Es

Si
el
Ser
ala
pe

Ludolpho Culen hallo la
aproximacion deel circulo de
esta cantidad. siendo el diame-

100,000,000,000,000,000

esta el circulo entre es[...]
meros

314,159,265,358,979,323,
314,159,265,358,979,323,

Siendo el ~~radio~~ diametro 20000 es el
tres diametros y $\frac{1}{5}$ dela corda
arco de 90 grados y solo sa[...]
minuto en $\frac{1}{22002}$.

+ Siendo el circulo = x
inscripto la corda deel pentagono = c
el diametro = d
5 = b

sera

$$x = cb + \frac{d}{b} + \frac{d}{3b^3}$$

y es tan aproximado q siendo el
diametro 20000000, solo ay la di-
ferencia de 62831852 $\frac{1}{3}$ q puede con-
sistir en falta insensible delas tablas de
los senos.

y siendo $x = cb + \frac{d}{b} + \frac{d}{3b^3}$
sera multiplicando ambas partes
por b^2

$b^2 = cb^3 + db + \frac{d}{3b}$

partiendo una linea en 16
y tomando ~~[illegible]~~ las quince
diametro sera ll $\frac{1}{16}$ q resta
y el diametro tomado cinco
y añadido al $\frac{1}{16}$ sumaran
y $+\frac{d}{3b}$ y todo esto partido
$25 = bb$ sera $\frac{1}{25} = \frac{d}{b} + \frac{d}{3b^3}$
q es la pte q se busca p.a aña
dir a los cinco lados del pen-
tagono inscripto. esto es $\frac{36}{375}$ de diamet ro

Es tambien linea muy aproxximada al
circulo si de siete semidiametros se
resta la cuerda de 42 g. q se hallan
facilmente restando del arco del pen
tango 30 grad. q solo sale aumenta
da la lienea $\frac{396}{1000000000}$

THEODOSII TRIPOLITAE SPHAERICORVM LIBRI III.

A CHRISTOPHORO CLAVIO BAMBERgensi Societatis IESV

PERSPICVIS DEMONSTRATIONIBVS, ac scholijs illustrati.

Item Eiusdem

CHRISTOPHORI CLAVII

SINVS. LINEAE TANGENTES. ET SECANT
TRIANGVLA RECTILINEA. ATQVE SPHAE

ROMAE,

Ex Typographia Dominici Basæ. M. D. LXXXVI.

PERMISSV SVPERIORVM.

ILLVSTRISS.MO ET EXCELL.MO
PRINCIPI,
DOM. IACOBO BONCOMPAGNO,
Duci Soræ, & Marchioni
Vignolæ, &c.

CHRISTOPHORVS CLAVIVS
è Societate IESV. S. P. D.

QVANTVM ſit, Illuſtriſſime Princeps, ad perfectam Mathematicorum ſcientiam in ſphęricis Elementis, & in Sinuum, linearumq; Tangentium atque Secantium, & in tota denique Triangulorum diſciplina momenti, nemo melius intelligit, mea quidem ſententia, quam qui in rerum cęleſtium cognitionem neruos omnes intendit. Nam nec Orbium globorumve cæleſtium, nec ſiderum ſeu quæ vocantur errantia, ſeu quæ infixa ſunt cælo, curſus ac magnitudo (quæ vna omnium iucundiſſima, & ad decus aptiſſima ſcientia eſt) ſine eorum ope ac beneficio teneri poteſt. Locupletiſſimus teſtis eſt excellenti doctrina vir Ptolemæus eo libro, quem Conſtructionem magnam inſcripſit: vbi quicquid ad cæleſtem doctrinam pertinet, id omne vel ſphæricis ex elementis, vel ex triangulorum doctrina, vel ex arcuum denique chordis (vnde omnis Sinuum, omnis linearum Tangentium ac Secantium diſciplina manauit) peracute demonſtrat: vt fruſtra laborem operamq; ſuſcipiat, quiſquis hoc ſine præſidio Demonſtrationes illas conetur attingere. Mitto quanta in Gnomonica, quanta in Coſmographia, Geodæſia, & vniuerſa pene Geometria earum rerum ſit opportunitas: ne aut in re perſpicua ſim multus, aut aliena diſputatio videatur. Quocirca fatebor, quod res eſt, Sapientiſſime Princeps, multas me annorum vigilias ac labores pro eo amore, quo ad Mathematicas voluptates incendor, in earum, quas dixi, rerum planam ac ſolidam cognitionem contuliſſe: & lucubrationes quaſdam ſepoſuiſſe, meos duntaxat in vſus. Verum vt eruditorum, & eorum, qui ſcripta noſtra tractabant, Gnomonica præſertim, vbi Sinuum, Triangulorum, cæterarumq; rerum frequens incidit mentio, poſtulationi concederem; commode me facturum exiſtimaui, ſi quæ priuatos in vſus temere collegiſſem, ea in ordinem adducta, & in vnum quaſi coacta corpus in commune conferrem: Et commentarios hoſce in tres Theodoſij Tripolitæ libros de ſphæricis elemẽtis, vna cum

demon-

demonſtrationibus noſtris Sinuum , linearum Tangentium atque Secantium, præcipueq́; Triangulorum tam Rectilineorum quam Sphæricorum diſciplina, paterer in apertum lucemq́; proferri. Quæ quidem peropportuna mihi viſa res eſt ad declarandam noſtram in te voluntatem, perpetuamq́; beneuolentiam, ſi cum tui nominis inſcriptione diuulgarem. Quibus enim titulis labores noſtros cohoneſtemus, niſi eorum virorum, qui vel eiuſdem ſtudij delectatione ducuntur, vel eas res, in quibus elaboramus, ſuo pondere momentoq́; perpendunt? Scientiæ comes iucunditas eſt, & ea demum ſunt pretia rerum, quæ ſtatuerit cuiuſque cognitio. Tu Mathematicorum ſcientia præſtas, atq; idcirco mirificas inde voluptates hauris. Apud te maximo ſemper in pretio atque in honore fuit, quia quanti facienda eſſet, eius diuturnus vſus tractatioq; te docuit. Accedit, quod cum Societati noſtræ gens tua tot iam ſummæ liberalitatis officia tribuerit, vix videtur ſummam ingrati animi notam effugere poſſe, niſi cum ſe dedit occaſio, aliquid aliquando retribuat. Extant Gregorianæ liberalitatis quam ampliſſima monumenta: extant eius de Societate noſtra iudicia perhonorifica: Iura data atque amplificata. Conceſſæ immunitates: Collegia familiæ noſtræ in vltimis

mis

mis etiam terrarum partibus excitata. quæ omnia, quantum tuo ſimus obſtricti nomini, non modo ijs, qui nunc ſunt, ſed omnibus etiam poſteris teſtabuntur. Quare quî poteram in quærendis honeſtis titulis operibus meis te, Princeps Ampliſſime, præterire? Appareat igitur in tuo nomine munuſculum hoc vigiliarum mearum tenue illud quidem & perexiguum: ſed tamen eiuſmodi, quod & noſtra in te ſtudia, & tua in nos officia grata quadam ſignificatione memoriæ cunctis gentibus patefaciat. Romæ Octauo Id. Decemb. M D LXXXV.

ERRA-

ERRATORVM CORRECTIO.

Pag.	*Lin.*	*Errata.*	*Correctiones.*
29.	22.	Quoniam igitur in	Quoniam in
36.	30.	atque punctum E,	atque punctum F,
44.	20.	Quod secundo loco	Quod primo loco
47.	Secunda figura cum prima paginæ 48. locum permutet.		
48.	Prima figura cum secunda paginæ 47. locum commutet: & in tertio casu demonstrationis adhibeatur secunda figura paginæ 48.		
48.	11.	A D C, B E.	A D C, G H.
54.	42.	& arcus C H,	& arcus C N,
58.	13.	incidant.	indicant.
61.	6.	arcus singulorum	arcus singulos
64.	4.	I O, I B.	I O, I P.
64.	4.	in margine pro [12. 1. huius] lege [12. huius]	
64.	linea antepenultima, in margine apponatur [22. huius.]		
65.	12.	ad minorem	ad maiorem
67.	6.	maiorem esse	minorem esse
69.	3.	per C,	per D,
70.	35.	A F C,	A F G.
75.	22.	F B, circuli minoris	F B, circuli maioris
77.	5.	quorum	quarum
77.	ultima.	& K L,	& K X,
80.	10.	Si igitur sphæra	Si igitur in sphæra
109.	30.	in margine apponatur [14. quinti.] immediate supra [34. primi]	
112.	prope finem in margine pro [33. primi.] reponatur [34. primi.]		
127.	infra lineam vltimam pro [D F,] ponatur [H L.]		
170.	7.	Si o.	Si 60.
172.	43.	vel partem	vel per partem
176.	21.	quæ rectæ F E,	quàm rectæ F E,
187.	infra vltimam lineam pro [TABV] reponatur [L I N E Æ]		
188.	1.	L I N Æ	L I N E Æ
189.	2.	C A C,	C A D,
197.	28.	tangentem arcus	ad tangentem arcus
In tabulis tangentium, & secantium pag. 203. 209. 211. 221. 223. 225. 227. 233. 235. 237. 247. 249. 253. 255. 263. in margine dextro pro [39] scribe [29]			
In tabula secantium pag. 252. sub gradu 14. è regione minuti 29. antepenultima litera, nempe 1. versus dxteram debet esse 2.			
309.	17.	sit angens B C,	si tangens B C,
315.	28.	differentia, hæc nempe	differentia hæc, nempe
322.	7.	in E.	in D.
334.	14.	ipsi D C, æqualis	ipsi D C, æquali
359.	3.	B C,	quàm B C,
374.	28.	propos. 45.	propos. 41. & 42.
375.	vltima.	propos. 45.	propos. 66.
377.	11.	propos. 45.	propos. 66.
377.	30.	C H,	C G,
378.	antepen.	propos. 45.	propos. 67.
388.	prima figura inuersa est.		
395.	14.	triangulo sphærico	triangulo sphærico rectangulo.
409.	1.	esse totum	esse sinum totum
412.	23.	deleantur hæc verba [vt in propos. dictum est.]	
415.	16.	ad sinum compleméti.	ad sinum arcus EF, hoc est, ad sinum complementi.
433.	22.	theorema sequens	problema sequens,
446.	28.	arcu B Q,	arcu B K,
448.	30.	sub A V, K V.	sub A V, K Y.

ERRATORVM CORRECTIO.

Pag.	*Lin.*	*Errata.*	*Correctiones.*
471.	24.	arum B D,	arcum B D,
472.	penult.	angum	angulum
478.	21.	B D, notum	A D, notum
486.	3. & 10.	in margine pro [propos. 1.] ponatur	[propos. 2.]
492.	14.	vt æqualis.	fit æqualis.

Errata leuiora, quæ studio neglecimus, prudens lector facile emendabit.

THEODOSII TRIPOLITAE SPHAERICORVM LIBRI TRES.

PRAEFATIO.

CVM & in Phœnicia, & in Africa vrbs, cui nomen Tripolis, à Geographis, atque Historicis describatur, certo non constat apud scriptores, vtra harum ciuitatum Theodosii patria fuerit. Quo item tempore floruerit, non satis inter eosdem conuenit: Non tamen leuis coniectura est, eum circa tempora Pompeij Magni vixisse: propterea quod eum simul cum Asclepiade medico (qui temporibus Pompeij Magni floruit, si Plinio credimus) in Bithynia floruisse scribit Strabo. Scripsit autem varia opuscula Mathematica, vt De Habitationibus, De Noctibus, & diebus, atque etiam tres hosce sphæ-

ricorũ libros summa eruditione refertos, in quibus varias sphæræ proprietates demõstrat, quarum quidem cognitio magnopere est necessaria ad rerum cœlestium doctrinam consequendam. Etenim sine his Astronomia suã dignitatẽ tueri nulla ratione potest: Gnomonice quoque, seu ratio horologiorum Solarium describendorũ ex his maximè pendet. Adde quod & ad Geographiam, & ad Perspectiuam rectè intelligendam non parum momenti habeant, vt interim alias vtilitates sphæricorum elementorum taceamus.

QVONIAM verò duplex versio Sphæricorum Theodosii circumfertur, germana altera & propria Ioannis Penæ exemplari græco ad verbum respondens, altera Francisci Maurolyci Abbatis Messanensis ex traditione Arabum: nos priorem secuti sumus, quæ nouem & quinquaginta propositionibus absoluitur, inseruimusq́; varia scholia, quibus plurima theoremata necessaria, & scitu iucunda, à Theodosio quidem omissa, ab Arabibus autem adiuncta, demonstrauimus. In demonstrationibus autem non sumus secuti verba codicis Græci, sed sensum, vt demonstrationes ipsæ clariores fierent: adieci-

adiecimusq́; nonnunquam corollaria quædam, & ſcholia, necnõ lemmata, vt illis vti poſſimus, quando res poſtulabit. In margine porro appoſuimus numeros ſeriem propoſitionũ iuxta verſionẽ Franciſci Maurolyci referentes; vt facile à quouis propoſitiones Theodoſii, quas nonnulli ſecundũ ordinẽ Arabũ citant, poſſint inueniri. Figuras quoque, quæ in græco exemplari extãt, plerunque negleximus, quòd illæ, quas Maurolicus pinxit, commodiores ſint, & ad intelligendas res ſphæricas multò faciliores. Poſtremo, ne demonſtrationum curſus interrumperetur, citauimus propoſitiones Euclidis, & horum librorum in margine. Id quod & in ſequentibus operibus obſeruauimus. Citationes autem hoc modo intelligendæ ſunt.

1. primi.	Prima propoſitio lib. 1. Euclid.	Coroll.10. huius.	Corollarium propoſitionis decimæ huius lib.
18. vndec.	Decimaoctaua propoſitio lib. 11. Euclid.	Coroll.1. 1. huius.	Corollarium propoſitionis primæ lib. 1. huius operis.
Coroll.16. tertij.	Corollarium propoſitionis ſextędecimæ lib. 3. Eucl.	Schol.15. huius.	Scholium propoſitionis quintædecimæ huius lib.
Coroll.2. 33. ſexti.	Corollarium ſecundum propoſitionis trigeſimætertiæ ſexti lib. Eucl.	Schol.15. 1. huius.	Scholium propoſitionis quintædecimæ lib. 1. huius operis.
Schol.1.2. octaui.	Scholium primum propoſitionis ſecundæ lib. 8. Euclid.	20.1.Theod.	Propoſitio vigeſima lib. 1. Theod.
4. huius.	Propoſitio quarta huius libri.	Coroll.16. 1. Theod.	Corollarium propoſitionis ſextædecimæ lib. 1. Theodoſij.
12.2. huius.	Propoſitio duodecima libri 2. huius operis.	Schol.19. 1. Theod.	Scholium propoſitionis decimęnonæ lib. 1. Theodoſij.

Ex his aliæ citationes facilè percipientur, cum in omnibus eadem ſit ratio.

THEODOSII SPHAERICORVM LIBER PRIMVS.

DEFINITIONES.

I

SPHAERA est figura solida comprehensa vna superficie, ad quam ab vno eorum punctorum, quæ intra figuram sunt, omnes rectæ lineæ ductæ sunt inter se æquales.

II.

Centrum autem Sphæræ, est eiusmodi punctũ.

III.

Axis verò Sphæræ, est recta quædã linea per centrũ ducta, & vtrinque terminata in sphæræ superficie, circa quã quiescentẽ circumuoluitur sphęra.

IIII.

Poli sphæræ sunt extrema puncta ipsius axis.

V.

Polus Circuli in Sphæra, est punctum in superficie sphæræ, à quo omnes rectæ lineæ ad Circuli circumferentiam tendentes sunt inter se æquales.

SCHO-

SCHOLIVM.

ADDITVR *in exemplari græco alia adhuc definitio, qua explicatur, quid ſit planum ad planum ſimiliter inclinari, atque alterum ad alterum. Sed quoniam inclinatio plani ad planum ab* Euclide *explicata eſt lib. 11. defin. 6. At vero, quando planum ad planum ſimiliter inclinari dicitur, atque alterum ad alterum, eodem lib defin. 7. declaratum eſt, ſtatui eam omnino omittere hoc loco, & ſequentem apponere non diſsimilem definitioni 4. lib. 3.* Euclidis, *ita vt ſextum locum obtineat.*

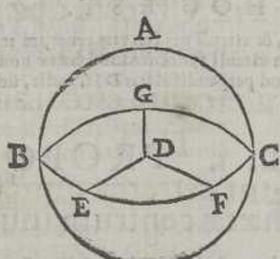
VI.

IN Sphæra æqualiter diſtare à centro ſphæræ circuli dicuntur, cum perpendiculares, quæ à centro ſphærę in ipſorum plana ducuntur, ſunt æquales. Longius autem abeſſe ille dicitur, in cuius planum maior perpendicularis cadit.

THEOREMA 1. PROPOS. 1. 1.

SI Sphærica ſuperficies plano aliquo ſecetur, linea quæ fit in ſphæræ ſuperficie, eſt circumferentia circuli.

SECETVR Sphærica ſuperficies A B C, cuius centrum D, plano aliquo faciente in ſuperficie ſphæræ lineam B E F C G. Dico B E F C G, circumferentiam eſſe circuli. Tranſeat enim primò planum ſecans per centrũ ſphæræ D, ita vt D, ſit in plano ſecante, in quo ex D, ad lineam factam B E F C G, ducantur lineæ rectæ quotcunque D E, D F, D G. Quoniam igitur omnes hæ lineæ ductæ,

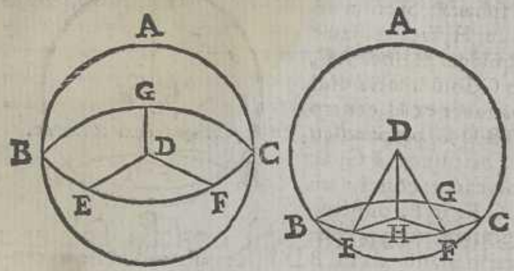


quotcunque fuerint, cum ex centro ſphæræ ad eius ſuperficiem cadant, inter ſe æquales ſunt, erit, per defin. 15. lib. 1 Eucl. linea B E F C G, circunferentia circuli, cuius centrum D, idem quod ſphæræ.

TRAN-

TRANSEAT deinde planum ſecans non per centrum ſphæræ. Ducatur autem ex D, centro ſphæræ ad planum ſecans perpendicularis D H, emittâturq; ex H, rectę vtcunq; HE, H F, ad lineam B E F C G, & cōnectantur rectæ DE, DF. Quoniã igitur anguli DHE, DHF, recti ſunt, ex defin. 3. lib. 11. Euclid. erit tam quadratũ ex D E, quadratis ex DH, HE, quàm quadratũ ex D F, quadratis ex D H, H F, æquale: Sunt autem quadrata ex D E, D F, inter ſe æqualia, quod & rectæ D E, D F, ex centro ſphæræ in eius ſuperficiẽ cadentes inter ſe æquales ſint. Quadrata igitur ex D H, H E, ſimul quadratis ex D H, H F, ſimul æqualia erunt. Dempto igitur communi quadrato rectæ D H, reliqua quadrata rectarum H E, H F, inter ſe æqualia, & rectæ propterea H E, H F, inter ſe æquales erunt. Eodem argumento oſtendemus, omnes lineas ex H, ad lineam B E F C G, cadentes eſſe æquales & inter ſe, & dictis duabus H E, H F. Linea ergo B E F C G, circumferentia erit circuli, ex defin. 15. lib. 1. Euclid. cuius centrum eſt punctum H, in quod perpendicularis D H, cadit. Quare ſi ſphærica ſuperficies plano aliquo ſecetur, &c. Quod erat demonſtrandum.

11. vndec.



47. primi.

COROLLARIVM.

ITAQVE ſi planum ſecans per centrum ſphæræ tranſierit, efficietur circulus idem centrum habens, quod ſphæra. Si verò non per centrum tranſierit, efficietur circulus aliud habens centrum, quàm ſphæra, illud videlicet punctum, in quod cadit perpendicularis ex centro ſphæræ ad planum ſecans deducta. Nam ſemper demonſtrabuntur lineæ rectæ cadentes ex hoc puncto in circumferentiam circuli eſſe æquales.

HOC EST.

IDEM eſt ſphæræ centrum, & circuli per ſphæræ centrum traiecti. Et perpendicularis ducta à centro ſphæræ in planum circuli per centrum ſphæræ non traiecti, cadit in centrum circuli: quia punctum H, in quod perpendicularis D H, cadit, demonſtratum eſt centrum eſſe circuli.

2.

PROBL. 1. PROPOS. 2.

DATAE Sphæræ centrum inuenire.

1. huius. SIT centrum inueniendum Sphæræ A B C D. Secetur eius ſuperficies
1. tertij. plano quopiam faciente in ipſa lineam B D E, quæ circuli circumferentia
Coroll. 1. erit. Sit huius circuli centrum F. Si igitur circulus B D E, per centrum ſphæ
huius. ræ traijcitur, erit punctum F, centrum quoque ſphæræ. Si verò per centrum
12. vndec. ſphæræ non traijcitur, erigatur ex F, ad planum circuli B D E, perpendicu-

laris

laris F G, quæ vtrinque ad ſuperficiem ſphæræ educta ad puncta A, C, ſecetur bifariam in G. Dico G, centrum eſſe ſphæræ. Si enim nõ eſt, ſit, ſi fieri poteſt, centrum H, ſecans diametros omnes bifariã, quod quidem in linea AC, nõ exiſtet, cũ ea in puncto G, ſolũ bifariã diuidatur, ſed extra illã. Demittatur ex H, centro ſphæræ ad planum circuli B D E, perpendicularis H I, quæ æquidiſtans erit lineæ F G; ac proinde in punctum F, non cadet: coirent eñ tunc duæ parallelæ H I, G F, in F, puncto, quod fieri non poteſt. Quoniam verò perpendicularis ex centro ſphæræ in planũ circuli B D E, demiſſa cadit in eius centrum, erit I, centrum circuli B D E. Sed & F, ex conſtructione, centrum eſt eiuſdem circuli. Quod abſurdum eſt. Idem enim circulus vnum tantum habeat centrum neceſſe eſt. Non ergo aliud punctum præter G, centrum erit ſphæræ. Quare datæ ſphæræ centrum inuenimus. Quod faciendum erat.

11. vndec.
6. vndec.
Coroll. 1. huius.

COROLLARIVM.

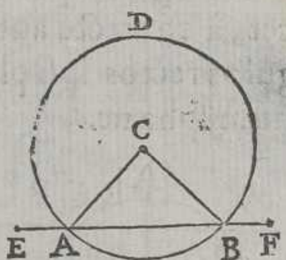
HINC conſtat, ſi in ſphæra ſit circulus non per centrum ſphæræ traiectus, à cuius centro excitetur perpendicularis ad ipſius planum, in linea perpendiculari centrũ eſſe ſphærę. Oſtenſum enim eſt, punctum G, quod perpendicularẽ A C, bifariã diuidit, eſſe ſphærę centrũ.

THEOREMA 2. PROPOS. 3. 3.

SPHAERA planum, à quo non ſecatur, non tangit in pluribus punctis vno.

SI enim fieri poteſt, ſphæra planum, à quo non ſecatur, tangat in pluribus punctis vno, vt in A, & B. Inuento igitur C, centro ſphæræ, ducantur rectæ C A, C B: & per C A, C B, ducatur planum faciens quidem in ſuperficie ſphæræ circumferentiam circuli A B D, in plano autẽ ſecante rectam lineam E A B F. Quia igitur planũ tangens, in quo eſt recta E A B F, ſphæram non ſecat, atque adeò neque circulum A B D, in ſphærę ſuperficie exiſtentem, ſit vt neq; recta E A B F, circulũ A B D, ſecet. Cadet ergo recta A B, tota extra circulũ. Quoniã vero duo puncta ſumpta ſunt A, B, in circũſerentia circuli A B D, cadet eadem recta A B, à pũcto A, in punctũ B, ducta tota intra circulũ A B D. Quod eſt abſurdũ. Sphęra igiẽ planũ, à quo nõ ſecatur, nõ tangit in pluribus pũctis vno. Quod erat demonſtrandũ.

2. huius.
1. huius.
3. vndec.



2. tertij.

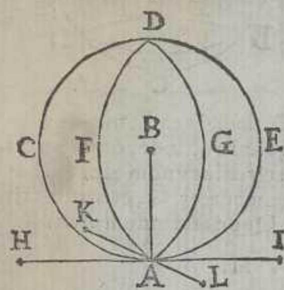
COROLLARIVM.

HINC fit, ſi duo puncta ſignentur in ſuperficie ſphæræ, rectam, quæ illa connectit, intra ſphæram cadere, quia videlicet cadit intra circulum, qui in ſphæræ ſuperficie circumferentiam habet. 2. tertij.

THEO-

4. ## THEOREMA 3. PROPOS. 4.

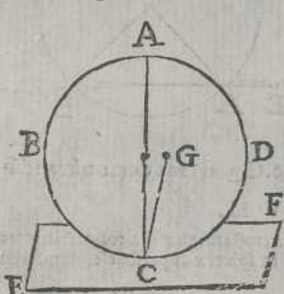
SI Sphæra planum tangat, quod eam non ſecet, recta linea ducta à centro ſphæræ ad contactum, perpendicularis erit ad planum.



2.huius. TANGAT Sphæra planum, quod ipſam non ſecet, in puncto A: Et inuento B, centro ſphæræ, ducatur ab eo recta B A, ad punctum contactus A. Dico rectam B A, ad dictum planum perpendicularem eſſe. Nam per rectam A B, ducantur duo plana vtcunque ſe mutuo ſecãtia, quæ in ſuperficie quidem ſphæræ faciant circulorum circumfe-
1.huius. rentias A C D E, A F D G, in plano autẽ
3.vndec. tangente rectas H A I, K A L. quoniam igitur vterque circulus A C D E, A F D G, per centrum B, ſphæræ traijcitur, erit quo-
Coroll. 1. huius. que B, vtriuſque centrum. Rurſus quia planum tangens ſphęram non ſecat, fit, vt neque rectæ H A I, K A L, in eo exiſtentes eandem ſecent; ac proinde neque circulos A C D E, A F D G, in ſphæræ ſuperficie exiſtentes. Tanget igitur recta H A I, circulum A C D E, in puncto A, & recta K A L, circulum
18. tertij. A F D G, in eodem puncto A. Igitur recta B A, & ad rectam H A I, & ad rectam K A L, perpendicularis eſt. Quare eadem recta B A, & ad planum tan-
4.vndec. gens, quod per rectas H A I, K A L, ducitur, perpendicularis erit. Si ſphæra ergo planum tangat, quod eam non ſecet, &c. Quod oſtendendum erat.

5. ## THEOREMA 4. PROPOS. 5.

SI Sphæra planum tangat, quod ipſam non ſecet, à contactu autem excitetur recta linea ad angulos rectos ipſi plano, in linea excitata erit centrum ſphæræ.



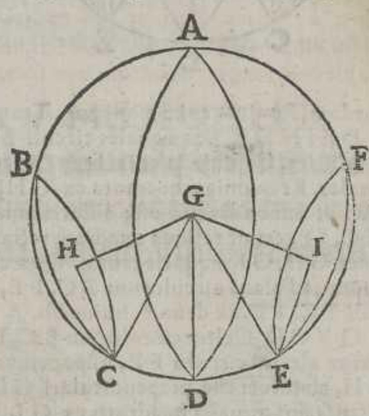
11. vndec. SPHAERA A B C D, tãgat in C, puncto planum E F, quod eam non ſecet, à puncto autem C, excitetur ad planum E F, perpendicularis C A. Dico in A C, centrum eſſe ſphæræ. Si enim non eſt, ſit G, centrum ſphæræ extra rectam A C, ſi fieri poteſt, & à G, ad C, recta ducatur G C, quę ad planum
4.huius. E F, perpendicularis erit: Erat autẽ & A C, ad idem planum perpendicularis. Igitur ex eodem puncto C, ad idem planum E F, duæ perpendiculares ducuntur. Quod eſt abſurdum.

dum. Dato enim plano, à puncto, quod in illo datum est, duæ rectæ lineæ ad rectos angulos non excitantur. Quare si sphæra planum tangat, quod ipsam non secet, &c. Quod erat ostendendum. 13. vndec.

THEOREMA 5. PROPOS. 6. 6.

CIRCVLORVM, qui in sphæra sunt, maximi sunt, qui per sphærę centrum ducuntur: aliorum autem illi inter se æquales sunt, qui æqualiter à centro distát: qui vero longius à centro distant, minores sunt. Et circuli in sphæra maximi per sphæræ centrum transeunt: aliorum autem æquales à centro æqualiter distant: minores verò longius à centro distant. 7.

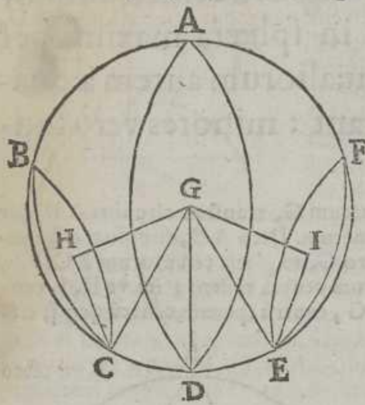
IN sphæra A B C D E F, cuius centrum G, transeat circulus A D, per centrum G, & alij B C, F E, non per centrum. Dico A D, circulum esse omnium maximum, &c. Ducantur ex centro G, ad plana circulorum B C, F E, 11. vndec. perpendiculares G H, G I, quæ in ipsorum centra cadent; ita vt H, I, centra sint circulorum B C, F E: Est autem G, centrũ sphæræ, centrũ quoq; circuli A D, per centrum sphæræ traiecti. Coroll. 1. huius. Coroll. 1. huius. Si igitur ex G, H, I, ad superficiem sphæræ rectæ ducantur G D, H C, I E, erũt hæ semidiametri circulorum A D, B C, F E. Connectantur autem rectæ G C, G E. Quoniam igitur in triangulo G H C, angulus H, rectus est, ex defin. 3. lib. 11 Eucl. erit quadratum ex G C, æquale quadratis ex G H, H C. 47. primi. Dempto ergo quadrato rectæ G H, maius erit quadratum ex G C, quadrato ex H C; atque adeò & recta G C, hoc est, sibi æqualis G D, (ducuntur eñ G C, G D, ex centro sphæræ ad superficiem) maior erit, quàm recta H C. Quare circulus A D, maioré habens semidiametrum, quàm circulus B C, maior erit circulo B C. Non secus ostendemus, circulum A D, quocunque alio, qui per centrum G, non transeat, maiorem esse. Maximus est ergo circulus A D.



DISTENT iam circuli B C, F E, à centro G, æqualiter, hoc est, perpendiculares G H, G I, æquales sint, ex defin. 6. huius libri. Dico circulos B C, F E, æquales esse. Cum enim rectæ G C, G E, à centro sphæræ in eius su

perficiem cadentes ſint æquales,ac proinde & earum quadrata æqualia;ſit au
47.primi. tem tam quadratum ex G C,quadratis ex G H, H C, quàm quadratum ex G E, quadratis ex G I, I E, æquale; erũt quadrata ex G H, H C,ſimul æqualia quadratis ex G I, I E, ſimul. Demptis ergo æqualibus quadratis rectarum G H, G I, (poſitæ enim ſunt hæ lineæ æquales)æqualia erunt reliqua quadrata rectarum H C, I E, ac proinde & rectæ H C, I E, æquales erunt: quæ cum ſint ſemidiametri circulorum B C, F E, æquales erunt circuli ipſi B C, F E.

QVOD ſi alter horũ circulorũ,nempe BC,longius à centro G,ponatur diſtare,quàm alter F E, hoc eſt,perpẽdicularis G H, maior ponatur perpendiculari G I, oſtendemus eodem fere modo,circulum B C, minorem eſſe circulo F E. Cum enim quadrata ex G H, H C, æqualia ſint demonſtrata quadratis ex G I, I E; ſi auferantur quadrata inæqualia rectarum inæqualium G H, G I, quorum illud maius eſt, (quòd & recta G H, maior ponatur quàm recta G I,) erit reliquum quadratum rectæ H C, minus quadrato reliquo rectæ I E;ac propterea & recta H C,minor erit,quàm recta I E. Igitur & circulus B C, circulo F E, minor erit.



SIT iam circulus omnium maximus A D. Dico eum per G, centrum ſphæræ tranſire. Si enim non tranſeat per centrũ,erit alius quiſpiam circulus per centrum G, tranſiens maior circulo A D, non per centrũ tranſeũte, vt in hac propoſ. demonſtratum eſt. Quare A D,non eſt maximus circulus. Quod eſt abſurdum. Ponitur enim maximus. Tranſit ergo per G, centrum ſphæræ.

DEINDE ſint æquales circuli B C, F E. Dico eos à centro G, æqualiter diſtare. Conſtructa enim figura,vt prius,erunt ſemidiametri H C, I E, æ-
47. primi. quales. Et quoniam quadrata ex G H, H C, æqualia ſunt quadratis ex G I, I E, vt demonſtratum eſt; ablatis æqualibus quadratis linearum æqualium H C, I E, erunt reliqua quadrata rectarum G H, G I, æqualia; ac proinde & lineæ G H, G I, æquales erunt. Quæ cum perpendiculares ſint, ex conſtructione ,ad plana circulorum B C, F E, æqualiter à centro G, diſtabunt circuli B C, F E, ex defin.6. huius lib.

QVOD ſi alter circulorum B C, F E, nimirum circulus B C, minor ponatur altero circulo F E, oſtendemus eodem ferè modo, perpendicularem G H, maiorem eſſe perpendiculari G I. Cum enim quadrata ex G H, H C, oſtenſa ſint æqualia quadratis ex G I, I E; ſit autem quadratum ex H C,minus quadrato ex I E; (quòd & ſemidiameter H C, circuli minoris minor ſit ſemidiametro I E, circuli maioris) erit quadratum reliquum rectæ G H, reliquo quadrato rectæ G I, maius; atque adeo & recta G H, maior erit, quàm G I. Quare cum G H, G I, perpendiculares ſint, ex conſtructione, ad plana circulorum,longius diſtabit,per defin.6. huius lib. circulus B C, minor à centro G, quàm circulus maior F E. Itaque circulorum, qui in ſphæra ſunt,

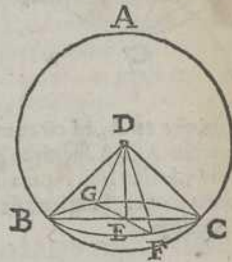
maximi

maximi sunt, qui per sphæræ centrũ ducũtur, &c. Quod erat demonstrandũ.

THEOREMA 6. PROPOS. 7. 8.

SI in sphæra sit circulus, à centro autem sphæræ ad centrum circuli connectatur recta linea, connexa linea ad circuli planum recta erit.

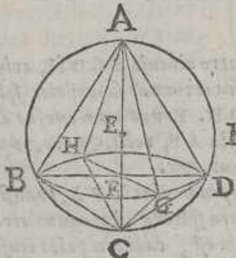
IN sphæra A B C, cuius centrum D, sit circulus B F C G, cuius centrũ E: Et recta D E, connectat duo centra D, E. Dico D E, rectam esse ad planũ circuli B F C G. Ductis enim duabus diametris vtcunque B C, F G, in circulo, ducantur ab earum extremis ad D, centrum sphæræ rectæ lineæ, B D, C D, F D, G D, quæ omnes inter se æquales erunt, cum à centro sphæræ ad eius superficiem cadant: Sunt autem & B E, C E, F E, G E, semidiametri circuli B F C G, æquales. Igitur duo triangula D E B, D E C, duo latera D E, E B, duobus lateribus D E, E C, & basim D B, basi D C, æqualem habent; ex quo fit, angulos D E B, D E C, æquales, atque adeò rectos esse. 8.primi. Recta igitur D E, rectę B C, ad rectos insistet angulos. Non aliter ostendemus, rectam D E, rectæ F G, ad rectos angulos insistere. Quamobrem & plano circuli B F C G, per rectas B C, F G, ducto ad rectos angulos insistet. 4.vndec. Si igitur in sphæra sit circulus, &c. Quod ostendendum erat.

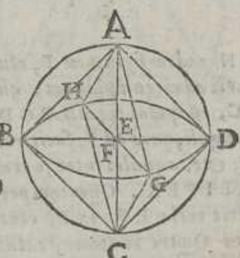


THEOREMA 7. PROPOS. 8. 9.

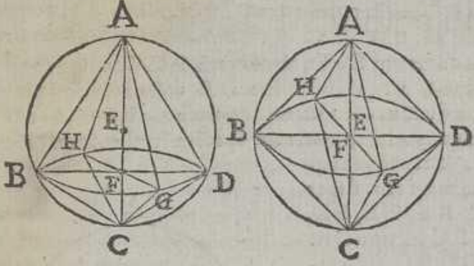
SI sit in sphæra circulus, & à centro sphæræ ad circulũ ducatur perpendicularis, quæ ad vtramq; partẽ producatur, cadet ea in polos ipsius circuli.

IN sphæra A B C D, cuius centrum E, sit circulus B G D H, in cuius planum à centro sphæræ E, perpendicularis deducta sit EF, quæ in vtramque partem protracta cadat in superficiem sphæræ ad puncta A, C. Dico A, C, polos esse circuli B G D H. Cadet enim perpendicularis E F, in cen- 11. vndec.





Coroll. 1. huius. trum circuli B G D H, atque adeo F, centrum erit circuli. Quòd si circulus B G D H, per centrum sphæræ ducatur, erit ipsum centrum sphæræ E,
12. vndec. idem quod F, centrum circuli; ex quo ad planum circuli excitata sit perpendicularis A C. Ductis igitur diametris B D, G H, vtcunque, ducantur ab earum extremis rectæ ad puncta A, C. Et quia A F, perpendicularis est ad planũ circuli B G D H, erunt anguli omnes, quos ad F, facit, recti, ex defin. 3. lib. 11. Euclid. Quare duo triangula A F B, A F H, duo latera A F, F B, duobus lateribus A F, F H, æqualia habent, quę quidem angulos comprehendunt æquales, nempe rectos. Igitur bases A B,
4. primi. A H, æquales erunt. Eodem modo ostẽdemus & rectas A D, A G, & alias quascunque ex A, ad circumferentiam circuli B G D H, ductas tam inter se, quàm rectis A B, A H, æquales esse. Punctũ ergo A, polus est circuli BGDH, ex defin. 5. huius lib. Non aliter demonstrabimus, & C, punctum eiusdem circuli polum esse. Si igitur sit in sphæra circulus, & à centro, &c. Quod erat ostendendum.



SCHOLIVM.

IN versione Maurolyci adduntur sequentia duo theoremata, quæ Arabes adiecerunt.

I.

10. SI sit in sphæra circulus, a cuius centro educatur perpendicularis ad circuli planum, quæ in vtramque partem producatur, cadet hæc in vtrumque polum circuli.

12. vndec. *IN eadem figura ex F, centro circuli B G D H, erigatur recta F A, perpendicularis ad circuli planum, quæ occurrat superficiei sphæræ in punctis A, C. Dico A, C, esse polos circuli B G D H. Erunt enim rursus ex definit. 3. lib. 11. Eucl. omnes anguli, quos ad F, facit recta A F, recti. Quare, vt prius, lineæ A B, A D, A G,*
4. primi. *A H, &c. æquales inter se erunt, &c.*

Coroll. 2. huius. *ALITER. Quoniam perpendicularis F A, transit per centrum sphæræ E; ducta erit recta E F, ex E, centro sphæræ ad planum circuli B G D H, perpendicu-*
8. huius. *laris. Quare vt demonstratum est, cadet in polos eiusdem circuli. Quod est propositum.*

SI sit

II.

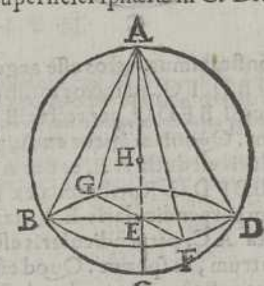
SI sit in sphæra circulus, & ab altero polorum eius recta ducatur per centrum illius, erit hęc ad planum circuli perpendicularis, & producta cadet in reliquum polum. 11.

IN eadem adhuc figura ex A, polo circuli B G D H, *per centrum eius* F, *demittatur linea recta* A F, *occurrens superficiei sphæræ in* C. *Dico rectam* A F, *perpendicularem esse ad planum circuli* B G D H, *&* C, *esse reliquum polum eiusdem circuli. Quoniam enim duo triangula* A F B, A F D, *duo latera* A F, F B, *duobus lateribus* A F, F D, *&* *basim* A B, *basi* A D, *æqualem habent, ex defin. poli; habebunt quoque duos angulos* A F B, A F D, *æquales, atque adeo rectos. Igitur* A F, *rectæ* B D, *insistit ad angulos rectos. Similiter ostendemus, eandē* A F, *ad angulos rectos insistere rectæ* G H. *Quare & plano circuli* B G D H, *per rectas* B D, G H, *ducto eadē recta* A F, *ad rectos insistet angulos. Quod est primò propositum. Quoniam igitur* A F, *ad rectos est angulos plano circuli* BGDH, *ducta erit* F A, *ex centro circuli* F, *ad planum circuli perpendicularis. Quare, vt in hoc scholio proxime demonstratum est, in vtramque partem protracta in vtrumque polum circuli cadet, ac proinde* C, *reliquus polus erit circuli* B G D H, *quod est secundo loco propositum.* 8 primi. 4. vndec.

THEOR. 8. PROPOS. 9. 12.

SI sit in sphæra circulus, & ab altero polorum eius in ipsum ducatur perpēdicularis recta linea, cadet hæc in circuli centrum, & inde producta cadet in reliquum polum ipsius circuli.

IN Sphæra A B C D, sit circulus B F D G, à cuius polo A, ad eius planum perpendicularis ducatur A E, occurrens superficiei sphæræ in C. Dico 11. vndec. E, centrum esse circuli B F D G, & C, reliquū polum. Ductis enim per E, duabus rectis vtcunque B D, F G, connectantur earum extrema cum polo A, rectis A B, A D, A F, A G, quæ omnes inter se æquales erūt, ex definitione poli. Omnes item anguli, quos recta A E, facit ad E, recti, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. Erit igitur tam quadratū ex A B, quadratis ex A E, E B, quàm 47. primi. quadratum ex A G, quadratis ex A E, E G, æquale; atq; adeò cum quadrata rectarum A B, A G, æqualium æqualia sint, erunt quadrata ex A E, E B, simul quadratis ex A E, G E, simul æqualia.



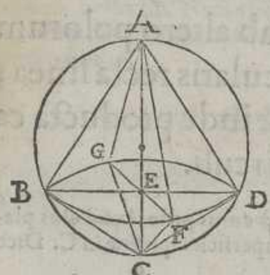
Dempto ergo communi quadrato rectæ A E, reliqua quadrata rectarum E B, E G, æqualia erunt, ac proinde & rectæ, E B, E G, æquales. Eodem modo ostendemus, rectas E G, E D, æquales esse. Quare E, centrum est circuli B F D G; Quod est propositum. Quoniam igitur ex E, centro circuli 9. tertij.

Coroll. 2. huius. culi B F D G, ad ipsius planum educta est perpendicularis E A, transibit hęc per H, centrum sphæræ, atq; adeo ex H, centro sphæræ eadem H E, ducta
8. huius. erit perpendicularis ad planum circuli B F D G. Quocirca H E, vtrinq; educta cadet in polos eiusdem circuli; ac proinde C, reliquus polus erit circuli B F D G. Si igitur sit in sphæra circulus, & ab altero polorum eius, &c. Quod ostendendum erat.

13. THEOR. 9. PROPOS. 10.

SI sit in sphæra circulus, linea recta per eius polos ducta, ad circulum recta est, transitq; per centrum circuli, & sphæræ.

IN sphæra A B C D, sit circulus B F D G, per cuius polos A, C, recta ducatur A C, occurrens plano circuli in E. Dico rectam A C, ad planum circuli rectam esse, transireq; per eius centrum, (hoc est, E, esse ipsius centrum) nec non per centrũ sphæræ. Ductis namq; per E, duabus rectis vtcunq; B D, F G, quarum extrema cum polis A, C, iungantur rectis, vt in figura; erunt



tam A B, A G, A F, A D, inter se, quàm C B, C G, C F, C D, inter se æquales, ex defin. poli. Igitur duo triangula A B C, A D C, duo latera A B, A C, duobus lateribus A D, A C, & basim B C, basi D C, æqualem habent. Quapropter & angulos B A C, D A C, æquales habe-
8. primi. bunt. Quoniam igitur duo triangula A B E, A D E, duo latera A B, A E, duobus lateribus A D, A E; æqualia habent, angulosq; sub ipsis contentos B A E, D A E, æquales, vt proxime demonstratum est, erunt & anguli AEB,
4. primi. A E D, æquales, & ob id recti. Non aliter demonstrabimus, rectos esse angulos A E G, A E F. Recta igitur AE, duabus rectis B D, F G, ad rectos insistit angulos. Quare perpendicularis erit ad planũ
4. vndec. circuli B F D G, per rectas B D, F G, ductum. Quod est primo loco propositum. Quoniam igitur ex A, polo circuli B F D G, ad eius planum perpendicularis est ducta A E, cadet A E, in centrum ipsius. Est ergo E, centrum cir-
9. huius. culi B F D G. Rursus quia ex E, centro circuli B F D G, educta est ad eius pla
Coroll. 2. huius. num perpendicularis E A, transibit hæc per centrum quoq; sphæræ. Quare recta A C, perpendicularis est ad planum circuli B F D G, transitq; per eius centrum, & sphæræ. Quod est propositum. Si sit igitur in sphæra circulus, linea recta per eius polos ducta, &c. Quod erat demonstrandum.

SCHOLIVM.

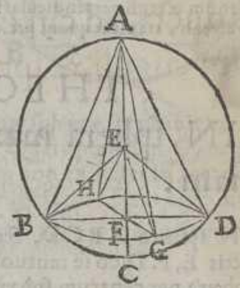
ADDVNTVR *hoc loco alia duo theoremata huiusmodi.*

SI in

I.

SI in sphæra sit circulus, & ab altero polorum eius per centrum sphæræ recta linea ducatur, erit hæc ad planum circuli perpendicularis, & producta cadet in centrum ipsius, & in reliquum polum. 14.

IN sphæra ABCD, cuius centrum E, sit circulus BGDH, a cuius polo A, per E, centrum sphæræ ducatur recta AE, occurrens plano circuli in F, & superficiei sphæræ in C. Dico AE, perpendicularem esse ad planum circuli, transireq; per eius centrum, & reliquum polum, hoc est, F, esse eius centrum; & C, reliquum polum. Ductis enim per F, duabus rectis vtcunque BD, GH, iungantur extrema cum punctis A, & E, vt in figura; eruntq; AB, AH, AD, AG, ex definitione poli, inter se æquales; nec non & EB, EH, ED, EG, semidiametri sphæræ inter se æquales. Quoniam igitur duo triangula ABE, ADE, duo latera AB, AE, duobus lateribus AD, AE, & basim EB, basi ED, habent æqualem; erunt anguli BAE, DAE. æquales. 8.primi. *Itaque duo triangula ABF, ADF, duo latera AB, AF, duobus lateribus AD, AF, æqualia habent, angulosq; sub ipsis contentos BAF, DAF, æquales, vt proxime ostensum est.* 4. primi. *Quare anguli AFB, AFD, æquales erunt, atque adeo recti. Eodem modo demonstrabimus rectos esse angulos AFH, AFG. Recta igitur AF, duabus rectis BD, GH, insistit ad angulos rectos. Quare perpendicularis erit ad planum circuli BGDH, per rectas BD, GH, ductum.* 4.vndec. *Itaque producta cadet & in centrum circuli, & in reliquum polum:* 9.huius. *ac proinde F, centrum erit circuli, & C, reliquus polus. Quod est propositum. Si in sphæra igitur sit circulus, &c. Quod erat ostendendum.*



COROLLARIVM.

HINC fit, circulum maximum, qui per alterum polorum cuiuslibet circuli in sphæra transit, transire quoq; per polum reliquum. Nam si ex vno polo per centrum sphæræ diameter ducatur circuli maximi, qui per illum polum transit, cadet hæc in alterum polum, vt demonstratum est. Idem ergo circulus maximus per reliquum polum transibit.

Et quia diameter circuli maximi est quoq; diameter sphæræ, manifestum est, duos polos circuli cuiuslibet in sphæra per diametrum esse oppositos: atq; adeò inter ipsos interpositum esse semicirculum maximi circuli.

II.

SI in sphæra sit circulus, & à centro sphæræ per centrum circuli recta linea ducatur, cadet hæc in vtrumque polum circuli. 15.

IN *eadem figura ducatur per E, centrum sphæræ, & F, centrum circuli* BGDH,

recta

recta E F, in vtramque partem. Dico E F, cadere in vtrumque polum circuli B G D H; Quoniam enim recta E F, centrum sphæræ, & centrum circuli B G D H,
7.huius. *connectens perpendicularis est ad planum eiusdem circuli, cadet eadem E F, vtrin-*
8.huius. *que protracta in polum vtrumque eiusdem circuli. Quod est propositum.*

COROLLARIVM.

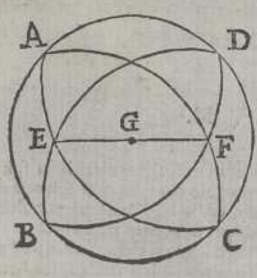
EX his omnibus constat, in sphæra quatuor hæc puncta, nempe duos polos cuiusq; circuli, eiusdem centrum, & centrum sphæræ, perpetuo in vna linea recta, nempe diametro sphæræ, existere, & ipsam quidem diametrum ad planum eiusdem circuli esse perpendicularem: Adeo vt recta per quælibet duo puncta ex his ducta transeat per reliqua duo, sitq; ad planum circuli perpendicularis: Et recta per vnum eorum ducta perpendicularis ad planum circuli, transeat quoq; per tria puncta reliqua.

16.

THEOR. 10. PROP. 11.

IN sphęra maximi circuli se mutuo secant bifariam.

IN sphæra A B C D, secent se mutuo duo circuli maximi A C, B D, in punctis E, F. Dico se mutuo secare bifariam. Quoniam enim circuli maximi
6.huius. in sphæra per centrum sphæræ transeunt, transibunt circuli A C, B D, per sphæræ centrum, quod sit G. Et quoniam idem est sphæræ centrum, & circu-
Coroll. 1. huius. li per sphæræ centrum traiecti, erit punctum G, quod sphæræ centrum ponitur, centrum quoq; vtriusq; circuli A C, B D, ita vt in vtroq; plano circulorum A C, B D, existat. Sunt autem & puncta E, F, in vtroq; eodem plano. Tria igitur pũcta E, G, F, in vtroq; plano circulorũ AC, BD, existunt; atq; adeo in cõmuni eorũ sectione erunt, cum solũ cõmunis eorum sectio sit in vtroq; plano: Est autem communis eo-
3.vndec. rum sectio linea recta. Igitur tria puncta E, G, F, in linea recta ex E, per G, ad F, ducta existunt. quæ cum transeat per G, centrum vtriusq; circuli, & sphæræ, vt ostensum est, diameter erit & sphæræ, & vtriusq; circuli; atq; adeo vtrumque eorum bifariam secabit, ita vt semicirculi sint E A F, F C E, E B F, F D E: In sphæra ergo maximi circuli se mutuo secant bifariam.



Quod erat demonstrandum.

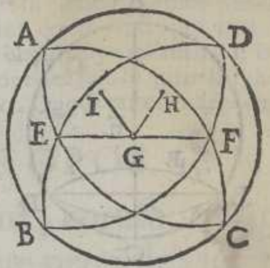
17.

THEOR. 11. PROP. 12.

IN sphæra circuli, qui se mutuo bifariam secant, sunt maximi.

IN sphæ-

IN ſphæra A B C D, circuli A E, B D, ſe mutuo ſecent bifariam in punctis E, F. Dico circulos A C, B D, eſſe maximos. Cum enim ſe mutuo ſecent bifariam in E, F, erit ducta recta E F, vtriuſq; diameter, cum ſola diameter circulũ quemcunq; bifariam diuidat;ac proinde diuiſa recta EF, bifariã in G,erit G,vtriuſq; circuli centrum: quod dico etiam eſſe ſphæræ centrum, atq; adeo vtrumq; circulum per ſphęræ centrum duci. Si namq; G, dicatur non eſſe centrum ſphæræ,ac proinde circulos AC, BD, non eſſe per ſphæræ centrum ductos; hoc ipſo oſtendemus, G, eſſe centrum ſphæræ,atq; idcirco vtrumq; circulum per ſphæræ centrum duci.Erigatur enim ex G, ad planum circuli AC, perpendicularis GH: Item GI, perpendicularis ad planum circuli B D. Quoniam igitur circuli A C, B D, ponuntur non tranſire per centrum ſphæræ, tranſibit vtraq; perpendicularis G H, G I, per centrum ſphæræ. Quare punctum G, in quo conueniunt, centrum erit ſphæræ, aliàs centrum non exiſteret in vtraque: ac proinde vterq; circulus per centrum ſphæræ traijcietur. Sunt ergo circuli A C, B D, per centrum ſphæræ traiecti, maximi. In ſphæra ergo circuli,qui ſe mutuo bifariam ſecant, ſunt maximi. Quod erat oſtendendum.



12. vndec.

Coroll. 2. huius.

6. huius.

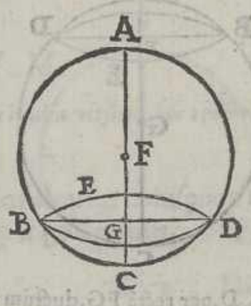
SCHOLIVM.

HIC vides mirabilem ſane argumentandi modum. Nam ex eo, quòd G, dicitur non eſſe centrum ſphæræ, demonſtratum eſt demonſtratione affirmatiua, G, eſſe centrum ſphæræ. Quo modo argumentandi etiam vſus eſt Euclides lib. 9. propoſ. 12. & Cardanus lib. 5 de Proport. propoſ. 201. vt in ſcholio eiuſdẽ propoſ. monuimus.

THEOREMA 12. PROPOS. 13. 18.

SI in ſphæra maximus circulus circulum quẽpiam ad rectos angulos ſecet; & bifariam eum ſecat, & per polos.

IN ſphæra maximus circulus A B C D, ſecet circulũ B E D, in punctis B, D, ad angulos rectos, hoc eſt, planũ circuli ABCD, rectum ſit ad planum circuli B E D; ſitq; cõmunis eorum ſectio recta B D. Dico circulum A B C D, bifariam, & per polos ſecare circulum B E D. Sumpto enim F, centro circuli maximi A B C D, quod & centrũ ſphęræ erit, (Nam cum circulus maximus ducatur per centrum ſphæræ, erit eius centrum idem, quod ſphæræ.) ducatur ex F, ad planũ circuli B E D, perpendicularis F G, quæ in



1. tertij.

6. huius.

Coroll. 1. huius.

11. vndec.

38. vndec. B D, communem sectionem cadet. Cadat autem in punctum G. Et quoniam

Coroll.1. huius. eadem cadit quoq; in centrum circuli B E D, erit G, centrum circuli B E D; atq; adeo B D, per G, ducta, diameter eiusdem: quæ cum diuidat circulum B E D, bifariam, diuidet quoq; eundem bifariam circulus maximus A B C D, per rectam B D, ductus. Quod est primo loco propositum. Quoniam verò recta F G, in plano est circuli A B C D, cadet ea producta in circumferentiam ad A, C, puncta, quæ in superficie sphæræ sunt: cadit autem & in vtrumq; polum circuli B E D, quòd ex F, centro sphæræ ad circuli planum perpendicularis sit ducta. Igitur A, C, poli sunt circuli BED, ac proinde circulus maximus A B C D, per polos circuli B E D, transit. quod secundo loco proponebatur demonstrandum. Si igitur in sphæra maximus circulus circulum quempiam, &c. Quod ostendendum erat.

8.huius.

SCHOLIVM.

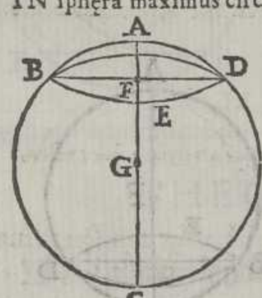
CAETERVM *hæc propos. vnà cum* 8. 9. 10. *& earum scholijs intelligenda etiam est, quando circulus* B D, *maximus est, & per sphæræ centrum transit. Eadem enim est ferè semper demonstratio, vt perspicuum est.*

19.

THEOR. 13. PROPOS. 14.

SI in sphæra maximus circulus circulum non maximum bifariam secet; ad angulos rectos eum secat, & per polos.

IN sphera maximus circulus A B C D, non maximum B E D, secet bifariam in punctis B, D, sitq; communis eorum sectio recta B D. Dico circulum A B C D, secare circulum B E D, ad angulos rectos, & per polos. Quia enim circulus B E D, bifariam secatur in B, D, hoc est, in semicirculos, erit B D, communis sectio diameter eius. Diuisa ergo B D, bifariam in F, erit F, centrum circuli B E D. Sumpto autem G, centro sphæræ, quod & centrū erit maximi circuli ABCD, ducatur ex G, ad F, recta F G, quæ perpendicularis erit ad planum circuli B E D. Igitur & planum circuli maximi



2. huius.

7.huius.

18. vndec. ABCD, per rectā FG, ductum ad idē planū circuli BED, rectū erit. Secat igitur

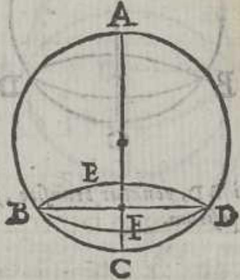
circulus

circulus maximus A B C D, circulum B E D, non maximum ad angulos rectos. Quod est primo loco propositum. Et quoniam ostensum est, rectā FG, ex G, centro sphæræ ductam ad planum circuli B E D, esse perpendicularē, cadet F G, vtrinque producta in polos circuli B E D. Quare cum G F, in plano circuli A B C D, existens, producta cadat in circunferentiam eius ad puncta A, C, quæ etiam in superficie sphæræ sunt, erunt A, C, poli circuli B E D, atque adeo circulus maximus A B C D, circulū non maximū B E D, per polos A, C, secabit. quod secundo loco propositū fuit. Si igitur in sphæra maximus circulus circulum non maximum, &c. Quod erat ostendendum. 8.huius.

THEOREMA 14. PROPOS. 15. 20.

Si in sphæra maximus circulus, eorum, qui in sphæra sunt, circulorum aliquem per polos secet; bifariam, & ad angulos rectos eum secat.

IN Sphæra maximus circulus A B C D, secet circulum B E D, per polos A, C. Dico circulum A B C D, secare circulum B E D, bifariam, & ad angulos rectos. Connectat enim recta A C, polos A, C, occurrens plano circuli B E D, in F, puncto. Et quoniam recta A C, ad planū circuli B E D, perpendicularis est, transitq; per centrum sphæræ, & circuli B E D; erit F, centrum circuli B E D. Cum ergo circulus maximus A B C D, circulum B E D, secans transeat per rectam A C, ac proinde per centrū F, erit communis sectio B F D, diameter circuli B E D. Bifariam ergo secatur circulus B E D. Dico quod & ad angulos rectos. Cum enim recta A C, ostensa sit perpendicularis ad planum circuli B E D, erit quoque planū circuli maximi A B C D, per rectam A C, ductum ad idem planum circuli B E D, rectum. Igitur si in sphera maximus circulus, &c. Quod demonstrandum erat. 10.huius. 18.vndec.

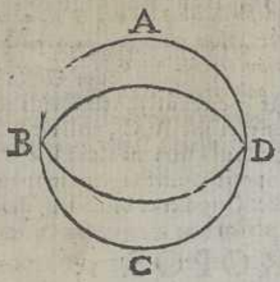


SCHOLIVM.

QVATVOR *alia theoremata hoc loco addūtur in alia versione, hoc ordine.*

I.

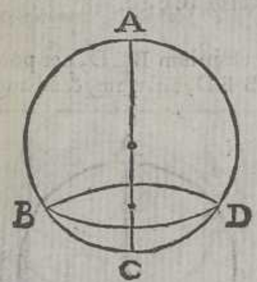
SI in sphæra maximus circulus per polos alterius cuiuspiam maximi circuli transeat, transibit vicissim hic per polos illius. 21.



IN sphæra transeat maximus circulus A B C D, per A, C, polos circuli maximi B D. Dico & maximum circulum B D, per polos maximi circuli A B C D, transire. Quoniam enim circulus maximus A B C D, circulum B D, se-
15.huius. *cat per polos, secabit ipsum ad angulos rectos. Quare vicissim maximus circulus B D, circulum A B C D, ad angulos rectos secabit; at-*
13.huius. *que adeo per ipsius polos eum secabit. Quod est propositum.*

II.

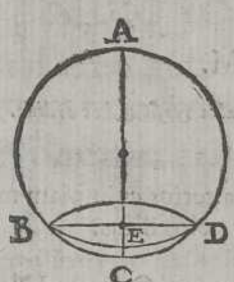
22. SI in sphæra circulus circulum per polos secet, circulus maximus est, & bifariam eum secat, & ad angulos rectos.



IN sphæra circulus A B C D, secet circulum B D, per polos A, C. Dico ipsum esse circulum maximum, secareq; circulum B D, bifariam, & ad angulos rectos. Coniungat enim recta A C, polos A, C, quæ necessario in plano circuli A B C D, erit, quod circunferentia eius per eosdem polos A, C, ponatur transire. Quoniam vero recta A C, per A, C, polos circuli
10.huius. *B D, ducta transit per centrum sphæræ, transibit quoque circulus A B C D, (cum per rectã A C, ducatur) per centrũ sphæræ; atque adeo*
6.huius. *maximus erit. Quare cum per A, C, polos cir-*
15.huius. *culi B D, ponatur transire, secabit eum bifariam, & ad angulos rectos. Quod est propositum.*

III.

23. SI in sphæra circulus circulum bifariam, & ad angulos rectos secet, circulus maximus est, & per polos eum secat.



IN sphæra circulus A B C D, secet circulum B D, bifariam, & ad angulos rectos. Dico ipsum esse circulum maximum, transireq; per polos circuli B D. Sit recta B D, communis circulorum sectio. Quoniam igitur circulus A B C D, circulum B D, secat bifariam, erit recta B D, nempe communis sectio circulorũ, diameter circuli B D, atque adeo diuisa recta B D, bifariam in E: erit E, eiusdem circuli centrum. Ducatur in plano circuli A B C D, recta E A, perpendicularis ad rectam B D. Et quoniam circulus A B C D, circu-

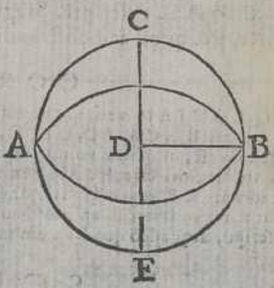
lum

lum B D, ponitur secare ad angulos rectos, erit ex defin. 4. lib. 11. Eucl. E A, ad planum circuli B D, recta; ac proinde cum ex E, centro ipsius educatur, in vtrunque polum eiusdem cadet. Cadit autem in circunferentiam circuli A B C D, in superficie Schol. 8.
sphæræ existentem ad puncta A, C. Sunt ergo A, C, poli circuli B D; atque adeo circulus A B C D, circulū B D, per polos A, C, secat. Quare ex præcedenti theoremate, maximus circulus est. Probatum autem est, quod & circulum B D, per polos secat. Constat ergo propositum. huius.

IIII.

SI in sphæra sit circulus, & ab altero polorum eius recta cadens in planum ipsius ad angulos rectos æqualis sit semidiametro eius, circulus maximus est. 24.

IN *sphæra sit circulus* A B, *à cuius altero polorum* C, *in planum eius cadens recta perpendicularis* C D, *æqualis sit ipsius semidiametro. Dico* A B, *esse circulum maximum. Cum enim* C D, *perpendicularis sit ad circulum* A B, *cadet ipsa in circuli centrum, & producta cadet in alterum polum, qui sit* E. *Est ergo* D, *centrum circuli* A B; *atque adeo perpendicularis* C D, *transit per centrum sphæræ.* 9. huius. Coroll. 2. huius.



Ducatur per rectā C E, *in sphæra planum vtcunque faciens in sphæra circulum* A E B C, *qui cum transeat per centrū sphæræ, maximus erit: qui circulum* A B, *secet in punctis* A, B, *& iungatur semidiameter* D B, *cui ex hypothesi æqualis est* C D. 1. huius. 6. huius.
Quoniam vero C D, *perpendicularis ponitur ad circulum* A B, *erit, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. angulus* C D B, *rectus. Quare* B D, *media proportionalis est inter* C D, D E, *hoc est, erit, vt* C D, *ad* B D, *ita* B D, *ad* D E. Schol. 13. sexti.
Est autem C D, *ipsi* B D, *æqualis. Igitur &* D E, *eidem* B D, *æqualis erit; atq; adeo &* C D, D E, *inter se æquales erunt. Cum ergo* C E, *ostensa sit transire per centrū sphæræ, erit* D, *centrum sphæræ. Erat autem & centrum circuli* A B. *Idem ergo est centrum sphæræ, & circuli* A B, *ac proinde circulus* A B, *maximus est. Quod est propositum.* 6. huius.

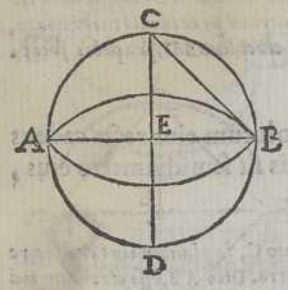
THEOREMA 15. PROPOS. 16. 25.

SI in sphæra sit maximus circulus, recta linea ducta ab eiusdem circuli polo ad circunferentiā æqualis est lateri quadrati inscripti in maximo circulo.

IN sphæra sit circulus maximus A B, à cuius polo C, ad eius circūferentiā ducatur recta C B. Dico C B, æqualē esse lateri quadrati in circulo A B, vel

quouis

11.vndec. quouis alio maximo inſcripti. Ducatur ex C, ad circulum A B, perpendicu-
9.huius. laris C E, quæ in centrum ipſius cadet, quod ſit E, & producta in reliquum polum, qui ſit D, cadet. Iam per rectas CB,
1.huius. C D, planum ducatur faciens in ſphæra circulum A D B C, qui cum per E, centrum ſphæræ (Eſt enim E, centrum circuli maxi-
6.huius. mi A B, quòd per centrum ſphæræ tranſeat, idem, quod ſphæræ) tranſeat, maximus erit,
Coroll.1. huius. atq; adeo circulum maximum A B, bifariam
6.huius. ſecabit. Quod etiam inde patet, quòd per
11.huius. eius polos incedat. Hinc enim fit, vt ipſum
15.huius. bifariam diuidat. Sit ergo communis ſectio diameter B E A. Et quoniam C E, perpendicularis ducta eſt ad circulum A B, erit eadẽ perpendicularis ad rectam A B, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. Duæ ergo diametri A B, C D, in maximo circulo A D B C, ſeſe mutuo ſecãt ad angulos rectos; ac propterea vt in lib. 4. Euclidis demonſtra-



6. quarti. tum eſt, C B, latus eſt quadrati in circulo maximo A D B C, atq; adeò & in maximo A B, deſcripti. Si igitur in ſphæra ſit maximus circulus, recta linea ducta, &c. quod demonſtrandum erat.

COROLLARIVM.

QVONIAM verò quatuor anguli recti ad centrum E, æquales ſunt, atq; adeò qua-
26. tertij. tuor arcus B C, C A, A D, D B, ſuper quos aſcenderunt, æquales, nempe quadrantes, perſpicuum eſt, in ſphæra polum maximi circuli abeſſe à circunferentia maximi circuli, quadrante maximi circuli. Abeſt enim C; polus circuli maximi A B, ab eius circunferentia quadrante C B, eademq; ratio de ceteris habenda eſt. Semper enim recta ducta à circunfe-
16.huius. rentia maximi circuli ad eiuſdem polum æqualis eſt lateri quadrati in maximo circulo inſcripti, atq; adeò quadrantem in maximo circulo ſubtendet.

SCHOLIVM.

CONVERSVM *quoq; huius demonſtratur in alia verſione hoc theoremate.*

SI in ſphæra ſit circulus, & ab eius polo ad circunferentiam ducta recta æqualis ſit lateri quadtati in eo deſcripti, circulus ipſe maximus eſt.

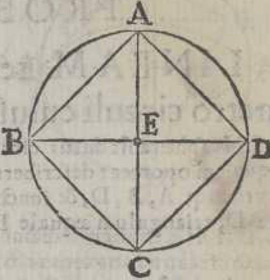
IN *eadem figura ex* C, *polo ad circunferentiã circuli* A B, *ducta recta* C B, *ſit æqualis lateri quadrati in circulo* A B, *deſcripti*. *Dico* A B, *circulum eſſe maxi-*
11. vndec. *mum. Ducatur enim ex* C, *ad circulum* A B, *perpendicularis* C E, *quæ in eius*
9.huius. *centrum cadet, quod ſit* E. *Ducta autem ſemidiametro* E B, *erit ex defin.* 3. *lib.* 11. *Eucl. angulus* E, *rectus. Igitur quadratum in circulo* A B, *deſcriptum, æquale eſt*
47. primi. *quadratis ex* B E, C E: *ſed quadratum ſemidiametri* B E, *dimidium eſt quadrati in circulo* A B, *deſcripti, vt mox oſtendemus. Igitur & quadratum ex* C E, *eiuſdem quadrati in circulo* A B, *deſcripti dimidium erit; atque adeo quadrata ex* B E, C E, *inter ſe æqualia, necnon & lineæ propterea* B E, C E, *æquales erunt. Quare cum* C E, *ducta ſit ex* C, *polo circuli* A B, *ad ipſum circulum perpendicu-*
Schol. 15. huius. *laris, oſtenſaq; ſit ſemidiametro* B E, *æqualis; erit circulus* A B, *maximus.*

LEMMA.

LEMMA.

IN omni circulo quadratum ſemidiametri dimidium eſt quadrati in ipſo circulo deſcripti.

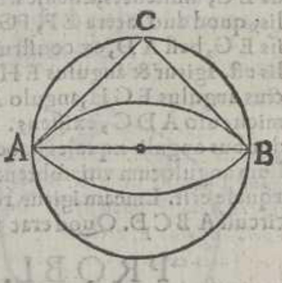
IN circulo, cuius centrum E, ductæ ſint duæ diametri A C, B D, ſeſe ad angulos rectos ſecantes in E, centro. Iunctis igitur rectis AB, BC, CD, D A, quadratum erit A B C D, in circulo inſcriptum, vt conſtat ex propoſ. 6. lib. 4. Eucl. Quoniam vero quadrata ex ſemidiametris æqualibus E A, E B, æqualia inter ſe, æqualia ſimul ſunt quadrato ex A B; dimidium erit quadratum ſemidiametri E A, quadrati ex A B, quod in circulo deſcribitur. Quod eſt propoſitum. Ex quo conſtat, in ſuperiori figura, quadratum ſemidiametri B E, dimidium eſſe quadrati ex C B, quod æquale ponitur ei, quod in circulo A B, inſcribitur. 47. primi.



THEOR. 16. PROPOS. 17. 27.

SI in ſphæra ſit circulus, à cuius polo in ipſius circunferentiam ducta recta linea æqualis ſit lateri quadrati inſcripti in maximo circulo, ipſe circulus maximus erit.

IN ſphæra ſit circulus A B, à cuius polo C, ad eius circunferentiam recta ducta C A, æqualis ſit lateri quadrati in maximo circulo ſphæræ deſcripti. Dico A B, circulum eſſe maximum. Per rectam enim A C, & centrũ ſphæræ planum ducatur, faciens in ſphæra circulũ A C B, qui maximus erit, cum per ſphæræ centrum ducatur. Ducatur quoq; ex C, recta linea C B, ad B, punctũ, in quo circulus maximus A C B, circulũ A B, ſecat; eritq; per defi nit. poli, recta C B, rectæ C A, æqualis. Cũ ergo A C, ponatur latus quadrati in maximo circulo A C B, deſcripti, erit quoque C B, latus eiuſdem quadrati; atque adeò duo arcus A C, C B, quadrantes erunt conficientes ſemicirculũ A C B, quòd quatuor latera quadrati æqualia ſubtendãt quatuor circuli arcus æquales. Recta igitur A B, com- 28. tertij.
1. huius. 6. huius.



munis

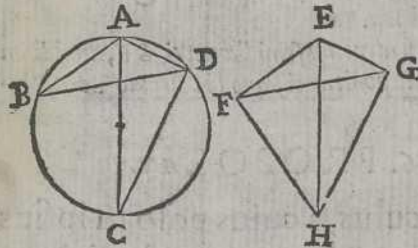
munis sectio circulorum diameter erit circuli maximi A C B; ac proinde & sphæræ. Quoniam verò circulus maximus A C B, circulum A B, per polos secans secat bifariam, erit quoq; A B, communis sectio diameter circuli A B, ac proinde cum & sphæræ diameter sit, circulus maximus erit A B. Si in sphæra ergo sit circulus, à cuius polo, &c. Quod erat demonstrandum.

15. huius.

28. PROBL. 2. PROP. 18.

LINEAM rectam describere æqualem diametro circuli cuiuslibet in sphæra dati.

IN sphæra sit datus circulus quilibet A B C D, cuius diametro rectam æqualem oporteat describere. Sumptis tribus punctis in circunferentia circuli vtcunq; A, B, D, & iunctis rectis A B, A D, B D, constituatur triangulo A B D, triangulum æquale E F G, ita vt latus E F, lateri A B, & E G, ipsi A D, & F G, ipsi B D, æquale sit. Deinde ex G, F, ducantur ad rectas E F, E G, perpendiculares F H, G H, coeuntes in H, connectaturq; recta E H. Dico E H, æqualem esse diametro circuli ABCD. Ducta enim diametro A C, iungatur recta D C. Quoniam vero quatuor anguli quadrilateri E F H G, quatuor rectis æquales sunt, suntq; E F H, E G H, recti; erunt F E G, F H G, duobus rectis æquales; atq; adeo in quadrilatero E F H G, duo quilibet anguli ex aduerso duobus rectis æquales erunt. Quare circa ipsum circulus describi potest: Quo descripto erunt anguli E F G, E H G, eidem segmento, cuius chorda E G, insistentes, æquales. Est autem angulus E F G, angulo A B D, æqualis; quod duo latera E F, FG, duobus lateribus A B, B D, æqualia sint, & basis E G, basi A D, ex constructione: & angulus A B D, angulo A C D, æqualis est. Igitur & angulus E H G, angulo A C D, æqualis erit. Est autem & rectus angulus E G H, angulo A D C, æqualis, quòd hic quoque rectus sit in semicirculo A D C, existens. Igitur triangula E H G, A C D, duos angulos duobus angulis æquales habent, necnon & latus E G, lateri AD, quod æqualium angulorum vni subtenditur, æquale. Quare & latus E H, lateri A C, æquale erit. Lineam igitur rectam EH, descripsimus æqualem diametro A C, circuli A B C D. Quod erat faciendum.



Schol. 22. primi.

Schol. 32. primi.

Schol. 22. tertij.

27. tertij.
8. primi.
27. tertij.

31. tertij.

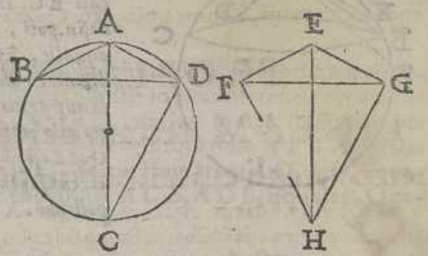
26. primi.

29. PROBL. 3. PROPOS. 19.

LINEAM rectam describere æqualem diametro datæ sphæræ.

IN

IN sphæra data sumptis vtcunque duobus punctis A, B, describatur ex A, polo,& interuallo A B, circulus B D, cuius diametro æqualis recta descri- 18. huius.
batur F G: & fiat supra F G, triangulum E F G, habens vtrûque reliquorum Schol. 22. laterum E F, E G, rectæ ducte primi.
A B, æquale. Deinde ex F, G, ad E F, E G, perpendiculares educantur F H, G H, coeuntes in H; iungaturq; recta E H. Dico E H, æqualem esse diametro datæ sphæræ. Ducta em sphæræ diametro A C, traijciatur per rectas A B, A C, planum faciens in sphæra circulû A B C D, qui maximus erit, cum per diametrum sphæræ, atque adeo per centrum eiusdem ducatur. Quare idê per A, polû circuli B D, ductus circulum B D, bifariam secabit; ac propterea communis sectio B D, diameter erit circuli B D. Iunctis autem rectis A D, D C, erunt duo latera A B, B D, duobus lateribus E F, F G, æqualia, nec non & bases A D, E G, æquales. Est enim F G, diametro B D, æqualis, ex constructione: & vtraque E F, E G, rectæ A B, vel A D. Igitur & anguli A B D, E F G, æquales erunt. Est autem angulo A B D, angulus A C D, æqualis: & angulo E F G, angulus E H G, vt in præcedenti propos. demonstratum est. Igitur & anguli A C D, E H G, æquales erunt. Sunt autem & recti A D C, E G H, æquales, & latus A D, lateri E G, quod vni æqualium angulorum obijcitur, æquale. Igitur & recta E H, rectæ A C, æqualis erit. Lineam igitur rectam E H, descripsimus æqualê diametro A C, datæ sphæræ. Quod faciendum erat.



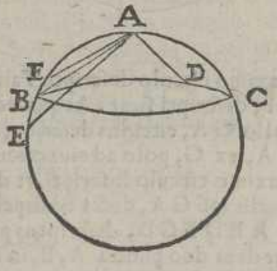
1. huius. 6. huius. 15. huius. 8. primi. 27. tertij. 26. primi.

SCHOLIVM.

ADDITVR *in alia versione sequens hoc Theorema.*

LINEA recta à polo cuiusuis circuli in sphæra ad superficiem sphæræ ducta, quæ sit æqualis lineæ rectæ ab eodem polo ad circunferentiam circuli ductæ, in circuli circunferentiam cadit. 30.

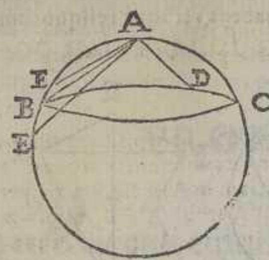
IN sphæra ex A, polo circuli B C, recta ducta sit vtcumque A D, ad eius circunferentiã, quæ minor erit diametro sphæræ, atque adeo diametro circuli maximi in sphæra, cum diameter sphæræ sit omnium rectarum in sphæra ductarũ maxima. Ducatur iam ex eodem polo A, ad superficiem sphæræ recta A E, quæ ipsi A D, æqualis sit. Dico rectam A E, cadere in circunferentiam circuli B C. Si enim fieri potest, non cadat in eius circunferentiam. Et per rectam A E, & centrum sphæræ ducatur planũ faciens in sphæ- 1. huius.



D *ra cir-*

6.huius. *ra circulum A B C, qui maximus erit, cum per centrum sphæræ transeat. Secet autem circulus A B C, circulum B C, in punctis B, C. Non cadet ergo recta A E, in puncta B, C. cum ponatur non cadere in circunferentiam circuli B C. Ducta igitur recta A B, erit hæc, ex defin. poli, rectæ A D, atque adeo rectæ A E, æqualis. Et quia vtraque A B, A E, minor est diametro maximi circuli A B C, vt dictum est,*

28. tertij. *erunt arcus A B, A E, cum sint segmenta semicirculo minora, æquales, pars & totum. Quod est absurdum. Cadet ergo recta A E, in circunferentiam circuli B C. Quod est propositum.*



PROBL. 4. PROP. 20.

31. PER duo puncta data in sphærica superficie maximum circulum describere.

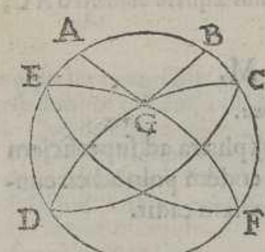
IN sphærica superficie data sint duo pũcta A, B, per quæ describere oporteat circulum maximum. Si ergo puncta A, B, sint opposita ex diametro sphæræ, certum est, infinitos circulos maximos per ipsa duci posse, ductis nimirum infinitis planis per diametrum sphæræ puncta illa connectentem. Si autem puncta A, B, non sint in sphæræ diametro, describatur ex A, polo, & interuallo quod lateri quadrati in maximo circulo descripti æquale sit, circulus C D, qui maximus erit, cum recta ex A, polo ad eius cir-

17.huius. cunferentiam ducta æqualis sit lateri quadrati in circulo maximo descripti, propter interuallum, quo circulus C D, descriptus est. Similiter ex B, polo, & interuallo eodẽ, quo prius, circulus describatur E F, qui rur-

17.huius. sus erit maximus. Secet autem hic priorem in puncto G, a quo ad polos A, B, rectæ ducantur G A, G B; quarum vtraque, ex constructione, æqualis erit lateri quadrati in maximo circulo descripti. Tanto enim interuallo ex polis A, B, circuli C D, E F, descripti sunt. Aequales ergo sunt G A, G B. Iam ex G, polo, & inter-

17.huius. uallo G A, circulus describatur A E D F C B, qui maximus erit; cum recta G A, ex G, polo ad eius circunferentiam ducta æqualis sit lateri quadrati in maximo circulo inscripti, vt demonstratum est. Quoniam vero recta G B, æ-

Schol. 19. huius. qualis ipsi G A, ducta ad superficiem sphæræ cadit in circunferentiam circuli A E D F C B, descriptus propterea erit circulus maximus A E D F C B, per data duo puncta A, B, in superficie sphæræ. Per duo ergo puncta data in sphærica superficie maximum circulum descripsimus. Quod faciendum erat.

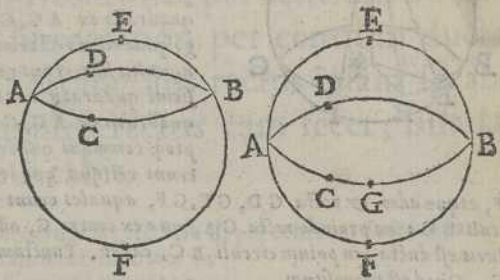


PROBL.

PROBL. 5. PROP. 21.

CVIVSLIBET circuli in ſphæra dati polum inuenire. 52.

SIT inueniendus polus circuli A B, in ſphæra dati, ſitq́; primum circulus A B, non maximus. Sumptis duobus punctis in circunferentia vtcumque C, D, diuidatur vterque arcus C A D, C B D, bifariam in A, & B, punctis, per 10. tertij. quæ deſcribatur maximus circulus A E B; ſeceturq́; arcus A E B, bifariam 20. huius. in E. Dico E, polum eſſe circuli A B; Quoniam enim arcus A C, A D, æquales ſunt, necnon B C, B D, erunt toti arcus A C B, A D B, æquales. Quare maximus circulus A E B, cum circulum non maximum A B, bifariam ſecet in A, & B, ſecabit eum per polos. Punctum ergo E, æqualiter diſtans a circunferentia circuli AB, polus eſt circuli A B. Eodem modo ſi reliquus arcus A F B, ſecetur bifariam in F, erit F, alter polus circuli AB. 14. huius.



SED ſit iam datus circulus A B, maximus. Sumptis rurſus punctis C, D, vtcumque, & diuiſis arcubus C A D, C B D, bifariam in A, B, oſtendemus, 30. tertij. vt prius, totos arcus A C B, A D B, eſſe æquales, ac propterea vtrumque eſſe ſemicirculũ circuli maximi. Diuiſo ergo altero ſemicirculo, nempe A C B, bifariam in G, erit recta G A, ſubtendens quadrantem circuli, latus quadrati in maximo circulo A B, deſcripti; vt ex prop. 6. lib. 4. Eucl. cõſtat. Itaq; ex polo G, & interuallo G A, circulus deſcribatur AEB, qui maximus erit, cũ recta 17. huius. ex G, polo ad eius circunferentiã ducta nimirũ ad punctũ A, ſit æqualis lateri quadrati in circulo maximo AB, deſcripti. Diuidatur deniq; arcus A E B, bifariam in E. Dico E, polum eſſe circuli A B. Cum enim maximus circulus A C B, tranſeat per G, polum maximi circuli A E B, tranſibit viciſsim maximus cir- Schol. 15. huius. culus A E B, per polos maximi circuli A C B. Quare punctum E, æqualiter remotum à circunferentia circuli A C B, polus eſt circuli A C B. Eodem modo diuiſo arcu A F B, bifariam in F, erit F, alter polus circuli A C B. Cuiuslibet ergo circuli in ſphæra dati polum inuenimus. Quod erat faciendum.

SCHOLIVM.

IN *alia verſione demonſtrantur ſequentia duo theoremata:*

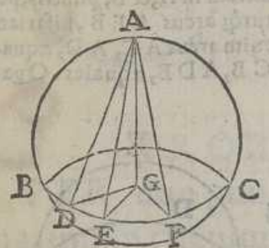
I.

SI in ſuperficie ſphæræ acceptum fuerit punctum aliquod, & 33.

ab eo puncto ad circunferentiam circuli cuiuspiam in sphæra dati cadant plures, quàm duæ rectæ lineę æquales, acceptum punctum polus est ipsius circuli.

IN superficie sphæræ ABC, acceptum sit punctum A, a quo ad circunferentiã circuli BC, cadant plures, quàm duæ, rectæ lineæ æquales AD, AE, AF. Dico A, polum esse circuli BC. Demittatur enim ex A, in planum circuli BC, perpendicularis AG, iungãturq; rectæ DG, EG, FG, eruntq; ex 3. defin. lib. 11. Eucl. omnes tres anguli ad G, recti. Quare tam quadratum ex AD, quadratis ex AG, GD, quàm quadratum ex AE, quadratis ex AG, GE, & quadratum ex AF, quadratis ex AG, GF, æquale erit. Cum ergo quadrata rectarum æqualiũ AD, AE, AF, æqualia sint, erunt & quadrata ex AG, GD, simul quadratis ex AG, GE, simul, nec non quadratis ex AG, GF, simul æqualia; demptoq; communi quadrato lineæ AG, æqualia erunt reliqua quadrata linearum GD, GE, GF, atque adeo & rectæ GD, GE, GF, æquales erunt. Igitur G, centrum erit circuli BC; ac proinde recta GA, quæ ex centro G, ad circulum BC, perpendicularis est ducta, in polum circuli BC, cadet. Punctum ergo A, polus est circuli BC. Quod est propositum.

11. vndec.



47. primi.

9. tertij.

Schol. 8. huius.

II.

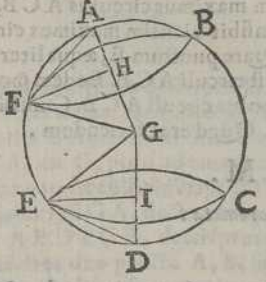
34. IN sphæra circuli, à quorum polis rectæ ad eorum circunferentias ductæ sunt æquales, inter se ęquales sunt. Et circulorum ęqualium ęquales sunt rectę ab eorum polis ad circunferentias ductæ.

IN sphæra ABCDEF, cuius centrum G, sint duo circuli BF, CE, a quorum polis A, D, rectæ AF, DE, ad eorum circunferentias ductæ sint æquales. Dico circulos BF, CE, æquales esse. Ducantur ex polis A, D, ad plana circulorum perpendiculares AH, DI, quæ cadent in eorum centra H, I, & inde productæ in reliquos polos; atque adeo & in G, centrum sphæræ. Ductis igitur semidiametris sphæræ FG, EG, & semidiametris circulorũ FH, EI, cum latera AG, GF, lateribus DG, GE, sint æqualia, & basis AF, basi DE; erunt anguli AGF, DGE, æquales. Sunt autem anguli H, I, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. recti. Triangula igitur FGH, EGI, duos angulos duobus angulis æquales habent: habent autem & latus FG, lateri EG, quod recto angulo opponitur,

11. vndec.

9. huius.

10. huius.



8. primi.

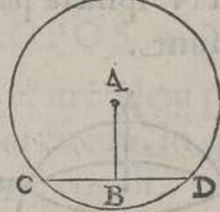
tur æquale: Igitur & ſemidiametri FH, EI, *æquales erunt, atque adeo & circuli* BF, CE, *æquales. quod primo loco propoſitum eſt.* 26.primi.

SINT *iam circuli* BF, CE, *æquales. Dico & rectas* AF, DE, *ab eorum polis ad circunferentias ductas eſſe æquales. Constructis enim eiſdem, erunt ſemidiametri* FH, EI, *æquales, & circuli ipſi æqualiter a centro ſphæræ diſtabunt. Perpendiculares ergo* GH, GI, *æquales erunt; atque adeo & reliquæ lineæ* AH, DI, *erunt æquales. Quoniam igitur latera* AH, HF, *lateribus* DI, IE, *æqualia ſunt, continentq́; angulos* H, I, *æquales, cum recti ſint ex defin.* 3. *lib,* 11. *Eucl. erũt baſes* AF, DE, *æquales. Quod ſecundo loco propoſitum erat.* 6.huius. 4.primi.

THEOR. 17. PROPOS. 22. 0.

SI in ſphæra recta linea per centrum ducta rectam aliquam lineam non per centrum ductam bifariam ſecet, ad angulos rectos ipſam ſecabit. Quod ſi ad angulos rectos eam ſecet, bifariam quoque ipſam ſecabit.

IN ſphæra, cuius centrum A, recta AB, per centrum ducta rectam CD, non per centrum ductam ſecet bifariam in B. Dico ipſam CD, ſecari ad angulos rectos. Ducto enim per rectas AB, CD, plano, quod circulum faciat CD, qui maximus erit, cum per centrum ſphæræ tranſeat. Quoniam igitur in circulo CD, recta AB, per eius centrum A, tranſiens rectam CD, non per centrum ductam ſecat bifariam in B, ad angulos rectos ipſam ſecabit. Et ſi ad angulos rectos ipſam ſecet, bifariam ipſam ſecabit. Si igitur in ſphæra recta linea, &c. Quod demonſtrandum erat. 1.huius. 6.huius. 3.tertij.



SCHOLIVM.

ADDITVR *hic in exemplari græco theorema aliud, quod idem prorſus eſt, quod prop.* 7. *demonſtratum eſt. Vnde ſuperuacaneũ eſſe duximus, illud hic repetere.*

FINIS LIBRI PRIMI THEODOSII.

THEO-

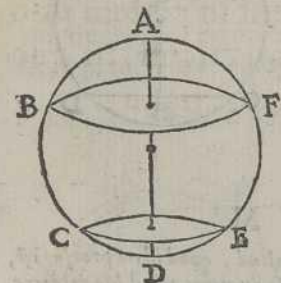
THEODOSII SPHAERICORVM LIBER SECVNDVS.

DEFINITIO.

IN ſphæra circuli ſe mutuo tangere dicuntur, cum communis ſectio planorum vtrumque circulum tetigerit.

1. THEOREMA 1. PROPOS. 1.

IN ſphæra paralleli circuli circa eoſdem polos ſunt.



IN ſphæra ABCDEF, paralleli circuli ſint BF, CE. Dico eos circa eoſdem polos eſſe. Sint enim A, D, poli circuli B, F, & cõnectatur recta AD, quæ ad circulum BF, recta erit, tranſibitq; per centrum ſphæræ. Quoniam igitur recta AD, ad circulũ BF, perpendicularis eſt, erit quoque ad circulũ parallelum CE, perpendicularis. Quare cũ tranſeat per centrum ſphæræ, vt oſtenſum eſt, cadet in polos circuli CE. Sunt ergo A, D, poli circuli CE: ſunt autem & poli circuli BF. In ſphæra igitur paralleli circuli BF, CE, circa eoſdem polos A, D, ſunt. Quod erat demonſtrandum.

21.1.huius.
10.1.huius.
Schol. 14. vndec.
8.1.huius.

2. THEOREMA 2. PROPOS. 2.

IN ſphæra circuli, qui ſunt circa eoſdem polos, ſunt paralleli.

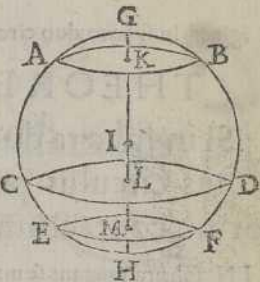
IN

IN eadem sphæra A B C D E F, circa eosdé polos A, D, sint circuli B F, C E. Dico eos parallelos esse. Connexa enim recta A D, erit hæc ad vtrunq; circulum perpendicularis. Quare plana circulorum B F, C E, parallela sunt. In sphæra igitur circuli, qui sunt circa eosdem polos, sunt paralleli. Quod ostendendum erat. 10.1.huius. 14.vndec.

SCHOLIVM.

SED *& hoc theorema sequens in alia versione demonstratur.*

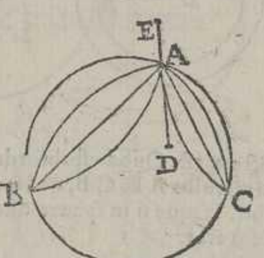
IN sphæra non sunt plures circuli æquales, & paralleli, quàm duo. 3.



IN sphæra quacunque sint, si fieri potest, plures quàm duo circuli æquales, & paralleli, nempe tres A B, C D, E F, qui circa eosdem polos erunt. Sint ergo eorum poli G, H, & iungatur recta G H, quæ transibit per I, centrum sphæræ, & per K, L, M, centra circulorum; perpendicularisq; erit ad circulos A B, C D, E F. Quoniam igitur circuli A B, C D, E F, æquales sunt, ipsi æqualiter distabunt à centro sphæræ I. Per defin. ergo 6. lib. 1. huius, perpendiculares I K, I L, I M, æquales erunt, nempe pars I L, & totum I M. Quod est absurdum. In sphæra igitur non sunt plures circuli æquales, & paralleli, quàm duo. Quod demonstrandum erat. 1. huius. 10.1.huius. 6.1.huius.

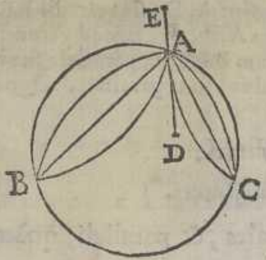
THEOREMA 3. PROPOS. 3. 4.

SI in sphæra duo circuli secent in eodem puncto circunferentiam illius maximi circuli, in quo polos habent, se mutuo tangent illi circuli.



IN sphæra duo circuli A B, A C, secent in puncto A, circunferentiam maximi circuli A B C, qui per illorum polos transeat. Dico circulos A B, A C, se mutuo tangere in A. Quoniam enim circulus maximus A B C, secat circulos A B, A C, per polos, bifariam ipsos secabit, & ad angulos rectos. Communes ergo sectiones circuli A B C, & circulorum A B, A C, nempe rectæ A B, A C, diametri sunt circulorum A B, A C. Sit quoque communis sectio planorum, in quo circuli A B, A C, existunt, recta D E, quæ per punctum A, transibit, propterea quod plana circulorum in A, ponan- 15.1.huius.

tur

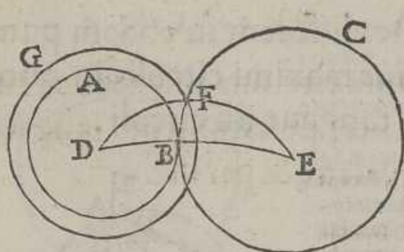


tur secare circulum A B C. Et quoniam plana num circuli A B C, ad plana circulorũ A B, A C, rectum est ostensum, erunt vicissim plana circulorum A B, A C, ad planum circuli A B C, recta; atque adeo & D E, communis
19.vndec. ipsorum sectio ad idem planũ circuli A B C, perpendicularis erit. Igitur & ad diametros A B, A C, in eodem plano existentes perpendicularis erit, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. Quare
Coroll. 16. tertij. D E, vtrumque circulum A B, A C, tanget in A; ac proinde per defin. huius lib. circuli A B, A C, se mutuo tangent in A, puncto. Si igitur in sphæra duo circuli secent, &c. Quod erat ostendendum.

5. THEOREMA 4. PROPOS. 4.

SI in sphæra duo circuli se mutuo tangant, maximus circulus per eorum polos descriptus, per eorum contactum transibit.

IN sphæra tangant se mutuo circuli A B, C B, in B; & per D, polum cir-
20.1.huius. culi A B, & E, polum circuli C B, describatur circulus maximus D E. Dico circulum D E, per contactum B, transire. Non transeat enim, si fieri potest, per tactum B, sed secet circunferentiam v. g. circuli C B, in F. Polo igitur D, & interuallo D F, circulus describatur F G, qui, cum ad maius interuallum descriptus sit, quàm circulus A B, secabit circulũ C B, in F; quandoquidem circulus A B, eundem tangit in B, puncto, vltra quod circulus G F, ex polo D, descriptus est. Quoniam vero in sphæra duo circuli G F, C F, secant in eodẽ puncto F, maximum circulum D F E, per eorum polos descriptum, tangent se mutuo in
3.huius. F, duo circuli G F, C F: Sed & mutuo sese secant in F, vt dictum est. Quod est absurdum. Non ergo circulus maximus D E, secat alibi circulos A B, C B, quàm in B, contactu, atque adeo per eorum tactũ transibit. Itaque si in sphæra duo circuli se mutuo tangant, &c. Quod ostendendum erat.

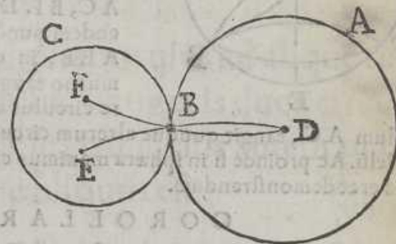


6. THEOR. 5. PROPOS. 5.

SI in sphęra duo circuli se mutuo tangant, maximus

ximus circulus deſcriptus per vnius polos, & per contactum amborum circulorũ, per reliqui quoque circuli polos tranſibit.

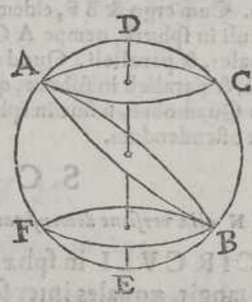
IN ſphæra duo circuli A B, C B, tangãt ſe mutuo in B, ſintq́; D, E, poli ipſorum. Dico maximum circulum per D, polum circuli A B, & per contactum B, deſcriptum tranſire quoque per E, polum circuli C B. Si enim fieri poteſt, non tranſeat per E, ſed per aliud quoduis punctum F, cuiuſmodi eſt
circulus maximus D B F: Et per polos D, E, maximus circulus deſcribatur 20.1.huius.
D E, qui omnino per contactum B, tranſibit; atque adeo 4.huius.
duo circuli maximi D B F, D B E, ſe mutuo ſecabunt in D, & B, ac proinde biſariam.
Semicirculus ergo erit vterq; 11.1.huius.
arcus D B. Quoniam vero circulus maximus per alterũ polorũ cuiuſlibet circuli in ſphæra tranſiens, tranſit quoque
per reliquum polum, eſtq́; in- Coroll. 10. 1.huius.
ter duos polos eiuſdem circuli ſemicirculus circuli maximi interpoſitus; fit, vt exiſtente D, vno polorum circuli A B, punctum B, ſit alter polus. Quod eſt abſurdũ. Eſt enim B, in circunferentia circuli. Tranſit igitur circulus maximus D B, per E. Quocirca, ſi in ſphæra duo circuli ſe mutuo tangant, &c. Quod erat oſtendendum.



THEOREMA 6. PROPOS. 6. 7.

SI in ſphæra maximus circulus aliquem circulorum in ſphærica ſuperficie deſcriptorum tangat, tanget & alterum ei æqualem, & parallelum.

IN ſphæra maximus circulus A B, tangat circulum A C, in A. Dico circulũ A B, tangere quoque alterum circulum ipſi A C, æqualem, & parallelum. Sit enim D, polus
circuli A C: ac per D, A, circulus maximus 20.1.huius.
deſcribatur D A: qui, cum per D, polũ circuli A C, & per contactum A, tranſeat, tran
ſibit per polos quoque circuli A B. Aſſum- 5.huius.
pto autem E, reliquo polo circuli A C, ducatur recta D E, quæ per centrum ſphæræ
tranſibit, atque adeo ſphæræ diameter erit. 10.1.huius.

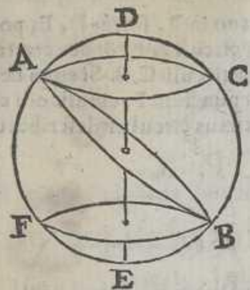


E Ex polo

Ex polo igitur E, & ad interuallum E B, circulus describatur B F. Dico circulum maximum A B, tangere quoque circulum B F, in B, & circulum B F, æqualem esse, ac parallelum circulo A C. Quoniam enim recta D E, per polos circulorũ A C, B F, transiens perpendicularis est ad ipsos circulos, erunt

10.1.huius. 14.vndec. circuli A C, B F, paralleli. Rursus quia circuli maximi in sphera bifariam se secant, semicirculus erit A C B; atque adeo semicirculo D C E, æqualis. Dempto ergo communi arcu B D, æquales remanebũt arcus D A, E B; atque adeo rectæ D A, E B, à polis D, E, ad circunferentias circulorum A C, B F, ductæ æquales. Quare æquales sunt circuli A C, B F. Denique quia circuli A B, B F, in eodem puncto B, secant maximum circulũ A E B, in quo quidem polos habent, se mutuo tangent in B, circuli A B, B F. Quare circulus maximus A B, tangens in sphæra circulum A C, tangit quoque alterum circulum B F, ipsi A C, æqualem, & parallelũ. Ac proinde si in sphæra maximus circulus aliquem circulorum, &c. Quod erat demonstrandum.

11.1.huius. 29. tertij. Schol.21. 1.huius. 3. huius.



COROLLARIVM.

HINC perspicuum est, puncta contactuum A, B, per diametrum esse opposita. Ostensum enim est, A C B, esse semicirculum, ac propterea rectam ex A, ad B, ductam esse diametrum sphæræ, seu circuli maximi A C B, &c.

8.
THEOREMA 7. PROPOS. 7.

SI sint in sphæra duo æquales, & paralleli circuli, maximus circulus, qui eorum alterum tetigerit, reliquum quoque tanget.

IN eadem figura sint duo circuli æquales, & paralleli A C, B F, & maximus A B, tangat A C. Dico eundem A B, tangere quoque B F. Si enim A B,
6.huius. non tangat ipsum B F, tanget vtique alterum ipsi A C, æqualem, & parallelum. Cum ergo & B F, eidem A C, æqualis ponatur, & parellelus, erunt tres circuli in sphæra, nempe A C, B F, & ille alius, quem A B, tangit, inter se æquales, & paralleli. Quod est absurdum. Non enim plures circuli æquales
Schol.2. huius. sunt, & paralleli in sphæra, quàm duo. Tanget igitur circulus A B, circulũ B F. Quamobrẽ, si sint in sphæra duo æquales, & paralleli circuli, &c. Quod erat ostendendum.

SCHOLIVM.

IN *alia versione demonstratur & sequens theorema.*

9. CIRCVLI in sphæra paralleli, quos maximus aliquis circulus tangit, æquales inter se sunt.

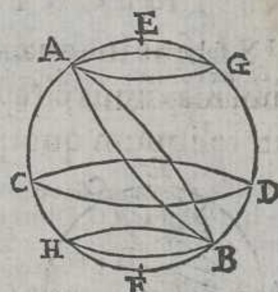
IN ea-

IN eadem adhuc figura sint duo circuli paralleli A C, B F, *quos circulus maximus* A B, *tangat in* A, B. *Dico circulos* A C, B F, *æquales inter se esse. Quoniam enim paralleli ponuntur circuli* A C, B F, *ipsi circa eosdem polos erunt, qui sint* D, 1.huius.
E; *per quos, & polos circuli* A B, *circulus maximus describatur* A F B, *qui per con* 20.1.huius:
tactus A, B, *transibit. Quoniam vero circuli maximi in sphæra se mutuo secant bi* 4.huius.
fariam, semicirculus erit A D B, *atque adeo semicirculo* D B E, *æqualis. Dempto ergo arcu communi* D B, *æquales remanebunt arcus* D A, E B; *ac proinde & rectæ* D A, E B, *ex polis* D, E, *ad circunferentias circulorum* A C, B F, *ductæ æquales.* 29. tertij.
Quare circuli A C, B F, *æquales erunt. Quod est propositum.* Schol. 21.1. huius.

THEOR. 8. PROP. 8. 10.

SI in sphæra maximus circulus ad aliquẽ sphæræ circulum obliquus sit, tanget is duos circulos æquales quidem inter se, parallelos autem prædicto circulo, ad quem obliquus est.

IN sphæra maximus circulus A B, ad circulum quemcunque C D, obliquus sit. Dico circulum A B, tangere duos circulos inter se quidem æquales, parallelos autem ipsi CD. Sint E, F, poli circuli C D, per quos, & polos cir 21.1.huius:
culi A B, circulus maximus describatur 20.1.huius.
E A B, secans A B, in A, & B. Ex polo deinde E, & interuallo E A, circulus describatur A G. Et quoniam circuli A B, A G, in eodem puncto A, secant maximum circulũ
E A B, in quo polos habent, ipsi se mutuo 3.huius.
tangent in A. Circulus igitur maximus AB, tangens circulum A G, tanget alterum il-
li æqualem, & parallelum, qui sit B H. Quia 6.huius.
vero circuli paralleli A G, B H, circa eosdẽ
polos sunt E, F: Sunt autem E, F, poli etiã 1.huius.
circuli C D; erunt tres circuli A G, C D,
B H, circa eosdem polos; atque adeo paralle 2.huius.
li inter se erũt. Tangit igitur maximus circulus A B, duos A G, B H, æquales quidem inter se, parallelos autem ipsi C D, ad quem obliquus est. Quocirca, si in sphæra maximus circulus ad aliquem, &c. Quod ostendendum erat.



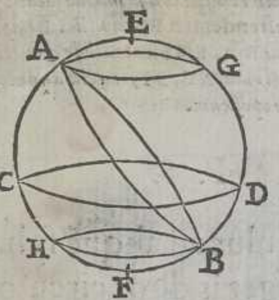
SCHOLIVM.

ALIVD *theorema hoc loco adijcitur in alia versione, videlicet.*

SI in sphæra maximus circulus aliquem circulorum in sphæri- 11.

ca superficie tangat, obliquus erit ad alios circulos, quos secat, paral lelos ei, quem tangit.

IN eadem figura maximus circulus A B, tangat circulum A G, secet autem circulum C D, ipsi A G, parallelum. Dico circulum A B, obliquum esse ad circulum C D. Quoniã enim maximus circulus A B, tangens circulum

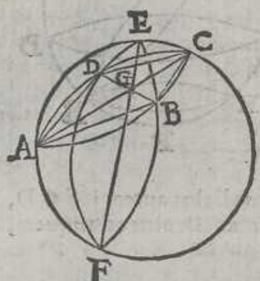


15.1.huius. *A G, non transit per ipsius polos, (Si namque per ipsius polos duceretur, secaret ipsum bifariam, non autem tangeret.) atque adeo neque per po*
1.huius. *los circuli C D; (habent enim paralleli circuli A G, C D, eosdem polos) non secabit maximus circulus A B, circulum C D, ad angulos rectos:*
13.1.huius. *Aliàs transiret per eius polos. Igitur obliquus est ad circulum C D. Quod est propositum.*

12. THEOR. 9. PROPOS. 9.

SI in sphæra duo circuli se mutuo secent, maximus circulus per eorum polos ductus secabit bifariam segmenta ipsorum circulorum.

IN sphæra se mutuo secent duo circuli A B C D, E D F B, in punctis B,
20.1.huius. D, & per eorum polos describatur maximus circulus A F C E, secans circulos dictos in punctis A, C, E, F. Dico circulum A F C E, secare bifariã segmenta B A D, B C D, B E D, B F D. Quoniam enim circulus maximus A F C E, cir-



15.1.huius. culos A B C D, E D F B, secat bifariam, & ad angulos rectos, quòd per eorum polos ductus sit, erunt communes sectiones A C, E F, quas cum ipsis facit, diametri ipsorum secantes sese in G. Secabunt enim se mutuo rectę A C, E F, cum in eodẽ plano circuli AFCE, existant, sitq; punctum E, inter puncta A, & C; atque punctum E, inter eadem puncta. Connectantur rectæ B G, D G: Eruntq; tria puncta B, G, D, in vtroque plano circulorum A B C D, E D F B; atque adeo in cõmuni eorum sectione: Est autem communis
3.vndec. eorum sectio linea recta. Igitur recta erit B G D. Et quoniam circulus AFCE, ostensus est secare ad angulos rectos vtrumque circulum A B C D, E D F B, erit vicissim vterque rectus ad circulum A F C E; atque adeo & B D, com-
19.vndec. munis eorum sectio ad eundem perpendicularis erit. Recti igitur erunt angu li BGA,

li B G A, D G A, B G C, D G C, ex definit. 3. lib. 11. Eucl. Quare diameter A C, cum per centrum circuli A B C D, transeat, secetq; rectam B D, ad angulos rectos, bifariam eam secabit. Itaque cum latera A G, G B, æqualia 3. tertij. sint lateribus A G, G D, contineantq; angulos æquales, nempe rectos, erunt bases A B, A D, subtendentes arcus A B, A D, inter se æquales, ac proinde 4. primi. & arcus A B, A D, æquales erunt. 28. tertij. Eodem modo ostendemus arcus C B, C D, æquales esse; nec non & arcus E B, E D; & F B, F D. Circulus igitur A F C E, segmenta B A D, B C D, B E D, B F D, bifariam diuidit. Quapropter si in sphæra duo circuli se mutuo secent, &c. Quod demonstrandum erat.

SCHOLIVM.

DVO *alia theoremata in alia versione hoc loco adduntur, hæc videlicet.*

I.

SI in sphæra duo circuli se mutuo secent, circulus alius eorum 13. segmenta bifariam secans, it per polos eorum, estq; circulus maximus.

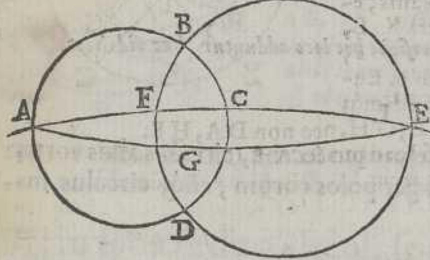
IN *eadẽ figura secent se mutuo duo circuli* A B C D, E D F B, *in punctis* B, D, *&* *alius quispiã circulus* A F C E, *secet segmenta* B A D, B C D, B E D, B F D, *bifariã. Di co ciculũ* AFCE, *ire per polos ipsorũ, esseq; circulũ maximũ. Quoniã enim arcus* A D, A B, *æquales sunt, nec nõ* C D, C B; *erũt toti arcus* A D C, A B C, *æquales, & propte rea semicirculi. Eodemq; modo semicirculi erũt* E D F, E B F. *Circulus igitur* A F C E, *bifariam secat circulos* A B C D, E D F B, *atque adeo communes sectiones* A C, E F, *se intersecantes in* G, *ipsorum diametri sunt. Quòd si connectantur rectæ* B G, D G; *cum tria puncta* B, G, D, *in vtroque plano circulorum* A B C D, E D F B, *sint, atque adeo in communi ipsorum sectione; sit autem communis eorum sectio linea recta;* 3. vndec. *recta erit* B G D. *Quoniam vero subtensæ rectæ* D A, D C, *subtensis rectis* B A, B C, 29. tertij. *singulæ singulis æquales sunt, ob æquales arcus, angulosq; continent æquales, nem-* 31. tertij. *pe rectos in semicirculis existentes; æquales erunt anguli* D A C, B A C. *Quod etiã* 4. primi. *ita probari poterit. Quoniam latera* D A, A C, *lateribus* B A, A C, *æqualia sunt, basisq;* D C, *basi* B C, *æqualis, erunt anguli* D A C, B A C, *æquales. Rursus quia* 8. primi. *latera* A D, A G, *lateribus* A B, A G, *æqualia sunt, angulosq; continent æquales, vt demonstratum est; æquales erunt anguli* A G D, A G B, *ac propterea recti.* 4. primi. *Perpendicularis igitur est* B G D, *ad rectam* A C. *Eodem modo ostendemus rectam eandem* B G D, *ad* E F, *perpendicularem esse. Quare eadem* B G D, *perpendicularis erit ad planum circuli* A F C E, *per rectas* A C, E F, *ductum; ac proinde &* 4. vndec. *vtrumque planum circulorum* A B C D, E D F B, *per rectam* B G D, *ductum ad idem planum circuli* A F C E, *rectum erit: & vicissim circulus* A F C E, *ad circu-* 18. vndec. *los* A B C D, E D F B, *rectus erit. Itaque circulus* A F C E, *circulos* A B C D, E D F B, *& bifariam & ad angulos rectos secat. Quare maximus est, transitq; per* Schol. 15. 1. huius. *ipsorum polos. Quod est propositum.*

SI in

II.

14. SI in ſphæra duo circuli ſe mutuo ſecent, maximus circulus ſecans bifariam duo illorum ſegmenta quæcumque, habens tamen arcum inter illa ſegmenta poſitum ſemicirculo inæqualem; tranſit per polos ipſorum, duoq; reliqua ſegmenta bifariam ſecat.

IN ſphæra duo circuli A B C D, E B F D, *ſe mutuo ſecent in punctis* B, D: *Et maximus circulus* A F C E, *ſecet duo quæcumque illorum ſegmēta, nempe,* B A D, B E D, *bifariam in punctis* A, E, *&* *arcus* A F C E, *interceptus inter dicta ſegmenta non ſit ſemicirculus.* Dico circulum A F C E, *tranſire per polos circulorum* A B C D, E B F D, *ſecareq; reliqua ſegmenta* B C D, B F D, *bifariam. Si enim circulus* A F C E, *non tranſeat per ipſorū polos, deſcribatur, ſi fieri poteſt, alius circulus maximus* A G E, *per eorum polos, qui ſegmenta ipſorum bifariam ſecabit;* (9.huius.) *atque adeo per puncta* A, E, *tranſibit. Secabunt ſe igitur circuli maximi* A F C E, A G E, *in* A, E, *bifariam:* (11.1.huius.) *ac propterea ſemicirculus erit* A F C E. *Quod eſt contra hypotheſim. Tranſit ergo circulus* A F C E, *per polos circulorum* A B C D, E B F D. (9.huius.) *Quare omnia ſegmenta ipſorum ſecabit bifariam. Quod eſt propoſitum.*

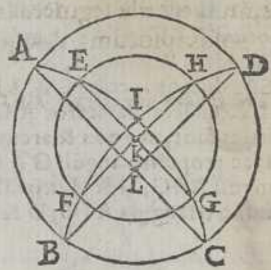


15. THEOR. 10. PROP. 10.

SI ſint in ſphæra paralleli circuli, per quorum polos deſcribantur maximi circuli; parallelorum quidem circunferentiæ inter maximos circulos interceptæ, ſimiles ſunt; maximorum autem circulorum circunferentiæ inter parallelos circulos interceptæ, ſunt æquales.

SINT in ſphæra circuli paralleli A B C D, E F G H, quorū polus I: (ſunt enim paralleli circuli in ſphæra circa eoſdem polos.) (1.huius.) Per I, autē circuli maximi deſcribantur vtcumque A E I G C, B F I H D. Dico circunferentias parallelorum A B, E F, ſimiles, nec non B C, F G; Item C D, G H; & D A, H E: circun-

circunferentias vero maximorum circulorum inter parallelos, nempe A E, B F, C G, D H, æquales esse. Sint enim communes sectiones circuli A I C, & parallelorum rectæ A C, E G, quæ parallelæ erunt: communes vero sectiones circuli B I D, & parallelorum eorundem, rectæ B D, F H, quæ similiter parallelæ erũt. Et quia circuli maximi A I C, B I D, per polos parallelorum descripti secant parallelos bifariam; erunt A C, B D, diametri circuli A B C D, & punctum L, vbi se intersecant, centrũ eiusdem: Item E G, F H, diametri circuli E F G H, & punctum K, vbi se intersecant, centrum eiusdẽ. Quoniam igitur rectæ E K, K F, rectis A L, L B, parallelæ sunt, suntq; in diuersis planis, erunt anguli E K F, A L B, ad centra K, L, æquales. Quare circunferentiæ A B, E F, per ea, quæ in scholio propos. 33. lib 6. Euclid. ostendimus, similes erunt. Eodemq; modo similes erunt B C, F G, & C D, G H, nec non D A, H E. 16. vndec. 15. 1. huius. 10. vndec.



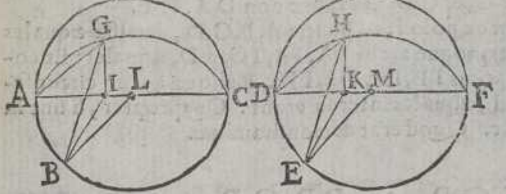
RVRSVS, quia rectæ ex polo I, ad puncta A, B, C, D, demissæ æquales sunt, ex defin. poli, erunt quoque arcus I A, I B, I C, I D, æquales: Et eodem modo æquales erunt arcus I E, I F, I G, I H. Reliquæ igitur circunferentiæ A E, B F, C G, D H, æquales inter se erunt. Quapropter, si sint in sphæra paralleli circuli, &c. Quod erat demonstrandum. 28. tertij.

THEOR. 11. PROP. 11. 16.

SI in diametris circulorum æqualium æqualia circulorum segmenta ad angulos rectos insistant, à quibus sumantur æquales circunferentiæ, quarum quælibet inchoata ab extremitate sui segmenti, sit minor semisse circunferentiæ integri segmenti, à punctis autem æquales circunferentias terminantibus ducatur æquales rectæ lineę ad circunferentias circulorum primo positorum; ipsæ circulorum primo positorum circunferentiæ interceptæ inter illas rectas lineas, & extremitates diametrorum, erunt æquales.

IN dia-

IN diametris A C, D F, circulorum æqualium A B C, D E F, insistant ipsis circulis ad angulos rectos segmenta circulorũ æqualia A G C, D H F: sumanturq; æquales arcus A G, D H, ita vt puncta G, H, secent segmenta A G C, D H F, non bifariam. Ex G, H, denique in circunferentias circulorum A B C, D E F, cadant rectæ æquales G B, H E. Dico circunferentias A B, D E, esse æquales. Demittantur ex G, H, rectæ G I, H K, ad plana cir-
11. vndec. culorum A B C, D E F, perpendiculares, quæ in communes sectiones A C,
38. vndec. D F, cadent in puncta I, K. Sumptis quoque L, M, centris circulorũ A B C, D E F, ducantur rectæ L B, B I, A G; M E, E K, D H: cadantq; primum puncta I, K, in semidiametros A L, D M. Quoniam igitur arcus A G C, D H F, æquales sunt, nec non & arcus A G, D H; æquales quoque erunt arcus, C G,
27. tertij. F H; ac propterea anguli G A C, H D F, illis insistentes æquales. Sunt autem & anguli A I G, D K H, æquales, quòd recti sint ex defin. 3. lib. 11. Eucl. Itaque duo triangula A I G, D K H, habent duos angulos G A I, A I G, duobus angulis H D K, D K H, æquales. Habent autem & latus
29. tertij. A G, lateri D H, æquale, (ob æqualitatẽ arcuum A G, D H.) quod angulis æqualibus I, K, subtenditur.
26. primi. Igitur & latus A I, lateri D K, & latus G I, lateri H K, æquale erit. Quoniam vero anguli G I B, H K E, recti sunt ex defin. 3. lib. 11. Eucl. erunt quadrata ex G B, H E, quæ inter se æ-

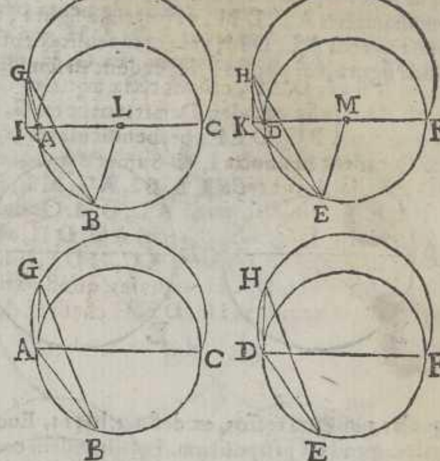


47. primi. qualia sunt, ob æqualitatem rectarum G B, H E, quadratis ex G I, I B, & ex H K, K E, æqualia, ac ꝓpterea quadrata ex G I, I B, quadratis ex H K, K E, æqualia erunt. Ablatis ergo quadratis æqualibus rectarum æqualiũ G I, H K, remanebunt quadrata rectarũ I B, K E, æqualia; & idcirco & rectæ I B, K E, æquales. Et quia A L, D M, semidiametri circulorum æqualiũ æquales sunt; ostensæ autem quoque sunt æquales A I, D K, erunt & reliquæ I L, K M, æquales. Quare latera I L, L B, lateribus K M, M E, æqualia erunt: sunt au
8. primi. tem & bases I B, K E, ostensæ æquales. Igitur & anguli L, M, ad centra æqua
26. tertij. les erunt; ac proinde & arcus A B, D E, æquales erunt.

CADANT deinde puncta I, K, in semidiametros L A, M D, productas ad A, & D: quod quidem contingere potest, quando segmenta A G C, D H F, semicirculo sunt maiora; fiatq; eadem constructio, quæ prius. Osten
27. tertij. demus, vt prius, angulos G A C, H D F, esse æquales; ac propterea cum tam
13. primi. G A C, G A I, quàm H D F, H D K, duobus sint rectis æquales, erũt & G A I, H D K, æquales. Cum ergo & anguli I, K, æquales sint, nempe recti, & late
29. tertij. ra G A, H D, æqualia, ob æquales arcus A G, D H, erunt, vt prius, rectæ
26. primi. G I, I A, rectis H K, K D, æquales; ac propterea & totæ I L, K M, inter se æquales erunt. Igitur, vt prius, ostendemus rectam I B, rectæ K E, & angu-
47. primi. lum L, angulo M, æqualem esse: ac denique arcum A B, arcui D E.
8. primi. CADANT tertio perpendiculares ex G, H, demissæ in plana circulo-
26. tertij.

rum

rum A B C, D E F, in puncta A, D: quod etiam contingere poteſt, quando ſegmenta A G C, D H F, ſemicirculo ſunt maiora. Ductis igitur rectis A B, D E, erũt anguli G A B, H D E, recti, ex defin. 3. lib. 11. Euclid. Quare, vt prius, æqualia erunt quadrata rectarũ G A, A B, quadratis rectarum H D, D E: 47. primi. Sunt autẽ quadrata ex G A, H D, æqualia, quòd & rectæ G A, H D, æquales ſint, ob æquales arcus A G, D H. 29. tertij. Igitur & quadrata ex A B, D E, æqualia erunt; & propterea & rectæ A B, D E, æquales. Quare & arcus A B, D E, æquales erunt. Quod eſt propoſitum. Itaque ſi in diametris circulorum æqualium æqualia circulorum ſegmenta ad angulos rectos inſiſtant, &c. Quod erat demonſtrandum.



THEOR. 12. PROPOS. 12. 16.

SI in diametris circulorum æqualium, æqualia ſegmenta circulorum erigantur, & ab ipſis ſegmentis æquales circunferentiæ ad extremitates ſegmentorum deſumantur minores dimidijs ipſorum partibus, ab ipſis autem circulis æquales circunferentiæ ſumantur ad eaſdem partes, quæ ſunt ad extremitates diametrorum, rectæ lineæ ductæ à punctis in circunferentijs ſegmentorum ad puncta in circunferentijs circulorum, erunt æquales.

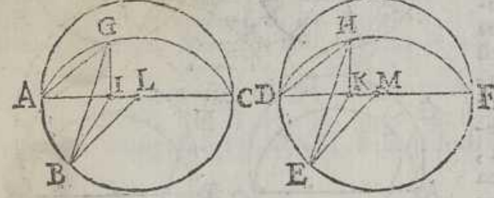
REPETANTVR figuræ propoſitionis præcedentis, cum eiſdẽ conſtructionibus, ponanturq; arcus A B, D E, æquales. Dico & rectas G B, H E, 27. tertij.
æquales eſſe. Quoniam enim, vt in præcedenti propoſ. demonſtratum eſt, 29. tertij.

F rectæ 26. primi.

rectæ A I, I G, rectis D K, K H, æquales sunt; erunt & reliquæ I L, K M, ex semidiametris A L, D M, vt in prima figura, vbi puncta I, K, cadunt in semidiametros A L, D M, vel certe erunt & totæ I L, K M, æquales, vt in secunda figura, vbi puncta I, K, cadunt in semidiametros A L, D M, productas ad A, & D. Quia igit I L, L B, rectis K M, M E, æquales sunt; cõtinentque angulos ad L, M, æquales, ob æqualitatẽ arcuũ A B, D E; erunt & bases I B, K E, æquales. Quamobrem cum latera G I, I B, lateribus H K, K E, æqualia sint, contineantq; angulos G I B, H K E,

27. tertij.

4. primi.

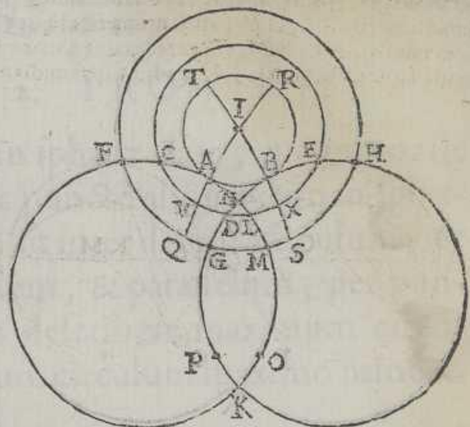


4. primi. æquales, nimirum rectos, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. erunt & bases G B, H E, æquales. quod est propositum. Facilius idem concludetur, si perpendiculares ex G, H, in plana circulorum A B C, D E F, demissæ cadant in puncta A, D, vt in tertia figura. Nam quia rectæ G A, A B, rectis H D, D E, æquales sunt,
29. tertij. ob æquales arcus A G, D H, & A B, D E, continentq; angulos æquales, vtpote rectos, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. erunt bases G B, H E, æquales. Si igitur
4. primi. in diametris circulorum æqualium, æqualia segmenta, &c. Quod erat ostendendum.

18. THEOREMA 13. PROPOS. 13.

SI in sphæra sint paralleli circuli, & describantur maximi circuli, qui vnum quidem parallelorum tangant, reliquos vero secent; circunferentię parallelorum interceptæ inter eos maximorum circulorum semicirculos, qui non concurrunt, similes erunt; maximorum vero circulorum circunferentiæ inter duos quoscunque parallelos interceptæ, erunt æquales.

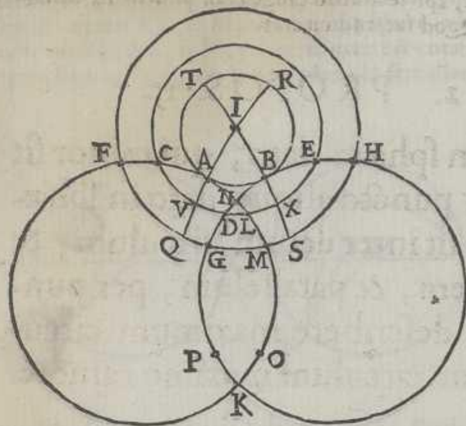
2. huius. SINT in sphæra paralleli circuli A B, C D E, F G H, qui eundem polũ habebunt, nempe I. Circuli autem maximi A F K, B H K, tangant parallelũ A B, in punctis A, B, & reliquos secent in punctis F, C, L, M; H, E, D, G: seipsos aũt mutuo secent in K, N, vt sint semicirculi K M N, N F K; K G N,
11. 1. huius. N H K. Maximi enim circuli se secant mutuo bifariam. Sumatur quoque arcus,



cus K O, arcui N A, & arcus K P, arcui N B, æqualis, vt ſint quoque ſemicirculi A M O, O F A; B G P, P H B. Erunt igitur ſemicirculi A M O, B H P, non coeuntes, cũ ſe mutuo non ſecent. Eodem modo nõ coeuntes erunt ſemicirculi B G P, A F O. Dico arcus parallelorum A B, L E, M H, interceptos inter ſemicirculos A M O, B H P, non coeuntes ſimiles eſſe, necnon & arcus A B, C D, F G, interceptos inter ſemicirculos B G P, A F O, non concurrentes ſimiles eſſe: Arcus vero maximorum circulorum A C, A L, B D, B E, æquales eſſe; necnon & arcus C F, L M, D G, E H: quorum illi inter parallelos A B, C D E, hi vero inter parallelos C D E, F G H, interijciuntur: Eodemq; pacto æquales eſſe arcus A F, A M, B G, B H, inter parallelos A B, F G H, interiectos. Per polum enim I, & puncta contactuum A, B, circuli 20.1.huius. maximi deſcribantur Q A I R, S B I T, ſecantes parallelos in Q, S, V, X. Tranſibunt hi circuli maximi per polos quoque circulorum A F K, B H K; 5.huius. ac proinde biſariam ſecabunt ſegmenta C A L, D B E, C V L, D X E: necnõ 9.huius. ſegmenta F A M, G B H, F Q M, G S H. Præterea iidem circuli ad angulos rectos ſecabunt parallelos A B, C D E, F G H, & maximos circulos A F K, 15.1.huius. B H K. Quoniam igitur diametris circulorum æqualium A F K, B H K, inſiſtunt ad angulos rectos ſegmenta circulorum æqualia, nempe ſemicirculi inchoati à punctis A, B, & per I, tranſeũtes, donec iterũ ſecent circulos A F K, B H K; ſuntq; arcus æquales A I, B I, quòd ex defin. poli recta I A, I B æquales ſint; 28.tertij. qui quidem minores ſunt dimidijs ſemicirculorum partibus: (cum enim dimidij ſint arcuum A I R, B I T, quòd, ex defin. poli, rectæ ex I, ad puncta A, B, R, T, atque adeo arcus quoque ſint æquales: ſint autem arcus 28.tertij. A I R, B I T, ſemicirculo minores, quòd ſemicirculi tendant ex A, & B, per I, vſque ad circulos A F K, B H K; erunt arcus A I, B I, minores dimidijs partibus illorum ſemicirculorum.) ſunt quoque æquales rectæ I C, I E, ex poli defin. erunt arcus A C, B E, æquales: Eſt autem A C, ipſi A L, & B E, ipſi 11.huius. B D, æqualis, propterea quòd arcus C A L, D B E, biſariam ſecantur, vt de- 9.huius. monſtratum eſt. Quatuor ergo arcus A C, A L, B E, B D, æquales ſunt. Eodem modo oſtendemus, æquales eſſe quatuor arcus A F, A M, B H, B G; ac propterea & reliquos C F, L M, E H, D G, qui quidem ſinguli inter binos parallelos intercipiuntur. Quod ſecundo loco proponebatur demonſtrandũ.

QVIA vero arcus toti C A L, D B E, æquales ſunt, quòd ipſorum dimidia æqualia ſint, vt demonſtratum eſt; erunt & rectæ ſubtenſæ C L, D E, æ- 29.tertij. quales, quæ quidem arcubus quoque C V L, D X E, ſubtenduntur; ac pro-

28. tertij.

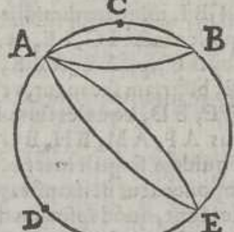


pterea & arcus parallelorum C V L, D X E, æquales erunt. Cum ergo
9. huius. secetur bifariam in V, X, vt dictum est, æquales erunt eorum medietates, nimirum quatuor arcus C V, V L, D X, X E. Si igitur arcubus equalibus C V, D X, communis arcus addatur V D, æquales erunt arcus CD, VX:
10. huius. Est autem arcus V X, arcui A B, similis. Igitur & C D, eidem A B, similis erit. Non secus ostendemus F G, eidem A B, similem esse; nec non & arcus E L, H M, eidem arcui A B, esse similes. Quod secundo loco proponebatur demonstrandum. Si ergo in sphæra sint paralleli circuli, &c. Quod ostendendum erat.

17. PROBL. 1. PROP. 14.

CIRCVLO in sphæra dato, qui minor sit quàm circulus maximus, datoq; aliquo puncto in eius circunferentia, per illud punctum describere circulum maximum, qui tangat datum circulum.

IN sphæra datus circulus sit non maximus A B, cuius polus C, oporteatq; per A, punctum in eius circũferentia datum, describere maximum circulum, qui circulum A B, tangat. Per polum C, & punctum A, describatur circulus maximus



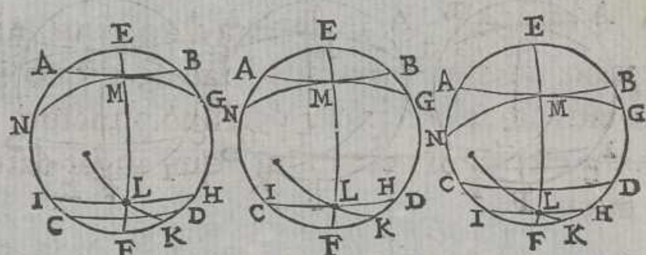
20. 1. huius. C A D E B, in quo sumatur quadrans A D, & polo D, interuallo D A, circulus describatur A E, qui maximus erit, quòd recta subtensa D A, latus sit quadrati in maxi-
17. 1. huius. mo circulo descripti. Dico circulum maximum AE, tangere circulum AB, in A. Quoniam enim duo circuli A B, A E, eundem circulum C A D, per eorum polos transeũtem se-

tem secant in eodem puncto A, ipsi se mutuo tangent in puncto A. Circu- 3.huius
lo igitur in sphæra dato, &c. Quod faciendum erat.

PROBL. 2. PROPOS. 15. 19.

CIRCVLO in sphæra dato, qui minor sit maximo circulo, & puncto aliquo dato in sphæræ superficie, quod sit inter datum circulum, & alium eidem æqualem, & parallelum, per punctum illud datum describere maximum circulum, qui tangat datum circulum maximo minorẽ.

SIT in sphæra datus circulus non maximus A B, cui æqualis sit & parallelus C D, datumq; punctum sit G, inter duos circulos A B, C D; oporteatq; per G, circulum maximum describere, qui tangat circulum A B. Sint E, F, poli parallelorum A B, C D, (habent enim paralleli eosdem polos.) & per 1. huius.
E, G, circulus maximus describatur E A C, qui per reliquum polum F, transibit, ex coroll. scholij propos. 10. lib. 1. huius. In hoc accipiatur quadrans 20.1.huius.
B H; cadetq; pũctum H, vel supra D, vel in D, vel infra D: Quodcũque autẽ horũ cõtingat, ita rẽ exequemur.



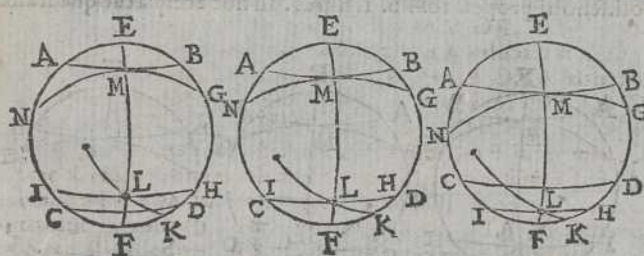
Ex polo E, ad interuallum E H, vel ex polo F, ad interuallum F H, circulus describatur H I, qui ipsis A B, C D, parallelus erit, existetq; vel su- 2.huius.
pra C D, vel idem erit qui C D, vel infra C D, situs erit, prout punctum H, supra D, vel in D, vel infra D, positum fuerit. Sumatur rursum quadrans G K, eritq; punctum K, vltra H, cum G H, quadrante minor sit. Polo deinde G, interuallo autem G K, circulus describatur K L, qui maximus erit, quòd recta subtendens quadrantẽ G K, æqualis sit lateri quadrati 17.1.huius.
in maximo circulo descripti. Secet autem K L, circulum H I, in L, & per L, F, circulus maximus describatur F L, qui per reliquum polum E, transi- 20.1.huius
bit, ex coroll. scholij propos. 10. lib. 1. huius. Secet autem hic circulus F L E, circulum A B, in M. Eruntq; arcus M L, B H, circulorum maximorum per

E, F,

20. huius. E, F, polos parallelorum transeuntium, intercepti inter parallelos AB, HI, æquales, ac propterea existente BH, quadrante per constructionem, erit & LM, quadrans. Polo igitur L, interuallo autem LM, circulus describatur
17.1. huius. MN, qui maximus erit, quòd recta subtendens quadrantem LM, æqualis sit lateri quadrati in maximo circulo descripti. Quoniam vero maximus circulus KL, transit per L, polum maximi circuli NM, transibit vicissim ma-
Scho. 15. 1. huius. ximus circulus NM, per G, polum circuli KL: atque ita transit maximus circulus NM, per datum punctum G. Dico iam eundem tangere circulum AB, in M. Quoniã enim circuli AB, GN, in eodem puncto M, secãt maximũ
5. huius. circulum EF, in quo polos habent, ipsi se mutuo tangent in M. Descriptus est ergo per G, circulus maximus GN, tangens circulum AB, in M. Quare circulo in sphæra dato, &c. Quod faciendum erat.

SCHOLIVM.

QVOD *si punctum G, datum sit præcise in medio arcus* BD, *erit quadrans* GF. *Polo igitur* G, *interualloq́;* GF, *circulus descriptus* FE, *secabit* HI, *in* L, *puncto, quod rursum erit polus circuli tangentis, vt prius. Si vero* G, *punctum datum sit idem, quod* D, *erit polus circuli tangentis in medio arcus* DCA, *cum hic arcus se-*
5. huius. *micirculus sit. Circulus autem ex illo polo descriptus tanget* AB, *in* A, *&* CD, *in* D, *vt patet: quoniam videlicet circulus hic maximus, & paralleli* AB, CD, *secãt in pũctis* A, D, *circunferentiã maximi circuli* ACDB, *in quo polos habent.*



QVONIAM *vero sicut* L, *polus est ostensus circuli maximi* GN, *tangentis, circulum* AB, *ita quoque ostendi potest, aliud punctũ, in quo maximus circulus* KL, *circulum* HI, *ex altera parte secat, polum esse alterius cuiusdam circuli maximi, qui per* G, *transeat, tangatq́; circulum* AB, *in alio puncto: perspicuum est per punctum in sphæra datum inter duos circulos æquales, & parallelos describi posse duos circulos maximos, qui circulum* AB, *tangant in duobus punctis.*

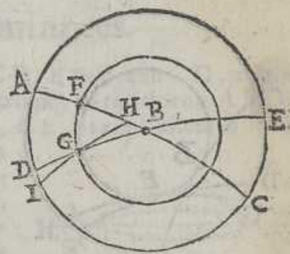
20. ## THEOR. 14. PROPOS. 16.

MAXIMI circuli, qui similes circũferentias

paral-

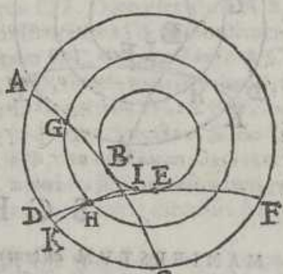
parallelorum circulorum in sphæra auferunt, aut per parallelorum polos transeunt, aut eundem vnum parallelum tangunt.

IN sphæra maximi circuli A B C, D B E, auferant ex parallelis A D C, F G, circunferentias similes A D, F G. Dico maximos circulos A B C, D B E, aut transire per polos parallelorum A D C, F G, aut vnum eundem parallelum tangere. Aut enim alter illorum, nempe A B C, transit per polos parallelorum, atque ita ostendemus, alterum per eosdem transire, aut nõ transit quidẽ per polos parallelorũ, sed alterũ tamen illorũ tangit, atq; ita demonstrabimus, alterum eundem tangere; aut deniq; neque per polos parallelorum incedit, neq; alterum illorum tangit: quo posito concludemus circulos maximos datos aliquẽ aliũ parallelum tangere datis parallelis minorẽ.



Transeat enim primum A B C, per polos parallelorum. Dico & D B E, per eosdem trãsire, hoc est, pũctum B, in quo se secant maximi circuli A B C, D B E, polum esse parallelorum A D C, F G. Si namque B, non est eorum polus, sit H, polus ipsorum. Et quia circulus A B C, ponitur transire per eorum polos, erit H, in circunferentia A B C. Per H, G, describatur circulus maximus H G, secans A D C. in I. Eruntq; arcus A I, F G, similes, cum intercipiantur inter maximos circulos A H, H I, per polum H, descriptos: Ponitur autem & arcus A D, eidem arcui F G, similis. Similes ergo sunt arcus A I, A D; atque adeo cum sint eiusdem circuli, inter se æquales erunt, totum & pars. Quod est absurdum. Non ergo aliud punctum, præter B, polus erit parallelorum, si alter circulorum A B C, D B E, nempe A B C, per illorum polos ducitur, Quare vterque circulus maximus A B C, D B E, per polum B, parallelorum transit, si vnus ipsorum transit. 20.1.huius. 10.huius.

SED iam duo maximi circuli ABC, DEF, auferant rursum ex parallelis A D C, B E, circunferentias similes A D, B E, & neuter illorum transeat per parallelorum polos, sed alter, nempe A B C, vnum eorum, puta B E, tangat in B. Dico & circulum D E F, eundem B E, tangere in E. Si enim non tangit, sed secat, describatur per E, punctũ in parallelo BE, datũ maximus circulus GEH, tangens parallelum B E, in E; eruntq; semi circuli, quorum alter ex E, per G, ducitur, alter vero ex B, per A, transit, non coeuntes, vt constat ex figura propos. 13. huius libri, & ex demonstratis ibidem. 14.huius. 13.huius.



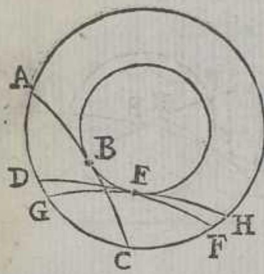
Igitur

Igitur arcus B E, A G, similes erunt: Ponuntur autem & similes B E, A D. Similes ergo sunt inter se A G, A D; ac proinde, cum sint eiusdem circuli, inter se æquales erunt, totum, & pars. Quod est absurdũ. Nullus ergo alius circulus maximus per E, ductus præter D E F, parallelum B E, tangit in E, si A B C, eundem in B, tangit. Quare si A B C, tangit B E, tanget & D E F, eundem B E.

POSTREMO maximi circuli A B C, D E F, auferant ex parallelis A D C, G H, circunferentias similes A D, G H; & neuter illorum per parallelorum polos ducatur, aut alterum eorum tangat. Dico circulos maximos A B C, D E F, tangere alium quendam parallelum ipsis A D C, B E, minorẽ. Quoniam enim circulus maximus A B C, neque transit per polos parallelorum, neque alterum ipsorum tangit, erit circulus maximus A B C, ad vtrumque parallelorum A D C, G H, obliquus. Si enim rectus esset, transiret per ipsorum polos, quod non ponitur. Tanget igitur A B C, duos circulos æquales inter se, & parallelos vtrique A D C, G H. Tangat ergo parallelum B E, qui minor erit vtroque A D C, G H; (cum A B C, ipsos secet) atque adeo & alter sibi æqualis, & parallelus minor erit vtroque A D C, G H: ac pinde paralleli A D C, G H, positi erũt inter illos duos, quos circulus A B C, tangit. Dico & D E F, eundem B E, tangere. Si enim non tangit, describatur per punctum H, quod est inter circulum B E, & sibi æqualem, ac parallelum, ut ostendimus, circulus maximus K H, tangens B E, in I; eruntq; semicirculi, quorum alter ex I, per H, alter vero ex B, per G, transit, non coeuntes, vt constat ex figura proposi. 13. huius libri, & ex demonstratis ibidem. Igitur arcus A K, G H, similes erunt: Ponuntur autem & A D, G H, similes. Similes igitur sunt A K, A D; atque adeo, cum sint eiusdem circuli, inter se æquales erunt, totum & pars. Quod est absurdum. Nullus ergo alius circulus maximus per H, descriptus, præter D E F, parallelum B E, tangit, si A B C, eundem tangit in B. Quare si A B C, tangit circulum B E, tanget & D E F, eundem B E. Quapropter maximi circuli, qui similes circunferentias, &c. Quod erat ostendendum.

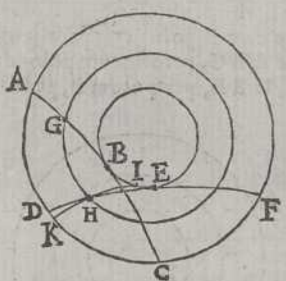
13.1.huius.

8.huius.



15.huius.

13.huius.



SCHOLIVM.

MANIFESTVM *autem est, circulos maximos* A B C, D E F, *ita tangere eundem parallelum* B E, *vt semicirculi eorum à contactibus per arcus similes procedentes non coeant. Alias non essent arcus ablati similes, vt constat ex propos.* 13. *huius libri.*

THEO-

THEOREMA 15. PROPOS. 17. 21.

IN sphæra paralleli circuli, inter quos & maximum parallelorum æquales circunferentiæ maximorum circulorum intercipiuntur, sunt inter se æquales: Illi vero, inter quos, & maximum parallelorum maiores maximorum circulorum circunferentiæ intercipiuntur, sunt minores.

SINT in sphæra paralleli circuli A B, C D, E F; sitque C D, maximus parallelorum. Inter circulum vero C D, & vtrumq; parallelorum A B, E F, intercipiantur æquales circunferentiæ A C, C E, maximi alicuius circuli A C E F D B. Dico parallelos A B, E F, æquales esse. Sint enim communes sectiones parallelorum, & circuli A C E F D B, rectæ A B, C D, E F, quæ parallelæ inter se erunt. Transeat autem primum circulus maximus A C E F D B, per polos parallelorum. Quo posito, secabit circulus A C E F D B, parallelos A B, C D, E F, bifariam, & ad angulos rectos; atq; adeo diametri erunt A B, C D, E F, parallelorum. Quoniam vero arcus A C, B D, æquales sunt, nec non & arcus C E, D F; poniturque A C, æqualis ipsi C E; erunt A C, B D, simul ipsis C E, D F, simul æquales: Sunt autem semicirculi æquales C A B D, C E F D: quia circuli maximi C D, A C E F D B, se mutuo bifariam diuidunt. Igitur reliqui arcus A B, E F, æquales erunt; ac propterea & rectæ A B, E F, hoc est, diametri circulorum A B, E F, æquales. Circuli ergo A B, E F, æquales sunt.

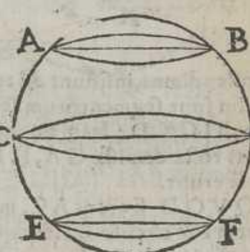
16. vndec.

15.1. huius.

10.1. huius.

11.1. huius.

29. tertij.

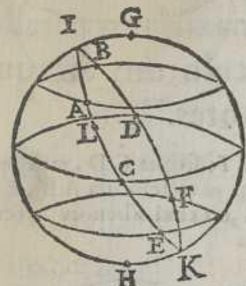


QVOD si arcus A C, maior ponatur arcu C E. Dico circulum A B, minorem esse circulo E F. Posita enim eadem constructione, & demonstratione, erunt vt prius, arcus A C, B D, æquales, nec non C E, D F, cum ergo A C, maior ponatur quam C E, erunt duo arcus A C, B D, simul, maiores duobus arcubus C E, D F, simul. Reliquus igitur A B, ex semicirculo C A B D, minor erit reliquo E F, ex semicirculo C E F D; ac propterea & recta A B, hoc est, diameter circuli A B, minor erit, quàm recta E F, hoc est, quàm diameter circuli E F, vt in scholio propos. 29. lib. 3. Eucl. à nobis est demonstratum, cum arcus A B, E F, semicirculo sint minores. Quare minor erit circulus A B, circulo E F. quod est propositum. 10. huius.

SED iam circulus maximus A C E F D B, non transeat per polos parallelorum A B, C D, E F; sintque rursus arcus A C, C E, æquales. Dico adhuc circulos A B, E F, esse æquales. Sint enim G, H, poli parallelorum A B, C D, E F, & per G, H, ac polos circuli maximi A C E F D B, circulus maximus describatur

G scribatur

10.1.huius. ſcribatur G I H K, qui circulum A C E F D B, ſecabit duobus in punctis, vt in
15.1.huius. I, K, ad angulos rectos. Quoniam igitur circulus maximus G I H K, per polos maximorum circulorum A C E F D B, C D, tranſit, ex conſtructione, trãſibunt hi viciſsim per illius polos. Puncta igitur C, D, vbi ſe duo hi circuli
Schol.15.1. huius. interſecant, poli erunt circuli G I H K; (alias non vterque circulus ACEFD, C D, per polos circuli G I H K, tranſiret) ac proinde ductæ rectę C I, C K, ex defin. poli, æquales erunt, ac propterea & arcus C I, C K, inter ſe erunt æquales. Sunt



28.tertij. autem & arcus A C, C E, per hypotheſim, æquales. Reliqui igitur arcus A I, E K, æquales quoque erunt. Rurſus quia ſemicirculus I G K; ſemicirculo GKH, æqualis eſt; (Diui-
11.1.huius. dunt enim ſe mutuo circuli A C E F D B, & G I H K, bifariam; ac proinde I G K, ſemicirculus eſt; Arcus autem G K H, ſemicirculus eſt propter G, H, polos parallelorum.) dempto communi arcu G K, erunt reliqui arcus G I, H K, æquales. Quoniam igitur in diametro circuli I C K D, ſegmenta circulorũ
11.1.huius. æqualia I G K, K H I, quæ ſemicirculi ſunt, vt oſtendimus, inſiſtunt ad angulos rectos, ſuntque arcus I G, K H, æquales, & non ſunt ſegmentorum ſemiſſes, ſiue quadrantes, cum G, H, non ſint poli circuli I C K D: Item æquales ſunt arcus I A, K E, vt demonſtratum eſt;
13.huius. erunt rectæ demiſſæ G A, H E, æquales. Quare circuli A B, E F, æquales inter ſe erunt.

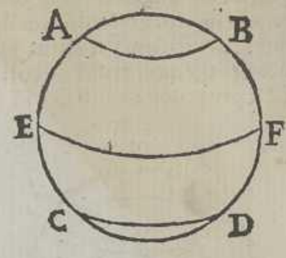
Schol.21.1. huius. QVOD ſi arcus A C, maior ponatur arcu C E; Dico circulum A B, minorem eſſe circulo E F. Sumpto enim arcu C L, qui æqualis ſit arcui C E, erit, vt proxime demonſtratum eſt, parallelus per L, deſcriptus æqualis parallelo
6.1.huius E F: ſed parallelus A B, minor eſt, quàm parallelus per L, deſcriptus, cum ille longius à maximo parallelorum, atque adeo à centro ſphæræ, abſit. Minor igitur quoque eſt parallelus A B, quam E F. Quod eſt propoſitum. In ſphæra ergo paralleli circuli, inter quos & maximum parallelorum, &c. Quod erat demonſtrandum.

22. THEOR. 16. PROPOS. 18.

IN ſphæra circunferentiæ maximorum circulorum interceptæ inter maximum parallelorum, & duos alios circulos æquales, & parallelos, ſunt æquales: Illæ vero, quæ intercipiuntur inter maiorem parallelum, & maximum, ſunt minores.

IN ſphæra ſint duo paralleli æquales A B, C D, & maximus parallelorũ ſit E F: Hos autem omnes parallelos ſecet maximus alius circulus A C D B. Dico arcus A E, E C, nec non B F, F D, æquales eſſe. Si enim non ſunt æquales,

les, sit A E, maior. Erit igitur circulus A B, minor circulo C D. quod est contra hypothesim. Sunt ergo ęquales arcus AE, E C, nec non B F, F D. 17. huius.

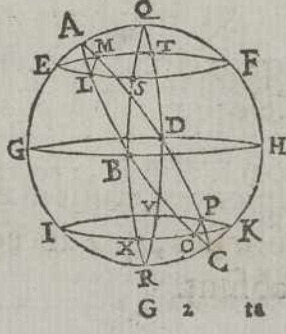


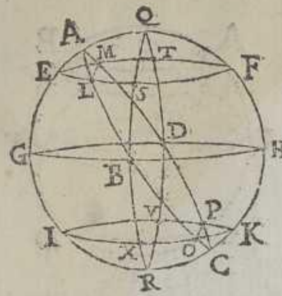
QVOD si circulus A B, maior ponatur circulo C D; Dico arcum A E, minorem esse arcu E C. Si enim non est minor, erit vel æqualis, vel maior. Si æqualis, erunt circuli A B, C D, æquales: si maior, erit circulus A B, minor circulo CD, quorum vtrũque est cõtra hypothesim. Minor ergo est arcus A E, quam E C. Quamobrem In sphæra circunferenriæ maximorum circulorum interceptæ, &c. Quod ostendendũ erat. 17. huius. 17. huius.

THEOR. 17. PROPOS. 19. 23.

SI in sphæra maximus circulus parallelos aliquot circulos in sphærica superficie descriptos secet quidẽ, non tamen per polos, in partes inæquales eos secabit, excepto maximo parallelorum: De parallelorum autem segmentis in vno hemisphæriorum interceptis, ea quæ sunt inter maximum parallelorum, & polum conspicuum, sunt maiora semicirculo; reliqua vero, quæ sunt inter maximũ parallelorum, & polum occultum, sunt semicirculo minora: Æqualium denique ac parallelorum circulorum alterna segmenta sunt inter se æqualia.

IN sphęra maximus circulus A B C D, parallelos E F, G H, I K, secet in L, M; B, D; & O, P, non per polos, qui sint Q, R; & sit GH, parallelorum maximus, & Q, polus conspicuus, & R, occultus in hemisphęrio, quod supra circulum maximum A B C D, extat, & ad partes F, vergit. Dico circulum A B C D, parallelos non bifariam secare, excepto maximo G H; hunc enim bifariam secat: segmentum autem L F M, inter maximũ parallelum, & polum Q, conspicuum semicirculo esse maius, & O K P, minus. Si denique paralleli E F, IK, ęquales sint, alterna segmẽ 11. 1. huius





ta L F M, OIP, ęqualia esse. Per polum
20.1.huius. enim Q, & punctum B, circulus maximus describatur Q B R D; qui per reliquum polum R, transibit ex coroll. scholij propos. 10. lib. 1. huius; nec non per punctum D, cum vtrumque circulum G B H D,
11.1.huius. A B C D, bifariam diuidat; circuli autem hi secentur bifariam in B, D. Ex quo fit, circulum Q B R D, parallelum E F, secare supra circulum A B C D, at parallelum I K, infra eundem; vt in punctis S, T; & V, X. Quoniam vero circulus Q B R D, parallelos E F, I K, bifariam secat, erunt S F T, V K X, semicirculi; ac
15.1.huius. propterea arcus L F M, semicirculo maior, & O K P, semicirculo minor erit. Quod est propositum.

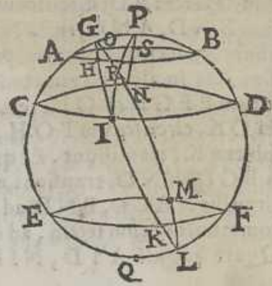
SINT iam paralleli E F, I K, ęquales. Dico alterna segmenta LFM, OIP, ęqualia inter se esse; nec non segmenta alterna L E M, OKP. Nam per polos
20.1.huius. parallelorũ, & polos circuli A B C D, describatur circulus maximus AGCH,
9.huius. qui diuidet segmenta L A M, O C P, bifariam. Aequales ergo sunt arcus AL, A M, inter se, & C O, C P, inter se. Et quoniam circulus maximus A G C H,
Schol.15.1. huius. transit per polos maximorum circulorum G H, A C; transibunt vicissim hi per illius polos. Puncta igitur B, D, poli sunt circuli A G C H; ac propte-
28.tertij. rea rectę B A, B C, æquales erunt, ex defin. poli; atque idcirco & arcus ipsi BA
18.huius. B C, æquales erunt: Sunt autem & arcus B L, B O, ęquales; propterea quòd æquales ponuntur paralleli E F, I K. Igitur & reliqui arcus A L, C O, ęquales erunt: Sunt autem arcus A L, C O, dimidij arcuum L A M, O C P; propterea quòd A L, ipsi A M, & C O, ipsi CP, ostensus est ęqualis. Aequales ergo
29.tertij. sunt quoque arcus L A M, O C P, ac proinde & rectę subtensę L M, O P,
28.tertij. æquales erunt. Quare ex circulis ęqualibus E F, I K, auferent æquales arcus, maiorem quidem L F M, maiori O I P, & minorem L E M, minori O K P, (hoc est alternum segmentum alterno segmento) ęqualem. Quod est propositum. Itaque si in sphera maximus circulus parallelos aliquot circulos in spherica superficie descriptos secet quidem, &c. Quod erat demonstrandum.

24. THEOREMA 18. PROPOS. 20.

SI in sphæra maximus circulus parallelos aliquot circulos secet, non tamen per polos; de parallelorum assumptis circumferentijs in vno hemisphærio, illæ quæ propius accedunt ad polũ conspicuum, erunt maiores, quàm vt similes esse possint illis, quæ ab eodem conspicuo polo longius absunt.

IN sphæ-

IN sphæra parallelos A B, C D, E F, secet in H, O; I, N; K, M, non tamen per polos, circulus maximus G H I K L M N O, sitque supra hemisphærium G B L, polus conspicuus P, occultus autem Q. Dico arcum O B H, maiorem esse, quàm vt similis sit arcui N D I, & N D I, maiorem, quàm vt similis sit arcui M F K. Per polum enim parallelorum P, & puncta I, N, describãtur duo circuli maximi P I, P N, secantes parallelum A B, supra circulũ G I L N, in R, S: eritque arcus R B S, arcui I D N, similis. Cum ergo arcus O B H, maior sit arcu R B S, maior quoque erit, quam vt similis sit arcui N D I. Eodem modo ostendemus arcum N D I, maiorem esse, quàm vt similis sit arcui M F K, si nimirum per polum P, & puncta K, M, duo alij circuli maximi describantur. Igitur si in sphæra maximus circulus parallelos aliquot, &c. Quod demonstrandum erat.



20.i.huius.

10. huius.

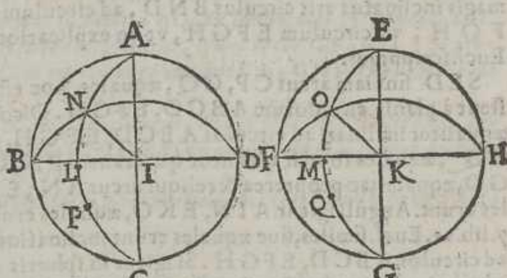
COROLLARIVM.

HINC fit, simpliciter arcum O B H, maiorem esse partem sui paralleli A B, quàm arcum N D I, sui paralleli, &c. quandoquidem arcus R B S, tanta pars est sui paralleli, quanta est arcus I D N, sui paralleli, cum hi arcus demonstrati sint esse similes, &c.

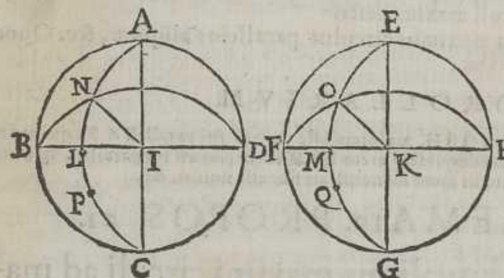
THEOREMA 19. PROPOS. 21. 25.

SI in sphæris æqualibus maximi circuli ad maximos circulos inclinentur, ille cuius polus sublimior supra planum subiectum est, inclinatior erit: illi vero circuli, quorum poli æqualiter distant à subiectis planis, æqualiter inclinantur.

IN sphæris æqualibus ABCD, E F G H, quarum centra I, K, ad circulos maximos A B C D, E F G H, quorum poli L, M, inclinẽtur duo circuli maximi BND, F O H, quorum poli, P, Q; sitque primum polus P, sublimior supra planum circuli A B C D, quàm polus Q, supra planũ circuli E F G H. Dico cir-



culum B N D, inclinatiorem esse ad circulum A B C D, quàm F O H,
20.1.huius ad E F G H. Describantur enim per L, P, polos, & per polos, M, Q, circuli maximi A N C, E O G; sitque communis sectio circulorum A B C D, B N D, recta B D; circulorum autem A B C D, A N C, recta A C; & circulorum B N D, A N C, recta N I: quæ omnes rectæ per centrum sphæræ I, tran-
6.1.huius. sibunt, cum circuli maximi per idem centrum sphæræ ducantur. Eodem ordine sint in alia sphæra communes sectiones circulorum, vt recta F H, circulorum E F G H, F O H; recta vero E G, circulorum E F G H, E O G; & recta O K, circulorum F O H, E O G: quæ omnes rectæ similiter per centrum sphæræ K, transibunt. Et quoniam circulus A N C, per polos circulorum
15.1.huius A B C D, B N D, transiens, eos secat ad angulos rectos; erit vicissim vterque circulus A B C D, B N D, ad circulum A N C, rectus, atque adeo & recta B D,
19.vndec. communis eorum sectio, ad eundem circulum A N C, perpendicularis erit. Quare anguli A I D, N I D, recti erunt, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. ac proinde A I N, angulus erit inclinationis circuli B N D, ad circulum A B C D, ex defin. 6. lib. 11. Eucl. Eodem modo erit E K O, angulus inclinationis circuli F O H, ad circulũ E F G H. Quoniam vero P, polus circuli B N D, sublimior ponitur supra circulum A B C D, quàm polus Q, circuli F O H,



supra circulum E F G H, erit maior arcus C P, arcu G Q. Hi enim arcus, cum sint perpendiculares ad circulos A B C D, E F G H, altitudines polorum P, Q, supra ipsos circulos metiuntur. Sunt autem arcus P N, Q O, æquales, cum sint quadrantes. Poli enim P, Q, à circulis maximis B N D,
Coroll. 16. huius. F O H, per quadrantem absunt. Arcus ergo C N, maior erit arcu G O, ac prorea A N, reliquus ex semicirculo A N C, minor erit reliquo E O, ex semicir-
Schol. 27. tertij. culo E O G. Quare angulus A I N, angulo E K O, minor erit, ac proinde magis inclinatus erit circulus B N D, ad circulum A B C D, quam circulus F O H, ad circulum E F G H, vt in explicatione definitionis 7. lib. 11. Eucl. scripsimus.

SED sint iam arcus C P, G Q, æquales, hoc est, poli B, Q, æqualiter distent à planis circulorum A B C D, E F G H. Dico circulos B N D, F O H, æqualiter inclinari ad circulos A B C D, E F G H. Quoniam enim arcus C P, G Q, æquales sunt, si addantur quadrantes P N, Q O, erunt & arcus C H, G O, æquales; ac propterea & reliqui arcus A N, E O, ex semicirculis æqua-
27.tertij. les erunt. Anguli igitur A I N, E K O, æquales erunt, ac propterea, ex defin. 7. lib. 11. Eucl. similes, siue æquales erunt inclinationes circulorũ B N D, F O H, ad circulos A B C D, E F G H. Si igitur in sphæris æqualibus maximi circuli ad maximos circulos, &c. Quod erat ostendendum.

SCHO-

SCHOLIVM.

HINC fit, si circulorum maximorũ ad alios inclinatorum poli æqualiter distent à polis maximorum, ad quos inclinantur, inclinationes esse æquales: cuius vero polus vicinior sit polo eius, ad quem inclinantur, inclinationem esse maiorem. Nam si arcus L P, M Q, sint æquales, erunt & C P, G Q, æquales, cum quadrantes sint C L, G M; atque adeo poli P, Q, circulorum inclinatorum æqualiter distabunt à subiectis planis circulorum A B C D, E F G H. Quare, vt demonstratum est in hac propos. æquales erunt inclinationes circulorum B N D, F O H, ad circulos ABCD, EFGH. Si vero arcus L P, minor sit arcu M Q, erit reliquus arcus C P, ex quadrante maior arcu G Q, reliquo ex quadrante. Igitur, vt ostendimus in hac propos. maior erit inclinatio circuli B N D, ad circulum A B C D, quam circuli F O H, ad circulum E F G H. Coroll. 16. 1. huius.

CONVERSVM quoque huius Theorematis, & scholij demonstrabimus in hunc modum.

SI in sphæris æqualibus maximi circuli ad maximos circulos æqualiter inclinentur, erunt distantiæ polorum ipsorum à subiectis planis æquales: Illius verò, qui magis inclinatur, sublimior erit polus. Item distantiæ polorum illorum circulorum, qui æqualiter inclinantur, à polis circulorum, ad quos inclinantur, æquales erunt: Distantia vero poli illius circuli, qui magis inclinatur, à polo circuli, ad quem inclinatur, minor erit.

SI namque circuli B N D, F O H, ad circulos A B C D, E F G H, æqualiter inclinentur, erunt anguli A I N, E K O, æquales, ex defin 7 lib. 11. Eucl. ac propterea & arcus A N, E O, æquales erunt. Additis igitur quadrantibus N P, O Q, æquales erunt arcus A P, E Q; ac propterea & reliqui C P, G Q, ex semicirculis æquales erunt. 26. tertij.

SI verò circulus B N D, ad circulum A B C D, magis inclinetur, quam circulus F O H, ad circulum E F G H, erit minor angulus A I N, angulo E K O, vt in definitionem 7. lib. 11 Eucl scripsimus; ac propterea & arcus A H, minor erit arcu FO. Additis igitur quadrantibus N P, O Q, minor erit arcus A P, arcu EQ; ac proinde reliquus CP, ex semicirculo A N C, reliquo GQ, ex semicirculo FOG, maior erit. Scho. 26. tertij.

RVRSVS, si circuli æqualiter inclinentur, erunt arcus C P, G Q, vt proxime ostendimus, æquales. Cum ergo quadrantes sint C L, G M; erunt & arcus L P, M Q, æquales. Coroll. 16. 1. huius.

SI denique circulus B N D, magis inclinetur, erit ex proxime demostratis, arcus C P, maior arcu G Q. Reliquus igitur L P, ex quadrante C L, minor erit reliquo M Q, ex quadrante G M, &c.

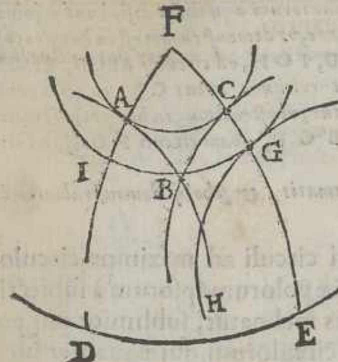
DVO quoque alia Theoremata in alia versione hoc loco adiecta sunt, videlicet.

I.

CIRCVLI maximi tangentes eundem parallelum, æqualiter inclinantur ad maximum parallelorum: qui vero maiorem parallelum tangit, inclinatior est ad maximum parallelorum. Et circuli 26.

æqua-

æqualiter inclinati ad maximum parallelorum, tangunt eundem parallelum: Qui vero inclinatior est ad maximum parallelorum, maiorem parallelum tangit.



MAXIMI circuli A B, C B, tangant eundem parallelum A C, sitque parallelorum maximus D E. Dico circulos A B, C B, æqualiter inclinari ad circulum D E. Sit enim F, polus parallelorum, & per F, & contactus A, C, circuli maximi describantur F A D, F C E, qui per polos circulorum A B, C B, transibunt; atque adeo ipsos ad angulos rectos secabunt. Quare arcus A F, C F, metientur altitudinem poli F, circuli D E, supra circulos A B, C B; ac proinde cum arcus A F, C F; æquales sint, propterea quòd rectæ subtensæ F A, F C, æquales sunt, ex defin. poli, æqualiter inclinabitur circulus D E, ad circulos A B, C B; & hi vicissim ad illũ æqualiter inclinabuntur.

20.1.huius. 5.huius. 15.1.huius. 28.tertij. 21.huius.

TANGAT iam maximus circulus G H, maiorem parallelum G I. Dico maiorem esse inclinationem circuli G H, ad maximum parallelorum D E, quàm circuli A B. Descripto enim per F, & contactum G, circulo maximo F G E, metietur eodem modo, vt proxime demonstratum est, arcus F G, altitudinem poli F, circuli D E, supra circulum G H. Est autem arcus F G, maior arcu F A, quòd circulus G I, maior ponatur circulo A C, ac proinde à polo F, remotior. Igitur magis inclinabitur circulus D E, ad circulum G H, quàm ad circulum A B; & vicissim G H, magis ad D E, inclinabitur, quàm A B.

20.1.huius. 21.1.huius.

RVRSVS circuli maximi A B, C B, æqualiter inclinentur ad circulum D E, maximum parallelorum. Dico illos eundem parallelum tangere. Per F, enim polum parallelorum, & polos circulorum A B, C B, circuli maximi describantur F A D, F C E, secantes circulos A B, C B, in A, C. Et quoniam eos secant ad angulos rectos; metientur arcus F A, F C, altitudinem poli F, circuli D E, supra circulos A B, C B: sunt autem arcus F A, F C, æquales, quòd circuli A B, C B, æqualiter ponantur inclinari ad circulum D E, atque adeo & hi vicissim ad illos. Si igitur ex polo F, interuallo F A, vel F C, circulus describatur A C, tanget hic circulos A B, C B; propterea quod circulus A C, & circuli A B, C B, in eisdem punctis A, C, secant circulos maximos F D, F E, qui per eorum polos transeunt.

20.1.huius. 15.1.huius. Schol.21. huius. 3.huius.

IAM vero circulus maximus G H, magis inclinatus sit ad circulum D E. Dico illum tangere maiorem parallelum. Descripto enim per F, polum parallelorum, & per polum circuli G H, circulo maximo F G, qui circulum G H, secabit ad angulos rectos, nimirum in puncto G; metietur rursus arcus F G, altitudinem poli F, circuli D E, supra circulum G H: Est autem F G, maior quàm F A, quod magis inclinatus ponatur circulus G H, quàm A B. Igitur circulus ex polo F, & interuallo F G, descriptus maior erit circulo ex eodẽ polo F, & interuallo F A, descripto.

20.1.huius. 15.1.huius. Schol. 21. huius.

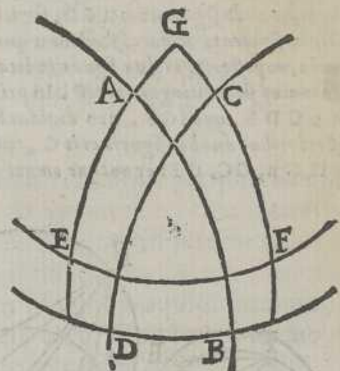
Cum

Cum ergo A B, A C, *se mutuo tangant in* A, *&* G H, G I, *se mutuo quoq; tangant in* G, *constat propositum.* 3.huius.

II.

CIRCVLI maximi ad maximum parallelorum æqualiter inclinati, polos habent in circunferentia eiusdem paralleli. Et circuli maximi, qui polos habent in circunferentia eiusdem paralleli, ad maximum parallelorum æqualiter inclinantur. 27.

CIRCVLI *maximi* A B, C D, *quorum poli* E, F, *æqualiter sint inclinati ad* D B, *maximum parallelorum. Dico eorum polos* E, F, *esse in eodem parallelo. Descriptis enim per* G, *polum parallelorum, & per* E, F, *polos circulorum* A B, C D, *maximis circulis* G E, G F, *qui recti erunt ad circulos* A B, C D; *erunt arcus* E G, F G, *distantiæ polorũ* E, F, *à polo* G: *sunt autem æquales, quòd circuli* A B, C D, *ponantur æqualiter inclinati ad circulum* D B. *Igitur circulus* E F, *ex polo* G, *& interuallo* G E, *vel* G F, *descriptus, parallelus est circulo* D B; *in quo quidem parallelo* E F, *circuli* A B, C D, *polos* E, F *habent. Quod est propositum.* 20.1.huius. 15.1.huius. Schol.21. huius. 2.huius.



SED *iam circuli maximi* A B, C D, *habeant polos* E, F, *in parallelo*, E F. *Dico eos æqualiter inclinari ad* D B, *maximum parallelorum. Erunt enim ex defin. poli, rectæ* G E, G F, *æquales, atque ob id arcus* E G, F G, *æquales quoque erunt. Cum ergo ijdem arcus sint distantiæ polorum* E, F, *à* G, *polo parallelorum; æqualiter inclinati erunt circuli* A B, C D, *ad* D B, *parallelorum maximum.* 28. tertij. Schol.21. huius.

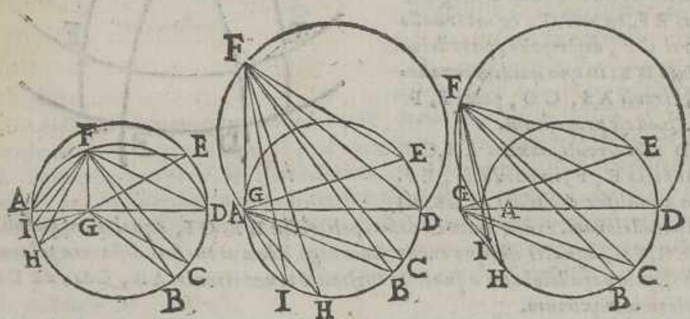
SEQVITVR *iam in codice græco propositio* 22. *cuius demonstratio longissima est. Vnde quoniam in alia versione multo breuius, dilucidiusque eadem demonstratur, visum est hoc loco inserere alia tria theoremata alterius versionis, vt facilius deinde propositionem* 22. *huius libri demonstremus. Est autem primum* Theorema *secunda pars propos.* 1. *lib.* 3. Theodosii, *quamuis magis vniuersale sit, vt hic proponitur. Primum ergo* Theorema, *quod ordine tertium est in hoc scholio, ita se habet.*

III.

SI super diametro circuli constituatur rectum circuli segmentum, diuidatur autem segmenti insistẽtis circunferentia in duas inæquales partes, & à puncto sectionis ad circunferentiam circuli primi plurimæ rectæ lineæ cadant; erit recta subtendens minorem partem insistentis segmenti omnium minima: quæ autem maiorem subtendit, omnium maxima. Reliquarum vero propinquior maximæ remotiore semper maior est: At propinquior minimæ remotiore semper 28.

minor est. Duæ vero rectæ lineæ æquales ab eodem puncto in circunferentiam circuli cadunt, à maxima æqualiter distantes.

SVPER diametro A D, circuli A B C D E, constituatur rectum circuli segmentum A F D, quod secetur non bifariam in F, sitque minor pars A F, & maior D F: Cadant autem ex F, plurimæ rectæ lineæ F A, F I, F H, F B, F C, F D, F E. Dico omnium minimam esse F A; maximam vero F D: At F C, maiorem, quàm F B, &c. Et F I, minorem, quàm FH. &c. Denique duas F E, F C, æquales esse, si æqualiter distent
11. vndec. à maxima F D, hoc est, si arcus D E, D C, æquales sint. Demittatur enim ex F, in pla
38. vndec. num circuli A B C D E, perpendicularis F G, quæ in A D, communem sectionem cadet: eritque punctum G, vel inter puncta A D, vt in prima figura; (Id quod semper continget, quando segmentum A F D, semicirculo maius non est, quamuis idem accidere possit in segmento maiore.) vel idem quod A; vel extra circulum in diametro D A, protracta, vt posteriores duæ figuræ indicant. Id quod solum in segmento, quod semicirculo maius sit, contingere potest. In prima autem figura non erit G, centrum circuli A B C D E, quod G F, non diuidat bifariam segmentum A F D: Multò minus in posterioribus duabus figuris erit G, centrum circuli A B C D E. Iungantur rectæ G I, G H, G B, G C, G E; eruntque omnes anguli ad G, recti, ex defin. 3. lib. 11. Eucl.



7. vel 8. tertij. Quoniam vero rectarum ex G, in circulum A B C D E, cadentium in prima figura, & tertia minima est G A; In omnibus autem figuris maxima est G D; & G C, ma-
7. vel 15. vel 8. tertij. ior, quàm G B; atque G I, minor, quàm G H; duæ denique G C: G E, æquales: erunt propterea in prima, & tertia figura duo quadrata rectarum A G, G F, minora duo-
47. primi. bus quadratis rectarum I G, G F: quibus cum æqualia sint quadrata rectarum F A, F I; minus quoque erit quadratum ex F A, quadrato ex F I; atque adeo & recta F A, minor erit quàm F I. Eodem modo ostendemus F A, in eadem figura prima, & tertia minorem esse, quàm F H, &c. In secunda verò figura minor quoque est F A,
19. primi. quam F I, vel F H, &c. propterea quòd in triangulis A I F, A H F, (in quibus angulus A, rectus est, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. ac proinde alij acuti.) recta F A, subtendit angulum acutum I, vel H, at recta F I, vel F H, &c. angulum rectum A. Minima ergo omnium est recta F A. Rursus in omnibus figuris erunt duo quadrata
47. primi. ex G D, G F, maiora duobus quadratis ex G C, G F: quibus cum æqualia sint quadrata ex F D, F C; maius quoque erit quadratum ex F D, quadrato ex F C; ac proinde & recta F D, maior erit, quam recta F C. Non aliter ostendemus, rectam F D,

maio-

maiorem esse, quàm F B, *&c. Maxima ergo omnium est recta* F D. *Præterea in omnibus figuris erunt duo quadrata ex* G C, G F, *maiora duobus quadratis ex* G B, G F: *quibus cum æqualia sint quadrata ex* F C, F B; *erit quoque quadratum ex* F C, *maius quadrato ex* F B; *ac proinde & recta* F C, *maior erit, quàm* F B. *Non aliter ostendemus, rectam* F C, *quæ propinquior est maximæ* F D, *maiorem esse quacunque alia remotiore, &c. Adhuc in omnibus figuris erunt duo quadrata ex* G I, G F, *minora duobus quadratis ex* G H, G F: *quibus cum æqualia sint quadrata ex* F I, F H; *erit quoque quadratum ex* F I, *minus quadrato ex* F H; *proptereaq; & recta* F I, *minor, quàm* F H, *erit. Eodemq; modo demonstrabimus, rectam* F I, *quæ propinquior est minimæ* F A, *minorem esse quacunque alia remotiore, &c. Postremo erunt duo quadrata ex* G C, G F, *æqualia duobus quadratis ex* G E, G F: *quibus cum æqualia sint quadrata ex* F C, F E, *æqualia quoque erunt quadrata ex* F C, F E; *atque adeò & rectæ* F C, F E, *æquales erunt. Constat ergo id, quod proponitur. Cæterum vt ex demonstratione patet, eam rectam dicimus propinquiorem maximæ* F D, *quæ cadit in punctum vicinius puncto* D: *Illam verò propinquiorem minimæ* F A, *quæ cadit in punctum propinquius puncto* A.

47. primi.

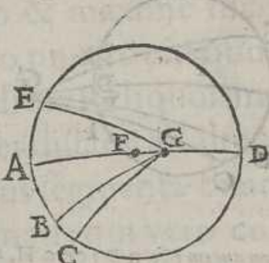
47. primi.

47. primi.

IIII.

SI in sphæræ superficie intra circuli cuiusque peripheriam punctum signetur præter eius polum, ab eo autem ad circuli circunferetiam plurimi arcus circulorum maximorum ducantur semicirculo minores; maximus est, qui per circuli polum ducitur; minimus autem, qui ei adiacet: Reliquorum verò propinquior maximo, remotiore semper maior est: Duo verò arcus ab eodem maximo, vel minimo æqualiter remoti inter se æquales sunt. 31.

SIT *in sphæra circulus* A B C D E, *cuius polus* F, *signeturq; in sphæræ superficie intra peripheriam circuli præter polum* F, *punctum quodlibet* G, *à quo plurimi arcus maximorum circulorum ad circunferentiam circuli* A B C D E, *ducantur, quorum* G A, *in vtramque partem eductus transeat per polum* F; *arcus verò* G B, *propinquior sit ipsi* G A, *quàm* G C; *duo denique* G B, G E, *æqualiter distent ab eodem* G A, *vel à* G D; *sintque omnes hi arcus semicirculo minores: quod tum demum erit, cum se mutuo non intersecabunt in alio puncto, quàm in* G. *Cum enim circuli maximi se mutuo diuidant bifariam, erunt arcus* G A, G E, *semicirculo minores, cum nondum se intersecent. Eademq; ratione erunt alij arcus ex* G, *exeuntes minores semicirculo, si se mutuo non intersecent. Quòd si vnus eorum, vt v. g. arcus* G A, *esset semicirculus, transirent omnes alij per punctum* A, *essentq; semicirculi quoque: Si vero* G A, *esset semicirculo maior, secarent eum omnes alij, antequam ad circunferentiam peruenirent, essentq; semicirculo maiores, vt patet. Vnde nihil colligi posset. Dico arcum* G A, *omnium esse maximum, &* G D, *minimum:* G B, *verò maiorem esse arcu* G C; *duos denique* G B, G E, *esse æquales. Quoniam enim arcus* A D, *secat circulum* A B C, *bifariam, & ad angulos rectos; erit recta subtensa* A D, *diameter*



11.1.huius.

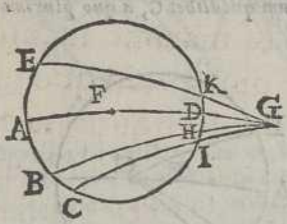
15.1.huius.

meter circuli A B C; *& super ipsam rectum circuli segmentum* A G D, *constitutum, quod quidem inæqualiter secatur in* G, (*Nam quia, ex defin. poli, rectæ subtensæ*
28.tertij. F A, F D, *æquales sunt, erunt quoque arcus* F A, F D, *æquales; ac proinde arcus* A D, *sectus erit bifariam in* F, *atque ob id in* G, *non bifariam.*) *maiorq́; pars est* GA,
Schol.21. huius. *& minor* G D. *Igitur rectarum ductarum ex* G, *ad circunferentiam circuli* A B C, *maxima est* G A, *& minima* G D: G B, *verò maior quàm* G C; *&* G B, G E, *æqua-*
Schol.28. tertij. *les. Quare cum arcus, quibus subtenduntur, ponantur semicirculo minores, erit & arcus* G A, *maximus, &* G D, *minimus:* G B, *verò maior, quàm* G C; *Arcus de-*
28.tertij. *nique* G B, G E, *æquales.*

V.

32. SI in sphæræ superficie extra circuli cuiusque peripheriam punctum signetur præter eius polum, ab eo autem ad circuli circunferentiam plurimi arcus circulorum maximorum ducantur semicirculo minores, secantesq́; circunferentiam circuli; maximus est, qui per circuli polum ducitur; Reliquorum verò maximo propinquior, remotiore semper maior est: Minimus autem est ille, qui inter punctum, & circuli circunferentiam extra circulum interijcitur; Reliquorum verò minimo propinquior, remotiore semper minor est: Duo verò arcus ab eodem maximo, vel minimo æqualiter remoti inter se æquales sunt.

IN *sphæra circulus sit* A B C D E, *cuius polus* F, *signeturq́; in sphæræ superficie extra peripheriam circuli, punctum quodvis* G, *præter alterum polum circuli* A B C D E: *& à* G, *plurimi arcus maximorum circulorum ducantur ad circunferentiam circuli* A B C D E, *ipsam secantes; quorum* G D F A, *per polum* F, *transeat; arcus verò* G H B, *propinquior sit ipsi* G D F A, *quàm* G I C: *duo denique* G H B, G K E, *æqualiter distent ab eodem* G D F A, *vel à* G D, *sintque omnes hi arcus semicirculo minores: quod tum demum erit, cum se mutuo non intersecabunt in alio puncto, quàm in* G, *veluti in antecedenti theoremate est ostensum. Dico arcum* G A, *esse omnium maximum; &* G B, *maiorem quàm* G C: *Minimum autem esse* G D; *&* G H, *minorem quàm* G I: *Denique duos arcus* G B, G E,



35.1.huius. *Item* G H, G K, *æquales esse. Quoniam enim arcus* G A, *secat circulum* A B C D E, *bifariam, & ad angulos rectos; erit recta subtensa* A D, *diameter circuli* A B C D E, *& super ipsam rectum circuli segmentũ constitutum* D G, *quod initium sumens à* D, *per* G, *ducitur, donec in alio puncto* A, *circulum* A B C D E, *iterum secet: quod quidem non bifariam sectum est in* G, (*quòd* G, *non ponatur polus circuli* A B C D E, *in quo dictum segmentum bifariam diuiditur, vt in præcedenti theoremate ostensum est.*) *maiorque pars est à puncto* G, *vsque ad* A, *cum in ea sit reliquus polus,* (*alias arcus* G D A, *per vtrumque polum duceretur.*) *minor vero* D G. *Igitur rectarum ex* G,
Schol.21. huius. *ad circunferentiam circuli* A B C D E, *ductarum, maxima est* G A, *& minima* G D:

G B, *ve-*

GB, verò maior quàm GC; & GB, GE, æquales. Item GH, minor quàm GI; & GH GK, æquales. Quapropter cum arcubus ſemicirculo minoribus ſubtendantur, ex hypotheſi, erit quoque arcus GA, omnium maximus, & GD, minimus: at GB, maior, Schol. 28. tertij.
quàm GC; & GH, minor quàm GI: Denique GB, GE, nec non GH, GK, æquales inter ſe. Quod eſt propoſitum. 28. tertij.

PERSPICVVM *autem eſt in proximis duobus theorematibus arcus ſingulorũ ex G, ductos non debere eſſe maiores ſemicirculo: alias non auferrent maiores lineæ maiores arcus, & contra, vt conſtat ex ſcholio propoſ. 28. lib. 3. Eucl.*

THEOREMA 20. PROPOS. 22. 33.

SI in ſphæra maximus circulus vnum quidem circulum tangat, alium vero ei parallelum ſecet, poſitum inter ſphæræ centrum, & eum circulum, quem tangit maximus circulus, polus autem maximi circuli fuerit inter vtrumque parallelorum, deſcribanturque maximi circuli tangentes duorum parallelorum maiorem: hi omnes erunt inclinati ad maximum circulum, & eorum rectiſſimus quidem erit ille, cuius contactus erit in eo puncto, in quo maius ſegmentum paralleli maioris bifariam diuiditur; humillimus vero & maxime inclinatus, cuius contactus erit in eo puncto, in quo minus ſegmentum bifariã diuiditur: Reliquorum autem illi quidem, qui æqualiter diſtant ab alterutro eorum punctorum, in quibus ſegmenta bifariam ſecantur, ſunt ſimiliter inclinati: qui vero contactum remotiorem habet à puncto, in quo maius ſegmentum bifariam ſecatur, inclinatior perpetuo eſt, quam qui contactum eidem puncto propiorem habet. Poli denique maximorum circulorum erunt in vno circulo, qui & minor erit eo circulo,

quem

quem tangit maximus in principio circulus, & eidem parallelus erit.

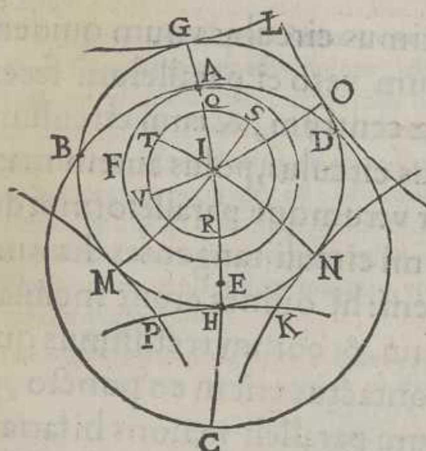
IN sphæra maximus circulus A B C D, cuius polus E, tangat circulum A F, secet autem alium huic parallelum G B H D, positum inter sphæræ centrum, & circulum A F, ita vt circulus G B H D, maior sit, quam A F; sitque E, polus circuli maximi A B C D, inter vtrumque circulum A F, G B H D. Quoniam verò maximus circulus A B C D, secat circulum G B H D, non bifariam, cum non transeat per eius polos, hoc est, per polos parallelorum, erit segmentum B H D, ad polum conspicuum, qui sit I, mai⁹ semicirculo, & BGD, minus. Ducatur per E, polum circuli A B C D, & I, polũ parallelorũ circulus maximus G A C, qui secabit segmenta BGD, BHD, bifariam: puncta autem M, N, æqualiter distent ab H; & O, magis distet ab H, quàm N. Tangant autem parallelum G B H D, in punctis G, H, M, N, O, circuli maximi G L, H K, MP, N K, O L, qui quidem omnes inclinati erunt ad maximum circulum A B C D, cum non transeant per E, polum ipsius. Cum enim E, polus ponatur inter parallelos A F, G B H D, non poterunt circuli tangentes circulum G B H D, per E, transire, alias secarent ipsum, cum alter polus, per quem etiam necessario transeunt, sit extra dictos parallelos, vt patet.

19.huius.

20.1.huius.

9.huius.

14.huius.



Coroll. 10. 1.huius.

Dico circulum H K, esse rectißimum, hoc est, minime inclinatum, humilimum autem, id est, maximè inclinatum esse G L; At M P, N K, similiter inclinari, & O L, magis quàm N K: Polos denique horum circulorum tangentium esse in vno eodemque parallelo, qui minor sit, quàm A F. Quoniam enim E, polus est circuli A B C D, erit E A, quadrans maximi circuli; sumatur ei æqualis arcus H Q; eritque punctum Q, inter puncta A, & I, cum arcus H A, maior sit quadrante, (quòd E A, quadrans sit ostensus.) & H I, quadrante minor, propterea quòd arcus ex I, polo per H, vsque ad maximum parallelorum porrectus sit quadrans. Si igitur ex polo I, ad interuallum I Q, circulus describatur Q T R, erit is ipsi AF, parallelus, & eo minor. In hoc ergo parallelo Q T R, dico esse polos omnium circulorum parallelum G B H D, tangentium. Per polum enim I, & puncta contactuum describantur circuli maximi M I S, N I T, O I V; qui transibunt quoque per polos tangentium. Quia vero arcus H I, M I, N I, O I, G I, æquales sunt, quòd ex definitione poli, rectæ illis arcubus subtensæ æquales sint, eademque ratione & arcus I Q, I S, I T, I V, I R, æquales sunt; erunt toti arcus H Q, M S, N T, O V, G R, æqua-

Coroll. 16. 1.huius.

Coroll. 16. 1. huius.

2. huius.

20.1.huius

5.huius.

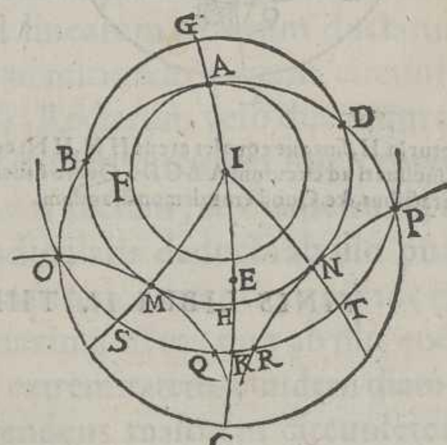
28. tertij.

æquales; atque adeò cum HQ, sit quadrans, omnes illi arcus quadrantes erunt. Quare cum demonstratum sit eos transire per polos tangentium, erunt puncta Q, S, T, V, R, poli circulorum tangentium; quæ quidem omnia sunt in parallelo QTR, quod vltimo loco proponebatur demonstrandum. Corol. 16. 1. huius.
Iam verò quia arcus circulorum maximorũ ex E, polo circuli maximi ABCD, ad Q, S, T, V, R, polos tangentium ducti metiuntur distantias poli E, à polis tangentium; estque omnium maximus EQ; minimus autem ER; æquales verò ES, ET; & denique ET, maior, quàm EV; quòd omnes hi arcus sint semicirculo minores; (est enim EQ, quadrante EA, minor; atque adeo reliqui eum non secabunt citra punctum Q, ideoque semicirculo minores erunt.) erit circulus HK, minimè inclinatus ad circulum maximum ABCD; & GL, maximè; at MP, NK, æqualiter, seu similiter; & OL, magis quàm NK, quod primo loco demonstrandum proponebatur. Quocirca si in sphæra maximus circulus. &c. Quod erat demonstrandum. Schol. 21. huius. Schol. 21. huius.

THEOR. 21. PROPOS. 23. 34.

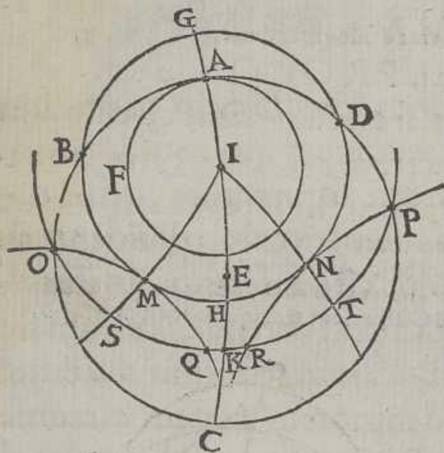
IISDEM positis, si circunferẽtiæ circulorum tangentium à contactibus ad nodos sint æquales; prædicti circuli maximi similiter inclinati erũt.

RVRSVS in sphæra maximus circulus ABCD, cuius polus E, tangat circulum AF, secet autem alium huic parallelum GBHD, positum inter sphæræ centrum, & circulum AF, ita vt GBHD, maior sit, quàm AF; sitque E, polus maximi circuli ABCD, inter vtrumque circulum AF, GBHD: Tangãt deinde in punctis M, N, circuli maximi MO, NP, circulũ GBHD, secantes ABCD, in O, P, nodis, sintque arcus MO, NP, æquales. Dico circulos MO, NP, similiter inclinari ad maximum circulum ABCD. Ducatur enim per E, polum circuli ABCD, & I, polum parallelorum circulus maximus GAC: Itẽ per I, polum parallelorũ, & puncta contactuum circuli maximi IM, IN, qui per polos quoque circulorum tangentium transibũt; atque adeo ipsos ad angulos rectos secabunt. 20. 1. huius. 5. huius. 15. 1. huius.



Quoniam igitur segmenta circulorum æqualia, nempe semicirculi, qui tendunt ex M, & N, per I, donec iterum secent circulos tangentes MO, NP, insistunt diametris circulorum MO, NP, (est enim communis sectio circulorum

11.1.huius. lorum maximorum I M, MO, diameter vtriusque, cum se mutuo secent bifariam) ad angulos rectos, & diuiduntur non bifariam in I, quod I, polus parallelorum non sit polus tangentium; ponunturque arcus M O, N P, æquales;
12.1.huius. erunt ductæ rectæ I O, I B, æquales. Si igitur ex I, polo parallelus describatur O K, ad interuallum I O, transibit is quoque per P. Et quia circulus maximus I M, transiens per polos circulorum M O, O Q, se secantium in
9.huius. O, Q, secat eorum segmenta bifariam, æquales erunt arcus M O, M Q, & S O, S Q; Eodemque argumento æquales erunt arcus N P, N R, & T P, T R; nec non K O, K P, & C O, C P; propterea quòd circulus maximus IkC,
9.huius. transiens per polos circulorum O K P, O C P, secat eorum segmenta bifariam in K, & C. Cum ergo arcus M O, N P, ponantur æquales, erunt & toti O M Q, P N R, quorum ipsi dimidij sunt, æqua-
29.tertij. les; atque adeo & rectæ subtensę O Q, PR, æqua-
28.tertij. les erunt. Igitur & arcus O S Q, P T R, ęquales erunt; ac proinde & eorum dimidij O S, P T, æquales erunt. Sunt autem & toti K O, K P, ostensi ęquales. Reliqui ergo KS, KT, æquales erunt; atque adeo, cum sint vnius eiusdemque circuli, similes in-
10.huius. ter se erunt. Quia verò arcubus K S, K T, similes sunt arcus H M, H N; erũt quoq; æquales arcus HM, H N. Itaque cum seg-
9.huius. mentum B H D, bifariam



secetur in H, sintque ęquales arcus H M, H N; erunt circuli M O, N P, similiter inclinati ad circulum A B C D. Quare ijsdem positis, si circunferentiæ à contactibus, &c. Quod erat demonstrandum.

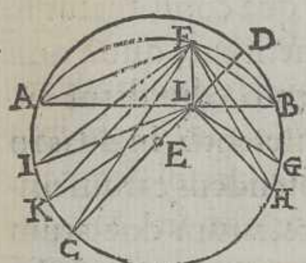
FINIS LIBRI II. THEODOSII.

THEO-

THEODOSII SPHAERICORVM LIBER TERTIVS.

THEOREMA 1. PROPOS. 1.

SI recta linea circulum in partes inæquales secet, super qua constituatur rectum circuli segmentum, quod non sit maius semicirculo; diuidatur autem segmenti insistentis circunferentia in duas inæquales partes: Recta linea subtendens earum minorem, minima est linearum rectarum ductarum ab eodem puncto ad minorem partem circunferentiæ primi circuli: Rectarum verò ductarum ab eo ipso puncto ad circunferentiam interceptam inter illam minimam rectam, & diametrum, in quam cadit perpendicularis deducta ab illo puncto semper minimæ propior remotiore minor est. Omnium autem maxima est ea, quæ ab illo eodē puncto ducitur ad extremitatem eiusdem diametri: Item recta subtendens maiorem circunferentiam segmenti insistentis, minima est earum, quæ cadunt in circunferentiam interceptam inter ipsam, & diametrum, semperque huic propior remo tiore minor est. Si verò recta linea subiectum circulum secans sit eius diameter, & reliqua omnia eadem sint, vt supra; recta linea subtendens minorem partem circunferentiæ segmenti insistentis, minima est rectarum ductarum ab illo eodem puncto ad primi, & subiecti circuli circunferentiam; ea verò, quæ maiorem partem circunferentiæ segmenti insistentis subtendit, maxima est.



RECTA linea AB, secet circulum A C B D, cuius centrum E, in partes
inæquales, quarum maior sit A CB: Insistat
autem ipsi A B, rectum circuli segmentum
AFB, semicirculo nō maius, quod in partes in-
æquales diuidatur in F; sitque minor pars BF:
11. vndec. Ex F, demittatur in circulum A C B D, per-
38. vndec. pendicularis F L, quæ in A B, communem se-
ctionem cadet: Per E, autem, & L, diameter
agatur CD; & ex F, in circunferentiam ACB,
maioris segmenti circuli A C B D, plurimę
rectæ cadāt F B, F G, F H, F C, F A, FI, F K.
Dico omnium minimam esse FB, & FG, mino-
rem, quàm F H; Omnium autem maximam es-
se F C. Item F A, esse omnium minimam, quæ
ex F, in portionem A C, cadent; & F I, minorem, quàm F K. Ducantur ex L,
lineæ rectę L G, L H, L I, L K; eruntque ex defin. 3. lib. 11. Eucl. omnes an-
guli ad L, quos recta F L, facit, recti. Quoniam igitur recta L D, est omnium
7. tertij. rectarum ex L, cadentium minima, & L B, minor, quàm L G, L H, L C, L K,
L I, L A; erunt quadrata ex F L, L B, minora quadratis ex F L, L G: Est au-
47. primi. tem tam quadratum ex F B, quadratis ex F L, L B, quàm quadratum ex F G,
quadratis ex F L, LG, æquale. Igitur erit quoq; quadratum ex F B, minus qua-
drato ex FG; atq; adeo & recta FB, minor erit quàm FG. Nō aliter ostēdemus,
rectā F B, minorē esse, quàm F H, FC, F K, F I, FA. Quare FB, omniū minima est.
7. tertij. RVRSVS quia L G, minor est, quàm L H, erunt quadrata ex F L, L G,
minora quadratis ex F L, L H: Est autem tam quadratum ex F G, quadratis
47. primi. ex F L, L G, quàm quadratum ex F H, quadratis ex F L, L H, æquale. Igitur
& quadratum ex F G, quadrato ex F H, minus erit; atq; adeo & recta F G, mi-
nor erit, quàm recta F H.
7. tertij. AMPLIVS quia L C, omnium ex L, cadentium maxima est; erunt qua-
drata ex F L, L C, maiora quadratis ex F L, L K: Est autem tam quadratum
47. primi. ex F C, quadratis ex F L, L C, quàm quadratum ex F k, quadratis ex FL, Lk,
æquale. Igitur & quadratum ex F C, maius erit quadrato ex F K; ac proinde &
recta F C, maior erit, quàm recta F K. Non aliter demonstrabimus, rectam FC,
maiorem esse, quàm F I, & F A. Est ergo recta F C, omnium maxima.

ITEM

ITEM quia L A, minor eſt, quàm L I, L k, L C; erunt quadrata ex FL, L A, minora quadratis ex F L, L I: Eſt autem tam quadratum ex F A, quadratis ex F L, L A, quam quadratum ex F I, quadratis ex F L, L I, æquale. Igitur & quadratum ex F A, minus erit quadrato ex F I; atque ob id recta quoque F A, minor erit, quàm recta FI. Eodem modo oſtendemus, rectam F A, maiorem eſſe, quàm F K, F C. Eſt ergo F A, omnium rectarum ex F, in arcum A C, cadentium minima. 7. tertij. 47. primi.

DENIQVE quia L I, minor eſt, quàm L K; erunt quadrata ex F L, LI, minora quadratis ex F L, L K: Eſt autem tam quadratum ex F I, quadratis ex F L, L I, quàm quadratum ex F K, quadratis ex F L, LK, æquale. Igitur & quadratum ex F I, minus erit quadrato ex F K, ideoque & recta F I, minor erit, quàm recta F K. 7. tertij. 47. primi.

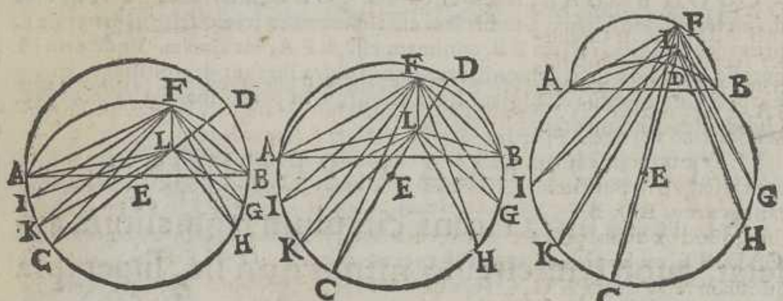
QVOD ſi recta A B, ſecet circulum A C B D, bifariam, ita vt ſit eius diameter, demonſtratum à nobis iam eſt theoremate tertio ſcholij propoſ. 21. præcedentis libri, rectam F B, minimam eſſe, & F A, maximam. Vnde non eſt neceſſe, idem hoc loco demonſtrare. Immo plura ibi ſunt demonſtrata, quàm hic proponuntur. Si recta igitur linea circulum in partes inæquales ſecet, &c. Quod oſtendendum erat.

THEOREMA 2. PROPOS. 2.

30. Secundi huius.

SI recta linea ſecans circulum ſegmentum auferat, quod ſemicirculo minus non ſit, ſuper ipſa autem recta linea ſtatuatur aliud circuli ſegmentum, quod & ſemicirculo maius non ſit, & inclinatum ſit ad alterum ſegmentum, quod ſemicirculo maius non eſt; diuidatur vero inſiſtentis ſegmenti circunferentia in partes inæquales: Recta linea ſubtendens minorem circunferentiæ partem minima eſt rectarum omnium ductarum ab illo puncto, à quo ipſa ducitur, ad ſubiecti circuli circunferentiam illam, quæ ſemicirculo minor non eſt: & reliqua omnia, quæ in præcedẽti, ſequuntur.

RECTA linea A B, à circulo A C B D, cuius centrum E, auferat ſegmentum A C B, ſemicirculo non minus, ſed vel ſemicirculo æquale, vt in prima figura, vel maius, vt in alijs figuris; & ſuper recta A B, ſtatuatur ſegmentum aliud circuli A F B, ſemicirculo non maius, ſed vel ſemicirculo æquale, vt in poſtrema trium figurarum, vel minus, vt in primis duabus figuris, & inclinatum ad ſegmentum alterum A D B, quod ſemicirculo maius non eſt, cum A C B, vel ſemicirculo æquale, vel maius ponatur. Diuidatur quoque circunferentia A F B, in F, in partes inæquales, & sit F B, minor. Ex F, demittatur in planum circuli A C B D, perpendicularis F L, quæ ad partes segmenti A D B, cadet, propterea quod segmentum A F B, ad segmentum A D C, est inclinatum, ita vt punctum L, sit vel intra segmentum A D B, vel extra, vel certe in ipsa circunferentia A D B. Per centrum autem E, & punctum L, diameter agatur C D, & ex F, in circunferentiam A C B, plurimæ rectæ cadant F B, F G, &c. Dico omnium minimam esse F B; & F G, minorem quàm F H: omnium autem maximam esse F C: Item F A, esse omnium minimam, quæ ex F, in circunferentiam A C, cadunt; & F I, minorem quàm F K. Ducantur ex L, rectæ lineæ L B, L G, L H, L A, L I, L K, eruntque omnes anguli ad L, quos facit perpendicularis F L, recti, ex defin. 3. lib. 11. Eucl.



7. vel 8. vel 15. tertii. Quoniam igitur recta L D, est omnium minima, (hæc autem linea nihil est omnino in ea figura, vbi punctum L, cadit in D.) & L B, minor, quàm L G, L H, L C, L K, L I, L A, & omnium maxima L C, &c. demonstrabimus, vt in præcedenti, rectam F B, esse omnium minimam, & F G, minorem quàm F H: Item F C, omnium maximam, & F A, minimam omnium ex F, in circunferentiam A C, cadentium; & F I, minorem quàm F K. Si igitur recta linea secans circulum, &c. Quod erat ostendendum.

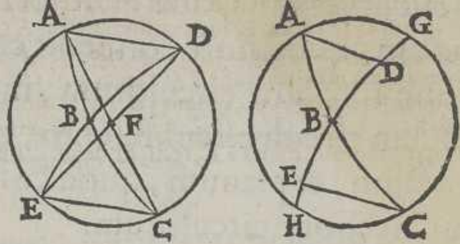
7. vel 8. vel 15. tertij. & 47. primi.

1. THEOREMA 3. PROPOS. 3.

SI in sphæra duo circuli maximi se mutuo secent, ab eorum verò vtroque æquales circunferentiæ sumantur vtrinque à puncto, in quo se secant: Rectæ lineæ, quæ extrema puncta circunferentiarum connectunt ad easdem partes, æquales inter se sunt.

IN sphæra duo circuli maximi A B C, D B E, se mutuo secent in B, & in vno quoque vtrinque à B, sumantur duo arcus æquales B A, B C, & BD, BE, iungan-

iunganturque rectæ A D, C E. Dico rectas A D, C E, æquales esse. Polo enim B, & interuallo B A, circulus describatur, qui etiam per C, transibit, ob æqualitatem arcuum B A, B C. Aut igitur idem circulus transit etiam per C, atque adeo & per E, ob æqualitatem arcuum B D, B E, aut non. Transeat primũ per D, & E, vt in priori figura; sintque communes sectiones circulorum maximorũ, & circuli ADCE, rectæ A C, D E. Et quoniã circuli maximi ABC, D B E, per B, polum circuli A D C E, transeuntes secant ipsum bifariã, 15.1.huius.



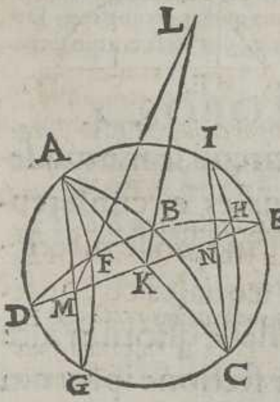
erunt A C, D E, diametri circuli A D C E, & F, centrum; ac proinde rectæ F A, F D, rectis F C, F E, æquales. Cum ergo & angulos æquales comprehendant ad verticem F; erunt & rectæ A D, C E, æquales. 15.primi. 4.primi.

SED non transeat iam circulus ex B, polo descriptus ad interuallum BA, per D, sed vltra punctum D, atque adeò & vltra punctum E, excurrat. Producantur arcus B D, B E, ad G, H. Quoniam igitur arcus B G, B H, æquales sunt, quòd ex defin. poli, rectæ subtensæ B G, B H, æquales sint: Sunt autem & B D, B E, ex hypothesi, æquales; erunt & reliqui D G, E H, æquales. Et quoniam rectæ ductæ A G, C H, æquales sunt, vt proxime demonstratum est in prima parte huius propos. erunt & arcus A G, C H, æquales. Quia igitur circulus maximus G B H, per polum B, ductus secat circulum A G C H, bifariam, & ad angulos rectos, insistet segmentum G H, rectum diametro circuli A G C H. Cum ergo arcus D G, E H, æquales sint, & minores dimidio arcu G D H; sintque arcus G A, H C, ostensi quoque æquales; erunt rectę D A, E C, inter se æquales. Si igitur in sphæra duo maximi circuli se mutuo secent, &c. Quod erat demonstrandum. 28.tertij. 28.tertij. 15.1.huius. 12.1.huius.

THEOREMA 4. PROPOS. 4. 2.

SI in sphæra duo maximi circuli se mutuo secent, ab eorumque altero æquales circunferentiæ sumantur vtrinque à puncto, in quo se intersecant, & per puncta terminantia æquales circunferentias ducantur duo plana parallela, quorum alterum conueniat cum communi sectione ipsorum circulorum extra sphæram versus prædictum punctum; sit vero vna illarum æqualium circunferentiarum maior vtralibet circunferentiarum in altero maximo circulo interceptarum inter prædictũ punctum, & vtrumque planorum parallelorum: Ea circunferentia, quæ est inter illud punctum, & planum, quod non conuenit cum communi sectione ipsorum circulorum, maior est, quam ea eiusdem circuli circunferentia, quæ est inter idem punctum, & planum, quod conuenit cum communi sectione circulorum.

IN sphæra duo maximi circuli A B C, D B E, se mutuo secent in B, & in A B C, sumantur arcus B A, B C, æquales, & per A, C, puncta duo plana pa-
1.1. huius. rallela inter se ducantur facientia in superficie sphæræ circunferentias circulorum A F G, C H I, quæ secent circunferentiam D B E, in punctis F, H; sit verò arcus B A, vel B C, maior vtralibet circunferentiarum B F, B H, inter punctum B, & plana parallela interceptarum. Ex polo deinde B, & interuallo B A, vel B C, circulus describatur A D C E, qui puncta F, H, transcendet, propterea quòd arcus B F, B H, minores ponuntur arcubus B A, B C. Producantur arcus B F, B H, vsque ad circunferentiam circuli A D C E, ad puncta D, E; sintque communes sectiones circuli A D C E, & circulorum A F G, C H I, rectæ A G, C I; communes autem sectiones circulorum maximorum, & circuli A D C E, rectæ A C, D E; quæ ipsius diametri erunt, atque adeo eiusdem centrum K, cum circuli maximi ipsum per B, polum bifariam secent: Secet au-
15.1.huius, tem recta D E, rectas A G, C I, in M, N. Sit quoque maximorum circulorum communis sectio K B, recta, cum qua producta ad partes B, conueniat planum A F G, productum extra sphæram in puncto L. Quo posito, non conueniet alterum planum C H I, cum recta K B, ad partes B, ne cum sibi parallelo plano A F G, conueniat. Dico arcum B H, maiorem esse arcu B F. Sint enim rectæ F M, H N, communes sectiones circuli D B E, & circulorum A F G, C H I. Et quoniam planum A F C, conuenit productum cum recta K B, producta in L, erit L, punctum tam in plano D B E, quàm in plano A F G; atque adeo in cõmuni eorum sectione, nempe in recta M F. Producta ergo M F, coibit cum K B, producta in L. Quoniam verò planum D B E, secat plana pa-



16.vndec. rallela A F G, C H I, erunt sectiones factæ M F, N H, parallelæ. Rursus quia
16.vndec. planum A D C E, eadem plana parallela secat, erunt quoque sectiones factæ
29.primi. A G, C I, parallelæ. Anguli ergo alterni K A M, K C N, æquales sunt:

sunt

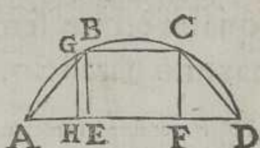
ſunt autem & anguli A K M, C K N, ad verticem æquales, & latera K A, KC, 15.primi.
æqualia, cum ſint ſemidiametri circuli A D C E. Igitur & latera K M, K N, 26.primi.
æqualia erunt: ſunt autem & ſemidiametri K D, K E, æquales. Reliquæ ergo
rectæ D M, E N, æquales erunt. Rurſus quoniam recta B K, ex B, polo circuli
A D C E, ad eiuſdem centrum K, ducta, recta eſt ad planum circuli, erit an- Schol. 8. 1. huius.
gulus M K L, in triangulo K L M, rectus, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. Angulus igi-
tur K M L, acutus erit. Cum ergo duo anguli F M N, H N M, duobus ſint 17.primi. 29.primi.
rectis æquales; erit angulus H N M, obtuſus. Quare, vt mox, lemmate ſequen
ti oſtendemus, arcus E H, minor erit, arcu D F; atque adeo, cum æquales
ſint arcus B D, B E, quòd rectæ ſubtenſæ B D, B E, ex defin. poli, ſint æqua- 28.tertij.
les, maior erit arcus B H, arcu B F. Si igitur in ſphæra duo maximi circuli ſe
mutuo ſecent, &c. Quod erat demonſtrandum.

LEMMA.

QVOD autem arcus EH, arcu DF, minor ſit, facile demonſtrabimus, hoc propoſito theoremate prius demonſtrato.

SI arcui circuli recta ſubtendatur, ad quam ex arcu duæ perpendiculares demittantur auferentes verſus terminos arcus duos arcus æquales; auferent eædem duas rectas ex recta ſubtenſa æquales. Et ſi duæ perpendiculares ad rectam ſubtenſam ducantur auferẽtes duas rectas æquales; auferent eædem duos arcus æquales.

ARCVI circuli ABCD, ſubtendatur recta AD, ad quam ex arcu demittantur duæ perpendiculares BE, CF, auferentes duos arcus AB, DC, æquales. Dico eaſdem auferre æquales rectas AE, DF. Ducta enim recta BC, erunt AD, BC, parallelæ, Schol. 27. tertij.
ob æqualitatem arcuum AB, DC: ſunt autem & BE, CF, parallelæ. Parallelogrammum igitur eſt BEFC, atque adeò 28.primi.



& rectæ BE, CF, æquales. Et quoniam æqualibus arcubus AB, DC, re- 34.primi.
ctæ ſubtenſæ AB, DC, æquales ſunt; erunt quadrata ex AB, DC, æqua- 29. tertij.
lia. Cum ergo tam illud æquale ſit quadratis ex AE, BE, quàm hoc qua- 47.primi
dratis ex DF, CF; ſi auferantur æqualia quadrata rectarum BE, CF, æqualia erunt quadrata rectarum AE, DF; ac proinde & rectæ AE, DF, æquales erunt. quod primo loco proponebatur.

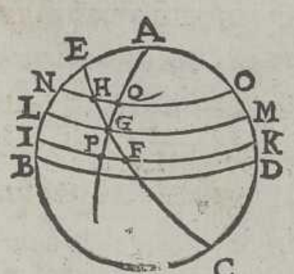
SED iam perpendiculares BE, CF, auferant æquales rectas AE, DF. Dico eaſdem auferre æquales arcus AB, DC. Si enim non ſunt æquales, ſit, ſi fieri poteſt, maior arcus AB, à quo æqualis abſcindatur AG, & ex G, ad AD, perpendicularis ducatur GH. Erit igitur, vt proxime demonſtratum eſt, recta AH, rectæ DF, æqualis, atque adeò & rectæ AE, pars toti: Quod eſt abſurdum. Non eſt ergo arcus AB, maior arcu DC: eademque ratione neque minor erit. Aequalis ergo eſt. quod

quod est propositum. Ex his constat, arcum H E, in figura propositionis minorem esse arcu D F. Nam cum angulus F M K, acutus sit, & H N K, obtusus, si ex M, N, ad D E, perpẽdiculares ducerentur, caderent hæ in arcus D F, B H, auferrentque, vt in proximo lemmate ostendimus, arcus æquales. Quare arcus H E, minor est arcu D F.

5. THEOR. 5. PROPOS. 5.

SI in circunferentia maximi circuli sit polus parallelorum, huncque maximum circulum secet ad angulos rectos duo alij maximi circuli, quorũ alter sit vnus parallelorum, alter verò obliquus sit ad parallelos; ab hoc autem obliquo circulo æquales circunferentiæ sumantur deinceps ad eandem partem maximi parallelorum, perque illa puncta terminantia æquales circunferentias describantur paralleli circuli: Circunferentiæ maximi illius circuli primo positi inter parallelos interceptæ inæquales erunt, semperque ea, quæ propior fuerit maximo parallelorum, remotiore maior erit.

IN circunferentia maximi circuli A B C D, sit A, polus parallelorum, eumq́ue secent duo maximi circuli B D, E C, ad angulos rectos, quorum B D, sit maximus parallelorum, & E C, ad parallelos obliquus: & per F, G, H, puncta, quæ ex obliquo circulo arcus æquales auferunt F G, G H, describantur paralleli I K, L M, N O, ex



20.1.huius polo A. Dico arcum I L, maiorẽ esse arcu L N. Per polum enim A, & punctum G, circulus maximus describatur A P, secans parallelos in P, Q. Quoniam igitur in sphæræ superficie intra periphæriam circuli I K, punctum G, signatum est præter polum A, & ex G, duo arcus G P, G F, circulorum maximorum cadunt in circunferentiam circuli I K; erit arcus G P, omnium minimus; atque adeo minor quam G F: quod arcus G P, G F, minores sint semicirculo, cum se non intersecent, antequam parallelum I K, diuidunt. Rursus quia in superficie sphæræ extra periphæriam circuli N O, punctum G, signatum est præter eius polum; erit

Schol. 21. 2. huius.

erit & arcus G Q, omnium ex G, cadentium minimus, hoc est, minor, quàm G H: quod arcus G Q, G H, minores sint semicirculo, cum se non intersecent, antequàm parallelo N O, occurrant. Vterque igitur arcus F G, G H, vtroque G P, G Q, maior est. Et quoniam recta per G, & centrum sphæræ ducta, id est, communis sectio circulorum maximorum A P, E C, secant paralleli I K, planum intra sphæram; (non enim recta illa ad centrum sphæræ perueniet, hoc est, ad centrum maximi circuli B D, nisi prius planum circuli I K, secet; quòd parallelus I K, positus sit inter maximum parallelorum, & punctum G.) secabit eadem recta planum paralleli N O, extra sphæram, si recta illa, & planum circuli ad partes G, producantur: propterea quòd punctum G, positum est inter maximum parallelorum, & parallelum N O. Quoniam igitur duo circuli maximi A P, E C, se mutuo secant in G, puncto, & à circulo E C, vtrinque à puncto G, duo arcus æquales sumpti sunt G F, G H, & per F, H, plana parallela circulorum I K, N O, ducta, quorum N O, occurrit communi sectioni circulorum maximorum A P, E C, extra sphæram, vt ostensum est, estque vterque arcuum G F, G H, maior vtroque arcuum G P, G Q, erit arcus G P, maior arcu G Q: Est autem arcus G P, arcui I L, & arcus G Q, arcui L N, æqualis. Igitur & arcus I L, arcu L N, maior erit. Quare si in circunferentia maximi circuli sit polus, &c. Quod demonstrandum erat.

Schol. 21. & huius.

4. huius.

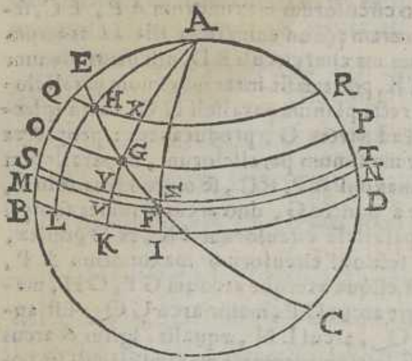
10. 2. huius.

THEOREMA 6. PROPOS. 6. 4.

SI in circunferentia maximi circuli sit polus parallelorum, huncq; maximum circulum ad angulos rectos secent duo alij circuli maximi, quorum alter sit vnus parallelorũ, alter verò obliquus sit ad parallelos; sumantur autem ab obliquo circulo æquales circunferentiæ deinceps ad easdem partes maximi illius paralleli, & per puncta terminantia æquales circũferentias, perq; polum, describantur maximi circuli: Hi circunferentias inæquales intercipient de maximo parallelorum, quarum propior maximo circulo primo posito semper erit remotiore maior.

IN circunferentia maximi circuli A B C D, sit A, polus parallelorum, eumque secent duo maximi circuli B D, E C, ad angulos rectos, quorum B D, sit parallelorum maximus, at E C, ad parallelos obliquus, ex quo sumantur

arcus æquales F G, G H; & per puncta F, G, H, perque polum A, circuli ma-
20.1.huius ximi describantur A I, A K, A L, secantes B D, in I, K, L. Dico arcum K L,
maiorem esse arcu I K. Describantur enim per eadem puncta F, G, H, paral-



leli M N, O P, Q R, secantes A K,
5.huius. in V, X . Erit igitur arcus MO,
maior arcu O Q; atque adeo, cũ
10.2.huius arcui MO, arcus VG;& arcui OQ,
arcus G X, sit æqualis; erit & V G,
maior, quàm G X . Sumatur arcus
G Y, ipsi G X, æqualis, & per Y,
parallelus describatur S T, secans
circulum A I, in Z . Quoniam igi-
tur arcus G Y, G X, æquales sunt,
nec non G F, G H, erunt ductæ re-
ctæ H X, Y F, æquales. Et quia cir-
3.huius. culus maximus A I, per polum A,
15.1.huius. secat circulum S T, ad angulos re-
ctos, & bifariam, erit communis
sectio, nempe recta ex Z, ad alte-
ram sectionem ducta diameter circuli S T, super quam insistit semicirculus
rectus ad circulum AI, nempe semicirculus à puncto Z, incipiens, & per S, vsq;
ad alteram sectionem progrediens, (hoc est, segmentum circuli, quod semicir-
culo maius non est.) aufertque recta illa ex circulo A I, segmentum semicir-
culo maius, quod nimirum à puncto Z, per I, vsque ad alteram sectionem cum
circulo S T, ducitur, atque est Y Z, arcus insistentis semicirculi quadrante
10.2.huius minor, (propterea quòd arcus I k, qui illi est similis, quadrante quoque mi-
nor est. quod ita ostendi potest. Quoniam circuli maximi B D, E C, recti sunt
ad maximum circulum A B C D, erit hic vicissim ad illos rectos, ac proinde
13.1huius. per illorum polos transibit. Quare eorum segmenta, quæ semicirculi sunt, bi-
9.2.huius. fariam secabit, id est, in quadrantes. Quadrans ergo est arcus circuli B D, po-
situs inter B, & illud punctum, vbi se mutuo secant circuli B D, E C, ideoque
I K, quadrante minor. Nam circulus A k, cadit inter puncta B, I, cum circu-
lum A B C D, secet in altero polo.) atque adeo reliquus arcus ex semicirculo
insistente interceptus inter Y, & altetam sectionem cum circulo AI, quadran-
1.huius. te maior; erit recta Y Z, omnium rectarum ex Y, cadẽtium in circunferentiam
Z I, minima; atq; adeò minor quàm YF, hoc est, quàm HX, quam equalẽ osten
ndimus esse rectæ Y F. Quocirca cum circulus Q R, minor sit circulo S T, au-
feret recta H X, maior maiorem arcum ex suo circulo, quàm recta YZ, minor
ex suo, vt mox ostendemus. Maior igitur est arcus H X, quàm vt similis esse
10.2.huius possit arcui YZ: Est autem arcui H X, arcus k L, & arcui Y Z, arcus I k, similis.
Igitur & k L, maior est, quàm vt similis sit ipsi I k; ac proinde, cum sint in eo-
dem circulo, maior erit arcus kL, quàm I k. Quamobrem, si in circumferentia
maximi circuli sit polus parallelorum, & c. Quod demonstrandum erat.

LEMMA.

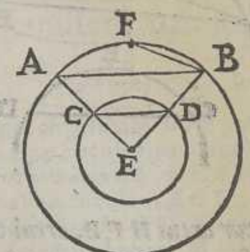
QVOD *autem recta* H X, *maiorem arcum auferat ex suo circulo quàm recta* Y Z, *ex suo, perspicuum fiet, si prius theorema, quod sequitur, demonstretur.*

ÆQVALES

ÆQVALES rectæ lineæ ex circulis inæqualibus auferunt arcus inæquales, maiorque est arcus minoris circuli, quàm vt similis sit arcui maioris circuli.

SINT circuli inæquales A B, C D, circa idem centrum E, descripti: ducantur autem ex E, duæ rectę vtcunque E A, E B, secantes circulum C D, in punctis C, D: eruntq́; arcus A B, C D, similes, cum illis idem angulus E, insistat ad centrum. Et quoniam rectæ E A, E B, proportionaliter sunt sectæ in punctis C, D, quòd E A, E B, æquales sint, nec non E C, E D; erunt rectæ ductæ A B, C D, parallelæ; atque adeo triangula E A B, E C D, similia, habentia angulos E A B, E C D, inter se æquales, nec non & angulos E B A, E D C, & angulũ E, communem. Quare erit, vt E A, ad A B, ita E C, ad C D: Est autem E A, maior quam E C. Igitur & A B, maior erit, quàm C D. Accommodetur igitur ipsi C D, in circulo A B, æqualis B F; eritq́; arcus A B, maior, quàm F B. Quare cum arcus C D, arcui A B, sit similis; erit arcus C D, maior, quàm vt similis sit ipsi F B. Aequales igitur rectæ F B, C D, ex circulis inæqualibus A B, C D, inæquales arcus auferunt, maiorq́; est arcus C D, circuli minoris, quàm vt similis sit arcui F B, circuli minoris. quod est propositum.

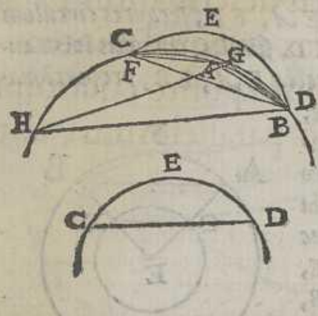
Schol. 35. sexti. 2. sexti. Coroll. 4. sexti. 4. sexti. 14. quinti. 1. quarti. Schol. 28. tertij.



HINC perspicuum est, multo magis maiorem lineam ex circulo minore auferre arcum maiorem, quàm vt similis sit ei, quem ex circulo maiore aufert linea minor. Cum enim recta C D, æqualis ipsi F B, auferat arcũ C D, maiorem, quàm vt similis sit arcui F B; multo magis linea maior quàm C D, auferet maiorem arcum, quàm vt similis sit arcui F B; cum illa maior maiorem arcum abscindat, quam C D. Quare in propos. hac sexta etiam recta H X, maior existens, quàm recta Y Z, auferet ex circulo minore Q R, arcum H X, maiorem, quàm vt similis sit arcui Y Z, quem recta Y Z, aufert ex S T, circulo maiore.

Schol. 28. tertij.

HOC autem lemmate demonstrato, facile etiam ostendemus, æquales rectas lineas ex circulis inæqualibus auferre arcus inæquales simpliciter, ita vt arcus minoris circuli simpliciter maior sit arcu circuli maioris, & non solũ maior, quàm vt similis sit. Sint enim rectæ lineæ C D, B F, æquales, auferatq́; C D, arcum minoris circuli C E D, & F B, arcum circuli maioris F G B. Dico simpliciter arcum C E D, maiorem esse arcu F G B. Congruente enim recta C D, rectæ F B, cadet necessario arcus C E D, extra arcũ F G B; atque adeo arcus C E D, maior erit arcu F G B, cum ille hunc totum intra se *contineat, sintq́; ambo arcus in eandē partem caui, atq́; eadem extrema puncta habeant, vt vult Archimedes in suppositionibus ante lib. 1. de sphæra & cylindro. Neque vero arcus C E D, arcui F G B, congruet, aut intra ipsum cadet. Nam si dicatur congruere, congruet etiam tota circumferentia circuli C E D, toti circumferentiæ circuli F G B, atque adeo æquales erunt circuli. quod est absurdum, cum inæquales ponantur: Si vero arcus C E D, dicatur cadere intra arcum F G B, cuiusmodi est arcus C A D, quoniam vt paulo ante in hoc lemmate ostensum est, arcus C E D, id est, C A D, maior est, quàm vt similis sit arcui F G B, sumatur arcus H F B, arcui C A D, similis, atque adeo maior arcu F G B: Assumpto autem in arcu C A D, puncto A, vtcunque, ducantur rectæ A F, A B; productaque recta F A, donec arcum F G B, secet in G, ducantur rectæ G H, G B. Itaque quoniam arcus C A D, H F B, similes sunt, erunt anguli C A D, H G B, in illis segmentis existentes, æquales. Quia*



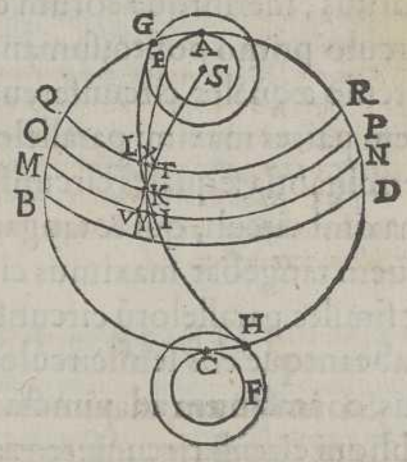
16.primi. *vero angulus C A D, angulo C G B, maior est, externus interno; & angulus C G B, angulo H G B, maior quoque, totum parte; erit multò maior angulus C A D, angulo H G B. quod est absurdū. Ostensus enim est æqualis. Non ergo arcus C E D, cadet intra arcū F G B: sed neq; ei congruit, vt demōstratū est. Cadet ergo extra, atq; adeo maior erit arcus C E D, arcu F G B, vt dictū est.*

H I N C etiam liquido constat, multo magis maiorem lineam ex circulo minore auferre arcum maiorem simpliciter eo, quem minor linea ex circulo maiore aufert.

THEOR. 7. PROPOS. 7.

SI in sphæra maximus circulus tāgat aliquem sphæræ circulum, alius autem maximus circulus ad parallelos obliquus sit, tangatq́; circulos maiores illis, quos tangit maximus circulus primo positus, fuerintq́; eorum contactus in maximo circulo primo posito, & sumantur à circulo obliquo circuncunferentiæ æquales, & continuæ ad easdem partes maximi parallelorum; per puncta autem terminantia æquales circunferentias describantur paralleli circuli: Hi circumferentias inæquales intercipient de maximo circulo primo posito, quorum ea, quæ propior erit maximo parallelorum, erit maior remotiore.

IN sphæra maximus circulus A B C D, tangat circulum A E, in puncto A; atque adeo & alium C F, illi æqualem: Alius autem circulus maximus GH, ad parallelos obliquus tangat alios duos circulos maiores illis, quos ABCD, tangit, sintque puncta contactuum G, H, in maximo circulo A B C D; sitq; B D, maximus parallelorum: Ex obliquo denique circulo G H, sumantur arcus æquales I k, K L, & per puncta I, k, L, paralleli describantur M N, O P, Q R. Dico arcum M O, maiorem esse arcu O Q. Nam per k, & S, polum parallelorum circulus maximus describatur S k, secans parallelos in punctis T, V. Item per k, describatur maximus circulus k E, tangens parallelum A E, in E, secansq; parallelos alios in X, Y; ita tamen, vt hæc puncta X, Y, sint inter puncta L, T, & V, I. quod ita fiet. Quoniam per k, duo circuli describi possunt tãgentes circulum A E, quorum vnus inter arcus k G, k S, cadit, alter vero extra ipsos; (Nã si ambo ex eadem parte circulum A E, tangerent, secarent sese mutuo prope puncta contactuum, quòd alter alteri occurreret. quod est absurdum; cum se intersecent in puncto, quod ipsi K, opponitur inter alterum polum, & maximum parallelorũ.) si prior sumatur, cadẽt puncta X, Y, inter puncta L, T, & V, I, vt patet. Igitur quoniã in sphęræ superficie intra peripheriam circuli MN, punctum k, signatum est præter polum S, & ex k, tres arcus cadunt in eius circunferentiam k V, k Y, k I; erit k V, omnium minimus, & K Y, minor, quàm k I. Rursus quia in superficie sphæræ extra peripheriam circuli Q R, signatum est punctum K, præter eius polum, & ex K, in eius circunferentiam cadunt tres arcus K T, K X, K L, erit K T, omnium minimus, & k L, minor quam K L. Vterque igitur arcus



6.2.huius.

20.1.huius.

15.2.huius

schol.15.2. huius.

Schol.21.2. huius.

Schol.21.2. huius.

kI,

KI, KL, vtroque KY, KX, maior est. Et quoniam recta per K, & sphæræ centrũ ducta, id est, communis sectio maximorum circulorum GH, EY, secat planum paralleli QR, extra sphæram, si recta illa, & planum circuli QR, producantur ad partes K, vt in demonstratione propos. 5. huius lib. dictum
4.huius. est; erit arcus KY, maior arcu KX: Sed arcui KY, arcus MO, & arcui KX,
13.2.huius arcus OQ, æqualis est; Sunt enim semicirculi, quorum vnus ex A, per B, alter vero ex E, per K, ducitur, non conuenientes, vt ex ijs, quæ in demonstratione propos. 13. secundi lib. diximus, perspicuum est. Igitur & arcus MO, maior erit arcu OQ. Si ergo in sphæra maximus circulus tangat, &c. Quod demonstrandum erat.

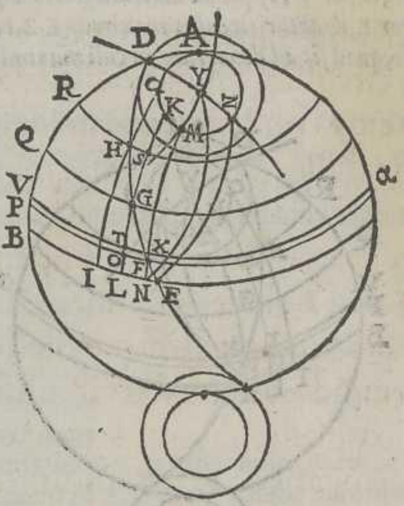
6. THEOREMA 8. PROPOS. 8.

SI in sphæra maximus circulus aliquem sphæræ circulum tangat, aliquis autem alius maximus circulus obliquus ad parallelos tangat circulos maiores illis, quos tangebat maximus circulus primo positus, fuerintque eorum contactus in maximo circulo primo posito; sumantur autem de obliquo circulo æquales circunferentiæ continuæ ad easdem partes maximi parallelorum, perque puncta terminantia æquales circunferentias describantur maximi circuli, qui & tangant eundem circulum, quem tangebat maximus circulus primo positus, & similes parallelorũ circunferentias intercipiant, habeantque eos semicirculos, qui tendunt à punctis contactuum ad puncta terminantia æquales obliqui circuli circunferentias, per quæ describuntur, eiusmodi, vt minime conueniant cum illo circuli maximi primo positi semicirculo, in quo est contactus obliqui circuli inter apparentem polum, & maximum parallelorum: Inæquales inter-

cipient

cipient circunferentias de maximo parallelorum, quarum propior circulo maximo primò posito semper erit maior remotiore.

IN sphæra maximus circulus A B, tangat circulum A C, in A; atque adeo alium illi æqualem, & parallelum: & alius circulus maximus D E, ad parallelos obliquus tangat alios parallelos maiores, sintque cõtactus in circulo AB, cuiusmodi est punctum D; & sit B E, parallelorum maximus: Ex obliquo autem circulo D E, sumantur arcus æquales F G, G H; & per puncta F, G, H, circuli maximi describantur C I, K L, M N, tangentes parallelum A C, in C, K, M, secantesque B E, maximum parallelorum in I, L, N, ita vt similes arcus parallelorum intercipiant, eorumque semicirculi à punctis C, K, M, incipientes, & per F, G, H, transeuntes non conueniant cum semicirculo circuli A B, ab A, incipiente, & per B, transeunte. Dico arcum I L, maiorem esse arcu L N. Describantur enim per F, G, H, paralleli P F, Q G, R H, secantes circulum KL, in O, S. Erit ergo arcus P Q, maior arcu Q R; quibus cum sint æquales arcus GO, GS, erit & GO, maior, quàm G S. Fiat G T, ipsi G S, æqualis, & per T, parallelus describatur V T, secans circulum M N, in X. Et quoniam communis sectio circulorum M N, V X, hoc est, recta ab X, sectione, ad alteram sectionem ducta aufert segmentum, quod incipit ab X, & transit per V, vsq; ad alteram sectionem, semicirculo minus; (Nam circulus maximus M N, secans parallelum V X, non per polos aufert segmentum maius semicirculo, quod nimirum est inter maximum parallelorum, & polum conspicuum, quale est segmentum incipiens ab X, & transiens per α, vsque ad alteram sectionem cum circulo M N.) aufertque ex maximo circulo MN, segmentum maius semicirculo, quod nimirum ab X, incipiens per N, ad alteram sectionem transit; estque segmentum X V, ad segmentum X M, inclinatum versus partes R. Nam si per N, & Y, polum parallelorum circulus maximus describatur Y N, erit hic rectus ad B E. Ergo M N, qui inter hos duos est positus, (Quoniam enim ex puncto F, duo circuli tangentes parallelum A C, duci possunt, vnus ad sinistram circuli maximi Y N, & ad dexteram alter, nos priorem eligimus, vt nimirum ponatur inter maximos circulos Y N, B E.) ad eundem B E, inclinatus



6.1.huius.

7.huius.

13.2.huius.

19.2.huius.

15.1.huius

Schol.15.2 huius.

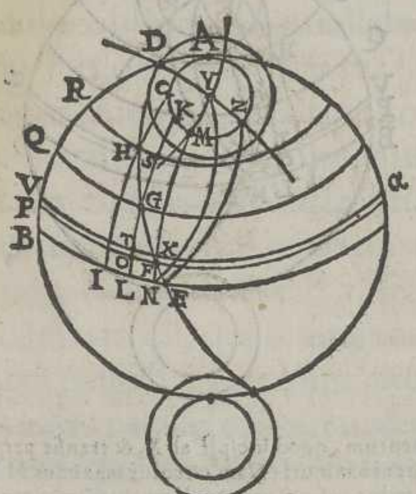
clinatus

clinatus est ad partes R, & vicissim B E, atque adeò & sibi parallelus V X, ad M N, ad easdem partes R, erit inclinatus. Item segmentum incipiens ab X, & per V, vsque ad alteram sectionem transiens sectum est inæqualiter in T, estque minor pars T X, vt mox ostendemus. Igitur recta T X, minor est, quàm
2.huius. recta T F: Sed recta T F, æqualis est rectæ H S. Igitur & recta T X, minor erit
3.huius. quàm recta H S; atque adeo, vt in lemmate propos. 6. huius lib. demonstratum est, maior erit arcus H S, quàm vt similis esse possit arcui T X. Cum ergo ar-
13.2.huius. cus I L, arcui H S, & arcus L N, arcui T X, sit similis, maior erit quoque arcus I L, quàm vt similis sit arcui L N; atque adeo, cum in eodem circulo sint, erit I L, maior, quam L N. Si igitur sphæra maximus circulus aliquem sphæræ circulum tangat, &c. Quod erat ostendendum.

LEMMA. I.

QVOD autem arcus T X, minor sit semisse segmenti, quod ab X, incipit, et per V, vsque ad alteram sectionẽ protenditur, ita demonstrabimus. Per E, ducatur circulus maximus E Z, tangens parallelum A C, in Z, puncto, quod sit ad dexteram circuli maximi N Y: cùm ex E, duo circuli tangẽtes A C, describi possint, vnus ad sinistram circuli N Y, et ad dexteram alter. Eritq; E Z, quadrans. Nam circulus maximus Z Y, per Y, polum circuli A C, & per Z, cõtactum descriptus trãsit quoq; per polum circuli tangentis E Z. Quare idem circulus Y Z, secabit segmenta circulorum B E, E Z, bifariam. Cum ergo hi maximi circuli se bifariam secent, secabitur segmẽtum à puncto E, per Z, vsque ad alteram sectionem, in duos quadrantes in puncto Z; atque adeo E Z, quadrans erit. Eodem modo quadrans erit E D, si per polum Y, & contactum D, circulus maximus Y D, describatur. Est autem & arcus circuli maximi inter E, & Y, polum, quadrans. Igitur circulus maximus ex E, tanquam polo, & interuallo E Z, descriptus transibit per puncta Y, D. Non aliter ostendemus N M, esse quadrantem; atque adeo circulum maximum ex N, polo, & interuallo N M, descriptum transire per Y, polum parallelorum, qualis est M Y, atque adeo secare arcum B D, vltra punctum D, & ar-

schol. 15.2. huius.
5.2.huius.
9.2.huius.
11.2.huius
Corol. 16.1 huius.

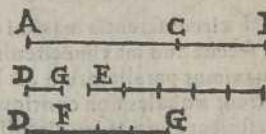


& arcum NB, vltra arcum DB, ideoque & arcum XV, vltra eundem arcum DB: propterea quòd maximi circuli ZYD, MY, se mutuo secant in Y, polo, & punctum M, est inter D, & Z. Quoniam verò circulus maximus MY, ductus per Y, polum paralleli AC, & per contactum M, transit etiam per polum circuli tangentis NM; transibit per polos 5. 2. huius *circulorum XV, & NM, se mutuo secantium in X. Quare bifariam secabit ipsorum segmenta. Cum ergo vltra punctum V, secet segmentum ab* 9. 2. huius. *X, per V, vsque ad aliud punctum, vbi se mutuo secãt circuli XV, NM, vt proxime est ostensum; erit XV, arcus minor semisse segmenti ab X, per V, vsque ad alteram sectionem; ac proinde multo minor semisse eiusdem segmenti erit TX. quod est propositum.*

LEMMA. II.

PROPOSITIS duabus magnitudinibus inæqualibus, reperire aliam mediam, quæ datæ cuicunque magnitudini commensurabilis sit.

SINT propositæ duæ magnitudines inæquales AB, AC, & data alia quæcunque DG: oporteatq́, inuenire aliam mediam, hoc est, quæ maior quidem sit, quàm AC, minor vero, quàm AB, & ipsi DG, commensurabilis. Sit primum DG, minor, quàm BC, excessus inter magnitudines AB, AC; & E, multiplex ipsius DG, proxime maior quàm AC. Quo posito, erit E, minor, quàm AB. Si enim æqualis esset, si detraheretur ex E, vna magnitudo ipsi DG, æqualis (quę quidem minor ponitur, quàm BC,) maneret adhuc reliqua multiplex ipsius DG, maior quàm AC. Non ergo E, esset multiplex ipsius DG, proxime maior, quàm AC. Quod est absurdum. Non ergo æqualis est E, ipsi AB; atque adeo multo magis neque maior erit. Minor igitur est, quàm AB; atque adeo cum maior quoque sit quàm AC, & ipsi DG, commensurabilis, quòd eius multiplex sit, constat propositum.



SED iam data magnitudo DG, non minor sit, quàm BC. Diuisa igitur DG, bifariam, & dimidia parte rursus bifariam, & sic deinceps, donec relinquatur pars DF, minor quàm BC; sit E, ipsius DF, multiplex 1. decimi. *proximè maior, quàm AC; eritq́, E, ipsi DF, commensurabilis; atque adeo & ipsi DG: propterea quod vtraque E, & DG, ipsi DF, commen*- 12. decimi. *surabilis est. Rursus eodem pacto, vt paulo ante demonstrauimus, erit E, minor, quam AB. Cum ergo maior quoque sit, quàm AC, & ipsi DG, commensurabilis; constat propositum.*

L THEOR.

8. ## THEOREMA 9. PROPOS. 9.

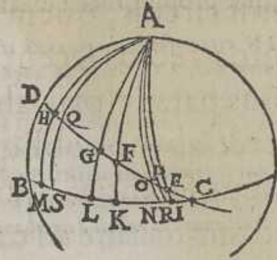
SI polus parallelorum sit in circunferentia maximi circuli, quem duo alij maximi circuli ad angulos rectos secent, quorum circulorum alter sit vnus parallelorũ, alter verò ad parallelos obliquus sit: & ab hoc obliquo circulo sumantur æquales circunferentiæ, quæ continuæ quidem non sint, sed tamen sint ad easdem partes maximi illius paralleli; per polum autem, & singula puncta æquales circunferentias terminantia describantur maximi circuli: Inæquales circunferentias de maximo parallelo intercipient, quarum ea, quæ propior erit maximo circulo primo posito, semper erit maior remotiore.

IN circunferentia maximi circuli A B, sit A, polus parallelorum, cumque secent duo maximi circuli B C, D C, ad angulos rectos, quorum B C, sit maximus parallelorum, & D C, ad parallelos obliquus; ex quo sumantur arcus æquales non continui E F, G H: & per puncta E, F, G, H, & polum
20.1.huius A, describantur maximi circuli A E I, A F K, A G L, A H M. Dico arcum M L, maiorem esse arcu K I. Aut enim intermedius arcus F G, vtrique æqualium E F, G H, commensurabilis est, aut incommensurabilis. Sit primum commensurabilis. In-
4.decimi. uenta autem maxima communi mensura X, diuidantur tres arcus E F, F G, G H, in partes ipsi X, æquales, vt in prima figura appa-
20.1.huius. ret; & per puncta diuisionum, & polum A, circuli maximi ducantur. Quoniam igitur arcus E Q, Q F, F P, &c. æquales sunt, ma-
4.huius. ior erit arcus M R, arcu R L, & R L, maior, quàm L, S, &c. Igitur cum M R, maior sit quàm K V, & R L, maior quàm V I, erit & totus M L, maior toto K I. quod est propositum.

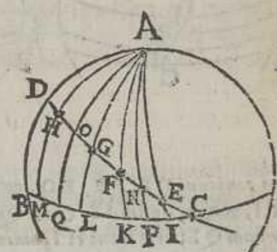
SED iam sit arcus intermedius F G, incommensurabilis vtrique arcuum æqualium E F, G H. Dico Rursus arcum M L, maiorem esse arcu K I. Si enim maior non est, erit vel minor, vel æqualis. Sit primum, si fieri potest, M L, minor quàm K I, vt in secunda figura;

&ex

& ex K I, sumatur K N, ipsi M L, æqualis; & per N, & A, circulus maximus describatur A O N, secans circulum C D, & in O. Deinde per lemma 2. præcedentis propos. inueniatur arcus F P, maior quidem, quàm F O, minor verò quàm F E, & ipsi F G, commensurabilis: 20.1. huius
sitque G Q, ipsi F P, (qui minor est, quàm E F, atque adeo minor etiam quàm G H, ipsi E F, æqualis.) æqualis: & per P, Q, & A, circuli maximi describantur A P R, A Q S. Quoniam igitur arcus P F, G Q, æquales sunt non continui, estque vtrique illorum commensurabilis arcus intermedius FG; erit, vt demonstratum iam est in prima figura, arcus S L, maior arcu K R. Igitur & multo maior erit, quàm K N; ac proinde & M L, multo maior erit, quàm K N: Sed & K N, ipsi M L, æqualis positus est. Quod est absurdum. Non ergo M L, minor est quàm K I. 20.1. huius



SIT deinde, si fieri potest, arcus M L, æqualis arcui KI, vt in tertia figura. Diuisis autẽ arcubus EF, G H, bifariã in N, O, describantur per N, O, & A, circuli maximi A N P, A O Q. Erit igitur arcus M Q, maior arcu QL, & K P, maior quàm PI. Quare QL, minor erit, quàm dimidiũ ipsius M L; & K P, maior, quàm dimidium ipsius K I. Cum ergo M L, K I, ponãtur æquales; erit QL, minor, quàm K P, quod est absurdum. Quoniam enim arcus F N, G O, dimidij æqualium arcuum E F, G H, æquales sunt non continui, non poterit QL, minor esse, quàm K B; vt proximè in secunda figura demonstratum est. Non ergo arcus M L, arcui KI, æqualis est: sed neque minor est ostensus. Maior ergo est. Si igitur polus parallelorum sit in circunferentia, &c. Quod erat demonstrandum. 20 1. huius 6. huius.



SCHOLIVM.

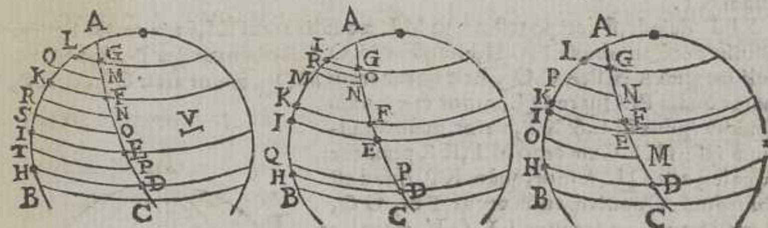
SICVT *Theodosius in hac propositione 9. idem demonstrauit de arcubus non continuis, quod de continuis propos. 6. docuit, ita in alia versione demonstrantur tribus Theorematibus eadem de arcubus non continuis, quæ Theodosius de continuis demonstrauit propos. 5. 7. & 8. Primum autem theorema eiusmodi est.*

I.

SI polus parallelorum sit in circunferentia maximi circuli, quem duo alij maximi circuli ad angulos rectos secẽt, quorum circulorum alter sit vnus parallelorum, alter verò ad parallelos obliquus sit, & ab hoc obliquo circulo sumantur æquales circunferentiæ, quæ continuæ quidem non sint, sed tamen sint ad easdem partes maximi illius pa- 7.

ralleli; per singula autem puncta æquales circunferentias terminantia, describãtur paralleli circuli. Circunferentię maximi illius circuli primo positi inter parallelos interceptæ, inæquales erunt, semperq; ea, quæ propior fuerit maximo parallelorum, remotiore maior erit.

IN circunferentia maximi circuli A B, sit polus parallelorum, quem alij duo maximi B C, A C, secent ad angulos rectos, sitque B C, parallelorum maximus, & A C, ad parallelos obliquus. Sumantur arcus non continui æquales D E, F G; ac per D, E, F, G, paralleli ducantur D H, E I, F K, G L. Dico arcum H I, maiorem esse arcu K L. Aut enim arcus intermedius E F, vtrique æqualium D E, F G, commensurabilis 4. decimi. *est, aut incommensurabilis. Sit primum commensurabilis. Inuenta autem maxima mensura V, secentur tres arcus D E, E F, F G, in partes ipsi V, æquales, & per puncta diuisionum paralleli describantur, vt in prima figura apparet. Quoniam igitur*



5. huius. *arcus continui D P, P E, E O, &c. æquales sunt; erit arcus H T, maior arcu T I, & T I, maior, quàm I S, &c. Quare cum H T, maior sit, quàm K Q, & T I, maior quam Q L; erit totus H I, maior toto K L. Quod est propositum.*

SED iam E F, incommensurabilis sit vtrique D E, F G. Dico adhuc arcum H I, maiorem esse arcu K L. Si enim maior non est, erit vel minor, vel æqualis. Sit primum minor; & ex K L, (vt in secunda figura) auferatur ipsi H I, æqualis K M; & per M, parallelus ducatur M N. Deinde per Lemma 2. Propos. 8. huius lib. reperiatur arcus F O, maior quidem, quàm F N, minor verò quam F G, & commensurabilis intermedio arcui E F: Sitque E P, ipsi F O, (qui minor est, quàm F G, atque adeo minor etiam, quam D E, ipsi F G, æqualis.) æqualis, ac per O, P, paralleli describantur O R, P Q. Quoniam igitur arcus non continui P E, F O, æquales sunt, estque vtrique illorum commensurabilis arcus intermedius E F; erit, vt iam est demonstratum in prima figura, arcus Q I, maior arcu K R. Ergo & multo maior erit, quàm K M; ac proinde multo magis arcus H I, maior erit quàm K M: Sed & H I, æqualis ponitur ipsi K M. Quod est absurdum. Non ergo H I, minor est, quàm K L.

SIT deinde, si fieri potest, arcus H I, arcui K L, æqualis, vt in tertia figura. Diuisis autem arcubus D E, F G, bifariam in M, N, ducantur per M, N, paralleli M O, 5. huius. *N P. Erit igitur arcus H O, maior, quàm O I; & K P, maior, quam P L. Quare O I, minor erit, quam dimidium ipsius H I, & K P, maior dimidio ipsius K L. Cum*

ergo

ergo H I, K L, *ponantur æquales, minor erit* O I, *quàm* K P. *Quod est absurdum. Quia enim arcus* E M, F N, *dimidij æqualium* D E, F G, *æquales sunt, & non continui, non poterit* O I, *minor esse, quàm* K P, *vt in secunda figura demonstratum est. Non ergo arcus* H I, *arcui* K L, *æqualis est: Sed neque minor est ostensus.* Maior *igitur est. Quod est propositum.*

II.

SI in sphæra maximus circulus tangat aliquem sphæræ circulum, alius autem maximus circulus ad parallelos obliquus sit, tangatque circulos maiores illis, quos tangit maximus circulus primò positus, fuerintque eorum contactus in maximo circulo primo posito; & sumantur à circulo obliquo circunferentiæ æquales, quæ continuæ quidem non sint, sed tamen sint ad easdem partes maximi parallelorum; per puncta autem terminantia æquales circunferentias describantur paralleli circuli: HI circunferentias inæquales intercipient de maximo circulo primò posito, quarum ea, quæ propior erit maximo parallelorum, maior erit remotiore. 9.

HOC *Theorema demonstrabitur ex propos. 7. huius lib. quemadmodum præcedens* Theorema *ex propos. 5. demonstratũ fuit: dummodo duo circuli maximi* A B, A C, *præcedentis* Theorematis *tangant duos parallelos, vt in propos. 7. huius lib. dictum est.* Reliqua *constructio figuræ à constructione præcedentis* Theorematis *non differt, &c.*

III.

SI in sphæra maximus circulus aliquem sphæræ circulum tangat, aliquis autem alius maximus circulus obliquus ad parallelos tangat circulos maiores illis, quos tangebat maximus circulus primo positus, fuerintque eorum contactus in maximo circulo primo posito; sumantur autem de obliquo circulo æquales circunferentiæ, quæ continuæ quidem non sint, sed tamen sint ad easdem partes maximi parallelorum, per quę puncta terminantia æquales circunferentias describantur maximi circuli, qui & tangant eundem circulum, quem tangebat maximus circulus primo positus, & similes parallelorum circunferentias intercipiant, habeantque eos semicirculos, qui tendunt à punctis contactuum ad puncta terminantia æquales obliqui circuli circunferentias, per quæ describuntur, eiusmodi, vt minimè cõueniant cum illo circuli maximi primò positi semicirculo, in quo est contactus obliqui circuli inter apparentem polum, & maximum parallelorum: Inæquales intercipient circunferentias de maximo parallelorum, quarum propior circulo maximo primò posito, semper erit maior remotiore. 10.

HOC

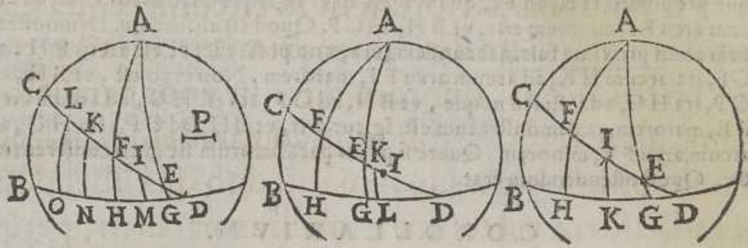
HOC etiam Theorema demonstrabitur ex propos. 8. huius lib. quemadmodum propositio 9. ex propos. 6. fuit ostensa, dummodo maximi circuli propos. 9. ex A, prodeuntes tangant eundem circulum minorem illo, quem DC, tangere debet, &c.

11. THEOREMA 10. PROPOS. 10.

SI polus parallelorum ſit in circunferentia maximi circuli, quem duo alij maximi circuli ad angulos rectos ſecent, quorum alter ſit vnus parallelorum, alter verò ſit obliquus ad parallelos; in hoc autem obliquo circulo ſumãtur duo quælibet puncta ad eaſdem partes maximi illius paralleli, perq; polum parallelorum, & per vtrumque illorum punctorum deſcribantur maximi circuli: Erit, vt circunferentia maximi parallelorum intercepta inter maximum circulum primò poſitum, & proximum maximum circulum per polum, & per vnum punctorum deſcriptum, ad circunferentiam obliqui circuli inter eoſdem circulos interceptam, ita circunferentia maximi parallelorum intercepta inter duos magnos circulos per polum, perque vtrumque punctorum deſcriptos, ad circunferentiam aliquam, quæ ſit minor, quam circunferentia obliqui circuli inter vtrumque punctum intercepta.

SIT polus A, parallelorum in circunferentia maximi circuli AB, quem duo alij maximi circuli BD, CD, ſecent ad angulos rectos, & ſit BD, parallelorum maximus, & CD, ad parallelos obliquus; in quo ſumptis duobus
30.1.huius punctis vtcunque E, F, deſcribantur per A, polum, & per E, F, circuli maximi AEG, AFH. Dico, vt eſt arcus BH, ad arcum CF, ita eſſe arcum HG, ad arcum minorem arcu FE. Aut enim arcus CF, FE, commenſurabiles ſunt, aut incommenſurabiles. Sint primum commenſurabiles, vt in prima fi-
9.decimi. gura; & inuenta eorum maxima menſura P, diuidantur arcus CF, FE, in ar-
20.1.huius cus maximæ menſuræ æquales, perque puncta diuiſionum, & polum A, circuli maximi ducantur IM, KN, LO. Quoniam igitur arcus continui CL, LK,

K F, F I, I E, æquales ſunt, erit arcus B O, maior quàm O N, & O N, maior quàm N H, &c. Igitur maior erit proportio B O, ad C L, quàm O N, ad L K; & maior proportio O N, ad L K, quàm N H, ad K F, &c. Quare, cum ſint quotcunque magnitudines B O, O N, N H, & totidem numero C L, LK, 6.huius. 8.quinti.



K F, ſitque maior proportio primæ B O, ad primã C L, quàm ſecundæ O N, ad ſecundam L K; & maior ſecundæ O N, ad ſecundam L K, quàm tertiæ N H, ad tertiam K F; maior erit proportio B H, ad C F, quàm N H, ad K F: 34.quinti. Sed proportio N H, ad K F, maior adhuc eſt proportione H M, ad F I, vt 8.quinti. oſtenſum eſt. Multo ergo maior eſt proportio B H, ad C F, quàm H M, ad F I: Sed adhuc maior eſt proportio H M, ad F I, quàm H G, ad F E; propterea quòd arcus H M, M G, multitudine æquales ſunt arcubus F I, I E; eſtque 34.quinti. maior proportio primæ H M, ad primam F I, quæ ſecundæ M G, ad ſecundam I E, vt dictum eſt. Multo igitur maior eſt proportio B H, ad C F, quàm H G, 8.quinti. ad F E. Sit vt B H, ad C F, ita H G, ad P. Erit ergo maior proportio quoque H G, ad P, quam H G, ad F E; ac proinde P, arcus minor erit arcu F E. Quare eſt, vt arcus B H, ad arcum C F, ita arcus H G, ad arcum P, arcu F E, minorem. Quod eſt propoſitum. 10. quinti.

SED iam ſint arcus C F, F E, incommenſurabiles, vt in ſecunda figura. Dico adhuc, vt eſt arcus B H, ad arcum C F, ita eſſe arcum H G, ad arcum arcu F E, minorem. Si enim non ita ſit, erit, vt B H, ad C F, ita H G, vel ad arcũ arcu F E, maiorem, vel ad ipſummet F E. Sit primum, ſi fieri poteſt, vt B H, ad C F, ita H G, ad arcum F I, arcu F E, maiorem. Inueniatur per lemma 2. propoſ. 8. huius lib. arcus F K, maior quidem quàm F E, minor autem quàm F I, & ipſi C F, commenſurabilis, ducaturque per K, & A, polum circulus maximus K L. Quoniam igitur commenſurabiles ſunt arcus C F, F K, erit, vt demonſtratum iam eſt in prima figura, vt B H, ad C F, ita H L, ad arcum arcu F K, minorem: Sed vt B H, ad C F, ita ponebatur H G, ad F I. Igitur erit quoque, vt H G, ad F I, ita H L, ad arcum arcu F K, minorem: & permutando, vt H G, ad H L, ita F I, ad arcum arcu F K, minorem: Sed H G, arcus minor eſt arcu H L. Igitur & arcus F I, minor erit, quàm arcus arcu F K, minor, totum quàm pars. Quod eſt abſurdum. Non ergo eſt, vt B H, ad C F, ita H G, ad arcum arcu F E, maiorem. 20.1.huius.

SIT deinde, ſi fieri poteſt, vt B H, ad C F, ita H G, ad F E, vt in tertia figura. Diuiſo arcu F E, biſariam in I, deſcribatur per I, & per A, polum circulus 20.1.huius

culus

culus maximus I K. Quoniam igitur arcus continui F I, I E, æquales sunt, erit
6. huius. H K, maior quàm K G; atque adeo H K, maior erit dimidio ipsius H G. Qua-
8. quinti. re maior erit proportio H K, ad F I, quàm arcus dimidij ipsius H G, ad F I:
15. quinti. Sed vt dimidium arcus H G, ad F I, dimidium arcus F E, ita est totus arcus
H G, ad totum arcum F E. Igitur maior erit proportio H K, ad F I, quàm HG,
ad F E: Ponitur autem, vt H G, ad F E, ita B H, ad C F. Igitur maior erit quo-
que proportio H K, ad F I, quàm B H, ad C F; atque adeo arcus H K, ad ar-
10. quinti. cum arcu F I, maiorem erit, vt B H, ad C F. Quod est absurdum. Demonstra-
tum enim proxime fuit in secunda figura, non posse esse, vt est arcus B H, ad
C F, ita arcum H K, ad arcum arcu F I, maiorem. Non ergo est, vt B H, ad
C F, ita H G, ad F E: sed neque, vt B H, ad C F, ita est H G, ad arcum arcu
F E, maiorem, vt demonstratum est. Igitur erit, vt B H, ad C F, ita H G, ad
arcum arcu F E, minorem. Quare si polus parallelorum sit in circunferentia,
&c. Quod ostendendum erat.

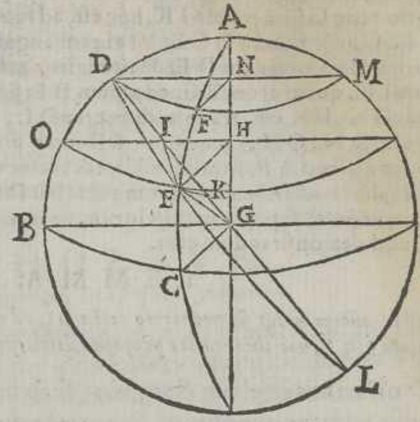
COROLLARIVM.

HINC fit, maiorem esse proportionem arcus B H, ad arcum C F, quàm arcus H G, ad
10. huius. arcum F E. Cum enim sit, vt B H, ad C F, ita H G, ad arcum arcu F E, minorem: Sit autem
8. quinti. maior proportio arcus H G, ad arcum arcu F E, minorem, quàm ad F E; erit quoque maior
proportio B H, ad C F, quàm H G, ad F E.

12. THEOR. 11. PROPOS. 11.

SI polus parallelorum sit in circunferentia maximi circuli, quem duo alij maximi circuli ad angulos rectos secent, quorum alter sit vnus parallelorum, alter vero sit obliquus ad parallelos; alius autem maximus circulus per polos parallelorum transiens obliquum circulũ secet inter maximum parallelorum, & eum, quem obliquus circulus tangit: Diameter sphæræ ad diametrum eius circuli, quem tãgit obliquus circulus, maiorem rationem habet, quàm circunferentia maximi parallelorum intercepta inter maximum circulum primo positum, & maximum circulum per polos parallelorum transeuntem, ad circunferentiam obliqui circuli inter eosdem circulos interceptam.

IN circunferentia maximi circuli A B, ſit parallelorum polus A, cumque duo alij circuli maximi B C, D E, ad angulos rectos ſecent, quorum B C, ſit maximus parallelorum, & DE, ad parallelos obliquus tãgens parallelum D F. Per polum quoq; A, alius circulus maximus deſcribatur A E, ſecans obliquũ D E, in puncto E, inter maximũ parallelorum B C, & parallelum D F, quem obliquus tangit, poſito. Dico diametrum ſphæræ ad diametrum paralleli D F, maiorem habere rationẽ, quàm circunferẽtiam BC, ad circunferentiam D E. Sit A G, recta communis ſectio circulorũ A B, A E; & B G, communis ſectio circulorũ AB, BC; eruntq; A G, B G, ſemidiametri ipſorum, (cum ſe mutuo ſecent bifariã circuli maximi in ſphæra) atque adeo & ſphæræ, ſecantes ſe ſe in G, centro ſphæræ, & circulorum maximorum. Sit quoque D L, communis ſectio circulorum A B, D E, quæ quoque diameter ſphæræ erit tranſiens per centrum G. Rurſus D M, ſit communis ſectio circulorum A B, D F; eritque D M, diameter circuli D F, propterea quòd circulus A B, parallelum D F, ſecet bifariam per polos. Item F N, C G, ſint communes ſectiones circulorum DF, BC, cum circulo A E. Ex polo A, interuallo vero A E, parallelus deſcribatur O E, ſintque O H, E H, communes eius ſectiones cum circulis A B, A E; Eruntque & F N, E H, C G, ſemidiametri circulorum D F, O E, B C, quòd ipſos bifariam ſecet circulus maximus A E, per polos; atque adeo communes ſectiones diametri ſint occurrentes diametris D M, O H, B G, in centris N, H, G. Eſt enim & O H, diameter circuli O E, cum eum circulus A B, per polum A, biſariam ſecet. Sit rurſum E G, communis ſectio circulorum maximorum A E, D E, quæ etiam diameter erit tranſiens per G, centrum ſphæræ. Denique E I, communis ſit ſectio circulorum D E, O E. Et quoniam recta A G, ducta per polos paralleli O E, recta eſt ad planum paralleli, caditque in eius centrum H; erit angulus O H G, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. in triangulo G H I, rectus; atque adeo angulus H G I, acutus. Latus igitur G I, maius erit latere H I. Auferatur recta I K, rectæ I H, æqualis, iungaturque recta E K. Rurſus quia vterq; circulus D E, O E, rectus eſt ad circulum AB; erit & E I, communis eorum ſectio ad eundem perpendicularis: ac proinde, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. vterque angulus E I H, E I K, rectus. Quoniam igitur duo latera E I, I H, trianguli E I H, duobus lateribus E I, I K, trianguli E I K, ęqualia ſunt, anguloſq; continent æquales, nẽpe rectos, vt oſtendimus, erunt anguli quoq; I H E, I K E, æquales. Quia verò maior eſt proportio rectæ G I, ad rectam I k, quàm anguli I k E, hoc eſt anguli O H E, ſibi æqualis,



11.1.huius.
15.1.huius.
15.1.huius.
15.1.huius.
10.1.huius.
19.primi.
19.vndec.
4.primi.

M ad

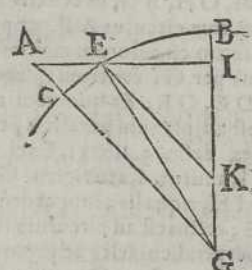
10. vndec. ad angulũ I G E, vt mox demonstrabimus: Est autem angulus O H E, angulo B G C, æqualis; (sunt enim rectæ O H, B G, communes sectiones planorum pa-
15. vndec. rallelorũ OE, B C, factæ à plano A B, parallelæ; necnõ & rectæ E H, C G, communes sectiones eorundem planorum factæ à plano A E.) erit quoque maior proportio rectę G I, ad rectam I K, hoc est, ad rectam sibi æqualem I H, quàm anguli BGC, ad angulum D G E: Vt autem angulus EGC, ad angulum DGE,
33. sexti. ita est arcus B C, ad arcum D E. Maior igitur proportio quoq; erit rectæ GI,
4. sexti. ad rectam I H, quàm arcus B C, ad arcum D E: Est autem, vt G I, ad I H, ita
15. quinti. G D, ad D N, hoc est, ita tota diameter D L, ad totam diametrum D M. (sunt enim D N, O H, communes sectiones planorum parallelorum D F,
16. vndec. O E, factæ à plano A B, parallelæ.) Igitur maior quoque proportio erit D L, diametri sphæræ ad D M, diametrum paralleli D F, quàm arcus B C, ad arcum D E. Quapropter, si polus parallelorum sit in circunferentia maximi circuli, &c. Quod demonstrandum erat.

LEMMA.

QVOD *autem maior sit proportio rectæ* G I, *ad rectam* I K, *quàm anguli* IKE, *ad angulum* I G E, *hoc theoremate proposito demonstrabimus.*

IN omni triangulo rectangulo, si ab vno acutorum angulorum vtcunque ad latus oppositum linea recta ducatur; erit maior proportio huius lateris ad eius segmentum, quod prope angulum rectum existit, quàm anguli acuti, quem linea ducta cum prædicto latere, effecit, ad reliquum angulum acutum trianguli.

SIT triangulum rectangulum E G I, habens angulum I, rectum, ducaturque ab angulo acuto I E G, ad latus oppositum G I, recta linea E K, vtcunque. Dico maiorem esse proportionem rectæ G I, ad I K, quàm anguli acuti I K E, ad angulum acutum I G E. Ducatur enim
31. primi. *per G, recta G A, ipsi E K, parallela, occurrens rectæ I E, protractæ in A. Et quoniam angulus I, rectus est, erit angulus I E G, acutus, & propterea A E G, obtusus. Latus igitur E G,*



19. primi. *in triangulo G E I, maius est latere G I; in triangulo verò A E G, minus latere A G. Quare arcus circuli ex centro G, ad interuallum G E, descriptus secabit rectam G I, productam vltra I, nempe in B; rectam vero G A, citra A, vt in C. Quoniam igitur triangulum G A E, maius est sectore G C E, maior erit proportio trianguli G A E, ad*
8. quinti. *triangulum G E I, quàm sectoris G C E, ad triangulum G E I: Est*
8. quinti. *autem maior adhuc proportio sectoris G C E, ad triangulum G E I, quàm*

ad

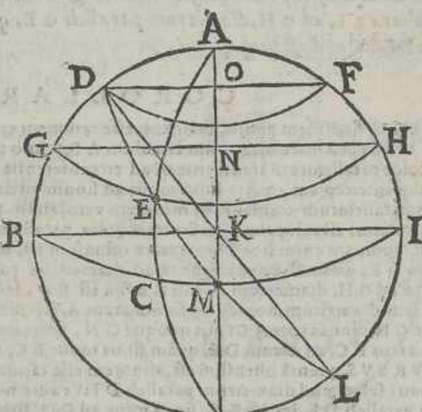
ad sectorem G E B; quòd triangulum G E I, minus sit sectore G E B. Multo igitur maior erit proportio trianguli G A E, ad triangulum G E I, quàm sectoris G C E, ad sectorem G E B: ac proinde & componendo maior erit proportio trianguli G A I, ad triangulum G E I, quàm sectoris G C B, ad sectorem G E B: Est autem vt triangulum G A I, ad 28. quinti. *triangulum G E I, ita recta A I, ad rectam I E; & vt sector G C B,* 1. sexti. *ad sectorem G E B, ita angulus B G C, ad angulum B G E. Maior igitur* Corol. 1. 33 sexti. *erit quoque proportio A I, ad I E, quàm anguli B G A, hoc est, quàm anguli sibi æqualis I K E, ad angulum I G E: Vt autem A I, ad I E, ita est* 29. primi. *G I, ad I K. Igitur & maior erit proportio rectæ G I, ad rectam I K,* 2. vel 4. sexti. *quàm anguli I K E, ad angulum I G E. Quod est propositum.*

SCHOLIVM.

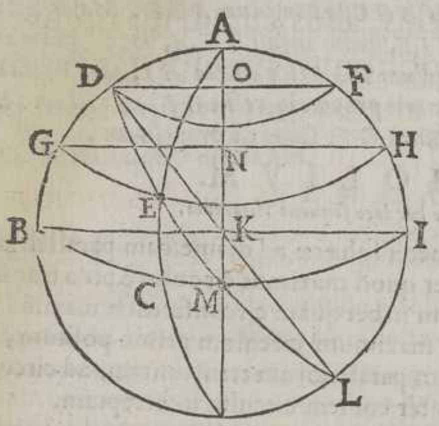
ADDITVR *in alia versione hoc loco sequens* Theorema.

IISDEM positis, Diameter sphæræ ad diametrum paralleli per punctum obliqui circuli, per quod maximus circulus è polo transit, descripti, minorem rationem habet quàm circunferentia maximi parallelorum intercepta inter maximum circulum primo positum, & maximum circulum per polos parallelorum transeuntem, ad circunferentiam obliqui circuli inter eosdem circulos interceptam. 13.

SINT *descripti circuli, vt in præcedenti propos. Dico minorem esse proportionem diametri sphæræ ad diametrum paralleli* G E, *quàm circunferentiæ* B C, *ad circunferentiam* D E. *Sint* G H, B I, *communes sectiones circulorum* G E, B C, *cum circulo* A B, *quæ diametri illorum erunt, cum* A B, *per eorum polos ductus ipsos secet bifariã, & ad angulos rectos. Erit ergo* B I, *diameter etiã sphæræ.* 15. 1. huius. *Et quoniã circulus* D E, *ponitur rectus ad* A B, *transibit* D E, *per polos ipsius* A B. 13. 1. huius. *Eodem modo* B C, *per polos eiusdem* A B, *tansibit, cum rectus ad ipsum ponatur. Quare* M, *punctum, vbi se mutuo secant, polus erit circuli* A B; *ac propterea segmẽtum* DEL, *quod rectum est ad circulum* AB, *inæqualiter diuidetur in* E, *puncto, vbi circuli* DE, GE, *se intersecant, minorq́; pars erit* E D: *quandoquidem arcus* MD, ML, *æquales sunt, quod rectæ illis subtensæ, ex defin. poli, æquales sint.* 28. tertij.



schol. 21. 2. huius. *Recta igitur ducta E D, minor erit, quàm recta E G; ac proinde cum circulus G E, minor sit circulo D E, maior erit circunferentia E G, quàm circunferentia D E.*
lemma 6. huius. *Si enim recta rectæ E D, æqualis aufert ex circulo G E, maiorem arcum, quàm recta D E, ex circulo D E; multo magis recta E G, quæ maior est, quàm recta E D, vt ostendimus, maiorem arcum auferet, &c. Quare minor erit propor-*
8. quinti. *tio arcus B C, ad arcum G E, quàm ad arcum D E. Quoniam vero est, vt arcus B C, ad totam circunferentiam circuli B C, ita arcus G E, ad totam circũferentiã circuli G E, propter similitudinem arcuum B C, G E; (In hoc enim consistit similitudo arcuum, vt ad suorum circulorum circunferentias integras eandem habeant proportionem, vt in scholio prop. 33. li. 6. Eucl. tradidimus) atque adeo permutando, vt arcus B C, ad arcũ G E, ita tota circunferentia circuli B C, ad totam circunferentiam circuli G E; erit quoque minor proportio circunferentiæ circuli B C, ad circunferentiã circuli G E, quàm arcus B C, ad arcum D E: Vt autem circunferentia circuli B C, ad circunferentiam circuli G E, ita est diameter B I, (quæ sphæræ etiam diameter est.) ad diametrum G H, vt Pappus demonstrauit, & nos in libello Archimedis de dimensione circuli ostendimus. Igitur minor quoque erit proportio diametri sphæræ B I, ad G H, diametrum paralleli G E, quàm arcus B C, ad circunferentiam DE. Quod est propositum.*



COROLLARIVM.

HINC fit, iisdem positis, maiorem esse rationem circunferentiæ B C, maximi parallelorum interceptæ inter maximum circulum A B, primo positum, & maximum circulum A C, per polos parallelorum transeuntem, ad circunferentiam D E, obliqui circuli inter eosdem circulos interceptam, quàm sinus totius ad sinum circunferentiæ A E, maximi circuli per polos parallelorum transeuntis; minorem vero, quàm sinus totius ad sinum circunferentiæ A D, maximi circuli primò positi inter polos parallelorum, & obliquum circulum interceptæ. Quoniam enim hoc Theoremate ostensum est, maiorem esse rationem arcus B C, ad arcum D E, quàm diametri sphæræ ad diametrum paralleli G E: vt autem diameter B I,
15. quinti. sphæræ ad G H, diametrum circuli G E, ita est B K, semidiameter, hoc est, sinus totus, ad
10. 2. huius. G N, semidiametrum, hoc est, ad sinum arcus A E. (Cum enim arcus A G, A E, æquales sint, sitque G N, sinus arcus A G; erit quoque G N, sinus arcus A E.) Maior igitur erit quoque ratio arcus B C, ad arcum D E, quàm sinus totius B K, ad G N, sinum arcus A E.

11. huius. RVRSVS, quoniã ostensum est, minorem esse rationem arcus B C, ad arcum D E, quàm diametri sphæræ ad diametrum paralleli D F: Vt autem diameter sphæræ B I, ad D F, diame-
15. quinti. trum paralleli D F, ita est B K, sinus totus ad D O, sinum arcus A D. Minor igitur quoque est proportio arcus B C, ad arcum D E, q̃ sinus totius ad sinũ arcus AD. Quod est propositũ.

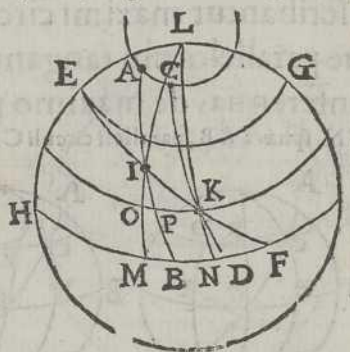
CÆTERVM quid sit sinus, ex sequenti tractatione intelligetur.

THEO-

THEOREMA 12. PROPOS. 12. 14.

SI in ſphæra maximi circuli tangant vnum, eundemq; parallelorum, intercipiantq; ſimiles parallelorum circunferentias inter vtrũque maximorum circulorum interiectas; alius autem maximus circulus ad parallelos obliquus circulos tangat maiores illis, quos tangunt maximi circuli primò poſiti, ſecetq; obliquus idem circulus eoſdem maximos circulos primò poſitos in punctis poſitis inter maximum parallelorum, & circulum, quem tangunt circuli maximi primo poſiti: Diameter ſphæræ ad diametrum circuli, quem tangit obliquus circulus, maiorem rationem habet, quàm circunferentia maximi paralleli intercepta inter circulos primo poſitos, eundemq; circulum tangentes ad circunferentiam obliqui circuli inter eoſdem circulos interceptam.

IN ſphæra duo maximi circuli A B, C D, tangant eundem parallelum A C, intercipiantq; ſimiles parallelorum circunferentias inter ipſos interiectas; alius autem circulus maximus E F, tangat parallelum E G, maiorem parallelo A C, in E, ſitque obliquus ad parallelos, & ſecet duos priores A B, C D, inter maximum parallelorum H F, & parallelum A C, in punctis I, K. Dico maiorem eſſe rationem diametri ſphæræ ad diametrum paralleli E G, quàm circunferentiæ B D, ad circunferentiam I K. Per L, enim polum parallelorum, & puncta E, I, K, maximi circuli deſcribantur L H, L M, L N; ac per K, parallelus K O, ſecans circulum A B, in P. Quoniam igitur maior eſt ratio diametri ſphæræ ad diametrum circuli E G, quàm arcus H M, ad arcum E I; ratio



20.1.huius.

11. huius.

coroll. 10. huius. tio autem arcus H M, ad arcum E I, maior eſt, quàm arcus M N, ad arcum I K; erit quoq; maior ratio diametri ſphæræ ad diametrum circuli E G, quàm arcus M N, ad arcum I K. Et quia arcus P K, ſimilis eſt arcui B D, ex hy-
10.2.huius. potheſi, & arcus O K, ſimilis arcui M N; eſtque arcus P K, minor arcu O K; erit quoque arcus B D, minor arcu M N; ac proinde minor erit ratio arcus B D,
8. quinti. ad arcum I K, quàm arcus M N, ad eundẽ arcum I K. Cum ergo oſtenſum ſit, rationem diametri ſphæræ ad diametrum circuli E G, maiorem eſſe, quàm arcus M N, ad arcum I K; Multo maior erit ratio diametri ſphæræ ad diametrum circuli E G, quàm arcus B D, ad arcum I K. Si igitur in ſphæra maximi circuli tangant vnum, &c. Quod erat demonſtrandum.

SCHOLIVM.

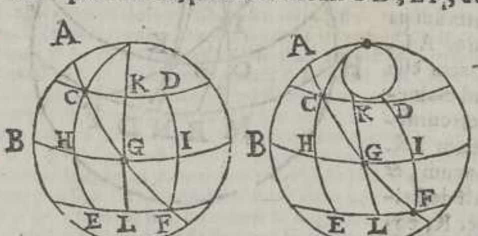
IN exemplari græco habetur, maiorem eſſe rationem duplæ diametri ſphæræ ad diametrum circuli E G, *quàm arcus* B D, *ad arcum* I K *Quod quidem ex noſtra demonſtratione liquidò conſtat. Cum enim diameter ſphæræ maiorem habeat rationem ad diametrum circuli* E G, *quàm arcus* B D, *ad arcum* I K; *multo maiorem rationem habebit dupla diametri ſphæræ ad diametrum circuli* E G, *quàm arcus* B D, *ad ar-*
8.quinti. *cum* I K; *propterea quòd dupla diametri ſphæræ ad diametrum circuli* E G, *maiorem rationem habet, quàm diameter ſphæræ ad eandem diametrum circuli* E G.

15.

THEOR. 13. PROPOS. 13.

SI in ſphæra paralleli circuli intercipiant circunferentias maximi alicuius circuli vtrinq; æquales ab illo puncto, in quo ipſe maximus circulus ſecat maximum parallelorum; per puncta autem terminantia æquales circunferentias, & per parallelorum polos deſcribantur maximi circuli, aut ſi deſcribantur maximi circuli, qui vnum eundemque parallelorum tangant: æquales intercipient circunferentias de maximo parallelorum.

IN ſphæra A B, paralleli circuli C D, E F, auferant de maximo circulo A F, duas circunferentias æquales G C, G F, vtrinque à puncto G, in quo circulus A F, ſecat maximum parallelorum B G; & per puncta C, G, F, ducatur maximi circuli ſiue per polos parallelorum, vt in priori figura, ſiue tangẽtes vnum eundemque parallelũ, vt in figura poſteriori, ſecantes maximum parallelorum in H, I.



H, I. Dico arcus G H, G I, æquales esse. Quoniam enim arcus GC, G F, æquales ponuntur, erunt paralleli C D, E F, æquales. Igitur & arcus G K, G L, æquales erunt. Quare rectæ ductæ C K, F L, æquales erunt; ac proinde in circulis æqualibus C D, E F, arcus æquales auferent C K, F L; & idcirco inter se similes erunt arcus C k, F L: Est autem arcus G H, arcui C K, & arcus G I, arcui F L, similis. Igitur & arcus G H, G I, similes inter se erunt, ac proinde, cum sint eiusdem circuli, æquales inter se. Si igitur in sphæra maximus circulus, &c. Quod demonstrandum erat.

17. 2. huius
18. 2. huius
3. huius.
28 tertij.
10. vel. 13.
2. huius.

SCHOLIVM.

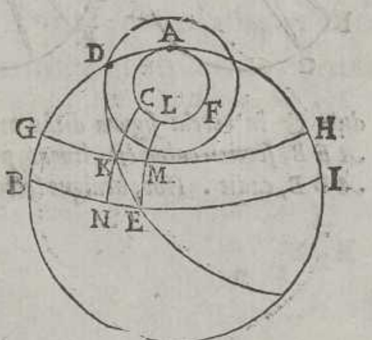
HINC etiam constat, ijsdem positis, omnes arcus maximorum circulorum inter parallelos interceptos inter se æquales esse, quales sunt C H, H E, K G, G L, D I, I F. *Cum enim arcus* G C, G H, *arcubus* G F, G I, *æquales sint, erunt & rectæ* C H, F I, *æquales; ac propterea & arcus* C H, F I, *æquales erunt: Sunt autem arcui* CH, *arcus* K G, D I, *& arcui* F I, *arcus* L G, E H, *æquales. Igitur omnes illi sex arcus æquales erunt.*

3. huius.
28. tertij.
10. vel 13.
2. huius.

THEOREMA 14. PROPOS. 14. 16.

SI in sphæra maximus circulus aliquem circulum tangat, alius autem maximus circulus obliquus ad parallelos tangat circulos maiores illis, quos tangebat maximus circulus primo positus: inæquales intercipient circunferētias parallelorũ circulorum, quarum propiores vtriuis polorum maiores erunt, quàm vt similes sint remotioribus.

IN sphæra maximus circulus A B, tangat circulum AC; & alius maximus, DE, tāgat alium maiorē DF, secetque duos parallelos quoscũq; GH, B I, in k, E. Dico arcus k H, E I, inæquales esse, maioremque esse k H, polo conspicuo propiorem, quàm vt similis sit arcui E I, remotiori: vel ipsum E B, polo occulto propiorē esse maiorem, quam vt arcui K G, remotiori similis sit. Per puncta enim E, K, describantur maximi circuli L E, C N, tangentes circulum A C, ita vt semicirculi à C, per N, & ab A, per B, procedentes non conueniant: item semicirculi ab L, per E, & ab A, per I, tendentes non coeant. Erunt igitur arcus M H, E I, similes. Quare k H, maior est, quàm vt arcui E I, similis sit. Eodem modo,



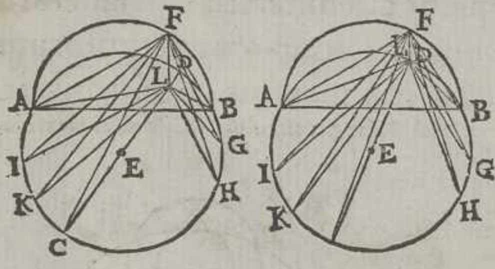
15. 2. huius.
13. 2. huius.

modo, quoniam similes sunt arcus B N, G k, erit B E, alteri polo propior maior, quàm vt similis sit arcui G k, ab eodem polo remotiori. Itaque si in sphæra maximus circulus aliqué circulum tangat, &c. Quod erat demonstrandum.

FINIS LIBRI III. THEODOSII.

AD LECTOREM.

POTERVNT, si placet, hæ duæ figuræ tribus illis propositionis secundæ lib. 3. adiungi, vt omnes casus lineæ perpendicularis F L, perspiciantur. In prima namque harum figurarum segmentum insistens A F B, est semicirculus, caditq́; perpendicularis F L, intra segmentum A D B: In posteriore autẽ eadem F L, in ipsam circunferentiam A D B, cadit, existente eodem segmento insistente A F B, semicirculo; quemadmodum & in tertia figura dictæ propositionis idem segmentum insistens A F B, semicirculus est, lineaq́; perpendicularis F L, extra segmentum A D B, cadit. Hoc, benigne lector, te latere noluimus.



CHRISTOPHORI CLAVII BAMBERGENSIS E SOCIETATE IESV

SINVS, VEL SEMISSES RECTARVM IN CIRCVLO SVBTENSARVM:

LINEAE TANGENTES: ATQVE SECANTES.

CHRISTOPHORI CLAVII BAMBERGENSIS E SOCIETATE IESV

SINVS, VEL SEMISSES RECTARVM in circulo subtensarum:

LINEÆ TANGENTES, ATQVE SECANTES.

PRÆFATIO.

DICI vix potest, quantam in rebus tã Astronomicis, quàm Geometricis, vtilitatẽ habeat Sinuũ cognitio: cũ innumerabilia pene problemata Astronomica, & Geometrica ad vsum per calculum & rationem Sinuũ reuocentur, vt tum ex nostris triangulis rectilineis, ac sphæricis, tum ex Almagesto Ptolemæi, ex nostra Gnomonica, & ex alijs variorum Astronomorum libris manifestum est. Quare, cum à paucis admodum Sinuum demonstrationes sint explicatæ, operæpretiũ me facturum arbitror, si, quanta potero breuitate, ac perspicuitate, ex varijs auctoribus, præsertim ex Ptolemæo, Purbachio, Sinuũ vtilitas.

atque Iohanne Regiomontano, demonstrationes colligam, quibus omnium arcuum sinus & chordas cognitas habeamus, vt & tabulas Sinuum, ac chordarum iam à multis scriptoribus supputatas examinare, (facile enim error in numerorum impressione committitur) & nouas alias, quando res tulerit (posito Sinu toto vel diametro quotcunq; particularum) condere poßimus.

QVONIAM vero Recentiores summa felicitate ex sinubus alias lineas collegerũt, nimirum Tangentes, atque Secantes, vt facilius quædam, ac breuius demonstrarent; de hisce etiam lineis agemus. Habent enim lineæ hæ egregium vsum in rebus Astronomicis & Geometricis, vt ex nostris triangulis planis, ac sphæricis fiet perspicuum. Initium autem sumemus à definitionibus.

DEFINITIONES.

I.

Complementũ arcus quid.

COMPLEMENTVM arcus alicuius, est excessus, quo quadrans eum superat, si arcus minor est quadrante, vel ab eo superatur, si est quadrante maior.

CHOR-

II.

CHORDA est linea recta arcum quemcunque in circulo subtendens. Chorda quid.

III.

SINVS rectus est dimidium chordæ subtendentis duplũ eius arcus, cuius dicitur sinus rectus. Sinus rectus quid.

Vel aliter.

SINVS rectus est linea perpendicularis cadens ab vno extremo arcus, cuius dicitur sinus rectus, in diametrum circuli ab altero extremo eiusdem arcus ductam.

IIII.

SINVS versus est pars diametri circuli inter extremum dati arcus, cuius dicitur sinus versus, & sinum rectum eiusdem arcus intercepta. Sinus versus quid.

V.

SINVS complementi alicuius arcus est sinus rectus alterius arcus, qui complementum est illius arcus, cuius dicitur sinus complementi. Sinus complementi quid.

VI.

SINVS totus est semidiameter circuli, hoc est, sinus rectus, vel versus quadrantis circuli. Sinus totus quid.

VII.

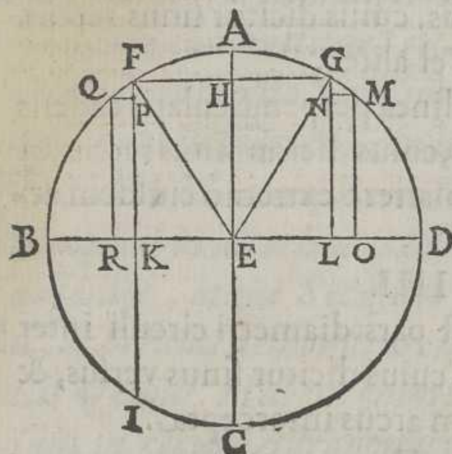
SINVS tam rectus, & versus, quàm complementi alicuius anguli rectilinei est sinus illius arcus, qui in circulo descripto ex angulo inter duas rectas angulum constituentes interijcitur. Sinus anguli rectilinei quid.

EXPO-

EXPONATVR *circulus* ABCD, *cuius centrum* E, *per quod ducantur duæ diametri* AC, BD, *sese ad rectos angulos secantes & totum circulum in quatuor quadrantes æquales diuidentes, vtpote qui angulis rectis æqualibus in centro sub tenduntur: sumanturque arcus æquales* AF, AG: *Item* BF, BI; *& rectæ ducantur* FG, FI, *secantes diametros in* H, *&* K. *Arcus igitur* FB, *dicitur complementum arcus* FA; *quia quadrans* AB, *arcum* FA, *superat arcu* FB. *Eadem ratione arcus* FA, *complementum nominatur arcus* FB. *Item arcus* BI, *complementum appellatur arcus* AI; *quia arcu* BI, *superatur quadrans* AB, *ab arcu* AI.

26. tertij.

Exépla defi nitionum.



RECTA *deinde* FG, *chorda dicitur arcus* FAG; *& recta* FI, *chorda arcus* FBI. *Et quia diameter* AC, *secãs arcũ* FAG, *bifariã secat quoq; rectã* FG, *bifariã; vt ex coroll. 1. propos. 10. lib. 13. Eucl. cõstat, (quod tamen in lẽmate sequẽti breuius ostẽdemus.) erit recta* FH, *sinus rectus arcus* FA, *iuxta priorẽ defin. sinus recti: quia est dimidiũ chordæ* FG, *subtendentis arcũ* FAG, *duplum arcus* FA, *cuius* FH, *dicitur sinus. Itaq; si quemlibet arcũ, eiusq; chordam bifariã secemus, dimidiũ chordæ dicetur sinus rectus dimidiati arcus. Hinc factum est, vt Sinus recti à plerisque dicantur Semisses rectarum in circulo subtensarum. Eadem quoque recta* FH, *erit sinus rectus eiusdem arcus* FA, *secundum posteriorem defin. sinus recti: quoniam perpendicularis est, ducta ab* F, *extremo dicti arcus ad diametrum* AC, *ab altero extremo* A, *eiusdem arcus ductam; propterea quod recta* EA, *secans rectã* FG, *bifariam, secat eandẽ ad angulos rectos.*

Sinus recti cur dicãtur semisses rectarum in circulo sub tensarum.

3. tertij.

RECTA *vero* AH, *sinus versus est eiusdem arcus* FA; *cum sit pars diametri* AC, *inter* A, *extremum dicti arcus, & sinum eius rectum* FH, *intercepta. Dicitur autem versus hic Sinus, quia verso modo collocatur, si cum sinu recto conferatur. Hunc nonnulli dicunt sagittam, quoniam instar sagittæ est in arcu* FAG, *à chorda* FG, *excussæ.*

Sinus versus cur dicatur sagitta.

RECTA *porrò* FK, *est sinus complementi arcus* FA; *quia est sinus rectus arcus* FB, *qui complementum est arcus* FA.

Sin⁹ versus cõpleméti alicuius arcus quid.

RECTA *autem* KB, *est sinus versus complementi arcus* FA, *hoc est, sinus versus arcus* FB, *qui complementum est arcus* FA.

NONNVLLI *porro Astronomi Sinum, quem nos rectum diximus, appellant Sinum rectum primum; Sinum vero, quem Sinum complementi diximus, vocant Sinum rectum secundum. Vt rectam* FH, *appellant sinum rectum primum arcus* FA; *rectam vero* FK, *sinum rectum secundum eiusdem arcus. Sunt alij etiam, qui sinum rectum simpliciter appellent sinum primum, versum autem dicant sinum secundum.*

Sinus rect⁹ prim⁹ ac secundus: Ité sinus primus & sin⁹ secundus apud quosdam quid.

Quod

Quod dixerim, vt intelligas auctores, qui varie de sinubus sunt locuti. Nos communem modum loquendi retinuimus. Cæterum cum scriptores de sinu aliquo loquuntur, semper intelligunt sinum rectum: nisi illum vocent sinum complementi, aut versum.

Quando fit mentio alicuius sinus absolute, intelligit̃ sinus rectus.

SEMIDIAMETER *deinde* A E, *sinus est tam rectus, quàm versus quadrantis* A B: *qui totus dicitur, siue maximus, propterea quòd maximus sit omnium sinuum tam rectorum, quàm complemẽtorum, immo vero & maior omnibus sinubus versis illorum arcuum, qui quadrante minores sunt: Solum minor est sinubus versis illorum arcuum, qui quadrante sunt maiores, vt infra dicemus, qui quidem rarius in vsum veniunt, quàm alij. Vel certe dicitur totus, siue maximus, quia in tabula Sinuum, in qua Sinus recti tantummodo ponuntur, omnium Sinuum maximus est ille, qui quadranti, seu gradibus 90. respondet, vt ex tabula Sinuum, quam infra ponemus, perspicuum erit.*

Sinus totus vel maximus cur sic dicatur.

POSTREMO, *ducta recta* E F, *erit recta* F H, *sinus rectus anguli* F E H: *recta autem* F K, *sinus complementi eiusdem anguli; & recta* A H, *eiusdem anguli sinus versus: quoniam recta* F H, *est sinus rectus arcus* F A, *in circulo descripto ex angulo* F E H, *interceptus inter rectas* E F, E A, *angulum dictum constituentes: recta autem* F K, *est sinus complementi eiusdem arcus; & recta* A H, *sinus versus.*

CAETERVM *duo arcus semicirculum constituentes eundem prorsus habent sinum, tam rectum, quàm complementi; quemadmodũ & duo arcus circulum conficientes vnam eandemq; chordam habent: sinus tamen versi eorum differunt, conficiuntq; totam circuli diametrum. Vt duo arcus* F A, F C, *conficientes semicirculum* A B C, *eundem habent sinum rectum* F H, *quemadmodum & duo arcus* F A G, F C G, *eorum dupli, circulum conficientes, eandem habent chordam* F G, *cuius dimidium est sinus rectus* F H, *vt vult prior definitio sinus recti; qui quidem sinus rectus* F H, *linea perpendicularis est, ducta à communi extremo* F, *vtriusque arcus* F A, F C, *ad diametrum* A C, *ab extremis reliquis* A, C, *eorundem arcuum ductam, vt vult posterior sinus recti definitio. Iidem duo arcus* F A, F C, *eundem sinum complementi habent* F K; *propterea quòd arcus* F B, *cuius sinus rectus est* F K, *est complementum vtriusque arcus. Sinus tamen versi ijdem non sunt, sed* A H, *est sinus versus arcus* F A; & C H, *est sinus versus arcus* F C: *qui quidem duo sinus versi diametrum* A C, *constituũt. Vbi vides sinum versum* C H, *arcus* F C, *quadrantem superantis maiorem esse semidiametro, seu sinu toto* C E.

Duo arcus semicirculum conficientes eũdem habẽt sinum, quẽadmodum & duo arc⁹ circulũ conficiẽtes, eãdẽ chordã: sin⁹ tñ versos habent differentes, conficiẽtes totã diametrum.

Sin⁹ versus arcus quadrãte maioris maior ẽ sinu toto.

SIC *etiam duo anguli duobus rectis æquales eundem sinum habent tam rectum, quam complementi. Vt patet in angulis* A E F, F E C, *quorum vtriusque sinus rectus est* F H; *sinus autem complementi* F K: *propterea quòd arcubus* A F, F C, *insistunt, quorum vtriusque sinus rectus est* F H, *complementi autem sinus* F K, *vt dictum est. Sinus tamen versi eorundem angulorum ijdem non sunt, sed* A H, *sinus versus est anguli* A E F, *nempe arcus* A F; & H C, *est sinus versus anguli* F E C, *puta arcus* F C. *Conficiunt autem ambo sinus versi totam diametrum* A C.

Duo anguli duob⁹ rectis ęquales eundẽ sinũ habent, sed sinus versos differẽtes, vtpote q̃ totã diametrũ cõficiant.

RVRSVM *sinus rectus cuiusuis arcus æqualis est segmento diametri inter centrum, & sinum rectum complementi eiusdem arcus interiecto: Sinus autem complementi cuiuslibet arcus æqualis est segmento diametri inter centrum, & sinum rectum eiusdem arcus posito. Vt* F H, *sinus rectus arcus* F A, *æqualis est segmento diametri* E K: & F K, *sinus complementi eiusdem arcus* F A, *æqualis est segmento diametri* E H; *ob parallelogrammum* H K: *sunt enim tam rectæ* H F, E K, *quàm rectæ* K F, E H, *parallelæ, propter rectos angulos* H, E, K, F. *Hinc fit, si sint duo arcus, quorum vnus alterius sit complementum, vtriusuis sinum rectum æqualem esse complemento sinus*

Sinus tam rectus, q̃ cõplementi, cui segmento diametri sit ęqualis.

34. primi.

28. primi.

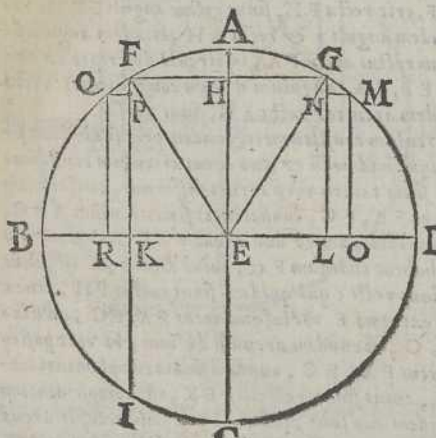
versi

Duorum arcuum, quorum vnus alterius eſt complemẽtum, ſinus rect⁹ vtriuſlibet æqualis eſt complemento ſinus verſi alterius arcus.

verſi alterius arcus. Vocamus autẽ cõplementum ſinus verſi ſegmentum diametri, quo ipſe ſinus verſus à ſemidiametro ſuperatur, ſi eius arcus quadrante minor eſt, vel ſemidiametrum ſuperat, ſi eius arcus maior eſt quadrante. Vt H E, dicimus complementum tam ſinus verſi A H, arcui F A, reſpondentis, quàm ſinus verſi C H, arcui F C, reſpondentis. Vides igitur, duorum arcuum F A, F B, quorum vnus alterius eſt complementum, ſinum rectum F K, arcus F B, æqualem eſſe ipſi H E, complemento ſinus verſi A H, alterius arcus F A: Et ſinum rectum F H, arcus F A, æqualem eſſe ipſi E K, complemento ſinus verſi B K, alterius arcus F B. Eadem ratione, quoniam arcus F B, complementum eſt arcus F C, vides ſinum rectum F H, arcus F C, æqualem eſſe ipſi E K, complemento ſinus verſi B K, alterius arcus F B: Et ſinum rectum F K, arcus F B, æqualem eſſe ipſi E H, complemento ſinus verſi C H, alterius arcus F C. Sic etiam ſinus complemẽti arcus cuiuſuis æqualis eſt complemẽto ſinus verſi eiuſdem arcus. Vt F K, ſinus complementi arcus A F, vel F C, æqualis eſt ipſi H E, complemento ſinus verſi A H, vel C H, arcus A F, vel F C.

Complementum ſinus verſi quid.

34. primi.



In eodem circulo, aut æqualibus, arcuum æqualium ſinus æquales ſunt; & contra. At arcuũ inæqualium ſinus inæquales ſunt; & contra.

PARI ratione in eodem circulo, vel in circulis æqualibus, ſinus tam recti, quàm verſi, aut ſinus complementorum arcuum æqualium, & quadrante minorum, æquales ſunt: Et contra, æqualium ſinuũ tam rectorum, quàm verſorum, aut ſinuum complementorum, arcus quadrãte minores æquales ſunt. Arcuũ verò inæqualium, & quadrante minorum, ſinus inæquales ſunt, ſinus quidem tam rectus quàm verſus maioris maior, minoris verò minor; ſinus autem complemẽti maioris arcus minor, & minoris maior; Et contra, inæqualium ſinuum tam rectorum, quàm verſorum, aut ſinuum complementorum, inæquales arcus ſunt, maioris quidem ſinus tam recti quàm verſi maior arcus, & minoris minor; maioris autem ſinus complementi arcus minor, & minoris maior. Sint enim arcus æquales B F, D G. Dico eorum ſinus rectos F K, G L, æquales eſſe; Item ſinus verſos K B, L D; nec non ſinus complementorũ E K, E L. Cum enim arcus B F, D G, æquales ſunt,

27. tertij.

erunt quoque anguli B E F, D E G, æquales. Sunt autẽ & recti anguli K, L, æquales, nec non & latera E F, E G, æqualia, vtpote ſemidiametri. Igitur & tam latera F K,

26. primi.

G L, quàm latera E K, E L, inter ſe æqualia erunt, nempe ſinus recti inter ſe, & ſinus complementorum inter ſe. Detractis autem E K, E L, æqualibus ex ſemidiametris E B, E D, reliqui erunt ſinus verſi K B, L D, æquales. quod eſt propoſitum. Sint iam ſinus æquales ſiue recti F K, G L, ſiue verſi K B, L D, ſiue ſinus complementorum E K, E L. Dico arcus B F, D G, eſſe æquales. Nam ſi F K, G L, ſint æquales, erunt eorum

quadrata

quadrata æqualia. Cum ergo quadrata rectarum E F, E G, *æqualia quoque sint, & illi quidem æqualia sint quadrata ex* F K, K E, *huic vero quadrata ex* G L, L E; *ac proinde duo quadrata ex* F K, K E, *duobus quadratis ex* G L, L E, *æqualia: si auferantur duo æqualia quadrata rectarum* F K, G L, *æqualia remanebunt quadrata ex* E K, E L; *ac proinde & rectæ* E K, E L, *æquales erunt. Quare cum latera* E F, E K, *lateribus* E G, E L, *æqualia sint, & basis* F K, *basi* G L, *æqualis; erunt anguli* F E B, G E D, *æquales; ac proinde & arcus* B F, D G, *æquales erunt. Quod si sinus complementorum* E K, E L, *sint æquales, ostendemus eodem modo, rectas* F K, G L, *æquales esse. Quare vt prius, erunt arcus* B F, D G, *æquales. Si tandem sinus versi* KB, L D, *ponantur æquales; ijs ablatis ex semidiametris* E B, E D, *relinquentur sinus complementorum* E K, E L, *æquales. Quare rursus ostendemus, vt prius, arcus* B F, D G, *æquales esse. quod erat ostendendum. Iam vero sit arcus* B F, *maior arcu* D M, *& ducatur sinus* M O. *Dico sinum rectum* F K, *maiorē esse sinu recto* M O: *Item sinū versum* K B, *maiorē sinu verso* O D: *sinū vero cōplementi* EK, *minorē sinu cōplementi* E O. *Posito enim arcu* DG, *æquali arcui* BF, *erunt, vt demonstrauimus, tam sinus recti* F K, G L, *quàm versi* K B, LD, *& sinus cōplementorū* EK, EL, *æquales. Cum ergo* LD, *maior sit, quàm* O D, *erit quoque sinus versus* KB, *sinu verso* OD, *maior: Item cū* EL, *minor sit, quàm* E O, *erit quoque sinus cōplementi* E K, *minor sinu cōplementi* E O. *Ducatur* M N, *ad* G L, *perpendicularis, eritque* N L, *ipsi* M O, *æqualis. Cum ergo* G L, *maior sit, quàm* N L, *hoc est, quàm* M O, *erit quoq; sinus rectus* F K, *maior sinu recto* M O. *quod demonstrandum erat. Sit denique tam sinus rectus* F K, *maior sinu recto* M O, *quàm sinus versus* K B, *sinu verso* O D; *& sinus complementi* E O, *maior sinu complementi* E K. *Dico sinui maiori tam recto, quàm verso respondentem arcum* B F, *maiorem esse arcu* D M, *qui minori sinui tam recto, quàm verso respondet. At maiori sinui complementi arcum respondentem* D M, *minorem esse arcu* B F, *qui minori sinui complementi respondet. Nam si* F K, *maior sit, quàm* M O, *auferatur* K P, *ipsi* M O, *æqualis, & ducatur* P Q, *ad* F K, *perpendicularis, ducaturque* Q R, *ad* B E, *perpendicularis, quæ ipsi* P K, *hoc est, ipsi* M O, *æqualis erit; ac proinde, vt paulò ante ostensum est, erunt arcus* B Q, D M, *æquales, propter æqualitatem sinuum rectorum* Q R, M O. *Cum ergo arcus* B F, *arcu* B Q, *maior sit, erit idem arcus* B F, *arcu* DM, *maior. Quòd si* K B, *maior sit, quàm* O D, *abscindatur* B R, *ipsi* D O, *æqualis, ducaturque* R Q, *ad* B E, *perpendicularis: Eruntq; arcus* B Q, D M, *vt paulo ante monstrauimus, æquales, ob æqualitatem sinuum versorum* R B, O D. *Quare cū arcus* B F, *maior sit arcu* B Q, *erit idem arcus* B F, *arcu* D M, *maior. Si tandem maior sit* E O, *quàm* E K, *detrahatur* E L, *ipsi* E K, *æqualis, ducaturque ad* E D, *perpendicularis* L G: *Eruntq; arcus* B F, D G, *ob æqualitatem sinuum complementorum* E K, E L, *æquales, vt paulo ante fuit ostensum. Quam ob rem cum arcus* D M, *arcu* D G, *sit minor, erit idem arcus* D M, *arcu* B F, *minor. Quod est propositum.*

47. primi. 8. primi. 26. tertij. 34. primi. 34. primi.

Anguli æquales habent sinus æquales, &c.

IDEM *prorsus dicendum est de sinubus angulorum. Nam & anguli æquales habent sinus æquales tam rectos, quam complemētorum, & versos, &c. propterea quod æquales anguli insistunt in centro æqualibus arcubus, &c.*

Si in triangulo rectāgulo latus recto angulo oppositū sit sinus totus, erit vtrumuis laterum reliquorum sinus rect[us] anguli acuti oppositi.

POSTREMO *in omni triangulo rectangulo, si latus recto angulo oppositum ponatur sinus totus, reliqua duo latera sunt sinus recti reliquorum angulorum acutorum, quibus opponuntur. Vt in triangulo rectangulo* EKF, *in quo* E F, *est sinus totus, vtpote semidiameter circuli ex* E, *descripti, latus* F K, *est sinus rectus anguli* F E K, *ex defin. 6. Sic quoque si idem circulus ex* F, *describeretur, esset latus* E K, *sinus rectus anguli* E F K, *ex eadem defin. 6. Quod etiam hinc patet, quòd angulus* E F K,

O æqualis

29 primi. *æqualis eſt angulo alterno* A E F; *cuius ſinus rectus eſt, ex defin.* 6 *recta* F H, 34 primi. *quæ quidem æqualis eſt lateri* E K. *Eodem pacto vtrumuis reliquorum laterum in triangulo rectangulo eſt ſinus complementi anguli acuti ſibi adiacentis, nempe ſinus complementi illius arcus, cuius alterum latus eſt ſinus rectus. Vt in eodem triangulo rectangulo* E K F, *latus* F K, *eſt ſinus complementi anguli* E F K, *ſiue arcus* F A, *cuius ſinui recto* F H, *alterũ latus* E K, *æquale eſt. Item latus* E K, *æquale eſt ipſi* F H, *ſinui complementi anguli* F E K, *ſiue arcus* F B, *cuius alterum latus* F K, *ſinus rectus eſt. Sed iam lemma, cuius ſupra fecimus mentionem, demonſtremus.*

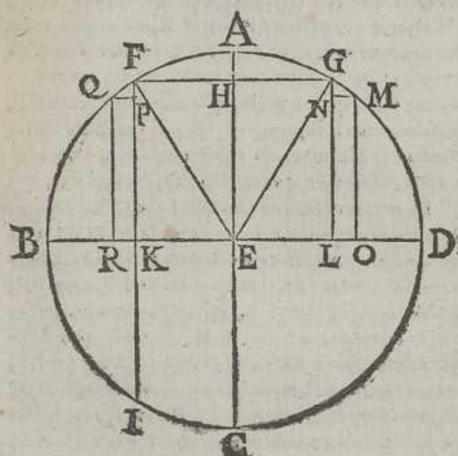
Si in triangulo rectãgulo latus recto angulo oppoſitũ ſit ſinus totus, erit vtrumui reliquorum alterum latus ſinus rectus eſt.

LEMMA.

SI in circulo recta linea è centro ducta aliam rectam non per centrum ductam bifariam ſecet, ſecabit eadem & arcum, cui illa recta ſubtenditur, bifariam: Et ſi arcum ſecet bifariam, ſecabit quoque rectam ei ſubtenſam bifariam.

Recta linea è cẽtro ducta ſecans aliam rectã bifariã ſecat quoque arcum, cui illa ſubtenditur, bifariam: Et cõtra.

SECET in eadem figura recta E A, rectam F G, bifariam in H. Dico eandem ſecare quoque arcum F G, bifariã in A, & contra. Ducta enim recta E G; quoniã duo latera EF, EH, triãguli E F H, æqualia ſunt duobus lateribus E G, E H, trianguli E G H, vtrumq; vtrique; baſisq; H F, baſi H G, ponitur 8 primi. *æqualis; erit angulus F E H, angulo G E H,* 26 tertij. *æqualis. Igitur arcus A F, arcui A G, æqualis erit. Quod eſt propoſitũ.*



VERVM ſecet iã recta E A, arcum F G, bifariam in A. Dico eandem ſecare quoque rectam F G, bifariam in H. 27 tertij. *Quoniam enim arcus A F, A G, æquales ſunt, erunt quoq; anguli F E H, G E H, æquales. Igitur cum & duo latera E F, E H, trianguli E F H, duobus lateribus E G, E H, trianguli E G H, æqualia ſint; erunt & baſes H F, H G, æquales. Quod eſt propoſitum.* 4 primi.

EX hoc ſequitur, rectam E A, quæ arcum F G, bifariam ſecat in A, ſecare quoque rectam F G, bifariam in H; vt ſupra poſuimus.

QVO-

QVONIAM vero Sinus totus (hoc est, semidiameter cuiusuis circuli) intelligitur ab Astronomis diuisus in aliquot partes æquales, vt ratione harum partium omnes alios sinus metiantur, proportionesve omnium sinuum ad sinum totum, siue ad semidiametrum in numeris exprimant; explicādum paucis erit, in quot partes semidiametrum distribuerint: Neque enim omnes eodem modo eam sunt partiti. Ptolemæus namque semidiametrum secat in 60. partes æquales, totam vero diametrum in 120. Quamlibet deinde partem concipit diuisam esse in 60. Minuta, & quoduis Minutum in 60. Secunda. Hanc diuisionem omnes fermè antiqui, & nonnulli ex recentioribus, inter quos est Orontius, secuti sunt. Supputauit autem Ptolemæus lib. 1. Almagesti tabulam omnium chordarum, quæ arcubus semicirculi dimidiato gradu sese ordine superantibus, initio facto ab arcu 30. Minutorum, respondēt, in partibus, quarum 120. tota diameter continet. Orontius vero tabulam condidit omnium sinuum, qui arcubus quadrantis vno Minuto sese ordine superantibus, initio facto ab arcu 1. Minuti, respondent, in partibus, quarum 60. semidiameter, seu sinus totus continet. ArZahel vero Arabs constituit semidiametrum partium 150. ac proinde totam diametrum partium 300. quas quidem partes rursus distribuit in Minuta, & Secunda, vt Ptolemæus. Sed vtrouis modo semidiameter, siue diameter diuidatur, permolestum est, alios omnes sinus siue chordas in eiusmodi partibus inuestigare, cum semper multiplicatio, diuisio, extractioq; radicum per fractiones Astronomicas instituenda sit; Vel certe Partes in Minuta, ac Secunda conuertendæ, & contra, Minuta ac Secunda in Partes: quæ res valde laboriosa est non solum parum exercitatis in Arithmeticis, verum etiam peritissimis.

Omnes sinus exprimuntur in partibus, in quas sinus totus concipitur esse diuisus.

Semidiameter circuli in quot partes secetur à Ptolemęo & Arzahele.

QVAMOBREM alij Astronomi, inter quos est Georgius Purbachius, Ioannes Regiomontanus. Petrus Appianus, semidiametrum, hoc est, sinum totum, in multo plures particulas æquales partiti sunt, vtpote in partes 10000000. vel 100000. Ita enim opus non erit partes has in Minuta, ac Secunda distribuere; cum vna harum partium sit vel multo minor, quàm vnum Secūdum semidiametri in partes 60. secundum Ptolemæum diuisæ, vel certe non multo maior. Nam vnum Secundum est $\frac{1}{216000}$ totius semidiametri diuisæ in 60. partes, cum 60. partes contineant 216000. Secunda: At vna particula semidiametri diuisæ in partes 10000000. vel 100000. est $\frac{1}{10000000}$. vel $\frac{1}{100000}$. totius semidiametri. Constat autē minutiā hāc $\frac{1}{10000000}$. esse multo minorē illa $\frac{1}{215000}$. hanc vero $\frac{1}{100000}$. non esse multo maiorē illa eadem $\frac{1}{216000}$. Itaque etiāsi in sinu aliquo negligatur interdum vna ferme particula ex 10000000. particulis sinus totius, multò tamen minor error committetur, quàm si negligatur vnum ferè secundum ex 216000. Secundis, in quæ sinus totus intelligitur esse diuisus: Si vero negligatur vna ferè particula ex 100000. particulis sinus totius, non multò maior error cōmittetur, quàm si negligatur vnum fere secundum ex 216000. secundis, in quæ sinus totus distribuitur.

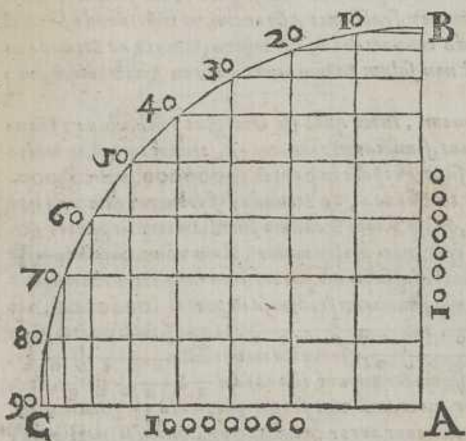
Cōmodior est diuisio semidiametri, vel sin⁹ totius in particulas 10000000. vel 100000. quàm in 60.

SVNT etiam, qui distribuant sinum totum in partes 6000000. vel 60000. extantq; tabulæ sinuū à Ioan. Regiom. compositæ, in quibus sinus totus tot particulas ponitur continere: sed magis in vsu est apud Astronomos diuisio sinus totius in particulas 10000000. vel 100000. Immo communis fere vsus omnium obtinuit, vt in supputationibus, quæ ex sinubus depromuntur, sinus totus statuatur particularum 100000. qualem & nos tam in sphæra, quàm in Gnomonica alijsque operibus constituimus: quamuis, quo maior fuerit sinus totus, eo etiam accuratior supputatio atque calculus reddatur. Construxit porrò Ioan. Regiom. tabulam omnium Sinuum,

Quantus sit sinus totus secundum communem vsum, & quātus ab auctore statuatur. Item eo fieri calculū accuratiorem, quo maior fuerit sinus totus. qui arcubus quadrantis vno Minuto sese ordine superantibus respondent, in partibus sinus totius in partes 10000000. diuisi, initio facto ab arcu 1. Minuti: quam nos summa cura, ac diligentia examinauimus, & in quibusdam locis correximus; quoniam propter typographorum incuriam mendis omnino non carebat. Hanc tabulam emendatam infra subÿciemus, si prius demonstrationes ex Ioanne Regiomontano potissimum decerptas exponamus, quibus omnium arcuum sinus numeris exprimi possint in partibus sinus totius in quotuis partes distributi. Post tabulæ vero vsum subÿciemus quoque Ptolemæi & aliorum demonstrationes, quibus omnium arcuum chordæ numeris exprimantur, ex quibus rursus facili negotio tabula sinuũ construi potest.

ATQVE in primis, si in plano aliquo Quadrans tantæ magnitudinis construeretur, vt eius arcus commode in 90. gradus, & singuli gradus in 60. Minuta, itemque vtraque eius semidiameter, siue sinus totus, in 10000000. partes æquales, vel etiam in plures, paucioresve diuidi posset, facili negotio sine vlla supputationis molestia, aut labore, omniũ sinuũ magnitudines cognoscerẽtur, si ex singulis arcus Minutis rectæ ad vtramque semidiametrũ perpendiculares ducerentur. Vt in quadrãte hoc

Quo pacto omnes sinus possint cognosci in maximo aliquo quadrante, sine vllo supputationis labore, aut molestia. ABC, si arcus BC, in Gradus, ac Minuta secetur; (Nos ob spatÿ angustias eum in nouem partes secuimus, vt singulæ denos complectãtur gradus.) Item vtraque semidiameter in 10000000. particulas, vel in plures, paucioresve distribuatur, atque ad vtramque semidiametrum perpendiculares ducantur: erunt perpendiculares ad semidiametrum AB, ductæ, sinus recti arcuum quadrantis à puncto B, incipientium, quibus æquales sunt portiones semidiametri AC, inter punctum A, & perpẽdiculares ad semidiametrum AC, ductas. Quot ergo particulas cõtinebunt hæ portiones ex illis 10000000. tot particularũ erunt sinus recti arcũ quadrantis. Eodem modo



34. primi.

tam sinus complementorum arcuum eorundem, quàm sinus versi cognoscentur. Perpendiculares enim ad semidiametrum AC, demissæ sunt sinus complementorum, quibus æquales sunt portiones semidiametri AB, inter punctum A, & perpendiculares

34. primi. ad semidiametrum AB, ductas: Portiones vero eiusdem semidiametri AB, inter punctum B, & dictas perpendiculares sunt sinus versi eorundem arcuum à puncto B, incipientium. Sed quoniam fieri non potest, vt Quadrans tantæ magnitudinis reperiatur, qui commode tot diuisiones recipiat, inuestigabimus sinuum magnitudines per demonstrationes Geometricas, posito sinu toto quotcunq; particularum, sequentibus propositionibus. Satis autem erit, sinus rectos omnium arcuum inquiramus: ex his enim cognitis & sinus complementorum, & versi eorundem arcuum patefient, vt in vsu tabulæ Sinuum exponemus.

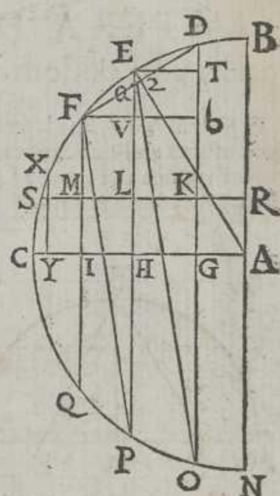
THEO-

THEOR. 1. PROPOS. 1.

IN Quadrante circuli ſumptis arcubus æqualibus, ſi ab eorum terminis ad alterutram ſemidiametrorum, vel ad rectam ſemidiametro parallelam, perpendiculares ducantur; erunt ſegmenta ſemidiametri, vel illius parallelæ inter illas perpendiculares intercepta, inæqualia, maiusq́; erit illud, quod alteri ſemidiametro propinquius eſt.

Perpēdiculares ex arcubus quadrātis æqualibus ad alterutrā ſemidiametrorum, vel ad rectam ſemidiametro parallelam ductę auferũt ſegmenta inæqualia, maiuſq́; eſt illud, qđ alteri ſemidiametro ꝓpinquius eſt.

SIT Quadrans ABC, in quo arcus æquales ſint D E, E F, à quorum terminis ad ſemidiametrum A C, vel ad rectam R S, ipſi A C, parallelam perpendiculares ducantur D K G, E L H, F M I. Dico ſegmenta G H, H I, vel K L, L M, inæqualia eſſe, maiusque eſſe G H, quàm H I, vel K L, maius, quàm L M. Completo enim ſemicirculo B C N, producantur rectæ D G, E H, F I, vſque ad O, P, Q. Ductis quoque rectis E T, F V, ad D O, E P, perpendicularibus, iungantur rectæ E O, F P. Et quoniam arcus D E, E F, æquales ſunt, erunt anguli quoque D OE, E P F, illis inſiſtentes, æquales: Sunt autem & recti anguli T, V, æquales. Igitur cum tres anguli trianguli E O T, tribus angulis trianguli F P V, ſint æquales; quòd tam illi, quàm hi duobus rectis ſint æquales; erit & reliquus angulus T E O, reliquo angulo V F P, æqualis: ac propterea æquiangula erũt triãgula E O T, F P V. Quare erit vt O E, ad E T, ita P F, ad F V: Eſt autē recta O E, maior, quàm recta P F; quod illa centro propinquior ſit, quàm hęc. Igitur & recta E T, maior eſt, quàm recta F V. Cum ergo recta E T, æqualis ſit ſegmentis G H, K L, ob parallelogramma T H, T L; & recta F V, ſegmentis H I, L M, ob parallelogramma V I, V M; erit quoque ſegmentum G H, maius ſegmento H I, & ſegmentum K L, ſegmento L M. In quadrante ergo circuli ſumptis arcubus æqualibus, &c. Quod erat demonſtrandum.



27. tertij.

32. primi.

4. ſexti.
15. tertij.

34. primi.

BREVIVS. Ducatur recta D F, ſecans ſemidiametrum ductam A E, in Z, & rectam E H, in a, producaturq́ue recta F V, vſque ad b. Quoniam igitur arcus D F, ſectus eſt bifariam in E, ſecta quoque erit recta D F, bifariam in Z, ex lemmate in definitionibus poſito, ac proinde D a, maior erit quàm

a E.

3. sexti.

a F. Cum ergo sit, vt D a, ad aF, ita b V, ad V F, erit quoque b V, maior, quàm V F, hoc est, G H, maior, quàm H I; & K L, maior quàm L M.

COROLLARIVM.

Differentię sinuũ recto rũ à principio quadrã tis vsq; ad eius finem sensim decrescunt: adeo vt sin⁹ minorũ ar cuũ maiores habeãt differẽtias, quàm sin⁹ arcuũ maiorũ; dũ modo arc⁹ habeãt differentias ęquales.

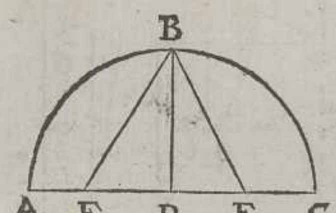
CONSTAT ex hac propositione, si quotcunque arcus quadrãtis à semidiametro eadẽ incipientes habeant æquales differentias, excessusve; sinus rectos minorum arcuum habere maiores differentias, quàm sinus arcuum maiorum; adeo vt differentiæ sinuum à principio quadrantis ad finem vsque semper decrescant. Nam si in eadem figura huius propos. accipiatur arcus F X, arcubus D E, E F, æqualis, ducaturque recta X Y, ad semidiametrum A C, perpendicularis, habebunt quatuor arcus B X, B F, B E, B D, æquales excessus, cum B X, ipsum B F, superet arcu F X; & B F, ipsum B E, arcu E F, qui arcui F X, positus est æqualis; & arcus B E, arcum B D, arcu D E, qui arcui E F, æqualis est. Sinus autem recti eorum arcuum sunt A Y, A I, A H, A G, vt supra in expositione definitionum docuimus, cum sint partes semidiametri A C, inter centrum A, & sinus complementorum interiectæ, vt patet. Et quoniam in hac propos. demonstrauimus, rectam G H, maiorem esse, quàm H I, & H I, maiorem, quàm I Y; liquet, excessum G H, inter sinus arcuum minorum B E, B D, maiorem esse excessu H I, inter sinus arcuum maiorum B F, B E: Item excessum H I, inter sinus arcuum minorum B F, B E, maiorem esse excessu I Y, inter sinus maiorum arcuum B X, B F. Eademque ratio est de cæteris. Constat igitur, differentias sinuum rectorum sensim decrescere à principio quadrantis vsque ad eius finem: Id quod perspicuè ex sinuum tabula apparet.

PROBL. 1. PROPOS. 2.

Latera Decagoni, & Pentagoni in vno eodemq; circulo quo pacto inueniantur.

LATERA Decagoni, & Pentagoni æquilateri in vno eodemq; circulo inuestigare.

QVAMVIS hæc latera inueniantur per ea, quæ ab Euclide lib. 4. sunt demonstrata: nihilominus eadem à Ptolemæo lib. 1. Almagesti cap. 9. inuestigantur ratione alia, quæ ad plurimorum sinuum inuentionem multum conducit. Est autem hæc ratio. Sit circulus, vel (quod satis est) semicirculus ABC, ad cuius diametrum A C, ex D, centro educatur perpendicularis D B. Diuisa quoque semidiametro C D, bifariam in E, ducatur recta E B, cui ęqualis abscindatur E F, iungaturque recta F B. Dico rectam B F, esse latus Pentagoni, & D F, latus Decagoni in circulo A B C. Cum enim recta C D, secta sit bifariam in E, eique addita D F; erit rectangulum sub C F, DF, vna cum quadrato rectæ D E, æquale quadrato rectæ E F, ideoq; quadrato rectæ E B, quæ ipsi E F, ęqualis est: Est autem quadratum rectæ E B, æquale quadratis rectarum B D, D E. Igitur rectangulum sub C F, D F, vnà cum quadrato rectæ D E, æquale est quadratis rectarum B D, D E: Ac proinde, dempto communi quadrato rectæ D E, relinquetur rectangulum sub C F, D F, æquale quadrato rectæ B D, hoc est, quadrato rectæ C D. Quamobrem erit, vt C F, ad C D, ita C D, ad D F; propterea que recta C F, diuisa erit in D, extrema ac media ratione. Cum igitur maius segmentum C D, sit latus Hexagoni in circulo A B C, ex coroll



6. secundi.

47. primi.

17. sexti.

roll. propos. 15. lib. 4. Eucl. erit minus segmentum D F, latus Decagoni in eodem circulo, vt ad propos. 9. lib. 13. Eucl. demonstrauimus. Rursus quoniam quadrato lateris Hexagoni B D, vna cum quadrato lateris Decagoni D F, æquale est quadratum lateris Pentagoni in eodem circulo: Est autem eisdem quadratis rectarum B D, D F, æquale quadratum rectæ B F; erit quadratum lateris Pentagoni æquale quadrato rectæ B F; ac propterea recta B F, lateri Pentagoni æqualis. Latera igitur Decagoni, & Pentagoni æquilateri in vno eodemque circulo inuestigauimus. Quod faciendum erat.

10. tertij dec.

47. primi.

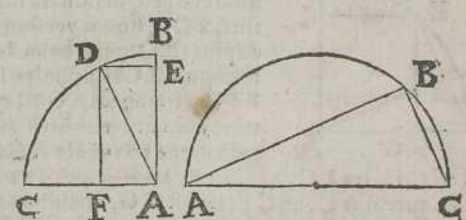
PROBL. 2. PROPOS. 3.

EX sinu recto cuiusuis arcus quadrante minoris cognito, sinum complementi eiusdem arcus; Itẽ ex chorda cuiusuis arcus semicirculo minoris, chordam reliqui arcus semicirculi cognoscere.

Ex sinu recto cuiusuis arcus quo pacto sinus complementi eiusdem arcus, & ex chordâ cuiusuis arcus qua ratione chorda reliqui arcus semicirculi cognoscatur.

SIT primo cognitus sinus rectus D E, arcus B D, cuius arcus complementi sinus sit D F, quem cognoscere debemus. Ducta recta D A, erit quadratum rectæ D A, æquale quadratis rectarum D E, E A. Si igitur ex quadrato sinus totius D A, noti (Ponitur enim sinus totus particularum certo numero comprehensarum) detrahatur quadratũ sinus recti D E, cogniti in partibus sinus totius D A, relinquetur quadratum rectæ E A, notum; ac proinde per radicem quadratam recta E A, in eisdem partibus nota erit. Cum ergo recta E A, æqualis sit sinui complementi arcus B D, hoc est, rectæ D F, cognitus erit D F, sinus complementi arcus B D, cuius sinus rectus D E, notus est positus.

47. primi.



34. primi.

SIT deinde cognita chorda A B, arcus A B, & chorda BC, subtendens reliquum arcum B C, semicirculi, quam iubemur inuestigare. Quoniam angulus B, rectus est in semicirculo, erit quadratum diametri A C, æquale quadratis chordarum A B, B C. Si igitur ex quadrato diametri A C, notæ (Ponitur enim diameter diuisa in particulas certo numero comprehensas) dematur quadratum chordæ A B, notæ in partibus diametri A C, notum relinquetur quadratum chordæ B C; ac proinde per radicem quadratam chorda B C, in eisdem partibus nota efficietur. Ex sinu igitur recto cuiusuis arcus, &c. cognouimus. Quod faciendum erat.

31. tertij. 47. primi.

COROLLARIVM.

HINC efficitur, sinum versum cuiusuis arcus cognosci quoque ex cognito sinu recto. Quoniam enim ex sinu recto D E, cognoscitur sinus complementi D F, hoc est, A E; si sinus comple-

Sinus versus cognoscitur ex cognito sinu recto.

complementi dati arcus B D, auferatur ex ſinu toto A B, notus relinquetur ſinus verſus E B, dati arcus B D. Pari ratione, ſi ſinus rectus D E, hoc eſt, A F, dati arcus B D, dematur ex ſinu toto A C, notus relinquetur ſinus verſus C F, complementi dati arcus B D.

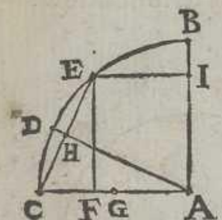
THEOR. 2. PROPOS. 4.

Cuiuſuis arc⁹ quadrãte minoris ſin⁹ rectus medio loco ꝓportionalis eſt inter ſemiſſẽ ſinus totius, & ſinũ verſum alteri⁹ arc⁹, q prioris duplus eſt, & quadrante quoque minor.

SINVS rectus cuiuſlibet arcus quadrante minoris medio loco proportionalis eſt inter ſemiſſem ſemidiametri, ſeu ſinus totius, & ſinum verſum arcus alterius, qui prioris arcus duplus eſt, & quadrante quoque minor.

SIT arcus quicunque C E, quadrante minor, cuius dimidium ſit C D. Diuiſa autem ſemidiametro A C, bifariã in G, ducatur ex E, ad A C, perpendicularis EF, iungaturque recta A D, quæ ductã chordam C E, ſecabit in H, bifariam, ex lemmate à nobis ad definitiones ſupra demonſtrato, atque adeo & ad angulos rectos. Erit igitur C H, ſinus rectus arcus C D, & C F, ſinus verſus arcus C E, qui duplus eſt arcus C D, cum E F, ſit eiuſdem arcus C E, ſinus rectus: vt ex definitionibus conſtat. Dico C H, ſinum rectum arcus C D, medio loco eſſe proportionalẽ inter C G, dimidiũ ſinus totius, & C F, ſinum verſum arcus C E, qui arcus C D, duplus eſt. Quoniã enim duo anguli A C H, A H C, trianguli ACH, æquales ſunt duobus angulis ECF, E F C, trianguli E C F, quod angulus C, vtrique triangulo ſit communis, & anguli H, F, recti; æquiangula erunt triangula A C H, EC F. Igitur erit, vt A C, ad C H, ita E C, ad C F: Et permutando, vt A C, ad C E, ita C H, ad C F. Vt autem A C, ad C E, ita eſt C G, dimidium ipſius A C, ad C H, dimidium ipſius C E. Igitur erit quoque vt C G, ad C H, ita C H, ad C F; ac propterea C H, ſinus rectus arcus C D, medio loco proportionalis eſt inter C G, ſemiſſem ſinus totius, & C F, ſinum verſum arcus C E, qui arcus C D, duplus eſt. Igitur ſinus rectus cuiuſlibet arcus quadrante minoris, &c. Quod demonſtrandum erat.

3. tertij.



32. primi.
4. ſexti.
15. quinti.

COROLLARIVM.

Ex ſinu recto cuiuſuis arcus cognito notus fit ſinus rectus alterius arcus, qui illius dimidiũ ſit

31. primi.
3. huius,
17. ſexti.

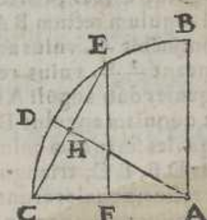
COLLIGITVR hinc, ſi ſinus rectus alicuius arcus cognitus ſit, notum etiam fieri ſinum rectum alterius arcus, qui illius dimidium ſit: ita vt ex E F, ſinu recto arcus C E, cognito cognoſcatur etiam C H, ſinus rectus arcus C D, qui dimidium eſt arcus C E. Nam ex noto ſinu recto E F, notus fiet ſinus E I, complementi: quo ablato ex ſinu toto A C, (æqualis enim eſt ſinus E I, rectæ A F.) notus relinquetur ſinus verſus C F, arcus C E, vt in coroll. præcedentis propoſ. dictum eſt. Cum ergo ſinus C H, ſit medio loco proportionalis inter medietatem ſinus totius, & ſinum verſum C F, vt oſtendimus; erit rectangulum ſub dimidio ſinus totius, & ſinu verſo C F, contentum æquale quadrato ſinus C H. Quare ſi multiplicetur medietas ſinus totius in ſinum verſum C F, producetur quadratus numerus ſinus finus C H, cuius radix quadrata notum dabit finum rectum C H. Eademque ratio est de cæteris.

IDEM hac etiam ratione ostendi potest. Quoniam enim E F, sinus rectus arcus C E, notus ponitur, cognoscetur & E I, sinus complementi eiusdem arcus, hoc est, recta A F, illi æqualis. Detracta igitur recta A F, hoc est, sinu complementi arcus C E, ex sinu toto A C, cognitus erit sinus versus F C, arcus eiusdem C E, vt etiam in coroll. propos. 3. ostendimus. Quia vero quadratum rectæ C E, æquale est quadratis rectarum E F, F C; fit, vt quadrata rectarum E F, F C, notarum in vnam summam collecta efficiant quadratum rectæ C E: cuius radix quadrata ipsam rectam C E, reddet notam; ac proinde huius radicis dimidium dabit C H, sinum rectum arcus C D, qui dimidium est dati arcus C E, notum. 3. huius. 34. primi.

VICISSIM ex hac eadem propos. 4. colligitur, si sinus rectus alicuius arcus cognitus sit, notum etiam fieri sinum rectum alterius arcus, qui illius duplus sit, dummodo quadrante sit minor: ita vt ex C H, sinu recto arcus C D, cognito cognoscatur etiam E F, sinus rectus arcus C E, qui arcus C D, est duplus. Cum enim sinus C H, sit medio loco proportionalis inter medietatem sinus totius, & sinum versum F C, vt ostendimus; erit rectangulum sub dimidio sinus totius, & sinu verso F C, contentum æquale quadrato sinus recti C H. Quare quadratum sinus C H, noti erit illud rectangulum; quo diuiso per dimidium sinus totius, notus euadet sinus versus F C. Quia vero recta C E, cum sit dupla sinus C H, noti nota est, erit & eius quadratum notum: à quo si auferatur quadratum sinus versi F C, noti, relinquetur etiam quadratum rectæ E F, notum; (cum quadratū rectæ C E, quadratis rectarum C F, F E, sit æquale.) ac proinde radix quadrata illius notum dabit sinum rectum E F. Ex sinu recto cuiusuis arc⁹ cognito not⁹ fit sinus rectus alteri⁹ arc⁹, qui illi⁹ sit dupl⁹ dummodo quadrante minor sit.

SCHOLIVM.

QVOD si quando perpendicularis E F, *semidiametrum* A C, *secet bifariam, vt in hac figura contingit, erit adhuc* C H, *sinus arcus* C D, *medio loco proportionalis inter* C F, *semissem sinus totius, & C F, sinū versum arcus CE, qui arcus CD, duplus est. Erūt enim rursum triangula* A C H, E C F, *æquiangula; ac proinde, vt* A C, *ad* C H, *ita* E C, *ad* C F: *Et permutando, vt* A C, *ad* C E, *ita* C H, *ad* C F. *Cum ergo sit, vt* A C, *ad* C E, *ita* C F, *dimidium ipsius* A C, *ad* C H, *dimidium ipsius* C E; *erit quoq; vt* C F, *ad* C H, *ita* C H, *ad* C F: *proptereaq;* C H, *sinus rectus arcus* C D, *medio loco proportionalis est inter* C F, *semissem sinus totius, &* C F, *sinum versum arcus* C G, *qui duplus est arcus* C D. 4. sexti. 15. quinti.



HINC fit, si perpendicularis E F, *semidiametrum* A C, *secet bifariam, rectam* C H, *æqualem esse rectæ* C F. *Si enim maior esset, aut minor, non posset esse, vt* C F, *ad* C H, *ita* C H, *ad* C F: *cum vna proportio esset maioris inæqualitatis, & altera minoris inæqualitatis.*

THEOR 3. PROPOS. 5.

SINVS rectus arcus graduum 54. componitur ex semisse sinus totius, & sinu recto arcus grad 18. Sinus autem versus arcus grad. 72. componitur ex semisse sinus totius, & sinu verso arcus grad. 36. Sinus rect⁹ grad. 54. æqualis est semissi sin⁹ toti⁹, & sinui gra. 18. simul. Sin⁹ aūt versus grad. 72 æqualis est semissi sinus totius, & sinui verso grad 36. simul.

IN quadrante ABC, sit BD, arcus grad. 54. ac proinde eius cõplementum C D, grad. 36. quod diuidatur bifariam in H, vt vterq; arcuũ CH, H D, habeat grad. 18. Ducatur D M, ad AB, perpendicularis pro sinu arcus grad. 54. & D E, ad AC, perpẽdicularis pro sinu arcus grad. 36. Iungatur quoq; recta AH, quæ per lẽma in definitionibus demonstratũ secabit rectã C D, in I, bifariam, ac proinde & ad angulos rectos: eritq; propterea C I, sinus rectus arcus C H, grad. 18. Sũpta tandẽ recta E F, ipsi E C, æquali, diuidantur A C, A F, bifariã in G, K, & ex K, ad A C, perpendicularis ducatur K L. Dico sinum rectũ D M, arcus grad. 54. hoc est, rectam A E, illi equalẽ, componi ex A G, dimidio sinus totius, & ex C I, sinu recto arcus grad. 18. hoc est, rectam G E, (quæ cũ A G, constituit totam rectã A E,) equalẽ esse sinui recto CI. Item sinũ versum arcus grad. 72. componi ex dimidio sinus totius, & ex C E, sinu verso arcus C D, grad. 36. hoc est, rectam E K, (quæ cum sinu verso C E, rectam C K, componit) æqualem esse dimidio sinus totius, ipsam vero C K, esse sinum versum arcus grad. 72. hoc est, arcum C L, (cuius sinus versus est C K,) esse grad. 72. Ducta enim recta L N, ad A B, perpendiculari, pro sinu arcus B L, iungantur rectæ A D, D F. Quoniam igitur arcus C H, grad. 18. continet $\frac{1}{5}$. quadrantis B C, (quòd quinquies 18. faciant 90.) continebit arcus C D, $\frac{2}{5}$. eiusdem quadrantis, ac proinde proportio arcus C D, ad arcum B C, erit vt 2. ad 5. Est autem, vt arcus C D, ad arcum B C, ita angulus C A D, ad rectum angulum B A C. Igitur proportio anguli C A D, ad angulum rectum B A C, erit quoque, vt 2. ad 5. ac proinde angulus C A D, continebit $\frac{2}{5}$. vnius anguli recti. Cum ergo tres anguli trianguli C A D, contineant $\frac{10}{5}$. vnius recti, hoc est, æquales sint duobus rectis, sintque inter se æquales duo anguli A C D, A D C; continebit vterque eorum $\frac{4}{5}$. vnius recti. Et quoniam angulus D F C, angulo D C F, est æqualis, quòd & rectę DF, DC, æquales sint; (cum enim D E, E F, latera trianguli D E F, æqualia sint lateribus D E, E C, trianguli D E C, angulosque ad E, contineant æquales, vtpote rectos; æquales erunt bases D F, D C,) continebit quoque angulus D F C, $\frac{4}{5}$. vnius recti; ac proinde reliquus angulus D F A, ex duobus rectis, hoc est, ex $\frac{10}{5}$. vnius recti, continebit $\frac{6}{5}$. vnius recti. Cum ergo angulus D A F, ostensus sit continere $\frac{2}{5}$. vnius recti, & omnes tres anguli in triangulo A F D, contineant $\frac{10}{5}$. vnius recti, continebit angulus A D F, $\frac{2}{5}$. vnius recti, propterea que angulo D A F, æqualis erit. Quare æqualia erunt latera D F, A F. Cum ergo recta D F, rectæ D C, ostensa sit æqualis, erit & recta A F, rectæ DC, æqualis: ideoque & k F, medietas ipsius A F, ipsi C I, medietati ipsius D C, æqualis erit.

3. tertij. 34 primi. 33. sexti. 32. primi. 5. primi. 5. primi. 4. primi. 32. primi. 6. primi.

RVRSVS quoniam A K, K F, æquales sunt; additis æqualibus E C, F E, erit recta composita ex A k, E C, æqualis rectæ K E: ac proinde K E, medietas erit semidiametri A C; quandoquidem A C, diuisa est in duas partes æquales, quarum vna est K E, altera vero, recta ex A K, E C, composita. Est igitur K E, æqualis ipsi C G. Ablata ergo communi recta G E, remanebunt æquales G K, E C. Est autem E C, sumpta ipsi E F, æqualis. Igitur & G K, ipsi E F, æqualis erit; additaque communi recta F G, erit E G, ipsi F K, æqualis, hoc est, ipsi C I, cui ostendimus suprà rectam k F, esse æqualem. Com-

poni-

ponitur ergo A E, (quæ sinui D M, arcus grad. 54. æqualis est.) ex A G, medietate sinus totius, & G E, quæ æqualis est ostensa sinui C I, arcus grad. 18. Quod est primum.

IAM vero, quoniam K F, ipsi E G; & E G, ipsi C I, ostensa est æqualis: erit K F, sinui recto C I, æqualis: Est autem K F, ipsi A K, æqualis. Igitur erit quoque A K, ipsi C I, æqualis. Cum ergo A K, sinui L N, sit æqualis, erit etiam sinus L N, sinui C I, æqualis. Est autem C I, sinus arcus grad. 18. Igitur & L N, sinus erit arcus grad. 18. ac proinde arcus B L, cuius sinus est L N, continebit grad. 18. ideoque eius complementum C L, continebit grad. 72. cuius sinus versus K C, cōponitur ex C G, medietate sinus totius, & ex G K, quæ sinui verso E C, arcus C D, grad. 36. ostensa est æqualis. Quod est secundum. Itaque Sinus rectus arcus graduum 54. componitur, &c. Quod erat demonstrandum. 34. primi.

COROLLARIVM.

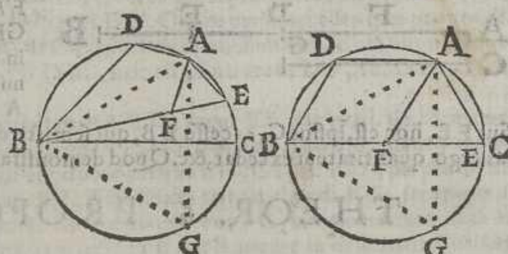
CONSTAT ex his, triangulum A C D, cuius basis C D, subtēdit gradus 36. verticemq; habet in centro, esse Isosceles, cuius vterque æqualium angulorum C, D, reliqui anguli ad centrum duplus est. Nam angulus C A D, ostensus est continere $\frac{2}{5}$. vnius recti, vtrumque vero C, & D, $\frac{4}{5}$.

THEOR. 4. PROPOS. 6.

DIFFERENTIA chordarū duorum arcuū semicirculi, quorum alter tāto minor sit arcu grad. 120. quanto alter maior est, æqualis est chordæ arcus, quo alteruter dictorum arcuum ab arcu grad. 120. differt.

Differentia inter chordas duorū arcuū, quorū alter tā to sit minor arcu grad. 120. quāto alter maior est, æqual. chordæ arcus, quo alteruter dictorū arcuū differt ab arcu grad. 120.

IN semicirculo A B C, sit arcus B A, grad. 120. arcus vero B D, eo tanto minor, quanto arcus B E, maior est; quorum chordæ B D, B E: abscindaturque B F, ipsi B D, æqualis, & iungantur rectæ A D, A E, A F. Dico E F, differentiā duarū chordarum B D, B E, æqualem esse chordæ A E, vel A D. Cōpleto enim circulo, & inscripto triāgulo æquilatero ABG, cuius vnum latus est AB, chorda arcus grad. 120. cum subtendat tertiā circunferentiæ partem; erit angulus AGB, tertia pars duorum rectorum. Cum ergo ei æqualis sit angulus A E B, in eodem cum illo existens 32. primi. 21. tertij.



ſegmento A G B; erit & A E B, tertia pars duorum rectorum. Deinde, quoniam latera D B, B A, trianguli D B A, lateribus F B, B A, trianguli F B A, æqualia ſunt, anguloſque continent æquales; erunt baſes A D, A F, inter ſe æquales. Cum ergo A D, ipſi A E, æqualis ſit, propter æquales arcus A D, A E; erit & A F, eidem A E, æqualis; ac propterea anguli A E F, A F E, æquales inter ſe erunt: Eſt autem A E F, vt oſtendimus, tertia pars duorum rectorum. Igitur & A F E, tertia pars erit duorum rectorum; atque adeo & reliquus E A F, tertia pars erit duorum rectorum. Quare triangulum A E F, æquilaterum erit, ex coroll. propoſ. 6. lib. 1. Eucl. ideoque recta E F, differentia chordarum B D, B E, chordæ A E, vel A D, æqualis erit. Differentia ergo chordarum duorum arcuum ſemicirculi, &c. quod erat demonſtrandum.

27. tertij.
29. tertij.
5. primi.
32. primi.

COROLLARIVM.

Duæ chordę duorum arcuũ cõficiẽtiũ gra. 120. ſimul ęquales ſũt chordę arc⁹ cõpoſiti ex arcu grad. 120. & arcu minore illorum duorum.

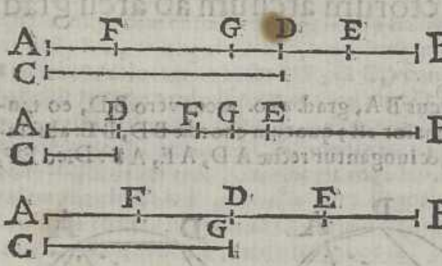
SEQVITVR hinc, ſi duorum arcuum, qui ſimul grad. 120. conficiant, chordæ ſimul iungantur, effici chordam arcus compoſiti ex arcu grad. 120. & arcu minore illorum duorum, ſi inæquales ſint. Ita namque vides chordas B D, D A, arcuum B D, D A, conficientium grad. 120. ſimul ſumptas æquari chordæ B E, arcus B A E, compoſiti ex arcu B A, grad. 120. & arcu A E, qui minori A D, æqualis eſt: propterea quòd vt demonſtratum eſt, differentia E F, inter chordas B D, B E, æqualis eſt chordæ A D.

THEOR. 5. PROPOS. 7.

Si quãtitas ſup & quãtitatẽ ſemiſſis ſemiſſẽ ſuperabit exceſſus ſemiſſe.

SI quantitas quantitatem excedat, ſemiſsis illius ſemiſsem huius ſuperabit exceſſus ſemiſſe.

SVPERET quantitas AB, quantitatẽ C, exceſſu DB, qui bifariã ſecetur in E, & ipſi EB, æqualis ponatur AF. Quoniã igitur AF, EB, toti exceſſui DB, æquales ſunt, erit reliqua FE, ipſi C, æqualis. Secetur FE, bifariã in G. Quia ergo GE, GF, æquales ſũt; additis æqualibus EB, FA, æquales quoque erũt GB, GA; ac proinde & AB, in G, ſecta erit bifariã. Semiſsis igitur BG, ipſius AB, ſuperat GE, ſemiſſem ipſius FE, hoc eſt, ipſius C, exceſſu EB, qui ſemiſsis eſt exceſſus DB. Si quantitas ergo quantitatem excedat, &c. Quod demonſtrandum erat.



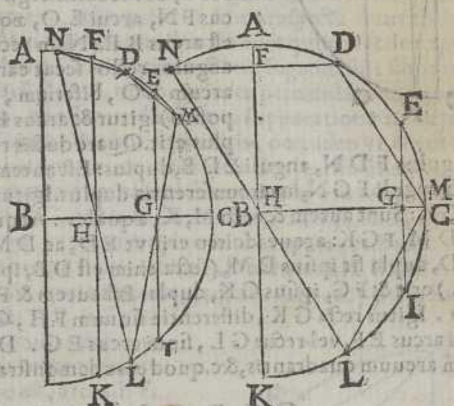
THEOR. 6. PROPOS. 8.

DIFFERENTIA ſinuum duorum arcuũ qua-

quadrantis, quorum alter tanto minor sit arcu grad. 60. quanto alter maior est, æqualis est sinui arcus, quo alteruter dictorũ arcuum ab arcu grad. 60. differt.

Differentia inter sinus duorũ arcuum, quorum alter tanto sit minor arcu grad. 60. quãto alter maior est, ęqual. sinui arcus, quo alteruter dictorũ arcuũ differt ab arcu grad. 60.

IN quadrante A B C, sit arcus C D, grad. 60. arcus vero C E, eo tanto minor, quanto arcus C F, maior est: quorum sinus recti E G, F H. Dico horum sinuum differẽtiam æqualem esse sinui arcus D E, vel D F. Producto enim quadrante, vna cum sinubus E G, F H, ad I, K; sumatur arcus C L, arcui C D, æqualis, ita vt totus arcus D C L, cõtineat grad. 120. Et quia & arcus C I, C K, æquales sunt arcubus C E, C F; quòd per lemma in definitionibus positum recta B C, secet arcus E C I, F C K, bifariam, cum & rectas E I, F K, bifariam secet: erunt quoque reliqui arcus L I, L K, reliquis arcubus D E, D F, æquales. Sumptis quoque arcubus E M, F N, qui arcubus D E, D F, æquales sint, ducantur chordæ L M, L N. Et quoniam arcus F N, arcui L K, & arcus E M, arcui L I, ęqualis est; additis communibus F L, M I, erit tam arcus N L, arcui F K, quàm arcus M L, arcui E I, æqualis: ac proinde tam chorda N L, chordæ F K, quam chorda M L, chordæ E I, æqualis. Quoniam igitur arcus L M, tanto minor est arcu L D, grad. 120. quanto arcus L N, eodem maior est; erit per propos. 6. differentia chordarum L N, L M, chordæ D N, vel D M, æqualis; hoc est, recta k F, rectam I E, superabit chorda D N, vel D M. Quare per antecedentem propos. semissis H F, hoc est, sinus arcus C F, superabit semissem G E, id est, sinum arcus C E, semisse chordæ D N, vel D M, hoc est, sinu arcus D F, vel D E. Quod demonstrandum erat.



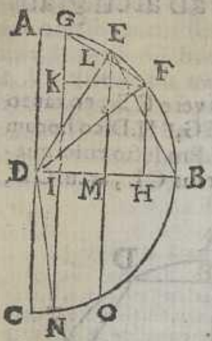
3. tertij.

29. tertij.

ALITER. In quadrante A B D, arcus B E, sit grad. 60. & arcus E F, E G, æquales, ac proinde arcus B F, tanto minor arcu B E, quanto arcus B G, eodem arcu B E, maior est: ducanturque F H, G I, ad B D, perpendiculares, quæ sinus erunt arcuum B F, B G. Ducta autem chorda F G, secet eam semidiameter ducta D E, in L. Et quoniam arcus F G, bifariam sectus est in E, erit quoque recta F G, bifariam secta in L, ex lemmate in definitionibus demonstrato; ac propterea & ad angulos rectos. Est ergo F L, sinus arcus E F; & G L, sinus arcus E G. Ducta quoque recta F K, ad G I, perpendiculari, erit I K, re- 3. tertij.

ctæ

34.primi. ctæ F H, æqualis, ob parallelogrammum F I. Quare G K, differentia erit sinuum F H, G I. Dico hanc differentiam G K, æqualem esse sinui F L, vel G L. Ducta enim recta B E, quæ latus hexagoni est, ac propterea, ex coroll. propos. 15. lib. 4. Eucl. semidiametro D E, æqualis; secetur B D, bifariã in M, iungaturq; recta E M. Quoniã igitur latera D M, M E, lateribus B M, M E, æqualia



8.primi. sunt, & basis D E, basi B E, æqualis, erunt anguli ad M, æquales, atque adeo recti. Completo autem semicirculo A B C, & productis rectis G I, E M, ad N, O, erit arcus N O, arcui G E, hoc est, arcui E F, æqualis, ex scholio propos. 27. lib. 3. Eucl. propterea

28.primi. quod rectæ G N, E O, parallelæ sunt, ob rectos angulos I, M. Addito ergo communi arcu F O, erit arcus F N, arcui E O, æqualis: Sed arcus E O, duplus

3.tertij. est arcus B E. (Nam recta D B, rectam E O, secans ad angulos rectos secat eandem bifariam: ac proinde & arcum E O, bifariam, ex scholio in definitionibus posito) Igitur & arcus F N, eiusdem arcus B E, duplus erit. Quare ductis rectis D F, D N, erit quoque

33.sexti. angulus F D N, anguli E D B, duplus: Est autem idem angulus F D N, in cen

20. tertij. tro anguli F G N, in circunferentia duplus. Igitur æquales sunt anguli E D M, F G K: Sunt autem & recti M, K, æquales. Aequiangula ergo sunt triangula

4.sexti. E D M, F G K: atque idcirco erit vt E D, ad D M, ita F G, ad G K. Cum ergo E D, dupla sit ipsius D M, (secta enim est D B, ipsi D E, æqualis, bifariam in M.) erit & F G, ipsius G K, dupla: Est autem & F G, ipsius F L, vel G L, dupla. Igitur recta G K, differentia sinuum F H, G I, æqualis est rectæ F L, sinui arcus E F, vel rectæ G L, sinui arcus E G. Differentia ergo sinuum duorum arcuum quadrantis, &c. quod erat demonstrandum.

Duo sinus duorum arcuũ conficientium grad. 60. simul æquales sunt sinui arcus compositi ex arcu grad. 60. & arcu minore illorum duorum.

COROLLARIVM.

HINC sequitur, si duorum arcuum conficientium grad. 60. sinus simul componantur, effici sinum arcus cõpositi ex arcu grad. 60. & arcu minore illorũ duorũ, si inæquales sunt. Ita enim vides in figura posterioris demonstrationis huius propos. sinus rectos F H, F L, arcuum B F, F E, conficientium grad. 60. simul sumptos æquari sinui recto G I, arcus B E G, compositi ex arcu B E, grad. 60. & arcu E G, qui minori E F, æqualis est: propterea quòd, vt demonstratum est, differentia G K, inter sinus F H, G I, æqualis est sinui F L.

PROBL. 3. PROP. 9.

Qua rõne omniũ arcuum sinus recti supputentur.

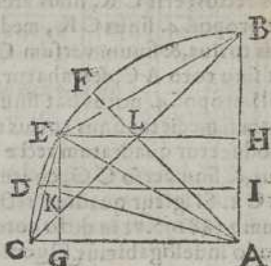
SINVS rectos omnium arcuum quadrantis sese ordine superantium vno Minuto, in partibus Sinus totius in quotcunque particulas distributi, supputare.

PRIMVM omnium supputabimus sinus rectos arcuum sese 15. gradibus supe-

ſuperantium, reſpectu Sinus totius particularum 100000. quot nimirum communiter ab omnibus, & à nobis etiam conſtituitur, vt ſupra diximus. Vt autẽ accuratior fiat ſupputatio, ponemus in hiſce ſupputationibus Sinum totum partium 10000000. Ita enim fiet, vt abiectis duabus primis figuris ad dexterã ex ſingulis ſinubus inuentis, (addita tamen vnitate, ſi duæ figuræ abiectæ numerũ 50. ſuperent) relinquãtur ſinus magis exquiſiti reſpectu ſinus totius partium 100000. Quòd ſi quis ſinus deſideret plurium particularum, poſito nimirũ ſinu toto partiũ 10000000. quot eum Ioan. Regiom. poſuit, & nos in ſequẽti tabula ſtatuemus, conſtituendus erit Sinus totus partiũ 1000000000. Nam hac ratione, abiectis duabus primis figuris ad dexteram ex ſingulis ſinubus inuentis, vt dictum eſt, remanebunt Sinus magis exquiſiti reſpectu Sinus totius partium 10000000. Ratio huius rei eſt, quòd in ſinuum inueſtigatione error ſolum contingere poteſt in vna aut altera figura ad dextram: quare, abiectis duabus figuris ad dextram, relinquentur ſinus reſpectu ſinus totius minoris exquiſitiſsimi. Id quod in ſupputationibus ſinuum quiuis facile experietur, & nos infra demonſtrabimus. Pari ratione, ſi inueſtigandi ſint ſinus reſpectu alterius Sinus totius, qui plures, aut pauciores particulas contineat, quàm 100000. vel 10000000. conſtituendus erit in ſupputatione Sinus totus, qui ad dexteram illum ſuperet duabus figuris his, 00; adeo vt illius ſit centuplus, quemadmodum & hic 10000000. quem in calculo aſſumimus, centuplus eſt illius 100000. quem nos cum alijs Aſtronomis in vſu recipimus.

Sinus tot⁹ in cui⁹ partib⁹ alij ſinus ompu tãtur, quos particularũ ponẽdus ſit, vt alij ſinus inueniãtur magis exquiſiti reſpectu Sinus totius partiũ 100000. vel pauciorum pluriũve.

SIT igitur in quadrante A B C, arcus C D, grad. 15. C E, 30. C F, 45. ac proinde E B, grad. 60. & D B, 75. vtpote complementa arcuum grad. 30. & 15. Horum ergo arcuum ſinus rectos ita ſupputabimus. Ducantur E H, D I, ad A B, perpendiculares, quæ ſinus recti erunt arcuum grad. 60. & grad. 75. Ductam autem chordam B C, ſecet recta A F, in L, bifariam, ex lemmate in definitionibus demonſtrato; ac proinde ad angulos rectos: eritque B L, ſinus rectus grad. 45. hoc eſt, arcus B F. Ducatur rurſus E G, ad A C, perpendicularis pro ſinu grad. 30. Item ductam chordã C E, ſecet recta A D, in K, bifariam, ex dicto lemmate; ac propterea ad angulos rectos; eritque C K, ſinus rectus grad. 15. Denique rectæ iungantur A E, E B. Quoniam igitur arcus B E, grad. 60. ſexta pars eſt totius circunferentiæ circuli, cum ſexies 60. faciant 360. grad. erit recta B E, latus Hexagoni; atque adeo, ex coroll. propoſ. 15. lib. 4. Eucl. ſemidiametro A E, æqualis. Anguli ergo E A B, E B A, æquales erunt: Sunt autem & anguli ad H, æquales, vtpote recti. Igitur cum duo anguli E A H, E H A, trianguli A E H, æquales ſint duobus angulis E B H, E H B, trianguli B E H, latusque A E, lateri B E, æquale; erit latus A H, lateri B H, æquale; ac proinde A H, medietas erit ſemidiametri A B. Quare cum E G, ſinus rectus grad. 30. ſit ipſi A H, æqualis, erit ſinus rectus grad. 30. medietati ſemidiametri, ſiue ſinus totius, æqualis. Cum ergo ſinus totus ponatur 10000000. erit E G, ſinus grad. 30. talium particularum 5000000. nempe medietas ſinus totius.



3. tertij.

Supputatio ſinuum arcuũ gradibus 15. ſeſe ſuperantiũ, quales ſunt arcus grad. 15. 30. 45. 60. 75. & 90.

5. primi.

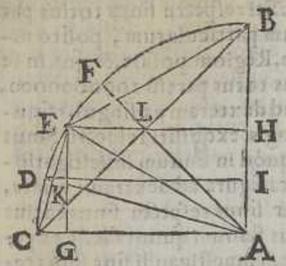
26. primi.

34. primi.

Sinus rect⁹ grad. 30. æqualis eſt medietati ſinus toti⁹.

EX hoc ſinu, per propoſ. 3. cognoſcetur ſinus complementi arcus grad. 30. nem-

nempe sinus E H, grad. 60. si nimirum quadratũ sinus 5000000. ex quadrato sinus totius 10000000. auferatur, & reliqui numeri radix quadrata accipiatur, quę est 8660254. fere.



DEINDE, quoniam recta A F, secans arcum B C, bifariam, secat quoque, ex lemmate definitionum, rectam B C, bifariam, atque adeo & ad angulos rectos; (3. tertij.) erit C L, sinus arcus C F, grad. 45. quem ita inueniemus. Cum in triangulo C A L, angulus L, rectus sit, & angulus C A L, semirectus, erit & angulus A C L, (32. primi.) semirectus, atque adeo angulo C A L, æqualis. (6 primi.) Igitur rectæ A L, C L, æquales erunt. Cum ergo quadratum rectæ A C, (47. primi) æquale sit quadratis rectarum A L, C L, simul; erit quadratum sinus totius A C, duplum quadrati sinus C L, grad. 45. Medietas igitur quadrati sinus totius erit quadratũ rectæ C L, cuius radix quadrata dabit sinum C L, 7071068. fere pro arcu grad. 45. Qui etiam hoc modo re- (47. primi.) perietur. Quoniam quadratum rectæ B C, æquale est quadratis rectarum A B, A C; atque adeo duplum quadrati sinus totius A C, si quadratum sinus totius duplicetur, habebitur quadratum rectæ BC, cuius quadrati radix dabit rectam B C, partium 14142136. fere, & huius dimidium 7071068. dabit sinum C L, grad. 45.

RVRSVS, quia recta A D, secans arcum C E, bifariam, secat quoque (3. tertij.) rectam C E, bifariam in K, ex lemmate definitionum, atque adeo & ad angulos rectos; erit C K, sinus arcus C D, grad. 15. quem sic inueniemus. Quoniã ex propos. 4. sinus C K, medio loco proportionalis est inter medietatem sinus totius, & sinum versum C G; (qui quidem habetur, si E H, sinus grad. 60. ex sinu toto A C, detrahatur, vt in coroll. propos. 3. diximus) fit vt, per coroll. propos. 4. notus fiat sinus C K, arcus C D, qui dimidium est arcus C E. Nam si medietas sinus totius multiplicetur in sinum versum C G, cognitum, producetur quadratum rectæ C K; quòd rectangulum sub medietate sinus to- (17. sexti.) tius, & sinu verso C G, contentum, æquale sit quadrato mediæ proportionalis C k. Si igitur quadrati rectæ C K, radix eruatur, habebitur sinus C K, par- (47. primi.) tium 2588190. vt in dicto coroll. propos. 4. docuimus. Quem sinum hoc etiam modo inuestigabimus. Quoniam quadratis rectarum notarum E G, G C, æquale est quadratum rectæ E C; fiet notum quadratum rectæ E C; cuius quadrati radix quadrata dabit rectam E C, notam, & huius medietas erit sinus C K, cognitus.

Arcus. G.	Sinus
15	2588190
30	5000000
45	7071068
60	8660254
75	9659258
90	10000000

EX sinu autem grad. 15. cognito cognoscetur quoque, per propos. 3. sinus D I, complementi arcus C D, hoc est, sinus arcus B D, grad. 75. qui quidem deprehendetur partium 9659258. Itaq; inuenti sunt hactenus sinus recti arcuum continentium grad. 15. 30. 45. 60. 75. & 90. vt in hac formula apparet.

HORVM autem sinuũ beneficio ad aliorum inuestigationem ita progrediemur. Quoniam per co-

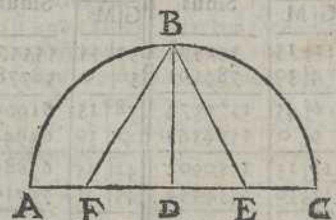
coroll. propoſ.4.ex ſinu recto cuiuſuis arcus noto cognoſcitur quoque ſinus rectus dimidij illius arcus; cognoſcemus ex ſinu arcus grad. 15. ſinum arcus grad.7. Min. 30. Atque ex hoc ſinum arcus grad.3. Min.45. qui arcus amplius bifariam ſecari non poteſt ſine Secundis,(continet enim eius medietas grad. 1. Min.52.Sec.30.)quæ in Sinuum tractatione negliguntur. Deinde quia per propoſ. 3. ex ſinu recto cuiuſlibet arcus cognito notus quoque efficitur ſinus complementi illius arcus, cognoſcemus ex ſinu arcus grad. 7. Min. 30. ſinum arcus grad. 82. Min. 30. Ex hoc autem, per coroll. propoſ.4. ſinum arcus grad. 41. Min. 15. Atque ex hoc, per propoſ. 3. ſinum arcus grad. 48. Min. 45. Item ex ſinu arcus gra. 3. Min.45. cognoſcemus, per propoſ. 3. ſinum arcus grad.86. Min.15. Quòd ſi alij arcus, quorum ſinus inuenti ſunt, bifariam quoque ſecentur, & eorum medietates rurſus bifariam, & ita deinceps, donec ad Minuta numero imparia, quæ amplius bifariã diuidi ſine Secundis nequeunt, peruentum ſit; Itemque harum medietatum complementa accipiantur, quæ rurſus, eodem modo continue bifariam ſecẽtur, donec ad Minuta numero imparia ſit peruentum; & medietatum complementa ſumantur, &c. cognoſcemus, per coroll. propoſ. 4. & per propoſ. 3. ſinus omnium harum medietatum, & complementorum. Qui ſinus cum illis ſex primò inuentis conſtituent ſinus 24. arcuum ſeſe ordine ſuperantium gradibus 3. Min. 45. vt in hac tabula vides.

Supputatio ſinuum arcuum gradibus 3. Min.45. ſeſe ſuperantium.

Arcus		Sinus	Arcus		Sinus	Arcus		Sinus	Arcus		Sinus
G	M		G	M		G	M		G	M	
3	45	654031	26	15	4422887	48	45	7518398	71	15	9469301
7	30	1305262	30	0	5000000	52	30	7933533	75	0	9659258
11	15	1950903	33	45	5555702	56	15	8314696	78	45	9807853
15	0	2588190	37	30	6087614	60	0	8660254	82	30	9914449
18	45	3214395	41	15	6593458	63	45	8968727	86	15	9978589
22	30	3826834	45	0	7071068	67	30	9238795	90	0	10000000

POST hæc, per ea, quæ propoſ.2. de inuentione lateris Decagoni, & pentagoni æquilateri in eodem circulo demonſtrauimus, inquiremus ſinum arcus grad. 36. hac ratione. Repetatur figura propoſitionis 2. vbi demonſtratum eſt, D F, eſſe latus Decagoni, & B F, latus Pentagoni æquilateri. Et quoniam quadrata rectarum B D, D E, notarum (Eſt enim B D, ſinus totus, & D E, eius medietas.) nota ſunt, & æqualia quadrato rectæ E B; notum erit quadratum rectæ E B; ac propterea & ipſa recta E B, hoc eſt, recta E F, illi æqualis, nota erit, nempe partium fere 11180339. Ex qua ſi detrahatur recta E D, medietas ſinus totius partiũ 5000000. nota fiet recta DF, partium 6180339. cuius quadratum ſi addatur quadrato ſinus totius B D, notum fiet aggregatum quadratorum ex rectis D F, B D, deſcriptorum; atque

Supputatio ſinus arcus grad. 36.



47. primi.

Q adeo

47. primi. adeo & quadratum rectæ B F, quod illis duobus æquale eſt, cognitum erit; cuius radix quadrata notam reddet rectam B F: quæ cũ ſubtendat grad. 72. in circulo A B C, vtpote quintam partem circunferentiæ, quòd ſit latus pentagoni, nota erit chorda arcus grad. 72. cuius medietas partium 5877852. dabit ſinum rectum arcus grad. 36. qui illius dimidium eſt.

Supputatio ſinuum arcuum gradibus 2. Min. 15. ſeſe ſuperantiũ, & aliorum quorũdam.

PORRO ex hoc ſinu arcus grad. 36. inueniemus, per propoſ. 3. ſinum eius complementi, hoc eſt, ſinum arcus grad. 54. Quos duos arcus ſi bifariam ſecemus, eorumque medietates rurſus bifariam, & ita deinceps, donec ad minuta numero imparia veniamus, quæ amplius diuidi nequeunt, reperiemus quoque per coroll. propoſ. 4. harum medietatum ſinus, nec non, per propoſ. 3. ſinus earum complementorum: quæ complementa ſi rurſus bifariam ſecemus, quoad poſſumus, & harum medietatum complementa accipiamus, quæ rurſus ſecemus bifariam, &c. inueniemus eodem modo ſinus omnium arcuum in hac tabella contentorum. Quos ſinus ſi cum præcedentibus hactenus inuentis in ordinem redigamus, habebimus ſinus rectos omnium arcuum ſeſe ordine ſuperantium gradibus 2. & Min. 15. initio facto ab arcu grad. 2. Min. 15. vſque ad arcum grad. 87. Min. 45. incluſiue; & inſuper ſinus aliorum 17. arcuum, qui non ſeruant huiuſmodi incrementum. Vt in hac tabella appparet. Vbi manife

Arcus		Sinus	Arcus		Sinus	Arcus		Sinus	Arcus		Sinus
G	M		G	M		G	M		G	M	
36	0	5877852	2	15	392598	40	30	6494480	15	45	2714405
54	0	8090170	87	45	9992290	49	30	7604060	74	15	9624552
18	0	3090170	27	0	4539905	20	15	3461171	38	15	6190940
72	0	9510565	63	0	8910065	69	45	9381913	51	45	7853169
9	0	1564345	13	30	2334454	42	45	6788007	24	45	4186597
81	0	9876883	76	30	9723699	47	15	7343225	65	15	9081432
4	30	784591	6	45	1175374	31	30	5224986	29	15	4886212
85	30	9969173	83	15	9930685	58	30	8526402	60	45	8724960

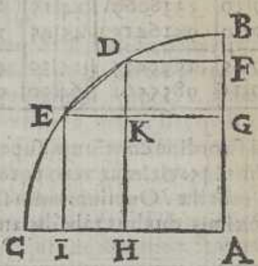
Arcus		Sinus	Arcus		Sinus	Arcus		Sinus	Arcus		Sinus
G	M		G	M		G	M		G	M	
2	15	392598	33	45	5555702	65	15	9081432	18	45	3214395
4	30	784591	36	0	5877852	67	30	9238795	26	15	4422887
6	45	1175374	38	15	6190940	69	45	9381913	30	0	5000000
9	0	1564345	40	30	6494480	72	0	9510565	37	30	6087614
11	15	1950903	42	45	6788007	74	15	9624552	41	15	6593458
13	30	2334454	45	0	7071068	76	30	9723699	48	45	7518398
15	45	2714405	47	15	7343225	78	45	9807853	52	30	7933533
18	0	3090170	49	30	7604060	81	0	9876883	60	0	8660254
20	15	3461171	51	45	7853169	83	15	9930685	63	45	8968727
22	30	3826834	54	0	8090170	85	30	9969173	71	15	9469301

24	45	4186597	56	15	8314696	87	45	9992290	75	0	9659258
27	0	4539905	58	30	8526402	3	45	654031	82	30	9914449
29	15	4886212	60	45	8724960	7	30	1305262	86	15	9978589
31	30	5224986	63	0	8910065	15	0	2588190	90	0	10000000

ſtum eſt, ſinum grad. 54. hoc eſt. 8090170. componi præciſe ex ſinubus grad. 18. & 30. hoc eſt, ex 3090170. & 5000000. Et quia ſinus grad. 30. æqualis eſt ſemiſſi ſinus totius, vt ſupra oſtenſum eſt, liquet ſinum grad. 54. componi ad vnguẽ ex ſemiſſe ſinus totius, & ſinu recto grad. 18. Id quod propoſ. 6. à nobis eſt demonſtratum.

IAM vero ſinum arcus grad. 12. beneficio ſinuum grad. 30. & 54. qui iam noti facti ſunt, ita inueſtigabimus. Sit in quadrāte A B C, arcus B D, grad. 30. & B E, grad. 54. atque adeò arcus D E, eorum differentia, grad. 24. ducanturque rectæ D F, E G, ad A B, perpendiculares, quæ ſinus recti erunt arcuum B D, B E; Item rectæ D H, E I, ad A C, perpendiculares, quæ ſinus recti erunt arcuum C D, C E, grad. 60. & 36. qui complementa ſunt arcuum B D, B E. Secet autem recta D H, rectam E G, in K. Et quoniam ſinus D F, hoc eſt, K G, illi æqualis, & E G, noti ſunt; erit quoque eorum differentia E K, nota. Similiter quia ſinus E I, hoc eſt, K H, illi æqualis, & D H, noti quoque ſunt, per propoſ. 3. cum ſint ſinus complementorum arcuum B E, B D; erit etiam eorum differentia D K, nota; ac proinde duo quadrata rectarum notarum E k, D K, nota erunt: quæ cum æqualia ſint quadrato rectæ D E, notum quoque erit quadratum rectæ D E, propterea que & ipſa recta D E, nota erit, nempe chorda arcus grad. 24. Hinc & eius medietas nota erit, nimirum ſinus rectus arcus grad. 12. continebitque particulas 2079117. Hac eadem arte; ſi duorum arcuum quorumcumque ſinus cogniti ſint, cognoſcetur etiam ſinus medietatis differentiæ illorum arcuum. Vt ſi ſinus arcuum B D, BE, quorumcumque etiamſi non contineant grad. 30. & 54. noti ſint, erunt & ſinus complementorum C D, C E, per propoſ. 3. noti. Quare, vt modo demonſtrauimus, nota fiet chorda D E; ac proinde eius medietas nota quoque erit, nempe ſinus medietatis arcus D E.

Supputatio ſinus arcus grad. 12.



34. primi.

34. primi.

47. primi

Ex duorũ arcuũ ſinubus notis notus quoque fit ſin⁹ medietatis differentiæ arcuum.

CAETERVM ex ſinu arcus grad. 12. (ſi hunc arcum bifariam ſecemus continue, quoad poſſumus, medietatumq; complementa accipiamus, vnà cum ſinu complementi arcus grad. 12. quæ rurſus ſecemus bifariam continue, &c.) reperiemus per coroll. propoſ. 4. & per propoſ. 3. ſinus omnium horum arcuũ, qui in hac tabella continentur. Quos ſinus ſi cum ſinubus proximè antecedentis tabellæ in ordinem redigamus, habebimus ſinus arcuum numero 120.

Supputatio ſinuu arcuum Minutis 45. ſe ſe ſuperantium.

Arcus G	Arcus M	Sinus	Arcus G	Arcus M	Sinus	Arcus G	Arcus M	Sinus	Arcus G	Arcus M	Sinus
12	0	2079117	42	0	6691306	12	45	2206974	33	0	5446390
78	0	9781476	48	0	7431448	77	15	9753423	57	0	8386706

6	0	1045285	21	0	3583679	35	15	5771452	16	30	2840153
84	0	9945219	69	0	9335804	54	45	8166416	73	30	9588197
3	0	523360	10	30	1822355	24	0	4067366	8	15	1434926
87	0	9986295	79	30	9832549	66	0	9135455	81	45	9896514
1	30	261769	5	15	915016	34	30	5664062	27	45	4656145
88	30	9996573	84	45	9958049	55	30	8241262	62	15	8849876
0	45	130896	43	30	6883546	17	15	2965416	28	30	4771588
89	15	9999143	46	30	7253744	72	45	9550199	61	30	8788171
39	0	6293204	21	45	3705574	39	45	6394390	14	15	2461533
51	0	7771460	68	15	9288096	50	15	7688418	75	45	9692309
19	30	3338069	44	15	6977905	23	15	3947439	36	45	5983246
70	30	9426415	45	45	7163019	66	45	9187912	53	15	8012538
9	45	1693495	25	30	4305111	32	15	5336145	30	45	5112931
80	15	9855561	64	30	9025853	57	45	8457278	59	15	8594064

qui se ordine continuo superant 45. Minutis, quorum primus est arcus grad. o. Min. 45. vltimus vero totus quadrans grad. 90. cuiusmodi sunt arcus sequentis tabellæ. Omnium enim illorum arcuum sinus inuentos esse comperies in proximis duabus tabellis antecedentibus, licet non eo ordine sint collocati.

Arcus		Arcus		Arcus		Arcus		Arcus		Arcus		Arcus		Arcus		Arcus		Arcus	
G	M	G	M	G	M	G	M	G	M	G	M	G	M	G	M	G	M	M	G
0	45	9	45	18	45	27	45	36	45	45	45	54	45	63	45	72	45	81	45
1	30	10	30	19	30	28	30	37	30	46	30	55	30	64	30	73	30	82	30
2	15	11	15	20	15	29	15	38	15	47	15	56	15	65	15	74	15	83	15
3	0	12	0	21	0	30	0	39	0	48	0	57	0	66	0	75	0	84	0
3	45	12	45	21	45	30	45	39	45	48	45	57	45	66	45	75	45	84	45
4	30	13	30	22	30	31	30	40	30	49	0	58	30	67	30	76	30	85	30
5	15	14	15	23	15	32	15	41	15	50	15	59	15	68	15	77	15	86	15
6	0	15	0	24	0	33	0	42	0	51	0	60	0	69	0	78	0	87	0
6	45	15	45	24	45	33	45	42	45	51	45	60	45	69	45	78	45	87	45
7	30	16	30	25	30	34	30	43	30	52	30	61	30	70	30	79	30	88	30
8	15	17	15	26	15	35	15	44	15	53	15	62	15	71	15	80	15	89	15
9	0	18	0	27	0	36	0	45	0	54	0	63	0	72	0	81	0	90	0

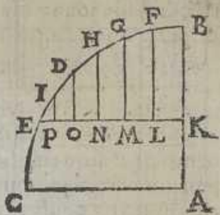
POSTREMO aliorum arcuum sinus ita inueniemus. Ponatur in quadrante A B C, arcus B D, grad. 1. & arcus B E, grad. 1. Min. 30. & arcus B H, grad. o. Min. 45. Ducta autem recta E K, ad A B, perpendiculari, diuisoque arcu B H, in tres partes æquales B F, F G, G H, & arcu D E, in duas D I, I E, vt singuli arcus contineant 15. Min. ducantur ad E K, perpendiculares F L, G M, H N, D O, I P. Eritque E K, sinus rectus arcus B E, & O K, sinus rectus arcus B D, cum æqualis sit rectæ ex D, ductæ ad A B, perpendiculari, quæ

34. primi.

qui-

quidem sinus est arcus B D. Eademque ratione erit N K, sinus rectus arcus B H. Sit ergo propositum inuenire sinum O K, arcus B D, grad. 1. Quoniam N K, sinus grad. 0. Min. 45. est inuentus 130896. erit eius tertia pars, nempe 43632. maior, quàm M N: propterea quod, per propos. 1. maior est K L, quàm L M, & L M, maior, quàm M N, adeo vt M N, minor sit, quàm tertia pars ipsius N K, hoc est, minor, quàm 43632. Multo igitur maior erit eadem tertia pars rectæ N K, nempe 43632. quàm N O: quod, per eandẽ propos. 1. maior quoque sit M N, quàm NO. Quare si addamus 43632. ad 130896. id est, ad N K, sinum Minutorum 45. efficiemus numerum 174528. qui maior erit, quàm O K, sinus rectus grad. 1. quandoquidem ad N K, plus addimus, quàm rectã NO, vt dictum est. Rursus quia E K, sinus grad. 1. Min. 30. inuentus est 261769. si ex eo detrahamus sinum N K, Minutorum 45. nempe 130896. relinquetur recta E N, partium 130873. cuius tertia pars, nempe 43624. fere, minor erit, quàm N O: propterea quod, per propos. 1. maior est N O, quàm O P, & O P, maior, quàm P E, adeo vt N O, maior sit, quàm tertia pars ipsius E N, hoc est, maior, quàm 43624. Quare si addamus 43624. ad 130896. id est, ad N K, sinum Min. 45. efficiemus numerum 174520. qui minor erit, quàm O K, sinus rectus grad. 1. quandoquidem ad N K, minus addimus, quàm rectam N O. Constat igitur, sinum rectum grad. 1. consistere inter hos duos numeros, 174528. 174520. cum ille maior sit, hic autẽ minor. Statuamus ergo eum esse, 174524. inter illos numeros omnino medium. Ita enim non differet sensibiliter hic numerus à vero sinu grad. 1.

Supputatio sinus grad. 1.



EX hoc sinu grad. 1. inueniemus, per propos. 3. sinum eius cõplementi, hoc est, sinum arcus grad. 89. esse 9998477. Quem hoc etiã modo reperiemus. Quoniam numerus 174528. maior est, quam sinus grad. 1. vt diximus: fit, vt per eum inuestigatus, iuxta doctrinam propos. 3. sinus cõplementi grad. 1. hoc est, sinus grad. 89. sit numerus 9998476. & paulo amplius, qui minor erit necessario, quàm verus sinus arcus grad. 89. quandoquidem pro sinu grad. 1. numerum sumpsimus vero sinu maiorem. Rursus quia numerus 174520. minor est, quàm sinus grad. 1. vt diximus; fit, vt per eum inuestigatus, iuxta doctrinam propos. 3. sinus eius complementi, nimirum sinus grad. 89. sit numerus 9998477. & paulo amplius, qui maior erit necessario, quàm verus sinus grad. 89. quandoquidem pro sinu grad. 1. numerum accepimus vero sinu minorem. Constitutus ergo erit sinus grad. 89. inter duos hos numeros 9998476. & paulo amplius, atque 9998477. & paulo amplius: ac proinde sine notabili errore eum statuemus esse 9998477. quantum videlicet eundem inuenimus ex sinu grad. 1. Ex quo constat, recte constitutum esse sinum grad. 1. partium 174524. cum ex eo, per propos. 3. repertus sit sinus complementi ipsius tot particularum, quot vere ac re ipsa continere debet.

Supputatio sinus grad. 89.

PRAETEREA ex sinu arcus grad. 1. reperiemus, per coroll. propos. 4. sinum rectum arcus Min. 30. & ex hoc, per propos. 3. sinum complementi, nempe sinum grad. 89. Min. 30. Item ex sinu arcus Min. 30. inueniemus, per coroll. propos. 4. sinum arcus Min. 15. atque ex hoc sinum complementi, hoc est, sinum grad. 89. Min. 45.

Supputatio sinus Min. 30. & sinus grad. 89. Min. 30. Itẽ sinus Min. 15. & sinus grad. 89. Min. 45.

QVEMADMODVM autem supra ex sinubus rectis grad. 30. & 54. inda-

indagauimus ſinum rectum grad. 12. qui dimidium eſt chordæ arcus grad. 24. quo dicti arcus grad. 30. & 54. inter ſe differunt: ita quoque ex ſinubus rectis arcus Min. 30. & arcus grad. 52. Min. 30. cognitis cognoſcemus ſinum rectum grad. 26. qui dimidium eſt chordæ arcus grad. 52. quo dicti arcus Min. 30. & grad. 52. Min. 30. inter ſe differunt, vt ſupra oſtendimus; atque ex ſinu grad. 26. fiet, per propoſ. 3. notus quoque ſinus complementi, nimirum ſinus grad. 64.

Supputatio ſinus grad. 26. & grad. 64.

QVOD ſi arcus grad. 26. & grad. 64. & grad 89. & grad. 89. Min. 30. quorum ſinus inuenti ſunt, ſecemus continue bifariam, quoad poſſumus, accipiamusque medietatum complementa, quę rurſus continue bifariam diuidamus, &c. adhibeamusque doctrinam illam, qua ex duorum arcuum ſinubus notis cognoſcitur ſinus medietatis differentiæ illorum arcuum, reperiemus ſinus arcuum numero 240. qui in ordinem redacti cum ſinubus arcuum numero 120. prius inuentis, conſtituent ſinus arcuum numero 360. ſeſe ordine ſuperantium Minutis 15.

Supputatio ſinuum arcuū Minutis 15. ſeſe ſuperāuū.

VERVM quia laborioſum eſt, atque moleſtum tot ſinus ea ratione indagare, ſatis erit, tanta difficultate inueniſſe ſinus illos arcuum ſuperiorum numero 120. ſeſe ordine ſuperantium Minutis 45. Ex illis enim facile per regulam proportionum reperiemus ſinus arcuum ſe ordine ſuperantium Minutis 15. Deinde ex his ſinus arcuum, qui ordine ſe ſuperant Minutis 5. Ac denique ex iſtis ſinus arcuum per ſingula Minuta extenſorum; neque vnquàm in hac ſupputatione error ſenſibilis continget. Cum enim ſinum totum poſuerimus centies maiorem, quàm 100000. fit vt abiectis primis duabus figuris ad dexteram, vt ſupra dictum eſt, exquiſitiſsimi relinquantur ſinus reſpectu ſinus totius 100000. quod totus error, qui in hac ſupputatione contingere poteſt, conſiſtat in prima figura ad dexterā, vel ad ſummum in duabus primis. Quare abiectis duabus primis figuris, remanebunt omnino ijdem ſinus, qui inuenti eſſent priori illo modo Geometrico reſpectu eiuſdem ſinus totius 100000. ſi in ſupputatione poneretur ſinus totus centies etiam maior, nempe partium 10000000. & ex inuentis ſinubus duæ figuræ reijcerentur: Id quod experientia docebit. Ita autem rem exequemur. Statuātur ordine illi arcus cum ſinubus, & ad dexteram cuiuſque ſinus aſcribatur differentia, qua à præcedenti ſinu differt; vt hic factum eſſe vides in quinque arcubus.

Alia ſupputatio ſinuū arcuū ſeſe Minutis 15 ſuperantiū

Arcus G	Arcus M	Sinus	Differentiæ
0	c	000000	
0	45	130896	130896
1	30	261769	130873
2	15	392598	130829
3	0	523360	130762
3	45	654031	130671

Deinde dic. Si Minuta 45. requirunt differentiam 130896. addendam ad ſinum Minuti. 0. vt fiat ſinus Minutorum 45. Minuta 15. quantam poſtulant differentiam addendam eidem ſinui Minut. 0. vt fiat ſinus Minutorum 15? Inuenies enim requiri differentiā 43632. quæ addita ſinui Minuti. 0. conſtituet ſinū Minutorum 15. partium 43632. Rurſus dic. Poſitis ijſdem, quantam differētiam exigunt Minuta 30. addendam eidem ſinui Minuti 0. vt fiat ſinus Minutorum 30? Reperies enim differentiam 87264. quæ addita ſinui Minuti 0. faciet 87264. ſinum Min. 30. Item dic. Si Minuta 45. quibus arcus Min. 45. ab arcu ſequenti grad. 1. Min. 30. differt, requirunt differentiam 130873. addendam ſinui Min. 45. vt fiat ſinus grad. 1. Min. 30. quantam differentiam poſtulant Minuta 15. addēdam eidem ſinui Min. 45. vt fiat ſinus Min. 60. hoc eſt, ſinus

ſinus grad. 1? Inuenies enim differentiã 43624. quæ addita ad 130896. ſinũ Min. 45. faciat 174520. ſinũ grad. 1. qui licet minor aliquanto ſit illo, quem alio modo inuenimus, abiectis tamẽ duabus primis figuris 20. relinquetur ſinus 1745. exquiſitiſsimus grad. 1. reſpectu ſinus totius 100000. Dic pręterea. Iiſdẽ poſitis, quantam differentiam poſcunt Minuta 30. addendam eidẽ ſinui Min. 45. vt fiat ſinus Min. 75. hoc eſt, ſinus grad. 1. Min 15? Inuenies enim differentiam 87249. quæ addita ad 130896. ſinum Min. 45. faciet 218145. ſinum grad. 1. Min. 15. qui licet ſit aliquanto minor illo, quem prior ille modus exhibet, tamen abiectis duabus primis figuris 45. remanebit ſinus 2181. exquiſitiſsimus grad. 1. Min. 15. reſpectu ſinus totius 100000. Item dic. Si Minuta 45. quibus arcus grad. 1. Min. 30. differt ab arcu ſequenti grad. 2. Min. 15. requirunt differẽtiam 130829. addendã ſinui grad. 1. Min. 30 vt fiat ſinus grad. 2. Min. 15. quantã differentiam poſcunt Minuta 15. addendam eidẽ ſinui grad. 1. Min. 30. vt fiat ſinus grad. 1. Min. 45? quantam præterea differentiã flagitant Minuta 30. addendam eidem ſinui grad. 1. Min. 30. vt fiat ſinus grad. 2? Reperies enim priorem differentiã eſſe 43610. quę addita ad 261769. ſinum grad. 1. Min. 30. efficiet 305379. ſinum grad. 1. Min. 45. Poſteriorem vero differentiam inuenies eſſe 87219. quæ addita ad 261769. ſinum eundem grad. 1. Min. 30. componet 348988. ſinũ grad. 2. qui duo ſinus quamuis minores ſint, quàm illi, quos prior ille modus exhibet, reiectis tamen duabus figuris primis ex vtroque, reliqui erunt ſinus 3053. 3489. exquiſitiſsimi reſpectu ſinus totius 100000. Hac eadem arte progrediendum erit in cæteris, donec inuenti ſint ſinus omnium arcuum per 15. Minuta extenſorum vſque ad arcum grad. 45. Vltra hunc etenim progredi hac via nõ expedit, cum magis exquiſite ſinus complementorum arcuũ illorum, per propoſ. 3. inueſtigari poſsint, reſpectu ſinus totius 10000000. quàm per regulam proportionum; propterea quòd, vt ſupra oſtendimus in coroll. propoſ. 1. differentiæ ſinuum verſus finem quadrantis minores ſunt, quàm prope initium quadrantis; ac proinde ſæpius differentiæ ſinuum mutantur prope finem quadrantis, quàm iuxta principium. Ex quo fit rectius prope quadrantis initium reperiri ſinus per regulam proportionum, quàm prope finem: quandoquidem ibi vna eademque differentia pluribus ſinubus deſeruit, quàm hic, vt dictũ eſt. Id quod experientia apertiſsime quoque demonſtrat.

Sinus cur magis exquiſite per regulã proportionum inueniãtur prope quadrantis initiũ quàm prope finẽ.

QVOD ſi omnes ſinus arcuum per 15. Minuta progredientium, initio facto ab arcu Min. 0. in ordinem redigantur, vna cum eorum differentijs; reperiemus eodem artificio ſinus omnium arcuum per 5. minuta extenſorum: Ex quibus demum eadem ratione ſinus omnium arcuum per ſingula minuta progredientium explorabimus; ac proinde tabulam ſinuum conficiemus vſque ad arcum gra. 45. Per ſinus autem horũ arcuũ eliciemus, per propoſ. 3. ſinus complementorum arcuum eorundem. Quare tota ſinuum tabula confecta erit: ac proinde ſinus rectos omnium arcuum Quadrantis ſeſe ordine ſuperantium vno Minuto, in partibus Sinus totius in quotcunque particulas diſtributi, ſupputauimus. Quod faciendum erat.

Supputatio ſinuum arcuum per 5. Minuta, & per ſingula Minuta extenſorũ.

SCHOLIVM.

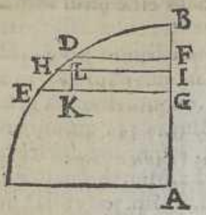
CAETERVM *vt rationem ſupputationis ſinuum per proportionum regulam videas, ſint in Quadrante* A B C, *arcuum* B D, B E, *ſinus* D F, E G, *noti, ex quibus propoſitum ſit elicere ſinum* H I, *arcus* B H, *inter duos illos arcus poſiti.* *Ducta recta* D K, *perpendiculari ad* E G; *erunt rectæ* L I, K G, *ſinui* D F, *æquales; atque adeo*

Demonſtratio ſupputatiõis ſinuũ per regulã proportionum.

D F,

HL, EK, *differentiæ inter sinus* HI, EG, & *sinum* DF. *Quoniam vero arcus* DE, *si exiguus fuerit, qualem nos ponimus, nempe Minutorum* 45. *vel* 15. *vel* 5. (*Ex his enim solis intermediorum arcuum sinus inquirimus*) *à recta linea, quoad sensum, non differt, ac proinde multo minus arcus* DH; *erunt triangula* DEK, DHL, *quodammodo rectilinea. & æquiangula inter se. Quamobrem erit, vt* DE, *differentia inter arcum* BD, & *arcum* BE, *ad* EK, *differentiam inter sinum* DF, & *sinum* EG, *ita* DH, *differentia inter arcum* BD, & *arcum* BH, *ad* HL, *differentiam inter sinum* DF, & *sinum* HI. *Cum ergo priores tres magnitudines sint cognitæ, (nempe arcus* DE, *quo arcus* BE, *arcũ* BD, *superat; & recta* EK, *qua sinus* EG, *sinum* DF, *excedit; nec non arcus* DH, *quo arcus* BH, *cuius sinus quæritur, superat arcum* BD.) *cognita etiam erit quarta magnitudo, id est, recta* HL, *quæ addenda est sinui* DF, *vt fiat sinus* HI. *Constat igitur, sinus per regulam proportionum inuentos sensibiliter non differre à veris sinubus, præsertim quando arcus* DE, *quo arcus cognitorum sinuum inter se differunt, valde exiguus est, ita vt à recta linea vix differat.*

4. sexti.



Compẽdiũ mirificum pro inuentione plurimorum sinuum.

MAGNVM *quoque compendium in hoc negotio nobis afferet propositio octaua. Ex ea enim plurimos sinus ex alijs inuentis per solam additionem, subtractionemue nanciscemur. Nam si sinum cuiusuis arcus, qui maior non sit, quàm grad.* 30. *addamus sinui arcus, qui ab arcu grad.* 60. *superatur sumpto illo arcu, componemus sinum arcus qui eodem illo arcu assumpto arcũ grad.* 30. *superat: propterea quod differentia inter sinus duorum horum arcuum maiorum æqualis est sinui arcus illius assumpti, qui maior nõ ponitur, quàm grad.* 30. *vt ibi demonstrauimus. Vt si* 3461171. *sinũ arcus grad.* 20. *Min.* 15. *adijciamus ad* 6394390. *sinum arcus grad.* 39. *Min.* 45 *qui ab arcu grad.* 60. *superatur dicto arcu grad.* 20. *Min.* 15. *conficiemus* 9855561. *sinum arcus grad.* 80. *Min.* 15. *qui arcum gra.* 60. *eodem arcu grad.* 20. *Min* 15. *superat. Sic si* 5000000. *sinum arcus grad.* 30. *addamus sinui* 5000000. *arcus grad* 30. *quem arcus grad.* 60. *superat dicto illo arcu grad.* 30. *componemus* 10000000. *sinum arcus grad.* 90. *qui arcum grad.* 60. *eodem illo arcu assumpto grad.* 30. *superat.*

ITEM *si sinum cuiuslibet arcus, qui arcu grad.* 30. *maior non sit, subducamus ex sinu arcus, qui arcum grad* 60. *sumpto illo arcu superat, relinquetur sinus arcus, qui eodem illo arcu assumpto ab arcu grad.* 60. *superatur. Vt si* 3502075. *sinum arcus grad.* 20. *Min.* 30 *detrahamus ex* 9862856. *sinu arcus grad* 80. *Min.* 30. *qui arcum grad.* 60. *dicto arcu grad.* 20. *Min.* 30. *superat, reliquus erit* 6360781. *sinus arcus gra.* 39. *Min.* 30. *quem arcus grad.* 60. *eodem illo arcu grad.* 20. *Min.* 30 *superat.*

RVRSVS, *si ex sinu cuiusuis arcus, qui maior sit arcu grad.* 60. *detrahatur sinus arcus, qui tanto minor sit arcu grad.* 60 *quanto ille maior est, relinquetur sinus arcus, quo vteruis illorũ ab arcu grad* 60. *differt. Vt si ex* 9781476. *sinu arcus gra.* 78. *auferatur* 6691306. *sinus arcus gra.* 42. *reliquus erit* 3090170. *sinus arcus grad.* 18. *quo vterq; illorũ ab arcu grad.* 60. *differt. Quæ omnia ex dicta propos.* 8. *colliguntur.*

ITAQVE *satis est, vt inueniantur per regulam proportionum sinus omnium arcuum à principio quadrantis vsque ad arcum grad.* 30. *Si enim ex his eliciantur sinus complementorum, & ex his inuentis detrahãtur priores illi sinus, reliqui erunt sinus omnium arcuum inter arcum grad.* 30 & *arcum grad.* 90. *Item si cogniti essent sinus arcuũ omniũ ab arcu grad.* 30. *vsq; ad finem quadrantis, & sinus omniũ arcuum, qui mi-*

minores sint arcu grad. 60. detraherentur ex sinubus omnium arcuum maiorũ, quàm grad. 60. remanerent sinus omnium arcuum à principio quadrantis vsque ad arcum grad. 30. Denique si sinus omnium arcuum à principio quadrantis vsque ad arcum grad. 60. inuenti essent, & sinus omnium arcuum minorum, quàm grad. 30. sinubus omnium arcuum maiorum, quàm grad. 30. adijcerentur, componerentur sinus omnium arcuum maiorum, quàm grad. 60.

SED iam subijciamus tabulam sinuum omnium arcuum quadrantis per singula Minuta extensorum à Ioanne Regiom. supputatam, quam tamen plerisque in locis ab erroribus, qui incuria typographorum irrepserant, purgauimus. Cõtinet autem in hac tabula sinus totus particulas 10000000. ratione cuius omnes alij sinus inuenti sunt. Quòd si à singulis reijciantur primæ duæ figuræ ad dexteram, (addita tamen vnitate, si duæ figuræ abiectæ numerum maiorem constituant, quàm 50.) relinquetur sinus respectu sinus totius 100000. Si tamen quis eandem tabulam per præcepta tradita proprio Marte construere velit, posito sinu toto partium 10000000. constituendus ei erit sinus totus in supputatione partium 1000000000. Nam si ex singulis sinubus inuentis abijciantur duæ primæ figuræ ad dexteram, vt diximus, reliqui erunt sinus respectu sinus totius 10000000. ijdem omnino, qui in tabula Ioannis Regiom. descripti sunt. Hoc idcirco dico, ne mireris, non omnes sinus per regulam proportionũ inuentos ex sinubus arcuum Minutis 45. se ordine superantium, posito sinu toto 10000000. ad vnguem respondere sinubus huius tabulæ. Vt enim sinus exquisite reperiatur respectu alicuius sinus totius, constituendus est in supputatione sinus totus centies maior, vt supra dictum est.

Quid agendum, vt sequens tabula sinuum exquisitecõstruatr, posito sinu toto partium 10000000.

QVOD autẽ, abiectis duabus primis figuris ad dexterã ex singulis sinubus, remaneant sinus exquisiti respectu sinus totius 100000. quàmuis priores illi nõ sint exquisite inuenti, manifestũ est. Quoniã enim sinus totus, siue semidiameter ad sinum rectũ quemcumq; determinatã quandã proportionẽ habet; fit, vt omnes partes illius, quotcunq; illæ sint, ad partes huius inuẽtas respectu illarũ partiũ sinus totius eandẽ habeãt proportionem, quam omnes partes eiusdẽ sinus totius pauciores, quàm illæ priores, habent ad partes eiusdem sinus respectu illarum partium sinus totius pauciorum: alioquin sinus totus non haberet semper ad eundem sinum eandem proportionem, sed aliquando esset maioris quantitatis respectu illius, & aliquando minoris: quod est absurdum. Quocirca si sinus cuiuslibet arcus, vt v.g illius, qui continet grad. 28. inuentus sit respectu sinus totius in quotuis particulas distributi, facile per regulam proportionum inueniemus eundem sinũ respectu eiusdem sinus totius in pauciores partes diuisi, si ita dicamus. Si sinus totus partium 10000000. dat sinum arcus grad. 28. partium 4694716. Idem sinus totus partium 100000. quot partium dabit sinum eiusdẽ arcus grad. 28? Inueniemus enim sinum partium $46947\frac{1600000}{10000000}$. Omissa autem hac fractione, (quòd minor sit, quàm vnitas.) continebit idem sinus partes duntaxat 46947. quemadmodum in tabulis sinuum ponitur, in quibus sinus totus continet partes 100000. Vbi vides, sinum hunc relinqui, si ex illo duæ primæ figuræ ad dexteram abijciantur. Ratio huius abiectionis est; quia vt sinus ille grad. 28. multiplicatus per sinum totum 100000. (quæ multiplicatio fit per appositionem quinque cifrarũ, hoc modo; 469471600000. vt in cap. 4. Arithmeticæ diximus.) diuidatur per sinum totum 10000000. vt regula proportionum præcipit; satis est, si ex numero producto reijciantur septem figuræ, quot nimirum cifræ sunt in diuisore 10000000. vt in cap. 5. Arithmeticæ docuimus. Quare reijciendæ sunt quinq; illæ cifræ appositæ, & præterea duæ figuræ primæ, nẽpe hic numerus 1600000. qui cum diuisore hanc mi

Ratio, cur abiectis duabus primis figuris ex sinu quocũque respectu sinus totius 10000000. relinquatur idẽ sinus respectu sin⁹ toti⁹ 100000. licet prior ille non sit exquisite inuentus.

nutiam $\frac{1600000}{10000000}$. *constituit, quæ vnitate minor est; propterea quòd numerator cōtinet septem figuras, denominator autem octo. Eademq; ratio est in omnibus alijs sinubus. Hinc fit, sinum relictum post abiectionem duarum primarum figurarum satis exquisitum esse respectu sinus totius* 100000. *etiamsi ille, a quo duæ figuræ abijciuntur, respectu sinus totius* 10000000. *non esset exquisite inuentus. Cum enim totus error, qui in supputatione contingere potest, (quando nimirum constituendus est sinus inter duos numeros, quorum vnus vero sinu maior est, & alter minor; Vel quando per regulam proportionum sinus inquiritur: hic enim maius periculum errandi esse potest. Nam quando sinus inuenitur per extractionem radicis quadratæ, error vnitatem non excedit.) consistat vel in prima sola figura ad dexteram, vel in duabus primis, ita vt ad summum error sit in* 99. *vnitatibus, quibus sinus inuentus verum sinum excedat, vel ab eo deficiat; (quis enim pluribus vnitatibus à scopo aberret, nisi plane rerum Geometricarum, atque Arithmeticarum sit ignarus?) Duæ vero primæ figuræ cum quinque cifris appositis constituant numeratorem fractionis, quam diuisio exhibet, minorem denominatore, ita vt fractio minor sit, quàm vnitas; liquet, satis exquisitum sinum relinqui.*

Si ad sinū quemcūq; respectu sinus totius 100000. adijciātur duæ cifræ ad dexterā, fit idē sin⁹ respectu sinus totius 10000000.

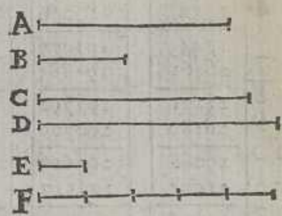
EADEM *ratione, si cuilibet sinui respectu sinus totius partium* 100000. *inuento apponātur duæ cifræ ad dexteram, habebitur idem sinus respectu sinus totius partium* 10000000. *Nam si dicamus verbi gratia; Sinus totus partium* 100000. *dat sinum arcus grad.* 28. *partium* 46947: *Sinus ergo totus partiū* 10000000. *quot partium dabit eundē sinū arcus grad.* 28? *reperiemus sinū partium* 4694700. *Vbi vides, sinum hunc procreari, si illi duæ cifræ ad dexteram adijciantur. Ratio huius adiectionis est; quia vt sinus ille grad.* 28. *multiplicatus per sinum totum* 10000000. *(quæ multiplicatio fit per appositionem septem cifrarum, vt in cap.* 4. *Arithmeticæ tradidimus) diuidatur per sinum totum* 100000. *vt regula proportionum præcipit, satis est, si ex numero producto* 469470000000. *auferantur quinque cifræ, vt ex cap.* 5. *nostræ Arithmeticæ constat. Quocirca relinquetur prior sinus cum duabus cifris ad dextram appositis. Quòd autē ex sinu* 46947. *non sit inuentus sinus* 4694716. *ille idē, ex quo prius illum elicuimus, sed solum hic* 4694700. *causa est, quòd sinus* 46947. *non est omnino exquisitus respectu sinus totius* 100000. *Deberet namq; esse* 46947. *& insuper* $\frac{1600000}{10000000}$. *vt ex dictis patet, ex quo præcise inuenietur sinus ille* 4694716. *Sed licet hæ* 16. *vnitates negligantur, accipiaturq; sinus* 4694700. *qualem inuenimus, non tamen fit error notabilis, cum* 16. *vnitates respectu sinus totius sint* $\frac{16}{10000000}$. *quæ minutia multo minor est, quàm* $\frac{1}{216000}$. *hoc est, quàm vnū secundū respectu sinus totius* 60. *vt merito negligi possit. Ad summū poterit aliquādo cōtingere error, quàmuis valde raro, in* $\frac{99}{10000000}$. *quæ minutia licet sit aliquanto maior, quàm* $\frac{1}{216000}$. *hoc est, quàm vnum Secundum respectu sinus totius* 60 *est tamen multo minor, quàm* $\frac{1}{3600}$ *hoc est, quàm vnum Minutum respectu sinus totius* 60. *Id vero, quod de sinubus totis partiū* 10000000. *&* 100000. *diximus, intelligendum quoq; est de alijs sinubus totis quotcunq; partium siue plurium, siue pauciorum. Semper enim ex sinubus respectu sinus totius maioris inuentis abijciendæ sunt tot figuræ, vt relinquantur sinus respectu sinus totius minoris, quot cifris sinus totus maior sinum totum minorem superat: Item sinubus respectu sinus totius minoris inuentis adijciēdæ sunt tot cifræ, vt fiāt sinus respectu sinus totius maioris, quot cifris minor sinus totus à sinu toto maiore superatur. Quod eodem modo demonstrabitur. Vt si supputentur sinus respectu sinus totius* 100000000. *& ex singulis abijciantur tres primæ figuræ ad dexteram, reliqui erūt*

Quo pacto ex sinubus maioribus fiant minores, & contra, quotcūque particularum sinus totus statuatur.

sinus.

sinus respectu sinus totius 100000 *. & quidem multò exquisitiores , quàm si sinus supputentur respectu sinus totius* 10000000*. & ex singulis duæ figuræ abijciantur. Quod si sinubus respectu sinus totius* 100000 *. inuentis adijciantur tres cifræ , fient sinus respectu sinus totius* 100000000*. atque ita de cæteris .*

EX *hic patet ratio illius operationis , qua frequenter & in mea Gnomonica, & alijs in locis vsus sum; cum duabus lineis cognitis respectu alicuius lineæ rectæ , tanquam sinus totius , deinde vero vna earum iterum cognita respectu alterius lineæ rectæ maioris vel minoris veluti sinus totius, vel respectu alterius cuiuspiam mensuræ, alteram respectu huius alterius sinus totius , vel respectu alterius huius mensuræ inuestigo. Id quod & Ptolemæus, & alij Astronomi non raro etiam faciunt. Exempli gratia ; cum duabus lineis rectis* A, B, *cognitis respectu lineæ rectæ* C, *tanquã sinus totius cõtinentis particulas* 100000. *linea quidem* A , *partium* 91354 . *linea vero* B, *partium* 40673. *Deinde vero recta* A , *respectu alterius lineæ maioris* D , *veluti sinus totius cõplectentis quoque particulas* 100000 . *deprehensa iterum sit partium* 80901. *vel palmorum.* 4 *respectu mensuræ* E. *quæ palmo sit æqualis, vel respectu mensuræ* F, *quæ plures palmos, nempe quinque, cõtineat, inquiro, quot partes, aut palmos linea* B , *contineat respectu posterioris sinus totius, aut respectu dictæ illius mensuræ* E, *vel* F. *Quod quidem expedio per regulam proportionum hoc modo. Si linea* A, *partiũ* 91354 *. dat lineam* B , *partium* 40673 *. Eadem linea* A , *partium* 80901. *vel palmorum* 4. *quot partium, aut palmorũ dabit eandem lineã* B ? *Inuenietur namque linea* B, *partium* 36019. *& paulo amplius, vel palmorũ* $1\frac{3}{4}\frac{5}{5}\frac{6}{6}\frac{6}{7}\frac{9}{7}$. *Cuius operationis ratio à superiori non differt, cum recta* A, *ad rectam* B, *habeat semper vnam & eandem, determinatamq; proportionem.*



Cognitis duabus lineis rectis respectu alicuius mensuræ, deinde vero vna earum respectu alterius mensuræ cognita, quo pacto altera respectu huius alteri⁹ mẽsuræ cognoscatur. Id qđ Astronomis est familiarissimum.

SEQVITVR TABVLA SINVVM RECTORVM per singula Quadrantis Minuta extensa, & à Ioan. Regiomontano quondam supputata , nunc autem per me examinata , & plerisque in locis castigata, atque correcta .

Gradus Quadrantis pro ſinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	0	1	2	3	4	
0	0000	174524	348995	523360	697565	60
1	2909	177433	351902	526265	700467	59
2	5818	180341	354809	529170	703369	58
3	8727	183250	357716	532075	706270	57
4	11636	186158	360623	534980	709172	56
5	14544	189066	363530	537884	712073	55
6	17453	191975	366437	540789	714975	54
7	20362	194883	369344	543694	717876	53
8	23271	197792	372251	546598	720777	52
9	26180	200700	375158	549503	723678	51
10	29088	203608	378064	552407	726579	50
11	3.1997	206517	380971	555312	729480	49
12	34906	209425	383878	558216	732381	48
13	37815	212333	386785	561120	735282	47
14	40724	215241	389692	564024	738183	46
15	43632	218149	392598	566928	741084	45
16	46541	221057	395505	569832	743985	44
17	49450	223965	398412	572736	746886	43
18	52359	226873	401318	575640	749787	42
19	55268	229781	404225	578544	752688	41
20	58177	232689	407131	581448	755588	40
21	61086	235597	410038	584352	758489	39
22	63995	238505	412944	587256	761389	38
23	66904	241413	415851	590160	764290	37
24	59813	244321	418757	593064	767190	36
25	72721	247229	421663	595967	770090	35
26	75630	250137	424570	598871	772991	34
27	78539	253045	427476	601775	775891	33
28	81448	255953	430382	604678	778791	32
29	84357	258861	433288	607582	781691	31
30	87265	261769	436194	610485	784591	30
	89	88	87	86	85	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſinubus rectis cõplementorũ arcuũ eiuſdem Quadrãtis

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis

rectis arcuum eiusdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

	0	1	2	3	4	
30	87265	261769	436194	610485	784591	30
31	90174	264677	439100	613389	787491	29
32	93083	267585	442006	616292	790391	28
33	95992	270493	444912	619196	793291	27
34	98901	273401	447818	622099	796191	26
35	101809	276308	450724	625002	799090	25
36	104718	279216	453630	627905	801990	24
37	107627	282124	456536	630808	804889	23
38	110536	285032	459442	633711	807789	22
39	113445	287940	462348	636614	810688	21
40	116353	290847	465253	639517	813587	20
41	119262	293755	468159	642420	816486	19
42	122171	296663	471065	645323	819385	18
43	125079	299570	473970	648226	822284	17
44	127988	302478	476876	651129	825183	16
45	130896	305385	479781	654031	828082	15
46	133805	308293	482687	656934	830981	14
47	136714	311200	485592	659837	833880	13
48	139622	314108	488498	662739	836778	12
49	142531	317015	491403	665642	839677	11
50	145439	319922	494308	668544	842576	10
51	148348	322830	497214	671447	845474	9
52	151257	325737	500119	674349	848372	8
53	154165	328645	503024	677251	851271	7
54	157074	331552	505929	680153	854169	6
55	159982	334459	508834	683055	857067	5
56	162891	337367	511740	685957	859965	4
57	165799	340274	514645	688859	862863	3
58	168708	343181	517550	691761	865761	2
59	171616	346088	520455	694663	868659	1
60	174524	348995	523360	667565	871557	0
	89	88	87	86	85	

Minuta Graduũ Quadrantis pro sinubus rectis complementorũ eiusdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	5	6	7	8	9	
0	871557	1045285	1218693	1391731	1564345	60
1	874455	1048178	1221580	1394612	1567218	59
2	877353	1051071	1224467	1397492	1570091	58
3	880250	1053964	1227354	1400373	1572964	57
4	883148	1056857	1230241	1403253	1575837	56
5	886045	1059749	1233128	1406133	1578709	55
6	888943	1062642	1236015	1409013	1581581	54
7	891840	1065534	1238901	1411893	1584453	53
8	894737	1068426	1241788	1414772	1587325	52
9	897634	1071318	1244674	1417652	1590197	51
10	900531	1074210	1247560	1420531	1593069	50
11	903428	1077102	1250446	1423410	1595941	49
12	906325	1079994	1253332	1426289	1598812	48
13	909222	1082886	1256218	1429168	1601684	47
14	912119	1085778	1259104	1432047	1604555	46
15	915016	1088669	1261990	1434926	1607426	45
16	917913	1091561	1264876	1437805	1610297	44
17	920809	1094452	1267761	1440684	1613168	43
18	923706	1097344	1270647	1443562	1616038	42
19	926602	1100235	1273532	1446441	1618909	41
20	929498	1103126	1276417	1449319	1621779	40
21	932395	1106017	1279302	1452197	1624649	39
22	935291	1108908	1282187	1455075	1627519	38
23	938187	1111799	1285072	1457953	1630389	37
24	941083	1114690	1287957	1460831	1633259	36
25	943979	1117580	1290841	1463708	1636129	35
26	946875	1120471	1293726	1466586	1638999	34
27	949771	1123361	1296610	1469463	1641868	33
28	952667	1126252	1299495	1472340	1644738	32
29	955563	1129142	1302378	1475217	1647607	31
30	958458	1132032	1305262	1478094	1650476	30
	84	83	82	81	80	

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſinubus rectis complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis

rectis arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	5	6	7	8	9	
30	958458	1132032	1305262	1478094	1650476	30
31	961354	1134922	1308146	1480971	1653345	29
32	964249	1137812	1311030	1483848	1656214	28
33	967144	1140702	1313914	1486724	1659082	27
34	970039	1143592	1316798	1489601	1661951	26
35	972934	1146482	1319681	1492477	1664819	25
36	975829	1149372	1322564	1495353	1667687	24
37	978724	1152261	1325447	1498229	1670555	23
38	981619	1155151	1328330	1501105	1673423	22
39	984514	1158040	1331213	1503981	1676291	21
40	987408	1160929	1334096	1506857	1679159	20
41	990303	1163818	1336979	1509733	1682027	19
42	993198	1166707	1339862	1512608	1684894	18
43	996092	1169596	1342744	1515484	1687761	17
44	998987	1172485	1345627	1518359	1690628	16
45	1001881	1175374	1348509	1521234	1693495	15
46	1004775	1178263	1351392	1524109	1696362	14
47	1007669	[illegible]81151	1354274	1526984	1699229	13
48	1010563	1184040	1357156	1529859	1702095	12
49	1013457	1186928	1360038	1532734	1704962	11
50	1016351	1189816	1362920	1535608	1707828	10
51	1019245	1192704	1365802	1538482	1710694	9
52	1022139	1195592	1368683	1541356	1713560	8
53	1025032	1198480	1371564	1544230	1716426	7
54	1027926	1201368	1374446	1547104	1719292	6
55	1030819	1204255	1377327	1549978	1722157	5
56	1033713	1207143	1380208	1552852	1725022	4
57	1036606	1210031	1383089	1555725	1727887	3
58	1039499	1212918	1385970	1558599	1730752	2
59	1042392	1215806	1388851	1561472	1733617	1
60	1045285	1218693	1391731	1564345	1736482	0
	84	83	82	81	80	

Minuta Graduū Quadrátis pro ſinubus rectis complementorū arcuū eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	10	11	12	13	14	
0	1736482	1908090	2079117	2249511	2419219	60
1	1139347	1910945	2081962	2252345	2422041	59
2	1742211	1913800	2084807	2255179	2424863	58
3	1745075	1916655	2087652	2258013	2427685	57
4	1747939	1919510	2090497	2260847	2430507	56
5	1750803	1922365	2093342	2263680	2433329	55
6	1753667	1925220	2096186	2266513	2436150	54
7	1756531	1928074	2099030	2269346	2438971	53
8	1759394	1930928	2101874	2272179	2441792	52
9	1762258	1933782	2104718	2275012	2444613	51
10	1765121	1936636	2107562	2277844	2447434	50
11	1767984	1939490	2110405	2280676	2450254	49
12	1770847	1942344	2113248	2283508	2453074	48
13	1773710	1945197	2116091	2286340	2455894	47
14	1776573	1948050	2118934	2289172	2458714	46
15	1779435	1950903	2121777	2292004	2461533	45
16	1782298	1953756	2124620	2294835	2464352	44
17	1785160	1956609	2127462	2297666	2467171	43
18	1788022	1959462	2130304	2300497	2469990	42
19	1790884	1962314	2133146	2303328	2472809	41
20	1793746	1965166	2135988	2306159	2475628	40
21	1796608	1968018	2138830	2308989	2478446	39
22	1799469	1970870	2141671	2311819	2481264	38
23	1802331	1973722	2144512	2314649	2484082	37
24	1805192	1976574	2147353	2317479	2486900	36
25	1808053	1979425	2150194	2320309	2489717	35
26	1810914	1982276	2153035	2323138	2492534	34
27	1813774	1985127	2155876	2325967	2495351	33
28	1816634	1987978	2158716	2328796	2498168	32
29	1819495	1990829	2161556	2331625	2500984	31
30	1822355	1993679	2164396	2334454	2503800	30
	79	78	77	76	75	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſinubus rectis cõplemẽtorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis

rectis arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	10	11	12	13	14	
30	1822355	1993679	2164396	2334454	2503800	30
31	1825215	1996530	2167236	2337282	2506616	29
32	1828075	1999380	2170076	2340110	2509432	28
33	1830935	2002230	2172916	2342938	2512248	27
34	1833795	2005080	2175755	2345766	2515064	26
35	1836654	2007930	2178594	2348594	2517879	25
36	1839513	2010780	2181433	2351421	2520694	24
37	1842372	2013629	2184272	2354248	2523509	23
38	1845231	2016478	2187111	2357075	2526324	22
39	1848090	2019327	2189949	2359902	2529138	21
40	1850949	2022176	2192787	2362729	2531952	20
41	1853808	2025025	2195625	2365555	2534766	19
42	1856666	2027874	2198463	2368381	2537580	18
43	1859524	2030722	2201300	2371207	2540393	17
44	1862382	2033570	2204137	2374033	2543206	16
45	1865240	2036418	2206974	2376859	2546019	15
46	1868098	2039266	2209811	2379684	2548832	14
47	1870956	2042114	2212648	2382509	2551645	13
48	1873813	2044962	2215485	2385334	2554458	12
49	1876670	2047809	2218322	2388159	2557270	11
50	1879527	2050656	2221158	2390983	2560082	10
51	1882384	2053503	2223994	2393808	2562894	9
52	1885241	2056350	2226830	2396632	2565706	8
53	1888098	2059197	2229666	2399456	2568517	7
54	1890954	2062043	2232502	2402280	2571328	6
55	1893810	2064889	2235337	2405104	2574139	5
56	1896666	2067735	2238172	2407927	2576950	4
57	1899522	2070581	2241007	2410750	2579760	3
58	1902378	2073427	2243842	2413573	2582570	2
59	1905234	2076272	2246677	2416396	2585380	1
60	1908090	2079117	2249511	2419219	2588190	0
	79	78	77	76	75	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſinubus rectis complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	15	16	17	18	19	
0	2588190	2756373	2923717	3090170	3255682	60
1	2591000	2759169	2926499	3092936	3258532	59
2	2593809	2761965	2929280	3095702	3261182	58
3	2596618	2764761	2932061	3098468	3263931	57
4	2599427	2767556	2934842	3101234	3266681	56
5	2602236	2770351	2937623	3103999	3269430	55
6	2605045	2773146	2940403	3106764	3272179	54
7	2607853	2775941	2943183	3109529	3274927	53
8	2610661	2778735	2945963	3112294	3277675	52
9	2613469	2781529	2948743	3115058	3280423	51
10	2616277	2784323	2951523	3117822	3283171	50
11	2619084	2787117	2954302	3120586	3285918	49
12	2621891	2789911	2957081	3123349	3288665	48
13	2624698	2792704	2959860	3126112	3291412	47
14	2627505	2795497	2962638	3128875	3294159	46
15	2630312	2798290	2965416	3131638	3296906	45
16	2633118	2801082	2968194	3134400	3299652	44
17	2635924	2803874	2970972	3137162	3302398	43
18	2638730	2806666	2973750	3139924	3305144	42
19	2641536	2809458	2976527	3142686	3307889	41
20	2644342	2812250	2979304	3145448	3310634	40
21	2647147	2815041	2982081	3148209	3313379	39
22	2649952	2817832	2984857	3150970	3316123	38
23	2652757	2820623	2987633	3153731	3318867	37
24	2655562	2823414	2990409	3156491	3321611	36
25	2658366	2826204	2993185	3159251	3324355	35
26	2661170	2828994	2995960	3162011	3327098	34
27	2663974	2831784	2998735	3164770	3329841	33
28	2666777	2834574	3001510	3167529	3332585	32
29	2669580	2837364	3004284	3170288	3335327	31
30	2672383	2840153	3007058	3173047	3338069	30
	74	73	72	71	70	

Minuta Graduū Quadrātis pro ſinubus rectis cōplemētorū arcuū eiuſdēQuadrātis

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis

rectis arcuum eiusdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

	15	16	17	18	19	
30	2672383	2840153	3007058	3173047	3338069	30
31	2675186	2842942	3009832	3175805	3340811	29
32	2677989	2845731	3012606	3178563	3343553	28
33	2680792	2848520	3015380	3181321	3346294	27
34	2683595	2851308	3018153	3184079	3349035	26
35	2686397	2854096	3020926	3186837	3351776	25
36	2689199	2856884	3023699	3189594	3354516	24
37	2692001	2859672	3026472	3192351	3357256	23
38	2694802	2862459	3029244	3195108	3359996	22
39	2697603	2865246	3032016	3197864	3362736	21
40	2700404	2868033	3034788	3200620	3365475	20
41	2703205	2870819	3037559	3203375	3368214	19
42	2706005	2873605	3040330	3206130	3370953	18
43	2708805	2876391	3043101	3208885	3373691	17
44	2711605	2879177	3045872	3211640	3376429	16
45	2714405	2881963	3048643	3214395	3379167	15
46	2717204	2884748	3051413	3217150	3381905	14
47	2720003	2887533	3054183	3219904	3384642	13
48	2722802	2890318	3056953	3222658	3387379	12
49	2725601	2893103	3059723	3225412	3390116	11
50	2728400	2895888	3062492	3228165	3392852	10
51	2731198	2898672	3065261	3230918	3395588	9
52	2733996	2901456	3068030	3233671	3398324	8
53	2736794	2904240	3070798	3236423	3401060	7
54	2739592	2907023	3073566	3239175	3403795	6
55	2742389	2909806	3076334	3241927	3406530	5
56	2745186	2912589	3079102	3244679	3409265	4
57	2747983	2915371	3081869	3247430	3411999	3
58	2750780	2918153	3084636	3250181	3414733	2
59	2753577	2920935	3087403	3252932	3417467	1
60	2756373	2923717	3090170	3255682	3420201	0
	74	73	72	71	70	

Minuta Graduū Quadrantis pro sinubus rectis complementorū eiusdē Quadrātis.

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro sinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

	20	21	22	23	24	
0	3420201	3583679	3746066	3907311	4067366	60
1	3422934	3586395	3748763	3909989	4070023	59
2	3425667	3589110	3751460	3912666	4072680	58
3	3428400	3591825	3754156	3915343	4075337	57
4	3431133	3594540	3756852	3918020	4077993	56
5	3433865	3597254	3759548	3920696	4080649	55
6	3436597	3599968	3762243	3923372	4083305	54
7	3439329	3602682	3764938	3926048	4085960	53
8	3442060	3605395	3767633	3928723	4088615	52
9	3444791	3608108	3770327	3931398	4091269	51
10	3447522	3610821	3773021	3934072	4093923	50
11	3450253	3613533	3775715	3936746	4096577	49
12	3452983	3616245	3778408	3939420	4099231	48
13	3455713	3618957	3781101	3942093	4101884	47
14	3458442	3621669	3783794	3944766	4104537	46
15	3461171	3624380	3786486	3947439	4107189	45
16	3463900	3627091	3789178	3950112	4109841	44
17	3466629	3629802	3791870	3952784	4112493	43
18	3469357	3632512	3794562	3955456	4115144	42
19	3472085	3635222	3797253	3958128	4117795	41
20	3474813	3637932	3799944	3960799	4120446	40
21	3477540	3640642	3802635	3963470	4123096	39
22	3480267	3643351	3805325	3966140	4125746	38
23	3482994	3646060	3808015	3968810	4128395	37
24	3485721	3648768	3810704	3971480	4131044	36
25	3488447	3651476	3813393	3974149	4133693	35
26	3491173	3654184	3816082	3976818	4136341	34
27	3493899	3656892	3818771	3979487	4138982	33
28	3496624	3659599	3821459	3982155	4141637	32
29	3499349	3662306	3824147	3984823	4144285	31
30	3502075	3665012	3826834	3987491	4146932	30
	69	68	67	66	65	

Minuta Graduū Quadrantis pro sinubus rectis complementorū arcuū eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro sinubus rectis

Cuerda de 42 g. 7167358, restada de 70000000 q son siete radios, dexa el residuo 62832642 igual al circulo casi; y respecto la aproximacion de Ceulen es solo mayor este num° en $\frac{395}{10000000}$ partes del diametro

rectis arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	20	21	22	23	24	
30	3502075	3665012	3826834	3987491	4146932	30
31	3504799	3667718	3829521	3990159	4149579	29
32	3507523	3670424	3832208	3992826	4152226	28
33	3510247	3673130	3834895	3995493	4154872	27
34	3512971	3675835	3837581	3998159	4157518	26
35	3515694	3678541	3840267	4000825	4160163	25
36	3518417	3681246	3842953	4003491	4162808	24
37	3521140	3683951	3845638	4006156	4165453	23
38	3523862	3686655	3848323	4008821	4168097	22
39	3526584	3689359	3851008	4011486	4170741	21
40	3529306	3692062	3853692	4014150	4173385	20
41	3532027	3694765	3856376	4016814	4176028	19
42	3534748	3697468	3859060	4019478	4178671	18
43	3537469	3700170	3861743	4022141	4181313	17
44	3540190	2702872	3864426	4024804	4183955	16
45	3542910	3705574	3867109	4027467	4186597	15
46	3545630	3708276	3869791	4030130	4189239	14
47	3548350	3710977	3872473	4032792	4191880	13
48	3551070	3713678	3875155	4035454	4194521	12
49	3553789	3716379	3877837	4038115	4197162	11
50	3556508	3719080	3880518	4040776	4199802	10
51	3559227	3721780	3883199	4043437	4202442	9
52	3561945	3724480	3885880	4046097	4205081	8
53	3564663	3727179	3888560	4048757	4207720	7
54	3567380	3729878	3891240	4051416	4210359	6
55	3570097	3732577	3893919	4054075	4212997	5
56	3572814	3735275	3896598	4056734	4215635	4
57	3575531	3737973	3899277	4059392	4218273	3
58	3578247	3740671	3901955	4062050	4220910	2
59	3580963	3743369	3904633	4064708	4223547	1
60	3583679	3746066	3907311	4067366	4226183	0
	69	68	67	66	65	

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſinubus rectis complementorũ eiuſdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	25	26	27	28	29	
0	4226183	4383712	4539905	4694716	4848096	60
1	4228819	4386326	4542497	4697284	4850640	59
2	4231455	4388940	4545088	4699852	4853184	58
3	4234090	4391554	4547679	4702419	4855727	57
4	4236725	4394167	4550270	4704986	4858270	56
5	4239360	4396780	4552860	4707553	4860812	55
6	4241994	4399392	4555450	4710119	4863354	54
7	4244628	4402004	4558039	4712685	4865895	53
8	4247262	4404616	4560628	4715250	4868436	52
9	4249895	4407227	4563216	4717815	4870977	51
10	4252528	4409838	4565804	4720380	4873517	50
11	4255161	4412449	4568392	4722944	4876057	49
12	4257793	4415059	4570979	4725508	4878596	48
13	4260425	4417669	4573566	4728071	4881135	47
14	4263056	4420278	4576153	4730634	4883674	46
15	4265687	4422887	4578739	4733197	4886212	45
16	4268318	4425496	4581325	4735759	4888750	44
17	4270949	4428104	4583911	4738321	4891287	43
18	4273579	4430712	4586496	4740882	4893824	42
19	4276209	4433320	4589081	4743443	4896361	41
20	4278838	4435927	4591665	4746004	4898897	40
21	4281467	4438534	4594249	4748564	4901433	39
22	4284096	4441140	4596833	4751124	4903968	38
23	4286724	4443746	4599416	4753683	4906503	37
24	4289352	4446352	4601999	4756242	4909037	36
25	4291979	4448957	4604581	4758801	4911571	35
26	4294606	4451562	4607163	4761359	4914105	34
27	4297233	4454167	4609744	4763917	4916638	33
28	4299859	4456771	4612325	4766474	4919171	32
29	4302485	4459375	4614906	4769031	4921703	31
30	4305111	4461978	4617486	4771588	4924235	30
	64	63	62	61	60	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſinubus rectis cõplementorũ arcuũ eiuſdem Quadrãtis

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis

rectis arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	25	26	27	28	29	
30	4305111	4461978	4617486	4771588	4924235	30
31	4307736	4464581	4620066	4774144	4926767	29
32	4310361	4467184	4622646	4776700	4929298	28
33	4312986	4469786	4625225	4779255	4931829	27
34	4315610	4472388	4627804	4781810	4934359	26
35	4318234	4474990	4630382	4784365	4936889	25
36	4320858	4477591	4632960	4786919	4939418	24
37	4323481	4480192	4635538	4789473	4941947	23
38	4326104	4482792	4638115	4792026	4944476	22
39	4328726	4485392	4640692	4794579	4947004	21
40	4331348	4487992	4643268	4797132	4949532	20
41	4333970	4490591	4645844	4799684	4952059	19
42	4336591	4493190	4648420	4802236	4954586	18
43	4339212	4495788	4650995	4804787	4957113	17
44	4341833	4498386	4653570	4807338	5959639	16
45	4344453	4500984	4656145	4809888	4962165	15
46	4347073	4503582	4658719	4812438	4964690	14
47	4349693	4506179	4661293	4814988	4967215	13
48	4352312	4508776	4663866	4817537	4969740	12
49	4354931	4511372	4666439	4820086	4972264	11
50	4357549	4513968	4669012	4822635	4974788	10
51	4360167	4516563	4671584	4825183	4977311	9
52	4362785	4519158	4674156	4827731	4979834	8
53	4365402	4521753	4676727	4830278	4982356	7
54	4368019	4524347	4679298	4832825	4984878	6
55	4370635	4526941	4681869	4835:71	4987399	5
56	4373251	4529535	4684439	4837917	4989920	4
57	4375867	4532128	4687009	4840462	4992441	3
58	4378482	4534721	4689578	4843007	4994961	2
59	4381097	4537313	4692147	4845552	4997481	1
60	4383712	4539905	4694716	4848096	5000000	0
	64	63	62	61	60	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſinubus rectis complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

	30	31	32	33	34	
0	5000000	5150381	5299192	5446390	5591929	60
1	5002519	5152874	5301659	5448829	5594340	59
2	5005038	5155367	5304125	5451268	5596751	58
3	5007556	5157859	5306591	5453707	5599161	57
4	5010074	5160351	5309056	5456145	5601571	56
5	5012591	5162843	5311521	5458583	5603981	55
6	5015108	5165334	5313985	5461020	5606390	54
7	5017624	5167825	5316449	5463456	5608798	53
8	5020140	5170315	5318913	5465892	5611206	52
9	5022656	5172805	5321376	5468328	5613614	51
10	5025171	5175294	5323839	5470763	5616021	50
11	5027686	5177783	5326301	5473198	5618427	49
12	5030200	5180271	5328763	5475632	5620833	48
13	5032714	5182759	5331224	5478066	5623239	47
14	5035227	5185246	5333685	5480499	5625644	46
15	5037740	5187733	5336145	5482932	5628049	45
16	5040253	5190220	5338605	5485364	5630453	44
17	5042765	5192706	5341065	5487796	5632857	43
18	5045277	5195192	5343524	5490228	5635260	42
19	5047788	5197677	5345983	5492659	5637663	41
20	5050299	5200162	5348441	5495090	5640066	40
21	5052809	5202646	5350898	5497520	5642468	39
22	5055319	5205130	5353355	5499950	5644869	38
23	5057829	5207614	5355812	5502379	5647270	37
24	5060338	5210097	5358268	5504808	5649670	36
25	5062847	5212580	5360724	5507236	5652070	35
26	5065355	5215062	5363179	5509664	5654469	34
27	5067863	5217544	5365634	5512091	5656868	33
28	5070370	5220025	5368088	5514518	5659266	32
29	5072877	5222506	5370542	5516944	5661664	31
30	5075384	5224986	5372996	5519370	5664062	30
	59	58	57	56	55	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſinubus rectis cõplementorũ arcuũ eiuſdem Quadrãtis

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis

rectis arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	30	31	32	33	34	
30	5075384	5224986	5372996	5519370	5664062	30
31	5077890	5227466	5375449	5521795	5666459	29
32	5080396	5229949	5377902	5524220	5668856	28
33	5082901	5232425	5380354	5526645	5671252	27
34	5085406	5234904	5382806	5529069	5673648	26
35	5087911	5237382	5385258	5531493	5676043	25
36	5090415	5239860	5387709	5533916	5678438	24
37	5092619	5242337	5390159	5536338	5680832	23
38	5095422	5244814	5392609	5538760	5683226	22
39	5097925	5247290	5395058	5541182	5685619	21
40	5100427	5249766	5397507	5543603	5688012	20
41	5102929	5252241	5399955	5546024	5690404	19
42	5105430	5254716	5402403	5548444	5692796	18
43	5107931	5257191	5404851	5550864	5695187	17
44	5110431	5259665	5407298	5553283	5697578	16
45	5112931	5262139	5409745	5555702	5699968	15
46	5115431	5264612	5412191	5558120	5702358	14
47	5117930	5267085	5414637	5560538	5704747	13
48	5120429	5269557	5417082	5562956	5707136	12
49	5122927	5272029	5419527	5565373	5709524	11
50	5125425	5274501	5421972	5567790	5711912	10
51	5127922	5276972	5424416	5570206	5714299	9
52	5130419	5279443	5426859	5572622	5716686	8
53	5132916	5281913	5429302	5575037	5719072	7
54	5135412	5284383	5431745	5577452	5721458	6
55	5137908	5286852	5434187	5579866	5723844	5
56	5140403	5289321	5436629	5582280	5726229	4
57	5142898	5291789	5439070	5584693	5728613	3
58	5145393	5294257	5441510	5587106	5730997	2
59	5147887	5296725	5443950	5589518	5733381	1
60	5150381	5289192	5446390	5591929	5735764	0
	59	58	57	56	55	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſinubus rectis complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro sinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

	35	36	37	38	39	
0	5735764	5877852	6018150	6156615	6293204	60
1	5738147	5880205	6020473	6158907	6295464	59
2	5740529	5882558	6022796	6161198	6297724	58
3	5742911	5884910	6025118	6163489	6299983	57
4	5745292	5887262	6027439	6165780	6302242	56
5	5747672	5889613	6029760	6168070	6304501	55
6	5750052	5891964	6032080	6170359	6306759	54
7	5752432	5894314	6034400	6172648	6309016	53
8	5754811	5896664	6036719	6174936	6311273	52
9	5757190	5899013	6039038	6177224	6313529	51
10	5759568	5901361	6041357	6179512	6315784	50
11	5761946	5903709	6043675	6181799	6318039	49
12	5764323	5906056	6045992	6184085	6320293	48
13	5766700	5908403	6048309	6186371	6322547	47
14	5769076	5910750	6050625	6188656	6324800	46
15	5771452	5913096	6052940	6190940	6327053	45
16	5773827	5915442	6055255	6193224	6329305	44
17	5776202	5917787	6057570	6195508	6331557	43
18	5778576	5920132	6059884	6197791	6333808	42
19	5780950	5922476	6062198	6200074	6336059	41
20	5783324	5924820	6064511	6202356	6338310	40
21	5785697	5927163	6066824	6204638	6340560	39
22	5788069	5929505	6069136	6206919	6342809	38
23	5790441	5931847	6071448	6209199	6345058	37
24	5792812	5934189	6073759	6211479	6347306	36
25	5795183	5936530	6076069	6213758	6349553	35
26	5797553	5938871	6078379	6216037	6351800	34
27	5799923	5941211	6080688	6218315	6354046	33
28	5802292	5943551	6082997	6220593	6356292	32
29	5804661	5945890	6085306	6222870	6358537	31
30	5807030	5948228	6087614	6225146	6360782	30
	54	53	52	51	50	

Minuta Graduū Quadrātis pro sinubus rectis cōplemētorū arcuū eiusdē Quadrātis

Gradus Quadrantis pro sinubus rectis

rectis arcuum eiusdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

	35	36	37	38	39	
30	5807030	5948228	6087614	6225146	6360782	30
31	5809398	5950566	6089922	6227422	6363026	29
32	5811766	5952904	6092229	6229698	6365270	28
33	5814133	5955241	6094536	6231973	6367513	27
34	5816499	5957578	6096842	6234248	6369756	26
35	5818865	5959914	6099147	6236522	6371999	25
36	6821230	5962250	6101452	6238796	6374241	24
37	5823595	5964585	6103756	6241069	6376482	23
38	5825959	5966919	6106060	6243342	6378722	22
39	5828323	5969253	6108364	6245614	6380962	21
40	5830687	5971586	6110667	6247885	6383201	20
41	5833050	5973919	6112970	6250156	6385440	19
42	5835412	5976251	6115272	6252426	6387678	18
43	5837774	5978583	6117573	6254696	6389916	17
44	5840136	5980915	6119873	6256966	6392153	16
45	5842497	5983246	6122173	6259235	6394390	15
46	5844858	5985577	6124473	6261503	6396626	14
47	5847218	5987907	6126772	6263771	6398862	13
48	5849578	5990237	6129071	6266038	6401097	12
49	5851937	5992566	6131369	6268305	6403332	11
50	5854295	5994894	6133667	6270572	6405566	10
51	5856653	5997222	6135964	6272838	6407799	9
52	5859010	5999549	6138261	6275103	6410032	8
53	5861367	6001876	6140557	6277368	6412264	7
54	5863724	6004202	6142853	6279632	6414496	6
55	5866080	6006528	6145148	6281895	6416728	5
56	5868436	6008853	6147442	6284158	6418959	4
57	5870791	6011178	6149736	6286420	6421189	3
58	5873145	6013502	6152030	6288682	6423419	2
59	5875499	6015826	6154323	6290943	6425648	1
60	5877852	6018150	6156615	6293204	6427876	0
	54	53	52	51	50	

Minuta Graduū Quadrātis pro sinubus rectis complementorū arcuū eiusdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro sinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

	40	41	42	43	44	
0	6427876	6560590	6691306	6819984	6946584	60
1	6430104	6562785	6693468	6822111	6948676	59
2	6432331	6564979	6695629	6824237	6950767	58
3	6434558	6567173	66977[illegible]	6826363	6952858	57
4	6436785	6569367	669994[illegible]	6828489	6954949	56
5	6439011	6571560	6702108	6830614	6957039	55
6	6441236	6573753	6704267	6832738	6959128	54
7	6443461	6575945	6706425	6834861	6961216	53
8	6445685	657813[illegible]	6708582	6836984	6963304	52
9	6447909	6580326	6710739	6839107	6965392	51
10	6450132	658251[illegible]	6712895	6841229	6967479	50
11	6452355	6584705	6715051	6843350	6969565	49
12	6454577	6586894	6717206	6845471	6971651	48
13	6456799	6589082	6719361	6847591	6973736	47
14	6459020	6591270	6721515	6849711	6975821	46
15	6461240	6593458	6723668	6851830	6977905	45
16	6463460	6595645	6725821	6853949	6979988	44
17	6465679	6597831	6727973	6856067	6982071	43
18	6467898	6600016	6730125	6858184	6984153	42
19	6470116	6602201	6732276	6860301	6986235	41
20	6472333	6604386	6734427	6862417	6988319	40
21	6474550	6606570	6736577	6864533	6990396	39
22	6476766	6608753	6738726	6866648	6992476	38
23	6478982	6610936	6740875	6868762	6994555	37
24	6481198	6613118	6743024	6870876	6996634	36
25	6483413	6615300	6745172	6872989	6998712	35
26	6485628	6617481	6747319	6875102	7000789	34
27	6487842	6619661	6749465	6877214	7002866	33
28	6490055	6621841	6751611	6879325	7004942	32
29	6492268	6624021	6753757	6881436	7007018	31
30	6494480	6626200	6755902	6883546	7009093	30
	49	48	47	46	45	

Minuta Graduũ Quadrantis pro sinubus rectis complementorũ arcuũ eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro sinubus rectis

rectis arcuum eiusdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

	40	41	42	43	44	
30	6494440	6626200	6755902	6883546	7009093	30
31	6496692	6628379	6758047	6885656	7011167	29
32	6498903	6630557	6760191	6887765	7013241	28
33	6501114	6632734	676[illegible]334	6889874	7015314	27
34	6503324	6634911	6764477	6891982	7017387	26
35	6505533	6637087	6766619	6894089	7019459	25
36	6507742	6639263	6768760	6896196	7021530	24
37	6509950	6641438	6770901	6898302	7023601	23
38	6512158	6643612	6773041	6900408	7025671	22
39	6514365	6645786	6775181	6902513	7027741	21
40	6516572	6647959	6777320	6904617	7029810	20
41	6518778	6650132	6779459	6906721	7031879	19
42	6520984	6652304	6781597	6908824	7033947	18
43	6523189	6654476	6783734	6910927	7036014	17
44	6525394	6656647	6785871	6913029	7038081	16
45	6527598	6658817	6788007	6915131	7040147	15
46	6529801	6660987	6790143	6917232	7042213	14
47	6532004	6663156	6792278	6919332	7044278	13
48	6534206	6665325	6794413	6921432	7046342	12
49	6536408	6667493	6796547	6923531	7048406	11
50	6538609	6669661	6798681	6925630	7050469	10
51	6540809	6671828	6800814	6927728	7052432	9
52	6543009	6673994	6802946	6929725	7054594	8
53	6545208	6676160	6805078	6931922	7056655	7
54	6547407	6678326	6807209	6934018	7058716	6
55	6549606	6680491	6809340	6936114	7060776	5
56	6551804	6682655	6811470	6938209	7062836	4
57	6554001	6684818	6813599	6940303	7064895	3
58	6556198	6686981	6815728	6942397	7066953	2
59	6558394	6689144	6817856	6944491	7069011	1
60	6560590	6691306	6819984	6946584	7071068	0
	49	48	47	46	45	

Minuta Graduū Quadrantis pro sinubus rectis complementorū eiusdē Quadrãtis.

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſinubus

tres diametros mas un quinto dela Corda de 30 grados y guala al circu lo con difª de

00003425

62831852

La q.ᵗ cantidad tiene menos el circulo por esta ra q.ᵗ respecto la q. el de Ceulen ver dadera

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	45	46	47	48	49	
0	7071068	7193398	7313537	7431448	7547096	60
1	7073125	7195418	7315521	7433394	7549004	59
2	7075181	7197438	7317504	7435339	7550911	58
3	7077236	7199457	7319486	7437284	7552818	57
4	7079291	7201476	7321468	7439229	7554724	56
5	7081345	7203494	7323449	7441173	7556630	55
6	7083399	7205511	7325429	7443116	7558535	54
7	7085452	7207527	7327409	7445058	75[illegible]439	53
8	7087504	7209543	7329388	7447000	7562343	52
9	7089556	7211559	7331367	7448941	7564246	51
10	7091607	7213574	7333345	7450882	7566148	50
11	7093658	7215588	7335322	7452822	7568050	49
12	7095708	7217601	7337298	7454761	7569951	48
13	7097757	7219614	7339274	7456699	7571851	47
14	7099806	7221627	7341250	7458637	7573751	46
15	7101854	7223639	7343225	7460574	7575650	45
16	7103902	7225651	7345199	7462511	7577548	44
17	7105949	7227662	7347173	7464447	7579446	43
18	7107995	7229672	7349146	7466382	7581343	42
19	7110041	7231681	7351118	7468317	7583240	41
20	7112086	7233689	7353090	7470251	7585136	40
21	7114131	7235697	7355061	7472184	7587031	39
22	7116175	7237704	7357031	7474117	7588[illegible]25	38
23	7118218	7239711	7359001	7476049	7590819	37
24	7120261	7241718	7360970	7477981	7592713	36
25	7122303	7243724	7362939	7479912	7594606	35
26	7124344	7245729	7364907	7481842	7596498	34
27	7126385	7247733	7366874	7483771	7598389	33
28	7128425	7249737	7368841	7485700	7600280	32
29	7130465	7251741	7370807	7487629	760[illegible]170	31
30	7132504	7253744	7372773	7489557	7604060	30
	44	43	42	41	40	

Minuta Graduū Quadrãtis pro ſinubus rectis cōplementorū arcuū eiuſdem Quadrãtis

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis

rectis arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	45	46	47	48	49	
30	7132504	7253744	7372773	7489557	7604960	30
31	7134543	7255746	7374738	7491484	7605949	29
32	7136581	7257747	7376702	7493410	7607837	28
33	7138618	7259748	7378666	7495336	7609725	27
34	7140655	7261749	7380629	7497262	7611612	26
35	7142691	7263749	7382592	7499187	7613498	25
36	7144727	7265748	7384554	7501111	7615384	24
37	7146762	7267746	7386515	7503034	7617269	23
38	7148796	7269744	7388475	7504957	7619153	22
39	7150830	7271741	7390435	7506879	7621037	21
40	7152863	7273737	7392394	7508801	7622920	20
41	7154895	7275733	7394353	7510722	7624802	19
42	7156927	7277728	7396311	7512642	7626683	18
43	7158958	7279722	7398268	7514561	7628564	17
44	7160989	7281716	7400225	7516480	7630445	16
45	7163019	7283710	7402181	7518398	7632325	15
46	7165049	7285703	7404137	7520316	7634204	14
47	7167078	7287695	7406092	7522233	7636082	13
48	7169106	7289687	7408046	7524149	7637960	12
49	7171134	7291678	7410000	7526065	7639838	11
50	7173161	7293668	7411953	7527980	7641715	10
51	7175187	7295658	7413905	7529894	7643591	9
52	7177213	7297647	7415856	7531808	7645466	8
53	7179238	7299635	7417807	7533721	7647341	7
54	7181263	7301623	7419758	7535634	7649215	6
55	7183287	7303610	7421708	7537546	7651088	5
56	7185310	7305597	7423657	7539457	7652961	4
57	7187333	7307583	7425605	7541367	7654833	3
58	7189355	7309568	7427552	7543277	7656704	2
59	7191377	7311553	7429501	7545187	7658575	1
60	7193398	7313537	7431448	7547096	7660445	0
	44	43	42	41	40	

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſinubus rectis complementorũ eiuſdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro sinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

	50	51	52	53	54	
0	7660445	7771460	7880108	7986355	8090170	60
1	7662314	7773290	7881898	7988105	8091879	59
2	7664183	7775120	7883688	7989855	8093588	58
3	7666051	7776949	7885477	7991604	8095296	57
4	7667919	7778777	7887266	7993352	8097004	56
5	7669786	7780605	7889054	7995100	8098711	55
6	7671652	7782432	7890841	7996847	8100417	54
7	7673517	7784258	7892927	7998593	8102122	53
8	7675382	7786084	7894413	8000339	8103827	52
9	7677246	7787909	7896198	8002084	8105531	51
10	7679110	7789833	7897983	8003828	8107234	50
11	7680973	7791557	7899767	8005571	8108936	49
12	7682835	7793380	7901550	8007314	8110638	48
13	7684697	7795202	7903332	8009056	8112339	47
14	7686558	7797024	7905114	8010797	8114040	46
15	7688418	7798845	7906895	8012538	8115740	45
16	7690278	7800665	7908676	8014278	8117439	44
17	7692137	7802485	7910456	8016017	8119137	43
18	7693995	7804304	7912235	8017756	8120835	42
19	7695853	7806123	7914014	8019494	8122532	41
20	7697710	7807941	7915792	8021232	8124229	40
21	7699566	7809758	7917569	8022969	8125925	39
22	7701422	7811574	7919345	8024705	8127620	38
23	7703277	7813390	7921121	8026440	8129314	37
24	7705132	7815205	7922896	8028175	8131008	36
25	7706986	7817020	7924671	8029909	8132701	35
26	7708839	7818834	7926445	8031642	8134393	34
27	7710692	7820647	7928218	8033375	8136084	33
28	7712544	7822459	7929990	8035107	8137775	32
29	7714395	7824271	7931762	8036838	8139465	31
30	7716246	7826082	7933533	8038569	8141155	30
	39	38	37	36	35	

Minuta Graduū Quadrātis pro sinubus rectis cōplemētorū arcuū eiusdē Quadrātis

Gradus Quadrantis pro sinubus rectis

rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

	50	51	52	53	54	
30	7716246	7826082	7933533	8038569	8141155	30
31	7718096	7827892	7935303	8040299	8142844	29
32	7719945	7829702	7937073	8042028	8144532	28
33	7721794	7831511	7938842	8043757	8146220	27
34	7723642	7833320	7940611	8045485	8147907	26
35	7725490	7835128	7942379	8047212	8149593	25
36	7727337	7836935	7944146	8048938	8151278	24
37	7729183	7838741	7945912	8050664	8152963	23
38	7731028	7840547	7947678	8052389	8154647	22
39	7732872	7842352	7949443	8054114	8156330	21
40	7734716	7844157	7951208	8055838	8158013	20
41	7736559	7845961	7952972	8057561	8159695	19
42	7738402	7847764	7954735	8059283	8161376	18
43	7740244	7849566	7956497	8061005	8163057	17
44	7742085	7851368	7958259	8062726	8164737	16
45	7743926	7853169	7960020	8064446	8166416	15
46	7745766	7854970	7961780	8066166	8168094	14
47	7747606	7856770	7963540	8067885	8169772	13
48	7749445	7858569	7965299	8069603	8171449	12
49	7751283	7860363	7967057	8071321	8173126	11
50	7753121	7862166	7968815	8073038	8174802	10
51	7754958	7863963	7970572	8074754	8176477	9
52	7756794	7865759	7972328	8076470	8178151	8
53	7758630	7867555	7974084	8078185	8179825	7
54	7760465	7869350	7975839	8079899	8181498	6
55	7762299	7871145	7977593	8081613	8183170	5
56	7764132	7872939	7979347	8083326	8184841	4
57	7765965	7874732	7981100	8085038	8186512	3
58	7767797	7876525	7982852	8086749	8188182	2
59	7769629	7878317	7984604	8088460	8189851	1
60	7771460	7880108	7986355	8090170	8191520	0
	39	38	37	36	35	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro sinubus rectis complementorũ arcuũ eiusdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

51. 45. 27

Gradus Quadrantis pro sinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

	55	56	57	58	59	
0	8191520	8290376	8386706	8480481	8571673	60
1	8193188	8292002	8388290	8482022	8573171	59
2	8194855	8293628	8389873	8483562	8574668	58
3	8196522	8295253	8391456	8485102	8576164	57
4	8198188	8296877	8393038	8486641	8577660	56
5	8199854	8298501	8394619	8488180	8579155	55
6	8201519	8300124	8396199	8489718	8580649	54
7	8203183	8301746	8397778	8491255	8582142	53
8	8204846	8303367	8399357	8492791	8583635	52
9	8206508	8304987	8400935	8494326	8585127	51
10	8208170	8306607	8402513	8495860	8586619	50
11	8209831	8308226	8404090	8497394	8588110	49
12	8211491	8309844	8405666	8498927	8589600	48
13	8213151	8311462	8407241	8500459	8591089	47
14	8214810	8313079	8408816	8501991	8592577	46
15	8216469	8314696	8410390	8503522	8594064	45
16	8218127	8316312	8411963	8505052	8595551	44
17	8219784	8317927	8413536	8506582	8597037	43
18	8221440	8319541	8415108	8508111	8598523	42
19	8223096	8321155	8416679	8509639	8600008	41
20	8224751	8322768	8418250	8511167	8601492	40
21	8226405	8324380	8419820	8512694	8602975	39
22	8228058	8325991	8421389	8514220	8604457	38
23	8229711	8327602	8422957	8515745	8605939	37
24	8231363	8329212	8424525	8517270	8607420	36
25	8233015	8330822	8426092	8518794	8608901	35
26	8234666	8332431	8427658	8520317	8610381	34
27	8236316	8334039	8429223	8521839	8611860	33
28	8237965	8335646	8430788	8523361	8613338	32
29	8239614	8337252	8432352	8524882	8614815	31
30	8241262	8338858	8433915	8526402	8616292	30
	34	33	32	31	30	

Minuta Graduū Quadrātis pro sinubus rectis cōplemētorū arcuū eiusdē Quadrātis

Gradus Quadrantis pro sinubus rectis

rectis arcuum eiusdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

	55	56	57	58	59	
30	8241262	8338858	8433915	8526402	8616292	30
31	8242909	8340463	8435477	8527921	8617768	29
32	8244556	8342067	8437039	8529440	8619243	28
33	8246202	8343671	8438600	8530958	8620718	27
34	8247847	8345247	8440161	8532476	8622192	26
35	8249492	8346877	8441721	8533993	8623665	25
36	8251136	8348479	8443280	8535509	8625137	24
37	8252779	8350080	8444838	8537024	8626608	23
38	8254421	8251680	8446396	8538538	8628079	22
39	8256062	8353279	8447953	8540052	8629549	21
40	8257703	8354878	8449509	8541565	8631019	20
41	8259343	8356476	8451064	8543077	8632488	19
42	8260982	8358073	8452618	8544588	8633956	18
43	8262621	8359670	8454172	8546099	8635423	17
44	8264259	8361266	8455725	8547609	8636889	16
45	8265897	8362862	8457278	8549119	8638355	15
46	8267534	8364457	8458830	8550628	8639820	14
47	8269170	8366051	8460381	8552136	8641284	13
48	8270806	8367644	8461932	8553643	8642748	12
49	8272441	8369236	8463482	8555149	8644211	11
50	8274075	8370828	8465031	8556655	8645673	10
51	8275708	8372419	8466579	8558160	8647134	9
52	8277340	8374009	8468126	8559664	8648595	8
53	8278972	8375599	8469673	8561168	8650055	7
54	8280603	8377188	8471219	8562671	8651514	6
55	8282234	8378776	8472765	8564173	8652973	5
56	8283864	8380363	8474310	8565675	8654431	4
57	8285493	8381950	8475854	8567176	8655888	3
58	8287121	8383536	8477397	8568676	8657344	2
59	8288749	8385121	8478939	8570175	8658799	1
60	8290376	8386706	8480481	8571673	8660254	0
	34	33	32	31	30	

Minuta Graduũ Quadrantis pro sinubus rectis complementorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro ſinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	60	61	62	63	64	
0	8660254	8746197	8829476	8910065	8987940	60
1	8661708	8747607	8830841	8911385	8989215	59
2	8663162	8749016	8832205	8912704	8990489	58
3	8664615	8750425	8833569	8914023	8991762	57
4	8666067	8751833	8834932	8915341	8993035	56
5	8667518	8753240	8836295	8916659	8994307	55
6	8668968	8754646	8837657	8917976	8995578	54
7	8670417	8756051	8839018	8919292	8996848	53
8	8671866	8757456	8840378	8920607	8998117	52
9	8673314	8758860	8841737	8921921	8999386	51
10	8674762	8760263	8843095	8923234	9000654	50
11	8676209	8761665	8844452	8924546	9001921	49
12	8677655	8763067	8845809	8925858	9003187	48
13	8679100	8764468	8847165	8927169	9004453	47
14	8680544	8765868	8848521	8928479	9005718	46
15	8681988	8767268	8849876	8929789	9006982	45
16	8683431	8768667	8851230	8931098	9008245	44
17	8684874	8770065	8852583	8932406	9009508	43
18	8686316	8771462	8853936	8933714	9010770	42
19	8687757	8772859	8855288	8935021	9012031	41
20	8689197	8774255	8856639	8936327	9013292	40
21	8690636	8775650	8857989	8937632	9014552	39
22	8692074	8777044	8859338	8938936	9015811	38
23	8693512	8778437	8860687	8940240	9017069	37
24	8694949	8779830	8862035	8941543	9018326	36
25	8696386	8781222	8863383	8942845	9019582	35
26	8697822	8782613	8864730	8944146	9020838	34
27	8699257	8784003	8866076	8945446	9022093	33
28	8700691	8785393	8867421	8946746	9023347	32
29	8702124	8786782	8868765	8948045	9024600	31
30	8703557	8788171	8870108	8949344	9025853	30
	29	28	27	26	25	

Minuta Graduū Quadrantis pro ſinubus rectis complementorū arcuū eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis

rectis arcuum eiusdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

	60	61	62	63	64	
30	8703557	8788171	8870108	8949344	9025853	30
31	8704989	8789559	8871451	8950642	9027105	29
32	8706420	8790946	8872793	8951939	9028356	28
33	8707851	8792332	8874134	8953235	9029606	27
34	8709281	8793717	8875475	8954530	9030856	26
35	8710710	8795102	8876815	8955824	9032105	25
36	8712138	8796486	8878154	8957117	9033353	24
37	8713565	8797869	8879492	8958410	9034600	23
38	8714992	8799251	8880830	8959702	9035847	22
39	8716418	8800633	8882167	8960994	9037093	21
40	8717844	8802014	8883503	8962285	9038338	20
41	8719269	8803394	8884838	8963575	9039582	19
42	8720693	8804773	8886172	8964864	9040825	18
43	8722116	8806152	8887506	8966152	9042068	17
44	8723538	8807530	8888839	8967440	9043310	16
45	8724960	8808907	8890171	8968727	9044551	15
46	8726381	8810283	8891502	8970013	9045791	14
47	8727801	8811659	8892833	8971299	9047031	13
48	8729221	8813034	8894163	8972584	9048270	12
49	8730640	8814408	8895492	8973868	9049508	11
50	8732058	8815782	8896821	8975151	9050746	10
51	8733475	8817155	8898149	8976433	9051983	9
52	8734891	8818527	8899476	8977715	9053219	8
53	8736307	8819898	8900802	8978996	9054454	7
54	8737722	8821268	8902127	8980276	9055688	6
55	8739137	8822638	8903452	8981555	9056922	5
56	8740551	8824007	8904776	9882833	9058155	4
57	8741964	8825375	8906099	8984111	9059387	3
58	8743376	8826743	8907422	8985388	9060618	2
59	8744787	8828110	8908744	8986664	9061848	1
60	8746197	8829476	8910065	8987940	9063078	0
	25	26	27	28	29	

Minuta Graduũ Quadrantis pro sinubus rectis complementorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro ſinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	65	66	67	68	69	
0	9063078	9135455	9205049	9271839	9335804	60
1	9064307	9136638	9206185	9272928	9336846	59
2	9065535	9137820	9207321	9274017	9337887	58
3	9066763	9139001	9208456	9275105	9338928	57
4	9067990	9140181	9209590	9276192	9339968	56
5	9069216	9141361	9210723	9277278	9341007	55
6	9070441	9142540	9211855	9278363	9342045	54
7	9071665	9143718	9212986	9279448	9343082	53
8	9072889	9144895	9214117	9280532	9344119	52
9	9074112	9146072	9215247	9281615	9345155	51
10	9075334	9147248	9216376	9282697	9346190	50
11	9076555	9148423	9217504	9283778	9347224	49
12	9077775	9149597	9218631	9284859	9348257	48
13	9078995	9150770	9219758	9285939	9349289	47
14	9080214	9151943	9220884	9287018	9350321	46
15	9081432	9153115	9222010	9288096	9351352	45
16	9082649	9154286	9223135	9289173	9352382	44
17	9083866	9155457	9224259	9290250	9353411	43
18	9085082	9156627	9225382	9291326	9354440	42
19	9086297	9157796	9226504	9292401	9355468	41
20	9087512	9158964	9227625	9293476	9356495	40
21	9088726	9160131	9228746	9294550	9357521	39
22	9089939	9161297	9229866	9295623	9358546	38
23	9091151	9162463	9230985	9296695	9359571	37
24	9092362	9163628	9232103	9297766	9360595	36
25	9093572	9164792	9233220	9298836	9361618	35
26	9094781	9165955	9234337	9299905	9362640	34
27	9095990	9167117	9235453	9300974	9363662	33
28	9097198	9168279	9236568	9302042	9364683	32
29	9098406	9169440	9237682	9303109	9365703	31
30	9099613	9170601	9238795	9304176	9366722	30
	24	23	22	21	20	

Minuta Graduū Quadrãtis pro ſinubus rectis cõplementorū arcuū eiuſdem Quadrãtis

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis

rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

	65	66	67	68	69	
30	9099613	9170601	9238795	9304176	9366722	30
31	9100819	9171761	9239908	9305242	9367740	29
32	9102024	9172920	9241020	9306307	9368758	28
33	9103228	9174078	9242131	9307371	9369775	27
34	9104432	9175235	9243242	9308434	9370791	26
35	9105635	9176391	9244352	9309497	9371806	25
36	9106837	9177547	9245461	9310559	9372820	24
37	9108038	9178702	9246569	9311620	9373834	23
38	9109238	9179856	9247676	9312680	9374847	22
39	9110438	9181009	9248782	9313739	9375859	21
40	9111637	9182161	9249888	9314798	9376870	20
41	9112835	9183313	9250993	9315856	9377880	19
42	9114032	9184464	9252097	9316913	9378889	18
43	9115229	9185614	9253200	9317969	9379898	17
44	9116425	9186763	9254303	9319024	9380906	16
45	9117620	9187912	9255405	9320079	9381913	15
46	9118814	9189060	9256506	9321133	9382919	14
47	9120007	9190207	9257606	9322186	9383925	13
48	9121200	9191353	9258706	9323238	9384930	12
49	9122392	9192499	9259805	9324290	9385934	11
50	9123584	9193644	9260903	9325341	9386937	10
51	9124775	9194788	9262000	9326391	9387939	9
52	9125965	9195931	9263096	9327440	9388941	8
53	9127154	9197073	9264192	9328488	9389942	7
54	9128342	9198215	9265287	9329535	9390942	6
55	9129529	9199356	9266381	9330582	9391941	5
56	9130716	9200496	9267474	9331628	9392940	4
57	9131902	9201635	9268566	9332673	9393938	3
58	9133087	9202774	9269658	9333717	9394935	2
59	9134271	9203912	9270749	9334761	9395931	1
60	9135455	9205049	9271839	9335804	9396926	0
	24	23	22	21	20	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro sinubus rectis complementorũ arcuũ eiusdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	70	71	72	73	74	
0	9396926	9455186	9510565	9563048	9612617	60
1	9397921	9456133	9511464	9563898	9613418	59
2	9398915	9457079	9512362	9564747	9614219	58
3	9399908	9458024	9513259	9565596	9615019	57
4	9400900	9458968	9514155	9566444	9615818	56
5	9401891	9459911	9515050	9567291	9616616	55
6	9402882	9460854	9515944	9568137	9617413	54
7	9403872	9461796	9516838	9568982	9618209	53
8	9404861	9462737	9517731	9569826	9619005	52
9	9405849	9463677	9518623	9570670	9619800	51
10	9406836	9464616	9519514	9571513	9620594	50
11	9407822	9465555	9520404	9572355	9621387	49
12	9408808	9466493	9521294	9573196	9622179	48
13	9409793	9467430	9522183	9574036	9622971	47
14	9410777	9468366	9523071	9574875	9623762	46
15	9411760	9469301	9523958	9575714	9624552	45
16	9412742	9470236	9524844	9576552	9625341	44
17	9413724	9471170	9525730	9577389	9626129	43
18	9414705	9472103	9526615	9578225	9626917	42
19	9415685	9473035	9527499	9579061	9627704	41
20	9416665	9473967	9528382	9579896	9628490	40
21	9417644	9474898	9529264	9580730	9629275	39
22	9418622	9475828	9530146	9581563	9630059	38
23	9419599	9476757	9531027	9582395	9630843	37
24	9420575	9477685	9531907	9583226	9631626	36
25	9421550	9478612	9532786	9584057	9632408	35
26	9422525	9479539	9533664	9584887	9633189	34
27	9423499	9480465	9534541	9585716	9633969	33
28	9425472	9481390	9535418	9586544	9634748	32
29	9425444	9482314	9536294	9587371	9635527	31
30	9426415	9483237	9537169	9588197	9636305	30
	19	18	17	16	15	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſinubus rectis cõplemẽtorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis

rectis arcuum eiusdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

	70	71	72	73	74	
30	9426415	9483237	9537169	9588197	9636305	30
31	9427386	9484160	9538043	9589023	9637082	29
32	9428356	9485082	9538917	9589848	9637858	28
33	9429325	9486003	9539790	9590672	9638633	27
34	9430293	9486923	9540662	9591495	9639408	26
35	9431260	9487842	9541533	9592318	9640182	25
36	9432227	9488761	9542403	9593140	9640955	24
37	9433193	9489679	9543272	9593961	9641727	23
38	9434158	9490596	9544141	9594781	9642498	22
39	9435122	9491512	9545009	9595600	9643268	21
40	9436085	9492427	9545876	9596419	9644038	20
41	9437048	9493341	9546742	9597237	9644807	19
42	9438010	9494255	9547607	9598054	9645575	18
43	9438971	9495168	9548472	9598870	9646342	17
44	9439931	9496080	9549336	9599685	9647108	16
45	9440890	9496991	9550199	9600499	9647873	15
46	9441849	9497902	9551061	9601313	9648638	14
47	9442807	9498812	9551922	9602126	9649402	13
48	9443764	9499721	9552783	9602938	9650165	12
49	9444720	9500629	9553643	9603749	9650927	11
50	9445676	9501536	9554502	9604559	9651689	10
51	9446631	9502443	9555360	9605368	9652450	9
52	9447585	9503349	9556217	9606177	9653210	8
53	9448538	9504254	9557074	9606985	9653969	7
54	9449490	9505158	9557930	9607792	9654727	6
55	9450441	9506061	9558785	9608598	9655484	5
56	9451392	9506963	9559639	9609403	9656240	4
57	9452342	9507865	9560492	9610208	9656996	3
58	9453291	9508766	9561345	9611012	9657751	2
59	9454239	9509666	9562197	9611815	9658505	1
60	9455186	9510565	9563048	9612617	9659258	0
	19	18	17	16	15	

Minuta Graduũ Quadrantis pro sinubus rectis complementorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro sinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

	75	76	77	78	79	
0	9659258	9702957	9743600	9781476	9816272	60
1	9660011	9703660	9744355	9782080	9816827	59
2	9660163	9704363	9745008	9782684	9817381	58
3	9661514	9705065	9745660	9783281	9817934	57
4	9662264	9705766	9746312	9783889	9818486	56
5	9663013	9706466	9746963	9784490	9819037	55
6	9663761	9707165	9747613	9785090	9819587	54
7	9664508	9707863	9748262	9785689	9820137	53
8	9665255	9708561	9748910	9786288	9820686	52
9	9666001	9709258	9749557	9786886	9821234	51
10	9666746	9709954	9750203	9787483	9821781	50
11	9667490	9710649	9750849	9788079	9822327	49
12	9668233	9711343	9751494	9788674	9822872	48
13	9668976	9712036	9752138	9789268	9823417	47
14	9669718	9712729	9752781	9789862	9823961	46
15	9670459	9713421	9753423	9790455	9824504	45
16	9671199	9714112	9754065	9791047	9825046	44
17	9671938	9714802	9754706	9791638	9825587	43
18	9672677	9715491	9755346	9792228	9826128	42
19	9673415	9716180	9755985	9792818	9826668	41
20	9674152	9716868	9756623	9793407	9827207	40
21	9674888	9717555	9757260	9793995	9827745	39
22	9675623	9718241	9757897	9794582	9828282	38
23	9676357	9718926	9758533	9795168	9828818	37
24	9677091	9719610	9759168	9795753	9829354	36
25	9677824	9720294	9759802	9796337	9829889	35
26	9678556	9720977	9760435	9796921	9830423	34
27	9679287	9721659	9761067	9797504	9830956	33
28	9680017	9722340	9761699	9798086	9831488	32
29	9680747	9723020	9762330	9798667	9832019	31
30	9681476	9723699	9762960	9799247	9832549	30
	14	13	12	11	10	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro sinubus rectis cõplemẽtorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis

Gradus Quadrantis pro sinubus rectis

rectis arcuum eiusdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

	75	76	77	78	79	
30	9681476	9723699	9762960	9799247	9832549	30
31	9682804	9724378	9763589	9799827	9833079	29
32	9682931	9725056	9764217	9800406	9833608	28
33	9683657	9725733	9764845	9800984	9834136	27
34	9684383	9726409	9765472	9801561	9834663	26
35	9685108	9727085	9766098	9802137	9835189	25
36	9685832	9727760	9766723	9802712	9835714	24
37	9686555	9728434	9767347	9803287	9836239	23
38	9687277	9729107	9767970	9803861	9836763	22
39	9687998	9729779	9768593	9804434	9837286	21
40	9688719	9730450	9769215	9805006	9837808	20
41	9689439	9731120	9769836	9805577	9838329	19
42	9690158	9731789	9770456	9806147	9838850	18
43	9690879	9732458	9771075	9806716	9839370	17
44	9691593	9733126	9771693	9807285	9839889	16
45	9692309	9733793	9772311	9807853	9840407	15
46	9693025	9734459	9772928	9808420	9840924	14
47	9693740	9735124	9773544	9808986	9841440	13
48	9694454	9735789	9774159	9809551	9841956	12
49	9695167	9736453	9774773	9810116	9842471	11
50	9695879	9737116	9775387	9810680	9842985	10
51	9696590	9737778	9776000	9811243	9843498	9
52	9697301	9738439	9776612	9811805	9844010	8
53	96[illegible]8011	9739099	9777223	9812366	9844521	7
54	9698720	9739759	9777833	9812926	9845032	6
55	9699428	9740418	9778442	9813486	9845542	5
56	9700135	9741076	9779050	9814045	9846051	4
57	9700842	9741733	9779658	9814603	9846559	3
58	9701548	9742389	9780265	9815160	9847066	2
59	9702253	9743045	9780871	9815716	9847572	1
60	9702957	9743700	9781476	9816272	9848078	0
	14	13	12	11	10	

Minuta Graduũ Quadrantis pro sinubus rectis complementorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro sinubus

Minuta Graduum Quadrantis pro sinubus rectis arcuum eiusdem Quadrantis.

	80	81	82	83	84	
0	9848078	9876883	9902681	9925461	9945219	60
1	9848583	9877338	9903085	9925816	9945523	59
2	9849087	9877792	9903485	9926169	9945826	58
3	9849590	9878245	9903892	9926521	9946128	57
4	9850092	9878697	9904294	9926873	9946429	56
5	9850593	9879148	9904695	9927224	9946729	55
6	9851093	9879598	9905095	9927574	9947028	54
7	9851593	9880048	9905494	9927923	9947327	53
8	9852092	9880497	9905893	9928271	9947625	52
9	9852590	9880945	9906291	9928618	9947922	51
10	9853087	9881392	9906688	9928965	9948218	50
11	9853583	9881838	9907084	9929311	9948513	49
12	9854079	9882283	9907479	9929656	9948807	48
13	9854574	9882728	9907873	9930000	9949100	47
14	9855068	9883172	9908266	9930343	9949393	46
15	9855561	9883615	9908659	9930685	9949685	45
16	9856053	9884057	9909051	9931026	9949976	44
17	9856544	9884498	9909442	9931367	9950266	43
18	9857035	9884938	9909832	9931707	9950555	42
19	9857525	9885378	9910221	9932046	9950844	41
20	9858014	9885817	9910610	9932384	9951132	40
21	9858502	9886255	9910998	9932721	9951419	39
22	9858989	9886692	9911385	9933057	9951705	38
23	9859475	9887128	9911771	9933393	9951990	37
24	9859961	9887564	9912156	9933728	9952274	36
25	9860446	9887999	9912540	9934062	9952557	35
26	9860930	9888433	9912923	9934395	9952840	34
27	9861413	9888866	9913306	9934727	9953122	33
28	9861895	9889298	9913688	9935058	9953403	32
29	9862376	9889729	9914069	9935389	9953683	31
30	9862856	9890159	9914449	9935719	9953962	30
	9	8	7	6	5	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro sinubus rectis cõplementorũ arcuũ eiusdem Quadrãtis

Gradus Quadrantis pro sinubus rectis

rectis arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	80	81	82	83	84	
30	9862856	9890159	9914449	9935719	9953962	30
31	9863336	9890588	9914828	9936048	9954240	29
32	9863815	9891017	9915206	9936376	9954518	28
33	9864293	9891445	9915584	9936703	9954795	27
34	9864770	9891872	9915961	9937029	9955071	26
35	9865246	9892298	9916337	9937355	9955346	25
36	9865722	9892723	9916712	9937680	9955620	24
37	9866197	9893147	9917086	9938004	9955893	23
38	9866671	9893571	9917459	9938327	9956165	22
39	9867144	9893994	9917832	9938649	9956437	21
40	9867616	9894416	9918204	9938970	9956708	20
41	9868087	9894837	9918575	9939290	9956978	19
42	9868557	9895257	9918945	9939609	9957247	18
43	9869027	9895677	9919314	9939928	9957515	17
44	9869496	9896096	9919682	9940246	9957782	16
45	9869964	9896514	9920049	9940563	9958049	15
46	9870431	9896931	9920416	9940879	9958315	14
47	9870897	9897347	9920782	9941194	9958580	13
48	9871362	9897762	9921147	9941509	9958844	12
49	9871827	9898177	9921511	9941823	9959307	11
50	9872291	9898591	9921874	9942136	9959370	10
51	9872754	9899004	9922236	9942448	9959632	9
52	9873216	9899416	9922598	9942759	9959893	8
53	9873677	9899827	9922959	9943069	9960153	7
54	9874137	9900237	9923319	9943379	9960412	6
55	9874597	9900646	9923678	9943688	9960670	5
56	9875056	9901055	9924036	9943996	9960927	4
57	9875514	9901463	9924393	9944303	9961183	3
58	9875971	9901870	9924750	9944609	9961438	2
59	9876427	9902276	9925106	9944914	9961693	1
60	9876883	9902681	9925461	9945219	9961947	0
	9	8	7	6	5	

Minuta Graduū Quadrātis pro ſinubus rectis complementorū arcuū eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſinubus.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	85	86	87	88	89	
0	9961947	9975640	9986295	9993908	9998477	60
1	9962200	9975843	9986447	9994009	9998527	59
2	9962452	9976045	9986598	9994109	9998576	58
3	9962703	9976246	9986748	9994208	9998625	57
4	9962954	9976446	9986897	9994307	9998673	56
5	9963204	9976645	9987045	9994405	9998720	55
6	9963453	9976843	9987193	9994502	9998766	54
7	9963701	9977040	9987340	9994598	9998811	53
8	9963948	9977237	9987486	9994693	9998855	52
9	9964194	9977433	9987631	9994787	9998899	51
10	9964440	9977628	9987775	9994881	9998942	50
11	9964685	9977822	9987918	9994974	9998984	49
12	9964929	9978015	9988061	9995066	9999025	48
13	9965172	9978207	9988203	9995157	9999065	47
14	9965414	9978398	9988344	9995247	9999104	46
15	9965655	9978589	9988484	9995336	9999143	45
16	9965895	9978779	9988623	9995424	9999181	44
17	9966135	9978968	9988761	9995512	9999218	43
18	9966374	9979156	9988899	9995599	9999254	42
19	9966612	9979343	998[illegible]03[illegible]	9995685	9999289	41
20	9966849	9979530	9989172	9995770	9999323	40
21	9967085	9979716	9989307	9995854	9999356	39
22	9967320	9979901	9989441	9995937	9999389	38
23	9967555	9980085	9989574	9996019	9999421	37
24	9967789	9980268	9989706	9996101	9999452	36
25	9968022	9980450	9989837	9996182	9999482	35
26	9968254	9980631	9989968	9996262	9999511	34
27	9968485	9980811	9990098	9996341	9999539	33
28	9968715	9980991	9990227	9996419	9999566	32
29	9968944	9981170	9990355	9996496	9999593	31
30	996[illegible]1 3	9981348	9[illegible]482	9996573	9999619	30
	4	3	2	1	0	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſinubus rectis cõplementorũ arcuũ eiuſdem Quadrãtis

Gradus Quadrantis pro ſinubus rectis

rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſinubus rectis arcuum eiuſdem Quadrantis.

	85	86	87	88	89	
30	9969173	9981348	9990482	9996573	9999616	30
31	9969401	9981525	9990608	9996649	9999644	29
32	9969628	9981701	9990734	9996724	9999668	28
33	9969854	9981877	9990859	9996798	9999691	27
34	9970079	9982052	9990983	9996871	9999713	26
35	9970304	9982226	9991106	9996943	9999735	25
36	9970528	9982399	9991228	9997014	9999756	24
37	9970751	9982571	9991349	9997085	9999776	23
38	9970973	9982742	9991470	9997155	9999795	22
39	9971194	9982912	9991590	9997224	9999813	21
40	9971414	9983082	9991709	9997292	9999830	20
41	9971633	9983251	9991827	9997359	9999846	19
42	9971851	9983419	9991944	9997425	9999862	18
43	9972069	9983586	9992060	9997491	9999877	17
44	9972286	9983752	9992175	9997556	9999891	16
45	9972502	9983917	9992290	9997620	9999904	15
46	9972717	9984081	9992404	9997683	9999916	14
47	9972931	9984245	9992517	9997745	9999927	13
48	9973145	9984408	9992629	9997806	9999938	12
49	9973358	9984570	9992740	9997867	9999948	11
50	9973570	9984731	9992850	9997927	9999957	10
51	9973781	9984891	9992960	9997986	9999965	9
52	9973991	9985050	9993069	9998044	9999972	8
53	9974200	9985209	9993177	9998101	9999978	7
54	9974408	9985367	9993284	9998157	9999984	6
55	9974615	9985524	9993390	9998212	9999989	5
56	9974822	9985680	9993495	9998267	9999993	4
57	9975028	9985835	9993599	9998321	9999996	3
58	9975233	9985989	9993703	9998374	9999998	2
59	9975437	9986143	9993806	9998426	9999999	1
60	9975640	9986295	9993908	9998477	10000000	0
	4	3	2	1	0	

Minuta Graduū Quadrātis pro ſinubus rectis complementorū arcuū eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

EXPLICATIO, ATQVE VSVS TABVLAE praecedentis Sinuum rectorum.

Expositio partium tabulę Sinuū.

IN verticepracedentis tabulæ ordine descripti sunt 90. gradus Quadrantis, & ad sinistram deorsum versus, 60. Minuta. In infimo deinde latere ijdem 90. gradus Quadrantis repositi sunt ordine retrogrado, & ad dexteram sursum versus, 60. Minuta. Quod ideo factum est à nobis, vt illico cuiuslibet arcus complementum cognoscatur. Nam quilibet gradus in vertice tabulæ positus cum quouis Minuto ad sinistram collocato, habet pro complemento gradum in infimo latere gradui accepto in vertice respondentem cum Minuto, quod ad dextram Minuto ad sinistram accepto respondet.

Complemétum cuiusuis arc⁹ quo pacto ex hac tabula eliciatur.

Vt quoniam gradui 46 in vertice, & Minuto 0 ad sinistram posito, respondet in infimo latere gradus 43. & Minutum 60. ad dexteram collocatum; erit arcus grad. 43. Min. 60. hoc est, arcus grad. 44. Min. 0. complementum arcus grad 46. Min. 0. Sic quoque arcus grad. 43. Min. 13. complementum habebit arcum grad. 46. Min. 47. Eadem ratione quilibet gradus in infimo latere positus cum quouis Minuto ad dexteram collocato, habet pro complemento gradum in vertice gradui acceptoin infimo latere respondentem cum Minuto, quod ad sinistram Minuto ad dextram accepto respondet. Postremo sub gradibus in vertice tabulæ descriptis positi sunt sinus recti omnium arcuū per singula Quadrātis Minuta progredientiū, quatenus sinus totus est 10000000. Quod si ex singulis sinubus binæ priores figuræ ad dexteram abijciātur, (addita tamen vnitate, si duæ figuræ abiectæ numerum 50. excedunt) reliqui erunt sinus eorundem arcuum, quatenus sinus totus est 100000. vt supra diximus. Vnde quicquid in vsu huius tabulæ præcipiemus de sinubus respectu sinus totius 10000000. intelligendum quoque erit de sinubus respectu sinus totius 100000. abiectis nimirum duabus primis figuris ad dexteram, vt diximus.

Vsus tabulę sinuū duplex.

HVIVS tabulæ vsus duplex est. Nam in ea vel cuiuslibet arcus inquiritur sinus, vel cuiusuis sinus cogniti arcus inuestigatur.

Sinus rect⁹ cuiusuis arcus quadrāte minoris quo pacto ī tabula reperiatur.

Quando ergo dati arcus Quadrante minoris sinum rectum quæris, sume gradus illius in vertice tabulæ, Minuta vero ad sinistram. In communi enim angulo, procedendo nimirum à Minutis dextram versus, donec ad locum sub gradibus acceptis peruenias, illico sinum rectum inuenies. Ita sinum rectum arcus grad 25. sub grad. 25. è regione Minuti 0 ad sinistram collocati reperies 4226183. Sinum vero rectum arcus grad. 25. Min. 19. inuenies 4276209. Sinum denique rectum arcus grad. 25. Min. 50. offendes 4357549.

Sin⁹ rectus cuiusuis arcus quadrāte maioris, qua rōne inueniatur

Si vero sinum rectum arcus Quadrante maioris, sed semicirculo minoris desideras, detrahe arcum datum ex semicirculo, & residui arcus sinum rectum cape, vt prius. Hic enim sinus erit etiam sinus rectus arcus quadrante maioris: propterea quòd duo arcus semicirculum conficientes eundem sinū rectum habent, vt in definitionū expositione diximus. Vt si datus sit arcus grad. 138. Min. 47. detrahe eum ex semicirculo, hoc est, ex grad. 180. Sinus namq; rectus 6589082. residui arcus grad. 41. Min. 13. est quoq; sinus rectus arcus grad. 138. Min. 47. cum illo arcu grad. 41. Min. 13. semicirculū cōficientis.

Sin⁹ rectus cuiusuis arcus habētis Secūda, prę ter Minuta quomodo eliciat per

QVOD si arcus datus præter gradus, ac minuta habeat etiam Secunda, inquirenda erit pars proportionalis, hoc modo. Accipe differentiam inter sinum rectum arcus proxime minoris, & sinū rectū arcus proxime maioris, & dic. Si 60. secunda (quibus singuli arcus proximi in hac tabula inter se differunt) requirūt totā eam differentiam addendam sinui arcus proxime minoris, vt componatur sinus arcus proxime maioris, quantam differentiam requirunt proposita secunda addendam eidem sinui

arcus

arcus proxime minoris, vt fiat sinus propositi arcus? Nam differentia inuenta erit pars proportionalis, quæ si addatur sinui arcus proxime minoris, efficietur sinus rectus arcus propositi. Vt si propositus sit arcus grad. 20. Min. 43. Sec. 20. Accipe differentiam 2721. inter sinum 3537469. arcus grad. 20. Min. 43. proxime minoris, & sinum 3540190. arcus grad. 20. Min. 44. proxime maioris, & dic. Si 60. secunda requirunt differentiam 2721. addendam sinui 3537469. arcus grad. 20. Min 43. vt efficiatur sinus 3540190. arcus grad. 20. Min. 44. quantam differentiam postulant 20. secunda addendam eidem sinui 3537469. arcus grad. 20. Min. 43. vt fiat sinus arcus grad. 20. Min. 43. sec. 20? Inuenies enim differentiam, siue partem proportionalem 907. quæ addita sinui 3537469. efficiet 3538376. sinum arcus grad. 20. Min. 43 sec. 20. Communiter tamen ab Astronomis negliguntur in hoc negotio Secunda, si pauciora sunt, quàm 30. Si vero plura, addunt pro illis vnum minutum alijs Minutis. Nullus enim error, qui alicuius momenti sit, inde oritur. Itaq; pro dato arcu grad. 20. Min. 43. Sec. 20. accipiunt sinum arcus grad. 20. Min. 43. neglectis illis 20 sec. Pro arcu vero grad. 20. Min. 43 sec. 48. sumunt sinum arcus grad. 20. Min. 44. computatis illis 48. sec. pro vno Minuto.

pattem proportionalẽ.

Secũda cõiter ĩ tractatione sinuũ neglīgũtur ab Astronomis.

SEMICIRCVLI *porro, atq; arcus semicirculo maioris, non est quòd sinus rectus inuestigetur, cùm nunquam in supputationibus Astronomicis huiusmodi arcuum sinus adhibeantur, quod ijs perspicuum est, qui in triangulis rectilineis, ac sphæricis, in quibus tota Sinuum scientia versatur, sunt exercitati. Immo semicirculus nullum habet sinum, vt ex vtraq; defin. sinus recti patet. quod etiam de arcu maiore dici potest, nisi quis in prima figura definitionum rectam* FK, *sinum rectum velit appellare arcus* DBF, *secundum posteriorem defin. sinus recti; & rectam* FH, *sinum rectum arcus* ACF. *quod non videtur proprie dici, cum huiusmodi lineis prior definitio sinus recti nullo modo conuenire possit, vt ex eadem figura perspicuum est.*

Semicirculi, & arc⁹ semicirculo maioris, nõ est sinus rectus inquirendus; immo nullus est eorũ sinus rectus.

QVANDO *autem dati arcus Quadrante minoris sinum complementi quæris, cape gradus illius in inferiori parte tabulæ, Minuta vero ad dexteram. In communi enim angulo continuò sinum complementi reperies, hoc est, sinum rectum illius arcus, qui dati arcus complementum est. Nam sinus ille rectus debetur arcui, cuius gradus in vertice tabulæ, & minuta in sinistro latere collocantur, qui quidem dati arcus complementum est, vt supra diximus. Ita sinum complementi arcus grad. 30. supra grad. 30. infimi lateris tabulæ è regione Minuti 0. ad dextram collocati inuenies 8660254. qui quidem sinus rectus est arcus grad. 59. Min. 60. hoc est, arcus grad. 60. qui complementum est arcus grad. 30. Item sinum complementi arcus grad. 30. Min. 49. reperies 8588110 qui quidem sinus rectus est arcus grad. 59. Min. 11. qui complementum est arcus grad. 30. Min. 49. Si vero offeratur arcus Quadrante maior, sed semicirculo minor, ita sinum complementi ipsius reperies. Detrahe ex eo quadrantem, & residui arcus sinum rectum cape. Cum enim reliquus hic arcus sit complementum dati arcus, vt in definitionibus dictum est, erit eius sinus rectus, sinus complementi dati arcus. Vt si oblatus sit arcus grad. 127. Min. 30. Detrahe ex eo quadrantem, hoc est, 90. gradus. Sinus namque rectus 6087614. reliqui arcus grad. 37. Min. 30. est sinus complementi dati arcus grad. 127. Min. 30. cum ille arcus sit huius complementum.*

Sinus complemẽti arcus quadrãte minoris quomodo ĩ tabula reperiatur.

Sinus cõplemẽti cuiusuis arc⁹ quadrãte maioris, quã arte deprehendatur.

QVOD *si datus arcus præter gradus, ac Minuta habeat etiã Secunda; si quidem Quadrante minor sit, inuestigabis eius sinum complementi per regulam proportionum, quemadmodum supra de sinu recto diximus, nisi quòd hic differentia inuenta, siue pars proportionalis subtrahenda est à sinu arcus proxime minoris. Si vero ar-*

Sin⁹ cõplemẽti cuiusuis arc⁹ habẽtis Secũda, pter Minuta, quo modo eliciatur per partem proportionalem.

cus datus sit Quadrante maior, sed semicirculo minor; detracto Quadrante, inquires residui arcus sinum rectum per eandem regulam proportionum, eo modo, quem supra de sinu recto tradidimus. Quamuis Secunda negligi possint, vt supra docuimus, in hoc sinuum negotio. Exemplum. Sit datus arcus grad. 69. Min. 16. Sec. 40. Accipe differentiam 2721. inter sinum 3540190. arcus grad. 69. Min. 16. proxime minoris in parte tabulæ inferiori descripti, & sinum 3537469. arcus grad. 69. Min. 17. proxime maioris in eadem parte inferiori tabulæ positi; & dic. Si 60. Secunda requirunt differentiam 2721. subtrahendam à sinu 3540190. arcus grad. 69. Min. 16. in inferiori parte tabulæ positi, vt relinquatur sinus 3537469. arcus grad. 69. Min. 17. in eadem parte inferiori tabulæ descripti: quantam differentiam postulant 40. Secunda subtrahendam ab eodem sinu 3540190. arcus grad. 69. Min. 16. positi in parte inferiori tabulæ, vt relinquatur sinus arcus grad. 69. Min. 16. Sec. 40 in eadē parte inferiori tabulæ contenti? Inuenies enim differentiā, siue partē proportionalē 1814. quæ subtracta ex sinu 3540190. relinquet sinum 3538376. arcus grad. 69. Min. 16. Sec 40. in inferiori parte tabulæ collocati: qui quidem est sinus rectus arcus grad. 20 Min. 43. Sec. 20. hoc est, complementi arcus dati grad. 69. Min. 16. Sec. 40. Sit rursum datus arcus grad. 110. Min. 43. Sec. 20. Detrahe Quadrantem, id est, grad. 90 & residui arcus grad. 20. Min. 43. Sec. 20. quære sinum rectum, vt supra tradidimus. Inuenies enim per partem proportionalem, sinum 3538376. qui est sinus complementi arcus propositi.

Alia rō inuestigādi sinū complementi arc⁹ quadrante minoris.

HOC etiam modo sinum complemēti arcus propositi quadrante minoris reperies. Subtrahe propositū arcum ex quadrante, vt habeas eius complementum. Sinus enim rectus eius complementi inuentus, vt de sinu recto diximus, est is, qui quæritur. Vt si quæratur sinus complementi arcus grad. 69. Min. 16. Sec. 40. detrahe hunc arcum ex grad. 90. & residui arcus grad. 20. Min. 43. sec. 20 (qui complementum est dati arcus grad. 69. Min. 16. Sec. 40) sinum rectum quære, quem inuenies esse 3538376. atque hic est sinus complementi dati arcus grad. 69. Min. 16. Sec. 40.

Sin⁹ cōplemēti semicirculi, aut arcus maioris, q̄rendus non est.

HIC quoque semicirculi, atque arcus semicirculo maioris sinus complementi quærendus non est, ob rationem supra dictam.

QVANDO deniq; propositi arcus sinum versum desideras; si quidem Quadrante minor est, detrahe eius sinum complementi ex sinu toto: si vero Quadrante est maior, sed semicirculo minor, adde eius sinum complementi sinui toti. Numerus enim reliquus, vel compositus, erit sinus versus dati arcus: propterea quod sinus complementi cuiusuis arcus æqualis est complemento sinus versi eiusdem arcus, vt supra in definitionibus ostendimus. Ex quo fit, vt sinus complementi arcus cuiusuis ablatus ex sinu toto, vel ad eum adiectus relinquat, vel componat eiusdem arcus sinum versum: Id quod perspicuum est ex prima figura, quam in expositione definitionum posuimus. Exemplum. Sit quærendus sinus versus arcus grad. 20. Min. 57. Huius sinus complementi est 9338928 qui detractus ex sinu toto 10000000. relinquet sinum versum 661072. dati arcus grad. 20. Min. 57. Rursus sit inuestigandus sinus versus arcus grad. 138. Min. 31. Huius sinus complementi est 7491484. qui additus sinui toti 10000000. efficiet sinum versum 17491484. arcus propositi grad. 138. Min. 31. Postremo sit inueniendus sinus versus arcus grad. 69. Min. 16. Sec. 40. Huius complementi sinus est 3538376. inuentus per partem proportionalem; qui subtractus ex sinu toto 10000000. relinquet sinū versum 6461624. dati arcus grad. 69. Min. 16. Sec 40. Sic quoque sinus versus arcus grad. 159. Min. 16. Sec. 40. reperietur 13538376. per partem proportionalem.

Sin⁹ versus cuiusuis arc⁹ siue quadrāte minoris siue maioris, quo pacto colligatur.

CAE-

CAETERVM Quadrantis tam sinus rectus, quàm versus est sinus totus; sinus vero complementi nihil est, vt manifestum est ex prima figura in definitionibus posita.

Sinus tã rectus, q̃ versus Quadrãtis est sinus totus, sinus vero cõplementi nihil est.

IAM vero ex cognito sinu recto ita arcum inuenies. Quære sinum rectum propositum inter sinus tabulæ; vel si eum non inueneris, sume proxime maiorem, vel minorem, qui nimirum paucioribus vnitatibus à proposito sinu distat. Nam in vertice tabulæ reperies gradus, & ad sinistram è regione sinus accepti, Minuta illius arcus, qui proposito sinui respondet. Vt si cognitus sit sinus 7510767. Inuenio sinum 7510722. proxime minorem, qui paucioribus vnitatibus à sinu cognito distat, quàm sinus 7512642. proxime maior: Cui sinui proxime minori respõdent in vertice tabulæ grad. 48. & ad sinistram Minuta 41. Arcum ergo grad. 48. & Min. 41. dico deberi sinui proposito. Nam vnitates illæ, quibus sinus propositus à sinu dicti arcus differt, non inducunt errorem notabilem. Si tamen arcum cupis præcisiorem, inuestiganda erit pars proportionalis, hac arte. Cape differentiam inter sinum proxime minorem, & sinum proxime maiorem: Item differentiam inter sinum propositum, & illum in tabula repertũ, à quo minus differt; & dic. Si differentia inter duos sinus in tabula repertos dat 60. Secunda addenda arcui sinus proxime minoris, vel auferenda ab arcu sinus proxime maioris, (prout videlicet sumpta fuerit differentia inter sinum propositum, & sinum proxime minorem, vel proxime maiorem) vt habeatur arcus sinus proxime maioris, vel proxime minoris; quot Secunda postulat differentia inter sinum propositum & sinum proxime minorem, vel proxime maiorem, addenda arcui sinus proxime minoris, vel auferenda ab arcu sinus proxime maioris, vt habeatur arcus propositi sinus? Nam hæc secunda inuenta addita arcui sinus proxime minoris, vel ablata ab arcu sinus proxime maioris, dabunt arcum sinus propositi. Vt in dato exemplo, si dicas. Differẽtia 1920. inter sinum 7510722. proxime minorem, & sinum 17512642. proxime maiorẽ, dat 60. Secunda addenda arcui grad. 48. Min. 41. qui sinui proxime minori respõdet, (quoniã propositus sinus minus differt à sinu proxime minori quàm à sinu proxime maiori) vt habeatur arcus grad. 48. Min. 41. Sec. 60. hoc est, grad. 48. Min. 42. respõdens sinui proxime maiori. Quot ergo Secũda postulat differẽtia 45. inter sinũ propositũ, & sinũ proxime minorẽ, addenda eidẽ arcui sinus proxime minoris, vt fiat arcus dati sinus? Inuenies enim Secundũ 1. & paulo amplius addendũ arcui grad. 48. Min. 41. ita vt sinui proposito 7510767. respondeat arcus grad. 48. Min. 41. Sec. 1. & paulo amplius. Rursus sit datus sinus 455630. quem in tabula quæsitum non inuenio. Accipio ergo proxime maiorem 456536. (Ab hoc enim minus distat, quàm à proxime minori 453630.) cui respondet arcus grad. 2. Min. 37. Quòd si magis præcisum arcum desiderem, inquiram partem proportionalem, hoc modo. Differentia 2906. inter sinũ 456536. proxime maiorem, & sinum 453630. proxime minorem, dat 60. Secũda auferenda ab arcu grad. 2. Min. 37. qui sinui proxime maiori respondet, vt reliquus sit arcus grad. 2. Min. 36. respondens sinui proxime minori: Quot ergo Secunda postulat differentia 906. inter sinum propositum, & sinum proxime maiorem, auferenda ab eodem arcu sinus proxime maioris, vt fiat arcus dati sinus? Inuenio enim Secunda 19. fere, quæ ablata ex arcu grad. 2. Min. 37. relinquunt arcum grad. 2. Min. 36. Sec. 41. sinui dato 455630. debitum. Quoniam vero idem sinus rectus respondet duobus arcubus semicirculum conficientibus, vt supra diximus, si arcus dicta arte ex sinu recto inuentus subducatur ex semicirculo, id est, ex grad. 180. reliquus erit alter arcus quadrante maior, qui dicto etiam sinui debetur. Vt si arcus grad. 48. Min. 41. Sec 1. inuentus dematur ex grad. 180 remanebit arcus grad. 131. Min. 18. Sec. 59. eidẽ sinui recto 7510767. debitus. Pulchre autem operatio in triangulis tam rectilineis, quam

Arcus quadrante minor quo pacto ex sinu recto cognito eliciat.

Arcus quadrante minor magis p̃cisus, quo pacto p partẽ proportionalẽ ex dato sinu eliciatur.

Arcus quadrante maior qua arte ex sinu recto eruatur.

quàm sphæricis, docebit, num accipiendus sit arcus quadrante maior proposito sinui respondens, an vero minor, vt proprijs locis apparebit.

Arcus quadrante minor quo pacto ex sinu complementi eruatur.

SI *vero sinus cognitus, est sinus complementi arcus quæsiti, sumendi erunt gradus in parte inferiori tabulæ, & Minuta ad dextram. Ita enim habebitur arcus quæsitus. Vel certe inueniendus erit arcus, vt prius diximus, sinui dato, tanquam recto, respondens, isque ex quadrante demendus, vt arcus quæsitus relinquatur. Vt si cognitus sit 7510767. sinus complementi alicuius arcus. Inuenio sinum 7510722. proxime minorem; quoniam paucioribus hic vnitatibus à sinu cognito distat, quàm sinus 7512642. proxime maior in tabula sinuum: Cui sinui proxime minori respondent in ima sede tabulæ grad. 41. & ad dexteram Minuta 19. Arcus igitur grad. 41. Min. 19. est is, qui quæritur. Huius enim complementum est arcus grad. 48. Min. 41. cui sinus datus debetur. Idem arcus grad. 41. Min. 19. reperietur, si arcus grad. 48. Min. 41. sinui dato in vertice tabulæ, & ad sinistram respondens ex quadrante subducatur.*

Arcus quadrante minor magis præcisus, qua via ex sinu cõplementi cognoscatur.

Quòd si partem proportionalem supra inuentam, nimirum Sec. 1. detrahas ex arcu reperto grad. 41. Min. 19. (quia maiorem arcum, quàm par est, dato sinui 7510767. tribuimus.) inuenietur arcus magis præcisus grad. 41. Min. 18. Sec. 59. Qui etiam reperietur, si arcum grad. 48. Min. 41. Sec. 1. eidem sinui, tanquam recto, debitum, & secundum partem proportionalem inuentum, detrahas ex quadrante. Rursus detur 455630. sinus complementi alicuius arcus, quem in tabula quæsitum non inuenio. Accipio ergo proxime maiorem 456536. (quoniam ab hoc minus distat, quàm à proxime minore 453630.) cui in parte inferiori tabulæ respondet arcus grad. 87. Min. 23. quæsitus; cum huius complementum sit arcus grad. 2. Min. 37. sinui dato, tanquã recto, debitus. Quòd si partem proportionalem supra inuentam, nimirum Sec. 19. addas arcui inuento grad. 87. Min. 23. (quia minorem arcum, quàm par est, dato sinui 455630. tribuimus.) inuenietur arcus magis præcisus grad. 87. Min. 23. Sec. 19. Quẽ etiam reperies, si arcum grad. 2. Min. 36. Sec. 41. eidem sinui, tanquam recto, debitũ, & secundum partem proportionalem inuentum, ex quadrante subducas.

Arcus quadrante maior quomodo ex sinu cõplementi inuestigetur.

Iam vero si sinus propositus, est sinus complementi arcus quadrante maioris, (Quod quãdo fiat, pulchre operatio in triãgulis siue rectilineis, siue sphæricis docebit) sumẽdus erit arcus ei in vertice tabulæ, tanquàm sinui recto respondens, & quadrãti adijciendus, vt arcus quæsitus conficiatur. Vt si sinus complementi alicuius arcus quadrante maioris cognitus sit 7510722. sumendus erit arcus ei respondens in vertice tabulæ vna cum parte proportionali, grad. 48. Min. 41. Sec. 1. & quadranti adijciendus. Componetur enim arcus grad. 138. Min. 41. Sec. 1. qui quæritur, cuius nimirum complemento datus sinus debetur.

Arcus quo pacto ex sinu verso eruatur.

DENIQVE *ex sinu verso cognito ita arcum inquires. Si datus sinus versus minor est, quàm sinus totus, detrahe eum ex sinu toto. Reliquus enim erit sinus complementi arcus quæsiti. Quare ex hoc, vt proxime docuimus, arcum quæsitum inuenies. Si vero datus sinus versus sinum totum superat, subtrahe ex eo sinum totum. Remanebit enim sinus rectus arcus, qui quadranti adiectus arcum quæsitum conficiet. Exemplum. Detur sinus versus 9544370. Hunc detraho ex sinu toto 10000000. remanebitq; 455630. sinus complementi arcus quæsiti, ex quo inuenietur arcus grad. 87. Min. 23. Vel partem proportionalem magis præcisus, grad. 87. Min. 23. Sec. 19. Item sit datus sinus versus 10455630. Ex hoc subduco sinum totum 10000000. relinqueturq; 455630. sinus rectus, cuius arcus grad. 2. Min. 37. vel magis præcisus per partem proportionalem inuentus, grad. 2. Min. 36. Sec. 41. adiectus quadranti efficiet arcum quæsitum grad. 92. Min. 37. vel magis præcisum, grad. 2. Min. 36. Sec. 41. Huius opera-*

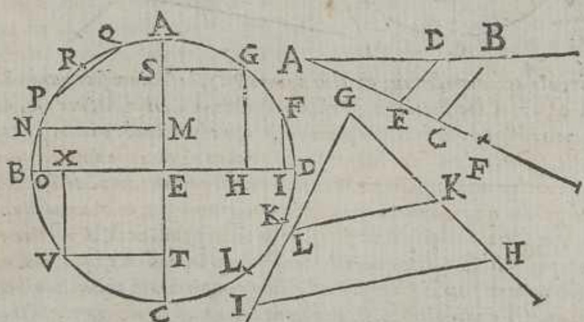
operationis ratio perspicua est ex prima figura in expositione definitionũ posita. In ea enim sinus versus AH, ex sinu toto AE, sublatus relinquit HE, vel FK, sinum complementi arcus AF, qui dicto sinui verso AH, debetur. Item ex sinu verso HC, subductus sinus totus EC, relinquit EH, vel KF, sinum rectum arcus FB, qui quadranti BC, adiectus componit arcum FC, dicto sinui verso HC, respondentem.

EX eadem tabula sinuum rectorum indagabimus quoq; cuiusq; arcus chordam; & contra datæ cuiusq; chordæ arcum reperiemus. Nam si dimidij arcus propositi sinum rectũ accipiamus, eumq; duplicemus, conflabimus dicti arcus chordam. Item si datæ chordæ dimidium, tanquàm sinum rectum sumamus, eiusq; arcum eliciamus, dabit hic arcus duplicatus arcum datæ chordæ respondentem. Id quod ex eadem figura prima, quã in definitionum explicatione descripsimus, manifestum est. Nã in ea FH, sinus rectus arcus AF, vel FC, est semissis chordæ FG, arcus FAG, vel FCG, &c.

Chorda cuiusq; arc⁹; & cõtra, arcus chordæ cuiusq; qua rõne ex tabula sinuũ eliciatur.

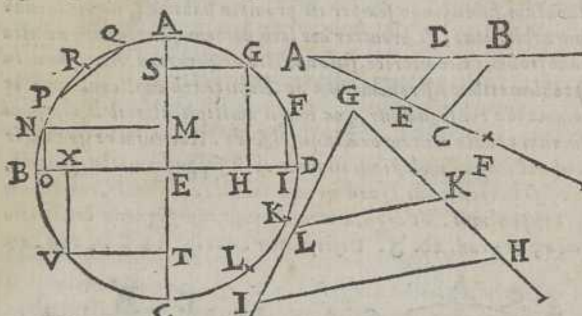
VERVM quia tabulam sinuum non semper in promptu habemus, non iniucundum studiosis fore sum arbitratus, si breuiter hoc loco doceam, antequam ad alia progrediar, qua ratione sinubus Geometrice, sine auxilio numerorum, vti possimus in theorematibus, atq; problematibus Astronomorum ac Geometrarũ explicandis: ita vt solo circini beneficio omnia illa consequamur, quæ longis multiplicationibus, diuisionibusq; numerorum in sinuum tabula contentorũ inquiri solẽt. Hac enim re ijs præsertim consultum erit, qui vel magnã molestiam in numerorũ supputationibus sentiũt, vel non admodum in ijs sese exercuerunt. Quod vt commodius exequamur, rem totam vno aut altero exemplo exponemus. Sit ergo, exempli causa, inuestiganda declinatio cuiusuis puncti Ecliptica, vt grad. 20. ♉. Describatur circulus ABCD, vnà cum duabus diametris AC, BD, sese in centro E, ad angulos rectos secantibus. Et quoniã, vt in coroll. propos. 1. lib. 1. nostræ Gnomonices ostendimus, ea est proportio sinus totius ad sinum maximæ declinationis, quæ sinus illius arcus, quo datum punctum à viciniori puncto æquinoctij distat, ad sinum declinationis eiusdem puncti; sumatur arcus maximæ declinationis DF, (quod quidem facile fiet, si adsit quadrãs æneus, aut ligneus accurate in 90. gradus diuisus, de quo in initio nostræ Gnomonices scripsimus. Sine hoc enim quadrãte non esset operæ pretium velle sinubus vti sine numeris.) & arcus grad. 50. DG, quo nimirum datus gradus 20. ♉. à principio ♈. abest: atq; ex F, G, ad DE, perpendiculares demittantur FI, GH; quod facile fiet, si arcubus DF, DG, sumantur arcus DK, DL, æquales: Rectæ enim puncta G, L, & F, K, iungentes erunt ad DE, perpendiculares, cum per scholium in definitionibus positum secentur in H, I, bifariam, ac propterea ad angulos rectos: Erunt autem FI, GH, sinus recti arcuum DF, DG. Igitur si tribus rectis ED, sinui toti, & FI, sinui maximæ declinationis, & GH, sinui arcus, quo datum punctum ab æquinoctio distat,

Quo pacto sinubus vtẽdũ sit Geometricè sine tabula sinuum.



3. tertij.

12. sexti. *distat, inueniatur quarta proportionalis, inuentus erit sinus rectus declinationis quæsitæ. Ita autem sine magno labore quartam proportionalem reperiemus cum Euclide. Ductis duabus rectis* A B, A C, *angulum quemcunq; facientibus in* A, *sumatur in earum altera, recta* A D, *primæ lineæ, hoc est, sinui toti* E D, *æqualis; & D B, æqualis secundæ lineæ, vt sinui maximæ declinationis* F I: *In altera vero, recta* A E, *tertiæ lineæ, nempe sinui* G H, *æqualis. Deinde ducta recta* D E, *agatur illi per* B, *parallela* B C. *Nam* E C, *erit quarta proportionalis, hoc est, sinus rectus declinationis grad. 20.* ♉. *Cuius arcum ita inquiremus. Rectæ* E C, *inuentæ abscindemus ex semidiametro* E A, *æqualem* E M, *& per* M, *rectæ* E B, *parallelam ducemus* M N. *Arcus namq;* B N, *erit arcus declinationis quæsitæ, cum respondeat sinui recto* E M,
34. primi. *siue* E C: *propterea quod, ducto sinu recto* N O, *arcus* N B, *inter se æquales sint rectæ* E M, O N, *ob parallelogrammum* M O. *Eundem tamen arcum ita quoq; obtinebimus. Rectæ inuentæ* E C, *æqualem abscindemus* C F, *vt* E F, *ipsius* EC, *sit dupla, hoc est, chorda illius arcus, qui duplus est arcus, cuius sinus rectus est* E C. *Nam si rectæ* E F, *æqualem chordã* PQ,



in circulo accommodemus, & eius arcum P Q, *bifariam secemus in* R, *erit quoq;* QR, *vel* P R, *arcus declinationis quæsitæ respondens sinui* E C, *hoc est, dimidiatæ chordæ* P Q, *vt constat ex definitione sinus recti. Quadrans porro in 90. gradus diuisus monstrabit, (si hoc etiam scire lubeat) quot gradus ac Minuta in* B N, *vel* PR, *arcu declinationis contineantur: quamuis Minuta secundũ existimationẽ accipienda sint; propterea quòd gradus quadrantis, nisi admodum magnus esset, in Minuta diuidi non possit.*

RVRSVS *inuestiganda sit ascensio recta grad. 20.* ♉. *Quoniam igitur, vt in scholio propos. 9. lib. 2. Gnomonices demonstrauimus, eadem est proportio sinus complementi declinationis puncti propositi ad sinum complementi arcus, quo datũ punctũ à viciniori puncto æquinoctij abest, quæ sinus totius ad sinum complemẽti ascensionis rectæ: sumatur in eadem figura arcus* B N, *declinationis grad. 20.* ♉. *quæ in tabula declinationis continet grad. 17. Min. 47. ducaturq;* NM, *ad* E A, *perpendicularis, quæ sinus erit complementi dictæ declinationis. Capiatur quoq; arcus* DG, *grad. 50. quo datum punctum ab æquinoctio verno abest, & ad* E A, *perpendicularis ducatur* G S, *nempe sinus complementi dicti arcus* DG. *Post hæc tribus rectis* NM, *sinui complemẽti declinationis dati puncti, &* GS, *sinui complementi arcus* D G, *quo datũ punctum ab æquinoctij puncto distat, et* E D, *sinui toti, quarta proportionalis inueniatur* L I, *vt in lineis* GH, GI, *sese in* G, *secantibus factũ est: Sumpta enim ibi est* G K, *ipsi* N M, *&* KH, *ipsi* GS, *&* GL, *sinui toti* E D, *æqualis, &c. Nam* L I, *inuenta erit sinus complementi ascensionis rectæ dati grad. 20.* ♉. *Quare si ipsi* L I, *ex semidiametro* EC, *abscindatur æqualis recta* E T,
34. primi. *ducaturq;* TV, *ipsi* EB, *parallela, &* VX, *ipsi* E C, *parallela, erunt æquales rectæ* E T, VX. *Cum ergo sinui* VX, *respondeat arcus* B V, *erit huius complementũ* VC, *ascensio*

rectæ

recta gradus 20.♉. Quot autem gradus complectatur arcus V C, indicabit quadrans in 90. gradus diuisus.

E O D E M pacto omnia alia problemata Geometrice per sinus absoluemus, etiamsi sinubus versis vti oportuerit aliquando, qui quidem eadem facilitate ex datis arcubus inueniuntur, & ex ipsis arcus, qua sinus rectos, & sinus complemẽtorum reperimus. Si enim arcus datus minor est quadrante, vt A G; ducta G S. ad A E, perpendiculari, erit A S sinus versus arcus A G. Si vero datus arcus quadrante maior est, vt A V; ducta V T, ad E C, perpendiculari, erit A T, sinus versus arcus A V, vt ex definitione manifestum est.

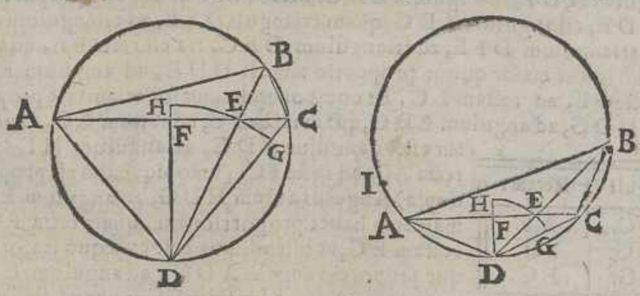
S E D iam ad inquisitionem chordarum Geometricam aggrediamur, ex quibus rursum sinuum tabulam facili negotio componemus.

THEOR. 7. PROPOS. 10.

IN circulo sumptis duobus arcubus inæqualibus, quorum maioris chorda maior sit, quam chorda minoris; maior est proportio arcus maioris ad minorem, quam chordæ arcus maioris ad chordam minoris arcus.

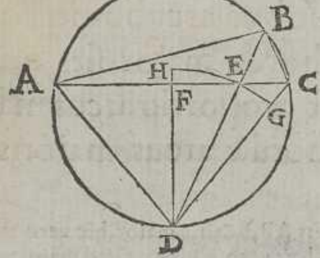
Maior est proportio maioris arc⁹ in circulo ad arcũ minorẽ, q̃ chordæ maioris arcus ad chordã minoris.

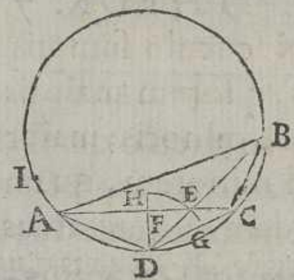
IN circulo ABCD, sint inæquales arcus AB, BC; ille maior, hic vero minor: quorum chordæ A B, B C; illa maior, hæc vero minor. Dico maiorem esse proportionem arcus A B, ad arcum B C, quam chordæ A B, ad chordam B C. Contineant enim chordæ A B, B C, angulum A B C, ita vt arcus sint continuati, minoresq; sint tota circunferentia. Nam si toti circunferentiæ forent æquales, esset eadem chorda vtriusq; arcus: si vero totam circunferentiam excederent, esset chorda arcus minoris maior, quam maioris, vt patet in se-



cunda figura, si minor arcus foret B A I. Angulus porrò A B C, bifariam se- 9.primi.
cetur recta B D, connectãturq; rectæ A C, A D, CD, quarum A C, rectam B D,
secet in E. Erunt autem rectæ A D, C D, æquales, propter arcus A D, C D, 29.tertij.
qui subtensi angulis A B D, C B D, ex constructione æqualibus æquales inter 26.tertij.
se sunt. Et quoniam in triangulo A B C, recta B E, angulum A B C, bifariam
secat; erit, vt A B, ad B C, ita A E, ad E C: Est autem recta A B, maior, quam 3.sexti.
recta

recta B C, ex hypothesi. Igitur & A E, maior erit, quã EC. Diuisa ergo A C, bifariã in F, erit punctũ F, in maiori segmento A E. Ducta autẽ recta DF; quoniã latera A F, F D, trianguli A F D, lateribus C F, F D, trianguli C F D, basisq;
8. primi. A D, basi C D, ostensa est æqualis; erit angulus A F D, angulo C F D, æqualis; ac proinde vterq; rectus erit. Cum ergo in triangulo D E F, duo anguli
17. primi. E, F, duobus rectis sint minores, erit angulus E, acutus, ac proinde reliquus C E D, obtusus. Quare cum in triangulo C D E, duo anguli C, E, sint duobus rectis minores, erit angulus C, acutus. Est igitur in triangulo D E F, la-
19. primi. tus D E, maius latere D F, & in triangulo C D E, minus latere C D. Quocirca arcus circuli ex D, centro per E, descriptus secabit rectam D F, productam in H, rectam autem C D, infra punctum C, in G. Quoniam vero sector DHE,
8. quinti. ad triangulum D E C, maiorem proportionem habet, quam triangulũ DFE,





ad idem triangulum D E C: Item sector idem D H E, ad sectorem D E G, maiorem proportionem habet, quam ad triangulum D E C; habebit multò maiorem proportionem sector D H E, ad sectorem D E G, quam triangulum
Coroll. 1. propos. 33. lib. 6. D F E, ad triangulum D E C. Est autem, vt sector D H E, ad sectorem D E G, ita angulus H D E, ad angulum E D G. Maior ergo quoq; erit proportio anguli H D E, ad angulum E D G, quam trianguli D F E, ad triangulum DEC:
1. sexti. Sed vt triangulum D F E, ad triangulum D E C, ita est recta F E, ad rectam E C. Est igitur maior quoq; proportio anguli H D E, ad angulum E D G,
28. quinti. quæ rectæ F E, ad rectam E C. Et componendo, maior etiam erit proportio anguli H D G, ad angulum E D G, quam rectæ F C, ad rectam E C. Quia igitur est, vt angulus A D C, ad angulum H D G, ita recta AC, ad rectã FC: (vtrobiq; enim est proportio dupla) Angulus autem H D G, ad angulum E D G, maiorem habet proportionem, quam recta F C, ad rectam E C, vt ostendimus; erit ex æquo maior quoque proportio anguli A D C, ad angulum E D G, quam rectæ A C, ad rectam E C, vt in hac formula

Anguli	Rectæ.
ADC.	A C.
HDG.	FC.
EDG.	E C.

31. quinti.

29. quinti. apparet. Diuidendo ergo erit quoq; maior proportio anguli A D E, ad angulum E D G, quam rectæ A E, ad rectam E C. Atqui vt angulus A D E, ad an-
33. sexti. gulum E D G, ita est arcus A B, ad arcum B C; Et vt recta A E, ad rectam EC,
3. sexti. ita est chorda A B, ad chordam B C. Igitur maior erit etiam proportio arcus A B, ad arcum B C, quam chordæ A B, ad chordam B C. In circulo ergo sumptis duobus arcubus inæqualibus, &c. Quod demonstrandum erat.

SCHO-

SCHOLIVM.

QVAMVIS autem Theorema hoc proponatur solum de arcubus illis inæqualibus, quorũ maiori maior chorda subtenditur, quàm minori: Idem tamen locum etiam habet in illis arcubus inæqualibus, quorum maioris chorda minor est, quàm chorda minoris. Nam quia tunc arcus maior ad minorem habet proportionẽ maioris inæqualitatis, chorda vero maioris arcus ad chordam minoris arcus proportionem habet minoris inæqualitatis, maior erit proportio maioris arcus ad minorem, quàm chordæ arcus maioris ad chordam minoris arcus.

COROLLARIVM.

SEQVITVR ex hac propositione, minorem esse proportionem minoris arcus ad maiorem, quàm chordæ minoris arcus ad chordam maioris. Cum enim maior arcus ad minorem habeat maiorem proportionem, quàm chorda maioris arcus ad chordam minoris, vt demonstratum est; habebit conuertendo minor arcus ad maiorem, minorem proportionem, quam chorda arcus minoris ad chordam maioris. 26. quinti.

THEOR. 8. PROPOS. 11.

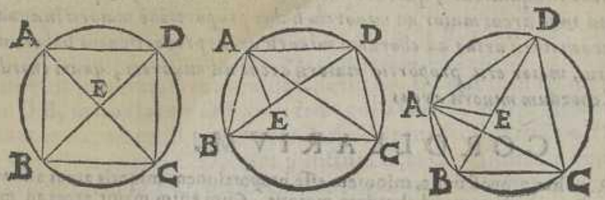
SI in circulo quadrilaterum describatur cum suis diametris; erit rectãgulum sub diametris comprehensum æquale duobus rectãgulis simul, quæ sub lateribus oppositis continentur.

Rectangulũ sub diametris quadrilateri in circulo descripti contentũ æquale est duobus rectangulis sub oppositis lateribus contentis.

IN circulo A B C D, sit quadrilaterum A B C D, cuius diametri A C, B D. Dico rectangulum sub A C, B D, comprehensum æquale esse rectangulis simul sub A D, B C, & sub A B, D C, contentis. Fiat angulo D A C, æqualis angulus B A E; cadetq́; recta A E, vel in ipsam rectam A C; vel inter A C, rectam, & punctum B; vel deniq; inter rectam A C, & punctum D: atq; erit in primo casu angulus B A C, angulo D A E; & in secundo casu totus angulus B A C, toti angulo D A E, propter cõmunem angulum E A C, additum; & & in tertio casu reliquus angulus B A C, reliquo angulo D A E, ob communem angulum E A C, ablatum æqualis.

Et quoniam angulus quoq; A C B, angulo A D B, æqualis est; erit 21. tertij. reliquus etiam angulus A B C, in triangulo A B C, reliquo angulo A E D, in 32. primi. triangulo A E D, æqualis. Erit igitur vt A C, ad C B, ita A D, ad D E. Quare 4. sexti. rectangulum sub A C, D E, æquale est rectangulo sub C B, A D. Rursus 16. sexti. quia angulus B A E, angulo D A C, ex constructione æqualis est; & angulus A B D, angulo A C D: erit & reliquus angulus A E B, in triangulo A E B, re- 21. tertij.

4.sexti. liquo angulo A D C, in triangulo A D C, æqualis. Erit igitur, vt A C, ad C D,
16.sexti. ita A B, ad B E. Quare rectangulum sub A C, B E, æquale est rectangulo sub C D, A B. Quoniam igitur rectangulum sub A C, D E, rectangulo sub C B, A D, ostensum est æquale; & rectangulum sub A C, B E, rectangulo sub C D, A B: Sunt autem rectangula sub A C, D E, & sub



1.secundi. A C, B E, simul rectangulo sub A C, B D, æqualia; erit rectangulum sub A C, B D, rectangulis sub B C, A D, & sub C D, A B, contentis æquale. Si ergo in circulo quadrilaterum describatur, &c. Quod erat demonstrandum.

SCHOLIVM.

QVANDO figura in circulo descripta est quadratum, vt in prima figura, facilius demonstrabitur theorema, hoc modo. Quoniam rectangulum sub A C, B D, Schol. 34. lib. 1. *hoc est, quadratum ex A C, (sunt enim diametri in quadrato æquales) æquale est* 47.primi. *quadratis ex A D, D C, hoc est, rectangulis sub A D, B C, & sub A B, D C, contentis, propter æqualitatem rectarum A D, B C, & A B, D C; liquido constat id, quod proponitur.*

Ex data diametro circuli quo pacto latera trianguli æquilateri, quadrati, hexagoni, pentagoni, & decagoni eiusdem circuli inuestigent.

PROBL. 4. PROP. 12.

EX data circuli diametro quotlibet particularum, latera trianguli æquilateri, quadrati, hexagoni, pentagoni, & decagoni in eodem circulo descriptorum, in eisdem partibus inuestigare.

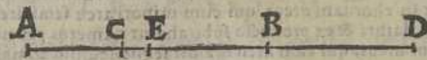
PONATVR diameter partium 20000000. Quoniam igitur latus hexagoni semidiametro circuli est æquale, ipsum notum fiet partium 10000000. (Coroll. 15. quarti.)

RVRSVS, quia quadratum à diametro quadrati cuiusuis descriptum, duplum est quadrati eiusdem; (Schol. 47. primi.) Est autem diameter quadrati in circulo descripti eadem, quæ circuli diameter: si accipiatur quadratum à diametro circuli descriptũ, nẽpe 400000000000000. erit dimidiũ eius, puta 200000000000000. quadratum lateris quadrati, cuius radix quadrata 14142136. dabit latus quadrati. Quod hoc etiam modo reperietur. Quoniam quadratum in circulo de-
47.primi. scriptum duplum est quadrati à semidiametro descriptum, vt patet in triangulo rectangulo A D E, primę figuræ præcedẽtis propos. si 100000000000000. quadratum semidiametri duplicetur, fiet quadratum in circulo descriptum partium 200000000000000. cuius radix quadrata 14142136. rursus dabit latus quadrati.

PRAE-

PRAETEREA, cum latus trianguli æquilateri in circulo descripti sit potentia triplum semidiametri eiusdem circuli, efficitur, vt quadratum semidiametri triplicatum det quadratum lateris triãguli 300000000000000. cuius radix quadrata idem latus exhibebit partium 17320508. 12. tertij-dec.

SIT insuper A B, semidiameter circuli cuiusuis, qua diuisa secundum extremam ac mediam rationem in C, vt maius segmentum sit B C; producta autem A B, & abscissa B D, quæ maiori segmento B C, sit æqualis; erit quoq; A D, in B, diuisa secundum extremam ac mediam rationem, maiusq; segmentum erit A B: quod cum sit latus hexagoni in circulo, cuius semidiameter A B; erit B D, latus decagoni in eodem circulo. Quod hac ratione notum efficietur. Secta A B, bifariam in E, erit quadratum rectæ D E, compositæ ex minori segmento D B, & dimidio B E, maioris segmenti B A, quintuplum quadrati rectæ B E, quæ cognita est, cum sit semisis semidiametri A B, ac proinde partium 5000000. Quare si quadratum rectæ B E, quincuplicetur, fiet quadratum rectæ D E, 125000000000000. cuius radix quadrata dabit rectam D E, partium 11180340. ex qua si dematur recta B E, partium 5000000. reliquum erit B D, latus decagoni partium 6180340. 30.sexti. 5.tertijdec. coroll. 15.6 Schol.9. 13 3.tertijdec.



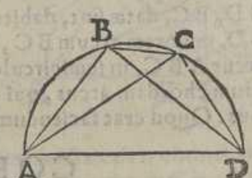
POSTREMO, quoniam pentagoni latus potest & latus hexagoni, & latus decagoni; si quadratum lateris hexagoni 100000000000000. & quadratum lateris decagoni 38196602515600. simul componantur, fiet quadratum lateris pentagoni 138196602515600. cuius radix quadrata dabit latus pentagoni partium 11755705. Atq; ita latera trianguli æquilateri, quadrati, pentagoni, hexagoni, & decagoni nota facta sunt in partibus diametri circuli, in quo describuntur. Ex data igitur circuli diametro quotlibet particularum, latera trianguli æquilateri, quadrati, &c. inuestigauimus. Quod erat faciendum. 10. tertij-dec.

PROBL. 5. PROP. 13.

EX datis chordis duorum arcuũ inæqualium chordam arcus, quo maior arcus minorem superat, inquirere.

Qua ratione ex duabus chordis cognitis inuestigetur chorda differentiæ, qua arcus chordarũ datarũ inter se differunt.

IN semicirculo A B C D, sint datæ chordæ A B, A C, & B C, sit chorda arcus B C, quo maior arcus A C, minorem A B, superat: oporteatq; inquirere chordã B C. Ductis rectis B D, C D; quoniam chordæ A B, A C, ponuntur notæ, notæ quoque erunt chordæ B D, C D. Rectangulum ergo sub datis rectis A B, C D, comprehensum, notum erit: Item rectangulum sub datis rectis A C, B D. Est autem rectangulum sub rectis, A C, B D, æquale duobus rectangulis sub A B, C D, & sub B C, A D. Ablato ergo rectangulo noto sub A B, C D, ex rectangulo sub A C, B D, notum fiet reliquum rectangulum sub B C, A D. 3.huius. 11.huius.



quod diuisum per diametrum A D, notam, cognitam faciet chordam B C. Ex datis ergo chordis duorum arcuum inæqualium chordam arcus, quo maior arcus minorem superat, inquisiuimus. Quod faciendum erat.

COROLLARIVM.

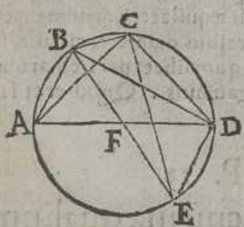
Praxis. ITAQVE datis chordis duorum arcuum inæqualium, si maioris chorda multiplicetur in chordam arcus, qui cum minori arcu semicirculum conficit, quæ quidem per 3. propos. datur; & ex producto subtrahatur numerus procreatus ex minoris arcus chorda in chordam arcus, qui cum arcu maiori semicirculum complet, quæ per eandem propos. 3. datur; reliquus autem numerus per diametrum diuidatur, reddetur chorda illius arcus, quo maior arcus minorem superat, nota: vt ex figura & demonstratione huius propos. manifestum est.

PROBL. 6. PROPOS. 14.

Qua arte ex datis duabus chordis cognoscatur chorda arcus cõpositi ex duobus arcubus datarũ duarũ chordarũ.

EX datis chordis duorum arcuum chordam arcus, qui ex duobus illis arcubus componitur, inuestigare.

IN circulo A B C D E, cuius centrum F, datæ sint duæ chordæ A B, B C: oporteatq; inuestigare chordam A C, arcus A B C, ex duobus arcubus A B, B C, compositi. Ductis duabus diametris A D, B E, & rectis BD, C E, C D,
5. huius. D E; quoniam data est chorda A B, dabitur quoq; chorda B D, arcus B C D, reliqui in semicirculo A B D. Pari ratione, quia data est chorda B C, dabitur quoq; chorda C E, arcus C D E, reliqui in semicirculo B C E. Et quia
15. primi. anguli A F B, D F E, æquales sunt, lateraq; F A, F B, lateribus F D, F E, æqualia, æquales quoque
4. primi. erunt bases A B, D E; ac proinde cum A B, data sit, data quoq; erit D E. Quoniam igitur rectan-
11. huius. gulum sub datis rectis B D, C E, æquale est rectangulis sub datis rectis B C, D E, & sub diametro B E, ac recta C D: si rectangulum sub B C, D E, datum auferatur ex rectangulo dato sub B D, C E; notum relinquetur rectangulum sub B E, C D. quo diuiso per diametrum notam B E, nota fiet chor-
3. huius. da C D; ac proinde & chorda A C, reliqui arcus A B C, in semicirculo A C D, nota erit.



3. huius. ALITER. Quoniam data est chorda A B, dabitur etiam B D, reliqui arcus B C D, in semicirculo A B D: Data est autem & B C. Igitur cum chordæ
13. huius. B D, B C, datæ sint, dabitur quoq; chorda C D, arcus C D, quo maior arcus
3. huius. B D, minorem arcum B C, superat; ac proinde rursus chorda A C, reliqui arcus A B C, in semicirculo A C D, dabitur. Ex datis ergo chordis duorum arcuum chordam arcus, qui ex duobus illis arcubus componitur, inuestigauimus. Quod erat faciendum.

COROLLARIVM.

Praxis. ITAQVE datis chordis duorum arcuum, si chordæ arcuum duorum, qui cum illis semicirculos complent, quæ quidem per propos. 3. dantur, inter se multiplicentur, & ex producto

ducto auferatur numerus procreatus ex multiplicatione duarum chordarum datarum inter se; reliquus autem numerus per diametrum diuidatur, relinquetur chorda, ex qua si per propos. 3. inuestigetur chorda arcus, qui cum relictæ chordæ arcu semicirculum conficit, erit hæc inuenta subtendens arcum compositum ex duobus arcubus duarum chordarum datarum. Operatio hæc perspicua est ex figura, & demonstratione priori huius propos.

EADEM hæc operatio colligi potest ex posteriori demonstratione, vt manifestum est.

PROBL. 7. PROPOS. 15.

Quo pacto ex data chorda reperiatur chorda semissis arcus datæ chordæ.

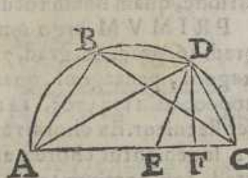
EX data chorda cuiusuis arcus chordā semissis illius arcus inuenire.

IN circulo A B C, cuius centrum E, data sit chorda B C, arcus B D C, cuius semissis sit arcus B D, eiusq; chorda B D, quam inuenire oporteat. Ducta diametro D G, secabit ea, per lemma in definitionibus positum, rectam B C, bifariam, ac proinde ad angulos rectos. Iunctis autem rectis B A, B G; erunt duo triangula A B C, E F C, æquiangula, cum angulus E F C, ostensus sit rectus, & angulus A B C, sit quoq; rectus in semicirculo, at angulus C, commu nis. Igitur erit, vt C F, ad F E, ita C B, ad B A: & permutando, vt C F, ad C B, ita F E, ad B A. Cum ergo C F, dimidium sit ipsius C B, vt ostendimus, erit & E F, dimidium ipsius A B: ac propterea cum A B, data sit ex data B C, data quoq; erit E F; qua dempta ex semidiametro E D, nota, data erit quoq; reliqua F D. Quoniam vero in triangulo G B D, angulus B, rectus est, à quo demissa est B F, ad basim G D, perpendicularis; erit recta D B, media propor tionalis inter G D, & F D: atq; adeo rectangulum sub G D, F D, notis quadrato rectæ D B, æquale. Notum ergo erit quadratum rectæ D B; propterea q; radix eius quadrata rectam D B, notam exhibebit. Quam etiam ita cognoscemus. Quoniam F D, nota facta est, erunt quadrata rectarum F D, F B, nota: quæ cum æqualia sint quadrato rectæ B D; erit & hoc quadratum notum, cuius radix quadrata iterum rectam B D, efficiet notam. quod est propositum.

3. tertij. 31. tertij. 4. sexti. 3. huius. 31. tertij. Coroll. 8. 6. 17. sexti. 47. primi.

ALITER. SIT rursus in semicirculo A B C, data chorda B C, arcus B D C, cuius semissis sit arcus D C, eiusq; chorda D C, quam oporteat dari. Ducta chorda A B, abscindatur ei æqualis A E, iunganturq; rectæ B D, D E; Diuisa quoq; E C, bifariam in F, demittatur recta D F. Quoniam igitur duo latera B A, A D, æqualia sunt duobus lateribus E A, A D, angulosq; comprehendunt æquales, ob arcus æquales B D, D C; erunt bases B D, D E, æquales. Est autem B D, recta rectæ D C, æqualis. Igitur & recta D E, eidem D C, æqualis erit. Quare cum duo latera E F, F D, duobus lateribus C F, F D, æqualia sint, basisq; D E, basi D C, æqualis; erunt anguli ad F, æquales, ideoq; recti. Quoniam vero chorda A B, nota est ex data chorda B C; erit quoq; A E, ipsi A B, æqualis, nota: qua ablata ex diametro A C, nota relinquetur E C; ac proinde & huius medietas F C. Iam vero, quia C D, media

27. tertij. 4. primi. 29. tertij. 8. primi. 3. huius. Coroll. 8. 6.



pro-

19. sexti. proportionalis est inter A C, F C; erit rectangulum sub A C, F C, æquale quadrato rectæ C D. Cum ergo illud notū sit, ob notas A C, F C; erit & quadratum ex D C, notum: atq; adeo radix eius quadrata rectam D C, efficiet notam. Quare ex data chorda cuiusuis arcus chordam semissis illius arcus inuenimus. Quod erat faciendum.

COROLLARIVM.

Praxis. ITAQVE, si per propos. 3. inueniatur chorda arcus, qui cum arcu datæ chordæ semicirculum conficit; inuentæ autem huius chordæ dimidium ex semidiametro detrahatur, & reliquus numerus in diametrum multiplicetur, dabit radix quadrata huius producti chordam semissis illius arcus, cuius chorda data est. Vel si reliqui illius numeri quadratum iungatur quadrato semissis chordæ datæ, componetur numerus, cuius radix quadrata chordam quæsitam exhibebit cognitam. Quæ quidem operatio facile colligitur ex figura, & priori demonstratione huius propos.

ITEM si per propos. 3. reperiatur chorda arcus, qui cum arcu datæ chordæ semicirculum conficit; inuenta autem hæc chorda ex diametro detrahatur, & reliqui numeri dimidium in diametrum multiplicetur, dabit radix quadrata huius producti chordam semissis illius arcus, cuius chorda data est. Vt perspicuum est ex figura, & posteriori demonstratione huius propos.

PROBL. 8. PROPOS. 16.

Qua ratione omniū arcuū chordæ supputentur.

CHORDAS omnium arcuum semicirculi sese ordine superantium vno Minuto, in partibus diametri in quotius particulas distributæ, supputare.

STATVAMVS, chordas omnium arcuum supputandas esse respectu diametri in partes 200000. distributæ. Quod vt fiat accuratius, ponenda erit in supputationibus diameter partium 20000000. Ita enim fiet, vt abiectis duabus primis figuris ad dexteram ex singulis chordis inuentis, relinquātur chordæ magis exquisitę respectu diametri partium 200000. quemadmodum ad initium propos. 9. de Sinubus docuimus, vbi etiam addidimus, quot particularum sinus totus assumi debeat in supputatione, si sinus totus in tabula plurium particularum desideretur. Quod etiam de tota diametro hic intelligi debet, statuendo semper diametrum duplo plurium particularum in supputatione, quam sinum totum ibi constituimus.

PRIMVM ergo omnium inuentæ sunt in propos. 12. chordæ arcuum grad. 36. grad. 60. grad. 72. grad. 90. & grad. 120. nempe latera decagoni, hexagoni, pentagoni, quadrati, & trianguli æquilateri, partium 6180340. 10000000. 11755705. 14142136. 17320508. qualium 20000000. tota diameter statuitur. Ex chordis autem 6180340. 11755705. arcuum grad. 36. & grad. 72. inuenientur chordæ arcuum reliquorum in semicirculo, vt grad. 144. & grad. 108. partium 19021130. 16180340. vt in propos. 3. ostendimus.

DEINDE per propos. 13. eiusq; corollarium reperientur chordæ omnium arcuum, qui differentiæ sint duorum quorumlibet arcuum, quorū chordæ sint notæ. Vt ex chorda arcus grad. 120. & ex chorda arcus grad. 36. inueniemus chordam arcus grad. 84. qui illorum differentia est. Item ex chorda

arcus

arcus grad. 90. & ex chorda arcus grad. 60. cognoſcemus chordam arcus grad. 30. quo duo illi inter ſe differunt. Eodemq; modo plurimorum arcuum chordas inueſtigabimus.

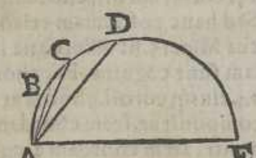
RVRSVS per ea, quæ propoſ. 14. eiuſq; corollario demonſtrauimus, reperiemus chordam cuiuſq; arcus compoſiti ex duobus, quorum chordæ notæ ſint. Vt ex chorda arcus grad. 60. & ex chorda arcus grad. 90. nota reddetur chorda arcus grad. 150. ex illis duobus compoſiti. Sic etiam ex chorda arcus grad. 90. & ex chorda arcus grad. 36. cognoſcetur chorda arcus grad. 126. &c.

PRAETEREA per doctrinam propoſ. 15. eiuſq; coroll. cognita chorda cuiuſuis arcus, cognoſcemus & chordam dimidiati arcus. Vt ex chorda arcus grad. 60. notam efficiemus chordam arcus grad. 30. Ex hac chordam arcus grad. 15. Ex hac vero chordam arcus grad. 7. Min. 30. & ex hac chordam arcus grad. 3. Min. 45. Item ex chorda arcus grad. 72. explorabimus chordam arcus grad. 36. Et ex hac chordã arcus grad. 18. Et ex hac chordã arcus grad. 9. Et ex hac chordã arcus grad. 4. Min. 30. Et ex hac chordam arcus grad. 2. Min. 15. Sic etiam, quoniam per propoſ. 13. eiuſq; coroll. ex chordis arcuum grad. 36. & grad. 48. cognoſcitur chorda arcus grad. 12. quo illi duo inter ſe differunt, cognoſcemus ex chorda arcus grad. 12. chordam arcus grad. 6. Et ex hac chordam arcus grad. 3. Ex hac chordam arcus grad. 1. Min. 30. Et ex hac chordam arcus grad. 0. Min. 45. Deinde ſi per ea, quæ demonſtrata ſunt, arcuum cæterorum chordas diligẽter ex inuentis inquiramus, inueniemus chordas omnium arcuum, qui ſe ordine continuo ſuperant Minutis 45. ita vt primus arcus contineat grad. 0. Min. 45. ſecundus grad. 1. Min. 30. tertius grad. 2. Min. 15. vltimus deniq; ſit totus ſemicirculus grad. 180. Immo vero, ſi, vt proxime docuimus, inuenta fuerit chorda arcus grad. 0. Min. 45. inueniemus ex hac, per doctrinam propoſ. 14. eiuſq; coroll. chordas omnium arcuum ſeſe continue Minutis 45. ſuperantium, ſi primo inueſtigemus chordam arcus grad. 1. Min. 30. ex duobus arcubus Min. 45. & Min. 45. compoſiti: Deinde vero chordam arcus grad. 2. Min. 15. qui ex duobus arcubus grad. 1. Min. 30. & Min. 45. componitur: Et poſtea chordam arcus grad. 3. qui componitur ex arcu grad. 2. Min. 15. & ex arcu Min. 45. atq; ita deinceps, apponendo ſemper arcui antecedenti arcum Min. 45.

Supputatio chordarũ arcuum Min. 45 ſeſe ſuperantium.

POSTREMO aliorum arcuum chordas inueſtigabimus hac arte. Sit in ſemicirculo ABCDE, chorda AB, arcus Min. 45. & AD, chorda arcus grad. 1. Min. 30. at AC, chorda arcus grad. 1. quæ inueſtiganda proponatur. Quoniam igitur maior eſt proportio arcus AC, ad arcum AB, quam chordæ AC, ad chordam AB: Habet autem arcus AC, ad arcum AB, proportionẽ ſeſquitertiam; habebit chorda AC, ad chordam AB, proportionem minorem, quàm ſeſquitertiam. Cum ergo chorda AB, arcus Min. 45. ex præcedentibus inuenta ſit partium ferè 130899. erit chorda AC, arcus grad. 1 (quæ nimirum ad chordam AB, hoc eſt, ad 130899. minorem proportionem habet, quam ſeſquitertiam.) minor, quàm 174532. cum hic numerus ad illum proportionem habeat ſeſquitertiam. Rurſus quia maior eſt proportio arcus AD, ad arcum AC, quam chordæ AD, ad chordam AC: Habet autem

Supputatio chordæ arcus grad. 1.



10. huius.

10. quinti.

10. huius.

autem arcus A D, ad arcum A C, proportionem sesquialteram; habebit chorda A D, ad chordam B C, minorem proportionem, quam sesquialteram. Cum ergo chorda A D, arcus grad. 1. Min. 30. ex præcedentibus inuēta sit partium ferè 261792. erit chorda A C, arcus grad. 1. (ad quam nimirum chorda A D, hoc est, numerus 261792. minorem proportionem habet, quam sesquialterā.)
10. quinti. maior, quam 174528. cum ad hunc numerum numerus 261792. proportionem sesquialteram habeat. Constat igitur, chordam arcus grad. 1. consistere inter duos hos numeros, 174532. 174528. cum ille maior sit, hic vero minor. Statuamus ergo eam esse 174530. inter numeros illos omnino mediam. Ita enim sensibiliter non differet à vera chorda arcus grad. 1.

NON putes autem, eadem hac arte inuestigari posse chordam arcus cuiusuis plurium graduum ex duabus chordis notis duorum arcuum circunstantium. Nam cum in maioribus arcubus magna sit differentia inter arcus, & chordas, ægre iudicari poterit, quinam numerus ex intermedijs inter duos inuētos constitui debeat chorda arcus propositi. Quod hoc exemplo faciemus perspicuum. Sint cognitæ chordæ arcuum grad. 59. Min. 46. & grad. 60. Min. 30. partium 9964712. & 10075480. Si quis igitur ex his eruere vellet chordam arcus grad. 60. ita esset ei progrediendum. Quoniam minor est proportio arcus
Coroll. 10. huius. grad. 59. Min. 46. ad arcum grad. 60. quam chordæ ad chordam: Habet autem 9964712. chorda arcus grad. 59. Min. 46. ad $10003614\frac{1698}{1793}$. proportionem eandem, quam arcus grad. 59. Min. 46. ad arcum grad. 60. erit chorda ar-
10. quinti. cus grad. 60. minor, quam $10003614\frac{1698}{1793}$. vtpote ad quam chorda 9964712. maiorem proportionem habeat, quam ad $10003614\frac{1698}{1793}$. Item
10. huius. quia maior est proportio arcus grad. 60. Min. 30. ad arcum grad. 60. quam chordæ ad chordam: Habet autem 10075480. chorda arcus grad. 60. Min. 30. ad $9992211\frac{69}{121}$. eandem proportionem, quam arcus grad. 60. Min. 30. ad
10. quinti. arcum grad. 60. erit chorda arcus grad. 60. maior, quam $9992211\frac{69}{121}$. vtpote ad quam chorda 10075480. proportionem habeat minorem, quam ad $9992211\frac{69}{121}$. Constituenda igitur esset chorda arcus grad. 60. inter hos duos numeros $10003614\frac{1698}{1793}$. $9992211\frac{69}{121}$. qui cum valde inter se differant (est enim eorum differentia ferme 11403.) ambiguum erit, quanta ea sit assumenda. Quæ ambiguitas in peruestigatione chordæ arcus grad. 1. locum non habet, cum in tam paruis arcubus chordę parū ab arcubus differant.

Supputatio chordarū arcuum per Min. 15. extensorum. IAM vero inuenta chorda arcus grad. 1. reperiemus quoq;, per propos. 15. eiusq; coroll. chordam arcus Min. 30. Et ex hac chordam arcus Min. 15. Sed hanc postremam etiam inueniemus per propos. 13. eiusq; coroll. cum arcus Min. 15. sit differentia inter arcum grad. 1. & arcum Min. 45. quorū chordæ iam sunt cognitæ. Per chordā autem arcus Min. 15. cognoscemus per propos. 14. eiusq; coroll. chordā arcus Min. 30. qui ex arcu Min. 15. & ex arcu Min. 15. componitur. Item chordam arcus Min. 45. ex arcubus Min. 30. & Min. 15. compositi. Item chordam arcus grad. 1. ex arcubus Min. 45. & Min. 15. conflati. Et chordam arcus grad. 1. Min. 15. Et chordam arcus grad. 1. Min. 30. quamuis omnes hæ chordæ iam factæ sint alia ratione notæ. Deniq; hac via reperiemus chordas omnium arcuum sese ordine Minutis 15. superantium: quamuis multas illarum alijs rationibus inuestigare possimus, vt ex propos. 13. 14. 15. earumq; corollarijs manifestum est.

Supputatio chordarū QVOD si statuantur ordine omnes arcus sese Minutis 15. superantes, vnà cum eorum chordis; & ad dexteram cuiusuis chordæ ascribatur differentia,

tia, qua à præcedenti chorda differt, inueniemus per regulam proportionum chordas aliorum arcuum intermediorum per quina minuta extensorum: & ex his chordas omnium arcuum per singula minuta progredientium; quemadmodum supra de inuétione sinuum diximus. Quod vt facilius intelligatur, proponemus hoc vnum exemplum. Sit inquirenda chorda arcus Min. 20. Quoniam igitur differentia inter 43632. chordam Min. 15. & 87264. chordam Min. 30. est 43632. Dic. Si Min. 15. quibus arcus Min. 15. ab arcu Min. 30. differt, requirunt differentiam 43632. adijciendam ad chordam arcus Min. 15. vt fiat chorda arcus Min. 30. quantã postulant differentiam Minuta 5. quibus arcus Min. 15. ab arcu Min. 20. differt, addendam ad eandem chordam arcus Min. 15. vt componatur chorda arcus Min. 20? Inuenies enim requiri differentiam 14544. quæ addita ad 43632. chordam arcus Min. 15. constituet 58176. chordam arcus Min. 20. Eademq; ratio est de cæteris. arcuum per singula Minuta extensorum.

SCHOLIVM.

SED *magnum compendium nobis in hac re afferet propositio sexta. Nam ex ea plurimas chordas ex alijs inuentis per solam additionem, subtractionemue cõficiemus. Si namq; chordam cuiusuis arcus, qui maior non sit, quàm grad. 60. addamus chordæ arcus, quem arcus grad. 120. sumpto illo arcu superat, componemus chordam arcus, qui eodem illo arcu assumpto arcum grad. 120. excedit: propterea quòd differentia inter chordas duorum horum arcuum maiorum æqualis est chordæ arcus illius assumpti, qui maior non ponitur, quàm grad. 60. vt ibi ostendimus. Vt si 3472964. chordam arcus grad. 20. adijciamus ad 15320890. chordam arcus grad. 100. quem arcus grad. 120. superat dicto arcu grad. 20. cõponemus 18793854. chordã arcus grad. 140. qui arcum grad. 120 eodem arcu grad. 20. excedit. Ita quoque, si 10000000. chordam arcus grad. 60. addamus chordæ 10000000. arcus grad. 60. quem arcus grad. 120. dicto illo arcu grad. 60. superat, conficiemus 20000000. chordam arcus grad. 180. qui arcum grad. 120. eodem illo arcu grad. 60. superat.* Compendium mirificũ pro inuentione plurim arũ chordarũ.

ITEM *si chordam cuiuslibet arcus, qui arcu grad. 60. maior non sit, subtrahamus ex chorda arcus, qui arcum grad. 120 sumpto illo arcu superat, relinquetur chorda arcus, quem arcus grad. 120. eodem illo arcu assumpto excedit. Vt si 3472964. chordam arcus grad. 20. detrahamus ex 18793854. chorda arcus grad. 140. qui arcum grad. 120. superat arcu illo sumpto grad. 20. remanebit 15320890. chorda arcus grad. 100. qui eodem illo arcu grad. 20. ab arcu grad. 120. superatur.*

RVRSVS *si ex chorda cuiusuis arcus, qui maior sit arcu grad. 120 subducatur chorda arcus, qui tanto minor sit arcu grad. 120. quanto ille maior est, reliqua erit chorda arcus, quo vteruis illorum ab arcu grad. 120. differt. Vt si ex 18793854. chorda arcus grad. 140. auferamus 15320890. chordam arcus grad. 100. relinquetur 3472964. chorda arcus grad. 20. quo vterq; illorum ab arcu grad. 120. differt. Quæ omnia ex dicta propos. 6. colliguntur.*

SATIS *ergo est, vt per regulam proportionum inuestigentur chordæ omnium arcuum à principio semicirculi vsque ad arcum grad. 60. Si enim ex his reperiantur chordæ arcuum, qui cum illis semicirculum conficiant, & ex his repertis subducantur priores illæ inuentæ, remanebunt chordæ omnium arcuum inter arcum grad. 60. & arcum grad. 120. Item si notæ essent chordæ omnium arcuum ab arcu grad. 60. vsq; ad finem semicirculi, & chordæ omnium arcuũ, qui minores sint arcu grad. 120. auferren-*

ferrentur ex chordis omnium arcuũ maiorũ, quàm grad. 120. reliquæ fierent chordæ mnium arcuum à principio semicirculi vsque ad arcum grad. 60. Deniq; si chordæ omnium arcuum à principio semicirculi vsque ad arcum grad. 120. inuentæ essent, & chordæ omnium arcuum minorum, quàm 60. grad. chordis omnium arcuum maiorum quàm grad. 60. adijcerentur, componerentur chordæ omnium arcuum maiorum, quàm grad. 120.

Qua rõne sinus oĩum arcuum ex chordis inueniantur.

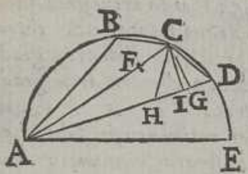
PORRO *si chordæ omnium arcuum semicirculi in tabulam redigantur, & chordæ omnium arcuum, qui se continuè* Minutis *2. excedunt, secentur bifariam, inuenientur sinus omnium arcuum per singula* Minuta *progredientiũ, vt ex defin. 3. constat.*

Recti⁹ fecere eos, q̃ tabulã sinuũ cõstruunt, quàm qui chordarũ.

HINC *constat, rectius fecisse recentiores, qui sinuum tabulã confecerunt, quàm* Ptolemæum *& veteres, qui chordas in tabulam redegerunt.* Pro *sinubus enim satis est, si* Quadrans *circuli per singula* Minuta *extendatur: at pro chordis necesse est totum semicirculum per* Minuta *singula extendere: ita vt chordarum tabula sit duplo maior quàm tabula sinuum.* Taceo, *multo expeditiorem, breuiorem, faciliorem q; esse sinuum, vsum in rebus* Astronomicis, *&* Geometricis, *quàm chordarum: vt ijs est manifestum, qui sese in huiusmodi vsu exercuerunt aliquando.*

Differẽtiæ chordarũ à principio semicirculi vsq; ad eius finẽ sensim decrescunt: ita vt chordæ minorũ arcuũ maiores habeant differentias, quàm chordæ arcuum maiorũ dũ modo arc⁹ habeãt differentias æquales.

QVEMADMODVM *autem sinuũ differentiæ sensim decrescunt à principio quadrantis vsque ad eius finem; ita vt, positis pluribus arcubus æqualiter sese excedentibus, minorum sinus habeant maiores differentias, quàm sinus maiorum, vt in coroll. propos.* 1. *ostendimus: ita quoque chordarum differentiæ paulatim decrescunt à principio semicirculi ad eius finem vsq. Nam positis pluribus arcubus, quorum æquales sint differentiæ, minorum chordæ maiores habent differentias, quàm chordæ maiorum. quod ita demonstrabimus. Sint in semicirculo* ABCDE, *arcus* AB, AC, AD, *quorum differentiæ* BC, CD, *æquales sint, chordæ autem eorundem* AB, AC, AD: *abscindaturq; recta* AF, *chordæ* AB, *æqualis; & recta* AG, *chordæ* AC, *æqualis.* Dico FC, *differentiam inter chordas* AB, AC, *maiorem esse, quàm* GD, *differentiam inter chordas* AC, AD. *Abscissa enim recta* AH, *æquali ipsi* AF, *vel ipsi* AB, *iunctisque rectis* BC, CD, CG, CH: *quoniam latera* BA, AC, *lateribus* HA, AC, *æqualia sunt, angulosq; continent æquales ad* A, *propter æquales arcus* BC, CD; *erunt bases* BC, CD; *æquales.*



27. tertij.
29. tertij.
5. primi.
17. primi.
5. primi.

Est autem recta BC, *rectæ* CD, *æqualis, ob æquales arcus eosdem* BC, CD. *Igitur & recta* CH, *rectæ* CD, *æqualis erit. Anguli ergo* CHD, CDH, *æquales quoque erunt: qui cum sint duobus rectis minores: erit vterque eorum acutus. Eodem pacto erit vterque angulorum* ACG, AGC, *acutus: propterea quod inter se etiam æquales sunt, ob æquales rectas* AC, AG. *Quia igitur in triangulo* CGH, *anguli ad* G, H, *acuti sunt; fit, vt* CI, *ducta ad* DH, *perpendicularis cadat intra triangulum in rectam* GH, *vt in scholio propos.* 13. *lib. 2. Eucl. demonstrauimus. Itaque quia duo anguli* CHI, CIH, *trianguli* CHI, *duobus angulis* CDI, CID, *æquales sunt, suntq; duo latera* CH, CD, *æqualibus rectis angulis opposita æqualia, vel certe latus* CI, *commune est; erunt quoque latera* IH, ID, *æqualia.*

26. primi.

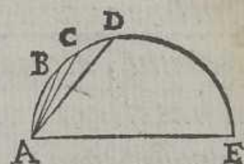
Cum ergo ID, *maior sit, quàm* GD, *erit quoq;* HI, *& à fortiori* HG, *maior, quam* GD. *Est autem* HG, *ipsi* FC, *æqualis, propterea quòd & rectæ* AC, AG, *inter se, & rectæ* AF, AH, *inter se æquales sunt. Igitur &* FC, *differentia chordarum* AB, AC, *maior erit, quàm* GD, *differentia chordarum* AC, AD. *Quod est propositum.*

NEC.

NEC vero prætereundum est, si, posita diametro partium 120 chordas arcuum inquiramus in partibus, Minutis, & Secundis, vt Ptolemæus fecit, chordas arcuum minorum, quàm grad. 60. habere plures Partes, Minuta, ac Secunda: quam arcus, quorum sunt chordæ: at vero chordas arcuum maiorum, quàm grad 60. esse pauciorum Partium, Minutorum, ac Secundorum, quàm arcus illis respondentes. Vt in tabula hic apposita manifestum est, quam ex Ptolemæi tabula exerceptam huc transtuli. In qua cernis chordas arcuum minorum, quàm grad. 60. maiores esse, quoad numerum partium, Minutorum, & secundorum, quàm arcus respondentes, quoad gradus, ac Minuta; chordas vero arcuum maiorum, quàm grad. 60. esse minores arcubus respondentibus, quoad eosdem numeros. Cuius quidem rei hæc est demonstratio.

Arcus		Chordæ		
G	M.	Par.	M	Sec.
0	30	0	31	25
10	0	10	27	32
20	0	20	50	16
45	0	45	55	19
50	0	50	42	51
60	0	60	0	0
66	30	65	47	43
80	30	77	32	6
90	0	84	51	10
120	0	103	55	23
170	0	119	32	37

IN semicirculo ABCDE, sit arcus AC, grad. 60. & AB, minor, nempe grad. 45. at AD, maior, puta grad. 80. Min. 30. ducanturque chordæ AB, AC, AD. Dico chordam AB, maiorem esse, quàm Par. 45. at chordam AD, minorem, quàm Partiũ 80. Min. 30. Cum enim maior sit proportio arcus AC, ad arcum AB, quàm chordæ AC, ad chordam AB: sit autem proportio arcus AC, ad arcum AB, eadem, quæ 60. ad 45. erit proportio chordæ AC, ad chordam AB, minor, quàm 60. ad 45. Quare cum chorda AC, sit Partium 60. vtpote quæ semidiametro æqualis est, per coroll. propos. 15. lib. 4. Eucl. erit chorda AB, maior, quàm Partium 45. propterea quòd 60. ad numerum, qui maior sit, quàm 45. minorem proportionem habet, quàm ad 45. Atq; ita in tabella superiori vides chordam arcus grad. 45. esse Partium 45. Min. 55. Sec. 19. Rursus quia maior est proportio arcus AD, ad arcum AC, quàm chordæ AD, ad chordam AC: Est autem proportio arcus AD, ad arcum AC, eadem, quæ grad. 80. Min. 30. ad 60. erit chordæ AD, ad chordam AC, minor proportio, quàm Par. 80. Min. 30. ad 60. Cum ergo chorda AC, sit Partium 60. erit chorda AD, minor, quàm Par. 80. Min. 30. propterea quòd numerus, qui minor sit, quàm Par. 80. Min. 30. ad 60. minorem proportionẽ habet, quàm Par. 80. Min. 30. ad eundem numerum 60. Atque ita cernis in superiori tabella chordã arcus grad. 80. Min. 30. cõtinere partes duntaxat 77. Min. 32. Sec. 6. Eademq; ratio est de aliis chordis minoribus, & maioribus, quàm AC, hoc est, quàm chorda arcus grad. 60.



10. huius.

8. quinti.

10. huius.

8. quinti.

LINAE TANGENTES, atque Secantes.

QVANQVAM Astronomi omnia sua problemata, atque theoremata per solos sinus explicare poßint, vt communiter ab omnibus fieri solet, quia tamen multa facilius, ac breuius expediuntur, si vnà cum sinubus lineæ tangentes, secantesque adhibeantur, vt ex doctrina triangulorum erit manifestum; quas quidem lineas vtili sane consilio Recentiores excogitarunt, atque in tabulas redegerunt: visum est has etiam lineas paucis exponere, vt doctrina nostrorum triangulorum perfectior euadat.

Doctrina triangulorũ in quo consistat.

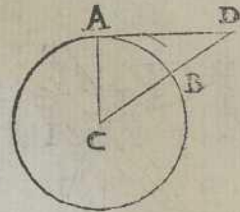
Vniuersa siquidem triangulorum doctrina in tribus hisce linearum generibus, nempe in sinubus, lineis tangentibus, & secantibus, potißimum consistere videtur. Primum autem explicandum est, quid sit linea tangens, & quid secans propositi cuiusuis arcus.

Linea tangens, & secans quid.

CVM *ergo ab altero extremo cuiuslibet arcus, qui quadrante minor sit, semidiameter ducta fuerit, in cuius extremitate recta linea circulum tangat, & per alterum extremum eiusdem arcus extendatur alia recta linea ex centro ad tangentem lineam vsque: appellatur portio lineæ tangentis inter duas rectas è centro egredientes, Linea tangens illius arcus, quem eadẽ duæ rectæ e centro eductæ includunt: Recta vero altera puncto contactus opposita inter centrum, & lineam tangentem, dicitur Linea secans eiusdem arcus. Vt si in circulo A B, cuius centrum C, sumatur arcus A B, quadrante minor, & in extremitate semidiametri A C, ab extremitate A,*

ducta

ducta recta A D, circulum tangat, recta autem C D, circulum secet, conueniens cum A D, in D, (conueniet enim necessario, propterea quòd duo anguli C A C, D C A, duobus rectis sunt minores; cum ille rectus sit, hic autem recto minor, propter arcum A B, quadrante minorem.) dicetur A D, Tangens arcus A B, at C D, Secans eiusdē arcus. Tangentem vocant nonnulli Adscriptam, quòd circulo quodāmodo adscribatur; Secantem vero, Hypotenusam, propterea quòd in triangulo rectāgulo A C D, (angulus enim A, apud contactum rectus est) angulum rectum subtendit: Semidiametrum denique A C, siue sinum totum, dicunt basem eiusdem trianguli.



Linea adscripta, & Hypotenusa quid.

18. tertij.

QVEMADMODVM *autem in omni triangulo rectangulo, si latus recto angulo oppositum ponatur sinus totus, reliqua duo latera sunt sinus recti reliquorum angulorum acutorum, quibus opponuntur; Item vtrumuis reliquorum laterum est sinus complementi anguli sibi adiacentis, vt in definitionibus sinuum traditum est: ita quoque si alterutrum laterum circa angulum rectum statuatur sinus totus, erit alterum latus circa angulum rectum Tangens anguli acuti sibi oppositi, latus vero angulo recto oppositum Secans eiusdem anguli. Vt in triangulo rectangulo A C D, latus C A, est sinus totus, nempe semidiameter circuli A B: at A D, tangens anguli C, vel arcus A B, & C D, eiusdem secans. Eodem pacto, si D A, statuatur sinus totus, erit A C, tangens anguli D, & D C, eiusdem secans.*

Si in triangulo rectangulo alterutrum laterum circa angulū rectum ponatur sinus totus, erit alterum latus circa angulum rectū tangens anguli acuti sibi oppositi, & latus recto angulo oppositum eiusdem secans.

ETSI *autem diximus, tangentem, & secantem sumi respectu arcus quadrante minoris, tamen eadem tangens, & secans referri solet ad arcum etiam, qui cum illo semicirculum complet: adeo vt duo arcus semicirculum conficientes, vel duo anguli duobus rectis æquales, vnam eandemq; tangentem, atq; secantem habeant: quemadmodum & eundem sinum rectum habent, vt in tractatione sinuum tradidimus: adeo vt si quæratur tangens & secans alicuius arcus quadrante maioris, sumenda sit tangens, & secans arcus quadrante minoris, qui cum illo semicirculum complet.*

Duo arcus semicirculū cōficiētes vel duo anguli duob⁹ rectis æquales habent candē tangentem & secantem.

PORRO *qua ratione Tangentes, & Secantes omnium arcuum quadrantis reddantur cognitæ in partibus sinus totius, ac proinde qua via tabula Tangentium, tabula item Secantium componenda sit, sequentibus propositionibus, quæ ad lineas Tangentes, ac Secantes spectant, planum fiet.*

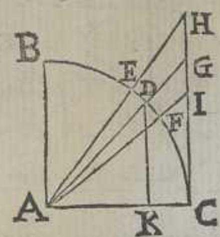
THEOR. 9. PROPOS. 17.

Tangentes quomodo se habeant cū sinu toto comparatæ.

TANGENS dimidij quadrantis sinui toti æqualis est: Tangens autem arcus maioris dimidio quadrantis maior est sinu toto: Et Tangens minoris arcus minor est. Secans denique dimidij quadrantis dupla est sinus recti eiusdem dimidij.

IN quadrante A B C, sit arcus C D, semissis ipsius; C E, semisse maior, & C F,

C F, minor. Ducta autem recta C H, ad A C, perpendiculari, quæ circulum
coroll. 16 3 tanget in C, ducantur rectæ A G, A H, A I, per puncta D, E, F. Item D K, ad A C, perpendicularis. Eritq; C G, tangens arcus C D; & C H, tangens arcus C E; & C I, tangens arcus C F. at D K, sinus rectus arcus C D, & A G, eiusdem secans. Dico C G, æqualem esse sinui toti A C; at C H, maiorem, & C I, minorem. Item A G, duplam sinus D K. Quoniam



27. tertij. enim anguli C A G, G A B, æquales sunt, ob arcus æquales C D, D B; estq; angulus B A C, rectus, erit vterq; illorum semirectus. Quare & reliquus angu-
32. primi. lus C G A, in triangulo A C G, semirectus erit; propterea quòd angulus C, rectus est. Igitur recta
5. primi. C G, tangens arcus C D, qui semissis est quadrantis, sinui toti A C, æqualis erit. Ex quo sequitur, C H, tangentem arcus C E, qui semisse quadrantis maior est, sinu toto A C, maiorem esse; & C I, tangentem arcus C F, qui semisse quadrantis minor est, minorem: cum punctum H, necessario cadat supra G, & punctum I, infra.

QVOD tamen seorsum ita quoq; ostendi potest, nulla habita ratione tangentis C G, cuius arcus est semissis quadrantis. Quoniam arcus C E, semisse quadrantis maior est, erit arcus B E, semisse quadrantis minor. Igitur angulus
Schol. 27. 3. C A H, angulo H A B, maior est, ac proinde maior semirecto. Cum ergo an-
32. primi. gulus C, rectus sit, erit reliquus A H C, in triangulo A C H, semirecto minor.
19 primi. Quare recta C H, tangens arcus C E, qui semisse quadrantis maior est, maior est sinu toto A C.

RVRSVS quia arcus C F, semisse quadrantis minor est, ac proinde B F,
Schol. 27. 3. maior, erit angulus C A I, angulo I A B, minor; atque adeo minor semirecto.
32. primi. Cum ergo angulus C, sit rectus, erit reliquus A I C, in triangulo A C I, maior semirecto: ac propterea recta C I, tangens arcus C F, qui quadrantis semisse
19. primi. minor est, minor erit sinu toto A C.

PRAETEREA quoniam angulus K, rectus est, & D A K, semirectus, vt
6. primi. ostensum est; erit & A D k, semirectus; ac proinde A K, sinui D K, æqualis
4. sexti. erit. Quia vero triangula G A C, D A K, æquiangula sunt, erit vt A G, ad AC, ita A D, hoc est, A C, ad A K; ac proinde tres rectæ G A, secans; A C, sinus totus, & A K, sinus dimidij quadrantis, continue proportionales erunt. Ita
Corol. 20. 6 ergo erit quadratum ex A G, ad quadratum ex A C, vt recta A G, ad rectam A K. Est autem quadratum ex A G, quadrati ex A C, duplum propterea quòd
47. primi. æquale est quadratis ex A C, C G, æqualibus. Igitur & A G, secans dimidij quadrãtis dupla est sinus A K, vel D K, eiusdem dimidij. Quocirca tangens dimidij quadrantis sinui toti æqualis est, &c. Quod demonstrandum erat.

SCHOLIVM.

Quæ tangentes in tabula tãgentiũ minores sint sinu toto, & quę maiores. Itẽ cur secãs gr. 45. dupla sit sinus gr. 45.

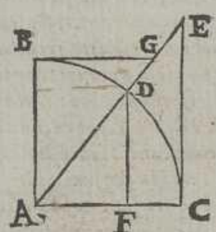
EX *hac propos. aperte causa colligitur, cur in tabula* Tangentium *omnes tangentes arcuum minorum, quàm grad. 45. minores sint sinu toto: Tangens vero arcus gra. 45. sinui toti æqualis:* Tangentes *denique omnes arcuum maiorum, quàm grad. 45. sinu toto maiores. Item cur in tabula Secantium secans arcus grad. 45. dupla sit sinus arcus eiusdem grad. 45.*

THEOR.

THEOR. 10. PROPOS. 18.

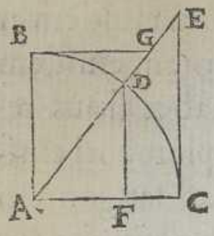
QVAM proportionem habet ſinus complementi arcus cuiuſuis ad ſinum rectum eiuſdem arcus, eam habet ſinus totus ad tangentem eiuſdem arcus: Item quam proportionem habet ſinus rectus cuiuſlibet arcus ad ſinum complementi eiuſdem arcus, eam habet ſinus totus ad tangentem eiuſdem complementi. Sinus autem totus medio loco proportionalis eſt inter ſinum complementi cuiuſuis arcus, & ſecantem eiuſdem arcus: Item inter ſinum rectum cuiuſlibet arcus, & ſecantem complementi eiuſdem arcus. Sinus denique idem totus medius proportionalis eſt inter tangentem arcus cuiuſuis, & tangentem complementi eiuſdem arcus. Quam proportionem habeat ſin⁹ totus ad tãgenté, & ſecantem cuiuſuis arc⁹.

IN quadrante A B C, ſit D F, ſinus arcus C D; & C E, eiuſdem tangens inter ſemidiametrum A C, & ſecantem A E: Item B G, tangens arcus B D, qui complementum eſt arcus C D. Dico ita eſſe ſinum complementi arcus C D, ad ſinum rectũ eiuſdẽ arcus, vt eſt ſinus totus A C, ad tangentem C E, &c. Quoniam enim, vt in expoſitione definitionum dictum eſt, A F, æqualis eſt ſinui complementi arcus C D, cum ſit æqualis ſinui recto arcus BD, qui complementum eſt arcus C D; ſuntq; triangula A F D, A C E, æquiangula, ob rectos angulos F, C, & communem angulum A: erit vt A F, ſinus complementi arcus C D, ad F D, ſinum rectum eiuſdem arcus C D, ita A C, ſinus totus ad C E, tangentem eiuſdem arcus. quod eſt primum. 4. ſexti.



DEINDE eadem ratione erit, vt A F, ſinus rectus arcus B D, ad F D, ſinũ complementi eiuſdem arcus B D, ita A C, ſinus totus ad C E, tangentem eiuſdem complementi arcus BD. quod eſt ſecundum.

TERTIO in eiſdem triangulis erit, vt A F, ſinus complementi arcus C D, ad A D, ſinum totum, ita A C, ſinus totus ad A E, ſecantem eiuſdem arcus C D. Item vt A F, ſinus rectus arcus B D, ad A D, ſinum totum, ita A C, ſinus totus ad A E, ſecantem arcus CD, qui complementum eſt eiuſdem arcus B D. Quare ſinus totus medius proportionalis eſt inter AF, ſinũ cõplementi arcus C D, & A E, ſecantem eiuſdem arcus C D: Item inter A F, ſinum rectum arcus B D, & AE, ſecantem complementi eiuſdem arcus B D. quod eſt tertium.



29 primi. 4. ſexti.

POSTREMO, quia triangula A C E; G B A, æquiangula ſunt, quòd anguli C, B, ſint recti; & alterni C A E, B G A, nec non alterni A E C, G A B, æquales: erit vt C E, tangens arcus C D, ad A C, ſinum totum, ita A B, ſinus totus ad B G, tangentem complementi eiuſdem arcus C D. Pari ratione erit, vt B G, tangens arcus B D, ad A B, ſinum totum, ita A C, ſinus totus ad C E, tangentem complementi eiuſdem arcus B D. quod eſt quartum. Quã ergo proportionem habet ſinus complementi arcus cuiuſuis, &c. Quod erat demonſtrandum.

SCHOLIVM.

Quo pacto tangentes omniũ arcuum reperiantur.

ITAQVE per ea, quæ primo loco demonſtrata ſunt in hac propoſ. ſi fiat, vt ſinus complementi cuiuſuis arcus ad ſinũ rectũ eiuſdẽ arcus, ita ſinus totus ad aliud; hoc eſt, ſi ſinus arcus cuiuslibet in ſinum totũ multiplicetur, (quod fiet facile, ſi ei ad dextrã præponas tot cifras, quot in ſinu toto continentur, nempe ſeptem, ſi ſinus totus fuerit 10000000. *vel quinque, ſi ſinus totus fuerit* 100000 *) productusq; numerus per ſinum complementi eiuſdem arcus diuidatur: inuenietur* Tangens *illius arcus, cuius ſinum complementi accepiſti, vel cuius ſinum rectum in ſinum totum multiplicaſti. Vt ſi tangens arcus gra.* 30. *quæratur, adiungemus eius ſinui recto* 5000000 *ſeptem cifras, hoc modo.* 50000000000000. *& hunc numerum per* 8660254 *ſinum complementi eiuſdem arcus grad.* 30. *partiemur. Nam quotiens numerus* 5773503. *dabit tangentem arcus grad.* 30. *quatenus ſinus totus eſt* 10000000. *Hinc fit, tangentes omnes per ſolam diuiſionem inueniri. Nam ſi omnium arcuum ſinubus, initio facto à principio quadrantis, ſeptem cifras apponas, & compoſitos numeros per ſinus complementorum eorundem arcuum, quemlibet per ſuum correſpondentem, diuidas, prodibunt omnium arcuum tangentes, vt ex demonſtratis liquido cõſtat. Quamobrem perfacilis eſt conſtructio tabulæ Tangentium.*

Sola diuiſione omnes tangentes eliciuntur.

Qua rõne ſecãtes omniũ arcuũ inueſtigentur.

RVRSVS per ea, quæ tertio loco in hac propoſ. ſunt demonſtrata, ſi fiat, vt ſinus complementi cuiuſuis arcus ad ſinum totum, ita ſinus totus ad aliud: hoc eſt, ſi ſinus totus in ſeipſum multiplicetur, (quod facile fiet, ſi ei ad dextram præponas tot cifras, quot ſunt in ſinu toto, puta ſeptem, vel quinque, prout ſinus totus habuerit ſeptem, aut quinque cifras.) numerusq; productus per ſinum complementi cuiuſuis arcus diuidatur: reperietur Secans *illius arcus, per cuius ſinum complementi diuiſio facta eſt. Vt ſi ſecans arcus grad.* 30 *deſideretur, diuidemus* 100000000000000. *(productum ſcilicet numerum ex ſinu toto in ſeipſum) per* 8660254. *ſinum complementi arcus grad.* 30. *Numerus enim Quotiens* 11547005 *dabit ſecantem arcus grad.* 30. *quatenus ſinus totus eſt* 10000000. *Sola ergo diuiſione huius ſemper numeri*

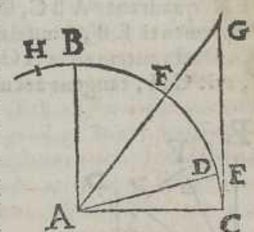
1000.

100000000000000. *per sinus complementorum omnium arcuum, initio facto à principio Quadrantis, omnium arcuum secantes eruuntur, vt ex demonstratis liquet. Ex quo facilima erit constructio tabulæ secantium.* Sola diuisione eiusdē semper numeri p sinus omnes secantes inueniuntur.

THEOR 11. PROPOS. 19.

TANGENS cuiusuis arcus, qui semisse quadrantis maior sit, æqualis est tangenti & secanti simul arcus, qui duplus sit excessus, quo datus arcus semissem quadrantis superat. Tangens arcus maioris semisse quadrantis, cui tangenti & secanti simul sit æqualis.

IN quadrante A B C, sit C G, tangens arcus C F, qui semisse quadrantis maior sit, inter semidiametrum A C, & secantem A G, eiusdem arcus C F, comprehensa. Dico C G, æqualem esse tangenti, & secanti simul arcus, qui duplus sit excessus, quo arcus C F, semissem quadrantis superat. Sumpto enim arcu F D, ipsi F B, æquali, ducatur recta A D, extendaturq; vsque ad E. Et quoniam anguli B A F, F A E, ob æquales arcus B F, D F, æquales sunt: Et angulo B A F, æqualis est alternus angulus G; erit quoq; idem angulus G, angulo G A E, æqualis. Quare rectæ E G, E A, æquales sunt: ac propterea, addita communi C E, erit C G, tota tangens arcus C F, duabus C E, & A E, hoc est, tangenti, & secanti arcus C D, simul æqualis. Dico iam arcum C D, duplum esse excessus quo arcus CF, propositus semissem quadrãtis superat. Producto enim arcu quadrantis ad partes B, sumptoq; arcu B H, æquali ipsi C D, cum & arcus F B, arcui FD, sit æqualis, erit totus arcus FH, toti arcui CF, æqualis, ac proinde arcus C H, duplus erit arcus C F. Quoniam vero arcus C H, quadrantem C B, superat arcu B H, hoc est, arcu C D; superabit C F, semissis arcus C H, semissem quadrantis C B, semisse excessus CD. Arcus igitur CD, duplus est excessus, quo datus arcus C F, semissem quadrantis superat. Est autē ostensum, CG, tangentem arcus CF, æqualem esse tangenti C E, & secanti A E, simul arcus C D. Igitur tangens cuiusuis arcus, qui semisse quadrantis maior sit, æqualis est tangenti, & secanti simul arcus, qui duplus sit excessus, quo datus arcus semissem quadrantis superat. Quod ostendendum erat.



27. tertij.

29. primi.

6. primi.

7. huius.

SCHOLIVM.

HANC *propositionem nonnulli ita proponunt.*

SECANS cuiusuis arcus vna cum tangente eiusdem æqualis est tangenti arcus compositi ex dato arcu, & semisse complementi eiusdem. Secās, & tāgens eiusdem arcus cui tāgenti simul æquales sint.

NAM *in eadem figura sit* AE, *secans, &* CE, *tangens eiusdem arcus* CD. *Secto*

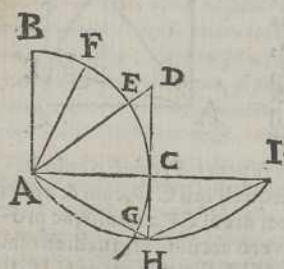
autem arcu B D, *nempe complemento arcus* C D, *bifariam in* F, *ducatur ex centro* A, *per* F, *recta* A G, *secans tangentem* C E, *productam in* G. *Eritq;* C G, *tangens arcus* C F, *compositi ex dato arcu* C D, *&* D F, *semisse complementi* D B. *Dico secantem* A E, *& tangentē* C E *simul æquales esse tangenti* C G. *Quia enim anguli* B A F,
27.tertij. F A E, *æquales sunt, propter æquales arcus* B F, F D; *& angulo* B A F, *alternus*
29.primi. *angulus* G, *æqualis est; erit quoque angulus idem* G, *angulo* G A E, *æqualis. Quare*
6.primi. *æquales sunt rectæ* E A, E G: *atque adeo, addita communi* E C, *duæ* A E, E C, *simul toti* C G, *æquales erunt.*

THEOR. 12. PROPOS. 20.

Secans cuiusuis arc⁹ quorū duorū arcuum tangentib⁹ fit æqualis.

SECANS cuiusuis arcus æqualis est tangenti eiusdem, vna cum tangente semissis complementi arcus eiusdem.

IN quadrante A B C, sit A D, secans, & C D, tangens arcus C E, cuius complementi E B, semissis sit E F, vel F B, & huic semissi æqualis sit arcus C G. Ducta autem recta A G, & producta, donec cum D C, protracta coeat in H, erit C H, tangens arcus C G, qui semissis est complementi arcus C E.



Dico secantem A D, æqualem esse tangenti C D, & tangenti C H, simul, hoc est, toti lineæ DH. Quoniam enim anguli E A F, C A G,
27.tertij. æquales sunt, ob æquales arcus E F, C G; addito communi angulo E A C, erunt toti anguli F A C, E A H, æquales. Rursus quia
32.primi. in triangulo rectangulo A C H, duo anguli A, H, vni recto, nimirū angulo B A C, æquales sunt; ablatis angulis B A F, C A H, qui
27. tertij. propter æquales arcus BF, CG, æquales sunt, erunt reliqui anguli F A C, & H, æquales. Est autem angulus F A C, ostensus æqualis angulo E A H. Igitur & angulus H, eidem angulo E A H, æqualis erit: ac propte-
6.primi. rea rectæ A D, D H, æquales erunt, hoc est, secans A D, tangentibus D C, C H, æqualis erit. quod est propositum.

ALITER. Sit rursus A D, secans, & C D, tangens arcus C E. Dico secantem A D, æqualem esse tangenti C D, vnà cum tangente semissis complementi arcus E C, seu anguli D A C, hoc est, vna cum tangente semissis anguli D, qui complementum est anguli DAC, cum ambo in triangulo rectāgulo ACD,
32.primi. vni recto sint æquales. Centro namque D, & interuallo D A, arcus circuli describatur A H I, secans D C, productam in H, & A C, productam in I, ducanturq; rectæ A H, H I. Quia igitur recta D C, ex centro D, circuli A H I, edu-
3.tertij. cta secans rectam A I, ad angulos rectos, secat eam bifariam; secabit eadem D C H, & arcum A H I, bifariam, ex lemmate in definitionibus demonstrato.
27.tertij. Quare anguli C A H, & I, æquales sunt. Quoniam autem, cum anguli D, & I, eandem habeant basim arcum A H, & ille sit ad centrum D, hic vero ad circun-

cunferentiam, angulus D, anguli I, duplus est; erit quoque idem angulus D, anguli C A H, duplus: ac proinde angulus C A H, semissis erit anguli D, qui complementum est anguli D A C. Cum ergo C H, tangens sit anguli C A H, sitq; D A, recta rectæ D H, ex defin. circuli, æqualis: liquido constat, secantem A D, arcus C E, æqualem esse tangenti C D, eiusdem arcus, vnà cum CH, tangente semissis complementi arcus C E, seu anguli C A D. Quapropter Secans cuiusuis arcus æqualis est tangenti eiusdẽ, &c. Quod demonstrandũ erat. 20. tertij.

SCHOLIVM.

EX proximis duobus theorematibus mirificum nobis compendium suppeditatur ad tabulam tam Tangentium, quàm Secantium construendam. Nam si per ea, quæ propos. 18. eiusq; scholio præcepimus, tangentes omnium arcuum per singula minuta extensorum vsque ad semissem quadrantis, secantes vero omnium arcuum totius quadrantis inquiramus; inueniemus earum beneficio per solam additionem tangentes aliorum arcuum, vsque ad arcum grad. 67. Min. 30 si nimirum tangentem, & secantem cuiusq; arcus minoris semisse quadrantis, qui minuta numero paria contineat, in vnam summã colligamus: propterea quòd tangens cuiusuis arcus maioris semisse quadrantis æqualis est tangenti, ac secanti arcus, qui duplus sit excessus, quo datus arcus semissem quadrantis superat; quales sunt omnes arcus minutorũ parium vsq; ad gra. 45. vt arcus Min. 2. Min. 4. Min. 6. &c. Exempli causa. si desideretur tangens arcus gra. 45. Min. 1 colligemus in vnam summam tangentem 5818. & secantẽ 10000002. arcus Min. 2 qui duplus est arcus Min. 1. quo datus arcus grad. 45 Min. 1. semissem quadrantis, hoc est, arcũ grad. 45 superat. Numerus enim cõflatus 10005820. dabit tãgentẽ propositi arcus grad. 45. Min. 1. qui semissem quadrantis superat semisse arcus Min. 2. vt propos. 19. ostensum est. Idẽ arcus grad. 45. Min. 1. cõponitur ex arcu Min. 2. & semisse cõplemẽti eiusdẽ arcus, quod cõplectitur grad. 89. Min. 58. hoc est, ex arcu Min. 2. & arcu grad. 44. Min. 59 ac proinde, vt in scholio propos. 19. demonstrauimus, numerus 10005820, conflatus ex tangente, & secante arcus Min. 2. dabit tangentem dicti arcus compositi ex arcu Min. 2. & semisse complementi eiusdem.

Compẽdiũ mirificum pro cõstructione tabulæ tam tangentium, q̃ secantium.

19. huius.

EADEM ratione tangens cuiusuis arcus maioris semisse quadrantis componetur ex tangẽte, & secante arcus, qui duplus sit excessus, quo arcus ille semissem quadrantis superat. Item si in vnam summã colligantur tangens, & secans cuiusuis arcus minoris semisse quadrãtis, conflabitur tãgens arcus cõpositi ex illo arcu, & semisse complementi eiusdem. Vt tangens 14352451. arcus grad. 55. Min. 8. composita est ex tangente 3692500. & secante 10659951. arcus grad. 20 Min. 16. qui duplus est arcus grad. 10 Min. 8 quo datus arcus grad. 55 Min. 8. quadrantis semissem superat. Item si tangens 3692500. & secans 10659951. arcus grad. 20. Min. 16. in vnam summam colligantur, conflabitur tangens 14352451. arcus grad 55. Min. 8. compositi ex illo arcu grad. 20. Min. 16. & semisse complementi eiusdem, nempe ex arcu grad. 34. Min. 52. cum complementũ arcus grad. 20. Min. 16. cõprehendat grad. 69. Min. 44.

ITAQVE proposito arcu quocunque, qui maior sit quadrantis dimidio, si ex eo detrahatur semissis quadrantis, id est, arcus grad. 45. & reliqui arcus sumatur duplus, component tangens & secans huius dupli arcus sumpti tangentem propositi illius arcus. Vt si quæratur tangens arcus grad. 55. Min. 8. detrahendi erunt grad. 45. ex eo, & reliqui arcus grad. 10. Min. 8. sumendus duplus arcus grad. 20. Min.

 16. Hu-

19.huius. 16 Huius enim tangens, & secans component illius tangentem, vt demonstratum est.

INVENTIS autem hoc modo tangentibus arcuum semisse quadrantis maiorũ vsque ad arcum grad. 67. Min. 30. inclusiue; si rursus tangentem, ac secantem cuiusq; horum arcuum, qui minuta numero paria complectatur, (quales sunt arcus grad. 45. Min. 2. & grad. 45. Min. 4. &c.) in vnam summam colligamus, reperiemus tangentes maiorum adhuc arcuum, nempe grad. 67. Min. 31. & grad. 67. Min. 32. &c. vsque ad arcũ gra. 78. Min. 45. inclusiue. Nam huius arcus grad. 33. Min. 45. quo arcus grad. 78 Min 45 semissem quadrantis excedit, duplus est arcus grad. 67. Min. 30. cuius tangens vltimo loco inuenta fuit. Item ex his tangentibus arcuum maiorum, quàm grad. 67. Min. 30. vsque ad arcum grad. 78. Min. 45. inclusiue inuentis; si rursus tangentem, & secantem cuiusq; illorum, qui minuta numero paria comprehendat, in vnam colligamus summã, inueniemus tãgentes maiorum adhuc arcuum, cuiusmodi sunt arcus grad. 78. Min. 46. & grad. 78. Min. 47. &c. vsque ad arcum grad. 84. Min. 22 inclusiue. Nam huius arcus grad. 39. Min. 22. quo arcus grad. 84. Min. 22. semißem quadrantis superat, duplus est arcus grad. 78. Min. 44 qui maximus est eorum, qui minuta numero paria habent, & quorum tangentes iam inuentæ sunt. Sic etiam ex his inuentis reperiemus tangentes maiorum adhuc arcuum, quàm grad. 84. Min. 22. vsque ad arcum grad. 87. Min. 11. Quia huius arcus grad 42. Min. 11. quo arcus grad 87 Min. 11. dimidium quadrantis excedit, duplus est arcus grad. 84. Min. 22. cuius tangens vltimo loco fuit inuenta. Ex his vero repertis conficiemus tangentes sequentium arcuum, vsque ad arcum grad. 88. Min. 35. propterea quòd huius arcus grad. 43 Min. 35. quo arcus grad. 88. Min. 35. quadrãtis dimidiũ excedit, duplus est arcus gra. 87. Min. 10. qui maximus est eorũ, qui minuta habent numero paria, & quorum tangentes proxime inuentæ sunt. Per has quoque reperiemus aliorum arcuum tangentes, vsque ad arcum grad. 89 Min. 17. inclusiue; cum huius arcus grad. 44. Min. 17. quo arcus grad. 89 Min. 17. dimidiatum quadrantem excedit, duplus sit arcus grad. 88. Min. 34. vtpote maximus eorum, qui minuta numero paria continent, & quorum iam tangentes sunt cognitæ. Beneficio deinde harum tangentium inuentarum eliciemus tangentes aliorum arcuum, vsque ad arcum grad. 89. Min. 38. inclusiue; eo quod huius arcus grad. 44. Min 38. quo arcus grad. 89. Min. 38. semissem quadrantis superat, duplus est arcus grad. 89. Min. 16. qui maximus est eorum, qui minuta numero habent paria, & quorũ tangentes iam factæ sunt notæ; Hinc aliorum arcuũ tãgentes inquiremus, vsq; ad arcũ gra 89. Min. 49. quippe qui superet quadrãtis dimidiũ arcu grad. 44. Min. 49 cuius duplus est arcus grad. 89. Min. 38. ad quẽ proxime peruenimus. At ex his inuestigabimus tangentes sequentium arcuum vsq; ad arcum grad. 89. Min 54 quippe qui quadrantis medietatẽ superet arcu grad. 44. Min. 54. cuius duplus est arcus grad. 89. Min. 48. qui maximus est eorum, qui minuta habent numero paria, & quorum tangentes iam sunt inuentæ. Eadẽ ratione ex his inueniemus tangentes sequentium arcuum vsq; ad arcum grad. 89. Min. 57 Quia huius arcus grad. 44. Min. 57. quo arcus grad. 89. Min 57. quadrantis dimidium superat, duplus est arcus grad. 89. Min. 54. ad quem proxime peruentum fuit. Denique ex tangente, & secante arcus grad. 89. Min. 56. conficiemus tangentem arcus grad. 89. Min. 58. Et hinc tangentem explorabimus arcus grad. 89. Min. 59. Atq; ita, vt vides, ex tangentibus arcuum vsque ad grad. 45. & ex secantibus omnium arcuum quadrantis perficitur integra tabula tangentium.

QVOD si secantem cuiuscunq; arcus subducas ex tangente alterius arcus, qui ex priore illo, ac semisse complementi eiusdem componitur, reliquam facies tangentem

tem eiusdem prioris illius arcus, cuius secantem subduxisti. Item si tangentem cuiuslibet arcus ex eiusdem secante detrahas, remanebit tangens semissis complementi arcus eiusdem. Primum constat ex scholio propos. 19. vbi ostensum est, secantem, & tangentem cuiusuis arcus simul æquales esse tangenti arcus compositi ex illo, & ex semisse complementi eiusdem. Hinc enim fit, vt secans ex cōposita hac tangente ablata relinquat alteram illā tangentem. Secundum vero liquet ex propos. hac 20. vbi demonstrauimus, secantem cuiusuis arcus æqualem esse tangenti eiusdem, vna cum tangente semissis complementi arcus eiusdem. Quare huius semissis tangens reliqua fiet post subtractionem alterius illius tangentis ex secante. V. g. si secantem arcus grad. 20. quæ est 10641777. detrahamus ex 14281480. tangente arcus grad. 55. compositi ex arcu grad. 20. & semisse complementi eiusdem, relinquetur tangens 3639703. arcus eiusdem grad. 20. Item si 4244748. tangentem arcus grad. 23. ex 10863603. secante eiusdem arcus subducamus, remanebit tangens 6618855. arcus grad. 33. Min. 30. hoc est, semissis complementi dati arcus grad. 23. Rursus si 11547004. secantem arcus grad. 30. ex 17320508. tangente arcus grad. 60. qui ex arcu grad. 30. & semisse complementi eiusdem componitur, auferamus, relinquetur tangens 5773504. arcus grad. 30. Et si 1763268. tangentem arcus grad. 10. demamus ex 10154264. secante eiusdem arcus gra. 10. remanebit tangēs 8390996. arcus grad. 40. qui semissis est complementi dicti arcus grad. 10.

IAM vero si per ea, quæ propos. 18. eiusq; scholio tradidimus, tangentes omnium arcuum quadrantis per singula Minuta extensorum inuestigemus; reperiemus earum beneficio per solam additionem secantes omnium arcuum per bina minuta progredientium, si nimirum tangentem cuiusuis arcus minuta numero paria habentis addamus ad tangentem semissis complementi arcus eiusdem: propterea quòd Secans cuiusuis arcus æqualis est tangenti eiusdem, vna cum tangente semissis complementi eiusdem; constat autem omnium arcuum minuta numero paria habentium complementa semisses habere. Exempli causa, si desideretur secans arcus Min. 2. addemus eius tangentem 5818. ad 9994184. tangentem arcus grad. 44. Min. 59. qui semissis est complementi arcus dati Min. 2. Numerus enim compositus 10000002. erit secans arcus Min. 2. sic etiam si quæratur secans arcus grad. 89. Min. 58. addemus eius tangentem 17188033689. ad 2909. tangentem arcus Min. 1. qui semissis est complementi arcus dati grad. 89. Min. 58. Nā numerus conflatus 17188036598. erit secans arcus grad. 89. Min. 58. Hac ratione conficietur dimidiata pars tabulæ Tangentium: at Tangentes arcuum minuta numero imparia habentium, quoniam eorum complementa semisses non habent, nisi ad Secunda venire velimus, inuestigandæ erunt, vt propos. 18. eiusq; scholio præcepimus. 20. huius.

RVRSVS secantem cuiusuis arcus inueniemus, si eius tangentem demamus ex tangente arcus compositi ex arcu illo, & semisse complementi eiusdem arcus. Nam cū, vt demonstrauimus, secans cuiusuis arcus, vnà cum tangente eiusdem æqualis sit tangenti arcus compositi ex dato arcu, & semisse complementi eiusdem; efficitur, vt tangens dati arcus ex tangente arcus ex eo, & semisse complementi compositi ablata relinquat secantem eiusdem dati arcus. Vt si cupiamus secantem arcus Min. 2. auferemus 5818. tangentem ipsius ex 10005820. tangente arcus grad. 45. Min. 1. cōpositi ex arcu Min. 2. & ex arcu grad. 44. Min. 59. qui semissis est complementi arcus dati Min. 2. Relictus namque numerus 10000002 erit secans arcus dati Min. 2. Ita quoq; si velimus habere secantem arcus grad. 60. subducemus 17320508. eius tangentem ex 37320514. tangente arcus grad. 75. compositi ex dato arcu grad. 60. & ex arcu Schol. 19. huius.

grad.

grad. 15. qui semissis est complementi dati arcus grad. 60. **Remanebit enim numerus** *20000006. pro secante dati arcus grad. 60.*

Tangētes, & Secātes magis esse accuratas, per sinus inuētas, q̄ per additionē, subtractionēue, vt in hoc scholio traditū est.

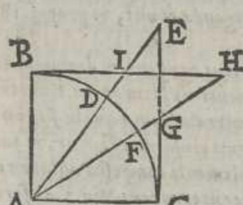
HAEC, quæ hoc scholio tradita à nobis sunt, vera sunt, si sinus exquisite inuenti fuerint: sed quia non omnes sinus accurate sunt cogniti, maxime sinus arcus grad. 1. & alij ex hoc dependentes, quales sunt sinus arcuum per singula minuta extensorum; fit vt neq; tangentes, neq; secantes inuētæ per hosce sinus sint admodū accuratæ. Quare si ex inuentis quibusdam aliæ per solam additionem, subtractionemve inquirantur vt hoc scholio docuimus, non parum different ab eisdem, si per sinus inuestigarentur. Nam tangentes & secantes per sinus inuentæ ex vno solo principio non omni ex parte vero, nempe ex sinubus, gignuntur: at eædem per solam additionem, subtractionemve procreatæ oriuntur ex pluribus falsis principijs, nimirum ex sinubus primum, deinde vero etiā ex tangentibus, & secātibus per sinus inuentis, quæ accuratæ esse non possunt, vt diximus. Magis exquisite ergo cognoscentur huiusmodi lineæ per sinus, vt propos. 18. eiusq; scholio traditum est. Hac ratione & tabulam Tangentium, & tabulam Secantium breui supputabimus. Non paruos enim errores in aliorum tabulis deprehendimus; vt tutò illis fidere non possimus; propterea quòd multas tangentes, & secātes vel per partem proportionalem, vel per solam additionem aut subtractionem inuestigarunt, non autem omnes per sinus. Subiungemus tamen paulo infra aliorum tabulas, donec per tempus nouas construere licebit.

THEOR. 13. PROPOS. 21.

Tangentes duorum arcuū quorūlibet sūt reciprocè ꝓportionales cū tangentib⁹ complemētorū arcuū eorundem.

TANGENS cuiusuis arcus est ad tangentem alterius arcus cuiuslibet, vt tangens complementi posterioris arcus ad tangētem complementi prioris.

IN quadrante A B C, arcus C D, tangens sit C E, & secans A E: Item arcus C F, tangens sit C G, & secans A G. Ducta autem recta B H, circulum tangente, & vtrique secanti A E, A G, occurrente in I, H; erit B I, tangens complementi arcus C D; & B H, tangens complementi arcus C F. Dico ita esse C E, tangentem arcus C D, ad C G, tangentem arcus C F, vt est B H, tangens complementi posterioris arcus C F, ad B I, tangentem complementi arcus prioris C D. Cum enim sinus totus sit medius proportionalis tam inter C E, tangentē arcus C D, & B I, tangentem complementi arcus eiusdem C D, quàm inter C G, tangentem arcus C F, & B H, tangentem complementi arcus eiusdem C F; erit tam rectangulum sub C E, B I, quam rectangulum sub C G, B H, quadrato sinus totius æquale: ac proinde rectangulum sub C E, B I, rectangulo sub C G, B H, æquale erit. Quare erit, vt C E, prima ad C G, secundam, ita B H, tertia ad B I, quartam; nempe vt C E, tangens



18. huius

17. sexti.

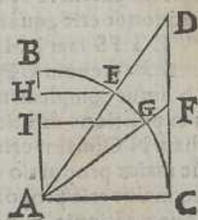
16. sexti.

gens arcus CD, ad C G, tangentem arcus C F, ita B H, tangens complementi arcus posterioris C F, ad B I, tangentem complementi prioris arcus C D. Tangens igitur cuiusuis arcus est ad tangentem alterius, &c. Quod ostendendum erat.

THEOR. 14. PROPOS. 22.

SECANS cuiusuis arcus est ad Secantem alterius arcus cuiuslibet, vt sinus complementi posterioris arcus ad sinum complementi prioris. Secãtes duorũ arcuum quorũlibet sũt reciproce ꝓportionales cũ sinubus complemẽto rũ arcuum eorundem.

IN quadrante A B C, sit A D, secans arcus C E, & A F, secans arcus C G: & E H, sinus complementi arcus C E, at G I, sinus complementi arcus C G. Dico ita esse secantem A D, arcus C E, ad A F, secantem arcus C G, vt est G I, sinus complementi posterioris arcus C G, ad E H, sinum complementi arcus prioris C E. Quoniam enim sinus totus est medius proportionalis tã inter secantem A D, arcus C E, & E H, sinum complementi eiusdem arcus C E, quàm inter A F, secantem arcus C G, & G I, sinum complementi eiusdem arcus C G; erit tam rectangulum sub A D, E H, quàm rectangulum sub A F, G I, quadrato sinus totius æquale: ac proinde rectangulum illud huic æquale. Quare erit vt A D, prima ad A F, secundam, ita G I, tertia ad E H, quartam; hoc est, vt A D, secans arcus C E, ad A F, secantem arcus C G, ita G I, sinus complementi arcus posterioris C G, ad E H, sinum complementi arcus prioris C E. Secans igitur cuiusuis arcus est ad secantem alterius arcus, &c. Quod demonstrandum erat. 18. huius. 17. sexti. 16. sexti.

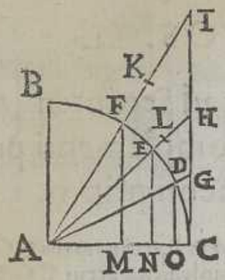


THEOR. 15. PROPOS. 23.

SI plures sint arcus æquali excessu progredientes, habebunt tam tangentes, quàm Secantes maiorum arcuum maiorem differentiam, quàm minorum: ita vt in tabula differentiæ tam tangentiũ, quàm secantium semper crescant vsque ad finem quadrantis. Tangentes & secantes arcuũ ęqnaliter crescẽtiũ augent semper differentias.

IN quadrante A B C, sint arcus C D, C E, C F, quorum differentiæ D E, E F, æquales sint, & eorumdem tangentes sint C G, C H, C I; secantes autem A G,

A G, A H, A I. Et quia in triangulo A C H, angulus C, rectus est; erit A H C,
17. primi. recto minor, cum ambo sint duobus rectis minores. Cum ergo duo anguli
13. primi. ad H, sint duobus rectis æquales, erit A H I, maior recto, ac proinde angu-
17. primi. lus I, in triangulo A H I, recto minor. Quare maior erit secans A I, secante
19. primi. A H. Eadē ratione maior erit quam A G: Item A H, maior, quā A G. Abscindatur ergo A K, ipsi A H, & A L, ipsi A G, æqualis. Dico I H, differētiā tangentiū C I, C H, arcuū maiorū C F, C E, maiorem esse differentia H G, tāgentium C H, C G, minorum arcuum C E, C D: Item K I, differentiam secantium A I, A H, arcuum maiorum C F, C E, maiorem esse differentia L H, secantium A H, A G, minorum arcuum C E, C D. Cum enim arcus D E, E F, æquales sint,



27. tertij. erunt & anguli D A E, E A F, æquales: ac proinde angulus I A G, sectus erit bifariam per re-
3. sexti. ctam A H. Igitur erit, vt I A, ad A G, ita I H, ad H G: Est autem A I, maior, quàm A G, vt ostensum est. Recta ergo I H, maior quoque erit, quàm H G. quod est primum.

DVCTIS iam F M, E N, D O, ad A C, perpendicularibus, nempe sinubus rectis arcuum C F, C E, C D; erit A M, sinus complementi arcus C F; & A N, sinus complementi arcus C E; & A O, sinus complementi arcus C D,
1. huius. vt in expositione definitionum dictum est. Quoniam vero recta M N, maior
8. quinti. est, quam N O; maior erit proportio A N, ad N O, quàm ad M N: Est autem adhuc maior proportio A O, ad N O, quàm A N, ad eandem N O. Igitur multo maior erit proportio A O, ad N O, quàm A N, ad M N. Et per con-
30. quinti. uersionem rationis, minor proportio A O, ad A N, quàm A N, ad A M: hoc est, maior proportio A N, ad A M, quàm A O, ad A N. Cum ergo sit, vt
22. huius. A N, ad A M, ita A I, ad A H; Et vt A O, ad A N, ita A H, ad A G: maior quoque erit proportio A I, ad A H, hoc est, ad A K, quàm A H, ad A G,
29. quinti. hoc est, ad A L. Diuidendo ergo maior etiam proportio erit I K, ad A K, hoc
26. quinti. est, ad A H, quàm H L, ad A L: Et conuertendo minor erit proportio A H, ad K I, quàm A L, ad L H: hoc est, maior proportio erit A L, ad L H, quàm
8. quinti. A H, ad K I. Quare cum maior adhuc sit proportio A H, ad L H, quàm A L, ad eandem L H: multo maior proportio erit A H, ad L H, quàm eiusdem
10. quinti. A H, ad K I; ac propterea recta L H, minor erit, quàm k I. quod est secundum. Ex quo fit, differentias tam tangentium, quàm secantium in tabula semper augeri ad finem vsq; quadrantis: cuius quidem contrarium in sinubus accidit, vt supra demonstratum est. Quamobrem si plures sint arcus æquali excessu porgredientes, &c. Quod demonstrandum erat.

COROLLARIVM.

Arcus tangentium æquales excessus habētium inæquales ha-

SEQVITVR hinc, si quotlibet arcuum tangentes æqualiter sese excedant, arcus earum inæqualiter sese excedere, excessusq; maiorum arcuum esse minores: quàm maiorum Omnium item secantium segmenta extra quadrantem esse inæqualia, minoraq; esse illa, quæ principio quadrantis sunt propinquiora. Quoniam enim positis arcubus D E, E F, æqualibus, ostensum fuit, rectam I H, maiorem esse quam H G; liquido constat, si ex H I, auferatur recta ipsi H G, æqualis, secantem inter duas A I, A H, ductam diuidere ar-

cum

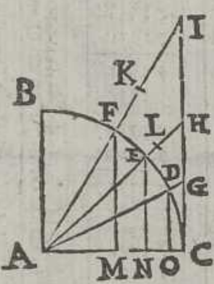
cum E F, atq; adeo abscindere arcum minorem arcu D E, nempe partem arcus E F. Eademq; ratio est de alijs.

RVRSVS quia demonstratum est, secantem A G, minorem esse, quàm A H; fit, vt ablatis semidiametris æqualibus A D, A E, segmentum D G, reliquum minus sit segmento reliquo E H, &c.

THEOR. 16. PROPOS. 24.

TANGENS arcus maioris ad tangentem minoris arcus maiorẽ proportionem habet, quã secans maioris eiusdem arcus ad secantem eiusdẽ minoris.

Arcuũ inęqualiũ tangens maioris ad tangentem minoris proportionem habet maiorem, quam secans maioris ad secantem minoris.



REPETATVR figura pręcedentis propos. Dico maiorem esse proportionem tãgentis C I, ad tangentem C H, quàm secantis A I, ad secantem A H. Quoniam enim est, vt A F, ad F M, ita A I, ad I C: Item vt A E, ad E N, ita A H, ad H C. 4. sexti.
Est autem minor proportio semidiametri A F, ad F M, quàm semidiametri A E ad, E N; quòd sinus F M, maioris arcus C F, maior sit sinu E N, minoris arcus C E, vt in expositione definitionum dictum est. Igitur minor quoq; erit proportio A I, ad I C, quàm A H, ad H C: Et permutando, minor etiam proportio A I, ad A H, quàm I C, ad H C; hoc est, tangens C I, ad tangentem C H, habebit maiorem proportionem, quàm secans A I, ad secantem A H. Quocirca Tangens arcus maioris ad tangentem minoris arcus, &c. Quod demonstrandum erat. 8. quinti. schol. 27. 5.

SEQVVNTVR TABVLAE TANGENtium atque secantium.

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	0	1	2	3	4	
0	0000	174550	349207	524078	699269	60
1	2909	177459	352120	526995	702193	59
2	5818	180369	355033	529911	705116	58
3	8727	183279	357945	532828	708039	57
4	11636	186189	360858	535745	710962	56
5	14544	189100	363770	538663	713886	55
6	17452	192010	366683	541580	716809	54
7	20361	194920	369596	544498	719733	53
8	23270	197830	372508	547415	722657	52
9	26179	200740	375421	550333	725580	51
10	29088	203650	378334	553251	728504	50
11	31996	206561	381247	556169	731428	49
12	34905	209471	384160	559087	734353	48
13	37814	212381	387073	562005	737277	47
14	40723	215291	389987	564923	740202	46
15	43632	218201	392900	567841	743127	45
16	46541	221111	395814	570759	746052	44
17	49450	224022	398727	573678	748978	43
18	52359	226932	401641	576596	751903	42
19	55268	229842	404554	579514	754829	41
20	58177	232752	407468	582433	757754	40
21	61086	235663	410382	585352	760680	39
22	63995	238574	413295	588270	763606	38
23	66904	241485	416209	591189	766532	37
24	69813	244395	419123	594108	769459	36
25	72722	247306	422037	597028	772385	35
26	75631	250217	424951	599947	775311	34
27	78540	253128	427866	602866	778238	33
28	81450	256038	430780	605786	781164	32
29	84359	258949	433694	608705	784091	31
30	87268	261859	436609	611625	787017	30
	89	88	87	86	85	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro tãgẽtibus cõplemẽtorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	0	1	2	3	4	
30	87268	261859	436609	611625	787017	30
31	90177	264770	439523	614544	789944	39
32	93086	267681	442438	617464	792871	28
33	95955	270592	445353	620384	795799	27
34	98904	273503	448267	623304	798726	26
35	101814	276414	451182	626225	801653	25
36	104723	279325	454097	629145	804581	24
37	107632	282237	457012	632066	807509	23
38	110541	285148	459927	634986	810437	22
39	113450	288059	462842	637907	813365	21
40	116360	290970	465757	640828	816293	20
41	119269	293882	468672	643749	819221	19
42	122178	296794	471588	646671	822150	18
43	125088	299705	474503	649592	825079	17
44	127997	302617	477419	652514	828008	16
45	130906	305528	480335	655435	830937	15
46	133816	308439	483251	658357	833866	14
47	136725	311351	486166	661278	836795	13
48	139635	314262	489082	664200	839724	12
49	142544	317174	491997	667121	842653	11
50	145454	320085	494913	670043	845583	10
51	148363	322997	497829	672965	848513	9
52	151273	325909	500745	675888	851443	8
53	154182	328821	503662	678810	854374	7
54	159092	331733	506578	681733	857304	6
55	160001	334645	509495	684656	860234	5
56	162911	337558	512411	687578	863164	4
57	165820	340470	515328	690501	866095	3
58	168730	343382	518244	693423	869025	2
59	171640	346295	521161	696346	871956	1
60	174550	349207	524078	699269	874886	0
	89	88	87	86	85	

Minuta Graduũ Quadrantis pro tangentibus cõplementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	5	6	7	8	9	
0	874886	1051042	1227846	1405408	1583844	60
1	877817	1053983	1230798	1408374	1586826	59
2	880748	1056924	1233751	1411341	1589808	58
3	883680	1059866	1236704	1414308	1592791	57
4	886611	1062808	1239658	1417275	1595774	56
5	889543	1065750	1242612	1420242	1598757	55
6	892475	1068692	1245566	1423210	1601740	54
7	895407	1071634	1248520	1426178	1604723	53
8	898339	1074576	1251474	1429146	1607707	52
9	901271	1077518	1254428	1432115	1610691	51
10	904204	1080461	1257383	1435084	1613675	50
11	907137	1083404	1260338	1438053	1616660	49
12	910070	1086347	1263293	1441022	1619645	48
13	913003	1089291	1266249	1443992	1622630	47
14	915936	1092234	1269205	1446961	1625615	46
15	918870	1095178	1272161	1449931	1628601	45
16	921804	1098122	1275117	1452901	1631587	44
17	924738	1101066	1278073	1455871	1634573	43
18	927771	1104010	1281029	1458842	1637560	42
19	930605	1106954	1283986	1461813	1640547	41
20	933539	1109899	1286943	1464784	1643534	40
21	936473	1112844	1289900	1467755	1646522	39
22	939407	1115789	1292857	1470727	1649510	38
23	942342	1118734	1295815	1473699	1652499	37
24	945277	1121680	1298773	1476671	1655488	36
25	948212	1124625	1301731	1479644	1658477	35
26	951147	1127571	1304689	1482617	1661466	34
27	954083	1130517	1307648	1485590	1664456	33
28	957019	1133463	1310607	1488563	1667446	32
29	959954	1136409	1313566	1491536	1670436	31
30	962890	1139355	1316525	1494510	1673426	30
	84	83	82	81	80	

Minuta Graduū Quadrãtis pro tãgẽtibus cõplemẽtorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	5	6	7	8	9	
30	962890	1139355	1316525	1494510	1673426	30
31	965826	1142302	1319485	1497484	1676417	29
32	968763	1145249	1322445	1500458	1679408	28
33	971699	1148196	1325405	1503433	1682399	27
34	974636	1151144	1328365	1506408	1685390	26
35	977573	1154092	1331325	1509383	1688382	25
36	980509	1157040	1334285	1512358	1691374	24
37	983446	1159988	1337246	1515334	1694366	23
38	986383	1162936	1340207	1518310	1697358	22
39	989320	1165884	1343168	1521286	1700351	21
40	992257	1168832	1346129	1524262	1703344	20
41	995195	1171781	1349091	1527239	1706337	19
42	998133	1174730	1352053	1530216	1709331	18
43	1001072	1177679	1355015	1533193	1712325	17
44	1004010	1180628	1357977	1536170	1715319	16
45	1006949	1183577	1360940	1539148	1718313	15
46	1009887	1186527	1363903	1542126	1721308	14
47	1012825	1189477	1366866	1545104	1724304	13
48	1015763	1192427	1369830	1548082	1727300	12
49	1018702	1195377	1372793	1551061	1730296	11
50	1021641	1198328	1375757	1554040	1733292	10
51	1024580	1201279	1378721	1557019	1736287	9
52	1027519	1204230	1381686	1559999	1739284	8
53	1030459	1207181	1384650	1562979	1742281	7
54	1033399	1210132	1387615	1565959	1745278	6
55	1036339	1213084	1390580	1568939	1748275	5
56	1039279	1216036	1393545	1571920	1751273	4
57	1042219	1218988	1396510	1574901	1754271	3
58	1045160	1221940	1399476	1577882	1757270	2
59	1048101	1224892	1402442	1580863	1760269	1
60	1051042	1227845	1405408	1583844	1763268	0
	84	83	82	81	80	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro tangentibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis,

	10	11	12	13	14	
0	1763268	1943803	2125565	2308682	2493280	60
1	1766268	1946822	2128605	2311746	2496370	59
2	1769268	1949841	2131646	2314810	2499411	58
3	1772268	1952861	2134687	2317875	2502552	57
4	1775269	1955881	2137729	2320940	2505643	56
5	1778270	1958901	2140771	2324006	2508735	55
6	1781271	1961922	2143814	2327072	2511827	54
7	1784272	1964943	2146857	2330139	2514920	53
8	1787274	1967964	2149900	2333206	2518013	52
9	1790276	1970985	2152944	2336273	2521106	51
10	1793278	1974007	2155988	2339341	2524200	50
11	1796281	1977029	2159032	2342419	2527294	49
12	1799284	1980052	2162077	2345478	2530389	48
13	1802287	1983075	2165122	2348547	2533484	47
14	1805291	1986098	2168167	2351616	2536580	46
15	1808295	1989122	2171213	2354686	2539676	45
16	1811299	1992146	2174259	2357757	2542773	44
17	1814303	1995171	2177306	2360828	2545870	43
18	1817308	1998196	2180352	2363899	2548968	42
19	1820313	2001221	2183400	2366971	2552066	41
20	1823318	2004247	2186448	2370043	2555165	40
21	1826324	2007273	2189496	2373116	2558264	39
22	1829329	2010299	2192544	2376189	2561364	38
23	1832335	2013326	2192544	2379263	2564464	37
24	1835342	2016353	2195593	2382337	2567564	36
25	1838349	2019380	2201692	2385411	2570665	35
26	1841357	2022408	2204742	2388486	2573766	34
27	1844365	2025436	2207792	2391561	2576868	33
28	1847373	2028464	2210843	2394636	2579970	32
29	1850382	2031493	2213894	2397712	2583073	31
30	1853391	2034522	2216946	2400788	8586176	30
	79	78	77	76	75	

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	10	11	12	13	14	
30	1853391	2034522	2216946	2400788	2586176	30
31	1856400	2037552	2219998	2403865	2589280	29
32	1859409	2040582	2223051	2406942	2592384	28
33	1862419	2043612	2226104	2410020	2595489	27
34	1865429	2046643	2229157	2413098	2598594	26
35	1868439	2049674	2232211	2416176	2601700	25
36	1871449	2052705	2235265	2419255	2604806	24
37	1874460	2055737	2238319	2422334	2607912	23
38	1877471	2058769	2241374	2425414	2611019	22
39	1880482	2061801	2244429	2428494	2614126	21
40	1883494	2064834	2247485	2431574	2617234	20
41	1886506	2067867	2250541	2434655	2620342	19
42	1889518	2070900	2253597	2437736	2623451	18
43	1892531	2073934	2256654	2440818	2626560	17
44	1895544	2076968	2259711	2443900	2629670	16
45	1898558	2080002	2262769	2446983	2632780	15
46	1901572	2083037	2265827	2450066	2635891	14
47	1904586	2086073	2268885	2453150	2639002	13
48	1907601	2089109	2271944	2456234	2642114	12
49	1910616	2092145	2275003	2459319	2645226	11
50	1913632	2095182	2278063	2462404	2648339	10
51	1916648	2098219	2281123	2465490	2651452	9
52	1999664	2101256	2284183	2468576	2654566	8
53	1922680	2104293	2287244	2471662	2657680	7
54	1925697	2107331	2290305	2474749	2660795	6
55	1928714	2110369	2293367	2477836	2663910	5
56	1931731	2113407	2296429	2480924	2667026	4
57	1934749	2116446	2299492	2484012	2670142	3
58	1937767	2119485	2302555	2487101	2673258	2
59	1940785	2122525	2305618	2490191	2676375	1
60	1943803	2125565	2308682	2493280	2679492	0
	79	78	77	76	75	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro tangentibus complementorũ arcuũ eiusdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	15	16	17	18	19	
0	2679492	2867453	3057307	3249197	3443276	60
1	2682610	2870601	3060487	3252413	3446530	59
2	2685728	2873749	3063669	3255630	3449785	58
3	2688847	2876898	3066851	3258848	3453040	57
4	2691966	2880048	3070034	3262066	3456296	56
5	2695086	2883198	3073218	3265285	3459553	55
6	2698206	2886349	3076402	3268504	3462810	54
7	2701327	2889501	3079587	3271724	3466068	53
8	2704448	2892653	3082772	3274944	3469326	52
9	2707570	2895806	3085958	3278165	3472585	51
10	2710693	2898960	3085144	3281387	3475845	50
11	2713816	2902114	3092331	3284609	3479105	49
12	2716940	2905268	3095518	3287832	3482366	48
13	2720064	2908423	3198706	3291055	3485628	47
14	2723189	2911578	3101895	3294280	3488891	46
15	2726314	2914734	3105084	3297505	3492154	45
16	2729439	2917890	3108274	3300731	3495418	44
17	2732565	2921047	3111464	3303957	3498683	43
18	2735691	2924204	3114655	3307184	3501949	42
19	2738818	2927362	3117846	3310411	3505215	41
20	2741945	2930520	3121038	3313639	3508482	40
21	2745073	2933679	3124230	3316868	3511749	39
22	2748201	2936839	3127423	3320097	3515017	38
23	2751330	2939999	3130617	3323327	3518286	37
24	2754459	2943160	3133811	3326558	3521555	36
25	2757589	2946321	3137006	3329789	3524825	35
26	2760729	2946483	3140201	3333020	3528096	34
27	2763850	2952645	3143397	3336252	3531368	33
28	2766981	2955808	3146594	3339485	3534640	32
29	2770113	2958971	3149791	3342719	3537913	31
30	2773245	2962135	3152989	3345953	3541186	30
	74	73	72	71	70	

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

arcuum eiusdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	15	16	17	18	19	
30	2773245	2962135	3152989	3345953	3541186	30
31	2776378	2965299	3156187	3349188	3544460	39
32	2779511	2968464	3159386	3352423	3547735	28
33	2782645	2971629	3162585	3355659	3551010	27
34	2785779	2974795	3165785	3358896	3554286	26
35	2788914	2977962	3168986	3362133	3557563	25
36	2792050	2981129	3172187	3365371	3560840	24
37	2795186	2984297	3175389	3368610	3564118	23
38	2798323	2987465	3178591	3371850	3567397	22
39	2801460	2990634	3181794	3375090	3570676	21
40	2804597	2993804	3184998	3378331	3573956	20
41	2807735	2996973	3188202	3381572	3577237	19
42	2810873	3000143	3191407	3384814	3580519	18
43	2814012	3003314	3194613	3388057	3583801	17
44	2817151	3006486	3197819	3391300	3587084	16
45	2820291	3009658	3201026	3394544	3590367	15
46	2823432	3012831	3204233	3397798	3593651	14
47	2826573	3016004	3207441	3401033	3596936	13
48	2829714	3019178	3210649	3404279	3600221	12
49	2832856	3022353	3213858	3407525	3603507	11
50	2835999	3025528	3217067	3410772	3606794	10
51	2839142	3028703	3220277	3414020	3610082	9
52	2842286	3031879	3223488	3417268	3613370	8
53	2845430	3035055	3226699	3420517	3616659	7
54	2848575	3038232	3229911	3423766	3619949	6
55	2851720	3041410	3233124	3427016	3623239	5
56	2854866	3044588	3236337	3430267	3626530	4
57	2858012	3047767	3239551	3433518	3629822	3
58	2861159	3050946	3242766	3436770	3633115	2
59	2864306	3054126	3245981	3440023	3636408	1
60	2867453	3057307	3249197	3443276	3639702	0
	74	73	72	71	70	

Minuta Graduū Quadrantis pro tangentibus cōplementorū arcuū eiusdē Quadrātis.

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis

Dd

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	20	21	22	23	24	
0	3639702	3838640	4040262	4244748	4452286	60
1	3642997	3841978	4043647	4248182	4455772	59
2	3646293	3845316	4047031	4251617	4459259	58
3	3649589	3848655	4050416	4255052	4462747	57
4	3652886	3851995	4053802	4258488	4466236	56
5	3656183	3855336	4057189	4261925	4469726	55
6	3659481	3858678	4060577	4265363	4473216	54
7	3662780	3862020	4063966	4268801	4476707	53
8	3666079	3865363	4067356	4265363	4480199	52
9	3669379	3868707	4070747	4268801	4483692	51
10	3672680	3872052	4074139	4272240	4487186	50
11	3675982	3875397	4077531	4275680	4490681	49
12	3679284	3878743	4080924	4279121	4494177	48
13	3682587	3882090	4084318	4282563	4497674	47
14	3685891	3885438	4087713	4286006	4501172	46
15	3689195	3888787	4091109	4289450	4504671	45
16	3692500	3892136	4094506	4292895	4508171	44
17	3695806	3895486	4097903	4296340	4511672	43
18	3699113	3898837	4101301	4299786	4515173	42
19	3702420	3902188	4104699	4303233	4518675	41
20	3705728	3905540	4108097	4306681	4522178	40
21	3709037	3908893	4111497	4310130	4525682	39
22	3712347	3912247	4114898	4313580	4529187	38
23	3715657	3915601	4118300	4317031	4532693	37
24	3718968	3918956	4121703	4327387	4536200	36
25	3722279	3922312	4125107	4330841	4539708	35
26	3725591	3925669	4128511	4334296	4543217	34
27	3728904	3929027	4131916	4337752	4546727	33
28	3732218	3932385	4135322	4341209	4550238	32
29	3735533	3935744	4138728	4344666	4553750	31
30	3738848	3939104	4142135	4348124	4557264	30
	69	68	67	66	65	

Minuta Graduũ Quadrantis pro tangẽtibus complementorũ arcuũ eiusdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	20	21	22	23	24	
30	3738848	3939104	4142135	4348124	4557264	30
31	3742164	3942465	4145544	4351583	4560778	39
32	3745480	3945826	4148953	4355043	4564293	28
33	3748797	3949188	4152363	4358504	4567809	27
34	3752115	3952551	4155773	4361966	4571326	26
35	3755434	3955915	4159184	4365429	4574843	25
36	3758753	3959280	4162596	4368893	4578361	24
37	3762073	3962646	4166009	4372357	4581880	23
38	3765394	3966012	4169423	4375822	4585400	22
39	3768716	3969379	4172838	4379288	4588921	21
40	3772038	3972746	4176255	4382755	4592443	20
41	3775361	3976114	4179672	4386223	4595966	19
42	3778685	3979483	4183090	4389692	4599490	18
43	3782010	3982853	4186509	4393162	4603015	17
44	3785335	3986224	4189928	4396633	4606541	16
45	3788661	3989596	4193348	4400105	4610068	15
46	3791988	3992969	4196769	4403578	4613596	14
47	3795315	3996342	4200191	4407051	4617125	13
48	3798643	3999716	4203613	4410525	4620654	12
49	3801972	4003090	4207036	4414000	4624184	11
50	3805302	4006465	4210460	4417476	4627715	10
51	3808632	4009841	4213885	4420953	4631247	9
52	3811963	4013217	4217311	4424431	4634780	8
53	3815295	4016594	4220738	4427910	4638314	7
54	3818628	4019972	4224165	4431390	4641849	6
55	3821961	4023351	4227593	4434871	4645385	5
56	3825295	4026731	4231022	4438352	4648922	4
57	3828630	4030112	4234452	4441834	4652460	3
58	3831966	4033494	4237883	4445317	4655999	2
59	3835303	4036877	4241315	4448801	4659540	1
60	3838640	4040262	4244748	4452286	4663081	0
	69	68	67	66	65	

Minuta Graduũ Quadrantis pro tangentibus cõplementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	25	26	27	28	29	
0	4663081	4877328	5095254	5317094	5543090	60
1	4666623	4880930	5098919	5320826	5546893	59
2	4670166	4884533	5102585	5324559	5550697	58
3	4673710	4888137	5106252	5328293	5554503	57
4	4677255	4891742	5109920	5332028	5558310	56
5	4680801	4895347	5113589	5335765	5562118	55
6	4684348	4898953	5117259	5339503	5565927	54
7	4687896	4902560	5120930	5343242	5569738	53
8	4691444	4906168	5124602	5346982	5573550	52
9	4694993	4909777	5128275	5350723	5577363	51
10	4698543	4913387	5131949	5354465	5581177	50
11	4702094	4916998	5135625	5358209	5584993	49
12	4705646	4920610	5139302	5361954	5588810	48
13	4709199	4924223	5142980	5365700	5592628	47
14	4712753	4927838	5146659	5369447	5596447	46
15	4716308	4931454	5150339	5373195	5600268	45
16	4719864	4935071	5154020	5376944	5604090	44
17	4723422	4938689	5157702	5380694	5607913	43
18	4726981	4942308	5161385	5384445	5611737	42
19	4730541	4945928	5165069	5388198	5615562	41
20	4734102	4949549	5168755	5391952	5619388	40
21	4737664	4953171	5172442	5395707	5623216	39
22	4741227	4956794	5176130	5399463	5627045	38
23	4744790	4960418	5179819	5403221	5630875	37
24	4748354	4964043	5183509	5406980	5634707	36
25	4751919	4967669	5187200	5410740	5638540	35
26	4755485	4971296	5190892	5414501	5642374	34
27	4759052	4974924	5194585	5418263	5646210	33
28	4762620	4978553	5198279	5422026	5650047	32
29	4766189	4982184	5201974	5425791	5653885	31
30	4769759	4985816	5205670	5429557	5657725	30
	64	63	62	61	60	

Minuta Graduũ Quadrantis pro tangẽtibus complementorũ arcuũ eiusdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	25	26	27	28	29	
30	4769759	4985816	5205670	5429557	5657725	30
31	4773330	4989448	5209368	5433324	5661566	29
32	4776902	4993081	5213067	5437092	5665408	28
33	4780475	4996716	5216767	5440861	5669251	27
34	4784049	5000352	5220468	5444632	5673096	26
35	4787624	5003989	5224170	5448404	5676942	25
36	4791200	5007627	5227873	5452177	5680789	24
37	4794777	5011266	5231577	5455951	5684637	23
38	4798355	5014906	5235283	5459726	5688486	22
39	4801934	5018547	5238990	5463503	5692337	21
40	4805515	5022189	5242698	5467281	5696189	20
41	4809096	5025832	5246407	5471060	5700043	19
42	4812678	5029476	5250117	5474840	5703898	18
43	4816261	5033121	5253828	5478621	5707754	17
44	4819845	5036767	5257540	5482404	5711611	16
45	4823430	5040414	5261254	5486188	5715469	15
46	4827016	5044062	5264969	5489973	5719329	14
47	4830603	5047712	5268685	5493759	5723190	13
48	4834191	5051363	5272402	5497546	5727052	12
49	4837780	5055015	5276120	5501335	5730916	11
50	4841371	5058668	5279839	5505125	5734781	10
51	4844962	5062322	5283959	5508916	5738647	9
52	4848554	5065977	5287280	5512708	5742515	8
53	4852147	5069633	5291003	5516501	5746384	7
54	4855741	5073290	5294727	5520296	5750254	6
55	4859336	5076948	5298452	5524092	5754125	5
56	4862932	5080607	5302178	5527889	5757998	4
57	4866529	5084267	5305905	5531687	5761872	3
58	4870127	5087928	5309633	5535487	5765747	2
59	4873727	5091590	5313363	5539288	5769624	1
60	4877328	5095254	5317094	5543090	5773502	0
	64	63	62	61	60	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro tangentibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	30	31	32	33	34	
0	5773502	6008606	6248693	6494076	6745085	60
1	5777381	6012566	6252738	6498212	6749318	59
2	5781262	6016528	6256785	6502350	6753553	58
3	5785144	6020491	6260834	6506489	6757789	57
4	5789027	6024455	6264884	6510630	6762027	56
5	5792911	6028420	6268935	6514773	6766267	55
6	5796797	6032387	6272988	6518917	6770508	54
7	5800684	6036355	6277042	6523063	6774751	53
8	5804572	6040324	6281098	6527200	6778996	52
9	5808462	6044295	6285155	6531359	6783243	51
10	5812353	6048267	6289214	6535510	6787491	50
11	5816245	6052241	6293274	6539662	6791741	49
12	5820139	6056216	6297336	6543816	6795993	48
13	5824034	6060193	6301399	6547971	6800246	47
14	5827930	6064171	6305464	6552128	6804501	46
15	5831828	6068150	6309530	6556287	6808758	45
16	5835727	6072131	6313598	6560447	6813016	44
17	5839627	6076113	6317667	6564609	6217276	43
18	5843528	6080096	6321738	6568772	6821538	42
19	5847431	6084081	6325810	6572937	6825801	41
20	5851335	6088067	6329883	6577103	6830066	40
21	5855241	6092055	6333958	6581271	6834333	39
22	5859148	6096044	6338034	6585440	6838602	38
23	5863056	6100035	6342112	6589611	6842872	37
24	5866966	6104027	6346191	6593784	6847144	36
25	5870877	6108020	6350272	6597958	6851417	35
26	5874489	6112015	6354355	6602134	6855692	34
27	5878702	6116011	6358439	6606312	6859969	33
28	5882617	6120009	6362525	6610491	6864247	32
29	5886533	6124008	6366613	6614672	6868527	31
30	5890450	6128008	6370702	6618855	6872809	30
	59	58	57	56	55	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro tãgẽtibus cõplemẽtorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	30	31	32	33	34	
30	5890450	6128008	6370702	6618855	6872809	30
31	5894369	6132010	6374792	6623039	6877093	29
32	5898289	6136013	6378884	6627225	6881379	28
33	5902211	6140018	6382977	6631413	6885666	27
34	5906134	6144024	6387072	6635603	6889955	26
35	5910058	6148032	6391169	6639792	6894246	25
36	5913984	6152041	6395267	6643984	6898539	24
37	5917911	6156052	6399366	6648178	6902833	23
38	5921839	6160064	6403467	6952373	6907129	22
39	5925769	6164077	6407569	6656570	6911426	21
40	5929700	6168092	6411673	6660768	6915725	20
41	5933633	6172108	6415779	6664968	6920026	19
42	5937567	6176126	6419886	6669170	6924329	18
43	5941502	6180147	6423995	6673373	6928634	17
44	5945438	6184168	6428105	6677578	6932940	16
45	5949376	6188190	6432216	6681785	6937248	15
46	5955315	6192213	6436329	6685994	6941558	14
47	5957255	6196237	6440444	6690204	6945869	13
48	5961197	6200263	6444560	6694416	6950182	12
49	5965140	6204290	6458678	6698630	6954497	11
50	5969084	6208319	6452798	6702845	6958813	10
51	5973030	6212350	6456919	6707062	6963131	9
52	5976776	6216382	6461042	6711281	6967451	8
53	5980926	6220416	6465166	6715501	6971773	7
54	5984876	6224451	6469292	6719723	6976097	6
55	5988827	6228488	6473419	6723946	6980423	5
56	5992780	6232526	6477548	6728171	6984750	4
57	5996734	6246566	6481678	6732397	6989079	3
58	6000690	6240607	6485809	6736625	6993409	2
59	6004647	6244649	6489942	6740854	6997741	1
60	6008606	6248693	6494076	6745085	7002075	0
	59	58	57	56	55	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro tangentibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	35	36	37	38	39	
0	7002075	7265424	7535541	7812856	8097840	60
1	7006411	7269869	7540103	7817542	8102658	59
2	7010749	7274316	7544667	7822230	8107478	58
3	7015088	7278765	7549233	7826920	8112300	57
4	7019429	7283216	7553801	7831612	8117124	56
5	7023772	7287669	7558371	7836306	8121951	55
6	7028117	7292124	7562943	7841002	8126780	54
7	7032463	7296581	7567517	7845700	8131611	53
8	7036811	7301040	7572093	7850400	8136444	52
9	7041161	7305501	7576670	7855102	8141280	51
10	7045513	7309963	7581249	7859807	8146118	50
11	7049867	7314427	7585830	7864514	8150958	49
12	7054223	7318893	7590413	7869223	8155801	48
13	7058581	7323361	7594999	7873934	8160646	47
14	7062940	7327831	7599587	7878647	8165493	46
15	7067301	7332303	7604177	7883363	8170343	45
16	7071664	7336777	7608769	7888081	8175195	44
17	7076029	7341253	7613363	7892801	8180049	43
18	7070395	7345731	7617959	7897523	8184905	42
19	7084763	7350210	7622557	7902247	8189764	41
20	7089133	7354691	7627157	7906973	8194625	40
21	7093505	7359174	7631759	7911702	8199488	39
22	7097879	7363659	7636363	7916433	8204354	38
23	7102254	7368146	7640969	7921166	8209222	37
24	7106631	7372635	7645577	7925901	8214092	36
25	7111010	7377126	7650187	7930638	8218965	35
26	7115391	7381619	7654799	7935378	8223840	34
27	7119773	7386114	7659413	7940120	8228717	33
28	7124167	7390611	7664030	7944864	8233597	32
29	7128543	7395110	7668649	7949610	8238479	31
30	7132931	7399610	7663270	7954358	8243363	30
	54	53	52	51	50	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro tãgẽtibus cõplemẽtorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	35	36	37	38	39	
30	7132931	7399610	7673270	7954358	8243363	30
31	7137321	7404112	7677893	7959109	8248250	29
32	7141713	7408616	7682518	7963862	8253139	28
33	7146106	7413122	7687145	7968617	8258031	27
34	7150501	7417630	7691774	7973374	8262925	26
35	7154898	7422140	7696405	7978133	8267821	25
36	7159297	7426652	7701038	7982895	8272720	24
37	7163698	7431167	7705673	7987659	8277621	23
38	7168100	7435684	7710310	7992425	8282524	22
39	7172504	7440203	7714949	7997193	8287429	21
40	7176910	7444724	7719590	8001963	8292337	20
41	7181318	7449246	7724233	8006736	8297247	19
42	7185728	7453770	7728878	8011511	8302160	18
43	7190140	7458296	7733525	8016288	8307075	17
44	7194554	7462824	7738175	8021067	8311992	16
45	7198970	7476354	7742827	8025849	8316912	15
46	7203387	7471886	7747481	8030633	8321834	14
47	7207806	7476420	7752137	8035419	8326759	13
48	7212227	7480956	7756795	8040207	8331686	12
49	7216650	7485494	7761455	8044997	8336615	11
50	7221075	7490033	7766117	8049790	8341547	10
51	7225502	7494574	7770781	8054585	8346481	9
52	7229931	7499117	7775447	8059382	8351418	8
53	7234362	7503663	7780116	8064181	8356357	7
54	7238794	7508211	7784787	8068983	8361298	6
55	7243228	7512761	7789460	8073787	8366242	5
56	7247664	7517313	7794135	8078593	8371188	4
57	7252102	7521867	7798812	8083401	8376136	3
58	7256541	7526423	7803491	8088212	8381087	2
59	7260982	7530981	7808172	8093025	8386040	1
60	7265424	7535541	7812856	8097840	8390996	0
	54	53	52	51	50	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro tangentibus complementorũ arcuũ eiusdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	40	41	42	43	44	
0	8390996	8692867	9004040	9325151	9656888	60
1	8395954	8697975	9009308	9330591	9662511	59
2	8400915	8703085	9014579	9336034	9668137	58
3	8405878	8708198	9019853	9341480	9673766	57
4	8410844	8713344	9025130	9346929	9679398	56
5	8415812	8718433	9030410	9352381	9685034	55
6	8420782	8723555	9035693	9357835	9690674	54
7	8425754	8728679	9040978	9363292	9696315	53
8	8430729	8733806	9046266	9368752	9701960	52
9	8435706	8738935	9051557	9374215	9707609	51
10	8440686	8744067	9056850	9379682	9713261	50
11	8445668	8749201	9062146	9385152	9718916	49
12	8450653	8754338	9067445	9390625	9724574	48
13	8455640	8759478	9072747	9396101	9730235	47
14	8460630	8764620	9078052	9401580	9735900	46
15	8465622	8769764	9083360	9407062	9741568	45
16	8470617	8774911	9088670	9412547	9747239	44
17	8475614	8780061	9093983	9418034	9752913	43
18	8480614	8785214	9099299	9423524	9758591	42
19	8485617	8790369	9104618	9429017	9764272	41
20	8490622	8795527	9109940	9434513	9769956	40
21	8495629	8800688	9115265	9440012	9775643	39
22	8500639	8805851	9120593	9445514	9781334	38
23	8505651	8811017	9125923	9451019	9787028	37
24	8510666	8816186	9131256	9456528	9792725	36
25	8515683	8821357	9136592	9462040	9798425	35
26	8520703	8826531	9141930	9467555	9804128	34
27	8525725	8831708	9147271	9473073	9809835	33
28	8530750	8836887	9152615	9478594	9815545	32
29	8535777	8842069	9157962	9484118	9821258	31
30	8540806	8847253	9163312	9489645	9826974	30
	49	48	47	46	45	

Minuta Graduũ Quadrantis pro tangẽtibus complementorũ arcuũ eiusdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	40	41	42	43	44	
30	8540806	8847253	9163312	9489645	9826974	30
31	8545838	8852440	9168665	9495175	9832694	29
32	8550872	8857630	9174021	9400708	9838417	28
33	8555909	8862822	9179380	9506244	9844143	27
34	8560949	8868017	9184741	9511783	9849872	26
35	8565991	8873015	9190105	9517325	9855605	25
36	8571036	8878415	9195472	9522870	9861341	24
37	8576083	8883628	9200842	9528419	9867180	23
38	8581133	8888824	9206215	9533971	9872922	22
39	8586185	8899033	9211590	9539526	9878668	21
40	8591239	8899244	9216968	9545084	9884317	20
41	8596296	8904458	9222349	9550645	9890070	19
42	8601355	8909675	9227733	9556209	9895826	18
43	8606417	8914894	9233120	9561776	9901585	17
44	8611482	8920116	9238510	9567346	9907347	16
45	8616549	8925341	9243903	9572919	9913113	15
46	8621619	8930568	9249299	9578495	9918882	14
47	8626692	8935798	9254698	9584074	9924654	13
48	8631767	8941031	9260100	9589656	9930430	12
49	8636845	8946267	9265505	9595241	9936209	11
50	8641926	8951506	9270913	9600830	9941991	10
51	8647009	8956747	9276324	9606422	9947777	9
52	8652095	8961991	9281738	9612017	9953566	8
53	8657183	8967238	9287155	9617615	9959359	7
54	8662273	8972487	9292574	9623216	9965155	6
55	8667366	8977739	9297996	9628820	9970954	5
56	8672461	8982994	9303421	9634427	9976756	4
57	8677559	8988252	9308849	9640037	9982562	3
58	8682659	8993512	9314280	9645651	9988371	2
59	8687762	8998775	9319714	9651268	9994184	1
60	8692867	9004040	9325151	9656888	10000000	0
	49	48	47	46	45	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro tangentibus complementorũ arcuũ eiusdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	45	46	47	48	
0	10000000	10355302	10723686	11106124	60
1	10005820	10361332	10729942	11112623	59
2	10011643	10367365	10736202	11119126	58
3	10017469	10373402	10742466	11125634	57
4	10023299	10379443	10748734	11132146	56
5	10029132	10385487	10755006	11138662	55
6	10034968	10391535	10761282	11145182	54
7	10040808	10397587	10767562	11151706	53
8	10046651	10403643	10773845	11158235	52
9	10052497	10409702	10780132	11164768	51
10	10058347	10415765	10786423	11171305	50
11	10064201	10421832	10792718	11177846	49
12	10070058	10427902	10799017	11184392	48
13	10075918	10433976	10805320	11190942	47
14	10081782	10340054	10811627	11197496	46
15	10087649	10446135	10817938	11204054	45
16	10093520	10452220	10824253	11210617	44
17	10099394	10458309	10830572	11217184	43
18	10105272	10464401	10836895	11223755	42
19	10111153	10470497	10843222	11230330	41
20	10117038	10476597	10849554	11236910	40
21	10122926	10482701	10855889	11243494	39
22	10128818	10488808	10862228	11250082	38
23	10134713	10494919	10868571	11256675	37
24	10140611	10501034	10874918	11263272	36
25	10146513	10507153	10881269	11269873	35
26	10152418	10513275	10887624	11276478	34
27	10158327	10519401	10893983	11283088	33
28	10164239	10525531	10900346	11289702	32
29	10170154	10531664	10906713	11296321	31
30	10176073	10537801	10913084	11302944	30
	44	43	42	41	

Minuta Graduū Quadrātis pro tāgētibus cōplemētorū arcuū eiusdē Quadrātis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	45	46	47	48	
30	10176073	10537801	10913084	11302944	30
31	10181996	10543942	10919459	11309571	39
32	10187922	10550087	10925838	11316203	28
33	10193852	10556235	10932221	11322899	27
34	10199785	10562387	10938608	11329480	26
35	10205722	10568543	10945000	11336125	25
36	10211663	10574703	10951396	11342774	24
37	10217607	10580867	10957796	11349428	23
38	10223555	10587034	10964200	11356086	22
39	10229506	10593205	10970608	11362748	21
40	10235460	10599280	10977020	11369415	20
41	10241418	10605559	10983436	11376086	19
42	10247380	10611742	10989856	11382762	18
43	10253345	10617929	10996280	11389442	17
44	10259314	10624119	11002708	11396126	16
45	10265286	10630313	11009140	11402815	15
46	10271262	10636511	11015577	11409508	14
47	10277242	10642713	11022028	11416206	13
48	10283225	10648919	11028463	11422908	12
49	10289212	10655128	11034912	11429615	11
50	10295202	10661341	11041365	11436326	10
51	10301196	10667558	11047822	11443042	9
52	10307193	10673779	11054283	11449762	8
53	10313194	10680004	11060748	11456487	7
54	10319199	10686233	11067218	11463216	6
55	10325207	10692466	11073692	11469950	5
56	10331219	10698702	11080170	11476688	4
57	10337234	10704942	11086652	11483431	3
58	10343253	10711186	11093138	11490178	2
59	10349276	10717434	11099629	11496929	1
60	10355302	10723686	11106124	11503684	0
	44	43	42	41	

Minuta Graduũ Quadrantis pro tangentibus cõplementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	49	50	51	52	
0	11503684	11917537	12348972	12799416	60
1	11510444	11924580	12356320	12807093	59
2	11517208	11931628	12363673	12814776	58
3	11523977	11938680	12371031	12822465	57
4	11530751	11945737	12378394	12830159	56
5	11537529	11952799	12385762	12837859	55
6	11544312	11959866	12393136	12845565	54
7	11551100	11966938	12400515	12853277	53
8	11557893	11974015	12407999	12860994	52
9	11564691	11981097	12415288	12868717	51
10	11571494	11988183	12422683	12876445	50
11	11578301	11995274	12430083	12884179	49
12	11585112	12002370	12437489	12891919	48
13	11591928	12009471	12444900	12899665	47
14	11598748	12016578	12452317	12907417	46
15	11605572	12023690	12459739	12915175	45
16	11612401	12030807	12467167	12922939	44
17	11619234	12037929	12474600	12930709	43
18	11626072	12045056	12482039	12938485	42
19	11632915	12052188	12489484	12946267	41
20	11639763	12059325	12496934	12954055	40
21	11646615	12066467	12504389	12961848	39
22	11653472	12073614	12511850	12969647	38
23	11660334	12080766	12519316	12977457	37
24	11667200	12087923	12526787	12985263	36
25	11674071	12095085	12534264	12993080	35
26	11680947	12102252	12541746	13000903	34
27	11687827	12109424	12549233	13008732	33
28	11694712	12116601	12556725	13016567	32
29	11701602	12123783	12564222	13024407	31
30	11708497	12130970	12571724	13032253	30
	40	39	38	37	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro tãgẽtibus cõplemẽtorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	49	50	51	52	
30	11708497	12130970	12571724	13032253	30
31	11715396	12138162	12579232	13040105	39
32	11722300	12145359	12586746	13047963	28
33	11729208	12152561	12594265	13055827	27
34	11736121	12159768	12601790	13063697	26
35	11743039	12166981	12609321	13071573	25
36	11749962	12174199	12616858	13079455	24
37	11756989	12181422	12624400	13087343	23
38	11763821	12188650	12631948	13095237	22
39	11770758	12195883	12639501	13103138	21
40	11777700	12203121	12647060	13111045	20
41	11784646	12210364	12654624	13118958	19
42	11791597	12217613	12662194	13126877	18
43	11798553	12224867	12669769	13134802	17
44	11805514	12232126	12677350	13142732	16
45	11812479	12239390	12684937	13150668	15
46	11819449	12246659	12692530	13158610	14
47	11826424	12253933	12700128	13166558	13
48	11833404	12261212	12707732	13174512	12
49	11840388	12268496	12715341	13182472	11
50	11847377	12275786	12722956	13190438	10
51	11854371	12283081	12730577	13198411	9
52	11861370	12290381	12738203	13206390	8
53	11868374	12297687	12745835	13214375	7
54	11875383	12304998	12753473	13222367	6
55	11882397	12312314	12761116	13230365	5
56	11889417	12319635	12768765	13238369	4
57	11896438	12326961	12776420	13246379	3
58	11903466	12334293	12784080	13254396	2
59	11910499	12341630	12791745	13262419	1
60	11917537	12348972	12799416	13270448	0
	40	39	38	37	

Minuta Graduũ Quadrantis pro tangentibus cõplementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	53	54	55	56	
0	13270448	13763820	14281480	14825610	60
1	13278483	13772243	14290325	14834916	59
2	13286524	13780673	14299177	14844230	58
3	13294571	13789109	14308037	14853553	57
4	13302624	13797552	14316905	14862884	56
5	13310683	13806002	14325780	14872223	55
6	13318749	13814459	14334662	14881570	54
7	13326821	13822922	14343552	14890925	53
8	13334899	13831392	14352451	14909288	52
9	13342984	13839869	14361354	14909659	51
10	13351075	13848352	14370266	14919038	50
11	13359172	13856842	14379186	14928426	49
12	13367276	13865339	14388113	14937822	48
13	13375386	13873843	14397048	14947226	47
14	13383502	13882354	14405990	14956638	46
15	13391624	13890872	14414939	14966058	45
16	13399753	13899397	14423896	14975486	44
17	13407888	13907930	14432861	14984923	43
18	13416029	13916470	14441833	14994368	42
19	13424177	13925017	14450812	15003821	41
20	13432331	13933571	14459799	15013283	40
21	13440492	13942131	14468794	15022753	39
22	13448659	13950698	14477797	15032231	38
23	13456832	13959272	14486807	15041717	37
24	13465011	13967853	14495825	15051211	36
25	13473197	13976441	14504850	15060714	35
26	13481390	13985035	14513883	15070225	34
27	13489589	13993636	14522924	15079744	33
28	13497794	14002244	14531972	15089271	32
29	13506006	14010859	14541028	15078807	31
30	13514224	14019481	14550091	15108351	30
	36	35	34	33	

Minuta Graduũ Quadrantis pro tangẽtibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro tangentibus

arcuum eiusdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	53	54	55	56	
30	13514224	14019481	14550091	15108351	30
31	13522449	14028110	14559162	15117903	39
32	13530680	14036746	14568241	15127464	28
33	13538918	14045389	14577327	15137034	27
34	13547162	14054040	14586421	151466[illegible]2	26
35	13555413	14062698	14595523	15156199	25
36	13563670	14071363	14604633	15165794	24
37	13571834	14080035	14613750	15175398	23
38	13580104	14088715	14622875	15185011	22
39	13588381	14097402	14632007	15194632	21
40	13596764	14106097	14641146	15204261	20
41	13605054	14114798	14650293	15213899	19
42	13613350	14123506	14659449	15223545	18
43	13621653	14132221	14668613	15233200	17
44	13629963	14140923	14677785	15242863	16
45	13638279	14149672	14686965	15252535	15
46	13646602	14158409	14696153	15262216	14
47	13654932	14167153	14705349	15271905	13
48	13663268	14175904	14714553	15281603	12
49	13671610	14184663	14723765	15291309	11
50	13679959	14193429	14732985	15301024	10
51	13688315	14202202	14742212	15310748	9
52	13696677	14210982	14751447	15320481	8
53	13705046	14219769	14760690	15330222	7
54	1371342[illegible]	14228563	14769941	15339972	6
55	13721805	14237365	14779200	15349730	5
56	13730194	14246174	14788466	15359497	4
57	13738590	14254990	14797740	15369273	3
58	13746993	14263813	14807022	15379057	2
59	13755403	14272643	14816312	15388850	1
60	13763820	14281480	14825610	15398651	0
	36	35	34	33	

Minuta Graduũ Quadrantis pro tangentibus cõplementorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	57	58	59	60	
0	15398651	16003347	16642794	17320508	60
1	15408461	16013710	16653766	17332150	59
2	15418280	16024083	16664749	17343804	58
3	15428108	16034466	16675742	17355469	57
4	15437945	16044859	16686746	17367146	56
5	15447791	16055261	16697760	17378834	55
6	15457646	16065673	16708785	17390534	54
7	15467510	16076095	16719820	17402246	53
8	15477382	16086527	16730866	17413969	52
9	15487263	16096968	16741922	17425704	51
10	15497153	16107419	16752989	17437451	50
11	15507052	16117880	16764067	17449210	49
12	15516960	16128351	16775156	17460981	48
13	15526877	16138832	16786256	17472764	47
14	15536803	16149322	16797367	17484559	46
15	15546738	16159822	16808489	17496366	45
16	15556682	16170332	16819621	17508185	44
17	15566636	16180852	16830764	17520026	43
18	15576599	16191381	16841918	17531869	42
19	15586571	16201920	16853083	17543724	41
20	15596552	16212469	16864259	17555591	40
21	15606542	16223028	16875446	17567470	39
22	15616541	16233597	16886644	17579362	38
23	15626549	16244176	16897853	17591266	37
24	15636566	16254766	16909074	17603182	36
25	15646592	16265366	16920306	17615111	35
26	15656627	16275976	16931549	17627052	34
27	15666671	16286596	16942803	17639006	33
28	15676724	16297226	16954068	17650972	32
29	15686786	16307866	16965344	17662951	31
30	15696857	16318516	16976631	17674941	30
	32	31	30	29	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro tãgẽtibus cõplemẽtorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	57	58	59	60	
30	15696857	16318516	16976631	17674942	30
31	15706938	16329176	16987929	17686945	39
32	15717028	16339847	16999239	17698960	28
33	15727127	16350528	17010560	17710987	27
34	15737235	16361219	17021892	17723027	26
35	15747353	16371920	17033236	17735079	25
36	15757480	16382631	17044591	17747143	24
37	15767616	16393352	17055957	17759220	23
38	15777761	16404083	17067325	17771309	22
39	15787915	16414824	17078714	17783410	21
40	15798078	16425575	17090115	17795524	20
41	15808251	16436337	17101527	17808651	19
42	15818433	16447109	17112950	17819790	18
43	15828625	16457892	17124384	17831942	17
44	15838827	16468685	17135829	17844107	16
45	15849038	16479488	17147285	17856285	15
46	15859259	16490302	17158752	17868475	14
47	15869489	16501126	17170231	17880678	13
48	15879729	16511960	17181721	17892894	12
49	15889979	16522805	17193222	17905123	11
50	15900238	16533660	17204734	17917364	10
51	15910507	16544526	17216258	17929618	9
52	15920785	16555402	17227794	17941885	8
53	15931073	16566289	17239342	17954164	7
54	15941370	16577186	17250902	17966456	6
55	15951676	16588094	17262473	17978761	5
56	15961992	16599013	17274056	17991079	4
57	15972317	16609942	17285651	18003410	3
58	15982651	16620882	17297258	18015753	2
59	15992994	16631833	17308877	18028109	1
60	16003347	16642794	17320508	18040478	0
	32	31	30	29	

Minuta Graduũ Quadrantis pro tangentibus cõplementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	61	62	63	64	
0	18040478	18807265	19626104	20503034	60
1	18052860	18820471	19640225	20518180	59
2	18065255	18833691	19654362	20533344	58
3	18077663	18846925	19668516	20548526	57
4	18090084	18860174	19682686	20563726	56
5	18102518	18873437	19696872	20578945	55
6	18114966	18886715	19711074	20594182	54
7	18127427	18900007	19725293	20609437	53
8	18139901	18913314	19739528	20624711	52
9	18152388	18926636	19753780	20640003	51
10	18164889	18939972	19768048	20655313	50
11	18177403	18953323	19782333	20670642	49
12	18189930	18966689	19796634	20685989	48
13	18202470	18980070	19810951	20701355	47
14	18215024	18993466	19825285	20716739	46
15	18227591	19006876	19839635	20732142	45
16	18240171	19020301	19854002	20747564	44
17	18252765	19033741	19868386	20763004	43
18	18265372	19047196	19882786	20778463	42
19	18277992	19060665	19897203	20793941	41
20	18290626	19074149	19911637	20809438	40
21	18303273	19087648	19926088	20824953	39
22	18315934	19101162	19940555	20840487	38
23	18328608	19114691	19955039	20856040	37
24	18341296	19128235	19969540	20871612	36
25	18353997	19141795	19984057	20887202	35
26	18366712	19155370	19998591	20902811	34
27	18379440	19168960	20013142	20918439	33
28	18392182	19182565	20027709	20934086	32
29	18404938	19196185	20042297	20949752	31
30	18417707	19209821	20056898	20965436	30
	28	27	26	25	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro tãgẽtibus cõplemẽtorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	61	62	63	64	
30	18417707	19209821	20056898	20965436	30
31	18430490	19223472	20071516	20981140	29
32	18443287	19237138	20086152	20996863	28
33	18456098	19250819	20100805	21012605	27
34	18468922	19264516	20115475	21028367	26
35	18481760	19278228	20130163	21044148	25
36	18494612	19291955	20144868	21059949	24
37	18507478	19305698	20159590	21075769	23
38	18520357	19319456	20174329	21091609	22
39	18533250	19333230	20189086	21107468	21
40	18546157	19347019	20203860	21123347	20
41	18559078	19360824	20218651	21139246	19
42	18572013	19374644	20233460	21155164	18
43	18584962	19388480	20248286	21171102	17
44	18597925	19402331	20263130	21187059	16
45	18610902	19416198	20277991	21203036	15
46	18623894	19430081	20292870	21219032	14
47	18636900	19443980	20307767	21235048	13
48	18649920	19457894	20322681	21251083	12
49	18662954	19471824	20337613	21267138	11
50	18676002	19485770	20352563	21283213	10
51	18689064	19499732	20367531	21299308	9
52	18702140	19513710	20382516	21315423	8
53	18715231	19527704	20397519	21331558	7
54	18728335	19541714	20412539	21347713	6
55	18741454	19555739	20427577	21363888	5
56	18754587	19569780	20442633	21380083	4
57	18767735	19583837	20457706	21396298	3
58	18780897	19597910	20472797	21412534	2
59	18794074	19611999	20487906	21428790	1
60	18807265	19626104	20503034	21445067	0
	28	27	26	25	

Minuta Graduū Quadrātis pro tangentibus complementorū arcuū eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	65	66	67	68	
0	21445067	22460371	23558529	24750869	60
1	21461364	22477965	23577595	24771613	59
2	21477681	22495582	23596687	24792387	58
3	21494019	22513222	23615805	24813191	57
4	21510377	22530885	23634950	24834024	56
5	21526756	22548571	23654121	24854887	55
6	21543155	22566281	23673318	24875780	54
7	21559575	22584014	23692542	24896704	53
8	21576015	22601771	23711793	24917659	52
9	21592475	22619551	23731071	24938644	51
10	21608956	22637355	23750375	24959659	50
11	21625458	22655183	23769706	24980705	49
12	21641981	22673034	23789064	25001782	48
13	21658525	22690909	23808448	25022890	47
14	21675090	22708808	23827859	25044029	46
15	21691676	22726730	23847297	25065198	45
16	21708283	22744676	23866762	25086398	44
17	21724911	22762646	23886254	25107629	43
18	21741559	22780639	23905773	25128991	42
19	21758228	22798656	23925320	25150183	41
20	21774918	22816696	23944895	25171506	40
21	21791629	22834760	23964496	25192861	39
22	21808362	22852848	23984124	25214248	38
23	21825116	22870960	24003779	25235666	37
24	21841892	22889096	24023462	25257116	36
25	21858689	22907256	24043172	25278597	35
26	21875508	22925441	24062910	25300110	34
27	21892348	22943650	24082675	25321655	33
28	21909210	22961883	24102468	25343232	32
29	21926094	22980141	24122289	25364841	31
30	21943000	22998424	24142137	25386482	30
	24	23	22	21	

Minuta Graduū Quadrantis pro tangētibus complementorū arcuū eiusdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	65	66	67	68	
30	21943000	22998424	24142137	25386482	30
31	21959926	23016731	24162013	25408154	29
32	21976874	23035062	24181917	25429858	28
33	21993843	23053418	24201849	25451594	27
34	22010834	23071798	24221809	25473362	26
35	22027846	23090203	24241798	25495162	25
36	22044879	23108632	24261815	25516995	24
37	22061934	23127086	24281860	25538860	23
38	22079011	23145565	24301934	25560758	22
39	22096109	23164068	24322037	25582688	21
40	22113229	23182597	24342169	25604651	20
41	22130372	23201151	24362329	25626647	19
42	22147537	23219730	24382518	25648675	18
43	22164725	23238335	24402735	25670736	17
44	22181935	23256965	24422981	25692830	16
45	22199168	23275621	24443256	25714957	15
46	22216424	23294302	24463559	25737118	14
47	22233703	23313008	24483891	25759312	13
48	22251004	23331740	24504252	25781540	12
49	22268328	23350498	24524642	25803801	11
50	22285675	23369282	24545061	25826096	10
51	22303044	23388092	24565509	25848424	9
52	22320435	23406927	24585986	25870786	8
53	22337848	23425788	24606492	25893181	7
54	22355284	23444674	24627028	25915610	6
55	22372742	23463586	24647594	25938073	5
56	22390223	23482523	24668189	25960569	4
57	22407726	23501486	24688814	25983099	3
58	22425252	23520475	24709469	26005663	2
59	22442800	23539489	24730154	26028261	1
60	22460371	23558529	24750869	26050893	0
	24	23	22	21	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro tangentibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	69	70	71	72	
0	26050893	27474777	29042105	30776834	60
1	26073559	27499665	29069569	30807323	59
2	26096260	27524592	29097080	30837866	58
3	26118996	27549559	29124638	30868465	57
4	26141766	27574565	29152243	30899119	56
5	26164571	27599612	29179895	30929828	55
6	26187411	27624699	29207595	30960593	54
7	26210286	27649827	29235343	30991413	53
8	26233196	27674995	29263139	31022289	52
9	26256141	27700204	29290382	31053221	51
10	26279120	27725453	29318873	31084208	50
11	26302135	27750742	29346811	31115252	49
12	26325185	27776072	29374797	31146352	48
13	26348270	27801443	29402831	31177508	47
14	26371390	27826855	29430913	31208720	46
15	26394546	27852308	29459043	31239989	45
16	26417738	27877803	29487221	31271315	44
17	26440966	27903339	29515446	31302698	43
18	26464229	27928917	29543719	31334138	42
19	26487528	27954536	29572041	31365636	41
20	26510863	27980196	29600411	31397191	40
21	26534234	28005898	29628831	31428805	39
22	26557641	28031642	29657301	31460476	38
23	26581084	28057429	29685820	31492205	37
24	26604563	28083258	29714388	31523992	36
25	26628079	28109129	29743006	31555838	35
26	26651631	28135043	29771674	31587742	34
27	26675220	28160999	29800392	31619705	33
28	26698845	28186998	29829160	31651727	32
29	26722507	28213040	29857978	31683807	31
30	26746206	28239125	29886847	31715946	30
	20	19	18	17	

Minuta Graduũ Quadrantis pro tangẽtibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

arcuum eiusdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	69	70	71	72	
30	26746206	28239125	29886847	31715946	30
31	26769942	28265253	29915765	31748144	39
32	26793716	28291424	29944734	31780401	28
33	26816527	28317638	29973753	31812717	27
34	26841375	28343895	30002823	31845093	26
35	26865260	28379195	30031943	31877528	25
36	26889183	28396539	30061113	31910024	24
37	26913143	28422926	30090334	31942580	23
38	26937141	28449357	30119605	31975197	22
39	26961177	28475832	30148927	32007875	21
40	26985251	28502350	30178299	32040613	20
41	27009362	28528913	30207723	32073413	19
42	27033511	28555520	30237200	32106275	18
43	27057698	28582172	30266730	32139200	17
44	27081922	28608868	30296312	32172187	16
45	27106184	28635608	30325947	32205237	15
46	27130484	28662393	30355635	32238349	14
47	27154823	28689222	30385375	32271524	13
48	27179200	28716096	30415169	32304762	12
49	27203616	28743015	30445015	32338064	11
50	27228070	28769979	30474915	32371430	10
51	27252563	28796987	30504867	32404858	9
52	27277095	28824040	30534872	32438348	8
53	27301667	28851139	30564930	32471901	7
54	27326278	28878283	30595041	32505517	6
55	27350929	28905472	30625205	32539196	5
56	27375620	28932707	30655423	32572937	4
57	27400350	28959988	30685695	32606741	3
58	27425120	28987315	30716020	32640907	2
59	27449929	29014687	30746400	32674536	1
60	27474777	29042105	30776834	32708528	0
	20	19	18	17	

Minuta Graduũ Quadrantis pro tangentibus cõplementorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	73	74	75	76	
0	32708528	34874151	37320517	40107808	60
1	32745286	34912477	37363987	40157569	59
2	32776709	34950881	37407551	40207446	58
3	32810898	34989364	37451210	40257440	57
4	32845153	35027925	37494964	40307552	56
5	32879747	35066565	37538814	40357781	55
6	32913862	35105283	37582760	40408129	54
7	32948317	35144080	37626803	40458596	53
8	32982839	35182956	37670943	40509183	52
9	33017427	35221911	37715180	40559890	51
10	33052082	35260945	37759515	40610718	50
11	33086802	35300059	37803948	40661665	49
12	33121588	35339253	37848479	40712731	48
13	33156441	35378528	37893109	40763917	47
14	33191362	35417883	37937838	40815224	46
15	33226351	35457320	37982666	40866652	45
16	33261408	35496838	38027592	40918201	44
17	33296534	35536438	38072616	40969871	43
18	33331728	35576121	38117740	41021663	42
19	33366990	35615888	38162963	41073577	41
20	33402321	35655739	38208285	41125614	40
21	33437720	35695672	38253708	41177775	39
22	33473188	35735689	38299232	41230062	38
23	33508725	35775789	38344857	41282475	37
24	33544330	35815973	38390584	41335015	36
25	33580005	35856241	38436414	41387683	35
26	33615750	35896593	38482347	41440480	34
27	33651566	35937029	38528384	41493407	33
28	33687453	35977550	38574525	41546464	32
29	33723410	36018156	38620772	41599653	31
30	33759438	36058848	38667125	41652974	30
	16	15	14	13	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro tãgẽtibus cõplemẽtorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	73	74	75	76	
30	33759438	36058848	38667125	41652974	30
31	33795535	36099623	38713580	41706424	39
32	33831703	36140483	38760139	41760003	28
33	33867942	36181427	38806801	41813712	27
34	33904252	36222456	38853567	41867550	26
35	33940634	36263570	38900438	41921518	25
36	33977088	36304771	38947416	41975617	24
37	34013615	36346060	38994501	42029848	23
38	34050215	36387437	39041695	42084211	22
39	34086888	36428903	39088998	42138706	21
40	34123634	36470459	39136409	42193334	20
41	34160453	36512103	39183929	42248096	19
42	34197345	36553836	39231557	42302993	18
43	34234310	36595659	39279294	42358025	17
44	34271348	36637572	39327139	42413193	16
45	34308459	36679574	39375094	42468497	15
46	34345644	36721666	39423158	42523937	14
47	34382903	36763849	39471331	42579514	13
48	34420237	36806121	39519614	42635228	12
49	34457647	36848483	39568006	42691080	11
50	34495132	36890936	39616509	42747070	10
51	34532692	36933479	39665124	42803199	9
52	34570327	36976114	39713852	42859468	8
53	34608038	37018840	39762695	42915878	7
54	34645824	37061659	39811654	42972429	6
55	34683686	37104570	39860729	43029122	5
56	34721625	37147574	39909917	43085958	4
57	34759640	37190670	39959218	43142937	3
58	34797733	37233859	40008633	43200060	2
59	34835903	37277141	40058103	43257328	1
60	34874151	37320517	40107808	43314742	0
	16	15	14	13	

Minuta Graduũ Quadrantis pro tangentibus cõplementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	77	78	79	80	
0	43314742	47046295	51445543	56712854	60
1	43372301	47113680	51525561	56809480	59
2	43430006	47181249	51605820	56906425	58
3	43487857	47249003	51686321	57003690	57
4	43545855	47316942	51767065	57101277	56
5	43604000	47385067	51848053	57199188	55
6	43662293	47453380	51929285	57297425	54
7	43720733	47521882	52010762	57395990	53
8	43779321	47590575	52092485	57494885	52
9	43838057	47659460	52174455	57594111	51
10	43896942	47728538	52256673	57693670	50
11	43955977	47797809	52339140	57793564	49
12	44015163	47867274	52421857	57893795	48
13	44074501	47936934	52504826	57994366	47
14	44133992	48006790	52588048	58095279	46
15	44193637	48076841	42671525	58196536	45
16	44253435	48147088	52755259	58298138	44
17	44313387	48217531	52839251	58400087	43
18	44373494	48288171	52923503	58502385	42
19	44433756	48359008	53008016	58605034	41
20	44494174	48430043	53092792	58708035	40
21	44554749	48501278	53177831	58811388	39
22	44615481	48572714	53263134	58915095	38
23	44676371	48644352	53348702	59019157	37
24	44737419	48716193	53434536	59123576	36
25	44798626	48788238	53520637	59228353	35
26	44859993	48860488	53607006	59333490	34
27	44921521	48932945	53693644	59438989	33
28	44983211	49005610	53780552	59544852	32
29	45045065	49078483	53867731	59651081	31
30	45107083	49151565	53955183	59757678	30
	12	11	10	9	

Minuta Graduū Quadrãtis pro tãgẽtibus cõplemẽtorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

arcuum eiuſdem Quadrantis

	77	78	79	80	
30	45107083	40151565	53955183	59757678	30
31	45169263	49224856	54042909	59864646	39
32	45231607	49298357	54130911	59971987	28
33	45294114	49372069	54219190	60079703	27
34	45356785	49445993	54307748	60187796	26
35	45419621	49520130	54396586	60296268	25
36	45482623	49594481	54485705	60405121	24
37	45545790	49669047	54575107	60514358	23
38	45609123	49743829	54664793	60623981	22
39	45672623	4981 8827	54754764	60733992	21
40	45736291	49894042	55845022	60844392	20
41	45800128	49969475	54935569	60955184	19
42	45864135	50045127	55029406	61066370	18
43	45928314	50120999	55117535	61177952	17
44	45992666	50197092	55208958	61289930	16
45	46057192	50273407	55300676	61402307	15
46	46121892	50349935	55392692	61515085	14
47	46186767	50246707	55485007	61628267	13
48	46251817	50503695	55577622	61741856	12
49	46318043	50580910	55670539	61855854	11
50	46382445	50658353	55763759	61970263	10
51	46448023	50736025	55857283	62085085	9
52	46513778	50813927	55951112	62200323	8
53	46579711	50892060	56045247	62315979	7
54	46645823	50970425	56139689	62432056	6
55	46712115	51049023	56234439	62548556	5
56	46778587	51127855	56329498	62665481	4
57	46845240	51206922	56424868	62782833	3
58	46912075	51286225	56520550	62900615	2
59	46979093	51365765	56616545	63018829	1
60	47046295	51445543	56712854	63137478	0
	12	11	10	9	

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduũ Quadrantis pro tangentibus cõplementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	81	82	83	84	
0	63137478	71153707	81443502	95143611	60
1	63256564	71304198	81639821	95410585	59
2	63376089	71455313	81837074	95679034	58
3	63496056	71607058	82035268	95948971	57
4	63616468	71759440	82234410	96220411	56
5	63737327	71912459	82434508	96493467	55
6	63858635	72066117	82635570	96767939	54
7	63980394	72220422	82837603	97044063	53
8	64102607	72375376	83040614	97321646	52
9	64225276	72530983	83244610	97600890	51
10	64348404	72687247	83449598	97881716	50
11	64471994	72844173	83655585	98164135	49
12	64596049	73001766	83862572	98448162	48
13	64720571	73160031	84070565	98733810	47
14	64845563	73318972	84279571	99021104	46
15	64971028	73478593	84489598	99310047	45
16	65096969	73638898	84700687	99600655	44
17	65223388	73799892	84912817	99893042	43
18	65350287	73961579	85125995	100187022	42
19	65477669	74123964	85340229	100482822	41
20	65605537	74287052	85555525	100780346	40
21	65733894	74450847	85771891	101079507	39
22	65862743	74615354	85989335	101380525	38
23	65992087	74780577	86207866	101683314	37
24	66121928	74946521	86427493	101987889	36
25	66252268	75113189	86648225	102294266	35
26	66383110	75280586	86870072	102602473	34
27	66514457	75448716	87093043	102912514	33
28	66646313	75617584	87317150	103224405	32
29	66778681	75787195	87542404	103538166	31
30	66911564	75957554	87768816	103853919	30
	8	7	6	5	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro tãgẽtibus cõplemẽtorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	81	82	83	84	
30	66911564	75957554	87768816	103853919	30
31	67044965	76128666	87996394	104171468	29
32	67178887	76300536	88225146	104491055	28
33	67313334	76473170	88455079	104812581	27
34	67448309	76646573	88686196	105136063	26
35	67583815	76820751	88918508	105461519	25
36	67719855	76995710	89152021	105788969	24
37	67856423	77171455	89386745	106118428	23
38	67993549	77347991	89622688	106449917	22
39	68131209	77525324	89859858	106783466	21
40	68269416	77703459	90098263	107119198	20
41	68408173	77882402	90337927	107456902	19
42	68547438	78062159	90578848	107796712	18
43	68687350	78242737	90821043	108138767	17
44	68827777	78424142	91064526	108482852	16
45	68968768	78606379	91309309	108829233	15
46	69110326	78789454	91555401	109177805	14
47	69252455	78973371	91802810	109528589	13
48	69395158	79158136	92051546	109881598	12
49	69538439	76343754	92301618	110236864	11
50	69682302	79530231	92553036	110594415	10
51	69826751	79717572	92805759	110954264	9
52	69971789	79905783	93059875	111316432	8
53	70117419	80094869	93315361	111680940	7
54	70263645	80284835	93572238	112047814	6
55	70410470	80475688	93830595	112417202	5
56	70557898	80667435	94090270	1127888 8	4
57	70705932	80860083	94351448	113163656	3
58	70854576	81053639	94614055	113539681	2
59	71003833	81248110	94878103	113918875	1
60	71153706	81443502	95143611	114300579	0
	8	7	6	5	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro tangentibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	85	86	87	
0	114300579	143006601	190811200	60
1	114684819	143606943	191879163	59
2	115071619	144212307	192959095	58
3	115461005	144822757	194051200	57
4	115853017	145438358	195155685	56
5	116247668	146059175	196273146	55
6	116644985	146685275	197403054	54
7	117044995	147316726	198545993	53
8	117447864	147953611	199702191	52
9	117853346	148595987	200871878	51
10	118261757	149244148	202055705	50
11	118672834	149897753	203253093	49
12	119086890	150557233	204464726	48
13	119503669	151222301	205691260	47
14	119923488	151893462	206932111	46
15	120346233	152570581	208188402	45
16	120771937	153253487	209459545	44
17	121200643	153942729	210746693	43
18	121632370	154638158	212049271	42
19	122067151	155339855	213368214	41
20	122505017	156047923	214704085	40
21	122946003	156762433	216056022	39
22	123390142	157483474	217425507	38
23	123837634	158211136	218812405	37
24	124288195	158945509	220217049	36
25	124742169	159686753	221639784	35
26	125199280	160434770	223080983	34
27	125659878	161189849	224540987	33
28	126123842	161952305	226020167	32
29	126591211	162721698	227518902	31
30	127062036	163498660	229037584	30
	4	3	2	

Minuta Graduũ Quadrantis pro tangẽtibus complementorũ arcuũ eiusdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	85	86	87	
30	127062036	163498660	229037584	30
31	127536341	164282764	230576614	29
32	12801416[illegible]	165074651	232136427	28
33	1284955[illegible]	165873906	233717425	27
34	12898053[illegible]	166681172	235320041	26
35	129469305	167496287	236945285	25
36	129961652	168319085	238592501	24
37	130457692	169150247	240262714	23
38	130957670	169989613	241957021	22
39	131461286	170837304	243674732	21
40	131968930	171693461	245417543	20
41	132480297	172558198	247184785	19
42	132995769	173431641	248978216	18
43	133515636	174313925	250797165	17
44	134038804	175205183	252643455	16
45	134566419	176105555	254517088	15
46	135098153	177015180	256417991	14
47	135634096	177934219	258348100	13
48	136174272	178862806	260307416	12
49	136718731	179801085	262296605	11
50	137267523	180749537	264316358	10
51	137820702	181707670	266366704	9
52	138378319	182676299	268449755	8
53	138940429	183654941	270565570	7
54	139507087	184644417	272714927	6
55	140078545	185644562	274898633	5
56	140654481	186655202	277117516	4
57	141235334	187677207	279372435	3
58	141820765	188710414	281664304	2
59	142411234	189755028	283994009	1
60	143006601	190811200	286362498	0
	4	3	2	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro tangentibus complementorũ arcuũ eiusdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro tangentibus

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	88		89		
0	286362498		572899830		60
1	288770746		582610421		59
2	291219764		592655713		58
3	293710598		603057015		57
4	296244357		613825994		56
5	298823024		624990311		55
6	301445987		636564040		54
7	304115322		648591509		53
8	306833212		661050728		52
9	309599077		674016435		51
10	312416191		687500725		50
11	315283945		701531474		49
12	318204757		716149676		48
13	321181137		731385593		47
14	324212583		747289264		46
15	327302782		763899813		45
16	330451272		781259259		44
17	333661982		799432199		43
18	336934467		818463792		42
19	340272744		838430438		41
20	343677949		859395374		40
21	347150587		881427652		39
22	350695255		904627361		38
23	354312962		929081086		37
24	358006024		954893332		36
25	361776788		982180553		35
26	365626388		1011062679		34
27	369560062		1041705454		33
28	373579199		1074263399		32
29	377686614		1108922084		31
30	381885288		1145891136		30
	1		0		

Minuta Graduũ Quadrantis pro tangẽtibus complementorũ arcuũ eiusdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro tangentibus

arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro tangentibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	88		89		
30	381885288		1145891136		30
31	386178258		1185395877		29
32	390568737		1227736470		28
33	395060088		1273213435		27
34	399655828		1322188681		26
35	404359642		1375082163		25
36	409175388		1432363027		24
37	414111295		1494645462		23
38	419159137		1562590046		22
39	424335793		1637005697		21
40	429641796		1718863124		20
41	435082056		1809337410		19
42	440661780		1909864971		18
43	446386310		2022219818		17
44	452261453		2148619711		16
45	458293185		2291873854		15
46	464487853		2455533838		14
47	470852152		2644433955		13
48	477393195		2864819229		12
49	484118353		3125276745		11
50	491038024		3437829002		10
51	498155754		3819696333		9
52	505482730		4297181900		8
53	513030946		4911098124		7
54	520805157		5729633839		6
55	528821258		6875680006		5
56	537085003		8594003953		4
57	545610968		11457529506		3
58	554414914		17188033688		2
59	563504309		34376070815		1
60	572899830		infinita		0
	I		O		

Minuta Graduũ Quadrãtis pro tangentibus complementorũ arcuũ eiusdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

TABVLA
LINEARVM SECANTIVM,
SIVE
BENEFICA.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	0	1	2	3	
0	10000000	10001524	10006095	10013723	60
1	10000001	10001574	10006198	10013875	59
2	10000002	10001626	10006301	10014029	58
3	10000004	10001679	10006405	10014184	57
4	10000008	10001733	10006509	10014339	56
5	10000010	10001788	10006615	10014495	55
6	10000014	10001844	10006721	10014653	54
7	10000020	10001900	10006828	10014811	53
8	10000027	10001957	10006936	10014970	52
9	10000034	10002015	10007045	10015130	51
10	10000042	10002074	10007155	10015291	50
11	10000051	10002134	10007265	10015453	49
12	10000060	10002195	10007376	10015615	48
13	10000071	10002256	10007488	10015778	47
14	10000083	10002318	10007601	10015942	46
15	10000095	10002381	10007716	10016107	45
16	10000108	10002445	10007831	10016273	44
17	10000122	10002510	10007946	10016440	43
18	10000137	10002576	10008062	10016608	42
19	10000152	10002642	10008179	10016777	41
20	10000168	10002709	10008298	10016946	40
21	10000186	10002777	10008417	10017116	39
22	10000204	10002846	10008537	10017287	38
23	10000223	10002916	10008658	10017459	37
24	10000243	10002987	10008779	10017632	36
25	10000264	10003058	10008902	10017806	35
26	10000285	10003130	10009025	10017981	34
27	10000308	10003203	10009149	10018157	33
28	10000332	10003277	10009274	10018333	32
29	10000357	10003352	10009400	10018510	31
30	10000381	10003428	10009527	10018687	30
	89	88	87	86	

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſecantibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	0	1	2	3	
30	10000381	10003428	10009527	10018687	30
31	10000407	10003505	10009655	10018865	39
32	10000433	10003582	10009783	10019044	28
33	10000461	10003660	10009912	10019224	27
34	10000489	10003739	10010043	10019405	26
35	10000518	10003819	10010174	10019587	25
36	10000548	10003900	10010306	10019770	24
37	10000579	10003982	10010439	10019954	23
38	10000611	10004060	10010572	10020138	22
39	10000643	10004148	10010706	10020324	21
40	10000677	10004232	10010841	10020510	20
41	10000711	10004317	10010977	10020698	19
42	10000746	10004403	10011114	10020886	18
43	10000782	10004490	10011252	10021086	17
44	10000819	10004578	10011390	10021266	16
45	10000857	10004666	10011529	10021456	15
46	10000895	10004755	10011670	10021649	14
47	10000934	10004845	10011811	10021842	13
48	10000975	10004936	10011952	10022035	12
49	10001016	10005028	10012098	10022239	11
50	10001058	10005122	10012238	10022424	10
51	10001100	10005216	10012383	10022620	9
52	10001144	10005310	10012528	10022817	8
53	10001188	10005405	10012674	10023015	7
54	10001233	10005501	10012822	10023213	6
55	10001280	10005598	10012970	10023412	5
56	10001327	10005696	10013119	10023612	4
57	10001375	10005795	10013269	10023813	3
58	10001423	10005894	10013419	10024014	2
59	10001473	10005994	10013570	10024217	1
60	10001524	10006095	10013723	10024420	0
	89	88	87	86	

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſecantibus cõplementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro secantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro secantibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	4	5	6	7	
0	10024420	10038198	10055082	10075098	60
1	10024625	10038454	10055390	10075459	59
2	10024830	10038710	10055699	10075820	58
3	10025036	10038968	10056009	10076182	57
4	10025242	10039226	10056320	10076545	56
5	10025450	10039486	10056632	10076909	55
6	10025658	10039746	10056944	10077274	54
7	10025868	10040008	10057256	10077639	53
8	10026078	10040269	10057570	10078005	52
9	10026289	10040532	10057884	10078372	51
10	10026500	10040796	10058200	10078740	50
11	10026713	10041061	10058517	10079009	49
12	10026927	10041326	10058834	10079479	48
13	10027141	10041592	10059153	10079850	47
14	10027357	10041859	10059472	10080222	46
15	10027573	10042128	10059792	10080595	45
16	10027790	10042397	10060113	10080968	44
17	10028009	10042667	10060435	10081332	43
18	10028227	10042936	10060757	10081717	42
19	10028447	10043207	10061080	10082093	41
20	10028667	10043479	10061405	10082470	40
21	10028889	10043752	10061730	10082848	39
22	10029111	10044025	10062056	10083226	38
23	10029334	10044300	10062383	10063606	37
24	10029559	10044576	10062711	10083987	36
25	10029784	10044853	10063039	10084368	35
26	10030009	10045130	10063369	10084750	34
27	10030236	10045409	10063700	00085134	33
28	10030463	10045689	10064031	10085518	32
29	10030692	10045969	10064364	10085903	31
30	10030920	10046250	10064696	10086289	30
	85	84	83	82	

Minuta Graduũ Quadrantis pro secantibus complementorũ arcuũ eiusdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro secantibus

arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	4	5	6	7	
30	10030920	10046250	10064696	10086287	30
31	10031150	10046532	10065035	10086677	39
32	10031381	10046815	10065365	10087065	28
33	10031614	10047098	10065701	10087454	27
34	10031846	10047383	10066038	10087843	26
35	10032079	10047669	10066376	10088243	25
36	10032314	10047954	10066715	10088623	24
37	10032550	10048241	10067054	10089015	23
38	10032786	10048529	10067394	10089408	22
39	10033023	10048818	10067735	10089802	21
40	10033261	10049107	10068076	10090196	20
41	10033500	10049398	10068419	10090592	19
42	10033740	10049690	10068763	10090988	18
43	10033981	10049983	10069107	10091385	17
44	10034223	10050276	10069452	10091783	16
45	10034465	10050571	10069808	10092182	15
46	10034708	10050865	10070155	10092582	14
47	10034952	10051160	10070493	10092983	13
48	10035196	10051456	10070842	10093385	12
49	10035441	10051753	10071192	10093787	11
50	10035688	10052051	10071543	10094190	10
51	10035936	10052350	10071895	10094624	9
52	10036184	10052649	10072247	10095030	8
53	10036434	10052951	10072600	10095406	7
54	10036684	10053252	10072954	10095813	6
55	10036934	10053555	10073310	10096221	5
56	10037185	10053858	10073666	10096630	4
57	10037438	10054162	10074023	10097040	3
58	10037690	10054468	10074380	10097451	2
59	10037944	10054775	10074737	10097863	1
60	10038198	10055082	10075098	10098275	0
	85	84	83	82	

Minuta Graduū Quadrantis pro ſecantibus cōplementorū arcuū eiuſdē Quadrātis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro secantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro secantibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	8	9	10	11	
0	10098275	10124650	10154264	10187166	60
1	10098698	10125117	10154786	10187743	59
2	10099103	10125585	10155308	10188320	58
3	10099518	10126054	10155831	10188899	57
4	10099934	10126524	10156356	10189478	56
5	10100351	10126994	10156881	10190058	55
6	10100769	10127465	10157407	10190639	54
7	10101188	10127947	10157934	10191221	53
8	10101607	10128410	10158462	10191804	52
9	10102028	10128684	10158991	10192387	51
10	10102450	10129358	10159520	10192972	50
11	10102872	10129634	10160051	10193557	49
12	10103295	10130311	10160582	10194144	48
13	10103720	10130788	10161114	10194732	47
14	10104144	10131266	10161648	10195320	46
15	10104570	10131746	10162182	10195910	45
16	10104996	10132226	10162707	10196500	44
17	10105423	10132707	10163252	10197092	43
18	10105851	10133189	10163789	10197684	42
19	10106286	10133672	10164327	10198277	41
20	10106710	10134156	10165865	10198872	40
21	10107140	10134641	10165495	10199467	39
22	10107572	10135127	10165944	10200063	38
23	10108005	10135614	10166485	10200660	37
24	10108438	10136102	10167028	10201258	36
25	10108873	10136591	10167571	10201857	35
26	10109309	10137080	10168116	10202457	34
27	10109755	10137571	10168661	10203058	33
28	10110182	10138163	10169207	10203659	32
29	10110620	10138555	10169765	10204262	31
30	101 1059	10139048	10170303	10204867	30
	81	80	79	78	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro secãtibus cõplemẽtorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis.

Gradus Quadrantis pro secantibus

arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	8	9	10	11	
30	10111059	10139048	10170303	10204867	30
31	10111509	10139543	10170852	10205470	29
32	10111940	10140038	10171401	10206075	28
33	10112482	10140534	10171952	10206681	27
34	10112825	10141036	10172504	10207289	26
35	10113279	10141528	10173056	10207897	25
36	10113713	10142027	10173609	10208506	24
37	10114159	10142526	10174163	10209116	23
38	10114606	10143026	10174718	10209727	22
39	10115053	10143528	10175274	10210339	21
40	10115501	10144030	10175831	10210952	20
41	10115952	10144533	10176389	10211566	19
42	10116401	10145037	10176947	10211180	18
43	10116852	10145542	10177507	10212796	17
44	10117303	10146048	10178068	10213412	16
45	10117754	10146554	10178630	10214030	15
46	10118209	10147062	10179193	10214668	14
47	10118663	10147572	10179756	10215268	13
48	10119118	10148082	10180321	10215889	12
49	10119574	10148593	10180886	10216510	11
50	10120031	10149104	10181453	10217113	10
51	10120489	10149615	10182021	10217756	9
52	10120948	10150128	10182589	10218380	8
53	10121408	10150642	10183158	10219015	7
54	10121868	10151156	10183728	10219631	6
55	10122330	10151672	10184299	10220258	5
56	10122792	10152188	10184870	10220885	4
57	10123256	10152705	10185443	10221514	3
58	10123720	10153224	10186017	10222143	2
59	10124275	10153744	10186591	10222774	1
60	10124650	10154264	10187166	10223405	0
	81	80	79	78	

Minuta Graduū Quadrãtis pro ſecantibus complementorū arcuū eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	12	13	14	15	
0	10223405	10263040	10306136	10352762	60
1	10224037	10263730	10306884	10353569	59
2	10224671	10264420	10307633	10354377	58
3	10225305	10265112	10308383	10355186	57
4	10225941	10265804	10309134	10355996	56
5	10226577	10266498	10309886	10356807	55
6	10227215	10267192	10310639	10357619	54
7	10227854	10267888	10311393	10358433	53
8	10228493	10268584	10312148	10359247	52
9	10229134	10269281	10312903	10360063	51
10	10229775	10269979	10313660	10360880	50
11	10230417	10270688	10314417	10361698	49
12	10231060	10271379	10315176	10362517	48
13	10231644	10272080	10315935	10363337	47
14	10232288	10272782	10316696	10364158	46
15	10232994	10273485	10317457	10364980	45
16	10233641	10274190	10318220	10365802	44
17	10234289	10274895	10318984	10366626	43
18	10234938	10275601	10319749	10367450	42
19	10235587	10276318	10320525	10368276	41
20	10236238	10277016	10321282	10369102	40
21	10236889	10277726	10322050	10369930	39
22	10237541	10278436	10322819	10370758	38
23	10238195	10279148	10323589	10371588	37
24	10238849	10279860	10324359	10372418	36
25	10239505	10280573	10325131	10373250	35
26	10240161	10281287	10325903	10374092	34
27	10240818	10282002	10326677	10374916	33
28	10241476	10282717	10327451	10375750	32
29	10242135	10283434	10328127	10376586	31
30	10242795	10284151	10329003	10377422	30
	77	76	75	74	

Minuta Graduū Quadrātis pro ſecātibus cōplemētorū arcuū eiuſdē Quadrātis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	12	13	14	15	
30	10242795	10284151	10329003	10377422	30
31	10243456	10284870	10329781	10378260	39
32	10244118	10285589	10330559	10379098	28
33	10245782	10286310	10331339	10379938	27
34	10245445	10287032	10332119	10380778	26
35	10246110	10287754	10332902	10381620	25
36	10246776	10288478	10333684	10382463	24
37	10247442	10289202	10334467	10383307	23
38	10248110	10289928	10335252	10384153	22
39	10248778	10290654	10336037	10384999	21
40	10249448	10291381	10336824	10385846	20
41	10250119	10292119	10337612	10386694	19
42	10250790	10292838	10338400	10387543	18
43	10251461	10293569	10339189	10388393	17
44	10252136	10294300	10339980	10389244	16
45	10252811	10295043	10340771	10390096	15
46	10253482	10295766	10341564	10390949	14
47	10254162	10296501	10342347	10391803	13
48	10254839	10297237	10343152	10392657	12
49	10255517	10297973	10343947	10393513	11
50	10256196	10298710	10344743	10394370	10
51	10256876	10299449	10345541	10395228	9
52	10257557	10300188	10346340	10396087	8
53	10258239	10300928	10347139	10396947	7
54	10258922	10301669	10347940	10397808	6
55	10259606	10302411	10348741	10398670	5
56	10260291	10303154	10349544	10399533	4
57	10260977	10303898	10350347	10400397	3
58	10261661	10304643	10351151	10401262	2
59	10262351	10305390	10351956	10402128	1
60	10263040	10306136	10352762	10402994	0
	77	76	75	74	

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſecantibus cõplementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	16	17	18	19	
0	10402994	10456917	10514621	10576207	60
1	10403862	10457847	10515616	10577267	59
2	10404730	10458779	10516612	10578328	58
3	10405590	10459711	10517609	10579400	57
4	10406471	10460645	10518607	10580463	56
5	10407343	10461580	10519606	10581518	55
6	10408216	10462516	10520606	10582583	54
7	10409091	10463453	10521607	10583650	53
8	10409966	10464391	10522608	10584717	52
9	10410843	10465330	10523611	10585795	51
10	10411721	10466270	10524615	10586855	50
11	10412600	10467211	10525620	10587925	49
12	10413479	10468153	10526626	10588997	48
13	10414360	10469096	10527633	10590070	47
14	10415241	10470041	10528642	10591145	46
15	10416124	10470986	10529651	10592220	45
16	10417007	10471933	10530662	10593297	44
17	10417892	10472880	10531673	10594375	43
18	10418778	10473829	10532686	10595455	42
19	10419665	10474778	10533699	10596534	41
20	10420553	10475729	10534714	10597615	40
21	10421442	10476680	10535730	10598697	39
22	10422333	10477633	10536747	10599780	38
23	10423224	10478587	10537765	10600865	37
24	10424116	10479542	10538785	10601950	36
25	10425009	10480498	10539805	10603037	35
26	10425903	10481454	10540826	10604125	34
27	10426798	10482412	10541848	10605214	33
28	10427694	10483371	10542872	10606304	32
29	10428591	10484331	10543897	10607395	31
30	10429489	10485292	10544923	10608487	30
	73	72	71	70	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſecãtibus cõplemẽtorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

arcuum eiusdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro secantibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	16	17	18	19	
30	10429489	10485292	10544923	10608487	30
31	10430388	10486254	10545950	10609580	39
32	10431288	10487217	10546977	10610675	28
33	10432189	10488181	10548006	10611770	27
34	10433091	10489146	10549036	10612867	26
35	10433995	10490113	10550067	10613964	25
36	10434899	10491080	10551099	10615063	24
37	10435805	10492049	10552133	10616163	23
38	10436711	10493018	10553168	10617264	22
39	10437619	10493989	10554204	10618366	21
40	10438528	10494961	10555241	10619469	20
41	10439436	10494934	10556279	10620574	19
42	10440346	10496908	10557318	10621680	18
43	10441257	10497883	10558359	10622787	17
44	10442170	10498059	10559400	10623895	16
45	10443083	10499836	10560443	10625004	15
46	10443998	10500814	10561496	10626114	14
47	10444913	10501793	10562531	10627226	13
48	10445830	10502773	10563577	10628338	12
49	10446749	10503754	10564623	10629451	11
50	10447668	10504736	10565670	10630566	10
51	10448588	10505719	10566719	10631682	9
52	10449509	10506704	10567769	10632799	8
53	10450431	10507689	10568820	10633917	7
54	10451354	10508676	10569872	10635037	6
55	10452279	10509664	10570925	10636157	5
56	10453204	10510653	10571980	10637279	4
57	10454131	10511643	10573034	10638402	3
58	10455058	10512635	10574091	10639526	2
59	10455987	10513627	10575149	10640651	1
60	10456917	10514621	10576207	10641777	0
	73	72	71	70	

Minuta Graduũ Quadrantis pro secantibus cõplementorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro secantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro secantibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	20	21	22	23	
0	10641777	10711449	10785347	10863603	60
1	10642905	10712646	10786616	10864945	59
2	10644034	10713888	10787885	10866289	58
3	10645164	10715042	10789155	10867633	57
4	10646295	10716242	10790427	10868979	56
5	10647427	10717444	10791700	10870326	55
6	10648560	10718647	10792974	10871675	54
7	10649694	10719850	10794250	10873024	53
8	10650829	10721056	10795527	10874374	52
9	10651965	10722261	10796805	10875626	51
10	10653103	10723469	10798085	10877079	50
11	10654242	10724677	10799365	10878434	49
12	10655381	10725887	10800647	10879790	48
13	10656522	10727098	10801930	10881147	47
14	10657664	10728310	10803214	10882506	46
15	10658807	10729524	10804500	10883865	45
16	10659951	10730738	10805787	10885226	44
17	10661097	10731953	10807074	10886588	43
18	10662244	10733170	10808363	10887952	42
19	10663392	10734387	10809652	10889317	41
20	10664541	10735606	10810942	10890683	40
21	10665692	10736826	10812234	10892051	39
22	10666844	10738048	10813528	10893417	38
23	10667996	10739270	10814823	10894788	37
24	10669150	10740494	10816119	10896159	36
25	10670304	10741719	10817417	10897531	35
26	10671460	10742945	10818715	10898905	34
27	10672617	10744173	10820015	10900280	33
28	10673776	10745401	10821316	10901656	32
29	10674936	10746631	10822617	10903033	31
30	10676096	10747864	10823920	10904413	30
	69	68	67	66	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro secãtibus cõplemẽtorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis.

Gradus Quadrantis pro secantibus

La secante de 23g 3 minutos añadida
alos tres lados puestos en una linea del
triangulo equilatero inscripto en un cir-
culo, todo junto hazen una linea igual
ala circunf.a del circulo cuyo radio es
1000000.

arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	20	21	22	23	
30	10676096	10747864	10823920	10904413	30
31	10677258	10749094	10825225	10905790	29
32	10678420	10750327	10826531	10907171	28
33	10679584	10751561	10827838	10908553	27
34	10680749	10752797	10829146	10909936	26
35	10681915	10754034	10830455	10911322	25
36	10683082	10755273	10831766	10912709	24
37	10684250	10756513	10833078	10914096	23
38	10685420	10757753	10834391	10915484	22
39	10686591	10758995	10835706	10916874	21
40	10687763	10760237	10837023	10918265	20
41	10688936	10761481	10838341	10919657	19
42	10690111	10762726	10839660	10921051	18
43	10691287	10763972	10840980	10922436	17
44	10692464	10765220	10842301	10923833	16
45	10693642	10766469	10843623	10925241	15
46	10694821	10767720	10844947	10926641	14
47	10696001	10768971	10846272	10928041	13
48	10697182	10770224	10847597	10929442	12
49	10698364	10771477	10848924	10930846	11
50	10699548	10772732	10850252	10932249	10
51	10700732	10773988	10851583	10933654	9
52	10701918	10775244	10852914	10935061	8
53	10703105	10776502	10854246	10936469	7
54	10704294	10777761	10855578	10937879	6
55	10705483	10779022	10856912	10939290	5
56	10706674	10780284	10858247	10940702	4
57	10707866	10781547	10859584	10942115	3
58	10709059	10782802	10860922	10943527	2
59	10710254	10784078	10862262	10944945	1
60	10711449	10785347	10863603	10946362	0
	69	68	67	66	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſecantibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	24	25	26	27	
0	10946362	11033783	11126021	11223262	60
1	10947781	11035280	11127601	11224927	59
2	10949201	11036779	11129182	11226593	58
3	10950622	11038279	11130765	11228260	57
4	10952045	11039780	11132349	11229929	56
5	10953469	11041283	11133933	11231599	55
6	10954898	11042787	11135519	11233270	54
7	10956320	11044293	11137106	11234943	53
8	10957747	11045799	11138694	11236617	52
9	10959175	11047306	11140284	11238292	51
10	10960605	11048815	11141875	11239969	50
11	10962036	11050325	11143467	11241648	49
12	10963469	11051837	11145061	11243329	48
13	10964903	11053350	11146656	11245011	47
14	10966338	11054865	11148254	11246694	46
15	10967775	11056381	11149853	11248378	45
16	10969213	11057898	11151453	11250064	44
17	10970652	11059420	11153055	11251751	43
18	10972092	11060939	11154658	11253440	42
19	10973533	11062461	11156262	11255130	41
20	10974976	11063985	11157868	11256822	40
21	10976420	11065510	11159475	11258516	39
22	10977865	11067037	11161084	11260211	38
23	10979312	11068564	11162694	11261907	37
24	10980760	11070092	11164306	11263605	36
25	10982210	11071621	11165919	11265304	35
26	10983661	11073152	11167533	11267005	34
27	10985113	11074684	11169149	11268707	33
28	10986567	11076218	11170766	11270410	32
29	10988022	11077753	11172385	11272114	31
30	10989480	11079289	11174006	11273820	30
	65	64	63	62	

Minuta Graduū Quadrantis pro ſecantibus complementorū arcuū eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	24	25	26	27	
30	10989480	11079289	11174006	11273820	30
31	10990938	11080827	11175627	11275528	29
32	10992398	11082366	11177249	11277238	28
33	10993859	11083906	11178873	11278949	27
34	10995321	11085448	11180499	11280661	26
35	10996783	11086990	11182125	11282374	25
36	10998247	11088536	11183753	11284089	24
37	10999712	11090082	11185383	11285805	23
38	11001179	11091629	11187014	11287524	22
39	11002647	11093178	11188647	11289244	21
40	11004116	11094729	11190281	11290965	20
41	11005587	11096280	11191916	11292688	19
42	11007059	11097833	11193553	11294412	18
43	11008533	11099387	11195191	11296132	17
44	11010008	11100943	11196831	11297864	16
45	11011484	11102500	11198472	11299593	15
46	11019262	11104058	11200114	11301324	14
47	11014441	11105618	11201758	11303056	13
48	11015921	11107179	11203404	11304789	12
49	11017402	11108741	11205051	11306523	11
50	11018884	11110306	11206700	11308259	10
51	11020367	11111871	11208350	11309996	9
52	11021852	11113438	11210001	11311735	8
53	11023338	11115006	11211654	11313476	7
54	11024826	11116575	11213308	11315218	6
55	11026315	11118145	11214963	11316961	5
56	11027806	11119717	11216620	11318706	4
57	11029298	11121290	11218278	11319452	3
58	11030791	11122865	11219938	11322199	2
59	11032287	11124442	11221599	11323949	1
60	11033783	11126021	11223262	11325700	0
	65	64	63	62	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſecantibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	28	29	30	31	
0	11325700	11433540	11547004	11666331	60
1	11327452	11435384	11548944	11668371	59
2	11329206	11437230	11550886	11670413	58
3	11330961	11439078	11552829	11672457	57
4	11332718	11440927	11554774	11674502	56
5	11334479	11442777	11556720	11676548	55
6	11336237	11444629	11558669	11678597	54
7	11337999	11446483	11560619	11680647	53
8	11339762	11448339	11562570	11682608	52
9	11341526	11450196	11564523	11684752	51
10	11343292	11452054	11566480	11686807	50
11	11345060	11453915	11568434	11688864	49
12	11346830	11455776	11570393	11690923	48
13	11348601	11457639	11572353	11692984	47
14	11350373	11459503	11574314	11695046	46
15	11352149	11461370	11576277	11697110	45
16	11353923	11463238	11578242	11699176	44
17	11355698	11465107	11580208	11701243	43
18	11357475	11466978	11582175	11703312	42
19	11359255	11468850	11584145	11705383	41
20	11361036	11470723	11586116	11707455	40
21	11362819	11472599	11588089	11709530	39
22	11364603	11474483	11590064	11711606	38
23	11366389	11476354	11592040	11713684	37
24	11368177	11478235	11594018	11715764	36
25	11369966	11480117	11595998	11717845	35
26	11371756	11482001	11597979	11719928	34
27	11373548	11483887	11599961	11722012	33
28	11375341	11485774	11601946	11724099	32
29	11377136	11487662	11603932	11726187	31
30	11378933	11489353	11605919	11728276	30
	61	60	59	58	

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſecantibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	28	29	30	31	
30	11378933	11489353	11605919	11728276	30
31	11380731	11491445	11607909	11730367	29
32	11382530	11493338	11609900	11732460	28
33	11384331	11495233	11611893	11734555	27
34	11386134	11497140	11613888	11736652	26
35	11387938	11499028	11615876	11738751	25
36	11389744	11500928	11617882	11740851	24
37	11391551	11502829	11619881	11742953	23
38	11393359	11504731	11621882	11745057	22
39	11395169	11506626	11623885	11747162	21
40	11396981	11508532	11625889	11749269	20
41	11398794	11510450	11627996	11751378	19
42	11400609	11512360	11629904	11753489	18
43	11402425	11514271	11631913	11755603	17
44	11404243	11516183	11633924	11757718	16
45	11406063	11518097	11635937	11759834	15
46	11407884	11520013	11637952	11761951	14
47	11409706	11521930	11639968	11764069	13
48	11411530	11523849	11641986	11766190	12
49	11413356	11525770	11644005	11768312	11
50	11415183	11527692	11646026	11770437	10
51	11417012	11529616	11648049	11772564	9
52	11418842	11531542	11650075	11774696	8
53	11420673	11533469	11652099	11776822	7
54	11422507	11535398	11654127	11778954	6
55	11424342	11537328	11656156	11781088	5
56	11426178	11539260	11658188	11783223	4
57	11428016	11541193	11660221	11785361	3
58	11429856	11543128	11662256	11787500	2
59	11431689	11545065	11664292	11789640	1
60	11433540	11547004	11666331	11791783	0
	61	60	59	58	

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſecantibus cõplementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	32	33	34	35	
0	11791783	11923633	12062179	12207745	60
1	11793927	11925886	12064546	12210233	59
2	11796073	11928141	12066916	12212723	58
3	11798221	11930397	12069286	12215214	57
4	11800371	11932656	12071660	12217708	56
5	11802522	11934917	12074036	12220204	55
6	11804675	11937180	12076413	12222702	54
7	11806830	11939445	12078792	12225201	53
8	11808987	11941701	12081174	12227703	52
9	11811145	11943979	12083558	12230207	51
10	11813306	11946250	12085943	12232713	50
11	11815468	11948522	12088330	12235221	49
12	11817632	11950796	12090720	12237732	48
13	11819797	11953071	12093111	12240245	47
14	11821965	11955349	12095504	12242759	46
15	11824134	11957629	12097899	12245275	45
16	11826306	11959910	12100296	12247794	44
17	11828479	11962194	12102696	12250315	43
18	11830654	11964479	12105097	12252837	42
19	11832830	11966766	12107500	12255361	41
20	11835008	11969055	12109905	12257888	40
21	11837188	11971346	12112312	12260417	39
22	11839369	11973638	12114722	12262948	38
23	11841552	11975932	12117133	12265481	37
24	11843737	11978229	12119546	12268016	36
25	11845924	11980527	12121960	12270553	35
26	11848114	11982828	12124377	12273093	34
27	11850305	11985131	12126796	12275634	33
28	11852498	11987435	12129216	12278187	32
29	11854693	11989741	12131638	12280722	31
30	11856890	11992050	12134063	12283270	30
	57	56	55	54	

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſecantibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

arcuum eiusdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro secantibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	32	33	34	35	
30	11856890	11992050	12134063	12283270	30
31	11859088	11994360	12136490	12285820	39
32	11861288	11996672	12138919	12288372	28
33	11863489	11998986	12141350	12290925	27
34	11865693	12001303	12143783	12293481	26
35	11867899	12003619	12146218	12296039	25
36	11870107	12005938	12148656	12298599	24
37	11872316	12008259	12150095	12301161	23
38	11874527	12010582	12153536	12303725	22
39	11876739	12012907	12155978	12306291	21
40	11878954	12015233	12158423	12308859	20
41	11881171	12017562	12160870	12311430	19
42	11883389	12019893	12163319	12314003	18
43	11885609	12022226	12165770	12316578	17
44	11887831	12024560	12168223	12319156	16
45	11890054	12026897	12170677	12321736	15
46	11892280	12029236	12173135	12324317	14
47	11894508	12031576	12175594	12326900	13
48	11896737	12033919	12178055	12329486	12
49	11898968	12036264	12180518	12332074	11
50	11901202	12038610	12182983	12334664	10
51	11903437	12040958	12185450	12337256	9
52	11905674	12043309	12187919	12339851	8
53	11907912	12045661	12190390	12342448	7
54	11910153	12048016	12192864	12345046	6
55	11912395	12050372	12195340	12347646	5
56	11914640	12052730	12197817	12350249	4
57	11916886	12055089	12200296	12352854	3
58	11919133	12057451	12202777	12355460	2
59	11921382	12059814	12205260	12358068	1
60	11923633	12063179	12207745	12360678	0
	57	56	55	54	

Minuta Graduũ Quadrantis pro secantibus cõplementorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	36	37	38	39	
0	12360678	12521357	12690184	12867599	60
1	12363290	12524103	12693070	12870632	59
2	12365906	12526851	12695957	12873667	58
3	12368524	12529601	12698847	12876704	57
4	12371144	12532354	12701739	12879744	56
5	12373766	12535110	12704634	12882787	55
6	12376391	12537867	12707531	12885832	54
7	12379018	12540627	12710430	12888879	53
8	12381647	12543389	12713332	12891929	52
9	12384278	12546152	12716236	12894982	51
10	12386911	12548918	12719143	12898037	50
11	12389546	12551686	12722052	12901094	49
12	12392183	12554456	12724964	12904155	48
13	12394822	12557229	12727878	12907218	47
14	12397464	12560005	12730794	12910283	46
15	12400108	12562783	12733713	12913351	45
16	12402754	12565563	12736635	12916422	44
17	12405402	12568345	12739559	12919494	43
18	12408053	12571130	12742485	12922509	42
19	12410705	12573917	12745413	12925647	41
20	12413359	12576706	12748344	12928727	40
21	12416015	12579597	12751277	12931809	39
22	12418674	12582912	12754213	12934895	38
23	12421335	12585087	12757151	12937983	37
24	12423998	12587885	12760092	12941073	36
25	12426663	12590685	12763035	12944166	35
26	12429331	12593488	12765981	12947262	34
27	12432001	12596293	12768929	12950360	33
28	12434673	12599101	12771880	12953461	32
29	12437348	12601911	12774833	12956565	31
30	12440024	12604724	12777788	12959671	30
	53	52	51	50	

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſecantibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro secantibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	36	37	38	39	
30	12440024	12604724	12777788	12959671	30
31	12442702	12607539	12780746	12962780	29
32	12445383	12610356	12783707	12965892	28
33	12448066	12613175	12786670	12969007	27
34	12450751	12615997	12789635	12972124	26
35	12453438	12618821	12792602	12975243	25
36	12456128	12621648	12795573	12978366	24
37	12458821	12624477	12798546	12981491	23
38	12461516	12627308	12801521	12984618	22
39	12464213	12630141	12804498	12987747	21
40	12466913	12632977	12807478	12990880	20
41	12469614	12635815	12810460	12994015	19
42	12472317	12638655	12813445	12997153	18
43	12475022	12641597	12816432	13000293	17
44	12477730	12644343	12819422	13003436	16
45	12480440	12646191	12822415	13006582	15
46	12483152	12650041	12825410	13009730	14
47	12485866	12652893	12828407	13012881	13
48	12488583	12655748	12831407	13016034	12
49	12491302	12658605	12834409	13019189	11
50	12494022	12661464	12837414	13022348	10
51	12496744	12664325	12840421	13025509	9
52	12499469	12667189	12843431	13028673	8
53	12502197	12670055	12846443	13031839	7
54	12504927	12672924	12849458	13035008	6
55	12507659	12675795	12852475	13038180	5
56	12510294	12678668	12855495	13041354	4
57	12513132	12681543	12858517	13044530	3
58	12515871	12684421	12861542	13047710	2
59	12518613	12687301	12864569	13050892	1
60	12521357	12690184	12867599	13054077	0
	53	52	51	50	

Minuta Graduū Quadrãtis pro secantibus complementorū arcuū eiusdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	40	41	42	43	
0	13054077	13250131	13456326	13673275	60
1	13057264	13253482	13459851	13676986	59
2	13060455	13256835	13463380	13680700	58
3	13063646	13260192	13466912	13684417	57
4	13066843	13263582	13470447	13688138	56
5	13070041	13266915	13473985	13691861	55
6	13073242	13270282	13477527	13695587	54
7	13076445	13273651	13481071	13699316	53
8	13079651	13277023	13484618	13703048	52
9	13082859	13280397	13488168	13706783	51
10	13086071	13283775	13491721	13710523	50
11	13089285	13287155	13495276	13714266	49
12	13092502	13290538	13498835	13718012	48
13	13095721	13293924	13502397	13721761	47
14	13098944	13297313	13505962	13725514	46
15	13102169	13300704	13509530	13729270	45
16	13105397	13304098	13513101	13733029	44
17	13108627	13307495	13516675	13736790	43
18	13111861	13310896	13520252	13740555	42
19	13114098	13314299	13523832	13744322	41
20	13118337	13317705	13527416	13748092	40
21	13121578	13321114	13531003	13751867	39
22	13124823	13324526	13534593	13755644	38
23	13128070	13327941	13538185	13759424	37
24	13131320	13331359	13541781	13763209	36
25	13134572	13334779	13545380	13766997	35
26	13137828	13338203	13548981	13770788	34
27	13141085	13341629	13552585	13774582	33
28	13144346	13345058	13556193	13778380	32
29	13147509	13348490	13559803	13782181	31
30	13150874	13351924	13563417	13785985	30
	49	48	47	46	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſecãtibus cõplemẽtorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	40	41	42	43	
30	13150874	13351924	13563417	13785985	30
31	13154142	13355361	13567034	13789792	29
32	13157413	13358802	13570654	13793603	28
33	13160687	13362245	13574277	13797416	27
34	13163964	13365691	13577903	13801233	26
35	13167243	13369140	13581532	13805053	25
36	13170526	13372592	13585164	13808876	24
37	13173811	13376057	13588799	13812703	23
38	13177099	13379505	13592438	13816534	22
39	13180389	13382966	13596079	13820368	21
40	13183682	13386430	13599723	13824205	20
41	13186978	13389897	13603370	13828045	19
42	13190276	13393367	13607021	13831889	18
43	13193577	13396839	13610975	13835736	17
44	13196882	13400315	13614332	13839586	16
45	13200189	13403794	13617992	13843439	15
46	13203499	13407275	13621656	13847296	14
47	13206812	13410759	13625323	13851156	13
48	13210128	13414247	13628993	13855019	12
49	13213447	13417738	13632666	13858885	11
50	13216769	13421232	13636342	13862755	10
51	13220093	13424728	13640021	13866628	9
52	13223421	13428227	13643704	13870505	8
53	13226750	13431729	13647390	13874385	7
54	13230082	13435234	13651078	13878268	6
55	13233417	13438742	13654769	13882154	5
56	13236754	13442253	13658464	13886044	4
57	13240094	13445767	13662162	13889636	3
58	13243437	13449284	13665863	13893833	2
59	13246783	13452804	13669567	13897733	1
60	13250131	13456326	13673275	13901636	0
	49	48	47	46	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſecantibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	44	45	46	47	
0	13901636	14142135	14395564	14662790	60
1	13905542	14146251	14399901	14667366	59
2	13909452	14150371	14404242	14671946	58
3	13913365	14154494	14408587	14676530	57
4	13917281	14158621	14412937	14681119	56
5	13921201	14162751	14417290	14685712	55
6	13925126	14166884	14421647	14690309	54
7	13929052	14171021	14426008	14694910	53
8	13932982	14175162	14430374	14699514	52
9	13936919	14179306	14434743	14704122	51
10	13940854	14183454	14439116	14708735	50
11	13944795	14187606	14443493	14713352	49
12	13948739	14191761	14447874	14717973	48
13	13952686	14195919	14452259	14722598	47
14	13956638	14200082	14456648	14727228	46
15	13960592	14204248	14461040	14731862	45
16	13964550	14208418	14465437	14736500	44
17	13968511	14212591	14469838	14741142	43
18	13972476	14216769	14474242	14745788	42
19	13976444	14220950	14478650	14750438	41
20	13980416	14225135	14483062	14755094	40
21	13984391	14229324	14487478	14759753	39
22	13988370	14233517	14491898	14764416	38
23	13992352	14237713	14496322	14769083	37
24	13996338	14241912	14500750	14773755	36
25	14000327	14246115	14505182	14778430	35
26	14004319	14250321	14509617	14783110	34
27	14008315	14254531	14514056	14787794	33
28	14012314	14258745	14518500	14792482	32
29	14016316	14262961	14522946	14797174	31
30	14020322	14267182	14527397	14801871	30
	45	44	43	42	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſecãtibus cõplemẽtorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	44	45	46	47	
30	14020322	14267182	14527397	14801871	30
31	14024332	14271407	14531852	14806571	29
32	14028345	14275635	14536311	14811276	28
33	14032361	14279867	14540773	14815985	27
34	14036381	14284103	14545240	14820698	26
35	14040404	14288343	14549711	14825416	25
36	14044431	14292587	14554186	14830139	24
37	14048461	14296834	14558665	14834866	23
38	14052494	14301086	14563148	14839597	22
39	14056531	14305331	14567635	14844332	21
40	14060572	14309599	14572126	14849072	20
41	14064616	14313861	14576621	14853815	19
42	14068664	14318127	14581120	14858563	18
43	14072715	14322396	14585624	14863315	17
44	14076770	14326670	14590131	14868071	16
45	14080829	14330947	14594642	14872831	15
46	14084891	14335228	14599157	14877597	14
47	14088956	14339513	14603676	14882377	13
48	14093026	14343802	14608199	14887141	12
49	14097099	14348095	14612725	14891919	11
50	14101175	14352391	14617256	14896701	10
51	14105255	14356691	14621791	14901487	9
52	14109339	14360995	14626330	14906278	8
53	14113427	14365303	14630873	14911073	7
54	14117518	14369615	14635421	14915873	6
55	14121612	14373930	14639973	14920677	5
56	14125709	14378350	14644528	14925486	4
57	14129810	14382573	14649087	14930299	3
58	14133915	14386900	14653651	14935116	2
59	14138023	14391230	14658218	14939938	1
60	14142135	14395564	14662790	14944764	0
	45	44	43	42	

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſecantibus cõplementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	48	49	50	51	
0	14944764	15242532	15557239	15890158	60
1	14949594	15247634	15562635	15895869	59
2	14954429	15252741	15568036	15901586	58
3	14959268	15257852	15573441	15907307	57
4	14964112	15262969	15578852	15913034	56
5	14968960	15268090	15584267	15918766	55
6	14973812	15273216	15589688	15924504	54
7	14978668	15278347	15595114	15930247	53
8	14983530	15283484	15600545	15936095	52
9	14988396	15288626	15605981	15941748	51
10	14993266	15293773	15611422	15947508	50
11	14998104	15298924	15616868	15953273	49
12	15003020	15304080	15622319	15959044	48
13	15007903	15309240	15627775	15964820	47
14	15012791	15314405	15633237	15970603	46
15	15017683	15319574	15639704	15976390	45
16	15022580	15324748	15644177	15982184	44
17	15027481	15329926	15649655	15987983	43
18	15032387	15335109	15655138	15993788	42
19	15037297	15340297	15660626	15999599	41
20	15042212	15345491	15666119	16005416	40
21	15047131	15350689	15671617	16011237	39
22	15052054	15355892	15677121	16017065	38
23	15056982	15361100	15682630	16022898	37
24	15061915	15366313	15688144	16028736	36
25	15066852	15371530	15693663	16034579	35
26	15071791	15376753	15699188	16040429	34
27	15076739	15381980	15704717	16046283	33
28	15081690	15387212	15710252	16052143	32
29	15086645	15392449	15715792	16058008	31
30	15091605	15397692	15721337	16063878	30
	41	40	39	38	

Minu ta Graduũ Quadrantis pro ſecantibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

arcuum eiusdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro secantibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	48	49	50	51	
30	15091605	15397692	15721337	16063878	30
31	15096569	15402939	15726887	16069754	29
32	15101538	15408191	15732443	16075637	28
33	15106571	15413447	15738003	16081524	27
34	15111490	15418708	15743569	16087418	26
35	15116472	15423974	15749141	16093318	25
36	15121459	15429246	15754718	16099224	24
37	15126451	15434522	15760300	16105135	23
38	15131447	15439803	15765887	16111053	22
39	15136447	15445089	15771479	16116976	21
40	15141453	15450380	15777077	16122905	20
41	15146463	15455675	15782680	16128839	19
42	15151478	15460976	15788289	16134779	18
43	15156497	15466282	15793903	16140724	17
44	15161520	15471593	15799523	16146676	16
45	15166548	15476908	15805147	16152634	15
46	15171581	15482229	15810777	16158598	14
47	15176619	15487554	15816412	16164567	13
48	15181661	15492885	15822052	16170542	12
49	15186708	15498220	15827697	16176522	11
50	15191760	15503560	15833349	16182509	10
51	15196816	15508905	15839005	16188501	9
52	15201877	15514256	15844667	16194499	8
53	15206943	15519611	15850335	16200503	7
54	15212013	15524972	15856008	16206513	6
55	15217088	15530338	15861676	16212528	5
56	15222168	15535710	15867370	16218550	4
57	15227253	15541083	15873058	16224577	3
58	15232342	15546463	15878753	16230610	2
59	15237435	15551848	15884453	16236648	1
60	15242532	15557239	15890158	16242692	0
	41	40	39	38	

Minuta Graduũ Quadrantis pro secantibus cõplementorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	52	53	54	55	
0	16242692	16616401	17013017	17434469	60
1	16248742	16622819	17019832	17441715	59
2	16254799	16629243	17026654	17448968	58
3	16260861	1663 673	17033482	17456229	57
4	16266929	16642109	17040318	17463499	56
5	16273003	16648551	17047160	17470775	55
6	16279083	16655001	17054010	17478059	54
7	16285169	16661457	17060866	17485351	53
8	16291261	16667919	17067729	17492650	52
9	16297358	16674408	17074599	17499957	51
10	16303461	16680864	17081476	17507272	50
11	16309570	16687345	17088359	17514594	49
12	16315685	16693834	17095250	17521924	48
13	16321806	16700328	17102148	17529262	47
14	16327934	16706829	17109053	17536607	46
15	16334067	16713336	17115965	17543959	45
16	16340197	16719850	17122885	17551319	44
17	16346353	16726362	17129812	17558687	43
18	16352505	16732877	17136747	17566063	42
19	16358663	16739430	17143689	17573446	41
20	16364827	16745970	17150638	17580837	40
21	16370996	16752517	17157593	17588236	39
22	16377172	16759070	17164556	17595643	38
23	16383359	16765629	17171525	17603057	37
24	16389542	16772195	17178502	17610480	36
25	16395736	16778767	17185485	17617909	35
26	16401936	16785347	17192476	17625347	34
27	16408152	16791933	17199472	17632793	33
28	16414365	16798525	17206477	17640246	32
29	16420573	16805124	17213488	17647707	31
30	16426798	16811729	17220507	17655174	30
	37	36	35	34	

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſecantibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	52	53	54	55	
30	16426798	16811729	17220507	17655175	30
31	16433027	16818341	17227532	17662631	29
32	16439263	16824960	17234565	17670136	28
33	16445505	16831585	17241605	17677627	27
34	16451754	16838217	17248653	17685127	26
35	16458008	16844856	17255708	17692635	25
36	16464269	16851502	17262770	17700151	24
37	16470536	16858154	17269839	17707674	23
38	16476809	16864813	17276917	17715206	22
39	16483089	16871479	17284002	17722744	21
40	16489385	16878151	17291095	17730290	20
41	16495668	16884830	17298194	17737844	19
42	16501967	16891515	17305300	17745407	18
43	16508272	16898207	17312413	17752978	17
44	16514582	16904907	17319514	17760555	16
45	16520898	16911613	17326662	17768142	15
46	16527220	16918326	17333798	17775740	14
47	16533548	16925046	17340941	17783343	13
48	16539883	16931772	17348091	17790955	12
49	16546224	16948504	17355249	17798575	11
50	16552571	16945244	17362415	17806203	10
51	16558925	16951990	17369587	17813838	9
52	16565286	16958743	17376767	17821481	8
53	16571642	16965495	17383954	17829132	7
54	16578026	16972270	17391148	17836792	6
55	16584406	16979044	17398350	17844460	5
56	16590792	16985824	17405560	17852135	4
57	16597184	16992611	17412776	17859818	3
58	16603584	16999406	17420000	17867509	2
59	16609989	17006208	17427231	17875209	1
60	16616401	17013017	17434469	17882917	0
	37	36	35	34	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſecantibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	56	57	58	59	
0	17882917	18360816	18870800	19416039	60
1	17890632	18369014	18879589	19425445	59
2	17898356	18377251	18888389	19434862	58
3	17906089	18385497	18897196	19444290	57
4	17913830	18393753	18906018	19453727	56
5	17921579	18402017	18914846	19463175	55
6	17929337	18410291	18923685	19472635	54
7	17937102	18418574	18932534	19482114	53
8	17944876	18426865	18941393	19491595	52
9	17952658	18435165	18950261	19501076	51
10	17960448	18443454	18959139	19510578	50
11	17968247	18451792	18968027	19520091	49
12	17976054	18460120	18976926	19529615	48
13	17983869	18468456	18985834	19539150	47
14	17991693	18476802	18994752	19548697	46
15	17999525	18485157	19003680	19558254	45
16	18007365	18493521	19012618	19567822	44
17	18015214	18501895	19021516	19577401	43
18	18023071	18510278	19030523	19586991	42
19	18030936	18518670	19039491	19596592	41
20	18038811	18527072	19048468	19606204	40
21	18046693	18535483	19057455	19615827	39
22	18054584	18543903	19066453	19625462	38
23	18062482	18552332	19075461	19635107	37
24	18070389	18560770	19084480	19644765	36
25	18078305	18569217	19093509	19654434	35
26	18086229	18577674	19102549	19664114	34
27	18094161	18586139	19111598	19673805	33
28	18102102	18594614	19120658	19683507	32
29	18110051	18603098	19129727	19693220	31
30	18118009	18611591	19138807	19702945	30
	33	32	31	30	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſecãtibus cõplemẽtorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	56	57	58	59	
30	18118009	18611591	19138807	19702945	30
31	18125975	18620094	19147897	19712680	29
32	18133950	18629606	19156998	19722428	28
33	18141934	18637127	19166109	19732186	27
34	18149926	18645658	19175231	19741956	26
35	18157927	18654198	19184362	19751738	25
36	18165937	18662748	19193504	19761531	24
37	18173956	18671307	19202656	19771335	23
38	18181984	18679875	19211818	19781141	22
39	18190021	18688452	19220990	19790968	21
40	18198065	18697038	19230172	19800808	20
41	18206118	18705634	19239365	19810658	19
42	18214179	18714239	19248569	19820320	18
43	18222249	18722854	19257783	19830393	17
44	18230328	18731480	19267008	19840277	16
45	18238416	18740115	19276242	19850172	15
46	18246513	18748760	19285488	19860079	14
47	18254618	18757414	19294744	19869997	13
48	18262732	18766078	19304010	19879927	12
49	18270854	18774752	19313287	19889868	11
50	18278986	18783436	19322574	19899820	10
51	18287126	18792130	19331872	19909784	9
52	18295276	18800833	19341181	19919760	8
53	18303434	18809546	19350501	19929748	7
54	18311601	18818268	19359831	19939749	6
55	18319776	18826999	19369172	19949760	5
56	18327961	18835741	19378524	19959784	4
57	18337154	18844492	19387886	19966820	3
58	18344356	18853252	19397260	19979868	2
59	18352567	18862021	19406644	19989928	1
60	18360816	18870800	19416039	20000000	0
	33	32	31	30	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſecantibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	60	61	62	63	
0	20000000	20626654	21300545	22026892	60
1	20010083	20637484	21312206	22039475	59
2	20020179	20648338	21323882	22052074	58
3	20030285	20659184	21335570	22064690	57
4	20040404	20670054	21347275	22077322	56
5	20050534	20680937	21358993	22089970	55
6	20060676	20691834	21370727	22102635	54
7	20070832	20702744	21382475	22115316	53
8	20080995	20713667	21394238	22128014	52
9	20091172	20724603	21407016	22140728	51
10	20101361	20735554	21417808	22153459	50
11	20111562	20746517	21429615	22166204	49
12	20121776	20757494	21441438	22178971	48
13	20132001	20768484	21453275	22191751	47
14	20142239	20779488	21465128	22204548	46
15	20152489	20790505	21476995	22217361	45
16	20162751	20801535	21488877	22230191	44
17	20173035	20812579	21500774	22243038	43
18	20183321	20823636	21512686	22255902	42
19	20193619	20834706	21524612	22268782	41
20	20203930	20845791	21536553	22281680	40
21	20214252	20856888	21548509	22294595	39
22	20224588	20868000	21560481	22307526	38
23	20234936	20879125	21572467	22320474	37
24	20245296	20890264	21584469	22333439	36
25	20255669	20901416	21596487	22346420	35
26	20266054	20912582	21608520	22359419	34
27	20276452	20923761	21620568	22372434	33
28	20286863	20934955	21632631	22385466	32
29	20297286	20946162	21644710	22398418	31
30	20307721	20957383	21656804	22411584	30
	29	28	27	26	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſecãtibus cõplemẽtorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

arcuum eiusdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro secantibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	60	61	62	63	
30	20307721	20957383	21656804	22411584	30
31	20318170	20968618	21668913	22424667	29
32	20328630	20979867	21681038	22437768	28
33	20339102	20991130	21693178	22450886	27
34	20349587	21002406	21705334	22464022	26
35	20360084	21013696	21717505	22477175	25
36	20370594	21025001	21729691	22490346	24
37	20381116	21036319	21741893	22503543	23
38	20391751	21047651	21754111	22516748	22
39	20402198	21058997	21766344	22529965	21
40	20412758	21070357	21778593	22543201	20
41	20423331	21081731	21790858	22556358	19
42	20433916	21093119	21803138	22569723	18
43	20444514	21104522	21815434	22583025	17
44	20455126	21115938	21827745	22596336	16
45	20465750	21127368	21840072	22609663	15
46	20476387	21138814	21852415	22623009	14
47	20487037	21150273	21864774	22636372	13
48	20497700	21161747	21877149	22649754	12
49	20508376	21173235	21889539	22663152	11
50	20519064	21184737	21901946	22676569	10
51	20529765	21196253	21914369	22690004	9
52	20540479	21207783	21926808	22703456	8
53	20551205	21219328	21939263	22716924	7
54	20561945	21230887	21951734	22730414	6
55	20572697	21242460	21964220	22743919	5
56	20583463	21254048	21976722	22757443	4
57	20594242	21265650	21989240	22770984	3
58	20605033	21277267	22001775	22784543	2
59	20615837	21288899	22014325	22798120	1
60	20626654	21300545	22026892	22811726	0
	29	28	27	26	

Minuta Graduũ Quadrantis pro secantibus cõplementorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	64	65	66	67	
0	22811726	23662013	24585936	25593051	60
1	22825329	23676784	24602010	25610602	59
2	22838962	23691575	24618107	25628180	58
3	22852612	23706387	24634227	25645783	57
4	22866281	23721220	24650370	25663414	56
5	22879968	23736073	24666536	25681071	55
6	22893674	23750947	24682727	25698754	54
7	22907387	23765842	24698940	25716464	53
8	22921140	23780757	24715178	25734201	52
9	22934901	23795692	24731439	25751965	51
10	22948680	23810648	24747724	25769755	50
11	22962478	23825625	24764033	25787582	49
12	22976294	23840623	24780365	25805417	48
13	22990129	23855642	24796721	25823287	47
14	23003983	23870683	24813101	25841185	46
15	23017855	23885844	24829504	25859104	45
16	23031747	23900827	24845932	25877061	44
17	23045657	23915931	24862383	25895040	43
18	23059586	23931055	24879958	25913046	42
19	23073534	23946200	24895356	25931080	41
20	23087501	23961366	24911878	25949142	40
21	23101486	23976553	24928423	25967230	39
22	23115490	23991762	24944993	25985345	38
23	23129513	24006992	24961587	26003487	37
24	23143556	24022245	24978205	26021658	36
25	23157616	24037518	24994847	26039855	35
26	23171696	24052814	25011514	26058081	34
27	23185795	24068130	25028205	26076333	33
28	23199913	24083469	25044920	26094614	32
29	23214050	24098830	25061660	26112923	31
30	23228205	24114213	25078426	26131259	30
	25	24	23	22	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſecãtibus cõplemẽtorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	64	65	66	67	
30	23228205	24114213	25078426	26131259	30
31	23242380	24129616	25095216	26149623	29
32	23256574	24145041	25112030	26168015	28
33	23270797	24160487	25128869	26186436	27
34	23285021	24175956	25145732	26204884	26
35	23299273	24191445	25162620	26223361	25
36	23313546	24206956	25179532	26241867	24
37	23327838	24222488	25196469	26260400	23
38	23342150	24238043	25213432	26278963	22
39	23356481	24253619	25230418	26297555	21
40	23370832	24269217	25247431	26316176	20
41	23385203	24284838	25264468	26334825	19
42	23399593	24300481	25281531	26353503	18
43	23414003	24316147	25298620	26372209	17
44	23428433	24331835	25315734	26390945	16
45	23442882	24347546	25332874	26409709	15
46	23457351	24363281	25350039	26428502	14
47	23471840	24379038	25367229	26447323	13
48	23486348	24394818	25384445	26466174	12
49	23500876	24410620	25401687	26485053	11
50	23515424	24426446	25418956	26503962	10
51	23529992	24442294	25436250	26522890	9
52	23544580	24458164	25453570	26541867	8
53	23559188	24474056	25470915	26560863	7
54	23573817	24489973	25488286	26579889	6
55	23588565	24505908	25505683	26598945	5
56	23603134	24521869	25523005	26618030	4
57	23617822	24537851	25540553	26637145	3
58	23632532	24553857	25558027	26656291	2
59	23647262	24569885	25575526	26675466	1
60	23662013	24585936	25593051	26694672	0
	25	24	23	22	

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſecantibus cõplementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro secantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro secantibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	68	69	70	71	
0	26694672	27904284	29238045	30715531	60
1	26713907	2792 5445	29261433	30741500	59
2	26733172	27946642	29284861	30767516	58
3	26752467	27967873	29308328	30793579	57
4	26771791	27989139	29331835	30819689	56
5	26791145	28010440	29355382	30845846	55
6	26810529	28031776	29378970	30872051	54
7	26829942	28053147	29402599	30898304	53
8	26849390	28074553	29426268	30924605	52
9	26868867	28095994	29449978	30950953	51
10	26888373	28117469	29473728	30977350	50
11	26907910	28138980	29497519	31003793	49
12	26927479	28160527	29521350	31030285	48
13	26947078	28182108	29545222	31056824	47
14	26966709	28203725	29569136	31083412	46
15	26986370	28225378	29593090	31110047	45
16	27006062	28247067	29617087	31136731	44
17	27025785	28268793	29641124	31163462	43
18	27045539	28290553	29665204	31190241	42
19	27065323	28312349	29689326	31217019	41
20	27085138	28334181	29713488	31243945	40
21	27104985	28356049	29737692	31270871	39
22	27124864	28377954	29761938	31297848	38
23	27144774	28399894	29786227	31324873	37
24	27164717	28421871	29810558	31351948	36
25	27184690	28443884	29834931	31379072	35
26	27204686	28465934	29859347	31406247	34
27	27224734	28488021	29883705	31433472	33
28	27244804	28510144	29908306	31460747	32
29	27264906	28532304	29932850	31488072	31
30	27285040	28554501	29957438	31515448	30
	21	20	19	18	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro secãtibus cõplemẽtorũ arcuũ eiusdẽ Quadrãtis.

Gradus Quadrantis pro secantibus

arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro secantibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	68	69	70	71	
30	27285040	28554501	29957438	31515448	30
31	27305205	28576735	29982069	31542873	29
32	27325402	28599007	30006743	31570349	28
33	27345631	28621316	30031460	31597875	27
34	27365893	28643662	30056220	31625453	26
35	27386186	28666045	30081023	31653080	25
36	27406513	28688467	30105870	31680758	24
37	27426872	28710925	30130760	31708486	23
38	27447264	28733422	30155714	31736265	22
39	27467688	28755956	30180672	31764094	21
40	27488145	28778549	30205694	31791974	20
41	27508635	28801139	30230760	31819906	19
42	27529157	28823787	30255871	31847891	18
43	27549722	28846473	30281026	31875929	17
44	27570301	28869196	30306226	31904019	16
45	27590922	28891957	30331460	31932164	15
46	27611578	28914756	30356759	31960358	14
47	27632266	28937594	30382092	31988606	13
48	27652989	28960471	30407470	32016909	12
49	27673745	28983386	30432893	32045263	11
50	27694535	29006340	30458361	32073672	10
51	27715358	29029332	30483873	32102132	9
52	27736215	29052363	30509430	32130649	8
53	27757105	29075435	30535033	32159212	7
54	27778029	29098546	30560682	32187832	6
55	27798987	29121697	30586375	32216504	5
56	27819978	29144888	30612115	32245231	4
57	27841003	29168118	30637890	32274012	3
58	27862060	29191388	30663732	32302846	2
59	27883156	29214697	30689608	32331735	1
60	27904284	29238045	30715531	32360678	0
	21	20	19	18	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro secantibus complementorũ arcuũ eiusdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

contingte de +aa +bt toca en elg. 70° 31' 43''

+b angulo vale 19° 28' 17''

+aa ang. vale 15° 47' 35''

+a 7° 53' 48''

Gradus Quadrantis pro secantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro secantibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	72	73	74	75	
0	32360678	34203038	36279559	38637042	60
1	32389676	34235609	36316402	38679033	59
2	32418726	34268245	36353333	38721117	58
3	32447837	34300947	36390323	38763296	57
4	32477001	34333716	36427401	38805571	56
5	32506219	34366553	36464558	38847941	55
6	32535494	34399452	36501793	38890408	54
7	32564823	34432420	36539107	38932971	53
8	32594209	34465456	36570511	38975632	52
9	32623651	34498557	36613973	39018390	51
10	32653148	34531726	36651525	39061246	50
11	32682701	34564959	36689156	39104200	49
12	32712311	34598259	36726868	39147252	48
13	32741977	34631626	36764660	39190423	47
14	32771699	34665061	36802533	39233653	46
15	32801478	34698564	36840488	39277002	45
16	32831314	34732135	36878524	39320449	44
17	32861207	34765775	36916641	39363994	43
18	32891157	34799483	36954842	39407640	42
19	32921165	34833259	36993127	39451384	41
20	32951231	34867105	37031496	39495228	40
21	32981355	34901024	37069947	39539172	39
22	33011537	34935005	37108482	39583218	38
23	33041776	34966052	37147101	39627364	37
24	33072074	35003172	37185803	39671613	36
25	33102431	35037361	37224589	39715965	35
26	33131846	35071621	37263459	39760420	34
27	33163320	35105952	37302413	39804979	33
28	33193853	35140354	37341453	39849642	32
29	33224444	35174826	37380577	39894411	31
30	33255094	35209369	37419788	39939286	30
	17	16	15	14	

Minuta Graduū Quadrantis pro secantibus complementorū arcuū eiusdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro secantibus

arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	72	73	74	75	
30	33255094	35209369	37419788	39939286	30
31	33285803	35243981	37459081	39984263	29
32	33316571	35278664	37498460	40029344	28
33	33347398	35313418	37537923	40074528	27
34	33378286	35348244	37577471	40119816	26
35	33409132	35383140	37617104	40165289	25
36	33440240	35418110	37656824	40210709	24
37	33471307	35453152	37696632	40256316	23
38	33502436	35488268	37736518	40302033	22
39	33533625	35523456	37776513	40347858	21
40	33564875	35558718	37816588	40393792	20
41	33596187	35594052	37856751	40439834	19
42	33627561	35629460	37897004	40485985	18
43	33658998	35664940	37937146	40532245	17
44	33690497	35700494	37977779	40578613	16
45	33722059	35736121	38018300	40625091	15
46	33753683	35771822	38058912	40671678	14
47	33785370	35807597	38099614	40718374	13
48	33817120	35843447	38140406	40765180	12
49	33848934	35879373	38181288	40812093	11
50	33880813	35915374	38222261	40859121	10
51	33912753	35951451	38263324	40906259	9
52	33944756	35987602	38304479	40953510	8
53	33976821	36023829	38345725	41004876	7
54	34008950	36060132	38387064	41048358	6
55	34041141	36096510	38428495	41095957	5
56	34073395	36132966	38470019	41143668	4
57	34105712	36169497	38511635	41191492	3
58	34138091	36206107	38553344	41239431	2
59	34170523	36242794	38595146	41287425	1
60	34203038	36279559	38637042	41335654	0
	17	16	15	14	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſecantibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	76	77	78	79	
0	41335654	44454097	48097335	52408433	60
1	41383937	44510183	48163151	52486983	59
2	41432338	44566415	48229350	52565774	58
3	41480856	44622793	48295633	52644807	57
4	41529492	44679318	48362102	52724084	56
5	41578245	44735990	48428756	52803604	55
6	41627117	44792810	48495599	52883368	54
7	41676108	44849777	48562631	52963377	53
8	41725219	44906892	48629854	53043632	52
9	41774450	44964155	48697269	53124134	51
10	41823802	45021567	48764877	53204885	50
11	41873273	45079129	48832678	53285884	49
12	41922863	45136843	48900673	53367134	48
13	41972573	45194707	48968853	53448635	47
14	42022405	45252726	49037249	53530390	46
15	42072357	45310898	49105830	53612399	45
16	42122431	45369224	49174607	53694666	44
17	42172625	45427703	49243590	53777191	43
18	42222942	45486338	49312751	53859976	42
19	42273380	45545127	49382118	53943022	41
20	42323942	45604073	49451684	54026331	40
21	42374627	45663175	49521449	54109903	39
22	42425439	45722435	49591416	54193739	38
23	42476377	45781853	49661584	54277840	37
24	42527442	45841429	49731956	54362207	36
25	42578635	45901164	49802532	54446842	35
26	42629957	45961059	49873313	54531744	34
27	42681409	46021115	49944301	54616915	33
28	42732991	46081333	50015497	54702356	32
29	42784705	46141715	50086901	54788068	31
30	42836551	46202261	50158514	54874053	30
	13	12	11	10	

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſecantibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

arcuum eiusdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro secantibus arcuum eiusdem Quadrantis.

	76	77	78	79	
30	42836551	46202261	50158514	54874053	30
31	42888527	46262969	50230335	54960312	29
32	42940631	46323841	50302367	55046847	28
33	42992865	46384877	50374610	55133659	27
34	43045229	46446076	50447065	55220751	26
35	43097722	46507440	50519732	55308122	25
36	43150347	46568970	50592614	55395775	24
37	43203103	46630665	50665711	55483710	23
38	43255992	46692527	50739024	55571930	22
39	43309012	46754555	50812553	55660434	21
40	43362166	46816752	50886299	55749226	20
41	43415454	46879117	50960263	55838300	19
42	43468877	46941653	51034447	55927677	18
43	43522435	47004361	51108850	56017340	17
44	43576129	47067242	51183475	56107297	16
45	43629959	47130297	51258321	56197549	15
46	43683925	47193526	51333391	56288099	14
47	43738728	47256930	51408684	56378948	13
48	43792268	47320509	51484204	56470097	12
49	43846646	47384264	51559951	56561548	11
50	43901162	47448195	51635936	56653302	10
51	43955817	47512302	51712129	56745360	9
52	44000612	47576586	51788563	56837723	8
53	44065548	47641048	51865227	56930392	7
54	44120625	47705689	51942124	57023369	6
55	44175844	47770510	52019254	57116653	5
56	44231207	47835511	52096618	57210246	4
57	44286712	47900693	52174216	57304150	3
58	44342362	47966058	52252051	57398367	2
59	44398156	48031605	52330123	57492896	1
60	44454097	48097335	52408433	57587740	0
	13	12	11	10	

Minuta Graduū Quadrātis pro secantibus complementorū arcuū eiusdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiusdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	80	81	82	83	
0	57587740	63924495	71852975	82055127	60
1	57682901	64042118	72002006	82249986	59
2	57778381	64160180	72151659	82445779	58
3	57874180	64278683	72301942	82642513	57
4	57970302	64397632	72452863	82840196	56
5	58066748	64517028	72604421	83038833	55
6	58163520	64636873	72756618	83238436	54
7	58260619	64757168	72909461	83439009	53
8	58358049	64877918	73062954	83640561	52
9	58455810	64999124	73217100	83843097	51
10	58553904	65120789	73371903	84046626	50
11	58652333	65242916	73527367	84251153	49
12	58751099	65365508	73683499	84456680	48
13	58850205	65488566	73840302	84663213	47
14	58949653	65612095	73997782	84870760	46
15	59049444	65736097	74155942	85079327	45
16	59149581	65859675	74314786	85288957	44
17	59250065	65985531	74474318	85499628	43
18	59350898	66110967	74634544	85711347	42
19	59452082	66246886	74795468	85924121	41
20	59553618	66363291	74957095	86137958	40
21	59655506	66490185	75119429	86352864	39
22	59757728	66617572	75282475	86568849	38
23	59860346	66745453	75446238	86785921	37
24	59963291	66873831	75610721	87004089	36
25	60066612	67002708	75775928	87223362	35
26	60170285	67132088	75941864	87443750	34
27	60274319	67261972	76108533	87665261	33
28	60378718	67392365	76275941	87887909	32
29	60483482	67523270	76444091	88111704	31
30	60588615	67654691	76612989	88336657	30
	9	8	7	6	

Minuta Graduū Quadrantis pro ſecantibus complementorū arcuū eiuſdem Quadrantis

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

arcuum eiuſdem Quadrantis.

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	80	81	82	83	
30	60588615	67654691	76612989	88336657	30
31	60694118	67786629	76782641	88562776	29
32	60799995	67919089	76953050	88790069	28
33	60906246	68052073	77124223	89018543	27
34	61012875	68185585	77296165	89248201	26
35	61119882	68319630	77468882	89479054	25
36	61227271	68454208	77642381	89711108	24
37	61335043	68589313	77816665	89944373	23
38	61443202	68724977	77991740	90178856	22
39	61551749	68861175	78167612	90414568	21
40	61660686	68997920	78344287	90651519	20
41	61770013	69135315	78521769	90889717	19
42	61879735	69273018	78700066	91129181	18
43	61989853	69411469	78879183	91369917	17
44	62100367	69550434	79059128	91611941	16
45	62211280	69689963	79239905	91855265	15
46	62322594	69830059	79421520	92099899	14
47	62434312	69970726	79603976	92345849	13
48	62546437	70111967	79787381	92593126	12
49	62658971	70253786	79971439	92841739	11
50	62771918	70396188	80156456	93091699	10
51	62885274	70539174	80342336	93342963	9
52	62999049	70682751	80529087	93595620	8
53	63113241	70826919	80716713	93849647	7
54	63227855	70971684	80905219	94105066	6
55	63342890	71117047	81094612	94361964	5
56	63458352	71263014	81284899	94620181	4
57	63574240	71409586	81476087	94879901	3
58	63690559	71556760	81668183	95141050	2
59	63807309	71704564	81861195	95403639	1
60	63924495	71852975	82055127	95667689	0
	9	8	7	6	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſecantibus complementorũ arcuũ eiuſdem Quadrantis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	84	85	86	
0	95667689	114737188	143355808	60
1	95933204	115119970	143954694	59
2	96200195	115505313	144558602	58
3	96468673	115893242	145167595	57
4	96738655	116283797	145781740	56
5	97010253	116676991	146401101	55
6	97283267	117072851	147025745	54
7	97557932	117471403	147655740	53
8	97834057	117872815	148291169	52
9	98111843	118276840	148932108	51
10	98391211	118683794	149578791	50
11	98672171	119093414	150230942	49
12	98954738	119506013	150888966	48
13	99236930	119921335	151552578	47
14	99524766	120339695	152222283	46
15	99812250	120760985	152897946	45
16	100101400	121185232	153579394	44
17	100392329	121612482	154267179	43
18	100684851	122042752	154961155	42
19	100979193	122476076	155661396	41
20	101275259	122912485	156368008	40
21	101572962	123352014	157081063	39
22	101872522	123794696	157800648	38
23	102173854	124240732	158526854	37
24	102476971	124689836	159259771	36
25	102781890	125142353	159999560	35
26	103088639	125598007	160746121	34
27	103397202	126057149	161499724	33
28	103707656	126519656	162260744	32
29	104019959	126985568	163028671	31
30	104334254	127454936	163804188	30
	5	4	3	

Minuta Graduũ Quadrãtis pro ſecãtibus cõplemẽtorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	84	85	86	
30	104334254	127454936	163804188	30
31	104650345	127927785	164586836	29
32	104968474	128404152	165377268	28
33	105288542	128884078	166175067	27
34	105610566	129367604	166980877	26
35	105934564	129854921	167794536	25
36	106260557	130345812	168615879	24
37	106588558	130840395	169445585	23
38	106918589	131338917	170283495	22
39	107250680	131841076	171129820	21
40	107584955	132347264	171984431	20
41	107921201	132857174	172847712	19
42	108259554	133371390	173719700	18
43	108600151	13388,600	174600528	17
44	108942779	134411312	175490331	16
45	109287702	134937471	176389247	15
46	109634817	135467749	177297417	14
47	109984143	136002235	178215000	13
48	110335695	136540955	179142131	12
49	110689503	137083887	180078954	11
50	111045597	137631223	181025951	10
51	111403988	138183016	181982628	9
52	111764699	138739177	182949802	8
53	112127750	139299830	183926988	7
54	112493167	139865032	184915009	6
55	112861097	140435034	185913698	5
56	113231316	141009514	186922883	4
57	113604036	141588910	187943432	3
58	113979204	142172885	188975184	2
59	114356941	142761897	190018342	1
60	114737188	143355808	191073059	0
	5	4	3	

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſecantibus cōplementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	87	88	89	
0	191073059	286537048	572987098	60
1	192139567	288943841	582696234	59
2	193218044	291391404	592740072	58
3	194308693	293880683	603139919	57
4	195411723	296413087	613907444	56
5	196527729	298990299	625070305	55
6	197656182	301611807	636642580	54
7	198797665	304279687	648655621	53
8	199952408	306996123	661126359	52
9	201120639	309760533	674090521	51
10	202303011	312576192	687573461	50
11	203498943	315442491	701612741	49
12	204709121	318361849	716229489	48
13	205934200	321336774	731453951	47
14	207173596	324366765	747356168	46
15	208428431	327455509	763965262	45
16	209698119	330602545	781323254	44
17	210983811	333811800	799494739	43
18	212284914	337082830	818524878	42
19	213602421	340419652	838490069	41
20	214936837	343823403	859453551	40
21	216287319	347294586	881484374	39
22	217655350	350837799	904682629	38
23	219040792	354454051	929134899	37
24	220443981	358145679	954945691	36
25	221865261	361914968	982231457	35
26	223305005	365763113	1011112129	34
27	224763453	369695332	1041753449	33
28	226241278	373713015	1074309940	32
29	227738558	377818975	1108967170	31
30	229255785	382016194	1145934768	30
	2	1	0	

Minuta Graduū Quadrãtis pro ſecãtibus cõplemẽtorū arcuū eiuſdẽ Quadrãtis.

Gradus Quadrantis pro ſecantibus

arcuum eiuſdem Quadrantis

Minuta Graduum Quadrantis pro ſecantibus arcuum eiuſdem Quadrantis.

	87	88	89	
30	229255785	382016194	1145934768	30
31	230793360	386307709	1185438054	29
32	232351718	390696734	1227777193	28
33	233931261	395186630	1273252703	27
34	235532422	399780916	1322226495	26
35	237156211	404483275	1375118522	25
36	238801972	409397566	1432397932	24
37	240470730	414227875	1494678912	23
38	242163582	419278406	1562622042	22
39	243879838	424453607	1637036239	21
40	245621193	429758156	1718892212	20
41	247386980	435196961	1809365043	19
42	249178956	440775230	1909891150	18
43	250996450	446498305	2022234532	17
44	252841285	452371994	2148642981	16
45	254713463	458402271	2291895669	15
46	256612911	464595485	2455554199	14
47	258541565	470958329	2644450861	13
48	260499426	477497828	2864894681	12
49	262487160	484221619	3125282743	11
50	264505458	491139838	3437843546	10
51	266554348	498256113	3819709423	9
52	268635944	505581634	4297193536	8
53	270750304	513128395	4911255640	7
54	272898206	520901152	5729642566	6
55	275080457	528915798	6875687278	5
56	277297985	537178089	8594018365	4
57	279551349	545702599	11458691197	3
58	281841763	554505091	17188036598	2
59	284170013	563593031	34376072269	1
60	286537048	572987098	Infinita.	0
	2	1	0	

Minuta Graduũ Quadrantis pro ſecantibus cõplementorũ arcuũ eiuſdẽ Quadrãtis.

complementorum arcuum eiuſdem Quadrantis.

VSVS TABVLÆ TAM TANGENTIUM, quam secantium.

Vſus tabulæ tam tangentium, quam ſecantium.

EX vtraq; tabula non aliter tangentes, ac ſecantes arcuum, vel complementorum arcuum inueſtigabimus, ac ſupra ſinus rectos, & ſinus complementorum arcuum ex ſinuum tabula eruere docuimus. Vt ſi quæratur tam tangens, quam ſecans arcus grad. 50. Min. 24. inuenietur in tabula tangentium ſub grad. 50. in vertice tabulæ poſitis, è regione Min. 24. ad ſiniſtram collocatorum tangens particularum 12087923. qualium ſinus totus ponitur 10000000. In tabula vero ſecantium reperietur ſub grad. 50. è regione Min. 24. ſecans earundem particularum. 15688144. Quod ſi quæratur tam tangens, quam ſecans complementi arcus 39. Min. 36. reperietur in priori quidem tabula ſupra grad. 39. in ima ſede poſitos, è regione Min. 36. ad dextram collocatorum tangens eadem, quæ prius, 12087923. In poſteriori vero tabula eadem ſecans 15688144. propterea quòd complementum arcus grad. 39. Min. 36. complectitur grad. 50. Min. 24. cui arcui dicta tangens, ac ſecans debetur, vt patet.

IAM verò ſi ſinus totus aſſumatur particularum tantummodo 100000. abiectis duabus cifris ex ſinu toto 10000000. abijciendæ quoq; erunt ex ſingulis tangentibus, ac ſecantibus duæ priores figuræ ad dextram: quemadmodum de ſinubus diximus.

SINVVM, TANGENTIVM, ET SECANTIVM FINIS.

CHRISTOPHORI
CLAVII BAMBERGENSIS
E SOCIETATE IESV
TRIANGVLA
RECTILINEA.

CHRISTOPHORI CLAVII BAMBERGENSIS E SOCIETATE IESV

TRIANGVLA RECTILINEA.

PRÆFATIO.

SINVVM, *linearum tangentium, & secantium vsus potissimum in doctrina triangulorum tam rectilineorum, quàm sphæricorum consistit. Omnes enim Astronomi in motibus cælestibus vel inuestigandis, vel explicandis explorant in triangulis beneficio sinuum, linearum tangentium, & secantium tum latera ex angulis notis, tum etiam angulos ex lateribus cognitis. Id quod ex Epitoma Ioan. Regiom. in Almagestum, siue magnam cõstructionem Ptolomæi, ex opere Copernici de reuolutionibus cælestibus, & ex aliorum Astronomorũ scriptis perspicuè constare potest. Quam ob rem cum iam tractationem sinuum, linearumq́; tangentium, ac secantium absoluerimus, ordo postulat, vt scientiam hanc triangulorum à Joanne Regiom.*

Vsus sinuũ, linearũ tangentium, & secantium in doctrina triangulorum potissimum consistit.

quinq; libris diffusè explicatam, & à Gebro Hispalensi Arabe, necnon à Nicolao Copernico breuiter quidem, sed paulò obscurius traditam, pro virili etiam exponamus, cum incredibilis sit eorum vtilitas cum in rebus omnibus Mathematicis, tum præsertim in cælestibus motibus, & in ijs rebus, quæ ex illis pendent, rectè intelligendis, vel inuestigãdis, vt dictum est, & partim etiam non obscure ex nostra Gnomonica colligi potest, vbi permulta ad horologia pertinentia ex triangulis à nobis sunt demonstrata. Exordiemur autem à triangulis rectilineis, tanquam facilioribus, de quibus ea solum demonstrabimus, quæ ad res Astronomicas, & Geometricas recte percipiendas necessaria esse iudicamus: Id quod etiam in sphæricis triangulis obseruauimus. Qui plura desiderat, legat Menelaum, & Maurolycum de sphæricis triangulis, de rectilineis vero Ioannem Regiomontanum. Ante omnia autem explicandum erit, penes quid angulorum rectilineorum quantitas sumenda sit.

PENES QVID ANGVLI rectilinei magnitudo sumatur.

Angulorũ rectilineorũ magnitudo penes quid sumatur.

ANGVLI *cuiusuis rectilinei magnitudo sumitur penes arcum circuli ex ipso angulo, vt centro, descripti ad quodcunq; interuallum, inter rectas lineas angulum comprehendentes interceptum.* Nam *quilibet angulus rectilineus tantus esse dicitur, quantus est arcus circuli, cuius centrum est in ipso angulo, inter duas lineas rectas,*

quæ

quæ angulum continent, interiectus: ita vt quot graduum fuerit ille arcus, totidem partium sit & angulus, qualium quatuor recti sunt 360. aut vnus rectus 90. Ex quo fit, indifferenter sinum anguli rectilinei pro sinu arcus accipi posse, & contra; quod etiam de tangente, & secante intelligatur: quandoquidem arcus, & angulus illi in centro insistens eundem habent partium numerum, licet diuersi generis, cum partes arcus sint arcus, partes vero anguli sint anguli: quamuis & partes anguli dici possint arcus, ita vt angulus dicatur habere tot gradus, quot in arcu, cui insistit, comprehenduntur.

Angulus rectilineus est tot partiũ, quot graduũ est arcus circuli, cui in centro insistit.

QVANDOCVNQVE ergo arcus angulum rectilineum metiens est quadrãs, id est, quarta pars totius circunferentiæ, angulus ei insistens in centro rectus erit, nempe quarta pars quatuor rectorum, quibus spatium, quod circumstat centrum circuli æqualiter omnes partes circunferentiæ respiciens, æquale est: quando autem arcus idem est quadrante minor, angulus quoq; minor erit recto, nempe acutus: quando deniq; arcus est maior quadrante, angulus etiam recto maior erit, nimirum obtusus. Et contra, quando angulus est rectus, erit arcus illum metiens quadrans: quando acutus, quadrante minor: quando deniq; obtusus, maior quadrante. Quæ omnia ex lemmate sequenti erunt perspicua.

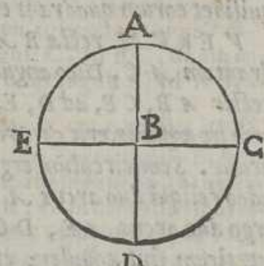
Coroll. 2. 15. primi.

LEMMA.

RECTÆ lineæ angulum rectum comprehendentes abſcindũt quadrantem ex circulo, qui ex ipſo angulo, vt centro, ad quodcunq; interuallum deſcribitur: lineæ vero rectæ angulum acutum continentes auferunt arcum quadrante minorem: lineæ deniq; rectę conſtituentes angulum obtuſum intercipiunt in eodem circulo arcum maiorem quadrante. Et contra, rectæ lineæ ex centro circuli egredientes, quadrantemq; intercipientes conſtituunt angulum rectum: lineæ vero arcum quadrante minorem abſcindentes angulum acutum continent: rectæ deniq; lineæ auferentes arcum maiorem quadrante obtuſum angulum comprehendunt.

Quomodo ſe habeant anguli recti linei ad arcus circulorũ ex ipſis, vt centris, deſcriptorũ, & contra.

RECTAE lineæ A B, C B, angulum rectum contineant A B C, & ex B, circulus deſcribatur A C D E. Dico arcum A C, quadrantem eſſe, &c. Quoniam enim eſt, vt angulus A B C, in centro ad quatuor rectos, ita arcus A C, ad totam circunferentiam; eſt autem angulus A B C, cum rectus ſit, quarta pars quatuor rectorum: erit quoq; arcus A C, totius circunferentiæ quarta pars, id eſt, quadrans. Quoniam vero recta linea conſtituens cum recta A B, in puncto B, angulum acutum cadit in arcum A C, recta vero linea cum eadem A B, conſtituens angulum obtuſum in puncto B, cadit in arcum C D; liquido conſtat, rectas lineas angulum acutum in



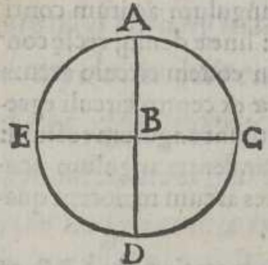
Coroll. 2. 33. ſexti.

centro

centro B, constituentes intercipere arcum quadrante A C, minorem, lineas vero rectas continẽtes angulum obtusum abscindere arcum quadrante A C, maiorem.

SED auferant iam rectæ B A, B C, ex centro B, egredientes quadrantem A C. Dico angulum A B C, esse rectum, &c. Quoniam enim
Coroll. 2. 33. sexti. est, vt arcus A C, ad totam circunferentiam, ita angulus A B C, in centro ad quatuor rectos; est autem arcus A C, quadrans, id est, quarta pars circunferentiæ totius: erit quoq; angulus A B C, quarta pars quatuor rectorum, atq; adeo rectus. Quia vero rectæ ex centro B, emissæ, atque arcum quadrante A C, minorem auferentes angulum constituunt minorem angulo recto A B C, auferentes vero arcum quadrante A C, maiorem constituunt angulum recto angulo A B C, maiorem; perspicuum est, rectas lineas arcum quadrante A C, minorem intercipientes constituere in centro B, angulum acutum, lineas vero rectas arcum quadrante A C, maiorem includentes continere in centro B, angulum obtusum. Quod est propositum.

ALITER. Contineant rursum rectæ A B, C B, angulum rectum ABC, et ex B, circulus describatur ACDE. Dico arcum A C, esse quadrantem, &c. Productis enim rectis A B, C B, ad D, E, erunt & anguli A B E, C B D, cum sint angulo A B C, deinceps, recti, ex definitione; necnõ & angulus D B E, quòd angulo ABC,
15. primi. sit ad verticem æqualis, rectus. Quare cum omnes quatuor anguli ad B, centrum sint recti, id est, æquales, æquales quoq; erunt qua-
26. tertij. tuor arcus A C, C D, D E, E A; atq; adeo quilibet eorum quadrans erit. Reliqua demonstrabuntur, vt prius.



VERVM rectæ B A, B C, ex centro B, emissæ auferant iam quadrantem A C. Dico angulum A B C, rectum esse, &c. Productis enim
15. primi. rectis A B, C B, ad D, E, cum angulus D B E, angulo A B C, ad verti-
26. tertij. cem sit æqualis, erit & arcus D E, arcui A C, æqualis, & proinde quadrans. Semicirculum ergo conficiunt duo quadrantes A C, D E; atque adeo reliqui duo arcus A E, D C, alterum semicirculum constituent. Cum
26. tertij. ergo duo arcus A E, D C, æquales sint, quòd anguli A B E, C B D, ad
15. primi. verticem sint æquales; erit vterq; eorum quadrans: ac propterea quatuor arcus A C, C D, D E, E A, cum sint quadrantes, æquales erunt.
27. tertij. Quatuor ergo anguli ad centrum B, æquales quoq; erunt; atq; adeo eorum quilibet erit rectus. Vel breuius. Cum A C, sit quadrans, erit quoque

tam

tam in semicirculo C A E, reliquus arcus A E, quam in semicirculo A C D, reliquus arcus C D, quadrans: Eodemq́, modo in semicirculo A E D, vel C D E, reliquus arcus D E, quadrans erit; & proinde quatuor anguli ad B, quatuor quadrantibus æqualibus insistentes erunt æquales, & recti. Reliqua, vt prius, ostendentur. 27. tertij.

SCHOLIVM.

IN materia porro triangulorum rectilineorum, cum dantur duo anguli noti, tertius illico notus quoq; erit, cum sit complementum duorum rectorum: Item cum in triangulo rectãgulo datur vnus acutus angulus, notus etiã erit reliquus acutus, quod sit complementum vnius recti. Itaq; detractis duobus angulis notis simul ex grad. 180. reliquus erit tertius notus. Item in triangulo rectangulo, si detrahatur acutus notus ex grad. 90. remanebit alter acutus notus. Quod semel monuisse satis sit.

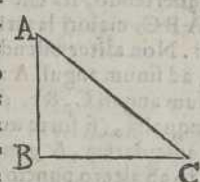
Datis duobus angulis triãguli rectilinei, datus etiã erit tertius. Itẽ in triãgulo rectangulo, si detur vnus angulus acutus, datus quoq; erit acutus reliquus.

THEOR. 1. PROPOS. 1.

IN omni triangulo rectilineo latera quæuis duo eandem proportionem habent, quam sinus angulorum illis oppositorum.

Latera triãguli rectilinei sunt sinubus angulorũ oppositorum proportionalia.

SIT primum triangulum rectangulum A B C, cuius angulus rectus B. Dico esse A B, ad A C, vt est sinus anguli C, ad sinum anguli B. Item A B, ad B C, vt est sinus anguli C, ad sinum anguli A, &c. Quoniam enim, vt in definitionibus sinuum ostendimus, si A C, ponatur sinus totus, latus A B, est sinus anguli C; & B C, sinus anguli A: liquido constat, ita esse latus A B, ad latus A C, vt est A B, sinus anguli C, ad A C, sinum totum anguli recti B: Vel ita esse latus A C, ad latus A B, vt est A C, sinus totus recti anguli B, ad A B, sinum anguli C; cum ipsa latera sint sinus angulorum oppositorum, ac proinde vtrobiq; sit identitatis proportio. Eadem ratione erit, vt latus A C, ad latus B C, ita A C, sinus totus anguli recti B, ad B C, sinum anguli A: Vel vt latus B C, ad latus A C, ita B C, sinus anguli A, ad A C, sinum totum recti anguli B. Item vt latus A B, ad latus B C, ita A B, sinus anguli C, ad B C, sinum anguli A: Vel vt latus B C, ad latus A B, ita B C, sinus anguli A, ad A B, sinum anguli C.

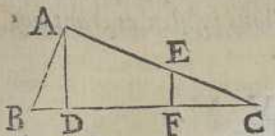


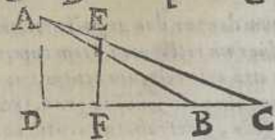
SIT deinde triangulum A B C, non rectangulum. Dico rursus esse latus A B, ad latus A C, vt est sinus anguli C, ad sinum anguli B, &c. Aut enim latera assumpta A B, A C, æqualia sunt, aut inæqualia. Si æqualia, erunt quoq; anguli C, B, æquales; ac proinde, vt in definitionibus sinuum docuimus, eorum sinus æquales. Quare erit, vt latus A B, ad latus A C, ita sinus anguli C, ad sinum anguli B: Vel vt latus A C, ad latus A B, ita sinus anguli B, ad sinum anguli C; cum semper sit proportio æqualitatis. Si 5. primi.

vero

vero latera A B, A C, ſunt inæqualia, ſit A C, maius, ex quo abſcindatur recta C E, minori lateri A B, æqualis, & ex A, E, ad tertium latus B C, perpendiculares demittantur A D, E F, quarum vtraq; cadet intra triangulum, quando angulus B, maiori lateri A C, oppoſitus acutus eſt. Erit enim & tunc angulus quoq; C, acutus, cum minor ſit, quam B. Quare perpendicularis A D, intra triangulum cadet, ac proinde & perpendicularis E F. Quando vero angulus B, obtuſus eſt, cadet quidem A D, ſemper extra triangulum, at E F, cadere poteſt vel extra etiam, vel in punctum B, vel intra triangulum. Quomodocunq; autem cadant dictæ perpendiculares, ſemper eadem erit demonſtratio. Nam cum A D, EF, ſint parallelæ, erunt triangula C E F, C A D, ſimilia. Quamobrem erit, vt C E, ad E F, ita C A, ad A D. Cum ergo ex ijs, quæ in definitionibus ſinuum tradidimus, poſito ſinu toto C E, recta E F, ſit ſinus anguli C; poſito item ſinu toto A B, recta A D, ſit ſinus anguli A B D; ſintq; ſinus toti C E, A B, reſpectu quorum illi ſunt ſinus, æquales; liquet eſſe, vt C E, hoc eſt, latus A B, ad E F, ſinum anguli C, ita latus C A, ad A D, ſinum anguli A B D: Et permutando, vt latus A B, ad latus A C, ita E F, ſinum anguli C, ad A D, ſinum anguli A B D, hoc eſt, in poſteriori triangulo, ad ſinum anguli A B C, cum duo anguli ad B, æquales ſint duobus rectis, & proinde eundem ſinum habeant, vt in definitionibus ſinuum docuimus. Ex quo conſtat, ita eſſe minus latus A B, ad maius A C, vt eſt E F, ſinus anguli C, minori lateri oppoſiti ad A D, ſinum anguli A B C, maiori lateri oppoſiti: Et conuertendo, ita eſſe maius latus A C, ad minus A B, vt eſt A D, ſinus anguli A B C, maiori lateri oppoſiti ad E F, ſinum anguli C, minori lateri oppoſiti. Non aliter oſtendemus eſſe, vt latus A B, ad latus B C, ita ſinum anguli C, ad ſinum anguli A: Vel vt latus B C, ad latus A B, ita ſinum anguli A, ad ſinum anguli C. &c. dummodo ex puncto, vbi conueniunt latera aſſumpta inæqualia, (ſi forte æqualia non ſunt) ducas ad latus oppoſitum lineam perpendicularem, & minori lateri ex maiore rectam æqualem abſcindas, initio facto ab altero puncto extremo maioris lateris, vbi cum tertio latere coniungitur, vt à nobis factum eſt, &c.

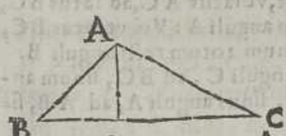
18. primi.
Schol. 13. ſecundi.
Schol. 12. ſecundi.

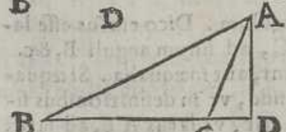




28. primi.
Coroll. 4. ſexti.
4. ſexti.

ALITER. Sit rurſus triangulum non rectangulum A B C: de rectangulo enim in principio huius demonſtrationis iam eſt demonſtratum. Dico eſſe, vt latus A B, ad latus A C, ita ſinum anguli C, ad ſinum anguli B: Vel vt latus A C, ad latus A B, ita ſinum anguli B, ad ſinum anguli C, &c. Ducta enim ex A, vbi duo latera aſſumpta coeunt, ad tertiũ latus B C, perpẽdiculari AD,





latus A B.	ſin. ang. C.
latus A D.	ſin. ang. D.
latus A C.	ſin. ang. B.

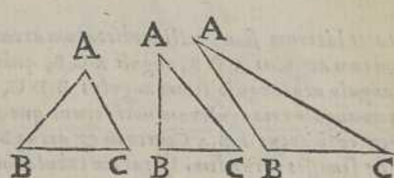
quæ vel intra triangulum cadet, vel extra, prout anguli B, & C, acuti fuerint, sint, vel alter eorũ obtusus: erit in triangulo rectangulo A B D, vt latus A B, ad latus A D, ita sinus anguli recti D, ad sinum anguli B, vt supra est demonstratum: Item in triangulo rectangulo A D C, vt latus A D, ad latus A C, ita sinus anguli C, ad sinum anguli recti D. Ex æqualitate ergo, & perturbata proportione erit, vt latus A B, ad latus A C, ita sinus anguli C, (Habẽt enim duo anguli ad C, in obtusangulo triangulo eundem sinum, vt in tractatione sinuum ostendimus. ad sinum anguli B, vt in formula suprapofita apparet: Et conuertendo quoq; , vt latus A C, ad latus A B, ita sinus anguli B, ad sinum anguli C. Eodem modo concludemus esse, vt latus A B, ad latus B C, ita sinum anguli C, ad sinum anguli B A C: Vel vt latus B C, ad latus A B, ita sinum anguli B A C, ad sinum anguli C, &c. Quocirca in omni triangulo rectilineo latera quæuis duo eandem proportionem habent, quam sinus angulorum illis oppositorum. Quod erat demonstrandum.

SCHOLIVM.

Qua rõne ex trib⁹ vel duobus angulis notis cuiusuis triãguli cognoscantur proportiones laterũ.

EX hac propos. facile colligemus proportiones laterum cuiusuis trianguli rectilinei, cuius omnes anguli cogniti sint, vel duo tantum. Sint enim omnes anguli in triangulo A B C, *noti. Dico proportiones laterum notas esse. Cum enim eadem sit proportio lateris* A B, *ad latus* A C, *quæ sinus anguli* C, *ad sinum anguli* B; *sint autem sinus angulorũ* C, B, *notorum cogniti ex tabula sinuum; nota erit proportio lateris* AB, *ad latus* A C, *&c. Exempli causa, ponatur in primo triangulo angulus* C, *grad.* 60. B, *grad.* 50. *&* A, *grad.* 70. *Horum sinus sunt* 86602. 76604. 93969. *Est ergo proportio* A B, *ad* A C, *eadem, quæ* 86602. *ad* 76604. *&* A B, *ad* B C, *eadem, quæ* 86602. *ad* 93969. *&* A C, *ad* B C, *eadem, quæ* 76604. *ad* 93969. *In triangulo vero secundo ponatur angulus* B, *rectus, ac proinde grad.* 90. C, *grad.* 50. *&* A, *grad* 40. *Horum sinus sunt* 100000. 76604. 64278. *Erit igitur* A B, *ad* A C, *vt* 76604. *ad* 100000. *&* A B, *ad* B C, *vt* 76604. *ad* 64278. *&* A C, *ad* B C, *vt* 100000 *ad* 64278. *In triangulo demum tertio statuatur angulus* B, *obtusus & grad.* 124 C, *grad.* 30 *&* A, *grad* 26. *Horum sinus sunt (si pro sinu anguli obtusi accipiatur sinus complementi ipsius vsq; ad grad.* 180 *nempe sinus grad.* 56.) 82903. 50000. 43837 *Quare erit* A B, *ad* A C, *vt* 50000. *ad* 82903. *&* A B, *ad* B C, *vt* 50000. *ad* 43837. *&* A C, *ad* B C, *vt* 82903. *ad* 43837.

1. huius.

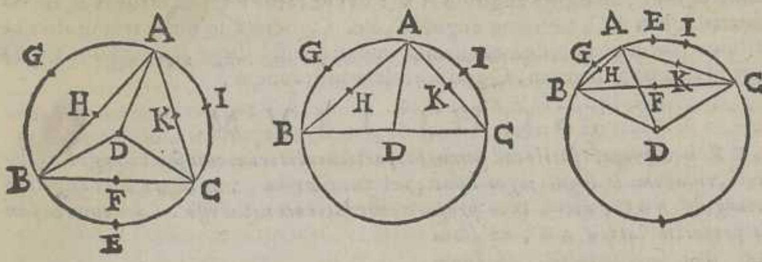


ITAQVE vt facile proportiones laterum habeantur, satis est, si lateribus sinus angulorum oppositorum ascribantur: propterea quòd latera eandem proportionem habent, quam oppositorum angulorum sinus, vt demonstratum est. Praxis.

QVOD si duo tantum anguli cogniti sint, erit reliquus tertius quoq; notus. Quare, vt prius, laterum proportiones cognoscentur.

POSSVMVS easdem proportiones laterum cognoscere ex angulis datis, sine auxilio antecedentis propos. hoc modo. Circa datum triangulum A B C, *describatur* 5. quarti.

Coroll. 5. quarti. *tur circulus, cuius centrum D, quod cadet vel intra triangulum, vel in vnum latus, vel extra triangulum, prout triangulum fuerit vel acutangulum, vel rectangulū, aut obtusangulum. Ductis deinde ex centro D, ad omnes angulos rectis D A, D B, D C, (In rectangulo triangulo satis est, si ducatur D A, quòd D B, D C, partes sint lateris B C.) secentur singula latera, & arcus, quos subtendunt, bifariam in punctis F, H, K, & E, G, I. In rectangulo tamen triangulo arcus B C, cui rectus angulus insistit, non est diuidendus bifariā: In obtusangulo autem secādus est bifariam arcus B A C, in quo existit obtusus angulus, non autem arcus B C, cui insistit. Erunt autem me-*



dietates laterum sinus recti medietatum arcuum, ex defin. sinus recti. Itaq; quoniam tam angulus A D B, anguli A C B, quàm angulus A D C, anguli A B C, & in
20. tertij. *triangulo acutangulo etiam angulus B D C, anguli B A C, duplus est: ponuntur autem anguli triangulorum noti; erunt quoq; eorum dupli in centro cogniti. Quare & eorū arcus A B, A C, necnon & arcus B C, in primo circulo noti erunt; ac proinde & semisses eorundem. Igitur, ex tabula sinuum, dabuntur sinus harum semissium, hoc est, semisses laterum A B, A C, & in triangulo acutangulo semissis quoq; lateris B C; proptereaq; & tota latera A B, A C, vnà cum latere B C, in triangulo acutangulo, cognita fient in partibus sinus totius A D. In triangulo porrò rectangulo latus B C, recto angulo oppositum duplum est sinus totius, ac proinde notum in eisdem partibus sinus totius A D: In triangulo vero obtusangulo latus B C, angulo obtuso oppositum ita dabitur. Quoniam arcus A B, A C, dati sunt, datus etiam erit totus arcus B A C, ex ipsis conflatus. Igitur & eius semissis B E, & proinde & huius semissis sinus rectus B F, dabitur; proptereaq; & totum latus B C. Cognita ergo erunt hac ratione omnia latera in partibus semidiametri circuli triangulo circunscripti; & proinde eorum proportiones notæ.*

Praxis. *ITA autem sine longa circuitione latera cognosces in partibus dictæ semidiametri. Sinus rectus cuiusuis anguli acuti duplicetur, & habebitur latus illi angulo oppositum in partibus dictæ semidiametri. quod facile ex demonstratis intelligi potest. Nam quilibet angulus acutus continet tot gradus, quot sunt in semisse arcus, cui insistit; Vt angulus A C B, continet tot gradus, quot sunt in arcu A G, semisse arcus A B, cui insistit, propterea quòd angulus A D B, cui totus arcus A B, debetur, du-*
20. tertij. *plus est anguli A C B. Quare cum A H, semissis lateris A B, sit sinus arcus A G, erit eadem A H, sinus anguli A C B: atq; adeo sinus an-*

guli

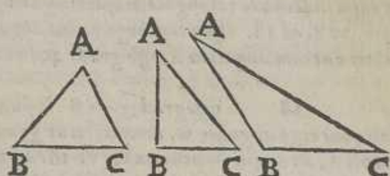
guli A C B, duplicatus dabit latus A B, in partibus semidiametri A D, &c. Latus autem recto angulo oppositum perpetuò est diameter circuli circunscripti triangulo. quare si semidiameter, sinusve totus duplicetur, cognitum fiet ipsum latus. Latus deniq; obtuso angulo oppositum habebitur, si vterq; angulorum acutorum duplicetur, & duplicatorum semissis accipiatur. Nam sinus huius semissis duplicatus illico latus ostendet notum. Anguli namq; A D B, A D C, dupli sunt acutorum angulorum A C B, A B C: quibus quidem duplis angulis totus arcus B A C, debetur, &c.

20. tertij.

IMMO vero si non dentur anguli, sed eorum tantum proportiones, cognoscemus nihilominus proportiones laterum, si prius ex angulorum proportionibus datis eorundem magnitudines inuestigemus, hoc modo. In primo triangulo prioris figuræ huius scholij ponatur proportio anguli C, ad angulum B, eadem, quæ 12. ad 10. & anguli B, ad angulum A, quæ 20. ad 28. quæ duæ proportiones notæ satis sunt, etiamsi proportio anguli A, ad angulum C, ignota sit. Inuentis autem minimis numeris 6. 5. qui eandem proportionem habeant, quam anguli C, B, hoc est, quam numeri 12. 10. si hi minimi non sint; Item minimis 5. 7. eandem proportionem habentibus, quam anguli B, A, siue numeri 20. 28. sumemus tres hosce numeros deinceps minimos 6. 5. 7. in proportionibus numerorum minimorum 6. 5. & 5 7. qui si non essent deinceps minimi, inquirendi essent tres minimi, per ea, quæ ab Euclide demonstrata sunt lib. 8. Erit ergo angulus C, vt 6. B, vt 5. & A, vt 7. quos in gradibus per regulam Societatum ita notos efficiemus. Collectis numeris 6. 5. 7. in vnam summam 18. dicemus per auream regulam. Si 18. dant grad. 180. (tot enim gradibus omnes tres anguli, hoc est, duo recti, æquiualent.) quid dabunt 6? quid 5? & quid 7? vt hic vides.

Quomodo ex datis proportionib' omniū angulorū triā guli cognoscantur ipsi anguli.

35. septimi



4. octaui.

18.	180. grad.	6?	fiunt	60. gr.	pro angulo	C.
		5?		50. gr.		B.
		7?		70. gr.		A.

Inueniemusq; angulum C, grad. 60. B, grad. 50. & A, grad. 70. Quòd si duæ notæ proportiones angulorum non sint continuatæ, vt in dato exemplo, continuandæ erunt. Vt si dicat quis. Proportio anguli C, ad angulum B, est vt 12. ad 10. & proportio anguli A, ad angulum B, vt 28. ad 20. vbi vides, eundem angulum C, in vtraq; proportione esse consequens: continuabimus illas, si dicamus, proportionem C, ad B, esse vt 12. ad 10. & B, ad A, vt 20. ad 28. Aut si quis dicat. Proportio anguli C, ad B, est vt 12. ad 10. proportio autem A, ad C, est vt 28. ad 24. continuabimus eas, ponendo proportionem A, ad C, vt 28. ad 24. & C, ad B, vt 12. ad 10. Aut demq; si quis dicat. Proportio C, ad B, est vt 12. ad 10. & C, ad A, vt 24. ad

Quādo proportiones angulorū notæ non sunt continuatæ, quid agendum.

28. *continuabimus eas, ponendo* B, *ad* C, *vt* 10. *ad* 12. *&* C, *ad* A, *vt* 24. *ad* 28. *&c.*

SED *demus aliud exemplum in tertio triangulo eiusdem figuræ, in quo sit proportio anguli* B, *ad angulum* C, *vt* 62. *ad* 15. *& proportio anguli* B, *ad angulum* A, *vt* 248. *ad* 52. *Quoniam angulus* B, *bis fuit antecedens, hoc est, proportiones datæ non sunt continuatæ, eas continuabimus, statuendo proportionem* A, *ad* B, *vt* 52. *ad* 248. *&* B, *ad* C, *vt* 62. *ad* 15. *Inuentis autem minimis numeris* 13. 62. *eandem proportionem habentibus, quam anguli* A, B, *siue numeri* 52. 248. *erunt duæ datæ proportiones continuatæ in his tribus numeris minimis* 13. 62. 15. *vt constat. Collectis ergo ipsis in vnam summam* 90. *inueniemus per regulam Societatum angulos in gradibus, vt hic apparet.*

90. 180. grad. { 13 ? / 62 ? / 15 ? } *fiunt* { 26. gr. / 124. gr. / 30. gr. } *pro angulo* { A. / B. / C. }

Inuentis hac ratione angulis, reperientur laterum proportiones, vt prius.

Quo pacto ex proportione duorũ tantum angulorũ in triangulo rectangulo proportiones laterum cognoscantur.

PORRO *in triangulo rectangulo satis est, si duorũ angulorum proportio detur. Sit enim in secundo triangulo eiusdem figuræ proportio anguli* A, *ad angulum* B, *rectum, vt* 8. *ad* 18. *Quoniam ergo rectus angulus* B, *est grad.* 90. *inueniemus per regulam auream angulum* A, *esse grad.* 40. *vt hic vides.*

18. 90. grad. 8 ? *fiunt* 40. gr. *pro angulo* A.

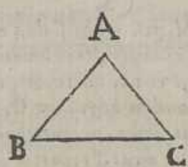
Reliquus ergo angulus C, *complectetur grad.* 50. *&c. Sit rursum proportio acuti anguli* A, *ad angulum acutum* C, *vt* 16. *ad* 20. *Quoniam ergo duo anguli* A, C, *vni recto sunt æquales, hoc est, continẽt grad.* 90. *Collectis numeris* 16. *&* 20. *in vnam summam* 36. *reperiemus per regulam Societatum vtrumq; angulum in gradibus, vt hic cernis.*

36. 90. grad. { 16 ? / 20 ? } *fiunt* { 40. gr. / 50. gr. } *pro angulo* { A. / C. }

Inuentis autem angulis hac ratione, notæ fient laterum proportiones, vt prius.

Quo pacto ex proportione vtriusuis angulorum æqualium ad tertium angulum in triangulo Isoscele inueniãtur laterũ proportiones.

EODEM *modo in triangulo Isoscele satis est, si proportio vtriuslibet æqualium angulorum ad tertium angulum cognoscatur, aut tertij anguli ad vtrumlibet angulorum æqualium. Nam si in triangulo Isoscele* A B C, *cuius duo latera* A B, A C, *æqualia sunt, cognita sit proportio anguli* B, *ad angulum* A, *nempe eadem, quæ* 10. *ad* 16. *erit quoq; proportio anguli* C, *ad angulum* A, *vt* 10. *ad* 16. *Quare duæ proportiones notæ erunt, quas continuabimus, si dicamus proportionem* A, *ad* B, *esse, vt* 16. *ad* 10. *&* B, *ad* C, *vt* 10. *ad* 10. *Ex quibus inuenietur angulus* A, *grad.* 80. *& vterq;* B, C, *grad.* 50. *per ea, quæ iam demonstrata sunt.*



DE *æquilatero triangulo non est, quòd quicquam præcipiamus, cum in eo latera habeant æqualitatis proportionem.*

SED

SED iam ad inuentionem laterum, atq; angulorum in triangulis rectilineis ex quibusdam datis ac cognitis accedamus; qua in re, vt certum ordinem, ac methodum seruemus, agemus primo loco de triangulis rectangulis, deinde vero de non rectangulis, cum in illis minor, quàm in his, difficultas reperiatur.

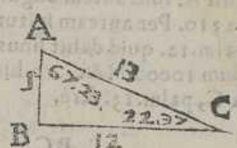
PROBL. 1. PROPOSITIO 2.

DATO vno latere, cum vno angulo acuto trianguli rectáguli, vel cum proportione duorum angulorum quorumcunq;; reliqua duo latera cognoscere, & quorumlibet duorum laterum proportionem efficere notam.

In triangulo rectangulo ex vno latere dato, vna cũ angulo acuto reliqua inuestigãtur.

SIT triangulum A B C, cuius angulus B, rectus, sitq; primò latus A C, recto angulo oppositũ datum 13. palmorum, vna cum angulo acuto C, grad. 22. Min. 37. ac proinde & cum angulo acuto A, grad. 67. Min. 23. Oportet ex his indagare reliqua latera. Quoniam, per ea, quæ in defin. Sinuum tradidimus, posito sinu toto AC, latera A B, BC, sunt sinus oppositorum angulorum: sunt autem anguli dati; noti erunt sinus dictorum angulorum; A B, quidem 38456. at B C, 92310. Per regulam ergo auream dicemus. Si AC, partium 100000. nempe quatenus sinus totus, dat 13. palmos, quid dabit A B, sinus partium 38456. & quid sinus B C, partium 92310? vt hic vides. Inueniemusque latus A B, palm. 5. & B C, palm. 12. ferè.

Quando latus recto angulo oppositũ datur, cum acuto angulo.



AC. 100000.	AC. 13.	AB. 38456? BC. 92310?	funt	AB. 5 BC. 12

ITAQUE quando latus recto angulo oppositum datur cum angulo vno acuto, ac proinde cum altero etiam acuto: Si fiat, vt sinus totus ad latus datum recto angulo oppositum, ita sinus vtriusque anguli acuti seorsum ad aliud, reperientur latera eisdem angulis opposita in partibus mensuræ, secundum quam datum est latus angulo recto oppositum.

Praxis.

DEINDE datum sit vnum ex lateribus circa angulum rectum, vt B C, palmorum 12. cum angulo C, grad. 22. Min. 37. & proinde cum angulo etiam A, grad. 67. Min. 23. Oportet ex his reliqua latera inuestigare. Quoniam per ea, quæ in lineis tangentibus, atque secantibus ad initium ostendimus, posito sinu toto B C, latus A B, est tangens anguli C, & latus A C, eiusdem secans, dabitur tangẽs A B, partium 41660. & secans A C, partium 108331. Quare per regu-

Quãdo latus vnum circa angulum rectũ datur, cum acuto angulo.

regulam auream dicemus. Si B C, quatenus sinus totus partium 100000. dat 12. palmos, quid dabit tangens A B, inuenta partium 41660. & quid secans A C, inuenta partium 108331? vt hic cernis. Inueniemusque latus A B, palm. 5. & A C, palm. 13. ferè.

$$\begin{matrix} BC. \\ 100000. \end{matrix} \quad \begin{matrix} BC. \\ 12. \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} AB. \\ 41660? \\ AC. \\ 108331? \end{matrix} \right\} \text{fiunt} \left\{ \begin{matrix} AB. \\ 5. \\ AC. \\ 13. \end{matrix} \right.$$

Praxis.

ITAQVE cum datur vnum latus circa angulum rectum, cum vno angulo acuto, ac proinde cum altero etiam acuto: Si fiat, vt sinus totus ad datum latus circa angulum rectum, ita tam tangens anguli acuti dato lateri adiacentis, quàm secans eiusdem anguli, ad aliud, prodibit tam latus, quod fuit tangens, quàm latus, quod fuit secans, notum in partibus mensuræ, secundum quam latus circa angulum rectum fuit datum.

Aliter per solos sinus.

PER solos autem sinus, cum datur vnum latus circa rectum angulum, cū vno acuto angulo, & proinde etiam cum altero acuto, ita reliqua latera exquiremus. Sit rursus datum latus B C, palm. 12. & angulus C, grad. 22. Min. 37. ac proinde angulus A, grad. 67. Min. 23. Quoniam igitur, vt in defin. sinuum diximus, posito sinu toto A C, latus A B, est sinus anguli C, & B C, sinus anguli A: sunt autem anguli dati; noti erunt dicti sinus, vt A B, 38456. & B C, 92310. Per auream igitur regulam dicemus. Si B C, sinus partium 92310. dat palm. 12. quid dabit sinus A B, partium 38456. & quid sinus totus A C, partium 100000? &c. vt hic apparet. Inuenietur enim latus A B, palm. 5. & A C, palm. 13. ferè.

$$\begin{matrix} BC. \\ 92310. \end{matrix} \quad \begin{matrix} BC. \\ 12. \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} AB. \\ 38456? \\ AC. \\ 100000? \end{matrix} \right\} \text{fiunt} \left\{ \begin{matrix} AB. \\ 5. \\ AC. \\ 13. \end{matrix} \right.$$

Praxis.

QVANDO ergo vnum latus datur circa angulum rectū, & vnus acutus angulus, ac proinde & alter acutus: Si fiat, vt sinus anguli acuti dato lateri circa angulum rectum oppositi ad latus datum, ita tam sinus alterius anguli acuti, quam sinus totus, ad aliud, prodibit tam latus alterum circa angulum rectum, quàm latus recto angulo oppositum, notum in partibus mensuræ, secundum quam latus circa angulum rectum fuit datū. Sed expeditior est via per lineas tangentes, & secantes, cum ibi sinus totus in regula aurea primum locū obtineat, & proinde diuisio fiat facilior.

Quando latus vnū datur, & proportio duorum angulorum quorū libet.

QVOD si detur vnum latus, vnà cum proportione duorum angulorum, ita problema absoluemus. Ex proportione angulorum reperiemus acutorum angulorum magnitudines, vt in scholio propos. 1. ostendimus. Quam ob rem inueniemus ex angulis notis reliqua latera, vt prius.

INVENTIS autem lateribus, manifestum est, proportionem quorumlibet duorum dari in numeris, in quibus inuenta sunt. Erit enim proportio

AB,

AB, ad AC, ut 5. ad 13. Vel ut 38456. ad 100000. Vel ut 41660. ad 108331. &c. In his enim omnibus numeris dicta latera inuenta sunt. Dato ergo uno latere, cum uno angulo acuto trianguli rectanguli, &c. Quod faciendum erat.

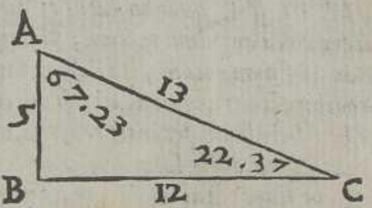
PROBL. 2. PROPOS. 3.

DATIS duobus lateribus trianguli rectanguli, duos angulos acutos efficere notos, vna cum tertio latere. Item data proportione duorum laterum, & insuper vno latere dato quocunque, duos angulos acutos, vna cum reliquis duobus lateribus cognoscere.

In triãgulo rectãgulo ex duobus lateribus notis, vel ex eorũ proportione nota, vna cũ vno latere quocunque, reliqua inquiruntur.

IN triangulo ABC, cuius angulus B, rectus, sit primum latus AC, recto angulo oppositum, & insuper latus AB, circa angulum rectum datum, nempe AC, palm. 13. & AB, palm. 5. Oportet ex his & angulos A, C, & latus tertium BC, explorare. Quoniam, posito sinu toto AC, latus AB, est sinus anguli C, dicemus. Si AC, palm. 13. dat AC, sinum totum partiũ 100000. quid dabit AB, palm. 5? inueniemusque sinum AB, partium 38461. ut hic uides.

Quando latus angulo recto oppositum, cũ vno latere circa angulum rectum datur.



AC.	AC.	AB.	AB.
13.	100000.	5? fit	38461.

Ex tabula ergo sinuum dabitur angulus C, grad. 22. Min. 37. ac proinde reliquus angulus A, grad. 67. Min. 23. Igitur & huius anguli A, sinus, nempe BC, dabitur partium 92310. ex eadem tabula sinuum. Dicemus ergo rursum. Si sinus totus AC, partium 100000. dat AC, palm. 13. Vel si sinus AB, inuentus partium 38461. dat AB, palm. 5. quid dabit sinus BC, partium 92310? reperiemusque BC, esse palm. 12. fermè, ut hic apparet.

AC. 100000.	AC. 13.	BC. 92310?	fit	BC. 12.
AB. 38461.	AB. 5.			

CVM ergo datur latus angulo recto oppositum, cum vno latere circa eundem angulum rectum; Si fiat, vt datum latus recto angulo oppositum ad sinum totum, ita alterum latus datum ad aliud, prodibit sinus acuti anguli, qui lateri dato circa rectum angulum opponitur. Inuento autem, beneficio huius sinus inuenti, vtroque angulo acuto; Si iterum fiat, vt sinus Praxis.

totus

totus ad datum latus recto angulo oppositum; vel vt sinus anguli acuti dato lateri circa rectum angulum oppositi ad datum latus circa angulum rectum, ita sinus alterius anguli acuti ad aliud, cognoscetur tertium latus in partibus mensuræ, secundum quam duo latera sunt data.

Aliter per lineas tangẽtes & secantes.

ALITER. Sit rursus A C, palm. 13. & A B, palm. 5. Quia igitur, ut ad initium linearum tangentium, ac secantium ostendimus, posito A B, sinu toto latus A C, secans est anguli A, & B C, tãgens eiusdem; dicemus. Si A B, palm. 5. dat A B, sinum totum partium 100000 quid dabit A C, palm. 13? inueniemusq; secantem A C, partium 260000. ut hic patet.

A B.	A B.	A C.		A C.
5.	100000.	13?	fit	260000.

Ex tabula ergo Secantium erit angulus A, grad 67. Min. 23. & proinde reliquus angulus C, grad. 22. Min. 37. Igitur & tangens anguli A, nempe B C, dabitur partium 240038. ex tangentium tabula. Quare rursum dicemus. Si sinus totus A B, partium 100000. dat A B, palm. 5. Vel si secans A C, inuenta partium 260000. dat A C, palm. 13. quid dabit tangens B C, partium 240038? inueniemusque iterum B C, esse ferme palm. 12. ut hic constat.

A B.	A B.			
100000.	5.	B C.		B C.
A C.	A C.	240038?	fit.	12.
260000.	13.			

Praxis.

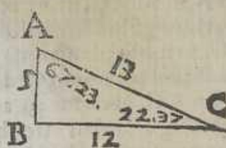
IGITVR quando latus recto angulo oppositum datur, cum vno latere circa angulum rectum; Si fiat, vt datum latus circa angulum rectum ad sinum totum, ita datum latus angulo recto oppositum ad aliud, prodibit secans anguli acuti sub datis lateribus comprehensi. Inuento ergo, beneficio huius secantis repertæ, vtroque angulo acuto, & tangente acuti anguli sub datis lateribus comprehensi, ex tangentiũ tabula; Si iterum fiat, vt sinus totus ad datum latus circa angulum rectum; Vel vt secans acuti anguli sub datis lateribus comprehensi ad latus datum recto angulo oppositum, ita tangens acuti anguli sub lateribus datis comprehensi ad aliud, notum fiet tertium latus in partibus mensuræ, secundum quam sunt data duo latera. Verum satius est per solos sinus operari, cum tangentes lineæ, atque secantes nihil compendij afferant, sintque per sinus inuentæ.

ADHVC aliter. Ponatur rursum A C, palm. 13. & A B, palm. 5. Quoniã
47. primi.
ergo quadratum rectæ A C, duobus quadratis rectarum A B, B C, æquale est; si auferatur quadratum lateris A B, quod est 25. ex quadrato lateris A C, quod est 169. relinquetur quadratũ lateris B C, nempe 144. cuius radix quadrata 12. dabit latus B C, palm. 12. Et quia, posito A C, sinu toto, latera A B, B C, sunt sinus angulorum oppositorum, ut in defin. sinuum explicauimus: Si fiat, ut latus A C, angulo recto oppositum palmorum 13. ad A C, sinum totum partium 100000. ita alterutrum laterum circa angulum rectum, nempe B C, palm. 12. ad aliud, prodibit sinus anguli acuti A, sumpto lateri oppositi partium 92308. Ex sinuum ergo tabula dabitur angulus A, grad. 67. Min. 23.

atque

atque adeo reliquus C, grad. 22. Min. 37. Hoc modo primo loco inuenitur tertium latus, deinde vero anguli: cũ alijs vijs inuenti sint prius anguli, quam tertium latus.

SINT iam duo latera A B, B C, circa rectum angulum data, vt A B, palm. 5. & B C, palm. 12. Oportet ex his tertium latus A C, & acutos angulos inuenire. Quoniam, ex demonstratis in principio linearum tangentium, secantiumque, posito A B, sinu toto, latus B C, tangens est anguli A, & latus A C, eiusdem secans; dicemus. Si A B, palm. 5. dat A B, sinum totum partium 100000. quid dabit B C, palm. 12? reperiemusque tangentem B C, partium 240000. vt hic manifestum est. Quando duo latera circa angulum rectũ data sunt.



A B.	A B.	B C.	B C.
5.	100000.	12? fit.	240000.

Ex tabula ergo tangentium dabitur angulus A, grad. 67. Min. 23. ac proinde reliquus angulus C, grad. 22. Min. 37. Igitur & A C, secans anguli A, dabitur ex tabula secantium, partium 260035. Rursus ergo dicemus. Si A B, sinus totus partium 100000. dat A B, palm. 5. Vel, sit angens B C, inuenta partium 240000. dat B C, palm. 12. quid dabit A C, secans partium 260035? inueniemusque A C, palm. 13. ferè vt hic vides.

A B. 100000.	A B. 5.	A C.		A C.
B C. 240000.	B C. 12.	260035?	fit.	13.

ITAQVE si dentur duo latera circa angulum rectum: Si fiat, vt alterutrum datorum laterum ad sinum totum, ita alterum latus datum ad aliud, proueniet tangẽs acuti anguli huic alteri dato lateri oppositi. Inuento ergo, beneficio huius tangentis inuentæ, vtroq; angulo acuto, in tabula tangentium; & ex tabula secantium, secante anguli acuti, qui alteri huic dato lateri opponitur: Si rursum fiat, vt sinus totus ad primum latus datum; vel vt tangens inuenta ad secundum latus datum, ita secans accepta ex tabula secantium, ad aliud, notum fiet latus tertium recto angulo oppositum in ijsdem partibus, in quibus duo latera circa angulum rectum data sunt. Praxis.

ALITER. Sit rursum A B, palm. 5. & B C, palm. 12. Et quoniam quadrata laterum A B, B C, simul æqualia sunt quadrato lateris A C; erit quadratum lateris A C, palm. 169. cuius radix quadrata dabit latus A C, palm. 13. Quia vero, vt in defin. sinuum traditum est, posito A C, sinu toto, latera A B, B C, sunt sinus oppositorum angulorum: Si fiat, vt latus A C, quod angulo recto opponitur, inuẽtum palm. 13. ad A C, sinum totum partiũ 100000. ita alterutrum laterum circa angulum rectum, nempe A B, palm. 5. ad aliud, reperietur sinus anguli acuti C, qui accepto lateri opponitur, partiũ 38461. Ex tabula ergo sinuum dabitur angulus C, grad. 22. Min. 37. ac propterea reliquus A, grad. 67. Min. 23. Hac via primo loco reperitur tertium latus, deinde vero duo anguli: cum tamen alio modo anguli prius inuenti sint, quam tertium latus. Aliter sine tãgentibus & Secantibus. 47. primi.

Quãdo ꝓportio duorum laterũ datur, & vnũ latus.

IAM vero si detur duorum laterũ quorumlibet proportio,& vnum latus, quodcũque illud sit,sumemus numeros proportionis notæ,ac si essent partes alicuius mensurę,in quibus duo illa latera dentur;atq; ex his,vt demonstrauimus in hac propos.angulos inueniemus, ac tertium latus in eisdẽ partibus. Deinde,si fiat,vt numerus illius lateris,quod datum est,ad ipsum latus datũ, ita numeri aliorum laterum sigillatim ad aliud,reperientur alia latera in partibus mensuræ,secundum quam illud alterum latus est datum. Vt si proportio A B, ad A C, sit,vt 15.ad 39.& latus B C, palm.12.reperietur, ex demonstratis,angulus A,grad.67.Min.23.& angulus C, grad.22.Min.37.latus vero B C, partium 36.qualium A B, est 15. & A C, 39. Quare si fiat, vt latus B C, inuentum partium 36.ad idem B C, datum palm.12.ita tam A B, partium 15. quàm A C, partium 39. ad aliud, inuenietur A B, palm. 5. & A C, palm. 13. Datis ergo duobus lateribus trianguli rectanguli,duos angulos acutos effecimus notos,&c. Quod erat faciendum.

SCHOLIVM.

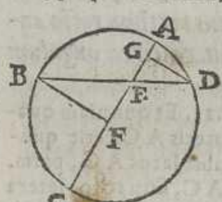
ABSOLVTVS *iam est rectangulorum triangulorum calculus, sequitur de triangulis non rectangulis. Sed prius quædam ad hanc rem necessaria demonstranda sunt, quorum nonnulla plurimum etiam triangulis sphæricis conducent.*

THEOR. 2. PROPOS. 4.

Quam proportionem habeât duo segmenta cuiusque chordæ.

SI diameter circuli chordam quamlibet,eiusq; arcum secet in duas partes; habebunt segmenta chordæ eandem proportionem, quam sinus segmentorum arcus respondentium.

IN circulo A B C D, diameter A C, secet chordam B D, in E,eiusque arcum B A D, in A, uel B C D, in C: ducanturque B F, D G, ad diametrum A C, perpendiculares; quarum B F, sinus est arcus B A, uel B C: & D G, sinus arcus A D, uel C D. Dico ita esse B E, ad E D, ut B F, ad D G. Quoniam enim in triangulis B E F, D E G, anguli F, G, æquales sunt, utpote recti: Itẽ anguli E, ad uerticem æquales; æquiangula erunt triangula B E F, D E G. Quare erit,ut B E, ad B F, ita E D, ad D G: Et permutando, ut B E, ad E D, ita B F, ad D G. Si ergo diameter circuli chordam quamlibet, eiusq; arcum secet in duas, partes, &c. Quod erat demonstrandum.



15. primi.

32. primi. 4. sexti.

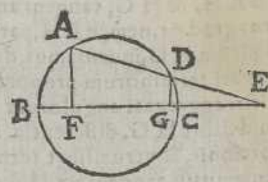
THEOR. 3. PROPOS. 5.

Quã ꝓportionem habeat chorda circuli

SI in circulo chorda cuiuslibet arcus ad vnam partem producatur, conueniatq; cum diametro qua-

quauis ad eandem partem producta; erit eadem proportio totius chordæ productæ ad segmẽtum exterius, quæ sinus arcus inter punctũ, per quod diameter producta est, & remotius punctum extremum dictæ chordæ, ad sinum arcus inter idem punctum diametri, & propinquius punctum extremum eiusdem chordæ. producta, & cũ diametro producta conueniens, ad segmẽtum exterius.

IN circulo A B C D, chorda A D, arcus A D, ad partes D, producta conueniat cum diametro B C, ad easdem partes producta in puncto E; demittanturque A F, D G, ad diametrum B C, perpendiculares; quarum A F, sinus est arcus A C: & D G, sinus arcus C D. Dico ita esse A E, ad D E, ut A F, ad D G. Quoniam enim A F, D G, parallelæ sunt ob angulos rectos F, G; similia erunt triangula A E F, D E G. Quare erit, ut A E, ad A F, ita D E, ad D G: Et permutando, ut A E, ad D E, ita A F, ad D G. Si igitur in circulo chorda cuiuslibet arcus ad unam partem producatur, conueniatque cum diametro quauis, &c. Quod ostendendum erat. 28. primi. Coroll. 4. sexti.

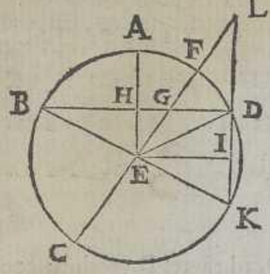


PROBL. 3. PROPOS. 6.

DATO aggregato duorum arcuum, quorum singuli semicirculo sint minores, vel duorum angulorum rectilineorum, siue minus illud sit, siue maius, quàm grad. 180. vnà cum proportione, quam eorum sinus habent: vtrumque illorum sigillatim exhibere notum. Ex summa data duorũ arcuũ, quorum quilibet semicirculo minor sit, vel duorum angulorum, vna cũ proportione, quã eorũ sinus habẽt, vterque cognoscitur.

IN circulo A B C D, cuius centrum E, datum sit primo aggregatum arcuum B F, F D, quorum singuli sint semicirculo minores, uel angulorũ B E F, F E D, & aggregatum tam arcuum, quàm angulorum minus, quàm grad. 180. nimirum datum sit grad. 130. Data quoque sit proportio sinus arcus B F, vel anguli B E F, ad sinum arcus F D, uel anguli F E D, eadẽ, quæ 10. ad 5. Oportet ex his utrumque arcum B F, F D, uel utrumque angulum B E F, F E D, notum efficere. Ducta chorda B D, ducatur ex puncto F, ubi dati arcus coniunguntur, diameter F C, secans chordam B D, in G. Diuiso quoque toto ar- Quãdo aggregatũ arcuum, vel angulorũ minus est, quã grad. 180.

cu B A D, bifariam in A, ſecabit ſemidiameter ducta E A, chordam B D, bi-
5.tertij. fariam in H, ex lemmate ad defin. ſinuum demonſtrato; atque adeo & ad an-



gulos rectos. Quoniam vero proportio ſinus arcus BF, ad ſinum arcus FD, ponitur, vt 10. ad 5. eſtque vt ſinus arcus B F, ad ſinum arcus F D, ita B G, ad G D; erit quoque B G, ad G D, vt 10. ad 5. Poſita igitur recta B G, 10. erit G D, 5. ac proinde tota B D, 15. vtraque vero ſemiſsis B H, H D, $7\frac{1}{2}$. & denique H G, differentia inter ſemiſſem B H, & maius ſegmentum B G, vel inter ſemiſſem H D, & minus ſegmentum G D, erit $2\frac{1}{2}$. Rurſus quia totus arcus BAD, ponitur grad. 130. erit vtraque ſemiſsis B A, A D, grad. 65. ac proinde & vterque angulus B E A, A E D, graduum quoque 65. Et quoniam ex ijs, quæ ad initium tangentium, ſecantiumque tradidimus, poſito ſinu toto E H, recta B H, tangens eſt anguli B E H, & H G, tangens anguli H E G; dabitur, ex tangentium tabula, tangens grad. 65. nempe B H, partium 214451. Quare, vt tangentem anguli AEF, nimirum H G, inueniamus, dicemus per auream regulam. Si B H, ſemiſsis aggregati terminorum proportionis datæ, nempe $7\frac{1}{2}$. dat B H, tangentem ſemiſsis aggregati angulorum B E F, F E D, vel arcuũ BF, FD, partium 214451. quid dabit H G, differentia inter ſemiſſem aggregati terminorum datæ proportionis, & vtrumlibet terminorum eiuſdem proportionis, nimirum $2\frac{1}{2}$? inueniemusq; tangentem HG, partium 71484. vt hic factum vides.

4.huius.

B H.	B H.	H G.		H G.
$7\frac{1}{2}$.	214451.	$2\frac{1}{2}$?	fit	71484.

Ex tabula ergo tangentium elicietur angulus H E G, hoc eſt, arcus A F, grad. 35. Min. 34. qui additus ſemiſsi A B, grad. 65. componet arcum B F, maiorem, atq; adeo & angulum B E F, grad. 100. Min. 34. ablatus vero ex ſemiſſe A D, relinquet arcum minorem F D, & proinde & angulum F E D, grad. 29. Min. 26.

Praxis. *ITAQVE, quando duo arcus ſimul minores ſunt, quàm ſemicirculus, vel duo anguli ſimul duobus rectis minores: Si fiat, vt ſemiſſis aggregati terminorum proportionis datæ ad tangentem ſemiſſis aggregati arcuum, vel angulorum (quærendo tangentem per partem proportionalem reſpondentem 30. ſecundis, ſi forte aggregatum bifariam diuidi nequeat ſine Secundis.) ita differentia inter ſemiſſem aggregati terminorum datæ proportionis, & alterutrum terminorum, ad aliud, reperietur tangens arcus, vel anguli, quo vterque arcus, angulusve quæſitus à ſemiſſe aggregati eorundem differt. Additus igitur arcus, vel angulus huius inuentæ tangentis ad ſemiſſem dabit maiorem arcum, vel angulum; ablatus vero ex eadem ſemiſſe relinquet arcum, vel angulum minorem.*

Alia demõ- ALITER. Producta ſemidiametro B E, ad K, & diametro C F, produ-
ſtratio. cta, donec in L, conueniat cum recta K D L, ex K, per D, ducta, agatur E I, ad
3.tertij. D K, perpendicularis, quæ ipſam D K, bifariam ſecabit; ac proinde cum latera D E,

ra D E, E I, lateribus KE, E I, æqualia sint, & basis D I, basi KI; angulus D E I, angulo K E I, æqualis erit. Quia ergo arcus B F D, datus est grad. 130. dabitur reliquus D K, de semicirculo grad. 50. & eius semissis, id est, angulus DEI, grad. 25. Rursus quia sinus arcus B F, ad sinum arcus F D, ponitur, ut 10. ad 5. estque idem sinus arcus K F, qui arcus B F, vt in defin. sinuum ostensum est: erit quoque sinus arcus K F, ad sinum arcus D F, vt 10. ad 5. Cum ergo sit, vt sinus arcus KF, ad sinum arcus D F, ita K L, ad D L; erit etiam K L, ad D L, vt 10. ad 5. Posita igitur K L, 10. erit D L, 5: ac proinde & reliqua K D, 5. & eius semissis I D, $2\frac{1}{2}$. At quoniam, vt ad initium tangentium & secantiũ diximus, posito sinu toto E I, recta I D, tangens est anguli D E I, hoc est, grad. 25. dabitur I D, ex tabula tangẽtium, partium 46631. Dicemus ergo per auream regulam. Si I D, semissis differentiæ inter terminos proportionis datæ, nempe $2\frac{1}{2}$. dat I D, tangentem semissis differentiæ inter aggregatum datum, & semicirculum, partium 46631. quid dabit I L, composita ex semisse differentiæ inter terminos datæ proportionis, & consequente eiusdem proportionis, nimirum $7\frac{1}{2}$? reperiemusque I L, partium 139893. qualium I D, est 46631. vel E I, 100000. vt hic vides. — 8. primi. / 5. huius.

I D.	I D.	I L.		I L.
$2\frac{1}{2}$.	46631.	$7\frac{1}{2}$?	fit	139893.

Cum ergo I L, sit tangens anguli I E L, posito sinu toto E I, vt in tractatione tangentium ac secantium tradidimus; dabitur, ex tangentium tabula, angulus I E F, grad. 54. Min. 26. Ablato ergo angulo D E I, grad. 25. nimirum semisse differentiæ inter datum aggregatum, & semicirculum, reliquus erit angulus F E D, ac propterea & arcus F D, minor, grad. 29. Min. 26. qui subtractus ex dato aggregato grad. 130. relinquet angulum B E F, & proinde & arcum B F, maiorem, grad. 100. Min. 34. vt prius.

IGITVR si fiat, vt semissis differentiæ inter terminos proportionis datæ ad tangentem semissis differentiæ inter aggregatum datum, & semicirculum, ita aggregatum ex semisse differentiæ inter terminos datæ proportionis, & consequente eiusdem proportionis, ad aliud, inuenietur tangens anguli, à quo si dematur semissis differentiæ inter datum aggregatum, & semicirculum, reliquus erit angulus, seu arcus minor quæsitus: qui detractus ex aggregato dato, relinquet maiorẽ angulum, siue arcũ quæsitũ. — Praxis.

ALITER adhuc per solos sinus sine tangentibus. Iisdem positis, quoniam vt in sinubus declarauimus, posito sinu toto E B, recta BH, est sinus anguli B E H, nempe semissis aggregati angulorum, vel arcuũ dati, nempe grad. 65. & H E, sinus anguli E B H, grad. 25. vtpote complementi anguli B E H; dabitur ex tabula sinuum, B H, partium 90631. at H E, partiũ 42262. Quòd si dicamus. Si B H, semissis aggregati terminorum proportionis datæ, nempe $7\frac{1}{2}$. dat B H, sinum semissis aggregati angulorum, vel arcuum, partiũ 90631. quid dabit H G, differentia inter semissem aggregati terminorum proportionis datæ, & alterutrum terminorum, nimirum $2\frac{1}{2}$? reperiemus H G, partium 30210. qualium sinus totus E B, est 100000. vel E H, 42262. vt hic patet. — Aliter absque tangẽtibus.

B H.	B H.	H G.		H G.
$7\frac{1}{2}$.	90631.	$2\frac{1}{2}$?	fit	30210.

Quia vero quadrata rectarum H E, H G, nempe 1786076644. 912644100. — 47. primi.

qua-

quadrato rectæ EG, æqualia sunt, si ea in vnam summam colligamus, fiet quadratum rectæ E G, 2698720744. cuius radix quadrata dabit E G, partium 51949. Cum autem, posito sinu toto E G, recta H G, sinus sit anguli H E G, vt in sinuum defin. diximus, dicemus rursum. Si E G, inuenta partium 51949. dat E G, sinum totum partium 100000. quid dabit H G, inuenta partium 30210? inueniemusque H G, sinum anguli H E G, partiũ 58153. vt hic vides.

E G.	E G.	H G.		H G.
51949.	100000.	30210?	fit.	58153.

Ex sinuum ergo tabula dabitur angulus H E G, siue arcus A F, grad. 35. Min. 34. qui additus semissi A B, grad. 65. exhibebit maiorem arcum B F, ideoque & angulum B E F, grad. 100. Min. 34. ablatus vero ex semisse A D, reliquum faciet arcum minorem F D, atque adeo & angulum F E D, grad. 29. Min. 26. vt prius.

Praxis. *QVOCIRCA, quando aggregatum duorum arcuum, vel angulorum minus est, quam grad. 180. Si fiat, vt semissis aggregati terminorum proportionis datæ ad sinum semissis aggregati arcuum, angulorumve, ita differentia inter semissem aggregati terminorum datæ proportionis, & alterutrum terminorum, ad aliud, inuenietur numerus; cuius quadratum si adiungatur quadrato sinus complementi semissis aggregati arcuum, seu angulorum; Et tandem fiat, vt compositi huius numeri radix quadrata ad sinum totum, ita numerus per auream regulam nuper inuẽtus ad aliud, producetur sinus anguli, siue arcus, quo vterq; angulus, arcusve quæsitus ab eorundem aggregati semisse differt. Additus ergo arcus, siue angulus huius sinus inuenti ad semissem aggregati dati, dabit maiorem arcum, vel angulum; ablatus vero ex eadem semisse relinquet minorem arcum, siue angulum. Sed priores duæ viæ longe sunt expeditiores; vt perspicuum est.*

Quãdo aggregatũ arcuũ, vel angulorũ maius est, quã grad. 180.

DETVR deinde aggregatum arcuum B C, C D, quorum singuli semicirculo quoq; sint minores, vel angulorum B E C, C E D, at aggregatum tam arcuum, quam angulorum superet grad. 180. nempe detur grad. 230. Detur item proportio sinus arcus B C, vel anguli B E C, ad sinum arcus C D, vel anguli C E D, eadem, quæ 10. ad 5. Oportet ex his vtrumq; arcum B C, C D, vel vtrumq; angulum B E C, C E D, elicere. Ducta diametro C F, & detracto dato aggregato ex integro circulo, hoc est, ex grad. 360. reliquum erit aggregatum arcuum B F, F D, vel angulorum B E F, F E D, grad. 130. minus, quam grad. 180. Et quoniam arcus B C, B F, eundem sinuum habent, necnon & arcus C D, F D, vt in defin. sinuum diximus, data quoq; erit proportio sinuum arcuum B F, F D, vel angulorum B E F, F E D, eadem, quæ 10. ad 5. Quam ob rem, vt iam demonstratum est, inueniemus arcus B F, F D, vel angulos B E F, F E D, grad. 100. Min. 34. & grad. 29. Min. 26. qui ex semicirculo, hoc est, ex grad. 180. sublati relinquent arcus B C, C D, vel angulos B E C, C E D, grad. 79. Min. 26. & grad. 150. Min. 34.

Praxis. *QVANDO ergo aggregatum duorum arcuum, seu angulorum maius est, quam grad. 180. Si illud ex grad. 360. auferamus, remanebit aggregatum aliorum duorum arcuum, vel angulorum minus, quam grad.*

180.

180. *Quare si, vt iam demonstratum est, beneficio huius aggregati minoris, & proportionis datæ, vtrumq; arcum, vel angulum inquiramus, & vtrumq; inuentum sigillatim ex grad. 180. demamus, noti relinquentur arcus, vel anguli quæsiti.*

QVOD si quando proportio sinuum data sit proportio æqualitatis, hoc est, sinus sint æquales, erunt quoq; tam duo arcus, quam duo anguli æquales, vt in defin. sinuum ostendimus. Quapropter semissis dati aggregati dabit vtrumq; arcum, siue angulum cognitum. Dato igitur aggregato duorum arcuum, quorum singuli semicirculo sint minores, vel duorum angulorum rectilineorum, &c. vtrumq; illorum sigillatim exhibuimus notum. Quod faciendum erat.

Quando sinuum proportio data est pportio æqualitatis.

SCHOLIVM.

SI aggregatum duorum arcuum, vel angulorum fuerit præcisè grad. 180 non poterunt arcus illi, vel anguli cognosci, etiam si proportio, quam eorum sinus habent, data sit. Nam quomodocunq; semicirculus in duos arcus secetur, habebunt semper eorum sinus proportionem æqualitatis, cum vnus, & idem sinus sit vtriusq; arcus, vt ad defin. sinuum demonstrauimus. Necesse est ergo, aggregatum datum vel minus esse, vel maius, quam grad. 180. vt in propositione expressum est.

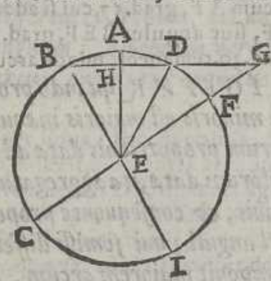
Quãdo aggregatũ datũ continet grad. 180. problema solui non potest.

PROBL. 4. PROPOS. 7.

DATA differentia duorum arcuum, quorum singuli semicirculo sint minores, vel duorum angulorum rectilineorum, vna cum proportione, quam eorum sinus habent: vtrumq; illorum sigillatim notum efficere.

Ex differentia data duorum arcuũ, quorũ quilibet semicirculo minor sit, vel duorũ angulorũ, vna cũ proportione, quã eorum sinus habent, vterq; cognoscit.

IN circulo A B C D, cuius centrum E, superet arcus B F, semicirculo minor arcum D F, arcu B D, vel angulus B E F, angulum D E F, angulo B E D, sitque differentia hæc, nempe arcus B D, vel angulus B E D, data grad. 60. Proportio quoque sinus maioris arcus B F, vel anguli B E F, ad sinum arcus minoris D F, vel anguli D E F, sit primo maioris inæqualitatis data, eadem, quæ 11. ad 5. quod quidem contingit, quando duo arcus B F, D F, semicirculo sunt minores simul sumpti. Oportet ex his vtrumque arcum B F, D F, siue vtrumque angulum B E F, D E F, cognitum facere. Ducta chorda B D, & diametro C F, conue-

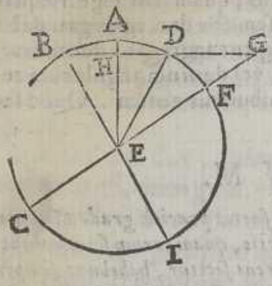


Quãdo sinus maioris arcus, vel anguli ad sinum minoris habet proportioné maioris inæqualitatis.

nient

nient hæ lineæ productæ ad partes D,F, vt in puncto G. Cum enim sinuum proportio sit data maioris inæqualitatis, maior erit sinus arcus B F, hoc est, perpendicularis ex B, ad C F, demissa, sinu arcus D F, hoc est, perpendiculari ex D, ad C F, demissa. Quare minus distabit punctum D, à recta C F, quàm punctum B; atque adeo tandem coibunt B D, C F, productæ ad partes D, F. Quod etiam ita probabitur. Si ambo sinus, hoc est, perpendiculares ex B, D, ad C F,

28. primi. demissæ essent æquales, cum ipsæ sint paral-
33. primi. lelæ, essent quoque B D, C F, parallelæ. Cũ ergo perpendicularis ex D, demissa minor sit, efficitur, vt conueniant, &c. Diuiso deinde arcu B D, bifariam in A, secabit semidiameter ducta E A, chordã B D, quoq; bifariã in H, ex lemmate ad defin. sinuum demon-



3. tertij. strato; & proinde & ad angulos rectos. Quoniam vero proportio sinus arcus B F, ad sinum arcus D F, est, ex hypothesi, vt 11. ad
5. huius. 5. estque vt sinus arcus B F, ad sinum arcus D F, ita B G, ad D G; erit quoque B G, ad D G, vt 11. ad 5. Posita igitur recta B G, 11. erit D G, 5. ac proinde reliqua B D, 6. vtraque uero semisis B H, H D, 3. ac denique H G, 8. Rursus quia arcus B D, ponitur grad. 60. erit utraque semisis B A, A D, grad. 30. propterea que & uterque angulus B E A, A E D, graduum quoque 30. Et quia, posito sinu toto E H, recta H D, tangens est anguli D E H, & H G, tangens anguli H E G, ut ad initium tangentium, atque secãtium monuimus; dabitur ex tangentium tabula, tangens grad. 30. hoc est, H D, partium 57735. Quapropter, ut tangentem H G, anguli H E G, cognoscamus, dicemus per auream regulam. Si H D, semisis differentiæ terminorum proportionis datæ, nempe 3. dat H D, tangentem semisis differentiæ datæ arcuum B F, F D, uel angulorum B E F, D E F, partium 57735. quid dabit H G, aggregatum ex semisse differentiæ terminorum datæ proportionis, & consequente eiusdem proportionis, nimirum 8? proueniet que H G, tangens partium 153960. ut hic apparet.

H D.	H D.	H G.	H G.
3.	57735?	8? fit.	153960.

In tangentium autem tabula hæc tangens inuenta offert angulum A E F, siue arcum A F, grad. 57. cui si addatur semisis A B, grad. 30. dabitur maior arcus B F, siue angulus B E F, grad. 87. si uero ab eodem subtrahatur semisis A D, grad. 30. remanebit minor arcus D F, uel angulus D E F, grad. 27.

Praxis. *IGITVR quando proportio sinus maioris arcus, vel anguli, ad sinũ minoris est maioris inæqualitatis: Si fiat, vt semissis differentiæ terminorum proportionis datæ ad tangentem semissis differẽtiæ arcuum, vel angulorum datæ, ita aggregatum ex semisse differentiæ terminorum proportionis, & consequente proportionis ad aliud, producetur tangens arcus, vel anguli, qui semissi differentiæ arcuum, vel angulorum datæ additus componit maiorem arcum, seu angulum; & si ab eodem semissis dicta subducatur, remanet arcus, vel angulus minor.*

ALI-

ALITER sine tangentibus per solos sinus. Iisdem positis, quoniam, per ea, quæ in sinuum defin. ostendimus, posito sinu toto E D, recta H D, sinus est anguli H E D, nimirum semissis differentiæ arcuum, vel angulorum datæ, hoc est, grad. 30. & H E, sinus anguli H D E, grad. 60. vtpote complementi anguli H E D; dabitur ex sinuum tabula, H D, partium 50000. & E H, partium 86603. Iam vero si dicamus. Si H D, semissis differentiæ terminorum proportionis datæ, nimirum 3. dat H D, sinum 50000. vtpote sinum semissis differentiæ arcuũ, angulorumve datæ, quid dabit H G, aggregatũ ex semisse differentiæ terminorum proportionis, & consequente eiusdem proportionis, nempe 8? inueniemus H G, esse 133333. respectu sinus totius E D, vt hic vides. Aliter sine tãgẽtibus.

H D.	H D.	H G.	H G.
3.	50000.	8? fit.	133333.

Igitur, cum quadrata rectarum E H, H G, nempe 7499906404. 17777688889. æqualia sint quadrato rectæ E G, fiet quadratum rectæ E G, 25277595293. 47. primi. cuius radix quadrata indicabit rectam E G, esse 158989. respectu sinus totius E D. Cum autem, vt in nostris sinubus diximus, posito sinu toto E G, recta H G, sit sinus anguli H E G; dicemus rursum. Si E G, inuenta partiũ 158989. dat E G, sinum totum partium 100000. quid dabit H G, inuenta partium 133333? reperiemusq; H G, sinum anguli H E G, partiũ 83863. vt hic apparet.

E G.	E G.	H G.	H G.
158989.	100000.	133333? fit.	83863.

Hic sinus in tabula sinuum monstrat arcum grad. 57. Tantus est ergo angulus A E F, siue arcus A F; cui si adijciatur semissis A B, grad. 30. fiet arcus maior B F, & angulus B E F, grad. 87. Si vero ab eodem minuatur semissis A D, grad. 30. reliquus erit minor arcus D F, & angulus D E F, grad. 27. vt prius.

SI igitur (quando proportio sinuum data est maioris inæqualitatis) fiat, vt semissis differentiæ terminorum proportionis datæ ad sinum semissis differentiæ arcuum, vel angulorum datæ, ita aggregatum ex semisse differentiæ terminorum proportionis, & consequente eiusdem proportionis, ad aliud, inuenietur numerus; cuius quadratum si adijciatur quadrato sinus complementi semissis differentiæ arcuum, vel angulorum datæ: Et tandem fiat, vt compositi huius numeri radix quadrata ad sinum totum, ita numerus per regulam auream nuper inuentus ad aliud, inuenietur sinus anguli, siue arcus, cui si addatur semissis differentiæ arcuum, vel angulorum datæ, notus fiet maior arcus, siue angulus: Ab eodem vero si eadem semissis detrahatur, remanebit minor arcus, angulusve cognitus. Sed prior ratio breuior est, vt constat. Praxis.

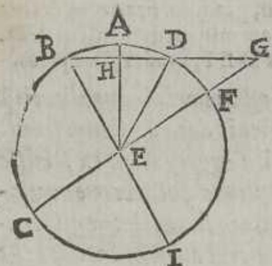
ADHVC aliter tam per tangentes, quam per sinus. Iisdem positis, & extensa recta B E, vsq; ad I: Quoniam arcus B D, hoc est, differentia arcuum B F, D F, datur grad. 60. dabitur reliquus semicirculi arcus D I, nimirum aggregatum arcuum D F, F I, grad. 120. Datur autem & proportio sinus arcus B F, hoc est, arcus F I, (cum arcus B F, F I, eundem sinum habeant, vt in defin. sinuum diximus.) ad sinum arcus D F, eadem, quæ 11. ad 5. Quare, vt demonstratum est, vterq; arcus I F, D F, cognoscetur, quorum D F, est minor 6. huius. propositorum arcuum: at F I, complementum maioris B F, vsq; ad semicir-

culum, ac proinde ex semicirculo sublatus maiorẽ B F, notum relinquet. Erit
26. tertij. autẽ semper arcus I F, maior, quam DF, propterea quod ęqualis est arcus I F, arcui B C, qui maior est arcu DF, quòd illius sinus maior ponatur sinu huius.

Praxis. *QVOCIRCA ijsdem positis: Si ex data proportione sinuum maioris inæqualitatis, & ex arcu, qui relinquitur post detractionem differentiæ datæ ex semicirculo, tanquam aggregato duorum arcuum, inquirantur duo arcus huius aggregati, vt in antecedente propos. ostensum est; dabit maior inuentus, si ex semicirculo auferatur, maiorem arcum, atque adeo & angulum propositum; minor vero inuẽtus erit minor propositus.*

Quãdo sinus maioris arcus, aut anguli ad sinum minoris proportionem minoris inæqualitatis habet.

DEINDE superet arcus DBC, semicirculo minor arcũ BC, arcu DB, vel angulus D E C, angulũ BEC, angulo DEB; sitq; differẽtia hęc, nẽpe arcus DB, vel angulus D E B, data grad. 60. Proportio quoq; sinus arcus maioris DBC, vel anguli D E C, ad sinũ arcus minoris B C, vel anguli B E C, sit data, & minoris inæqualitatis, eadem, quæ 5. ad 11. quod quidem accidit, quando duo arcus simul sumpti D B C, B C, semicirculũ excedũt. Oportet ex his vtrumq; arcum D B C, B C, vel vtrumq; angulum D E C, B E C, notum fieri. Ijsdem constructis, quæ prius, non conueniet chorda D B, cum diametro C F, ad partes B, C, minoris arcus producta, sed ad partes D, F, vt ex ijs, quæ ad initium huius propos. ostendimus, manifestum est. Quia vero tam arcus D B C, D F, eundem sinum habent, quam arcus B C, BF, erit quoq; proportio sinus arcus D F, ad sinum arcus B F, data, eadem, quæ 5. ad 11. & proinde proportio sinus arcus B F, ad sinum arcus D F, vt 11. ad 5. nempe maioris inæqualitatis. Quare cum arcus B F, D F, eandem differentiam habeant B D, datam, reperiemus vtrumq; arcum B F, D F, atq; adeo & vtrumq; angulum B E F, D E F, vt ante demonstrauimus, illum nimirum grad. 87. hunc vero grad. 27. qui ex semicirculo sigillatim detracti relinquent minorem arcum propositum B C, grad. 93. maiorem vero D B C, grad. 153.



Praxis. *ITAQVE, quando proportio sinuum data est minoris inæqualitatis: Si inuertatur, vt fiat maioris inęqualitatis proportio, & ex hac, et differentia data inquirantur duo arcus, dabit maior inuentus, si ex semicirculo dematur, minorem arcum, atq; angulum propositum, minor vero, si ex eodem semicirculo auferatur, maiorem.*

Quandò proportio sinuũ est ęqualitatis.

IAM vero si quãdo sinuum data proportio fuerit æqualitatis; quod quidem euenit, quando duo arcus propositi BF, DF, semicirculo æquantur, erunt arcus D F, B C, æquales, vt in sinuum defin. demonstrauimus, ob æqualitatem sinuum.

Praxis. *QVARE si tunc data differentia grad. 60. nempe arcus B D, ex semicirculo detrahatur, & residui arcus grad. 120. semissis, nempe grad. 60. ad differentiam addatur, componetur maior arcus B F, siue angulus*

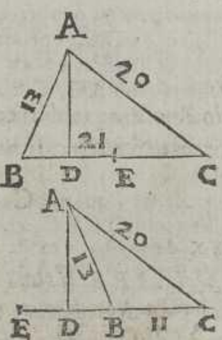
B E F,

BEF, grad. 120. Ipsa vero semissis erit arcus minor DF, vel angulus DEF, grad. 60. Ita si differentia data complectatur grad. 104. Min. 20. detrahemus eam ex grad. 180. & reliqui arcus grad. 75. Min. 40. semissem, nempe grad. 37. Min. 50. datæ differentiæ addemus, vt componatur maior arcus, seu angulus propositus, grad. 142. Min. 10. Minor enim erit ipsa differentiæ semissis grad. 37. Min. 50.

QVOCIRCA, data differentia duorum arcuum, quorum singuli semicirculo sint minores, vel duorum angulorum rectilineorum, &c. vtrumq; illorum sigillatim notum effecimus. Quod faciendum erat.

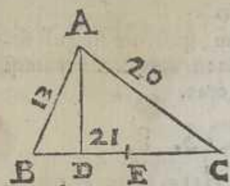
THEOR. 4. PROPOS. 8.

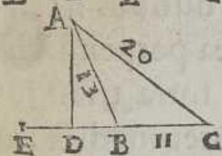
SI ab angulo trianguli cuiusuis duobus lateribus inæqualibus comprehenso linea perpendicularis ad basim ducatur, si quidem intra triangulum cadit, erit quadratum maioris laterum dictum angulum ambientium maius, quam quadratum minoris, rectangulo sub base, & differentia segmentorum à perpẽdiculari factorum comprehenso: si vero extra cadit, erit quadratum maioris lateris maius, quam quadratum minoris, rectangulo sub base, & recta linea, quæ ex base, & duplo exterioris lineæ inter perpendicularem, & angulum trianguli componitur, comprehenso. Quãto maius sit quadratũ maioris lateris, quàm minoris in quouis triãgulo.



IN triangulo ABC, cuius duo latera AB, AC, inæqualia sint, AC, maius, & AB, minus, ducatur ex angulo A, ad basim BC, perpendicularis AD, cadens primùm intra triangulum, vt in priori figura. Et quoniam tam quadrata rectarum AD, DB, quadrato rectæ AB, quàm quadrata rectarum AD, DC, quadrato rectæ AC, æqualia sunt; 47.primi. est autem quadratum rectæ AB, minus quadrato rectæ AC, quòd minor ponatur recta AB, quam AC: erunt quoque duo quadrata rectarum AD, DB, simul minora duobus quadratis AD, DC, simul; ablatoque propterea communi quadrato rectæ AD, quadratum rectæ BD, quadrato rectæ DC, minus erit, & proinde & recta BD, minor, quam recta DC. Abscissa ergo recta DE, ipsi BD, æquali, erit EC, differentia inter segmenta BD, DC. Dico quadratum lateris AC, superare quadratum lateris AB, rectangulo sub BC, EC, comprehenso. Quia enim recta BE, secta est bifariam in D, eiq; addita in continuum recta EC, erit rectangulum sub BC, EC, contentum vna cum quadrato rectæ DE, quadrato rectæ DC, æquale. Addito ergo quadrato communi rectæ AD, erit rectangulum sub BC, EC, vnà cum quadratis rectarum DE, AD, hoc est, rectarum BD, AD, hoc est, cum quadrato rectæ AB, æquale quadratis rectarum DC, AD, hoc est, quadrato rectæ AC. Maius ergo est quadratum lateris AC, quam quadratum lateris AB, rectangulo sub BC, EC, comprehenso. quod est propositum.

6. secundi.





CADAT deinde perpendicularis AD, extra triangulum in basim CB, productam, vt in figura posteriori. Abscissa recta DE, ipsi DB, æquali, erit recta EC, composita ex base BC, & EB, quæ dupla est lineæ DB, inter perpendicularem, & angulum B. Dico rursus, quadratum lateris AC, superare quadratum lateris AB, rectangulo sub BC, EC, comprehenso. Erit enim rursus rectangulum sub BC, EC, vnà cum quadrato rectæ DB, quadrato rectæ DC, æquale. Addito ergo quadrato communi rectæ AD, erit rectangulum sub BC, EC, vnà cum quadratis rectarum DB, AD, hoc est, cum quadrato rectæ AB, æquale quadratis rectarum DC, AD, hoc est, quadrato rectæ AC. Excedit igitur quadratum lateris AC, quadratum lateris AB, rectangulo contento sub BC, EC.

6. secundi.

47 primi. ALITER. Quoniã quadratis ex AD, DC, quadratum ex AC; & quadratis ex AD, DB, quadratum ex AB, æquale est: idem erit excessus quadrati ex AC, supra quadratum ex AB, qui quadratorum ex AD, DC, supra quadrata ex AD, DB: Et, ablato communi quadrato ex AD, idem, qui quadrati ex DC, supra quadratum ex DB, per pronunciatum 17. lib. 1. Eucl. Sed quadratum ex DC, superat quadratum ex DB, rectangulo sub BC, CE,

6. secundi. comprehenso; propterea quòd quadratum ex DC, æquale est quadrato ex DB, vel ex DE, in prima figura, vnà cum rectangulo sub BC, CE, contento. Igitur & quadratum ex AC, superat quadratum ex AB, rectangulo comprehenso sub BC, CE. Quocirca, Si ab angulo trianguli cuiusuis duobus lateribus inæqualibus comprehenso linea perpendicularis ad basim ducatur, &c. Quod ostendendum erat.

COROLLARIVM.

Perpẽdicularis in Isosceles secat basim bifariam.

EX demonstratis constat, In Isoscele perpendicularem secare basim bifariam. Nam si in priore triangulo latera AB, AC, ponantur æqualia, erunt eorum quadrata quoque æqualia. Quare cum quadratum ex AB, æquale sit quadratis ex AD, BD; & quadratum ex AC, quadratis ex AD, CD: erunt quoque quadrata ex AD, BD, quadratis ex AD, CD, æqualia: Ablatoque communi quadrato rectæ AD, reliqua erunt quadrata ex BD, CD, æqualia, & proinde rectæ BD, CD, æquales.

47. primi.

PRO-

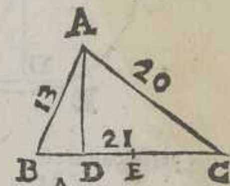
PROBL. 5. PROPOS. 9.

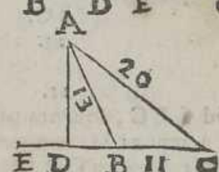
SI ab vno angulo trianguli cuiuſuis notorum laterum ad oppoſitũ latus perpendicularis demittatur: quanta ſit recta inter perpendicularem, & vtrumuis angulorum reliquorum comprehenſa, cognoſcere.

Cognitis lateribus triãguli, cognoſcũtur ſegmenta baſis inter perpendicularẽ, & vtrũque angulum comprehenſa.

REPETANTVR duo triangula præcedẽtis propoſ. ſitq; latus A C, 20. A B, 13. & in priori quidem triangulo, B C, 21. in poſteriori vero, 11. Oporteatq; cognoſcere, quanta ſit tam recta B D, quàm C D. Quoniam quadratum ex A C, ſuperat quadratum ex A B, rectangulo ſub B C, C E, contento; ſi quadratum rectæ A B, hoc eſt, 169. detrahatur ex 400. quadrato rectæ A C, reliquum erit rectangulum ſub B C, C E, contentum 231. quo diuiſo per latus B C, hoc eſt, per 21. in priori triangulo, prodibit recta C E, 11. quæ ablata ex latere B C, id eſt, ex 21. relinquet B E, 10. Huius ergo dimidium 5. dabit rectam B D: ac proinde reliqua C D, erit 16. nempe reſiduum lateris B C. In poſteriori vero triangulo, diuiſo eodem rectangulo 231. per 11. nimirum per latus B C, inuenietur C E, 21. à qua ſi latus B C, hoc eſt, 11. auferatur, remanebit B E, 10. cuius ſemiſsis dabit B D, 5. ac proinde C D, erit 16. nempe compoſitum ex latere B C, ac B D.

8. huius.





ITAQVE, Si differentia inter duo quadrata laterum ambientium angulum, à quo perpendicularis ducta eſt, diuidatur per tertium latus, in quod perpendicularis eſt demiſſa, producetur numerus, qui ſi minor tertio latere fuerit, indicabit perpendicularem intra triangulum cecidiſſe, idemque ex tertio latere ſubductus relinquet numerum, cuius ſemiſſis dabit minus ſegmentum baſis: hoc autem ex tertio latere ſubtractum exhibebit ſegmentum maius. Si vero numerus ille ex diuiſione productus fuerit tertio latere maior, argumento eſt, perpendicularem extra triangulum cecidiſſe. Quare ſi ex eo tertium latus detrahatur, reliquus erit numerus, cuius ſemiſſis dabit rectam extra triangulum inter perpendicularem, & angulum obtuſum; eadem vero ſemiſſis tertio lateri addita exhibebit alteram rectam inter perpendicularem, & angulum acutum.

Praxis.

Quo pacto ex operatione intelligatur, num perpẽdicularis intra triãgulum cadat, an extra.

ALI-

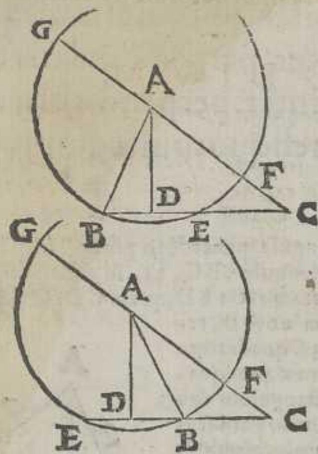
Alia inuẽtio ſegmẽtorum baſis, & facilior.

ALITER & facilius. Ex A, ad interuallum minoris lateris A B, circulus deſcribatur ſecans maius latus A C, in F, idemq́. productum in G, & latus B C, ſi perpendicularis intra triangulum cadit, vel certe, ſi extra cadit, ipſum productum in E: ſecabiturq́; recta B E, bifariam in E. Quia vero rectangulum ſub B C, C E, rectangulo ſub G C, C F, æquale eſt; erit, vt B C, latus, in quod perpendicularis ducitur, nempe vt 21. in priori triangulo, vel vt 11. in poſteriori, ad G C, ſummam reliquorũ duorum laterũ A C, A B, (quod A G, ipſi A B, ſit æqualis) hoc eſt, ad 33. ita C F, differentia inter eadem duo latera, id eſt, ita 7. ad C E. Quare per regulam auream inuenietur C E, partium 11. in triangulo priori, in poſteriori autem 21. vt hic perſpicuum eſt.

3. tertij.

corol. 1. 36. tertij.

16. ſexti.



BC.	GC.	CF.		CE.
21.	33.	7?	fit.	11.
		Item		
11.	33.	7?	fit.	21.

Quòd ſi E C, inuenta partium 11. in priori triangulo auferatur ex latere B C, nempe ex 21. remanebit B E, 10. cuius ſemiſsis 5. erit ſegmentum B D, ac proinde alterum C D, erit 16. In poſteriori vero triangulo, ſi ex E C, inuenta partium 21. dematur latus B C, partium 11. relinquetur rurſus B E, 10. Quare eius dimidium 5. dabit rectam B D, extra triangulum inter perpendicularem, & angulum obtuſum; ac proinde tota C D, compoſita ex latere B C, & dicto dimidio B D, erit 16.

Praxis.

Quo pacto ex ipſa operatione cognoſcatur, an perpendicularis cadat intra triangulũ, an extra.

SI igitur fiat, vt latus, in quod perpendicularis ducta eſt, ad ſummam aliorum duorũ laterum, ita differentia eorundem laterum ad aliud, reperietur numerus, qui ſi minor fuerit tertio latere, indicabit perpendicularem intra triangulum cecidiſſe, idemq́, ex tertio latere ablatus relinquet numerum, cuius dimidium erit minus ſegmentum baſis, hoc autem ex tertio latere demptum reliquum faciet maius ſegmentum. Si vero numerus per auream regulam inuentus tertium latus ſuperet, argumento eſt, perpendicularem cecidiſſe extra triangulum. Quare ſi ex eo latus tertium detrahatur, dabit ſemiſſis reliqui numeri rectam extra triangulum inter perpendicularem, & angulum obtuſum: Eadem vero ſemiſſis

tertio

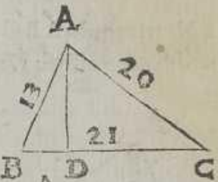
tertio lateri adiuncta offeret alteram rectam inter perpendicularem, & angulum acutum.

SI ergo ab vno angulo trianguli cuiusuis notorum laterum, &c. Quod faciendum erat.

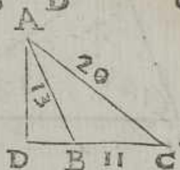
SCHOLIVM.

VIDES *igitur, in vtraque praxi calculum ipsum monstrare, num perpendicularis intra triangulum cadat, an vero extra.*

IDEM *hoc problema absolui potest per propos. 13. aut 12. lib. 2. Eucl. prout perpendicularis intra triangulum cadit, vel extra. Cadat enim primũ perpendicularis* AD, *intra, sintq́; latera, vt prius;* A B, 13. A C, 20. B C. 21. *Eritq; vterq; angulus* B, C, *acutus, propter rectos angulos ad* D. *cũ tam duo anguli* B, & A D B, *quàm duo* C, & A D C, *sint duobus rectis minores. Quoniam igitur quadratũ ex* AC, *minus est, quàm duo quadrata ex* A B, B C, *rectangulo bis cõprehenso sub* C B, B D; *si quadratũ lateris* A C, *nempe* 400. *auferatur ex summa quadratorum laterum* A B, B C, *nimirum ex* 610. *reliquum erit rectangulũ sub* C B, B D, *bis comprehẽsum* 210. *Semissis ergo huius, vtpote* 105. *erit rectangulum sub* C B, B D, *comprehensum: quo diuiso per latus* B C, *hoc est, per* 21. *exibit segmentum* B D, 5. *Reliquum ergo* C D, *erit* 16. *Quod tamen eodem modo reperiri potest, si quadratum lateris* A B, *ex quadratis laterum* A C, C B, *subducatur, &c. Est enim & illud minus, quàm hæc duo, rectangulo sub* B C, C D, *bis comprehenso.* 17. primi. 13. secundi. 13. secundi.



CADAT *deinde perpendicularis* A D, *extra, sintq́; latera, vt prius;* A B, 13. A C, 20. B C, 11. *Eritq; angulus* A B C, *obtusus: propterea quod duo* D, & A B D, *sunt duobus rectis minores; ac proinde* A B D, *acutus, cum* D, *rectus sit. Quia ergo quadratum ex* A C, *maius est, quàm duo quadrata ex* A B, B C, *rectangulo bis comprehenso sub* C B, B D; *si summa quadratorum laterum* A B, B C, *id est,* 290. *auferatur ex* 400. *quadrato lateris* A C, *relinquetur rectangulum bis comprehensum sub* C B, B D, 110. *Semissis ergo huius, nimirum* 55. *erit rectangulum sub* C B, B D, *contentum: quo diuiso per* 11. *latus* B C, *prodibit recta* B D, *extra triangulum,* 5. *quæ cum* 11. *latere* B C, *componet rectam* C D, 16. 17. primi 11. secundi.



ITAQVE, cadente perpendiculari intra triangulum; Si semissis differentiæ inter quadratum vtriusuis laterum ambientium angulum, à quo perpendicularis demissa est, & summam quadratorum ex reliquis duobus lateribus descriptorum, diuidatur per latus, in quod perpendicularis cadit, producetur segmentum basis prope angulum, quem continent latera, quorum summa quadratorum accepta fuit: Hoc autem segmentum ex eadem base detractum relinquet alterum segmentum. Praxis.

CADENTE vero perpendiculari extra triangulum; Si semissis differentiæ inter quadratum lateris angulo obtuso oppositi, & summam qua-

quadratorum ex reliquis duobus lateribus descriptorum, diuidatur per latus, in quod productum perpendicularis cadit, procreabitur linea extra triangulum inter perpendicularem, & angulum obtusum: Hæc vero addita basi constituet alteram rectam inter perpendicularem, & angulum acutum basis.

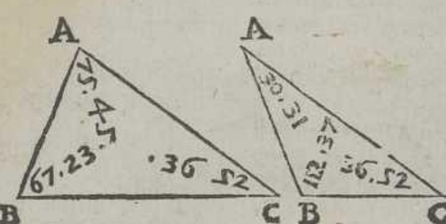
PROBL. 6. PROPOS. 10.

In triangulo non rectãgulo ex angulis notis, vel ex proportionib⁹ angulorum notis, vna cũ vno latere, reliqua inuestigãtur.

DATIS omnibus angulis trianguli non rectanguli, vel datis eorum proportionibus, vna cũ vno latere; reliqua duo latera cognoscere, & quorumlibet duorum proportionem facere notam.

IN triangulo A B C, sint primum omnes anguli acuti, & dati; A, grad. 75. Min. 45. B, grad. 67. Min. 23. C, grad. 36. Min. 52. Datum quoq; sit latus A B, 13. Oportet ex his reliqua duo latera inuenire. Quoniam est, vt sinus anguli C, ad sinum anguli A, ita latus A B, datum ad latus B C: si fiat, vt sinus anguli C, nempe 59996. ad 96923. sinum anguli A, ita latus A B, datũ 13. ad aliud, inuenietur latus B C, 21. ferè, vt hic apparet.

5. huius.



C.	A.	A B.		B C.	
59996.	96923.	13?	fit	21.	ferè.

Item quia est, vt sinus anguli C, ad sinum anguli B, ita latus A B, datum ad latus A C: si fiat, vt 59996. sinus anguli C, ad 92310. sinum anguli B, ita latus A B, datum 13. ad aliud, inuenietur latus A C, fere 20. vt hic vides.

C.	B.	A B.		A C.	
59996.	92310.	13?	fit	20.	ferè.

1. huius.

Vel quia est, vt sinus anguli A, ad sinum anguli B, ita latus B C, inuentum ad latus A C: si fiat, vt 96923. sinus anguli A, ad 92310. sinum anguli B, ita latus B C, inuentum 21. ad aliud, reperietur latus A C, fere 20. vt hic cernis.

A.	B.	B C.		A C.	
96923.	92310.	21?	fit	20.	ferè.

SIT deinde angulus B, obtusus grad. 112. Min. 37. A, grad. 30. Min. 31. C, grad. 36. Min 52. & rursum latus A B, 13. Quoniam idem est sinus anguli B, qui eius complementi grad. 67. Min. 23. vt in tractatione sinuum demonstrauimus, inuenietur ratione iam exposita latus B C, 11. & A C, 20. fermè. vt hic liquido constat.

A. C.

C.	A.	AB.		BC.	
59996.	50779.	13?	fit	11.	ferè.

Item.

C.	B.	AB.		AC.	
59996.	92310.	13?	fit	20.	ferè.

Vel.

A.	B.	BC.		AC.	
50779.	92310.	11?	fit	20.	ferè.

ITAQVE, datis angulis omnibus, cum vno latere; Si fiat, vt sinus anguli lateri dato oppositi ad sinum vtriusuis reliquorum angulorum, ita latus datum ad aliud, inuenietur latus angulo illi, cuius sinus acceptus est, oppositum: Et si rursus fiat, vt sinus anguli lateri dato oppositi ad sinum tertij anguli, ita datum latus ad aliud, reperietur latus tertio angulo oppositum, &c. Praxis.

QVOD si triangulum fuerit Isosceles, & dentur anguli: Vel si fuerit scalenum, & duo dentur latera cum angulis, vnius tantum lateris inuentione opus est, vt patet. In æquilatero autem triangulo, si detur vnum latus, erunt & reliqua data, vtpote illi æqualia.

Quãdo triãgulũ est Isosceles, vel ęquilaterũ: aut quãdo in scaleno dãtur duo latera cum angulis.

IAM verò si datæ sint proportiones angulorum, cum vno latere, inuestigandæ erunt ex illis proportionibus magnitudines angulorum, vt in scholio propos. 1. demonstrauimus: Deinde vero reliqua latera exploranda, vt hic ostensum est.

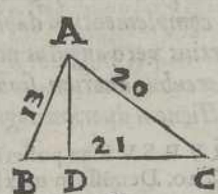
Quãdo dãtur proportiones angulorũ, cũ vno latere.

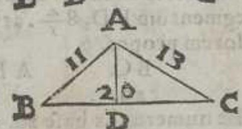
INVENTIS autem lateribus, liquido constat, eorum proportiones esse notas in numeris, in quibus ipsa cognita sunt. Datis ergo omnibus angulis trianguli non rectanguli, &c. Quod erat faciendum.

PROBL. 7. PROPOS. 11.

DATIS omnibus trianguli non rectanguli lateribus, vel eorum proportionibus, omnes angulos notos efficere.

In triãgulo ex notis lateribus, vel ex eorũ proportionib' notis, anguli inueniũtur.



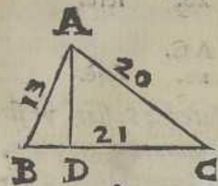


IN triangulo priori ABC, sint data omnia latera; AB, 13. AC, 20. & BC, 21. Oportet ex his inuestigare angulos. In maximum latus BC, ex opposito angulo A, ducatur perpendicularis AD, quę necessario intra triangulum cadet. Cum enim latus BC, sit maximum, erit & angulus A, ipsi oppositus, maximus: ac propterea vterq; B, C, acutus. Ex quo fit, perpendicularem AD, intra triangulum cadere. Primùm itaq; inquirantur rectæ BD, CD. Inuenietur BD, 5. & CD, 16. Quia ergo, posito sinu toto AB, recta BD, sinus est anguli BAD, vt in tractatione sinuum ostendimus, dicemus per auream regulam. Si AB,

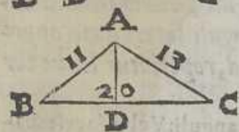
19. primi. 17. primi. Scholium 13. secundi. 9. huius.

13. dat A B, ſinum totum partium 100000. quid dabit B D, 5? inueniemusq; ſinum B D, 38461. vt hic vides.

A B.	A B.	B D.		B D.
13.	100000.	5?	fit.	38461.



Ex tabula ergo ſinuum dabitur angulus B A D, grad. 22. Min. 37. atq; adeo eius complementum B, grad. 67. Min. 23. qui eſt vnus angulorum quæſitorum. Rurſus, quia poſito A C, ſinu toto, C D, ſinus eſt anguli C A D, dicemus iterum per regulam auream. Si A C, 20. dat A C, 100000. ſinum totum, quid dabit C D, 16? Inueniemuſq; ſinum C D, 80000. Vt hic patet.



A C.	A C.	C D.		C D.
20.	100000.	16?	fit	80000.

Qui ſinus in tabula ſinuum monſtrat angulum C A D, grad. 53. Min. 8. ac proinde eius complementum C, erit grad. 36. Min. 52. qui eſt vnus etiam angulorum quæſitorum. Quòd ſi duo anguli duorum ſinuum inuentorum, nempe grad. 22. Min. 37. & grad. 53. Min. 8. ſimul componantur, fiet tertius angulus B A C, grad. 75. Min. 45. Vel certe ſi ſumma duorum angulorum B, C, inuentorum ex grad. 180. auferatur, reliquus fiet tertius angulus B A C, grad. 75. Min. 45.

Praxis. *ITAQVE, (vt totam praxim complectamur) ſi fiat, vt maximum latus (in quod perpendicularis ducta eſt) ad ſummam aliorum duorum, ita differentia eorundem duorum ad aliud, reperietur numerus, qui ex maximo latere ſubductus relinquet numerum, cuius ſemiſſis dabit minus ſegmentum baſis, hoc autem ex baſi detractum relinquet maius ſegmentum, vt conſtat ex ſecunda praxi propoſ. 9. Quòd ſi rurſum fiat, vt minimum latus ad ſinum totum, ita ſegmentum baſis minus ad aliud, inuenietur ſinus, cuius arcus complementum dabit angulum ſupra baſim medio lateri oppoſitum. Deinde ſi rurſum fiat, vt medium latus ad ſinum totum, ita maius ſegmentum baſis ad aliud, reperietur ſinus, cuius arcus complementum dabit angulum ſupra baſim minimo lateri oppoſitum. Tertius vero angulus maximo lateri oppoſitus conſtabitur ex duobus illis arcubus duorum ſinuum inuentorum: vel certè relinquetur poſt detractionem duorum angulorum inuentorum ex duobus rectis.*

RVRSVS in poſteriori triangulo datum ſit latus A B, 11. A C, 13. & B C, 20. Demiſſa in maximum latus B C, perpendiculari A D, inuenietur ſegmentum B D, $8\frac{4}{5}$. at C D, $11\frac{1}{5}$. vt hic apparet ſecundum praxim poſteriorem propoſ. 9.

B C.	A B. A C.	Differ. inter A B, A C.		
20.	24.	2?	fit	$2\frac{2}{5}$.

Hic numerus ex baſe 20. ablatus relinquit $17\frac{3}{5}$. cuius ſemiſsis $8\frac{4}{5}$. dat ſegmentum minus B D. Ergo maius C D, erit $11\frac{1}{5}$. Hinc inuenietur angulus

B, grad.

B, grad. 36. Min. 52. C, grad. 30. Min. 31. & BAC, grad. 112. Min. 37. vt hic vides.

AB.	AB.	BD.		BD.
11.	100000.	$8\frac{4}{5}$?	fit	80000.
		Item.		
AC.	AC.	CD.		CD.
13.	100000.	$11\frac{1}{5}$?	fit	86154.

Complemētum arcus, quem prior ſinus inuentus offert, dat angulum B, grad. 36. Min. 52. At complementum arcus poſterioris ſinus inuenti dat angulum C, grad. 30. Min. 31. &c. Eſt ergo doctrina huius propoſitionis generalis, ſiue angulus maximus A, acutus ſit, vt in priori triangulo, ſiue obtuſus, vt in poſteriori, ſiue deniq; rectus ſit; quamuis in rectangulo triangulo iam ſupra traditum ſit propoſ. 3. quo pacto ex duobus lateribus cognitis facilius anguli duo acuti inueniantur. Generalitas huius propoſ.

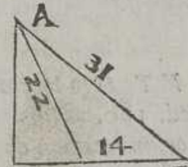
IAM ſi dentur laterum proportiones, ſaltem duæ, continuabimus eas in tribus minimis numeris, ſi proportionum numeri minimi non ſint, vt Eucl. docuit propoſ. 4. lib. 8. eosq; numeros lateribus aſcribemus, perinde ac ſi in illis numeris darentur. Vt ſi in priori triangulo proportio AB, ad BC, ſit, quæ 26. ad 42. At AB, ad AC, quæ 39. ad 60. reuocabuntur hæ proportiones ad minimos hoſce numeros 13. 21. & 13. 20. Dabitur ergo AB, 13. AC, 20. & BC, 21. Ex quibus angulos eruemus, vt prius. Quando laterum proportiones datæ ſunt. 35. ſeptimi.

PORRO in Iſoſcele datorum laterum ducenda eſt perpendicularis ad baſim, ſiue ea ſit maximum latus, ſiue minimum: quæ diuidet baſim bifariam. Quare ſi fiat, vt vnum æqualium laterum ad ſinū totum, ita dimidium baſis ad aliud, inuenietur ſinus cuiuſdam arcus, cuius complementum dabit vnum æqualium angulorum ſupra baſim, vt ex demonſtratis liquet. Ergo & alter dabitur: ac proinde & tertius baſi oppoſitus, vtpote reliquus duorū rectorum. Quādo triā gulū eſt Iſoſceles. coroll. 8. huius.

IN æquilatero deniq; triangulo dabuntur anguli, etiamſi latera non dentur, cum quilibet ſit tertia pars duorum rectorum, hoc eſt, contineat grad. 60. Datis igitur omnibus trianguli non rectanguli lateribus, &c. Quod faciendum erat. Quādo triā gulū eſt æquilaterū.

SCHOLIVM.

ETSI *in hac propoſ. præcepimus, perpendicularem ad maximum latus eſſe ducendam ex angulo oppoſito, vt intra triangulum cadat, fiatq; calculus facilior: tamen eadem fere via problema abſoluemus, ſi in triangulo obtuſangulo perpendicularis non ducatur ab obtuſo angulo in maximum latus, ſed ab alterutro acutorum angulorum in latus oppoſitum protractum, ita vt cadat extra triangulum, vt in hoc triangulo* ABC, *manifeſtum eſt, in quo latus* AB, *datur* 22. AC, 31. *&* BC, 14. *Nam ſi fiat, vt* BC, 14. *(in quod latus perpendicularis eſt ducta) ad* 53. *ſummam aliorum laterum* AB, AC, *ita* 9. *differentia eorundem laterum ad aliud, reperietur numerus* $34\frac{1}{14}$. *à quo ſi ſubducatur latus* BC, *remanebit numerus* $20\frac{1}{14}$. *cuius ſemiſsis* $10\frac{1}{28}$. *erit recta* BD, *ac proinde* CD, $24\frac{1}{28}$. *Quam ob rem ſi iam fiat, vt* AB, 22. *ad* AB, *ſinum totum* 100000. *ita* BD, $10\frac{1}{28}$, *ad aliud, inuenietur* BD, *ſinus* 45617. Quādo perpendicūlaris in obtuſāgulo triāgulo cadit extra triangulum.



Sſ 2 cuius

cuius arcus complementum exhibebit angulum A B D, grad. 62. Min. 52. ac propterea reliquum duorum rectorum A B C, grad. 117. Min. 8. Item si fiat, vt A C, 31. ad A C, 100000. sinum totum, ita C D, $24\frac{1}{2}\frac{1}{8}$. ad aliud, reperietur sinus 77534. cuius arcus complementum offeret angulum C, grad. 39. Min. 10. Quòd si duo anguli A B C, & C, ex grad. 180. demantur, relinquetur angulus B A C, grad. 23. Min. 42. Ratio huius operationis colligitur ex tractatione sinuum, vbi ostendimus, si A B, statuatur sinus totus, B D, esse sinum anguli B A D: Item si A C, ponatur sinus totus, C D, esse sinum anguli C A D, &c.

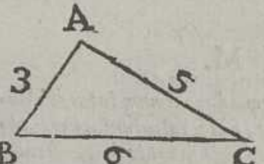
PROBL. 8. PROPOS. 12.

In triãgulo nõ rectãgulo ex duobus lateribus notis, vel ex eorũ proportione nota, cũ angulo ab ipsis comprehenso, tertium latus, & reliqui anguli exquirũt.

DATIS duobus lateribus trianguli non rectanguli, cum angulo ab ipsis comprehenso; vel data proportione duorum laterum angulum datum continentium: tertium latus, & reliquos angulos inuenire.

IN triangulo A B C, data sint primum duo latera A B, A C, illud 3. hoc 5. ambientia angulum A, obtusum, qui datus etiam sit grad. 93. Min. 50. Oportet ex his tertium latus B C, & reliquos angulos B, C, inuestigare. Quoniam datur angulus A, grad. 93. Min. 50. si detrahatur ex grad. 180. hoc est, ex duobus rectis, reliquum erit aggregatum duorum angulorum B, C, grad. 86. Min. 10. Est autem & proportio sinuum angulorum C, B, data, nempe eadem, quæ lateris A B, 3. ad latus A C, 5. propterea quod est, vt latus A B, ad latus A C, ita sinus anguli C, ad sinum anguli B. Quare vterq; angulus C, B, sigillatim cognitus erit, ille grad. 29. Min. 55. hic vero grad. 56. Min. 15. Quia vero latera sunt sinubus angulorum oppositorum proportionalia, erit, vt sinus anguli C, ad sinum anguli A, ita latus A B, ad latus B C: vel vt sinus anguli B, ad sinum anguli A, ita latus A C, ad latus B C. Per auream ergo regulam inuenietur latus B C, ferme 6. vt hic apparet.

1. huius.
6. huius.
1. huius.



C.	A.	A B.		B C.
49874.	99776.	3?	fit	6. ferè
		Vel.		
B.	A.	A C.		B C.
83147.	99776.	5?	fit	6. ferè.

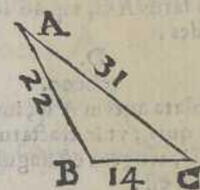
Praxis.

VT ergo totam praxim complectamur: Si (ablato angulo dato ex grad. 180. vt summa aliorum duorum habeatur) fiat, vt semissis summæ duorum laterum datorum, nempe semissis summæ terminorum proportionis sinuum angulorum reliquorum, ad tangentem semissis summæ reliquorum angulorum, ita differentia inter semissem summæ datorum laterum,

hoc

hoc est, terminorum proportionis sinuum angulorum reliquorum, & alterum laterum, siue terminorum proportionis, ad aliud, reperietur tangens anguli, qui cum semisse summæ reliquorum angulorum componet maiorem angulum, qui nimirum maiori lateri dato opponitur: idem verò ex eadem semisse dictæ summæ detractus relinquet angulum minorem minori lateri dato oppositum; vt perspicuum est ex praxi priore propos. 6. Quòd si rursus fiat, vt sinus vtriusuis angulorum inuentorum ad sinum anguli in principio dati, ita latus inuento angulo, qui acceptus fuerit in regula aurea, oppositum ad aliud, inuenietur tertium latus. Et ad maiorem perspicuitatem proponemus aliud exemplum.

SINT in triangulo A B C, data duo latera A B, A C, 22. & 31. vnà cum angulo A, grad. 23. Min. 42. Hic angulus ablatus ex grad. 180. reliqua fiet summa angulorum B, C, grad. 156. Min. 18. Si ergo fiat, vt $26\frac{1}{2}$. semissis laterum A B, A C, id est, terminorum proportionis sinuum angulorum B, C, ad 476595. tangentem semissis summæ angulorum B, C, hoc est, ad tangentem grad. 78. Min. 9. ita $4\frac{1}{2}$. differentia inter semissem summæ laterũ A B, A C, vel terminorũ proportionis sinuũ angulorum B, C, & alterutrũ laterum, seu terminorum, ad aliud, reperietur tangens 80931. cuius arcus grad. 38. Min. 59. additus ad grad. 78. Min. 9. nempe ad semissem summæ angulorum B, C, constituet angulum maiorem B, maiori lateri dato A C, oppositum grad. 117. Min. 8. Idem vero arcus grad. 38. Min. 59. ex eadem semisse summæ angulorum B, C, id est, ex grad. 78. Min. 9. detractus relinquet minorem angulum C, minori lateri dato A B, oppositum grad. 39. Min. 10. Operationem aureæ regulæ hic vides.



$26\frac{1}{2}$.	476595.	$4\frac{1}{2}$?	fit 80931.

Quòd si iam fiat, vt 63158. sinus anguli C, ad 40195. sinum anguli A, ita latus A B, 22. ad aliud: Vel vt 88995. sinus anguli B, ad 40195. sinum anguli A, ita latus A C, 31. ad aliud, inuenietur latus B C, 14. ferè. vt hic cernis.

C.	A.	A B.		B C.
63158.	40195.	22 ?	fit	14 ferè
		Vel.		
B.	A.	A C.		B C.
88995.	40195.	31 ?	fit	14. ferè.

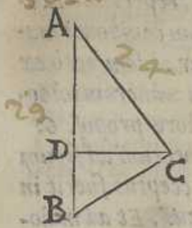
SI vti nolis tangentibus, vsurpanda erit posterior praxis propos. 6. in inuentione angulorum B, C.

IAM si proportio laterum A B, A C, data sit, vna cum angulo A, ab ipsis comprehenso, ascribemus dictis lateribus numeros proportionis, ac si in ipsis data essent, problemaq; absoluemus, vt prius. Quando laterum proportio data est.

HOC etiam problema absolui potest sine auxilio propos. 6. hoc modo. In triangulo A B C, detur latus A B, 29. A C, 24. & angulus A, primùm acutus grad. 38. Min. 16. Ducatur ad maius latus A B, ab angulo opposito C, perpendicularis C D: quæ necessario intra triangulum cadet. Cum enim latus Alia demõstratio problematis sine ppos. 6.

Ss 3 A B,

19. primi. A B, maius sit latere A C, erit & angulus C, angulo B, maior. Quare B, acutus erit. Nam si rectus esset, aut maior, esset C, etiam



17. primi. maior recto. quod est absurdum; quòd B, C, sint minores duobus rectis. Cum ergo & A, ponatur acutus, cadet perpendicularis C D, intra triangulum.
Schol. 13. secundi. In triangulo igitur rectangulo A C D, cum angulus A, sit grad. 38. Min. 16. erit eius complementum A C D, grad. 51. Min. 44.
1. huius. Quare cum sit, vt sinus totus anguli recti D, ad sinum anguli A, ita latus A C, 24. ad latus C D: inuenietur latus C D, per regulã auream, $14\frac{2}{3}\frac{6}{1}\frac{9}{2}\frac{9}{5}$. Vt hic apparet.

D.	A.	A C.		C D.
100000.	61932.	24?	fit	$14\frac{2}{3}\frac{6}{1}\frac{9}{2}\frac{9}{5}$.

1. huius. Eadem ratione, cum sit, vt sinus totus anguli recti D, ad sinum anguli A C D, ita latus A C, 24. ad latus A D: reperietur latus A D, $18\frac{5}{6}\frac{2}{2}\frac{7}{5}\frac{1}{0}$. vt hic vides.

D.	A C D.	A C.		A D.
100000.	78514.	24?	fit	$18\frac{5}{6}\frac{2}{2}\frac{7}{5}\frac{1}{0}$.

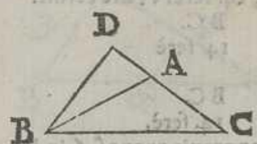
Ablata autem A D, inuenta ex A B, data 29. relinquetur B D, $10\frac{9}{6}\frac{7}{2}\frac{9}{5}\frac{}{0}$. Et quia, vt in tractatu tangentium ostendimus, posito sinu toto B D, recta C D, tangens est anguli B, inuenietur C D, tangens 146344. vt hic manifestum est.

B D.	B D.	C D.		C D.
$10\frac{9}{6}\frac{7}{2}\frac{9}{5}\frac{}{0}$.	100000.	$14\frac{2}{3}\frac{6}{1}\frac{9}{2}\frac{9}{5}$?	fit	146344.

Tangens autem 146344. monstrat in tabula tangentium angulum B, grad. 55. Min. 40. ac proinde duo anguli A, B, grad. 38. Min. 16. & grad. 55. Min. 40. ex grad. 180. subducti reliquum facient angulum A C B, grad. 86. Min. 4.
1. huius. Quoniam autem est, vt sinus anguli B, noti ad sinum anguli A, dati, ita latus datum A C, 24. ad latus B C, reperietur latus B C, 18. ferè. vt hic vides.

B.	A.	A C.		B C.
82577.	61932.	24?	fit	18. ferè.

RVRSVS in triangulo A B C, datum sit latus A B, 13. A C, 11. & angulus A, ab ipsis comprehensus obtusus, & datus grad. 112. Min. 37. Ducatur ex alterutro angulorum acutorum, vt ex B,



Schol. 12. secundi. ad oppositum latus C A, perpendicularis: quæ extra triangulum cadet. Quia igitur angulus B A C, ponitur grad. 112. Min. 37. erit B A D, grad. 67. Min. 23. eiusq; complementum propterea A B D, necessariò grad. 22. Min. 37.
1. huius. Quare cum sit, vt sinus totus anguli recti D, ad sinum anguli B A D, ita latus A B, datum 13. ad latus B D: Item vt sinus totus anguli recti D, ad sinum anguli A B D, ita latus datum A B, 13. ad latus A D; inuenietur B D, quidem 12. at A D, 5. ferè. vt hic apparet.

D.	B A D.	A B.		B D.
100000.	92310.	13?	fit	12. ferè.

Item.

D.	A B D.	A B.		A D.
100000.	38456.	13?	fit	5. ferè.

Addita

Addita autem A D, inuenta 5. ad latus A C, datum 11. fiet tota C D, 16. Cum ergo, posito ſinu toto C D, recta B D, ſit tangens anguli C; reperietur tangens B D, 75000. vt hic cernis.

C D.	C D.	B D.		B D.
16.	100000.	12?	fit	75000.

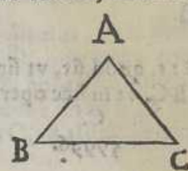
Quæ tangens offeret in tangentium tabula angulum C, grad. 36. Min. 52. & proinde duo anguli A, C, grad. 112. Min. 36. & grad. 36. Min. 52. ex grad. 180. ablati relinquent angulum A B C, grad. 30. Min. 31. Quoniam tandem eſt, vt ſinus anguli C, cogniti ad ſinum anguli B A C, dati, ita latus A B, 13. datum ad B C, inuenietur latus B C, 20. ferè. vt hic apparet. 1. huius.

C.	B A C.	A B.		B C.
59996.	92310.	13?	fit	20. ferè.

Verum, vt vides, prior ratio multò eſt breuior, & expeditior.

Quãdo data latera sũt æqualia.

QVOD ſi quando data duo latera datum angulum ambientia fuerint æqualia, facilius erit problema. Sint namq; in triangulo A B C, duo latera A B, A C, æqualia, quodlibet 9. & angulus A, comprehenſus grad. 80. Ablato hoc angulo ex grad. 180. dabit ſemiſsis reſidui, quod eſt grad. 100. vtrumque angulorum B, C, grad. 50. Si autem fiat, vt ſinus anguli B, vel C, ad ſinum anguli A, ita latus A C, vel A B, ad aliud, prodibit latus B C, $11\frac{4}{7}\frac{3}{6}\frac{6}{6}\frac{8}{0}\frac{5}{4}$. vt hic vides.



B, vel C.	A.	A B, vel A C.		B C.
76604.	98481.	9?	fit	$11\frac{4}{7}\frac{3}{6}\frac{6}{6}\frac{8}{0}\frac{5}{4}$.

Datis ergo duobus lateribus trianguli non rectanguli, cum angulo ab ipſis comprehenſo, &c. Quod erat faciendum.

PROBL. 9. PROPOS. 13.

In triãgulo non rectangulo ex datis duobus laterib⁹ datis, vel ex eorũ proportione data, cũ vno angulo nõ ab ipſis cõprehenſo, tertium latus, & reliqui anguli inueſtigãtur.

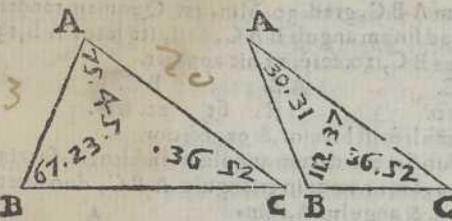
DATIS duobus lateribus trianguli non rectanguli, vel eorum proportione data, vnà cum angulo, qui alteri datorum laterum opponitur: reliquos angulos, & tertium latus inquirere. Oportet autem conſtare, num alter angulus reliquo lateri dato oppoſitus ſit acutus, an obtuſus, ſi datus angulus acutus eſt.

SINT in triangulo A B C, data duo latera A B, A C. 13. & 20. datusq; ſit acutus angulus C, grad. 36. Min. 52. lateri dato A B, oppoſitus, conſtetque de angulo B, qui alteri dato lateri A C, opponitur, num acutus ſit, an obtuſus: alias enim nihil certi colligi poſſet, vt ex ſequenti ſcholio patebit. Quoniam ergo eſt, vt latus A B, ad latus A C, ita ſinus anguli C, ad ſinum anguli B; ſuntque tria prima data, inuenietur per auream regulam quartum, hoc eſt, ſinus anguli B, 92302. vt hic liquet. 1. huius.

A B.

AB.	AC.	C.		B.
13.	20.	59996$\frac{2}{3}$	fit	92302.

Qui sinus in tabula sinuum exhibet angulum B, ferè grad. 67. Min. 23. si acutus fuerit, vt in priori triangulo: si autem obtusus, vt in triangulo posteriori, grad. 112. Min. 37. vtpote qui cum illo semicirculum compleat; cum obtusus, & acutus conficientes grad. 180. eundem sinum habeant, vt ad definitiones sinuum demōstrauimus. Ablatis autem duobus angulis C, B, ex grad. 180. relinquetur in priori triangulo angulus A, grad. 75. Min. 45. In posteriori vero grad. 30. Min. 31. Latus autem B C, inuenietur, per auream regulam, partium ferè 21. in priori triangulo; in posteriori autem



8. huius. ferè 11. quòd sit, vt sinus anguli C, ad sinum anguli A, ita latus A B, ad latus B C. vt in hac operatione apparet.

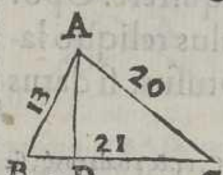
C.	A.	A B.		BC.
59996.	96923.	13$\frac{2}{3}$	fit	21. ferè.

Item

C.	A.	A B.		BC.
59996.	50779.	13$\frac{2}{3}$	fit	11. ferè.

Praxis. *ITAQVE, si fiat, vt latus datum dato angulo oppositum ad alterum latus datum, ita sinus dati anguli ad aliud, reperietur sinus, cuius arcus dabit angulum alteri lateri dato oppositum, si acutus fuerit, (quod quidem semper contingit, quando datus angulus est obtusus) aut certe ex semicirculo sublatus dabit illum angulum, si obtusus fuerit: Summa vero ex dato angulo, & inuento angulo conflata ex grad. 180. subducta exhibebit tertium angulum. Si deniq; fiat, vt sinus anguli dati ad sinum tertij anguli à datis lateribus comprehensi, qui vltimo inuentus est, ita latus datum dato angulo oppositum ad aliud, producetur tertium latus.*

Quādo proportio duorum laterū datur.



QVOD si detur duorum laterum proportio, si lateribus illis numeri proportionis ascribantur, eodem modo problema exequemur.

ALITER. Dentur rursum duo latera A B, 13. & A C, 20. vnà cum angulo C, acuto grad. 36 Min. 52. sitq; primum alter angulus B, acutus etiam, vt in priori triangulo. Ducta ex A, ad B C, perpendiculari A D, quæ intra triangulum cadet: quoniam in triāgulo rectangulo A C D, posito sinu toto AC, recta A D, sinus est anguli dati C, vt in tractatu sinuum docuimus; si fiat, vt A C, sinus totus ad A C, latus datum, ita A D, sinus dati anguli C, ad aliud, reperietur A D, 12. ferè, vt hic vides.

Schol. 15. secundi.

AC.

A C.	A C.	A D.	A D.
100000.	20.	59996? fit	12. ferè.

Rursus, quia posito sinu toto A B, recta A D, est sinus anguli B, vt in sinubus traditum est; si fiat, vt A B, latus datum ad sinum totum, ita A D, iam inuenta ad aliud, inuenietur sinus A D, 92308. vt hic apparet.

A B.	A B.	A D.	fit.	A D.
13.	100000.	12?		92308.

Ex tabula ergo sinuum dabitur angulus B, grad. 67. Min. 23. ac proinde B A C, reliquus duorum rectorum, grad. 75. Min. 45. Quoniam vero est, vt sinus anguli dati C, ad sinum anguli A, inuenti, ita latus A B, ad latus B C, inuenietur latus B C, 21. ferme: vt hic cernis. 1.huius.

C.	B A C.	A B.		B C.
59996.	96923.	13?	fit	21. ferè.

DEINDE, iisdem positis, sit alter angulus B, obtusus, vt in posteriori triangulo. Ducta ex A, ad B C, perpendiculari A D, quæ extra triangulum cadet: quoniam in triangulo rectangulo A C D, posito sinu toto A C, recta A D, sinus est anguli C, vt dictum est in tractatione sinuum; si fiat, vt sinus totus ad datum latus A C, ita sinus dati anguli C, ad aliud, inuenietur A D, ferme 12. vt hic apparet. Schol. 13. secundi.

A C.	A C.	A D.		A D.
100000.	20.	59996?	fit	12. ferè.

Rursus, quia posito sinu toto A B, recta A D, sinus est anguli A B D, vt in defin. sinuum explicauimus; Si fiat, vt latus datum ad sinum totum, ita A D, proxime inuenta ad aliud, reperietur sinus A D, 92308. vt hic vides.

A B.	A B.	A D.		A D.
13.	100000.	12?	fit	92308.

Qui sinus exhibet in tabula sinuum angulũ A B D, grad. 67. Min. 23. ac proinde reliquum duorum rectorum A B C, grad. 11. Min. 37. Ablatis autem duobus angulis C, & ABC, notis ex grad. 180. remanebit angulus B A C, grad. 30. Min. 31. Hinc, quoniam est, vt sinus anguli C, dati ad sinum anguli A, inuenti, ita latus A B, datum ad latus B C, inuenietur latus B C, fere 11. vt hic manifestum est. 1.huius.

C.	A.	A B.		B C.
59996.	50779.	13?	fit	11. ferè.

POSTREMO, datis iisdem lateribus, detur angulus obtusus A B C, grad. 112. Min. 37. vt in posteriori triangulo, factaque eadem constructione; quoniam posito sinu toto A B, recta A D, sinus est anguli A B D, hoc est, anguli dati A B C, inuenietur rursum A D, 12. ferè, vt hic cernis.

A B.	A B.	A D.		A D.
100000.	13.	92308?	fit	12. ferè.

Rursũs, quia posito sinu toto A C, recta A D, sinus est anguli C, reperietur sinus A D, 60000. Vt hic apparet.

A C.

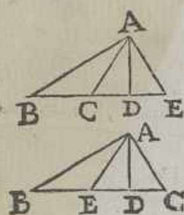
AC.	AC.	AD.		AD.
20.	100000.	12?	fit	60000.

Est ergo angulus C, grad. 36. Min. 52. & proinde reliquus duorum rectorum BAC, grad. 30. Min. 31. Latus BC, inuenietur 11. vt prius. Igitur, Datis duobus lateribus trianguli non rectanguli, &c. Quod faciendum erat.

SCHOLIVM.

Quãdo datus angulus est acutus, cur cõstare debeat, num alter angulus sit acutus, vel obtusus.

QVOD autem nihil certi colligi posit, quando datus angulus vni datorum laterum oppositus acutus est, nisi prius cognitum sit, num angulus alteri dato lateri oppositus sit acutus, obtususue, vt in propos. diximus, ita perspicuum faciemus. Sint in triangulo ABC, *data latera* AB, AC, *vna cum angulo acuto* B. *Ducta ex* A, *ad* BC, *perpendiculari* AD, *ignorabitur, num ea cadat extra triangulum, an intra, nisi sciatur, angulum alterum* ACB, *esse obtusum, acutumue. Sumpta quoque recta* DE, *ex altera parte perpendicularis* AD, *ipsi* DC, *æqualis, ductaq́; recta* AE; *erit* AE, *ipsi* AC, *æqualis: propterea quòd latera* DC, DA, *lateribus* DE, DA, *æqualia sunt, angulosq́; comprehendunt æquales, vtpote rectos.* (4. primi.) *Itaque etiamsi nota sint latera* AB, AC, *vel* AB, AE, *& angulus acutus* B, *non tamen idcirco reliquum latus notum erit, aut reliqui anguli; cum reliquum latus posit esse vel* BC, *vel* BE; *ac propterea reliqui anguli vel* BCA, BAC, *vel* BEA, BAE: *nisi prius constet, angulum* BCA, *obtusum esse, vel acutum.* Hoc enim cognito, *sciemus, quando perpendicularis* AD, *extra triangulum cadit, & quando intra; &c.*



Error Nicolai Copernici,

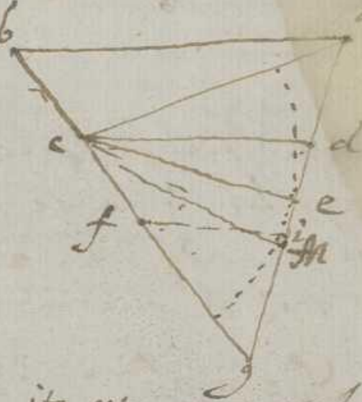
EX *quibus constat, Nicolaum Copernicum, alioquin diligentissimum, hallucinatum fuisse lib.1. Reuolutionum propos.6. triangulorum rectilineorum, dum simpliciter proponit: Si duo latera trianguli data sint, & angulus vni eorum oppositus datus etiam, reliquum latus, & reliquos angulos dari posse. Hoc etenim fieri non potest, vt demonstrauimus, quando datus angulus est acutus, nisi constet, num angulus alteri laterum datorum oppositus sit acutus, an obtusus.*

FINIS TRIANGVLORVM RECTILINEORVM.

Si aliquis angulus in circulo aeb dividatur bifariam linea et a puncto divisionis descendat linea ad diametrum producta cd erit linea intercepta semicirculo et linea ducta ed equalis linee ea determinanti angulum integrum. sunt enim triangula eac cbd equiangula cum angulus d sit equalis angulo bed hoc est lea latera cum cb cd lateribus ec ac equalia

Pro propositione 12 triangulorum rectangulorum 3

In quolibet triangulo plano, et summa duorum laterum ad diferentiam eorumdem; sic tangens semisis summæ angulorum ad tangentem semisis diferentiæ eorum



de parallela ba

Producatur bc ita ut cg æqualis sit ca fiat que cf æqualis bc ductaque ce perpendiculari ad ag hanc bifariam dividet in e exitque bg summa laterum bc, ca fiatque æqualis de em ducatur que cm. eruntque æquales in linea ag partes ad di mg additaque communi im æquales erunt gi dm igitur erit ut bg suma laterum ad fg dif. laterum ita ag ad ig hoc est ad dm hoc est ut ae semisis ag. ad de semisis dm sed ae est tangens semisis sumæ angulorum cum acg sit summa angulorum ba, et de tangens semisis dif. angulorum ba cum angulus acd diferat ab angulo dcg in angulo dcm cuius semis cde

&c.

Si angul. dab in portione qualibet circuli dividatur bifarie linea ac cui fiat equalis linea ce a puncto d usque finem portionis lineq (ae hoc est cordq dictq portioni circuli productq) erit equalis lineq ab determinanti totum angulum

Demonstratio

Quia linea ac est equalis lineq ce ex hypotesi erit in triangulo ace angulus cae = ang. cea sed ang. cae est = angulo bac (quod utrumque est dimidium ang. bad) ergo ang bac est = ang ced. sed in quadrilat. nunc bacd ang. oppositi ~~…~~ abc cda sunt equales 2 rectis et similiter anguli eda cde sunt = duobus rectis ergo ang abc est = angulo cde ergo reliquus ang. bca in triangulo abc est = reliquo ango in triangulo cde nimirum ang. dce sed in triang. abc lineq ac bc sunt etiam equales lineis dc ce trianguli cde. ergo linea ba est = lineq de. quod est propositum.

CHRISTOPHORI
CLAVII BAMBERGENSIS
E SOCIETATE
IESV

TRIANGVLA
SPHÆRICA.

CHRISTOPHORI CLAVII BAMBERGENSIS E SOCIETATE IESV

TRIANGVLA SPHÆRICA.

PRÆFATIO.

EXPLICATIS ijs, quæ ad triangulorum rectilineorum ſcientiam, qua ex angulis notis latera, & viciſſim ex notis lateribus anguli cognoſcũtur, neceſſaria eſſe duximus; reliquum eſt, vt ſphæricorum etiam triangulorum doctrinam, qua arcus ex cognitis angulis, et contra, anguli ex arcubus notis inquiruntur, tradamus. Quamuis enim Menelaus, qui etiam Mileus, nobilis ſcriptor, qui temporibus Traiani Imperatoris floruit, vt auctor eſt Ptolemæus, Lib. 7. Almag. cap. 3. acutiſſimos tres libros de triãgulis ſphæricis compoſuerit, non tamen eius ordinem nos in hiſce noſtris ſphæricis triangulis ſequemur; propterea quòd & plurimas eius propoſitiones, licet iucundiſſimæ ſint, miráq; eruditione refertæ, tãquam *non neceſſarias reiecimus, & alias non paucas ab eo omiſſas ex Gebro Hiſpalenſi, Ioanne Regiom. Franciſco Maurolyco, & ex alijs adiecimus, quas omnino neceſſarias eſſe iudicauimus ad res Aſtronomicas intelligendas: Plerunq; etiam nouas demonſtrationes, easq; breuiores, ac faciliores adhibuimus, nonnullas item eodem modo demõſtrauimus, quo eædem de angulis, & triangulis rectilineis demonſtratæ ſunt ab Euclide, vt planior fieret earum demonſtratio: ex quarum numero ſunt propoſ. 5. 6. 7. 8. & 9. Non parum tamen operæ in eo poſuimus, vt omnes propoſitiones triangulorum ſphæricorum ita in ordinem redigeremus, vt poſteriores ex prioribus penderẽt, quemadmodum res Mathematicæ poſtulant, & in omnibus elementis Geometricis fieri conſueuit. Sed iam ad rem veniamus, exordio ſumpto à definitionibus.*

DEFINITIONES.

I.

Angulus ſphæricus quid.

ANGVLVS ſphæricus eſt, quem in ſphærę ſuperficie duo arcus circulorum maximorum ſeſe mutuo ſecantes continent.

QVONIAM *angulus ſphæricus, qui à* Geometris *in ſphærica ſuperficie conſideratur, ab arcubus maximorum circulorum tantummodo conſtituitur, omnes au-*

tem

tem circuli maximi in sphæra se mutuo secant bifariam, fit, vt duo arcus angulum sphæricum in superficie sphæræ continētes, si producantur, se mutuo secent, non autem se mutuo contingant: Ita vt omnis angulus sphæricus fiat ex duobus arcubus sese intersecantibus in superficie sphæræ, non autem ex arcubus se mutuo tangentibus. Id quod de angulis in planæ superficie existentibus dici non potest. In hac enim non solum duæ lineæ rectæ, vel curuæ, vel quarum vna recta est, & altera curua, se mutuo secantes, si producantur, angulum planum constituunt, verum etiam duæ lineæ, quarum vtraque vel curua est, vel vna curua, & altera recta, sese tangentes tantummodo, angulum planum curuilineum, vel mixtum (qui quidem angulus contactus, vel contingentiæ à Geometris vocatur,) constituere possunt, vt ex propos. 16. lib. 3. Eucl. perspicuum est: licet Iacobus Peletarius neget eum esse angulum, coneturq; illud multis rationibus confirmare, quæ omnes sophisticæ sunt, & friuolæ, vt ex solutionibus illarum, quas in scholio dictæ propos. adduximus, perspicuū est. Neque vero Peletarius in Apologia de contactu linearū, quam anno 1579. in me conscripsit, (quàm modeste, & syncere, ipse viderit.) ausus est solutiones meas impugnare, aut opinionē suam, nouam illam quidem, & inauditam, nouis rationibus (scilicet nullas habebat) confirmare: sed verbis duntaxat, & conuitijs se defendere conatur, vt facile ij, qui eam perlegerint, iudicabunt.

11.1. Theod. Angulus sphæricus necessario fit ex duobus arcub⁹ se mutuo secantibus. Angulus planus fieri etiam potest ex duabus lineis se non secantibus, sed tāgentibus se mutuo dūtaxat.

HVIC ego Apologiæ iam pridem non tam mei purgandi, quam veritatis tuendę gratia respondissem, nisi me ab hoc consilio grauissima eruditissimorum hominum auctoritas, qui eam responso omnino indignam iudicabant, reuocasset. Nunc vero quoniam de re ipsa, eiusq; Apologia necessario mentio facta est, non alienum esse duxi, breuiter calumnias, atq; iniurias, quibus frequenter me in ea Apologia afficit, quanta potero modestia, depellere, vt benignus lector intelligat, sine causa eum tanto animi dolore, & iracundia, quantam præ se fert, contra me exarsisse, falsoq; mihi imposuisse multa: me autem è contrario nullum verbum iniuriosum in illum effudisse, aut conuitium, quod frustra in epistola nuncupatoria criminatur, vbi me à conuitijs non abstinere, aperte testatur. Atq; in illa Apologia nihil adeo me offendit, quàm quòd me Peletarius non syncere, sed animose, atq; adeo inuidiose fecisse insimulat, vt eum in meis commentarijs vel reprehenderem, vel laudarem: quæ sane vitia pusilli semper animi esse duxi, & ab homine liberaliter, christianeq; educato alienissima. Verum ea quàm longe absint tum à nostræ Societatis disciplina, tum à mea consuetudine, nemo omnino, qui nos ac nostra norit, ignorat. His vero, qui nostra minime norunt, liber ipse fidem faciet, syncere omnia dici, nihil inuidiose, nihil animose: planè vt veritatem quæsitam, non cuiusq; auctoritatem contemptam esse appareat. Neq; enim mihi tantum derogo, (etsi nihil arrogo) vt mihi vni interdictum putem, ne, si quid in alienis scriptis falsum videatur, occasione oblata, cur id mihi minus probetur, ostendam; modo (quod pudentium, ac bene moratorum hominum consuetudo postulat) id sine conuitio, atq; irrisione faciam: Hoc autem liber ipse, qui in medio est, ita à me factum esse clamat. Etenim vt totum illum librum peruolutes, ne verbum quidem vnum reperias, quod vel speciem maledicti habeat, atq; conuitij. Nam in scholio de angulo contactus

Digressio cōtra Apologiam Peletarij in auctorem scriptam.

tactus iurare liquido possem, nihil me minus cogitasse, quàm vt Peletarium obtrectandi animo oppugnarem; sed illud habuisse propositum, (si modo consequi possem) vt suus esset veritati locus. Quod quidem eò liberius feci, quòd Peletario ipso non modo inuito, sed etiam libenti existimaui me esse facturum, quod vel ipso auctore facerem: qui non à Cardano solum, atque Campano, sed etiam à Proclo, Theone, Apollonio, Eratosthene, Pappo, Ptolemæo, Hippocrate Chio, Geometriæ luminibus, ab ipso deniq; omnium magistro Euclide dissentire non dubitauit. Nimirum quia, vt ab eodem in Apologia vere dictum est, in omni doctrina, præsertim verò in Geometria, non auctoritas est spectanda, sed veritas: quanquam non video, qui amicus veritatis sit is, apud quem veritas odium parit; nisi forte aut decipi se non posse arbitratur, qui columina illa Geometriæ errasse interdum prædicat, aut veritatem in alienis rebus amat, ac quærit potius, quàm in suis. Equidem si quis me in re quapiam (quod pro humani ingenij imbecillitate fieri posse video) errasse ostenderit, næ ego maximam illi gratiam habuero, qui errantem in viam veritatis reduxerit. At enim probat studium veritatis Peletarius, conuitia ferre non potest: quæ tandem conuitia? rogas? Demonstrationes meas appellas sophismata. Nunc demum, quæ conuitia dicat, intelligo. Nam alia nulla in meo libro esse certò scio: ab his (si conuitia sunt) fateor me non abstinere. At ego homo simplex, & ignarus verborum, conuitia esse nunquam duxi, cum vere dicerentur. Neq; enim, quo alio vocabulo demonstrationes plane fallaces, & adulterinas appellarem, habebam: neq; vero philosophorum, ac Mathematicorum consuetudo loquendi magis appositum mihi verbum snppeditabat. Accedit, quòd cum à Peletario, homine in loquendo consideratissimo, germanas Campani, Cardanique demonstrationes paralogismos appellari viderem, existimaui in falsis eius demonstrationibus refellendis impunius persimili me vocabulo vsurum. Quòd si sophisma contumeliosius verbum est, quam paralogismus, in Gallia, ignoscat consuetudinis eius ignaro, atq; existimet, me paralogismos dicere voluisse. Atq; vt plane intelligat Peletarius, me non contradicendi studio illa scripsisse, mecum vnà consideret, quantam mihi materiam sui refellendi dederit, si hominem refellere potius, quam rem, quæ tum agebatur, explanare in animo fuisset: quanquam occasionē eius reprehendendi in sinum delatam sæpius omisi, ne illum mihi delegisse viderer, in quem potissimum incurrerem. Quàm præclara enim occasio fuit in propos. 4. & 8. lib. 1. atq; in propos. 24. lib. 3. quam ipse 23. facit? In his enim omnibus reijcit demonstrationes antiquissimas Euclidis, tanquam non Geometricas; quippe in quibus figuram vnam alteri superponi concipere animo oporteat: quod ipse a Geometriæ dignitate putat esse alienum, hac solum inductus ratione, quòd superpositionem illam mechanicum quid esse arbitretur, & quòd omnes fere propositiones hoc modo, vt ait, possint demonstrari, etiam problemata, in quibus aliquid proponitur construendum: atq; in huius rei exemplum adducit propos. 2. & 3.
lib.

lib. 1. quæ problemata sunt. Hic certe Peletarium iure carpere potuissem, si id mihi fuisset propositum, vt falso criminatur; maxime in eo, quòd eadem ratione vsui fore existimauit superpositionem in demostrãdis problematibus, ac theorematibus. Nam non satis intellexisse videtur, quo pacto Geometræ superpositionem illam vsurpent. Neq; enim volunt, re ipsa faciendam esse figurarum superpositionem, (hoc enim mechanicum quid esset) sed cogitatione tantum, ac mente, quod opus est rationis atq; intellectus. Itaque in theorematibus quidem locum habebit genus hoc argumentandi, in problematibus vero non. Namq; in theorematibus, propter magnitudinum æqualitatem, inæqualitatemve, quæ, vt nota, ponitur, facile intellectus cuiusuis sine vlla hęsitatione comprehendit, vnam vel non excedere alteram, vel excedere, si animo concipiatur vna alteri esse superposita, quamuis re ipsa non fiat illa superpositio, vt in propos. 4. lib. 1. factum est: At in problematibus, in quibus magnitudinẽ quis alteri æqualem construere iubetur, licet mente cogitet magnitudinem propositam ttansferri in alium locum, non tamen propterea quicquam efficiet, cum re ipsa translatio nulla facta sit: Vt mirum sit, Peletarium sibi persuadere potuisse, propos. 2. & 3. lib. 1. & alias pene omnes per superpositionem, siue translationem linearum, figurarumve posse demonstrari, si hoc modo argumentandi in Geometria vti liceret. Et certe hac in re non solum Euclidem in crimen vocat Peletarius, verum etiam Archimedem, quo, omnium iudicio, acutior in demonstrando, & subtilior fuit nemo, eiusque commentatorem grauissimum, eumque doctissimum Eutocium Ascalonitam, qui eodem argumentandi genere vtuntur in æqueponderantibus, immo vero & omnes Geometras redarguat necesse est, qui non raro hoc argumenti genus adhibent. Sed videamus, quò tandem egregius hic noster Geometra, qui omnes alios Geometras reprehendit, sit deuolutus. Viderat Peletarius, (neq; enim rem adeo manifestam videre non poterat) si hunc modum argumentandi è medio tollat, vniuersam se Geometriam funditus euertere, cum plurimæ, eæque præcipuæ propositiones in Geometria demonstrentur ex propos. 4. & 8. lib. 1. & ex 24. lib. 3. quæ quidem alio modo demonstrari nequeunt, quam per dictam figurarum superpositionem, non quidem re ipsa existentem, sed cogitatione duntaxat, vt dixi, comprehensam. Quò igitur se verteret? quid ageret? Excogitauit sane rem magis à Geometria alienam, quam est superpositio illa figurarum. Coactus enim est afferere, propositionem 4. lib. 1. esse definitionem angulorum ęqualium, (& quis vnquam talem audiuit definitionem?) atq; adeo concedendam eam esse sine demonstratione: propositionem vero 8. eiusdem lib. principium esse per se quoq; notum. Quod vt credibile magis efficiat, ita scribit in propositionem 4. lib. 1. [*Etenim nulla euidentiori specie æqualitas figurarum dignoscitur, quam ex laterum æqualitate.*] Idemque quasi confirmat, & repetit in propositionem 8. eiusdem lib. dum ita loquitur. [*Quis enim negauerit, duas superficies esse æquales, quarum latera & quantitate, & numero sunt æqualia?*] Hæc Peletarius,

Superpositio figurarum apud Geometras quo modo intelligatur, & cur ea locum habeat in theorematibus, non autem in problematibus.

Absurda sẽtentia Peletarij de propos. 4. & 8. lib. 1. Eucl.

rius, vt dictę propositiones Euclidis sine demonstratione admittantur, cōmētatus est, sed quę omnino falsa sunt: vt magnopere mirandũ sit, potuisse eũ propositiones a Geometria prorsus alienas tam incōsiderate proferre. Scilicet verum est, quod philosophi asserunt; Dato vno absurdo, cætera consequũtur. Assumpserat enim Peletarius propos. 4. & 8. lib. 1. pro principijs: quod quidem falsum est, atq; absurdum. Vnde ad eas absurditates necessario deuenit, quas etiam illi, qui vix adhuc principia Geometriæ attigerunt, vel facile vitare potuissent. Nam quis non videt, Rhombum, & Quadratum, etiamsi latera habeant & quantitate, & numero æqualia, posse tamen inter se valde esse inæqualia? Id quod in Pentagonis quoque æquilateris, & in alijs figuris pluriũ laterum æqualium cerni potest: quod non est huius loci pluribus verbis explicare. Cum ergo in omnibus figuris multilateris inæqualitas reperiatur, licet latera habeant & quantitate, & numero æqualia, demonstrandum fuit necessario Euclidi, æqualitatem triangulorum colligi ex laterum ęqualitate, quandoquidem in alijs figuris ea non colligitur. Quare neq; propositio 4. Definitio, neq; propositio 8. principium erit; ac proinde omnes propositiones, quæ illis nituntur, quæ innumerabiles propemodum sunt, corruant necesse est, nisi demonstrationes Euclidis recipiãtur in illis propositionibus, cum alio modo demonstrari non possint. Demonstratio enim noua propos. 4. quam Peletarius confinxit, nihil aliud est, quam (vt cum Logicis loquamur) petitio principij. Id quod perspicuum erit cuilibet, qui eam diligentius considerare voluerit. Nam in ea solum cōstruitur vnum triangulum posteriori ex duobus datis æquale, immo idem, atq; hoc ipsum quidem ineptissime, cum ad id præstandum circulos describat Peletarius, quibus tamen in demonstratione non vtitur, quod vitiosum omnino est in Geometria: Deinde infert, triangulum hoc constructum, quod a posteriori ex duobus propositis non differt, priori esse æquale, sine vlla demonstratione; certum autem est, hoc ab initio propositum fuisse, vt demonstretur. Quocirca manifeste principium petit, cum eadem facilitate statim in principio concludere potuisset, etiamsi nullam adhibuisset constructionem, triangula proposita esse æqualia; quippe cum constructio illa ad rem non faciat. Idem dico de demonstratione propos. 24. lib. 3. quam etiam nouam confinxit: quod eorum iudicio, ad quorum manus eius commentarij peruenerunt, relinquo. Prætereo alia loca innumerabilia, in quibus abutitur propositionibus Euclidis in demonstrando, vt quòd plerunq; secundam propos. lib. 1. inscite pro tertia assumat, &c. Neq; enim mihi in animo nunc est, eius commentarios examinare, sed solum calumnias, quas frequentes in sua Apologia adhibuit, a me depellere. Quæ cum ita sint, quod ille falsò de me, verè ego de illo dicere possem, rubere me, (vt eius verbis vtar) Euclidi interpretem contigisse, qui nō iam Theonem, aut Campanũ emēdet, sed ipsum Euclidem sine causa reprehendat; quippe cum ego Euclidem (vti par est) a calumnijs ipsius defendam, omnesque insidias, ac fallacias, quas contra eum instruxerat, detegam ac refellam. Liquet igitur, me ea

Petitur principiũ à Peletario in propos. 4. lib. 1. Eucl.

mente non fuiſſe, vt Peletarium redarguerem, cum tot ac tantos errores diſsimulauerim: quos ego ne nunc quidem in lucem protuliſſem, niſi vellem omnes & intelligere, quantum Peletarius a me, de quo tam acerbe queritur, tum beneficium acceperit, & ex breui hac diſputatione fructus aliquid, vtilitatiſque percipere. Nunc vt, quam diſpari ille animo in me fuerit, appareat, eius calumnias breuiter exponam, atq; ita refellam ac diluam, vt omnes oculis videant, eas eſſe calumnias: In quo tamen eiuſmodi a me moderatio adhibebitur, vt modeſtiæ, quæ hominem religioſum decet, minime obliuiſcar. Neq; enim illi, vti prouocauit, reſpōdebo.

PRIMVM itaq; mihi obijcit Peletarius, quòd in eius demonſtrationibus citandis ita me geſſerim, vt ſi quo modo nomen ipſius ſupprimere potuiſſem, id me oſtendam libenter fuiſſe facturum. Quod quam ſit falſum, facile iudicabunt ij, qui meos commentarios legerint; cum vbiq; eum honorifice appellem, eique plurimas demonſtrationes aſcribam, tanquam proprias, quas tamen aliter, quam ipſe, & multo breuius demonſtro, & interdum etiā (quod maius eſt) vniuerſalius, vt liquido conſtat ex ijs, quæ tum ad propoſ. 38. tum ad propoſ. 45. lib. 1. ex Peletario demonſtraui, vt alia interim taceam: quæ non iniuria mihi vendicare potuiſſem: vt mirer, quid illi in mentem venerit, id a me parum ſyncere, atq; adeo inuidioſe factum exiſtimare, quod ego verebar, ne nimis ambitioſe factū quiſpiam iudicaret. Quòd vero propoſ. 16. lib. 3. & in prioribus duabus definitionibus lib. 5. vt ipſe obijcit, animoſe, vt ego fateor, libere, quid de eius demonſtrationibus ſentirē, expoſui, id feci, vt iam ante dixi, non cuiuſquam lædendi cauſa, ſed quærendæ veritatis. Ea enim eſt natura, & conditio eorum, qui liberalibus artibus dant operam, vt etiamſi alter alterius interdum ſententiam impugnet, non tamen idcirco odijs potius, quam ingenijs inter ſe certare videantur. Qui ſit aliorum ſenſus ignoro, equidem, vt ſupra dixi, ita ſum animo, vt ſi quis me alicuius erroris in demonſtrando commiſsi admoneret, ei quam maximas gratias haberem: atq; vt liberius id facerent, enixe rogaui non paucos, & nunc iterum eoſdem, atque etiam alios amicè oratos volo. Scio enim quam facile poſsit in ſuis quisq; inuentis hallucinari; video (quod ipſe quoq; Peletarius in Apologia ſapienter aſſeruit) omnibus hominibus commune eſſe, vt peccent. Deinde quòd in additionibus ad propoſ. 47. lib. 1. eius mentionem non fecerim, non eſt, quod ægre ferat, cum illæ propoſitiones non ſint ab ipſo inuentæ. Quædam enim multo tempore ante ipſum demonſtratæ ſunt vel a Campano, vel a Proclo, aut Theone: quaſdam vero demonſtraui egomet, antequam ipſius demonſtrationes vidiſſem; quòd adeo manifeſtæ ſint, & faciles, vt nulla probatione egeant, ſed ſint inſtar corollariorum propoſ. 47. Vt nulla prorſus laus, aut gloria illi acceſſura videretur, ſi maxime eas ab ipſo inuentas eſſe (quod tamen verum non eſt) prædicaſſem; cum eas quilibet, modo primoribus labris ſtudia Mathematica deguſtarit, nullo negotio ex illa propoſ. 47. colligere poſsit: Vt non videam, cur tandem eas propoſitiones tanti ponderis eſſe dicat, cum ſint omnium iudicio leuiſſimæ;adeo vt in pleriſque earum nec ipſe Peletarius demonſtrationem vllam,propter earum euidentiam, adducat, ſed eas nulla probatione egere fateatur. Denique non eſt,quod tantopere mihi ſuccenſeat idcirco, quod conſtructionem Pentagoni æquilateri,& æquianguli ſupra datam rectam lineam finitam ei non tribuerim:quoniam in ea conſtructione nihil prorſus ab eo ſum mutuatus:quod ijs dijudicandum relinquo,qui meam cum illius conſtructione contulerint. Nam & mea omnino diuerſa eſt, & ille in ſua mirifice(vt alia peccata taceam)abutitur propoſitione 9. lib. 3. cum ex ea probet,punctum quoddam eſſe centrũ circuli, qui nondum eſt deſcriptus. Geometra ſanè dixiſſet, punctum illud eſſe eiuſmodi, vt circulus ex eo deſcriptus ad interuallum cuiuſlibet lineæ rectæ ex illis tribus, quæ ibi oſtenſæ ſunt æquales,tranſeat per extremitates reliquarum duarum linearum æqualium. Nam propoſitio 9. lib. 3. nihil eo loco ad rem facit, cum propoſitum ex ipſa cõſtructione poſsit cõcludi,& ex demõſtratis, vt proxime dixi,etiamſi propoſitio illa vera non eſſet, aut nuſquam demonſtrata. Idem peccatum committit Peletarius in omnibus propoſitionibus lib. 4. in quibus vel intra figuram rectilineam,vel circa eandẽ circulus deſcribẽdus eſt. Quòd ſi ideo ſum reprehẽdendus,quòd propoſitionem vnã,multo aliter a me, & breuius demonſtratam, ei non aſcripſerim, non video, quo pacto in idem ipſe vitium non incurrat, cum problema hoc [*Propoſitis duabus lineis inæqualibus, potentiam maioris ſupra minorem cognoſcere.*] multis ſeculis ante ipſum a Theone demonſtratum ſibi arroget, hac ſolum de cauſa, vt arbitror, quòd illud alia ratione, longiore tamen, demonſtrauerit. Mitto hoc aliud problema, [*Dato angulo rectilineo æqualem angulum curuilineum conſtituere.*] quod in Apologia ſuum proprium appellat, idemque hactenus deſideratum eſſe gloriatur; cum tamen illud ipſum ego ex Proclo,qui multis ante eum ſeculis floruit,in defin. 5. lib. 5. multo breuius, & clarius demonſtrauerim. Nam,vt eo in loco oſtendi,ſi rectæ lineæ datum angulum rectilineum continentes ponantur æquales,& circa ipſas duo ſemicirculi (qui æquales erunt) verſus eaſdem partes deſcribantur, illico conſtitutus erit angulus curuilineus dato angulo rectilineo æqualis: Neque opus eſt tot ambagibus vti, quot Peletarius ad eam rem demonſtrandam adhibet;quamuis robur demonſtrationis ipſius idem ſit,quod meæ. Et quod magis mirandum eſt, fatetur Peletarius, ſe meam demonſtrationem vidiſſe, & eam nihilominus ſibi audet, tanquam propriam arrogare. En cur Peletarius clamet, me non paucas demonſtrationes parum honeſte, vt mihi vendicem, ſibi ſubducere conatum. Quis autem non videt,id eum in altero vituperare, quod ipſe ſibi glorioſum putat? Itaque multo verius, ac iuſtius eodem illum crimine ego, quàm ille me,condemnare poſſum; cum nunquam propoſitionum illarum inuentorem me appellauerim,vt ipſe,ſed ſolum eius nomen, ob rationes a me expoſitas,reticuerim.

Improprietates Peletarij in demonſtrando.

DEINDE angulum contactus,& acutum rectilineum eiuſdem generis eſſe, contra me pluribus verbis conatur oſtendere. Sed neſcio quo

modo

modo aberrat, quod dicitur, a ſcopo. Solum enim probat, vtrumque angulum eodem genere quantitatis contineri, hoc eſt, vtrumque angulum planum eſſe; quod acutus angulus rectilineus, vel etiam rectus conſtare poſſit ex angulo contactus, & alio angulo mixto: quod neque ego, neque vllus vnquam Geometra negauit. Ego angulos illos eiuſdem eſſe generis negaui hac ſolum de cauſa, quòd angulus contactus quantumuis multiplicatus angulum acutum rectilineum ſuperare nequeat, vt in ſcholio propoſ. 16. lib. 3. euidenter oſtendi. Hinc enim fit, vt alter ad alterum proportionem non habeat, atque adeo quodammodo diuerſi generis ſint: quemadmodum eadē de cauſa linea recta finita, & infinita non cenſentur eſſe eiuſdem generis, cum altera ad alteram proportionem non habeat; quamuis ſub eodem genere magnitudinis; nimirum ſub linea recta, comprehendantur. Hoc itaque feriat, vt collimaſſe videatur: quamquam vt omnia faciat, collimabit nunquam; ita longè abeſt, quod eſt propoſitum. Magnitudines autem, quarum altera multiplicata alteram ſuperare nequit, non cenſeri eiuſdem generis, (quod ad proportionem attinet) licet ſub eodē genere quantitatis, hoc eſt, ſub longitudine, aut latitudine, aut profunditate, aut numero, collocentur, liquido conſtat ex defin. 5. lib. 5. vbi Euclides ſatis perſpicue explicat, cuiuſmodi debeant eſſe magnitudines eiuſdem generis, inter quas proportio reperitur. Quare viderint alij, Peletarius homo conſideratus quam cogitatè me incogitantem hominem appellarit; quaſi non recte intellexerim, quæ magnitudines ſint eiuſdē generis, quæ non ſint. Nunquam enim dixi (id quod mihi affinxit, vt carperet) duarum magnitudinum, quæ ſub diuerſis quātitatis generibus collocantur, quales ſunt linea, ſuperficies, corpus, ac numerus, alterutram ita poſſe multiplicari, vt alteram ſuperet: In quo, nemine reluctante, fruſtra ſeſe fatigat, vt doceat, id fieri non poſſe; ſed de illis duntaxat magnitudinibus ſum locutus, quæ cum in eodem genere quantitatis verſentur, diuerſi tamen generis cenſeri poſſunt: quales ſunt ſuperficies rectilinea & curuilinea, ſiue mixta: Itemque linea recta, & curua. Hæ etenim ita differre inter ſe videntur, vt Ariſtoteles liquido affirmarit, vnam alteri æqualem eſſe non poſſe: quod tamen (pace Ariſtotelis dictum ſit) verum vſquequaque non eſt; cum Archimedes in lib. de lineis ſpiralibus demonſtrauerit, quænam linea recta æqualis poſſit eſſe circunferentiæ cuiuſuis circuli dati. Non igitur negare poterit Peletarius, aut quiſquam alius, ab Euclide defin. 5. lib. 5. aliquas quantitates a proportionis definitione excludi, diuerſique propterea eſſe quodammodo generis, quod ad proportionem attinet, licet in eodem magnitudinis genere ponantur: quales ſunt angulus contactus, & angulus rectilineus; Linea item recta finita, & infinita: Multas item magnitudines comprehendi in eadem definitione proportionis, quas plerique excludebant; cuiuſmodi ſunt curuilinea ſuperficies, & rectilinea; necnon linea circularis, & recta, vt paulo ante diximus, latiuſque in defin. 5. lib. 5. expoſuimus. Verum Peletarius, ne opinionem illam ſuam, quam de angulo contactus ſemel imbiberat, deſerere cogeretur, noluit hanc expoſitionem quintæ defin. lib. 5.

Angulus contactus, & rectilineus cur dicantur eſſe diuerſi generis.

recipere;immo eã vt oppugnet,omnes videtur in Apologia intẽdisse neruos,oblitus sui,q fere eodẽ modo illam defin.in quinto lib.olim exposuerat;nisi quod nõ recte inde colligit, angulum cõtactus non esse quantitatẽ, propterea quod multiplicatus nullam magnitudinem, vt dicit, posſit excedere. Hoc enim (pace eius dixerim) falsum est. Nam licet angulus contactus multiplicatus angulum rectilineum non posſit excedere, excedet tamen alium angulum contactus. Quare ex illa defin. solum recte colligitur, angulum contactus ad angulum rectilineum non habere proportionem vllam; ad angulum vero alium contactus quemcunque proportionem habere. Sed siue ita intellexerit eam defin. vt ex commentarijs eius in lib. 5. colligi potest, siue secus, vt in Apologia indicare videtur, non multum laboro: Certè ita illam esse intelligendam, vt exposui, nemo, qui verba Euclidis diligenter expenderit, negabit. Verum enim verò, si mihi fidem habere non vult Peletarius, habebit certe, (nisi arrogans haberi volet) aut Proclo grauisſimo scriptori, qui lib. 2. in lib. 1. Eucl. ad definitionem anguli plani eodem modo definitionem illam intellexit, aut Petro Nonio Lusitano, quem tanti facit, (& merito id quidẽ: fuit enim acerrimo vir ingenio, & nullo hac nostra ætate in Mathematicis inferior) vt eum vnum pro multis millibus testem citet, & suarũ demõstrationum approbatorem, qui disertisſimis verbis tum in libro de Erratis Orontij, tum in Algebra sua, illam definitionem explicat, vt a me est exposita: quinetiam ibidem asserit, ex ea defin. colligi, angulum contactus ad angulum rectilineũ, & lineam finitam ad infinitam nullam habere proportionem; vt Petrus Nonius, quem testem produxerat pro se Peletarius, iam pro me testimonium dicat. Atque ex hisce duobus locis Petri Nonij facile quiuis intelliget, quam sine ratione, quanto contradicendi studio mihi insultet Peletarius, cum semel atque iterum odiose percontatur, vndenam potuerim illi lineã infinitam deportare. In idem enim crimen (si crimen est, lineam infinitam exempli causa nominare) vocat etiam Petrum Nonium testem suum, atque adeo omnes philosophos, quorum est illa vox nemini inaudita, præterquam Peletario, finiti ad infinitum nullam esse proportionem. Desinat igitur a me sciscitari, vnde lineam infinitam deportauerim: Inde enim respondebo, vnde eam Petrus Nonius, vnde philosophi omnes deportarunt. Quid? nonne sophisma illud Peletarij, semper in hoc erro, demonstratio illa, volui dicere, & quidem palmaris, qua conatur ostendere, propositionem 1. lib. 10. cum propos. 16. lib. 3. stare non posse, si angulus contactus concedatur esse quantitas, a Petro Nonio Peletarij cognitore eadem prorsus ratione, qua a me ipso, confutatur? Quæ si germana demonstratio est, miror quid sit, cur eã Nonius Geometriæ scientisſimus, idemq; Peletarij approbator, minus probarit: Cur nihilo magis demonstrationes eiusdem, quibus planum facit, (vt putat) angulum contactus quantitatem non esse, eundem illum Nonium nihil admodum mouerint? Id enim (nisi fallor) illa Nonij verba [*Si quis sententiam Peletarij de angulo contactus amplecti velit.*] declarant. Nam si demonstrationes existimasset, profecto Peletarij

letarij doctrinã in eo retinendam esse dixisset, Geometricæ enim demonstrationes eiusmodi sunt, vt assensum extorqueant, ac dubitationem omnem excludant, nulloq; modo quempiam sinant ancipiti opinione distrahi sic, vt tum assentiatur, si velit, tum, si nolit, dissentiat. En cur Peletarius Nonij testimonio aliorũ iudicia cótemnat, en pręclarum testimoniũ, quod Petrus Nonius eius demonstrationibus dedit: quò æquiore animo ferat, eas a me nihilo magis, quã ab illo suo approbatore, demõstrationes putari.

TERTIO, quòd existimare dixi Peletarium, angulum contingentiæ nihil esse, falsum esse, clamat: Nusquam enim dixisse se, nihil esse, sed quantitatem non esse. Ita ne vero? at in prædicamento Quantitatis, quod neque est punctum, (quis enim inclinationem illam punctum esse dixerit?) neque quantitas, quo alio nomine vocetur, quam Nihil? Sed vt vt dixit, profecto non modo mirabile est, sed monstri in Geometria simile, putare angulum contactus non esse quantitatem, qui postea additus alijs angulis efficiat curuilineum angulum rectilineo æqualem. Quis enim vnquã Geometrarum id, quod quantitas non est, magnitudini adiunxit, vt æqualem eam alteri efficeret? Prætereo, quod figura trilatera curuilinea intra tres circulos se mutuo tangentes conclusa nullum haberet angulũ ex Peletarij sententia; quia tres illi contactus, anguli non sunt: cum tamen tribus diuersis lineis contineatur; quod omnino nouum est, & inauditũ apud Geometras. Itemque, si quatuor, aut plures circuli se mutuo tangerent, vt fieret figura curuilinea quadrilatera, vel plurium laterum, illa nullum angulum haberet. Atque etiam, si duæ lineæ rectæ angulum continentes, vnum eundemque circulum tangerent, trilatera illa figura habens tertium latus curuum, vnicum tantum haberet angulum. Quæ omnia si sunt absurda, consentanea non est opinio Peletarij. Sed nimis fortasse multa ad Nihil illud Peletarij euertendum, ad quod tuendum ille nihil afferat. Quoniam vero, ne pro Nihilo suo nihil agere videatur, quando res non potest, mea verba carpit, verba defendam: quæ quidẽ ille nescio quibus præstigijs ita deprauat, vt dicere videar, nihil esse minus quocũq; angulo: atq; (vt simplicem, credo, hominẽ irretiat) quærit ex me, quod tãdem genus sermonis sit illud. Viderit is, cuius ex officina prodijt. Neque enim ego eiusmodi sermonem agnosco, qui, nihil esse minus quocunque angulo, nusquam dixerim, nisi ex sententia Peletarij. Sed videlicet homo vehemens, vt suum illud Nihil vlcisceretur, aliud mihi nihil affinxit, quo cum impune pugnaret: At quam palæstrice pugnat? quam sibi placet hoc loco, dum meum illud argumentum, quo petitus fuerat, in me ipsum mira venustate conuertit? Sic enim argumentatur. [*Angulus contactus nihil est: Angulus contactus angulo contactus maior est. Angulus igitur maior nihilo est: Atqui Clauius eundẽ ponit minorẽ nihilo. Est igitur angulus contactus nihilo maior, et idẽ nihilo minor*] Mox quasi Nihil illud ab se effictũ iugulasset, exclamat. [*En Clauij argumenta, quæ vtrum tandem Peletarij sophismata sunt, an Clauij potius figmenta, cum ipse suum angulum contactus nihil esse dicat, non ego?*] Verum vt hominem fæneum, atque adumbratum nequicquam

petere

petere desinat, virum ostendam, qui cum, si velit, certare cum laude possit. Ego vt ostenderem, angulum contactus, ex Euclidis sententia, verè esse angulum, & angulum semicirculi angulo recto rectilineo minorem, ita sum argumentatus. Si Euclides sensisset, angulum contactus nihil prorsus esse, (hoc est, vt Peletarius intelligit, non esse angulum, vel non esse quantitatem) & angulum semicirculi æqualem recto rectilineo; quid, obsecro, tantopere desudasset, vt demonstraret, angulum contactus esse minorem omni acuto rectilineo, angulum vero semicirculi maiorem? Quid enim clarius, quàm nihil, cuiusmodi est angulus contactus, ex Peletarij sententia, hoc est, quàm id, quod quantitas non est, minus esse quocunque angulo? Quid rursus magis perspicuum, quàm angulum rectum, qualem ponit Peletarius angulum semicirculi, maiorem esse quolibet acuto? Agnoscat itaque Peletarius, Nihil illud suum male à nobis acceptum, idque ita vlciscatur, vt meum hoc argumentum refellat: in quo ego si angulum contactus dixi esse nihil, & non potius eum nihil esse asserui ex sententia Peletarij, libenter manus dabo. Videtur Peletarius aut non intellexisse meum argumentum, aut intelligere noluisse: nisi eum quis dicat, dedita opera verba mea voluisse cauillari; quod & plerisque alijs in locis facere videtur. Nunquam enim dixi, angulum contactus minorem esse, aut maiorem nihilo: Solum affirmaui, angulum contactus quemcunque minorem esse, aut maiorem aliquo alio angulo contactus, quem non ego dixi nihil esse, sed Peletarius, eundemque Euclides minorem quolibet acuto rectilineo recte demonstrauit. Vt autem intelligat Peletarius, me, quod ipse negat, didicisse Dialecticam, illum ipsum tam lepidum, atque acutum syllogismum, quo Nihil illud ab se cõfictum mira venustate confixit, paulisper considerabimus; vt quàm suo iure Dialecticæ ignaros alios vocet, appareat. Nam mihi quidem male tornatus ille ipse syllogismus videtur, incudique reddendus. Etenim cum versetur in tertia figura, in eo maior extremitas, (vt Dialectici loquuntur) quæ est, Nihil, de minori, quę est, angulo contactus maior, in recto prædicari deberet, hoc pacto. Angulus contactus nihil est: Angulus contactus angulo contactus maior est. Igitur aliquid, quod angulo contactus maius est, nihil est. Quæ quidem conclusio recte sequitur ex præmissis, quarum prior Peletarij est, non mea, posterior autem mea, & Procli, immo & Euclidis. Conclusio autem illa Peletarij, Angulus igitur maior nihilo est, nulla ratione ex præmissis inferri potest. Nam si, angulum cum dicit, intelligit Peletarius angulum contactus, assumitur medius terminus, qui in vtraq; præmissa subijcitur: quod nefas esse, Aristoteles in prioribus Anal. & Dialectici omnes clamant. Si autem alium angulum intelligit, assumitur in conclusione terminus, cuius nulla facta est mentio in præmissis: quod nihilo magis licere, nemo est tam plumbeus in Dialecticis, qui nesciat. Neque contendat Peletarius, mentionem factam esse anguli in minore extremitate, vbi dictum est, angulum contactus angulo contactus maiorem esse. Nam angulus in minore extremitate positus est in obliquo, qui in conclusione subijcitur in recto: quod,

Paralogismus Peletarij insignis.

vtauvt auctore Aristotele docent omnes Logici, sine peccato fieri non potest. Quod vt planum fiat, vtemur ea palæstra, quam ab illo didicimus. Si quispiam ita argumentetur; Angulus in semicirculo rectus est: Angulus in semicirculo angulo acuto maior est. Angulus igitur acutus maior recto est; quis, modo sit imbutus Dialecticis, eiusmodi argumentationem probet, cum præmissæ veræ sint, conclusio autem falsa? Talis ille syllogismus est Peletarij, qui apud imperitam multitudinem alter Chrysippus videri voluit. Conclusio, quæ recte ex præmissis inferretur, hæc esset. Igitur aliquis angulus, qui acuto maior est, rectus est. Sed tamen ei veniam dandam puto, quòd se Geometricum Dialecticum, ex alio quodam Dialecticorum genere, profitetur, cuius ego me Dialecticæ, si ab Aristotelica abhorret, planè fateor ignarum. Fatetur deinde Peletarius, se non intelligere, quo pacto dicere possim, angulum rectilineum minimum dari non posse, & tamen angulum contactus esse omni acuto rectilineo minorem, (ipse, vt aliquid addat de suo, dicit, omni minimo acuto rectilineo minorem; cum tamen verbum illud, minimo, ego non addiderim) cupitque scire, quid aliud sit, angulum contactus minorem esse omni rectilineo acuto, quàm angulum contactus esse acutorum rectilineorum minimum. Qua in re morem geram homini non grauate, etsi è scholio ad propos. 16. lib. 3. potuit id, quod cupit, cognoscere. Nempe ea ratione me illud potuisse dicere, qua dicimus, angulum obtusum rectilineum minimum dari non posse, & tamen angulum rectilineum acutum esse omni obtuso rectilineo minorem. Item quemadmodum aliud est, angulum rectilineum acutum minorem esse omni rectilineo obtuso, quàm angulum rectilineum acutum esse obtusorum rectilineorum minimum: propterea quod angulus acutus non est obtusus, sicut nec angulus contactus rectilineus est, aut acutus. Id quod etiam clarissime docet Proclus lib. 2. in primum Eucl. ad defin. anguli recti, obtusi, & acuti. Sed hæc puerilia sunt, & quæ magis ad Grammaticos spectent, quàm ad Geometras. Quòd etiam, ne librum meum parum spissum viderer fecisse, suas demonstrationes ad verbum me recitasse queritur, id in me reprehendit, quod ego in ipso desidero. Id enim eo a me consilio factum est, vt omnes plane viderent, syncere me, ac fideliter eius opinionem retulisse, nullumq; omnino verbũ immutasse. Quod vtinam in meis verbis recitãdis ipse facere in animum induxisset. Multo enim minus spissam Apologiam suam facere potuisset. Nam ego, quid erat, cur laborarem meum librum Peletarij verbis magis spissum efficere? Qui enim parum spissum iudicarem librum eum, qui nec raras, nec inanes in libros omnes Euclidis commentationes contineret, cum Peletarius suum librum, qui sex priorum duntaxat librorum demonstrationes complectitur, satis spissum sit arbitratus? Sed eo sum æquior Peletario, quòd ex se alios iudicat. Nam in Apologia sua, ne inanis rerum videretur, tres demonstrationes nihil penitus ad eam pertinentes insersit: quarum priorem immeritò suam propriam facit, vt supra dixi: posteriorem vero, quam mirum in modum gloriatur se clariorem fecisse, ego & longè breuius, & dilucidius (nisi meorum

me

me amor fallat) iam pridem demonstraui, vt mox, Deo adiuuante, ex libello meo de dimensionibus magnitudinum apparebit. Sed licuerit Peletario suæ Apologię, ne incomitata prodiret, nouo more comites ac pedissequas adiungere: mihi cur non liceat, quod omnibus semper licuit, aliorum sententias totas meis scriptis intexere? Aut igitur omnes reprehendat, atque in primis Petrum Nonium laudatorem suum, qui idem fecit in refellendis paralogismis Orontij, aut sine causa id se mihi vitio dedisse fateatur. Quòd si, postquam tam fideliter eius verba proposui, Peletarius criminatur, me eius sententiam perperam esse interpretatum, quid facturus fuisset, si alienis verbis eius opinionem in medium adduxissem? Equidem facile sibi persuadebit quis, nullum eum verbum relicturum fuisse, quod non reprehendisset.

QVARTO vt leuiora hæc omittat, illud putat palmare, quòd me laborare ostendit, vt probem, angulos cōtactus alios alijs esse inæquales: propterea quòd scripsi, æqualitatem angulorum eiusdem generis requirere eandem inclinationem linearum, ita vt lineæ vnius conueniant omnino lineis alterius, si alter alteri superponatur, iuxta octauum pronunciatum. Qua in re dupliciter me peccare ait. Primum quod dicam, ad æqualitatem angulorum eiusdem generis requiri eandem linearum inclinationem; cum tamen angulus rectilineus ostensus sit a me æqualis circuilineo, atque adeo eiusdem generis cum illo, licet non sit in vtroq; eadem linearum inclinatio. Deinde quod putem angulos contactus ideo inter se inæquales esse, quòd sibi mutuo non congruant. Equidem si quid in eo a me peccatum esse intelligerem, & peccatum (quod est ingenuo, & liberaliter educato homine dignum) agnoscerem, & Peletario correctori, & emendatori meo (quocunque id animo fecerit) gratias agerem. Nunc vero, cum, tota re etiam atque etiam considerata, nihil omnino vitij inesse videam, ita, quæ obijciuntur, diluam, vt tamen gratiam habeam Peletario, qui occasionem dedit eius loci diligentius explicandi. Ego igitur eo loco intellexi angulos eiusdem generis illos, qui vnam lineam habent rectam, & alteram circularem, quales sunt anguli contactus, & semicirculorum, de quibus tunc agebamus. Quare cum linea recta vnius congruat lineæ rectæ alterius, circularis vero circulari non itē, nisi circuli ponantur æquales, efficitur, angulos illos esse inæquales inter se, quippe cum alter alterum excedat. Eadem ratione, si dentur duo anguli curuilinei æqualium circulorum æquales, necesse est, lineas vnius lineis alterius congruere, si alter alteri superponatur. Quòd si Peletarius hanc doctrinam oppugnat, sciat, se iam bellum mouere non mihi, sed Proclo, qui lib. 3. in primum Eucl. ad propos. 4. idem prorsus docet, quod ego. Ait enim [*Angulorum autem æqualitatem sumemus iuxta conuenientiam laterum in rectilineis, in cæterisque omnibus, qui eiusdem sunt speciei, vt in Lunaribus, in Systroidibus, atque in vtrinque conuexis, &c.*] Et infra. [*Quæ æqualia data sunt, sibi inuicem congruunt. Hoc autem non in omnibus verū est, sed in ijs, quæ specie similia sunt. Specie autem similia hæc dico, vt recta linea rectæ lineæ,*

& cir-

& circunferentia circunferentiæ circuli eiusdem, & anguli, qui à similibus similiter iacentibus lineis comprehensi sunt. Horum autem dico, quòd quæ æqualia data fuerint, sibi inuicem congruūt.] Nonne luce clarius ex his colligitur, Proclum illos solum angulos contactus concedere æquales, quorum rectæ lineæ, & curuæ sibi mutuò congruunt? Temere igitur Peletarius mihi obijcit angulum rectilineum & circuilineum, triangulum & quadratum, atque alia huiusmodi, de quibus eo loco sermo non erat; quippe quæ non sint eiusdem speciei, atque adeo æqualitatem tueantur, etiamsi alterum alteri non congruat. Vt iam vereri incipiam, ne Peletarius noster contentionis sit cupidior, quàm veritatis.

POSTREMO, vt nihil intactum relinquat, me non modo Geometriæ ignarum vocat, sed etiam Logices: propterea quòd lib. 5. dixi, non rectè à quibusdam diuidi Proportionem rationalem in proportioné æqualitatis, atque inæqualitatis? quòd multæ proportiones inæqualitatis sint etiam irrationales. Ego vero (etsi non is sum, qui mihi quicquā vllo in genere arrogem) tamen in hisce studijs, in quibus mediocriter versatus sum, planè rudem non esse, præ me semper tuli. Quantulum autem sit id, quod in vtroq; possim, cæteri melius, qui vacant amore, & odio, iudicabunt; Peletario quidem ipsi ita me adhuc respōdisse arbitror, vt iam minus fortasse ignarus Geometriæ, ac Dialecticæ videar, quàm putarat. Nunc, vt perspiciat, neq; me pertinacem esse, neq; illa, quæ exagitat, à Dialecticorū præceptis abhorrere, libēter ei concedo, diuisioné illam, quam à me reprehensam criminatur, probā esse, ita tamen, si in quolibet diuisionis membro Diuisum intelligatur: neq; vero hoc vnquā negaui, cum alibi similes diuisiones vsurpem. Solū id eo loci contēdi, rectius meo iudicio, diuidi Proportionem in vniuersum duplici diuisione, priori quidem in proportionem rationalem, & irrationalem; posteriori vero in proportioné æqualitatis, atq; inæqualitatis, (quod verissimum esse, neminem negaturum censeo, qui rem diligentius expenderit) cum tam priora duo membra diuidētia, quam posteriora totum Diuisum (vt Logici loquuntur) exhauriant: quàm si prius membrum prioris diuisionis, hoc est, proportio rationalis, secetur in proportionem æqualitatis, & inæqualitatis, cum hæc membra diuidentia latius pateant, quam Diuisum, nisi in illis Diuisum intelligatur. Atque eò magis duplex illa diuisio mihi probatur, quòd non desint, qui primum partiantur Proportionem in proportioné æqualitatis, & inæqualitatis; posteriorem deinde hanc in proportionem rationalem, & irrationalem: contrario scilicet modo, quàm priores. Vt igitur hanc controuersiam dirimerem, ac dubitationem, vtri rectius faciant, priores ne an posteriores, tollerem, statui duabus diuisionibus secandam esse Proportionem, quarum vtraque absolutissima est, ac perfectissima. Non aliter arbitror, omnes magis esse probaturos, si corpus duplici diuisione secetur, primum quidem in viuens, & non viuens; deinde vero in album, nigrum, ac mixto colore affectum: quam si corpus viuens diuidatur in album, nigrum, ac mixto colore affectum; ob causam iam dictam: licet hęc subdiuisio bona sit, si Diuisum sem-

Xx per

per intelligatur. Huiusmodi diuisiones sexcentas adducere possem: sed satis est, me prudenti lectori institutum meum in diuisione Proportionis exposuisse, & cur duplicem illam diuisionem subdiuisioni aliorum prætulerim. Quòd si tam acres, & seueri iudices singulorum verborum aut improprietatum, quæ per incogitantiam interdum excidunt, esse velimus, næ scriptorum nullus aliquo vitio carebit, neque ipse quidem Peletarius, vt partim ex ijs, quæ dicta sunt, constat, partim etiam ex alijs eius demonstrationibus apparere potest: quas si liberet ad certam illam Dialecticorum normam exquirere, profecto reprehendendi materia non deesset. Verum non est hoc nostri consilij, refellendi studio vitia aliena scrutari, sed vbi sese occasio obtulerit, meam (qualiscunque est) de aliorum sententijs sententiam exponere: Solum ab eo peto, (quoniam se tam acutum Dialecticum iactat, vt alios contemnere videatur; quanquàm ex superiore syllogismo, quem in me conuertit, liquido constat, quam sit Dialecticæ peritus) ex qua Logica hanc argumentationem hauserit; Omnes anguli contactus sunt minores quolibet angulo acuto rectilineo: ergo omnes inter se sunt æquales. Itemque hanc; Anguli semicirculorum, quò a maioribus circulis fiunt, eò sunt maiores: igitur tandem ad aliquem perueniemus, qui recto rectilineo maior sit; in qua quidem ad Cardanum scribit, nullum esse paralogismum. Ego sane vehementer miror, qua ratione in tam apertas hallucinationes, & viro Geometra omnino indignas, incidere potuerit. Sed argumentationes eiusmodi satis superque in scholio propos. 16. lib. 3. a me sunt confutatæ, adductis contra ipsas euidentissimis instantijs. Deinde quòd me perstringit, quasi parũ intellexerim, quæ sit proportio rationalis, & quæ irrationalis, non multum laboro. Constat enim eum studio mihi detrahendi id dixisse; cum has proportiones vbique ex sententia grauissimorum scriptorum definierim: neque vero ipse, vllum peccatũ a me ea in re esse commissum, poterit ostendere. Certe commentarius meus in lib. 10. Eucl. abunde declarat, num illas intellexerim, nec ne. Denique quòd criminatur, me in definitionibus lib. 5. proportionis nomen confundere cum Rationis nomine, nullo modo verum est. Perspicuis enim verbis docui in defin. 4. lib. 5. me in commentario comparationem duarum quantitatum Proportionem cum pluribus Geometris appellaturum, habitudinem autem proportionum, Proportionalitatem; licet in textu cum interprete illam dicam Rationem, hanc vero, Proportionem. Neque enim quicquam in textu Euclidis volui immutare. Itaque nulla in meis verbis potest esse ambiguitas.

Argumẽtationes Peletarij sophisticæ.

EX HIS, quæ diximus, satis (vt opinior) apparet, doctissimos illos viros, de quibus initio memini, non sine causa Apologiam Peletarij inanem, ac responsionis indignam iudicasse. Ego tamen, ne contemnere hominem viderer, quem semper laudandum esse duxi, occasione inuitatus respondendum amice putaui. Existimet ille, angulum contactus quantitatem non esse, atque adeo angulum semicirculi recto rectilineo esse æqualem, ego certe contrariam sententiam tuebor, donec aliud mihi demonstratum ab aliquo fuerit: rationes enim Peletarij fallaces sunt, nihilque continent in se

pro-

Probabilitatis, vt in ſcholio propoſ. 16. lib. 3. oſtendi, vbi omnes diſſolui: neque meis ipſe ſolutionibus vel vnum verbum (exceptis iјs, quæ ſupra ex lib. 10. adduxi) reſpondit; quod tamen maxime ad Apologiam pertinebat: Vt non ſine cauſa permulti exiſtimauerint, eum non veritatis ſtudio eam Apologiã ſcripſiſſe, ſed ne veritati ceſsiſſe videretur. Nec vero quiſquam putet, me vnum exiſtimare, angulum contactus vere eſſe angulum, & angulum ſemicirculi recto rectilineo minorem. Multos enim eius rei auctores, eoſque grauiſsimos laudare poſſum, Theonem, Campanum, Petrum Nonium, & (vt Nonius refert) Archimedem, atque Iordanum: quin etiam (quod plurimi facio) Euclidem ipſum, eiuſque commentatorem celeberrimum Proclum; vt taceam ex Gallis præſtantiſsimos, atque eruditiſsimos viros non paucos, è quorum numero in primis eſt Franciſcus Candalla ex illuſtriſsima Fluſſatum familia oriundus, qui inſigne volumen in elementa Geometrica Euclidis edidit, vbi ad propoſ. 16. lib. 3. apertiſſime docet, angulos contingentiæ verè eſſe angulos, ex definitione anguli plani, aliosq; alijs eſſe maiores, æquales, ac minores: Eos autem, qui aliter ſentiũt, (Peletariũ proculdubio intelligit. Præter eum enim ad hunc diem nemo hac de re ſcripſit) abſurde multa ex falſis ſuppoſitis concludere affirmat. Huc accedat etiam Henricus Monantholius Mathematicarum artium profeſſor regius qui, cum Apologiam Peletarij in me conſcriptam vidiſſet, opuſculum eruditum aduerſus Peletarium de angulo contactus edidit. Vt autem ſtudioſus lector videat, quid in hoc negotio ſentiat Proclus, afferam in mediũ pauca quædam ex eius commentarijs in lib. 1. Eucl. quæ obiter notaui, & ex quibus liquido conſtabit, eius ſententiam eſſe Peletarij commento prorſus contrariam. Primum itaque ita ſcribit lib. 2. in primum Eucl. ad definitionem anguli plani. [*Duæ namque circunferentiæ ſe inuicem ſecando, vel ſeſe contingendo, angulos efficiunt. Quinetiam à recta linea, & conuexa circunferentia angulus continetur, vt Cornicularis.*] Intelligit autem nomine Cornicularis anguli angulum contactus mixtum. Paulo enim ante dixerat, angulum Cornicularem eſſe omni rectilineo minorem: quod ſolius anguli contactus proprium eſt. Deinde in eodem lib. ad definitionem anguli recti, obtuſi, & acuti ita habet. [*Cornicularis namque angulus omni recto eſt minor, quandoquidem & acuto, nec tamen acutus eſt: Semicircularis itidem quocunque recto eſt minor, acutus tamen non eſt.*] Quid clarius, quam Proclum hic afferere, angulum ſemicirculi minorem eſſe recto? Rurſus lib. 3. ad propoſ. 4. lib. 1. Eucl. ita ſcribit. [*Addiſcemus enim, quòd angulus Cornicularis acuto ſemper inæqualis eſt, & nunquàm æqualis: Et ſemicircularis ſimiliter, tranſitusque à maiori ad minus non omnino per æquale fit.*] En quam aperte docet, angulum ſemicirculi æqualem eſſe non poſſe angulo rectilineo, tranſitumque propterea fieri a maiori ad minus non per æquale: quorum vtrumque Peletarius negat, audetque poſterius appellare paralogiſmũ. Denique in eodem lib. 3. ad propoſ. 23. hæc verba habentur. [*Cum autem nullus angulus mixtus rectilineo æqualis eſſe poſsit, &c.*] Et Peletarius tamen non dubitat angulum ſemi-

Varij auctores, qui ſenſerunt, angulũ cõtactus vere eſſe angulum, & angulũ ſemicirculi angulo recto rectilineo minorem.

Procli ſententia de angulo cõtactus, & ſemicirculi.

circuli, qui mixtus est, angulo recto rectilineo facere æqualem, cõtra Procli sententiam. Ex his liquere arbitror, vt de cæteris taceam, idem sentire Proclum de angulo contactus, & semicirculi, quod ego contra Peletarium scripsi: quis autem neget, maiorem esse auctoritatem, meliora argumenta Procli, quam Peletarij?

Idem dicẽdum est de angulo cõtactus, qui in conicis sectionib⁹ fit, quod de illo Euclidis dicitur.

OBITER quoque hoc loco monendum lectorem censeo, id, quod de angulo contactus, qui fit in circulis, ex sententia Euclidis, & Procli docui, verum etiam esse de angulo cõtactus, qui in conicis sectionibus efficitur, nimirum in Parabola, Hyperbola, & Ellipsi. Vt enim Apollonius Pergæus demonstrat lib. 1. propos. 32. in locum, qui inter coni sectionem, & rectam lineam tangentem interijcitur, altera recta linea non cadit; atque adeo angulus ille contactus minor etiam est omni acuto rectilineo, & reliquus angulus ex recto (si nimirum ex puncto contactus ad lineam tangentem excitetur perpendicularis) omni acuto rectilineo maior. Si igitur, vt opinatur Peletarius, angulus contactus quantitas non est, (eadem enim hic est ratio, quæ in circulo) erunt omnes anguli contactus inter se æquales, hoc est, vt ipse vult, non inæquales, & reliquorum angulorum singuli recto rectilineo æquales. Vbi sanè maior absurditas apparet, quo ad sensum, in Ellipsi, quæ perexiguam habeat latitudinem, & in Hyperbola, quæ ferè linea recta esse videatur. Valde enim inæquales cernuntur anguli ad verticem Ellipsis, & Hyperbolæ constituti; vt incredibile omnino sit, nisi firma ratione demonstretur, angulos illos contactus ad vertices sectionum constitutos inter se, & reliquos ex rectis inter se quoque esse æquales; propterea quod in ea Ellipsi linea tangens magis recedere perspiciatur a circunferentia Ellipsis, quam in circulo; in illa vero Hyperbola minus. Sed hæc alio tempore examinanda relinquamus: nunc ad interruptam expositionem definitionum reuertamur.

II.

Angulus sphæricus rect⁹ quid.

ANGVLVS sphæricus rectus est, quem in sphærę superficie duo arcus circulorum maximorum sese ad angulos rectos secantium, id est, quorum alter ad alterum rectus est, continent.

III.

Angulus sphæricus obtusus quid.

ANGVLVS sphæricus obtusus est, qui recto maior est.

IIII.

Angulus sphæricus acutus qd.

ACVTVS verò, qui minor est recto.

CON-

CONSTITVITVR *angulus sphæricus rectus ad punctum datum in dato arcu circuli maximi superficie in sphæra, si per illud punctū & per polum dati arcus (qui per propos 21. lib 1. Theod. inuenitur) circulus maximus describatur. Huius enim circuli circunferentia cum arcu dato angulum rectum constituet; cum circulus hic ad circulum illius arcus sit rectus. Si vero per datum punctum describatur arcus circuli maximi non per polos dati arcus, constituet circunferentia huius circuli cum dato arcu angulos inæquales, obtusum vnum, & alterum acutum.* Cōstructio anguli sphęralis recti, obtusi & acuti. 15.1.Theo.

V.

TRIANGVLVM sphæricum est, quod tribus arcubus circulorum maximorum in sphæræ superficie continetur. Triangulū sphęricum quid. Triangulū sphęri cum diuiditur, vt rectilineum ab Euclide.

HOC *autem est vel æquilaterum, si omnes arcus æquales fuerint; vel Isosceles, si duo arcus tantum fuerint æquales; vel denique Scalenum, si omnes arcus inæquales inter se fuerint. Itemq; vel rectangulum, si aliquem angulum habuerit rectum; vel obtusangulum, in quo angulus aliquis fuerit obtusus; vel denique acutangulum, si omnes anguli fuerint acuti: quemadmodum de rectilineo triangulo dixit Euclides. Hoc tamen discrimen reperitur inter triangulum rectangulum, obtusangulumque rectilineum, & sphæricum, quòd in rectilineo reliqui duo anguli necessario sint acuti, propterea quòd duo anguli quomodolibet sumpti minores sūt duobus rectis; in sphærico autem si vnus angulus fuerit rectus, vel obtusus, possunt alij duo etiam esse recti, vel obtusi, vel alter saltem, vt ex demonstrationibus sequentibus perspicuum fiet.* Discrimen inter triangulū rectāgulum, obtusangulūque rectilineum, ac sphæricū. 17. primi.

VI.

ARCVS anguli sphærici est arcus circuli maximi, cuius polus est in ipso angulo, inter duos arcus angulum sphæricum comprehendentes interceptus. Arc° anguli sphærici quid.

QVIA *vero polus circuli maximi quadrante maximi circuli ab eo abest, fit, vt vterque arcuum angulum comprehendentium inter angulum, & arcum anguli positorum sit quadrans. Quare si angulus fuerit rectus, arcus anguli erit quadrans; si acutus, quadrante minor; si denique obtusus, maior quadrante: & contra. Vt propos. 26. demonstrabimus.* Coroll. 16. 1. Theod.

VII.

COMPLEMENTVM arcus est excessus, quo quadrans eum superat, si arcus minor est quadran- Complementum arcus quid.

dran-

drante, vel ab eo ſuperatur, ſi eſt quadrante maior.

VIII.

Complemẽtũ anguli ſphærici quid.

COMPLEMENTVM anguli ſphærici dicitur exceſſus, quo quadrans arcum ipſius anguli ſuperat, vel ab eo ſuperatur.

IX.

SINVS, Tangens, & Secans alicuius anguli ſphærici eſt ſinus, tangens, & ſecans illius arcus, qui arcus anguli dicitur.

PROBLEMA I. PROPOSITIO I.

DATIS duobus arcubus circulorum maximorum in ſuperficie ſphæræ inæqualibus, quorũ neuter ſemicirculo maior ſit, de maiore æqualem minori arcum detrahere.

SINT duo arcus circulorum maximorum inæquales A B, C D, quorum neuter ſemicirculo maior ſit, & maior ſit C D; oporteatque ex maiori C D, minori A B, æqualem detrahere. Ducta recta A B, applicetur ei æqualis C E, in arcu C D. Dico arcum ablatum C E, æqualem eſſe arcui minori A B. Cum enim circuli arcuum A B, C D, maximi ſint, & propterea æquales; auferent rectæ æquales A B, C E, arcus æquales A B, C E: quòd vterque arcus ſemicirculo minor ponatur. Datis igitur duobus arcubus circulorum, &c. Quod erat faciendum.

1. quarti.

28. tertij.

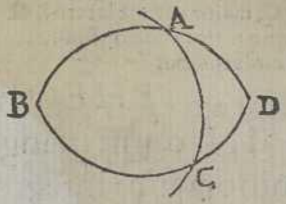
THEOR. 1. PROPOS. 2.

IN omni triangulo ſphærico, latus quodcunque minus eſt ſemicirculo.

SIT triangulum ſphæricum A B C. Dico quodcunque latus ſemicirculo eſſe minus. Productis enim arcubus B A, B C, donec conueniant in D, vl-

tra-

tra A, & C,erunt arcus B A D,B C D,ſemicirculi; cum circuli maximi ſe mu- 11.1.Theod.
tuo bifariam ſecent. Quare tam arcus B A, B C, ſemicirculo minor eſt. Eodem modo, productis arcubus A B, A C,oſtendemus arcum A C, ſemicirculo eſſe minorem. Conuenient autem arcus B A, B C,producti vltra puncta A, & C, propterea quòd ſphæricos angulos faciunt cũ arcu A C,ſuntq; omnes tres arcus portiones circulorum maximorum, qui ſe mutuo ſecant in punctis A, B, C, non autem tangunt. Hinc enim

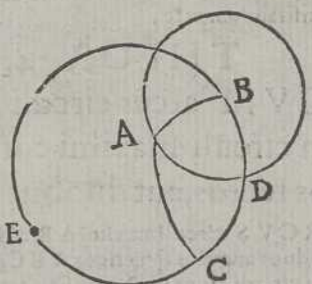


fit,vt vterque arcus B A,B C, productus arcum A C,productum ſecet in punctis A, C, vt ex defin.conſtat;ac proinde inter ſe coeant vltra puncta A, C. In omni ergo triangulo ſphærico,&c. Quod erat demonſtrandum.

THEOR. 2. PROPOS. 3.

IN omni triangulo ſphærico, duo latera reliquo ſunt maiora, quomodocunque aſſumpta.

SIT triangulum ſphæricum A B C. Dico duo quælibet latera,vt AB,AC, maiora eſſe latere B C. Si enim triangulum eſt æquilaterum, manifeſtum eſt duo ſimul dupla eſſe reliqui, atque adeo maiora. Quod ſi alterum laterũ A B, A C, æquale ſit lateri B C,vel maius, vel etiã vtrumq; maius, perſpicuum quoque eſt,duo latera A B, A C, maiora eſſe reliquo B C. Si vero vtrumque latus A B, A C, aſſumptum latere tertio B C, minus ſit, demonſtrabimus,latera A B, A C, ſimul maiora eſſe latere B C, hac ratione. Perficiatur circulus arcus tertij B C. Deinde ex polo B, nempe ex altero extremo maioris lateris B C,ad interuallũ vtriuſuis arcuum minorum, nimirum ad interuallũ arcus B A, in ſuperficie ſphæræ circulus deſcribatur A D, ſecans arcum B C,qui maior ponitur arcu B A, in D,puncto inter B,& C. Et quoniam



circulus B C, tranſit quoque per reliquum polum circuli A D; ſit alter po- ſchol.10.1.
lus E, qui per ſemicirculũ remotus erit à polo B; ita vt ſemicirculus ſit BCE. Theod.
Cum ergo arcus B C,ſemicirculo minor ſit,exiſtet polus E,vltra punctum C: 2.huius.
Eſt autem punctum D, inter B, & C, vt dictum eſt. Punctum igitur C, inter puncta D, E, cadet. Quare cum ex puncto C, quod extra peripheriam circuli A D,eſt,& præter eiuſdem polum E,ſignatur,ducantur duo arcus maximorum circulorum C B, C A, ſemicirculo minores(quòd latera ſint trianguli ſphæ- 2.huius.
rici A B C.) ad peripheriam A D, erit arcus C D, per polũ B, tranſiens, mi- ſchol. 21.
nor arcu C A. Additis ergo æqualibus arcubus D B, A B; (ſunt autem æqua- 2.Theod.
les,

17.xxiij. les, proptèrea quòd rectæ eos subtendentes æquales sunt, per defin. poli.) erit totus arcus B C, minor duobus arcubus A B, A C; hoc est, duo latera A B, A C, maiora erunt latere B C. Eodemque modo quælibet alia duo latera reliquo maiora demonstrabuntur. In omni ergo triangulo, &c. Quod erat demonstrandum.

THEOR. 3. PROPOS. 4.

IN omni triangulo sphærico, tria latera simul minora sunt integro circulo maximo.

SIT triangulum sphæricum A B C. Dico tria latera simul minora esse integro circulo maximo. Productis enim duobus arcubus quibuslibet B A, B C, donec coeant in D, puncto, (Coibunt autem necessario vltra A, C, quod circulum maximum A C, secent in punctis A, C. vel propterea quòd vterque arcus B A, B C, semicirculo minor est.) erunt duo arcus B A D, B C D, semicirculi; propterea quòd circuli maximi sese bifariam diuidunt. Quoniam verò in triãgulo D A C, latera D A, D C, maiora sunt latere A C; si addantur communes arcus A B, C B, hoc est, aggregatum ex arcubus A B, C B, fient quoque arcus B A D, B C D, maiores tribus arcubus A C, A B, B C; hoc est, tria latera A C, A B, B C, minora erunt duobus semicirculis B A D, B C D, hoc est, integro circulo maximo. In omni ergo triangulo sphærico. &c. Quod demonstrandum erat.

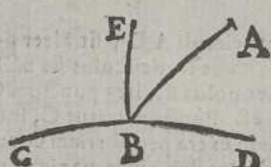
11.1. Theod.
3. huius.

THEOR. 4. PROPOS. 5.

CVM arcus circuli maximi in sphęra super arcum circuli maximi consistens angulos facit; aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet.

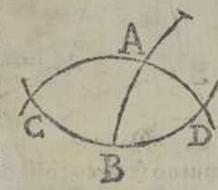
ARCVS circuli maximi A B, cõsistens super arcum circuli maximi C D, faciat duos angulos sphæricos A B C, A B D. Si igitur circulus arcus A B, per polum circuli arcus C D, transit, secabit omnino arcum C D, ad angulos rectos; atque idcirco anguli A B C, A B D, recti erunt. Si verò arcus A B, per polos arcus C D, non transit, faciet vnum quidem angulũ obtusum, alterũ verò acutum. Dico igitur ipsos duobus esse rectis æquales. Ducatur enim arcus circuli maximi E B, per punctum B, & polum arcus C D; eruntque duo anguli E B C, E B D, recti. Quoniam verò angulus rectus E B D, æqualis est duobus angulis D B A, A B E; apposito communi angulo recto E B C, erunt duo recti E B D, E B C, tribus angulis D B A, A B E, E B C, æquales. Rursus quia angulus

15.1. Theo.
20.1. Theo.
15.1. Theo.



gulus A B C, duobus angulis A B E, E B C, æqualis est; apposito communi angulo A B D, erunt duo anguli A B C, A B D, tribus angulis D B A, A B E, E B C, æquales. Sed eisdem his tribus ostensum fuit esse etiam æquales duos rectos E B D, E B C; quæ autem eidem æqualia, inter se sunt æqualia. Duo igitur anguli A B C, A B D, æquales sunt duobus rectis E B D, E B C. Cum ergo arcus circuli maximi in sphæra, &c. Quod erat ostendendum.

COROLLARIVM.

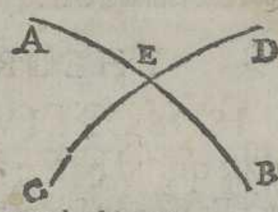


SEQVITVR ex his, duos arcus duorum angulorum, qui duobus rectis angulis sunt æquales, hoc est, qui ab arcu circuli maximi arcui alterius circuli maximi insistente efficiuntur, quales sunt duo anguli A B C, A B D, semicirculum constituere. Nam si ex polo B, circulus maximus describatur C A D, erunt, ex defin. 6. C A, A D, arcus angulorum A B C, A B D, Perspicuum autem est, arcus C A, A D, semicirculum conficere; cum circuli maximi C B D, C A D, se mutuo secent bifariam in C, D. 11.1.Theod.

THEOR. 5. PROPOS. 6.

SI duo arcus circulorum maximorũ in sphæra se mutuo secuerint, angulos ad verticem æquales inter se efficient.

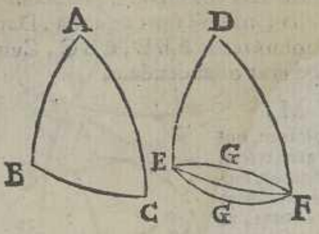
SECENT se duo arcus A B, C D, circulorum maximorum in sphæra in E, vtcunque. Dico angulos, quos faciunt ad verticem E, inter se esse æquales; angulum videlicet A E D, angulo BEC, & angulum A E C, angulo B E D. Quoniam enim tam anguli A E D, D E B, quàm anguli D E B, B E C, duobus sunt rectis æquales, 5.huius. erunt illi duo his duobus æquales: ablato ergo communi angulo D E B, remanebit angulus A E D, angulo B E C, æqualis. Eademque ratione confirmabimus, angulum A E C, angulo B E D, æqualem esse. Si duo ergo arcus circulorum maximorum, &c. Quod ostendendum erat.



THEOR. 6. PROPOS. 7.

SI duo triangula sphærica duo latera duobus lateribus æqualia habeant, vtrumque vtrique; habeant verò & angulum angulo æqualẽ sub æqualibus arcubus contentũ: Et basim basi æqualem habebunt; eritque triangulũ triangulo æquale, ac reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt, vterq; vtrique, sub quibus æqualia latera subtenduntur.

SINT duo triangula sphærica A B C, D E F, habentia duo latera A B, A C, duobus lateribus D E, D F, æqualia, vtrumq; vtriq;, & angulum A, angulo D, æqualem. Dico & basem B C, basi E F, æqualem esse, & triangulum A B C, triangulo D E F, & reliquos angulos B, C, reliquis angulis E, F, vtrumq; vtriq;.



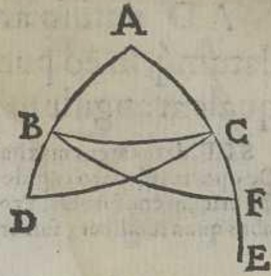
Quoniam enim arcus A B, arcui D E, æqualis ponitur, fit, vt si alter alteri intelligatur superponi in superficie sphæræ, collocato puncto A, in puncto D, & puncto B, in puncto E, plana circulorum A B, D E, sibi mutuo congruant, & proinde arcus AB, arcui D E, congruat. Alias se
11.1.Theod. mutuo secarent bifariam circuli illorum arcuum in A, & B, atq; adeo semicir
2.huius. culi essent A B, D E. quod est absurdum. Est enim semicirculo vterq; minor. Cum ergo angulus A, angulo D, ponatur æqualis, congruet quoq; arcus A C, arcui D F, punctumq; C, in punctum F, cadet, ob æqualitatem arcuum A C, D F. Basis igitur B C, basi E F, congruet quoq;: alias, si supra caderet, aut infra, cuiusmodi est arcus E G F, essent arcus E F, E G F, vel B C,
11.1.Theod. se mutuo secantes in E, F, semicirculi; cum circuli maximi se mutuo secent
2.huius. bifariam. quod est absurdum. Singuli enim semicirculo minores sunt. Quocirca basis B C, basi E F, æqualis erit, cum neutra alteram excedat; & triangulum A B C, triangulo D E F; & anguli B, C, angulis E, F, vterq; vtrique, æquales erunt, ob eandem causam. Quare si duo trangula sphærica, &c. Quod ostendendum erat.

THEOR. 7. PROPOS. 8.

ISOSCELIVM triangulorum sphæricorum, qui ad basim sunt, anguli inter se sunt æquales: Et productis æqualibus arcubus, qui sub basi sunt, anguli inter se æquales erunt.

SIT triangulum sphæricum Isosceles A B C, cuius duo latera A B, A C, æqualia sint. Dico angulos B, C, supra basim B C, æquales esse: Item si producantur arcus æquales A B, A C, infra basim B C, quantumlibet, angulos
3.huius. quoque B, C, sub basi B C, æquales esse. Quoniam enim arcus A B, semicirculo minor est, poterit in eo producto accipi adhuc arcus minor semicircu-
1.huius. lo. Sit igitur arcus A D, semicirculo minor; & ex arcu A E, quantumcunq; producto abscindatur arcus A F, æqualis arcui A D; & per duo puncta B, F,
20.1.Theo. nec non per C, D, ducantur duo arcus maximorum circulorum B F, C D. Quia ergo duo latera A B, A F, trianguli A B F, æqualia sunt duobus lateribus A C, A D, trianguli A C D, vtrumque vtrique, continentq; angulum
7.huius. communem A; erit basis B F, basi C D, æqualis, & anguli A B F, & F, angulis A C D, & D. Rursus, quoniam arcus A D, A F, æquales sunt; si demantur

tur æquales A B, A C, erunt & B D, C F, æquales. Quare duo latera D B, D C, trianguli D B C, æqualia sunt duobus lateribus F C, F B, trianguli F C B: quæ cum contineant angulos æquales D, F, vt ostendimus, erunt & anguli D B C, D C B, angulis F C B, F B C, æquales. Quòd si ex angulis A B F, A C D, quos ostendimus æquales esse, auferantur anguli F B C, D C B, quos etiam æquales esse demonstrauimus, remanebunt anguli A B C, A C B, supra basim B C, æquales: Ostensum est autem & angulos D B C, F C B, infra eandem basim B C, esse æquales. Igitur & anguli supra basim inter se, & anguli infra eandem inter se æquales sunt. Quam ob rem Isoscelium triangulorum sphæricorum, &c. Quod demonstrandum erat. 7. huius.



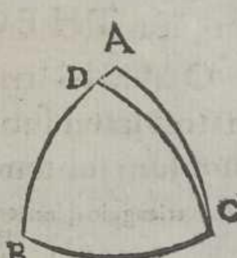
COROLLARIVM.

HINC manifestum est, omne triangulum sphæricum æquilaterum, esse quoque æquiangulum.

THEOR. 8. PROPOS. 9.

SI trianguli sphærici duo anguli æquales inter se fuerint: Et sub æqualibus angulis subtensa latera æqualia inter se erunt.

IN triangulo A B C, sint duo anguli B, C, supra latus B C, æquales. Dico latera quoque A B, A C, illis subtensa esse æqualia. Si enim non sunt æqualia, sit, si fieri potest A B, maius. Et quoniam arcus A C, minor est semicirculo, abscindatur ex arcu maiore A B, arcus B D, arcui minori A C, æqualis; & per puncta C, D, arcus circuli maximi ducatur C D. Quoniam ergo duo latera A C, C B, trianguli A C B, æqualia sunt duobus lateribus D B, B C, trianguli D B C, continentq; angulos æquales A C B, D B C; erunt triangula A C B, D B C, æqualia, totum & pars. Quod fieri non potest. Non ergo inæqualia sunt latera A B, A C, sed æqualia. Si trianguli igitur sphærici duo anguli, &c. Quod erat ostendendum. 2. huius. 1. huius. 20. 1. Theo. 7. huius.



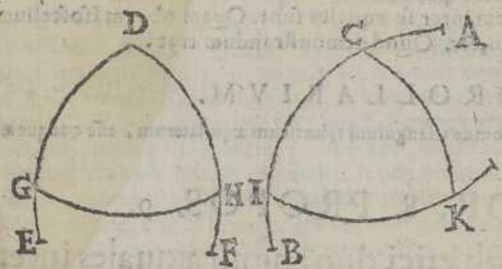
COROLLARIVM.

SEQVITVR hinc, omne triangulum sphæricum æquiangulum, esse quoque æquilaterum.

PROBL. 2. PROPOS. 10.

AD datum arcum circuli maximi in ſphæra, datumq́; in eo punctum, dato angulo ſphærico æqualem angulum ſphæricum conſtituere.

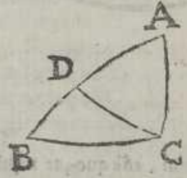
SIT datus arcus maximi circuli in ſphæra A B, datumq; in eo punctum C, oporteatq́; dato angulo ſphærico D, ad punctum C, æqualem angulum ſphæricum conſtituere. Productis arcubus D E, D F, angulum D, continen-
20.1.Theo. tibus quantumlibet, ſumatur quadrans D G; atq; per G, & polum circuli D E, arcus circuli maximi ducatur G H, ſecans arcum D F, in H.
25.1.Theo. Erit igitur angulus G, rectus. Deinde ſumpto
20.1.Theo. quoque quadrante C I, ducatur per I, & polum circuli A B, arcus maximi circuli I K. Erit
25.1.Theo. igitur & angulus I, rectus. Poſtremo, quia ar-
2. huius. cus G H, ſemicirculo
1. huius. minor eſt, abſcindatur
20.1.Theo. ei arcus I K, æqualis, ducaturque per C, K, arcus circuli maximi C K. Dico angulum C, æqualem eſſe angulo D. Cum enim latera D G, G H, æqualia ſint lateribus C I, I K, contineantque angulos æquales, vt pote rectos; æqua-
7. huius. les erunt anguli D, & C. Ad datum ergo arcum circuli maximi, &c. Quod faciendum erat.



THEOR. 9. PROPOS. 11.

OMNIS trianguli ſphærici maior angulus maiori lateri ſubtenditur. Et maius latus maiorem angulum ſubtendit.

IN triangulo ſphærico A B C, ſit angulus A C B, angulo A, maior. Dico latus A B, maius eſſe latere B C. Quoniam angulus
10. huius. A C B, maior ponitur angulo A, fiat angulus ACD, angulo A, æqualis, ſecetque arcus C D, arcum A B, in D. Quoniam igitur in triangulo A D C, anguli
9. huius. A, & A C D, æquales ſunt; erunt & latera A D, C D, æqualia. Addito ergo communi arcu D B, erunt arcus B D, D C, æquales arcui A B: Sed arcus B D,
3. huius. D C, ſimul maiores ſunt arcu B C. Igitur & arcus A B, eodē arcu B C, maior erit. Quod eſt propoſitū.



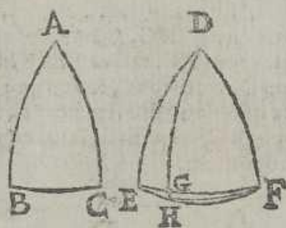
SED iam in triangulo sphærico A B C, latus A B, maius sit latere B C. Dico angulum C, maiorem esse angulo A. Si enim angu lus C, maior non est angulo A, erit vel ei æqualis, vel minor. Si est æqualis, erunt latera A B, C B, 9.huius. æqualia. Quod est absurdum, cum A B, ponatur maius, quàm C B: Si vero minor est angulus C, angulo A, erit latus B C, latere A B, maius, vt iã ostensum est. Quod etiam absurdum est. ponitur enim A B, maius, quàm B C. Cum ergo angulus C, æqualis non sit, neque minor angulo A, erit vtique maior. Quod est propositum. Omnis ergo trianguli sphærici maior angulus, &c. Quod erat ostendendũ.

THEOR. 10. PROPOS. 12.

SI duo triangula sphærica duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, vtrumque vtrique, angulum verò angulo maiorem sub æqualibus arcubus contentum: Et basim basi maiorem habebunt. Quòd si basim basi maiorem habuerint: Et angulum sub æqualibus arcubus contentum angulo maiorem habebunt.

SINT duo latera A B, A C, trianguli A B C, æqualia duobus lateribus D E, D F, trianguli D E F, sed angulus E D F, maior sit angulo A. Dico basim E F, maiorem quoque esse basi B C. Sint enim primum triangula hæc sphærica Isoscelia, & ex D, polo per puncta E, F, arcus circuli describatur in superficie sphæræ E G F, qui circulus, si maximus fuerit, idem erit omnino, qui E F: alias, cum maximi circuli se bifariam secent, esset E F, semicirculus. quod est absurdum, cum sit semicirculo minor. Tunc autem circulus arcus E G F, maximus erit, cum arcus D E, D F, quadrantes fuerint; quòd maximus circulus quadrante absit à suo polo. Sit ergo iam arcus E G F, maximi circuli, & idem, qui E F, fiatque angulus F D G, angulo A, æqualis. Erit arcus D G, arcui D E, atque adeo & arcui A B, æqualis: propterea quòd rectæ subtendentes D E, D G, ex defin. poli, æquales sunt. Quia igitur latera A B, A C, æqualia sunt lateribus D G, D F, angulosque continent æquales; æquales erunt bases B C, G F. Cum ergo arcus E F, maior sit arcu G F, maior quoque erit arcus E F, arcu B C. Quod est propositum.

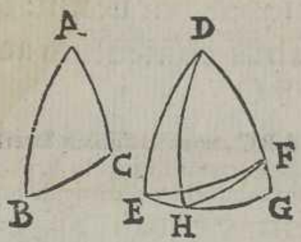
11.1.Theo. 8.huius. Coroll. 16. 1.Theod. 10.huius. 28.tertij. 7.huius.



QVOD si circulus ex polo D, per puncta E, F, descriptus non fuerit maximus,

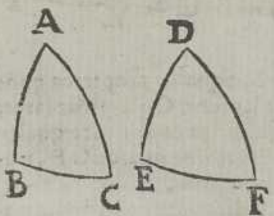
ximus, atque adeò idem non ſit, qui E F; ſed vel cadat infra arcum E F , ſiue
10.huius. ſupra , (nihil enim intereſt , quocunque cadat .) fiat nihilominus angulus
28.tertij. F D H, angulo A, æqualis: eritque rurſus arcus D H, arcui D E, hoc eſt, ar-
cui A B, æqualis; eo quòd rectæ ſubtendentes D E, D H, æquales ſint, ex de-
10.1.Theo. fin. poli . Ducto igitur per puncta F, H, arcu circuli maximi F H; cum latera
A B, A C, lateribus D H, D F, æqualia ſint, anguloſque contineant æquales;
7.huius. erunt & baſes B C, H F , æquales. Quoniam verò circulus maximus D F, per
15.1.Theo. D, polum circuli E H F, tranſiens eum bifariam ſecat; erit arcus E H F, ſemi-
circulo minor;(quia arcus à puncto F, per E, vſque ad illud punctum, in quo,
ſi protractus eſſet vltra E , ſecaretur ab arcu F D , ad partes D , producto , eſt
ſemicirculus : quandoquidem circulus arcus E H F, bifariam ſecatur a circulo
15. tertij. arcus F D, vt dictum eſt.)atque adeo recta F E, maior, quàm recta F H, in eo-
dem circulo : quia illa propinquior eſt centro circuli E H F, hoc eſt , diame-
tro, quàm hæc. Cum ergo circuli arcuum E F, H F, maximi ſint, ideoq; æqua-
2.huius. les; ſit autem vterque arcus E F, H F, ſemicirculo minor; erit arcus E F, ma-
Schol. 28. tertij. ior arcu H F: Oſtenſus autem eſt arcus H F, æqualis arcui B C . Maior igitur
erit quoque arcus E F, arcu B C. Quod eſt propoſitum.

SINT deinde triangula propoſita non Iſoſcelia , ſed latus A B, maius
ſit latere A C, ac proinde & latus D E, maius latere D F. Producto ergo arcu
1.huius. D F, ad partes F , abſciſſoque arcu D G, æquali ipſi D E , qui minor eſt ſe-
2.huius. micirculo, deſcribatur ex polo D, per pun
cta E , G , arcus circuli E H G , ſiue maxi-
ximus is ſit , ſiue non maximus . Fiat rur-
10.huius. ſus angulus F D H , angulo A , æqualis;
28. tertij. eritque arcus D H, arcui D E, hoc eſt, ar-
cui A B, æqualis ; eò quòd rectæ ſubtenſæ
D H, D E, æquales ſint, ex defin. poli. Du-
cto igitur per puncta H , F, arcu circuli
7.huius. maximi H F, erit, vt prius, arcus B C, ar-
cui H F, æqualis. Quoniam verò circulus
maximus D G, per D, polum circuli E G,
ducitur, eſtque punctum F , intra periphe-



riam circuli E G, (nempe inter circulum, & polum D.) & præter eius polum;
Schol. 21. 1.Theod. erit arcus F E, maior arcu F H , cum ille propinquior ſit arcui F D , per po-
lum D, tranſeunti, & vterque arcus F E, F H, ſemicirculo ſit minor: propte-
rea quòd non ſe interſecant , niſi in puncto F : Oſtenſus eſt autem arcus H F,
arcui B C, æqualis . Maior ergo erit quoque arcus E F, arcu B C . Quod eſt
propoſitum.

SED iam baſis E F , maior ſit baſi B C.
Dico & angulum D , maiorem eſſe angulo
A. Si enim angulus D, maior non eſt angu-
lo A, erit vel æqualis, vel minor. Si æqualis
9.huius. dicatur eſſe , erit arcus E F , æqualis arcui
B C. quod eſt abſurdum. Ponitur enim arcus
E F, maior arcu B C . Si verò minor dicatur
eſſe angulus D, angulo A, erit, vt iam oſten
ſum eſt , arcus B C , maior arcu E F. quod
etiam abſurdum eſt , cum E F, maior pona-
tur,

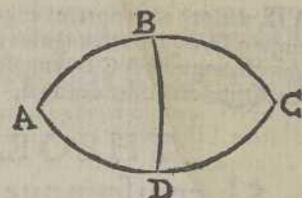


tur, quàm B C. Cum ergo angulus D, neque æqualis ſit angulo A, neque minor, erit vtique maior. Quod eſt propoſitum. Itaque ſi duo triangula ſphærica, &c. Quod demonſtrandum erat.

THEOR. 11. PROPOS. 13.

DVO ſemicirculi maximorum circulorum ſe mutuo ſecantes continent duos angulos inter ſe æquales.

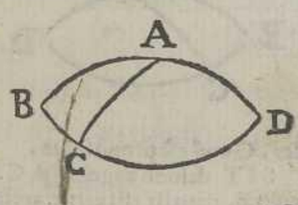
DVO ſemicirculi maximorum circulorum A B C, A D C, ſe mutuo ſecent in A, C. Dico angulos A, & C, æquales eſſe. Diuiſo enim ſemicirculo A B C, in B, bifariam, vt A B, B C, quadrantes ſint, ducatur per B, & polum circuli A B C, arcus circuli maximi B D, ſecans arcũ A D C, in D; eritq; angulus B, ex vtraque parte rectus. Quia igitur duo latera A B, B D, duobus lateribus C B, B D, æqualia ſunt, cõtinentq; angulos æquales, vtpote rectos; erunt & anguli A, & C, æquales. Quare duo ſemicirculi maximorum circulorum, &c. Quod demonſtrandum erat. 10.1. Theo. 15.1. Theo. 7. huius.



THEOR. 12. PROPOS. 14.

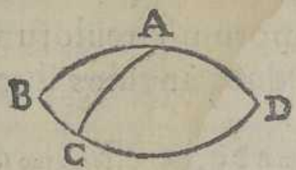
CVIVSCVNQVE trianguli ſphærici vno latere producto, ſi reliqua latera ſimul ęqualia ſint ſemicirculo, erit angulus externus æqualis angulo interno oppoſito ſupra arcum productum: Si verò minora ſint ſemicirculo, erit angulus externus eodem interno oppoſito maior: ſi denique maiora ſint ſemicirculo, idem angulus externus dicto angulo interno oppoſito minor erit.

IN triangulo ſphærico A B C, producatur latus B C, ad D, & ſint primum reliqua duo latera A B, A C, ſimul ſemicirculo æqualia. Dico angulum externum ACD, æqualem eſſe interno oppoſito B, ſupra arcum productum B C, &c. Coeat enim arcus B A, productus cum arcu B C, producto in D; eritque B A D, ſemicirculus. Quia vero arcus B A, 11.1. Theo.



AC,

A C, æquales ponuntur ſemicirculo BAD; dempto communi arcu B A, erunt
8.huius. reliqui arcus A C, A D, æquales. Quare & angulus A C D, angulo D, æqua-
13.huius. lis erit. Cum igitur anguli B, & D, ſint quoque æquales, æqualis quoque erit angulus A C D, angulo B. quod eſt propoſitum.



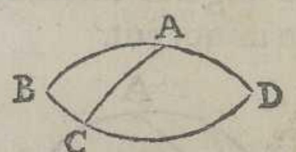
SINT deinde duo latera A B, A C, minora ſemicirculo B A D. Dempto ergo com muni arcu A B, erit reliquus A C, reliquo
11.huius. A D, minor; ac propterea angulus A C D,
13.huius. maior angulo D, hoc eſt, angulo B, qui angulo D, æqualis eſt. Quod eſt propoſitum.

SINT poſtremo latera A B, A C, maiora ſemicirculo B A D. Dempto igitur cõmuni arcu A B, erit reliquus A C, reliquo
11.huius. A D, maior; ac propterea angulus D, maior erit angulo A C D. Cum ergo
13.huius. angulo D, æqualis ſit angulus B, erit quoque angulus B, maior angulo ACD, hoc eſt, angulus A C D, angulo B, minor erit. Cuiuſcunque ergo trianguli, &c. Quod erat oſtendendum.

THEOR. 13. PROPOS. 15.

SI cuiuſcunque trianguli ſphærici vno latere producto, externus angulus æqualis fuerit interno oppoſito ſupra arcum productum, erunt duo reliqua latera ſimul æqualia ſemicirculo: Si verò angulus externus maior fuerit interno eodem, & oppoſito, erunt duo reliqua latera ſemicirculo minora: Si deniq; externus angulus interno oppoſito dicto minor fuerit, erunt duo latera reliqua ſemicirculo maiora.

POSITO eodem triangulo ſphærico, & conſtructione figuræ eadem;



Sit primum angulus A C D, externus æqualis interno oppoſito B. Dico latera A B, A C, ſemicirculo eſſe æqualia, &c. Cum enim
13.huius. angulus B, angulo D, æqualis ſit, erit quoque angulus A C D, angulo D, æqualis;
9.huius. ideoq; & arcus A C, A D, æquales erunt. Addito ergo communi arcu A B, erunt duo arcus A B, A C, ſemicirculo B A D, æquales. Quod eſt propoſitum.

13.huius. SIT deinde angulus A C D, maior angulo B, hoc eſt, angulo D, qui an-
11.huius. gulo B, æqualis eſt; eritq; arcus A D, maior arcu A C. Addito ergo communi arcu

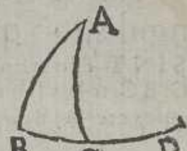
ni arcu A B, erunt duo arcus A B, A C, minores ſemicirculo B A D. Quod eſt propoſitum.

SIT poſtremò angulus A C D, minor angulo B, hoc eſt, angulo D, qui angulo B, æqualis eſt; eritque arcus A C, maior arcu A D. Addito ergo communi arcu A B, erunt duo arcus A B, A C, maiores ſemicirculo B A D. Quod eſt propoſitum. Si igitur cuiuſcunque trianguli ſphærici, &c. Quod erat demonſtrandum. 15.huius. 11.huius.

THEOR. 14. PROP. 16.

SI cuiuſcunque trianguli ſphærici duo latera ſimul æqualia ſint ſemicirculo, erunt duo anguli ſupra baſim duobus rectis æquales: Si verò minora ſint ſemicirculo, erunt duobus rectis minores: Si denique ſemicirculo ſint maiora, erunt duobus rectis maiores.

IN triangulo ſphærico A B C, ſint primum duo latera A B, A C, ſemicirculo æqualia. Dico duos angulos B, C, eſſe æquales duobus rectis, &c. Producto enim arcu B C, ad D, erit angulus A C D, angulo B, æqualis. Cum 14.huius. ergo duo anguli ad C, duobus ſint rectis æquales; erũt quoque duo anguli B, & A C B, æquales duobus rectis. 5 huius.



SINT deinde latera A B, A C, ſemicirculo minora. Cum ergo duo anguli ad C, ſint duobus rectis æquales; & angulus B, minor ſit angulo A C D; erunt anguli B, & A C B, duobus rectis minores. 5.huius. 14.huius.

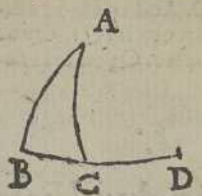
SINT tandem latera A B, A C, ſemicirculo maiora. Quoniam igitur duo anguli C, ſunt duobus rectis æquales, eſtque angulus B, maior angulo A C B; erunt anguli B, & A C B, maiores duobus rectis. Si igitur cuiuſcunque trianguli ſphærici, &c. Quod erat oſtendendum. 5.huius. 14.huius.

THEOR. 15. PROP. 17.

SI cuiuſcunque trianguli ſphærici duo anguli ſupra vnum latus duobus rectis æquales fuerint, erunt reliqua duo latera ſemicirculo æqualia: Si vero duobus rectis fuerint minores, erunt minora ſemicirculo: Si denique maiores extiterint duobus rectis, erunt ſemicirculo maiora.

POSITO eodem triangulo sphærico, & constructione figuræ eadem; Sint primum duo anguli B, C, duobus rectis æquales supra latus B C. Dico reliqua duo latera A B, A C, semicirculo æqualia esse, &c. Cum enim & anguli duo ad C, æquales sint duobus rectis; dempto communi angulo A C B, remanebit angulus A C D, angulo B, æqualis. Quare semicirculo æquales sunt arcus A B, A C.

5.huius. 35.huius.



SINT deinde anguli B, A C B, duobus rectis minores. Cum ergo duo anguli ad C, sint duobus rectis æquales; dempto communi angulo A C B, remanebit angulus A C D, maior angulo B. Arcus ergo A B, A C, semicirculo sunt minores.

5.huius. 35.huius.

SINT denique anguli B, A C B, duobus rectis maiores. Cum ergo duo anguli ad C, sint æquales duobus rectis; si dematur communis angulus ACB, erit reliquus A C D, reliquo B, minor; atque adeo arcus A B, A C, semicirculo maiores. Quo circa si cuiuscunque trianguli sphærici, &c. Quod ostendendum erat.

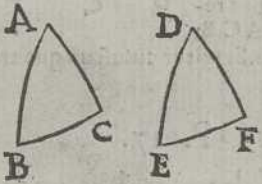
5.huius. 15.huius.

THEOR. 16. PROP. 18.

SI duo triangula sphærica habeant tria latera tribus lateribus æqualia, singula singulis: habebũt & tres angulos tribus angulis æquales, singulos singulis, sub quibus æqualia latera subtenduntur.

SINT duo triangula sphærica A B C, D E F, habentia tria latera A B, A C, B C, tribus lateribus D E, D F, E F, singula singulis, æqualia. Dico & angulos tres A, B, C, tribus angulis D, E, F, singulos singulis, esse æquales, sub quibus æqualia subtenduntur latera. Si enim angulus A, (vt ab hoc angulo incipiamus.) non est æqualis angulo D, erit vel maior eo, vel minor. Si maior, erit basis B C, maior quoque basi EF. Quod est absurdũ. ponuntur enim latera B C, E F, æqualia. Si verò minor est angulus A, angulo D, erit basis E F, maior basi B C. Quod rursum est absurdum, cum æquales ponantur. Cum ergo angulus A, neque maior sit, neque minor angulo D, erit vtique illi æqualis. Igitur & reliqui anguli B, C, angulis reliquis E, F, æquales erunt, nempe B, ipsi E, & C, ipsi F. Si duo ergo triangula sphærica, &c. Quod erat ostendendum.

12.huius. 12.huius. 7.huius.



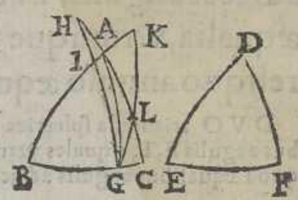
THEOR. 17. PROPOS. 19.

SI duo triangula sphærica habeant tres angulos tribus angulis, singulos singulis, æquales: habe-

bunt

bunt & tria latera tribus lateribus æqualia, ſingula ſingulis, quæ æquales angulos ſubtendunt.

HABEANT duo triangula ſphærica A B C, D E F, tres angulos A, B, C, tribus angulis D, E, F, ſingulos ſingulis, æquales. Dico & tria latera A B, A C, B C, tribus lateribus D E, D F, E F, eſſe æqualia, ſingula ſingulis, quæ angulos æquales ſubtendunt. Si enim latera B C, E F, (vt ab his lateribus exordiamur.) non ſunt æqualia, ſit B C, ſi fieri poteſt, maius; & abſcindatur arcus B G, arcui E F, æqualis. 1.huius. Aut ergo arcus B A, æqualis eſt arcui E D, aut maior, aut minor. Quodcunque horũ dicatur, ſequetur abſurdũ ex eo, quòd inæqualia dicuntur eſſe latera B C, E F, nempe B C, maius, quàm E F. Sit enim primum arcus B A, arcui E D, æqualis; ducaturq́ue per puncta 20.1. Theo. A, G, arcus maximi circuli A G. Igitur cum latera B A, B G, æqualia ſint lateribus E D, E F, anguloſq́ue contineãt æquales B, E, ex hypotheſi; erunt anguli B A G, & D, æquales: Eſt autem angulus D, poſitus æqualis angulo BAC. 7.huius. Angulus igitur B A G, æqualis erit quoque angulo B A C, pars toti. Quod eſt abſurdum.



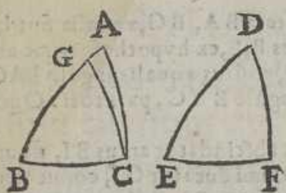
SIT deinde arcus B A, maior arcu E D, & abſcindatur arcus B I, æqualis ipſi E D; 1.huius. ac per puncta G, I, arcus circuli maximi ducatur G I, conueniens 20.1.Theo. cum arcu C A, protracto in H. Quoniam igitur latera B I, B G, æqualia ſunt lateribus E D, E F, anguloſq́ue continent æquales B, E; erunt anguli B I G, 7.huius. B G I, angulis D, F, hoc eſt, angulis B A C, B C A, æquales; quod his duobus æquales ſint poſiti D, & F; ſunt autem anguli B I G, B A C, angulis H I A, 6.huius. H A K, ad verticem æquales. Aequales ergo ſunt & anguli H A K, H I A. Igitur cum & angulus B G H, externus æqualis ſit interno B C H, & externus H A K, interno H I K, vt oſtendimus: erunt tam arcus A H, H I, quam arcus 15.huius. C H, H G, ſemicirculo æquales; atque adeo arcus A H, H I, arcubus C H, H G, æquales erunt, pars toti. Quod eſt abſurdum.

SIT tandem arcus B A, minor arcu E D, producaturq́ue vltra A, & ex eo abſcindatur arcus B K, æqualis arcui E D; atque per puncta G, K, arcus cir- 1.huius. culi maximi ducatur G K, ſecans arcum A C, in L. Quoniam ergo latera B K, 20.1. Theo. B G, lateribus E D, E F, æqualia ſunt, anguloſque continent æquales B, E; erunt & anguli B K G, B G K, angulis D, F, hoc eſt, angulis B A C, B C A, 7.huius. (quòd his duobus æquales ſint poſiti anguli D, F.) æquales. Itaque cum & angulus B A L, externus æqualis ſit interno B K L, & externus B G L, interno B C L, vt oſtendimus, erunt tam arcus A L, L K, quàm arcus C L, L G, 15.huius. ſemicirculo æquales; ac proinde duo arcus A C, G K, integro circulo æquales erunt. Quod eſt abſurdum, cum vterque arcus A C, G K, ſemicirculo ſit 1.huius. minor. Non ergo inæqualia ſunt latera B C, E F, ſed æqualia. Eodemq́ue modo oſtendemus, latera A C, D F, nec non A B, D E, æqualia eſſe. Tria ergo latera trianguli A B C, tribus lateribus trianguli D E F, æqualia ſunt. Quare ſi duo triangula ſphærica, &c. Quod oſtendendum erat.

THEOR. 18. PROPOS. 20.

SI duo triangula ſphærica duos angulos duobus angulis æquales habuerint, vtrumque vtrique, vnumque latus vni lateri æquale, quod æqualibus adiacet angulis: Et reliqua latera reliquis lateribus æqualia, vtrumque vtrique, & reliquum angulum reliquo angulo æqualem habebunt.

DVO triangula ſphærica A B C, D E F, habeant duos angulos B, C, duobus angulis E, F, æquales vtrumque vtrique, & latus B C, lateri E F, æquale, quod æqualibus angulis adiacet. Dico & reliqua latera A B, A C, reliquis lateribus D E, D F, æqualia eſſe, vtrumq; vtrique, & reliquum angulum A, reliquo angulo D. Si enim latera A B, D E, (vt ab his exordiamur.) non ſunt æqualia, ſit A B, maius, & abſcindatur arcus B G, arcui D E, æqualis, & per puncta C, G, arcus circuli maximi ducatur C G. Quoniam igitur latera G B, B C, æqualia ſunt lateribus D E, E F, anguloſque comprehendunt æquales B, E, ex hypotheſi;



1.huius.

20.1.Theo.

7.huius. erunt & anguli B C G, & F, æquales: Sed F, æqualis ponitur ipſi B C A. Igitur & angulus B C G, eidem B C A, æqualis erit, pars toti. Quod eſt abſurdum. Non ergo inæqualia ſunt latera A B, D E, ſed æqualia. Quare cum latera A B, B C, lateribus D E, E F, æqualia ſint, anguloſque comprehendant æquales B, E; erunt & latera A C, D F, æqualia, &

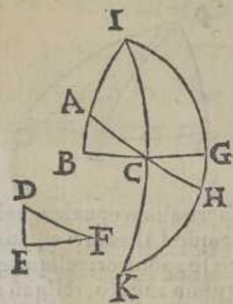
7.huius. anguli A, D, æquales. Quapropter ſi duo triangula ſphærica duos angulos, &c. Quod oſtendendum erat.

THEOR. 19. PROPOS. 21.

SI fuerint duo triangula ſphærica rectangula, habuerintque duos alios angulos æquales, & non rectos, nec non duo latera æqualia, quæ ſub rectis angulis ſubtenduntur: Erunt & duo reliqua latera duobus lateribus æqualia, vtrumque vtrique, & reliquus angulus reliquo angulo æqualis erit.

SINT in duobus triangulis ſphæricis A B C, D E F, anguli B, E, recti, & duo anguli C, F, æquales, & non recti, nec non latera A C, D F, rectos angulos

gulos subtendentia, æqualia. Dico & reliqua latera A B, B C, reliquis lateribus D E, E F, æqualia esse, vtrumque vtrique; Item & reliquos angulos A, D, esse æquales. Productis enim arcubus A C, B C, abscindatur arcus C H, arcui F D, hoc est, arcui C A, & arcus C G, arcui F E, æqualis; & per puncta G, H, describatur arcus G H, maximi circuli. Et quoniã latera C H, C G, æqualia sunt lateribus F D, F E, angulosque continent æquales G C H, & F; (Est enim ex hypothesi angulus F, angulo A C B, æqualis, & A C B, ipsi G C H, ad verticem æqualis,) erunt & bases G H, E D, æquales, & anguli G, H, angulis E, D, æquales; ac propterea, existente angulo E, recto, erit & angulus G, rectus. Ducatur iam per C, & polum arcus B G, in vtramque partem arcus circuli maximi I C K, sitque I, polus arcus B G. Et quia circuli arcuum B A, H G, transeunt quoque per polos eiusdem arcus B G, ob angulos rectos B, G; conuenient arcus B A, G H, protracti cum arcu C I, in polo I. Conueniat quoque arcus G H, ex altera parte cum eodem arcu I C K, in K, puncto, quod alter polus erit arcus B G, cum vterque arcus I C K, I G K, per alterum polum arcus B G, transeat. Erunt igitur tres arcus I B, I C, I G, æquales; propterea quòd rectæ subtensæ illis inter se æquales sunt, ex definitione poli: Similiterque æquales erunt arcus K C, K G. Quoniam verò anguli I C G, I G C, æquales sunt angulis K C G, K G C, cum omnes sint recti; quòd I, polus sit arcus B G; illisque adiacet latus commune C G; erunt latera I C, I G, lateribus K C, K G, æqualia, vtrunque vtrique; ac propterea cum I G, arcus arcui I B, æqualis sit ostensus, erit & arcus K G, eidem arcui I B, æqualis. Et quoniam latera I C, C A, æqualia sunt lateribus K C, C H, (factus enim est arcus C H, arcui A C, æqualis.) angulosque ad verticẽ continent æquales; erunt bases I A, K H, & anguli I A C, K H C, æquales. Ablatis ergo arcubus æqualibus I A, K H, ex arcubus æqualibus I B, K G, & angulis æqualibus I A C, K H C, ex binis ad A, & H, quorum bini duobus rectis æquales sunt; remanebunt & arcus A B, H G, & anguli B A C, G H C, æquales: ostensus est autem arcus H G, arcui D E, & angulus GHC, angulo D, equalis. Igitur & arcus A B, arcui D E, & angulus B A C, angulo D, æqualis erit. Quare cum latera A B, A C, æqualia sint lateribus D E, D F, angulosque complectantur æquales; erunt & arcus B C, E F, æquales. Sunt ergo latera A B, B C, lateribus D E, E F, æqualia, & angulus B A C, angulo D. Quamobrem, si fuerint duo triangula sphærica rectangula, &c. Quod demonstrandum erat.



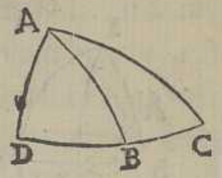
1. huius. 20.1. Theo. 6. huius. 7. huius. 20.1. Theo. 13.1. Theo. Coroll. 10. 1. Theod. 28. tertij. 15.1. Theo. 10. huius. 6. huius. 7. huius. 5. huius. 7. huius.

SCHOLIVM.

DEBENT *autem latera æqualia sub rectis angulis subtendi. Alioquin, si alios angulos subtenderent, nihil certi colligi posset. Sit enim triangulum sphæricum quodcunque* A B C, *habens duo latera* A B, A C, *inæqualia inter se, sed simul semicirculo æqualia: producto verò latere* C B, *ad partes* B, *ducatur per* A, *& polum arcus* C D, *arcus* A D, *circuli maximi secans* C D, *in* D; *eritq; angulus* D, *rectus. Quoniam igitur arcus* A B, A C, *semicirculo sunt æquales, erit angulus* A B D, *angulo* C, *æqua-* 20.1. Theo. 15.1. Theo. 14. huius.

C, æqualis. Itaq; duo triangula ADB, ADC, *angulum rectum* D, *habent communem, & duos angulos* ABD, *&* C, *æquales, & non rectos: (alias latera* AB, AC, *æqualia essent, propter angulos* B, C, *rectos, & æquales:) nec non latus* AD, *æquales angulos non rectos subtendens, commune: Et tamen nec reliqua latera* AB, BD, *reliquis lateribus* AC, CD, *æqualia sunt, vtrumque vtrique, nec reliquus angulus* BAD, *reliquo angulo* CAD, *vt perspicuum est. Hoc autem inde prouenit, quòd latera æqualia non subtendunt rectos angulos, sed latus commune* AD, *angulos æquales non rectos subtendit.*

9. huius.



Error Nicolai Copernici.

QVAMOBREM *decipitur* Nicolaus Copernicus *lib.* 1. *Reuolutionum propos.* 6. *triãgulorũ sphæricorum, vbi dicit.* [Si bina triangula rectum angulum, ac insuper alium equalem habuerint, alterum alteri, vnumq; latus vni lateri æquale, quod alterutri equaliũ angulorum (etiã non recto, vt in demonstratione dicit) opponitur; reliqua quoque latera reliquis lateribus, alterũ alteri, ac angulum angulo, reliquũ reliquo æqualem habebunt.] *Oppositum enim apparuit in triangulis rectangulis* ADB, ADC, *in quibus latus commune* AD, *opponitur angulis æqualibus* ABD, ACD, *non rectis.*

Alius error Nicolai copernici.

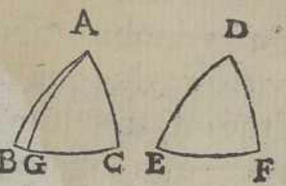
Vnde verum non semper est, quod idem Copernicus docet ibidem propos. 4. *vbi ait.* [In quocunq; triãgulo rectum angulum habente, alius insuper angulus fuerit datus, cum quolibet latere, reliquus etiam angulus cum reliquis lateribus dabitur.] *Quamuis enim angulus rectus* D, *& angulus* ABD, *noti sint, cum latere* AD, *quod angulo noto* ABD, *non recto opponitur, non tamen propterea in cognitionem reliqui anguli, & reliquorum laterum veniemus, cum reliqua latera possint esse vel* AB, BD, *vel* AC, CD, *& reliquus angulus vel* BAD, *vel* CAD, *vt perspicuum est. Oportebit ergo aliquid aliud præterea constare, antequam reliquus angulus cum reliquis lateribus colligatur, vt in scholio propos.* 45. *docebimus.*

THEOR. 20. PROPOS. 22.

SI fuerint duo triangula sphærica, quæ duos angulos habeant duobus angulis æquales, vtrumque vtrique, vnumq; latus vni lateri æquale, quod vni æqualium angulorum subtenditur, duo verò latera subtendẽtia reliquos angulos æquales equalia non sint semicirculo, sed vel maiora, vel minora: Erunt & duo reliqua latera duobus reliquis lateribus æqualia, vtrumque vtrique, & reliquus angulus reliquo angulo æqualis erit.

HABEANT duo triangula sphærica ABC, DEF, duos angulos B, C, duo-

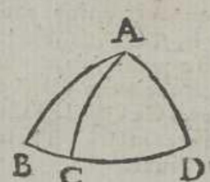
C, duobus angulis E, F, æquales, vtrumque vtrique, & latera A C, D F, subtendentia angulos æquales B, E, inter se æqualia, reliqua verò latera A B, D E, subtendentia alios æquales angulos C, F, non æqualia sint semicirculo, sed vel maiora, vel minora. Dico reliqua latera C B, B A, reliquis lateribus F E, E D, esse æqualia, vtrumque vtrique, & reliquos quoque angulos A, D, esse æquales. Si enim C B, & F E, non sunt æqualia, sit C B, maius, & abscindatur C G, arcus arcui F E, æqualis, & per A, G, arcus circuli maximi ducatur AG. Quoniam igitur latera A C, C G, lateribus D F, F E, æqualia sunt, angulosque continent æquales C, F; erunt & arcus A G, D E, & anguli A G C, & E, æquales: Positus est autem angulus E, angulo B, æqualis. Aequalis igitur est etiam angulus A G C, angulo B; ac propterea arcus A B, A G, semicirculo æquales erunt. Cum ergo arcus A G, arcui D E, ostensus sit æqualis, erunt quoque arcus A B, D E, semicirculo æquales: Ponuntur autem & non æquales semicirculo. Quod est absurdum. Non ergo inæquales sunt arcus C B, F E, sed æquales. Quare cum latera A C, C B, sint æqualia lateribus D F, F E, angulosque æquales contineant C, F; erunt & arcus A B, D E, & anguli B A C, & D, æquales. Si igitur fuerint duo triangula sphærica, &c. Quod demonstrandum erat.



1.huius.
20.1. Theo.
7.huius.
15.huius.
7.huius.

SCHOLIVM.

DIXIMVS, *duo latera subtendentia reliquos angulos æquales, non debere esse æqualia semicirculo. Nam alias propositio vera non esset. Sit enim triangulum sphæricum* A B C, *quodcunq; habens duo latera* A B, A C, *inæqualia inter se, sed simul semicirculo æqualia: Producto autem latere* B C, *vsque ad* D, *ita tamen, vt* B D, *semicirculo sit minor, ducatur per* A, D, *arcus circuli maximi* A D. *Quoniam igitur arcus* A B, A C, *semicirculo æquales sunt, erit angulus* A C D, *angulo* B, *æqualis. Itaq; duo triangula* ABD, A C D; *duos angulos* B, D, *duobus angulis* C, D, *æquales habent, vtrumque vtrique, & latus* A D, *commune, quod æqualibus angulis* B, C, *subtenditur; & tamen neque reliqua latera* A B, B D, *reliquis lateribus* A C, CD, *æqualia sunt, vtrumque vtrique, neque reliquus angulus* B A D, *reliquo angulo* C A D, *vt perspicuum est. Hoc autem ideò contingit, quod latera* A B, A C, *semicirculo sunt æqualia.*



20.1. Theo.
14.huius.

NICOLAVS *ergo Copernicus lib.* 1. *Reuolutionum propos.* 12. *triangulorum sphæricorum hallucinatur, cum docet, omne triangulum sphæricum, cuius duo anguli vtcunque dati fuerint, cum aliquo latere, datorum effici angulorum, & laterum. Nam in triangulo* A C D, *licet duo anguli* D, *&* A C D, *noti sint cum latere* A D, *non tamen ex hoc perueniemus in notitiam reliquorum laterum, & reliqui anguli: cum reliqua latera esse possint vel* A C, C D, *vel* A B, B D, *&c. Oportebit ergo præterea aliquid aliud constare, antequam reliquus angulus, cum reliquis lateribus cognoscatur, vt in scholio propos.* 45. *dicemus.*

Error Nicolai Copernici.

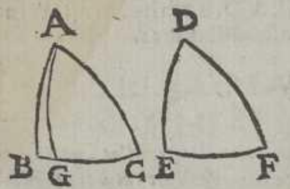
THEOR.

THEOR. 21. PROPOS. 23.

Si fuerint duo triangula sphærica, quæ duos angulos duobus angulis habeant ęquales, vtrumque vtrique, duoque latera duobus lateribus circa reliquum angulum æqualia, vtrumque vtrique, & in reliquo angulo dicto non sit polus reliqui lateris: Erit & reliquum latus reliquo lateri, & reliquus angulus reliquo angulo æqualis.

IN duobus triangulis sphæricis A B C , D E F , sint anguli B , C , angulis E, F, æquales, vterque vtrique, & latera A B , A C , circa reliquum angulum A, æqualia lateribus D E, D F, vtrumque vtrique, non sint autem A, D, poli arcuum B C, E F. Dico & reliqua latera BC, E F, æqualia esse, & reliquos angulos A, D. Si enim arcus B C, EF, non sunt æquales, sit BC, maior, abscindaturque arcus C G, æqualis ipsi F E, & per puncta A, G, arcus maximi circuli describatur A G. Quoniã igitur latera AC, C G, æqualia sũt lateribus D F, F E, angulosq; æquales continent C , F ; erunt & arcus A G, D E, & anguli A G C, & E, æquales : Ponitur autem arcus D E, arcui A B, & angulus E, angulo B, æqualis. Igitur & arcus A G, arcui A B, & angulus A G C, angulo B, æqualis erit; atque adeò, cum A G C, A G B, sint æquales duobus rectis, erũt & B, A G B, duobus rectis æquales: Sunt autem B, & A G B, inter se æquales, ob æqualitatem arcuum A B , A G . Vterque igitur rectus erit ; ac propterea vterque arcus A B, A G, per polum arcus B C, transibit. Est ergo A, polus arcus B C . Quod est absurdum . Ponitur enim non esse . Non igitur inæquales sunt arcus B C, E F, sed æquales ; atque idcirco & anguli B A C, & D, æquales erunt.

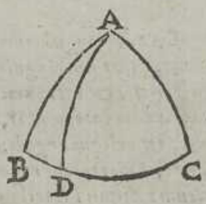
1.huius.
20.1.Theo.
7. huius.
5.huius.
8.huius.
13.1.Theo.
18.huius.



SCHOLIVM.

EST *autem necessaria conditio illa, quòd in reliquo angulo polus non sit reliqui lateris. Falsa enim esset propositio , si in illo angulo polus foret reliqui lateris . Sit enim triangulum sphæricum* A B C, *sitq; in* A , *polus arcus* B C ; & *ex* A , *arcus circuli maximi descendat quicunque* A D , *secans* B C, *in* D . *Erunt igitur anguli ad* B , C , D , *omnes recti , atque omnes tres arcus* A B, A C, A D, *quadrantes . Itaque duo triangula* A B C, A D C, *duos angulos* B, C, *duobus angulis* A D C, & C, *æquales habent, vtrumque vtrique ,* & *duo latera* A B, A C, *duobus lateribus* A D, A C , *circa angulos*

15.1.Theo.
Coroll. 16.
1.Theod.



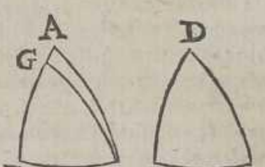
los B A C, D A C, æqualia, vtrumque vtrique, & tamen neque reliqua latera B C, D C, æqualia inter se sunt, neque reliqui anguli B A C, D A C, vt manifestum est. Hoc autem ideo accidit, quòd A, polus sit arcuum B C, D C.

HINC *perspicuum quoque est, copernicũ hallucinari lib.* 1. *Reuolutionum propos.* 12. *cum asserit, omne triangulum sphæricum, cuius duo anguli vtcunque dati fuerint, cum aliquo latere, datorum effici angulorum, & laterum.* Nam *in triangulo A B C, etiamsi dentur duo anguli B, C, cum duobus lateribus A B, A C, (& non cum vno tantum, vt ipse vult) non tamen statim reliquum latus, & reliquus angulus cognoscetur; cum reliquum latus esse posit vel B C, vel D C, & reliquus angulus vel B A C, vel D A C, &c. Aliquid ergo aliud præterea cõstet, necesse est, vt reliquus angulus, cum reliquis lateribus cognoscatur, vt in scholio propos.* 45. *ostẽdemus.* Error Nicolai Copernici.

THEOR. 22. PROPOS. 24.

SI fuerint duo triangula sphærica, quæ vnum angulum vni angulo æqualem habeant, & duo latera duobus lateribus circa alium angulum æqualia vtrumque vtrique, atq; vtrumque reliquorum angulorum vel maiorem recto, vel minorem: Erit & reliquum latus reliquo lateri æquale, & reliqui anguli reliquis angulis æquales, vterque vtrique.

IN duobus triangulis sphæricis A B C, D E F, sint anguli B, E, æquales, & duo latera B C, C A, equalia duobus lateribus E F, F D, vtrumque vtrique, circa angulos C, F, & vterq; angulorũ reliquorum A, D, vel minor sit, vel maior recto. Dico reliqua latera A B, D E, æqualia quoque esse, & reliquos duos angulos A, C, reliquis duobus angulis D, F, vtrũq; vtrique. Si enim latera A B, D E, æqualia non sunt, sit A B, maius, & abscindatur arcus B G, æqualis arcui D E, & per puncta C, G, arcus circuli maximi ducatur C H. Quia igitur latera B G, B C, æqualia sunt lateribus E D, E F, angulosque comprehendunt æquales B, E; erunt & arcus G C, D F, & anguli G, D, æquales: Ponitur autem arcus D F, arcui A C, æqualis. Aequalis igitur erit quoque arcus G C, eidem arcui A C; atque adeò anguli A, & C G A, æquales. Et quoniam anguli duo ad G, sunt æquales duobus rectis, erunt quoque duo anguli B G C, & A, duobus rectis æquales; ac proinde, cum angulus B G C, ostensus sit æqualis angulo D, erunt & duo anguli D, & A, duobus rectis æquales. Quod fieri non potest. Cum enim vterque minor recto ponatur, vel maior, erunt ambo simul vel duobus rectis minores, vel maiores. Non ergo inæqualia sunt latera A B, D E, sed æqualia. Quare

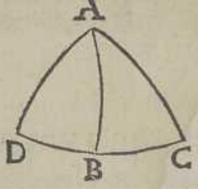


1. huius.
20. 1 Theod.
7. huius.
8. huius.
5. huius.

18.huius. & duo Anguli A, C, duobus angulis D, F, æquales erunt, vterque vtrique. Si fuerint igitur duo triangula, &c. Quod ostendendum erat.

SCHOLIVM.

DIXIMVS, *vtrumque reliquorum angulorum debere esse vel maiorem, vel minorem recto. Nam alias falsa esset propositio. Sit enim triangulum sphæricum*
20.1Theod. *quodcunque* A B C, *habens duo latera* A B, A C, *æqualia: Producto autem latere* C B, *ad* D, *ita vt* C D, *sit arcus semicirculo minor, ducatur per puncta* A, D, *arcus circuli maximi* A D. *Itaque triangula* A D B, A D C, *angulum angulo æqualem habẽt, nempe* D, *communem, & duo latera* A D, A B, *æqualia duobus lateribus* A D, A C, *vtrumque vtrique; & tamen reliqua latera* D B, D C, *æqualia non sunt, nec reliqui anguli* D A B, D A C, *immo neque anguli* A B D, A C D, *nisi vterqꝫ rectus sit, vt demonstrabimus.* Hoc autem ideò *euenit, quòd non vterque angulus* A B D, A C D, *maior est vel minor recto, sed vel vterq; rectus, vel vnus maior recto, & alter minor: quod ita ostendemus. Sit primum angulus* A B D, *rectus. Dico &* C, *rectum esse. Recto enim existente angulo* A B D, *erit &* A B C, *rectus;*



5.huius. *quòd ambo anguli ad* B, *æquales sint duobus rectis: sed hic æqualis est angulo* C, *ob*
8.huius. *æqualitatem laterum* A B, A C. *Igitur &* C, *rectus erit.*

SIT *deinde angulus* A B D, *maior recto. Dico* C, *minorem esse recto. Cum enim*
5.huius. A B D, *sit recto maior, erit* A B C, *minor recto, cum ambo duobus rectis sint æquales.*
8.huius. *Igitur & angulus* C, *qui æqualis est angulo* A B C, *recto minor erit.*

SIT *tandem angulus* A B D, *minor recto. Dico* C, *esse recto maiorem. Cum enim* A B D, *sit minor recto, erit* A B C, *hoc est, sibi æqualis* C, *maior recto.*

Error Nicolai Copernici. HINC *manifestum est, propositionem* 8. *Nicolai Copernici de sphæricis triangulis, lib.* 1. *Reuolutionum falsam esse, quo ad eam partem, in qua dicit.* Si bina triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, alterum alteri, & angulum angulo æqualem, qui ad basim fuerit; basim quoque basi, ac reliquos angulos reliquis angulis habebunt æquales. *Hoc enim verum non est, nisi ponatur vterque reliquorum angulorum ad basim vel maior recto, vel minor. In triangulis enim propositis* A D B, A D C, *sunt duo latera* A D, A B, *duobus lateribus* A D, A C, *æqualia, angulusq; D, communis est super bases* D B, D C; *& tamen bases non sunt æquales, ob causam dictam.*

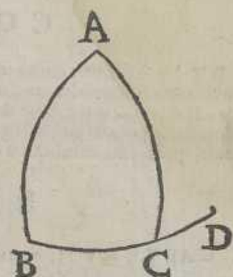
Alius error Nicolai Copernici. VNDE *errat idem Nicolaus in eodem libro propos.* 11. *vbi ait.* Omne triangulum, cuius duo latera fuerint data cum aliquo angulo, datorum efficitur angulorum, & laterum. *Nam etiamsi latera* A D, A B, *nota sint cum angulo* D, *non tamen inde in notitiam alterius lateris, & aliorum angulorum perueniemus, cum reliquum latus possit esse vel* D B, *vel* D C, *&c. Necesse est ergo aliud quippiam præterea constare, antequam reliquum latus, cum reliquis angulis notum efficiatur, vt in Scholio propos.* 45. *perspicuum faciemus.*

THEOR. 23. PROPOS. 25.

IN omni triangulo sphærico Isoscele, si duo latera

latera æqualia ſint quadrantes, erunt duo anguli æquales ſuper baſim recti: ſi verò vtrumque quadrante minus ſit, acuti: ſi denique maius quadrante, obtuſi. Et ſi duo anguli æquales ad baſim ſint recti, erunt duo latera æqualia, quadrantes: ſi verò acuti, vtrumque quadrante minus erit: ſi denique obtuſi, vtrumque quadrante maius.

IN triangulo ſphærico Iſoſcele A B C, ſint primum duo arcus æquales A B, A C, quadrantes. Dico æquales angulos B, C, ad baſim eſſe rectos. Cum enim vterque arcus A B, A C, quadrans ſit, erunt ambo ſimul ſemicirculo æquales. Quare producto arcu B C, ad D, angulus A C D, æqualis erit angulo B: ſed angulus B, angulo A C B, æqualis eſt. Igitur & angulus, A C D, angulo A C B, æqualis erit; atque adeò, cum duo anguli ad C, duobus rectis ęquales ſint, erit vterque angulus ad C, rectus. Quare & angulus B, qui recto A C B, æqualis eſt, rectus erit. Quod eſt propoſitum. 14. huius. 8. huius. 5. huius. 8. huius.



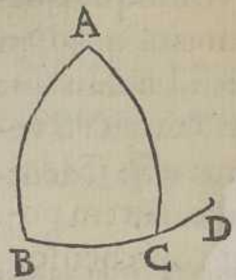
SIT deinde vterque arcuum A B, A C, æqualium quadrante minor. Dico angulos B, C, æquales eſſe acutos. Cum enim vterque arcus A B, AC, quadrante minor ſit, erunt ambo ſimul ſemicirculo minores. Quare angulus A C D, maior erit angulo B, hoc eſt, angulo A C B; cum anguli B, & A C B, æquales ſint. Cum ergo duo anguli ad C, æquales ſint duobus rectis, erit angulus A C B, recto minor; atque adeo angulus B, qui ei æqualis eſt, recto quoq; minor erit. Sunt ergo duo anguli B, & A C B, acuti. Quod eſt propoſitum. 14. huius. 8. huius. 5. huius. 8. huius.

SIT poſtremo vterque arcuum A B, A C, quadrante maior. Dico angulos æquales, B, C, eſſe obtuſos. Cum enim vterque arcus A B, A C, maior ſit quadrante, erunt ambo maiores ſemicirculo. Quare angulus A C D, minor erit angulo B, hoc eſt, angulo A C B, qui angulo B, æqualis eſt. Cum ergo duo anguli ad C, duobus rectis ſint æquales, erit angulus A C B, recto maior, hoc eſt, obtuſus; atque idcirco & angulus B, qui ei æqualis eſt, obtuſus erit. Quod eſt propoſitum. 14. huius. 8. huius. 5. huius. 8. huius.

SED iam vterque angulorum æqualium B, C, ſit rectus. Dico vtrumque arcum A B, A C, quadrantem eſſe. Cum enim A C B, rectus ſit, & duo anguli ad C, æquales duobus rectis, erit quoque A C D, rectus, ac proinde recto B, æqualis. Sunt ergo duo arcus A B, A C, ſimul ſemicirculo æquales, ac propterea cum ipſi æquales ponantur, vterq; quadrans erit. Quod eſt propoſitũ. 5. huius. 15. huius.

DEINDE vterque angulorum B, C, ſit acutus. Dico vtrumque arcum A B, A C, quadrante minorem eſſe. Cum enim duo anguli ad C, æquales duo- 5. huius.

bus rectis ſint, & A C B, ponatur recto minor; erit A C D, recto maior; ac propterea maior, quam B, qui recto etiam minor ponitur. Sunt ergo arcus A B, A C, ſimul ſemicirculo minores; atque idcirco, cum ipſi ſint æquales, vterque quadrante minor erit. Quod eſt propoſitum.



15. huius.

5. huius.

15. huius.

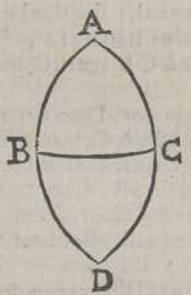
POSTREMO ſit vterque angulorum B, C, obtuſus. Dico utrumque arcum A B, A C, maiorem eſſe quadrante. Cum enim duo anguli ad C, ſint æquales duobus rectis, & A C B, ponatur maior recto, erit A C D, recto minor, atque idcirco minor angulo B, qui recto quoque maior ponitur. Arcus ergo A B, A C, ſimul maiores ſunt ſemicirculo; atque adeò, cum ipſi æquales ſint, erit uterq; quadrante maior. Quod eſt propoſitum. In omni ergo triangulo ſphærico Iſoſcele, &c. Quod demonſtrandum erat.

COROLLARIVM.

EX his ſequitur, omne triangulum ſphæricum æquilaterum, ſeu æquiangulum, ſi ſingula latera ſint quadrantes, habere ſingulos angulos rectos: ſi verò quadrante minora, acutos. Si denique quadrante maiora, obtuſos. Et omne triangulum ſphæricum æquiangulum, ſeu æquilaterum, ſi ſinguli anguli ſint recti, habere ſingula latera quadrantes: Si verò acuti, quadrante minora: ſi denique obtuſi, quadrante maiora.

SCHOLIVM.

CAETERVM, *quando duo latera trianguli ſphærici ſunt quadrãtes, vtrumque angulum ad baſim eſſe rectum: Et ſi vterque angulus ad baſim rectus eſt, vtrumque latus eſſe quadrantem, demonſtrari etiam poterit hac ratione.*



11.1.Theod.

Schol. 9.
2.Theod.

15.1 Theod.

SINT *in triangulo* A B C, *quadrantes* A B, A C. *Dico angulos* B, C, *eſſe rectos. Productis enim arcubus* A B, A C, *donec coëant in* D, *vt ſint* A B D, A C D, *ſemicirculi; erunt quoque arcus* D B, D C, *quadrantes; atque adeo vterque arcus* A B D, A C D, *bifariam diuidetur ab arcu* B C, *in punctis* B, *&* C. *Igitur arcus* B C, *per polos arcuum* A B, A C, *tranſibit; atque idcirco rectos angulos ad* B, *&* C, *efficiet.*

13.1.Theod.

11.1.Theod.

9 1.Theod.

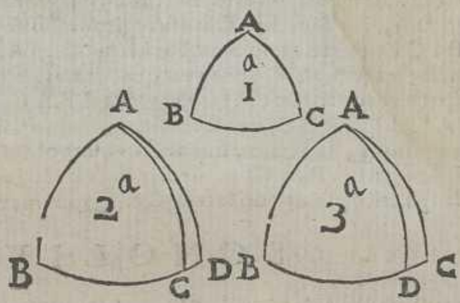
VERVM *iam anguli* B, C, *recti ſint. Dico latera* A B, A C, *quadrantes eſſe. cum enim anguli* B, C, *ſint recti, tranſibit arcus* B C, *per polos arcuum* A B D, A C D, *qui quidem ſemicirculi ſunt; atque adeò vtrumque bifariam ſecabit in* B, C. *Sunt ergo arcus* A B, A C, D B, D C, *quadrantes. Quod demonſtrandum erat.*

THEOR. 24. PROPOS. 26.

IN omni triangulo Iſoſcele ſphærico, cuius duo

duo latera æqualia sint quadrantes, si angulus sub ipsis comprehensus fuerit rectus, erit basis quadrans: Si verò acutus, quadrante minor: Si denique obtusus, quadrante maior. Et si basis fuerit quadrans, erit angulus sub lateribus comprehensus, rectus: Si verò minor quadrante, acutus: Si denique maior quadrãte, obtusus. Semper autem polus basis erit in angulo sub lateribus cõprehenso.

IN triangulo sphærico Isoscele A B C, sint latera A B, A C, quadrantes, & primum angulus A, sit rectus, vt in prima figura. Dico basim B C, quadrantem esse. Cum enim A B, A C, sint quadrãtes, erunt anguli B, C, recti. Quare omnes arcus erunt quadrantes. Quadrans ergo est B C. Quod est propositum. 25.huius. Corollar. 25.huius.



SIT deinde angulus A, acutus, vt in secunda figura. Dico basim B C, minorem esse quadrante. Ducto enim per A, & polum arcus A B, arcu circuli maximi A D, erit angulus B A D, rectus, atque adeo maior acuto angulo B A C. Occurret ergo A D, arcus arcui B C, producto, nempe in puncto D. Quoniam igitur in triangulo A B C, vterque angulus B, C, rectus est, erunt in triangulo A B D, duo anguli recti B, & D A B, ideoque æquales; ac propterea & arcus D A, D B, æquales erunt. Quare Isosceles est D A B, habens ad basim A B, duos angulos rectos; ac proinde vterque arcus A D, B D, quadrans est. Igitur B C, quadrante erit minor. Quod est propositum. 20.1 Theod. 15.1 Theod. 25. huius. 9. huius. 25 huius.

TERTIO sit angulus A, obtusus, vt in tertia figura. Dico basim B C, esse quadrante maiorem. Ducto enim per A, & polum arcus A B, arcu circuli maximi A D, erit angulus D A B, rectus; atque adeo minor obtuso angulo B A C. Occurret ergo arcus A D, arcui B C, intra triangulum, nempe in puncto D. Quoniam ergo in triangulo A B C, rectus est vterque angulus B, C, erunt in triangulo D A B, duo anguli ad basim A B, recti, & propterea æquales; atque idcirco & arcus A D, B D, æquales. Quare Isosceles est D A B, habens ad basim A B, duos angulos rectos. Vterque igitur arcus A D, B D, quadrans est, ideoque B C, quadrante maior. Quod est propositum. 20.1 Theod. 15.1 Theod. 25.huius. 9 huius. 25,huius.

SED iam basis B C, quadrans sit, vt in eadem prima figura. Dico angulum A, rectum esse. Quoniam enim duo arcus C A, C B, quadrantes sunt, 25.huius.

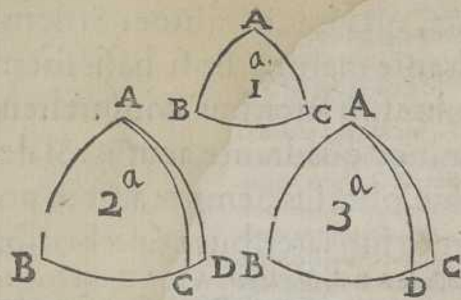
erit

erit vterque angulus A, B, rectus. Rectus igitur est angulus. A.

SIT deinde basis B C, quadrante minor. Dico angulum B A C, esse acutum. Producto enim arcu B C, ad D, vt sit B D, quadrans, ducatur per puncta A, D, arcus A D, circuli maximi. Quoniã igitur duo arcus B A, B D, quadrãtes sunt, erit vterque angulus D, & D A B, rectus. Acutus igitur est angulus B A C.

20.1 Theod.

25.huius.



SIT tãdem basis B C, maior quadrante. Dico angulum B A C, obtusum esse. Abscindatur B D, arcus æqualis quadrãti A B; & per puncta A, D, arcus circuli maximi describatur A D. Et quia duo arcus B A, B D, quadrantes sunt, erit vterque angulus B D A, D A B, rectus. Obtusus igitur est B A C, angulus.

1. huius.

20.1 Theod.

25.huius.

DICO præterea, in omnibus his punctum A, polum esse basis B C. Cum enim latera A B, A C, ponantur quadrantes, erit vterque angulus ad basim B C, rectus; ac propterea vterque arcus A B, A C, per polum arcus B C, transibit. Siue igitur B C, quadrans sit, siue minor, siue maior quadrante; Et siue angulus A, sit rectus, siue acutus, siue obtusus, semper punctum A, vbi coëunt arcus A B, A C, polus erit basis B C. In omni igitur triangulo Isoscele sphærico, cuius duo latera, &c. Quod erat ostendendum.

25.huius.

13.1 Theod.

SCHOLIVM.

IMMO *in omni triangulo sphærico habente duos angulos rectos, demonstrabimus eodem modo, in concursu duorum laterum, quæ rectos subtendunt angulos, reliqui lateris, quod rectis angulis adiacet, polum esse, etiamsi nondum sciatur, duo illa latera esse quadrantes. Sint enim in triangulo sphærico* A B C, *duo anguli recti* B, C. *Dico* A, *polum esse arcus* B C; *Nam vterque arcus* A B, A C, *per polum arcus* B C, *transibit; ac propterea* A, *polus erit arcus* B C.

13.1.Theod.

VERVM *est tamen, duos arcus* A B, A C, *esse semper quadrantes, propter angulos rectos* B, C.

25.huius.

THEOR. 25. PROPOS. 27.

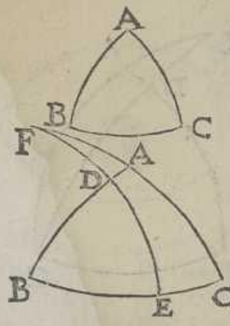
IN omni triangulo sphærico, cuius omnes arcus sint quadrante maiores, vel vnus quadrans, & reliqui duo quadrante maiores, omnes tres anguli sunt obtusi.

IN

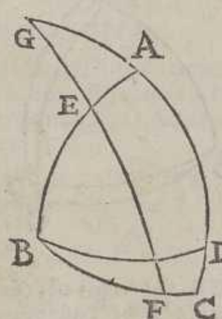
IN triangulo sphærico A B C, sint primum singula latera quadrante maiora. Dico tres angulos A, B, C, esse obtusos. Aut enim triangulum æquilaterum est, aut Isosceles, aut Scalenum.

SI æquilaterum, perspicuum est, tres angulos esse obtusos.

SI vero est Isosceles, habens duo latera A B, Corollar.
A C, æqualia, erunt duo anguli B, C, ad basim ob- 25.huius.
tusi. Sint quadrantes B D, B E, & per puncta 25.huius.
D, E, arcus circuli maximi ducatur E D, conue- 20.1 Theod.
niens cum arcu C A, protracto in F. Quoniam igi-
tur B D, B E, quadrantes sunt, & angulus B, osten-
sus est obtusus, erit D E, arcus quadrante maior, 26.huius.
& anguli B D E, B E D, recti: Ponitur autem & 25.huius.
arcus A C, quadrante maior. Igitur arcus D E,
A C, simul semicirculo maiores sunt; ac propte-
rea arcus F D, F A, simul minores semicirculo, cum
arcus F E, F C, integro circulo simul sint mino-
res; cum vterque arcus minor sit semicirculo. An- 2.huius.
gulus igitur F D B, maior est angulo F A D: Est autem angulus F D B, rectus; 14.huius.
quòd anguli F D B, B D E, duobus rectis æquales sint, & B D E, rectus osten- 5.huius.
sus. Ergo F A D, acutus est; ac proinde, cum F A D, D A C, æquales sint duo- 5.huius.
bus rectis, angulus B A C, obtusus erit: ostensi sunt autem & anguli B, C,
obtusi. Omnes ergo tres anguli A, B, C, obtusi sunt.

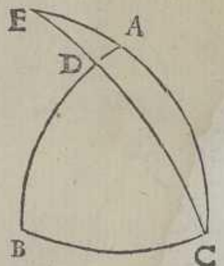


SI denique triangulum A B C, est Scalenum, sit latus A C, latere A B,
maius, & abscindatur arcus A D, arcui A B, æqualis; eritque adhuc arcus A D,
quadrante maior, quòd & arcus A B, cui æqualis est, maior ponatur quadran- 1.huius.
te. Si igitur per puncta B, D, ducatur arcus B D, circuli maximi, erit vterq; 20.1 Theod.
angulus A D B, A B D, obtusus. Multo ergo ma-
gis obtusus erit angulus A B C. Sint quadrantes 25.huius.
B E, B F, & per puncta E, F, ducatur arcus E F,
circuli maximi, coiens cum arcu C A, producto in 20.1 Theod.
G. Quoniã igitur B E, B F, quadrantes sunt, erunt
anguli ad E, & F, recti; & cum angulus E B F, osten- 25.huius.
sus sit obtusus, erit arcus E F, quadrante maior: 26.huius.
Ponitur autem & arcus A C, quadrante maior.
Igitur arcus E F, A C, simul semicirculo sunt ma-
iores; & idcirco multo magis F G, C G, maiores
erũt semicirculo. Angulus ergo B F G, quem osten-
dimus esse rectum, minor est angulo B C G; ac pro- 14.huius.
pterea angulus C, obtusus erit. Et quoniam arcus
F G, C G, simul integro sunt circulo minores;
quòd vterque semicirculo minor sit; & E F, A C,
simul semicirculo maiores; erunt arcus G E, G A, simul semicirculo mino- 2.huius.
res; ac proinde angulus G E B, maior erit angulo G A B. Cum ergo angu- 14.huius.
lus G E B, rectus sit, quòd duo anguli ad E, duobus sint rectis æquales, & an- 5.huius.
gulus B E F, ostensus sit rectus; erit angulus G A B, acutus. Quapropter cum
G A B, B A C, æquales sint duobus rectis, erit B A C, obtusus. Sunt autem duo 5.huius.
etiam anguli A B C, & C, ostensi obtusi. Tres ergo anguli A, B, C, trianguli
A B C, obtusi sunt. Quod est propositum.



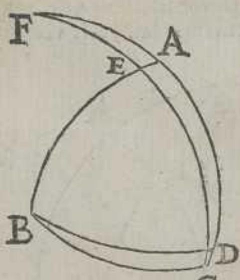
SINT

SINT iam in eodem triangulo A B C, duo arcus A B, A C, quadrante quidem maiores, at B C, quadrans. Aut igitur arcus A B, A C, æquales ſunt,
25.huius. aut inæquales. Si æquales, erunt duo anguli B, C, obtuſi. Sit quadrans B D,
20.1Theod. & per puncta C, D, arcus C D, maximi circuli ducatur conueniens cum arcu C A, protracto in E.



Quia igitur arcus B C, B D, quadrantes ſunt, erũt
25.huius. anguli D, & B C D, recti; & arcus C D, propter angulum B, quem obtuſum eſſe oſtendimus, qua-
26.huius. drante maior: Ponitur autem & arcus A C, quadrante maior. Igitur arcus C D, C A, ſimul maiores ſunt ſemicirculo; ac propterea, cum arcus C D E, C A E, circulum conficiant, (quòd vterque
11.1.Theod. que ſemicirculus ſit.) erunt arcus E D, E A, ſemicirculo minores. Quare angulus E D B, qui rectus
5.huius. eſt, (quòd duo anguli ad D, æquales ſint duobus rectis, & angulus B D C, oſtenſus ſit rectus.) maior
14.huius. erit angulo E A D; atque adeo E A D, acutus erit.
5.huius. Cum ergo anguli E A D, D A C, duobus rectis ſint æquales, erit B A C, obtuſus. Sunt etiam anguli B, C, demonſtrati obtuſi. Tres igitur anguli A, B, C, trianguli A B C, obtuſi ſunt.

SI verò A B, A C, latera, quæ quadrante maiora ſunt, non ſunt æqualia,
1.huius. ſit maius A C; & abſcindatur arcus A D, æqualis arcui A B; & per puncta B,
20.1Theod. D, tranſeat arcus B D, circuli maximi: eritque adhuc arcus A D, maior quadrante, cum ei æqualis A B, maior etiam ponatur.
25. huius. Anguli igitur A D B, A B D, obtuſi ſunt. Multo
20.1Theod. ergo magis obtuſus erit angulus A B C. Sit quadrans B E, & per puncta C, E, tranſeat arcus C E, circuli maximi occurrens arcui C A, producto in F. Quoniam igitur quadrantes ſunt B E, B C, &



26. huius. angulus E B C, oſtẽſus eſt obtuſus, erit arcus E C,
25.huius. maior quadrãte, ſed anguli E, & B C E, recti erunt. Angulus ergo A C B, obtuſus erit. Et quoniam arcus C E, oſtenſus eſt quadrante maior, & arcus A C, maior etiam ponitur, quam quadrans; erunt arcus C E, C A, ſimul ſemicirculo maiores. Cũ ergo arcus C E F, C A F, integro circulo æquales ſint,
11.1.Theod. quòd vterque ſit ſemicirculus, erũt arcus F E, F A, ſimul ſemicirculo minores. Quamobrem angulus
5.huius. F E B, qui rectus eſt, (ſunt enim duo anguli ad E, duobus rectis æquales, &
14.huius. angulus B E C, oſtenſus eſt rectus.) maior erit angulo F A E. Acutus ergo eſt
5.huius. angulus F A E; ac propterea, cum duo anguli ad A, ſint æquales duobus rectis, angulus B A C, obtuſus erit. Sunt autem etiam oſtenſi obtuſi anguli A B C, A C B. Tres igitur anguli in triangulo A B C, obtuſi ſunt. In omni ergo triangulo ſphærico, cuius omnes arcus, &c. Quod erat demonſtrandum.

SCHOLIVM.

HAEC *propoſitio non conuertitur: Non enim omne triangulum ſphæricum, cuius omnes anguli ſunt obtuſi, neceſſario habet omnes arcus quadrante maiores, vel*

duos

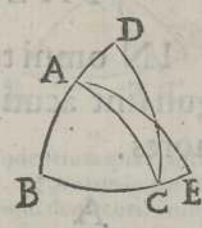
duos quidem maiores quadrante, & vnum quadranti æqualem: Sed possunt esse duo quidem quadrante maiores, reliquus verò quadrante minor. Sint enim duo semicirculi in superficie sphæræ continentes angulos A, C, obtusos. Si igitur accipiantur duo arcus æquales A B, A D, quorum vterque maior sit sesquialtero quadrante, ita vt ambo simul tres quadrantes superent; describatur autem per puncta B, D, arcus circuli maximi B D; erit hic arcus B D, quadrante minor. Cum enim tres arcus A B, A D, B D, integro circulo minores sint, ponãtur autem duo arcus A B, A D, tribus quadrantibus maiores; erit necessario tertius arcus B D, minor quadrãte: Alias, si quadrans esset, aut maior quadrante, superarent tres arcus trianguli A B C, integrum circulum. Quoniam igitur duo anguli B, & D, in triangulo A B D, obtusi sunt, necnon & tertius angulus A, obtusus quoque, ex hypothesi; erunt omnes tres anguli A, B, D, obtusi: & tamen neque omnes arcus sunt quadrante maiores; neque duo tantum, & tertius quadrans: sed duo quidem A B, A D, quadrante maiores sunt, at tertius arcus B D, quadrante minor, vt ostendimus.

20.1 Theod.
4. huius.
25. huius.

THEOR. 26. PROPOS. 28.

IN omni triangulo sphærico rectangulo, cuius omnes arcus sint quadrante minores, reliqui duo anguli acuti sunt. Et si reliqui duo anguli sint acuti, erunt singuli arcus quadrante minores.

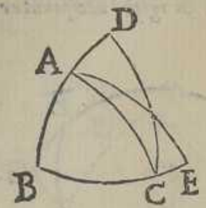
IN triangulo sphærico A B C, sit angulus B, rectus, & singuli arcus quadrante minores. Dico reliquos angulos A, C, esse acutos. Producantur enim arcus B A, B C, vt sint quadrantes B D, B E; & per puncta C, D, arcus maximi circuli ducatur C D, necnon per puncta A, E, arcus circuli maximi A E. Et quoniam quadrans B D, ob angulum rectum B, per polos arcus B C, transit, abestq; polus circuli maximi quadrãte circuli maximi ab eo, erit D, polus arcus B C. Igitur erit angulus B C D, rectus; ac propterea angulus A C B, acutus. Eodem modo, quia quadrans B E, ob angulum rectum B, per polos arcus A B, transit, abestq; polus circuli maximi quadrante maximi circuli ab eo, erit E, polus arcus A B. Igitar angulus E A B, rectus erit; ac proinde B A C, acutus. 20.1 Theod. 13.1 Theod. Coroll. 16. 1. Theod. 15.1 Theod. 13.1 Theod. Coroll. 16. 1. Theod. 15.1 Theod.



SED iam in eodem triangulo A B C, angulus B, rectus sit, & reliqui A, C, acuti. Dico singulos arcus esse quadrante minores. Fiant enim recti anguli B C D, B A E. Quia igitur vterque angulus B, B C D, rectus est, erit vterque arcus B D, C D, quadrans. Arcus igitur B A, quadrante minor est. Eodem modo arcus BC, minor erit quadrante; propterea quòd & arcus B E, A E, 25. huius. 25. huius.

Bbb qua-

quadrantes sunt, ob angulos rectos B, B A E. Sed & arcum A C, minorem esse quadrante, ita ostendemus. Quoniam arcus B E, ducitur per E, polum arcus B D; (ostendemus enim E, esse polum arcus A B, vt supra, cum B E, quadrans sit, rectusque ad arcum A B.) erit punctum C, intra peripheriam circuli arcus B D, in superficie sphæræ, & præter eiusdem polum. Quare arcus C A, minor erit arcu C D: At C D, ostensus est esse quadrans. Igitur A C, quadrante minor erit. Omnes ergo arcus trianguli A B C, quadrante sunt minores. Quocirca in omni triangulo sphærico rectangulo, &c. Quod ostendendum erat.



Schol. 21. 2. Theod.

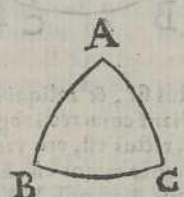
SCHOLIVM.

PRIMA *pars huius propositionis vera quoque est, si solum vterque arcus circa angulum rectum ponatur quadrante minor, etiamsi ignoretur, reliquum arcum, qui rectum angulum subtendit, minorem esse quadrante.* Id *quod liquido constat ex demonstratione prioris partis. Ostensum est enim, angulos* B A C, B C A, *esse acutos, ex eo solum, quòd vterque arcus* B A, B C, *quadrante minor ponatur, nulla facta mentione arcus* A C. *Erit tamen semper arcus rectum angulum subtendens quadrante minor, si duo arcus rectum angulum continentes quadrante minores sint, vt ex demonstratione manifestum est. Nam cum ex eo, quòd arcus* B A, B C, *minores sint quadrante, anguli* A, C, *acuti sint, vt in priore parte demonstratum est, fit, vt & arcus* A C, *minor sit quadrante, vt in parte posteriori est ostensum. Itaque proponi poterit etiam huiusmodi* Theorema.

IN omni triangulo sphærico rectangulo, cuius duo arcus rectum angulum comprehendentes quadrante sint minores, erit & arcus angulum rectum subtendens quadrante minor.

THEOR. 27. PROPOS. 29.

IN omni triangulo sphærico, cuius omnes anguli sint acuti, arcus singuli quadrante sunt minores.



IN triangulo sphærico A B C, sint omnes anguli acuti. Dico singulos arcus quadrante minores esse. Sint enim primum omnes anguli acuti æquales. Quo posito, erunt singuli arcus quadrante minores, vt supra demonstratum est.

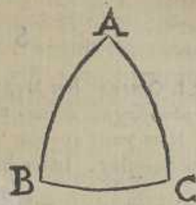
Corollar. 25. huius.

DEINDE sint duo tantum anguli acuti æquales B, C; & A, minor vtroque illorum. Erit igitur vterque arcus A B, A C, minor quadrante.

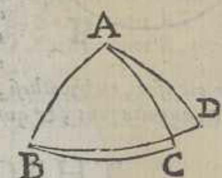
25. huius.

Et

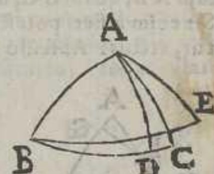
Et quia angulus B, maior ponitur angulo A, erit arcus A C, maior arcu B C. Cum igitur arcus A C, ostensus sit quadrante minor, erit multo magis arcus B C, minor quadrante. 11.huius.



TERTIO sint duo tantum anguli acuti iterum æquales B, C; & A, acutus vtroque illorum maior. Erit igitur rursus vterque arcus A B, A C, quadrante minor. Dico & 25.huius.
B C, quadrante esse minorem. Fiat enim angulus rectus B A D, sitque arcus A D, vtrique arcuum A B, A C, æqualis; & per puncta B, D, describatur arcus circuli maximi B D. 20.1 Theod. Quoniam igitur vterque arcus A B, A C, ostensus est quadrante minor erit & A D, minor quadrante. Vterque ergo angulus A B D, & D, acutus est. 25.huius. Quare cum in triangulo A B D, angulus B A D, rectus sit, & reliqui acuti erunt omnes arcus quadrante minores. 28.huius. Arcus igitur B D, quadrante minor est: At quia latera A B, A C, lateribus A B, A D, æqualia sunt, estque angulus B A D, angulo B A C, maior; erit & basis B D, base B C, maior: 12.huius. Ostensus est autem arcus B D, quadrante minor. Multo ergo minor quadrante erit arcus B C. Omnes ergo tres arcus trianguli A B C, quadrante sunt minores.



POSTREMO sint omnes anguli acuti A, B, C, inæquales; & sit A, omniũ maximus. Erit igitur propterea arcus B C, maior vtrouis arcuũ A B, A C. 11. huius. Sit quoque angulus C, maior angulo B; eritque propterea arcus A B, maior arcu A C. 11. huius. Quoniam igitur arcus B C, maior est arcu A B, & A B, maior, quam A C; abscindatur arcus B D, æqualis arcui A B, & per puncta A, D, ducatur arcus A D, circuli maximi: eruntque anguli B A D, B D A, æquales: 8. huius. Est autem angulus B A D, acutus, cum pars sit anguli acuti B A C. Igitur & angulus B D A, acutus erit. Vterque igitur arcus A B, B D, quadrante est minor. 25.huius. Multo igitur magis arcus A C, qui minor est arcu A B, minor erit quadrante. Dico & arcum B C, quadrante minorem esse. Fiat enim angulus B A E, rectus, & arcus A E, arcui A C, æqualis, ac per puncta B, E, describatur arcus B E, maximi circuli. 20.1 Theod. Et quia arcus A C, ostensus est minor quadrante, erit & A E, minor quadrante. In triangulo ergo A B E, angulus B A E, rectus est, & vterque arcuum ipsum comprehendentium quadrante minor. Igitur reliqui anguli A B E, A E B, acuti sunt. Schol. 28. huius. Quoniam igitur in eodem triangulo A B E, angulus B A E, rectus est, & reliqui duo acuti, erunt omnes arcus quadrante minores. 28. huius. Arcus ergo B E, minor est quadrante. Quoniam vero duo latera A B, A E, duobus lateribus A B, A C, æqualia sunt, estque angulus B A E, maior angulo B A C; erit & basis B E, base C E, maior: 12.huius. Ostensus est autem arcus B E, minor quadrante. Multo igitur minor quadrante erit arcus B C. Tres ergo arcus trianguli A B C, quadrante sunt minores. Quamobrẽ, In omni triangulo sphærico, cuius, &c. Quod demonstrandũ erat.

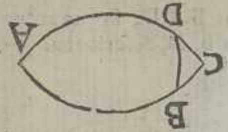


SCHOLIVM.

PORRO neque hæc propoſitio conuerti poteſt. Non enim omne triangulum ſphæricum, cuius ſinguli arcus quadrante ſunt minores, neceſſario habet omnes angulos acutos. Nam vnus angulus poteſt eſſe rectus, & reliqui duo acuti, vt ex propoſ. præcedenti conſtat. Immo & vnus poteſt eſſe obtuſus, & reliqui acuti. Sint enim duo ſemicirculi ABC, ADC, continentes angulos A, C, obtuſos, accipianturq; duo arcus æquales AB, AD, quorum vterque ſeſquialterum quadrantem ſuperet, &

20.1 Theod. *per puncta B, D, arcus circuli maximi deſcribatur BD, qui minor erit quadrante, vt in ſcholio propoſ. 27. oſtendimus. Erunt igitur in triangulo BCD, tres arcus BC, CD, BD, ſinguli quadrante minores, & tamen non omnes anguli in triangulo BCD, acuti ſunt, ſed C, quidem obtuſus, ex hypotheſi, at verò B, D, acuti, propterea quòd duo latera CB,*

25. huius. *CD, æqualia ſunt, & quadrante minora.*



THEOR. 28. PROPOS. 30.

IN quolibet triangulo ſphærico, cuius vnus quidem arcus quadrante maior ſit, reliquorum verò vterque quadrante minor, nullus angulorum rectus erit.

IN triangulo ſphærico ABC, ſit quidem arcus AC, quadrante maior, at tam AB, quam BC, minor quadrante. Dico nullum angulorum eſſe rectum. Sit enim ſi fieri poteſt, angulus B, qui arcui AC, quadrante maiori opponitur, rectus. Abſciſſo igitur AD, quadrante, & producto arcu AB, ad E, vt AE, ſit etiam quadrans, & per puncta D, E, arcu DE,

20.1 Theod. circuli maximi deſcripto, qui arcum BC, ſecet in

25. huius. F; erit vterque angulus D, E, rectus: Ponitur autem & angulus ABC, rectus, hoc eſt, EBC; ſunt enim

5. huius. duo anguli ad B, duobus rectis æquales. Vterque igi-

25. huius. tur arcus EF, BF, quadrans erit, atque adeo arcus BC, maior quadrante. quod eſt abſurdum, cum ponatur quadrante minor. Non ergo angulus B, rectus eſſe poteſt.

QVOD ſi angulus C, rectus eſſe dicatur, erit, ſi eadem fiat conſtructio, eodem modo vterque arcus

25. huius. DF, CF, quadrans: (Nam & angulus CDF, rectus eſt, cum vterque D, E,

25. huius. rectus ſit, ob quadrantes AD, AE.) atque adeo arcus BC, quadrante maior. quod eſt contra hypotheſim.

SI denique angulus A, rectus concedatur, ſi ex arcu CA, abſcindatur qua-

quadrans C G, & arcus C B, producatur vſque ad H, vt & C H, quadrans ſit, deſcribaturque per puncta G, H, arcus circuli maximi G H, ſecans arcum A B, in I; erit vterque angulus G, H, rectus. Cum ergo & angulus A, ponatur rectus, erunt in triangulo A G I, duo anguli A, G, recti. Quare vterque arcus A I, G I, quadrans eſt; atque adeo arcus A B, quadrante maior. quod eſt contra hypotheſim. 20.1 Theod. 25. huius. 25. huius.

POSSVMVS tamen aliter demonſtrare, angulum A, non poſſe eſſe rectum, licet non abſcindatur quadrans C G, &c. Si enim angulus A, rectus concedatur, erit arcus D E, quadrans. Cum ergo & E A, quadrans ſit, erit vterque angulus A, D, rectus; & E, polus arcus A C, propterea quòd vterque arcus D E, A E, per polum arcus A D, tranſit, ob angulos rectos A, D. Eodem modo D, polus erit arcus A B. Quoniam igitur punctum F, eſt intra peripheriam circuli A B, & præter eius polum, duciturque arcus F E, per polum circuli A B, nempe per D, erit arcus F B, maior arcu F E. Eadem ratione arcus F C, maior erit arcu F D, cum F D, ducatur per E, polum circuli A C. Totus igitur arcus B C, quadrante D E, maior erit. quod eſt abſurdum, cum minor quadrante ponatur. Nullus ergo angulorum A, B, C, rectus eſt. Quamobrem, In quolibet triangulo ſphærico, &c. Quod demonſtrandum erat. 26. huius. 25. huius. 13.1. Theod. Schol. 21. 2. Theod.

THEOR. 29. PROPOS. 31.

CVIVSCVNQVE trianguli ſphærici tres anguli duobus quidem rectis ſunt maiores, ſex verò rectis minores.

SIT triangulum ſphæricum A B C. Dico tres angulos A, B, C, maiores quidem eſſe duobus rectis, minores verò ſex rectis. Si enim omnes tres anguli recti ſint, vel obtuſi; vel duo tantũ recti, vel obtuſi; vel vnus tantum rectus, & reliquorum alter obtuſus, perſpicuum eſt, omnes tres duobus eſſe rectis maiores. In quolibet autem triangulo hæc erit demonſtratio. Producto latere B C, ad D, erit angulus A C D, vel æqualis, vel minor, vel maior angulo B. Sit primum æqualis. Erunt igitur arcus A B, A C, ſimul ſemicirculo æquales; atq; adeò duo anguli A B C, A C B, duobus rectis æquales. Tres ergo anguli A, B, C, duobus rectis maiores erũt. Sit deinde angulus A C D, minor angulo B. Erunt igitur arcus A B, A C, ſimul maiores ſemicirculo; ac propterea duo anguli A B C, A C B, duobus rectis maiores. Multo ergo magis tres anguli A, B, C, duobus rectis maiores erũt. Sit denique angulus A C D, maior angulo B, & fiat angulus D C E, angulo B, æqualis, occurratque arcus C E, arcui B A, producto in E: & tandem arcus C A, protrahatur ad F. Erunt igitur arcus E B, E C, ſimul æquales ſemicirculo; ac propterea arcus E A, E C, ſimul ſemicirculo minores. Angulus igitur E A F, hoc eſt, angulus B A C, 15. huius. 16. huius. 15. huius. 10. huius. 15. huius.

qui

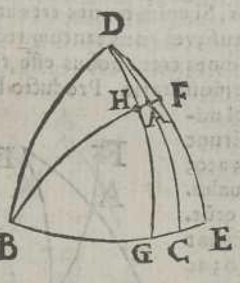
24.huius. qui illi ad verticem æqualis est, maior erit angulo A C E: Sed angulus A C E,
16.huius. & anguli A C B, & B, duobus rectis sunt æquales. Igitur anguli B A C, A C B, & B, maiores erunt duobus rectis. Semper ergo tres anguli simul duobus rectis sunt maiores.

QVIA verò omnis angulus sphæricus, etiam obtusus, minor est duobus rectis; perspicuum est, tres angulos cuiusuis trianguli sphærici simul minores esse sex rectis. Cuiuscunque ergo trianguli sphærici tres anguli, &c. Quod erat demonstrandum.

THEOR. 30. PROPOS. 32.

IN omni triangulo sphærico, cuius vnus angulus rectus sit, & alter reliquorum acutus, si quidem arcus illis angulis adiacēs fuerit quadrans, erit & arcus rectum subtendens angulum quadrans; si verò minor fuerit quadrante, quadrante quoque minor erit: si deniq; quadrante fuerit maior, quadrante quoq; maior erit: Semper autem arcus acutum angulum subtendens minor erit quadrante.

IN triangulo A B C, angulus C, rectus sit, & B, acutus, sitque primum arcus B C, quadrans. Dico & A B, quadrantem esse. Fiat enim angulus C B D, rectus, coëatque arcus B D, cum arcu C A,



25.huius. producto in D. Erit igitur vterque arcus B D, C D, quadrans: Ponitur autem & B C, qua-
26.huius. drans. Ergo B, polus est arcus C D; atque
15.1Theod. adeo rectus erit angulus ad A. Quare vterque
25.huius. arcus B C, B A, quadrans erit. Quadrans igitur est arcus A B, angulo recto C, oppositus.

SIT deinde arcus B C, quadrante minor. Dico & arcum A B, quadrante esse minorem. Fiat enim rursus angulus C B D, rectus, occurratque arcus B D, arcui C A, producto in
25.huius. D; eritque vt prius, vterque arcus B D, C D, quadrans. Producto autem B C, ad E, vt sit
30.1Theod. B E, quadrans, ducatur per puncta D, E, arcus circuli maximi D E, quem B A, productus secet in F. Quoniam igitur arcus B E, B D, quadrantes sunt, erit
25. & 26. vterque angulus B D E, B E D, rectus, & B, polus arcus D E. Rectus ergo
huius. erit angulus ad F; atque adeò vterque arcus B E, B F, quadrans erit. Igitur
15.1.Theod. 25.huius. arcus B A, quadrante erit minor.

SIT denique arcus B C, quadrante maior. Dico & arcum A B, maiorem qua-

quadrante esse. Fiat enim rursus angulus C B D, rectus, conueniatque arcus B D, cum C A, protracto in D; eritque, vt prius, vterque arcus B D, C D, quadrans. Abscisso autem quadrante B G, ducatur per puncta D, G, arcus circuli maximi D G, secans arcum A B, in H. Quoniam igitur arcus B D, B G, quadrantes sunt, erit vterque angulus B D G, B G D, rectus, & B, polus arcus D G. Rectus ergo erit angulus ad H; ac proinde vterque arcus B G, B H, erit quadrans. Quare A B, quadrante maior erit.

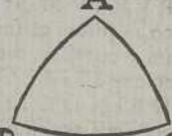
25. huius.
20.1 Theod.
25. & 26. huius.
25.1 Theod.
25. huius.

ET quoniam arcus C D, semper ostensus est esse quadrans, erit arcus A C, quadrante minor. Quapropter in omni triangulo sphærico, &c. Quod ostendendum erat.

THEOR. 31. PROPOS. 33.

IN omni triangulo sphærico, cuius vnus angulus rectus, & alter reliquorum acutus, si quidem arcus illis angulis adiacens fuerit quadrans, erit reliquus angulus rectus: si verò minor quadrante, acutus: si denique quadrante maior, obtusus.

SIT in triangulo A B C, sphærico angulus C, rectus, & B, acutus, sitque primum arcus B C, quadrans. Dico reliquum angulum A, rectum esse. Erit enim, & A B, quadrans. Igitur vterque angulus C, A, rectus. 32. huius. 25. huius.



SIT deinde arcus B C, quadrante minor. Dico angulum A, esse acutum. Erit enim & arcus A B, quadrante minor; atque adeo arcus A B, B C, simul semicirculo erunt minores. Quare anguli A, C, duobus rectis sunt minores; ac proinde, cum C, sit rectus, erit A, acutus. 32. huius. 26. huius.

SIT tandem arcus B C, maior quadrante. Dico angulum A, obtusum esse. Erit enim & A B, quadrante maior; ac propterea arcus A B, B C, simul semicirculo maiores erunt. Igitur anguli A, C, duobus rectis sunt maiores; atque adeo, cum C, sit rectus, erit A, obtusus. Quocirca in omni triangulo sphærico, cuius vnus angulus, &c. Quod erat ostendendum. 32. huius. 16. huius.

THEOR. 32. PROPOS. 34.

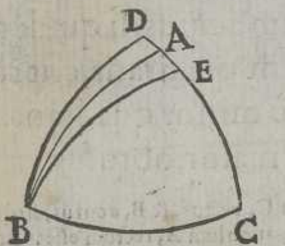
IN omni triangulo sphærico, cuius vnus angulus rectus, si vteruis reliquorum angulorum sit rectus, erit arcus eum subtendens, quadrans: si verò

acutus,

acutus, quadrante minor: ſi denique obtuſus, maior quadrante. Et ſi vteruis arcuum rectum angulum continentium fuerit quadrans, erit angulus, quem ſubtendit, rectus: ſi verò minor quadrante, acutus: ſi denique quadrante maior, obtuſus.

SIT in triangulo ſphærico A B C, angulus C, rectus, ſitque primum alter reliquorum, nempe B, etiam rectus. Dico arcum A C, qui eum ſubtendit, quadrantem eſſe. Cum enim vterque angulus B, C, rectus ſit, erit & vterque
25.huius. arcus A B, A C, quadrans.

SIT deinde B, angulus acutus. Dico arcum A C, eſſe quadrante minorem. Fiat enim angulus C B D, rectus, coëatque arcus B D, cum arcu C A, producto in D. Quoniam igitur vterq; angulus C, C B D,
25.huius. rectus eſt, erit & vterque arcus B D, C D, quadrans; atque adeo arcus A C, minor erit quadrante.



SIT postremo angulus B, obtuſus. Dico arcum A C, quadrante maiorem eſſe. Fiat enim angulus C B E, rectus, ſecetque arcus B E, arcum A C, in E. Quoniam igitur vterque angulus C, C B E, rectus eſt, erit & vterque arcus B E, C E, quadrans; atque adeo
25. huius. arcus A C, quadrante maior erit.

RVRSVM ſit angulus C, rectus, & ſit primum arcus A C, quadrans.
Coroll. 16. 1. Theod. Dico angulum ei ſubtenſum B, eſſe rectum. Erit enim A, polus arcus B C,
13.1.Theod. (cum arcus C A, per polum arcus B C, tranſeat, ob angulum rectum C;) atque
15.1.Theod. adeo angulus A B C, rectus.

DEINDE ſit arcus A C, quadrante minor. Dico angulum ei ſubten-
Coroll. 16. ſum B, eſſe acutum. Producto enim arcu C A, ad D, vt ſit C D, quadrans,
1. Theod. erit eodem modo D, polus arcus C B; cum arcus C A, per polum arcus B C,
13.1 Theod. 20.1 Theod. tranſeat. Ducto ergo per puncta D, B, arcu D B, circuli maximi, erit angu-
15.1.Theod. lus D B C, rectus; ac proinde A B C, acutus.

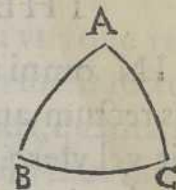
Coroll. 16. POSTREMO ſit arcus A C, maior quadrante. Dico angulum B, ei
1. Theod. ſubtenſum obtuſum eſſe. Abſciſſo enim quadrante C E, erit rurſum E, polus
13.1.Theod. arcus B C; propterea quod arcus C A, per polum arcus B C, tranſit. Ducto
20.1 Theod. ergo per puncta E, B, arcu E B, circuli maximi, erit angulus E B C, rectus;
15.1.Theod. atque adeò A B C, obtuſus. Quapropter, in omni triangulo ſphærico, &c. Quod erat demonſtrandum.

THEOR. 33. PROPOS. 35.

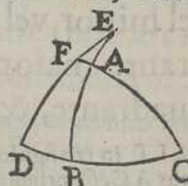
IN omni triangulo ſphærico rectangulo, ſi vterque arcuum comprehendentium angulum rectum,

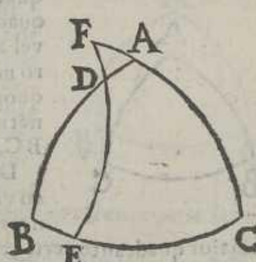
ctum, vel vnus tantum, fuerit quadrans, erit & arcus rectum angulum ſubtendens, quadrans: Si vero vterque dictorum arcuum minor fuerit quadrante, aut maior, erit arcus rectum angulum ſubtendens quadrante minor: ſi denique alter illorum maior fuerit quadrante, & alter minor, erit arcus rectũ angulũ ſubtendens maior quadrante.

IN triangulo ſphærico rectangulo A B C, ſit angulus B, rectus, & primum vterque arcus A B, B C, vel alter illorum tantum quadrans. Dico & arcum A C, qui rectum angulum ſubtendit, quadrantem eſſe. Si enim vterque arcus A B, B C, quadrans eſt, cum angulus B, ponatur rectus, erit quoq; arcus A C, quadrans. 26.huius. Si verò alter tantum arcuum A B, B C, eſt quadrans, ſit A B, quadrans. Quoniã igitur arcus A B, quadrans eſt, tranſitq; per polos arcus B C, propter angulum rectum B, erit A, polus arcus B C; ac propterea angulus C, rectus erit. 13.1.Theod. Coroll. 16. 1. Theod. 15.1 Theod. Cum ergo vterque angulus B, C, rectus ſit, erit vterque arcus A B, A C, quadrans. 25.huius. Eodem modo ſi B C, ponatur quadrans, oſtendemus A C, eſſe quadrantem. Erit enim ſimiliter C, polus arcus A B; ac proinde angulus A, rectus. Cum ergo vterque angulus B, A, rectus ſit, erit vterque arcus B C, A C, quadrans. 25.huius.



SIT deinde vterque arcus A B, B C, quadrante minor, vel maior. Dico arcum A C, eſſe quadrante minorem. Si enim vterque eſt quadrante minor, producto arcu C B, ad partes B, & B A, ad partes A, vt ſint C D, B E, quadrantes, ducatur per puncta D, E, arcus circuli maximi D E, ſecans arcum C A, productum in F. 20.1Theod. Quoniam igitur in triãgulo B E D, angulus B, rectus eſt, & arcus B E, quadrans, erit angulus D, quem ſubtendit, rectus. 34.huius. Rurſus quia in triangulo C D F, angulus D, rectus eſt, & arcus D C, quadrans, erit ſimiliter angulus F, rectus; atque idcirco vterque arcus D C, F C, quadrans erit. 34.huius. 25. huius. Quare arcus A C, quadrante minor erit. Si verò vterque arcus A B, B C, quadrante maior eſt, abſciſsis quadrantibus B D, C E, ducatur per puncta D, E, arcus circuli maximi E D, ſecans arcum C A, productum in F. 20.1Theod. Quoniã igitur in triangulo D B E, angulus B, rectus eſt, & arcus B D, quadrans erit angulus E, quem B D, ſubtendit, rectus. 34.huius. Rurſus quia in triangulo C E F, angulus E, eſt rectus, & arcus E C, quadrans, erit eodem modo an- 34.huius.

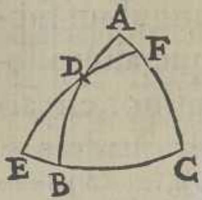




25.huius. do angulus F, rectus. Vterque ergo arcus C E, C F, quadrans erit; ac proptere a arcus A C, quadrante minor.

SIT postremo arcus A B, quadrante quidem maior, arcus vero B C, minor quadrante. Dico arcum A C, maiorem esse quadrante. Auferatur enim quadrans B D; & arcus C B, producatur ad E, vt C E, sit quadrans; ac per puncta D, E, arcus circuli maximi ducatur E D, secans arcum A C, in F. Quia igitur in triangulo B E D, angulus B, rectus est, & arcus B D, quadrans, erit angulus E, rectus. Rursus, quia in triangulo C E F, angulus E, rectus est, & arcus E C, quadrans, erit eadem ratione angulus F, rectus. Vterque igitur arcus C E, C F, quadrans erit; ac proinde arcus A C, quadrante maior. In omni ergo triangulo sphærico rectangulo, &c. Quod erat demonstrandum.

20.1 Theod. 34.huius. 34. huius. 25.huius.

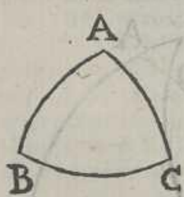


THEOR. 34. PROPOS. 36.

IN omni triangulo sphærico rectangulo, si arcus rectum angulum subtendens fuerit quadrans, erit vel vterq; arcuum angulum rectum comprehendentium quadrans, vel alter illorum saltem: si verò fuerit minor quadrante, vterque reliquorum vel minor, vel maior quadrante erit: si deniq; quadrante maior fuerit, erit reliquorum alter maior quadrante, & alter minor.

SIT in triangulo sphærico A B C, angulus B, rectus, & eum subtendens arcus A C, sit primum quadrans. Dico vel vtrumque arcuum A B, B C, esse quoque quadrantem, vel saltem alterum illorum. Si enim neuter illorum est quadrans, erit vel vterque illorum maior, vel minor quadrante, atque adeo arcus A C, quadrante minor; vel alter illorum quadrante quidem maior, alter verò minor, ac proinde arcus A C, quadrante maior; quorum vtrumq; absurdum est, cum arcus A C, ponatur quadrans. Erit ergo vel vterque arcus A B, B C, quadrans, vel saltem alter illorum.

35. huius. 35. huius.



DEINDE sit arcus A C, quadrante minor. Dico vtrumque arcum A B, B C, esse vel quadrante minorem, vel maiorem. Si enim vterque non est minor,

35. huius. vel maior quadrante, erit vel vterque quadrans, ideoque & arcus A C, qua-
35. huius. drans; vel vnus illorum quadrans, & alter non; atque idcirco & arcus A C, quadrans; vel vnus quidem quadrante minor, alter verò maior, atque adeò & arcus

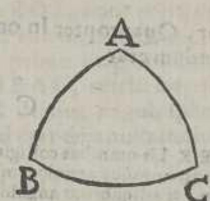
arcus A C, quadrante maior: quæ omnia abſurda ſunt, cum arcus A C, ponatur quadrante minor. Eritergo vel vterque arcus A B, B C, minor quadrante, vel maior. 35. huius.

TERTIO ſit arcus A C, maior quadrante. Dico alterum reliquorum A B, B C, quadrante quidem eſſe maiorem, alterum verò minorem. Si enim non eſt alter maior, & alter minor quadrante, erit vel vterque quadrans, vel alter ſaltem quadrans, & alter non, ac proinde & arcus A C, quadrans; 35. huius. vel vterque minor quadrante, aut maior, atque adeo arcus A C, quadrante 35. huius. minor: quæ omnia ſunt abſurda, cum arcus A C, maior ponatur, quam quadrans. Erit ergo alter arcuum A B, B C, quadrante quidem maior, alter verò minor. Quocirca in omni triangulo ſphærico rectangulo, &c. Quod demonſtrandum erat.

THEOR. 35. PROPOS. 37.

IN omni triangulo ſphærico, ſi vterque reliquorum angulorum, vel alter ſaltem fuerit rectus, erit arcus rectum angulum ſubtendens, quadrans: ſi verò vterque reliquorum angulorum minor fuerit recto, vel maior, erit arcus ſubtendens angulum rectum quadrante minor: ſi deniq; alter reliquorum fuerit maior recto, & alter minor, erit arcus angulum rectum ſubtendens, quadrante maior.

IN triangulo ſphærico A B C, cuius angulus B, rectus, ſit primum vterque angulorum A, C, vel alter ſaltem, nempe C, rectus. Dico arcum A C, qui rectum angulum B, ſubtendit, eſſe quadrantem. Si enim vterque angulus A, C, rectus eſt, vel C, tantum, erit triangulum A B C, rectangulũ habens angulum C, rectum: Eſt autem & angulus B, rectus. Igitur arcus A C, quadrans erit. 34. huius.



DEINDE ſit vterque angulus A, C, vel minor recto, vel maior. Dico arcum A C, quadrante eſſe minorem. Si namque vterque angulus A, C, eſt minor recto, erit tam arcus B C, quam A B, minor quadrante; 34. huius. ſi verò vterque angulus A, C, maior eſt recto, erit tam arcus B C, quam A B, quadrante maior. 34. huius. Quare cum in triangulo A B C, angulus B, rectus ſit, & vterque arcus A B, B C, vel minor, vel maior quadrante, erit ſemper arcus A C, quadrante minor. 35. huius.

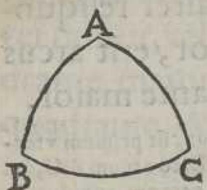
TERTIO ſit angulus A, maior recto, & C, minor. Dico arcum A C, eſſe quadrante maiorem. Cum enim angulus A, obtuſus ſit, erit arcus B C, 34. huius. maior quadrante: Et cum angulus C, acutus ſit, erit arcus A B, quadrante mi- 34. huius.

nor. Igitur cum arcus B C, quadrante quidem maior ſit, & A B, minor, erit
35. huius. arcus A C, quadrante maior. Quamobrem in omni triangulo ſphærico re-
ctangulo, &c. Quod erat oſtendendum.

THEOR. 36. PROPOS. 38.

IN omni triangulo ſphærico rectangulo, ſi arcus rectum angulum ſubtendens fuerit quadrans, erit ſaltem alter reliquorum angulorũ rectus quoque: ſi verò minor quadrante, erit vterq; reliquorum angulorum vel maior recto, vel minor: ſi denique quadrante maior, erit alter reliquorum angulorum maior recto, & alter minor.

IN triangulo ſphærico A B C, cuius angulus B, rectus, ſit primum arcus A C, ſubtendens angulum rectum B, quadrans. Dico ſaltem alterum angulorum A, C, rectum quoque eſſe. Cum enim angulus B, ſit rectus, & arcus
36. huius. A C, quadrans, erit ſaltem alter arcuum A B, B C, quadrans; atque adeò &
34. huius. angulus A, vel C, quem ille arcus ſubtendit, rectus erit.



SIT deinde arcus A C, quadrante minor. Dico vtrumque angulorum A, C, eſſe maiorem, vel minorem
36. huius. recto. Erit enim vterque arcus A B, B C, vel maior quadrante, vel minor. Quare vterque angulus
34. huius. A, C, maior erit recto, vel minor.

POSTREMO ſit arcus A C, maior quadrante. Dico alterum angulorum A, C, eſſe recto maiorem, & alterum minorem. Erit enim alter arcuum
36. huius. A B, B C, quadrante maior, & alter minor. Igitur
34. huius. alter angulorum A, C, recto erit maior, & alter minor. Quapropter In omni triangulo ſphærico rectangulo, &c. Quod oſtendendum erat.

COROLLARIVM.

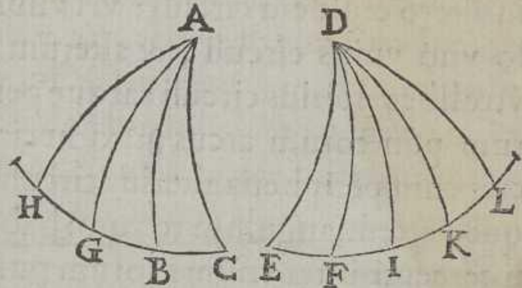
EX his omnibus colligitur, In omni triangulo ſphærico, cuius vnus arcuum eſt quadrans, vnuſque angulorum rectus, reliquorum quoque arcuum vnum ſaltem eſſe quadrantem, & reliquorum angulorum vnum ſaltem rectum. Nam ſi vnus angulorum rectus eſt,
35. huius. & alter arcuum ipſum comprehendentium quadrans, erit & arcus rectum angulum ſubten-
34. huius. dens quadrans; & angulus quem prior quadrans ſubtendit rectus: Si verò arcus angulum
36. huius. rectum ſubtendens quadrans eſt, erit & vel vterque arcuum rectum angulum comprehen-
38. huius. dentium, vel alter ſaltem quadrans; & vel vterque reliquorum angulorum, vel alter ſaltem
Nota. rectus. Itaque fieri non poteſt, vt detur triangulum ſphæricum rectangulum, cuius vnus duntaxat arcus ſit quadrans, ſed vel nullus erit quadrans, vel omnes tres, vel duo quadrantes erunt.

THEOR.

THEOR. 37. PROPOS. 39.

ANGVLI sphærici eandem habẽt rationem, quam eorum arcus.

SINT duo anguli sphærici B A C, E D F, quorum arcus B C, E F. Dico ita esse angulum A, ad angulum D, vt est arcus B C, ad arcum E F. Erunt enim A, D, poli arcuum B C, E F; & arcus A B, A C, D E, D F, quadrantes. Defin. 6. huius. Productis igitur arcubus B C, E F, sumantur quotcunque arcus B G, G H, arcui B C, & quotcũq; arcus F I, I K, K L, arcui E F, æquales; ac per puncta G, H, I, K, L, & polos A, D, arcus circulorum maximorũ ducantur A G, A H, D I, D K, D L, qui omnes quadrãtes erunt, nempe quadrantibus A B, A C, D E, D F, æquales, propterea quòd & rectæ subtensæ A G, A H, D I, D K, D L, rectis subtensis A B, A C, D E, D F, æquales sunt, ex defin. poli. 20. 1 Theod. 28. tertij.



Erunt ergo omnes anguli ad A, inter se æquales; atque adeò quam multiplex est arcus C H, arcus B C, tam multiplex erit aggregatum omnium angulorũ ad A, anguli B A C: Eademque ratione tam multiplex erit aggregatum omnium angulorum ad D, anguli E D F, quam multiplex est arcus E L, arcus E F. Quoniam verò si arcus C H, arcui E L, æqualis fuerit, etiam angulus H A C, angulo E D L, æqualis est; si autem arcus C H, maior fuerit arcu E L, etiam angulus H A C, angulo E D L, maior est; & si minor, minor; deficient propterea vnà arcus C H, & angulus H A C, æquè multiplicia primæ magnitudinis B C, & tertiæ B A C, ab arcu E L, & angulo E D L, æque multiplicibus secundę magnitudinis E F, & quartæ E D F; vel vnà æqualia erunt, vel vnà excedent. Quare quę proportio est arcus B C, primæ magnitudinis ad arcum E F, secundam magnitudinem, ea erit anguli B A C, tertiæ magnitudinis ad angulum E D F, quartam magnitudinem. Itaque anguli sphærici eandem habent rationem, quam eorum arcus. Quod erat demonstrandum. 18. huius. 18. huius. 12. huius. Defin. 6. quinti.

COROLLARIVM.

EX hoc sequitur, ita esse angulum sphæricum quemcumque ad quatuor angulos rectos sphæricos, vt est arcus illius anguli ad totam circunferentiam circuli maximi; & contra. Cum enim sit angulus sphæricus quicunque ad angulum rectum sphæricum, vt arcus illius anguli ad quadrantem, nimirum ad arcum anguli recti, erit quoque idem angulus ad quadruplum anguli recti nempe ad quatuor rectos, vt idem arcus illius anguli ad quadruplum quadrantis, hoc est, ad totam circunferentiam; & contra. 39. huius. Schol. 4. quinti.

THEOR.

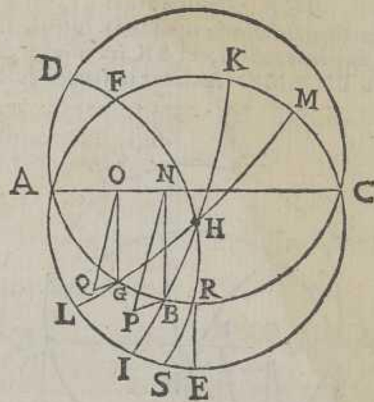
THEOR. 38. PROPOS. 40.

SI duo circuli maximi in ſphæra ſe mutuò ſecent, & in eorum peripherijs duo puncta ſignentur, quorum vtrumque vel in eodem ſemicirculo ſumatur; vel in vno ſemicirculo vnum, & alterum in altero eiuſdem circuli; vel vnum in ſemicirculo vno vnius circuli, & alterum in ſemicirculo vtrolibet alterius circuli; atque per vtrumque horum punctorum arcus maximi circuli ducatur faciẽs cum peripheria alterius circuli, ad quamcumque partem, angulum rectum: habebit ſinus arcus intercepti inter vnum illorum punctorum, & alterutram ſectionem circulorum, ad ſinum arcus, qui per illud punctũ ductus rectum cum peripheria alterius circuli angulum facit, eandem proportionem, quam habet ſinus arcus inter punctum alterum, & alterutram circulorum ſectionem interiecti, ad ſinum arcus, qui per illud punctum deſcriptus cum alterius circuli peripheria rectũ conſtituit angulum.

IN ſphęra duo circuli maximi A B C D, A E C F, ſe mutuo ſecent in A, & C, & primum ad angulos non rectos; ſignenturque primum in eodem ſemicirculo A B C, duo puncta vtcũque B, G; per quę, & polum circuli A E C F, qui ſit
20.1 Theod. H, circuli maximi ducantur I B H K, L G H M; eruntque anguli ad I, L, K, M,
15.1. Theod. recti. Dico eãdem habere proportionẽ ſinum arcus A B, vel C B, ad ſinũ arcus B I, vel B K, quam habet ſinus arcus A G, vel C G, ad ſinũ arcus G L, vel G M.
3. vndec. Sit enim cõmunis ſectio circulorum recta AC, ad quam ex B, G, perpẽdiculares
12. primi. agãtur B N, G O, in plano circuli A B C D; eritq; B N, ſinus rectus tam arcus A B, quam arcus C B, ex definitione ſinus recti; & eodem modo G O, ſinus
11. vndec. vtriuſque arcus A G, C G. Demittantur ab eiſdem punctis B, G, ad planum circuli

circuli A E C F, perpendiculares B P, G Q. Et quoniam rectæ B P, G Q, cadunt in communes ſectiones circulorum I B K, L G M, cum circulo A E C F, quem bifariam ſecãt in punctis I, K; L, M, hoc eſt, cadũt in diametros circulorũ maximorum I B K, L G M; (quòd horum circulorum plana recta ſint ad planum circuli A E C F,) ac proinde rectos angulos faciunt cum diametris circulorum I B K, L G M, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. erit quoque tam B P, ſinus rectus arcuũ B I, B K, quam G Q, ſinus rectus arcuum G L, G M, ex definitione ſinus recti. Ducantur in plano circuli A E C F, rectæ N P, O Q; eruntq; per defin. 3. lib. 11. Eucl. anguli P, Q, recti, in triangulis N B P, O G Q. Quia verò tam rectæ B N, G O, parallelę ſunt, propter angulos rectos A N B, A O G, quam rectæ B P, G Q, cum hæ perpendiculares ſint ad planũ circuli A E C F; erunt quoque anguli B, G, æquales in eiſdem triangulis N B P, O G Q. AEquiangula igitur ſunt triangula N B P, O G Q; atque adeò erit, vt N B, ſinus arcus A B, vel C B, ad B P, ſinum arcus B I, vel B K, ita O G, ſinus arcus A G, vel C G, ad G Q, ſinum arcus G L, vel G M, quomodocunque arcus ſumantur, cum cuilibet ſinui duo arcus ſemicirculũ conficientes reſpondeant. Hoc eſt, erit, vt ſinus arcus A B, ad ſinum arcus B I, ita ſinus arcus A G, ad ſinum arcus G L. Item vt ſinus arcus A B, ad ſinum arcus B K, ita ſinus arcus A G, ad ſinum arcus G M. Item vt ſinus arcus C B, ad ſinum arcus B I, ita ſinus arcus C G, ad ſinum arcus G L. Item vt ſinus arcus C B, ad ſinum arcus B K, ita ſinus arcus C G, ad ſinum arcus G M. Item vt ſinus arcus A B, ad ſinum arcus B I, ita ſinus arcus C G, ad ſinum arcus G M, &c.

38.vndec.
11.1.Theod.
5.1.Theod.



28. primi.
6.vndec.
10.vndec.
32.primi.
4.ſexti.

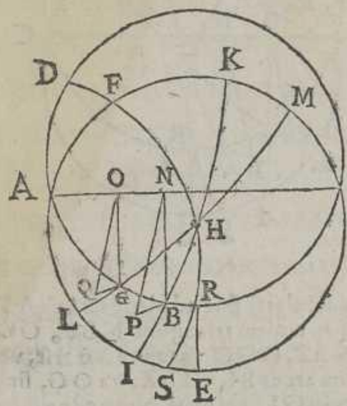
DEINDE ſumatur vnum punctum, puta B, in ſemicirculo A B C, & alterum, nempe D, in altero ſemicirculo C D A, eiuſdem circuli, ducanturque per puncta B, D, & polum circuli A E C F, qui ſit H, duo arcus circulorum maximorum I B K, D F S; eruntque anguli recti F, I, S, K. Dico rurſus, vt eſt ſinus arcus A B, vel C B, ad ſinum arcus B I, vel B K, ita eſſe ſinum arcus A D, vel C D, ad ſinum arcus D F, vel arcus, qui cum arcu F D, ſemicirculum perficit á puncto D, vſque ad punctum S, ſemicirculi A E C. Nam arcus ab F, per D, vſque ad S, ſemicirculus eſt, cum circuli A E C F, D F S, ſe mutuo bifariam ſecent in F, S. Sumatur enim arcui A D, arcus A G, æqualis, & per G, & polum circuli A E C F, nempe per H, arcus maximi circuli ducatur L G M; eruntque anguli L, M, recti. Quoniam igitur duo anguli A, L, trianguli A G L, duobus angulis A, F, trianguli A D F, æquales ſunt, (ſunt enim duo anguli A, ad verticem æquales, & anguli L, F, recti.) ſuntque latera A G, A D, rectos ſubten-

20.1.Theod.
15.1.Theod.
11.1.Theod.
1.huius.
20.1.Theod.
15.1.Theod.
6. huius.

21.huius. ſubtendentia angulos, per conſtructionem, æqualia; erunt quoque arcus G L, D F, æquales, ac propterea & eorum ſinus æquales erunt, necnon & ſinus arcuum æqualium A G, A D, erunt æquales. Eadem ergo eſt proportio ſinus arcus A G, ad ſinum arcus G L, quæ ſinus arcus A D, ad ſinum arcus D F: Vt autem ſinus arcus A G, ad ſinum arcus G L, ita demonſtratum eſt, eſſe ſinum arcus A B, vel C B, ad ſinum arcus B I, vel B K, propterea quòd puncta B, G, in eodem ſemicirculo ſumpta ſunt. Igitur erit quoque, vt ſinus arcus A B, vel C B, ad ſinum arcus B I, vel B K, ita ſinus arcus A D, ad ſinum arcus D F, &c.

POSTREMO ſumatur in ſemicirculo A B C, punctum B, & in alterius circuli ſemicirculo vtrouis nempe in A E C, aliud punctum L: Et per B, & polum circuli A E C, arcus maximi circuli ducatur I B K: Item per L, & per polum circuli A B C, arcus L G M, maximi circuli; eruntque anguli I, G, recti. Dico rurſus, vt eſt ſinus arcus A B, ad ſinum arcus B I, ita eſſe ſinum arcus A L, ad ſinum arcus L G, &c. Per polos enim vtriusque circuli A B C D, A E C F, arcus circuli maximi ducatur R E; eruntque anguli R, E, recti, diuidenturque ſemicirculi A B C, A E C, bifariam in punctis R, E; atque adeo ſinus quadrantum A R, A E, æquales erunt; Eademque proportio erit ſinus arcus A R, ad ſinum arcus R E, quæ ſinus arcus A E, ad ſinum arcus E R. Quoniam vero eſt, vt ſinus arcus A R, ad ſinũ arcus R E, ita ſinus arcus A B, ad ſinum arcus B I, vt demonſtratum eſt; (ſumpta ſunt enim duo puncta R, B, in eodem ſemicirculo) erit quoque, vt ſinus arcus A E, ad ſinum arcus E R, ita ſinus arcus A B, ad ſinum arcus B I: Sed eadem ratione eſt, vt ſinus arcus A E, ad ſinum arcus E R, ita ſinus arcus A L, ad ſinum arcus L G. Igitur erit quoque, vt ſinus arcus A B, ad ſinum arcus B I, ita ſinus arcus A L, ad ſinum arcus L G, &c. Quòd ſi loco puncti L, ſumatur in altero ſemicirculo A F C, eiuſdem circuli A E C F, aliud punctum, nempe F, & arcus F D, faciat angulum D, rectum, erit adhuc, vt ſinus arcus A B, ad ſinum arcus B I, ita ſinus arcus A F, ad ſinum arcus F D, &c. Vt enim proxime oſtendimus, vt ſinus arcus A B, ad ſinum arcus B I, ita eſt arcus ſinus A L, ad ſinum arcus L G: Vt autem ſinus arcus A L, ad ſinum arcus L G ita demonſtratum eſt, eſſe ſinum arcus A F, ad ſinum arcus F D, quòd puncta L, F, ſumantur in duobus ſemicirculis eiuſdem circuli. Igitur erit quoque, vt ſinus arcus A B, ad ſinum arcus B I, ita ſinus arcus A F, ad ſinum arcus F D: Atque ita in vniuerſum vera eſt propoſitio, quomodocunq; duo puncta ſumãtur, quando circuli A B C D, A E C F, ſe mutuo ſecant ad angulos non rectos.

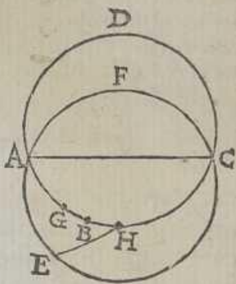
20.1 Theod.
25.1 Theod.
20.1 Theod.
25.1 Theod.
9.1. Theod.



7. quinti.

SED

SED iam circuli A B C D, A E C F, secent se mutuo ad angulos rectos in punctis A, C; sitque eorum communis sectio recta A C. Diuiso autem v. g. semicirculo A B C, bifariam in H, vt sint quadrantes A H, C H, sumantur duo puncta vtcunque B, G. Dico ita esse rursus sinum arcus A B, ad sinum arcus, qui per B, ductus rectos angulos facit cum circulo A E C F, vt est sinus arcus A G, ad sinum arcus, qui per G, ductus cum circulo A E C F, rectos facit angulos. Quoniam enim circulus A B C, cum rectus ad circulum A E C, ponatur, transit per polos circuli A E C, erit H, polus circuli A E C. Quare arcus perpendiculares ad circulum A E C, per puncta B, G, ducti necessario per H, transibunt; atque adeò arcus illi erunt B A, G A: Perspicuum autem est, vt est sinus arcus A B, ad sinum arcus B A, ita esse sinum arcus A G, ad sinum arcus G A, cum vtrobique sit proportio æqualitatis, seu identitatis: Est enim idem sinus arcus A B, & arcus B A, necnon idem sinus arcus A G, & arcus G A. 13.1.Theod. Coroll. 16. 1. Theod. 13.1 Theod.



QVOD si alterum punctorum sit H, polus circuli A E C, erit quicunque arcus ex H, ductus, qualis est H E, perpendicularis, ad A E C, atque adeò quadrans. Rursus igitur manifestum est, ita esse sinum arcus A B, ad sinum arcus B A, vt est sinus arcus A H, ad sinum arcus H E, vel H A; cum vtrobique quoque sit æqualitatis proportio, &c. Si duo ergo circuli maximi in sphæra se mutuo secent, &c. Quod erat ostendendum. 15.1 Theod. Coroll. 16. 1. Theod.

SCHOLIVM.

PERSPICVVM *est ex demonstratis: Si duo circuli se mutuo secent, & in vno eorum ex duobus punctis vtcunq; assumptis ducantur ad alterius circuli planum duæ lineæ rectæ perpendiculares; ita esse sinum rectum arcus intercepti inter vnum illorum punctorum, & alterutram circulorum sectionem, ad perpendicularem ex illo puncto in planum alterius circuli demissam, vt est sinus rectus arcus inter alterum punctum, & alterutram sectionem circulorum interiecti, ad perpendicularem ab hoc altero puncto in planum alterius circuli demissam.* Nam *in priori figura huius propos. ostensum est, ita esse sinum arcus* A B, *vel* C B, *ad* B P, *sinum rectum arcus* B I, *vt est sinus arcus* A G, *vel* C G, *ad* G Q, *sinum rectum arcus* G L. *Cum ergo sinus* B P, G Q, *sint perpendiculares ex punctis* B, G, *in planum circuli* A E C F, *demissæ, patet propositum. Quòd si vnum punctorum acceptum sit* B, *ex vna parte sectionis* A, *& alterum punctum acceptum sit* D, *ex altera parte sectionis* A, *in eodem circulo; erit nihilominus ita sinus arcus* A B, *ad perpendicularem* B P, *ex* B, *demissam in planum alterius circuli* A E C F, *vt sinus arcus* A D, *ad perpendicularem, quæ ex* D, *in planum alterius circuli* A E C F, *demitteretur: propterea quod ostensum est, ita esse sinum arcus* A B, *ad sinum arcus* B I, *vt est sinus arcus* A D, *ad sinum arcus* D F; *qui quidem sinus arcuum* B I, D F, *sunt perpendiculares ex punctis* B, D, *in planum circuli* A E C F, *cadentes, vt ex demonstratis in hac propos. liquido constat.* Idem *perspicitur in figura posterioris: cum ibi etiam sit, vt sinus arcus* A B, *ad perpendicu-*

larem ex B, in planum circuli A E C F, demissam, ita sinus arcus A G, ad perpendicularem ex G, in planum circuli A E C F, demissam: propterea quòd sinus arcuum A B, A G, sunt ipsæmet perpendiculares ex B. G, in planum circuli A E C F, demissæ
38.vndec. *cadentes in rectam A C, communem circulorum sectionem, vt patet.*

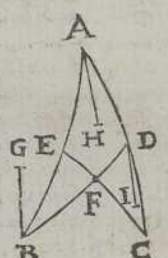
HINC *facile demonstrari poterunt sequentia theoremata, quorum nonnulla plurimum ad sphæricorum triangulorum calculum conducunt. Primum autem ac secundum sunt duo Theoremata Ptolemæi Cyclica in primo lib. Almagesti, sed multo brevius, ac facilius demonstrata ex ijs, quæ in hoc scholio ostensa sunt. Vnde omittenda non videbantur, licet eorum vsus in hisce triangulis non appareat.*

I.

SI in sphæræ superficie ab vno puncto duo arcus maximorum circulorum educantur, quorum vterque semicirculo sit minor, & ab eorum terminis in ipsos reflectantur alij duo arcus maximorum circulorum se inter duos illos priores arcus intersecantes: proportio, quam sinus segmēti vnius eductorum arcuum inter terminum eius, & arcum reflexum habet ad sinum alterius segmenti eiusdem arcus educti, componitur ex proportione, quam sinus segmenti arcus reflexi inter eundem terminum, & alterum arcum reflexum habet ad sinum alterius segmenti eiusdem arcus reflexi, & ex proportione, quam sinus segmenti alterius eductorum arcuum inter eius terminum, & arcum reflexum habet ad sinū totius eiusdem arcus educti.

EX *puncto* A, *in superficie sphæræ educantur duo arcus* A B, A C, *semicirculis minores, & à terminis* B, C, *reflectantur ad ipsos duo arcus* B D, C E, *se intersecantes in* F. *Dico proportionem sinus arcus* B E, *ad sinum arcus* E A, *componi ex proportione sinus arcus* B F, *ad sinum arcus* F D, *& ex proportione sinus arcus* C D, *ad sinum arcus* C A. *Ductis enim ex punctis* B, A, D, *ad planum circuli* C E, *tribus perpendicularibus* B G, A H, D I; *quoniam duo circuli* A B, C E, *se mutuo secant in* E, *& ex punctis* B, A, *in planum circuli* C E, *demissæ sunt perpendiculares* B G, A H; *erit vt sinus arcus* E B, *ad sinum arcus* E A, *ita recta* B G, *ad rectam* A H: *Item quoniam duo circuli* B D, C E, *se mutuo secant in* F, *& ex punctis* B, D, *in planum circuli* C E, *deductæ sunt perpendiculares* B G, D I; *erit eadem ratione, vt sinus arcus* F B, *ad sinum arcus* F D, *ita recta* B G, *ad rectam* D I: *Denique quia duo circuli* A C, C E, *se intersecant in* C, *& ex punctis* D, A, *in planum circuli* C E, *demissæ sunt perpendiculares rectæ lineæ* D I, A H; *erit similiter, vt sinus arcus* C D, *ad sinum arcus* C A, *ita recta* D I, *ad rectam* A H. *Proportio autem rectæ* B G, *ad rectam* A H, *(posita media linea* D I.*) componitur ex proportione rectæ* B G, *ad rectam* D I, *& ex proportione rectæ* D I, *ad rectam* A H. *Igitur & proportio sinus arcus* B E, *ad sinum arcus* E A, *(quæ eadem est, quæ proportio* B G, *ad* A H.*) componetur ex proportione sinus arcus* B F, *ad sinum arcus* F D, *(quæ eadem est, quæ proportio* B G, *ad* D I.*) & ex proportione sinus arcus* C D, *ad sinum arcus* A C, *(quæ eadem est, quæ* D I, *ad* A H.*) quod est propositum.*

Schol. 40. huius. & permutando.

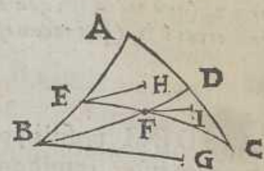


IISDEM

II.

IISDEM positis, proportio sinus vnius arcuum eductorum ad sinum segmenti eiusdem arcus inter punctum eductionis, & arcum reflexum, componitur ex proportione sinus arcus reflexi à termino dicti arcus ad sinum segmenti eiusdem arcus reflexi inter alterum arcum eductum, & alterum arcum reflexum, & ex proportione sinus segmenti alterius arcus reflexi inter terminum alterius arcus educti, & priorem arcum reflexum ad sinum totius posterioris arcus reflexi.

HOC est, proportio sinus arcus A B, *ad sinum arcus* A E, *componitur ex proportione sinus arcus* B D, *ad sinum arcus* D F, *& ex proportione sinus arcus* C F, *ad sinum arcus* C E. *Ductis enim ex punctis* B, E, F, *ad planum circuli* A C, *tribus perpendicularibus* B G, E H, F I; *quoniam duo circuli* A B, A C, *se mutuo secant in* A, *& ex punctis* B, E, *in planum circuli* A C, *demissæ sunt perpendiculares* B G, E H; *erit, vt sinus arcus* A B, *ad sinum arcus* A E, *ita recta* B G, *ad rectam* E H: *Item quia duo circuli* B D, A C, *se intersecant in* D, *& ex punctis* B, F, *in planũ circuli* A C, *deductæ sunt perpendiculares* B G, F I; *erit pari ratione, vt sinus arcus* D B, *ad sinum arcus* D F, *ita recta* B G, *ad rectam* F I: *Denique quoniam duo circuli* A C, C E, *se in* C, *intersecant, & ex punctis* F, E, *in planum circuli* A C, *demissæ sunt perpendiculares* F I, E H; *erit eadem argumentatione, vt sinus arcus* C F, *ad sinum arcus* C E, *ita recta* F I, *ad rectam* E H. *Componitur autem proportio rectæ* B G, *ad rectam* E H, *(posita media linea* F I.) *ex proportione rectæ* B G, *ad rectam* F I, *& ex proportione rectæ* F I, *ad rectam* E H. *Igitur & proportio sinus arcus* A B, *ad sinum arcus* A E, *(quæ eadem est, quæ* B G, *ad* E H.) *componetur ex proportione sinus arcus* B D, *ad sinum arcus* D F, *(quæ eadem est, quæ* B G, *ad* F I,) *& ex proportione sinus arcus* C F, *ad sinum arcus* C E, *(quæ eadem est, quæ* F I, *ad* E H.) *quod est propositum.*



Schol. 40. huius. & permutando.

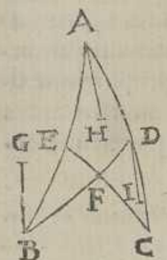
III.

IISDEM positis, proportio sinus vnius arcuum eductorum ad sinum segmenti eiusdem arcus inter eius terminum, & arcum reflexum, componitur ex proportione sinus segmenti alterius arcus educti inter punctum eductionis, & arcum reflexum ad sinum reliqui segmenti, & ex proportione sinus segmenti arcus reflexi à termino posterioris arcus educti inter terminum, & alterum arcum reflexum ad sinum reliqui segmenti eiusdem arcus reflexi.

HOC est, (repetita figura primi theorematis) proportio sinus arcus A C, *ad sinum arcus* C D, *componitur ex proportione sinus arcus* A E, *ad sinum arcus* E B, *& ex pro-*

ex proportione sinus arcus B F, *ad sinum arcus* F D. *Quoniam enim duo circuli* A C, C E, *se intersecant in* C, *& ex punctis* A, D, *demissæ sunt perpendiculares* A H, D I, *ad planum circuli* C E; *erit, vt sinus arcus* C A, *ad sinum arcus* C D, *ita recta* A H, *ad rectam* D I: *Item quoniam duo circuli* A B, C E, *se mutuo secant in* E, *& ex punctis* A, B, *in planum circuli* C E, *deductæ sunt perpendiculares* A H, B G; *erit simili modo, vt sinus arcus* E A, *ad sinum arcus* E B, *ita recta* A H, *ad rectam* B G: *Denique quia duo circuli* B D, C E, *se mutuo secant in* F, *& ex punctis* B, D, *ad planum circuli* C E, *ductæ sunt perpendiculares* B G, D I; *erit eadem ratione, vt sinus arcus* F B, *ad sinum arcus* F D, *ita recta* B G, *ad rectam* D I. *Componitur autem proportio rectæ* A H, *ad rectam* D I, (*posita media linea* B G.) *ex proportione rectæ* A H, *ad rectam* B G, *& ex proportione rectæ* B G, *ad rectam* D I. *Igitur & proportio sinus arcus* A C, *ad sinum arcus* C D, (*quæ eadem est, quæ* A H, *ad* D I.) *componetur ex proportione sinus arcus* A E, *ad sinum arcus* E B, (*quæ eadem est, quæ* A H, *ad* B G.) *& ex proportione sinus arcus* B F, *ad sinum arcus* F D, (*quæ eadem est, quæ* B G, *ad* D I.) *quod est propositum.*

Schol. 40. huius. & permutando.



IIII.

IISDEM positis, proportio sinus segmenti vnius arcuum reflexorum inter terminum arcus educti, & alterum arcum reflexum ad sinum reliqui segmenti, componitur ex proportione sinus segmenti vnius arcuum eductorum inter eundem terminum, & alterum arcum reflexum ad sinum reliqui segmenti, & ex proportione sinus alterius arcus educti ad sinum segmenti illius inter terminum, & arcum reflexum.

HOC *est,* (*repetita eadem figura primi theorematis*) *proportio sinus arcus* B F, *ad sinum arcus* F D, *componitur ex proportione sinus arcus* B E, *ad sinum arcus* E A, *& ex proportione sinus arcus* A C, *ad sinum arcus* C D. *Cum enim duo circuli* B D, C E, *se mutuo secent in* F, *& ex* B D, *ad planum circuli* C E, *perpendiculares* B G, D I, *sint demissæ; erit, vt sinus arcus* F B, *ad sinum arcus* F D, *ita recta* B G, *ad rectam* D I: *Quia item duo circuli* B A, C E, *se mutuo secant in* E, *& ex punctis* B, A, *ad circulum* C E, *perpendiculares ductæ sunt* B G, A H; *erit quoque, vt sinus arcus* E B, *ad sinum arcus* E A, *ita recta* B G, *ad rectam* A H: *Denique quia duo circuli* A C, C E, *sese in* C, *secant, & ex punctis* A, D, *ad planum circuli* C E, *demissæ sunt perpendiculares* A H, D I; *erit similiter, vt sinus arcus* C A, *ad sinum arcus* C D, *ita recta* A H, *ad rectam* D I. *Proportio autem rectæ* B G, *ad rectam* D I, (*posita media linea* A H) *componitur ex proportione rectæ* B G, *ad rectam* A H, *& ex proportione rectæ* A H, *ad rectam* D I. *Igitur & proportio sinus arcus* B F, *ad sinum arcus* F D, (*quæ eadem est, quæ* B G, *ad* D I.) *componetur ex proportione sinus arcus* B E, *ad sinum arcus* E A, (*quæ eadem est, quæ* B G, *ad* A H.) *& ex proportione sinus arcus* A C, *ad sinum arcus* C D, (*quæ eadem est, quæ* A H, *ad* D I.) *quod est propositum.*

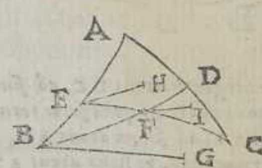
Schol. 40. huius. & permutando.

IISDEM

V.

IISDEM positis, proportio ſinus vnius arcuum reflexorum ad ſinum ſegmenti eiuſdem inter terminum arcus educti, & alterum arcum reflexum, componitur ex proportione ſinus ſegmenti alterius arcus educti inter punctum eductionis, & arcum reflexum ad ſinum totius arcus educti; & ex proportione ſinus alterius arcus reflexi ad ſinum ſegmenti eiuſdem inter priorem arcum eductum & priorem arcum reflexum.

HOC eſt, (repetita figura ſecundi theorematis) proportio ſinus arcus C E, *ad ſinum arcus* C F, *componitur ex proportione ſinus arcus* A E, *ad ſinum arcus* A B, *& ex proportione ſinus arcus* B D, *ad ſinum arcus* D F. *Nam cum duo circuli* A C, C E, *ſe in* C, *mutuò ſecent, & ex punctis* E, F, *ad planum circuli* AC, *ductæ ſint perpendiculares* EH, FI, *erit vt ſinus arcus* C E, *ad ſinum arcus* C F, *ita recta* E H, *ad rectam* F I: *Item cum duo circuli* A B, A C, *ſe interſecent in* A, *& ex punctis* E, B, *ad planum circuli* A C, *cadant perpendiculares* EH, BG; *erit etiam, vt ſinus arcus* A E, *ad ſinum arcus* A B, *ita recta* E H, *ad rectam* B G: *Quia denique duo circuli* A C, B D, *ſe mutuo ſecant in* D, *& ex punctis* B, F, *ad planum circuli* A C, *demiſſæ ſunt perpendiculares* B G, F I; *erit pari ratione, vt ſinus arcus* D B, *ad ſinum arcus* D F, *ita recta* B G, *ad rectam* F I. *Componitur autem proportio rectæ* E H, *ad rectam* F I, *(poſita media linea* B G,) *ex proportione rectæ* E H, *ad rectam* B G, *& ex proportione rectæ* B G, *ad rectam* F I. *Igitur proportio quoque ſinus arcus* C E, *ad ſinum arcus* C F, *(quæ eadem eſt, quæ* E H, *ad* F I.) *componetur ex proportione ſinus arcus* A E, *ad ſinum arcus* A B, *(quæ eadem eſt, quæ* E H, *ad* B G.) *& ex proportione ſinus arcus* B D, *ad ſinum arcus* D F, *(quæ eadem eſt, quæ* B G, *ad* F I.) *quod eſt propoſitum.*



Schol. 40. huius. & permutando.

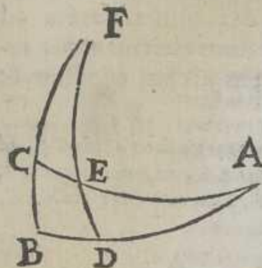
VI.

SI in ſphæræ ſuperficie duo maximi circuli ſe mutuò non ad angulos rectos ſecent, & à duobus punctis in vno aſſumptis ad alterum circulum ducantur duo arcus perpendiculares: Erit, vt ſinus arcus inter punctum interſectionis, & alterutrum angulorum rectorum intercepti ad tangentem illius arcus perpendicularis, ita ſinus arcus inter punctum interſectionis, & alterum angulum rectum interiecti ad tangentem alterius huius arcus perpendicularis.

DVO circuli maximi A B, A C, *ſe mutuo ſecent in* A, *non ad angulos rectos, & ex punctis* C, E, *in circulo* A C, *aſſumptis ad circulum* A B, *ducantur arcus perpendiculares* C B, E D. *Dico ita eſſe ſinum arcus* A B, *ad tangentem arcus* C B, *vt eſt ſinus arcus* A D, *ad tangentem arcus* E D. *Productis enim arcubus* B C, D E, *donec coëant in* F, *erunt* B F, D F, *quadrantes. Quoniam vero à puncto* B, *duo arcus ma-* 25. huius.

ximorum

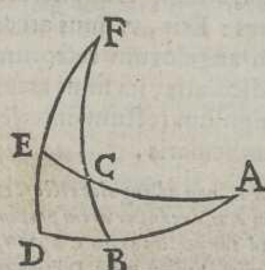
ximorum circulorum B A, B F, *educuntur, ab eorumq́; terminis* A, F, *ad ipsos duo arcus* A C, F D, *reflectuntur se intersecantes in* E; *componetur proportio sinus arcus*
Theorema 3. huius scholij. A B, *ad sinum arcus* A D, *ex proportione sinus arcus* B C, *ad sinum arcus* C F, *& ex proportione sinus arcus* E F, *ad sinum arcus* D E.
48. Sinuũ. *Est autem, (cum* C F, *sit complementũ arcus* B C.) *vt sinus arcus* C F, *ad sinum arcus* B C, *ita sinus totus ad tangentem arcus* B C; *conuertendoq́; vt sinus arcus* B C, *ad sinum arcus* C F, *ita tangens arcus* B C, *ad sinum totum: Item (cum* E F, *sit complementum arcus* D E.) *vt sinus arcus* E F, *ad sinum arcus* D E, *ita sinus totus ad tangentem arcus* D E. *Igitur proportio sinus arcus* A B, *ad sinum arcus* A D, *componetur quoque ex proportione tangentis arcus* B C, *ad sinum totum, & ex proportione sinus totius ad tangentem arcus* D E. *Cum ergo & proportio tangentis arcus* B C, *ad tangentem arcus* D E, *componatur ex proportione tangentis arcus* B C, *ad sinum totum, & ex proportione sinus totius ad tangentem arcus* D E; *quòd sinus totus inter dictas tangentes sit positus: erit, vt sinus arcus* A B, *ad sinum arcus* A D, *ita tangens arcus* B C, *ad tangentem arcus* D E; *& permutando, vt sinus arcus* A B, *ad tangentem arcus* C B, *ita sinus arcus* A D, *ad tangentem arcus* E D. *Quod est propositum.*



VII.

SI in sphæræ superficie duo quadrantes maximorum circulorum se intersecent ad angulos non rectos, & per extrema puncta arcus maximi circuli ducatur, necnon ab aliquo puncto vnius quadrantis ad alterum arcus perpendicularis demittatur: Erit, vt sinus totus ad tangentem huius arcus perpendicularis, ita tangens complementi arcus per extremitates quadrantum ducti ad sinum arcus quadrantis, ad quem perpendicularis arcus demissus est, inter punctum sectionis, & arcum perpendicularem interiecti.

DVO *quadrantes maximorum circulorum* A D, A E, *secent sese in* A, *ad angulos non rectos, & per* D, E, *arcus circuli maximi describatur*
35. huius. D E: *eruntq́; anguli* D, E, *recti. Item ex* C, *puncto quocunque demittatur ad* A D, *arcus perpendicularis* C B: *Productis autem arcubus* D E, B C,
35. huius. *donec in* F, *coëant, erunt* D F, B F, *quadrantes. Dico ita esse sinum totum ad tangẽtem arcus* B C, *vt est tangens arcus* E F, *qui complementum est arcus* D E, *ad sinum arcus* A B. *Quoniam enim à puncto* D, *duo arcus circulorũ maximorum educti sunt* D A, D F, *& ab eorum terminis* A, F, *duo alij*
Theorema 4. huius scholij. *reflectuntur* A E, F B, *secantes sese in* C; *erit proportio sinus arcus* C F, *ad sinum arcus*

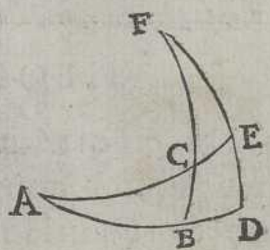


arcus B C, *composita ex proportione sinus arcus* E F, *ad sinum arcus* D E, *& ex proportione sinus totius quadrantis* A D, *ad sinum arcus* A B. *Est autem, (cum* C F, *sit complementum arcus* B C.) *vt sinus arcus* C F, *ad sinum arcus* C B, *ita sinus totus ad tangentem arcus* B C: *Item, (cum* D E, *sit complementum arcus* E F.) *vt sinus arcus* D E, *ad sinum arcus* E F, *ita sinus totus ad tangentem arcus* E F; *& conuertendo, vt sinus arcus* E F, *ad sinum arcus* D E, *ita tangens arcus* E F, *ad sinum totum. Igitur & proportio sinus totius ad tangentem arcus* B C, *composita erit ex proportione tangentis arcus* E F, *ad sinũ totum, & ex proportione sinus totius quadrantis* A D, *ad sinum arcus* A B. *Cum ergo proportio tangentis arcus* E F, *ad sinum arcus* A B, *componatur quoque ex proportione tangentis arcus* E F, *ad sinum totum, & ex proportione sinus totius ad sinum arcus* A B; *quòd sinus totus sit medius inter illam tangentem, & hunc sinum: erit, vt sinus totus ad tangentem arcus* B C, *ita tangens arcus* E F, *ad sinum arcus* A B. *Quod est propositum.* 18. Sinuũ.

VIII.

SI in sphæræ superficie duo maximi circuli ad angulos non rectos se mutuo secent, & à duobus punctis in vno assumptis ad alterum circulum duo arcus perpendiculares ducantur: Erit, vt sinus arcus inter punctum sectionis, & alterutrum punctorum sumptorum ad secantem complementi arcus per reliquum punctum assumptum ducti, ita sinus arcus inter punctum sectionis, & reliquum hoc punctum sumptum ad secantem complementi arcus per alterum illud punctum assumptum ducti.

IN *proxima figura secent sese duo maximi circuli* A D, A E, *in* A, *ad angulos non rectos, & ex punctis* C, E, *ad* A D, *arcus perpendiculares ducantur* C B, E D, *producanturq́; donec coeant in* F. *Erunt* B F, D F, *quadrantes, ac propterea* C F, E F, 15. huius. *complementa arcuum* B C, D E. *Dico ita esse sinũ arcus* A E, *ad secantem arcus* C F, *vt est sinus arcus* A C, *ad secantem arcus* E F. *Quoniam enim à puncto* D, *duo arcus educuntur* D A, D F, *à quorum terminis* A, F, *duo alij ad ipsos reflectuntur* A E, F B, *se intersecantes in* C; *erit proportio sinus arcus* A E, *ad sinum arcus* A C, *composita ex proportione sinus arcus* D E, *ad sinum totum quadrantis* D F, *& ex proportione sinus totius quadrantis* B F, *ad sinum arcus* B C. Theorema 5. huius scholij. *Est autem, vt sinus arcus* D E, *ad sinum totum quadrantis* D F, *ita sinus totus ad secantem arcus* E F; 18. Sinuũ. *propterea quòd sinus totus medio loco proportionalis est inter sinum rectum arcus* D E, *& secantem arcus* E F, *qui complementum est arcus* D E: 18. Sinuũ. *Eademq́; ratione ita est secans arcus* C F, *ad sinum totum, vt sinus totus quadrantis* B F, *ad sinum arcus* B C; *quòd sinus totus medio quoque loco sit proportionalis inter secantem arcus* C F, *qui complementum est arcus* B C, *& sinum rectum arcus* B C. *Igitur proportio sinus arcus* A E, *ad sinum arcus* A C, *componetur quoque ex proportione secantis arcus* C F, *ad sinum totum, & ex proportione sinus totius ad secantem*

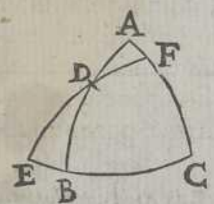


tem arcus E F. *Cum ergo & proportio secantis arcus* C F, *ad secantem arcus* E F, *componatur ex proportione secantis arcus* C F, *ad sinum totum*, *& ex proportione sinus totius ad secantem arcus* E F; *quòd sinus totus sit medius inter has secãtes: erit, vt sinus arcus* A E, *ad sinum arcus* A C, *ita secans arcus* C F, *ad secantem arcus* E F; *& permutando, vt sinus arcus* A E, *ad secantem arcus* C F, *ita sinus arcus* A C, *ad secantem arcus* E F. *Quod est propositum.*

40. huius. ALITER. *Quoniam est, vt sinus arcus* A E, *ad sinum arcus* E D, *ita sinus arcus* A C, *ad sinum arcus* C B; *hoc est, permutando, vt sinus arcus* A E, *ad sinum arcus* A C, *ita sinus arcus* E D, *ad sinum arcus* C B: *Est autem ita secans arcus* C F, *ad secantem arcus* E F, *vt sinus* E D, *qui complementum est posterioris arcus* E F, *ad sinum arcus* C B, *qui complementum est arcus prioris* C F; *erit quoque, vt sinus arcus* A E, *ad sinum arcus* A C, *ita secans arcus* C F, *ad secantem arcus* E F. *Et permutando, vt sinus arcus* A E, *ad secantem arcus* C F, *ita sinus arcus* A C, *ad secantem arcus* E F. *Quod est propositum.*

21. Sinuũ.

EADEM *hæc demonstratio locum etiam habet, licet duo puncta assumpta sint ad diuersas partes puncti sectionis. Secent enim rursum sese duo circuli maximi* E F, B A, *in* D; *& à punctis* F, E, *arcus* E F, *ducantur ad* B A, *arcus perpendiculares* F A, E B.



40. huius. *Dico ita esse sinum arcus* E D, *ad secantem complementi arcus* F A, *vt est sinus arcus* D F, *ad secantem complementi arcus* E B. *Nam quoniam est, vt sinus arcus* E D, *ad sinum arcus* E B, *ita sinus arcus* D F, *ad sinum arcus* F A; *& permutando, vt sinus arcus* E D, *ad sinum arcus* D F, *ita sinus arcus* E B, *ad sinum arcus* F A: *Vt autem sinus arcus* E B, *ad sinum arcus* F A, *ita est secans complementi arcus* F A, *ad secantem complementi arcus* E B: *erit quoque, vt sinus arcus* E D, *ad sinum arcus* D F, *ita secans complementi arcus* F A, *ad secantem complementi arcus* E B: *& permutando, vt sinus arcus* E D, *ad secantem complementi arcus* F A, *ita sinus arcus* D F, *ad secantem complementi arcus* E B. *Quod est propositum.*

21. Sinuũ.

REPETIVIMVS *autem hic figuram quartam propos. 35. licet arcuum* B C, C F, *nulla fiat mentio, ne nouam figuram cogeremur extruere.*

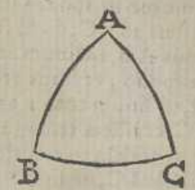
THEOR. 39. PROPOS. 41.

IN omni triangulo sphærico, sinus cuiuslibet arcus ad sinum anguli, quem subtendit, eandem habet proportionem, quam sinus vtriusque reliquorum arcuum ad sinũ anguli, quem subtendit.

SIT triangulum sphæricum quodcunque A B C. Dico ita esse sinum arcus A B, ad sinum anguli C, quem subtendit, vt est sinus arcus A C, ad sinum anguli B, quem subtendit, & vt sinus arcus B C, ad sinum anguli A, quem subtendit. Sint enim primum omnes tres anguli recti; eruntque propterea omnes arcus quadrantes. Manifestum igitur est, vt est sinus totus quadrantis A B,

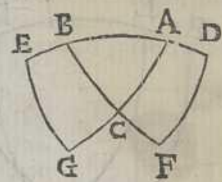
Coroll. 25. huius.

A B, ad ſinum totum anguli recti C, ita eſſe totum quadrantis A C, ad ſinum totum anguli recti B, & ſinum totum quadrantis B C, ad ſinum totum anguli recti A.

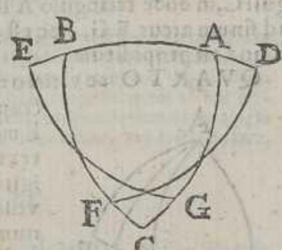


DEINDE ſint duo tantum anguli A, B, recti, eruntq; idcirco arcus A C, B C, quadrantes, & C, polus arcus A B. Itaque rurſus perſpicuum eſt, vt eſt ſinus arcus A B, ad ſinum anguli C, hoc eſt, ad ſinum arcus A B, (Eſt enim A B, arcus anguli C, cum C, ſit polus arcus A B, vt oſtenſum eſt) ita eſſe ſinum totum quadrantis A C, ad ſinum totum anguli recti B, & ſinum totum quadrantis B C, ad ſinum totum anguli recti A; cum ſemper ſit æqualitatis proportio. 25.huius. Schol. 26. huius.

TERTIO ſit angulus duntaxat C, rectus, & reliquorum angulorum A, B, vterque recto minor, vel maior; vel alter recto maior, & alter minor. Si igitur vterque recto minor eſt, erunt omnes arcus quadrante minores. Producantur omnes, & fiant quadrantes B D, A E, B F, A G, & per puncta D, F, arcus maximi circuli D F, & per puncta E, G, arcus maximi circuli E G, ducatur; eruntque anguli D, F, E, G, recti, & B, polus arcus D F, & A, polus arcus E G; ac proinde arcus D F, E G, arcus erunt angulorum B, A. Tam verò quadrans B D, quam A E, arcus eſt anguli recti C, vt ex defin. 6. perſpicuum eſt. Quoniam igitur duo circuli maximi B D, B F, ſe mutuo ſecant in ſphæra in puncto B, & in arcu B D, ſumpta ſunt duo puncta A, D, à quibus ad arcum B F, ducti ſunt arcus perpendiculares A C, D F; erit vt ſinus arcus A B, ad ſinum arcus A C, ita ſinus arcus B D, ad ſinum arcus D F: & permutando, vt ſinus arcus A B, trianguli A B C, ad ſinum quadrantis B D, hoc eſt, ad ſinum totum anguli recti C, in eodem triangulo A B C, ita ſinus arcus A C, trianguli eiuſdem A B C, ad ſinum arcus D F, hoc eſt, ad ſinum anguli B, eiuſdem trianguli A B C. Eodem modo erit, vt ſinus arcus A B, in triangulo A B C, ad ſinum quadrantis A E, hoc eſt, ad ſinum totum anguli recti C, eiuſdem trianguli A B C, ita ſinus arcus B C, eiuſdem trianguli A B C, ad ſinum arcus E G, hoc eſt, ad ſinum anguli A, in eodem triangulo A B C. Patet ergo propoſitum. 28.huius. 20.1.Theod. 25.huius. Schol. 26. huius. 40.huius.

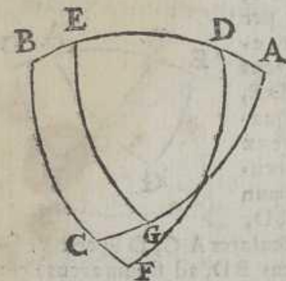


SI verò vterque angulorum A, B, eſt recto maior, erit arcus A B, quadrante minor: & tam arcus A C, quam B C, quadrante maior. Producto igitur arcu A B, in vtramque partem, vt ſint quadrantes A E, B D, abſciſſiſque quadrantibus A G, B F, ducatur per puncta D, F, arcus maximi circuli D F, & per E, G, maximi circuli arcus E G; eritque rurſum B, polus arcus D F, & A, polus arcus E G. Igitur D F, E G, arcus erunt angulorum B, A; necnon tam quadrans B D, quam A E, arcus anguli recti C, ex defin. 6. Item propter quadrantes B D, B F, vterque angulus D, F; & propter quadrantes A E, A G, 37.huius. 34.huius. 20.1.Theod. 26.huius. 25.huius.

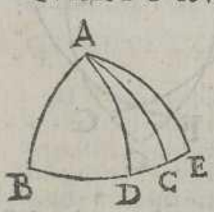


vterque angulus E, G, rectus erit. Quia igitur duo maximi circuli B D, B C, se mutuo in sphæra secant in B, sumptaque sunt in B D, duo puncta A, D, à quibus ad B C, ducti sunt duo arcus A C, D F, perpendiculares, erit vt sinus
40.huius. arcus A B, ad sinum arcus A C, ita sinus arcus B D, ad sinum arcus D F: & permutando, vt sinus arcus A B, trianguli A B C, ad sinum quadrantis B D, hoc est, ad sinum totum anguli recti C, in eodem triangulo A B C, ita sinus arcus A C, eiusdem trianguli A B C, ad sinum arcus D F, hoc est, ad sinum anguli B, in eodem triangulo A B C. Eademq; ratione erit, vt sinus arcus A B, trianguli A B C, ad sinum quadrantis A E, hoc est, ad sinum totum anguli recti C, in eodem triangulo A B C, ita sinus arcus B C, eiusdem trianguli A B C, ad sinum arcus E G, hoc est, ad sinum anguli A, in eodem triangulo A B C. Quod est propositum.

SI denique alter angulorum A, B, recto maior est, & alter minor; sit B, ma-
37.huius. ior, & A, minor. Erit igitur arcus A B, quadrante maior: Item arcus A C,
34.huius. quadrante etiam maior, at verò B C, minor quadrante. Abscindantur ergo quadrantes B D, A E, & A G, productoque arcu B C, fiat
20.1.Theod. quadrans B F; & per puncta D, F, ducatur arcus D F, circuli maximi, necnon per E, G, arcus circuli maximi E G; eritque rursus B,
16.huius. polus arcus D F, & A, polus arcus E G. Igitur D F, E G, arcus erunt angulorum B, A; necnon tam quadrans B D, quam A E, arcus anguli C, recti, ex defin. 6. Item propter qua-
25.huius. drantes A E, A G, vterque angulus E, G, rectus erit. Quoniam igitur duo circuli maximi B A, B F, in sphæra se mutuo secant in B, sumptaque sunt in B A, duo puncta A, D, à quibus ad B F, ducti sunt duo arcus perpendiculares A C, D F; erit, vt sinus
40. huius. arcus A B, ad sinum arcus A C, ita sinus arcus B D, ad sinum arcus D F: & permutando, vt sinus arcus A B, trianguli A B C, ad sinum quadrantis B D, hoc est, ad sinum totum anguli recti C, in eodem triangulo A B C, ita sinus arcus A C, trianguli eiusdem A B C, ad sinum arcus D F, hoc est, ad sinum anguli B, in triangulo eodem A B C. Eodemque modo erit, vt sinus arcus AB, trianguli A B C, ad sinum quadrantis A E, hoc est, ad sinum totum recti anguli C, in eodẽ triangulo A B C, ita sinus arcus B C, eiusdem trianguli A B C, ad sinum arcus E G, hoc est, ad sinum anguli A, eiusdem trianguli A B C. Quod est propositum.



QVARTO ac vltimo nullus angulorum A, B, C, rectus sit. Per pun-
20.1.Theod. ctum A, & polum circuli B C, ducatur arcus circuli maximi A D, cadatque primum in latus B C, in-
15.1.Theod. tra triangulum; eruntq; anguli ad D, recti. Quoniam igitur in triangulo A B D, angulus D, rectus est; erit, vt iam demonstratum est, vt sinus arcus A B, ad sinum anguli A D B, ita sinus arcus A D, ad sinum anguli B: & permutando, vt sinus arcus A B, ad sinum arcus A D, ita sinus anguli A D B, ad sinum anguli B. Sed eodem modo, cum in triangulo A D C, angulus



gulus D, rectus sit; est, vt sinus arcus A D, ad sinum anguli A C D, ita sinus arcus A C, ad sinum anguli A D C: & permutando, vt sinus arcus A D, ad sinum arcus A C, ita sinus anguli A C D, ad sinum anguli A D C, hoc est, ad sinum anguli A D B, cum anguli ad D, sint recti. Ex æqualitate ergo, & perturbata proportione, erit, vt sinus arcus A B, ad sinum arcus AC, ita sinus anguli A C D, ad sinum anguli B; vt in apposita formula apparet. Igitur & permutando erit, vt sinus arcus A B, in triangulo A B C, ad sinum anguli A C B, in eodem triangulo ABC, ita sinus arcus A C, eiusdem trianguli A B C, ad sinum anguli B, in eodem triangulo ABC.

arcus	anguli
AB.	ACD.
AD.	ADB.
AC.	B.

CADAT deinde arcus per A, & polum circuli BC, ductus in arcum BC, productum ad E, eritq; angulus E, rectus. Quoniam igitur in triangulo A B E, angulus E, rectus est; erit, vt demonstratum est, vt sinus arcus A B, ad sinum anguli E, ita sinus arcus A E, ad sinum anguli B: & permutando, vt sinus arcus A B, ad sinum arcus A E, ita sinus anguli E, ad sinum anguli B. Sed eadem ratione, cum in triangulo A C E, angulus E, rectus sit, est, vt sinus arcus A E, ad sinum anguli A C E, ita sinus arcus A C, ad sinum anguli E: & permutando, vt sinus arcus A E, ad sinum arcus A C, ita sinus anguli A C E, ad sinum anguli E. Igitur ex æqualitate, & perturbata proportione, erit vt sinus arcus A B, ad sinum arcus A C, ita sinus anguli A C E, hoc est, anguli A C B, (cum idem sit sinus vtriusq; anguli ad C, quòd eorum arcus semicirculum constituant, vt constat ex coroll. propos. 5. huius tractatus. Perspicuum autem est ex ijs, quæ in tractatione sinuum diximus, duos arcus semicirculum conficientes, eundem habere sinum.) ad sinum anguli B; vt in apposita formula apparet. Igitur & permutando erit, vt sinus arcus A B, in triangulo A B C, ad sinum anguli A C B, eiusdem trianguli A B C, ita sinus arcus A C, in eodem triangulo A B C, ad sinum anguli B, eiusdem trianguli A B C. Quod si ex B, ad arcum A C, ducatur alius arcus perpendicularis, qui vel intra triangulum cadet, vel in arcum productum, ostendemus eodem modo, ita esse sinũ arcus A B, ad sinum anguli A C B, vt est sinus arcus B C, ad sinum anguli B A C. Itaque in omni triangulo sphærico, sinus cuiuslibet arcus, &c. Quod erat ostendendum.

15.1.Theod.

arcus	anguli
AB.	ACE.
AE.	E.
AC.	B.

COROLLARIVM.

HINC perspicuum est, in omni triangulo sphærico rectangulo, vt est sinus arcus rectum angulum subtendentis ad sinum totum, nempe ad sinum anguli recti, quem subtendit, ita esse sinum cuiuslibet reliquorum arcuum ad sinum anguli, quem subtendit. Quod idcirco dixerim, quia plerique scriptores hoc corollarium, tanquàm propositionem ab hac nostra propositione 41. diuersam, demonstrant: sed placuit nobis propositionem hanc magis vniuersalem reddere, prout nimirum complectitur & triangulum sphæricum rectangulum, & non rectangulum.

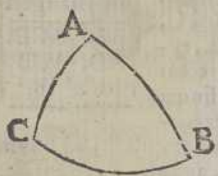
SCHOLIVM.

IN hac, & sequentibus propositionibus adducemus problemata, quibus sphæricorum triangulorum rectangulorum calculus perficitur, quæq; ex ipsis propositionibus eliciuntur. Quanquam autem nonnunquam in problemate aliquo plura propo-

nantur inuestiganda, primum tamen semper potissimum est, quod quæritur, inferaturq; primò ac per se ex ipso problemate. Ex hac igitur propositione sequentia tria problemata colliguntur.

I.

IN triangulo sphærico rectangulo, dato arcu, qui recto angulo opponitur & alterutro arcuum angulum rectum ambientium; inuenire angulum huic arcui oppositum.



IN *triangulo* A B C, *cuius angulus* C, *rectus, dati sint arcus* A B, A C. *Dico dari quoque angulum* B, *arcui* A C, *oppositum. Quoniam enim est, vt sinus arcus* A B, *ad sinum totum anguli recti* C, *ita sinus arcus* A C, *ad sinum anguli* B:

41. huius.

Praxis. *S I fiat, vt sinus arcus dati recto angulo oppositi ad sinum totum, ita sinus arcus circa angulum rectum dati ad aliud, reperietur sinus anguli quæsiti.*

VERVM *hic diligenter attendendum est, num angulus quæsitus* B, *sit acutus, an obtusus. Si enim acutus est, dabit arcus sinui inuento respondens angulum* B: *Si vero est obtusus, relinquet idem arcus ex semicirculo sublatus angulum* B. *Pulchre autem arcus datus* A C, *circa angulum rectum* C, *docebit, an angulus* B, *acutus sit,*
34. huius. *vel obtusus. Nam si* A C, *est minor quadrante, erit angulus* B, *acutus: Si vero quadrante maior, obtusus. Sumimus autem hic triangulum sphæricum, in quo vnus tantum angulus rectus est, & proinde nullus arcus Quadrans, vt in propos. dictum est: quod etiam in sequentibus intelligatur.*

II.

IN triangulo sphærico rectangulo, dato arcu, qui recto angulo opponitur, & alterutro angulorum non rectorum; inuenire arcum huic angulo oppositum.

IN *eodem triangulo datus sit arcus* A B, *recto angulo* C, *oppositus, & insuper angulus* B. *Dico dari quoque arcum* A C, *angulo* B, *oppositum. Cum enim sit, vt sinus*
41. huius. *arcus* A B, *ad sinum totum anguli recti* C, *ita sinus arcus* A C, *ad sinum anguli* B; *erit conuertendo, vt sinus totus ad sinum arcus* A B, *ita sinus anguli* B, *ad sinum arcus* A C.

Praxis. *S I igitur fiat, vt sinus totus ad sinum arcus angulo recto oppositi, ita sinus anguli dati ad aliud, inuenietur sinus arcus quæsiti.*

34. huius. *Hic autem arcus erit quadrante minor, si datus angulus est acutus: quadrante autem maior, si obtusus.*

III.

IN triangulo sphærico rectangulo, dato alterutro arcuū circa angulum rectū, & angulo, qui ei opponitur; inuenire arcū recto angulo oppositum. Oportet autem constare, num tertius angulus sit acutus, an obtusus: vel an tertius arcus sit quadrante minor, aut maior.

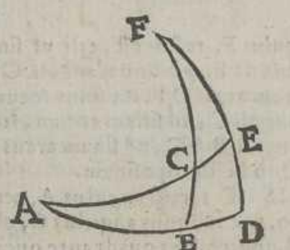
IN eodem triangulo datus sit arcus A C, circa angulum C, rectum, & angulus praeterea B, illi oppositus. Dico dari quoque arcum A B, recto angulo oppositum. Cum enim sit, vt sinus arcus A C, ad sinum anguli B, ita sinus arcus A B, ad sinum totum anguli recti C; erit conuertendo, vt sinus anguli B, dati ad sinum arcus A C, dati, ita sinus totus ad sinum arcus A B, recto angulo oppositi, qui quaeritur. 41. huius

SI igitur fiat, vt sinus anguli dati ad sinum dati arcus, ita sinus totus ad aliud, reperietur sinus arcus quaesiti, qui recto angulo opponitur. Praxis.

OPORTET autem constare, num tertius angulus A, acutus sit, an obtusus: vel an tertius arcus C B, quadrante minor sit, aut maior. Hinc enim discemus, quando arcus quaesitus A B, est quadrante minor, & quando maior; si aliunde id non constiterit. Nam si angulus A, fuerit acutus, si quidem & B, datus sit acutus: Vel si A, fuerit obtusus, si quidem & B, datus sit obtusus; erit arcus A B, recto angulo oppositus quadrante minor. Si vero angulus A, fuerit acutus, at B, datus obtusus: Vel si A, fuerit obtusus, at B, datus acutus; erit arcus A B, maior quadrante. Ita etiã, si arcus C B, fuerit quadrante minor, si quidem & A C, datus sit quadrante minor: Vel si C B, fuerit quadrante maior, si quidem & A C, datus sit maior quadrante; erit arcus A B, recto angulo oppositus quadrante minor. Si vero arcus C B, fuerit minor quadrante, at A C, datus quadrante maior: Vel si C B, fuerit quadrante maior, at A C, datus quadrante minor; erit arcus A B, maior quadrante. Itaq; non satis est, dari vnum arcum circa rectum angulum, cum angulo opposito, vt vult Copernicus propos. 4. de triangulis sphaericis: Id quod in scholio propos. 21. supra admonuimus; sed dari etiam debet species tertij anguli, vel tertij arcus. Qua in re etiam lapsus est Ioan. Regiom. propos. 27. lib. 4. triangulorum. 37. huius. 35. huius.

THEOR. 40. PROPOS. 42.

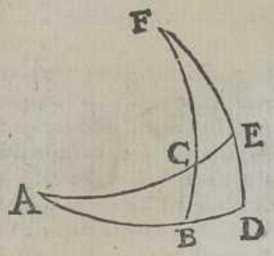
IN omni triangulo sphaerico rectangulo, cuius nullus arcuum quadrans sit, sinus vtriuslibet reliquorum angulorum eandem habet proportionem ad sinum totum, quam sinus complementi reliqui anguli ad sinum complementi arcus ipsum subtendentis.



IN triangulo sphaerico A B C, angulus B, sit rectus, & nullus arcuum quadrans. Dico ita esse sinum anguli C, ad sinum totum, vt est sinus complementi reliqui anguli A, ad sinum complementi arcus B C, angulum A, subtendentis. Quoniam enim nullus arcuum ponitur quadrans, nullus reliquorum angulorum rectus erit: Alias triangulum A B C, duos habens angulos rectos haberet duos arcus quadrantes; quod non ponitur. Sit ergo primum angulus A, acutus, & arcus A B, ipsi, & recto angulo B, Schol. 25. huius.

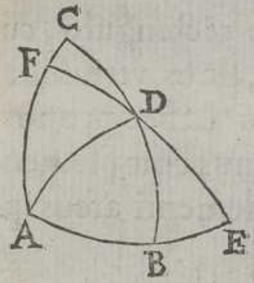
adiacens

33. huius. adiacens, quadrante minor. Quo posito, erit & angulus C, acutus: atque adeo
28. huius. omnes arcus trianguli A B C, quadrante minores. Producantur arcus A B, A C, & fiant quadrantes A D, A E, ac per puncta D, E, arcus D E, circuli maximi



20.1 Theod. ducatur D E, conueniens cum arcu B C,
25. huius. producto in F; Erit ergo vterq; angulus D, E, rectus, ob quadrantes A D, A E; atque adeo, cum & angulus B, rectus sit, vterque
25. huius arcus B F, D F, quadrans erit, ob angulos rectos B, D. Erit quoque D E, arcus anguli
25. huius. A; propterea quòd A, polus est arcus D E, ob quadrantes A D, A E. Item arcus E F, complementum erit arcus D E, & arcus C F, complementum arcus B C, ob quadrantes D F, B F. Quoniam vero in triangu-
Coroll. 41. huius. lo C E F, angulus E, rectus est; erit vt sinus arcus C F, ad sinum totum, ita sinus arcus E F, ad sinum anguli E C F: & conuertendo, vt sinus anguli
6. huius. E C F, hoc est, anguli A C B, qui illi æqualis est ad verticem, ad sinum arcus E F, ita sinus totus ad sinum arcus C F: & permutando, vt sinus anguli A C B, ad sinum totum, ita sinus arcus E F, hoc est, sinus complementi anguli A, ad sinum arcus C F, id est, ad sinum complementi arcus C B. Quod est propositum.

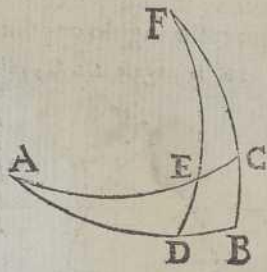
SIT deinde angulus A, obtusus, & adhuc arcus A B, quadrante minor. Fiat angulus B A D, rectus, secetque arcus A D, arcum B C, in D. Producto quoque arcu A B, fiat quadrans A E, & per puncta E, D, ducatur arcus E D,
20.1 Theod. circuli maximi secans arcum A C, in F. Et quia duo anguli D A B, D B A, recti sunt, erunt arcus A D, B D, quadrantes; atque adeo cum



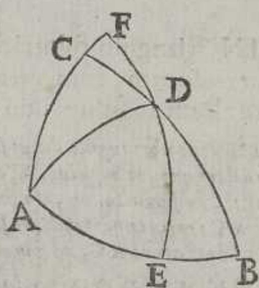
Schol. 25. huius. A E, quadrans quoque sit, & angulus D A E,
26. huius. rectus, erit & D E, quadrans, & A, polus arcus D E. Igitur & arcus A F, quadrans erit, cum ar-
Coroll. 16. 1. Theod. cus E F, quadrante semper absit à suo polo. Angulus item vterque ad F, cum arcus A F, tran-
15. 1. Theod. seat per A, polum arcus E F, rectus erit. Præterea E F, erit arcus anguli B A C, ob quadrantes A E, A F. Erit quoque arcus D F, complementum arcus E F, seu anguli B A C; & arcus C D, complementum arcus B C, ob quadrantes D E, B D. Quoniam igitur in triangulo C D F, an-
Corollar. 41. huius. gulus F, rectus est, erit vt sinus arcus C D, ad sinum totum, ita sinus arcus D F, ad sinum anguli C: & conuertendo, vt sinus anguli C, ad sinum arcus D F, ita sinus totus ad sinum arcus C D: & permutando, vt sinus anguli C, ad sinum totum, ita sinus arcus D F, hoc est, sinus complementi anguli B A C, ad sinum arcus C D, id est, ad sinum complementi arcus B C. Quod est propositum.

SIT tertio angulus A, acutus, & arcus A B, quadrante maior. Quo posi-
33. huius. to, erit reliquus angulus C, obtusus; ac proinde arcus A C, rectum angulum
37. huius. B, subtendens quadrante quoque maior. Abscindantur quadrantes A D, A E, & per

& per puncta D, E, ducatur arcus D E, circuli maximi coiens cum arcu B C, protracto in F; eritq; vterq; angulus D, E, rectus, ob quadrantes A D, A E; atque idcirco, cum & angulus B, sit rectus, quadrantes erunt B F, D F. Erit quoque D E, arcus anguli A, quòd A, polus sit arcus D E. Quare E F, complementum est anguli A; & C F, complementum arcus B C, ob quadrantes D F, B F. Quoniam igitur in triangulo C E F, angulus E, rectus est, erit vt sinus arcus C F, ad sinum totum, ita sinus arcus E F, ad sinum anguli E C F: & conuertendo vt sinus anguli E C F, hoc est, anguli A C B. (Habent enim duo anguli ad C, eundem sinum, cum eorum arcus semicirculum conficiant, ex coroll. propos. 5.) ad sinum complementi anguli A, ita sinus totus ad sinum arcus C F, hoc est, ad sinum complementi arcus B C: & permutãdo, vt sinus anguli A C B, ad sinum totum, ita sinus arcus E F, siue complementi anguli A, ad sinum arcus C F, seu complementi arcus B C. Quod est propositum. 20.1 Theod. 25.huius. 25.huius. 26.huius. Coroll. 41. huius.



QVARTO ac vltimo sit angulus A, obtusus, & adhuc arcus A B, quadrante maior. Fiat angulus rectus B A D, secetq; arcus A D, arcum B C, in D. Abscindatur quoque ex A B, quadrans A E, & per puncta E, D, ducatur arcus E D, circuli maximi secans arcum A C, productum in F. Et quia angulus B, rectus ponitur, & angulus B A D, rectus quoque ex constructione est, erunt arcus A D, B D, quadrantes. Rursus quia arcus A D, A E, quadrantes sunt, continentque angulum D A E, rectum, erit arcus D E, quadrans, & A, polus arcus D E; ac proinde cum arcus A F, transeat per A, polum arcus E F, erit angulus F, rectus. Item E F, erit arcus anguli B A C. Præterea arcus D F, complementum erit arcus E F, seu anguli B A C; & arcus C D, complementum arcus B C, ob quadrantes D E, B D. Quoniam igitur in triangulo C D F, angulus F, rectus est, erit vt sinus arcus C D, ad sinum totũ ita sinus arcus D F, ad sinum anguli D C F: Et conuertendo, vt sinus anguli D C F, hoc est, anguli A C B, (Habent enim arcus angulorum D C F, A C B, eundem sinum, cum semicirculum cõstituant.) ad sinum arcus D F, hoc est, ad sinum complementi anguli B A C, ita sinus totus ad sinum arcus C D, hoc est, ad sinum complementi arcus B C: Et permutando, vt sinus anguli A C B, ad sinum totum, ita sinus arcus D F, siue complementi anguli B A C, ad sinum arcus C D, seu complementi arcus B C. Quod est propositum. Igitur in omni triangulo sphærico rectangulo, &c. Quod demonstrandum erat. 20.1 Theod. 25.huius. 26. huius. 15.1.Theod. Coroll. 41. huius. Coroll. 5. huius.



SCHOLIVM.

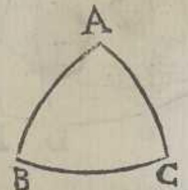
COLLIGEMVS *ex hac propositione duo hæc problemata.*

I.

IN triangulo ſphęrico rectangulo, datis duobus angulis non rectis; inuenire arcum vtrilibet eorum oppoſitum, vna cum arcu, qui recto angulo opponitur.

IN triangulo A B C, *cuius angulus* C, *rectus, dati ſint anguli* A, B. *Dico vtrumuis arcuum* A C, B C, *quoque dari, cum arcu* A B. *Quoniam enim eſt, vt ſinus anguli* A, *ad ſinum totum, ita ſinus complementi anguli* B, *ad ſinum complementi arcus* A C. *Item, vt ſinus anguli* B, *ad ſinum totum, ita ſinus complementi anguli* A, *ad ſinum complementi arcus* B C;

42. huius.



Praxis.

SI fiat, vt ſinus anguli dati, qui quæſito lateri adiacet, ad ſinum totum, ita ſinus complementi reliqui anguli dati ad aliud, producetur ſinus complementi arcus huic poſteriori angulo oppoſiti, qui quæritur. Inuento autem vtroque arcu circa angulum rectum, reperietur quoque ex vtrolibet illorum, & ex angulo, qui ei opponuntur dato, arcus recto angulo oppoſitus, vt in problemate 3. propoſitionis 41. oſtendimus.

34. huius. VTRVM *autem arcus* A C, B C, *ſint minores quadrante, aut maiores, ita diſcemus. Si angulus* B, *eſt acutus, erit arcus* A C, *ei oppoſitus quadrante minor: Si vero obtuſus, quadrante maior. Eadem ratione ſi angulus* A, *fuerit acutus, erit arcus ei oppoſitus* B C, *quadrante minor: ſi vero obtuſus, quadrante maior.*

II.

IN triangulo ſphærico rectangulo, dato alterutro angulorum non rectorum, cum alterutro arcuum circa angulum rectum; inuenire alium angulum non rectum, & reliquos duos arcus.

IN eodem triangulo datus ſit primum arcus A C, *cum angulo* A, *ſibi adiacente. Dico dari quoque angulum* B, *cum arcubus* B C, A B. *Cum enim ſit, vt ſinus anguli* A, *ad ſinum totum, ita ſinus complementi anguli* B, *ad ſinum complementi arcus* A C; *erit conuertendo, vt ſinus totus ad ſinum anguli* A, *dati, ita ſinus complementi dati arcus* A C, *ad ſinum complementi anguli* B, *qui quæritur.*

42. huius.

Praxis, quã do datur arcus cum angulo adiacente.

QVANDO ergo datur arcus cum angulo ſibi adiacẽte, ſi fiat, vt ſinus totus ad ſinum anguli dati, ita ſinus complementi arcus dati ad aliud, reperietur ſinus complementi alterius anguli, qui quæritur. Hinc ex duobus angulis non rectis iam cognitis, cognoſcentur reliqui duo arcus, vt in proximè antecedenti problemate demonſtratum eſt: Tertius autem datus eſt ex hypotheſi.

34. huius. NVM *vero angulus* B, *quæſitus ſit acutus, obtuſusue, docebit datus arcus* A C. *Si enim fuerit quadrante minor, erit angulus* B, *acutus: ſi vero maior quadrante, obtuſus.*

DATVS

DATVS deinde sit arcus A C, cum angulo B, sibi opposito, constetq; de reliquo angulo A, num acutus sit, an obtusus: vel de altero arcu B C, circa rectum angulum, qualis sit. Dico rursum dari & reliquum angulũ A, & reliquos arcus B C, A B. Nam cum sit, vt sinus anguli A, ad sinum totum, ita sinus complementi anguli B, ad sinum complementi arcus A C; erit conuertendo, vt sinus complementi arcus A C, dati ad sinum complementi anguli B, dati, ita sinus totus ad sinum anguli A, quaesiti. 42. huius.

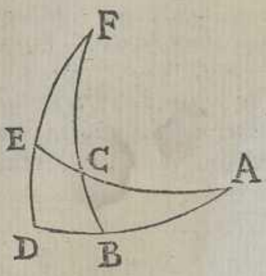
IGITVR cum datur arcus cum angulo sibi opposito, si fiat, vt sinus complementi arcus dati ad sinum complementi anguli dati, ita sinus totus ad aliud, procreabitur sinus reliqui anguli, qui quaeritur. Ex duobus ergo angulis non rectis iam cognitis, cognoscentur reliqui duo arcus, vt in praecedenti problemate monstrauimus. Tertius autem per hypothesim datus est. Praxis, quãdo datur arcus cum angulo opposito.

OPORTET autem constare, num reliquus angulus A, sit acutus, an obtusus, vt sciatur, qualis angulus sinui inuento respondens sit accipiendus, acutusne, an obtusus. Quòd si constaret de arcu B C, qualis sit, illico cognosceretur quoque species anguli A. Nam si arcus B C, fuerit quadrante minor, erit angulus A, acutus: si autem quadrante maior, obtusus. Pari ratione, si sciretur, qualis sit arcus A B, angulo recto oppositus, continuò speciem anguli A, cognosceremus. Nam si arcus A B, fuerit minor quadrante, & datus quidem angulus B, acutus, erit quoque angulus A, acutus; Si vero datus angulus B, sit obtusus, erit quoque obtusus angulus A. At si arcus A B, fuerit maior quadrante, & datus quidem angulus B, acutus, erit angulus A, obtusus: Si vero datus angulus B, sit obtusus, erit angulus A, acutus. Itaque non est satis, dari angulum non rectum, cum arcu opposito, vt vult Copernicus propos. 4. de triangulis sphaericis: Id quod supra quoque monuimus in scholio propos. 21. sed debet etiam dari species tertij anguli, vel species arcus alterius circa rectum angulum; vel certe species arcus recto angulo oppositi. Qua in re lapsus est Nicolaus Copernicus, qui voluit in propos. 4. de triangulis sphaericis, satis esse, vt detur arcus circa rectum angulum, cum alterutro angulorum non rectorum. Falsum enim hoc est de angulo dato arcui opposito, nisi aliud praeterea constet, vt hic diximus, & in scholio propos. 21. monuimus. 34. huius. 38. huius. Error Copernici.

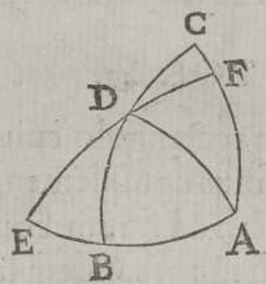
THEOR. 41. PROPOS. 43.

IN omni triangulo sphaerico rectangulo, cuius nullus arcuum quadrans sit, sinus complementi arcus rectum angulum subtendẽtis ad sinum complementi vtriusve reliquorum arcuum eandem habet proportionem, quam sinus complementi reliqui arcus ad sinum totum.

IN triangulo sphaerico rectangulo A B C, angulus B, sit rectus, & nullus arcuum quadrans. Dico ita esse sinum complementi arcus A C, ad sinum complementi arcus v. g. A B, vt est, sinus complementi reliqui arcus B C, ad sinum totum. Quoniam enim nullus arcuum ponitur quadrans, nullus reliquorum angulorum erit rectus. Alias triangulum A B C, Schol. 25. huius. duos angulos habens rectos haberet duos arcus quadrantes. quod non ponitur. Sit ergo primum angulus A, acutus, & arcus A B, ipsi & recto angulo B, adiacens quadrante minor. 33. huius. Quo posito, erit & angulus C, acutus; atque 28. huius. adeo omnes arcus trianguli A B C, quadrante minores. Producantur arcus A B, A C, & fiant quadrantes A D, A E; ac per puncta D, 20. 1 Theod. E, arcus D E, circuli maximi ducatur D E, conueniens cum arcu B C, producto in F. Erit 25. huius. ergo vterque angulus D, E, rectus, ob quadrantes A D, A E; atque adeo, cum & angulus B, ponatur rectus, erit vterq; arcus B F, D F, quadrans, ob rectos 26. huius. angulos B, D. Præterea B D, erit arcus anguli F; propterea quòd F, polus est arcus B D, ob quadrantes B F, D F. Item C F, complementum erit arcus B C; & B D, C E, complementa arcuum A B, A C, ob quadrantes B F, A D, A E. 41. huius. Manifestum autem est in triangulo C E F, ita esse sinum arcus C E, hoc est, sinum complementi arcus A C, ad sinum anguli F, hoc est, ad sinum arcus B D, seu complementi arcus A B, vt est sinus arcus C F, hoc est, sinus complementi arcus B C, ad sinum anguli recti E, id est, ad sinum totum. Quod est propositum.

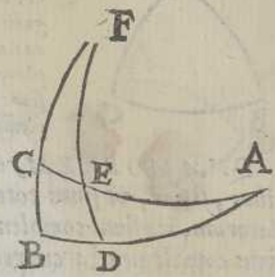


SIT deinde angulus A, obtusus, & adhuc arcus A B, quadrante minor. Fiat angulus B A D, rectus, secetq; arcus A D, arcum B C, in D. Producto 20. 1 Theod. quoque arcu A B, fiat quadrans A E, & per puncta E, D, ducatur arcus E D, circuli maximi secans arcum A C, in F. Et quia duo anguli D A B, D B A, Schol. 25. huius. recti sunt, erunt arcus A D, B D, quadrantes; atque adeo cum A E, quoque sit quadrans, & angulus D A E, rectus, erit & 26. huius. arcus D E, quadrans; ac proinde B E, ob quadrantes B D, E D, erit arcus anguli B D E, 6. huius. hoc est, anguli C D F, qui illi ad verticem est 26. huius. æqualis. Quoniam vero A, polus est arcus Coroll. 16. 1. Theod. E D, erit & arcus A F, quadrans, cum arcus E F, quadrante semper absit à suo polo; nec- 15. 1. Theod. non & angulus A F E, & angulus C F D, rectus. Præterea erit arcus C F, complementum arcus A C; & arcus B E, complementum arcus A B; & arcus C D, complementum arcus B C, ob quadrantes A F, A E, B D. Perspicuum autem est in triãgulo C D F, ita esse 41. huius. sinum arcus C F, hoc est, sinum complementi arcus A C, ad sinum anguli C D F, hoc est, ad sinum arcus B E, siue complementi arcus A B, vt est sinus arcus C D, nempe sinus complementi arcus B C, ad sinum anguli recti F, hoc est, ad sinum totum. Quod est propositum.

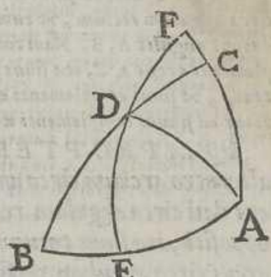


TERTIO sit angulus A, acutus, & arcus A B, quadrante maior. Quo posito,

posito, erit reliquus angulus C, obtusus; ac proinde arcus A C, rectum angu- 33.huius.
lum B, subtendens quadrante quoque maior. 37.huius.
Abscindantur quadrantes A D, A E, & per puncta D, E, ducatur arcus D E, circuli maximi conueniens cum arcu B C, producto in 20.1 Theod.
F; Eritq; vterque angulus D, E, rectus, ob quadrantes A D, A E; atque adeo, cum & an- 25.huius.
gulus B, rectus sit, quadrantes erunt arcus B F, D F; proptereaq; B D, arcus erit anguli 25. huius.
F. Item arcus C F, complementum erit arcus B C, & arcus D B, E C, complementa arcuum 41. huius.
A B, A C, ob quadrantes B F, A D, A E. Perspicuum est autem in triangulo C E F, ita esse sinum arcus E C, id est, sinum complementi arcus A C, ad sinum anguli F, hoc est, ad sinum arcus D B, hoc est, ad sinum complementi arcus A B, vt est sinus arcus C F, nempe sinus complementi arcus B C, ad sinum anguli recti E, hoc est, ad sinum totum. Quod est propositum.



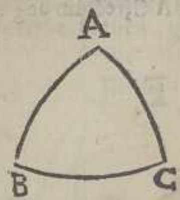
POSTREMO sit angulus A, obtusus, & adhuc arcus A B, quadrante maior. Fiat angulus rectus B A D, secetq; arcus A D, arcum B C, in D. Abscindatur quoque ex A B, quadrans A E, & per puncta E, D, describatur ar- 20.1 Theod.
cus E D, circuli maximi secans arcum A C, productum in F. Et quia angulus B, ponitur rectus, & angulus B A D, rectus factus est, erunt arcus A D, B D, quadrantes. 25 huius.
Rursus quia arcus A D, A E, quadrantes sunt, continentq; angulum rectum D A E, erit & arcus D E, quadrans, & A, polus arcus E D; 26.huius.
atque adeo angulus F, rectus erit Præterea quia 15.1.Theo.
D B, D E, quadrantes sunt ostensi, erit E B, arcus anguli B D E, hoc est, anguli C D F, qui illi ad verticem est æqualis. Item cum A, po- 6.huius.
lus sit arcus E F, erit arcus A F, quadrans, quòd arcus E F, quadrãte semper absit à suo Coroll. 16.
polo. Arcus item C F, complementum erit 1. Theod.
arcus A C; & arcus E B, complementum arcus A B; & arcus C D, complementum arcus B C, ob quadrantes A F, A E, B D. Manifestum est autem in triangulo C D F, ita esse sinum arcus C F, id est, sinum complementi arcus A C, ad 41. huius
sinum anguli C D F, hoc est, ad sinum arcus B E, siue complementi arcus A B, vt est sinus arcus C D, nempe sinus complementi arcus B C, ad sinum anguli recti F, hoc est, ad sinum totum. Quod est propositum. In omni ergo triangulo sphærico rectangulo, &c. Quod erat ostendendum.



SCHOLIVM. I.

SEQVENS *problema ex hac propos. colligemus hunc in modum.*

IN triangulo sphærico rectangulo, datis duobus arcubus quibuslibet, inuenire tertium arcũ, & reliquos duos angulos non rectos.



IN *triangulo* ABC, *cuius angulus* C, *rectus*, *dati sint primum duo arcus* AC, CB, *circa angulum rectum* C. *Dico dari quoque tertium arcum* AB, *cum duobus angulis* A, B. *Quoniam enim est, vt sinus complementi arcus* AB, *ad sinum complementi arcus* AC, *ita sinus complementi arcus* CB, *ad sinum totum; erit conuertendo, vt sinus totus ad sinum complementi arcus* CB, *ita sinus complementi arcus* AC, *ad sinum complementi arcus* AB.

43. huius.

Praxis, quãdo dantur duo arcus circa angulũ rectum.

QVAMOBREM, datis duobus arcubus rectum angulum ambientibus, si fiat, vt sinus totus ad sinum complementi vtriuslibet arcuum datorum, ita sinus complementi alterius arcus dati ad aliud, producetur sinus complementi arcus recto angulo oppositi, qui quæritur. Ex dato autem arcu, qui recto angulo opponitur, cum vtrouis arcu circa rectum angulum, inuenietur angulus ei oppositus, vt in problemate 1. *propos.* 41. *tradidimus.*

35. huius.

VTRVM *vero quæsitus arcus* AB, *quadrante minor sit, aut maior, docebunt duo arcus dati. Si enim vterque fuerit minor, aut maior quadrante, erit arcus* AB, *quadrante minor: Si vero vnus sit quadrante minor, & alter maior, erit arcus* AB, *quadrante maior.*

43. huius.

DATVS *deinde sit arcus* AB, *recto angulo oppositus, cum alterutro arcuum circa angulum rectum, vt cum* AC. *Dico rursum dari reliquum arcum* CB, *cum duobus angulis* A, B. *Nam cum sit, vt sinus complementi arcus* AB, *ad sinum complementi arcus* AC, *ita sinus complementi arcus* CB, *ad sinum totum; erit conuertendo, vt sinus complementi arcus* AC, *ad sinum complementi arcus* AB, *ita sinus totus ad sinum complementi arcus* CB.

Praxis, quãdo datur arcus recto angulo oppositus, cũ alterutro circa angulũ rectum.

QVAPROPTER, dato arcu, qui recto angulo opponitur, cum alterutro arcuum circa angulum rectum, si fiat, vt sinus complementi arcus dati circa angulum rectum ad sinum complementi arcus angulo recto oppositi, ita sinus totus ad aliud, inuenietur sinus complementi alterius arcus circa angulum rectum, qui quæritur. Ex quouis autem arcu dato circa rectum angulum, cum arcu, qui recto angulo opponitur, reperietur angulus illi arcui oppositus, vt in problemate 1. *propos.* 41. *demonstratum est.*

36. huius.

AN *vero tertius arcus* CB, *quæsitus sit quadrante minor, aut maior, intelligemus ex duobus arcubus datis. Si namque arcus* AB, *angulo recto oppositus fuerit quadrante minor, si quidem & alter datus* AC, *sit quadrante minor, erit & arcus* CB, *quadrante minor; si vero* AC, *sit quadrante maior, erit &* CB, *maior quadrante. Si autem* AB, *fuerit quadrante maior, si quidem &* AC, *sit quadrante maior, erit* CB, *quadrante minor; si vero* AC, *sit minor quadrante, erit* CB, *quadrante maior.*

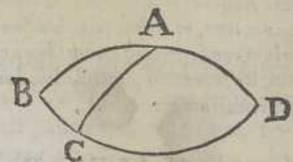
Quicquid demonstratur de triãgulo sphæ-

SCHOLIVM. II.

QVAMVIS *& hanc propos.* 43. *& antecedentem* 42. *quadrimembrem fecerimus,* vimus, vt vtraque in omnibus casibus demonstraretur: satis tamen fuisset, si vtraq; in primo casu, existentibus nimirum omnibus arcubus quadrante minoribus, demonstratione fuisset confirmata. Eo enim casu demonstrato, facile demonstrationem omnibus alijs casibus accommodabimus. Sit namque triangulum sphæricum quodcunq; rectangulum A C D, habens angulum C, rectum. Aut igitur duo arcus A C, C D, circa angulum rectum quadrāte sunt minores, ac proinde & tertius arcus A D, quadrante quoque minor; aut vnus quadrante maior, & alter minor; aut denique ambo quadrante maiores: Nam de eo solo sphærico triangulo rectangulo agimus, in quo nullus arcus est quadrās. Sint primum duo arcus A C, C D, circa angulum rectum quadrante minores: quo posito, erit vterque angulus D, A, acutus, proptereaque triangulo A C D, demonstratio vtriusque propositionis conueniet, quo ad primum casum.

rico rectangulo, cuius omnes arcus sint quadrante minores, locū etiā habet i omni triangulo sphærico rectangulo.

35. huius.



34. huius.

SIT deinde arcus DC, quadrante maior, & C A, minor. Productis arcubus D C, D A, donec coeant in B; erunt D A B, D C B, semicirculi; atque adeo C B, quadrante minor. Sunt ergo in triangulo A C B, duo arcus A C, C B, circa angulum rectum C, quadrante minores. Quare, vt proxime ostendimus, ei vtriusque propositionis demonstratio, quo ad primum casum, conueniet. cum ergo ijdem sinus tam recti, quam complementorum, sint arcuum, & angulorum trianguli A C B, qui arcuum, & angulorum trianguli A C D; (Nam, vt in sinubus diximus, arcus C D, C B, eundem sinum habent tam rectum, quam complementi, necnon & arcus A D, A B. Item tam recti anguli ad C, eundem sinum habent, nempe totum, quam anguli obliqui ad A, cum duobus rectis sint æquales. Denique & anguli D, B, eundem sinum habent, cum sint inter se æquales: Arcus autem A C, vtrique triangulo communis est.) liquido constat, quicquid de sinubus arcuum, angulorumq; trianguli A C B, fuerit ostensum, idem in sinubus arcuum, & angulorum trianguli A C D, locum habere.

11.1 Theod.

5. huius.

13. primi.

POSTREMO sint duo arcus D C, C A, quadrante maiores: quo posito, erit arcus C B, minor quadrante. Habet igitur triangulum A C B, arcum A C, circa angulum rectum C, quadrante maiorem, & C B, minorem. Quare et, vt proxime est demonstratum, vtraque propositio conueniet. Cum ergo ijdem sinus tam recti, quam complementorum, sint arcuum, & angulorum trianguli A C B, qui arcuum, & angulorum trianguli A C D, vt paulo ante diximus, liquet easdem propositiones triangulo quoque A C D, conuenire. Perspicuum ergo est, quicquid de sinubus arcuum, angulorumq; trianguli sphærici rectanguli, cuius duo arcus circa angulum rectum quadrante sint minores, demonstratum fuerit, locum etiam habere in quocunq; alio triangulo sphærico rectangulo.

IDEM prorsus dicendum est de tertio casu propos. 41. Satis enim fuisset illum demonstrasse in triangulo rectangulo, cuius omnes arcus sunt quadrante minores, quale est triangulum secundæ figuræ propos. 41. dictæ; cum eius trianguli demonstratio omnibus alijs conueniat, vt ex demonstratis in hoc scholio est manifestum.

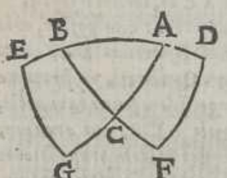
EX his, quæ proximis tribus propositionibus demonstrauimus, absolutus iam per sinus est calculus triangulorum sphæricorum rectangulorum: quare iam non rectangulorum calculus sequi deberet. Sed quia per lineas tangentes, ac secantes breuius plerunque triangulorum rectangulorum calculus, quam per sinus, expeditur, adiungemus

gemus sequentes propositiones ad triangula quoque sphærica rectangula spectantes, antequam triangulorum sphæricorum non rectangulorum calculum exponamus. Vt autem clariores fiant demonstrationes, & minus confusæ, proponemus semper triangulum sphæricum rectangulum, cuius duo arcus circa angulum rectum, ac proinde omnes tres, minores sint quadrante. Nam eædem demonstrationes alijs omnibus conuenient, vt in hoc scholio demonstrauimus: quippe cum & tam duo arcus semicirculum conficientes, quàm duo anguli duobus rectis æquales, eandem habeant tangentem, ac secantem, quemadmodum & eundem sinum, vt in tractatione tangentium, & secantium monuimus.

THEOR. 42. PROPOS. 44.

IN omni triangulo sphærico rectangulo, cuius omnes arcus quadrante sint minores: sinus totus ad sinum vtriusuis arcuum circa rectum angulum eandem habet proportionem, quam tangens anguli non recti dicto arcui adiacentis ad tangentem reliqui arcus circa angulum rectum huic angulo oppositi.

IN triangulo sphærico A B C, cuius omnes arcus quadrante minores, sit angulus C, rectus. Dico ita esse sinum totum ad sinum arcus B C, vt est tangens anguli B, ad tangentem arcus A C. Productis enim arcubus B C, B A, donec fiant quadrantes B F, B D, ac per puncta F, D, arcu F D, circuli maximi



25.huius. descripto; erit vterque angulus F, D, rectus, ob quadrantes B F, B D: & D F, arcus erit anguli B; cum

26. huius. B, polus sit arcus D F. Quia igitur duo circuli maximi in sphæra B F, B D, secant sese in B, ductique sunt ex A, D, ad B F, arcus perpendiculares A C,

Theor. 6. scholij. 40. huius. D F; erit, vt sinus quadrantis B F, hoc est, sinus totus, ad tangentem arcus F D, hoc est, ad tangentem anguli B, ita sinus arcus B C, ad tangentem arcus A C: Et permutando, vt sinus totus ad sinum arcus B C, ita tangens anguli B, ad tangentem arcus AC. Non aliter demonstrabimus, ita esse sinum totum ad sinum arcus A C, vt est tangens anguli A, ad tangentem arcus B C: vt patet, si arcus A C, A B, producantur, donec fiant quadrantes A G, A E, perque G, E, arcus maximi circuli describatur G E. Erit enim rursus, vt sinus quadrantis A G, id est, sinus

Theor. 6. scholij 40. huius. totus, ad tangentem arcus E G, seu anguli A, ita sinus arcus A C, ad tangentem arcus B C: Et permutãdo, vt sinus totus ad sinum arcus A C, ita tangens anguli A, ad tangentem arcus B C. In omni ergo triangulo sphærico rectangulo, &c. Quod erat demonstrandum.

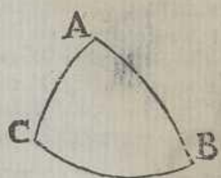
SCHO-

SCHOLIVM.

HINC *colligemus duo sequentia problemata.*

I.

IN triangulo sphærico rectangulo, dato alterutro arcuum circa angulum rectum, cum alterutro angulorum non rectorum, reperire alium arcum circa rectum angulum, & reliquum angulum non rectum, cum arcu, qui recto angulo opponitur: dum modo, quando angulus datus opponitur arcui dato, constet, an reliquus arcus circa rectum angulum sit quadrante minor, maiorve; vel an reliquus angulus non rectus sit acutus, obtususve.



IN *triangulo* A B C, *cuius angulus* C, *rectus, datus sit primum arcus* A C, *cum angulo* A, *sibi adiacente. Dico dari quoque arcum* B C, *vnà cum angulo* B, *& arcu* A B. *Quoniam enim est, vt sinus totus ad sinum arcus* A C, *ita tangens anguli* A, *ad tangentem arcus* B C: 44. huius.

SI (quando datur arcus cum angulo adiacente) fiat, vt sinus totus ad sinum dati arcus, ita tangens anguli dati ad aliud, producetur tangens arcus quæsiti. Ex eodem vero arcu dato, & angulo dato, inuenietur alter angulus non rectus, et arcus recto angulo oppositus, vt in problemate 2. propos. 42. demonstrauimus. Praxis, cũ datur arcus cum angulo adiacẽte.

AN *vero arcus quæsitus* B C, *sit quadrante minor, maiorue, indicabit angulus datus* A. *Nam si fuerit acutus, erit arcus* B C, *quadrante minor; si vero obtusus, quadrante maior.* 34. huius.

SIT *deinde datus arcus* A C, *cum angulo* B, *sibi opposito, constetq́; præterea de altero arcu* B C, *num quadrante minor sit, an maior; vel an alter angulus* A, *acutus sit, an obtusus. Dico rursum dari arcum* B C, *vnà cum angulo* B, *& arcu* A B. *Cum enim sit, vt tangens anguli* B, *ad tangentem arcus* A C, *ita sinus totus ad sinum arcus* B C: 44. huius.

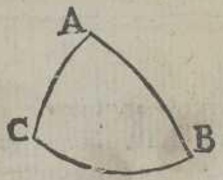
SI (quando datur arcus cum angulo opposito) fiat, vt tangens anguli dati ad tangentem dati arcus, ita sinus totus ad aliud, reperietur sinus arcus quæsiti. Ex dato vero arcu, & angulo dato dabitur & alter angulus non rectus, & arcus recto angulo oppositus, vt in problemate 2. propos. 42. diximus. Praxis, cũ datur arcus cũ angulo opposito.

OPORTET *autem constare, an arcus* B C, *sit quadrante minor, an maior, vt sciamus, qualis arcus inuento sinui respondens accipiẽdus sit, an videlicet minor quadrante, an vero maior. Quòd si constaret de angulo* A, *qualis sit, statim cognosceremus, qualis sit arcus* B C. *Existente enim angulo* A, *acuto, erit arcus* B C, *quadrante minor: existente vero obtuso, quadrante maior. Sic etiam, si sciretur, qualis* 34. huius.

sit arcus

sit arcus A B, recto angulo oppositus, speciem quoque arcus B C, cognosceremus. Nam si A B, sit quadrante minor, erit vterque A C, B C, vel minor quadrante, vel maior: qualis ergo est datus arcus A C, talis quoque erit arcus B C. Si vero A B, fuerit maior quadrante, & datus arcus A C, minor quidem quadrante, erit B C, quadrante maior; si vero datus arcus A C, sit quadrante maior, erit B C, quadrante minor. Itaque non satis est, dari arcum, cum angulo opposito, vt vult Copernicus propos. 4. de triangulis sphæricis. Id quod supra in scholio propos. 21. monuimus.

36. huius.



II.

IN triangulo sphærico rectangulo, datis duobus arcubus circa rectum angulum, vtrumlibet angulorum non rectorum, vnà cum arcu reliquo, qui angulo recto opponitur, explorare.

44. huius. IN *eodem triangulo dati sint duo arcus* A C, B C. *Dico dari quoque vtrumvis angulorum* A, B, *& arcum* A B. *Cum enim sit, vt sinus totus ad sinum arcus* A C, *ita tangens anguli* A, *ad tangentem arcus* B C: *Et conuertendo, vt sinus arcus* AC, *ad sinum totum, ita tangens arcus* B C, *ad tangentem anguli* A; *Eademq; ratione, vt sinus arcus* B C, *ad sinum totum, ita tangens arcus* A C, *ad tangentem anguli* B.

Praxis. *SI fiat, vt sinus vtriusuis arcuum circa angulum rectum ad sinum totum, ita tangens alterius arcus ad aliud, inuenietur tangens anguli huic posteriori arcui oppositi. Ex datis quoque duobus arcubus circa angulum rectum cognoscetur & tertius arcus recto angulo oppositus, vt in problemate propos. 43. traditum est. Vel certe ex dato vno arcu, & alterutro angulorum inuento, vt in problemate 2. propos. 42. ostensum est.*

NVM *autem angulus quæsitus sit acutus, obtususve, docebit arcus ei oppositus.*
34. huius. *Hic enim si minor quadrante fuerit, erit angulus ei oppositus, acutus, si vero maior, obtusus.*

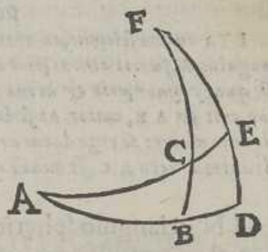
QVONIAM *verò in scholio 2. propos. præcedentis diximus, per lineas tangentes, ac secantes breuius nonnulla expediri, quam per sinus, intelligendum id est de ijs, quæ primo loco in problematibus quæruntur, non autem, quæ secundo loco inuestigantur. Quod vt planius fiat, exponemus, quo pacto vtrumque problema hic propositum absoluendum sit per sinus. Itaque, vt ex arcu circa angulum rectum dato, cum alterutro angulorum acutorum, inueniatur alter arcus circa angulum rectum, qui primo loco in primo problemate inuestigandus proponitur: ita progrediendum erit. Si arcus circa rectum angulum detur cum angulo opposito, inquirendus primum erit arcus recto angulo oppositus, ex problemate 3. propos. 41. Deinde ex hoc arcu inuento, & dato arcu, eliciendus erit, per problema propos. 43. alter arcus circa angulum rectum, qui quæritur. Si vero detur arcus circa angulum rectum cum angulo adiacente, quærendus est primum per problema 2. propos. 42. alter angulus acutus. Deinde per problema 1. eiusdem propos. 42. ex hoc angulo inuento, & angulo dato, arcus dato angulo oppositus eliciendus. At, vt ex duobus arcubus circa angulum rectum datis, vterius angulorum acutorum eruatur; qui primo loco in secundo problemate inquiritur: reperiendus erit primum arcus recto angulo oppositus per proble-*

problema propos. 43. ex datis duobus arcubus. Deinde per problema 1. propos. 41. ex hoc arcu inuento, & alterutro circa angulum rectum dato, inueniendus angulus huic dato arcui oppositus. Vides igitur, id, quod primo loco in vtroque problemate quæritur, duplici opere inuestigari per sinus, quod simplici per tangentes inuenimus. Eadem ratio est in sequentibus problematibus, quod semel hic monuisse satis sit.

THEOR. 43. PROPOS. 45.

IN omni triangulo sphærico rectangulo, cuius omnes arcus quadrante sint minores: sinus totus ad sinum complementi vtriusuis angulorum acutorum eandem proportionem habet, quam tangens arcus recto angulo oppositi ad tangentem arcus dicto acuto angulo adiacentis.

IN triangulo sphærico A B C, cuius omnes arcus quadrante minores, sit angulus B, rectus. Dico ita esse sinum totum ad sinum complementi anguli A, vt est tangens arcus A C, ad tangentem arcus A B. Productis enim arcubus A B, A C, dictum angulum comprehendentibus, donec quadrantes fiant A D, A E; descriptoq; per D, E, arcu circuli maximi D E, productoque, donec cum arcu B C, producto coëat in F: erit vterque angulus D, E, rectus, ob quadrantes A D, A E; & D E, arcus erit anguli A, cum A, sit polus arcus D E. 25. huius. 26. huius. Item arcus D F, B F, quadrantes erunt, ob rectos angulos B, D; ac proinde arcus E F, complementum anguli A. Quoniam igitur duo circuli maximi in sphæra B F, D F, se intersecant in F; ductiq; sunt ex punctis B, C, arcus B F, ad arcum D F, arcus perpédiculares B D, C E; erit vt sinus totus quadrantis D F, ad tangentem arcus B D, ita sinus arcus E F, hoc est, sinus complementi anguli A, ad tangentem arcus C E: Et Theor. 6. scholij 40. huius. permutando, vt sinus totus ad sinum complementi anguli A, ita tangens arcus B D, ad tangentem arcus C E. Est autem (cum A C, A B, sint complementa arcuum C E, B D.) vt tangens arcus B D, ad tangentem arcus C E, ita tangens arcus A C, ad tangentem arcus A B. 21. Sinuũ. Igitur erit quoque, vt sinus totus ad sinum complementi anguli A, ita tangens arcus A C, recto angulo oppositi ad tangentem arcus A B, acuto angulo A, adiacentis. Eodem modo ostendemus, ita esse sinum totum ad sinum complementi anguli C, vt est tangens arcus A C, recto angulo oppositi ad tangentem arcus B C, angulo acuto C, adiacentis, si nimirum arcus C A, C B, angulum C, continentes producantur, &c. In omni ergo triangulo sphærico rectangulo, &c. Quod ostendendũ erat.



SCHOLIVM.

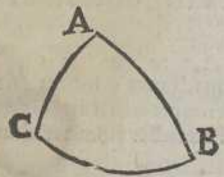
EX *hoc theoremate absoluemus sequentia tria problemata.*

I.

IN triangulo sphærico rectangulo, dato alterutro arcuum circa angulum rectum, cum angulo non recto adiacente, inuenire arcum recto angulo oppositum, & reliquum arcum circa angulum rectum, cum reliquo angulo non recto.

IN *triangulo* A B C, *cuius angulus* C, *rectus*, *datus sit arcus* A C, *&* *angulus* A. *Dico dari quoq; arcum* A B, *cum arcu* B C, *&* *angulo* B. *Cum enim sit, vt sinus*
45. huius. *totus ad sinũ complementi anguli* A, *ita tangens arcus* A B, *ad tangentem arcus* A C; *Et conuertendo, vt sinus complementi anguli* A, *ad sinum totum, ita tangens arcus* A C, *ad tangentem arcus* A B:

Praxis.



SI fiat, vt sinus complementi anguli dati ad sinum totum, ita tangens arcus dati ad aliud, reperietur tangens arcus recto angulo oppositi, qui quæritur. Ex arcu vero A B, & angulo A, inuenietur arcus B C, per problema 2. propos. 41. Et ex arcubus A B, A C, angulus B, arcui A C, oppositus, per problema 1. eiusdem propos. 41.

ITA *autem sciemus, an arcus quæsitus* AB, *sit quadrante maior, an minor. Si datus*
34. huius. *angulus* A, *fuerit acutus, erit arcus* B C, *quadrante minor. Si ergo datus arcus* A C,
35. huius. *sit quoq; minor, erit & arcus* A B, *minor quadrante, Si vero* A C, *sit quadrante ma-*
34. huius. *ior, erit &* A B, *maior. At si datus angulus* A, *fuerit, obtusus, erit arcus* B C, *qua-*
35. huius. *drante maior: Si ergo datus arcus* A C, *sit quoque maior, erit arcus* A B, *minor quadrante; Si vero* A C, *sit minor quadrante, erit* A B, *maior.*

II.

IN triangulo sphęrico rectangulo, dato alterutro arcuum circa angulum rectum, cum arcu, qui recto angulo opponitur, inuestigare angulum à dictis arcubus comprehensum, hoc est, arcui, qui circa angulum rectum datus est, adiacentem, cum reliquo arcu, & angulo.

45. huius. IN *eodem triangulo dati sint arcus* A C, A B. *Dico dari etiam angulum* A, *cum arcu* B C, *& angulo* B *Quoniam enim est, vt sinus totus ad sinum complementi anguli* A, *ita tangens arcus* A B, *ad tangentem arcus* A C: Hoc *est, vt tangens arcus* A B, *ad tangentem arcus* A C, *ita sinus totus ad sinum complementi anguli* A:

Praxis. *SI fiat, vt tangens arcus recto angulo oppositi ad tangentem dati arcus circa rectum angulum, ita sinus totus ad aliud, procreabitur sinus complementi anguli quæsiti. Hinc reliqua inuenientur, vt in præcedenti problemate.*

VTRVM

VTRVM vero angulus A, quæsitus sit acutus, obtususue, ita discemus. Si arcus A B, recto angulo oppositus fuerit quadrante minor, erit vterq; arcus A C, B C, vel minor quadrante, vel maior. Si ergo datus arcus A C, sit minor, erit quoque B C, minor, ac proinde angulus A, acutus; si vero A C, sit quadrante maior, erit & B C, maior, ac propterea angulus A, obtusus. At si arcus A B, fuerit quadrante maior, erit alter reliquorum arcuum maior, & alter minor: Si igitur datus arcus A C, sit maior, erit B C, minor, proptereaq; angulus A, acutus; Si vero A C, sit quadrante minor, erit B C, maior, & angulus A, obtusus; 36. huius. 34. huius. 36. huius. 34. huius.

III.

IN triangulo sphærico rectangulo, dato arcu, qui recto angulo opponitur, cum alterutro angulorum non rectorum, inuenire arcum huic angulo adiacentem, cum reliquo arcu, & angulo.

IN eodem triangulo datus sit arcus A B, cum angulo A. Dico dari quoq; arcum A C, &c. Nam cum sit, vt sinus totus ad sinum complementi anguli A, ita tangens arcus A B, ad tangentem arcus A C: 45. huius.

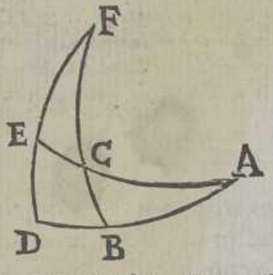
SI fiat, vt sinus totus ad sinum complementi anguli dati, ita tangens arcus recto angulo oppositi ad aliud, producetur tangens arcus quæsiti. Reliqua inuenientur, vt in primo problemate huius propos. Praxis.

NVM autem quæsitus arcus A C, sit minor quadrante, maiorue, hinc cognoscemus. Si arcus A B, angulo recto oppositus fuerit minor quadrante, erit vterq; angulus A, B, vel acutus, vel obtusus. Quare si datus angulus A, sit acutus, erit quoque B, acutus, atque adeo arcus A C, quadrante minor; Si vero A, sit obtusus, erit & B, obtusus, ideoq; arcus A C, quadrante maior. At si arcus A B, fuuerit maior quadrante, erit alter reliquorum angulorum acutus, & alter obtusus. Si ergo A, datus sit acutus, erit B, obtusus, & idcirco arcus A C, quadrante maior; Si vero A, sit obtusus, erit B, acutus, & arcus A C, quadrante minor. 38. huius. 34. huius. 38. huius. 34. huius.

THEOR. 44. PROPOS. 46.

IN omni triangulo sphærico rectangulo, cuius omnes arcus quadrante sint minores: sinus totus ad sinum complementi vtriusuis angulorum acutorum eandem proportionem habet, quam tangens complementi arcus circa angulum rectũ dicto angulo adiacentis ad tangentem complementi arcus recto angulo oppositi.

IN triangulo A B C, cuius omnes arcus quadrante minores, sit angulus B, rectus. Dico ita esse sinum totum ad sinũ complemẽti anguli A, vt est tangens complementi arcus A B, ad tangentem complementi arcus A C. Facta namque conſtructione, vt in pręcedēti propoſ. quoniam duo circuli maximi in ſphæra B F, D F, ſe mutuo ſecāt in F, productiq; ſunt ex pũctis B, C, arcus B F, ad arcum D F, arcus perpendiculares B D, C E; erit, vt ſinus totus quadrantis D F, ad tangentem arcus B D, ita ſinus arcus E F, ad tangentem arcus C E: Et

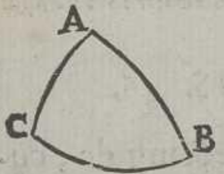


Theor. 6. ſcholij 40. huius. permutando, vt ſinus totus ad ſinũ arcus E F, hoc eſt, ad ſinum complementi anguli A, ita tangens arcus B D, hoc eſt, ita tangens complementi arcus A B, ad tangentem arcus C E, hoc eſt, ad tangentē complementi arcus A C. Non aliter demonſtrabimus, ita eſſe ſinum totum ad ſinum complementi anguli C, vt eſt tangens complementi arcus B C, ad tangentem complementi arcus A C, ſi nimirum arcus C B, C A, angulum C, continentes producantur, &c. In omni igitur triangulo ſphærico rectangulo, &c. Quod demonſtrandum erat.

SCHOLIVM.

INFEREMVS *hinc problema ſequens, quod quamuis in problemate primo antecedentis propoſ. demonſtratum quoque ſit, facilius tamen hic abſoluitur, cùm in aurea regula primum locum ſortiatur ſinus totus.*

IN triangulo ſphærico rectangulo, dato alterutro arcuum circa angulum rectum, cum angulo non recto adiacente, inuenire arcum recto angulo oppoſitum, vnà cum reliquo arcu circa angulum rectum, & reliquo angulo non recto.



IN *triangulo* A B C, *cuius angulus* C, *rectus, datus ſit arcus* A C, *cum angulo* A, *ſibi adiacente. Dico dari quoque arcum* A B, *vnà cum arcu* B C, *& angulo* B. *Nam cum ſit, vt ſinus totus ad ſinum complementi anguli* A, *ita tangens complementi arcus* A C, *ad tangentem complementi arcus* A B:

46. huius.

Praxis. *SI fiat, vt ſinus totus ad ſinum complementi anguli dati, ita tangens complementi arcus dati ad aliud, producetur tangens complementi arcus recto angulo oppoſiti, qui quæritur. Reliqua inuenientur, vt in problemate* 1. *propoſitionis antecedentis dictum eſt.*

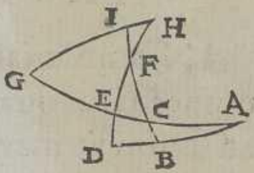
ARCVM *autem* A B, *quæſitum eſſe quadrante minorem, maioremve, cognoſcemus, vt in dicto problemate* 1. *ſuperioris propoſ. oſtendimus.*

THEOR. 45. PROPOS. 47.

IN omni triangulo ſphærico rectangulo, cuius omnes arcus quadrante ſint minores: ſinus totus

ad ſi-ad ſinum complementi arcus recto angulo oppoſiti eandem proportionem habet, quam tangens vtriusvis angulorum non rectorum ad tangentem complementi reliqui anguli.

IN triangulo A B C, cuius omnes arcus quadrante minores, ſit angulus B, rectus. Dico, ita eſſe ſinum totum ad ſinum complementi arcus A C, vt eſt tangens anguli C, ad tangentem complementi anguli A. Facta constructione, vt in propoſ. 45. productoq; arcu C E, ad G, vt C G, ſit quadrans, deſcribatur ex polo C, ad interuallum quadrantis C G, arcus circuli maximi G H, ſecans arcus C F, E F, productos in I, H: eritq; C I, quadrans quoque; cum circulus G H, à polo C, abſit quadrante. Arcus item G H, E H, quadrantes erunt, propter rectos angulos G, E. Eſt enim angulus E, rectus, vt propoſ. 45. oſtenſum eſt; at G, rectus eſt, propterea quòd circulus C G, ad circulum G H, rectus eſt. Rurſus I G, arcus eſt anguli C; & C E, complementum arcus A C, recto angulo oppoſiti; & F E, complementum arcus D E, id eſt, anguli A. Quoniam igitur duo circuli maximi C G, C I, in ſphæra ſe interſecant in C, ductiq; ſunt ex arcus C I, punctis F, I, ad arcum C G, arcus perpendiculares F E, I G; erit, vt ſinus totus quadrantis C G, ad tangentem arcus I G, hoc eſt, anguli C, ita ſinus arcus C E, hoc eſt, complementi arcus A C, ad tangentem arcus F E, hoc eſt, complementi anguli A: Et permutando erit, vt ſinus totus ad ſinum complementi arcus A C, recto angulo oppoſiti, ita tangens anguli C, ad tangentem complementi anguli A. Simili modo, aliter constructa figura, demonſtrabimus, ita eſſe ſinum totum ad ſinum complementi arcus A C, vt eſt tangens anguli A, ad tangentem complementi anguli C. In omni igitur triangulo ſphærico rectangulo, &c. Quod oſtendendum erat.



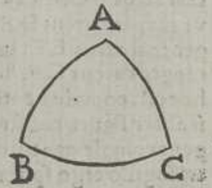
Coroll. 16. 1. Theod.
25. huius.
15. 1. Theod.
Theor. 6. ſcholij 40. huius.

SCHOLIVM.

EX hoc theoremate ſequens problema colligitur.

IN triangulo ſphærico rectangulo, dato arcu, qui recto angulo opponitur, cum alterutro angulorum non rectorum, inuenire alterum angulum non rectum, & duos arcus circa angulum rectum.

IN triangulo A B C, cuius angulus C, rectus, datus ſit arcus A B, cum angulo B. Dico dari quoque reliquum angulum A, & duos arcus A C, C B. Cum enim ſit, vt ſinus totus ad ſinum complementi arcus A B, ita tangens anguli B, ad tangentem complementi anguli A:



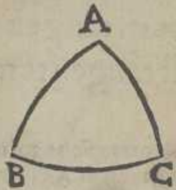
47. huius.

SI fiat, vt ſinus totus ad ſinum complementi arcus recto angulo oppoſiti, & dati, ita tangens anguli dati ad aliud, reperietur tangens comple-

Praxis.

menti

menti anguli quæsiti. Hinc ex arcu A B, & vtroque angulo B, A, vterque arcus A C, C B, inuenietur, vt in 2. problemate propos. 41. ostendimus.

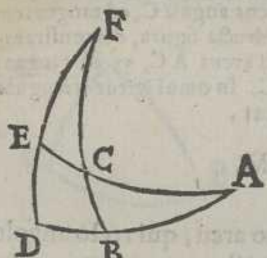


38. huius. *A N vero angulus quæsitus A, acutus sit, obtusus ve, discemus ex arcu dato A B, & dato angulo B. Nam si A B, est quadrante minor, & angulus B, acutus quidem, erit & A, acutus; si autem B, est obtusus, erit & A, obtusus. At si A B, est maior quadrante, & B, quidem acutus, erit A, obtusus; si vero B, est obtusus, erit A, acutus.*

THEOR. 46. PROPOS. 48.

IN omni triangulo sphærico rectangulo, cuius omnes arcus quadrante sint minores: Sinus totus ad sinum vtriusvis arcuum circa angulum rectum eandem habet proportionem, quam tangens complementi alterius arcus circa angulum rectum ad tangentem complementi anguli oppositi.

IN triangulo sphærico A B C, cuius omnes arcus minores quadrante, sit rectus angulus B. Dico ita esse sinum totum ad sinum arcus A B, vt est tangens complementi arcus B C, ad tangentem complementi anguli A. Facta enim constructione, vt in propos. 45. erit angulus D, rectus, & C F, complementum arcus B C; & E F, complementum anguli A; & A D, quadrans, vt ibi ostensum est. Quoniam igitur duo circuli maximi A D, A E, in sphæra se mutuo secāt in A, ductiq; sunt ex punctis C, E, ad arcum A D, arcus perpendiculares C B, E D; erit, vt sinus totus quadrantis A D, ad tangentem arcus D E, ita sinus arcus A B, ad tangentem arcus B C: Et permutando, vt sinus totus ad sinum arcus A B, ita tangens arcus D E, ad tangentem arcus B C. Est autem, (cum C F, E F, sint complementa arcuum B C, D E,) vt tangens arcus D E, ad tangentem arcus B C, ita tangens arcus C F, ad tangentem arcus E F. Igitur erit quoque, vt sinus totus ad sinum arcus A B, ita tangens arcus C F, hoc est, complementi arcus B C, ad tangentem arcus E F, hoc est, complementi anguli A, arcui B C, oppositi. Non aliter ostendemus, si aliter figura construatur, ita esse sinum totum ad sinum arcus B C, vt est tangens complementi arcus A B, ad tangentem complementi anguli C. In omni triangulo ergo sphærico rectangulo, &c. Quod demonstrandum erat.



Theor. 6. scholij 40. huius.

21. Sinuū.

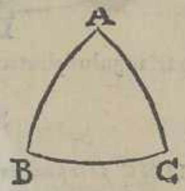
SCHO-

SCHOLIVM.

INFERTVR ex theoremate hoc ſequens problema: quod licet demonſtratum quoque ſit problemate 2. propoſ. 44. facilius tamen hic abſoluitur, cum in aurea regula ſinus totus primum obtineat locum.

IN triangulo ſphærico rectangulo, datis duobus arcubus circa angulum rectum, vtrumlibet angulorum non rectorum, vnà cum arcu reliquo, qui angulo recto opponitur, indagare.

IN triangulo ABC, cuius angulus C, rectus, ſint dati duo arcus AC, CB. Dico vtrumuis angulorum A, B, & arcum AB, quoque dari. Nam cum ſit, vt ſinus totus ad ſinum arcus AC, ita tangens complementi arcus CB, ad tangentem complementi anguli A. Item vt ſinus totus ad ſinum arcus CB, ita tangens complementi arcus AC, ad tangentem complementi anguli B: 48.huius.



SI fiat, vt ſinus totus ad ſinum vtriusvis arcuum circa angulum rectum, ita tangens complementi alterius arcus circa rectum angulum ad aliud, reperietur tangens complementi anguli huic poſteriori arcui oppoſiti. Ex datis quoque duobus arcubus circa angulum rectum cognoſcetur & tertius arcus angulo recto oppoſitus, vt in problemate propoſ. 43. oſtendimus. Vel certe ex dato vtrolibet arcu, & angulo, qui ei opponitur, inuento, vt in problemate 3. propoſ. 41. traditum eſt. Praxis.

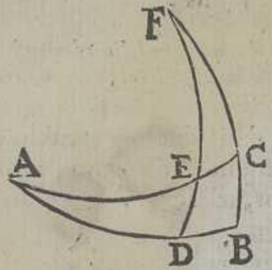
VTRVM autem angulus quæſitus ſit acutus, obtuſus ve, docebit arcus ei oppoſitus. Hic enim ſi minor fuerit quadrante, erit angulus ei oppoſitus, acutus; ſi vero maior, obtuſus. 34. huius.

THEOR. 47. PROPOS. 49.

IN omni triangulo ſphærico rectangulo, cuius omnes arcus ſint minores quadrante: ſinus totus ad tangentem vtriusvis arcuum circa angulum rectum eandem proportionem habet, quam tangens complementi anguli oppoſiti ad ſinum alterius arcus circa rectum angulum.

IN ſphærico triangulo ADE, cuius arcus omnes quadrante minores, ſit angulus D, rectus. Dico ita eſſe ſinum totum ad tangentem arcus DE, vt eſt tan-

tangens complementi anguli A, ad ſinum arcus A D. Repetita enim conſtru-



ctione figuræ propoſ. 45. erunt A B, A C, quadrantes, & C F, complementum arcus B C, id eſt, anguli A, vt ibi oſtenſum eſt. Igitur quoniam quadrantes ſunt A B, A C, & arcus E D, ad A B, perpendicularis; erit, vt ſinus totus ad tangentem arcus E D, ita tangens complementi arcus C B, hoc eſt, anguli A, ad ſinum arcus A D. Eodem modo oſtendetur, ita eſſe ſinum totum ad tangentem arcus A D, vt eſt tangens complementi anguli E, ad ſinum arcus D E: ſi nimirum aliter figura conſtruatur. In omni ergo triangulo ſphærico rectangulo, &c. Quod erat demonſtrandum.

Theor. 7. ſcholij 40. huius.

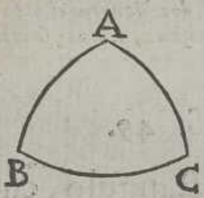
SCHOLIVM.

HINC *tale problema colligitur, quod per problema* 1. *propoſ.* 44. *alio modo abſolui quoque poteſt.*

IN triangulo ſphærico rectangulo, dato alterutro arcuum circa angulum rectum, cum angulo oppoſito, reliquum arcum circa rectum angulum, & arcum recto angulo oppoſitum, cum reliquo angulo non recto inquirere: ſi modo conſtet, num arcus quæſitus ſit maior quadrante, minorve: Vel an reliquus angulus non rectus ſit acutus, obtuſusve.

IN *triangulo* A B C, *cuius angulus* C, *rectus, datus ſit arcus* A C, *cum angulo oppoſito* B. *Dico dari quoque arcum* B C, *&c. Cum enim ſit, vt ſinus totus ad tangentem arcus* A C, *ita tangens complementi anguli* B, *ad ſinum arcus* B C:

49. huius.



Praxis.

SI fiat, vt ſinus totus ad tangentem dati arcus, ita tangens complemẽti anguli dati ad aliud, producetur ſinus arcus quæſiti. Ex duobus porro arcubus circa rectum angulum cognitis in cognitionem reliqui arcus, & reliqui anguli non recti perueniemus, vt in problemate propoſ. 43. *demonſtrauimus; vel certe ex alterutro arcuum circa angulum rectum, & dato angulo, vt in problemate* 2. *propoſ.* 42. *docuimus.*

OPORTET *autem hic conſtare, num arcus quæſitus* B C, *ſit quadrante maior, minorve; vel an angulus* A, *reliquus ſit acutus, obtuſusve: quemadmodũ in poſteriore parte problematis* 1. *propoſ.* 44. *traditum eſt: Vbi etiam errorẽ Copernici deteximus.*

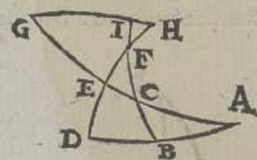
THEOR. 48. PROPOS. 50.

IN omni triangulo ſphærico rectangulo, cuius

omnes

omnes arcus quadrante ſint minores: ſinus totus ad tangentem complementi vtriusvis angulorum non rectorum habet proportionem eãdem, quam tangens compleměti reliqui anguli ad ſinum complementi arcus recto angulo oppoſiti.

IN triangulo A B C, cuius omnes arcus quadrante minores, ſit angulus B, rectus. Dico ita eſſe ſinum totum ad tangentem complementi anguli A, vt eſt tangens complementi anguli C, ad ſinum complementi arcus A C. Repetita namq; figura propoſ. 47. cum C G, C I, quadrãtes ſint ſe interſecãtes in C, & arcus I G, F E, ad C G, perpendiculares, vt ex constructione ibidem facta perſpicuum eſt; erit, vt ſinus totus ad tangentem arcus EF, qui complementũ eſt arcus D E, hoc eſt, anguli A, ita tangens complementi arcus I G, id eſt, anguli C, ad ſinum arcus C E, hoc eſt, complementi arcus A C, recto angulo oppoſiti. Theor. 7. ſcholij 40. huius. Simili ratione oſtendemus, ſi aliter figuræ constructio inſtituatur, ita eſſe ſinum totum ad tangentem complementi anguli C, vt eſt tangens complementi anguli A, ad ſinum complementi arcus A C. Quam ob rem in omni triangulo ſphærico rectangulo, &c. Quod demonſtrandum erat.

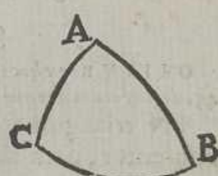


SCHOLIVM.

INFEREMVS *ex hac propoſ. theorema ſequens.*

IN triangulo ſphærico rectangulo, datis duobus angulis non rectis, inquirere arcum angulo recto oppoſitum, & reliquos duos arcus circa angulum rectum.

IN triangulo A B C, *cuius angulus* C, *rectus, dati ſint duo anguli non recti* A, B. *Dico dari quoque arcum* A B, *vnà cum arcubus* A C, B C. *Quoniam enim eſt, vt ſinus totus ad tangentem complementi anguli* A, *ita tangens complementi anguli* B, *ad ſinum complementi arcus* A B: 50. huius.



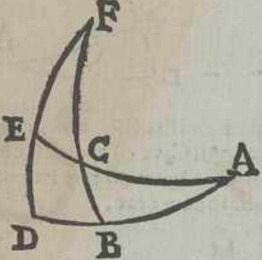
S I fiat, vt ſinus totus ad tangentem complementi vtriusvis angulorum datorum, ita tangens complementi alterius dati anguli ad aliud, procreabitur ſinus complementi arcus recto angulo oppoſiti. Iam ex arcu, qui recto angulo opponitur, & vtrolibet angulorum non rectorum, inuenietur arcus ei oppoſitus, vt in 2. problemate propoſ. 41. monſtrauimus. Praxis.

PORRO *an arcus quæſitus quadrante ſit maior, aut minor, ita diſcemus. Si vterq; angulorum* A, B, *fuerit obtuſus, vel acutus, erit arcus* A B, *quadrante minor:* 37. huius. *ſi vero alter eorum acutus fuerit, et alter obtuſus, erit idem arcus quadrante maior.*

THEOR. 49. PROPOS. 51.

IN omni triangulo ſphærico rectangulo, cuius arcus omnes ſint minores quadrante: ſinus totus ad tangentem complementi arcus recto angulo oppoſiti proportionem habet eandem, quam tangens vtriusvis arcuum circa angulum rectum ad ſinum complementi anguli non recti adiacentis.

IN triangulo ſphærico A B C, cuius omnes arcus quadrante minores, rectus ſit angulus B. Dico ita eſſe ſinum totum ad tangentem complementi arcus A C, vt eſt tangens arcus A B, ad ſinum complementi anguli A. Repetita namq; conſtructione figuræ propoſ. 45. erunt A D, A E, quadrantes, & anguli D, E, recti, necnon & B F, D F, quadrantes, vt ibi eſt oſtenſum. Quia igitur in ſphæra arcus D B, per extremitates quadrantum B F, D F, ſeſe in F, ſecantium ducitur, & C E, ad D F, perpendicularis eſt; erit vt ſinus totus ad tangentē arcus C E, qui complementum eſt arcus A C, recto angulo oppoſiti, ita tangens complementi arcus D B, hoc eſt, tangens arcus A B, ad ſinum arcus E F, qui complementum eſt arcus D E, ſeu anguli A. Non aliter demonſtrabitur, ita eſſe ſinum totum ad tangentem complementi arcus A C, vt eſt tangens arcus B C, ad ſinum complementi anguli C, ſi aliter inſtituatur conſtructio figuræ. Quocirca in omni triangulo ſphærico rectangulo, &c. Quod erat oſtendendum.

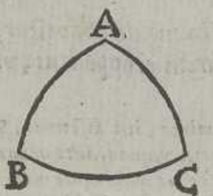


Theor. 7. ſcholij 40. huius.

SCHOLIVM.

ORITVR *ex hoc theoremate problema huiuſmodi, quod problemate 2. propoſ. 45. declaratum quoque fuit.*

IN triangulo ſphærico rectangulo, dato arcu, qui recto angulo opponitur, cum alterutro arcuum circa eundem rectum angulum, reperire angulum non rectum huic arcui adiacentem, hoc eſt, à datis arcubus comprehenſum, cum reliquo arcu, & angulo non recto.



51. huius.

IN triangulo A B C, *cuius angulus* C, *rectus, datus ſit arcus* A B, *cum arcu* A C. *Dico dari quoque angulum* A, *cum arcu* B C, *&* *angulo* B. *Quoniam enim eſt, vt ſinus totus ad tangentem complementi arcus* A B, *ita tangens arcus* A C, *ad ſinum complementi anguli* A:

Praxis.

SI fiat, vt ſinus totus ad tangentem complementi arcus recto angulo oppoſiti, ita tangens dati arcus

ti arcus

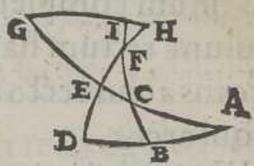
ti arcus circa rectum angulum ad aliud, inuenietur ſinus complementi anguli adiacentis, qui quæritur. Hinc reliqua inuenientur, vt in problemate 1. propoſ. 45. traditum eſt.

NVM *vero quæſitus angulus acutus ſit, nec ne, addiſcemus, vt in problemate 2. propoſ. 45. docuimus.*

THEOR. 50. PROPOS. 52.

IN omni triangulo ſphærico rectangulo, cuius omnes arcus quadrante ſint minores: ſinus totus ad ſinum vtriusvis angulorum non rectorum habet proportionem eandem, quam ſecans alterius anguli non recti ad ſecantem arcus huic angulo oppoſiti.

IN triangulo ſphærico A B C, cuius omnes arcus quadrante minores, ſit angulus B, rectus. Dico ita eſſe ſinum totum ad ſinum anguli A, vt eſt ſecans anguli C, ad ſecantem arcus A B. Facta conſtructione, vt in propoſ. 47. erunt G H, H E, A E, A D, D F, quadrantes, & G I, arcus anguli C, & D E, arcus anguli A, vt partim in propoſ. 45. partim vero in 47. oſtenſum eſt. Item angulus I, rectus erit, propterea quòd arcus C I, tranſiens per C, polum arcus G H, rectus eſt ad G H. Itaque quoniam duo circuli maximi B I, D H, in ſphæra ſe mutuo ſecant in F, & ex punctis D, H, arcus D H, ad arcum B I, ducti ſunt arcus perpendiculares D B, H I; erit, vt ſinus totus quadrantis D F, ad ſecantem arcus G I, qui complementum eſt arcus H I, ita ſinus arcus F H, ad ſecantem arcus A B, qui complementum eſt arcus D B: Et permutando, vt ſinus totus ad ſinum arcus F H, vel arcus D E, (ſunt enim arcus F H, D E, æquales, quod & toti quadrantes E H, D F, æquales ſint) hoc eſt, anguli A, ita ſecans arcus G I, id eſt, anguli C, ad ſecantem arcus A B, angulo C, oppoſiti. Pari ratione, ſi aliter conſtruatur figura, demonſtrabimus, ita eſſe ſinum totum ad ſinum anguli C, vt eſt ſecans anguli A, ad ſecantem arcus B C. In omni ergo triangulo ſphærico rectangulo, &c. Quod erat oſtendendũ.



15.1.Theod.

Theor. 8. ſcholij 40. huius.

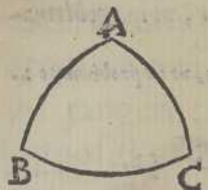
SCHOLIVM.

ELICITVR *hinc ſequens problema, quod aliter etiam in probl. 1. ſcholij propoſ. 42. ſolutum fuit.*

IN triangulo ſphærico rectangulo, datis duobus angulis non rectis, elicere arcum vtrilibet eorum oppoſitum, vnà cum arcu, qui recto angulo opponitur.

IN triangulo A B C, *cuius angulus* C, *rectus, dati sint duo anguli* A, B. *Dico dari quoque vtrumuis arcuum* B C, A C, *vnà cum arcu* A B. *Nam cum sit, vt sinus totus ad sinum anguli* A, *ita secans anguli* B, *ad secantem arcus* A C: *Item, vt sinus totus ad sinum anguli* B, *ita secans anguli* A, *ad secantem arcus* B C;

52. huius.



Praxis.

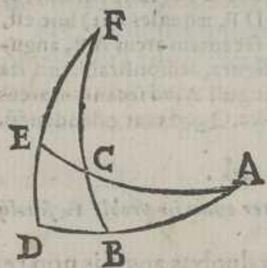
SI fiat, vt sinus totus ad sinum anguli non recti quæsito lateri adiacentis, ita secans alterius anguli non recti ad aliud, reperietur secans arcus huic posteriori angulo oppositi, qui quæritur. Inuento autem vtroque arcu circa angulum rectum, reperietur ex ipsis tertius arcus recto angulo oppositus, vt in problemate propos. 43. *ostendimus: Vel certe ex inuento alterutro arcu, & angulo dato, qui ei opponitur, vt in problemate* 3. *propos.* 41. *diximus.*

NVM vero duo arcus quæsiti circa angulum rectum minores quadrante sint, maioresve, sciemus, vt in problemate 1. *propos.* 42. *docuimus.*

THEOR. 51. PROPOS. 53.

IN omni triangulo sphærico rectangulo, cuius omnes arcus quadrante minores sint: sinus totus ad sinum complementi vtriusvis arcuum circa angulum rectum habet eandem proportionē, quam secans arcus recto angulo oppositi ad secantem reliqui arcus.

IN triangulo sphærico A B C, cuius omnes arcus quadrante minores, sit angulus B, rectus. Dico ita esse sinum totum ad sinum complementi arcus B C, vt est secans arcus A C, ad secantem arcus A B. Facta namque constructione figuræ, vt in propos. 45. erit B F, quadrans; C E, B D, ad D F, perpendiculares, vt ibi est demonstratum. Quia ergo in sphæra duo circuli maximi B F, D F, se mutuo secant in F, ductiq; sunt ex punctis B, C, ad D F, perpendiculares arcus B D, C E; erit, vt sinus totus quadrantis B F, ad secantem complementi arcus C E, hoc est, ad secantem arcus A C, ita sinus arcus F C, qui complementum est arcus B C, ad secantem complementi arcus B D, hoc est, ad secantem arcus A B: Et permutando, vt sinus totus ad sinum complementi arcus B C, ita secans arcus A C, ad secantem



Theor. 8. scholij 40. huius.

arcus

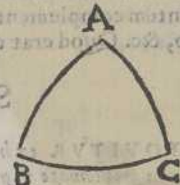
arcus A B. Simili modo oſtendemus, ita eſſe ſinum totum ad ſinum complementi arcus A B, vt eſt ſecans arcus A C, ad ſecantem arcus B C, ſi nimirum figura paulo aliter conſtruatur. In omni ergo triangulo ſphærico rectangulo, &c. Quod erat demonſtrandum.

SCHOLIVM.

SEQVENS *problema ex hoc theoremate colligitur.*

IN triangulo ſphærico rectangulo, dato arcu, qui recto angulo opponitur, cum alterutro arcuum circa rectum angulum, inueſtigare tertium arcum, cum duobus angulis non rectis.

IN *triangulo* A B C, *cuius angulus* C, *rectus, datus ſit arcus* A B, *vnà cum arcu* A C. *Dico dari quoque arcum* B C, *cum angulis* A, B. *Cum enim ſit, vt ſinus totus ad ſinum complementi arcus* A C, *ita ſecans arcus* A B, *ad ſecantem arcus* B C: 53.huius.



SI fiat, vt ſinus totus ad ſinum complementi dati arcus circa angulum rectum, ita ſecans arcus angulo recto oppoſiti ad aliud, producetur ſecans tertij arcus, qui inquiritur. Hinc ex duobus arcubus circa rectum angulum cognitis, vterlibet angulorum non rectorum cognoſcetur, vt in 5. problemate ſcholij propoſ. 44. vel in problemate ſcholij propoſ. 48. docuimus. Praxis.

VTRVM *vero quæſitus arcus* B C, *ſit quadrante maior, minorve, diſcemus ex datis duobus arcubus, vt ad finem problematis ſcholij* 1. *propoſ.* 43 *traditum eſt.*

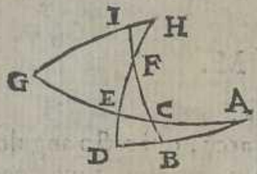
THEOR. 52. PROPOS. 54.

IN omni triangulo ſphærico rectangulo, cuius omnes arcus quadrante ſint minores: ſinus totus ad ſinum vtriuſlibet angulorum non rectorum proportionem habet eandem, quam ſecans complementi arcus illi angulo oppoſiti ad ſecantem complementi arcus recto angulo oppoſiti.

IN triangulo A B C, cuius arcus omnes ſint minores quadrante, ſit angulus B, rectus. Dico ita eſſe ſinum totum ad ſinum anguli A, vt eſt ſecans complementi arcus B C, ad ſecantem complementi arcus A C. Repetita enim conſtructione figuræ propoſ. 47. erit angulus I, rectus, vt in propoſ. 52. monſtratum eſt; necnon & angulus G. Item G H, E H, D F, B F, A E, quadrantes, vt ex demonſtratis in propoſ. 45. & 47. conſtat. Quia igitur in ſphæra duo

duo circuli maximi E H, G H, se mutuo secant in H, & ex punctis E, F, arcus E H, ad arcum G H, ducti sunt arcus perpendiculares E G, F I; erit, vt sinus totus quadrantis E H, ad secantē complementi arcus F I, hoc est, ad secātem arcus C F, qui complementum etiam est arcus B C, ita sinus arcus F H, hoc est, arcus D E, (est enim arcus F H, arcui D E, æqualis, ob quadrantes E H, D F, æquales) qui arcus est anguli A, ad secantem complementi arcus E G, id est, ad secantem arcus E C, qui complementum quoque est arcus A C: Et permutādo, vt sinus totus ad sinum arcus D E, hoc est, anguli A, ita secans complementi arcus B C, ad secantem complementi arcus A C. Non secus ostendemus, si aliter figura construatur, ita esse sinum totum ad sinum anguli C, vt est secans complementi arcus A B, ad secantem complementi arcus A C. In omni igitur triangulo sphærico rectangulo, &c. Quod erat demonstrandum.

Theor. 8. scholij 40. huius.



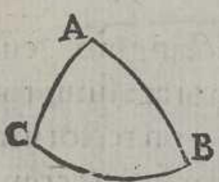
SCHOLIVM.

SEQVITVR *ex hoc theoremate sequens problema, quod aliter etiam absoluimus in problemate* 3. *propos.* 41.

IN triangulo sphęrico rectangulo, dato vtrolibet angulorum non rectorum, cum arcu opposito, inuestigare arcum recto angulo oppositum, vnà cum tertio arcu, & reliquo angulo non recto: dummodo constet, num arcus angulo recto oppositus sit maior quadrante, minorve: aut an alter angulus non rectus sit acutus, obtususve.

54. huius.

IN *triangulo* A B C, *rectum habente angulum* C, *datus sit angulus* B, *cum arcu* A C. *Dico dari quoque arcum* A B, *vnà cum arcu* B C, *&* *angulo* A. *Cum namque sit, vt sinus totus ad sinum anguli* B, *dati, ita secans complementi arcus dati* A C, *ad secantem complementi arcus* A B:



Praxis.

SI fiat, vt sinus totus ad sinum dati anguli, ita secans complementi dati arcus ad aliud, producetur secans complementi arcus recto angulo oppositi, qui inquiritur. Ex arcubus vero A B, A C, cognitis notus fiet tertius arcus B C, ex problemate propos. 43. *Item ex arcubus A B, B C, notis cognitus fiet angulus A, ex problemate* 1. *propos.* 41.

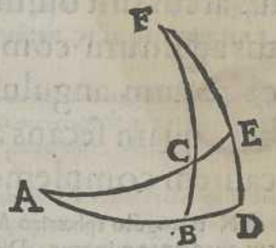
OPORTET *autem hic constare, num arcus quæsitus* A B, *sit quadrante maior, an minor: Vel an reliquus angulus non rectus* A, *sit acutus, obtusus ve, alioquin nesciremus, qualis arcus pro* A B, *assumendus sit, cum possit esse maior quadrante, vel minor, vt perspicuum est. Id quod ad problema* 3. *propos.* 41. *monuimus: Vbi etiam Copernici, atque Ioan. Regiom. errorem aperuimus.*

THEOR.

THEOR. 53. PROPOS. 55.

IN omni triangulo ſphærico rectangulo, cuius omnes arcus minores quadrante ſint: ſinus totus ad ſinum arcus recto angulo oppoſiti eandem proportionem habet, quam ſecans complementi vtriuſlibet arcuum circa angulum rectum ad ſecantem complementi anguli huic arcui oppoſiti.

IN ſphærico triangulo A B C, cuius omnes arcus ſint minores quadrante, angulus B, rectus ſit. Dico ita eſſe ſinum totum ad ſinum arcus A C, vt eſt ſecans complementi arcus B C, ad ſecantem complementi anguli A, arcui B C, oppoſiti. Repetita enim conſtructione figuræ propoſ. 45. erit A E, quadrans; D E, arcus anguli A, & E F, eius complementum; atque C F, complementum arcus B C, vt ibi demonſtratum eſt. Quia ergo in ſphæra duo maximi circuli A E, A D, ſe interſecant in A, & ex punctis C, E, arcus A E, ad arcum A D, ducti ſunt perpendiculares arcus C B, E D; erit vt ſinus totus quadrantis A E, ad ſecantem complementi arcus C B, hoc eſt, ad ſecantem arcus C F, ita ſinus arcus A C, ad ſecantem complementi arcus D E, ſiue anguli A, id eſt, ad ſecantem arcus E F: Et permutando, vt ſinus totus ad ſinum arcus A C, ita ſecans complementi arcus B C, ad ſecantem complementi anguli A. Pari ratione, ſi aliter figura extruatur, erit, vt ſinus totus ad ſinum arcus A C, ita ſecans complementi arcus A B, ad ſecantem complementi anguli C. Quare in omni triangulo ſphærico rectangulo, &c. Quod erat oſtendendum.



Theor. 8. ſcholij. 40. huius.

SCHOLIVM.

EX *his ſequens problema diſſoluemus, quod alio quoque modo in problemate 1. propoſ. 41. abſolutum fuit.*

IN triangulo ſphærico rectangulo, dato arcu, qui recto angulo opponitur, cum alterutro arcuum circa rectum angulum, inuenire angulum huic arcui oppoſitum, cum reliquo arcu, & angulo.

IN *triangulo* A B C, *cuius rectus angulus* C, *datus ſit tam arcus* A B, *quam* A C. *Dico dari quoque angulum* B, *vnà cum arcu* B C, *& angulo* A. *Quia enim eſt, vt ſinus totus ad ſinum arcus* A B, *ita ſecans complementi arcus* A C, *ad ſecantem complementi anguli* B: 55. huius.

Praxis. *SI fiat, vt sinus totus ad sinum arcus angulo recto oppositi, ita secans complementi arcus circa rectum angulum dati ad aliud, producetur secans complementi anguli quæsiti, qui dicto arcui opponitur. Iam ex datis duobus arcubus tertium inueniemus, vt in problemate propos. 43. vel in problemate propos. 53. tradidimus. Item ex arcu, qui recto angulo opponitur, & hoc arcu inuento, reperiemus reliquum angulum huic inuento arcui oppositum, vt dictum est in hoc problemate, vel certe, vt in problemate 1. propos. 41. ostendimus.*

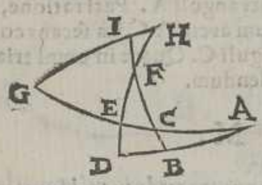
AN *vero quæsitus angulus* B, *acutus sit, an obtusus, docebit arcus* A C, *circa angulum rectum datus, vt in problemate 1. propos. 41. præcepimus.*

THEOR. 54. PROPOS. 56.

IN omni triangulo sphærico rectangulo, cuius arcus sint omnes quadrante minores: sinus totus ad sinum complementi vtriuslibet arcuum circa rectum angulum eandem proportionem habet, quam secans anguli huic arcui oppositi ad secantem complementi reliqui anguli non recti.

IN triangulo sphærico A B C, angulum B, rectum habente, sint omnes arcus quadrante minores. Dico ita esse sinum totum ad sinũ complementi arcus B C, vt est secans anguli non recti A, ad secantem complementi anguli C. Repetita enim constructione figuræ propos. 47. erunt anguli G, E, recti, & arcus B F, D F, C I, E H, G H, quadrantes, & D E, arcus anguli A, & G I, arcus anguli C, vt ex demõstratis in propos. 45. & 47. liquet. Igitur quia duo maximi in sphæra circuli C G, C I, se in C, intersecant, ductiq; sunt ex punctis F, I, arcus C I, ad arcum C G, arcus perpendiculares F E, I G; erit, vt sinus totus quadrantis C I, ad secantem complementi arcus F E, hoc est, ad secantem arcus D E, anguli A, ita sinus arcus C F, qui complementum est arcus B C, ad secantem complementi arcus G I, anguli C: Et permutando, vt sinus totus ad sinum complementi arcus B C, ita secans anguli A, ad secantem complementi anguli C. Non secus ostendemus, si aliter construatur figura, ita esse sinum totum ad sinum complementi arcus A B, vt est secans anguli C, ad secantem complementi anguli A. Quapropter in omni triangulo sphærico rectangulo, &c. Quod demonstrandum erat.

Theor. 8. scholij 40. huius.



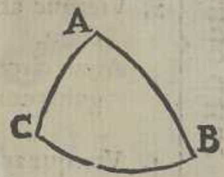
SCHOLIVM.

INFERTVR *hinc problema huiusmodi.*

IN

IN triangulo ſphærico rectangulo, dato vtrouis arcuum circa angulum rectum, cum angulo non recto oppoſito, inquirere reliquum angulum non rectum, & iuſuper reliquos duos arcus: modo conſtet, an quæſitus angulus ſit acutus, obtuſusve: Vel certe, an alter arcus circa angulum rectum ſit minor quadrante, an maior.

IN *triangulo* A B C, *angulum* C, *rectum habente, datus ſit arcus* A C, *cum angulo* B. *Dico dari quoque angulum* A, *cum arcubus* B C, A B. *Cum enim ſit, vt ſinus totus ad ſinum complementi arcus* A C, *dati, ita ſecans anguli dati* B, *ad ſecantem complementi anguli* A: 56. huius.



SI fiat, vt ſinus totus ad ſinum complementi arcus dati, ita ſecans dati anguli ad aliud, reperietur ſecans complementi anguli alterius non recti. Hinc ex duobus angulis non rectis notis inueſtigabitur arcus recto oppoſitus angulo, vt in problemate propoſ. 50. monſtrauimus, ac proinde & reliquus arcus, ex arcu, qui recto angulo opponitur, & ex noto angulo, qui reliquo arcui opponitur, vt in problemate 2. propoſ. 41. diximus. Praxis.

OPORTET *autem conſtare, an reliquus angulus non rectus, qui quæritur, ſit acutus, obtuſusve; vel, an reliquus arcus circa angulum rectum ſit minor, aut maior quadrante, vt ad calcem problematis 2. propoſ. 42. monuimus, vbi errorem etiam Nicolai Copernici deteximus.*

QVONIAM *vero abſolutus iam eſt triangulorum ſphæricorum rectangulorum calculus, libet hoc loco omnia problemata hactenus explicata in tabulam quandam referre, vt facilius quilibet id, quod maxime ſcire deſiderat, poſsit inuenire. Itaque cum in omni triangulo ſphærico rectangulo id, quod primo loco quæritur, ſit vel arcus recto angulo oppoſitus, vel vterlibet arcuum circa rectum angulum, vel denique alteruter angulorum non rectorum, (quamuis eo, quod potiſsimum quæritur, inuento, cætera quoque reperiantur, vt ad praxes ſingulorum problematum monuimus) trimembrem tabulam, pro numero quæſitorum, confecimus, appoſuimuſque problemata propoſitionum, in quibus inuentiones quæſitorum demonſtratæ ſunt.*

Sequuntur problemata ſuperiorum propoſitionum in trimembrem tabellam digeſta.

Inuentio arcus recto angulo oppositi.

Quando datur

1. Arcus circa angulum rectum: Et angulus non rectus ei oppositus.	Probl. 3. propos. 41. (& Probl. propos. 54.
2. Vterque arcus circa angulum rectum.	Probl. propos. 43.
3. Arcus circa angulum rectum: Et angulus non rectus ei adiacens.	Probl. 1. propos. 45. (& Probl. propos. 46.
4. Vterque angulus non rectus.	Probl. propos. 50.

Inuentio arcus vtriuslibet circa angulum rectum.

Quando datur

1. Arcus recto angulo oppositus: Et angulus non rectus quęsito arcui oppositus.	Probl. 2. propos. 41.
2. Vterq; angulus non rectus.	Probl. 1. propos. 42. (& Probl. propos. 52.
3. Arcus recto angulo oppositus: Et alter arcus circa rectum angulum.	Probl. ꝓpos. 43. & 53.
4. Arcus alter circa angulum rectum: Et vteruis angulorum non rectorum.	Probl. 1. propos. 44.
5. Arcus recto angulo oppositus: Et angulus non rectus quæsito arcui adiacens.	Probl. 3. propos. 45.
6. Arcus alter circa angulum rectum: Et alter angulus non rectus ei oppositus.	Probl. propos. 49. (& Probl. 1. ꝓpos. 44.

1. Arcus

Inuentio anguli non recti vtriusvis.

Quando datur	1. Arcus recto angulo oppositus: Et arcus circa angulum rectum quęsito angulo oppositus.	Probl.1.propos.41.& (Probl. propos. 55.
	2. Arcus circa angulum rectum: Et alter angulus non rectus.	Probl.2. propos.42.
	3. Vterq; arcus circa rectum angulum.	Probl.2. propos.44. (& Probl.propos.48.
	4. Arcus recto angulo oppositus: Et arcus circa rectum angulum quęsito angulo adiacens.	Probl.2. propos. 45. (& Probl.propos.51.
	5. Arcus recto angulo oppositus: Et alter angulus non rectus.	Probl. propos. 47.
	6. Arcus circa angulum rectum quæsito angulo adiacens: Et alter angulus non rectus huic arcui oppositus:	Probl.propos. 56.& (Probl.2.propos.42.

SED quia hactenus de eo solum triangulo rectangulo egimus, cuius nullus arcuum quadrans est, doceamus breuiter, (rem quidem cuilibet perfacilem ex demonstratis) quo pacto nos gerere debeamus in eo, quod duos saltem arcus habet quadrantes, & duos angulos rectos. Nullum enim triangulum esse potest rectangulum, cuius vnus duntaxat arcus sit quadrans, sed vel nullus erit quadrans, vel omnes tres quadrantes erunt, vel duo, &c. Sit ergo triangulum sphæricum A B C, *in quo angulus* B, *ponatur rectus, & arcus* A B, *circa angulum rectum quadrans. Hoc posito, erit & arcus* A C, *recto angulo oppositus, quadrans. Quare cum duo arcus* A B, A C, *quadrantes sint, erunt duo anguli* B, C, *recti; ac propterea* A, *polus erit arcus* B C; *&* B C, *arcus anguli* A, *ex definitione 6. Igitur si datus sit tertius angulus* A, *datus etiam erit tertius arcus* B C: *Et contra, si datus sit tertius arcus* B C, *datus quoque erit tertius angulus* A. *Eodem modo, si alter arcus* B C, *circa angulum rectum quadrans ponatur, ostendemus & arcum* A C, *recto angulo oppositum quadrantem esse, & angulum* A, *rectum. Si ergo detur tertius angulus* C, *dabitur quoque tertius arcus* A B, *& contra, vt prius. Quòd si quantitas tertij anguli, aut arcus data non fuerit, nihil certi colligi poterit, licet duo alij anguli recti sint,*

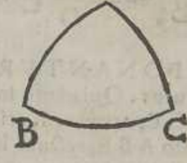
Quid agendū in triangulo rectāgulo, ī quo quadrātes sunt.

Coroll. 38. huius.

35. huius.

25. huius.

Coroll. 26. huius.



duoque arcus illis oppositi, quadrantes, vt manifestum est.

36.huius. PONATVR *iam arcus* A C, *recto angulo* B, *oppositus quadrans. Quo posito, erit & alter saltem arcuum* A B, B C, *circa angulum rectum quadrans. Quamobrem reliqua consequentur, vt proxime demonstratum est.*

26. vel 35. huius. Coroll. 25. huius. QVOD *si quando duo arcus* A B, B C, *circa angulum rectum quadrantes ponantur, erit quoque tertius arcus* A C, *recto angulo oppositus, quadrans. Quocirca cum omnes arcus quadrantes sint, erunt omnes anguli recti.*

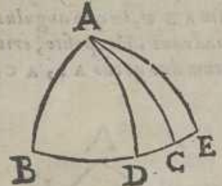
EX *his facile quiuis intelliget, quid agere debeat, quando aliquis arcus in triangulo rectangulo quadrans ponitur: præsertim si propos.* 25. 26. 27. 28. 29. 30. 31. 32. 33. 34. 35. 36. 37. 38. *attente considerentur.*

SEQVITVR *iam, vt calculum triangulorum non rectangulorum tandem exponamus: Verũ prius aliquot theoremata ad hanc rem perutilia demonstranda sunt.*

THEOR. 55. PROPOS. 57.

SI in triangulo sphærico supra vnum arcum duo anguli acuti, aut obtusi consistant; Perpendicularis arcus à tertio angulo in eum arcum demissus intra triangulum cadit. Si vero duorum angulorum supra vnum arcum consistentium vnus sit acutus, & obtusus alter; Perpendicularis arcus à tertio angulo in eum arcum demissus extra triangulum cadit.

IN triangulo sphærico A B C, sint duo anguli B, C, supra arcum B C, acuti, vel obtusi. Dico arcum perpendicularem ex A, ad arcum B C, demissum cadere intra triangulum, cuiusmodi est arcus A D. Si enim dicatur cadere extra, cadat, si fieri potest, arcus A E, ad B C, arcum productum perpendicularis extra triangulum, & ponantur primum duo anguli B, C, acuti, ac proinde angulus A C E, obtusus. Quoniam igitur in triangulo A C E, angulum E, habente rectum, angulus A C E, obtusus est, erit arcus A E, quadrante maior. Rursus quia in triangulo A B E, habente angulum rectum E, angulus B, acutus est, erit arcus A E, quadrante minor: Sed & quadrante maior ostensus est; quod est absurdum.



34. huius. 34. huius.

PONANTVR deinde anguli B, C, obtusi, atque adeo angulus A C E, acutus. Quia ergo in triangulo A C E, habente rectum angulum E, angulus A C E, acutus est, erit arcus A E, minor quadrante. Rursus quoniam in triangulo A B E, rectum habente E, angulum, angulus B, obtusus est, erit arcus A E, quadrante maior: Sed & quadrante minor ostensus est; quod est absurdum. Non cadit ergo arcus perpendicularis extra triangulum: sed neque cum

34. huius. 34. huius.

altero

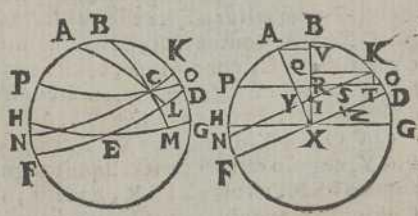
altero arcuum A B, A C, coincidet, quòd neuter angulorum B, C, ponatur rectus. Cadit ergo intra triangulum.

IAM vero ponatur in eodem triangulo A B C, angulus B, acutus, & C, obtusus. Dico perpendicularem arcum ex A, ad arcum B C, demissum extra triangulum cadere, cuiusmodi est arcus A E. Nam si intra dicatur cadere, cadat, si fieri potest, arcus A D, ad B C, perpendicularis intra triangulum. Itaque quia in triangulo A C D, angulum rectum habente D, angulus C, obtusus est, erit arcus A D, maior quadrante. Rursus cum in triangulo A B D, rectum habente angulum D, angulus B, acutus est, erit arcus A D, quadrante minor: Sed & quadrante ostensus est maior; quod est absurdum. Arcus ergo perpendicularis non cadit intra triangulum; sed neque cum altero arcuum A B, A C, coincidit, cum neuter angulorum B, C, rectus ponatur. Cadit ergo extra triangulum. Quapropter, si in triangulo sphærico supra vnum arcum duo anguli acuti, &c. Quod erat demonstrandum. 34. huius. 34. huius.

THEOR. 56. PROPOS. 58.

IN omni triangulo sphærico, cuius duo arcus sint inæquales; quadratum sinus totius ad rectangulum sub sinubus rectis duorum arcuum inęqualium contentum, eandem proportionem habet, quam sinus versus anguli à dictis arcubus comprehensi ad differentiam duorum sinuum versorum, quorum vnus differentiæ eorundem arcuum debetur, alter vero tertio arcui, qui prædicto angulo oppositus est, respondet.

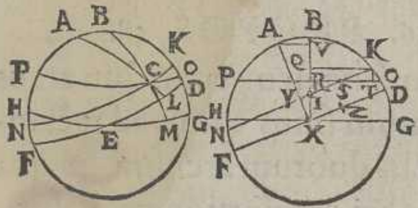
IN triangulo sphærico A B C, sint duo arcus A B, A C, inęquales, ille minor, & hic maior. Dico ita esse quadratum sinus totius ad rectangulum sub sinubus rectis arcuum A B, A C, contentum, vt est sinus versus anguli A, ad differentiam inter sinum versum arcus, quo arcus A B, A C, inter se differunt, & sinum versum arcus B C. Cuius rei demonstrationem, vt clarior fiat, & generalior, in quindecim casus diuidemus.



1. casus.

1. SINT omnes tres arcus quadrante minores. Compleatur minoris arcus A B, circulus A B D G H, productisq; arcubus A C, B C, fiant quadrantes A L, B M; & polis A, B, interuallis autem quadrantum A L, B M, circuli maximi describantur D L E F, G M E H: Et eisdem polis, interuallis

uallis autem A C, B C, circuli non maximi delineentur K C N, O C P, qui il-
a.2.Theod. lis maximis paralleli erunt: & tam hi, quam illi ad circulum A B D G H, re-
15.1.Theo. cti erunt, cum ille per horũ polos trãsiens ad ipsos sit rectus. Post hæc, vt confusio vitetur, in circulo A B D G H, seorsum descripto sint communes sectiones ipsius, & circulorum ex polis A, B, descriptorum, nempe D F, G H, communes sectiones ipsius, & maximorum circulorum D L E F, G M E H, quæ ipsorum diametri erunt sese in centro sphæræ X, intersecantes: At K N, O P, communes sectiones eiusdem, & circulorum K C N, O C P, se intersecantes
16.vndec. in S; quæ ipsis D F, G H, parallelæ erunt; & diametri circulorum K C N, O C P; quòd maximus circulus A B D G H, per eorum polos transiens eos
15.1Theod. bifariam secet, nimirum per eorum diametros. Ducantur quoque semidiametri A X, secans K N, in Y; & B X, secans K N, O P, in I, R. Eruntque semi-
Schol. 10. 1. Theod. diametri A X, B X, perpendiculares ad circulos per D F, K N, G H, O P, ductos; cum ab eorum polis A, B, ducantur per X, sphæræ centrum: ac proinde anguli ad Y, & R, recti erunt, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. Ducantur denique ad B X, O P, perpendiculares A V, K Q, K T. Erit igitur, per ea, quæ in tractatione sinuum scripsimus, A V, sinus rectus arcus A B; & K Y, sinus rectus arcus A K, hoc est, arcus A C, cum arcus A K,

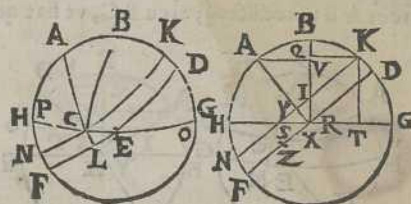


A C, ex defin. poli, æquales sint, vt in primo circulo apparet. B R, erit sinus versus arcus B O, id est, arcus B C, cum arcus B O, B C, æquales sint, ex defin. poli. B Q, sinus versus erit arcus B K, qui differentia est arcuum inæqualium A B, A C, propterea quod, ex defin. poli, arcus AK, arcum A B, arcu B Q, superans, æqualis est arcui A C: ac proinde Q R, vel K T, differentia erit inter B R, sinum versum tertij arcus B C, & B Q, sinum versum differentiæ arcuum inæqualium A B, A C, hoc est, sinum versum arcus B K. Postremo erit K S, sinus versus arcus K C, in circulo non maximo K C N, cum recta ex C, in communes sectiones circulorum K C N, O C P, cum circulo A B D G H, hoc est, in punctum S, cadens, (quæ quidem ad circulũ A B D G H, recta est, vtpote com-
19.vndec. munis sectio circulorum K C N, O C P, ad eundem circulum A B D G H, rectorum) sinus rectus sit eiusdem arcus K C. Sumatur quoque D Z, sinus ver-
10.2.Theo. sus arcus D L, hoc est, anguli A, qui quidem arcus arcui K C, similis est. Demonstrandum igitur est, ita esse quadratum sinus totius, hoc est, rectangulum sub D X, X A, contentum, ad rectangulum sub sinubus rectis A V, K Y, arcuum A B, A C, contentum, vt est sinus versus D Z, anguli A, ad K T, differentiam inter B R, sinum versum arcus B C, & B Q, sinum versum arcus B K, differentiæ arcuum inæqualium A B, A C. quod ita fiet.

15. primi. QVONIAM angulus X I Y, angulo R I S, æqualis est, & angulus re-
32.primi. ctus Y, angulo recto R; erit reliquus angulus I X Y, trianguli I X Y, reliquo angulo I S R, trianguli I S R, æqualis, hoc est, angulo ad verticem K S T. Cum ergo & angulus rectus V, recto angulo T, æqualis sit, erit & reliquus angulus X A V, trianguli X A V, reliquo angulo S K T, trianguli S K T,
4. sexti. æqualis. Quam ob rem erit, vt X A, ad A V, ita S K, ad K T. Rursus quia D Z, K S,

K S, sinus versi sunt arcuum similium D L, K C; erit, vt D X, ad K Y, sinus totus ad sinum totum, ita D Z, ad K S, per lemma propos. 1. nostræ Gnomonices. Quia vero proportio rectanguli sub D X, X A, ad rectangulum sub K Y, A V, componitur ex proportione D X, ad K Y, hoc est, D Z, ad K S, & ex proportione X A, ad A V: Et proportio D Z, ad K T, componitur ex eisdē proportionibus, nempe (posita media recta K S) ex proportione D Z, ad K S, & ex proportione K S, ad K T, hoc est, ex proportione X A, ad A V; erit, vt rectangulum sub D X, X A, id est, quadratum sinus totius, ad rectangulum sub K Y, A V, sinubus rectis arcuum inæqualium A C, A B, ita D Z, sinus versus anguli A, ad K T, differentiam inter B R, sinum versum arcus B C, angulo A, oppositi, & B Q, sinum versum differentiæ arcuum inæqualium A C, A B. Quod est propositum. 23. sexti.

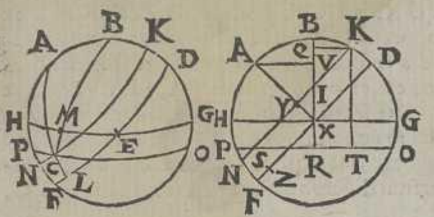
2. SINT duo arcus inæquales A B, A C, quadrante quidem minores, at B C, quadrans. Compleatur minoris arcus A B, circulus A B D G H, & producto arcu A C, vt fiat quadrans A L, describantur ex polis A, B, ad interualla quadrantum A L, B C, circuli maximi D E L F, G E C H: Item ex polo A, ad interuallum A C, circulus non maximus K C N, qui ipsi D E L F, parallelus erit, secabitque circulus A B D G H, circulos D E L F, G E C H, K C N, ad angulos rectos, & bifariam: ac proinde horum cum illo communes sectiones D F, G H, K N, diametri eorum erunt, & D F, G H, se in X, centro sphæræ intersecabunt, parallelæque erunt D F, K N. Reliqua fiant, vt in præcedenti casu, nisi quòd hic punctum R, idem est, quod X, propterea quòd circulus O C P, à circulo G E H, atq; adeo recta O R P, à recta G H, non differt. Erit, vt prius, A V, sinus rectus arcus A B; & K Y, sinus rectus arcus A K, hoc est, arcus A C, ipsi A K, ex defin. poli, æqualis. Item B R, sinus versus erit arcus B G, id est, arcus B C, ipsi B G, æqualis. At B Q, sinus erit versus arcus B K, differentiæ arcuum A B, A C; ideoq; Q R, vel K T, differentia erit inter sinus versos B R, B Q, arcuum B C, B K. Deniq; K S, erit sinus versus arcus K C. Sumpto ergo D Z, sinu verso arcus D L, hoc est, anguli A, demonstrandum est, ita esse quadratum sinus totias, id est, rectangulum sub D X, X A, ad rectangulum sub A V, K Y, sinubus rectis arcuum A B, A C, vt est sinus versus D Z, anguli A, ad K T, differentiam sinuum versorum B R, B Q, arcuum B C. B K. quod quidem demonstrabitur, vt in præcedenti casu, nisi quod triangulum X A V, ostendetur hic æquiangulum esse triangulo S K T, ex eo quòd angulus I X Y, angulo Y S X, æqualis est, propterea quòd triangula I X Y, Y S X, similia sunt inter se. Hinc enim fit, rectangula triangula X A V, S K T, inter se omnino æquiangula esse. 2. casus. 1.2. Theo. 15.1. Theod. 16. vndec. 8. sexti.



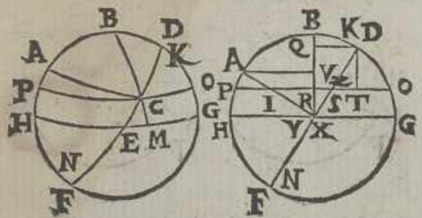
3. SINT rursus A B, A C, quadrante minores, at B C, maior. Compleatur minoris arcus A B, circulus, & ex B C, abscindatur quadrans B M, producaturq; A C, vt fiat quadrans A L. Reliqua construantur, vt in prmo casu. Erunt hic sinus, vt ibi. Demonstrandum ergo est, ita esse quadratū sinus 3. casus.

totius,

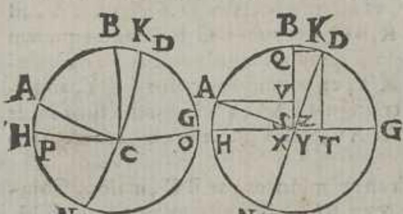
totius, nempe rectangulum ſub D X, X A, ad rectangulum ſub A V, K Y, ſinubus rectis arcuum A B, A C, vt eſt ſinus verſus D Z, anguli A, ad K T, differentiam ſinuum verſorum B R, B Q, arcuum B C, B K. quod quidem oſtendetur, vt in primo caſu, niſi quòd triangulū X A V, oſtendemus hic triangulo S k T, æquiangulum eſſe, ex eo, quòd angulus X I Y, angulo S K T,
29. primi. externus interno, æqualis eſt. Hinc enim efficitur, in triangulis rectangulis X I Y, S k T, reliquos angulos I X Y, k S T, æquales eſſe; atq; idcirco rectangula triangula X A V, S k T, eſſe æquiangula.



4. caſus. 4. SIT arcus A C, quadrans, atque adeo A B, quadrante minor; ſtatuatur quoque B C, minor quadrante. Completo circulo A B D G H, minoris arcus A B; productoq; arcu B C, vt fiat quadrans B M, deſcribantur ex polis A, B, ad interualla quadrantum A C, B M, circuli maximi D C E F, G M E H: Item ex polo B, ad interuallum arcus B C, circulus non maximus O C P. Reliqua conſtruantur, vt in primo caſu, niſi quòd hic duo circuli paralleli D E F, k C N, inter ſe non differunt, propter quadrantem A C. Ex quo fit, rectas D F, k N, inter ſe quoq; non differre. quod etiam de ſinubus verſis kS, DZ, dicendum eſt. Alij ſinus ſunt, vt prius. Iam verò, ita eſſe quadratum ſinus totius, ſiue rectangulum ſub D X, X A, ad rectangulum ſub A V, k V, ſinubus rectis arcuum A B, A C, vt eſt D Z, ſinus verſus anguli A, ſiue arcus K C, ad K T, differentiam ſinuum verſorum B R, B Q, arcuum B C, B K, oſtendemus, vt in primo caſu; excepto, quòd hic triangulum X A V, triangulo S k T, æquiangulum eſſe; demonſtrabimus, ex eo, quòd angulus A X V, angulo Y S R, æqualis eſt, (pro-
8. ſexti. pterea quod triangula I X R, R S Y, ſimilia ſunt) atque adeo angulo K S T. Hinc enim fit, rectangula triangula X A V, S k T, eſſe ęquiangula.

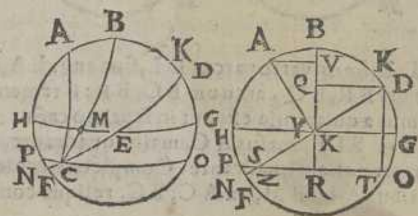


5. caſus. 5. SIT rurſus A C, quadrans, proptereaq; A B, quadrante minor, ſed B C, ponatur quoque quadrans. Completo circulo A B D G H, minoris arcus A B, deſcribantur ex polis A, B, ad interualla quadrantū A C, B C, circuli maximi D C F, G C H, & reliqua fiant, vt prius, niſi quod hic circuli k N, O P, non maximi à maximis D F, G H, non differunt, &c. Demonſtrandum igitur eſt, ita eſſe quadratum ſinus totius, hoc eſt, rectangulum ſub D X, X A, ad rectangulum ſub A V, k Y, ſinubus

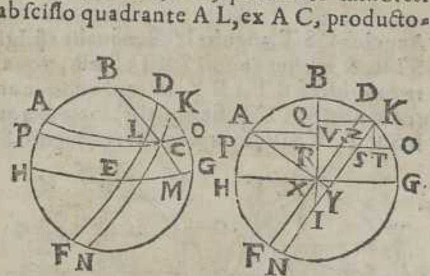


nubus rectis arcuum A B, A C, vt eſt D Z, ſinus verſus anguli A, ſeu arcus k C, ad k T, differentiam ſinuum verſorum B Y, B Q, quorum ille arcui B C, hic autem arcui B k, debetur. quod quidem oſtendemus, vt in primo caſu. Solum triangulum X A V, ita demonſtrabitur triangulo S k T, æquiangulum. Quoniam anguli D S A, B S H, recti ſunt, cum A S, B S, axes ſint circulorum D F, G H; erunt, dempto communi A S B, reliqui D S B, A S H, æquales: ſed ille angulo alterno S k T, & hic alterno angulo X A V, æqualis eſt. 29.primi. Igitur & anguli S k T, X A V, æquales erunt: ac proinde triangula rectangula X A V, S k T, æquiangula erunt.

6. SIT adhuc A C, quadrans, ideoq; A B, minor quadrante, ſed B C, 6. caſus. quadrante ſtatuatur maior. Completo circulo A B D G H, arcus minoris A B; & ex B C, abſciſſo quadrante B M, deſcribantur ex polis A, B, ad interualla quadrantum A C, B M, maximi circuli D E F, G E H: Item ex polo B, ad interuallum B C, circulus non maximus O C P, qui ipſi G E H, parallelus erit. 2.2.Theod. Reliqua fiant, vt prius, niſi quòd hic inter ſe non differũt circuli D F, k N, &c. Iam demonſtrabimus, vt in primo caſu, ita eſſe quadratum ſinus totius, id eſt, rectangulum ſub D X, X A, ad rectangulum ſub A V, k Y, ſinubus rectis arcuum A B, A C, vt eſt D Z, ſinus verſus anguli A, ſeu arcus D C, ad k T, differentiam ſinuum verſorum B R, B Q, arcuum B C, B k. Verum triangulum X A V, triangulo S k T, æquiangulum eſſe, ita monſtrabimus. Cum anguli recti ſint A X k, B X G, reliqui æquales erunt A X V, k X G: ſed hic æqualis eſt oppoſito, & interno T S k. Igitur & angulus A X B, angulo T S k, æqualis erit: atque adeo rectangula triangula X A V, S K T, æquiangula erunt. 29.primi.

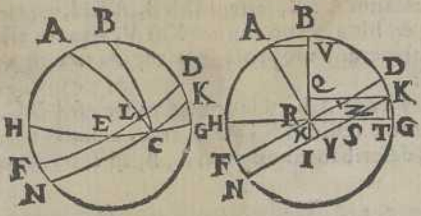


7. SIT arcus A C, quadrante maior, & A B, B C, quadrante minores. 7. caſus. Completo circulo A B D G H, & abſciſſo quadrante A L, ex A C, productoque arcu B C, vt fiat quadrans B M, fiant reliqua omnia, vt in primo caſu. Demonſtrabimus enim, vt ibi, ita eſſe quadratum ſinus totius, ſiue rectangulũ ſub D X, X A, ad rectangulum ſub A V, k Y, ſinubus rectis arcuum A B, A C, vt eſt D Z, ſinus verſus anguli A, ſiue arcus D L, ad k T, differentiam ſinuum verſorum B R, B Q, arcuum B C, B K: ſed triangulum A X V, ita probabitur æquiangulum eſſe triangulo S K T. Angulus K S T, angulo I S R, æqualis eſt. Igitur in triangulis rectangulis S k T, 15. primi. I S R, reliqui anguli S k T, S I R, æquales erunt; ac proinde & in rectangulis triangulis S K T, X I Y, reliqui anguli K S T, I X Y, æquales erunt. Cum ergo angulus I X Y, angulo A X V, æqualis ſit, erit quoq; k S T, eidem A X V, 15.primi.

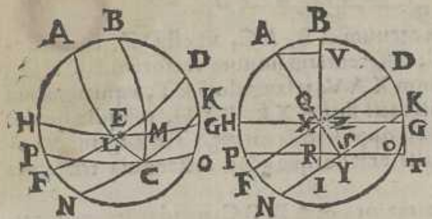


æqualis; propterea q; in triangulis rectangulis S K T, X A V, reliqui anguli S K T, X A V, æquales erunt.

8. casus. 8. SIT adhuc A C, quadrante maior, & A B, minor quadrante, sed B C, quadrans. Completo circulo A B D G H, & abscisso quadrante A L, ex A C, describantur ex polis A, B, ad interualla quadrantum A L, B C, maximi circuli D E F, G E H: Item ex polo A, ad interuallum A C, circulus nõ maximus K C N, & alia fiãt, vt in primo casu. Demonstrabitur, vt ibi, ita esse quadratum sinus totius, nimirum rectãgulum sub D X, X A, ad rectangulum sub A V, K Y, sinubus rectis arcuum A B, A C, vt est D Z, sinus versus arcus D L, siue anguli A, ad K T, differentiam sinuum versorum B R, B Q, arcuum B C, B K: si tamen triangula X A V, S K T, ostendamus æquiangula esse, vt in septimo casu.

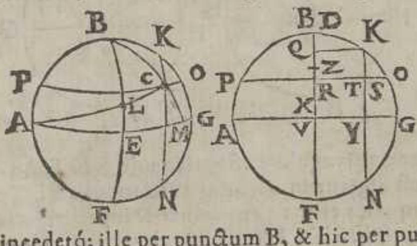


9. casus. 9. SIT rursus A C, maior quadrante, & A B, quadrante minor, sed B C, maior etiam quadrante. Completo circulo A B D G H, & abscisis quadrantibus A L, B M, ex A C, B C, reliqua construantur, vt in primo casu. Nam, vt ibi, ita hic demonstrabitur, ita esse quadratum sinus totius, rectangulum videlicet sub D X, X A, ad rectangulum sub A V, K Y, sinubus rectis arcuum A B, A C, vt est D Z, sinus versus arcus D L, siue anguli A, ad K T, differentiam sinuum versorum B R, B Q arcuum B C, B K. Sed triangula X A V, S K T, esse æquiangula, ita confirmabitur.



15. primi. Angulus K S T, angulo I S R, æqualis est. Igitur in rectangulis triangulis S K T, S I R, & reliqui anguli S K T, S I R, æquales erunt; ac proinde in triangulis rectangulis S K T, I X Y, reliqui quoque anguli K S T, I X Y, hoc est, A X V,
15. primi. (cum hic ipsi I X Y, sit æqualis) inter se æquales erunt. Quare & reliqui anguli S K T, X A V, in triangulis rectangulis S K T, X A V, erunt æquales.

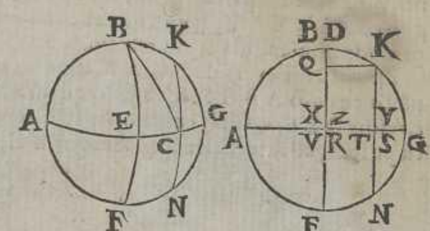
10. casus. 10. SIT arcus A C, maior quadrante, & A B, quadrans, at B C, quadrante minor. Completo circulo A B G F, abscissoque quadrante A L, ex A C, & producto B C, vt fiat quadrans B M, describãtur ex polis A, B, ad interualla quadrantum A L, B M, circuli maximi B L E F, A E M G,



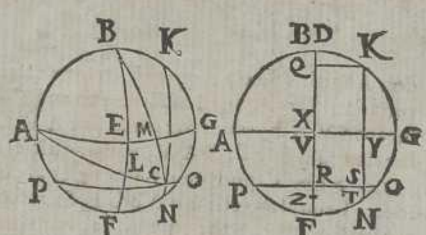
Coroll. 16. 1. Theod. incedetq; ille per punctum B, & hic per punctum A, ob quadrantem A B; propterea quòd maximus circulus à polo abest quadrante maximi circuli. Item ex eisdem

ex eisdem polis A, B, ad interualla A C, B C, delineentur circuli non maximi K C N, O C P, qui prioribus erunt paralleli. Descriptis deinde in alio circulo communibus sectionibus horum circulorum cum circulo A B G F, quæ 2.2. Theod.
inter se parallelę erunt, seseq; ad angulos rectos secabunt; (Nam A X, ex A, 16. vndec.
polo circuli B F, in sphæræ centrum X, cadens ad ipsum circulum recta est; Schol. 10.
ac propterea, ex defin. 3. lib. 11. Eucl. anguli ad X, recti erunt. Ex quo fit, etiam 1. Theod.
angulos ad R, S, Y, rectos esse, ob parallelas lineas B F, K N, & A G, O P.) erit 29. primi.
A V, sinus rectus quadrantis A B; K Y, sinus rectus arcus A C, siue arcus A K, illi, ex defin. poli, æqualis; B R, sinus versus arcus B C, seu arcus B O, illi, ex poli defin. æqualis; B Q, (ducta K Q, ad B F, perpendiculari) sinus versus arcus B K, quo arcus A B, A C, inter se differunt; Denique K S, sinus versus arcus K C. Itaque si sumatur D Z, sinus versus anguli A, siue arcus B L, qui arcui K C, similis est, demonstrabimus, vt in primo casu, ita esse quadratum sinus totius, nempe rectangulum sub D X, X A, ad rectangulum sub A V, K Y, sinubus rectis arcuum A B, A C, vt est D Z, sinus versus anguli A, siue arcus B L, ad K T, siue ad Q R, differentiam sinuum versorum B R, B Q, arcuum B C, B K, nisi quòd hic non inueniuntur triangula æquiangula, sed A V, ab X A, non differt, quemadmodum nec K S, à K T.

11. SIT iterum A C, quadrante maior, at tam A B, quam B C, quadrans. 11. casus.
Completo circulo A B G F, & resecto quadrante A E, ex A C, describantur ex polo A, ad interualla A E, A C, circuli B E F, K C N, & ex polo B, ad interuallum B C, circulus A E G, aliaque fiant, vt in præcedenti casu. Ostendemus ergo, vt in primo casu, ita esse quadratum sinus totius, hoc est, rectangulum sub D X, X A, ad rectangulum sub A V, K Y, sinubus rectis arcuum A B, A C, vt est D Z, sinus versus anguli A, siue arcus B E, ad K T, seu Q R, differentiam sinuum versorum B R, B Q, arcuum B C, B K, nisi quod hic nulla adsint æquiangula triangula, quemadmodum nec in præcedenti casu, atque A V, ab X A, & D Z, à B R, & K S, à K T, non differt.



12. SIT arcus A C, quadrante maior, & A B, quadrans, sed B C, maior 12. casus.
etiam quadrante. Completo circulo A B G F, & ablatis quadrantibus A L, B M, ex arcubus A C, B C, describantur circuli ex polis A, B, ad interualla quadrantum A L, B M, & arcuum A C, B C, cæteraque fiant, vt in præcedentibus. Erit ergo rursus, vt in primo casu demonstratum est, ita quadratum sinus totius, id est, rectangulum sub D X, X A, ad rectangulum sub A V, K Y, sinubus rectis arcuum A B, A C, vt est D Z,



ſinus verſus anguli A, ſiue arcus B L, ad K T, differentiam ſinuum verſorum B R, B Q, arcuum B C, B K; quamuis nulla hic appareant triangula æquiangula, ſed X A, A V, inter ſe non differant, quemadmodum neque K S, K T.

13. casus. 13. SINT arcus A C, A B, quadrante maiores, at B C, minor quadrante. Completo circulo A B G F, & reſecto quadrante A L, ex A C, producto item arcu B C, vt fiat quadrans B M, reliqua fiant, vt in ſuperioribus. Demonſtrabimus iam, vt in primo caſu, ita eſſe quadratum ſinus totius, nimirum rectangulum ſub D X, X A, ad rectangulum ſub A V, K Y, ſinubus rectis arcuum A B, A C, vt eſt D Z, ſinus verſus anguli A, ſeu arcus D L, ad K T, differentiam ſinuum verſorum B R, B Q, arcuum B C, B k; niſi quòd triãgulum X A V, triangulo S K T, demonſtrandum eſt

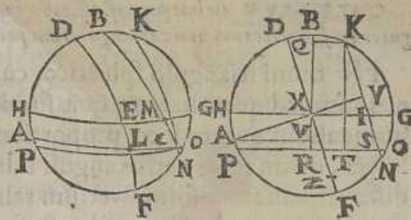
29 primi. eſſe æquiangulum hac ratione. Quoniam angulus K S T, angulo oppoſito, & interno Y I X, æqualis eſt, erit in triangulis rectangulis S K T, I X Y, & reliquus angulus S K T, reliquo angulo I X Y, hoc eſt, angulo oppoſito, & interno V A X, (cum parallelæ ſint A V, G H.) æqualis. Igitur in triangulis rectangulis S K T, X A V, anguli quoque reliqui K S T, A X V, æquales erunt, ac proinde æquiangula erunt triangula S K T, X A V.

14. casus. 14. SINT rurſum A C, A B, maiores quadrante, at B C, quadrans. Completo circulo A B G F, & abſciſſo quadrante A L, ex A C, necnon deſcriptis circulis D E F, K C N, ex polo A, ad interualla A L, A C, deſcribatur quoq; ex polo B, ad interuallum quadrantis B C, circulus maximus G E H, atq; alia fiant, vt ſupra. Demonſtrandum ergo eſt, ita eſſe quadratum ſinus totius, id eſt, rectãgulum ſub D X, X A, ad rectangulum ſub A V, K Y, ſinubus arcuum A B, A C, vt eſt D Z, ſinus verſus anguli A, arcuſve D L, ad K T, differentiam inter ſinus verſos B R, B Q, arcuum B C, B K. Quod quidem oſtendemus, vt in primo caſu. Solum triangula S K T, X A V, probabũtur æquiangula eſſe, hoc modo.

Angulus S, communis eſt vtrique triangulo rectangulo S K T, S R Y. Igi-
29. primi. tur angulus reliquus S K T, reliquo angulo S R Y, hoc eſt, angulo oppoſito, & interno V A X, (cum parallelę ſint A V, G H.) æqualis erit. Quare rectangula triangula S K T, X A V, æquiangula erunt.

15. casus. 15. SINT poſtremo omnes tres arcus trianguli A B C, quadrante maiores. Completo circulo A B G F, & reſectis quadrantibus A L, B M, ex arcubus A C, B C, fiant omnia alia, vt prius. Oſtendemus non ſecus, ac in primo caſu, ita eſſe quadratum ſinus totius, nempe rectangulum ſub D X, X A, ad rectangulum ſub A V, K Y, ſinubus rectis arcuum A B, A C, vt eſt D Z, ſinus

nus versus anguli A, seu arcus D L, ad K T, differentiam inter sinus versos B R, B Q, arcuum B C, B K; si modo triangula S K T, X A V, æquiangula esse concludamus, hac argumétatione. Angulus Y I X, æqualis est interno & opposito K S T. Igitur in triangulis rectangulis S K T, I X Y, reliquus angulus S K T, reliquo angulo I X Y, hoc est, angulo interno, & opposito X A V, (cum parallelæ sint A V, G H.) æqualis erit; ac proinde triágula rectangula S K T, X A V, æquiangula erunt. Quapropter In omni triangulo sphærico, cuius duo arcus sint inæquales, &c. Quod demonstrandum erat. 29. primi.

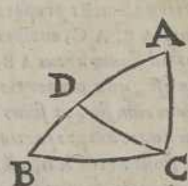


SCHOLIVM. I.

EX omnibus quindecim casibus huius demonstrationis liquet, arcum B C, angulo A, sub arcubus inæqualibus comprehenso oppositum semper maiorem esse arcu B K, hoc est, differentia arcuum inæqualium. In omnibus enim figuris arcus B C, per defin. poli, arcui B O, (vel arcui B G, quando B C, quadrans est, vt in casu 2. 5. 8. 11. & 14.) æqualis est. Constat autem arcum B O, (vel arcum B H, in dictis quinque casibus) maiorem esse arcu B K: quod tamen ita esse, facile sequens quoque theorema demonstrabit.

IN omni triangulo sphærico, cuius duo arcus sint inæquales; arcus reliquus maior est arcu, quo inæquales arcus inter se differunt.

IN triangulo enim A B C, sit arcus A B, maior arcu A C, & ex polo A, ad interuallum A C, arcus circuli describatur C D. Erit ergo arcus A D, arcui A C, per defin. poli, æqualis, atque adeo arcus B D, differentia arcuum inæqualium A B, A C. Dico arcum B C, arcu B D, maiorem esse. Quoniam enim duo arcus A C, C B, simul maiores sunt arcu A B; ablatis æqualibus arcubus A C, A D, reliquus quoq; C B, reliquo B D, maior erit. Quod est propositum. 5. huius.



ITAQVE in omni sphærico triangulo, cuius duo arcus inæquales sint, sinus versus reliqui arcus semper maior est sinu verso differentiæ arcuum inæqualium. Cum enim arcus ille reliquus ostensus sit maior, quam ea differentia, maior autem arcus habeat semper maiorem sinum versum, vt ex tractatione sinuum constat, perspicuum fit, reliqui arcus sinum versum maiorem esse sinu verso differentiæ arcuum inæqualium.

In triangulo sphęrico duorum arcuum inæqualium, sinus uersus tertij arcus maior est sinu verso differentię arcuum inæqualiũ.

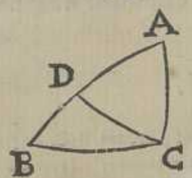
HOC idcirco dixerim, vt rationem videas, quare in praxi propos. 64. differentia inter sinus versos, quorum vnus reliquo tertio arcui, alter vero differentiæ inæqualium arcuum debetur, adijcienda præcipiatur sinui verso differentiæ arcuum inæqualium, vt componatur sinus versus reliqui tertij arcus, nunquam autem detrahenda à sinu verso dictæ differentiæ, vt sinus versus reliqui arcus relinquatur.

CAETE-

SCHOLIVM. II.

CAETERVM *ex hac propoſ.58.colligemus ſequens theorema ad calculum triangulorum ſphæricorum non rectangulorum perutile, videlicet.*

IN omni triangulo ſphærico, cuius duo arcus ſint inæquales: ſinus totus ad quantitatem, quæ ſinui toti,& duobus ſinubus arcuum inæqualium quarto loco proportionalis eſt, eandem proportionem habet, quam ſinus verſus anguli ſub dictis arcubus comprehenſi ad differentiam inter ſinum verſum reliqui tertij arcus, & ſinum verſum arcus, quo duo inæquales arcus inter ſe differunt.



IN *triangulo ſphærico* A B C, *proxime antecedenti ſit arcus* A B, *maior arcu* A C,*& ex polo* A, *ad interuallum* A C, *deſcribatur arcus circuli* C D, *vt arcus* A C, A D, *per defin. poli, ſint æquales, atque adeo arcus* B D, *exceſſus ſit, ſeu differentia arcuum* A B, A C. *Fiat iam, vt ſinus totus ad ſinum arcus* A B, *ita ſinus arcus* A C, *ad aliud, quod quantitas quarta proportionalis vocetur, vt hic vides:*

Sinus totus.	ſinus arcus A B.	ſinus arcus AC.	quantitas quarta proportionalis.

Dico ita eſſe ſinum totum ad quantitatem quartam ſinui toti, & duobus ſinubus arcuum inæqualium proportionalem, vt eſt ſinus verſus anguli A, *ad differentiam inter ſinum verſum arcus* B C, *& ſinum verſum arcus* B D, *quo inter ſe arcus* A B, A C, *differunt. Quoniam enim proportio ſinus totius ad quantitatem illam quartam proportionalem componitur (poſito ſinu arcus* A B,*medio) ex proportione ſinus totius ad ſinum arcus* A B, *& ex proportione ſinus arcus* A B, *ad quantitatem quartam proportionalem: Et proportio quadrati ſinus totius ad rectangulum ſub ſinubus rectis arcuum* A B, A C, *componitur ex eiſdem proportionibus, nempe ex proportione ſinus to-*
23.ſexti. *tius ad ſinum arcus* A B, *& ex proportione ſinus totius ad ſinum arcus* A C, *quæ eadem eſt, quæ proportio ſinus arcus* A B, *ad quantitatem quartam proportionalem: (Nam cum ſit, vt ſinus totus ad ſinum arcus* A B,*ita ſinus arcus* A C, *ad quantitatem quartam proportionalem; erit permutando, vt ſinus totus ad ſinum arcus* A C, *ita ſinus arcus* A B, *ad quantitatem quartam proportionalem.) erit, vt ſinus totus ad quantitatem quartam proportionalem, ita quadratum ſinus totius ad rectangulum ſub ſinubus arcuum* A B, A C, *contentum. Cum ergo ſit, vt quadratum ſinus to-*
58.huius. *tius ad rectangulum ſub ſinubus arcuum* A B, A C, *ita ſinus verſus anguli* A, *ad differentiam ſinuum verſorum arcuum* B C, B D: *erit quoque, vt ſinus totus ad quantitatem quartam proportionalem, ita ſinus verſus anguli* A,*ad differentiam inter ſinus verſos arcuum* B C, B D. *quod eſt propoſitum,*

THEOR. 57. PROPOS. 59.

SI duo triangula ſphærica duos angulos duobus angulis æquales habeant, vtrumque vtrique:

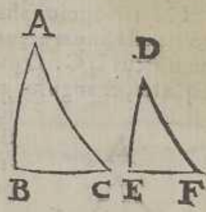
erunt

erũt ſinus arcuum circa reliquum angulum vnius ſinubus arcuum circa reliquum angulum alterius proportionales, homologiq́; erunt ſinus arcuum æquales angulos ſubtendentium. Et ſi vnus angulus vnius vni angulo alterius ſit æqualis, ſinusq́; arcuum circa alium angulum vnius ſinubus arcuum circa alium angulum alterius proportionales, ita vt ſinus arcuum æquales angulos ſubtendentium ſint homologi: erunt & anguli arcubus reliquorum ſinuum homologorum oppoſiti inter ſe æquales, vel æquales duobus rectis.

SINT in duobus triangulis ſphæricis A B C, D E F, duo anguli inter ſe æquales B, E, necnon duo C, F. Dico ita eſſe ſinum arcus A B, ad ſinum arcus A C, vt eſt ſinus arcus D E, ad ſinum arcus D F. Quia enim eſt, vt ſinus arcus A B, ad ſinum anguli C, ita ſinus arcus A C, ad ſinum anguli B; erit permutando, vt ſinus arcus A B, ad ſinum arcus A C, ita ſinus anguli C, ad ſinum anguli B, hoc eſt, ita ſinus anguli F, ad ſinum anguli E, cum hi anguli illis ponantur æquales. Item quia eſt, vt ſinus arcus D E, ad ſinum anguli F, ita ſinus arcus D F, ad ſinum anguli E; erit permutando, vt ſinus arcus D E, ad ſinum arcus D F, ita ſinus anguli F, ad ſinum anguli E. Oſtenſum autem eſt, ita etiam eſſe ſinum arcus A B, ad ſinum arcus A C, vt eſt ſinus anguli F, ad ſinum anguli E. Igitur erit, vt ſinus arcus A B, ad ſinum arcus A C, ita ſinus arcus D E, ad ſinum arcus D F. Quod eſt propoſitũ.

41. huius.

41. huius.



SED ſint iam anguli B, E, æquales, & ita ſit ſinus arcus A B, ad ſinum arcus A C, vt eſt ſinus arcus D E, ad ſinum arcus D F. Dico angulos quoq; C, F, æquales eſſe, vel certe duobus rectis æquales. Oſtendemus enim, vt prius, ita eſſe ſinum arcus A B, ad ſinum arcus A C, vt eſt ſinus anguli C, ad ſinum anguli B. Item ita eſſe ſinum arcus D E, ad ſinum arcus D F, vt eſt ſinus anguli F, ad ſinum anguli E. Quare cum ponatur, vt ſinus arcus A B, ad ſinum arcus A C, ita ſinus arcus D E, ad ſinum arcus D F; erit, vt ſinus anguli C, ad ſinum anguli B, ita ſinus anguli F, ad ſinum anguli E: Et conuertendo, vt ſinus anguli B, ad ſinum anguli C, ita ſinus anguli E, ad ſinum anguli F. Cum ergo ſinus æqualium angulorum B, E, æquales ſint, erunt & ſinus angulorum C, F, æquales; ac proinde vel anguli C, F, æquales erunt, vel duobus rectis æquales. Quod eſt propoſitum. Itaque ſi duo triangula ſphærica duos angulos, &c. Quod erat demonſtrandum.

41. huius. Et permutando.

14. quinti.

SCHO-

SCHOLIVM.

QVOD si anguli B, E, vel C, F, non forent æquales, sed solum æquales duobus rectis, adhuc theorematis veritas retineretur: propterea quod anguli B, E, semper æquales sinus rectos habent, siue ipsi inter se æquales sint, siue æquales duobus rectis. quod etiam de angulis C, F, dicendum est. Id quod perspicue constare potest ex ijs, quæ in tractatione sinuum tradidimus.

THEOR. 58. PROPOS. 60.

SI ab angulo sphærici trianguli ad basim arcus maximi circuli demittatur diuidens angulum bifariam: habebunt sinus segmentorum basis eandem proportionem, quam sinus reliquorum duorum arcuum. Et si sinus segmentorum basis eandem proportionem habeant, quam sinus reliquorum duorum arcuum: diuidet arcus demissus angulum bifariam.

IN triangulo sphærico A B C, secet arcus A D, angulum A, bifariam. Dico ita esse sinum arcus A B, ad sinum arcus A C, vt est, sinus arcus B D, ad sinum arcus D C. Quia enim triangula A B D, A C D, angulos ad A, habent
59. huius. & eius scholium. æquales, & angulos ad D, æquales duobus rectis; erit, vt sinus arcus A B, ad sinum arcus B D, ita sinus arcus A C, ad sinum arcus C D: Et permutando, vt sinus arcus A B, ad sinum arcus A C, ita sinus arcus B D, ad sinum arcus D C. quod est propositum.

SED iam sit, vt sinus arcus A B, ad sinum arcus A C, ita sinus arcus B D, ad sinum arcus D C. Dico angulum A, sectum esse bifariam. Erit enim permutando quoque, vt sinus arcus A B, ad sinum arcus BD, ita sinus arcus AC, ad sinũ arcus C D. Habent igitur triangula A B D, ACD, angulos ad D, ęquales duobus rectis, & sinus arcuum circa angulos B, C, proportionales, homologiq; sunt sinus arcuũ angulis ad D, op-
59. huius. & eius scholium. positorũ. Igitur & anguli ad A, vel æquales erunt inter se, vel duobus rectis æquales: Non possunt autẽ duobus rectis esse æquales, quod angulus A, sit duobus rectis minor. Igitur æquales inter se erunt. quod est propositum. Si igitur ab angulo sphærici trianguli ad basim, &c. Quod ostendendum erat.

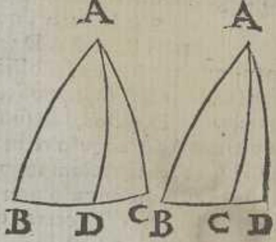
THEOR. 59. PROPOS. 61.

SI ab angulo sphærici triãguli ad basim, etiam

pro

productam, arcus perpendicularis deducatur: habebunt ſinus angulorum, quos arcus perpendicularis cum duobus arcubus dictum angulum comprehendentibus facit, eandem proportionẽ, quam ſinus complemẽtorum reliquorum duorum trianguli angulorum.

IN triangulo A B C, deducatur ex angulo A, ad baſin B C, arcus perpendicularis A D, cadens ſiue intra triangulum, ſiue extra. Dico ita eſſe ſinum anguli BAD, ad ſinum anguli D A C, vt eſt ſinus complementi anguli B, ad ſinum complementi anguli C. Nam in triangulo A B D, cuius angulus D, rectus, erit, vt ſinus anguli B A D, ad ſinum totum, ita ſinus complementi anguli B, ad ſinum complementi arcus A D. Item in triangulo CA D, habente angulum D, rectum, erit, vt ſinus anguli D A C, ad ſinum totum, ita ſinus complementi anguli C, (habent autem duo anguli ad C, in ſecundo triangulo eundem ſinum) ad ſinum complementi arcus A D: Et conuertendo, vt ſinus totus ad ſinum anguli D A C, ita ſinus complementi arcus A D, ad ſinum complementi anguli C. Ex æqualitate ergo (vt in appoſita formula vides) erit, vt ſinus anguli B A D, ad ſinum anguli D A C, ita ſinus complementi anguli B, ad ſinum complementi anguli C. Si igitur ab angulo ſphærici trianguli ad baſin, &c. Quod oſtendendum erat.



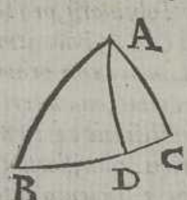
42. huius.

Sin. ang. BAD.	Sin. compl. ang. B.
Sinus totus.	Sin. cõpl. arcus AD.
Sin. ang. DAC.	Sin. compl. ang. C.

PROBL. 3. PROP. 62.

DATIS omnibus angulis trianguli ſphærici non rectanguli, omnes tres arcus efficere notos.

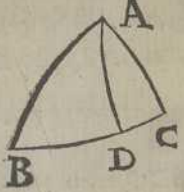
IN triangulo ſphærico non rectangulo A B C, dati ſint omnes anguli A, B, C: ſintq́; primum omnes tres anguli inæquales. Oportet ex his tres eius arcus perſcrutari. Quoniam nullus angulus ponitur rectus, erunt ſaltem duo vel acuti, vel obtuſi: ſint B, C, vel ambo acuti, vel obtuſi, quicquid ſit de reliquo A, à quo ad arcum B C, arcus perpendicularis ducatur, qui neceſſario cadet intra triangulum. Et quia eſt, vt ſinus anguli B A D, ad ſinum anguli D A C, ita ſinus complementi anguli B, ad



Quãdo omnes tres anguli ſunt inæquales.

57. huius.
61. huius.

ſinum complementi anguli C: proportio autem hæc poſterior data eſt in ſinubus complementorum angulorum B, C, datorum; erit quoque proportio ſinus anguli B A D, ad ſinum anguli D A C, data, nempe in ſinubus complementorum angulorum B, C: Sed & aggregatum eorundem duorum angulorum B A D, D A C, datum eſt, & minus ſemicirculo, nempe totus angulus B A C, qui duobus rectis minor eſt. Sigillatim igitur vterque angulorum B A D, D A C, cognitus erit. Quoniam ergo



6. triang. rectil. in triangulo A B D, cuius angulus D, rectus, dati ſunt duo anguli non recti B, & B A D; dabitur quoque ar-

Schol. 50. huius. cus A B, recto angulo oppoſitus. Hinc, quia in eodem triangulo A B D, angulum habente rectum D, co-

Schol. 41. huius. gnitus eſt arcus A B, recto angulo oppoſitus, & inſuper angulus non rectus B A D:

Schol. 42. vel 52. hui⁹. VEL certe, quoniam dati ſunt duo anguli non recti B, & B A D;

notus quoque fiet, ex ſcholijs in margine citatis, arcus BD, circa angulum rectum angulo B A D, oppoſitus. Eadem ratione, quia in triangulo A C D, cu-

Schol. 50. huius. ius angulus D, rectus, dati ſunt duo anguli non recti C, & C A D; dabitur quoque arcus A C, angulo recto oppoſitus. Hinc, quoniam in eodem triangulo A C D, habente rectum angulum D, cognitus iam eſt arcus A C, recto angulo

Schol. 41. huius. oppoſitus, cum angulo non recto C A D:

Schol. 42. vel 52. hui⁹. AVT certe, quia dati ſunt duo anguli non recti C, & C A D;

cognoſcetur etiam, ex eiſdem ſcholijs in margine adductis, arcus C D, circa angulum rectum angulo C A D, oppoſitus. Atque ita iam duo arcus A B, AC, cogniti ſunt: Aggregatum vero duorum arcuum B D, C D, inuentorum tertium arcum B C, notum etiam efficiet.

QVOD ſi quando alter angulorum ad A, nempe B A D, inuentus fuerit

25. huius. rectus, cum & D, rectus ſit, erit vterque arcus A B, B D, quadrans: atque ita ſine vlla moleſtia inuenti erunt dicti arcus. Pari ratione, ſi angulus C A D, deprehenſus fuerit rectus, non autem B A D, (fieri enim non poteſt, vt vterque angulus ad A, rectus ſit, cum angulus B A D, duobus rectis ſit minor.) erunt arcus A C, C D, quadrantes; atque adeo noti, ſine alio labore.

Praxis, quãdo omnes tres dati anguli inæquales ſũt. *PRAXIS huius problematis, cum ex propoſ. 6. triang. rectil. & ex ſcholijs in margine ſcriptis petẽda ſit, nõ eſt, quòd hic pluribus explicetur. Nam ſi ſtatuãtur duo ſinus complementorum angulorum B, C, acutorum, vel obtuſorũ, pro terminis proportionis ſinus anguli B A D, ad ſinũ anguli C A D, inueniemus vtrumq; angulũ B A D, C A D, per primã, vel ſecundam praxim propoſ. 6. triangulorum rectilineorum, quòd hæ expeditio-*

Propoſitio 6. triãg. rectil. intelligenda etiã eſt de angulis ſphæricis. *res ſint, quam tertia. Nam licet propoſitio illa 6. de arcubus, & angulis rectilineis tantum propoſita ſit, intelligẽda tamen etiã eſt de angulis ſphæricis, cum illorum ſinus à ſinubus arcuum eorũdem angulorum non diſcrepent. Inuento autem vtroque angulo B A D, C A D, adhibenda erit praxis problematis ſcholij propoſ. 50. huius, vt tam arcus A B, recto angu-*

le D,

lo D, in triangulo A B D, oppositus, quam arcus A C, angulo recto D, in triangulo A C D, oppositus inueniatur. Postremo adducenda est praxis problematis 2. scholij propos. 41. vel problematis 1. scholij propos. 42. vel certe praxis scholij propos. 52. ad eruendum tam arcum B D, angulo non recto B A D, in triangulo A B D, oppositum, quam arcum C D, angulo non recto C A D, oppositum in triangulo A C D.

QVOD si in hoc problemate enodando solis sinubus vti libeat, inueniendus erit vterque angulus B A D, C A D, per praxim tertiam propos. 6. triang. rectil. non autem per primam, vel secundam. Deinde ex praxi problematis 1. scholij propos. 42, huius, eliciendus tam arcus B D, angulo non recto B A D, oppositus in triangulo A B D, quam arcus C D, angulo non recto C A D, in triangulo A C D, oppositus. Ad extremum, per praxim problematis 3. scholij propos. 41. inuestigandus tam arcus A B, quam arcus A C, recto angulo D, quilibet in suo triangulo oppositus: quia præter inuentum arcum B D, & oppositum angulum B A D; necnon præter arcum inuentum C D, & angulum C A D, oppositum, constat etiam species tam anguli B, quam anguli C, cum vterque datus sit. Praxis per solos sinus, quãdo omnes tres anguli dati sunt inæquales.

LONGE facilius fit hoc problema, quando omnes tres anguli dati, vel duo saltem, sunt æquales. Nam si sint duo v. g. anguli B, C, æquales, quicquid sit de reliquo A; erunt & arcus A B, A C, æquales. Et quoniam triangulum A B C, ponitur non rectangulum, erit vterque angulorum æqualium B, C, vel acutus, vel obtusus. Quare arcus perpendicularis A D, ex tertio angulo A, ad arcum B C, demissus intra triangulum cadet. Quia ergo triangula A B D, A C D, angulos ad D, rectos habent, & angulos B, C, non rectos, æquales; necnon & arcus A B, A C, rectis angulis oppositos, æquales, vt ostendimus; erunt & arcus B D, C D, & anguli B A D, C A D, æquales; ac proinde vterque angulus B A D, C A D, cum dimidium sit dati anguli B A C, notus erit. Post hæc, quoniam in triangulo A B D, rectum habente angulum D, datus est vterque angulus non rectus B, & B A D; dabitur quoque arcus A B, recto angulo oppositus; propter eaque & illi æqualis A C, notus erit. Atque ita iam duo arcus A B, A C, noti facti sunt. Rursus quia in eodem triangulo A B D, dati sunt duo anguli non recti B, & B A D: Quãdo oẽs tres anguli dati, vel duo saltẽ, sũt æquales. 9. huius. 57. huius. 21. huius. Schol. 50. huius. Schol. 41. vel 52. hui⁹.

VEL, quoniam datus est arcus A B, angulo recto oppositus, & angulus non rectus B: Schol. 45. huius.

VEL denique, quia datus est arcus A B, recto angulo oppositus, cum angulo non recto B A D; Schol. 41. huius.

cognitus etiam erit arcus B D, circa angulum rectum: qui duplicatus totum tertium arcum B C, notum exhibebit. Omnes ergo tres arcus, qui quæruntur, noti effecti sunt.

NON est obscura praxis huius rei. Pendet enim ex scholijs in mar-

 gine

Praxis per solos sinus, quãdo omnes tres anguli dati, vel duo saltem, sunt æquales.

gine citatis. AT si solis sinubus quis vti velit, inquirendus erit per problema 1. scholij propos. 42. arcus B D, in triangulo A B D, in quo datus est angulus B, & angulus B A D, nempe dimidium anguli dati B A C: qui arcus B D, duplicatus dabit totum arcum B C. Deinde per problema 3. scholij propos. 41. in eodem triangulo, in quo repertus est arcus B D, & angulus oppositus B A D, constatq; species alterius anguli non recti B, dati, eliciendus erit arcus A B, angulo recto oppositus: quo inuento, inuentus quoque erit ei æqualis A C.

DATIS igitur omnibus angulis trianguli sphærici non rectanguli, omnes tres arcus effecimus notos. Quod faciendum erat.

SCHOLIVM.

DIFFERT ergo, vt vides, sphæricum triangulum non rectangulum à rectilineo non rectangulo; quòd in sphærico ex solis angulis datis inueniuntur omnes arcus, vt in hoc problemate ostensum est; in rectilineo vero ex datis solis angulis latera cognosci nequeunt, nisi vnum saltem latus etiam detur. Cuius rei causa hæc est, quòd duo triangula rectilinea similia, quamuis latera vnius lateribus alterius valde sint inæqualia, singula singulis, angulos tamen habeant angulis æquales, singulos singulis; ita vt dari possint duo triangula rectilinea inter se quidem æquiangula, non tamen æquilatera: At vero duo triangula sphærica inter se æquiangula esse non possunt, quin etiam æquilatera existant. (39. huius.) *Ex quo fit, in sphærico triangulo ex datis angulis dari etiam arcus, cum angulis determinati respondeant arcus; in rectilineo vero ex datis angulis latera dari non posse, cum angulis determinata latera non respondeant, sed possint eisdem maiora, vel minora latera subtendi.*

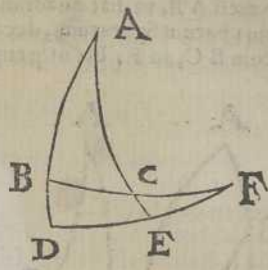
PROBL. 4. PROPOS. 63.

DATIS omnibus arcubus trianguli sphærici non rectanguli, omnes tres eius angulos inuestigare.

IN triangulo sphærico non rectangulo A B C, dati sint omnes tres arcus. Oportet ex ipsis omnes tres angulos reperire. Sit primo loco quærendus angulus A: Neque enim semper omnibus angulis indigemus; sed sæpenumero vnus, aut alter ex datis arcubus inquirendus est. Aut igitur duo arcus A B, A C, angulum A, qui quæritur, complectentes, sunt inæquales, aut æquales: Si inæquales, aut ambo sunt quadrante minores; aut maiores; aut vnus maior, & alter minor; aut vnus quadrans, & alter quadrante minor; aut deniq; vnus quadrans, & alter maior quadrante. Neque enim ambo esse possunt quadrantes: (85. huius.) quia duo anguli ipsis oppositi essent recti. quod esset absurdum, cum triangulum ponatur non rectangulum. Sint primum duo arcus A B, A C, inæquales, & quadrante minores, quicquid sit de arcu B C. Productis arcubus A B, A C, vt fiant quadrantes A D, A E, describatur per D, E, arcus circuli maximi D E, occurrens arcui B C, in vtramuis partem producto in F: Hortarer autem

Quuando duo arcus angulũ primo loco inueniẽdum autem, vt produceretur verſus maiorem arcum, qui hic ſit A C. Erunt autem anguli D, E, recti, ob quadrantes A D, A E. Quoniam igitur duo maximi circuli B F, D F, ſe interſecant in F, & à punctis B, C, arcus B F, ad arcum D F, demiſsi ſunt perpendiculares arcus B D, C E; erit, vt ſinus arcus B F, ad ſinum arcus B D, ita ſinus arcus C F, ad ſinum arcus C E: Et permutando, vt ſinus arcus B F, ad ſinum arcus C F, ita ſinus arcus B D, ad ſinum arcus C E. Eſt autem proportio ſinus arcus B D, ad ſinum arcus C E, data, quòd arcus B D, C E, dati ſint, vtpotè complementa datorum arcuum A B, A C. Igitur proportio ſinus arcus B F, ad ſinum arcus C F, data quoque erit, nempe in ſinubus complementorum arcuum datorum A B, A C: Sed & eorundem arcuum B F, C F, quorum ſinguli ſemicirculo minores ſunt, differentia data eſt, nempe arcus B C. Vterque ergo arcus B F, C F, notus reddetur. Itaque quoniam in triangulo B F D, habente angulum D, rectum, datus eſt arcus B F, recto angulo oppoſitus cum arcu B D, complemento videlicet arcus A B, dati; cognitus erit & tertius arcus D F. Eadem ratione, cum in triangulo C F E, angulum habente rectum E, datus ſit arcus C F, angulo recto oppoſitus, cum arcu C E, complemento nimirum arcus dati A C; cognoſcetur etiã tertius arcus E F: qui ſubtractus ex inuento arcu D F, notum reddet arcum reliquum D E, anguli A; ac proinde angulus A, cognitus erit. Rurſus in triangulo priore B F D, cuius angulus D, rectus, cum datus ſit arcus B F, recto angulo oppoſitus, cum arcu B D, complemento videlicet arcus dati A B:

comprehẽdẽtes ſunt inæquales.



40. huius.

2. huius.
7. triãg. rectil.
Schol. 53. vel 43. hui⁹.
Schol. 53. vel 43. hui⁹.
Schol. 51. vel 45. hui⁹.

VEL, cum duo arcus B D, D F, circa angulum rectum dati ſint: (Schol. 44. vel 48. hui⁹.)

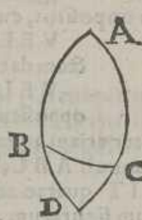
AVT denique, cum datus ſit arcus B F, recto angulo oppoſitus, & arcus D F; (Schol. 55. vel 41. hui⁹.)

inuenietur quoque, ex ſcholijs in margine citatis, angulus D B F: ideoque & reliquus duorum rectorum A B C, notus erit. Eadem ratione, cum in poſteriore triangulo C F E, angulum E, habente rectum, datus ſit arcus C F, angulo recto oppoſitus, cum arcu C E, complemento nimirum arcus dati A C: (Schol. 51. vel 45. hui⁹.)

VEL, cum duo arcus C E, E F, circa rectum angulum dati ſint: (Schol. 44. vel 48. hui⁹.)

AVT denique, cum datus ſit arcus C F, recto angulo oppoſitus, & inſuper arcus E F; (Schol. 55. vel 41. hui⁹.)

cognoſcetur etiam, ex ſcholijs in margine poſitis, angulus E C F: ideoque & angulus A C B, qui ei ad verticem æqualis eſt, notus erit. Tres ergo anguli trianguli ABC, omnes noti facti ſunt.

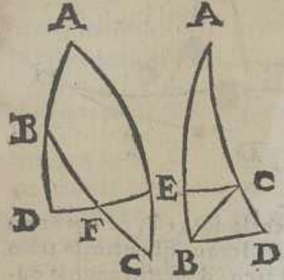


6. huius.

SINT deinde duo arcus inæquales A B, A C, maiores quadrante. Producantur, donec coeant in D. Erunt in triangulo D B C, duo arcus D B, D C, quadrante minores, atq; adeo noti, cum reliqui ſint ex arcubus ABD, AC D, qui ſemicirculi ſunt. Igitur, vt proxime demonſtraui- (11.1 Theod.)

ſtrauimus, omnes eius tres anguli noti fient, ac proinde & reliqui duorum re-
33.huius. ctorum A B C, A C B, necnon & angulus A, cum angulo D, ſit æqualis.

SIT tertio arcus quidem A B, quandrante minor, at A C, maior. Produ-
cto arcu A B, vt fiat quadrans A D, & reſecto quadrante A E, ex A C, vt in
prima harum figurarum, ducatur per D, E, arcus circuli maximi D E, ſecans
35.huius. arcum B C, in F. Eruntq; anguli D, E, recti, ob quadrantes A D, A E. Quia
ergo duo maximi circuli B C, D E, ſecant ſe-
ſe in F, & à punctis B, C, arcus B C, ad arcum
40.huius. D E, ducti ſunt arcus perpendiculares B D,
C E; erit, vt ſinus arcus B F, ad ſinum arcus
B D, ita ſinus arcus C F, ad ſinum arcus C E:
Et permutando, vt ſinus arcus B F, ad ſinum
arcus C F, ita ſinus arcus B D, ad ſinum ar-
cus C E. Eſt autem proportio ſinus arcus B D,
ad ſinũ arcus C E, cognita, quod arcus B D,
C E, dati ſint, cũ ſint complemẽta datorũ ar-
cuũ A B, A C. Igitur & proportio ſinus arcus
B F, ad ſinũ arcus C F, cognita erit, vtpote in
ſinubus complementorum arcuum A B, A C,
datorum: Sed & eorundem arcuum B F, C F,



aggregatum datum eſt, (nimirũ totus arcus B C.) & minus ſemicirculo; quod
latus quodlibet trianguli ſphærici ſemicirculo ſit minus. Igitur vterque arcus
6. huius. B F, C F, cognitus erit. Quoniam ergo in triangulo B F D, cuius angulus D,
6. triang. rectil. rectus, datus eſt arcus B F, angulo recto oppoſitus, cum arcu B D, qui com-
Schol. 53. plementum eſt arcus A B, dati; notus erit quoque tertius arcus D F. Simili
vel 43. hui⁹. modo, quia in triangulo C F E, rectum habente angulum E, datus eſt arcus
C F, angulo recto oppoſitus, & arcus C E, complementum ſcilicet arcus A C;
Schol. 53. reperietur quoque tertius arcus E F: qui additus arcui D F, inuento, notum
vel 43. hui⁹. efficiet totum arcum D E, anguli A; proptereaq; angulus A, notus erit. Rur-
ſus in triangulo priori B F D, cuius angulus D, rectus, quoniam datus eſt ar-
Schol. 51. cus B F, recto angulo oppoſitus, & arcus B D, complementum nimirum da-
vel 45. hui⁹. ti arcus A B:

Schol. 44. AVT quia duo arcus B D, D F, circa rectum angu-
vel 48. hui⁹. lum dati ſunt:

Schol. 55. VEL certe, quia datus eſt arcus B F, recto angulo
vel 41. hui⁹. oppoſitus, cum arcu D F;

notus efficietur quoque angulus D B F, ex ſcholijs in margine adductis; atque
adeo & reliquus duorum rectorum A B C, notus erit. Pari ratione, cum in po
Schol. 51. ſteriori triangulo C F E, cuius angulus E, rectus, datus ſit arcus C F, recto an-
vel 45. hui⁹. gulo oppoſitus, cum arcu C E, complemento videlicet arcus A C, dati;

Schol. 44. VEL cum duo arcus C E, E F, circa angulum re-
vel 48. hui⁹. ctum dati ſint:

Schol. 55. VEL certe, cum datus ſit arcus C F, recto angulo
vel 41. hui⁹. oppoſitus, cum arcu E F;

dabitur etiam angulus C, per ſcholia in margine deſcripta. Atque ita omnes
tres anguli A B C, noti facti ſunt.

SIT quarto arcus A B, quadrans, & A C, minor, vt in poſteriore proxi-
marum figurarum. Producto arcu A C, vt fiat quadrans A D, ducatur per B,
D, arcus

D, arcus circuli maximi B D. Eruntq; anguli A B D, & D, recti, ob quadrantes A B, A D. Et quoniam in triangulo B C D, cuius angulus D, rectus, datus est arcus B C, angulo recto oppositus, & insuper arcus C D, quippe qui complementum sit dati arcus A C; dabitur quoque arcus tertius B D, anguli A, ideoque angulus A, notus erit. Deinde quia in eodem triangulo B C D, habente angulum rectum D, datus est arcus B C, recto angulo oppositus, cum arcu C D, complemento scilicet arcus dati A C: 25. huius Schol. 53. vel 43. hui⁹. Schol. 51. vel 45. hui⁹.

VEL, quia duo arcus B D, C D, circa angulum rectum dati sunt: Schol. 44. vel 48. hui⁹.

VEL certe, quoniam datus est arcus B C, recto angulo oppositus, cum arcu B D; Schol. 55. vel 41. hui⁹.

inuenietur etiam ex scholijs notatis in margine, angulus B C D: ac proinde & duorum rectorum reliquus A C B, notus erit. Postremo, cum in eodem proximo triangulo B C D, angulum rectum habente D, datus sit arcus B C, angulo recto oppositus, & præterea arcus C D, complementum videlicet dati arcus A C: Schol. 55. vel 41. hui⁹.

AVT cum dati sint duo arcus B D, C D, circa angulum rectum: Schol. 44. vel 48. hui⁹.

VEL cum datus sit arcus B C, recto angulo oppositus, cum arcu B D; Schol. 51. vel 45. hui⁹.

AVT cum datus sit angulus B C D, cum arcu C D, vel B D; Nam quando datur arcus B D, constat de altero arcu C D, circa rectum angulum, cum datus sit, an sit maior quadrante, vel minor: Schol. 42. huius.

VEL denique, quia datus est arcus B C, recto angulo oppositus, cum angulo B C D; Schol. 47. huius.

notus fiet quoque ex scholijs in margine citatis, angulus C B D; atque adeo & eius complementum, angulus scilicet A B C, cognoscetur. Omnes ergo tres anguli trianguli A B C, cogniti sunt.

SIT quinto, & vltimo arcus A C, quadrans, & A B, maior, vt in eadem posteriore proximarum figurarum. Abscisso quadrante A E, ex A B, ducatur per C, E, arcus circuli maximi C E. Eruntq; anguli A C E, & E, recti, ob quadrantes A C, A E. Quia ergo in triangulo B C E, angulum rectum habente E, datus est arcus B C, recto angulo oppositus, & præterea arcus B E, nempe complementum dati arcus A B; dabitur quoque tertius arcus C E, anguli A; proindeq; & angulus A, cognitus fiet. Rursus, cum in eodem triangulo B C E, cuius angulus E, rectus, datus sit arcus B C, recto angulo oppositus, cum arcu B E, complemento nimirum dati arcus A B: 25. huius. Schol. 53. vel 43. hui⁹. Schol. 51. vel 45. hui⁹.

AVT cum dati sint duo arcus B E, C E, circa angulum rectum. Schol. 44. vel 48. hui⁹.

VEL denique, cum datus sit arcus B C, angulo recto oppositus, cum arcu C E; Schol. 55. vel 41. hui⁹.

dabitur etiam angulus C B E, ex scholijs in margine adductis. Denique quia in triangulo eodem B C E, angulum rectum habente E, datus est arcus B C, angulo recto oppositus, & arcus etiam B E, cum sit complementum arcus A B, dati: Schol. 55. vel 41. hui⁹.

VEL, quia duo arcus B E, C E, circa angulum rectum dati sunt: Schol. 44. vel 48. hui⁹.

AVT

Schol. 51. vel 45. huius. AVT, quoniam notus est arcus B C, recto angulo oppositus, & arcus C E:

Schol. 42. huius. VEL, quia datus est angulus C B E, & arcus B E, vel C E; Nam quando datur arcus C E, constat etiam, an alter arcus B E, circa angulum rectum datus, maior sit quadrante, vel minor:

Schol. 47. huius. AVT denique, quia notus est arcus B C, angulo recto oppositus, cum angulo C B E;

notus quoq; fiet, ex scholijs in margine citatis angulus B C E; atque idcirco, addito recto angulo A C E, totus angulus A C B, datus erit. Rursus ergo omnes tres anguli trianguli A B C, inuenti sunt.

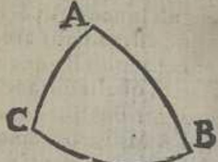
Praxis, quando duo arcus quaesitum angulum continentes sunt inaequales. *PRAXIS huius problematis petenda est ex scholijs in margine citatis. Solum, vt cognoscantur arcus B F, C F, in primo casu, & tertio, statuendi erunt sinus complementorum arcuum datorum A B, A C, pro terminis proportionis sinus arcus B F, ad sinum arcus C F, & in primo quidem casu adhibenda vel prima praxis propos. 7. triangulorum rectilineorum, vel aliqua ex alijs eiusdem propos. prout res exiget; in tertio vero casu adducenda erit prima, vel secunda praxis propos. 6. triangulorum rectilineorum, &c.*

Praxis per solos sinus, quando arcus duo angulum quaesitum ambientes sunt inaequales. *QVOD si solis vti libeat sinubus, inuestigandi erunt arcus B F, C F, in primo casu, per secundam praxim propos. 7. triang. rectil. In tertio vero per praxim tertiam propos. 6. Deinde in triangulo B F D, per praxim scholij 1. propos. 43. eruendus arcus D F: Et eodem modo in triangulo C F E, arcus E F; vt reliquus arcus D E, in primo casu, vel totus arcus D E, in tertio casu habeatur, qui quidem est arcus anguli A. Post haec per praxim problematis 1. scholij propos. 41. inueniendus in triangulo B F D, angulus D B F: ex quo reliquus duorum rectorum A B C, notus fiet. Atque eodem pacto in triangulo C F E, eliciendus angulus E C F, ex quo in primo casu angulus quoque A C B, ad verticem cognitus erit.*

AT vero in quarto casu ex praxi scholij 1. propos. 43. inueniendus est arcus B D, anguli A, in triangulo B C D: Et eodem modo in quinto casu arcus C E, anguli eiusdem A, in triangulo B C E. Deinde in quarto casu, per praxim problematis 1. scholij propos. 41. in triangulo B C D, indagandus angulus B C D; ex quo reliquus duorum rectorum A C B, notus fiet: Atque eadem ratione in quinto casu, angulus E B C, in triangulo B C E, inueniendus. Ad extremum in quarto casu, per praxim problematis 2. propos. 42. in triangulo B C D, exquirendus angulus C B D; ex quo & A B C, reliquus recti A B D, notus erit: Et similiter in quinto casu, eliciendus angulus B C E; qui additus recto angulo A C E, totum angulum A C B, notum exhibebit.

Alia demonstratio breuior. ALITER, & multo breuius. Sint rursum dati tres arcus trianguli ABC, arcusq;

arcusq; A B, A C, angulum A, inquirendum continentes, inæquales. Quoniam igitur est, vt sinus totus ad quantitatem quartam proportionalem sinui toti, & duobus sinubus arcuum A B, A C, inæqualium, ita sinus versus anguli A, ad differentiam inter sinum versum arcus B C, angulo A, oppositi, & sinum versum arcus, quo se mutuo excedunt arcus inæquales A B, A C: Et conuertendo, vt dicta quantitas quarta proportionalis ad sinum totum, ita differentia inter sinũ versum arcus B C, & sinum versum arcus, quo inter se arcus inæquales A B, A C, differunt, ad sinum versum anguli A, quæsiti: uior, & per solos sinus. Schol. 2. 58. huius.



SI fiat, vt sinus totus ad sinum vtriuslibet arcuum inæqualium quæsitum angulum comprehendentium, ita sinus alterius arcus circa eundem angulum ad aliud, inuenietur numerus quartus proportionalis sinui toti, & duobus sinubus dictorum duorum arcuum. Si ergo rursum fiat, vt numerus quartus proportionalis proxime inuentus ad sinum totum, ita differentia inter sinum versum arcus quæsito angulo oppositi, & sinum versum arcus, quo duo arcus quæsitum angulum ambientes inter se differunt, ad aliud, producetur sinus versus anguli, qui quæritur: Ex quo arcum anguli quæsiti, atque adeo ipsum angulum, elicies, vt in explicatione, atque vsu tabulæ Sinuum docuimus. Praxis, breuior, & per solos sinus, quãdo duo arcus dati quæsitũ angulum cõprehendentes sunt inæquales.

CAETERVM differentia inter sinum versum arcus quæsito angulo oppositi, & sinum versum differentiæ arcuum eundem angulum continentium, ita facile reperietur. Quando arcus angulo quæsito oppositus quadrante minor est, detrahendus erit sinus eius complementi ex sinu complementi differẽtiæ arcuum quæsitum angulum ambientium. Reliqua enim erit differentia, quæ inquiritur. Id quod liquido constat ex figuris casuum 1. 4. 7. 10. & 13. propos. 58. Quando vero arcus quæsito angulo oppositus quadrans est; dabit sinus complementi differentiæ arcuum angulum quæsitum comprehendentium differentiam inter dictos sinus versos quæsitam: vt manifestum ex figuris casuum 2. 5. 8. 11. & 14. eiusdem propos. 58. Quando denique arcus quæsito angulo oppositus quadrante maior est; adijciendus erit sinus eius complementi ad sinum complementi differentiæ arcuum quæsitum angulum continentium. Compositus namque numerus erit differentia quæsita: Vt facile apparere potest ex figuris casuum 3. 6. 9. 12. & 15. eiusdem propos. 58. Inuẽtio differentię inter sinum versum arcus angulo quæsito oppositi, & sinũ versum differentiæ arcuũ eundem angulum ambiẽtium.

EODEM modo inuestigabimus angulos B, C, si arcus illos continentes fuerint inæquales.

PORRO, inuento vno angulo, nullo fere negotio reliqui duo inuenirentur, si constaret, qualis quisque eorum sit, acutusne, an obtusus. Nam inuento v. g. angulo A, si esset inueniendus angulus B, sumeremus pro eius sinu numerum, qui quartus proportionalis est sinui arcus B C, inuento angulo A, oppositi; sinui anguli inuenti A; & sinui arcus A C, quæsito angulo B, oppositi: Si autem quærendus esset angulus C, acciperemus pro eius sinu numerum, qui quartus proportionalis est sinui arcus B C, inuento angulo A, oppositi; sinui anguli inuenti A; & sinui arcus A B, angulo quæsito C, oppositi: propterea

41. huius. quòd est, vt sinus arcus B C, ad sinum anguli A, ita tam sinus arcus A C, ad sinum anguli B, quam sinus arcus A B, ad sinum anguli C. Quocirca si constaret, qualis sit tam angulus B, quam angulus C, illico ex sinu illo quarto proportionali angulum quæsitum in tabula sinuum reperiremus.

Quādo oēs tres arcus, vel duo tātū angulū primo loco inuestigandum continentes sunt æquales.

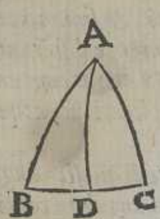
IAM vero si omnes tres arcus dati, vel duo tantum A B, A C, angulum A, complectentes, æquales sint, quicquid sit de reliquo arcu B C, longe facilius angulum A, & reliquos duos B, C, inquiremus. Quoniam duo arcus A B, A C, æquales sunt, erunt & duo anguli B, C, æquales inter se: propterea quod

8. huius. Isoscelium triangulorum sphæricorum, qui ad basin sunt, anguli inter se sunt æquales. Cum ergo triangulum A B C, ponatur non rectangulum, neuter an-

65. huius. gulorum B, C, rectus erit, ac proinde neuter arcuum A B, A C, quadrans: quia alias duo anguli B, C, essent recti. Erit igitur vterque angulus B, C, vel acutus, vel obtusus. Demissus ergo ex A, ad arcum B C, ar-

57. huius. cus perpendicularis A D, intra triangulum cadet. Duo ergo triangula A B D, A C D, angulos ad D, rectos habent, & angulos B, C, non rectos æquales, necnon & arcus A B, A C, rectis oppositos angulis æquales. Quare &

21. huius. arcus B D, C D, & anguli ad A, inter se æquales erunt.



Itaque quoniam in triangulo A B D, cuius angulus D, rectus est, arcus A B, recto angulo oppositus datus est, & præterea arcus BD, quippe qui dimidium sit dati arcus

Schol. 55. vel 41. hui⁹. B C; dabitur quoque angulus B A D, arcui B D, circa angulum rectum dato oppositus: qui duplicatus totum angulum quæsitum B A C, notum efficiet; cum anguli ad A, ostensi sint æquales. Rursus, quia in eodem triangulo A B D, angulum rectum habente D, ar-

Schol. 51. vel 45. hui⁹. cus A B, angulo recto oppositus datus est, cum arcu B D, nempe cum dimidio dati arcus B C:

Schol. 42. vel 56. hui⁹. VEL, quia datus est angulus non rectus BAD, cum arcu opposito BD, circa angulum rectum; constatq́; præterea species reliqui anguli nō recti B. Nam si A B,

38. huius. quadrāte minor sit, erit angulus B, acutus, quemadmodum, & BAD, acutus est: Si vero A B, sit maior quadrante, erit idem angulus B, obtusus, cum B A D acutus sit:

Schol. 47. huius. VEL certe, quoniam datus est arcus A B, recto angulo oppositus, cum angulo non recto B A D;

datus quoque erit angulus B; ac proinde & reliquus angulus C, ipsi B, æqualis notus erit. Atq; ita omnes tres anguli in triangulo A B C, inuenti sunt.

Praxis, quādo duo arcus quæsitum angulum ambiētes sunt æquales.

QVANDO ergo duo arcus sunt æquales, adhibenda erit praxis scholij propos. 55. vel problematis 1. propos. 41. vt ex altero arcuum æqualium, & ex dimidio tertij arcus eliciatur angulus, qui duplicatus angulum tertio arcui oppositum exhibeat. Deinde adhibenda praxis scholij propos. 51. vel 45. vt ex eisdem arcubus inueniatur alter angulorum æqualium supra tertium arcum. Vel aduocanda praxis problematis 2. scholij pro-

lij pro-

lij propos. 42. vel propos. 56. aut certe praxis scholij propos. 47.

PER solos sinus ita rem peragemus. Ex praxi problematis 1. propos. 41. inueniemus angulum B A D; qui duplicatus totum B A C, dabit. Deinde per praxim problematis 2. scholij propos. 42. reperiemus angulum B, qui ipsi C, æqualis est. Praxis per solos sinus, quãdo duo arcus datũ quæsitũ angulũ continentes sunt æquales.

SCHOLIVM.

IOANNES Regiom. & Nicolaus Copernicus alio etiammodo, datis omnibus arcubus trianguli sphærici, omnes tres angulos inquirunt, inuestigantes nimirum angulum quendam rectilineum in centro sphæræ, cuius arcus angulum sphæricum quæsitum exhibet notum. Sed eam rationem, quamuis acutam, & subtilem, quoniam obscurior est, & longior, dedita opera hic omisimus: præsertim, cum eam quilibet apud Regiom. propos. 34. lib. 4. triangulorum, & apud Copernicum lib. 1. Reuolutionum propos. 13. de triangulis sphæricis, legere posit.

MALVIMVS in secunda demonstratione huius problematis vsurpare theorema scholij 2. propos. 58. quam cum Ioan. Regiom. theorema eiusdem propos. 58. vt laboris difficultatem effugeremus. Nam cum sit, vt rectangulum sub sinubus arcuum inæqualium angulum quæsitum ambientium ad quadratum sinus totius, ita differentia inter sinum versum arcus eidem angulo oppositi, & sinum versum differentiæ arcuum illorum inæqualium, ad sinum versum anguli quæsiti: si vellemus hoc theoremate propos. 58. vti, obtineret rectangulum illud primum aureæ regulæ locum. Quare laboriosa redderetur diuisio, vt patet. Facilior autem fit diuisio secundum theorema scholij 2. eiusdem propos. 58. cum primum locum aureæ regulæ quantitas quarta proportionalis occupet, quæ multo minor est illo rectangulo, facileq; inuenitur per abiectionem solam tot figurarum ad dexteram ex eo rectangulo, quot cifræ in sinu toto continentur; propterea quod dictum rectangulum per sinum totum sit diuidendum, vt illa quantitas quarta proportionalis producatur. 58. huius. & permutando.

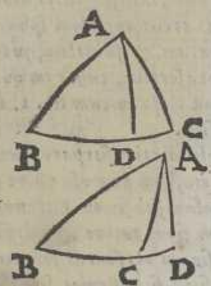
PROBL. 5. PROPOS. 64.

DATIS duobus arcubus trianguli sphærici non rectanguli, cum angulo ab ipsis comprehenso; reliquum arcum, cum reliquis angulis reperire.

IN sphærico triangulo A B C, non rectãgulo dati sint duo arcus AB, B C, cum angulo B. Oportet ex his & reliquum arcum A C, & reliquos angulos B A C, & A C B, exquirere. Sint primum dati arcus inæquales, & ex termino vnius eorum, nempe ex termino A, arcus A B, ad alterum arcum B C, demittatur arcus perpendicularis A D: qui an intra triangulum, an vero extra cadat, calculus, & operatio docebit. Quoniam enim in triangulo A B D, cuius angulus D, rectus, datus est arcus A B, recto angulo oppositus, cum angulo B; dabitur quoque arcus perpendicularis A D, dato angulo B, opposi-tus. Rursus, quia in eodem triangulo datus est arcus A B, recto angulo oppositus, cum angulo B: Quãdo duo arcus dati inæquales sunt, & neuter quadrãs. Schol. 41. huius. Schol. 45. huius.

Schol. 49. vel 44. hui⁹. VEL, quia cognitus est arcus A D,& præterea angulus B, datus: constatq́; species alterius arcus B D, circa angulum rectum. Nam quando arcus A B,est minor quadrante, si quidem & inuentus A D, sit minor, 36. huius. erit & B D,minor; Si vero AD,sit quadrante maior,erit & B D,maior: At si A B,est maior quadrante,si quidem & inuentus A D, sit maior, erit B D, minor; si autem A D, sit minor, erit B D, maior:

Schol. 52. vel 43. hui⁹. VEL denique, quia datus est arcus A B, recto angulo oppositus, & arcus A D, circa rectum angulum;



inuenietur quoq;,ex scholijs in margine adductis,arcus B D. Si igitur arcus hic B D,inuentus fuerit minor dato arcu B C, argumento est, arcum perpendicularem A D, intra triangulum cecidisse; extra vero, si maior. Et quoniam ad vtramque partem arcus A B,duci potest arcus perpendicularis ad B C, nos, quãdo is extra triangulum cadit, eum in hac, & sequentibus propositionibus eligimus, qui angulum A B C, subtendit. Iam ablato arcu inuento B D, si minor est, quam datus arcus B C, ex arcu B C; vel si maior est, sublato arcu dato B C, ex inuento arcu B D, notus fiet reliquus arcus C D. Quare cum in triangulo A D C,angulum habente rectum Schol. 1. 43. huius. D,arcus duo A D,C D,circa rectum angulum cogniti sint;dabitur quoque arcus A C, recto angulo oppositus, qui in triangulo A B C, quærebatur.

Schol. 47. huius. POST hæc, quoniam in triangulo A B D, rectum habente angulum D, datus est arcus A B,recto angulo oppositus, cum angulo B:

Schol. 56. vel 42. hui⁹. VEL, quia notus est arcus A D,circa angulum rectum, cum angulo B, non recto; constatq́; præterea de reliquo arcu B D, circa rectum angulum inuento, an maior sit quadrante, minorue.

Schol. 51. vel 45. hui⁹. AVT quia datus est arcus A B,recto angulo oppositus, & insuper arcus A D, circa rectum angulum:

Schol. 55. vel 41. hui⁹. VEL deniq;,quia datus est arcus AB,oppositus angulo recto,& præterea arcus B D,circa rectum angulũ; cognitus quoque erit,per scholia in margine notata,angulus B A D. Sic quo- Schol. 51. vel 45. hui⁹. que, quia in triangulo A C D, rectum habente angulum D, datus est arcus A C, recto angulo oppositus, cum arcu A D, circa rectum angulum:

Schol. 55. vel 41. hui⁹. VEL certe,quia datur arcus A C,recto angulo oppositus,& præterea arcus C D, circa angulum rectum; notus efficietur etiam,per scholia in margine apposita,angulus C A D. Additus autem angulus C A D, proxime inuentus angulo B A D, nuper etiam inuento, quando arcus A D, intra triangulum cadit; vel quando cadit extra, ablatus angulus C A D, ex angulo B A D, notum efficiet angulum B AC,qui in triangulo A B C, quærebatur.

Schol. 47. huius. AD extremum,cum in triangulo A C D, rectum habente angulum D, datus sit tus sit arcus A C, angulo recto oppositus,& angulus C A D, iam inuentus:

VEL cum sit cognitus arcus C D, circa angulum rectum, ac præterea angulus C A D; constetq; de reliquo arcu A D, circa rectum angulum noto iam facto, an minor quadrante sit, an maior: Schol. 56. vel 42. hui⁹.

AVT, cum datus sit arcus AC, angulo recto oppositus, cum arcu C D, circa angulum rectum: Schol. 51. vel 45. hui⁹.

VEL denique, quoniam notus est arcus A C, recto angulo oppositus, vnà cum arcu A D, circa angulum rectum; Schol. 55. vel 41. hui⁹.

cognitus quoque fiet, per scholia in margine adducta, angulus A C D; qui quidem in priori triangulo, vbi arcus A D, intra triangulum cadit, quærebatur: in posteriori autem, vbi arcus A D, extra triangulum cadit, idem angulus A C D, ex duobus rectis ablatus, notum relinquit quæsitum angulum A C B. Atque ita inuentus est & arcus reliquus A C, & reliqui anguli B A C, A C B.

NVLLA porro ratione alteruter arcuum A D, B D, esse potest quadrans: quia alias & arcus A B, recto angulo oppositus quadrans foret: quod est contra hypothesim. 35. huius.

QVOD si quando arcus C D, deprehensus fuerit quadrans; erit & arcus A C, quæsitus, & recto angulo oppositus, quadrans; & angulus C A D, rectus. Atque ita sine vllo labore inuentus erit & arcus A C, qui quæritur, & angulus C A D. Reliqua reperientur, vt prius. 35. huius. 34. huius.

PRAXIS ad enodandum hoc problema petenda est ex scholijs in margine citatis.

VERVM per solos sinus ita progrediendum erit. Ex praxi problematis 2. scholij propos. 41. inquirendus erit arcus A D. Praxis per solos sinus, quãdo duo dati arcus sunt inæquales, & neuter quadrans.

DEINDE ex praxi scholij 1. propos. 43. arcus B D; ex quo arcus C D, notus efficietur, auferendo inuentum arcum B D, ex dato arcu B C, vel datum arcum B C, ex ipso inuento arcu B D, prout minor inuentus fuerit, quam datus arcus B C, aut maior.

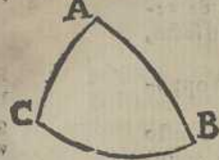
AD hæc, in triãgulo B A D, explorãdus erit angulus B A D, per praxim problematis 1. propos. 41. vel per praxim problematis 2. scholij propos. 41. Similiter in triangulo A C D, eliciendus angulus C A D, ex praxi problematis 1. scholij propos. 41. Ex duobus autem angulis B A D, C A D, inuentis notus euadet angulus B A C, trianguli propositi; addendo scilicet vnum alteri, vt in priori triangulo, vel auferendo angulum C A D, ex angulo B A D, vt in triangulo posteriori.

PER praxim denique problematis 1. scholij propos. 41. vel problematis 2. scholij propos. 42. in triangulo A C D, eodem indagandus angulus A C D. Hic enim in priori triangulo proposito est quæsitus, in posteriori vero reliquus duorum rectorum est is, qui quæritur.

ALITER, & quidem magis expeditè. Sint rursus in triangulo ABC, dati duo arcus inæquales A B, A C, cum angulo A. Quoniam igitur est, vt sinus totus Alia demõstratio breuior.

Schol. 58. huius.

totus ad quantitatem quartam proportionalem sinui toti, & duobus sinubus



arcuum inæqualium A B, A C, ita sinus versus anguli A, ad differẽtiam inter sinum versum arcus B C, angulo A, oppositi, & sinum versum differentiæ arcuum A B, A C:

Praxis breuior, per solos sinus, quãdo dati duo arcus sũt inæquales, & neuter quadrans.

SI fiat, vt sinus totus ad sinum vtriuslibet arcuum inæqualium datorum, ita sinus alterius arcus dati ad aliud, producetur numerus quartus proportionalis sinui toti, & duobus sinubus dictorum duorum arcuum. Si ergo rursus fiat, vt sinus totus ad numerum quartum proportionalem proxime inuentum, ita sinus versus anguli A, dati ad aliud, reperietur differentia inter sinum versum tertij arcus, qui quæritur, & sinum versum differentiæ arcuum datorum inæqualium. Et quia (Schol. 1. 58. huius.) *supra monstrauimus, sinum versum tertij arcus maiorem semper esse sinu verso differentiæ duorum arcuum inæqualium; si differentia nuper inuenta adijciatur ad sinum versum differentiæ datorum arcuum inæqualium, componetur sinus versus tertij arcus dato angulo oppositi, qui quæritur, ex quo arcum ipsum eliciemus, vt in explicatione, atque vsu tabulæ sinuum dictum est. Angulum porro C, inueniemus ex cognitis arcubus A C, C B; & angulum B, ex notis arcubus A B, B C, vt in praxi secundæ demonstrationis præcedentis propos. præcepimus, si duo arcus angulum quemlibet quæsitum continentes fuerint inæquales. Nam si aliquando æquales sint, adhibenda erit praxis postremæ demonstrationis eiusdem propositionis antecedentis. Quòd si sciremus, an anguli B, C, sint acuti, vel obtusi, facili negotio, inuento arcu B C, ipsos inueniremus, vt ad finem secundæ demonstrationis antecedentis propos. monuimus.*

Quando alter arcuũ datorũ inæqualiũ est quadrans.

QVOD si alter inæqualium arcuum datorũ sit quadrans, nempe A B, ducemus ab eius extremo A, ad alterum arcum B C, arcum perpendicularem A D. Eritq́; alter saltem arcuum A D, B D, quadrans quoque. (36. huius.) *Non potest autem A D, esse quadrans; quia alias, cum & A B, quadrans ponatur, essent anguli B, D, recti, atq; adeo triangulum A B C, esset rectangulum.* (25. huius.) *quod non ponitur. Erit ergo B D, quadrans, ideoq́; angulus oppositus B A D, rectus.* (34. huius. 26. huius.) *Polus quoq; arcus A D, erit B, ob quadrantes A B, B D: proptereaq́; arcus A D, ex angulo ipso B, dato cognitus erit. Atq; ita duo arcus A D, B D, cum angulo B A D, facti erunt noti sine vllo negotio multiplicationis. Reliqua inuenientur, vt prius.*

Quãdo duo arcus dati sunt æquales.

SED sint iam dati arcus A B, A C, datum angulum A, comprehendentes, æquales. Erunt igitur duo anguli B, C, æquales, nempe vel acuti, vel obtusi, & neuter arcuũ A B, A C, quadrans; arcusq; perpendicularis A D, ex A, in B C, demissus intra triangulum cadet, necnon & arcus B D, C D, & anguli ad A, æquales

æquales erunt, vt in vltima figura præcedentis propoſ. oſtendimus: ac proinde vterque angulus ad A, datus erit, cum dimidium ſit anguli B A C, dati. Quoniam ergo in triangulo A B D, angulum habente rectum D, datus eſt arcus A B, recto angulo oppoſitus, cum angulo B A D, nimirum cum dimidio dati anguli B A C; cognitus erit arcus B D, dato angulo B A D, oppoſitus: qui duplicatus totum arcum B C, quæſitum reddet notum. Rurſus quia in eodem triangulo ABD, rectum habente angulum D, datus eſt arcus A B, angulo recto opppoſitus, cum arcu B D, circa angulum rectum:

Schol. 41. huius.

Schol. 51. vel 45. hui⁹.

VEL, quia datus eſt arcus A B, recto angulo oppoſitus, & præterea angulus non rectus B A D: Schol. 47. huius.

VEL denique, quia datus eſt arcus B D, circa rectum angulum, vnà cum angulo non recto B A D, qui dato arcui B D, opponitur, conſtatq́; preterea ſpecies reliqui anguli non recti B. Nam ſi A B, fuerit quadrante minor, erit angulus B, acutus, ſicut & B A D, acutus eſt: Si vero A B, maior quadrante extiterit, erit angulus B, obtuſus, quandoquidem B A D, acutus eſt; Schol. 56. vel 42. hui⁹.

notus erit quoque, ex ſcholijs in margine adductis, angulus B; ideoq́; & angulus C, illi æqualis. 38. huius.

PRAXIS petatur ex ſcholijs in margine adductis. Praxis.

SOLIS ſinubus ita vtemur. Per praxim problematis 2. ſcholij propoſ. 41. exquiremus arum B D; qui duplicatus totum B C, qui quæritur, dabit. Deinde ex praxi problematis 2. ſcholij propoſ. 42. quæremus angulum B; cui æqualis eſt alter angulus C. Praxis per ſolos ſinus, quãdo dati duo arcus ſunt æquales.

DATIS igitur duobus arcubus trianguli ſphærici non rectanguli, cum angulo ab ipſis comprehenſo; reliquum arcum, cum reliquis angulis reperimus. Quod faciendum erat.

SCHOLIVM.

HIC *quoque potius vti voluimus theoremate ſcholij 2. propoſ. 58. in demonſtratione ſecunda huius problematis, quam theoremate eiuſdem propoſ. 58. vt praxis minus fieret laborioſa. Nam cum ſit, vt quadratum ſinus totius ad rectangulum ſub ſinubus datorum arcuum inæqualium contentum, ita ſinus verſus anguli dati à dictis arcubus comprehenſi ad differentiam inter ſinum verſum arcus dato angulo oppoſiti, & ſinum verſum differentiæ duorum arcuum datorum inæqualium: ſi vellemus vti hoc theoremate propoſ. 58. moleſta redderetur multiplicatio in aurea regula, cum ſinus verſus dati anguli multiplicandus eſſet per dictum rectangulum. At in noſtra praxi multo brevior ſit multiplicatio, vt patet, quamuis bis regulam auream adhibeamus.* 58. huius.

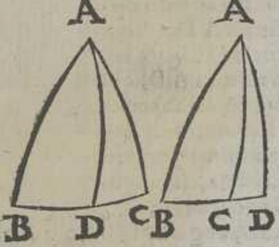
PROBL. 6. PROP. 65.

DATIS duobus angulis triãguli ſphærici non rectan-

rectanguli, vnà cum arcu ipsis adiacente; reliquos arcus, cum reliquo angulo scrutari.

Quãdo duo anguli dati sũt inæquales,& arcus adiacẽs datus maior, aut minor quadrante.

IN triangulo sphærico A B C, non rectangulo dati sint duo anguli B, & B A C, cum arcu adiacente A B. Oportet ex his reliquos arcus A C, B C, cum reliquo angulo C, scrutari. Sit primum datus arcus A B, non quadrans, sed vel maior, vel minor quadrante, & dati anguli B, B A C, inæquales, à quorum vno, nempe à B A C, ad arcum oppositum B C, arcus perpendicularis demittatur A D: qui an intra triangulum, an vero extra cadat, calculus, atque operatio indicabit. Nam cum in triangulo A B D, rectũ habente angulum D, datus sit arcus A B, angulo recto oppositus, & angulus B; dabitur etiam angulus B A D: qui si minor repertus fuerit dato angulo B A C, cadet arcus A D, intra triangulum; extra vero, si maior. Iam ablato angulo B A D, inuento, si minor est dato angulo B A C, ex angulo B A C; vel si maior est, subducto angulo dato B A C, ex inuento angulo B A D, notus euadet reliquus angulus C A D.



Schol. 47. huius.

NVNQVAM vero inuentus angulus B A D, esse potest rectus: quia duo arcus A B, B D, essent quadrantes, ob angulos rectos B A D, A D B; cum tamen A B, ponatur esse nõ quadrans: sed C A D, poterit aliquando esse rectus.

25. huius.

Schol. 41. huius. RVRSVS, quia in eodem triangulo A B D, rectum habente angulum D, datus est arcus A B, angulo recto oppositus, & angulus non rectus B:

Schol. 52. vel 42. hui⁹. VEL, quia notus est vterque angulus non rectus B, & B A D:

Schol. 45. huius. AVT denique, quoniam datus est arcus A B, recto angulo oppositus, vna cum angulo non recto B A D;

Schol. 41. huius. cognoscetur quoque, per scholia adducta in margine, arcus A D. Eodemque pacto, quia in eodem triangulo B A D, cuius angulus D, rectus, datus est arcus A B, recto angulo oppositus, vna cum angulo B A D:

Schol. 52. vel 42. hui⁹. VEL, quia cognitus est vterque angulus non rectus B, & B A D:

Schol. 45. huius. VEL, quoniam notus est arcus A B, angulo recto oppositus, vna cum angulo non recto B:

Schol. 53. ve 43. hui⁹. AVT, quia datus est arcus A B, angulo recto oppositus, & præterea arcus A D, circa rectum angulum:

Schol. 49. vel 44. hui⁹. VEL, quoniam notus est arcus A D, circa angulum rectum, vna cum angulo non recto B, ei opposito; constatq; præterea, an alter arcus B D, circa rectum angulum sit maior, minorue quadrante. Nam si inuentus angulus B A D, est acutus, erit arcus B D, quadrante minor; maior autem, si obtusus:

Schol. 44. huius. VEL denique, quoniam notus est arcus A D, circa rectum angulũ, & præterea angulus non rectus B A D, ei adiacens;

cogno-

cognoſcetur quoque, ex ſcholijs in margine citatis, arcus B D. Præterea, quia in triangulo A C D, habente rectum angulum D, cognitus eſt arcus AD, circa angulum rectum, vnà cum angulo non recto C A D, ei adiacente; inuenietur quoque arcus A C, recto angulo oppoſitus. Atque ita iam vnus reliquorum arcuum repertus eſt A C. Schol. 46. vel 45. hui⁹.

POST hæc, quoniam in eodem triangulo A C D, cuius angulus D, rectus, datus eſt arcus AC, recto angulo oppoſitus, vna cum angulo non recto C AD: Schol. 41. huius.

VEL, quia datus eſt arcus A C, recto angulo oppoſitus, & præterea arcus A D, circa eundem angulum rectum: Schol. 43. vel 53. hui⁹.

VEL denique, quia datus eſt arcus A D, circa angulum rectum, vnà cum angulo non recto C A D, ei adiacente: Schol. 44. huius.

notus quoque fiet, ex ſcholijs in margine deſcriptis, arcus C D: qui adiectus arcui inuento B D, quando perpendicularis arcus A D, intra triangulum cadit; vel, quando extra cadit, ſublatus ex arcu inuento B D, notum exhibebit arcum B C, qui eſt alter reliquorum arcuum, qui quæruntur.

A D extremum in eodem triangulo ACD, quoniam datus eſt arcus AC, recto angulo oppoſitus, cum arcu A D, circa rectum angulum: Schol. 41. vel 55. hui⁹.

VEL, quia datus eſt arcus A D, circa angulum rectum, & angulus non rectus C A D, ei adiacens: Schol. 42. huius.

VEL, quia datus eſt arcus A D, circa angulum rectum, & angulus non rectus A C D, ei oppoſitus; conſtatq; præterea, an reliquus arcus CD, circa rectum angulum inuentus ſit maior quadrante, aut minor: Schol. 56. vel 42. hui⁹.

AVT, quia datus eſt vterque arcus A D, C D, circa angulum rectum: Schol. 48. vel 44. hui⁹.

AVT, quia datus eſt arcus A C, angulo recto oppoſitus, & inſuper arcus C D, circa rectum angulum: Schol. 45. vel 51. hui⁹.

AVT denique, quoniam datus eſt arcus A C, recto angulo oppoſitus, cum angulo non recto C A D; Schol. 47. huius.

notus quoque fiet, ex ſcholijs in margine nominatis, angulus A C D, qui in priori triangulo eſt is, qui quæritur; in poſteriori vero ſubductus ex duobus rectis reliquum facit quæſitum angulum A C B. Atque ita iam omnia, quæ propoſita ſunt, inuenimus.

DE praxi nihil noui præcipimus, ſed recurrendum erit ad praxes ſcholiorum, quæ in margine citata ſunt.

PER ſolos autem ſinus ita propoſitum exequemur. Per praxim problematis 2. ſcholij propoſ. 41. in triangulo A B D, rectangulo inueſtigabimus arcum A D: Et per praxim problematis ſcholij 1. propoſ. 43. arcum B D. Deinde per praxim problematis 1. ſcholij propoſ. 41. angulum B A D: quem, ſi minor eſt dato angulo B A C, auferemus ex angulo B A C, dato; vel, ſi maior eſt, ab eo datum angulum B A C, detrahemus, vt notus fiat angulus C A D. Praxis per ſolos ſinus, quãdo dati duo anguli inæquales ſunt, & arc⁹ datus illis adiacẽs nõ eſt quadrãs.

HINC per praxim problematis 2. ſcholij propoſ. 42. eliciemus in *triangul o rectangulo A C D, angulum A C D: qui erit quæsitus A C B, in triangulo A B C, si inuentus angulus B A D, fuerit minor angulo dato B A C: Si autem maior, idem angulus A C D, ex duobus rectis demptus reliquum faciet angulum quæsitum A C B.*

IAM vero per praxim problematis 3. scholij propos. 41. inueniemus in triangulo eodē A C D, arcum A C, recto angulo oppositum. Datur enim arcus A D, circa angulum rectum, & angulus nō rectus A C D, constatq́; præterea, qualis sit alter angulus non rectus C A D, iamdudū inuentus: qui quidem arcus A C, est vnus reliquorū, qui in triangulo A B C, quæruntur.

PER praxim tandem problematis 2. scholij propos. 41. reperietur arcus C D: Vel per praxim problematis 1. scholij propos. 42. vel certe per praxim problematis scholij 1. propos. 43. eundem arcum C D, cognoscemus: qui additus inuento arcui B D, quando angulus B A D, inuentus minor fuerit dato angulo B A C; vel, quando maior fuerit, ab eodem arcu B D, subtractus, notum efficiet arcum B C, qui est alter eorum in triangulo A B C, qui inuestigari debent.

QVOD si quando angulus inuentus C A D, fuerit rectus, cum &
25.huius. *A D C, rectus sit, erunt A C, C D, quadrantes; & A D, arcus anguli C;*
Quādo duo anguli sunt inæquales, & arcus adiacēs datus quadrans. *ac proinde angulus C, ex arcu inuento A D, cognitus erit. Reliquus autem arcus B C, cognoscetur ex quadrante C D, & arcu B D, inuento, vt prius.*

IAM vero si datus arcus A B, sit quadrans, existentibus adhuc angulis B, & B A C, inæqualibus, erit angulus B A D, rectus, & arcus etiam B D, quadrās. Nam cum in triangulo rectangulo A B D, arcus A B, angulo recto oppositus
36. huius. ponatur quadrans, erit saltem alter reliquorum arcuum quadrans. Non po-
25.huius. test autem A D, esse quadrans: quia duo anguli B, D, essent recti, ob quadrantes A B, A D, cum tamen triangulum A B C, ponatur non rectangulum. Igi-
34. huius. tur B D, quadrans erit; ac propterea oppositus angulus B A D, rectus. Polus
26.huius. quoque arcus A D, erit B, ob quadrantes B A, B D; ac proinde A D, arcus erit dati anguli B, ideoq́; datus. Inuentis autem arcubus A D, B D, & angulo recto B A D, sine vllo labore, cum in eis inuestigandis nullo problemate ex
Quādo duo anguli dati sūt æquales. præcedentibus egeamus, reliqua inueniemus, vt prius.

SINT deinde in triangulo A B C, dati duo anguli B, & C, æquales, cum arcu B C, illis adiacente, siue quadrans is sit, siue quadrante maior, aut minor. Erunt arcus A B, A C, æquales; ideoq́; arcus perpendicularis A D, ad datum arcum B C, ex opposito angulo A, demissus intra triangulum cadet, secabitque & arcum datum B C, & angulum B A C, oppositum bifariam, vt in posteriore casu propos. 62. monstrauimus. Quoniam ergo in triangulo A B D, rectum habente angulum D, datus est arcus B D, circa rectum angulum, quippe qui dimidium sit dati arcus B C, & insuper angulus B, ei adiacens; dabitur & arcus A B, re-
9.huius.

Schol. 45. vel 46. hui9. cto angulo oppositus, ideoq́; & A C, illi æqualis datus erit. Atque ita duo ar-

cus

cus reliqui iam noti facti sunt. Rursus quia in eodem triangulo datus est, per inuentionem, arcus A B, recto angulo oppositus, cum arcu B D, circa rectum angulum: Schol. 41. vel 55. hui⁹.

VEL, quia datus est arcus B D, circa angulum rectum, vnà cum angulo non recto B, ei adiacente: Schol. 42. huius.

VEL certe, quia datus est arcus A B, angulo recto oppositus, cum angulo non recto B; Schol. 47. huius.

reperietur, per scholia in margine adducta, angulus quoque B A D: qui duplicatus totum angulum B A C, quæsitum efficiet cognitum.

SED per solos sinus ita praxis se habet. Per praxim problematis 2. scholij propos. 42. ex arcu B D, circa angulum rectum dato, & ex angulo B, ei adiacente dato, inueniemus angulum B A D, qui duplicatus totum angulum quæsitum B A C, dabit. Deinde per praxim problematis 3. scholij propos. 41, ex arcu B D, circa rectum angulum, & angulo B A D, opposito iam inuento, eruemus arcum A B, recto angulo oppositum, ideoq́ & arcum A C, illi æqualem. Nam præter data constat etiam species reliqui anguli B, dati non recti. Praxis per solos sinus, quādo duo anguli dati sunt æquales.

DATIS igitur duobus angulis trianguli sphærici non rectanguli, vnà cum arcu ipsis adiacente; reliquos arcus, cum reliquo angulo scrutati sumus. Quod faciendum erat.

SCHOLIVM.

IN triangulis rectilineis non rectāgulis problema huic simile propositum non fuit: propterea quod, datis duobus angulis, datur & tertius: qui nimirum relinquitur, si duo illi ex duobus rectis tollantur. Quare cum vnum etiam latus detur, duo reliqua latera per propos. 10. triang. rectil. efficientur nota. 32. primi.

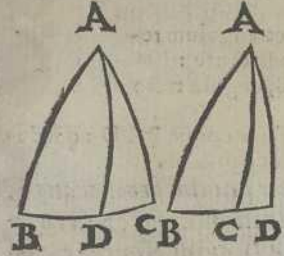
PROBL. 7. PROPOS. 66.

DATIS duobus angulis triāguli sphærici non rectanguli, cum arcu, qui alteri illorum opponitur; reliquos arcus, cum reliquo angulo indagare. Oportet autem constare, num arcus alteri angulo dato oppositus maior sit quadrante, an minor, aut certe quadrans.

IN triangulo A B C, non rectangulo dati sint duo anguli B, C, cum arcu A B, qui angulo C, opponitur, constetq́ue, an arcus A C, maior quadrante sit, minorve, an quadrans. Oportet ex his & reliquos arcus AC, B C, & reliquū angulum B A C, inuenire. Sint primum dati duo anguli B, C, inæquales, & Quādo duo anguli dati inæquales sūt, & arcus dat⁹ qui vni eorū opponitur, nō quadrans.

datus arcus A B, non quadrans. Ducatur ex angulo A, ad arcum B C, datis angulis adiacentē arcus perpendicularis AD: qui intra triangulum cadet, si vterque angulorum B, C, datorum fuerit acutus, vel obtusus; extra vero, si vnus fuerit acutus, & obtusus alter. Quia ergo in triangulo A B D, rectum habēte angulum D, datus est arcus A B, angulo recto oppositus, cum angulo non recto B; notus fiet arcus A D, circa angulum rectum dato angulo B, oppositus. Hinc in eodem triangulo A B D, quoniam datus est arcus A B, recto angulo oppositus, cum arcu A D, circa angulum rectum:

57. huius.



Schol. 41. huius.

Schol. 43. vel 53. hui⁹.

Schol. 45. huius. VEL, quia datus est arcus A B, angulo recto oppositus, & præterea angulus B, non rectus:

Schol. 49. vel 44. hui⁹. VEL denique, quoniam datus est arcus A D, circa rectum angulum, cum angulo B, non recto ei opposito; constatq; præterea species arcus B D. Nam si A B, datus fuerit minor quadrante; si quidem & A D, inuentus

36. huius. sit minor, erit quoque B D, minor; si autem maior, maior. Si vero A B, datus fuerit quadrante maior; si quidem & A D, inuentus sit maior, erit B D, minor; si vero A D, sit minor, erit B D, maior;

reperietur quoque, ex scholijs in margine citatis, alter arcus B D, circa an-

Schol. 41. vel 55. hui⁹. gulum rectum. Hinc rursus in eodem triangulo A B D, quoniam datus est arcus A B, recto angulo oppositus, & præterea arcus B D, circa angulū rectum:

Schol. 44. vel 48. hui⁹. AVT, quia datus est vterque arcus A D, B D, circa angulum rectum:

Schol. 45. vel 51. hui⁹. VEL, quia datus est arcus A B, recto angulo oppositus, cum arcu A D, circa angulum rectum:

Schol. 56. vel 42. hui⁹. VEL, quia datus est arcus A D, circa rectum angulum, & insuper angulus non rectus B, ei oppositus; constatq; præterea species anguli B A D. Nam si BD, arcus

34. huius. inuentus sit quadrante maior, erit angulus B A D, obtusus; si vero minor, acutus.

Schol. 47. huius. VEL denique, quia datus est arcus A D, angulo recto oppositus, cum angulo non recto B;

notus fiet quoq; angulus non rectus B A D, ex scholijs in margine appositis.

DEINDE in triangulo A C D, rectum habente angulum D, quoniam datus est arcus A D, circa rectum angulum, cum angulo C, opposito; (Nam quando perpendicularis arcus A D, extra triangulum cadit, dabitur angulus A C D, si datus angulus A C B, ex duobus rectis subducatur.) poniturq; præterea constare species arcus A C, qui in proposito triangulo A B C, alteri dato angulo B, opponitur, in hoc vero triangulo A C D, recto angulo D, op-

Schol. 41. vel 54. hui⁹. positus est; notus quoque euadet arcus A C; qui vnus est reliquorum arcuum, qui inuestigandi proponuntur in triangulo A B C. Hinc quia in eodem trian

Schol. 43. vel 53. hui⁹. gulo A C D, datus est arcus A C, recto angulo oppositus, & arcus A D, circa rectum angulum;

VEL

VEL, quia datus est arcus A C, angulo recto oppositus, cum angulo non recto C: Schol. 45. huius.

VEL denique, quoniam datus est arcus A D, circa angulum rectum, cum angulo C, ei opposito, constatq; præterea species arcus C D. Nam si arcus A C, recto angulo oppositus, inuentus fuerit minor quadrante, erit vterque arcus A D, C D, vel minor etiam, vel maior; atque ita ex cognito arcu A D, sciemus, an C D, minor sit, vel maior quadrante: Si vero inuentus arcus A C, fuerit quadrante maior, & A D, minor, erit C D, maior; at si A D, maior fuerit, erit C D, minor; Schol. 49. vel 44. hui9. 16. huius.

cognoscetur etiam, per scholia in margine posita, arcus C D: qui additus arcui iamdudum inuento B D, si perpendicularis arcus A D, intra triangulum cadit; vel, si extra, ablatus ex arcu B D, inuento, notum efficiet arcum B C, quæsitum. Atque ita iam reliqui duo arcus A C, B C, inuenti erunt.

POSTREMO, quia in eodem proximo triangulo A C D, datus est arcus A C, angulo recto oppositus, cum arcu C D, circa rectum angulum: Schol. 41. vel 55. hui9.

VEL, quoniam datus est arcus C D, circa rectum angulum, & præterea angulus non rectus C: Schol. 42. huius.

VEL, quia datus est arcus A D, circa angulum rectum, vnà cum angulo non recto C, opposito; constatq; præterea species alterius anguli C A D. Nam si arcus inuentus C D, minor est quadrante, erit angulus CAD, acutus; obtusus vero, si C D, quadrante maior est: Schol. 42. vel 56. hui9. 14. huius.

VEL, quia datus est vterq; arcus A D, C D, circa angulum rectum. Schol. 44. vel 48. hui9.

VEL, quoniam datus est arcus A C, recto angulo oppositus, & arcus A D, circa rectum angulum; Schol. 45. vel 51. hui9.

VEL denique, quia datus est arcus A C, angulo recto oppositus, vnà cum angulo C, non recto; Schol. 47. huius.

fiet quoque notus angulus C A D, ex scholijs in margine adductis. Hic autem angulus C A D, additus angulo B A D, iam antea inuento, si arcus perpendicularis A D, intra triangulum cadit; vel si extra, ablatus ex inuento angulo B A D, cognitum exhibebit angulum B A C, quæsitum.

CAETERVM nullo modo alteruter arcuum A D, B D, quadrans esse potest in hoc casu: quia si alter illorum esset quadrans, esset quoq; arcus A B, angulo recto oppositus, quadrans. quod est contra hypothesim. 35. huius.

PRAXIS huius problematis pendet ex scholijs in margine notatis.

SOLIS autem sinubus ita rem perficiemus. Per praxim problematis 2. scholij propos. 41. inueniemus arcum A D: Et per praxim problematis scholij 1. propos. 43. arcum B D: Et per praxim problematis 1. scholij propos. 41. angulum B A D. Praxis per solos sinus, quãdo dati anguli inæquales sũt, & datus arcus, qui vni eorum opponitur, nõ quadrans.

DEINDE per praxim problematis 3. scholij propos. 41. cognoscemus arcum A C, cum constet ex hypothesi eius species. Hinc per praxim problematis scholij 1. propos. 43. arcus C D, notus fiet; ex quo, si addatur arcui inuento B D, vel ab eodem subtrahatur, prout perpendicularis *arcus A D, intra, vel extra triangulum ceciderit, cognitus fiet arcus B C.*

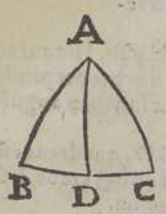
A D extremum, per praxim problematis 1. scholij propos. 41. eruemus angulum C A D; qui additus angulo inuento B A D, vel ab eo subtractus, prout arcus perpendicularis A D, intra triangulum ceciderit, vel extra, notum faciet angulum B A C.

QVOD si quando arcus A C, alteri angulo B, dato oppositus, sit quadrans, quod euenire potest, non existente quadrante A B; erit alter saltem
36.huius. reliquorum quoque arcuum A D, C D, in triangulo A C D, quadrans. Cum
34. huius. Quãdo duo anguli dati inæquales sũt, & datus arc⁹ vni eorũ opposit⁹, quadrans. ergo A D, esse non possit quadrans, erit C D, quadrans; ac proinde angulus ei oppositus C A D, rectus. Itaque tunc inuentus erit & arcus C D, & angulus C A D, sine vllo alio labore: ex quibus & arcus B C, & angulus B A C, deprehendentur, vt dictum est.

SIT iam arcus datus A B, quadrans, & adhuc duo anguli dati B, C, inæquales. Erit arcus B D, quadrans etiam, & angulus B A D, rectus. Cum enim
36. huius. in triangulo A B D, arcus A B, angulo recto oppositus quadrans ponatur; erit
25.huius. saltem & alter reliquorum arcuum A D, B D, quadrans. Non potest autẽ A D, esse quadrans: quia duo anguli B, D, ob quadrantes A B, A D, recti essent,
34.huius. ideoq; triangulum A B C, rectangulum, quod non ponitur. Erit ergo B D,
26.huius. quadrans, ac proinde angulus oppositus B A D, rectus. Erit quoque B, polus arcus A D, ob quadrantes A B, B D; proptereaq; datus angulus B, arcum B D, notum efficiet. Inuẽtis autem arcubus A D, B D, cum angulo recto B A D, sine vlla multiplicationis molestia, inuenientur reliqua, vt prius. In hoc ta-
25.huius. men casu arcus A C, nullo pacto quadrans erit, ne duo quadrantes sint A B, A C, in triangulo A B C, ac proinde duo anguli B, C, recti. Quod esset contra hypothesim, cum triangulum ponatur non rectangulum.

Quãdo duo dati anguli æquales sũt.

VERVM sint iam in triangulo A B C, dati duo anguli B, C, æquales. Erunt duo arcus A B, A C, æquales; atq; adeo neuter eorum quadrans, ne duo anguli B, C, recti existant. Demissus igitur arcus perpendicularis A D, ex tertio angulo A, intra triangulum cadet, diuidetq; tam arcum B C, quam angulum B A C, bifariam, vt supra in secundo casu propos. 62. ostendimus. Igitur quia in triangulo A B D, rectum habente angulum D, datus



Schol. 45. huius. est arcus A B, angulo recto oppositus, cum angulo B; cognitus erit & arcus B D: qui duplicatus totum arcum B C, notum efficiet: Sed & A C, notus est,
Schol. 41. vel 55. hui⁹. cum dato arcui A B, æqualis sit. Deinde quoniam in eodem triangulo A B D, datus est arcus A B, angulo recto oppositus, cum arcu B D, circa angulum rectum proximè inuento;

Schol. 42. huius. VEL, quia datus est arcus B D, circa angulum rectum, cum angulo non recto adiacente B:

Schol. 47. huius. VEL denique, quoniam datus est arcus A B, recto angulo oppositus, cum angulo non recto B;

dabitur quoque, per scholia in margine adducta, angulus B A D: qui duplicatus totum B A C, quæsitum præbebit.

ITA autem solis sinubus in hoc casu vtemur. Per praxim proble-

matis

matis 2. scholij propos. 41. reperiemus arcum A D: Et hinc per praxim problematis scholij 1. propos. 43. arcum B D; qui duplicatus totum arcum B C, dabit notum. Deinde per praxim problematis 1. scholij propos. 41. Vel per praxim problematis 2. scholij propos. 42. inueniemus angulum B A D, ac proinde eius duplum B A C, qui quæritur. Tertius autem arcus A C, dato arcui A B, æqualis est, atque adeo cognitus. Praxis per solos sinus, quãdo dati duo anguli æquales sũt.

DATIS igitur duobus angulis trianguli sphærici non rectanguli, cum vno arcu, qui alteri illorum opponitur, &c. Quod erat faciendum.

SCHOLIVM.

HVIC *etiam problemati nullam propositionem respondentem attulimus in triangulis rectilineis, propter causam in scholio antecedentis propos. allatam.*

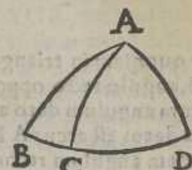
OPORTET *autem in primo casu huiusce problematis dari etiam necessario speciem arcus* A C, *alteri angulo dato* B, *oppositi. Alioquin in triangulo* A C D, *ex dato arcu* A D, *& angulo* C, *opposito, (cum nihil certi adhuc exploratum habeamus de arcu* C D, *vel angulo* C A D, *qualesnã sint.) non inueniretur arcus* A C, *recto angulo oppositus, cum is posit esse vel maior quadrante, vel minor, & nondum ex datis, vel demonstratis constet, qualis futurus sit. Cæterum non satis esse, si dentur anguli duo, cum arcu vni eorum opposito, ad eliciendos reliquos arcus, & reliquum angulum, iampridem admonuimus in scholio propos. 22. & 23. Vbi etiam Copernicum hallucinatum ea in re esse lib. 1. Reuolutionum propos. 12. triang. sphær. indicauimus.* Error Copernici.

Quod tamen hic breuiter ita rursum demonstrabimus. Sint duo arcus inæquales A B, A C, *angulum* B A C, *continentes, & semicirculo simul æquales; atque adeo vnus quadrante maior, & alter minor. Ducto autem per* B, C, *arcu circuli maximi* B C, *ducatur ad eum productum ex* A, *alius arcus* A D, *neque per polos arcus* A C, *neque per polos arcus* B C; *ita vt anguli* D, *&* C A D, *sint non recti. Sed neque angulus* A C D, *rectus est. Nam si foret rectus, esset angulus* A B C, *cui ille æqualis est, rectus quoque; atque ita duo arcus* A B, A C, *propter rectos angulos* B, C, *æquales essent, & quadrantes. Quod est contra hypothesim. Triangulum ergo* A C D, *non rectangulum est; in quo licet duo anguli* A C D, *&* D, *dentur, cum arcu* A D, *qui angulo* A C D, *opponitur; non tamen inde colligemus arcum* A C, *alteri dato angulo* D, *oppositum, cum eidem opponatur in triangulo* A B D, *etiam arcus* A B, *ipsi* A C, *inæqualis; propterea quod eadem hypothesis manet in triangulo* A B D, *nempe anguli dati* B, D, *(cum angulus* B, *angulo* A C D, *æqualis sit, vt ostendimus) & arcus datus* A D, *angulo* B, *oppositus. Necesse est ergo, vt detur species arcus angulo* D, *oppositi, vt sciamus, num maior quadrante is sit, an minor, hoc est, num arcus* A B, *an* A C, *sumendus sit, cum vnus eorum maior quadrante sit, & alter minor, &c.*

Nõ satis esse, dari duos angulos, cũ arcu vni eorũ opposito, ad reliqua inueniẽda in triangulo nõ rectangulo.

14. huius.

25. huius.



HAC *in re lapsus etiam est Ioan. Regiom. lib. 4. triangulorum propos. 32. cum vult ex duobus angulis datis, cum vno latere opposito, reliqua inuenire. quod tamen non satis esse, hic demonstrauimus.* Error Regiom.

PROBL.

PROBL. 8. PROP. 67.

DATIS duobus arcubus trianguli ſphærici non rectanguli, cum angulo, qui alteri eorum opponitur; reliquos angulos, cum reliquo arcu inuenire. Oportet autem conſtare, num angulus alteri arcui dato oppoſitus acutus ſit, an obtuſus.

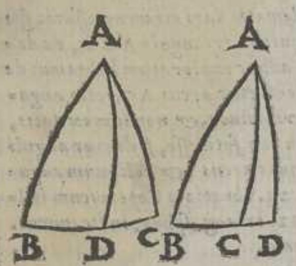
IN triangulo ſphærico non rectangulo A B C, dati ſint duo arcus AB, AC, cum angulo B, qui arcui A C, opponitur, conſtetq́; an angulus C, acutus ſit, an obtuſus. Oportet ex his & reliquos angulos C, B A C, & reliquum arcum B C, ſcrutari. Sint primum dati duo arcus A B, A C, inæquales, & neuter eorum quadrans. Ducantur ab angulo A, tertio arcui oppoſito ad ipſum arcum tertium B C, arcus perpendicularis A D: qui intra triangulum cadet, ſi vterque angulus B, C, acutus eſt, vel obtuſus; extra vero, ſi vnus acutus, & alter obtuſus fuerit: conſtat autem ex datis, an vterque angulus acutus ſit, obtuſusve, an vnus acutus, & obtuſus alter; cum datus ſit angulus B, cum ſpecie anguli C. Itaque quoniam in triangulo A B D, rectum habente angulum D, datus eſt arcus A B, angulo recto oppoſitus, cum angulo B; datus etiam erit arcus A D, circa rectum angulum dato angulo B, oppoſitus. Hinc in eodem triangulo A B D, quia datus eſt arcus A B, recto angulo oppoſitus, & inſuper arcus A D, circa eundem angulum rectum:

Quando neuter datorũ arcuũ inæqualiũ eſt quadrãs.

37. huius.

Schol. 41. huius.

Schol. 43. vel 53. hui⁹.



VEL, quia datus eſt arcus A B, recto angulo oppoſitus, & præterea angulus non rectus B:

Schol. 45. huius.

VEL denique, quia datus eſt arcus A D, circa angulum rectum, cum angulo B, oppoſito; conſtatq́; ſpecies præterea arcus B D. Nam ſi A B, datus fuerit minor quadrante; ſi quidem & A D, inuentus minor ſit, erit quoque B D, minor; ſi autem maior, maior. At ſi A B, datus fuerit maior quadrante; ſi quidem & A D, inuentus maior ſit, erit B D, minor; ſi autem A D, minor ſit, erit B D, maior;

Schol. 49. vel 44. hui⁹.

36. huius.

cognitus etiam erit, ex adductis ſcholijs in margine, alter arcus B D, circa angulum rectum. Hinc rurſus in eodem triangulo A B D, quia datus eſt arcus A B, angulo recto oppoſitus, cum arcu B D, circa eundem rectum angulum:

Schol. 41. vel 55. hui⁹.

VEL, quia datus eſt vterque arcus A D, B D, circa angulum rectum;

Schol. 44. vel 48. hui⁹.

VEL,

VEL, quoniam datus est arcus A B, recto angulo oppositus, cum arcu A D, circa eundem angulũ rectum: Schol. 45. vel 51. hui⁹.

VEL, quia datus est arcus A D, circa angulum rectum, cum angulo opposito B, constatq; præterea species anguli B A D. Nam si B D, arcus inuentus sit minor quadrante, erit angulus B A D, acutus; obtusus vero, si maior: Schol. 56. vel 42. hui⁹. 34. huius.

VEL denique, quoniam datus est arcus A B, angulo recto oppositus, & insuper angulus non rectus B; Schol. 47. huius.

efficietur quoq; notus, ex scholijs in margine positis, angulus nõ rectus B AD.

DEINDE, quia in triangulo A C D, rectum habente angulum D, datus est arcus A C, recto angulo oppositus, & inuentus arcus A D, circa angulum rectum; cognoscetur quoque angulus C A D, à dictis arcubus comprehensus: qui additus inuento angulo B A D, vel ab eo subtractus, prout arcus perpendicularis A D, intra triangulum cadit, aut extra, (quod quidem cognoscemus, vt ad initium diximus, ex dato angulo B, & specie data anguli C.) dabit quæsitum angulum B A C. Schol. 51. vel 45. hui⁹.

RVRSVS, quoniam in eodem triangulo ACD, datus est arcus A C, angulo recto oppositus, & inuentus arcus A D, circa rectum angulum: Schol. 55. vel 41. hui⁹.

VEL, quia datus est arcus A D, circa angulum rectum, & insuper angulus non rectus C A D: Schol. 42. huius.

AVT denique, quoniam datus est arcus A C, angulo recto oppositus, & præterea angulus non rectus C A D; Schol. 47. huius.

cognitus quoque erit angulus A C D. Si igitur arcus perpendicularis AD, cadit intra triangulum, inuentus angulus erit A C B, qui quæritur; si vero cadit extra, angulus inuentus A C D, demptus ex duobus rectis, notum relinquet quæsitum angulum A C B. Qui quidem angulus A C B, ita quoque reperietur, licet arcus A D, non adesset. Quoniam est, vt sinus arcus A C, ad sinum anguli B, ita sinus arcus A B, ad sinum arcus A C B: si fiat, vt sinus dati arcus dato angulo oppositi ad sinum dati anguli, ita sinus alterius arcus dati ad aliud, producetur sinus anguli huic arcui oppositi; ac proinde angulus ipse A C B, cognitus erit, cum constet eius species. Atq; ita inuenti iam sunt reliqui duo anguli B A C, A C B. 41. huius.

QVONIAM denique in eodem triangulo A C D, datus est arcus A C, angulo recto oppositus, cum angulo C A D, proxime inuento: Schol. 48. huius.

VEL, quia datus est vterque angulus non rectus ACD, CAD: Schol. 42. vel 52. hui⁹.

VEL, quia datus est arcus AC, recto angulo oppositus, cum arcu A D, circa angulum rectum: Schol. 43. vel 53. hui⁹.

VEL, quia datus est arcus A D, circa angulum rectum, cum angulo non recto C A D: Schol. 44. huius.

VEL, quoniam datus est arcus A D, circa rectum angulum, cum angulo opposito A C D; constatq; præterea species alterius arcus C D, circa rectum angulum. Existente enim angulo inuento C A D, acuto, erit arcus C D, quadrante minor; maior autem, si obtusus. Schol. 49. vel 44. hui⁹. 34. huius.

VEL denique, quia datus est arcus A C, recto angulo Schol. 45. huius.

gulo oppositus, cum angulo non recto A C D; reperietur quoque, per scholia in margine adducta, arcus C D, circa rectum angulum: qui vel additus arcui B D, iam dudum inuento, vel ab eo subductus, (prout nimirum arcus perpendicularis A D, intra triangulum ceciderit, vel extra) dabit arcum B C, in proposito triangulo A B C, quæsitum.

35.huius.

PORRO nulla ratione alteruter arcuum A D, B D, in hoc casu, quadrans esse potest: quia alioquin & arcus A B, recto angulo D, oppositus esset quadrans, quod est contra hypothesim. Eadem ratione neque C D, quadrans erit, ne & arcus A C, angulo recto oppositus quadrans sit, quod esset etiam contra hypothesim.

Praxis per solos sinus, quãdo neuter datorũ arcuum inæqualiũ est quadrans.

PRAXIS huius problematis petatur ex scholijs in margine positis.

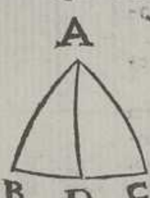
SED per solos sinus ita problema absoluetur. Per praxim problematis 2. scholij propos. 41. inuenietur arcus AD, in triangulo ABD: Et hinc per praxim problematis scholij propos. 43. arcus B D. Deinde per praxim problematis 2. scholij propos. 42. reperietur angulus B A D.

97.huius.

POST hæc in triangulo ACD, per praxim problematis 1. scholij propos. 41. cognitus erit angulus A C D, qui est vnus quæsitorum, si constet, angulum C, eiusdem esse speciei cum angulo dato B; si vero diuersæ, reliquus duorum rectorum erit angulus A C B, quæsitus, quia ibi arcus perpendicularis intra triangulum cadit, hic vero extra. Rursus per praxim problematis scholij propos. 43, notus efficietur arcus C D, qui in priori triangulo additus inuento arcui B D, in posteriori vero ex eodem sublatus exhibebit reliquum arcum B C, in proposito triangulo notum. Ad extremum, per praxim problematis 1. scholij propos. 41. reperietur angulus C A D, qui additus, vel subductus ex inuento angulo B A D, tertium angulum B A C, qui quæritur, notum efficiet.

Quando alter duorũ arcuũ inæqualiũ datorum est quadrans.

QVOD si alter arcuum datorum inæqualium A B, A C, sit quadrans; si quidem A B, quadrans fuerit, erit quoque B D, quadrans, & angulus B A D, rectus, necnon B, polus arcus A D; atque adeo angulus datus B, eundem arcum A D, notum exhibebit, vt in præcedenti propos. ostendimus, quando arcus A B, ponebatur esse quadrans. Inuentis igitur arcubus A D, B D, & angulo B A D, sine vllo negotio, reliqua inueniemus, vt prius. Si vero arcus AC, sit quadrans, erit eadem ratione C D, quadrans, & angulus C A D, rectus, nec non C, polus arcus A D; atque adeo inuentus arcus A D, angulum A C D, notum faciet: qui vnus erit ex quæsitis, quando arcus A D, cadit intra triangulum; si vero extra, reliquus duorum rectorum dabit angulum quæsitum A C B. Atq; ita inuentus tunc erit, sine multiplicatione vlla, & arcus C D, & angulus C A D, necnon angulus A C D: ex quibus reperientur reliqua, vt prius.



Quãdo dati duo arc⁹ æquales sũt.

SINT iam dati duo arcus A B, A C, æquales. Erunt duo anguli B, C, æquales; & arcus perpendicularis A D, ex A, in B C, demissus intra triangulum cadet; necnon & arcus B D, C D, & anguli ad A, æquales erunt, vt in vltimo casu propos. 63. ostendimus

dimus. Cum ergo angulus B, datus sit, erit quoque C, illi æqualis, datus. Deinde quia in triangulo A B D, habente rectum angulum D, datus est arcus A B, angulo recto oppositus, cum angulo B; dabitur quoque angulus B A D: qui duplicatus totum angulum B A C, quæsitum offeret notum. Hinc, quoniam in eodem triangulo A B D, datus est arcus A B, recto angulo oppositus, cum angulo B A D, inuento: Schol. 47. huius. Schol. 41. huius.

VEL, quia vterq; angulus non rectus B, & B A D, datus est: Schol. 42. vel 52. hui⁹.

VEL denique, quia datus est arcus A B, angulo recto oppositus, cum angulo B, non recto; Schol. 45. huius.

cognoscetur quoque, per scholia in margine allata, arcus B D, circa angulum rectum; atque adeo & eius duplus B C, qui inquirendus proponitur.

PRAXIS facile colligi potest ex scholijs in margine appositis.

SI vero solos sinus adhibere malueris; inueniendus primum erit arcus A D, per praxim problematis 2. scholij propos. 41. Atque hinc per praxim problematis scholij propos. 43. arcus B D: qui duplicatus totum quæsitum B C, dabit. Deinde per praxim problematis 1. scholij propos. 41. vel per praxim problematis 2. scholij propos. 42. reperiendus angulus B A D; ex quo eius duplus B A C, quem quærimus, notus erit: tertius autem angulus C, iam datus est, cum æqualis sit dato angulo B. Praxis, per solos sinus, quãdo duo arcus dati æquales sũt.

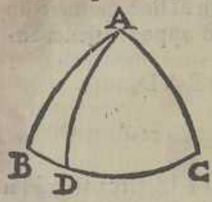
DATIS igitur duobus arcubus trianguli sphærici non rectanguli, cum vno angulo, qui alteri eorum opponitur, &c. Quod faciendum erat.

SCHOLIVM. I.

NECESSE *est autem constare in hoc problemate, num angulus* C, *alteri dato arcui oppositus sit acutus, obtususve, vt sciatur, num perpendicularis arcus* A D, *intra triangulum cadat, nec ne. Hoc enim ignorato, nesciremus, an angulus* C A D, *addendus sit angulo* B A D, *an ab eo subtrahendus, vt inueniatur angulus* B A C, *quæsitus: Item an arcus* C D, *arcui* B D, *sit adijciendus, an subducendus ex eo, vt arcus quæsitus* B C, *reperiatur. Vel denique, num angulus inuentus* A C D, *sit is, qui quæritur, an vero reliquus duorum rectorũ, vt manifestum est. Non esse porro satis, si duo arcus dentur, cum angulo vni eorum opposito, ad inquirendos reliquos angulos, cum reliquo arcu, iam dudum supra docuimus in scholio propos. 24. Qua in re Nicolaum Copernicum errasse lib. 1. Reuolutionum, propos. 11. triang. sphær. ibidem monuimus. Quod tamen breuiter ita hic rursus ostendemus. Sint duo arcus æquales* A D, A C, *angulum* D A C, *ambientes, & vterque quadrante minor, aut maior. Ducto autem per* C, D, *arcu circuli maximi* C D, *ducatur ad eum productum alius arcus* A B, *ex* A, *neque per polos arcus* C D, *neque per polos arcus* A D, *ita vt anguli* B, *&* D A B, *sint non recti. Sed neque angulus* A D B, *rectus est. Si namque vterque arcus* A D, A C, *minor est quadrante, erunt duo anguli* C, *&* A D C, *acuti: si vero vterq; arcus* A D, A C, *quadrante maior est, erunt duo anguli* C, *&* A D C, *obtusi.* Error Copernici. Nõ satis esse, dar. duos arcus, cum angulo vni eorũ opposito, in triãgulo nõ rectãgulo, vt reliqua inueniantur. 25. huius.

Ex quo

Ex quo fit, angulum A D B, *esse vel obtusum, quando nimirum* A D C, *acutus est,* 5. huius. *vel acutum, quando videlicet* A D C, *est obtusus: cum duo anguli ad* D, *duobus rectis sint æquales*. Triangulum ergo A B D, *non rectangulum est: in quo licet duo arcus* A B, A D, *dentur, cum angulo* B, *qui arcui* A D, *opponitur; non tamen inde colligere poterimus reliquum angulum alteri arcui dato* A B, *oppositum esse* A D B; *cum eidem arcui* A B, *opponatur quoque in triangulo* A B C, *angulus* C, *ipsi* A D C, *inæqualis: propterea quòd in triangulo* A B C, *eadem hypothesis manet, nempe arcus duo dati* A B, A C, *(ponitur enim arcus* A C, *arcui* A D, *æqualis) & angulus datus* B, *arcui* A C, *oppositus. Oportet ergo constare, num angulus alteri arcui* A B, *oppositus sit acutus, aut obtusus, hoc est, an sumendus sit angulus* A D B, *an vero* C, *cum vnus obtusus sit, & alter acutus, &c.*



SCHOLIVM. II.

HACTENVS *demonstrauimus ea, quæ ad triangulorum calculum requiruntur, pluribus sane propositionibus, & fortasse longioribus, quam in calculo, qui facilis & breuis esse debet, quis desideret. Quare operæ pretium me facturum arbitror, si Epilogi loco praxes omnium problematum, quæ in triangulis rectilineis, & sphæricis demonstratæ sunt, seorsum hic, in vnum quasi locum congestas, describam; vt in promptu eas semper, & quasi ad manus habeamus, quando vsurpandæ sunt, ne frustra in eis è tanta propositionum multitudine seligendis tempus teramus. In margine porrò propositiones, ac problemata, in quibus earum demonstrationes continentur, adducemus, vt facile à quouis, cum res exiget, possint reperiri. Itaque quod ad calculum triangulorum attinet, satis erit, si pauca hæc, quæ sequuntur, attente, cum opus fuerit, perlegantur. In eis enim summa omnium, quæ de triangulis demonstrauimus, comprehenditur. Quamuis autem in triangulis sphæricis non rectangulis plerunque arcus, & angulos triangulorum, in quæ triangula non rectangula resoluimus, pluribus vijs inuestigauerimus, in praxibus tamen sequẽtibus, vt omnem confusionem vitaremus, vnam tantum in quouis arcu, siue angulo inquirendo, quam videlicet iudicauimus esse commodiorem, delegimus.*

SEQVVNTVR PRAXES PROblematum omnium triangulorum ex demonstrationibus superioribus excerptæ, in quibus totus fructus nostrorum triangulorum tam rectilineorum, quam sphæricorum consistit.

TRIAN-

TRIANGVLORVM RECTILINEORVM RECTANGVLORVM PROBLEMATA, ET PRAXES.

1. DATIS angulis omnibus cuiuſcunq; trianguli; inuenire omnium laterũ proportiones. Quæritur proportiones laterũ.

ADSCRIBANTVR ſingulis lateribus ſinus recti angulorum oppoſitorum. Latera enim eas inter ſe proportiones habent, quæ inter dictos ſinus angulorum lateribus oppoſitis adſcriptos reperiuntur. Quod ſi duo tantum anguli dati ſint, inueniendus primum erit tertius angulus, per ſubtractionem duorum datorum ex duobus rectis, ac tum demum eodem modo proportiones laterum indagandæ. Schol. propoſ. 1. triãg. rectil.

Aliter.

DVPLICETVR ſinus rectus cuiusvis anguli acuti, habebiturq; latus illi angulo oppoſitum in partibus ſinus totius, quem refert ſemidiameter circuli triangulo circumſcripti. Pro latere vero, quod recto angulo opponitur, ſi forte triangulum eſt rectangulum, ſumatur ſinus totus duplicatus. Pro latere denique, quod angulo obtuſo opponitur, ſi forte obtuſangulum eſt triangulum, accipiatur duplũ ſinus recti, qui ſemiſsi aggregati ex duplis duorum angulorum acutorum debetur. Schol. propoſ. 1. triãg. rectil.

2. DATO latere in triangulo rectãgulo, quod recto angulo opponitur, cum vno angulorum acutorum, ac proinde & cum altero acuto: (cum ambo ſint vni recto æquales) inuenire latus circa angulum rectum vtrilibet acutorum angulorum oppoſitum. Quæritur latus, circa angulum rectum vtrilibet angulorum acutorum oppoſitum.

FIAT, vt ſinus totus ad datum latus recto angulo oppoſitum, ita ſinus vtriuſvis anguli acuti dati ad aliud, produceturq; latus illi dato acuto angulo oppoſitum in partibus menſuræ, ſecundum quam datum eſt latus angulo recto opppoſitum. Propoſ. 2. triang. rectil.

3. DATO vno latere trianguli rectanguli circa rectum angulum, cum vno acutorum angulorum, atque adeo & cum altero acuto: Quæritur latus recto angulo oppoſitum, & alterutrum duorũ circa eundem angulũ rectum.

 (quod

(quòd ambo vni recto ſint æquales) inuenire alia duo latera.

Propoſ. 1. triang. rectil.

FIAT, vt ſinus totus ad latus datum circa angulum rectum, ita tangens acuti anguli dato lateri adiacentis ad aliud, inuenieturq; alterum latus circa angulum rectum: Fiat item, vt ſinus totus ad latus idem circa angulum rectum datum, ita ſecans eiuſdem anguli acuti dato lateri adiacentis ad aliud, produceturq; latus recto angulo oppoſitum, in partibus menſuræ, ſecundum quam latus circa angulum rectum eſt datum.

Aliter per ſolos ſinus.

Propoſ. 1. triang. rectil.

FIAT, vt ſinus anguli acuti dato lateri oppoſiti ad latus datum circa angulum rectum, ita ſinus alterius anguli acuti ad aliud, inuenieturq; latus huic alteri acuto angulo oppoſitum circa angulum rectum: Fiat item, vt ſinus anguli acuti dato lateri oppoſiti ad datum latus circa rectum angulum, ita ſinus totus ad aliud, produceturq; latus angulo recto oppoſitum, in partibus menſuræ, ſecundum quam latus circa angulum rectum datum eſt.

Quærũtur duo anguli acuti, & vnum latus circa angulum rectũ.

4. DATO latere in triangulo rectãgulo, quod angulo recto opponitur, cum alterutro reliquorum duorum laterum circa angulum rectum, reperire duos angulos acutos, & alterum latus circa angulum rectum.

Propoſ. 3. triang. rectil.

FIAT, vt datum latus recto angulo oppoſitum ad ſinum totum, ita datum latus circa angulum rectum ad aliud, procreabiturq; ſinus anguli acuti huic poſteriori lateri dato oppoſiti: Ex hoc autem angulo inuẽto, alter quoque acutus notus fiet, cum ambo vni recto ſint æquales. Fiat rurſus, vt ſinus totus ad datum latus angulo recto oppoſitum, ita ſinus acuti anguli inuenti quæſito tertio lateri oppoſiti ad aliud, inuenieturq; alterum hoc latus circa angulũ rectum, in partibus menſuræ, ſecundũ quam duo alia latera data ſunt.

Quærũtur duo acuti anguli, & illa tus recto angulo oppoſitum.

5. DATIS duobus lateribus circa angulum rectum, inuenire duos angulos acutos, & latus recto angulo oppoſitum.

Propoſ. 3. triang. rectil.

FIAT, vt alterutrum laterum datorum ad ſinum totum, ita alterum latus datum ad aliud, prodibitq; tangens anguli acuti huic poſteriori lateri oppoſiti. Ex hoc autem angulo inuento notus euadet alter acutus angulus, cum ambo acuti vni recto ſint æquales. Fiat rurſum, vt ſinus totus ad vtrumuis laterum circa angulum rectum datum, ita ſecans anguli acuti accepto huic lateri adiacentis ad aliud, inuenieturq; latus angulo recto oppoſitum, in partibus, in quibus data ſunt duo latera circa rectum angulum.

Aliter

Aliter per solos sinus.

ADDANTVR *simul quadrata duorum laterum circa angulum rectum datorum. Nam huius aggregati radix erit latus angulo recto oppositum. Fiat rursus, vt latus recto angulo oppositum, quod iam inuentum est, ad sinum totum, ita alterutrum datorum laterum circa angulum rectum ad aliud, prouenietq; sinus acuti anguli assumpto lateri circa angulum rectum oppositi. Ex hoc autem angulo inuento fiet quoque alter cognitus, cum vni recto ambo acuti sint æquales.* Propos. 5. triang. rectil.

TRIANGVLORVM RECTILINEORVM NON RECTANGVLORVM PROBLEMATA, ET PRAXES.

Quæritur duo arcus, vel anguli, ex eorũ aggregato.

6. DATO aggregato duorum arcuum, vel angulorum, quod minus sit, quam grad. 180 vna cum proportione, quam eorum sinus habẽt, vtrumque illorum exhibere notum.

FIAT, vt semissis aggregati terminorum proportionis datæ, quam sinus arcuum, vel angulorum habent, ad tangentem semissis aggregati arcuum, vel angulorum dati, (quærendo tangentem per partem proportionalem respondentem 30. secundis, si forte aggregatum arcuum, vel angulorum bifariam diuidi nequeat sine secundis.) ita differentia inter semissem aggregati terminorum datæ proportionis, & alterutrum terminorum, ad aliud. Inuenietur enim tangens arcus, vel anguli, quo vterque arcus, vel angulus quæsitus à semisse aggregati eorundem arcuum, vel angulorum dati differt: atque adeo arcus, vel angulus tangentis huius inuentæ additus ad semissem dati aggregati arcuum, vel angulorum dabit maiorem arcum, vel angulum quęsitum; ablatus vero ab eadem semisse relinquet arcum, vel angulum minorem. Propos. 6. triang. rectil.

Aliter.

FIAT, vt semissis differentiæ inter duos terminos proportionis datæ ad tangentem semissis differentiæ inter datum aggregatum arcuum, vel angulorum, & semicirculum, ita aggregatum ex semisse differentiæ inter duos terminos datæ proportionis, & consequente termino eiusdem proportionis, ad aliud. Producetur enim tangens arcus, seu anguli, à quo si detrahatur semissis differentiæ inter datum aggregatum arcuum, vel angulorum, & semicirculum, reliquus fiet arcus, siue angulus minor quæsitus: hic autem ex dato aggregato subductus relinquet arcum, vel angulum quæsitum maiorem. Propos. 6. triang. rectil.

Aliter per solos sinus.

Propos. 6. triang. rectil.

FIAT, *vt semissis aggregati terminorum proportionis datæ ad sinum semissis aggregati arcuum, seu angulorum, ita differentia inter semissem aggregati terminorum datæ proportionis, & alterutrum terminorum, ad aliud, inuenieturq; quartus quidam numerus; cuius quadratum si adijciatur quadrato sinus complementi semissis aggregati arcuum, seu angulorum: Et rursum fiat, vt radix quadrata aggregati duorum dictorum quadratorum ad sinum totum, ita quartus ille numerus inuentus ad aliud, producetur sinus arcus, siue anguli, quo vterque arcus, angulusve ab eorundem aggregati dati semisse differt. Additus ergo hic arcus, seu angulus ad semissem aggregati dati præbebit maiorem arcum, vel angulum; ablatus vero ex eadem semisse minorem arcum, seu angulum relinquet.*

QVOD si quando proportio sinuum data sit æqualitatis, dabit semissis dati aggregati arcuum, seu angulorum, vtrumque arcum, siue angulum.

Quæruntur duo arcus, seu anguli, ex eorũ aggregato.

7. DATO duorum arcuum, quorum vterq; semicirculo minor sit, vel duorum angulorum aggregato, quod maius sit, quam grad. 180. vnà cum proportione, quam eorũ sinus habent, vtrumque illorum reddere notum.

Propos. 6. triang. rectil.

DETRACTO dato aggregato ex grad. 360. inueniatur per problema 6. vterque arcus, siue angulus residui aggregati, quod minus est semper, quam grad. 180. remanetq; eadem proportio sinuum. Nam si ambo inuenti seorsum ex semicirculo subtrahantur, reliqui erunt arcus, vel anguli quęsiti.

QVANDO proportio data est æqualitatis, dabit quoque semissis dati aggregati vtrumque arcum, siue angulum quæsitum.

QVOD si forte datum aggregatum contineat præcise grad. 180. problema solui non potest.

Quæruntur duo arcus, siue anguli, ex eorum differẽtia.

8. DATA differentia duorum arcuum, quorum vterque semicirculo sit minor, vel duorum angulorum, vna cum proportione, quam eorum sinus habent, vtrumque illorum notum efficere.

Propos. 7. triang. rectil.

SI proportio sinus maioris arcus, vel anguli, ad sinum minoris est maioris inæqualitatis; fiat, vt semissis differentiæ terminorum proportionis datæ ad tangentem semissis datæ differentiæ arcuum, vel angulorum, ita aggregatum ex semisse differentiæ terminorum proportionis, & consequente termino proportionis eiusdem, ad aliud, producetürq; tangens arcus, siue anguli, qui semissi differentiæ arcuum, vel angulorum date additus componet maiorem arcum, seu angulum; si vero ab eodem semissis differentiæ arcuum, vel angulorum

lorum ſubducatur, reliquus erit arcus, vel angulus minor.

SI vero proportio ſinus maioris arcus, vel anguli, ad ſinum minoris eſt minoris inæqualitatis; inuertantur eius termini, vt fiat proportio maioris inæqualitatis; atque ex hac, & data differentia arcuum, ſeu angulorum inueniantur duo arcus, vel anguli, vt dictum eſt. Nam maior eorum ex ſemicirculo ſublatus dabit minorem arcum, ſeu angulum quæſitum; minor vero ſubductus ex ſemicirculo offeret maiorem.

Aliter.

QVANDO ſinus maioris arcus, vel anguli ad ſinũ minoris habet proportionem maioris inæqualitatis; inquirantur ex data illa proportione maioris inæqualitatis, & ex arcu, ſeu angulo, qui poſt detractionem datæ differentiæ ex ſemicirculo relinquitur, tanquam ex aggregato duorum arcuum, ſiue angulorum, duo arcus, ſiue anguli huius aggregati, vt in problemate 6. præcepimus. Nam maior arcus, ſeu angulus inuentus, ſi ex ſemicirculo auferatur, dabit maiorem arcum ſiue angulum quæſitum: Minor autem inuentus erit minor quæſitus. Propoſ.7. triang rectil.

QVANDO autem proportio data eſt minoris inæqualitatis; inuertantur eius termini, vt fiat proportio maioris inæqualitatis: atque ex hac, & data differentia arcuum, ſeu angulorum, inueſtigentur duo arcus, ſiue anguli, vt iam dictum eſt. Maior enim eorum ex ſemicirculo ſubtractus dabit arcum, ſeu angulum quæſitum minorem; Minor vero maiorem.

Aliter per ſolos ſinus.

SI data proportio ſinus maioris arcus, ſiue anguli ad ſinum minoris eſt maioris inæqualitatis; fiat, vt ſemiſsis differentiæ terminorum proportionis datæ ad ſinum ſemiſsis datæ differentiæ arcuum, vel angulorum, ita aggregatum ex ſemiſſe differentiæ terminorum proportionis, & conſequẽte termino eiuſdem proportionis, ad aliud, inuenieturq; quartus quidam numerus; cuius quadratum ſi adijciatur quadrato ſinus complementi ſemiſsis differentiæ arcuum, ſeu angulorum datæ: Et rurſum fiat, vt radix quadrata aggregati dictorum duorum quadratorum ad ſinum totum, ita numerus ille quartus inuentus ad aliud, reperietur ſinus arcus, ſiue anguli, cui ſi addatur ſemiſsis datæ differentiæ arcuum, ſeu angulorum, notus fiet maior arcus, ſiue angulus: ab eodem vero ſi eadem ſemiſsis detrahatur, reliquus erit minor. Propoſ. 7. triang. rectil.

QVOD *ſi data proportio ſit minoris inæqualitatis, agẽdũ erit, vt ſupra diximus.*

IAM vero ſi forte proportio data ſit æqualitatis, detrahatur differentia data arcuum, ſiue angulorum ex ſemicirculo. Nam reſidui ſemiſsis erit minor arcus, ſeu angulus quæſitus: eadem vero ſemiſsis ad datam differentiam adiecta dabit maiorem.

9. SI ab vno angulo trianguli cuiuſvis datorum laterum ad latus oppoſitum perpendicularis demittatur, quãta ſit recta inter perpendicularem, & vtrumvis reliquorum angulorum, inuenire. Quærũtur caſus lineæ perpẽdicularis.

DIF-

Propof.9. triang.re-ctil.

DIFFERENTIA inter quadrata duorum laterum ambientium angulum, à quo perpendicularis demiſſa eſt, diuidatur per latus tertium, produceturq; numerus; qui ſi minor fuerit tertio latere, indicabit, perpendicularem intra triangulum cecidiſſe; idemq; ex tertio eodem latere ſubductus relinquet numerum, cuius ſemiſsis dabit minus ſegmentum baſis, hoc autem ex toto tertio latere ſubtractum dabit ſegmentum maius. Idem vero numerus ex diuiſione productus, ſi fuerit maior tertio latere, argumento erit, perpẽdicularem extra triangulum cecidiſſe. Quare ſi ex eo tertium latus auferatur, reliquus erit numerus, cuius ſemiſsis dabit rectam extra triangulum inter perpendicularem, & angulum obtuſum; eadem vero ſemiſsis tertio lateri appoſita dabit alteram rectam inter perpendicularem, & angulum acutum.

Aliter, & facilius.

Propof.9. triang.re-ctil.

FIAT, vt tertium latus, in quod demiſſa eſt perpendicularis, ad ſummam aliorum duorum laterum, ita differentia eorundem ad aliud, prouenietq; numerus, ex quo rectam inter perpendicularem, & angulum vtrumq; inueniemus, vt nuper diximus.

Aliter.

Schol. propoſ 9. triág. rectil.

CADENTE perpendiculari intra triangulum; diuidatur ſemiſsis differentiæ inter quadratum vtriuſvis laterum ambientium angulum, à quo perpendicularis eſt demiſſa, & ſummam quadratorum ex alijs duobus lateribus deſcriptorum, per latus, in quod perpendicularis cadit, produceturq; ſegmentum baſis prope angulum, quem continẽt duo latera, quorum ſumma quadratorum fuit accepta; hoc autem ſegmentum ex tota baſi detractum relinquet alterum ſegmentum.

CADENTE vero perpendiculari extra triangulum, diuidatur ſemiſsis differentiæ inter quadratum lateris angulo obtuſo oppoſiti, & ſummam quadratorum ex alijs duobus lateribus deſcriptorum, per latus, in quod productum perpendicularis cadit, procreabiturq; linea extra triangulum inter perpendicularem, & angulum obtuſum; hæc vero toti baſi adiecta conficiet alteram rectam inter perpendicularem, & acutum angulum baſis.

Coroll. propoſ. 8. triág. rectil.

QVOD ſi duo latera circa perpendicularem ſint æqualia, ſecabit perpendicularis baſim bifariam. Quare dimidiũ baſis dabit vtramq; rectã quęſitam.

Quærũtur duo latera.

10. DATIS omnibus angulis trianguli non rectanguli, cum vno latere, inuenire alia duo latera.

Propof. 10. triang. rectil.

FIAT, vt ſinus anguli dato lateri oppoſiti ad ſinum vtriusvis reliquorum angulorum, ita latus datum ad aliud, inuenietурq; latus poſteriori huic angulo oppoſitum. Fiat rurſus, vt ſinus anguli dato lateri oppoſiti ad ſinum tertij anguli, ita latus datum ad aliud, produceturq; tertium latus huic tertio angulo oppoſitum.

SI triangulum ſit Iſoſceles, vnius tantum lateris inuentione opus eſt, ſi vnum datum ſit, cum angulis. Idem dicendum eſt de Scaleno, ſi duo eius latera cum angulis data ſint. In Aequilatero vero, ſi vnum latus detur, data erunt & reliqua illi æqualia.

11. DA-

11. DATIS omnibus lateribus trianguli non rectanguli, reperire omnes eius angulos. Quæruntur anguli.

DVCTA ad maximum latus perpẽdiculari ex angulo opposito, (vt perpendicularis semper intra triangulum cadat) inueniãtur, per antecedens problema, rectæ inter perpendicularem, & duos angulos maximi lateris positæ. Deinde fiat, vt minimum latus ad sinum totum, ita minus segmentum basis ad aliud, gigneturq; sinus, cuius arcus complementum dabit angulum basis minimo lateri adiacentem. Rursus fiat, vt medium latus ad sinum totum, ita maius segmentum basis ad aliud, procreabiturq; sinus, cuius arcus complementum dabit angulum basis medio lateri adiacentem. Tertius vero angulus maximo lateri oppositus conflabitur ex duobus arcubus duorum sinuum inuentorum: Vel certe relinquetur post detractionem duorum angulorum inuentorum ex duobus rectis. Propos. 11. triang. rectil.

SI triangulum sit Isosceles, ducenda erit perpendicularis ad basim, quam bifariam secabit. Nam si tunc fiat, vt vnum æqualium laterum ad sinum totum, ita dimidium basis ad aliud, reperietur sinus, cuius arcus complementum dabit vnum æqualium angulorum supra basim, ac proinde & alterum. Tertius ex his duobus elicietur.

IN æquilatero dabuntur anguli, etiam si latera non dentur, cum quilibet sit tertia pars duorum rectorum, vel duæ tertiæ vnius recti.

12. DATIS duobus lateribus trianguli non rectanguli, cum angulo ab ipsis comprehenso, inuenire tertiũ latus, & reliquos angulos. Quæritur latus, cum eius angulis duobus.

SVBDVCTO angulo dato ex duobus rectis, vt aggregatum aliorum duorum habeatur, inueniatur, per 6. problema triang. rectil. ex hoc aggregato, & proportione laterum datorum eis oppositorum, (quæ eadem est, quæ inter sinus eorum reperitur) vterque eorum. Deinde fiat, vt sinus vtriusvis horum angulorum inuẽtorum ad sinum anguli in principio dati, ita latus inuento angulo, qui in aurea regula acceptus fuerit, oppositum ad aliud, inuenieturq; tertium latus. Propos. 12. triang. rectil.

QVOD si data duo latera sint æqualia, ablato angulo dato ex duobus rectis, dabit semissis residui vtrumque angulorum æqualium: Et si fiat, vt sinus vnius illorum ad sinum anguli dati, ita vnum laterum æqualium ad aliud, prodibit tertium latus.

13. DATIS duobus lateribus trianguli non rectanguli, cum angulo, qui vni eorum opponitur, inuestigare reliquos angulos, & tertium latus: si modo, quando datus angulus est acutus, constet, num angulus alteri dato lateri Quæruntur duo anguli, cum vno latere.

to lateri oppositus sit acutus etiam, an vero obtusus.

Propos. 13. triang. rectil. FIAT, vt latus datum angulo dato oppositum ad alterum latus datum, ita sinus anguli dati ad aliud, reperieturque sinus anguli alteri dato lateri oppositi, qui si acutus fuerit, (semper autem acutus erit, si datus est obtusus) ex ipso sinu inuento notus fiet; si vero obtusus, sinus inuentus dabit angulum, qui ex duobus rectis subductus quæsitum angulum alteri dato lateri oppositum relinquet: Summa autem ex dato angulo, & inuento angulo conflata, si ex duobus rectis subtrahatur, indicabit tertium angulum à datis lateribus comprehensum. Fiat deinde, vt sinus anguli dati ad sinum huius tertij anguli inuenti, ita latus datum dato angulo oppositum ad aliud, gigneturq; tertium latus quæsitum.

SI data latera sint æqualia, datus etiam erit angulus alteri dato lateri oppositus, cum dato angulo vt æqualis. Hinc tertius angulus, & tertium latus reperietur, vt prius.

TRIANGVLORVM SPHAERICORVM RECTANGVLORVM

PROBLEMATA, AC PRAXES.

Quæritur angulus nō rectus. 1. DATO arcu in triangulo rectangulo, qui recto angulo opponitur, cum alterutro arcuum circa rectum angulum, inuenire angulum huic arcui oppositum.

Probl. 1. propos. 41. triang. sphær. FIAT, vt sinus arcus dati recto angulo oppositi ad sinum totum, ita sinus arcus dati circa angulum rectum ad aliud, inuenieturq; sinus anguli huic arcui oppositi, qui quæritur. Hic autem angulus erit acutus, si datus arcus ei oppositus circa rectum angulum fuerit quadrante minor; obtusus autem, si maior.

Aliter.

Probl. propos. 55. triang. sphær. FIAT, vt sinus totus ad sinum arcus angulo recto oppositi, ita secans complementi arcus circa rectum angulum dati ad aliud, produceturq; secans complementi anguli quæsiti, qui huic arcui opponitur.

2. DATO arcu in triangulo rectangulo, qui

recto

recto angulo opponitur, cum alterutro angulorum nō rectorum, inuenire arcum huic angulo oppositum.

Quæritur arcus circa rectum angulum.

FIAT, vt ſinus totus ad ſinum arcus angulo recto oppoſiti, ita ſinus anguli dati ad aliud, reperieturq; ſinus arcus huic angulo oppoſiti, qui quæritur. Hic autem arcus quadrante minor erit, ſi datus angulus ei oppoſitus fuerit acutus; maior vero, ſi obtuſus.

Probl. 2. propoſ. 41. triang. ſphær.

3. DATO alterutro arcuum in triangulo rectangulo circa angulum rectum, cum angulo ei oppoſito, reperire arcum recto angulo oppoſitum: ſi modo conſtet, num quadrante minor ſit, an maior; vel an alter angulus dato arcui adiacens ſit acutus, obtuſusve; vel denique, an alter arcus circa rectum angulum ſit minor quadrante, aut maior.

Quæritur arcus recto angulo oppoſitus.

FIAT, vt ſinus anguli dati ad ſinum dati arcus, ita ſinus totus ad aliud, produceturq; ſinus arcus recto angulo oppoſiti: qui ex inuento ſinu cognoſci non poterit, niſi conſtet, num ſit quadrante minor, vel maior; aut an alter angulus non rectus ſit acutus, obtuſusve; aut an alter arcus circa angulum rectum ſit minor, aut maior quadrante. Nam ſi alter angulus eſt acutus, ſi quidem & angulus datus acutus ſit; aut ſi tam ille, quam hic eſt obtuſus, erit quæſitus arcus recto angulo oppoſitus, quadrante minor: ſi vero alter ille angulus eſt acutus, & datus obtuſus; aut ille obtuſus, & hic acutus, erit idem arcus quæſitus, & angulo recto oppoſitus, quadrante maior. Sic etiam, ſi alter arcus circa angulum rectum, & datus arcus, ſunt eiuſdem ſpeciei, nempe ambo minores, aut maiores quadrante, erit arcus quæſitus recto angulo oppoſitus quadrante minor; ſi vero diuerſarum ſpecierum, nimirum vnus quadrante minor, & alter maior, erit idem arcus quæſitus quadrante maior.

Probl. 3. propoſ. 41. triang. ſphær.

Aliter.

FIAT, vt ſinus totus ad ſinum dati anguli, ita ſecans complementi arcus dati ad aliud, produceturq; ſecans complementi arcus recto angulo oppoſiti.

Probl. propoſ. 54. triang. ſphær.

4. DATIS duobus angulis non rectis in triangulo rectāgulo, inuenire arcum vtrilibet eorum oppoſitum, vna cum arcu rectum angulum ſubtendente.

Quæritur vterque arcus circa angulū rectū. Deinde arcus recto angulo oppoſitus.

Probl.1.pro pos.42. triang.sphær.

FIAT, vt ſinus anguli dati quæſito arcui adiacentis ad ſinum totum, ita ſinus complementi alterius anguli dati ad aliud, produceturq; ſinus complementi arcus huic poſteriori angulo oppoſiti. Erit autem vterlibet arcus inuentus quadrante minor, ſi datus angulus ei oppoſitus fuerit acutus; maior vero, ſi obtuſus.

IAM inuento vtroque arcu circa angulum rectum, inuenietur, per problema 3. ex vtrolibet illorum, & angulo ei oppoſito dato, arcus quoque recto angulo oppoſitus.

Aliter.

Probl. propoſ 52. triang.sphær.

FIAT, vt ſinus totus ad ſinum anguli non recti quæſito arcui adiacentis, ita ſecans alterius anguli non recti ad aliud, reperieturq; ſecans arcus huic poſteriori angulo oppoſiti, qui quæritur.

Quæritur angulus nō rectus. Deinde alij duo arcus.

5. DATO alterutro arcuum in triangulo rectangulo circa angulum rectum, cum angulo ei adiacente, inueſtigare alium angulum eidē arcui oppoſitū, & reliquos duos arcus.

Probl 2 pro poſ.42. tri ang sphær.

FIAT, vt ſinus totus ad ſinum anguli dati, ita ſinus complementi arcus dati ad aliud, procreabiturq; ſinus complementi alterius anguli, quem quærimus. Hic autem angulus erit acutus, ſi datus arcus fuerit quadrante minor; obtuſus vero, ſi maior.

EX vtroque autem angulo non recto, quorum vnus datus eſt, & alter inuentus, reperientur reliqui duo arcus, vt in præcedenti problemate dictū eſt.

Quæritur angulus nō rectus. Deinde alij duo arcus.

6. DATO alterutro arcuum in triangulo rectangulo circa angulum rectum, cum angulo ei oppoſito, inueſtigare alium angulum non rectum eidem arcui adiacentem, & reliquos duos arcus: ſi modo conſtet, num alius ille angulus non rectus quæſitus ſit acutus, obtuſusve; vel an alteruter arcuum quæſitorum quadrante minor ſit, vel maior.

Probl 2. pro poſ.42. triang.sphær.

FIAT, vt ſinus complementi arcus dati ad ſinum complementi anguli dati, ita ſinus totus ad aliud, reperieturq; ſinus alterius anguli non recti quæſiti: qui ex inuento ſinu non elicietur, niſi prius conſtet, an acutus ſit, an obtuſus: Aut, an alteruter reliquorum duorum arcuum non datorum ſit quadrante minor, aut maior. Nam ſi alter arcus circa angulum rectum non datus, & quæſito angulo oppoſitus, fuerit minor quadrante, erit quæſitus angulus acutus; ſi vero maior, obtuſus. Pari ratione, ſi arcus recto angulo oppo-

ſitus,

ſitus, & non datus, fuerit quadrante minor; ſi quidem angulus datus ſit acutus, erit quæſitus quoque angulus acutus; ſi vero obtuſus, obtuſus: At ſi arcus angulo recto oppoſitus fuerit maior quadrante; ſi quidem datus angulus ſit acutus, erit quæſitus angulus obtuſus; ſi vero obtuſus, acutus.

EX vtroque porro angulo non recto, quorum vnus datus eſt, & alter inuentus, inuenientur reliqui duo arcus, vt in problemate 4. traditum eſt.

Aliter.

FIAT, vt ſinus totus ad ſinum complementi arcus dati, ita ſecans dati anguli ad aliud, reperieturq; ſecans complementi alterius anguli non recti, qui quæritur. Reliqua inuenientur, vt ſupra dictum eſt. Probl. propoſ. 56. triang. ſphær.

7. DATIS duobus arcubus in triangulo rectangulo circa angulum rectum, reperire tertium arcum angulo recto oppoſitũ, & duos angulos non rectos. Quæritur arcus recto angulo oppoſitus. Deinde duo anguli non recti.

FIAT, vt ſinus totus ad ſinũ complementi vtriuſlibet arcuum datorum, ita ſinus complementi alterius arcus dati ad aliud, produceturq; ſinus complementi arcus recto angulo oppoſiti. Hic autem arcus quadrante erit minor, ſi vterque arcus circa rectum angulum datus fuerit minor, aut maior quadrante; quadrante vero maior, ſi vnus datorum arcuum fuerit quadrante minor, & alter maior. Probl. propoſ. 43. triang. ſphær.

EX arcu autem rectum angulum ſubtẽdente inuento, & alterutro arcuum circa angulum rectum datorum, inuenietur angulus ei oppoſitus, vt in problemate 1. diximus.

8. DATO arcu in triangulo rectangulo, qui recto angulo opponitur, cum alterutro arcuum circa angulũ rectum, inquirere alium arcum circa rectum angulum, & duos angulos non rectos. Quæritur arcus circa angulũ rectum. Deinde duo anguli non recti.

FIAT, vt ſinus complementi arcus dati circa angulum rectum ad ſinum complementi arcus recto angulo oppoſiti, ita ſinus totus ad aliud, gigneturq; ſinus complementi alterius arcus circa rectum angulum, qui quæritur. Hic autem arcus erit quadrante minor, ſi vterque arcus datus minor quadrante fuerit, aut maior; maior vero, ſi alter datorum arcuum fuerit quadrante minor, & alter maior. Probl. propoſ. 43. triang. ſphær.

INVENTO autem arcu rectum angulum ſubtendente, reperientur anguli, vt in præcedenti problemate dictum eſt.

Aliter.

FIAT, vt ſinus totus ad ſinum complementi dati arcus circa angulum re- Probl. propoſ. 53. triang. ſphær.

ctum, ita secans arcus angulo recto oppositi ad aliud, produceturq; secans tertij arcus, qui quæritur, &c.

Quæritur arcus circa angulũ rectum. Deinde alter angulus non rectus, & arcus recto angulo oppositus.

9. DATO alterutro arcuum in triangulo rectangulo circa angulum rectum, cum angulo non recto ei adiacente, scrutari alterum arcum circa angulum rectum, & alium angulum non rectum, cum arcu rectum angulum subtendente.

Probl. 1. pro pos. 44. triang. sphær.

FIAT, vt sinus totus ad sinum dati arcus, ita tangẽs dati anguli ad aliud, produceturq; tangens arcus quæsiti. Qui arcus minor quadrante erit, si datus angulus ei oppositus fuerit acutus; maior autem, si obtusus.

EX eodem porrò arcu circa angulum rectum datò, & angulo adiacente, reperietur & alter angulus non rectus, & arcus recto angulo oppositus, vt supra in 5. problemate docuimus.

Quæritur arcus circa angulũ rectum. Deinde alter angulus non rectus, & arcus recto angulo oppositus.

10. DATO alterutro arcuum in triangulo rectangulo circa angulum rectum, cum angulo ei opposito, indagare alterum arcum circa rectum angulum, & alium angulum non rectum, cum arcu rectum angulum subtendente: si modo constet, an reliquus arcus circa angulum rectum quęsitus quadrante minor sit, aut maior; vel an alter angulus non rectus sit acutus, obtususve; vel denique num arcus angulo recto oppositus sit minor quadrante, aut maior.

Probl. 1. pro pos. 44. triang. sphær.

FIAT, vt tangens anguli dati ad tangentem dati arcus, ita sinus totus ad aliud, reperieturq; sinus arcus quæsiti: qui ex inuento sinu non cognoscetur, nisi cõstet, num quadrante minor sit, aut maior; vel an alter angulus non rectus sit acutus, obtususve; vel denique, an arcus recto angulo oppositus sit minor quadrante, aut maior. Nam si alter angulus fuerit acutus, erit quæsitus arcus ei oppositus, quadrante minor; si vero obtusus, maior. Sic etiam, si arcus recto angulo oppositus fuerit minor quadrante, si quidem & datus arcus sit quadrante minor, erit quæsitus arcus minor quoque quadrante; si vero quadrãte maior, maior quoque: At si arcus recto angulo oppositus fuerit quadrante maior, si quidem datus arcus maior quoque sit, erit quęsitus arcus minor quadrante; si vero quadrante minor, maior.

IAM vero ex eodem arcu circa angulum rectum dato, & angulo opposito, reperietur & alter angulus non rectus, & arcus recto angulo oppositus, vt in problemate 6. traditum est. Vel certe, ex duobus arcubus circa angulum rectum, quorum vnus datus est, & alter inuentus, inuenietur arcus recto angulo oppositus, cum duobus angulis non rectis, vt in problemate 7. traditum est.

Aliter.

FIAT, vt sinus totus ad tangentem dati arcus, ita tangens complementi anguli dati ad aliud, reperieturq; sinus arcus quæsiti. Reliqua inuenientur, vt proxime præcepimus. Probl. propos. 49. triang. sphær.

11. DATIS duobus arcubus in triangulo rectangulo circa angulum rectum, inuenire vtrumlibet angulorum non rectorum, & arcum præterea recto angulo oppositum. Quæritur vterque angulus non rectus. Deinde arcus recto angulo oppositus.

FIAT, vt sinus vtriusvis arcuum datorum ad sinum totum, ita tangens alterius arcus dati ad aliud, procreabiturq; tangens anguli huic posteriori arcui oppositi. Qui angulus acutus erit, si datus arcus oppositus fuerit quadrante minor; obtusus autem, si maior. Probl. 2. propos. 44. triang. sphær.

EX eisdem duobus arcubus datis inuenietur, per 7. problema, arcus tertius recto angulo oppositus: Vel certe, per problema 3. ex alterutro arcuum datorum, & angulo opposito inuento.

Aliter.

FIAT, vt sinus totus ad sinum vtriusvis arcuum datorum, ita tangens complementi alterius arcus dati ad aliud, prodibitq; tangens complemẽti anguli posteriori huic arcui oppositi. Reliqua inueniẽtur, vt proxime dictum est. Probl. propos. 48. triang. sphær.

12. DATO alterutro arcuum in triangulo rectangulo circa angulum rectum, cum angulo non recto ei adiacente, inuenire arcum recto angulo oppositum, & reliquum arcum circa angulum rectum, cum altero angulo non recto. Quęritur arcus recto angulo oppositus. Deinde alter arcus circa rectũ angulum, cum altero angulo nõ recto.

FIAT, vt sinus complementi anguli dati ad sinum totum, ita tangens dati arcus ad aliud, reperieturq; tangens arcus angulo recto oppositi. Hic autem arcus quadrante erit minor, si datus angulus fuerit acutus, & datus arcus ei adiacens quadrante minor; aut si angulus datus obtusus fuerit, & arcus datus quadrante maior: Maior autem quadrante erit idem arcus quæsitus, Probl. 1. propos. 45. triang sphær.

si datus

si datus angulus fuerit acutus, & arcus datus quadrante maior; aut si datus angulus fuerit obtusus, & arcus datus minor quadrante.

IAM vero, per 2. problema, ex arcu rectum angulum subtendente inuento, & angulo dato, reperietur alter arcus circa angulum rectum dato angulo oppositus. Ex eodem vero arcu rectum angulum subtendente, & arcu in principio dato, inuenietur, per 1. problema, alter angulus non rectus dato arcui oppositus.

Aliter.

Probl. propos. 46. triang. sphær.

FIAT, vt sinus totus ad sinum complementi anguli dati, ita tangens complementi arcus dati ad aliud, inuenieturq; tangens complementi arcus recto angulo oppositi. Reliqua reperientur, vt prius.

Quæritur angulus nõ rectus. Deinde alter arcus circa rectum angulũ, & alter angulus non rectus.

13. DATO alterutro arcuum in triangulo rectangulo circa angulum rectum, cum arcu rectum angulum subtendente, reperire angulum à dictis arcubus comprehensum, siue dato arcui circa rectum angulum adiacentem, & insuper reliquum arcum, & angulum.

Probl. 2. propos. 45. triang. sphær.

FIAT, vt tangens arcus recto angulo oppositi ad tangentem dati arcus circa angulum rectum, ita sinus totus ad aliud, produceturq; sinus complementi anguli à dictis arcubus comprehensi, qui quæritur. Hic autem acutus erit, si datus arcus recto angulo oppositus fuerit quadrante minor, & arcus circa rectum angulum datus minor quoque; aut si tam ille, quam hic quadrante maior fuerit: Idem vero angulus quæsitus erit obtusus, si datus arcus angulo recto oppositus fuerit minor quadrante, & datus arcus circa rectum angulum quadrante maior; aut si ille fuerit quadrante maior, & hic minor.

RELIQVA inuestigabũtur, vt in præcedenti problemate traditum est.

Aliter.

Probl. propos. 51. triang. sphær.

FIAT, vt sinus totus ad tangentem complementi arcus angulo recto oppositi, ita tangens dati arcus circa rectum angulum ad aliud, inuenieturq; sinus complementi anguli adiacentis, qui desideratur.

Quæritur arcus circa angulũ rectum. Deinde alter arcus circa angulum rectum, cum reliquo angulo non recto.

14. DATO arcu rectum angulum subtendente in triangulo rectangulo, cum alterutro angulorum non rectorum, reperire arcum circa angulum rectum huic angulo adiacẽtem, ac præterea alterum arcum circa angulum rectum, cum altero angulo non recto.

FIAT,

FIAT, vt sinus totus ad sinum complementi anguli dati, ita tangens arcus recto angulo oppositi ad aliud, procreabiturq; tangens arcus quæsiti. Qui quadrãte minor erit, si arcus datus recto angulo oppositus fuerit minor quadrante, & datus angulus acutus; aut si arcus datus quadrante fuerit maior, & angulus datus obtusus: Idem vero arcus quæsitus erit quadrante maior, si datus arcus angulo recto oppositus fuerit minor quadrãte, & datus angulus obtusus; aut si arcus datus fuerit quadrante maior, & datus angulus acutus. Probl. 3. propos. 45. triãg. sphær.

CAETERA explorabuntur, vt in problemate 12. docuimus.

15. DATO arcu in triangulo rectangulo, qui recto angulo opponitur, cum alterutro angulorum non rectorum, inquirere alterum angulum non rectum, & duos arcus circa rectum angulum.

Quæritur angulus nõ rectus. Deinde duo reliqui arcus.

FIAT, vt sinus totus ad sinum complementi dati arcus recto angulo oppositi, ita tangens anguli dati ad aliud, reperieturq; tangens complementi anguli quæsiti. Hic vero erit acutus, si arcus recto angulo oppositus fuerit quadrante minor, & datus angulus acutus; aut si datus arcus fuerit maior quadrante, & datus angulus obtusus: At angulus idem quæsitus erit obtusus, si arcus angulo recto oppositus quadrante minor fuerit, & angulus datus obtusus; aut si arcus ille fuerit quadrante maior, & datus angulus acutus. Probl. propos. 47. triang. sphær.

HINC ex dato arcu angulum rectum subtendente, & vtroque angulo non recto, quorum vnus datus est, & alter inuentus, reperietur, per 2. problema, vterque arcus circa rectum angulum.

16. DATIS duobus angulis non rectis in triangulo rectangulo, inuenire arcum recto angulo oppositum, & reliquos duos arcus circa angulum rectum.

Quæritur arcus angulo recto oppositus. Deinde duo arcus circa angulum rectum.

FIAT, vt sinus totus ad tangentem complementi vtriusvis angulorum datorum, ita tangens complementi alterius dati anguli ad aliud, procreabiturq; sinus complementi arcus angulo recto oppositi, quem desideramus. Hic arcus erit quadrante minor, si vterque angulorum datorum acutus fuerit, obtususve; quadrante vero maior, si alter acutus fuerit, & alter obtusus. Probl. propos. 50. triang. sphær.

PORRO ex arcu rectum angulum subtendente inuento, & vtriusuis angulorum datorũ, reperietur arcus ei oppositus, vt in 2. problem. traditum est.

TRIAN-

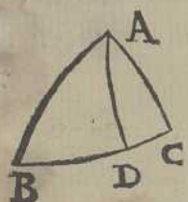
TRIANGVLORVM SPHAERICORVM NON RECTANGVLORVM
PROBLEMATA, ET PRAXES.

Quærũtur omnes arcus.

17. DATIS omnibus angulis trianguli non rectanguli, inuenire omnes eius arcus.

Quãdo omnes anguli dati sũt inæquales.

SINT primum omnes anguli dati in triangulo A B C, inæquales, quorum duo B,C, acuti, vel obtusi,& ex tertio angulo A, ad B C, ducatur arcus perdendicularis A D, qui intra triangulum cadet. Sta-



Propos. 62. triãg. sphęr.

tuantur sinus complementorum angulorum B,C, pro terminis proportionis sinus anguli B A D, ad sinum anguli C A D. Atque ex hac proportione, & aggregato angulorum B A D, C A D, hoc est, ex dato angulo B A C, inquiratur, per problema 6. triang. rectil. vterque angulus B A D, C A D. Deinde, per problema 16. triang. sphær. tam ex duobus angulis B, B A D, non rectis inuestigetur arcus A B, angulo recto D, oppositus in triangulo A B D, quam ex duobus angulis non rectis C, C A D, arcus A C, recto angulo D, in triãgulo AC D, oppositus. Postremo, per problema 2. tam ex arcu A B, rectum angulum D, subtendente, & angulo B A D, inuentis reperiatur arcus B D, quam ex arcu A C, rectum angulum D, subtendente, & angulo C A D, inuentis arcus C D. Summa enim arcuum B D, C D, totum arcum B C, efficiet notum. Atque ita omnes tres arcus A B, AC, B C, noti facti erunt.

Per solos sinus, quãdo omnes dati anguli inęquales sũt.

PER solos sinus ita problema absoluemus. Vterque angulus B A D, C A D, *inueniatur per* 3. *praxim problematis* 6. *triang. rectil. Deinde, per* 1. *praxim problematis* 4. *triang. sphær. tam ex duobus angulis* B, B A D, *inuestigetur arcus* B D, *quam ex duobus angulis* C, C A D, *arcus* C D. *Summa enim arcuum* B D, C D, *totum arcum* B C, *notum efficiet. Postremo, per problema* 3. *triang. sphær. reperiatur tam arcus* A B, *recto angulo* D, *oppositus, ex arcu* B D, *& angulo ei opposito* B A D, *inuentis, quam arcus* A C, *recto angulo* D, *oppositus, ex arcu* C D, *& angulo* C A D, *ei opposito inuentis: quia preter data constat etiam species tam alterius anguli* B, *quam anguli alterius* C, *cum vterque datus sit.*

QVOD si quando alter angulorum ad A, inuentus fuerit rectus, nempe B A D; inuenti erunt duo arcus A B, B D, cum vterque sit quadrans, ob rectos angulos D, D A B. Eadem ratione, si deprehensus fuerit angulus C A D, rectus, non autem B A D, (fieri enim non potest, vt angulus vterque ad A, rectus sit, cum totus B A C, minor sit duobus rectis.) inuenti erunt duo arcus A C, C D, vtpote quadrantes, ob angulos rectos D, D A C.

Quãdo dati duo anguli sunt æquales.

SINT deinde duo saltem anguli dati B, C, æquales, quicquid sit de tertio A, à quo arcus perpendicularis A D, ad B C, ducatur. Erunt tam duo arcus A B, A C, quam duo B D, C D, & duo anguli ad A, æquales; ac proinde vterque angulus ad A, cognitus, tanquam dimidium dati anguli B A C. Inueniatur

niatur ergo, per 16. problema, triang. sphær. arcus A B, recto angulo D, oppositus, ex duobus angulis B, B A D; eritq; proinde & A C, illi æqualis, cognitus. Deinde, per problema 14. triang. sphær. ex inuento arcu A B, rectum angulum subtendente, & dato angulo B, reperiatur arcus B D; eritq; propterea & C D, illi æqualis, cognitus; ideoq; & totus B C, notus. Inuentiq; iam erunt omnes tres arcus A B, A C, B C.

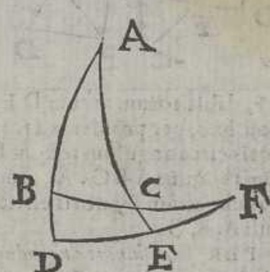
PER *solos autem sinus ita rem exequemur. Per 1. praxim problematis 4. triang. sphær. inquiratur arcus* B D, *ex duobus angulis* B, B A D; *eritq; idcirco & C D, illi æqualis, cognitus, proptereaq; & totus* B C, *notus. Deinde, per problema 3. triang. sphær. ex arcu inuento* B D, *& angulo ei opposito* B A D, *reperiatur arcus* A B, *recto angulo oppositus: quia præter data constat etiam species alterius anguli* B, *cum datus sit: eritq; propterea & arcus* A C, *ipsi* A B, *æqualis, cognitus.* Per solos sinus, quãdo duo dati anguli sunt æquales.

18. DATIS omnibus arcubus trianguli non rectanguli, inuestigare omnes eius angulos.

Quæruntur omnes anguli.

SINT omnes arcus in triangulo A B C, dati, sitq; primo loco inquirendus angulus A, & duo arcus A B, A C, eum continentes sint inæquales, quadranteq; minores, quicquid sit de arcu B C. Productis arcubus A B, A C, vt fiant quadrantes A D, A E, describatur per D, E, arcus circuli maximi D E, occurrens arcui B C, producto versus maiorem arcum, qui sit A C, in puncto F. Statuantur sinus complementorum arcuum datorum A B, A C, pro terminis proportionis sinus arcus B F, ad sinum arcus C F. Atque ex hac proportione, & arcu dato B C, qui differentia est arcuum B F, C F, inuestigetur, per problema 8. triang. rectil. vterque arcus B F, C F. Quãdo duo dati arcus sunt inæquales, & quadrante minores. Prop. 63. triãg. sphær.

Deinde, per problema 8. triang. sphær. inuestigetur tam arcus D F, ex arcu inuento B F, rectum angulum D, subtẽdente, & arcu B D, qui complementum est dati arcus A B; quam arcus E F, ex arcu inuento C F, rectum angulum E, subtendente, & arcu C E, qui complementum est dati arcus A C. Subducto enim arcu E F, inuento, ex inuento arcu D F, notus remanebit arcus D E, anguli, A; ac proinde angulus A, notus erit. Post hæc, per problema 11. triang. sphær. ex arcubus notis B D, D F, circa rectum angulum D, inueniatur angulus D B F, ac proinde & reliquus duorum



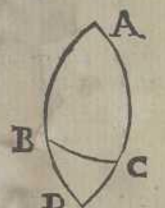
rectorum A B C. Eadem denique ratione, ex arcubus C E, E F, notis circa angulum rectum E, eruatur angulus E C F, atque adeo & angulus A C B, ei ad verticem æqualis. Atque ita iam omnes tres anguli A, B, C, inuenti erunt.

PER *solos sinus ita progrediemur. Vterque arcus* B F, C F, *reperiatur per 3. praxim problematis 8. triang. rectil. Deinde, per 1. praxim problematis 8. triang. sphær. tam arcus* D F, *ex arcu inuento* B F, *rectum angulum* D, *subtendente, & arcu* B D, *complemento dati arcus* A B, *inueniatur, quam arcus* E F, *ex inuento arcu* C F, Per solos sinus, quãdo dati duo arcus sũt inæquales, &

quadrante minores.

cu C F, *rectum angulum* E, *subtendente, & arcu* C E, *complemento dati arcus* A C. *Subducto enim arcu* E F, *ex arcu* D F, *notus relinquetur* D E, *arcus anguli* A; *atq; adeo angulus* A, *notus erit. Post hæc, per problema* 1. *triang. sphær. ex arcu inuento* B F, *rectum angulum* D, *subtendente, & inuento arcu* D F, *inquiratur angulus* D B F, *arcui* D F, *oppositus: Ex quo notus quoque fiet reliquus angulus duorum rectorum, nempe* A B C. *Ad extremum eadem ratione, ex arcu inuento* C F, *rectum angulum* E, *subtendente, & inuento arcu* E F, *inuestigetur angulus* E C F, *arcui* E F, *oppositus: Ex quo notus etiam fiet angulus ei ad verticem æqualis* A C B.

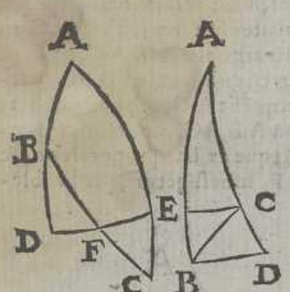
Quãdo duo dati arcus sũt inęquales, & quadrante maiores.



SINT deinde duo arcus inæquales A B, A C, quadrante maiores; qui producantur, donec conueniant in D: Eruntq; in triangulo D B C, duo arcus D B, D C, inæquales, & quadrante minores. Quare, vt proxime diximus, omnes eius tres anguli reperientur; ac proinde & reliqui duorum rectorum A B C, A C B, noti erunt, nec non & A, ipsi D, æqualis.

Quãdo duo arcus dati inæquales sũt, & vnus quadrante maior, & alter minor.

SIT tertio arcus A B, quadrante minor, & AC, maior quadrante. Producto A B, vt fiat quadrans A D, & abscisso ex A C, quadrante A E, ducatur per D, E, arcus circuli maximi D E, secans B C, in F, vt in priore harum duarum figurarum. Statuantur



sinus complemẽtorum arcuum datorum A B, A C, pro terminis proportionis sinus arcus B F, ad sinum arcus C F. Atque ex hac proportione, & aggregato arcuum B F, C F, hoc est, ex dato arcu B C, indagetur, per 6. problema triang. rectil. vterque arcus B F, C F. Deinde, per problema 8. triang. sphær. inueniatur tam arcus D F, ex arcu B F, inuento rectum angulum D, subtendente, & arcu B D, complemẽto dati arcus A B; quam arcus E F, ex inuento arcu C F, rectũ angulum E, subtendente, & arcu C E, complemento arcus A C, dati. Summa enim inuentorum arcuum D F, E F, dabit totum arcum D E, anguli A; ac proinde angulus A, cognitus erit. Post hæc, per problema 11. triang. sphær. peruestigetur ex arcubus D B, D F, notis circa angulum rectum D, angulus D B F, ac proinde & duorum rectorum reliquus A B C. Ac tandem eodem modo ex arcubus C E, E F, circa angulum rectum E, notis eliciatur angulus C: Inuentiq; erunt omnes tres anguli A, B, C.

Per solos sinus, quãdo dati duo arcus inæquales sunt, & vnus quadrante maior, & alter minor.

PER *solos sinus ita agendum erit. Vterque arcus* B F, C F, *per* 3. *praxim problematis* 6. *triang. rectil. inueniatur. Deinde per* 1. *praxim problematis* 8. *triang. sphær. tam arcus* D F, *ex arcu* B F, *inuento, rectumq; angulum* D, *subtendente, & arcu* B D, *complemento arcus dati* A B; *quam arcus* E F, *ex inuento arcu* C F, *qui recto angulo* E, *opponitur, & arcu* C E, *complemento dati arcus* A C, *eruatur. Nam summa inuentorum arcuum* D F, E F, *totum arcum* D E, *anguli* A, *dabit. Post hæc, per problema* 1. *triang. sphær. reperiatur ex arcu* B F, *rectum angulum* D, *subtendente, & arcu* D F, *notis, angulus* D B F, *ac proinde & duorum rectorum reliquus* A B C. *Et tandẽ eodem modo ex notis arcubus* C F, E F, *angulus* C, *inueniatur.*

SIT quarto maior arcus A B, quadrans, & A C, minor quadrante, vt in poste-

posteriore proximarum duarum figurarum. Producto arcu A C, vt fiat quadrans A D, ducatur per B, D, arcus circuli maximi B D. Deinde, per problema 8. triang. sphær. ex arcu dato B C, rectum angulum D, subtendente, & arcu C D, complemento dati arcus A C, inueniatur arcus B D, anguli A; ex quo angulus ipse A, notus erit. Post hæc, per problema 11. triang. sphær. inuestigetur ex duobus arcubus notis B D, C D, circa rectum angulum D, angulus B C D; ex quo notus quoque erit duorum rectorum reliquus A C B. Denique, per idem problema 11. ex eisdem arcubus B D, C D, reperiatur angulus C B D; qui ex recto A B D, detractus notum relinquet angulum A B C.

Quãdo duo arcus dati inæquales sũt, & maior arcus quadrans, minor autem quadrante minor.

PER *solos sinus sic procedemus. Per 1. praxim problematis 8. triang. sphær. ex dato arcu* B C, *rectum angulum* D, *subtendente, & arcu* C D, *complemento dati arcus* A C, *reperiatur* B D, *arcus anguli* A: *ex quo angulus ipse* A, *cognitus erit. Deinde ex arcubus notis* B C, B D, *per problema* 1. *triang. sphær. eruatur angulus* B C D; *ac proinde & duorum rectorum reliquus* A C B. *Eadem tandem ratione, ex notis arcubus* B C, C D, *inquiratur angulus* C B D, *qui ex recto* A B D, *demptus notum relinquet angulum* A B C.

Per solos sinus, quando maior arcus quadrans est.

SIT quinto, & vltimo maior arcus A B, quadrante maior, & minor A C, quadrans, vt in eadem posteriore proximarum duarum figurarum. Abscisso quadrante A E, ex A B, ducatur per C, E, arcus circuli maximi C E. Deinde, per problema 8. triang. sphær. ex dato arcu B C, rectum angulum E, subtendente, & arcu B E, complemento arcus dati A B, inueniatur arcus C E, anguli A; ex quo angulus ipse A, cognoscetur. Post hæc, per problema 11. triang. sphær. ex notis duobus arcubus B E, E C, circa rectum angulum E, eliciatur angulus B C E; cui si addatur rectus A C E, notus fiet totus angulus A C B. Eadem tãdem ratione ex eisdem arcubus B E, E C, inueniatur angulus E B C.

Quãdo maior arcus datus quadrãte maior est, & minor quadrans.

PER *solos sinus ita propositum exequemur. Per* 1. *praxim problematis* 8 *triang. sphær. ex dato arcu* B C, *rectum angulũ* E, *subtendente, & arcu* B E, *complemento dati arcus* A B, *inquiratur arcus* C E, *anguli* A: *fietque ita notus angulus* A. *Deinde per problema* 1. *triang. sphær. ex notis arcubus* B C, B E, *reperiatur angulus* B C E; *cui si addatur rectus* A C E, *totus* A C B, *cognitus erit. Pari ratione tandem ex arcubus notis* B C, C E, *indagetur angulus* C B E.

Per solos sinus, quãdo maior arcus datus quadrante maior est, & minor quadrans.

ALITER, & facilius, per solos sinus, quando duo arcus quæsitum angulũ comprehendentes sunt inæquales quomodocunque.

FIAT, *vt sinus totus ad sinum vtriuslibet arcuum inæqualiũ quæsitum angulum comprehendentium, ita sinus alterius arcus circa eundem angulum ad aliud, inueniet urq́; numerus quidam quartus. Deinde rursus fiat, vt numerus ille quartus inuentus ad sinum totum, ita differentia inter sinum versum arcus quæsito angulo oppositi, & sinum versum arcus, quo duo arcus quæsitum angulum ambientes inter se differunt, ad aliud, producetur q́; sinus versus anguli, qui quæritur: ex quo angulus ipse elicietur.*

EODEM *modo alij duo anguli inuestigabuntur, si arcus illos continentes fuerint inæquales.*

Praxis facilior, & generalis, per solos sinus, quãdo duo arcus angulum quæsitum continentes sunt inæquales.

SINT iam duo arcus A B, A C, quæsitum angulum A, comprehendentes, æquales. Secabit arcus perpendicularis A D, & angulum A, & basim B C, bifariam

Quãdo duo arcus dati sũt æquales.

bifariam. Inueniatur ergo, per problema 1. triang. ſphær. ex dato arcu A B, rectum angulum D, ſubtendente, & arcu B D, dimidio dati arcus B C, angulus B A D, qui duplicatus totum angulum B A C, dabit. Deinde, per problema 13. triang. ſphær. ex eiſdem notis arcubus A B, B D, reperiatur angulus B, cui æqualis eſt angulus C, (ob æquales arcus A B, A C,) ac proinde cognitus quoque.

Per ſolos ſinus, quãdo dati duo arcus æquales ſunt.

PER *ſolos ſinus ita agemus. Per* 1. *praxim problematis* 1. *triang. ſphær. inueniatur ex dato arcu* A B, *rectum angulum* D, *ſubtendente, & arcu* B D, *dimidio arcus dati* B C, *angulus* B A D, *qui duplicatus totum* B A C, *notum efficiet. Deinde per* 1. *praxim problematis* 6. *triang. ſphær. ex arcu* B D, *dimidio arcus dati* B C, *& angulo oppoſito* B A D, *inuento, (cum ſpecies alterius anguli* B, *conſtet. Nam ſi datus arcus* A B, *recto angulo* D, *oppoſitus eſt quadrante minor, angulus* B, *acutus erit, quemadmodum &* B A D, *acutus eſt: Si vero* A B, *quadrante maior eſt, erit angulus* B, *obtuſus, cum* B A D, *acutus ſit.) reperiatur angulus* B, *cui æqualis eſt angulus* C, *ob æquales arcus* A B, A C.

NEQVE vero duo duo æquales arcus eſſe poſſunt quadrãtes. Nam alias duo anguli ſupra baſim eſſent recti; atque adeo triangulum eſſet rectangulum. quod eſt contra hypotheſin.

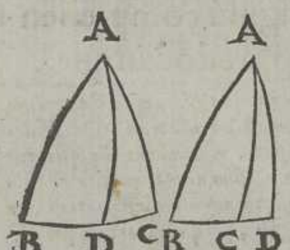
Quæritur arcus, cum duobus angulis adiacentibus.

19. DATIS duobus arcubus trianguli non rectanguli cum angulo ab ipſis comprehenſo, inueſtigare reliquum arcum, cum reliquis duobus angulis.

Quãdo duo arcus dati ſunt inæquales, & neuter eorum quadrans.

SINT in triangulo A B C, duo arcus A B, B C, dati, cum angulo B: ſintq́; primum inæquales, & neuter eorum quadrans. Ex A, termino vnius eorum ad alterum demittatur arcus perpendicularis A D, qui an intra triangulum, an vero extra cadat, ex operatione ipſa diſcemus. Nam inueniatur, per problema 2. triang. ſphær. ex arcu dato A B, rectum angulum D, ſubtendente, & dato angulo B, arcus A D, angulo B, oppoſitus. Rurſus ex dato arcu A B, rectum angulum D, ſubtendente, & inuento arcu A D, reperiatur, per problema 8. triang. ſphær. tertius arcus B D. Si igitur arcus hic B D, inuentus fuerit minor dato arcu B C, cadet arcus A D, intra triangulum, extra vero, ſi maior. Sublato autem inuento arcu B D, ex dato arcu B C, (ſi ille hoc minor eſt) vel dempto arcu B C, dato ex inuento arcu B D, (ſi hic illo maior eſt) notus relinquetur arcus C D. Ex arcubus denique A D, C D, circa angulum rectum D, inueniatur, per problema 7. triang. ſphær. tertius arcus A C, qui quæritur.

Pro prop. 64. triãg. ſphær.



DEINDE, per problema 13. triang. ſphær. ex dato arcu A B, rectum angu-

angulum D, subtendente, & arcu inuento A D,] reperiatur angulus B A D, à dictis arcubus comprehensus. Eademq; ratione, ex inuento arcu A C, rectum angulum D, subtendente, & inuento arcu A D, inueniatur angulus C A D, à dictis arcubus comprehensus. Nam angulus C A D, additus angulo B A D, (quando arcus A D, intra triangulum cadit) vel angulus C A D, ex angulo B A D, sublatus, (quando arcus A D, cadit extra triangulum) conficiet, aut relinquet angulum quæsitum B A C.

AD extremum, per problema 13. triang. sphær. ex inuento arcu A C, rectum angulum D, subtendente, & arcu inuento C D, eliciatur angulus C: qui, vbi arcus A D, intra triangulum cadit, quæritur; at, quando arcus A D, cadit extra triangulum, subductus ex duobus rectis relinquit angulum A C B, quæsitum.

PER solos sinus sic agemus. Per problema 2. triang. sphær. reperiatur ex dato arcu A B, rectum angulum D, subtendente, & dato angulo B, oppositus arcus A D: Et hinc per 1. praxim problematis 8. triang. sphær. arcus B D. Hic enim ablatus ex dato arcu B C, (si ille hoc minor est) vel ex inuento arcu B D, ablatus datus arcus B C, (si hic illo minor est) notum relinquet arcum CD. Deinde per 1. praxim problematis 1. triang. sphær. tam ex dato arcu A B, rectum angulum D, subtendente, & arcu inuento B D, eruatur angulus oppositus B A D; quam ex inuento arcu A C, rectum angulum D, subtendente, & inuento arcu C D, oppositus angulus C A D. Nam ex duobus angulis B A D, C A D, inuentis quæsitus angulus B A C, cognoscetur, si vnus alteri addatur, quando arcus A D, intra triangulum cadit, vel, quando cadit extra, si ex B A D, detrahatur C A D. Postremo, per 1. praxim problematis 1. triang. sphær. inquiratur ex inuento arcu A C, rectum angulum D, subtendente, & arcu inuento A D, oppositus angulus C. Hic enim in priori triangulo est quæsitus, in posteriori vero reliquus duorum rectorum A C B, est is, qui quæritur.

Per solos sinus, quando dati duo arcus inæquales sũt, & neuter eorum quadrans.

QVOD si forte arcus C D, deprehendatur quadrans, (nunquam autem B D, erit quadrans, posito A B, non quadrãte) erit tunc & arcus quæsitus AC, quadrans, & angulus C A D, rectus. Atque ita sine molestia inuentus erit arcus A C, qui quæritur, & angulus C A D: ex quibus quæsitos angulos B A C, A C B, inueniemus, vt priùs.

SIT iam alter datorum arcuum inæqualium quadrans, nempe A B, à cuius extremo A, ad alterum arcus perpendicularis A D, demittatur. Erit tunc arcus quoque B D, quadrans, & angulus B A D, rectus: nec non B, polus arcus A D; ac proinde arcus A D, ex dato angulo B, notus fiet. Atque ita in hoc casu duo arcus B D, A D, cum angulo B A D, noti facti erunt, sine alio labore: ex quibus reliqua inuestigabuntur, vt prius.

Quando alter datorũ inæqualiũ arcuum est quadrans.

ALITER, & facilius, per solos sinus, quando dati duo arcus inæquales sunt quomodocunque.

Praxis facilior, & generalis, per solos sinus, quando dati duo arcus sunt inæquales.

FIAT, vt sinus totus ad sinum vtriuslibet datorum arcuum inæqualium, ita sinus alterius arcus dati ad aliud, produceturq; quidam quartus numerus. Deinde rursus fiat, vt sinus totus ad inuentum illum quartum numerum, ita sinus versus anguli dati ad aliud, reperieturq; differentia inter sinum versum tertij arcus, qui quæritur, & sinum versum differentiæ datorum arcuum inæqualium: quæ differentia in-

tia inuenta, si adÿciatur ad sinum versum differentiæ datorum arcuum, componet sinum versum tertÿ arcus quæsiti. Cognitis iam tribus arcubus propositi trianguli, reperientur alÿ duo anguli ex præcedenti problemate, præsertim ex praxi illa faciliori, si arcus duo quemlibet illorum continētes fuerint inæquales. Quòd si quando æquales sint, adhibenda erit postrema praxis eiusdem problematis præcedentis.

Quando duo arcus dati sūt æquales.

SED iam duo arcus dati A B, A C, datum angulum A, comprehendentes sint æquales, ac proinde neuter quadrans. Secabit arcus perpendicularis A D, bifariam & datum angulum A, & basim B C. Inueniatur ergo, per problema 2. triāg. sphęr. ex dato arcu A B, angulum rectum D, subtendente, & ex angulo B A D, dimidio dati anguli B A C, arcus oppositus B D: qui duplicatus totum arcum B C, quæsitum dabit. Deinde, per problema 13. triang. sphær. ex dato arcu A B, rectum angulum D, subtendente, & inuento arcu B D, inquiratur angulus B, à dictis arcubus comprehensus; cui ęqualis est angulus C, ob ęquales arcus A B, AC.

Per solos sinus, quando duo arcus dati sūt æquales.

PER *solos sinus ita res peragetur. Ex dato arcu* A B, *rectum angulum* D, *subtendente, & angulo* B A D, *dimidio dati anguli* B A C, *reperiatur, per problema* 2, *triang. sphær, arcus oppositus* B D: *qui duplicatus quæsitum totum* B C, *offeret. Deinde, per* 1. *praxim problematis* 6. *triang. sphær. ex inuento arcu* B D, *& angulo* B A D, *dimidio anguli* B A C, *dati (cum præterea constet species alterius anguli* B. *Nam si arcus* A B, *fuerit minor quadrante, erit angulus* B, *acutus, sicut &* B A D, *acutus est: Si vero* A B, *sit quadrante maior, erit* B, *obtusus, cum* B A D,, *acutus sit.) eliciatur angulus* B; *cui angulus* C, *æqualis est.*

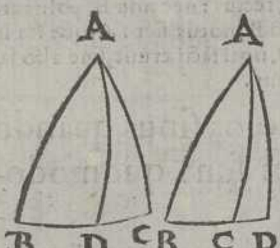
Quærūtur duo arcus, cū angulo ab ipsis cōprehenso.

20. DATIS duobus angulis trianguli non rectanguli, cum arcu ipsis adiacente, indagare reliquos arcus, cum angulo reliquo.

Quādo dati anguli sūt inæquales, & arcus adiacens non quadrans.

Propos. 65. triāg. sphęr.

SINT in triangulo A B C, dati duo anguli B, B A C, cum arcu A B, adiacente: sintq; primum dati anguli inæquales, & arcus A B, non quadrans. Ex altero datorum angulorum, nempe ex A, ad arcum oppositum B C, demittatur arcus perpendicularis, qui an intra triangulum cadat, an extra, operatio ipsa docebit. Inueniatur enim per problema 15. triang. sphær. ex dato arcu A B, angulum rectum D, subtendente, & dato angulo B, alter angulus nō rectus B A D: qui si minor fuerit angulo dato B A C, cadet arcus A D, intra triangulum; extra vero, si maior. In priori casu subductus angulus BAD, inuentus ex dato angulo B A C; in posteriori vero datus angulus B A C, ex inuēto BAD, detractus, notum relinquet angulum C A D. Rursus, per problema 2. triang. sphær. ex dato arcu AB, angulum rectum D, subtendente, & angulo B, dato, reperiatur arcus A D, oppositus. Item, per problema 12. triang. sphær. ex inuento arcu AD, & an-



& angulo adiacente C A D, inuento, eruatur arcus A C, recto angulo D, oppositus; qui quidem est vnus ex quæsitis.

DEINDE, per problema 8. triang. sphær. tam ex dato arcu A B, rectum angulum D, subtendente, & inuento arcu A D, indagetur arcus B D; quam ex inuento arcu A C, rectum angulum D, subtendente, & arcu inuento A D, arcus C D: qui adiectus ad inuentum arcum B D, cadente arcu A D, intra triangulum, vel subductus ex eodem arcu B D, cadente arcu A D, extra triangulum, notum dabit alterum arcum B C, quæsitum.

AD extremum, per problema 15. triang. sphær. inuestigetur ex inuento arcu AC, rectum angulum D, subtendente, & angulo inuento CA D, angulus A C D: qui in priori triangulo est is, qui quæritur; in posteriori autem subductus ex duobus rectis reliquum facit A C B, quæsitum.

PER *solos sinus sic negotium absoluetur. Per problema 2. triang. sphær. inueniatur ex dato arcu* A B, *rectum angulum* D, *subtendente, & angulo dato* B, *arcus oppositus* A D: *Et per 1. praxim problematis 8. triang. sphær. reperiatur ex dato arcu* A B, *rectum angulum* D, *subtendente, & inuento arcu* A D, *tertius arcus* B D. *Item per 1. praxim problematis 1. triang. sphær. inquiratur ex dato arcu* A B, *angulum rectum* D, *subtendente, & inuento arcu* B D, *angulus oppositus* B A D: *qui ablatus ex dato* B A C, *(si ille hoc minor est) vel ex eo datus* B A C, *detractus, (si hic illo minor est) notũ relinquet angulum* C A D. *Rursus per problema 5. triang. sphær. ex inuento arcu* AD, *& angulo adiacẽte* CAD, *eruatur angulus* A C D: *qui in priori triangulo est quæsitus, in posteriori vero reliquus duorũ rectorum* ACB, *quæsitus est.* Per solos sinus, quãdo dati anguli sũt inæquales, & arcus adiacẽs nõ quadrans.

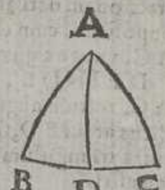
POST *hæc, per 1. praxim problematis 4. triang. sphær. ex vtroque angulo* C A D, A C D, *inuento reperiatur arcus* C D: *qui in priori triangulo additus iamdudum inuento arcui* B D, *vel in posteriori ab eo ablatus, notum faciet arcum* B C, *quæsitum.*

DENIQVE, *per problema 7. triang. sphær. inueniatur ex inuentis arcubus* A D, C D, *circa angulum rectum* D, *arcus tertius* A C, *recto angulo* D, *oppositus, qui quæritur. Atque ita inuenti erunt duo reliqui arcus* B C, A C, *cum reliquo angulo* A C B.

QVOD si quando angulus inuentus C A D, fuerit rectus, (B A D, nunquam potest esse rectus, posito A B, non quadrante) erunt A C, C D, quadrantes; & A D, arcus anguli C; ac proinde angulus C, notus fiet ex inuento arcu A D. Reliquus autem arcus B C, cognoscetur ex inuento arcu B D, & quadrante C D, veluti prius.

IAM vero si datus arcus A B, sit quadrans, existentibus adhuc angulis B, B A C, datis inæqualibus, erit angulus B A D, rectus, & arcus quoque B D, quadrans. Item B, erit polus arcus A D; propereaq; arcus ipse A D, ex dato angulo B, cognitus erit. Inuentis autem tunc tanta facilitate arcubus A D, B D, & angulo recto B A D, reperiemus cætera, vt prius. Quãdo datus arcus est quadrans.

SINT deinde in triangulo A B C, dati duo anguli B, C, æquales, cum arcu B C, adiacente, siue quadrans is sit, siue non. Erunt arcus A B, A C, æquales, & arcus perpendicularis A D, ex tertio angulo A, ad B C, demissus secabit & arcum B C, & angulum A, bifariam. Inueniatur ergo, per problema 12. triang. sphær. ex arcu B D, dimidio dati arcus B C, & dato angulo B, adiacente, arcus A B, recto angulo D, oppositus; cui cum æqualis sit AC, Quãdo dati duo anguli sũt æquales.



inuen-

inuenti erunt reliqui duo arcus. Rursus, per problema 5. triang. sphær. ex eodem arcu B D, dimidio dati arcus B C, & dato angulo B, adiacente reperiatur alter angulus non rectus B A D. Hic namque duplicatus totum quæsitum angulum B A C, dabit.

Per solos sinus, quãdo duo anguli dati sũt æquales.

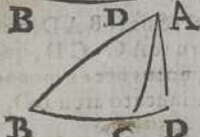
PER solos sinus ita operabimur. Per problema 5. triang. sphær. inueniatur ex arcu B D, dimidio dati arcus B D, & dato angulo B, adiacente angulus B A D: qui duplicatus dabit totum B A C, quæsitum. Deinde per 1. praxim problematis 3. triang. sphær. ex arcu B D, dimidio dati arcus B C, & inuento angulo B A D, opposito reperiatur (cum præterea constet species alterius anguli B, qui datus est) arcus A B, recto angulo D, oppositus: cui æqualis est A C.

Quærũtur duo arcus, cũ vno angulo.

21. DATIS duobus angulis trianguli non rectanguli, cum arcu qui alteri illorum opponitur, reliquos arcus, cum reliquo angulo inuestigare: si modo constet, num arcus alteri angulo dato oppositus quadrante maior sit, aut minor, aut certe quadrans.

Quãdo dati duo anguli inæquales sunt, & arcus datus non quadrans.

SINT in triangulo A B C, dati duo anguli B, C, primum inæquales, cum arcu A B, qui angulo C, opponitur, non quadrante, constetq́; præterea species arcus A C, alteri angulo dato B, oppositi. Ducatur ex tertio angulo A, ad arcum B C, arcus perpendicularis A D; qui intra triangulum cadet, si vterque angulus datus B, & C, est acutus, vel obtusus; extra vero, si vnus acutus, & alter obtusus est.



Propos. 66. triãg. sphær.

Inuestigetur, per problema 2. triang. sphær. ex dato arcu A B, rectum angulum D, subtendente, & dato angulo B, arcus oppositus A D. Item, per problema 14. triang. sphær. ex eodem dato arcu A B, angulum rectum D, subtendente, & dato angulo B, eliciatur arcus B D. Rursus reperiatur, per problema 15. triang. sphær. ex eodem dato arcu A B, rectum angulum D, subtendente, & dato angulo B, angulus B A D. Ad hæc, per problema 3. triang. sphær. inueniatur quoque ex inuento arcu A D, & dato angulo C, opposito (Nam, cadente arcu A D, extra triangulum, angulus A C D, arcui A D, oppositus relinquitur notus post subtractionem dati anguli A C B, ex duobus rectis) arcus A C, recto angulo D, oppositus, cum eius species constare ponatur. Atque ita inuentus erit arcus A C, vnus ex quæsitis.

DEINDE, per problema 14. triang. sphær. reperiatur ex inuento arcu A C, rectum angulum D, subtendente, & dato angulo C, arcus C D: qui additus arcui B D, supra inuento, vel ex eo detractus, (prout nimirũ arcus A D, intra triangulum cadit, aut extra) notum faciet arcum B C, qui est alter ex quæsitis.

AD extremum, per problema 15. triang. sphær. ex inuento eodem arcu A C, re-

A C, rectum angulum D, subtendente, & dato angulo C, inueniatur angulus C A D: qui additus angulo B A D, si arcus intra triangulum cadit, vel si extra, ex eodem subductus, cognitum efficiet angulum B A C, quæsitum.

SOLIS sinubus vtemur sic. Per problema 2. triang. sphær. ex dato arcu A B, rectum angulum D, subtendente, & dato angulo B, inquiratur arcus oppositus A D. Et hinc, per 1. praxim problematis 8. triang. sphær. ex dato arcu A B, angulum rectum D, subtendente, & inuento arcu A D, reperiatur tertius arcus B D. Et rursus, per 1. praxim problematis 1. triang sphær. ex dato arcu A B, rectum angulum D, subtendente, & inuento arcu B D, eruatur angulus oppositus B A D. Post hæc, per 1. praxim problematis 3. triang. sphær. eliciatur ex inuento arcu A D, & opposito angulo dato C, arcus A C, recto angulo D, oppositus, cum eius species constet ex hypothesi: qui arcus A C, ex quæsitis vnus est. Per solos sinus, quãdo dati duo anguli sũt inæquales, & arcus datus non quadrans.

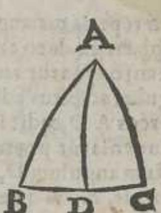
DEINDE, per 1. praxim problematis 8 triang. sphær. ex inuento arcu A C, rectum angulum D, subtendente, & arcu A D, reperiatur tertius arcus C D: ex quo, si in priori triangulo arcui B D, inuento addatur, vel in posteriori ex eodem subtrahatur, cognitus fiet alter arcus quæsitus B C.

PER 1. praxim denique problematis 1. triang. sphær. ex arcu A C, angulum rectum D, subtendente, & arcu C D, inuento, inquiratur angulus oppositus C A D. Nam hic in priori triangulo additus inuento angulo B A D, vel in posteriori ab eodem demptus, notum faciet angulum B A C, quæsitum.

QVOD si quando arcus A C, alteri angulo B, dato oppositus sit quadrãs, quod euenire potest, non existẽte quadrante A B, (quo in casu nunquam quadrans esse poterit A D, vel B D,) erit quoque C D, quadrans, & angulus C A D, rectus. Quare non laborandum tunc erit in inquisitione arcuum A C, C D, & anguli C A D: sed ex ijs inueniendus erit arcus B C, & angulus B A C, vt diximus.

VERVM sit iam datus arcus A B, quadrans, & adhuc dati duo anguli B, C, inæquales. Quo posito, erit & B D, quadrans, & angulus B A D, rectus; nec non B, polus arcus A D; ac proinde arcus A D, ex dato angulo B, cum eius arcus sit, notus fiet. Cognitis autem tanta facilitate arcubus B D, A D, cum angulo recto B A D, inuenientur reliqua, vt prius. Quãdo datus arcus quadrãs est, & dati duo anguli inæquales.

SINT tandem dati duo anguli B, C, æquales. Diuidet arcus A D, & basim B C, & angulum A, bifariam; & arcus A B, A C, æquales erunt. Inquiratur, per problema 14. triang. sphær. ex dato arcu A B, angulum rectum D, subtendente, & dato angulo B, arcus B D: qui duplicatus totum quæsitum B C, offeret. Alter autem quæsitus A C, datus erit, cum dato A B, sit æqualis. Rursus, per problema 15. triang. sphær. ex eodem arcu dato A B, & angulo B, eliciatur angulus B A D; quo duplicato, habebitur totus B A C, qui quæritur. Quãdo duo anguli dati sunt æquales.



PER solos sinus ita absoluemus problema. Per problema 2. triang. sphær. inuestigetur arcus A D, ex dato arcu A B, rectum angulum D, subtendente, & dato angulo B, arcui A D, opposito. Atque hinc, per 1. praxim problematis 8. triang. sphær. reperiatur ex dato arcu A B, angulum rectum D, subtendente, & inuento arcu A D, tertius arcus B D: qui duplicatus totum quæsitum B C, dabit. Deinde, per 1. praxim problematis 1. triang. sphær. ex dato arcu A B, rectum angulum D, subtendente, Per solos sinus, quãdo duo anguli dati sũt æquales.

 & arcu

& arcu B D, *inuento indagetur angulus oppositus* B A D: *qui duplicatus offeret totum* B A C, *quæsitum*.

IN hoc porro casu non potest datus arcus A B, esse quadrans.

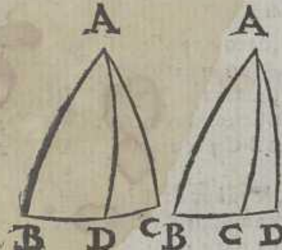
Quæruntur duo anguli cum vno arcu.

22. DATIS duobus arcubus trianguli non rectanguli, cum angulo, qui alteri eorum opponitur, reliquos angulos, cum reliquo arcu scrutari: si modo constet, num angulus alteri arcui dato oppositus acutus sit, aut obtusus.

Quãdo dati duo arcus sũt inęquales, & neuter eorum quadrans.

Propos. 67. triãg. sphęr.

SINT in triangulo A B C, dati duo arcus A B, A C, cum angulo B, qui arcui AC, opponitur: sint autem primum illi arcus inæquales, & neuter quadrans, constetq; præterea species anguli C, alteri arcui dato A B, oppositi. Ducatur ex angulo A, à datis arcubus comprehenso ad arcum B C, arcus perpendicularis, qui intra triangulum cadet, si vterque angulus B, C, sit acutus, vel obtusus; extra vero, si vnus acutus sit, & alter obtusus. Constat autem, an vterque angulus acutus sit, obtususve, an non; quia angulus B, datus est, cum specie anguli C. Inquiratur ergo, per problema 2. triang. sphær. ex dato arcu A B, angulum rectum D, subtendente, & angulo dato B, arcus oppositus A D. Et hinc, per problema 8. triang. sphær. ex eodem arcu dato A B, & arcu inuento A D, eliciatur tertius arcus B D. Hinc rursus, per problema 1. triang. sphær. ex dato arcu A B, rectum angulum D, subtendente, & arcu B D, inuento reperiatur angulus B A D, arcui B D, oppositus: Et per problema 13. triãg. sphær. ex dato arcu A C, rectum angulum D, subtendente, & arcu A D, inuento eruatur angulus C A D, à dictis arcubus comprehensus. Nam hic angulus adiectus ad inuentum angulum B A D, vel ab eodem subtractus, (prout arcus A D, cadit intra, vel extra triangulum) dabit quæsitum angulum BAC. Inueniatur præterea, per problema 15. triang. sphær. ex dato arcu A C, rectum angulum D, subtendente, & inuento angulo C A D, angulus A C D: qui erit is, quem quærimus, si arcus A D, intra triangulum cadit, si vero extra, ablatus ex duobus rectis dabit angulum A C B, quæsitum: sicq; duo reliqui anguli B A C, A C B, erunt cogniti.



DEINDE, per problema 8. triang. sphær. ex dato arcu A C, angulum rectum D, subtendente, & inuento arcu A D, inquiratur arcus C D. Hic enim additus arcui inuento B D, vel ab eodem subductus (prout arcus A D, intra triangulum cadit, vel extra) notum offeret quæsitum arcum B C.

IN hoc porro casu, nullus arcuum A D, B D, C D; quadrans esse potest.

PER *solos sinus ita erit agendum. Per problema* 2. *triang. sphær. ex dato arcu* A B, *an-*

A B, angulum rectum D, subtendente, & angulo dato B, inueniatur oppositus arcus A D: Atque hinc, per 1. praxim problematis 8. triang. sphær. ex dato arcu A B, dato rectum subtendente angulum D, & inuento arcu A D, eruatur tertius arcus B D: Atque hinc rursus, per 1. praxim problematis 1. triang. sphær. ex arcu A B, angulum rectum D, subtendente, & arcu inuento B D, reperiatur angulus oppositus B A D: Nec non, per 1. praxim problematis 8. triang. sphær. ex dato arcu A C, rectum angulum D, subtendente, & arcu inuento A D, eruatur tertius arcus C D; qui vel additus arcui inuento B D, vel ex eo subtractus, (prout arcus A D, cadit intra, vel extra triangulum) dabit quæsitum arcum B C. Per solos sinus, quando duo arcus dati sũt inæquales, & neuter eorum quadrans.

DEINDE *inuestigetur per 1. praxim problematis 1. triang sphær. ex dato arcu A C, rectum angulum D, subtendente, & inuento arcu C D, angulus oppositus C A D: qui angulo B A D, adiunctus, vel ab eo demptus, (prout arcus A D, intra triangulum, aut extra cadit) exhibebit quæsitum angulum B A C. Denique per problema 5. triang. sphær. ex arcu inuento A D, & inuento angulo adiacente C A D, reperiatur angulus alter A C D: qui erit ex quæsitis alter, si arcus A D, intra triangulum cadit, si vero cadit extra, detrahendus erit ex duobus rectis, vt reliquus fiat alter angulus quæsitus A C B.*

QVOD si alter datorum arcuum sit quadrans; si quidem A B, quadrans fuerit, erit quoque B D, quadrans, & angulus B A D, rectus, nec non B, polus arcus A D, ac proinde arcus A D, cognoscetur ex dato angulo B. Atque ita cognitis arcubus A D, B D, & angulo recto B A D, reliqua inueniemus, vt prius. Pari ratione, si A C, fuerit quadrans, erit quoque C D, quadrans, & angulus C A D, rectus, nec non C, polus arcus A D; atque adeo inuentus arcus A D, notum faciet angulum suum A C D; qui vnus erit ex quæsitis, si arcus A D, intra triangulum cadit; si vero cadit extra, idem ex duobus rectis detractus relinquet quæsitum angulum A C B. Inuentis autem tanta facilitate angulis C A D, A C D, & arcu C D, reperientur cætera, vt prius. Quãdo alter datorũ arcuum est quadrans.

SINT iam dati duo arcus A B, A C, æquales. Secabit arcus A D, & basim B C, & angulum A, bifariam, anguliq; B, C, æquales erunt; atque ita inquirendus erit tantum angulus B A C, cum arcu B C. Inquiratur ergo, per problema 15. triang. sphær. ex dato arcu A B, rectum angulum D, subtendente, & dato angulo B, angulus B A D; qui duplicatus offeret totum quæsitum B A C. Rursus, per problema 2. triang. sphær. ex arcu A B, angulum rectum D, subtendente, & inuento angulo B A D, reperiatur arcus oppositus B D: qui duplicatus totum quæsitum B C, dabit. Quãdo duo arcus dati sũt ęquales.

PER *solos sinus sic. Per problema 2. triang. sphær. inueniatur ex dato arcu A B, angulum rectum D, subtendente & dato angulo B, arcus oppositus A D: Atque hinc per 1. praxim problematis 8. triang. sphær. ex dato arcu A B, rectum angulum D, subtendente, & inuento arcu A D, reperiatur tertius arcus B D; qui duplicatus totum quæsitum B C, exhibebit. Per problema tandem 5. triang. sphær. inuestigetur ex inuento arcu B D, & dato angulo B, adiacente angulus B A D, arcui B D, oppositus. Hic enim duplicatus dabit totum B A C, quem desideramus.* Per solos sinus, quando dati duo arcus sunt æquales.

CAETERVM, vt facilius problema illud, quod maxime optamus, præsertim in sphæricis triangulis, inuenire possimus, confecimus hic indicem omnium problematum ad calculum necessariorum: quibus quidem numeros pręfiximus, qui indicent, quem ordinem quodlibet inter problemata, quorum praxes proxime exposuimus, obtineat; quemadmodum & supra problematibus ipsis in margine adscripsimus propositiones, & problemata, in quibus praxes demonstrantur in nostris triangulis rectilineis, & sphæricis. Quanquam autem in indice triangulorum sphæricorum rectangulorum proponantur tantum singula in singulis problematibus inuenienda: ijs tamen inuentis, pleraque etiam alia in eisdem reperiuntur, vt ex superioribus liquet.

INDEX PROBLEMATVM, ET PRAXIVM TRIANGVLORVM.

IN TRIANGVLIS RECTILINEIS RECTANGVLIS

Inuenitur

IN TRIANGVLIS RECTILINEIS NON RECTANGVLIS

Inueniuntur

12. Vnum latus, & duo anguli illi adiacentes; ex reliquis duobus lateribus, & reliquo angulo ab ipsis comprehenso.
13. Duo anguli, & vnum latus vni eorum oppositum; ex reliquis duobus lateribus, & reliquo angulo, qui vni eorum opponitur.

IN TRIANGVLIS SPHÆRICIS RECTANGVLIS

Inuenitur arcus angulo recto oppositus

3. Ex arcu circa rectum angulum, & angulo ei opposito.
12. Ex arcu circa angulum rectum, & angulo ei adiacente.
7. Ex vtroque arcu circa angulum rectum.
16. Ex vtroque angulo non recto.

Inuenitur arcus circa angulum rectum

2. Ex arcu rectum angulum subtendente, & angulo, qui quæsito arcui opponitur.
14. Ex arcu rectum angulum subtendente, & angulo, qui quæsito arcui adiacet.
8. Ex arcu angulum rectum subtendente, & altero arcu circa angulum rectum.
10. Ex altero arcu circa rectum angulum, & angulo ei opposito.
9. Ex altero arcu circa angulum rectum, & angulo ei adiacente.
4. Ex vtroque angulo non recto.

Inuenitur angulus non rectus

1. Ex arcu rectum angulum subtendente, & arcu circa angulum rectum, qui quæsito angulo opponitur.
13. Ex arcu angulum rectum subtendente, & arcu circa angulum rectum, qui quæsito angulo adiacet.
15. Ex arcu rectum angulũ subtendente, & altero angulo non recto.
11. Ex vtroque arcu circa angulum rectum.
5. Ex arcu circa rectum angulum, qui angulo quæsito opponitur, &

altero angulo non recto illi arcui adiacente.

6. Ex arcu circa angulum rectum, qui angulo quæſito adiacet, & altero angulo non recto illi arcui oppoſito.

IN TRIANGVLIS SPHÆRICIS NON RECTANGVLIS

Inueniuntur

17. Omnes tres arcus; ex omnibus tribus angulis.
18. Omnes tres anguli; ex omnibus tribus arcubus.
19. Vnus arcus, & duo anguli illi adiacentes; ex alijs duobus arcubus, & reliquo angulo ab ipſis comprehenſo.
20. Duo arcus, & angulus ab ipſis comprehenſus; ex reliquo arcu, & alijs duobus angulis huic arcui adiacentibus.
21. Duo arcus, & vnus angulus vni eorum oppoſitus; ex reliquo arcu, & alijs duobus angulis, quorum vni hic arcus opponitur: ſi modo conſtet ſpecies arcus alteri angulo dato oppoſiti.
22. Duo anguli, & vnus arcus vni eorum oppoſitus; ex reliquo angulo, & alijs duobus arcubus, quorum vni hic angulus opponitur: ſi modo conſtet ſpecies anguli alteri arcui dato oppoſiti.

ATQVE hic finis ſit noſtrorum triangulorum, in quibus omnia ea videor eſſe complexus, quæ ad calculum ipſorum requiruntur. His ergo, benigne Lector, interea fruere feliciter, dum tres integros libros triangulorum ſphæricorum Menelai, cum duobus Franciſci Maurolyci, in quibus multo plura, quam hic à nobis explanata ſunt, & quidem ſcitu iucundiſſima, continentur, clarioribus demonſtrationibus illuſtratos in lucem, Deo noſtris cœptis bene fauente, prodire ſinamus.

FINIS TRIANGVLORVM SPHÆRICORVM.

Reges[...]

† A B C D E F G H I K [...]
V X Y Z.

Aa Bb Cc Dd Ee Ff Gg [...]
Nn Oo Pp Qq Rr Sſ T[...]

Aaa Bbb Ccc Ddd Eee Ff[...]
Lll Mmm Nnn Ooo Ppp [...]

Omnes ſunt Duerni . Solum Gg S[...]

ROMAE,
Ex Typographia Dominici Baſæ.
M D L X X X V I.

...de su tang.^{te}

contrario restada

...tang.^{te} queda tangente

...de su secante queda

...ralm.^{te} restada la tang.^{te}

...secante queda tang.^{te} de

dicho angulo

Im

xk

ei sunt.