cada uno de los cuales es contrarrestado sucesivamente por el obstáculo, con lo que tendremos, que si bien el cuerpo, en cada uno de es-

tos grados de velocidad tiene una especial fuerza viva, la fuerza de cada grado será como uno, y por consiguiente, la fuerza del obstáculo que vence estos grados uno tras otro será como 3; pero toda la fuerza viva de este cuerpo será como el cuadrado de 3; es decir, como 9; por consiguiente serán también de esta manera 6 grados de fuerza, esto es, dos tercios del total los que se han perdido sin resistencia exterior. Por el contrario, si tomamos otro obstáculo, que no sea la tercera parte, sino la mitad de la dicha velocidad, y por consiguiente, el movimiento total no se consume en 3 sino en 2 grados separados, entonces la pérdida que sufre la fuerza viva fuera de la que el obstáculo consume, será como 2, es decir, la mitad del total, por consiguiente más pequeña que en el caso anterior. De igual modo, cuando el grado que el obstáculo vence de una vez, es la octava parte de toda la velocidad, el cuerpo pierde siete octavos de su fuerza total, pérdida cuya causa no ha de buscarse en el impedimento, y así hasta el infinito.

3.º Cuando el grado de la velocidad a que el impedimento se opone en cada instante es infinitamente pequeño, entonces no hay huella de una fuerza viva que encontrar en el obstáculo vencido, sino que como entonces cada grado obra solo en proporción de una mera velocidad, y es igual a la suma de todos los grados de esta velocidad, todo el efecto de la fuerza del cuerpo, si la fuerza es viva, será proporcional solamente a la mera velocidad, y toda la fuerza viva desaparece por sí misma sin ejercer un efecto adecuado puesto que es propiamente como una superficie engendrada por el aflujo de aquellas líneas que representan la velocidad, desaparecen todos los elementos de esta segunda medida poco a poco por sí mismos, y no se encuentra en el efecto ninguna huella de fuerza, sino la que es proporcional a la línea genérica, esto es, a la mera velocidad.

4.º Así pues no se encuentra ningnna huella de una fuerza viva en el efecto ejercido o en el obstáculo vencido, aunque el cuerpo tenga realmente una fuerza viva, sino allí donde el momento de la velocidad, con que es vencido el obstáculo representa una cantidad finita; pero tampoco entonces sin una importante condición, a saber que esta cantidad de la velocidad no sea tan pequeña como se

quiera, pues sabemos por el párrafo 132, que se exige una cierta cantidad de la misma para que el cuerpo que se mueve con ella pueda tener una fuerza viva, y si el momento de la resistencia del obstáculo es demasiado pequeño, no podremos hallar ningún efecto de la fuerza viva.

La gran importancia de estas observaciones será expuesta hacia el final de esta sección, sirviéndonos entonces para aclarar y confirmar la principal experiencia que sirve para la demostración de las fuerzas vivas.

### CXXXIX

#### **Los fenómenos de los cuerpos que vencen la fuerza de la gravedad, no demuestran su fuerza viva, y sin embargo no deponen contra ella.**

Como el momento de la presión de la gravedad, se efectúa con una velocidad infinitamente pequeña, dedúcese del tercer número del párrafo anterior, que un cuerpo que emplea su movimiento en vencer la fuerza de la gravedad, solo ejercerá contra la misma un efecto proporcional a la mera velocidad, si bien la fuerza de dicho cuerpo se conduzca como el cuadrado de la misma, conforme a aquello que la experiencia demuestra, como hemos visto detalladamente más de una vez en las secciones anteriores.

Vemos aquí también una experiencia que no parece admitir otra interpretación que la de la ley de Cartesio, ni presenta caracteres de otra estimación que ésta, si bien después de una exacta apreciación no contradice la ley del cuadrado, cuando está tomada en su verdadera significación, sino que por el contrario, deja lugar a ella.

Por consiguiente el efecto que los cuerpos que suben en línea perpendicular ejercen venciendo la fuerza de la gravedad, contradice si la estimación leibniziana, pero no demuestra nuestra doctrina de la fuerza viva, aunque tampoco la contradice. Sin embargo si dirigimos exactamente nuestra atención al asunto, encontrare.



mos también en esto mismo un vislumbre de nuestra evaluación. Pues los cuerpos no podrían proseguir ni conservar libremente su movimiento, hasta vencer la resistencia exterior, si no poseyesen aquel íntimo esfuerzo o intensión que es a la vez la razón de su movimiento libre y de su fuerza viva.

#### CXL

### Pruebas fundadas en esto.

De todo lo demostrado hasta aquí podemos deducir la causa del conocido juego por el cual una fuerza casi invencible se puede suprimir con un pequeño obstáculo. En efecto, si la fuerza que se quiere contrarrestar, descansa en la fuerza viva no se opondrá a ella un impedimento que deba vencer repentinamente la dicha fuerza, aunque éste sea desmedidamente grande, sino que deberá ser de tal naturaleza que vaya venciendo a la fuerza paulatinamente y sólo en pequeños grados de velocidad, pues de esta manera se vencerá una pasmosa fuerza por medio de una resistencia insignificante, como por ejemplo cuando se amortigua, con sacos de lana, el choque del ariete que hubiera triturado los muros si se hubiese aplicado inmediatamente a éstos.

#### CXLI

### Los cuerpos blandos no obran con toda su fuerza.

Además, se ve claramente, que los cuerpos blandos que chocan están lejos de emplear toda su fuerza en el choque y que ejercen mucho menor efecto que ejercerían con igual masa y fuerza pero con mayor rigidez o dureza. Se perfectamente que intervienen aquí también otras causas que contribuyen a esta pérdida de fuerza o que mas bien hacen que parezca que contribuyen, pero la citada es indudablemente la principal.

CXLII

**Cuestión propuesta: si el efecto de los cuerpos puede ser proporcional a su fuerza viva sin distinción de su masa.**

Ahora queremos investigar, cómo será el efecto de un cuerpo que posee una fuerza viva, pero cuya masa es pensada infinitamente pequeña, pues esto nos dará a conocer, si en iguales circunstancias, cuando dos cuerpos posean fuerza viva, pueden ejercer los dos efectos proporcionados a estas fuerzas vivas, siempre que se les coloque en iguales circunstancias, y siendo su masa tan pequeña como se quiera, o si por el contrario cada una de las masas de estos cuerpos deben tener una cierta cantidad, de modo que, si se las hace más pequeñas el efecto que ejercerán no será proporcional a su fuerza viva.

Es indudable que, si un cuerpo de masa finita tiene una fuerza viva, cada una de sus partes, sean éstas tan pequeñas como se quiera, deben tener también una fuerza viva, y que la tendrían en el caso en que se moviesen independientes las unas de las otras; pero la cuestión es ésta: si una parte tan pequeña, o como aquí debemos suponer una parte infinitamente pequeña, por sí sola, ejercería también en la naturaleza un efecto proporcionado a su fuerza viva, poniéndola en las mismas circunstancias, en que, en esta proporción ejercería un efecto mayor. Comprenderemos que esto no puede suceder, y que un cuerpo que tiene una fuerza viva, si su masa es más pequeña de lo que debe ser conforme a la regla que hemos demostrado, no produciría en la naturaleza ningún efecto que fuera proporcional a esta su fuerza viva, sino que cuanto más pequeña fuera su masa tanto menos llegaría a esta proporción hasta que, si la masa fuese infinitamente pequeña, el cuerpo solo produciría un efecto proporcionado a la mera velocidad, aunque tenga una fuerza viva, y otro cuerpo, con la misma velocidad y fuerza viva, pero con una masa correspondientemente más grande, en iguales circunstancias ejercería un efecto que sería igual al cuadrado de su velocidad por la masa.

CXLII

**Contestación.**

El problema estriba única y exclusivamente en esto: que en la naturaleza, los obstáculos que pueden ser removidos por una cierta fuerza, no todos ofrecen en el punto de contacto un grado finito de resistencia, sino antes bien un grado infinitamente pequeño, y así sigue hasta que recorrido el espacio infinitamente pequeño por la fuerza en movimiento, la resistencia que encuentra, se hace finita. Esto lo supongo yo en virtud de la armonía de la verdadera doctrina natural, sin querer ahora exponer aquí las varias razones que lo corroboran. Los discípulos de Newton aprovechan esta ocasión para decir, que los cuerpos pueden obrar unos sobre otros a distancia. Según esto encontramos una especial diferencia entre el efecto que un cuerpecillo de masa infinitamente pequeña ejerce en tales obstáculos de la naturaleza, y entre aquello que ejercería si su masa tuviese una dimensión finita determinada, si no estimamos la diferencia que apesar de esto hay entre las fuerzas de dos cuerpos cuyas masas son diferentes, sino que tomamos en consideración solamente el efecto que según el concepto de nuestra fuerza viva se produce solamente.

En efecto, sabemos ya, que cuando el cuerpo tiene una fuerza viva, y esta se emplea en vencer el obstáculo de la gravedad, su efecto solo está en proporción a la mera velocidad, y toda la intensidad, que es la nota de la fuerza viva, desaparece sin efectos. Ahora bien, la presión de la gravedad obra con una sollicitación infinitamente pequeña, hasta lo más íntimo de su masa, esto es inmediatamente sobre las partes infinitamente pequeñas del cuerpo que se mueve, por consiguiente, este su estado es igual al estado de aquel cuerpo, el cual con una fuerza viva pero con una masa infinitamente más pequeña choca con un obstáculo natural; pues éste, como hemos hecho ver sufre también aquí una resistencia, que, como la de la gravedad, obra sobre él inmediatamente con una sollicitación infinitamente pequeña, por consiguiente, una masa infinitamente

pequeña consumirá en sí misma también de igual modo su fuerza viva, y obrará contra todo obstáculo natural solo en proporción de su velocidad.

Que esto solo se refiere a los cuerpos infinitamente pequeños y que por el contrario cuando se trata de una masa determinada, esta podrá ejercer un efecto, sobre el obstáculo, adecuado a su fuerza viva, aparece claramente de que, si nosotros admitimos que el impedimento solo ejerce su resistencia desde fuera, y no como la gravedad en lo íntimo del cuerpo, el cuerpo finito allí mismo donde la resistencia infinitamente pequeña del obstáculo perdió toda su velocidad, pierde infinitamente poco, es decir, no pierde nada, sino que su fuerza solo la emplea contra el grado finito de resistencia, a que aquel no puede llegar, por consiguiente, en las circunstancias que hemos visto en el párrafo 38, n.º 4, deberá ser aquel cuerpo el que deba emplear su fuerza viva en un efecto proporcional.

#### CXLIV

**La masa con la cual, un cuerpo puede ejercer un efecto proporcionado a su fuerza viva, debe ser determinada; dentro de estas dimensiones las pequeñas masas no pueden ejercerlo.**

Puesto que, según hemos visto, los efectos del cuerpo que se mueve con una fuerza finita, pero que tiene una masa infinitamente pequeña, nunca son en la Naturaleza proporcionados al cuadrado de la velocidad, sino sólo a la mera velocidad, se sigue de aquí lo que ya debe sernos familiar por el ejercicio anterior, que no podemos decir de una manera absoluta y sin limitación: este cuerpo tiene una fuerza viva; por consiguiente, sus efectos, en las circunstancias adecuadas a ello (1), son proporcionales a su fuerza viva, sea la masa tan pequeña como se quiera; sino que será preciso que exista una cierta cantidad de masa para que se pueda decir esto, y, por debajo

---

(1) A saber: en aquellas en que una masa mayor emplease con la misma velocidad su fuerza viva.

de esta determinada masa, ninguno de los efectos de tal cuerpo sobre el obstáculo natural será proporcional a su fuerza viva, sean dichos efectos los que fueren; y el efecto se separará tanto más de su relación con la fuerza viva cuanto más descienda la cantidad de masa de la medida indicada, y se comprende claramente que en los gradas superiores a ella no se encontrará esta desviación.

## CXLV

### Consecuencias.

De aquí se siguen las consecuencias siguientes:

1.<sup>a</sup> Que unas partículas pequeñas de materia, en firme unión a una gran masa con fuerza viva pueden ejercer un efecto distinto y excepcional del que ejercerían separadas de la misma.

2.<sup>a</sup> Que esta diferencia no es necesaria, sino que descansa en una propiedad contingente de la Naturaleza; que todos sus obstáculos, con arreglo a la ley de continuidad, los levantan con infinitos grados pequeños, antes de que opongan al cuerpo chocante su resistencia finita, pero que, a pesar de esto, la Natura no permite otro efecto.

3.<sup>a</sup> Que no es verdad indistintamente que el efecto de dos cuerpos cuyas fuerzas vivas y velocidades son iguales, se conduzcan, en igualdad de circunstancias, como sus masas, pues si la de uno de ellos es más pequeña de lo que debe ser, según la medida que la regla establece, sus efectos se desviarían del cuadrado de la velocidad y serán más pequeños de lo que habrían podido ser según las relaciones de sus masas.

4.<sup>a</sup> Que incluso puede causar la variación de la figura del cuerpo sin variación de su masa; que su efecto en las circunstancias civiles guarda proporción con la velocidad, si bien la fuerza tiene relación con el cuadrado de la misma, y, por tanto, un cuerpo que tiene una fuerza viva, puede producir efectos menores sólo por haber sido cambiada su figura, sin que ni su masa ni su velocidad, ni su fuerza viva o la naturaleza del obstáculo sufran variación alguna. Así, por

ejemplo, una bola de oro dotada de fuerza viva para producir un efecto mucho grande que si la misma masa de oro con igual velocidad y fuerza chocase con el mismo obstáculo, pero de tal modo que antes fuera transformada en una lámina de oro delgada y extensa. Pues si bien aquí, respecto de la fuerza, no ha cambiado nada, sin embargo, la variación de la figura hace que cada pequeñísima parte choque con el obstáculo como si estuviera aislada de las demás; por consiguiente, conforme con lo demostrado anteriormente, no obran con su fuerza viva y proporcionalmente a ella, sino que ejercen un efecto que, o se acerca a la medida de la mera velocidad o coincide con ella; al contrario, cuando la masa choca con la figura de una esfera sólida contra el obstáculo, se pone en contacto con una parte tan pequeña de su superficie, que los momentos infinitamente pequeños de la resistencia que en tan pequeño espacio sufre, no está en situación de consumir el movimiento de la masa; por consiguiente, la fuerza viva permanece indisminuída y se emplea única y exclusivamente en los grados finitos de la resistencia del impedimento; así como también es claro que con su primera figura cubre una gran superficie del obstáculo, y, por consiguiente, en una misma masa sufre una resistencia increíblemente mayor que la sollicitación infinitamente pequeña que en cada punto del obstáculo encuentra y puede, por lo tanto, ser consumida más fácilmente con pérdida total o muy grande de la fuerza viva, lo que en el primer caso no sucede.

#### CXLVI

### Los fluidos obran en razón del cuadrado de la velocidad.

Pero la más importante consecuencia que yo saco de la ya demostrada ley es aquella que brota de un modo completamente natural de ella, a saber: que los cuerpos fluidos obran por el choque en relación al cuadrado de la velocidad (1), si bien si el efecto hu-

(1) Como lo ha hecho ver Mariotte con sus ensayos.

biera de ser proporcional a su fuerza viva sería, no como el cuadrado, sino como el cubo de su velocidad; y que esto no se opone a nuestra teoría, si bien contradice la de Leibniz, como el Sr. Jurín ha hecho observar.

### **Cómo se deduce esto de lo anterior.**

Pues los flúidos se descomponen en partes pequeñísimas que pueden considerarse como infinitamente pequeñas, y no constituyen en su unión un cuerpo coherente, sino que obran sucesivamente, cada una de por sí y aisladas de las demás; por consiguiente, sufren aquella pérdida de fuerza viva que, como hemos hecho notar, experimentan los cuerpos infinitamente pequeños cuando chocan con un obstáculo general, sea éste el que fuere, y obran sólo en proporción a la mera velocidad, aunque su fuerza sea como el cuadrado de la misma.

El Sr. Richter en vano se ha esforzado para desviar este golpe del Sr. Jurín. Su causa no tenía defensa, pues estaba ligado a la regla de que la fuerza no puede estar en otra proporción que aquella en que están sus efectos.

### **Resistencia del medio.**

Por último, todo el mundo comprenderá por qué los cuerpos dotados de libre movimiento y fuerza viva, en un medio fluído sólo sufren una resistencia que está en proporción del cuadrado de su velocidad, sin que por esto nuestra doctrina de la fuerza viva sufra detrimento, si bien contradice a la doctrina de Leibniz, según la cual esta resistencia debería ser proporcional al cubo de la velocidad.

### **CXLVII**

### **Confirmación por la experiencia.**

Hay una multitud de experiencias que vienen a confirmar la regla expuesta por nosotros. Si éstas no pueden ser tan exactamente

medidas, son, sin embargo, incapaces de engañar y tienen en su abono el aplauso general.

Pues mientras no concedemos plaza a nuestra regla, debemos decir que un cuerpo, por pequeño que sea, produciría en iguales circunstancias, el mismo efecto, por el choque, que una gran masa, si su velocidad fuera proporcional a la raíz cuadrada de su masa, o, según la regla de Cartesio, si se condujeran inversamente a estas masas. Pero la experiencia contradice esto. Pues todos convendrán en que una partícula de polvo o una pluma no podría ejercer por su libre movimiento el mismo efecto que una bala de cañón, aunque se les imprimiese el grado de velocidad que se quisiese; y nadie sospechará, creo yo, que la dicha partícula de polvo ni la pluma podrían destrozar un muro ni romper un trozo bastante firme de materia, fuera la que fuese, por mucha velocidad que se les imprimiese. Esto puede ser confirmado por una experiencia fácil; pero las innumerables experiencias que se podría hacer de esto mismo en casos semejantes, aunque no con una medida tan exacta, desterrarían las dudas de todos los ánimos.

Pero no se puede negar, sin embargo, que dichos cuerpecillos, con la disposición de su velocidad citada, deberían tener necesariamente la misma fuerza que los grandes cuerpos, lo mismo conforme a la ley de Cartesio, que a la de Leibniz, que a la nuestra; por consiguiente, no queda otro modo de explicar esto sino diciendo que el cuerpo pequeño ejercería un efecto mucho más pequeño de lo que, conforme a la medida de su fuerza se podría esperar, y que su fuerza viva quedaría en gran parte sin efecto, justamente como hemos demostrado en los párrafos XLIII, XLIV y XLV.

#### CXLVIII

### **Los movimientos de los cuerpos elásticos contradicen la evaluación de Leibniz, pero no la nuestra.**

A aquellas experiencias que no dan señales de otra evaluación que la cartesiana, y que, por consiguiente, parecen contradecir



nuestra ley, pertenecen, por último, también los movimientos de cuerpos elásticos por el choque, de que hemos hablado en otras secciones, y que hemos encontrado verdaderas en experiencias que no podían engañarnos. Ellas contradicen de hecho la estimación por el cuadrado del Sr. Leibniz, mediante la suposición inseparablemente unida a ella de que los efectos en cuya producción se consume la fuerza son iguales a ésta. La nuestra tiene la ventaja de no tener que supeditarse a semejante suposición, por lo que escapa a esta objeción.

Sabemos ya, por lo dicho anteriormente, que la fuerza viva no es algo producido de fuera por una causa exterior: por ejemplo, por el choque de un cuerpo; esto puede, por consiguiente, instruirnos de que nosotros no consideramos la fuerza viva de los cuerpos que chocan por los efectos del choque, ni tratamos de medirla por éstos. La verdadera solución de las dificultades que aquí parecen presentarse estriba en lo siguiente:

#### CXLIX

### Demostración.

Toda persona versada en la mecánica debe saber que un cuerpo elástico no obra en otro con toda su velocidad de una vez, sino por una serie de grados infinitamente pequeños; grados que él introduce sucesivamente en el dicho cuerpo. No tengo necesidad de inmiscuirme en las causas especiales de este fenómeno, bastándome tener la aquiescencia de los más y que todos reconozcan: que sin esta suposición, ninguna ley del movimiento puede ser explicada. La verdadera causa de esto es que, como la elasticidad, con arreglo a la naturaleza de un muelle, se opone sólo a aquel grado de velocidad que es suficiente para ponerle en tensión, en cada grado infinitamente pequeño de la presión que sufre solo, sufre un grado infinitamente pequeño de velocidad del cuerpo que choca, y así, en cada momento, no es contrarrestada toda la velocidad, sino sólo un grado infinitamente pequeño de ésta, y le admite en sí hasta que la

adición sucesiva de toda la velocidad tiene lugar de esta manera en el cuerpo que sufre la acción del muelle.

De aquí se sigue que, puesto que el cuerpo que choeca obra sólo sucesivamente con los grados infinitamente pequeños de su velocidad, obrará también sólo en proporción de la mera velocidad, sin perjuicio de la fuerza viva que, a pesar de todo esto, pueda tener en sí.

#### CL

La ley favorita del Sr. de Leibniz de la conservación invariable de la misma cantidad de fuerza en el mundo, es empero, una objeción que parece, por todo lo dicho, exigir aquí un examen minucioso. Salta al punto a los ojos: que si en las consideraciones expuestas hasta ahora hay algo fundado, no puede tener lugar en la significación en que es tomado por otra parte. Pero lo que nuestra doctrina de evaluación aporta a esta cuestión, y como puede satisfacer a la regla de la universal armonía y ordenamiento del mundo que implica la ley del Sr. de Leibniz, es cosa que no me permite especificar la naturaleza de este tratado ni la fatiga y el cansancio a que he sometido al lector, si bien podría decir algo sobre este punto.

#### CLI

Nos encontramos hasta ahora en el campo de la experiencia; pero antes de tomar posesión de él, debemos estar ciertos de que no habrá nadie que pueda pretextar un derecho más fundado sobre nuestro terreno para arrojarnos de él. Los esfuerzos empleados hasta este momento serían incompletos si no refutásemos convenientemente la prueba mecánica del célebre Musschenbroeck defendiendo de ella nuestra doctrina. Por medio de dicha prueba ha tratado de defender la evaluación de la fuerza viva según Leibniz, y nuestro deber es examinarla.

Un exacto examen de la misma nos enseñará, que no ha tenido el éxito que era de esperar y que más bien confirma la doctrina de Descartes. Y esto confirmará de nuevo nuestra repetida observación: que no se encuentra huella alguna de una estimación según el cuadrado de una fuerza, en tanto se busque su origen en causas exteriores, y que la verdadera fuerza viva no es engendrada en el cuerpo desde el exterior sino que es la consecuencia del impulso natural del cuerpo ante la sollicitación exterior; que por consiguiente, los que no admiten sino la medida de las causas mecánicas que obran desde el exterior para determinar por ellas la fuerza del cuerpo que las sufre, si son lógicos, no encontrarán otra estimación que la de Cartesio.

## CLII

### Prueba mecánica de las fuerzas vivas de Musschenbroeck

La prueba del Sr. de Musschenbroeck, es la siguiente:

Tomemos un cilindro hueco al cual hay fijado un muelle. Del cilindro sobresaldrá un palo, provisto de agujeros y que pase por la abertura de una lámina de metal. Si ahora apretamos y ponemos en tensión contra esta lámina de metal un muelle de acero, de modo que, el bastón o vara sobresalga por la dicha abertura, podremos conservar el muelle en tensión sujetando el palo por medio de una clavija introducida en los agujeros. Por último, colguemos el cilindro como un péndulo por medio de dos hilos a cualquier máquina, saquemos la clavija con lo que el muelle se soltará e imprimirá al cilindro una cierta velocidad, que será reconocida por la altura alcanzada. Supongamos que esta velocidad es 10. Esto hará al cilindro dos veces más pesado de lo que antes era poniendo en él, el peso que sea necesario, carguemos el muelle como la primera vez. Si ahora le soltamos, veremos por la altura que alcanza que la velocidad tiene 7,07 grados. De aquí argumenta el Sr. Musschenbroeck, como sigue.

El muelle fué dos veces cargado con igual tensión, por lo que en los dos casos tenía igual fuerza, y como en ambos casos emplea toda su fuerza, ha comunicado en los dos casos la misma fuerza al cilindro; así pues, la fuerza que posee un cuerpo de masa sencilla con 10 grados de velocidad, será igual a la que posee un cuerpo de doble masa con 7,07 grados de velocidad. Pero esto no es posible de otro modo que estimando la fuerza como un producto de la masa por el cuadrado de la velocidad; porque todas las demás funciones posibles de la velocidad no permiten esta igualdad, pero según la estimación por el cuadrado, solamente los cuadrados de los números 10 y 7,07, QUAM PROXIME están en relación inversa con las masas 1 y 2, por consiguiente son iguales al producto de las masas.

Por consiguiente, deduce, las fuerzas no se deben estimar según las velocidades sino según el cuadrado de las mismas.

#### CLIII

Me veo obligado a reducir la exposición de los argumentos que tengo que oponer a esto; por consiguiente no quiero hablar de la objeción que yo opondría diciendo que los momentos de la presión del muelle que se distiende, son según confesión de los mismos leibniciansos una fuerza muerta, por consiguiente, tanto esta como los momentos de fuerza comunicados al cuerpo deben ser estimados solamente según la mera velocidad, por que son la suma de aquellos momentos; pero quiero recurrir a otra prueba familiar a todos los que tienen un concepto claro de la geometría y que contribuirá a desterrar de una vez todas las confusiones que nacen del empleo de los muelles en la estimación de las fuerzas.

#### CLIV

**Un muelle distendido, comunica a un cuerpo más grande mayor fuerza que a uno pequeño.**

El señor Musschenbroeck dice: el muelle en los dos casos tiene la misma carga, por consiguiente en los dos casos tiene una misma

fuerza, pero el comunica en los dos casos al cilindro toda su fuerza, por consiguiente comunica en los dos casos al cilindro una misma fuerza. Este es el fundamento de la prueba, pero también el error, si bien no sea personal al señor Musschenbroeck, sino que es mas bien común a todos los defensores de la doctrina de Leibniz.

Cuando se habla de la fuerza total de un muelle, no se puede entender por esto sino la intensión de su distensión, que es igual a aquella fuerza que comunica al cuerpo en el momento en que obra. Respecto de esta puede decirse, que es igual ya sea el cuerpo mayor o menor. Pero si nos fijamos en aquella fuerza que comunica al cuerpo en el momento por su presión continuada, es indudable: que la cuantía de la fuerza introducida de este modo en el cuerpo es igual a la cuantía del tiempo que dura la presión; y que, cuanto mayor es el tiempo, mayor será la fuerza que el muelle comunica al cuerpo. Ahora bien, el tiempo que necesita un muelle para producir esta presión sobre el cuerpo, hasta que se haya distendido por completo, se puede alargar todo lo que se quiera, haciendo mayor la masa del cuerpo, como nadie debe ignorarlo; por consiguiente se puede también se puede hacer que un mismo muelle con igual distensión comunique más o menos fuerza por esta distensión, aumentando o disminuyendo la masa del cuerpo. De aquí se deduce claramente, cuan contraria a la naturaleza es la expresión: que un muelle comunica a un cuerpo toda su fuerza por la distensión. Pues la fuerza, que da al cuerpo, es un resultante no sólo de la fuerza del muelle sino de la naturaleza del cuerpo, según se encuentra este más o menos tiempo bajo la presión del muelle, esto es según es mayor o menor en su masa; la fuerza del muelle considerada en sí misma no es ni más ni menos que el momento de su distensión.

#### CLV

### Solución de la dificultad presentada por Musschenbroeck.

Ahora es ya fácil disipar la confusión que trae aparejada la prueba del señor Musschenbroeck.

El cilindro dos veces más pesado está expuesto más tiempo a las presiones del muelle, mientras se distiende, que el cilindro de masa sencilla. El muelle hace presión sobre este, si bien con igual fuerza con más velocidad, y por consiguiente en menos tiempo que sobre aquel. Pero como el momento de la fuerza que el muelle comunica en cada instante al cilindro, es igual en ambos (pues el momento de su velocidad es inversamente proporcional a las masas) el cilindro más pesado recibirá más fuerza por el impulso del muelle que el más ligero. Por consiguiente aquella estimación según la cual esta fuerza sería igual en ambos es falsa, es decir, que no puede tener aquí lugar la estimación según el cuadrado.

#### CLVI

### Porqué los cuadrados de las velocidades del cilindro están en proporción inversa a las masas.

Si queremos ahora saber la causa, de porque aquí las velocidades de los cilindros, que reciben del mismo muelle, están en tal relación que su cuadrado se conduce inversamente como sus masas (relación que es propiamente aquella por la cual se dejan seducir dos defensores de Leibniz), podemos ponerlo en claro sin dificultad, sin ayuda de otra estimación que la de Cartesio.

Pues ya sabemos por los principios más elementales de la mecánica: que en un movimiento uniformemente acelerado (*motu uniformiter accelerato*) los cuadros de la velocidad obtenida se conducen como los espacios recorridos; por consiguiente, si los momentos de las velocidades de dos cuerpos, que suponemos *in motu uniformiter accelerato*, son desiguales, los cuadros de las velocidades, que se obtengan en tales movimientos estarán en una relación compuesta que dependerá de los espacios y de los momentos. Ahora bien, en el caso de la prueba del señor Musschenbroeck, el muelle comunica a cada cilindro su movimiento *motu uniformiter accelerato*, y los espacios que se recorren con este movimiento acelerado son iguales, puesto que los muelles no se distienden más allá del punto má-

ximo de distensión; por consiguiente los cuadrados de las velocidades comunicadas serán como los momentos de la velocidad que la presión del muelle comunica a cada cilindro, es decir, inversamente a las masas de dichos cilindros.

## CLVII

### Tentativas que demuestran las fuerzas vivas.

Ahora quiero exponer aquellas tentativas y experiencias, que demuestran incontrovertiblemente la realidad y existencia de la estimación de las fuerzas por el cuadrado de su velocidad, recompensando de este modo al lector por la atención con que me a seguido por una victoriosa persuasión.

Solo me ocuparé aquí, de aquellos que demuestran un exacto conocimiento de la disputa de que se trata. Por esto supongo que mis lectores tienen un conocimiento suficiente de los célebres ensayos de los Srs. Gravesande, Ricciolus, Poleni y Musschenbroeck, en los cuales investigan las fuerzas de los cuerpos, midiendo la presión que causan en las materias blandas por el efecto del choque. Solo quiero hacer constar brevemente: que bolas de iguales dimensiones y masa que caen desde una altura desigual, sobre una materia blanda, por ejemplo sebo, producen en esta una huella, que está en proporción de la altura, desde la cual caen, es decir según el cuadrado de sus velocidades; y que si son del mismo volumen pero de masa desigual, y las alturas están en proporción inversa de las masas, los hoyos o huellas impresas en el sebo serán iguales.

Los partidarios de la doctrina de Leibniz han deducido de aquí muy lógicamente. El obstáculo que la materia blanda oponen a la fuerza del cuerpo que cae, no es otro que la acción conjunta de sus partes, y el efecto que el cuerpo produce no es otro única y exclusivamente que la separación de estas partes. Pero esta reunión de las partes en toda la materia blanda es uniforme, por consiguiente la cantidad de resistencia y así mismo la cantidad de fuerza que el

cuerpo tiene que emplear, para separar estas partes, es como la suma de las mismas, esto es como la dimensión de los hoyos formados. Pero estas dimensiones, según los tratados en cuestión, se conducen como el cuadrado de las velocidades de los cuerpos que os producen, por consiguiente las fuerzas de estos son como el cuadrado de las velocidades.

### CLVIII

#### Objeción de los cartesianos.

Los defensores de Cartesio no han podido oponer a esto nada eficaz. Pero como ellos siempre han visto con toda claridad que las fuerzas vivas son condenadas por las matemáticas, a las cuales también los leibniciansos apelan, salen como pueden de esta dificultad, sin dudar que puede ser falaz afirmar aquello que la geometría no autoriza. Ya hemos hecho aquí las necesarias referencias, ahora queremos ver, que así lo encuentran los cartesianos, para invalidar la objeción.

Ellos alegan que los leibniciansos no han tenido aquí tampoco en cuenta el tiempo en que son formados estos hoyos. El tiempo es, dicen, en lo que se refiere al vencimiento del obstáculo de esta materia blanda un nudo tal como lo ha sido en el vencimiento de la fuerza de la gravedad. Los hoyos impresos no se forman en el mismo tiempo. En resumen están persuadidos que la objeción del tiempo en el vencimiento de la fuerza de la gravedad era válida (como en efecto lo era) y creen ahora poderle emplear victoriosamente contra las fuerzas vivas.

### CLIX

#### Refutación.

Yo se que los leibniciansos responden a la objeción, aplicando dos reglas de diferente alcance a la materia blanda, por las cuales



los tiempos en que los agujeros u hoyos se forman, deben ser iguales necesariamente, y sin embargo el resultado sería como antes; pero quiero renunciar a esta ventaja, y remover de cuajo la dificultad que los cartesianos oponen.

### **En el efecto de la gravedad el tiempo es tomado en cuenta.**

No hay que hacer sino ver la causa por la que la resistencia que un cuerpo vence en el caso de la gravedad, no es proporcional al espacio sino al tiempo. La razón es esta. Cuando el cuerpo vence un muelle de la gravedad, no destruye por esto su eficacia, sino que lo único que hace es establecer el equilibrio, conservando el muelle su fuerza de resistencia indiminuida, para seguir obrando en igual grado mientras el cuerpo está bajo su acción. Si el cuerpo por el hecho de vencer la resistencia de un muelle de la gravedad, le relajara y destruyese su fuerza, no hay duda que, como cada muelle tiene igual fuerza, la resistencia que el cuerpo sufre, sería igual a la suma de los muelles relajados, fuese el tiempo el que fuere. Pero cada muelle conserva, apesar de haber sido comprimido por el cuerpo su fuerza de presión, y prosigue obrando sobre el cuerpo mientras se encuentra bajo su acción, por consiguiente no se puede estimar solo, para apreciar el efecto que cada muelle ejerce, no basta una presión única y aislada, sino que hay que tener en cuenta que ejerce una serie de presiones, tanto más larga cuanto más tiempo está expuesto el cuerpo a su acción, es decir, que en aquellas partes del espacio en que el movimiento es más lento, los momentos de parada en cada punto son más largos también que allí donde el movimiento es más rápido, y por consiguiente, sufre allí de cada muelle una serie más larga de presiones que en el otro lado.

### **En la materia blanda sucede otra cosa.**

Pero en la separación de las partes de la materia blanda, sucede otra cosa. Cada elemento de la materia blanda tiene una fuerza

igual y por consiguiente toma al cuerpo que le separa un grado igual de fuerza, mas por esto mismo es separada y ya no continúa ejerciendo su resistencia sobre el cuerpo, sea el tiempo que en ello emplee, el que se quiera. Pues aquí el muelle es relajado por la resistencia ejercida y no continúa obrando, como sucedía en la fuerza de la gravedad en la que los muelles se pueden considerar como indestructibles. De aquí que la resistencia que la masa blanda opone al cuerpo, sea como la suma de los muelles que relaja, esto es como el hueco que el cuerpo produce, sin que en esto deba estimarse para nada el cuerpo.

#### CLX

Los leibniciansos tienen motivo para estar satisfechos de su triunfo sobre este reducto de los cartesianos. Este caso les compensa de los reproches que en varias ocasiones han merecido, por errores análogos, de sus adversarios. Los leibniciansos han creído ver fuerzas vivas en muchos casos en que no existían; ¿pero que importancia tiene esto? ¿No han dejado de verlas los cartesianos en casos, en que nadie, ni el menos avisado hubiera podido desconocerlas?

#### CLXI

Por consiguiente, el citado ensayo demuestra la existencia de tales fuerzas en la naturaleza que tienen por medida el cuadrado de la velocidad: pero nuestras consideraciones anteriores explican, en que condiciones no existen dichas fuerzas y también cuales son las únicas condiciones en las cuales pueden tener lugar. Si ponemos todo esto al servicio de nuestra demostración, se tendrá no solo una suficiente certeza respecto de las fuerzas vivas sino también un concepto de su naturaleza, que será no solo más legítimo sino también más completo que otro cualquiera. La especial naturaleza de los dichos ensayos nos podría dar algunas notas que podrían ser ocasión para especiales observaciones; pero no me puedo abandonar

al placer de hacerlas por haber abusado ya harto de la paciencia del lector, que espera quizá con impaciencia el fin de este tratado.

Hay sin embargo algo que no debo pasar en silencio pues confirma las leyes que hemos estudiado y derrama sobre ellas una mayor claridad. El ensayo que tenemos adelante, demuestra la existencia de una cierta clase de fuerzas, que poseen la propiedad de poder ser estimadas por el cuadrado de la velocidad, por lo que las velocidades de la resistencia (según ha dicho en el número 4 del párrafo 138), de cada elemento del obstáculo, deben en dicho ensayo obrar con grados finitos; pues si solo obrasen con grados infinitamente pequeños, como las presiones de la gravedad, la estimación de ellas, como la estimación de la fuerza de la gravedad, se haría según el cuadrado (párrafo 139). Así pues, queremos demostrar: que el *Renisus* de un elemento cualquiera de una masa blanda obra no con velocidad infinitamente pequeña, sino con un grado de velocidad finito.

## CLXII

### **Los momentos de resistencia de una masa blanda obran con velocidad finita.**

Si se dividen los huecos cilindricos, formados en una materia blanda por un cuerpo de forma esférica, en sus hoyuelos infinitamente pequeños, cualquiera de ellos servirá para demostrar el elemento de la masa desplazada. Cada uno de ellos, por consiguiente toma al cuerpo que cae una parte infinitamente pequeña de su velocidad, así como todos juntos toman toda su velocidad. Pero como la cantidad de tales circulitos respecto de la masa de la bola, es infinitamente pequeña, se sigue de aquí, que la velocidad de su resistencia deberá ser una cantidad finita, para que pueda tomar al cuerpo una parte infinitamente pequeña, de su movimiento por esta resistencia. Por consiguiente, cada elemento de la materia blanda opone al cuerpo que cae su resistencia con esfuerzo que tiene una medida finita de velocidad. Que era lo que se quería demostrar.

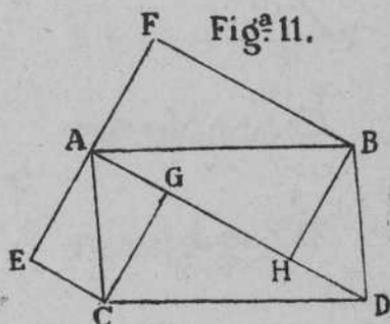
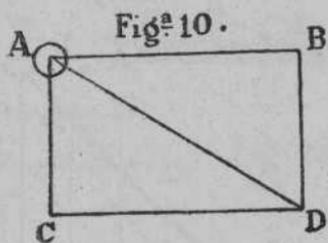
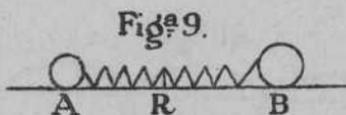
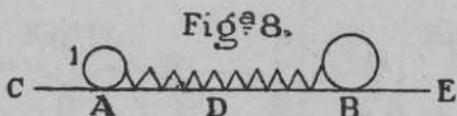
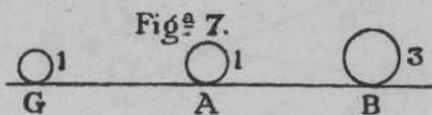
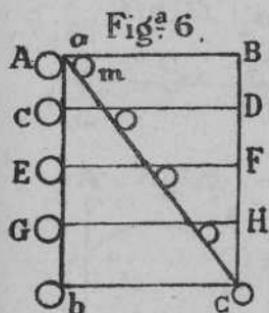
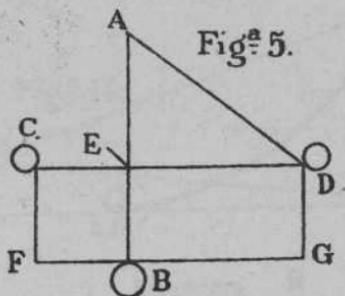
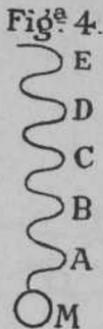
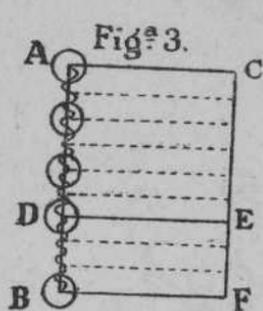
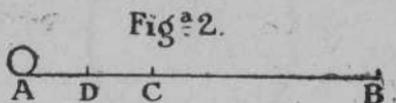
CLXIII

Así pues, creemos haber dado cima a nuestra empresa, la cual, respecto a la objeción que tenía por objeto, habrá sido bastante grande si la ejecución o realización corresponde a la osadía. Creo poder aspirar en lo que se refiere al punto principal de la cuestión, a una certeza incontrovertible. Por lo que se refiere a esta excelencia que me atribuyo, no puedo terminar la presente obra, sin ajustar cuentas antes con mis partidarios por lo que se refiere a la erudición e invención. Dado el perspicaz esfuerzo de los cartesianos no era difícil prevenir la confusión de la evaluación por el cuadrado con la matemática, y conforme al buen sentido de los leibnicianos era casi imposible, echarla de menos en la naturaleza. El conocimiento de estos dos límites exteriores debía fácilmente determinar el punto, en donde se encuentra el grado medio de verdad de los dos sistemas. Para encontrarle no era preciso, ni con mucho una gran perspicacia, bastaba sólo con sustraerse por un momento al fanatismo de los partidos, y mantener en un cierto equilibrio las pasiones. Si no he tenido más remedio que señalar un defecto en la doctrina del Sr. Leibniz, me reconozco, sin embargo, como deudor de éste grande hombre, pues sin el magnífico guía de la ley de continuidad, cuya invención le debemos, y que es el único medio de encontrar salida a este laberinto, no hubiera podido yo hacer nada. En resúmen, si bien el pleito se ha resuelto en todo a mi favor, la parte de honor que me queda es tan escasa, que no creo que el celo se rebaje de tal modo como para ser objeto de la envidia.

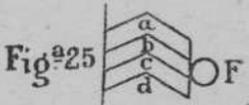
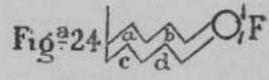
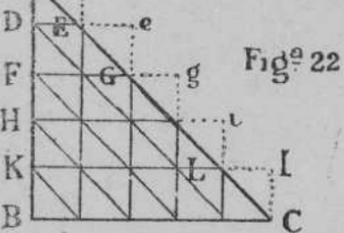
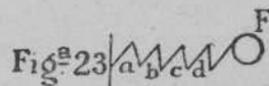
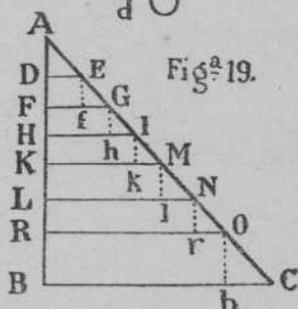
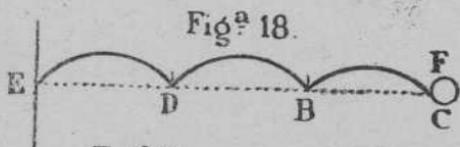
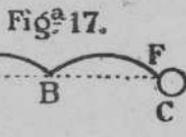
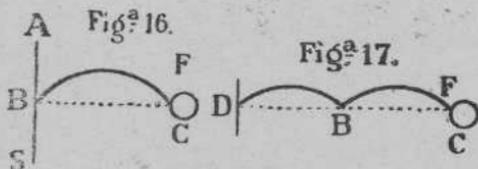
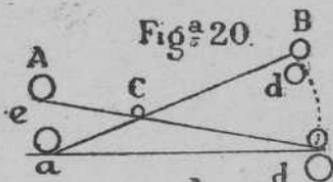
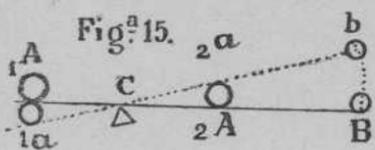
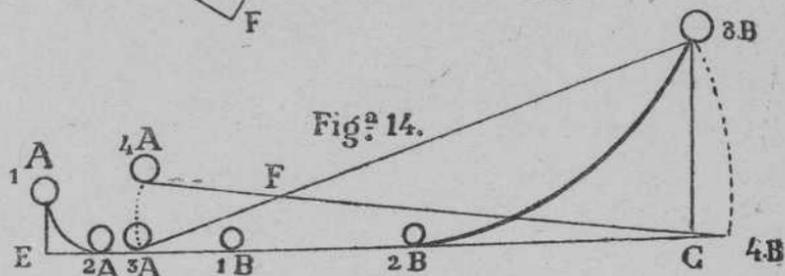
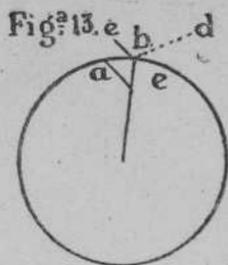
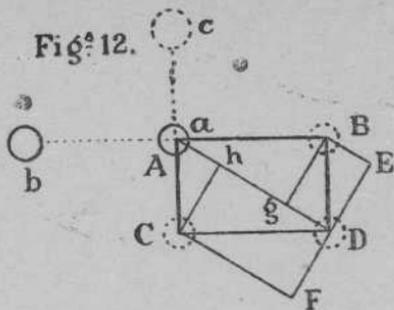
FIN DE LA OBRA

























KANT

PRINCIPIOS  
METAFÍSICOS  
DE LAS  
CIENCIAS  
NATURALES



D-2  
5329