

SG

1931

11/1/88

Annuaire SORBA

Mécanica social

ANTONIO PORTUJALO & MARCELO

B.P. de Soria



61113139
D-2 416

D-2
416

2731



Nº 1122
B-1458

Apuntes sobre

Mecánica social

POR

ANTONIO PORTUONDO Y BARCELÓ

Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos. Antiguo Profesor
de Mecánica racional.



MADRID

IMPRENTA DE PRUDENCIO PÉREZ DE VELASCO

Campomanes, número 4

1912

OTRAS OBRAS DEL AUTOR

	<u>Pesetas.</u>
<i>Notas á la Geometría de E. Rouché y Ch. de Comberousse.....</i>	2,50
<i>Discusiones de Trigonometría.....</i>	2
<i>Ensayo sobre el Infinito.....</i>	2
<i>Apuntes para la Clase de Mecánica (con un Atlas)...</i>	6
<i>Cálculo de probabilidades, Teoría de los errores y Método de los mínimos cuadrados.....</i>	5
<i>Leyes de composición de movimientos helizoidales....</i>	2

~~~~~

Estos libros se hallan de venta en el domicilio del autor,  
calle del Barquillo, 8 triplicado, Madrid.

Á la Escuela Especial de Ingenieros  
de Caminos, Canales y Puertos

*dedico estos "Apuntes,, para rendir público testimonio de gratitud á nuestro ilustre Centro de Enseñanza, en el cual cursé y profesé después, durante muchos años, la Mecánica racional.*

*El Autor.*



# ÍNDICE DE MATERIAS

---

|                                                                                                       | <u>Páginas.</u> |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|
| Introducción...                                                                                       | 1               |
| <b>Ideas preliminares.—Definiciones.—Hipótesis.</b>                                                   |                 |
| I.—Concepto de la Mecánica social.....                                                                | 11              |
| Posición del individuo en un asunto.....                                                              | 16              |
| Posición de la agrupación social en un asunto.....                                                    | 17              |
| Estados de reposo ó de movimiento en un asunto.....                                                   | 18              |
| Definición de los elementos sociales.....                                                             | 21              |
| Agrupaciones sociales de diversos grados.—Enlaces..                                                   | 23              |
| División de la Mecánica.—Cinemática, Estática y Dinámica..                                            | 26              |
| II.—Principio de la inercia.—Noción de fuerza.....                                                    | 30              |
| Noción de masa.—Proporcionalidad de la fuerza á la aceleración.....                                   | 32              |
| Principio de la igualdad de la acción y la reacción.....                                              | 36              |
| Fuerzas psíquicas sociales.....                                                                       | 37              |
| III.—Sistemas de referencia.—Dificultades que surgen.....                                             | 40              |
| Parámetro para definir la posición de un individuo.....                                               | 43              |
| Cantidades fundamentales y cantidades derivadas en la Mecánica racional.—Símbolos de dimensiones..... | 49              |
| Sistema de exposición de la Mecánica.....                                                             | 51              |

## **Cinemática.**

|                                                                                    |    |
|------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Velocidad en el movimiento uniforme.....                                           | 55 |
| Casos de dirección constante y dirección variable.....                             | 56 |
| Velocidad en un instante del movimiento no uniforme.....                           | 58 |
| Método general de la media cuando se dispone de procedimientos de observación..... | 61 |
| Resultados prácticos de la teoría de los errores accidentales.....                 | 62 |
| Aplicación á un asunto de carácter social.....                                     | 67 |
| Ley de los grandes números.—Teorema de Bernoulli.....                              | 69 |

|                                                                                               |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Estado inicial para el estudio del movimiento de un individuo ó de una agrupación social..... | 72 |
| Aceleración en el movimiento uniformemente variado.....                                       | 73 |
| Aceleración en un instante de un movimiento cualquiera.—Aceleración total.....                | 75 |
| Velocidad ó aceleración estimada en una dirección dada.....                                   | 77 |
| Composición de dos movimientos.—Movimiento relativo.—Velocidades relativa y de arrastre ..... | 81 |
| Composición de varios movimientos.....                                                        | 84 |

## ESTÁTICA Y DINÁMICA

### Primera parte.—EQUILIBRIO Y MOVIMIENTO DEL INDIVIDUO.

|                                                       |     |
|-------------------------------------------------------|-----|
| El punto material.....                                | 89  |
| Principios fundamentales de la Mecánica racional..... | 93  |
| Adaptación á la Mecánica social.....                  | 95  |
| Principios ó Postulados.....                          | 98  |
| Leyes del equilibrio del individuo.....               | 109 |
| Leyes del movimiento del individuo en general.....    | 111 |
| Sucesión de movimientos de dirección constante..      | 114 |
| Indicaciones pedagógicas.....                         | 115 |
| Observación.....                                      | 117 |

#### *Teoremas sobre el movimiento del individuo.*

|                                                                                  |     |
|----------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 1.º—Teorema de las fuerzas vivas ó de la energía.—Trabajos de las fuerzas.....   | 119 |
| Consideraciones sobre la energía cinética del individuo.....                     | 122 |
| 2.º—Teoremas sobre las cantidades de movimiento.—Impulsiones de las fuerzas..... | 126 |
| 3.º—Teorema de la menor acción.....                                              | 131 |
| Observación final..                                                              | 133 |

### Segunda parte.—EQUILIBRIO Y MOVIMIENTO

#### DE LAS AGRUPACIONES SOCIALES.

#### *Estática social:*

|                                                              |     |
|--------------------------------------------------------------|-----|
| Teorema de los trabajos virtuales.....                       | 134 |
| Su adaptación á la Estática social.....                      | 136 |
| Tensiones de los enlaces sociales.....                       | 137 |
| Concepto general del equilibrio de las fuerzas sociales..... | 142 |



*Dinámica social:*

|                                                                        |     |
|------------------------------------------------------------------------|-----|
| Teorema de d'Alembert. ....                                            | 143 |
| Su adaptación á la Dinámica social. ....                               | 146 |
| Equilibrio dinámico.—Tensiones dinámicas de los enlaces sociales. .... | 148 |
| Problema general de la Dinámica social. ....                           | 149 |
| Problema inverso.—Su indeterminación. ....                             | 151 |

*Teoremas sobre el movimiento de una agrupación social.*

|                                                                                             |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 1.º—Teorema de las fuerzas vivas ó de la energía.—Trabajos de las fuerzas. ....             | 153 |
| Consideraciones sobre la energía cinética de una agrupación. ....                           | 154 |
| 2.º—Teoremas sobre las cantidades de movimiento.—Impulsiones de las fuerzas. ....           | 156 |
| Centro de masas.—Su movimiento, ó sea movimiento de conjunto de una agrupación social. .... | 158 |
| 3.º—Teorema de la menor acción. ....                                                        | 162 |
| 4.º—Teorema del menor esfuerzo.—Principio de Gauss. ....                                    | 163 |

**La energía universal.**

|                                                                                 |     |
|---------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Transformaciones mutuas de las energías físicas, fisiológicas y psíquicas. .... | 168 |
| Energías cinética y potencial de un punto material en un campo de fuerza. ....  | 180 |
| Energía total de un punto material.—Su conservación. ....                       | 182 |
| Campo de fuerzas psíquicas.—Sus caracteres. ....                                | 185 |
| Intensidad, dirección y sentido del campo. ....                                 | 186 |
| Energías cinética y potencial de un individuo en su campo. ....                 | 189 |
| Energía total de un individuo.—Su conservación. ....                            | 193 |
| Energías cinética, potencial y total de un elemento social. ....                | 195 |
| Energía potencial de un sistema de puntos materiales. ....                      | 197 |
| Energía potencial de una agrupación de individuos y elementos sociales. ....    | 200 |
| Teorema de la energía aplicado á una agrupación social. ....                    | 201 |
| Conservación de la energía total en la agrupación. ....                         | 202 |
| Conservación de la energía universal. ....                                      | 204 |



## INTRODUCCIÓN

---

Desde que Augusto Comte expuso en sus *Lecciones de Filosofía positiva* el concepto de una *Física social*, y pensó en una ciencia nueva á la cual dió el nombre de *Sociología*, él mismo sugirió (y después otros muchos escritores han desenvuelto) la idea de una *Mecánica de la sociedad*, con sus tres secciones *Cinemática, Estática y Dinámica*. Sería una rama de la Sociología pura ó abstracta, y sería una ciencia particular para el estudio de los movimientos ó del equilibrio producidos en las Sociedades—cualesquiera que éstas sean—por la acción de fuerzas de naturaleza psíquica, que muchos denominan fuerzas sociales. Dice De Greef que la Sociología abstracta ha de investigar las leyes generales que resultan de las relaciones de los hombres entre sí, independientemente de las formas transitorias que han revestido ó revistan dichas relaciones en las Sociedades particulares que hayan existido ó existan.

Yo creo en la posibilidad de constituir una Mecánica social abstracta cuando considero que la *Mecánica racional* es una ciencia general sobre *entes de razón*, y que en ella las fuerzas aparecen como *abstracciones*. En esta pureza estriba precisamente la excelencia de la Mecánica racional, porque permite que sus principios y teoremas se apliquen á todo género de fuerzas de la Naturaleza.

Así, por ejemplo, cuando se asimilan los astros á simples puntos materiales de diferentes masas, y se admite que las fuerzas que actúan sobre ellos son las de gravitación universal que siguen la ley de Newton, se constituye la Astronomía como una ciencia positiva abstracta, y es una *Mecánica* en la cual se ha podido aplicar con su lenguaje matemático, y en toda su pureza, los teoremas de la *Mecánica racional* para descubrir las leyes de los movimientos de los astros, y, por tanto, sus posiciones futuras. Estas predicciones son después verificadas y comprobadas por las observaciones.

En la *Mecánica aplicada* á los sistemas materiales de la Naturaleza que nos rodea, en la cual los cuerpos naturales no son ya entes de razón, se aplican también los teoremas de la *Mecánica racional*; pero la oscuridad de las leyes por las cuales se rigen las fuerzas moleculares de todo género impiden que esa ciencia de aplicación pueda ser hoy como la *Mecánica celeste*. En ella, los teoremas de la *Mecánica racional* dan, sin embargo, una primera aproximación, que después las ciencias físicas pueden reemplazar por otras leyes más y más aproximadas.

Si los principios y teoremas de la *Mecánica racional* son aplicables á todo género de fuerzas, parece que deben de serlo también á las de naturaleza psíquica, llamadas *fuerzas sociales*.

Para hacer la aplicación sería preciso que (sobre convenciones especiales) se pudiera:

1.º Definir bien los puntos de aplicación, determinando de un modo preciso sus posiciones.

2.º Determinar las direcciones y los sentidos en que actúan las fuerzas.

3.º Definir las masas de los individuos y de los elementos sociales.

4.º Concebir como medibles las intensidades de las fuerzas psíquicas, aunque nos sea desconocida su esencia íntima, como lo es la esencia de todo género de fuerzas de la Naturaleza.

La esencia de las cosas es siempre inaccesible para el

hombre, dado que la realidad no está, para nosotros, sino en nuestras representaciones interiores. Pero las ciencias son, en último término—como dice Poincaré—, sistemas de relaciones entre las cosas; y por ellas no se aspira á conocer la verdadera naturaleza de éstas, sino sus relaciones permanentes, tales como se den para el hombre mismo; porque como observa Mr. Le Dantec, lo que llamamos *las cosas* no depende sólo de la naturaleza del mundo, sino también de la naturaleza de quien lo describe. Cuando apercibimos en nuestro interior alguna relación constante expresada—para nosotros— por una ley alcanzada por los métodos científicos, y nos la representamos como apercibida del mismo modo por los demás hombres que la conocen científicamente, es muy natural que la consideremos como una ley que revela la armonía del Universo, aunque ella sea por nosotros y para nosotros, toda vez que en la Naturaleza misma lo que hay son los casos repetidos de cada fenómeno.

En un discurso ha dicho recientemente Poincaré que: “si la complejidad del mundo no fuera armoniosa, nuestro espíritu sólo vería los detalles á la manera del miope, y tendría que olvidar cada detalle antes de examinar el siguiente, porque sería incapaz de verlo todo á la vez: por eso el orden, en la complejidad, es lo que hace que ésta sea accesible„.

Debe de notarse también que *las cosas* entre las cuales se investigan relaciones científicas abstractas no son—si bien se mira—más que *símbolos*; porque al designarlas, ó bien nos referimos al *estado fugitivo* por que pasan (para nuestra consideración) en un instante dado, ó bien nos referimos á la *ley de variación* de la cosa de que se habla. En esta segunda manera no se trata sólo de un símbolo abstracto, sino que es además *puramente matemático*, como expresión de una función de muchas variables que estén en relación de dependencia mutua con la que se considere.

En estos *Apuntes* vamos á intentar un ensayo de asimilación de los movimientos sociales—vistos de un modo peculiar—á los movimientos de los sistemas que estudia la Mecánica de los sistemas materiales, mirando los hechos socia-

les como fenómenos naturales (1), y admitiendo que por la *Psicología experimental* se pudiera llegar algún día á precisar y determinar todo lo que dijimos antes.

Se necesita esto indispensablemente como base para poder *transportar* (si así puede decirse) las leyes generales y abstractas del movimiento y de las fuerzas del mundo real del espacio, al mundo igualmente efectivo, aunque psíquico, de los asuntos de carácter social. Habría de tenerse esa base, después de un estudio hecho directamente por la Psicología y la Sociología, ayudadas de la Estadística, toda vez que la Mecánica es impotente para esas investigaciones, que han de ser dirigidas por otros principios, y por los métodos propios de aquellas ciencias. Ya comprendo que el orden lógico debía ser el inverso, á saber: tener primero las bases psicológica y sociológica, obtenidas y asentadas por el estudio directo del hombre y de la sociedad, y después aplicar las leyes de la Mecánica. Pero como aquellas ciencias no nos proporcionan todavía lo necesario, he de suponer que algún día se tuviera; lo cual ya indica que mi intento es algo temerario, ó por lo menos, prematuro. Pero entreviendo yo la posibilidad de aplicar las leyes puras de la *Mecánica racional* á los individuos y á las agrupaciones de individuos, he partido—como se verá en los *Preliminares*—de aquellas suposiciones que he considerado adecuadas para encauzar los razonamientos. Es evidente, por lo demás, que si se llegara á demostrar algún día la absoluta imposibilidad de establecer las bases para la constitución positiva de la Mecánica social, tal como la he concebido, todas las especulaciones que encontrará el lector en estos *Apuntes* serían baldías. Pero deben recordarse estas palabras del *Dr. Maudsley*: “¡Cuáles no serían nuestro gozo y nuestro triunfo si llegáramos algún día (y esta esperanza no tiene nada de insensata) á medir por instrumentos delicados las energías que en la conciencia se manifiestan bajo las formas de sentimientos, de ideas y de voliciones!,” (Cap. I de la *Fisiología del espíritu*.)

---

(1) Damos á esta palabra su más amplio sentido.



Nosotros intentamos transformar en medios lógicos para el estudio de la *Mecánica social*, los resultados científicos obtenidos por la *Mecánica racional*: ésta trata, después de la Aritmética y la Geometría, del modo más simple y más universal de la existencia, como dice Augusto Comte; y este modo debe de volverse á encontrar espontáneamente en los otros modos de existencia más compuestos, como son los del individuo y la agrupación humanas, consideradas primero desde el punto de vista biológico, y después desde el punto de vista psicológico-sociológico.

El sociólogo americano, Mr. Small, indica que todas las ciencias que descubren y formulan las leyes de los procesos que se verifican en los órdenes antecedentes al orden social, deben de elaborar sus leyes con bastante minuciosidad para poder incorporarlas á la Sociología. Yo creo que las leyes mecánicas se hallan en este caso; y por eso las imágenes y los conceptos de la Mecánica racional—formulados por medio del simbolismo matemático—pueden valer acaso para imaginar y comprender los fenómenos psíquico-sociales *en su aspecto mecánico*, construyendo—por decirlo así—el modelo mecánico (de que hablaba Lord Kelvin) para facilitar la inteligencia de esos fenómenos.

Los sociólogos que han escrito sobre Mecánica social han desenvuelto generalmente sus ideas, preocupándose de las *cualidades* de las fuerzas que actúan sobre los individuos en sociedad, y también de los *finés* ó tendencias económicas, morales, etc.

Este modo de considerar la Mecánica social es totalmente distinto del que yo intento seguir. Habré de pensar sólo en el *cómo* de la acción de las fuerzas psíquicas, independientemente de su naturaleza específica; puesto que para mí esas fuerzas serán *puras abstracciones*, como lo son las de la *Mecánica racional*. La consideración de los fines es, por otra parte, enteramente ajena á nuestro estudio.

A la Sociología—apoyada en todas las ciencias—le corresponde, á mi entender, el estudio de los muy variados géneros de fuerzas sociales, con sus diversas cualidades, para penetrar, si es posible, en todo el proceso de la aso-

ciación humana; pero á mí me parece que la Mecánica debe de ceñirse al estudio de la acción (estática ó dinámica) de las fuerzas sobre los individuos y las agrupaciones sociales. En lo que los sociólogos denominan *Dinámica social* se comprende el estudio de la evolución de las estructuras de las Sociedades, cuestión que parece trascender ya de lo puramente mecánico.

El eminente Profesor *Ernst Mach* considera que es una preocupación la idea de buscar la explicación mecánica de los fenómenos físicos; y llega á calificar de absurda la aplicación de los conceptos mecánicos á otros órdenes de fenómenos, porque—dice él—esos conceptos no han sido desarrollados más que *para* la exposición de los hechos mecánicos, y no *para* la de los hechos fisiológicos ó psicológicos. Esto es cierto; pero en la *Mecánica racional* se expone simplemente un *aspecto* de los fenómenos del Universo, y yo no alcanzo á ver la razón por la cual no puedan ser aplicadas las leyes mecánicas *abstractas* á los fenómenos psíquicos, si éstos se miran *sólo bajo su aspecto mecánico*. Pensando en las causas ó fuerzas que producen modificaciones psíquicas en los individuos ó en las agrupaciones de individuos, cabe—á mí entender—investigar *cómo* se realizan en el tiempo esas modificaciones ó cambios, y ver si las leyes de la *Mecánica racional* son aplicables.

Spencer dice que toda verdadera *generalización* lleva comunmente consigo, no sólo una explicación de los hechos ó de la serie de hechos que se han estudiado *para* descubrirla y formularla, sino también de alguna otra serie de hechos diferentes, que á primera vista parecían no poder entrar en aquella generalización. Con arreglo á esta idea de Spencer, veo yo, por ejemplo, que la generalización sobre velocidad (al estudiar en *Cinemática* el hecho del movimiento de un punto en el espacio) sirve para otros hechos diferentes, y en general para todos los cambios cuantitativos (de cualquier género que sean) que se realicen por ley de continuidad en el tiempo.

El Profesor Ostwald dice, en su libro sobre la energía, que Mr. Ernst Solvay había tenido ya la idea de aplicar á

los fenómenos sociales la ciencia de la energía, y á esta aplicación dedica la última parte de su libro aquel eminente profesor.

Al intentar la aplicación de la *Mecánica racional* á entes y fuerzas psíquicas, se habrá de tener presente que *los conceptos puros* de la Mecánica no tienen otra realidad que la que alcanzan en nuestro pensamiento; que pueden servir para representarnos la conexión y sucesión de los hechos sociales en un aspecto de sus relaciones de dependencia mutua (si se consideran los fenómenos psíquicos que sean generales para todos los hombres en esas relaciones mutuas), viendo así el aspecto mecánico como abstraído de la realidad social; pero no pretender que por aquellos conceptos se explique toda la realidad social en su desenvolvimiento. Esta pretensión sería vana aun tratando de los fenómenos puramente físicos, toda vez que el aspecto mecánico abstraído del fenómeno físico no puede explicarlo totalmente. Ese aspecto, lo repetimos una vez más, es una abstracción, como lo es el aspecto geométrico.

Entre los sociólogos se admite ya generalmente que la Sociología pueda llegar á constituirse como ciencia, porque consideran que los fenómenos sociales obedecen á leyes; que si éstas no se han formulado todavía, es porque los hechos no son bastante conocidos á causa de la complejidad de su carácter psíquico.

Dice Ostwald que no se debe de renunciar nunca á la esperanza de llegar á explicar científicamente un fenómeno, ni á la de alcanzar tal ó cual conquista científica, porque todo hecho que entre en la esfera de nuestra observación, ya cumple por eso sólo la condición para poder sernos más y más conocido, es decir, que cae ya bajo el poder de la ciencia.

Se ha dicho, con razón, que el hecho de que los fenómenos meteorológicos, por ejemplo, no sean bastante conocidos no prueba ni remotamente que esos fenómenos dejen de obedecer á leyes uniformes é invariables, y se ha hecho observar que algunos fenómenos sociales, como los matrimonios, los nacimientos, los suicidios, la criminalidad, etc.,

aparecen, por las estadísticas demográficas, como obedeciendo á leyes regulares y determinadas, cuando se agrupan esos hechos en grandes números. Parece que en el curso ordinario de los sucesos humanos—como fenómenos psíquicos naturales—(si se miran en grande escala, eliminando las particularidades individuales, y se tiene cuidado de apartar las influencias perturbadoras) rigen leyes tan invariables como en los fenómenos naturales puramente físicos; de tal manera, que el tanto en cada uno de aquellos hechos sociales parece una consecuencia *necesaria* de la manera de ser de los individuos que constituyen una agrupación social en un instante dado, y de toda la organización de la Sociedad que se considere. Influyendo sobre estas causas y modificándolas, cabe influir sobre aquellos tantos que son su efecto.

Respecto al método, conviene recordar que aunque la Mecánica haya sido una ciencia inductiva en los comienzos de su desenvolvimiento histórico, y se hayan empleado para su constitución la observación y la experiencia que usan todas las ciencias físicas; hoy la encontramos ya como ciencia predominantemente *deductiva*, construida sobre las entidades abstractas de la *Mecánica racional*, en la cual las Matemáticas con su Análisis infinitesimal desempeñan el principal papel. Esto permite ya lo que Mach llamó, con frase tan celebrada y repetida, *la economía del pensamiento*, es decir, el menor gasto intelectual.

Aunque los razonamientos se hacen siempre en la *Mecánica racional* abstracta sobre simples *entes de razón*, hay que tener en cuenta que sus investigaciones no se dirigen metafísicamente hacia las causas esenciales, sino hacia las *leyes efectivas* del fenómeno natural del movimiento. La observación de lo que ocurra, como fenómeno natural, en los individuos y en las agrupaciones sociales, podrá servir como método de comprobación (de la exactitud ó probabilidad en unos casos, de la falsedad en otros) de las proposiciones abstractas de *Mecánica social* que se formulen, guiándose por los teoremas de la *Mecánica racional*.

John St. Mill, después de indicar que los fenómenos sociales dependen de las acciones de los hombres, así como de

las circunstancias exteriores, bajo el influjo de las cuales está el género humano, dice que el *metodo deductivo* es el único aplicable al estudio de los hechos sociales; pero basado—naturalmente—en las leyes de la actividad humana por una parte (1), y en las propiedades de las cosas exteriores, que serán el objeto de todas las ciencias físicas y naturales. Para obtener aquellas leyes y estas propiedades, podrá servir, según St. Mill, el método inductivo.

El mismo Augusto Comte reconoce que dependiendo necesariamente las ciencias más complejas de las que son más generales (en su teoría jerárquica de las ciencias), las consideraciones derivadas de estas ciencias anteriores tienen una importancia tal, que su introducción juiciosa conduce á hacer esencialmente deductivas muchas de las nociones fundamentales que en las ciencias aisladas no podrían ser más que inductivas.

En estos *Apuntes* nos abstenemos con todo rigor de hacer consideraciones filosóficas acerca de las nociones primeras de espacio, tiempo, fuerza, etc., á las cuales se han de referir necesariamente nuestras especulaciones; porque aunque tales consideraciones no llegaran á degenerar en metafísicas, nos habrían de alejar grandemente del fin que perseguimos, para lo cual nos desligamos de todo género de concepciones filosóficas. Siendo mi trabajo de simple exposición, no debe de extrañar al lector que revista cierta apariencia didáctica ó dogmática. No es que yo en manera alguna considere que el punto de vista en que me he colocado haya de ser aceptado indiscutiblemente; estimo, por el contrario, que habrá muchos á quienes repugne admitirlo. Pero (ajeno á todo espíritu de polémica) he procurado hacer la exposición, siguiendo las huellas de la *Mecánica racional clásica*, tal como se expone ésta en los cursos elementales; y por esto, y nada más que por esto, aparece cierta forma didáctica.

Al terminar esta *Introducción* me ocurre la idea de que el

---

(1) A mi entender, estas leyes á que se refiere St. Mill han de ser investigadas por la Psicología fisiológica.

contenido de mi trabajo á nadie habrá de satisfacer. Los hombres de ciencia positiva, como los matemáticos, los físicos ó los naturalistas, verán, desde luego, que no hay en él una labor científica propiamente dicha, y acaso lo consideren como una fantasía sobre motivos de la *Mecánica racional* (1); y encontrarán, además, que carece en muchos puntos de la precisión y del rigor exigibles.

Los sociólogos pensarán que sobra toda la armazón matemática que viene de la *Mecánica racional*, y que, además de no servir, á su juicio, para el caso, embrolla las cuestiones que ellos estudian por otros procedimientos que estiman más adecuados. Y los simples aficionados á leer trabajos sobre esta clase de estudios estimarán fundamentalmente que estos *Apuntes* son oscuros é indigestos, porque no he sabido manejar el estilo que se debe de usar para la vulgarización científica.

Perdóneseme no haber podido satisfacer, como era de desear, á uno siquiera de esos grupos de lectores.

---

(1) D. Eduardo Saavedra ha escrito estas palabras que me alientan: "Al par de las creaciones artísticas, las creaciones científicas proceden del raudal inagotable de la fantasía." El mismo Ernst Mach, dice: "En el orden científico-abstracto puede la imaginación ejercer su acción sobre los puros conceptos, dejándose guiar por las asociaciones y haciendo las convenientes selecciones." Y el eminente Profesor D. J. R. Carracido ha dicho en un discurso reciente, que: "en el mundo físico y en el psíquico son las imágenes la fuente más copiosa de nuestros conocimientos, y la fantasía la facultad espiritual de mayor alcance para la percepción de lo inaccesible á nuestros sentidos, y para relacionar los datos inconexos de la mera observación," y más adelante añade que: "la euritmia de las construcciones científicas es obra de las hipótesis, de las imágenes compuestas por la fantasía para satisfacer exigencias del razonamiento."

---



## IDEAS PRELIMINARES

### **Definiciones. — Hipótesis.**

#### I

Mirando cada Sociedad como un todo constituido por individuos y colecciones parciales de individuos, enlazados unos y otras entre sí por modos determinados, se nota que hay estrechas relaciones entre lo científico, lo artístico, lo económico, lo jurídico, lo político, lo religioso, lo moral, etcétera, y es natural que así sea, porque todos estos diversos géneros de asuntos de carácter social se dan simultáneamente en su psiquis colectiva, que es como una síntesis de las psiquis individuales. En cada individuo esos distintos géneros de asuntos están asimismo relacionados entre sí al darse simultáneamente en su psiquis individual.

En los individuos de cada especie animal hay una psiquis, que es específica, y casi todas las especies animales viven en agrupaciones de individuos, influyendo en ellas fuerzas psíquicas, lo mismo que en las agrupaciones de hombres. Pero siendo la especie humana la que ofrece el mayor desarrollo de tales fuerzas (al actuar como fuerzas sociales), nos referimos á las agrupaciones humanas en todo lo que hayamos de decir sobre la *Mecánica social* (1).

---

(1) Por los estudios biológicos se ha podido establecer, como ley general, que los individuos de las especies animales cuya vida activa ha de ser regida casi exclusivamente por los instintos heredados, pueden, casi desde que nacen, vivir por sí mismos, y que los individuos de las especies que durante su vida han de ir adquiriendo conocimientos, nuevos hábi-

Para el estudio pura y exclusivamente mecánico es indiferente que todos los asuntos de carácter social se deriven ó no de lo económico, y que éste ú otro cualquiera sea ó no sea el hecho social primitivo, porque estas cuestiones de principios, que podrán ser muy interesantes para la Sociología, carecen de importancia para nosotros, según veremos. Al tratar del aspecto mecánico en cada determinado asunto social, éste puede ser *uno cualquiera* de los diversos asuntos que hemos dicho.

A cada ciencia social particular corresponde la investigación de las leyes á que puedan obedecer los individuos y las agrupaciones sociales con respecto á un género dado de asuntos, que sea el particular objeto de ella; pero puede haber una ciencia más general y comprensiva, que tenga por misión investigar las leyes generales por las cuales se rijan los movimientos de modificación de individuos y agrupaciones, bajo la acción de las fuerzas psíquicas, y *cualquiera que sea* el asunto que se considere (1).

Con esta generalidad concebimos nosotros la *Mecánica social* como una rama de la Sociología abstracta.

Muchos sociólogos encuentran tales semejanzas y tantos caracteres comunes entre las agrupaciones sociales psíqui-

---

tos, etc., nacen, por el contrario, imposibilitados de vivir por sí mismos, y así lo están por mucho tiempo.

La capacidad para aprender es mínima en los insectos (que están en el primer caso) y llega á un máximo en el hombre (que está en el segundo caso). En el hombre no es lo más importante quizás la pura herencia natural, sino todo lo que va adquiriendo en la experiencia y mediante la acción de las fuerzas psíquicas de que hablaremos más adelante. Por esto, dice el psicólogo americano Baldwin, la conciencia se da en el hombre en su forma más elevada, porque para lograr el aprendizaje ó la modificación se produce en el niño una atención sostenida con esfuerzos repetidos. Para ello la materia gris del cerebro del hombre es muy inestable y muy plástica, y en su organización sucesiva durante la vida se va registrando, por decirlo así, todo lo adquirido por los esfuerzos y las experiencias; pero este orden de consideraciones es ajeno á nuestro propósito.

(1) El Profesor Simmel dice que las leyes de la asociación en general podrán ser descubiertas, si se ve lo que haya de común en las diversas asociaciones humanas que existan con fines especiales, ya económicos, ya religiosos, ya políticos, etc, etc.

camente consideradas, y los organismos animales—particularmente el cuerpo humano (que es el organismo más perfecto)—, que para el estudio de su estructura, de su fisiología y de su vida, no vacilan en mirar las agrupaciones sociales como organismos naturales, y en analizar así el proceso de su desenvolvimiento y de su vida. Algunos, como Lillienfeld, llegaron hasta decir que dicha analogía no debía de concebirse en un sentido figurado, sino perfectamente real; aunque después este sociólogo abandonó esa extravagante posición intelectual. Otros, como D. Francisco Giner, piensan que el organismo social no es fisiológico, sino psicofísico. Pero todo ese estudio de los órganos, de sus funciones, de sus relaciones mutuas y de sus relaciones con todo el sér de la agrupación social, etc., es enteramente ajeno á lo que nosotros intentamos tratar en estos *Apuntes*.

Así como es posible hacer abstracción de la complejidad orgánica del cuerpo de un animal, considerarlo simplemente como un sistema de puntos materiales y verle sometido, por la acción de fuerzas físicas, á las leyes de la *Mecánica* para su equilibrio ó su movimiento en el espacio (aunque á veces aparezca lo contrario), así también parece posible hacer abstracción de la disposición orgánica que haya en una agrupación social como sér vivo, de la manera como cada órgano desempeñe su función sirviendo al fin común del organismo todo (por el principio de la división del trabajo), etcétera; prescindir—en una palabra—de lo que se relacione con la vida de la agrupación social y con las leyes biológicas, para considerarla como un sistema de individuos y de colecciones parciales de individuos, sobre los cuales se ejerzan influencias de naturaleza psíquica, que actúen como fuerzas, é intentar—*sobre convenciones especiales*—la aplicación de los principios y teoremas de la *Mecánica racional*. En este estudio, puramente mecánico, no interesa ya todo aquello que será objeto de las ciencias sociales particulares apoyadas en la Sociología; lo mismo que en el estudio mecánico del cuerpo de un animal no interesa lo que se refiere á su organización para la vida que es el objeto pro-

pio de las ciencias llamadas naturales, incluyendo en éstas la Psicología.

Sea de esto lo que fuere—y volviendo á lo que decíamos—se observa que así en los individuos como en las agrupaciones sociales, cada uno de aquellos géneros de asuntos de carácter social, es *influido* por todos los otros, y *refluye* á su vez sobre todos ellos, con lo cual se revela la solidaridad en lo psíquico, así individual como colectivo. Pero para el estudio, habremos de considerar solamente *un determinado asunto*, sea científico, económico, político, ó religioso, etc., para ver, respecto de ese solo asunto, lo que puede haber de mecánico, es decir, intentar la aplicación de las leyes de la Mecánica al *equilibrio ó movimiento en ese asunto*, de los individuos y de las agrupaciones sociales.

Aunque en cada hecho social se den conjuntamente todos ó casi todos los géneros de asuntos, penetrándose mutuamente, consideramos indispensable mirar por abstracción el hecho bajo uno solo de sus aspectos sociales (uno cualquiera), porque la complicación sería enorme si se intentara aplicar las leyes mecánicas al hecho social en toda su complejidad. Conviene no olvidar, sin embargo, que cada aspecto es influido—como decíamos—por todos los demás.

Habremos de considerar á los hombres en su aspecto individual, y bajo el aspecto de agrupaciones sociales, tales como se nos presentan hoy en las sociedades civilizadas, sin entrar en consideraciones sobre origen, historia, etc., que son cuestiones sociológicas extrañas al estudio que intentamos hacer.

Al pensar en el sér colectivo de una agrupación social dada, notamos que, aunque los individuos y los elementos sociales constitutivos de ella se renuevan, como se renuevan ciertas partes constitutivas del organismo de un animal, de tal modo que en el transcurso de algún tiempo todas esas partes han cambiado; notaremos, digo, que hay otras cosas fundamentales en la agrupación, como sér vivo, que permanecen á través de todos esos cambios realizados. Este punto de vista, muy interesante para la Sociología, no ha de ser

tampoco tomado en cuenta aquí, porque nos alejaría demasiado de las leyes puramente mecánicas.

Cuando hablemos de *agrupación social* entenderemos siempre referirnos á una entidad constituida por individuos y por colecciones parciales de individuos, enlazados unos y otras entre sí por modos bien definidos para todos los asuntos de carácter social. Así serán para nosotros agrupaciones sociales de grados sucesivos: la familia, el municipio, la provincia ó región, la nación (1). Quizá podrían ser consideradas también como agrupaciones sociales la raza y la humanidad.

\*  
\* \*

Antes de definir lo que entendemos por *movimiento en un asunto* de carácter social, empecemos por notar que en un instante dado hay en cada individuo un conjunto psíquico de ideas, conocimientos, sentimientos, hábitos, cierto temple de voluntad para la acción, etc., *en ese asunto* de que tratemos, y que en todo esto, aunque no bien definido, domina alguna especie de homogeneidad, que dimana del asunto mismo á que se refiere lo psíquico, considerado en aquel conjunto (2). Así también en un instante dado hay en toda agrupación social un conjunto de instituciones establecidas, de conocimientos, de arte adquirido; hay un cierto sentido ético, etc., y todo ello, en relación á *un mismo asunto*, lo podemos mirar, aunque algo vagamente, como un conjunto, en el cual reina también en cierto modo alguna homogeneidad.

A fin de poder conservar las proposiciones de la *Mecánica racional* con los mismos términos que ésta emplea, da-

---

(1) Estas son las que D. Gumersindo Azcárate denomina *personas sociales totales*. No adoptamos esta denominación, por ser nuestro estudio exclusivamente mecánico, y ser, por tanto, ajeno, en cierto modo al concepto de persona.

(2) Dice Durkeim que esas notas psíquicas tienen un cierto valor de hechos sociales, en tanto cuanto los demás hombres con quienes ha convivido el individuo hayan influido en ellas. Esto ahora no nos interesa, aunque más adelante habremos de considerarlo.

remos á las palabras *posición en un asunto* de un individuo ó de una agrupación social un significado que corresponda á algo análogo á la *posición en el espacio* de un punto ó de un sistema de puntos. Llamaremos *posición en un asunto* de un individuo ó agrupación *en un instante* dado: *el conjunto de todo lo psíquico que haya, de cualquier modo que sea, en ese instante en el individuo ó en la agrupación, y que se refiera al asunto.*

Atentos solamente á la aplicación teórica que vamos á intentar, prescindimos de aquilatar la mayor ó menor propiedad de esa denominación. Siento no encontrar otra palabra más apropiada que la palabra *posición* para expresar lo que quiero indicar. La palabra *estado* corresponde en Mecánica, no sólo á eso que hemos llamado posición, sino también á lo que llamaremos *velocidad*; por esto diremos más adelante *estado de reposo*, para significar que un individuo tiene velocidad nula, cualquiera que sea su posición en un asunto en un instante dado. El *estado de movimiento* requiere—para ser algo bien definido—no sólo el conocimiento de lo que hemos llamado posición, sino además el conocimiento de la velocidad en el mismo instante. Esto se aclarará más adelante.

Si en un asunto del género científico, por ejemplo, consideramos á un individuo de los que se ocupan en él, diremos que tiene ese individuo, en un instante dado, su determinada *posición en el asunto*, que se manifiesta:

Por sus conocimientos é ideas actuales sobre el asunto.

Por su hábito (con valor actual) de mirarlo de cierto modo.

Por los sentimientos que en él acompañan actualmente á esos conocimientos y hábitos.

Por el tono actual de su voluntad, etc.

Respecto de un asunto de cualquier otro género—político, jurídico, económico, religioso, moral, artístico, pedagógico, etc., podría decirse lo mismo, tratando de un individuo (1).

---

(1) Respecto de la definición que hemos dado de la *posición en un asunto* del individuo, debemos de hacer notar que lo que haya en el individuo en un instante cualquiera puede estar: ó bien en la conciencia (que es lo



Si como caso particular de agrupación social se piensa en una nación y se la considera en un asunto del género político, por ejemplo, diremos igualmente que en un instante dado esa nación tiene su determinada *posición en el asunto*, y que está expresada por todo el conjunto psíquico anteriormente expuesto de ideas, sentimientos, aspiraciones, etc., de todos y cada uno de los individuos, así como de todos y cada uno de los elementos sociales de que hablaremos más adelante—y que enlazados entre sí y con los individuos constituyan la agrupación nacional—. Se entiende que esas ideas, deseos, sentimientos, etc., han de referirse al asunto político de que se trate.

La diferencia entre lo que llamamos aquí *posición en un asunto* de un individuo y la de un punto geométrico en el espacio, estriba en que ésta es simple—por decirlo así—mientras que aquélla es compuesta, porque comprende todo lo psíquico que, en relación al asunto, haya en el individuo en un instante dado, y consta, por tanto, de muy variados componentes (1). Podemos, sin embargo, concebirla como *simbolizada* por la posición que un punto ocupa en el espacio en ese instante.

La misma diferencia se nota entre lo que hemos llamado *posición en un asunto* de una agrupación social en un ins-

---

strictamente psíquico), ó bien sumergido en el fondo insondable de lo inconsciente ó subconsciente. Pero como á juicio de los psicólogos más eminentes lo inconsciente tiene su valor tan real y efectivo como lo consciente, debe de quedar incluido en lo que hemos llamado *posición del individuo en un asunto*, y es más fundamental—como indica Maudsley—que lo que haya en los estados de conciencia, y sea por esto estrictamente psíquico. Al considerar, pues, la posición en un asunto del individuo, se ve que es en realidad en un instante dado, lo mismo que la abstracción mental que (según Maudsley) llamamos nuestro *yo en ese instante*, que es: “una combinación que contiene todos los residuos de todos los pensamientos, de todos los sentimientos y de todas las voliciones precedentes, combinación que cambia continuamente.”

Este cambio de la posición por ley de continuidad en el tiempo es lo que llamaré después *movimiento del individuo en un asunto*.

(1) No entramos en disquisiciones de Psicología acerca de esos componentes psíquicos, y usamos la palabra *compuesta* en el sentido vulgar y corriente del lenguaje ordinario.

tante y la de un sistema de puntos en el espacio. Aquélla se refiere—como ésta—al conjunto de todos los individuos y de los varios elementos sociales que constituyan la agrupación; pero las posiciones en el asunto de estos individuos y elementos es compuesta, como hemos dicho. La posición que un sistema de puntos ocupe en el espacio en un instante dado nos servirá—á pesar de esas diferencias—como *símbolo* de la posición en un asunto de una agrupación social en ese instante.

Claro es que cada punto con su posición en el espacio es el símbolo de un individuo ó elemento social con la suya en el asunto. Las posiciones simultáneas (en un instante dado) en el espacio de los diversos puntos que constituyen un sistema material son *meros símbolos geométricos* de las varias posiciones que—en ese instante—tienen en un asunto los individuos y los elementos sociales que constituyen la agrupación, toda vez que estas posiciones de que hablamos aquí son concebidas como compuestos psíquicos *ajenos al espacio* (1).

Si concibiéramos que la posición en un asunto de un individuo ó de una agrupación fuera invariable en el tiempo, es decir, que no tuviera cambio ó *modificación alguna* al transcurrir el tiempo, diríamos que ese individuo ó esa Sociedad se hallaría en *estado de reposo en el asunto considerado*.

A esta posición invariable *correspondería un determinado* modo de pensar, de sentir y de proceder en el asunto que se considera, y ese determinado modo no se modificaría, sería constante en el tiempo.

Si, por el contrario, la posición en el asunto cambia con el tiempo, es decir, que se modifica por ley de continuidad al transcurrir el tiempo (por ley de continuidad también), diremos que el individuo ó la agrupación social se halla en *estado de movimiento en el asunto*, socialmente hablando.

---

(1) Definiremos más adelante lo que entendemos, en general, por *elementos sociales*; y diremos cómo concebimos que podrían ser simbolizados geoméricamente por puntos.

Esta palabra movimiento expresará, pues, para nosotros aquí, que hay modificación ó cambio en la *posición* del individuo ó de la sociedad dentro del asunto á que nos referimos, y á este cambio corresponderán modificaciones en la manera de pensar, de sentir y de proceder.

Fijando la atención en un solo individuo—para simplificar—, y concibiéndolo en movimiento en un asunto, hemos de pensar que, á partir de un instante dado, el movimiento de modificación se efectúa en una cierta y determinada *dirección y sentido*; y esta noción adquirida por la experiencia *corresponderá* en la representación geométrica á una dirección y sentido, cuando un punto se mueve en el espacio.

Para explicar el significado que damos aquí á las palabras *dirección y sentido*—hablando de lo psíquico—, podemos decir que entre las innumerables orientaciones posibles de modificación, á partir de una posición dada, la modificación, que se efectúa ó que se realiza, tiene una determinada orientación (entre esas infinitas posibles), y ésta es la que llamamos *dirección del movimiento en el asunto*.

Y así como en cada una de estas direcciones en el espacio hay los dos sentidos opuestos, y que para definir el elemento de trayectoria de un punto es preciso decir en cuál de los dos sentidos es este elemento de trayectoria, así también para definir un determinado *movimiento elemental*—en lo psíquico—se debe de decir en *cuál* de los dos sentidos opuestos se efectúa, puesto que la dirección sola en el asunto no basta para determinar cuál sea ese movimiento elemental.

A fin de aclarar esto con un ejemplo, veamos al individuo en lo religioso. Su posición en este género de asuntos se compone, en un instante dado, de un conjunto de ideas (verdaderas ó falsas) que, sentidas de cierto modo ó, mejor dicho, que unidas á ciertos sentimientos religiosos (que las mismas representaciones ideales pueden provocar) y que dependen del estado general del organismo, llegan á producir actos religiosos voluntarios que el individuo realiza. Pues bien: si todo este conjunto psíquico y también lo incons-

ciente—en el cual hay cierta homogeneidad —permaneciera inalterable al transcurrir el tiempo, ese individuo en lo religioso *estaría en reposo*, puesto que su posición religiosa no cambiaría en el tiempo (1).

Pero si por influencias psíquicas cualesquiera, directas ó indirectas, de origen interno ó externo (lo cual ahora no nos interesa), se ejerce sobre el individuo acciones que obren como fuerzas, y suponemos que éstas modifiquen, ya sus ideas ó sus conocimientos, ya sus sentimientos ó voliciones, etc., es decir, que modifiquen su posición religiosa, empleando en ello un cierto tiempo, veremos á ese individuo *en movimiento religioso* á partir de la posición inicial. El cambio muy pequeño que se realice en un transcurso muy pequeño de tiempo tendrá una determinada dirección, verbigracia, conocimiento adquirido (que no tenía) sobre la intervención ó no intervención directa (en todos los sucesos) del Dios en que él crea. Ese movimiento elemental en esa *determinada dirección* puede ser en el *sentido* del providencialismo ó en el sentido contrario. Otro individuo en estado de movimiento religioso también podría moverse en otra dirección, por ejemplo, modificando sus ideas ó sentimientos sobre las relaciones del sacerdote con los fieles para determinados actos. En esta dirección determinada caben los dos sentidos opuestos, á saber: afirmarla ó negarla, estrecharla (haciéndola más íntima) ó aflojarla.

Si pensamos—no ya en un simple individuo—sino en una agrupación social que se halla *en estado de movimiento*, veamos cómo se podría definir este estado á partir de una posición dada en un asunto. Para ello veamos el movimiento ó cambio que se realice en un intervalo muy pequeño de tiempo, lo que llamaremos el movimiento elemental.

Primeramente veamos la agrupación como constituida por individuos. En la Mecánica de los sistemas materiales,

---

(1) Este supuesto no se ofrece generalmente en los individuos que viven en las sociedades modernas civilizadas, con *vida efectiva* dentro de ellas.

los cuerpos son considerados en general como constituidos por partículas suficientemente pequeñas para que el movimiento de cada partícula sea *único*, es decir, para que sus partes (si las tuviera) tengan todas el mismo *único movimiento* en cada instante; pero como es imposible decir cuál debe ser el grado de pequeñez que se requiere para eso, se corta la dificultad en la Mecánica racional, tratando la partícula como un *punto geométrico materializado* (doble abstracción), que se llama *el punto material*. En la *Mecánica social* parece legítima la asimilación del individuo al punto material, toda vez que su movimiento en un asunto es único en un instante dado. El individuo *abstracto é ideal* que concebiremos, es (bajo este aspecto) tan indivisible, como lo es el punto material en la Mecánica racional. (Sobre esto ya hablaremos más adelante, en la *Primera parte de la Dinámica*.) Y así, para los estudios mecánicos, miramos toda agrupación social como constituida por individuos.

Pero, además, cuando la agrupación social que se considere sea de un grado de complejidad mayor que el de la familia (primer grado), ya aparecen en su constitución, no sólo los individuos, sino también las varias colecciones de individuos que—dentro de la agrupación total—designaremos con el nombre genérico de *elementos sociales*.

Importa explicar desde ahora lo que habremos de entender por *elementos sociales* en general, cuando los consideremos como constitutivos de una agrupación, juntamente con los individuos: éstos conservarán siempre para nosotros su propia individualidad, no como miembros de esta ó aquella colección parcial, sino como miembros de la agrupación, vista en su *totalidad*. Cuando hayamos de intentar la aplicación de los teoremas de la Mecánica racional á una agrupación social mirada como *sistema de individuos y elementos sociales*, será necesario, además, considerar definido el sistema—como tal—por todos los *enlaces* (como se dice en Mecánica) que haya de los individuos entre sí, de los elementos entre sí ó de los individuos con los elementos.

Los enlaces son los que ponen en relación los individuos y elementos, estableciendo cierta coordinación entre ellos.

Determinan, por decirlo así, la constitución social particular de una agrupación dada. Es difícilísimo (por no decir imposible), llegar á conocer detalladamente las acciones mutuas interiores que *directamente* se ejercen entre unos y otros individuos y elementos de una agrupación, así como las que *indirectamente* resulten actuando entre ellos, por intermedio de los enlaces. Ya veremos en la *Segunda parte de la Dinámica* que si estas últimas fuerzas interiores que provienen de los enlaces, no pueden ser determinadas particularmente, se podría, sí, hallar por el teorema de d'Alembert, un conjunto de fuerzas interiores que para cada individuo y para cada elemento social fuera equivalente á las de los enlaces, refiriéndonos siempre al asunto social de que se trate. No es posible desenvolver esta idea aquí en los *Preliminares*.

Veamos las agrupaciones sociales de diversos grados. En la de primer grado (que es la familia) se ve la agrupación constituída simplemente por individuos, y éstos enlazados entre sí. Los enlaces que en cada pueblo y en cada época de su historia ligan entre sí á los individuos de una familia, pueden ser muy varios y de carácter jurídico, económico, moral ó religioso. El estudio de esto corresponde á los historiadores, á los juristas y á los sociólogos; y su conocimiento sería indispensable para una Mecánica social práctica. No pudiendo ni siquiera aspirar á un bosquejo de ésta, nos basta, para nuestras simples especulaciones abstractas, concebir, como antes, la existencia de los enlaces. Téngase por hecha, de una vez para todas, esta indicación respecto de los enlaces más complicados en las agrupaciones de grado superior (1).

En el Municipio como agrupación de segundo grado (2), encontramos los individuos—las familias—y una multitud de otras colecciones de individuos organizadas para diversos

---

(1) Sobre los enlaces sociales ha hecho el Profesor Durkheim múltiples y atinadas observaciones en su libro sobre la *División del trabajo social*.

(2) Hablamos de Municipio—como hablaremos de provincia ó región y de nación—no en el sentido de subdivisión para fines políticos y administrativos en general, sino en el más amplio sentido de *agrupación social*.



finés sociales. Dentro de la agrupación municipal serán para nosotros *elementos sociales* las familias y todas estas colecciones. Supondremos que todos y cada uno de los elementos se puedan simbolizar por centros que respectivamente los representen; y así lo pensaremos para cada familia y para cada Centro ó Asociación científica, artística ó profesional; y para las que se llaman Cámaras de Comercio, Agrícolas ó Industriales; y para las Asociaciones filantrópicas, religiosas y de templanza y para las Asociaciones de obreros y las patronales; y para las representaciones de los partidos políticos, etcétera, etc.

Claro es que para esta individualización—como si dijéramos—de los elementos sociales, se requiere que todos los individuos que los formen tengan algunas notas comunes en relación con el asunto que se considere; y además, y muy principalmente, que haya principios de coordinación que establezcan la *constitución* del elemento mismo, para que sea posible conocer en cada instante *la posición en el asunto* de cada colección, por los procedimientos adecuados (para cada una), según las relaciones que liguén entre sí á los miembros de ella. Así puede concebirse individualizado cada elemento social, dentro de la agrupación total.

Se entiende—ya lo indicamos antes—que aunque un individuo forme parte de varios elementos sociales, conserva siempre su sér, como miembro de la agrupación en su totalidad, y por eso decimos que ésta se halla constituida por individuos y elementos sociales. Es claro que cada individuo, como parte integrante de un elemento, no aparece en la agrupación social, porque queda como fundido en el centro que simboliza el elemento.

En cuanto á los enlaces; debemos de repetir lo que ya dijimos, á saber: que cada agrupación municipal se definirá por los enlaces que se hallen establecidos de los individuos entre sí—elementos entre sí—é individuos con elementos (1), y serán enlaces de muy varios géneros. Nos basta

(1) No se habla ahora de los enlaces ó relaciones internas de los individuos de una misma colección. Ya dijimos que estos enlaces sirven para individualizar cada colectividad.



hacer constar su existencia y tener presente que pueden experimentar modificaciones en el tiempo cuando se considere una agrupación dada.

Si de los Municipios pasáramos á las provincias ó regiones—y de éstas á las naciones—considerándolas como agrupaciones sociales de tercero y cuarto grado, figurarían como elementos de las primeras los Municipios, representados por centros simbólicos para individualizarlos, y como elementos de las segundas las provincias ó regiones, análogamente individualizadas dentro de las naciones. Pero además aparecerán en las primeras nuevos elementos sociales de carácter provincial ó regional, que pueden ser de naturaleza muy varia; que estarán enlazados entre sí y con los Municipios é individuos, como éstos lo estarán á su vez unos con otros y entre sí, entendiendo que aquí los individuos han de ser considerados como miembros de la región mirada en su totalidad.

Lo mismo podríamos decir de las naciones, en las cuales habrá elementos sociales de carácter nacional muy variados, enlazados entre sí y con las regiones é individuos. En éstos, como se indicó antes, sólo hemos de ver ya miembros ó ciudadanos de la nación (1).

\*  
\* \*

Para dar ahora idea de lo que entendemos por movimiento de una agrupación social cualquiera en un asunto, recordemos que su posición en un instante se simboliza por la posición en el espacio de un sistema de puntos. La

---

(1) Terminamos ya estas ligeras indicaciones. No nos incumbe examinar lo que haya de ser la representación de una agrupación cualquiera en su totalidad. Si eso es el *Estado* de esa agrupación, no hemos de entrar en su estudio, porque no nos interesa especialmente.

Ya hemos dicho que para el estudio mecánico de una agrupación sólo habremos de considerar en ella individuos y elementos sociales, sean éstos cualesquiera.

A los políticos y juristas y sociólogos corresponde la clasificación y examen de todos y cada uno de los elementos sociales, estudiando el modo in-

agrupación, por tanto, podrá ser concebida en estado de reposo ó en estado de movimiento—socialmente hablando, según el estado de reposo ó de movimiento en que se hallen en ese instante sus *individuos* y *elementos* constitutivos. Diremos, pues, que se define el movimiento elemental de una agrupación por el conjunto de cambios muy pequeños que experimenten *las posiciones en el asunto* de todos sus individuos y elementos sociales en un intervalo muy pequeño de tiempo; cada uno de los movimientos elementales de los individuos y elementos se define, según hemos explicado, por su dirección y sentido particular.

Si se considera una nación como ejemplo de agrupación social, y se trata de lo político, por ejemplo, se ve que la posición política de la nación en un instante está dada por las posiciones políticas en ese instante de *todos* sus individuos y de *todos* sus elementos sociales. Si se concibiera que este complejo conjunto de *posiciones* (con la significación convenida) no cambiara en el tiempo, diríamos que esa nación *estaría en reposo* en lo político. Pero la realidad no es así en general, porque un inmenso número de influencias (para fines políticos) ejercen acciones psíquicas sobre los individuos y sobre los varios elementos sociales, y estas fuerzas sociales modifican lo que hemos llamado *la posición*

---

terno de ser constituido cada elemento social (su esfera privada, como se dice), y los modos de enlace con el resto de la agrupación. Los enlaces pueden ser de esta ó de aquella naturaleza, más ó menos íntimos, más ó menos bien dispuestos, etc. Todo esto, así como las transformaciones—por evolución ó por revolución—de los elementos, y la aparición de unos elementos y desaparición de otros en el transcurso de la vida de una agrupación social, etc., así como la aparición, desaparición ó modificación de los enlaces, son cuestiones enteramente ajenas á nuestro estudio, aunque los sociólogos las llaman dinámicas.

Se comprende bien que el número de los enlaces entre los individuos y los elementos sociales de una agrupación, y el modo de ser de dichos enlaces dependerán, no sólo del número de individuos y elementos, sino principalmente de su modo de vivir en sociedad. Por esos enlaces que definen una agrupación dada—es que se determinan los efectos que las fuerzas psíquicas sociales hayan de producir sobre los individuos y elementos que constituyan la agrupación, según veremos más adelante en la *Dinámica Social*.

y *el estado político* de la nación. En esta modificación elemental (que es un conjunto de modificaciones elementales) estriba el movimiento político ó el cambio elemental del estado político de la nación en el instante que se considera.

Expuesto ya cómo entendemos *el movimiento* de un individuo ó el de una agrupación *en un asunto*, diremos que la *Cinemática social* es, para nosotros, la ciencia que estudia los movimientos *en sí mismos*, haciendo abstracción de las causas que los producen—es decir, de las fuerzas sociales— para tener sólo en cuenta *los cambios de posición en el asunto y el tiempo* en que se operan esos cambios. Cuando se haya de estudiar la influencia de las fuerzas psíquicas que como fuerzas sociales actúen, ya sobre un individuo abstractamente mirado como aislado, ya sobre los individuos y los elementos de una agrupación, se presentarán dos casos:

1.º Que los efectos de las fuerzas se contrarresten unos por otros, de tal modo, que el estado en el asunto del individuo ó de la agrupación no cambie, es decir, que no se produzca modificación efectiva alguna, á pesar de las acciones ejercidas como presiones ó tensiones por las fuerzas. En tal caso, diremos que el individuo ó la agrupación *esta en equilibrio en el asunto*, ó bien diremos que *las fuerzas sociales se equillbran* en el individuo ó en la agrupación. El estudio de las leyes que rijan este equilibrio será para nosotros el de la *Estática social*. Se comprende que las presiones ó tensiones que se equilibren deberán de tener magnitudes, direcciones y sentidos que estén en ciertas relaciones mutuas. Tales fuerzas no obran sino *estáticamente*; no realizan, por tanto, *trabajos efectivos*, ni dan *impulsiones*.

2.º Que las fuerzas que actúen produzcan un cambio efectivo para el estado en el asunto del individuo ó de la agrupación; es decir, que la influencia de las acciones de las fuerzas se realice, ó bien haciendo pasar al individuo ó á la agrupación del estado de reposo al de movimiento, ó bien si el individuo ó la agrupación se encontraban en estado de movimiento en el instante en que empezaron á actuar las fuerzas, que el movimiento continuara de modo distinto de como hubiera continuado sin esas influencias. En uno y otro

cáso diremos que el efecto de esas fuerzas sociales ha sido *dinámico*. El estudio de las leyes á que obedezcan estos cambios reales y efectivos de estado en un asunto, de los individuos y las agrupaciones sociales, bajo la acción de las fuerzas psíquicas que actúen, de modo continuo, durante un transcurso cualquiera de tiempo, constituye la *Dinámica social*, en la cual habrá que apreciar ya las *impulsiones* y los *trabajos* de las fuerzas, como veremos más adelante.

Así, pues:

—En la *Cinemática* sólo intervendrán las *posiciones variables en un asunto* de individuos ó agrupaciones, y el *tiempo*.

—En la *Estática* sólo las *posiciones actuales en un asunto*, y las *fuerzas*.

—En la *Dinámica* hay que considerarlo todo, á saber: *posiciones en el asunto, tiempo, fuerzas*, y lo que llamaremos *masas*. Es ya la *Mecánica social* propiamente dicha.

Nótese que la *Estática* y la *Dinámica* tienen para nosotros una significación exclusivamente mecánica, porque tomamos las palabras en su sentido estricto, como dijimos en la *Introducción*. Los sociólogos—pasando por encima del aspecto mecánico, ó desconociéndolo—dan á esas palabras un sentido muy amplio para poder tratar en la *Estática* de *todos los fenómenos sociales* que se muestran, por decirlo así, en el estado estático; y en la *Dinámica* de *todos los fenómenos* que se van desenvolviendo en el proceso evolutivo que acompaña—digámoslo así—á la acción dinámica de las fuerzas sociales. Como se ve, nuestro intento es mucho más modesto. Nos habremos de ceñir á la aplicación de las leyes del equilibrio y del movimiento, formuladas por la *Mecánica racional*, que es el terreno en que nos encerramos, y siempre dentro del círculo de las ideas generales que corresponde á un curso elemental.

Como veremos más adelante, los hechos sociales, como hechos naturales, aparecen—para nosotros—determinados por los hombres mismos, considerados ya individualmente, ya como miembros de elementos sociales, y teniendo en cuenta el ambiente físico y psíquico en que se hallen. Será

indispensable, además, la consideración de los enlaces de individuos y elementos entre sí. De esta suerte—para el estudio mecánico—llegaremos á la entidad agrupación, pasando por los individuos y los elementos sociales.

Algunos sociólogos proceden inversamente, y ven á los individuos y elementos sociales á través de la agrupación que constituyen éstos. En nuestro modo de proceder *para el estudio* no se desconocerá, sin embargo, que los individuos y elementos—tales y como aparezcan en un instante dado—pueden ser, y son en último análisis, un producto de la evolución de la sociedad misma de que se trate.

Todo lo que haya en el interior de cada individuo ó elemento social—sea físico ó psíquico—actúa directamente sobre él mismo y sobre los otros; y lo que haya difuso, por decirlo así, en el medio ambiente (aunque al fin y al cabo en los individuos) obra sobre todos, como proviniendo del conjunto de la agrupación misma, vista en su totalidad. Esta última influencia, muy compleja, proviene de algo que aparece como resultado de toda la vida anterior de la agrupación en cada asunto de carácter social, y será para nosotros equivalente, en cada caso, á una fuerza que actúe sobre los individuos y elementos. Esta fuerza, que proviene del ambiente, es lo que generalmente se denomina *la acción social*; y emana—como se ve—de algo que esté en la conciencia pública. Cuando ésta es bien conocida, se puede estimar la dirección y el sentido de la fuerza y su intensidad. En unos asuntos podría ser muy pequeña ó nula la acción de dicha fuerza, y en otros intensísima.

Se comprende bien que sólo por abstracción se puede considerar una Sociedad como entidad aislada de los individuos y elementos que la constituyen; y sólo por abstracción también podremos considerar al individuo aisladamente, porque siempre es, en realidad, miembro de una agrupación social. Una y otra abstracción son—á mi modo de ver—legítimas *para el estudio*, según que se quiera fijar la atención sobre los fenómenos generales que se dan en las agrupaciones ó sobre los fenómenos individuales particulares; pero siempre sin olvidar que las agrupaciones están

constituídas por individuos y elementos sociales, ó que los individuos viven en las agrupaciones. Como dice muy acertadamente el Profesor Cooley, una vista *completa* de una Sociedad sería también una vista completa de todos los individuos y *viceversa*. Este distinguido Profesor americano considera que las agrupaciones sociales hacen á los individuos tanto como éstos hacen á aquéllas, porque no hay, dice, ninguna razón para mirar el aspecto individual de la vida como anterior ni como causa con relación al aspecto colectivo. La sociedad—según él—debe de ser mirada como un todo vital, y así pensada, es tan primaria y tan causal como pueden serlo los individuos. Pero los fenómenos generales ó sociales no son algo separado y como contrapuesto á los individuos, toda vez que el individuo y la sociedad no son más que aspectos de *una misma causa*, la cual—como dice Cooley—se desenvuelve por una serie de fenómenos, y va *toda ella* de unos tipos á otros más elevados, más complejos.

Cuando hayamos de tratar del equilibrio y del movimiento de una agrupación social, consideraremos este objeto de estudio, del mismo modo que la *Mecánica racional* considera un sistema de puntos. Para uno ú otro estudio, los enlaces definen—por decirlo así—el objeto, que es el sistema ó la agrupación, como entidad.

Las leyes generales y abstractas del equilibrio y del movimiento á que obedecen con regularidad los sistemas de puntos materiales entre los cuales median enlaces, nos conducirán á formular leyes generales y abstractas también á las cuales puedan obedecer con la misma regularidad las agrupaciones de individuos y elementos sociales. entre los cuales median enlaces, ya sean leyes de equilibrio, ya de movimiento.

El verdadero problema general de la Mecánica es el de la Dinámica de los sistemas ó agrupaciones. Así como en la *Mecánica racional* se puede teóricamente predecir para cada instante futuro las posiciones y las velocidades de los puntos de un sistema *bien definido*, si son dadas *todas las fuerzas* que actúan, y es dado el *estado inicial* del sistema, así



también parece que el día en que se pudiera tener constituida científicamente la *Dinámica social*, se podría llegar á aquel resultado para las posiciones y velocidades (en un asunto social) de los individuos y elementos de una agrupación *bien definida*, con los datos indispensables de *fuerzas* y el conocimiento del *estado inicial*. Es claro, además, que las tensiones dinámicas de los enlaces sociales deberán de obedecer á las leyes formuladas por la Dinámica de los sistemas materiales, como veremos en lugar oportuno (1).

## II

Para intentar más adelante la exposición teórica de los principios y teoremas de *Estática social* y de *Dinámica social*, aplicando los de la Mecánica racional á los individuos y á las agrupaciones sociales, es indispensable recordar algunas nociones é ideas preliminares de la ciencia del movimiento y de las fuerzas.

Se sabe que la idea de movimiento es esencialmente *relativa*, y arranca de la experiencia muy antigua del hombre por los movimientos de los cuerpos *con relación* á su propio cuerpo (2). Pero Newton partió de la noción abstracta y metafísica de lo que él llamaba tiempo absoluto ó matemático,

---

(1) *Schaeffle* dice que respecto de una agrupación social dada se puede predecir de un modo enteramente cierto como haya de conducirse respecto de un problema económico, político, artístico ó religioso.

Esta indicación de *Schaeffle* corresponde bien á lo que hemos apuntado, porque decir *una agrupación social dada* equivale á decir que se conocen bien los individuos y los elementos sociales, así como los enlaces que definen la agrupación de que se trata, y también el estado inicial en que se encuentre esta agrupación respecto del asunto que se considere. Y al decir *un problema*, se refiere quizá *Schaeffle*—así parece—al conjunto de fuerzas así exteriores como interiores que, en relación con el asunto, actúen sobre la agrupación.

(2) Piensan algunos que la creencia en el movimiento *absoluto* proviene de haberse fijado hereditariamente, á través de millares de generaciones, aquella idea de movimiento, que ha tomado así el aspecto de absoluto. Los que así piensan aplican idéntica consideración á todas las nociones que el hombre tiene hoy como absolutas.



cómo transcurriendo siempre del mismo modo; y de la noción—también abstracta y metafísica—de espacio absoluto, que permanece siempre como inmóvil y semejante á sí mismo.

Estas nociones, y la consiguiente del movimiento absoluto, aunque careciendo de toda significación real, sirvieron á Newton de base para sus deducciones matemáticas, y para explicar el encadenamiento en la dependencia mutua de los fenómenos mecánicos. Así Galileo y Newton constituyeron definitivamente la Mecánica como ciencia. Sea lo que fuere de esas nociones metafísicas sobre las cuales nos abstengamos de filosofar, nos expresaremos por medio de ellas, como se expresa todo el mundo.

En la exposición newtoniana de la Mecánica, después de adoptar como base esas nociones, se admite como *primer Principio* el de la *inercia*, por el cual se afirma que, si no hubiera fuerza alguna, un punto material permanecería en reposo eternamente, ó se movería en el espacio absoluto uniformemente y en línea recta indefinida (1). Si como hecho físico se observa que un punto pasa del reposo al movimiento ó se observa que existe alguna aceleración en el movimiento de un punto, es lógico inferir de ese hecho la existencia de alguna acción *exterior* que lo produce, y se llama *fuerza*. Por esto se dice, con razón, que la fuerza es una abstracción á que se llega por una inferencia lógica, si se admite el principio de la inercia (2). La hipótesis de la exis-

---

(1) La inercia debe de ser vista como *Postulado* que se refiere al punto material y no á los cuerpos, porque en éstos hay ya fuerzas interiores que están ejerciendo su acción, por pequeño que sea el cuerpo que se quiere concebir. Hay que admitir el principio de la inercia para la pura abstracción del *punto material*, de que parte la *Mecánica racional*. Hay quienes rechazan el principio de la inercia, porque supone las nociones metafísicas del espacio y del tiempo *absolutos*, que no son admisibles, y estudian la exposición de algunas leyes mecánicas sin el principio de la inercia. Ya dijimos en la *Introducción* que para la aplicación á los asuntos de carácter social seguiríamos el camino trillado de los cursos elementales de la Mecánica racional *clásica*.

(2) A propósito de la noción de fuerza, son de recordar las palabras de Cournot: "Si el hombre no tuviera conciencia de su propio esfuerzo

tencia de la fuerza envuelve, como se ve, algo que transcende del hecho mismo, y cuando en la *Mecánica racional* se hace la hipótesis para la acción á distancia, se introduce además algo que parece repugnar al sentido común. Para las aplicaciones en las ciencias físicas, el éter salva esta repugnancia; pero para la pura *Mecánica racional* se puede perfectamente admitir la acción á distancia como un símbolo, según dice Echegaray.

No es cosa de nuestro tiempo modernísimo el escrúpulo sobre las acciones á distancia, porque al mismo Newton (al introducirlas en la ciencia) le parecía absurdo que un cuerpo pudiera actuar sobre otro á través de un espacio vacío, sin intermediario. Newton desistió de hacer hipótesis para explicar el fenómeno de la gravitación universal, y por eso dijo clara y terminantemente que él no había encontrado la explicación del fenómeno. El no se ocupó en especulaciones sobre las causas ocultas, ni sobre el origen de las acciones mutuas en razón inversa del cuadrado de las distancias. Trató de examinar los fenómenos del movimiento tales como aparecen, y vió *cómo se podrían realizar* los hechos, dejando á un lado el *por qué* (1).

Pasando á otra noción, recordemos que se define la *masa m* de un punto material como la relación de la fuerza á la aceleración  $m = \frac{F}{J}$ ; es decir, como un coeficiente constante de *capacidad para el movimiento* de ese punto mate-

---

(por el sentido muscular), el espectáculo de la naturaleza habría podido despertar en él las nociones de espacio, de tiempo y otras, pero no la de fuerza.

Sobre la génesis de la noción de espacio, Poincaré dice á su vez: "Para un sér completamente inmóvil no habría espacio; en vano se moverían á su alrededor los objetos exteriores; las variaciones que él notara en sus impresiones propias no serían atribuidas por ese sér á cambios de posición, sino á simples cambios de estado, porque él no tendría medio alguno de distinguir esas dos especies de cambios; esta distinción — capital para nosotros — carecería de sentido para él."

(1) El concepto metafísico de *causa* no conduce á nada en las ciencias positivas. Estas lo reemplazan—como dice Mach—por el concepto matemático de *función*, la cual expresa simplemente la dependencia recíproca de los elementos que intervienen en los fenómenos.

rial. Aunque Newton, para designar la masa de cada punto material, hablara de cantidad de materia, lo cual (así dicho) no significa nada; él vió y señaló claramente la *constante* que hay en cada punto material para los efectos del movimiento. Invertiendo la definición de masa, se dice que la magnitud de la fuerza es el producto de la masa  $m$  por la aceleración  $J$  ( $F = m \cdot J$ ).

El profesor Ernst Mach insiste mucho en su Mecánica en que la noción de masa—como característica determinante para el movimiento—debe de arrancar del hecho de experiencia, de que dos cuerpos libres  $A$  y  $B$ , sometidos solamente á su *acción mutua*, se comunican aceleraciones opuestas, que pueden ser iguales ó diferentes. En el primer caso se dice que  $A$  y  $B$  son *de la misma masa*, y así queda definida la igualdad de dos masas; en el segundo caso, se dice que el cuerpo  $B$  es *de masa  $m$*  (si se adopta como unidad la del cuerpo  $A$ ), cuando la aceleración que reciba  $A$  es  $m$  veces la que reciba  $B$ . De aquí pasa después—para cualquier unidad ó término de comparación—á que la relación de masas es la relación inversa de las aceleraciones producidas en uno y otro cuerpo por su acción mutua. Y se ve que, decir que  $\frac{m}{m'} = \frac{J'}{J}$ , conduce á afirmar que  $m_j = m' j'$ , que es el principio de la igualdad de las fuerzas de acción y reacción (de que hablaremos más adelante), si al producto  $m_j$  se le llama *fuerza*.

Si se dice que la *dirección* y el *sentido* de la fuerza son la dirección y el sentido de la aceleración, y se llama *punto de aplicación* al punto mismo que se mueve, se ve que la fuerza debe de ser mirada, para el estudio, como un *vector localizado en el punto*; y se establece la regla del paralelogramo para la composición de dos fuerzas como vectores, generalizándola después para la composición de muchas fuerzas.

Recordados estos primeros pasos para la constitución de la Mecánica como Ciencia, vengamos ya á nuestro intento, y pensemos en un solo individuo y en un asunto cualquiera de carácter social. Sea un instante como instante inicial para el

transcurso del tiempo, y consideremos lo que hemos llamado la posición en el asunto en ese instante. Esta posición se llamará *posición inicial* del individuo. Si primeramente— para simplificar— concebimos á éste en reposo en su posición inicial, y *admitimos el principio de la inercia*, y vemos que la posición en el asunto se modifica, inferimos la existencia de alguna *acción exterior* al individuo, que influyendo sobre él, ha determinado el cambio ó modificación de su posición en el asunto (1). La acción ó las acciones de alcance psíquico son las que llamaremos *fuerzas*. Cuando se relacionen á un asunto de carácter social, al cual se refiera la posición del individuo, diremos que esas fuerzas psíquicas desempeñan el papel de *fuerzas sociales*.

Cualquiera que sea el origen de una acción que se ejerza sobre el individuo, aunque sea puramente físico, y aunque brote del interior del cuerpo del individuo, de sus órganos mismos, diremos que la acción que se ejerza obra como una *fuerza psíquica*, desde el momento en que admitimos que determina el *efecto psíquico* de influir en *la posición psíquica* del individuo *en el asunto*.

Corresponde á la *Psicología general* el análisis de estos procesos en que nosotros no hemos de ocuparnos.

En ciertas circunstancias podrán predominar las influen-

---

(1) En la *Primera parte de la Dinámica* examinaremos cómo el principio de la *inercia* podría ser admitido para la *pura abstracción* del individuo en un asunto, y explicaremos el sentido que damos á la palabra *exterior*.

Habremos de justificar entonces la asimilación del individuo al punto material, y habremos de sentar *como admisibles para el individuo los tres postulados de la Mecánica*. Con esto nos parecerá ya estar autorizados á traducir las proposiciones de la *Mecánica racional*, puesto que se podrían repetir los razonamientos que se hacen en esta Ciencia. Lo que haremos no será— así me parece — un simple juego de palabras para calcar las proposiciones de la Mecánica racional, poniendo fuerza psíquica donde diga fuerza física, individuo por punto material, un asunto social por el espacio, etc. En las ocasiones en que lo creamos indispensable (para la claridad), repetiremos los razonamientos para establecer las proposiciones de la *Mecánica social*; pero como se necesitaría un Tratado completo para reproducir el de Mecánica racional, nos limitaremos á meras indicaciones en estos *Apuntes*.

cias que vienen del medio ambiente externo, físico ó psíquico; y en otras, las que proceden del medio ambiente interno, digámoslo así. El Profesor americano Baldwin ve unas ú otras fuerzas, como actuando sobre dos polos distintos desde la niñez, y contribuyendo unas y otras fuerzas á las modificaciones psíquicas del individuo.

Según Baldwin, el proceso se sigue como en círculo; primero por la acción de las fuerzas del exterior sobre el polo *receptivo* ó imitativo del niño, y luego por la acción de las fuerzas de lo interior sobre su polo activo ó *agresivo*, según la expresión de Baldwin. Pero todo esto es ajeno á nuestras especulaciones mecánicas. Nosotros veremos unas y otras fuerzas actuando en un instante dado según las mismas leyes, como explicaremos más adelante. Las fuerzas que proceden del medio ambiente interno de un individuo, no se ven tan claramente como las que vienen de lo exterior como sugerencias; y parece que nos manifestamos como árbitros de nuestras propias acciones. Quizá esto se deba simplemente al hecho de que esas fuerzas emanan de nuestro propio interior, fisiológico ó psíquico. Prescindimos de todas las cuestiones que puedan suscitarse acerca de si tales ó cuales influencias merecen ó no merecen tal ó cual nombre, y si su estudio corresponde á tal ó cual ciencia.

Siguiendo nuestra exposición, diremos que el individuo—asimilado á un punto material—será considerado como el *punto de aplicación de la fuerza*.

Si se trata de una sola fuerza, y el individuo está en reposo en su posición inicial, la dirección y el sentido del movimiento de modificación que se inicie, se atribuyen á la fuerza; y así diremos que esa es *la dirección* y ese *el sentido de la fuerza psíquica*. Son éstas las mismas idénticas abstracciones hipotéticas que sirven de punto de partida á la *Mecánica racional* clásica.

No se olvide que siempre que decimos fuerzas psíquicas entendemos referirnos á las fuerzas de muy variados géneros que actúan por intermedio de las psiquis individuales, ó las que producen, como quiera que sea, un efecto psíquico. Usamos este calificativo como contrapuesto á *físico* para

distinguir esas fuerzas de otras como la gravitación, la de cohesión ó de elasticidad, la de afinidad química, etc., que influyen en los fenómenos de movimientos (en el espacio) de los cuerpos materiales, ejerciendo sus acciones físicas.

Para establecer el segundo principio de la Mecánica y tratar el problema dinámico de las fuerzas actuando sobre un individuo *en estado de movimiento*, será indispensable fijar antes los conceptos de *velocidad* y de *aceleración* en el movimiento de un individuo. Entonces podremos definir también la *masa* de cada individuo *para un determinado asunto*, como un *coeficiente de capacidad* de ese individuo *para modificarse en el asunto* que se considere, á semejanza de lo que hemos recordado sobre la masa de un punto material, es decir, como una relación de la fuerza á la aceleración. No podemos decir más en estos *Preliminares*, reservando la explicación de ello para la *Primera parte de la Dinámica*.

En la Mecánica racional se admite el principio de la *igualdad de la acción y de la reacción* en la dirección de la recta que une dos puntos materiales y en sentidos opuestos—sean atractivas ó repulsivas—. De este principio se desprende que la relación  $\frac{m}{m'}$  de las masas de dos puntos materiales es la inversa de la relación de las aceleraciones que la fuerza de *acción mutua* produciría en el uno y en el otro  $\frac{J}{J'}$ ; puesto que en el uno y en el otro—siendo iguales las fuerzas de acción y de reacción—el producto  $m J$  es igual al producto  $m' J'$  (1).

(1) Se ha hecho notar por algunos que al aplicar esta propiedad á la acción de la gravedad se comprueba que la relación de las masas de dos cuerpos  $A$  y  $B$ , es decir  $\frac{m}{m'}$  es igual á la de sus pesos  $\frac{p}{p'}$ ; porque siendo una misma  $g$  la aceleración de los movimientos de caída de los dos cuerpos  $A$  y  $B$ , al pensar en la acción y reacción del cuerpo  $A$  con la Tierra (de masa  $M$ ), se tiene:  $\frac{m}{M} = \frac{J}{g}$ ; y al pensar en la acción y reacción del cuerpo  $B$  con la Tierra, se tiene:  $\frac{m'}{M} = \frac{J'}{g}$ .

Y de aquí se deduce que  $\frac{m}{m'} = \frac{J}{J'}$ ; pero como  $J$  y  $J'$  son aceleracio-



Admitiendo este principio para las acciones y reacciones *sociales*, se podría decir igualmente: que cuando un individuo ó elemento social reciba la acción de una fuerza, reaccionará con igual intensidad en sentido opuesto. Si se consideran la acción y la reacción entre dos individuos ó elementos, se comprende que los efectos de cambio en el estado de movimiento que se produzcan en el uno y en el otro por esa acción y reacción *mutua*, serán muy diferentes, si las masas para el asunto de los dos individuos ó elementos lo son, toda vez que esos cambios en su estado han de ser en razón inversa de las masas. Por esto, el individuo ó elemento social dotado de gran masa, es decir, de poca capacidad para modificación en ese asunto (relativamente á la que tenga el individuo ó elemento sobre quien actúe, y de quien reciba la reacción) sufrirá relativamente pequeña modificación en su estado.

Cuando hayamos de considerar, no ya un sólo individuo, sino una agrupación social, deberemos de pensar que las fuerzas que ejercen su acción sobre un individuo ó elemento cualquiera de la agrupación, pueden emanar de algo exterior á ella, ó del interior de la agrupación misma. Las primeras se llaman fuerzas *exteriores*; las segundas fuerzas *interiores*. Estas aparecen siempre conjugadas dos á dos, en virtud del principio de la acción y la reacción. A este conjunto de acciones y reacciones mutuas contribuyen todos los individuos y elementos de la agrupación social. Si éstos son conscientes de ello, el movimiento ó el *equilibrio* social se realiza con conciencia; pero eso no nos interesa aquí.

Tampoco á la *Mecánica social*—tal como la concebimos—le importa desentrañar los caracteres y la naturaleza específica de las acciones que obren sobre los individuos y elementos, ni los caracteres psicológicos de los individuos ó

---

nes de la Tierra, debidas, por una parte, á la fuerza de reacción  $p$  del cuerpo  $A$ , y por otra á la fuerza de reacción  $p'$  del cuerpo  $B$ , la relación  $\frac{J}{J'}$  es igual á la de estas fuerzas  $\frac{p}{p'}$ ; y, por tanto,  $\frac{m}{m'} = \frac{p}{p'}$ , como debía de ser por las definiciones mismas.



elementos de quienes emanen fuerzas. A la Mecánica le bastaría conocer los puntos de aplicación, las direcciones y sentidos, y las intensidades de las fuerzas (1).

Cuando queramos darnos cuenta de lo que es primeramente en cada individuo la actividad psíquica, pensemos que se halla solicitado—en un instante dado—por muy varias impresiones (sean sensaciones ó representaciones de diversos géneros) que son provocadas en él por excitaciones *simultáneas* de origen externo ó interno. De todas estas acciones desempeñarán para nosotros el papel de fuerzas psíquicas que *obran efectivamente*, aquellas impresiones que se impongan de tal modo que el individuo *atienda* á ellas y las perciba.

Unas veces será debida la atención á la novedad de la impresión; otras veces á la nota sentimental que la acompañe; otras á la analogía que tenga con lo que ocupe la conciencia del individuo en ese instante, etc. Podría decirse en general que la atención recaerá sobre aquellas impresiones que el individuo acoja con mayor interés, cualquiera que sea la razón para ello.

Pues bien, á estas impresiones efectivamente percibidas y á las representaciones de diversos géneros que se unan á ellas se referirán las fuerzas psíquicas que habremos de considerar en estos *Apuntes*. Su intensidad no dependerá tan sólo de la magnitud—por decirlo así—del excitante (físico ó psíquico, externo ó interno por su origen), sino también de la disposición de ánimo en que se halle el individuo ó el elemento social sobre quien actúe en el instante que se considere (2).

---

(1) Nos parece hoy aspiración irrealizable la de medir esas intensidades, por lo cual nuestro intento es meramente especulativo, sin aplicación posible hoy. Pero si algún día se pudiera hacer la medición de las fuerzas psíquicas por procedimientos que sugiriese la Psicología experimental, y se pudiera, además, determinar de un modo preciso las *posiciones* en un instante dado de los individuos y de los varios elementos de una Sociedad, parece que la Mecánica social podría quedar constituida científicamente.

(2) Veremos más adelante que al tratar de un determinado asunto quizá se pudiera llevar esa disposición de ánimo á ser mirada como una constante, si se pudiera llevar la influencia de su variabilidad á ser repre-

Conviene por todo esto advertir que no basta que emane de un individuo ó elemento social una iniciativa para que ésta deba ser considerada como una fuerza por el sólo hecho de existir, sino que es necesario que *obre* para modificación. Es de notar, además, que el *carácter psíquico*, así de la iniciativa como de su acción ejercida, reclama cierta adaptación del individuo ó elemento social de quien emane, á los individuos y elementos sobre quienes se ejerza, para que sea una *fuerza efectiva*. Y así lo comprueba la observación, porque hay, por ejemplo, periodos en la vida de algunos pueblos en que las iniciativas de ciertos individuos ó elementos (desempeñando el papel de fuerzas sociales), operan profundas modificaciones porque son *adecuadas* al estado de la agrupación social, y en otros pueblos (siendo análogas, al parecer, las circunstancias) las iniciativas para producir modificaciones, no logran desempeñar el verdadero papel de *fuerzas* en la Mecánica social, por no ser dichas iniciativas adecuadas al estado de la agrupación (1).

Para la Mecánica es indiferente el motivo á que se deba esa falta de adaptación. Bastaría que se diera como un hecho para que las iniciativas hubieran de ser consideradas como *nulas* para su efecto mecánico. Si por la escritura ó por

---

sada en cada caso por medio de un coeficiente de corrección que afectara á la magnitud del excitante. Pero ya hemos dicho que nos parecen irrealizables hoy estas aspiraciones.

(1) Al tratar D. Francisco Giner de la acción social de las personalidades poderosas, dice, de acuerdo con otros escritores: "Por grandes que sean sus facultades, nunca habrían ejercido esa acción, sino en una sociedad dispuesta para ella; esto es, cuyas condiciones se encontrasen en determinada conexión con las de su individualidad.,,

Mr. James Mark Baldwin indica que "el genio, que de hecho no fuera comprendido por la sociedad en que vive, no sería para ésta una fuerza efectiva.,,

Y así habría de ser necesariamente. Si no fuera entendido no podría ser *atendido* y no podría, por tanto, ejercer influencia.

Pero debe de notarse que en general los hombres extraordinarios á que se refieren estos escritores no podrían *inversamente* aparecer sino apoyados en un estado social adecuado para su aparición, es decir, que los genios son á su vez un producto de la raza, de la época, etc., es decir, de la sociedad en la cual nacen, como dijo Spencer.

cualquier otro procedimiento cuando se trata de ideas éstas fueran conservadas para los tiempos futuros, podrían tal vez llegar á ser fuerzas efectivas en otra época posterior, aun no viviendo ya el individuo de quien emanaron.

### III

Es forzoso decir algo en estos *Preliminares* sobre los sistemas de referencia, y sobre la medición de las cantidades fundamentales y de las cantidades derivadas de ellas, que aparecen en la *Mecánica racional*, á fin de poner de relieve las grandísimas dificultades que aquellas cuestiones ofrecen.

Cuando en la *Mecánica racional* se dice que un punto está, en un instante dado, en una posición en el espacio, y tiene en ella una cierta velocidad y una cierta aceleración, se sobreentiende siempre.

1.º Que la posición en el espacio ha sido referida á algún sistema geométrico fijo en el espacio absoluto, ó al menos concebido como fijo. Y que la determinación de esa posición se hace según el número de dimensiones, mediante las magnitudes coordenadas—que se necesitan en igual número que las dimensiones—, con sus correspondientes signos.

2.º Que el instante en el tiempo ha sido también referido á un instante fijo en el tiempo absoluto, ó al menos concebido como fijo. Y que la determinación de aquel instante se hace, por ser una dimensión, mediante la magnitud de tiempo, que es una coordenada con su correspondiente signo.

3.º Que adoptadas ciertas unidades para la medición de las magnitudes en el espacio (1.º) y en el tiempo (2.º), estas mismas unidades sirven y se usan para la medición de los incrementos que, así en el espacio como en el tiempo, se emplean para llegar á los conceptos y mediciones, tanto de la velocidad como de la aceleración en un instante.

El carácter puramente teórico de la *Mecánica racional*

exige tan sólo que *se suponga* haber sido elegidos los sistemas fijos de referencia en el espacio y en el tiempo, sin que sea necesario concretarlos, lo cual, por otra parte, sería inasequible.

Ahora bien; lo que con la noción de tiempo se hace en nuestro espíritu, ajeno á todo reparo filosófico, tanto para la concepción del instante como para la medición de un intervalo de tiempo, lo aceptamos aquí desde luego, tal y como se acepta al emprender el estudio de la Cinemática (y después el de toda la Mecánica racional clásica), cualesquiera que sean las dificultades que entraña.

Nada nuevo ni distinto se presenta aquí.

Lo que—desligados de las lucubraciones de profundos pensadores—hacemos en nuestro espíritu con la noción del espacio en general, con el concepto de punto geométrico y con las magnitudes geométricas, había sido aceptado ya al dar los primeros pasos en la Geometría, sin parar mientes tampoco en las objeciones que podían presentarse. Pero aquí, en estos *Apuntes*, no se trata ya del espacio. En vez del espacio tenemos *un asunto*, y esto es algo psíquico; y lo que hemos llamado *posición en un asunto*, es un compuesto psíquico de todos los residuos de conocimientos, de sentimientos, de voliciones, etc., del individuo ó del elemento social. ¿Cómo definirla en un instante dado? Desde luego, se piensa que habría de ser referida esa posición á algo que pudiera concebirse como fijo, es decir, como constante conocido; y ocurre admitir que retrogradando hasta la entrada del individuo en la vida externa, cuando fueran nulos sus conocimientos, sentimientos, etc., es decir, retrogradando hasta el nacimiento del individuo, se podría tener un punto de referencia para su posición en un asunto cualquiera. La posición en un instante cualquiera de una agrupación social en un asunto, habría de ser así determinada por referencia también al nacimiento—como si dijéramos—de esa agrupación, cuando todas las notas psíquicas que intervienen en la posición de sus individuos y elementos sociales, brotaran (por decirlo así) con carácter social, aunque ya se comprende que sería sumamente difícil, por no decir imposible, se-

ñalar concretamente el instante en que nace una agrupación social para adoptarlo como punto de referencia.

La suma de conocimientos que un individuo posee acerca de un asunto en un instante dado, referido á los conocimientos nulos que tuvo al nacer, se ha formado sucesivamente por integración de incrementos, y lo mismo podría decirse de las demás notas psíquicas conscientes é inconscientes que intervengan en la *posición* del individuo en el asunto. Se habrían de requerir varias magnitudes coordinadas psíquicas—como si dijéramos—que correspondiesen á todas esas notas, que serían como otras tantas dimensiones. Para ello se habría de adoptar una serie de *unidades*, á las cuales se refiriesen esas magnitudes, y tener así la serie de *números de medida* correspondientes. Después habría que ver una combinación que fuera como suma ó conjunto de productos, porque habría de multiplicarse el *patrón unidad* de cada nota psíquica por el número que le correspondiera en el individuo que se considerase. Creo haber dicho anteriormente que es difícilísimo—por no decir imposible—en el estado actual de nuestros conocimientos, señalar cuántas y cuáles sean las notas psíquicas conscientes é inconscientes que intervienen en lo que hemos llamado *la posición* del individuo en un asunto, y añado ahora que es más difícil aún determinar la manera cómo se compenetren, influyendo y refluendo mutuamente unas sobre otras en el mismo individuo. Pero ¿cómo adoptar la unidad ó patrón que se necesitaría para cada especie de magnitud, ó sea en cada dimensión? Si pensamos—por ejemplo—en la suma de muy variados conocimientos acerca de un asunto que el individuo posee en una *posición* dada, ¿cómo concebir una unidad de conocimiento para medirla? Pero además—y es dificultad más grave todavía—, ¿cómo definir con algún rigor la igualdad de dos conocimientos para poder llegar á los números por el proceso matemático de medición? Iguales ó mayores dificultades se ofrecerían para todas las dimensiones, es decir, los sentimientos, voliciones, etc. (1). Todas estas gravi-

---

(1) Ya veremos en la Cinemática cómo se procede aproximadamente por las medias en los laboratorios de Psicología experimental.

simas dificultades se nos presentan como insuperables hoy. No viendo modo de salvarlas, las cortaremos, suponiendo:

1.º Que se afecte al individuo de un *parámetro simbólico* que compendie en sí todo lo psíquico y lo inconsciente que intervenga para *su posición en el asunto* de que se trate.

2.º Que ese parámetro tenga, para cada instante, un valor de su expresión compleja, que corresponda á los valores de todas las magnitudes coordinadas de que hemos hablado; y

3.º Que el paso de un valor de ese parámetro á otro valor muy próximo, en el mismo individuo, durante un intervalo de tiempo muy pequeño, marque en el orden psíquico *una dirección y un sentido*, determinados por las dimensiones que hayan cambiado muy poco en la expresión compleja del parámetro.

Habremos de suponer que el incremento de ese parámetro (definidor de la posición) fuera medible, es decir, que se pudiera representar numéricamente. No podemos dejar de pensar que por los progresos de la *Psicología*, y mediante las relaciones existentes entre las varias notas psíquicas que constituyan la posición del individuo, pudieran ser algún día reducidas unas á otras, y así no habría tantas variables *independientes* como notas psíquicas ó dimensiones. Si fuera  $n$  el número de notas ó dimensiones psíquicas, y suponemos que se descubrieran  $n - 1$  ecuaciones de relación entre ellas, estarían determinadas  $n - 1$  en función de la  $n$ .<sup>ésima</sup>, y conocida esta última en función del tiempo, quedarían conocidas todas. El parámetro sería—en tal supuesto—una función de esa  $n$ .<sup>ésima</sup> dimensión psíquica—ó ésta sería una función inversa del parámetro—con lo cual las demás notas se podrían expresar ya en funciones distintas del parámetro. Quizá no sean más que tres las dimensiones psíquicas, y se refieran á la voluntad (voliciones), á la intelectualidad (representaciones) y á la sentimentalidad (sentimientos). Es sabido que los Psicólogos trabajan incesantemente en descubrir las relaciones entre ellas. El parámetro que hemos admitido (para cortar las dificultades) habría de ser mirado en definitiva



como una función continua del tiempo, que permitiera aceptar las tres hipótesis dichas. Según éstas, el incremento infinitamente pequeño del parámetro habría de tener por factor *escalar* su valor numérico, y, además, correspondería á una dirección y sentido psíquicos, con lo cual se vería ese incremento infinitamente pequeño del parámetro *como si fuera una cantidad vectorial psíquica*, con sus tres atributos de *magnitud, dirección y sentido*; pero estos dos últimos atributos de la dirección y el sentido se refieren á orientaciones, no en el espacio, sino *en el asunto social de que se trate*. Extendemos así á lo psíquico la noción de los vectores espaciales usados en los estudios matemáticos; y el vector matemático se debería de pensar como *símbolo geométrico* del vector psíquico de que hablamos. El parámetro sería una representación simbólica, y después la combinación lógica de los símbolos podría ser quizá—como ha dicho mi maestro el insigne Echegaray—el símbolo de la combinación real de los fenómenos. A pesar de la dificultad de este símbolo (en un mundo imaginario de tantas dimensiones psíquicas), que parece violento y arbitrario, sigo adelante en mi empeño, recordando otro pasaje de Echegaray, que transcribo:

“La inteligencia humana puede forjar y tiene derecho á forjar un mundo á su capricho, con tal que lo defina de tal suerte que en el contenido de ese mundo imaginativo no exista ni imposibilidad ni contradicción lógica; y, por lo tanto, ese mundo deberá de estar sujeto á las leyes de las Matemáticas, porque á ellas está sujeta la razón humana, en cuanto es razón humana.

Y luego puede aplicar ese mundo imaginario al mundo real, y ver si ambos se ajustan, y si las combinaciones del primero representan y — aun más — si pueden prever realidades del segundo; y en este caso, aunque el mundo de la imaginación haya sido formado arbitrariamente, no podrá negarse que es una especie de símbolo de la Naturaleza con todas las ventajas, aunque con todos los inconvenientes del simbolismo.,,

Mediante las suposiciones que preceden, admitiremos que el movimiento elemental de modificación de cada indi-



viduo y de cada elemento social se realiza—durante un intervalo de tiempo muy pequeño—en una dirección y en un sentido determinados; y que la magnitud del cambio muy pequeño de la posición en el asunto se pueda medir por el incremento muy pequeño del parámetro, que por modo complejo simbolice la posición y la defina.

Es claro que, mediante esa hipótesis, no se intenta expresar con un símbolo la realidad, tal como ella sea, y en toda su complejidad. Ya se ve que todo cuanto digamos, apoyándonos en esa hipótesis, no podrá ser considerado sino como una primera aproximación. No creemos, sin embargo, llegar á conclusiones absurdas ni contradictorias al traducir—para los fenómenos sociales humanos—lo que encontremos escrito en el lenguaje matemático de la *Mecánica racional*. Pretendemos llegar á las conclusiones por razonamientos que permitan la extensión á lo mecánico-social de la *Mecánica racional*, y esto con todo género de salvedades, pues ya dijimos desde la *Introducción*, que en estos *Apuntes* no se habría de encontrar un trabajo de rigurosa ciencia positiva (1).

Importa mucho, sin embargo, resolver una dificultad que parece cerrar el paso á nuestro intento de extender á los fenómenos sociales (en su aspecto mecánico) las leyes de la *Mecánica racional*. La dificultad consiste en que si los Postulados de ésta y todos sus Teoremas son para nuestro espacio de tres dimensiones, y se expresan por medio de ellas, ¿cómo es concebible su aplicación á movimientos—(cambios de posición psíquica) que no tienen lugar—que no se realizan en el espacio de tres dimensiones, y que han de expre-

---

(1) El lector habrá visto, por todo lo dicho en estos *Preliminares*, que nosotros prescindimos de las delicadísimas cuestiones acerca de la posibilidad ó imposibilidad de que un estado psíquico ó una fuerza psíquica sean *magnitudes* sin ser extensas, es decir, sin tener relación alguna con el espacio. Ya se ha visto que la noción de magnitud la aplicamos á lo psíquico, como si pensáramos en el espacio; y para ello usamos el lenguaje ordinario del sentido común y corriente, sin entrar para nada en las disquisiciones de Filosofía psicológica como las del eminente filósofo Bergson, según las cuales, son puras ilusiones de la conciencia tales magnitudes.

sarse por medio de un gran número de dimensiones psíquicas?

Concretemos la dificultad. Se determina, por ejemplo, la posición de un punto en el espacio por tres coordenadas—supuestos fijos los elementos de referencia—y esas tres coordenadas son funciones continuas del tiempo si el punto está en movimiento; ¿cómo aplicar esto al movimiento de un individuo en un asunto tal como se ha definido?

Además. Si las velocidades y las aceleraciones y las fuerzas, por ejemplo, son pensadas y definidas en la Mecánica racional como vectores *espaciales* con sus atributos, es en nuestro espacio de tres dimensiones donde se las piensa y se las define; ¿cómo aplicar estos conceptos al mundo psíquico, á lo que no puede estar en el espacio, ni definirse por medio de nuestras tres dimensiones?

Examinemos la dificultad respecto á las posiciones de un punto en el espacio, y de un individuo en un asunto. Nos parece que se resuelve sin violencia pensando que si bien la posición del punto depende de sus tres coordenadas, podemos concebir que cada una de éstas dependa á su vez de una sóla y única variable — que sea de valor constante si el punto está en reposo—ó que sea función del tiempo, si el punto está en movimiento. Cada una de las tres coordenadas sería (así mirada) una función de función del tiempo. De una ley de variación de esa variable en el tiempo, resultarían leyes de variación independientes entre sí para las tres coordenadas espaciales, y á estas leyes correspondería á su vez el movimiento determinado del punto en el espacio. Lo que así concebimos puede quizá aplicarse también al *movimiento de un individuo en un asunto*, si se piensa que á una ley de variación en el tiempo del parámetro que hemos definido para un individuo, corresponderían leyes de variación independientes entre sí de las distintas notas ó coordenadas psíquicas (cualquiera que sea su número, y aunque no estén en el espacio); y estas leyes permitirían determinar las *posiciones en el asunto* por las cuales pasaría sucesivamente el individuo; es decir, el movimiento de este individuo.

En cuanto á los vectores espaciales de que hablábamos—

como las velocidades, por ejemplo—(dejando á un lado el atributo de la magnitud, al cual no afecta la dificultad por ser factor *escalar*)—, notemos que la *dirección* y el *sentido* se presentan á nuestro espíritu como nociones adquiridas experimentalmente—por la experiencia externa en nuestro espacio de tres dimensiones—y que experimentalmente también—aunque adquiridas por la experiencia interna ó psíquica—se nos ofrecen las nociones de dirección y sentido, ajenas al espacio. Así como del paso de un punto de una posición en el espacio á otra infinitamente próxima, nace en nosotros la noción de la dirección y el sentido de la velocidad del movimiento en ese instante, así también del paso de *nuestro individuo* de una posición psíquica (no espacial) á otra infinitamente próxima nace en nosotros la noción de dirección y sentido de la velocidad del movimiento de modificación en ese instante. Aunque lo primero se da en el espacio de tres dimensiones, y lo segundo fuera del espacio, y como si dijéramos, en medio de tantas dimensiones cuantas sean las notas psíquicas que intervengan en la posición, lo que nos interesa es que podemos pensar en la *determinada dirección y sentido* de un particular vector psíquico lo mismo que en los de un vector espacial. Así, por ejemplo, cuando en la Mecánica racional pensamos y decimos que la dirección y el sentido del cambio de la velocidad de un punto—de un instante al infinitamente próximo—son las mismas dirección y sentido de la fuerza en ese instante, me parece que podemos aplicar esto á la Mecánica psíquica, aunque lo uno se refiera al espacio de tres dimensiones, y lo otro no.

Hemos partido de la idea fundamental de que todos los fenómenos, de cualquier género que sean, realizan su proceso por ley de continuidad en el tiempo, con lo cual se quiere significar, como es sabido, que el cambio operado de un instante á otro instante posterior, puede ser menor que cualquiera magnitud que se asigne—por pequeña que sea—, si corresponde á un intervalo de tiempo suficientemente pequeño entre los dos instantes. Es decir, que si se concibe el intervalo de tiempo como variable que disminuya *indefini-*

damente, el cambio realizado debe de ser concebido también como *indefinidamente* decreciente. El decrecimiento incesante de una variable, pero con un límite efectivo para su pequeñez, no se diría *indefinido*.

Se ve que el concebir un cambio infinitesimal en la posición de un individuo (ó de un elemento social) durante un intervalo de tiempo, también infinitesimal, no es concebir un intervalo muy pequeño, y un cambio correspondiente muy pequeño, porque esto, así dicho, no significaría nada, pues la pequeñez en sí no es nada; y si por muy pequeño se quisiera dar á entender lo que escapara á todos los procedimientos de observación y de medida, *por perfeccionados que se supongan*, caeríamos en el cero, que no es nada.

Lo que se piensa, en definitiva, son *leyes de variación* tales, que el *decrecimiento* (en el sentido regresivo para esta concepción) sea *sin límite*, aunque es costumbre decir que las variables infinitamente pequeñas tienen por límite *cero*, como si el cero fuera una cantidad que sirviera de límite. Esto es, á mi entender, una incorrección de lenguaje (1).

En resumen: procediendo el tiempo por incrementos infinitesimales, el fenómeno natural—físico, fisiológico ó psíquico—que en el tiempo se realiza, procede también por cambios infinitesimales. Si las modificaciones que va experimentando una planta ó el cuerpo de un animal en dimen-

---

(1) Puede verse mi *Ensayo sobre el Infinito*. Allí decía:

“Si después de abstraído el intervalo de tiempo en cuyo transcurso se ha desenvuelto un fenómeno, concebimos otro menor como abstraído también del mismo fenómeno, y otro menor aún, y así sucesiva é *indefinidamente*, habremos concebido el tiempo como variable *infinitamente pequeña*, y el fenómeno en la continuidad del tiempo; pero ¿cómo concebir el *instante* ó sea el *cero en el tiempo*? Tan imposible es como concebir el punto geométrico aislado en el espacio; y asimismo podría decirse con verdad que el presente aislado es una químera. El tiempo, en su *variación* continua, puede ser concebido como *infinitamente pequeño*, según una cualquiera de las leyes infinitesimales de decrecimiento; y como *infinitamente grande*, según una cualquiera de las leyes infinitesimales de crecimiento; y así puede decirse que el tiempo pasado ó el tiempo futuro, decreciendo, se *desvanece*. . . . *sin límite*, creciendo, se *agranda*. . . . *sin límite*.”

siones, forma, composición, estructura, etc., obedecen á esa ley de continuidad, á ésta igualmente obedecen las modificaciones psíquicas de un hombre ó de una agrupación de hombres en el tiempo; y por esto debe de ser visto el *movimiento en un asunto* como una sucesión de infinito número de movimientos elementales.

Como recuerdo de las muchas cantidades que habremos de considerar más adelante, derivadas ó deducidas de las tres fundamentales de la Mecánica, pondremos á la vista un cuadro que contenga las principales. Suponemos que son conocidas por el lector.

Adoptando, según costumbre, como cantidades fundamentales las *longitudes*, las *masas* y los *tiempos*, y escogiendo como unidades respectivas

|                     |                      |
|---------------------|----------------------|
| el centímetro ..... | símbolo <b>L</b>     |
| el gramo .....      | " <b>M</b> (c, g, s) |
| el segundo .....    | " <b>T</b>           |

- las *velocidades*, que son longitudes divididas por tiempos, tendrán como símbolo de su unidad. ....  $V = L^1 \cdot T^{-1}$
  - las *aceleraciones*, que son velocidades divididas por tiempos, ó longitudes divididas por cuadrados de tiempos, tendrán por símbolo de su unidad. ....  $J = L^1 \cdot T^{-2}$
  - las *velocidades angulares*, que son ángulos divididos por tiempos, ó bien velocidades divididas por longitudes, tendrán como símbolo de su unidad. ....  $\omega = T^{-1}$
  - las *fuerzas*, que son masas multiplicadas por aceleraciones, tendrán por símbolo de su unidad (1) . . . . .  $F = M^1 \cdot L^1 \cdot T^{-2}$
  - las *cantidades de movimiento*, que son masas multiplicadas por velocidades, tendrán como símbolo de su unidad. ....
  - las *impulsiones de fuerza*, que son fuerzas multiplicadas por tiempos, tendrán como símbolo de su unidad. ....
- $M^1 \cdot L^1 \cdot T^{-1}$

(1) Esta unidad de fuerza se llama *dina*. Siendo una fuerza que aplicada á un punto material de masa un gramo (M), le imprime la aceleración un centímetro (L); si se usa el segundo (T) (repetido dos veces) como unidad de tiempo; es claro que, como el peso de un gramo le imprime á este mismo punto material la aceleración  $981 \times L$ , ese peso vale  $981 \text{ dinas}$ . Por tanto, el peso de un kilogramos vale  $10^3 \times 981 \text{ dinas}$ .

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                    |   |                                                   |                                   |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|---|---------------------------------------------------|-----------------------------------|
| — los <i>momentos de fuerzas</i> .<br>— los <i>trabajos de fuerzas</i> .<br>— las <i>energías cinéticas</i> , que son masas multiplicadas por cuadrados de velocidades, tendrán como símbolo de su unidad.....                                                                                                                                                                                                                               | { que son fuerzas multiplicadas por longitudes, tendrán como símbolo de su unidad. | } | M <sup>1</sup> . L <sup>2</sup> . T <sup>-2</sup> | (1)                               |
| — los <i>momentos de cantidades de movimiento</i> .....<br>— los <i>momentos de impulsiones</i> .<br>— las <i>cantidades de acción</i> , que son cantidades de movimiento multiplicadas por longitudes, ó bien energías cinéticas multiplicadas por tiempos.....<br>— los <i>momentos de inercia</i> , que son masas por cuadrados de longitudes.....<br>— las <i>potencias</i> , que son trabajos ó energías divididas por tiempos (2)..... | { que son cantidades de movimiento ó impulsiones multiplicadas por longitudes..... | } | M <sup>1</sup> . L <sup>2</sup> . T <sup>-1</sup> | M <sup>1</sup> . L <sup>2</sup> . |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                    |   | M <sup>1</sup> . L <sup>2</sup> . T <sup>-5</sup> |                                   |

Las diversas expresiones simbólicas de unidades que hemos enumerado, deben de ser miradas como *símbolos de dimensiones*, porque ellas indican el grado ó dimensión de la cantidad derivada con respecto á cada una de las tres fundamentales. Habiendo de cumplirse toda ecuación (entre magnitudes físicas) independientemente de las unidades que se escojan, es claro que debe de haber homogeneidad; es decir, que todos los términos de la ecuación han de ser del mismo grado con respecto á *cada una* de las cantidades fundamentales, á saber: longitudes, masas y tiempos. Esta observación ofrece, como es sabido, un procedimiento cómodo para advertir á veces la existencia de algún error en las ecuaciones.

(1) Esta unidad de trabajo se llama *ergo* ó *ergio*. Siendo el trabajo de una *dina* por un *centímetro* de recorrido en su dirección, es claro que el *kilográmetro* vale  $10^3 \times 981$  dinas  $\times 10^2$  centímetros =  $10^5 \times 981$  *ergios*.

La cantidad de trabajo expresada por 10.000.000 de *ergios*, se llama *julio*, y así: 1 kilográmetro = 9,81 *julios*, ó inversamente: 1 *julio* =  $10^7$  *ergios* = 0,102 kilográmetros.

(2) Esta unidad de *potencia* es la de un motor que suministra un *ergio por segundo*. El múltiplo que se usa es el *vatio*, que es un *julio por segundo* =  $10^7$  *ergios por segundo*.

El *kilovatio* es pues =  $10^3$  *julios por segundo*.

Siendo 1 *julio* = 0,102 kilográmetros, se ve que: 1 kilovatio = 102 kilográmetros por segundo; ó en otros términos, que 1 kilovatio = 1,36 caballos-vapor; é inversamente que 1 caballo-vapor = 0,736 kilovatios.

Directamente se ve: 1 caballo-vapor = 75 kilográmetros por 1'' =  $75 \times 10^5 \times 981$  *ergios por 1''* =  $736 \times 10^7$  *ergios por 1''* = 736 *julios por 1''* = 736 *vatios*.



Al terminar aquí estos *Preliminares*, advertimos una vez más al lector—aunque ya lo hemos hecho anteriormente—que seguiremos el sistema de exposición de Galileo y Newton, que funda la Mecánica sobre tres principios:

1.º El de la inercia.

2.º El de la independencia de los efectos de las fuerzas respecto del estado de reposo ó de movimiento en que se halle el punto, y el de su composición. (Principio de Galileo.)

3.º El de la igualdad de la acción y de la reacción. (Principio de Newton.)

Adoptamos—pues—el sistema newtoniano (que es el clásico), á pesar de las graves objeciones que á él se hacen. Tomaremos los Principios y Teoremas de la *Mecánica racional*, tales como los encontramos en los Tratados elementales, sin entrar en las críticas que en los tiempos modernos se han hecho, ni mucho menos en las exposiciones en que se prescinda de alguno de aquellos Principios.

Por otra parte, es sabido que algunos físicos eminentes, estimando que la Mecánica es una ciencia física—parten de la ley (como experimental) de la conservación de la energía, y también de la ley del menor esfuerzo, ó sea el Principio de Gauss—. La ecuación de la energía (la que antiguamente se llamaba ecuación de las fuerzas vivas y del trabajo) no es para ellos una integral de la Mecánica y, por tanto, un verdadero Teorema, sino que toman la conservación de la energía como un *primer principio*. En ese sistema de exposición de la Mecánica—que denominan *energético*—tienen que empezar por definir las energías cinética y potencial; no quieren hacer uso de la noción de fuerza, por ser esto una abstracción(1), y quieren abandonar también la hipótesis de la constitución de los cuerpos por partículas materiales. Creemos que ese sistema de exposición no ha alcanzado un grado suficiente de madurez y de vulgarización; y nos atendremos en todo y para todo al método clásico new-

---

(1) Echegaray dice que si la fuerza es una abstracción, la energía es otra abstracción.

toniano, tanto más, cuanto que se reconoce por todos, que es el preferible *para las aplicaciones*; y lo que nosotros vamos á intentar es, al fin y al cabo, una aplicación.

Aun mirada la Mecánica clásica (la establecida por Galileo y Newton), como caso particular de una Mecánica más general, deberíamos dejarnos guiar por nuestra Mecánica clásica, puesto que las velocidades que hemos de considerar son las usuales y corrientes en la vida del hombre, y para estas velocidades es valedera.

\* \* \*

De lo expuesto en estos *Preliminares* retengamos lo siguiente, que doy por aceptado, para entrar en el estudio de la Cinemática:

1.º Las agrupaciones sociales—de grado superior al primero—serán consideradas por nosotros como sistemas de individuos y de colecciones parciales de individuos enlazados entre sí. Los enlaces sociales definen la agrupación constituida por los individuos y las colecciones.

2.º Cada colección—que denominamos *elemento social*—se individualiza por un centro que lo simbolice. La *posición* psíquica de este centro en un asunto social se conoce en cada instante por la constitución interna del elemento que se considere.

3.º Así los individuos como los elementos individualizados están afectos de su respectivo *parámetro*. El valor del parámetro en cada instante corresponde á la *posición* que en ese instante tenga en el asunto el individuo ó el elemento social á que esté afecto.

4.º Los parámetros serán constantes en el tiempo si los individuos y los elementos se hallan en estado de reposo en el asunto social que se considere; ó dicho de otro modo, si las *posiciones* de los individuos y los elementos son invariables en el tiempo.

5.º Los parámetros serán variables continuas si las *posiciones* se modifican por ley de continuidad en el tiempo.

Estas modificaciones ó cambios expresan lo que hemos llamado *el movimiento en el asunto social* que se considere.

6.º Cada individuo y cada elemento social realiza su movimiento de modificación infinitamente pequeño—que es único—en una determinada *dirección y sentido*. Admitimos que la magnitud, dirección y sentido de la modificación infinitamente pequeña de cada individuo y de cada elemento estén determinados por el incremento infinitamente pequeño de su parámetro. Este incremento infinitamente pequeño tiene así el carácter de un *vector psíquico*.

Hecho este breve resumen, procedamos ya al estudio de la *Cinemática social*.

Cuando hayamos de pasar á la *Estática* y á la *Dinámica* volveremos sobre el concepto abstracto de las *fuerzas sociales*, y explicaremos el sentido en que admitimos el Principio de la inercia, así como el alcance que damos á la noción de masa de un individuo ó de un elemento para un asunto de carácter social.

---



## CINEMÁTICA

### Movimiento de modificación de un individuo.

Si en el estudio de los cambios ó modificaciones de carácter psíquico que se operan en los individuos al transcurrir el tiempo, se hace abstracción de las causas que los producen (fuerzas), mediante su acción, y nos fijamos solamente en los cambios mismos de la posición de un individuo en un determinado asunto, la primera noción que se nos presenta es la *velocidad* del movimiento de modificación (1).

**Velocidad.**—*Movimiento uniforme.*—En este tipo de movimiento de modificación de un individuo es en el que aparece primeramente la noción de *velocidad*. Simbolizada por un parámetro *la posición* del individuo en un instante, se dice que el movimiento ó cambio de posición es *uniforme*, cuando los incrementos numéricos que experimente el parámetro en intervalos de tiempos iguales, son iguales por pequeños que se tomen esos intervalos de tiempo (2).

---

(1) Se sabe que la noción de velocidad en el movimiento de un punto en el espacio es aplicable (cualquiera que sea la naturaleza de las cosas á que se aplique) á todo lo que cambie *por ley de continuidad* en el tiempo; ó—como se dice en el lenguaje matemático—á todo lo que sea *función continua* del tiempo. Prescindimos de las singularidades de algunas funciones continuas, que no tienen derivada, por ser asunto muy ajeno de este lugar.

(2) Aunque la unidad de tiempo es arbitraria, se comprende que en la práctica—cualquiera que sea el asunto social de que se trate—para que se pueda estimar un cambio apreciable (en la posición del individuo) que se haya operado en la unidad de tiempo, sería molesto adoptar una unidad muy pequeña: en un día ó en una semana, por ejemplo, el cambio en la posición sería sumamente pequeño y difícil de apreciar por su pequeñez.

Según dijimos en los *Preliminares*, todo cambio muy pequeño en la posición del individuo se realiza en una determinada dirección y sentido; y para ver más claramente todo el movimiento de modificación *uniforme* del individuo por ley de continuidad en el tiempo, conviene distinguir dos casos:

PRIMER CASO.—*Movimiento uniforme de dirección constante*.—Si los cambios de posición que realiza el individuo son en todos los instantes en la misma dirección y sentido, esta dirección y sentido se atribuyen á la velocidad, que es entonces *constante* en *magnitud, dirección y sentido* para todo el movimiento del individuo; y ella sirve para definirlo de un modo completo. El movimiento del individuo en este primer caso, que es el más sencillo, se *simboliza* por el movimiento uniforme y rectilíneo de un punto en el espacio. La velocidad se representa geoméricamente por un vector localizado en una línea recta—que es la trayectoria—y queda indeterminado su punto de aplicación en la línea recta, porque cualquiera que sea el punto que se tome en ésta, el vector es uno mismo. Reconocido el carácter vectorial de la velocidad, se puede aplicar á ella todas las proposiciones de los vectores.

SEGUNDO CASO.—*Movimiento uniforme de dirección variable*.—Cuando las direcciones sucesivas en que realiza el individuo sus cambios *elementales* varían de un instante á otro, el incremento del valor numérico del parámetro en cada unidad de tiempo, es decir, la velocidad en *magnitud* del movimiento uniforme, es una *constante* que no define de un modo completo el movimiento. Se requiere además el conocimiento de esas varias direcciones sucesivas en que se va realizando el cambio de posición. En este segundo caso, el movimiento del individuo se simboliza por el uniforme curvilíneo de un punto en el espacio; y la velocidad geoméricamente se representa por un vector de magnitud constante, pero localizado en cada instante en la tangente á la trayectoria curvilínea en la posición que ocupe el punto *en ese instante*; porque esta tangente *representa* la dirección en la cual se verifica el movimiento elemental del individuo en ese instante.



Tanto en el movimiento de dirección constante, como en el de dirección variable, la velocidad que hemos definido *para el movimiento uniforme*, expresa la relación constante del incremento del parámetro al incremento de tiempo, cualquiera que sea este intervalo de tiempo. Por eso se escribe la ley del movimiento de modificación uniforme en la ecuación

$$p = p_0 + v \cdot t;$$

en la cual  $p$  es el valor del parámetro que corresponde á la posición del individuo en un instante cualquiera  $t$ :  $p_0$  á la posición en el instante que se haya adoptado como inicial ( $t = 0$ ); y  $v$  es la magnitud constante de la velocidad.

Se sabe que esa ley se representa gráficamente por una línea recta, empleando el procedimiento usual de dos coordenadas cartesianas para las representaciones gráficas en Geometría plana.

Numéricamente, por medio de la ecuación—ó gráficamente por esa representación—se resuelven con suma facilidad los problemas sobre el movimiento uniforme. Así, el cambio ó modificación que se realizará en un transcurso dado  $t$  de tiempo, ó sea  $(p - p_0)$ , se obtiene multiplicando la velocidad por el tiempo: inversamente la velocidad se obtiene dividiendo el cambio operado por el tiempo empleado, etc. (1).

(1) Por la ecuación del movimiento uniforme, se resuelve el siguiente problema.

Si dos móviles  $A'$  y  $A$  parten en un mismo instante inicial de posiciones que disten entre sí  $a$  metros, y recorren la misma trayectoria rectilínea con movimientos uniformes en el mismo sentido de velocidades  $v'$  y  $v$  (siendo  $v' > v$  si  $A'$  está detrás de  $A$ ) ¿cuanto tiempo  $T$  tardará  $A'$  en alcanzar á  $A$ ? ¿En qué posición se encontrarán?

Basta plantear la ecuación  $v'T = a + vT$ , de la cual se deduce

$$T = \frac{a}{v' - v}.$$

Si  $S$  es el camino recorrido por  $A$ , y  $S'$  el recorrido por  $A'$ , se tiene:

$$S = \frac{av}{v' - v}; \quad \text{y} \quad S' = \frac{av'}{v' - v}.$$

*Movimiento no uniforme.*—Si las modificaciones sucesivas que experimenta la posición del individuo en un asunto se realizan en el tiempo por ley de continuidad, pero *sin uniformidad*, es de todo punto imposible precisar la noción

La famosa paradoja de que Aquiles (móvil  $A'$ ) no podría alcanzar *nunca* á una tortuga (móvil  $A$ ), se funda en que cuando el primero acabe de recorrer la distancia  $a$ , la segunda se habría adelantado; y cuando el primero acabe de recorrer esta nueva distancia que le separa de la tortuga, ésta se habrá adelantado á su vez, y como esto se repetirá sucesiva é indefinidamente, habrá *siempre* una distancia — por pequeña que sea — que separa á los dos móviles.—Esta paradoja, sobre la cual tanto se ha escrito, ha motivado afirmaciones (como la de W. James) de que la lógica hace menos inteligible la realidad, y que hay que repudiar el intelectualismo.

Es sabido que se desvanece la paradoja, demostrando que los tres valores *finitos y determinados* que obtuvimos antes para  $T$ ,  $S$ ,  $S'$  están en *perfecta armonía* con el razonamiento del filósofo griego, puesto que son respectivamente las sumas de los términos indefinidamente decrecientes de las tres progresiones:

$$\left. \begin{aligned} \frac{a}{v'} + \frac{v}{v'} \cdot \frac{a}{v'} + \frac{v^2}{v'^2} \cdot \frac{a}{v'} + \dots &= \frac{\frac{a}{v'}}{1 - \frac{v}{v'}} = \frac{a}{v' - v} = T \\ \frac{v}{v'} \cdot a + \frac{v^2}{v'^2} \cdot a + \dots &= \frac{\frac{v}{v'} a}{1 - \frac{v}{v'}} = \frac{av}{v' - v} = S. \\ a + \frac{v}{v'} \cdot a + \frac{v^2}{v'^2} \cdot a + \dots &= \frac{a}{1 - \frac{v}{v'}} = \frac{av'}{v' - v} = S' \end{aligned} \right\}$$

A los que no conocen las series convergentes, les sigue perturbando la paradoja, porque se limitan á *concebir* que Aquiles recorra primero la distancia  $a$ , y después  $\frac{v}{v'} a$ , y después  $\frac{v^2}{v'^2} a$ , etc., y que la tortuga *va siempre delante*, sin fijarse en que no es eso lo que Aquiles y la tortuga hacen *real y efectivamente*. Somos nosotros los que pensamos esos sumandos, y *concebimos* así  $S'$  como el límite de la suma de un número infinito de partes, sin que por eso deje de tener  $S'$  su valor finito y determinado, como no deja de tenerlo el área de un círculo, aunque yo *pueda concebirlo*, como el límite de la suma de un cuadrado inscrito, y de cuatro triángulos y de ocho triángulos más, y de 16, y así indefinidamente.

Para ver (con vista directa) *cómo es* que Aquiles llega á alcanzar á la

vaga de rapidez ó *velocidad del movimiento en un instante t*, sin recurrir al método infinitesimal. Si se ve el cambio muy pequeño que experimenta la posición de un individuo en un intervalo muy pequeño de tiempo  $\theta$ , á partir del instante  $t$ ,

tortuga; y para seguir, por decirlo así, los pasos por los cuales *se va formando la realidad* en el tiempo y en el espacio á partir del instante inicial  $t = 0$ , se debe de pensar (prescindiendo de consideraciones filosóficas sobre el tiempo y el espacio).

1.º Que durante el primer intervalo infinitamente pequeño  $dt$ , los móviles  $A$  y  $A'$  recorren en el mismo sentido espacios infinitamente pequeños  $v dt$  y  $v' dt$ ; y que la distancia que separaba á los móviles en el instante inicial *disminuye* por consiguiente en  $v' dt - v dt = (v' - v) dt$ . Esta es la realidad.

2.º Que fluyendo el tiempo de modo continuo, como simple variable independiente, y repitiéndose siempre el mismo hecho, la distancia ira disminuyendo sucesivamente á compás que transcurra el tiempo; y al llegar la suma de esas sucesivas *disminuciones infinitesimales* de distancia á ser *exactamente igual á a*, la distancia *se anula*. Esto se escribe así:

$$\int_0^T (v' - v) dt = (v' - v) T = a;$$

de donde

$$T = \frac{a}{v' - v}.$$

Para los que arguyan que — á pesar de todo — sigue siendo cierto que Aquiles recorre real y efectivamente los espacios

$$a; \frac{v}{v'} \cdot a; \frac{v^2}{v'^2} \cdot a; \dots\dots$$

en los intervalos de tiempo

$$\frac{a}{v'}; \frac{v}{v'} \cdot \frac{a}{v'}; \frac{v^2}{v'^2} \cdot \frac{a}{v'}; \dots\dots$$

y siempre queda detrás de la tortuga, digamos finalmente:

Que si la magnitud  $T$  (por ejemplo) se puede pensar formada por esa serie (como se podría pensar por otra), no es así como fluye la realidad, sino *de modo continuo é igual*.

Decir que una hora, por ejemplo, *no se acaba nunca*, porque transcurre la primera media hora y después la mitad de la otra media, y después la mitad de lo que falte, y así *siempre*, es sustituir la realidad fluyente continua é igual por un puro concepto artificial, que puede servir para fines matemáticos puros, pero no más.

y se divide ese incremento muy pequeño del parámetro por el intervalo de tiempo  $\theta$ , se tiene una *velocidad media* para ese intervalo. El límite de esa velocidad media, si  $\theta$  decrece indefinidamente, se llama *velocidad en el instante*  $t$  (1).

Por esta definición se ve que para obtener *aproximadamente* el cambio muy pequeño que se opere en la posición del individuo en un asunto cuando transcurra un intervalo muy pequeño de tiempo  $\theta$ , se podrá multiplicar la velocidad  $v$  en el instante  $t$  por esa magnitud  $\theta$ . Pero si se quiere calcular la magnitud del cambio que se operaría en un transcurso cualquiera de tiempo, no se puede ya proceder por simple multiplicación y hay que recurrir á la integración ó suma— en ese tiempo—de todos los incrementos sucesivos muy pequeños del parámetro, obteniendo *aproximadamente* cada uno de éstos por simple multiplicación, como acabamos de decir.

Sólo nos falta añadir que si el movimiento de modificación no uniforme del individuo es de dirección constante (simbolizado por el rectilíneo de un punto en el espacio), el procedimiento anterior sirve para determinar cuál sea la posición del individuo en un instante cualquiera  $t$ , toda vez que se conoce la dirección constante en que se ha movido; pero no basta si el movimiento es de dirección variable de un instante á otro (simbolizado por el curvilíneo de un punto en el espacio). En este caso hay que conocer la sucesión de direcciones en que el individuo se ha movido (la trayectoria del símbolo geométrico) para llegar á determinar cuál sea la posición del individuo en un instante cualquiera  $t$ .

En la práctica, las direcciones en las cuales se operan los cambios de posición de un individuo, no varían, generalmente, sino á intervalos de tiempo bastante largos, y, por tanto, su movimiento de modificación total es de ordinario una sucesión de movimientos de dirección constante (rectilíneos), de larga duración relativa.

\*  
\* \*

---

(1) Es lo que se llamaría en el cálculo diferencial *coeficiente diferencial* del parámetro con respecto al tiempo.

Si se llegara á inventar procedimientos suficientemente aproximados de observación psíquica, que fueran aplicables á las varias notas que intervienen para la posición en un asunto de un individuo sometido á observación, de tal modo que fuera posible asignar en un instante dado un valor de observación al parámetro que definiera la posición en el asunto de ese individuo, se podría emplear para lo psíquico el método *de las medias*, que se usa como método práctico para lo físico-fisiológico, v. gr., la estatura, el peso, la fuerza muscular, la agudeza de los sentidos (vista, oído, etc.) de los diversos individuos.

Ya M. A. Quetelet procedió así en su *Ensayo de Física social* para investigar las leyes del desarrollo del *hombre medio*.

Si se clasifica á los individuos por edades, por ejemplo, y se verifican numerosas observaciones sobre individuos normales de un mismo país, en igualdad de circunstancias ordinarias de vida, se puede determinar las medias que corresponden al tipo normal.—Se compara después con estos patrones cualquier individuo de la edad correspondiente, que se somete á observación sobre una de esas cosas físico-fisiológicas y psíquicas (1).

Si sobre un asunto de carácter social fuera posible, decimos, concretar los conocimientos, sentimientos, temple de voluntad, etc., que tiene cada individuo sometido á observación, se podría quizá llegar á tener medias parciales referentes á cada una de esas notas, y quizá también llegar convencionalmente á valores medios del parámetro complejo definidor de la posición en el asunto, para los individuos de las diferentes edades en igualdad de circunstancias externas. Se debe de pensar que la nota menos difícil de concretar para hacer observaciones individuales, sería la de los conocimientos en un asunto. Se comprende que lo que se refiere á sentimientos, voliciones, etc., habría de ofrecer dificultades mucho más graves (2).

---

(1) Así se procede en muchos laboratorios, como el de Mr. Binet, en París.

(2) Mr. A. Quetelet, apoyado en numerosos datos estadísticos, ha hecho, sin embargo, muy curiosas deducciones sobre los sentimientos estima-

En las mediciones para las cuales se disponga de procedimientos de observación, si se hacen las observaciones sobre un gran número ( $m$ ) de individuos de la misma edad, que se encuentren en muy análogas condiciones, puede asimilarse el caso al de  $m$  observaciones que se hubieran hecho  $m$  veces repetidas sobre un mismo individuo, y que fueran discordantes por causas accidentales desconocidas. Para tener entonces el valor  $M$  más aceptable que haya de adoptarse como patrón, se aplica el *Postulado* de la *media aritmética*; es decir, que se suman los  $m$  valores de observación, y se divide la suma por el número  $m$ . Suponemos que las  $m$  observaciones merecen igual confianza en todos sentidos, y que las discrepancias son debidas tan sólo á *errores accidentales* é inevitables.

Recordando los resultados á que se llega en la *Teoría de los errores accidentales*, se sabe:

1.º Que si se representan por  $x$  las diferencias, por exceso ó por defecto, entre los valores de observación y su media aritmética  $M$ , el *error medio cuadrático de las observaciones* se calcula por la fórmula práctica  $E = \sqrt{\frac{[x^2]}{m-1}}$ , en

la cual  $[x^2]$  representa la suma de los cuadrados de todas las  $x$ , siguiendo la notación de *Gauss*.

2.º Las  $m$  observaciones tienen un *módulo de precisión*  $h$ , que es  $h = \frac{1}{E\sqrt{2}}$ .

Se dice también que el *el peso*  $p$  de esas observaciones es  $p = h^2 = \frac{1}{2E^2}$ .

Se ve—como es natural—que el módulo de precisión  $h$  ó el peso  $p$  de las observaciones es tanto mayor, cuanto más

---

dos por sus efectos. Así, por ejemplo, comparando el *tipo medio* (en Francia, según los datos de cuatro años) de los hombres de edad comprendida entre veintiuno y veinticinco años, con el *tipo medio* de los de edad entre treinta y cinco y cuarenta, calculó que para la inclinación al robo (en aquella época) esos dos tipos medios estaban en la relación de 5 á 3.

Se podría poner muchos reparos á estas apreciaciones numéricas, como el mismo Quetelet indica.



pequeño sea el error medio  $E$ . Esto último es indicio de que las diferencias  $x$  entre los valores de observación y su media son pequeñas, lo cual hace pensar que las observaciones han sido hechas todas ellas con esmero. Por eso se dice que son de gran precisión ó de mucho peso.

3.º Que el *error probable*  $r$  de las observaciones se calcula por la fórmula

$$r = 0,6745 \times E,$$

y nos indica que hay *la probabilidad*  $\frac{1}{2}$  de que en una nueva observación que se hiciera del mismo modo que las  $m$  hechas, el valor que se encontrara, estuviera comprendido entre  $M - r$  y  $M + r$ .

Añadiremos, como recuerdo de la *Teoría de los errores*:

1.º Que si se concibiera como valores *verdaderos* de lo que se quiere medir, todos los valores posibles alrededor de la media  $M$ , á ésta le corresponderían errores posibles respecto del verdadero, y la media cuadrática  $E_1$  de estos errores, que se llama *error medio cuadrático de  $M$* , se calcula por la fórmula  $E_1 = \frac{E}{\sqrt{m}}$ .

2.º El *módulo de precisión de la media  $M$*  es  $h_1 = h \sqrt{m}$ ; y el *peso de la media* es  $P = mp$ .

Y se ve, como es natural, que la precisión  $h_1$  de la media  $M$  — ó el peso  $P$  de ésta, depende no sólo de la precisión  $h$  ó del peso  $p$  de las observaciones, sino también del número  $m$  de éstas.—La precisión de la media crece proporcionalmente á la raíz cuadrada del número de observaciones á igual precisión de éstas. El peso de la media crece proporcionalmente al número de observaciones á igual peso de éstas.

En la precisión ó el peso de la media  $M$  (como valor de lo que se quiere medir), las fórmulas indican que el número de observaciones puede compensar su poca precisión ó su poco peso. Claro es que conviene que sean de mucho peso las observaciones (ó de mucha precisión), y además en gran número.

3.º El error probable de la media  $M$  que es

$$R = 0,6745 \times E, \text{ ó } R = \frac{r}{\sqrt{m}}$$

(siendo  $r$ , como dijimos antes, el error probable de las observaciones), indica que hay la *probabilidad*  $\frac{1}{2}$  de que el valor verdadero de lo que se mide esté comprendido entre  $M - R$  y  $M + R$ .

Y se ve también—como es natural—que el error probable  $R$  de la media  $M$  varía en razón inversa de la raíz cuadrada del número de observaciones, á igual error probable de éstas (1).

\*  
\* \*

Cuando se dispone de muchas medias  $M_1, M_2, \dots$  (en número  $N$ , por ejemplo), obtenidas por diferentes observadores, y sólo se sabe que han sido obtenidas respectivamente como resultado de  $m_1, m_2, \dots$ , observaciones, pero sin conocer el detalle de cada carpeta de observaciones, no pudiendo distinguir, por tanto, el peso de las observaciones de un grupo del peso de las de otro, y no habiendo, por tanto, motivo fundado para tener más confianza en unas que en otras (caso que se presenta con frecuencia), lo más sencillo es atribuir el mismo peso á todas las observaciones, y adoptar como unidad de peso ese peso común de cada observación simple, de las que hayan concurrido á formar  $M_1, M_2, M_3, \dots$

---

(1) Todos los resultados que preceden son deducidos en la Teoría de los errores accidentales, partiendo de la *función de Gauss*

$$\varphi(x) = \frac{h}{\sqrt{\pi}} \cdot e^{-h^2 x^2}$$

como se puede ver en mis *Apuntes sobre Cálculo de Probabilidades. Teoría de los errores y Método de los mínimos cuadrados.*

Así el peso de  $M_1$  sería  $m_1$   
 — — de  $M_2$  —  $m_2$   
 — — de  $M_3$  —  $m_3$   
 .....  
 .....

y se adopta como valor más aceptable de lo que se quiere medir

$$M = \frac{M_1 \times m_1 + M_2 \times m_2 + M_3 \times m_3 + \dots}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots};$$

porque esto equivale á la media aritmética, si hubiera

$m_1$  observaciones, todas iguales entre sí, de valor  $M_1$   
 $m_2$  — — — — —  $M_2$   
 .....  
 .....

La regla práctica es:

*Multiplicar cada media conocida por el número de observaciones de que provino, y dividir la suma de estos productos por la suma de los números de observaciones.*

Es claro que el peso  $P$  de esa  $M$ , adoptando como unidad el peso de una observación simple, es la suma de los pesos de las medias conocidas

$$P = m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + \dots = [m],$$

es decir, el número total de observaciones simples.

Si se piensa sólo en una de las medias conocidas, la  $M_1$ , por ejemplo, de peso  $m_1$ , y se llama  $x_1$ , su diferencia (por exceso ó por defecto) con  $M$ , se ve que á cada una de las observaciones simples de peso unidad de que provino  $M_1$  le corresponde un error medio  $z_1$ , dado para la proporción

$\frac{1}{m_1} = \frac{x_1^2}{z_1^2}$ , porque los pesos son inversamente proporcionales á los cuadrados de los errores medios.

Así, pues,  $z_1^2 = m_1 x_1^2$ .

Aplicando á cada una de las  $N$  medias conocidas este

razonamiento, el error medio *en conjunto*  $E$ , para cada unidad de peso, será dado por la fórmula  $E^2 = \frac{[mx^2]}{N-1}$ .

Y de aquí que el error medio  $E_1$  para la media final  $M$  se calcule por la fórmula  $E_1^2 = \frac{E^2}{[m]}$ .

El error probable de la  $M$  es  $R = 0,6745 \cdot E_1$ .

\*  
\* \*

Se puede afinar más; es decir, que se puede hacer el cálculo con mayor aproximación, cuando se conoce el detalle de todas y cada una de las carpetas de observaciones. Supongamos que además de tener la media que arroja cada carpeta y el número de observaciones de que proviene, se ha calculado el error medio, ó, mejor, el peso de sus observaciones.

Sean, por ejemplo,

- |                          |   |                                                 |
|--------------------------|---|-------------------------------------------------|
| 1. <sup>a</sup> carpeta. | { | $M_1$ la media aritmética de sus observaciones. |
|                          |   | $m_1$ el número de sus observaciones.           |
|                          |   | $p_1$ el peso de sus observaciones.             |
| 2. <sup>a</sup> carpeta. | { | $M_2$ la media aritmética de sus observaciones. |
|                          |   | $m_2$ el número de sus observaciones.           |
|                          |   | $p_2$ el peso de sus observaciones.             |

y así sucesivamente hasta  $N$  carpetas.

Se sabe que

el peso de  $M_1$  es  $m_1 p_1$

el peso de  $M_2$  es  $m_2 p_2$

el peso de  $M_3$  es  $m_3 p_3$

.....

.....

y que el valor más aceptable de lo que se trata de medir será

$$M = \frac{M_1 \times m_1 p_1 + M_2 \times m_2 p_2 + \dots}{m_1 p_1 + m_2 p_2 + \dots};$$

y que tendrá un peso  $P = m_1 p_1 + m_2 p_2 + m_3 p_3 + \dots$

Por un razonamiento análogo al que se hizo anteriormente, se ve que á cada unidad de peso le correspondería, por el primer grupo de observaciones (1.<sup>a</sup> carpeta), un error medio  $z_1$  dado por la expresión  $z_1^2 = m_1 p_1 \times x_1^2$ , si se llama  $x_1$  el error de  $M_1$  respecto á  $M$ .

Aplicando el mismo razonamiento á las  $N$  medias, se ve que el error medio  $E$  en todo el conjunto, para unidad de peso, se tendrá por la fórmula  $E^2 = \frac{[m p \cdot x^2]}{N-1}$ .

Después el error medio  $E_1$  para la  $M$  final se calculará por la fórmula  $E_1^2 = \frac{E^2}{[m p]}$ , y el error probable  $R$  por la fórmula  $R = 0,6745 \times E_1$ .

\*  
\* \*

Todo lo dicho es aplicable á las observaciones físicas y fisiológicas, y quizá podría serlo también algún día á las de carácter social. Si recordamos las fórmulas del error medio

$$E_1 = \frac{E}{\sqrt{m}}, \text{ y del error probable } R = \frac{r}{\sqrt{m}}$$

de una media cualquiera (1), se ve, como dijimos, que el error con que el número de medida  $M$  expresa el valor de lo que se haya sometido á observación, será tanto menor cuanto menor sea

$$E = \sqrt{\frac{[x^2]}{m-1}},$$

es decir, cuanto más perfecto haya sido el procedimiento de observación empleado, y mayor esmero en todo haya habido por parte de los observadores; y, además, cuanto más grande haya sido el número  $m$  de observaciones por medio de las cuales se obtuvo el número  $M$  de medida.

Ya se ve aquí la influencia de los *grandes números*. Para ponerla de relieve en un asunto de carácter social, supongamos que en un país se hicieran observaciones sistematizadas

---

(1) Se sabe que  $R$  es próximamente los dos tercios de  $E_1$ , así como  $r$  lo es de  $E$ .

sobre niños de seis años de edad, por ejemplo, que empezaran á aprender la lectura, y que estuvieran colocados en igualdad de condiciones, hasta donde esto sea posible y sucedero; siguiendo el mismo método de enseñanza, con las mismas reglas pedagógicas dentro y fuera de la escuela, etc. Supongamos, para simplificar el ejemplo, que se trata de medir solamente la *velocidad media* con que hace un individuo el total aprendizaje por ese procedimiento y mediante esas reglas y condiciones, empezando á la edad dicha de seis años (1). Admitiendo que sea fácil hacer la observación del instante en que pueda decirse aproximadamente que cada individuo *ya sabe leer*, es decir, que ya ha terminado el aprendizaje, se tendría por la observación la duración total  $T$  de su aprendizaje, desde el instante en que empezó á los seis años de edad. Y si se representa por un número  $H$  constante el valor del camino recorrido por el individuo para pasar de la *posición* en que no sabía leer á la *posición* en que ya sabe, se ve que la *velocidad media*  $V$  del movimiento variado por el cual ese individuo ha pasado de una á otra posición, se expresa por  $V = \frac{H}{T}$  (2).

Pues bien; si se someten á observación 100 niños en las condiciones de igualdad que decíamos, las diferencias que entre sí tengan los 100 valores de observación de  $V$ , serán pequeños (con relación á los valores mismos) si se trata de niños normales y se cumplen con rigor aquellas condiciones de igualdad en todos sentidos, que dependan de nosotros. Aplicando los resultados de la teoría de la compensación de errores accidentales que hemos expuesto minuciosamente, se tendría por la media aritmética entre los 100 valores dis-

---

(1) En el Laboratorio de Mr. Binet se hacen observaciones de este género con cuidado, dividiendo el tiempo total empleado en el aprendizaje en cuatro períodos. A cada uno de estos períodos, de desigual duración, habría de aplicarse lo que decimos del tiempo total para simplificar el ejemplo.

(2) Nos limitamos exclusivamente al conocimiento adquirido de la lectura prescindiendo de todas las demás notas psíquicas que hay en el individuo, porque la observación de éstas ofrecería, como antes dijimos, dificultades gravísimas.



cordantes (de observación) de  $V$ , el número de medida más aceptable para ésta. Llamémoslo  $V_M$ . Si las diferencias  $x$  entre  $V_M$  y los 100 valores de observación de  $V$  son muy pequeños, el error medio  $E$  de las observaciones será muy pequeño, y también lo será el error probable  $r$  de dichas observaciones.

Es evidente que  $V_M$  expresará con mucha mayor aproximación que cada una de las observaciones lo que se quiere medir, puesto que su error medio  $E_1$  vale  $\frac{E}{\sqrt{m}}$

(siendo  $m = 100$ );

y su error probable  $R$  vale  $\frac{r}{\sqrt{m}}$ , que es tan sólo los dos tercios de  $E_1$ , ó poco más.

Poniendo la atención en estos errores muy pequeños, se puede decir que probablemente la velocidad  $V$  con que aprendería á leer cualquier otro niño normal, en iguales condiciones que los observados, estaría comprendida entre  $V_M - E_1$  y  $V_M + E_1$ ; y que es igualmente probable que  $V$  resulte comprendida entre  $V_M - R$  y  $V_M + R$ , ó comprendida entre estos límites y los anteriores más amplios.

Se comprende la influencia que decíamos de los *grandes números*; porque á igualdad de esmero en todo, si en vez de 100, se hicieran 1.000, 10.000, 100.000, ..... observaciones, los límites se irían estrechando cada vez más, y *el peso* del valor que se adoptara para la velocidad media  $V$  que se quiere medir, sería cada vez mayor.

\* \* \*

Expuesto lo que precede, y aplicando los principios del *Cálculo de probabilidades*, si se llama  $q$  la *probabilidad* de que la velocidad con que un niño (escogido al azar entre los normales) aprenda á leer en las condiciones dichas *esté comprendida* entre  $V_M - E_1$ , y  $V_M + E_1$ , es claro que la *probabilidad* de que *no resulte así* será  $(1 - q)$ .

Y se puede decir por el *Teorema de Bernoulli* que si se someten á esa prueba  $n$  niños normales cualesquiera, *la más probable* entre todas las combinaciones posibles de niños que resulten en el primer caso, y niños que estén en el segundo caso, será: que haya  $nq$  individuos en el primero y  $n(1 - q) = n - nq$  en el segundo. Como  $q$  será en general bastante grande, es decir, mucho mayor que  $\frac{1}{2}$ , el número  $nq$  será probablemente mucho más de la mitad de los sometidos á la prueba, y mientras mayor sea  $q$ , más predominará  $nq$  sobre  $n - nq$ . Lo que decimos suele expresarse de otro modo diciendo: que en las  $n$  pruebas repetidas la relación del número de individuos que resulten en el primer caso al número total de pruebas será muy probablemente  $q$ , es decir, la probabilidad simple de que un individuo escogido al azar esté en el primer caso.

Pero nótese bien que decimos que esto es *lo más probable*, y nada más, porque puede resultar que en vez de  $nq$  individuos que estén en el primer caso, no haya más, al realizar la prueba, que  $nq - h$  individuos ó, por el contrario,  $nq + h$  en ese caso. Diríamos entonces que en la experiencia ha habido una *desviación*  $h$  respecto de lo normal (1).

Bernoulli ha demostrado que esta desviación  $h$  respecto de lo normal, obedece á una ley (2), que suele llamarse *la ley de los grandes números*, y es la siguiente:

Que si se señala un número  $k$  (tan pequeño como se quiera) como límite máximo de *la desviación* por defecto ó por exceso, y se dispone del número  $n$  de pruebas, mientras más grande se adopte este número  $n$ , mayor será *la probabilidad*  $P$  de que la desviación  $h$  que pueda resultar en la experiencia sea menor que el número dado  $k$ , y si  $n$  creciera indefinidamente, el límite de la probabilidad  $P$  sería 1, es decir, *la certeza*. Lo cual indica que se podría concebir (y determinar por las tablas que hay construídas) un valor para  $n$  sufi-

---

(1) Usamos la palabra *desviación* en el sentido que se da en francés á la palabra *écart*.

(2) Damos á la palabra *ley* un sentido puramente matemático que no debe de confundirse con el sentido de las leyes físicas.

cientemente grande, para tener una *probabilidad tan cercana como se quiera á la certeza* de que la desviación no puede llegar á valer  $k$ , pudiendo ser este número dado tan pequeño como se quiera.

Esta ley (matemática, no física) de los grandes números no puede darnos nunca la certeza, que no cabe en este género de cálculos sobre errores accidentales ó—como se dice vulgarmente—debidos al azar.

Acabamos de aplicarla á una cuestión cinemática, cual es la velocidad con que los individuos normales aprenden á leer en igualdad de circunstancias; pero debe notarse que esa ley de los grandes números—ó sea el *Teorema de Bernoulli*—se puede aplicar igualmente á todos los hechos sociales. Así, por ejemplo, si por estadísticas demográficas, cuidadosamente hechas durante muchos años en una gran población en que las circunstancias no hayan cambiado sensiblemente, se calcula el valor medio  $m$  del número anual de nacimientos, y se toma su relación al número  $p$  de habitantes de la población, la relación media  $\frac{m}{p}$  se adoptará como el tipo de natalidad en dicha población, mientras no cambien las circunstancias. Si  $E_1$  es el error medio de esa relación  $\frac{m}{p}$ , y se llama  $q$  la probabilidad de que al siguiente año la relación oscilara entre  $\frac{m}{p} - E_1$  y  $\frac{m}{p} + E_1$ , pensando en los  $n$  años venideros, lo *normal* sería que hubiese  $nq$  de ellos en que la relación oscilara entre  $\frac{m}{p} - E_1$  y  $\frac{m}{p} + E_1$ , y  $(n - nq)$  en que no fuera así. Si esto no se cumpliese exactamente cuando llegue la realidad, diríamos que ha habido una *desviación* respecto de lo normal; y podríamos añadir que mientras mayor fuera el número  $n$  de años en que se pensase, mayor sería la probabilidad de que la desviación que pudiera aparecer fuera menor que un número dado tan pequeño como se quiera. Se sobreentiende en lo dicho que prescindimos—para simplificar—de los cambios que se hayan ido operando en las circunstancias.

Cuando hayamos de hacer más adelante el estudio *dinámico* del movimiento de un individuo, á partir de un instante cualquiera que consideremos como inicial, necesitaremos como dato el *estado inicial* del individuo (1), que comprenderá:

- 1.º La posición inicial del individuo en el asunto; y
- 2.º Su velocidad inicial en magnitud, dirección y sentido.

Este estado proviene naturalmente de todas las variadísimas influencias que, en relación al asunto, haya recibido el individuo desde antes de su nacimiento hasta el instante que hemos llamado inicial para el estudio. La herencia recibida directamente de sus padres desde el instante de ser concebido, es un primer eslabón complicadísimo. Después de su nacimiento, la herencia fisiológica acompañada de una determinada predisposición psíquica, también heredada, se va complicando gradualmente por las acciones que todo lo que le rodea en el medio ambiente, físico y psíquico-social, ejerce sobre el individuo. Todas estas fuerzas que han ido influyendo en su movimiento de modificación habrán producido *como efecto*, aquella posición y aquella velocidad que juntas constituyen el *determinado estado*, que llamamos inicial, para el estudio de las subsiguientes modificaciones.

Análogamente, cuando hayamos de intentar el estudio dinámico del movimiento en un asunto de una agrupación social—á partir de un instante inicial—habremos de tener como *dato* el *estado inicial de la agrupación*, que comprenderá:

- 1.º El conjunto de las posiciones iniciales de todos los individuos y elementos de la agrupación; y
- 2.º Las velocidades iniciales de todos los individuos y elementos.

Este estado inicial ha provenido de las acciones anteriormente ejercidas—sean interiores ó exteriores—que han influido en los individuos y elementos de la agrupación, y han determinado en general un efecto doble:

---

(1) La palabra *estado*, tiene aquí en Cinemática significación enteramente distinta de la que tiene en Física ó en Fisiología.

1.º Los conjuntos de conocimientos, sentimientos, creencias, hábitos, etc., que constituyen las posiciones en el instante inicial; y

2.º Las direcciones, magnitudes y sentidos de las velocidades con que se encuentran individuos y elementos sociales en el instante inicial.

Todo eso ha llegado como herencia á la agrupación social de que se trate; y ya se ve que, en general, la herencia debe de ser considerada para la Mecánica bajo un doble aspecto. Se concibe, sin embargo, que se herede una cierta posición *sin velocidades*; entonces el estado inicial es *de reposo* en el asunto.

James Mark Baldwin examina detalladamente el contenido de ese caudal que se transmite como herencia de unas generaciones á otras de la misma agrupación social, y trata de determinar á qué individuos de ella se transmite, y quiénes son los desheredados. Examina también cómo se transmite por aprendizaje—mediante la imitación—bajo la influencia de las condiciones que rodean á los individuos y elementos de la agrupación, y que forman lo que suele llamarse la atmósfera social.

Creemos que á la *Mecánica social* nada de eso lo interesa. Nos parece que en ella—á semejanza de la Mecánica de los sistemas materiales—sólo ha de ser considerada la herencia social como un *estado inicial* de que partir como dato.

\*  
\* \*

**Aceleración.**—Después de haber tratado de lo que se refiere á la velocidad del movimiento de modificación del individuo en un asunto, pensemos que si la velocidad es *variable* por ley de continuidad—ya sea solamente en magnitud (movimiento de dirección constante), ya sea en magnitud y dirección á la vez—aparece la noción de *aceleración*, porque siendo la velocidad *algo*, que cambia de algún modo en el tiempo por ley de continuidad, le será aplicable á su vez el concepto de velocidad, y á esta velocidad de la velocidad se le llama aceleración. Es innecesario justificar que

en un movimiento uniforme de dirección constante, la noción de aceleración no aparece, puesto que la velocidad no cambia en nada.

Recordemos estas primeras sencillas ideas de Mecánica racional (como lo hemos hecho al tratar de la velocidad) empezando por el caso en que la velocidad en el movimiento de modificación del individuo varíe solamente *en magnitud*, porque el individuo se mueva siempre en la misma dirección y tendencia (trayectoria rectilínea).

Si esta variación de magnitud de la velocidad fuera tal que los incrementos—positivos ó negativos—que experimente en intervalos de tiempo iguales sean iguales, por pequeños que se tomen esos intervalos, se dice que el movimiento es *uniformemente variado*, y se llama aceleración al incremento  $j$  de la magnitud de la velocidad en la unidad de tiempo. En el caso del movimiento que se simboliza en la trayectoria rectilínea, la dirección de la aceleración es la de la velocidad, que es la de la trayectoria. Se ve que en el movimiento rectilíneo uniformemente variado, la aceleración se puede representar por un vector (como se hizo con la velocidad) localizado en la recta de la misma trayectoria. Y como esta  $j$  expresa la relación constante del incremento de la velocidad al incremento de tiempo—cualquiera que sea este intervalo—se escribe la ecuación conocida

$$v = v_0 + j \cdot t$$

en la cual  $v$  es la velocidad en un instante cualquiera  $t$ ;  $v_0$  la que corresponde al instante inicial  $t = 0$ ; y  $j$  es la aceleración.

Sobre la representación gráfica de esta ecuación y sobre la resolución numérica ó gráfica de los problemas, se repetirá lo que se dijo al hablar de la velocidad en un movimiento uniforme, porque la ley es la misma. Que por una simple multiplicación se calcula el incremento ( $v - v_0$ ) de la velocidad; y que por simple división se calcula  $j$ .

Pasando al caso en que las velocidades no varíen proporcionalmente á los tiempos, es decir, en que las variacio-



nes de la magnitud de la velocidad se realicen *sin uniformidad*, se precisa la noción de *aceleración en un instante* por el mismo método infinitesimal que se indicó al precisar la noción de *velocidad en un instante*. Así la aceleración en un instante del movimiento de modificación del individuo, *cuando es de dirección constante*, es el coeficiente diferencial en un instante, de la velocidad respecto del tiempo  $\left(\frac{dv}{dt}\right)$ .

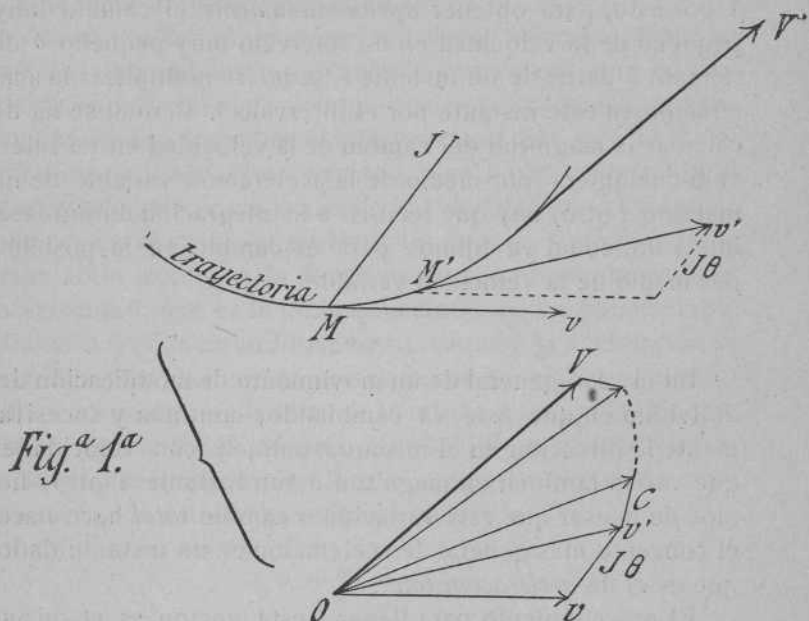
Y por esto, para obtener *aproximadamente* el cambio muy pequeño de la velocidad en un intervalo muy pequeño  $\theta$  de tiempo, á partir de un instante  $t$ , se podrá multiplicar la aceleración en este instante por el intervalo  $\theta$ . Pero si se ha de calcular la magnitud del cambio de la velocidad en un intervalo cualquiera (por medio de la aceleración variable de un instante á otro) hay que recurrir á la integración durante ese intervalo, como ya dijimos para el cambio en la posición por medio de la velocidad variable.

\*  
\* \*

En el caso general de un movimiento de modificación del individuo en que éste va cambiando, continúa y sucesivamente la dirección en el mismo asunto, y con velocidades que varían también en magnitud de un instante á otro, hemos de pensar que esta variación ó cambio *total* hace nacer el concepto más general de aceleración en un instante dado, que es el de *aceleración total*.

El procedimiento para llegar á esta noción es el mismo infinitesimal ya dicho; pero es, en este caso, más complejo, porque afecta simultáneamente á la magnitud y á la dirección y sentido de la velocidad, es decir, á todos los atributos del vector-velocidad. Al transcurrir un intervalo muy pequeño de tiempo  $\theta$ , á partir de un instante  $t$ , la velocidad  $v$  en este instante recibe un *incremento total* muy pequeño con cierta magnitud, dirección y sentido que, compuesto con  $v$ , determina la velocidad  $v'$  en el instante  $t + \theta$ . En el límite del decrecimiento indefinido de  $\theta$ , la relación á  $\theta$  de ese incremento total de la velocidad es la *aceleración total J en el instante t*. (Véase la fig. 1.<sup>a</sup> simbólica.)

Y se ve que esta aceleración corresponde exactamente á la velocidad en el mismo instante de un punto que recorriera la curva hodógrafa  $C$ , construída á partir de un punto cualquiera  $o$ . Por ser total, es decir, por referirse á *todo* lo que constituye la velocidad, esta aceleración permite pasar aproximadamente de la velocidad  $v$  en el instante  $t$  á la velocidad  $v'$  en el instante  $t + \theta$ , componiendo aquélla con la  $J. \theta$ , que se obtiene por simple multiplicación.



Y es claro que para conocer (en un todo) la velocidad  $V$  al cabo de un transcurso cualquiera de tiempo, hay que recurrir á la integración en este tiempo de los cambios totales muy pequeños  $J. \theta$  de la velocidad. Y el vector  $V$  que se obtenga en el símbolo geométrico por la composición de la velocidad inicial  $v$  con todas las  $J. \theta$  sucesivas (véase la figura) deberá de localizarse (para el instante final del transcurso de tiempo) en la tangente á la trayectoria trazada en la posición correspondiente del móvil.

Hemos recordado con excesiva prolijidad de detalles estas primeras ideas vulgares de la Cinemática sobre veloci-

dades y aceleraciones, con el propósito de que se vea que serían aplicables sin modificación alguna al movimiento de un individuo en un asunto cualquiera, si admitiéramos (como decíamos en los *Preliminares*) que el paso de una posición del individuo en el asunto á otra posición muy próxima durante un intervalo de tiempo muy pequeño  $\theta$ , quedara determinado en *magnitud, dirección y sentido* por el incremento muy pequeño que experimentara un parámetro complejo que sirviera para definir aquella posición psíquica.

Es claro que en la práctica—ya lo dijimos—los cambios de dirección en el movimiento de un individuo sólo ocurren á intervalos de tiempo suficientemente grandes, para que el movimiento deba de ser mirado como una sucesión de movimientos de dirección constante y de mucha duración, cada uno de los cuales puede ser uniforme ó puede ser de velocidad variable en magnitud. En este segundo caso es cuando se presenta prácticamente la aceleración.

Pero como nuestro propósito ha sido seguir la exposición de la Mecánica racional con el carácter general científico y puramente teórico que ella tiene, sin preocuparnos aquí de las aplicaciones, hemos tratado del movimiento más general posible de un individuo en el cual la dirección de su movimiento fuera incesantemente cambiante (representación curvilínea), y la magnitud de su velocidad fuera también cambiando de un instante á otro, para que se viera en este caso general la *aceleración total* en cada instante, que es muy interesante para la Dinámica, como veremos.

\*  
\* \*

En las indicaciones cinemáticas hechas anteriormente sobre el movimiento de modificación de un individuo, se nos ha impuesto (como indispensable) la noción de *dirección y sentido* del movimiento en un instante dado. Ya dijimos en los *Preliminares* que supondríamos afectado al individuo de un parámetro simbólico que—por su valor en cada instante—definiere la posición en el asunto, y que fuera además susceptible de marcar—por su incremento en un transcurso

muy pequeño de tiempo  $\theta$ —, no sólo la magnitud muy pequeña del *cambio de posición* en ese intervalo  $\theta$ , sino también *la dirección y el sentido* de ese cambio de posición (1). Esta suposición responde á la idea que tenemos de que todo cambio psíquico muy pequeño que experimente un individuo en el conjunto de sus ideas, sentimientos, etc., sobre un asunto, ha de ser—así me parece—en una cierta y determinada dirección y sentido psíquicos.

En el intrincado campo de lo psíquico—y á partir de una determinada posición del individuo en un asunto—concibamos toda la infinidad de direcciones posibles que se distinguen unas de otras por la orientación psíquica que cada una señale en el asunto. En relación á todas ellas, veamos el determinado cambio muy pequeño de posición del individuo, con su determinada dirección y sentido, que corresponden á su velocidad  $v$  en ese instante.

Se puede notar que este movimiento será *enteramente ajeno* á algunas de aquellas direcciones, pero que—generalmente hablando—participará en algo de las demás direcciones: participará en mayor grado, naturalmente—de aquellas que se aparten menos de la dirección de la velocidad. Se podría apreciar el cuánto de la velocidad  $v$  en una dirección dada  $D$  (véase la figura 2.<sup>a</sup>), concibiendo la  $v$  como compuesta de una parte  $v_d$  en la dirección  $D$ , y de otra  $v_b$ , ajena por completo á esta dirección  $D$ . La componente  $v_d$  es lo que se llama *la velocidad v estimada en la dirección D*.

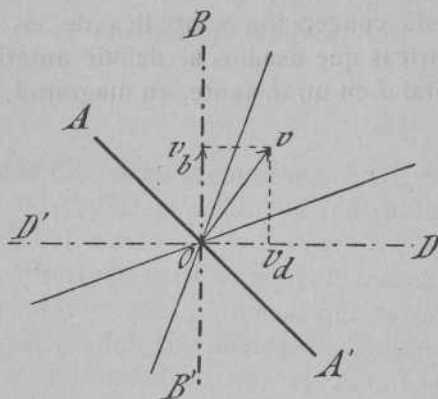
La representación *esquemática* de lo que decimos se vería figurando en  $ov$  (fig. 2.<sup>a</sup>) la velocidad en magnitud, dirección y sentido. Se ve que en algunas de estas direcciones la  $v$  no tiene componente alguna, pero que en cualquiera de las otras, en la  $D$ , por ejemplo, hay una componente  $v_d$  de la velocidad  $v$ , si se concibe ésta como resultante de  $v_d$  y de otra  $v_b$  situada en el plano  $BB'$  perpendicular á  $D$ , en el cual están representadas las direcciones por completo ajenas á la  $D$ .

---

(1) He de repetir aquí que me parece sumamente difícil—por no decir imposible—señalar hoy un procedimiento por virtud del cual se pueda hallar, para cada individuo y en cada asunto, ese parámetro.

Así se concibe simbolizada en  $v_d$  la *velocidad estimada en la dirección D*, porque expresa (por su magnitud y su sentido) *cuánto* tiene la  $v$ , y *en qué sentido* de esa dirección  $D$ .

Fig.<sup>a</sup> 2.<sup>a</sup>



Si se piensa—por ejemplo—en la posición  $o$  como símbolo de la que tiene un individuo en un asunto económico, y su estado es de movimiento en el asunto con una velocidad conocida  $v$ , cabe estimar ésta en aquellas direcciones que no sean enteramente ajenas á la dirección del movimiento. Si, por ejemplo, se supone que ese movimiento en el asunto económico de que se trate se relaciona en algo con el cambio internacional de productos (dirección  $D$ ), al *estimar su velocidad  $v$  en esta dirección*, se vería *cuánto* hay (en el movimiento elemental) de *sentido* librecambista ó prohibicionista, y esto se vería *por la magnitud de  $v_d$  y por su sentido*.

Consideremos otro ejemplo. Si tratando de un asunto del género político se considera en éste una dirección  $D$ —á partir de la posición  $o$ —, que simbolice la participación del pueblo el asunto político, y se supone que el movimiento del individuo es en una dirección política  $v$ , que no sea ajena

por completo á la dirección  $D$ , se ve que la velocidad  $v$ , estimada en la dirección  $D$ , nos indicará *cuánto* hay de sentido democrático ó antidemocrático (que son los dos sentidos diametralmente opuestos  $oD$  y  $oD'$  en la dirección  $D$ ) en el movimiento elemental de que se trata.

Todo lo que decimos sobre la velocidad podría decirse sobre la aceleración de un movimiento en un instante, que se podría *estimar* también *en una dirección dada*  $D$ . Nos ayudaríamos para esta concepción simbólica de las representaciones geométricas que usamos al definir anteriormente la aceleración total  $J$  en un instante, en magnitud, dirección y sentido.

---



## COMPOSICIÓN DE MOVIMIENTOS

### Movimiento relativo.

**Composición de dos movimientos.**—En el estudio de los movimientos de modificación de los individuos, habremos de considerar á éstos más adelante como están en la realidad, es decir, formando parte siempre de una agrupación social; con lo cual queremos significar que *participan*—como por vía de arrastre—del movimiento de conjunto de la agrupación en el asunto social de que se trate, cualquiera que éste sea, puesto que supondremos que los individuos están ligados á ella. Este movimiento de conjunto de una agrupación es muy difícil de definir y precisar, tal como se da en la realidad, y por esto nos limitaremos al caso teórico de que fuera posible conocer en magnitud, dirección y sentido la *velocidad de arrastre* que corresponda en un instante dado á cada individuo por el hecho de participar del movimiento de conjunto de la agrupación, en virtud de los enlaces que tenga en ella. Esta velocidad de arrastre no será en general la misma en un instante dado para todos los individuos de la agrupación. á no ser en casos muy especiales (1).

---

(1) En un asunto religioso de importancia se dará á veces (no siempre) el caso de que todos los que formen parte de la colectividad social constituida por los individuos de una misma confesión religiosa, reciban de la colectividad una misma, idéntica velocidad de arrastre para un determinado movimiento en aquel asunto. Entonces se podría decir con toda propiedad que esa es la *velocidad de la colectividad*, y el movimiento de ésta se podría representar perfectamente por el de simple *traslación* de un sólido invariable de los que estudia la *Mecánica racional*.

Ahora bien: si concebimos que un individuo tenga en un instante dado una velocidad propia con relación á la agrupación á que pertenece, esta velocidad no sería la real y efectiva del individuo, sino en el supuesto de que la agrupación estuviera en reposo. Pero si suponemos que ésta á su vez se halla en movimiento, el individuo (á quien suponemos participe de este movimiento), tendrá, además de su velocidad propia *relativa*, otra velocidad de *arrastre*, y el movimiento de modificación del individuo en el asunto será —en el instante que se considera— el que corresponda á la velocidad resultante de las dos, y que se representaría en la dirección y con el sentido de la diagonal del paralelógramo formado con las magnitudes, direcciones y sentidos de las dos velocidades componentes. Además, la magnitud de la velocidad resultante estará representada (con arreglo á escala) por la longitud de la diagonal.—Es evidente que la velocidad real y efectiva se acercará más á la que en magnitud predomine entre las dos componentes.

La operación de determinar por la regla del paralelógramo, la velocidad absoluta como resultante de la relativa y la de arrastre, es la que suele llamarse *composición de velocidades*.

El problema de la determinación de la velocidad relativa es el inverso, á saber: conocida la velocidad real y efectiva que el individuo en un instante dado tiene en su movimiento absoluto en un asunto—digámoslo así—, y conocida también su velocidad de arrastre en el asunto, por su enlace con la agrupación de que forma parte, hallar la velocidad que podría decirse tiene con relación á la agrupación, es decir, su velocidad relativa.—Este problema se llama de la *descomposición*, y queda resuelto evidentemente, llevándolo al de la composición de la velocidad absoluta con una igual y opuesta á la de arrastre, para reducir al reposo á la agrupación, y que no quede (de la velocidad efectiva) más que la velocidad relativamente á la agrupación.

Para evitar confusiones en que muy á menudo se incurre, conviene llamar la atención (como lo hace Bour en su excelente *Tratado de Mecánica racional*) sobre las frases

anteriores. Nótese bien que un individuo, en un instante dado, no puede tener varias velocidades *distintas*, en su determinado movimiento en un asunto, porque eso es inconcebible. No tiene ni puede tener, en el instante considerado, más que *una* única velocidad *real y efectiva*, y es la que hemos llamado velocidad absoluta (para darle un nombre como si pudiera ser contemplada desde algún punto de vista absolutamente fijo (1).

Si esta misma velocidad efectiva del individuo no es mirada aisladamente, sino en relación con la agrupación que está toda ella en movimiento, puede concebirse al individuo de que tratamos como teniendo una velocidad relativa, pero ésta *no es más* que la misma velocidad absoluta contemplada desde un punto de vista que fuera arrastrado por la agrupación en su movimiento de conjunto. Quizá podría decirse también que la velocidad de arrastre que hemos dicho que tiene el individuo, no es más que la misma velocidad absoluta de la cual imaginamos que se descuenta (si vale la frase) lo que hubiera en ella de individual é independiente del movimiento de la agrupación; es decir, mirando la velocidad absoluta desde un punto de vista colocado idealmente en el interior de un individuo que conservara su movimiento propio individual, y se sustrajera al movimiento de la agrupación (2).

Antes de pasar á la composición de muchos movimientos, presentemos algún ejemplo de lo dicho sobre la composición de dos. Pensemos en la agrupación social más sencilla, que es la familia, como la vemos hoy en nuestras Sociedades, y consideremos un individuo de ella en un asunto religioso—por ejemplo—. En un instante dado, el individuo que consideramos está en una cierta determinada posición

---

(1) Se sabe que esto del punto de vista absolutamente fijo es una mera concepción abstracta sin realidad; pero este modo de pensar en un punto de referencia absolutamente fijo, es útil al pensamiento puramente especulativo.

(2) Esta concepción es algún tanto violenta. Quizá Bour tiene razón al decir que bajo ningún pretexto se puede (en ningún caso) considerar el movimiento de arrastre como perteneciendo al punto.

en ese asunto. Dejando aparte las diversas influencias que hayan tendido anteriormente á modificar su posición religiosa, ejerciendo su acción como fuerzas en muy varias direcciones y sentidos, y con varias intensidades (1), supongamos el hecho escueto de que el individuo, en el instante en que lo vemos, tenga una velocidad propia, individual, suya, de movimiento en ese asunto religioso, y que sea conocida en magnitud, dirección y sentido, venga de donde viniere. Si además suponemos que la familia á que pertenece (por causas que aquí tampoco nos interesan), se halla en ese mismo instante en estado de movimiento de modificación religiosa en el asunto, y admitimos que sea conocida en magnitud, dirección y sentido también, la velocidad de arrastre (para ese individuo de la familia) vemos que, en *dirección y sentido*, así como en *magnitud*, la velocidad efectiva en ese instante del movimiento de modificación religiosa del individuo, será la resultante de las dos componentes, y se representaría geométricamente por la diagonal del paralelogramo que se construyera sobre las representaciones geométricas de las dos velocidades conocidas (2).

**Composición de varios movimientos.**—Para tratar el caso en que la agrupación primera (la familia, por ejemplo), forme parte á su vez de una segunda agrupación más comprensiva (el Municipio en que vive, por ejemplo), y que aquella primera agrupación participe del movimiento de conjunto de la segunda, hemos de partir del supuesto de que (así como antes suponíamos que era conocida la velocidad de arrastre para el individuo por el enlace con su familia) sea también conocida en el mismo instante la segunda velocidad de arrastre (la del Municipio, por ejemplo), para el mismo individuo en el mismo asunto. Es claro que al participar la familia—como por vía de arrastre—(en este asunto) del movi-

---

(1) Esta cuestión es de Dinámica, de que ahora no tratamos.

(2) Claro es que si se considera un individuo de tal manera desligado de su familia (por lo que toca á su posición en este asunto) que la velocidad de arrastre fuera para él *nula*, no habría entonces composición de velocidades, pues se trataría de un individuo absolutamente libre de las sugestiones, de la agrupación familiar en este asunto.

miento del pueblo, de este participará en general el individuo que pertenece á la familia (1).

La regla de composición de velocidades será siempre la del paralelogramo, porque después de compuesta la propia individual (relativa á la familia) con la primera de arrastre, la resultante habrá de ser tratada como una velocidad relativa con respecto al municipio, para componerla á su vez con la segunda de arrastre (la del municipio), que hemos supuesto conocida también. La resultante de esta segunda composición será la velocidad efectiva del individuo en el asunto— en magnitud, dirección y sentido.

Con toda generalidad podemos decir: que si el municipio participa del movimiento de conjunto que pueda tener la provincia ó región á que pertenece; y ésta á su vez del movimiento de la nación, y ésta del movimiento de su raza; y, finalmente, su raza del movimiento total de la humanidad; cada individuo tendrá en un instante dado (para cada asunto) una velocidad en su movimiento de modificación que estará determinada por la resultante de su velocidad propia individual y de todas las simultáneas de arrastre que hemos enumerado. Es claro que alguna de estas componentes no existiría si el enlace ó la conexión correspondiente no existiera; como, por ejemplo, si un individuo y su familia estu-

---

(1) No nos incumbe á nosotros entrar aquí á examinar si para cada individuo—en la generalidad de los asuntos de carácter social—esas dos velocidades de arrastre, á saber: la que proviene de la familia y la que proviene del pueblo, tienen direcciones y sentidos que se separen poco ó mucho la una de la otra. Hay quienes creen que—generalmente hablando—hay antagonismo; es decir, que (en la misma dirección) es frecuente que los sentidos sean diametralmente opuestos. Esto nada interesa en la Cinemática pura y abstracta de que aquí tratamos.

Ya dijimos al principio que en la Cinemática se hace siempre abstracción completa de las fuerzas que producen los movimientos, pero en una Cinemática aplicada sería muy interesante el examen y determinación de los movimientos que (proviendo de los intereses, concordantes ó discordantes, de las simpatías ó antipatías, etc.) determinan las velocidades de arrastre de los individuos en una ú otra dirección y sentido.

Dentro de una nación—por ejemplo—habrían de ser consideradas las familias, los Municipios y las regiones—para esa consideración cinemática.

vieran completamente separados de la corriente de movimiento del municipio en que vive, ó una nación estuviera aislada del movimiento general de las de su raza, etc.

Si ponemos la atención en un asunto económico—un asunto de agricultura, por ejemplo—y escogemos un individuo que en un instante dado dedique á este asunto su actividad, y pensamos en lo que hemos llamado su posición en el asunto en ese instante, diríamos primeramente que está *en reposo*, si no está en vías de introducir modificación de ninguna especie en su modo de llevar ese asunto como agricultor, y no hace más que conservar la posición heredada ó adquirida anteriormente. Si, por el contrario, suponemos que está animado de una velocidad propia de modificación en determinada dirección y sentido, y que ese agricultor no está aislado, sino que forma parte de una corporación agraria, y que ésta tiene un movimiento general de modificación en el asunto de que tratamos, el individuo recibirá, como partícipe de este movimiento de la corporación, una primera velocidad de arrastre.

Si á su vez la corporación participara de un movimiento general de la región ó del país, que se relacione con aquella especie de modificación, el individuo recibiría una tercera componente de velocidad; y la resultante de las tres velocidades dichas sería en el instante que consideramos la velocidad real y efectiva del individuo, y ella señalaría la dirección y el sentido de su movimiento efectivo de modificación.

Parece innecesario decir que sería difícilísima, por no decir imposible, la determinación de cada una de las velocidades componentes que se requieren como datos para aplicar el procedimiento expuesto de composición que habría de conducirnos á la velocidad resultante para cada individuo. Es primeramente difícil conocer con precisión la dirección, sentido y magnitud de la velocidad propia individual, relativamente á la primera agrupación social á que pertenece; pero la dificultad es mucho mayor para las demás componentes, que son velocidades de arrastre del individuo por las distintas agrupaciones sociales más y más comprensivas que



envuelven, por decirlo así, al individuo. Y son mucho más difíciles de determinar con precisión estas componentes, porque habría que conocer, no ya una dirección y sentido general de velocidad como dirección media con su magnitud media, sino la que particularmente correspondiera al individuo de que se trate. Se comprende que esta última varíe de un individuo á otro, según su enlace (para el asunto), con la familia, con el Municipio y la región, etc., para ser arrastrado en una ú otra dirección y sentido, y con más ó menos intensidad.

Entraría por mucho en estas determinaciones un complicado y casi inextricable, conjunto de circunstancias de carácter psíquico social (1).

---

ADVERTENCIA. — Tengo ahora conocimiento de un libro del Profesor SP. C. Harel, de Bucarest, titulado *Mecánica social*, y publicado á fines de 1910. Veo que ese trabajo es enteramente distinto del mío, aunque en ambos se aplique á los individuos y á las agrupaciones sociales los Principios y Teoremas de la Mecánica racional; porque se hace la aplicación desde puntos de vista diferentes y con muy diverso criterio, como podrá apreciar quien leyere uno y otro trabajo. Mi estudio es predominantemente psicológico (como base de lo social), y además puramente abstracto y teórico. Mientras que Mr. Harel aspira en el suyo á hacer una Mecánica social aplicada (al menos como primera aproximación), habiendo sido la aplicación á la política el móvil que le ha impulsado á hacer su trabajo.

Así, en toda la segunda mitad del libro, se trata de cosas que no tie-

---

(1) A los sociólogos corresponde el estudio de estas difíciles cuestiones sobre las velocidades de arrastre y las velocidades propias individuales, según sean los tipos de las agrupaciones sociales, y según sean las circunstancias en que se encuentren. Con el tema de la composición de velocidades, guardan cierta conexión las observaciones del Profesor Durkheim acerca de la debilitación progresiva de la conciencia común ó colectiva, por la cual, las velocidades propias individuales van predominando más y más.

Las velocidades propias individuales dependen sin duda de todo lo que hay en el interior de cada individuo, en lo que denominaremos más adelante su medio interno; pero esta consideración es de orden dinámico, y trataremos de ella más adelante.

nen analogía alguna con lo tratado por mí en estos *Apuntes*; y termina con reflexiones sobre la marcha de la civilización.

En la Mecánica social propiamente dicha, veo que Mr. Haret había estudiado ya alguna de las cuestiones que yo he abordado en este trabajo; pero lo había hecho de manera muy diferente. Es de notar, sin embargo, que yo haya llegado —aunque por distinto camino— á un modo de extender el principio de la inercia que en algún punto coincide con el de Mr. Haret; y que yo haya llegado también á concepciones algo análogas á las suyas sobre la noción de masa, para poder mirar ésta como constante.

# ESTÁTICA Y DINÁMICA

## PRIMERA PARTE

### **Equilibrio y movimiento de los individuos.**

Antes de estudiar el equilibrio y el movimiento de las agrupaciones sociales, hemos de estudiar en esta *1.ª Parte* (como preliminar indispensable) el equilibrio y el movimiento de los individuos y elementos sociales que las constituyen, imitando en esto—como en todo—el procedimiento que se emplea en la *Mecánica racional*.

Veamos antes los primeros jalones de esta ciencia.

EL PUNTO MATERIAL.—Para la exposición newtoniana, se requiere la noción abstracta del punto material, que *no es* la partícula física.

Por el marcado carácter matemático de la *Mecánica racional* (no decimos de la *Mecánica* en general) los elementos que, enlazados entre sí, constituyen los sistemas, no son ni pueden ser las moléculas, los átomos, los electrones, ni cualesquiera otras partículas que los físicos establezcan como constitutivas de los cuerpos de la Naturaleza, y sobre las cuales versan hoy (ó puedan versar el día de mañana) las teorías físicas y químicas. En la *Mecánica racional* pura y abstracta, que es la que nosotros necesitamos para nuestras especulaciones de *Mecánica social*, no se consideran estas partículas que admiten la Física y la Química, sino que se trata del *punto material*, significando con estas dos palabras unidas, que se trata del *punto matemático* de la Geometría,

al cual se le atribuye la condición abstracta de *material*, es decir, que se le dota de una masa, como coeficiente de capacidad para el movimiento en el espacio.

Por esto las teorías de la *Mecánica racional* no están—á mi entender—pendientes de los descubrimientos físicos y químicos, *del mismo modo* que puedan estar las teorías físicas y químicas. A mi modo de ver, la evolución que se ha operado (y que incesantemente se opera) en los conceptos matemáticos, así de la Geometría como del Análisis, trascienden directamente á la Mecánica racional, y determinan la evolución de esta ciencia; mientras que la evolución en los conceptos físicos y químicos que trascienden muy directamente á la Mecánica aplicada (por ser ésta una rama de las ciencias físicas), no puede influir sobre las leyes puras de la *Mecánica racional*. Tal como ésta ha quedado construída después de Galileo y de Newton, con su armazón científica, podrá ser ensanchada y desenvuelta, como lo es incesantemente; podrá ser expuesta de diferentes modos por exigencias del espíritu filosófico ó por conveniencias de las ciencias que la necesitan; pero siempre será cierto que *si se admiten* como Postulados los *Principios fundamentales*, todas las leyes de la *Mecánica racional* se imponen lógicamente á la razón, sin que dependan de los descubrimientos físicos ó químicos; porque esas leyes son formuladas con el lenguaje matemático, y *para nosotros* nada más. Hasta hoy la Naturaleza se ha correspondido muy bien con esas leyes teóricas; pero si por virtud de observaciones perfectamente hechas, y con todo género de garantías, esa correspondencia se rompiera algún día, y los físicos hubieran de repudiar teoremas demostrados por la Mecánica racional de hoy, ésta—aunque subsistiendo como edificio lógico, digamos así—no sería ya de utilidad para las ciencias físicas.

En tal supuesto conflicto, habría que revisar los *Principios fundamentales*, y me parece que el nuevo Newton que reparara el defecto en los cimientos, y construyera una nueva Mecánica racional utilizable por los físicos, habría de modificar los *Postulados*, pensando siempre en el dato puro y abstracto del punto material.

Recordemos brevemente lo ocurrido en los últimos años en que han surgido descubrimientos que en el campo de la Física y de la Química han producido tan honda y legítima emoción. Después de los descubrimientos de los rayos X, de los rayos de urano, de los de torio y del gran poder radioactivo de muchos minerales, se logró finalmente obtener (aunque en cantidad pequeñísima) *el radio* que emite rayos luminosos y caloríficos con propiedades asombrosas, para la explicación de las cuales se ha supuesto que son de tres clases  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  (con diferente modo de ser) que se han reconocido por la conductibilidad eléctrica que producen en el aire, lo cual no nos interesa aquí. La enorme cantidad de energía representada por el calor que emite incesantemente un gramo de radio (100 calorías-gramo en una hora) le deja, al parecer, sin alteración alguna, ó al menos sin alteración que sea apreciable por los más finos y delicados instrumentos y procedimientos de observación. ¿Rompe este descubrimiento la correspondencia de la Naturaleza con el Teorema de la *Conservación de la energía*, y hay que repudiar este teorema de la Mecánica?

Así fué planteada por algunos en los primeros momentos la cuestión que surgía con tan emocionante descubrimiento físico. Pero es tal la fe en la ley mecánica, no considerada como pendiente de ningún descubrimiento particular físico ó químico, que se desechó bien pronto toda duda sobre el teorema de la Mecánica, y se dedicaron con ahinco los investigadores á examinar si habría algún proceso natural (antes desconocido), por virtud del cual quedarán en libertad cantidades de energía que fueran muchos millones de veces mayores que las que aparecían en los procesos conocidos, y que explicara cómo es producida la energía que expide sin cesar el radio. Estas investigaciones han conducido á una nueva concepción acerca de la constitución de los cuerpos materiales.

Se sabía por la Química cómo las moléculas de los cuerpos estaban constituidas por átomos de los cuerpos elementales, y se conocían y se medían las cantidades de energía que iban envueltas en ese proceso de composición molecu-

lar, al dividir—ó mejor dicho—descomponer la molécula en sus átomos. Pero en los átomos de los cuerpos elementales se acababa todo; eran indescomponibles, eran irreductibles; habían sido infructuosas cuantas tentativas se habían hecho para dividir los átomos; y aunque se habían visto conexiones entre unos y otros cuerpos elementales por sus respectivos pesos atómicos, no se había podido pasar del átomo. Ahora se cree ya que, probablemente, hay partículas mucho más pequeñas que los átomos, y que éstos se componen de esas partículas no siendo, por tanto, indivisibles, como se pensaba.

Se tiene hoy por demostrado, según afirman, que cada una de esas partículas es *mil veces menor* que el átomo del hidrógeno (que es el menor de todos), y que lleva cada una la misma cantidad de electricidad negativa que la que lleva un átomo de hidrógeno al salir del agua por descomposición de ésta. Esa partícula cargada con esta cantidad de electricidad negativa es *el electrón*. Decimos que se tiene por demostrado, porque diferentes investigadores, por procedimientos muy diversos, han coincidido, han llegado (según se dice) á ese mismo valor para el electrón. Así, pues, en cualquier cuerpo se puede llegar hasta el electrón—es decir, la milésima parte de un átomo de hidrógeno—. Ya se puede concebir que por el diferente número de electrones, por el diverso modo de agrupación de éstos, y por sus velocidades, se diferencien unos de otros los átomos de los diversos cuerpos considerados como elementales.

Prescindiendo de las hipótesis que han hecho algunos físicos sobre la base de los electrones y los iones (electropositivos), lo que ya se puede concebir desde luego es: que la descomposición del átomo de un cuerpo elemental, como *el radio*—por ejemplo—, deje en libertad una enorme cantidad de energía, muy superior á la que conocíamos por la descomposición de la molécula en sus átomos. Así también es concebible ya que un cuerpo elemental pueda transformarse en otro al cambiar su peso atómico por pérdida de electrones. Esto parece haberse comprobado en las experiencias hechas con la emanación del radio, por las cuales se ha obtenido *el helio*.



De toda esta digresión (salvando las inexactitudes en que podamos haber incurrido), resulta que, por virtud de descubrimientos físicos y químicos, se ha penetrado más y más en la constitución íntima de los cuerpos materiales, llegando á partículas físicas más y más pequeñas. Y hay que pensar en la imposibilidad de poner limite alguno á lo que las investigaciones futuras puedan sugerir en orden á la pequeñez de las partículas que hayan de mirarse como en las entrañas de los cuerpos materiales; nada impide concebir que pueda llegarse á partículas que sean muchos millones de veces menores que los electrones de hoy, sin límite alguno. La Física y la Química, y con ellas la Mecánica de *los cuerpos materiales*, estarán siempre pendientes de evoluciones futuras por ese motivo; pero la *Mecánica racional no está en el mismo caso*—á mi entender—toda vez que establece sus teorías sobre la entidad *abstracta* del punto material (que sólo está en nuestra mente), y á él no pueden llegar, ni en nada pueden afectarla, los descubrimientos físicos, por lo mismo que está sólo en nuestra mente, fuera de la realidad física.

### **Principios fundamentales de la Mecánica racional.**

Vimos en los *Preliminares* que:

Del *Primer Principio*—ó sea el de *la inercia* del punto material—se infiere la existencia de alguna causa exterior al punto, si se observa algún cambio en el estado de reposo ó de movimiento de éste. La causa se llama *fuerza* (1).

Del *Segundo Principio* se deduce que *el cambio de movimiento* producido por una fuerza se realiza en la dirección y en el sentido en que ella actúe. Esa dirección y sentido del cambio de movimiento, es lo que en la *Cinemática* hemos

---

(1) Claro es que no cabe hacer observaciones sobre el punto material que es una *abstracción*. Se aplica á él lo que pudiera observarse en un cuerpo material. No se olvide que estos Principios de la Mecánica son para nosotros simples *Postulados*.

llamado dirección y sentido de la *aceleración total*  $J$ . Y se admite que la magnitud de esta  $J$  es proporcional á la fuerza motriz  $F$  (1).

Invirtiendo, se dice que la fuerza motriz  $F$ —mirada como una acción externa sobre el punto material que le hace cambiar su estado de reposo ó de movimiento—es proporcional (para un punto dado) á la aceleración  $J$  que éste recibe ( $F = mJ$ )—. La fuerza se ve como un vector localizado en la posición que ocupa el punto.

El *coeficiente de proporcionalidad*  $m$ , afecto á cada punto material, se llama su *masa*.

De este *segundo principio* se deduce el *Teorema del paralelógramo* para la composición de dos fuerzas que actúen simultáneamente sobre un mismo punto, basándose en la composición cinemática de las aceleraciones correspondientes, y en virtud de la independencia de los efectos de las fuerzas.

Si se llama *cantidad de movimiento* de un punto de masa  $m$  en un instante, á un *vector localizado* en la posición que ocupa el punto, y que—con la misma *dirección* y el mismo *sentido* de la velocidad—tenga por *magnitud* la de ésta multiplicada por el coeficiente  $m$ ; y se recuerda lo que sabemos sobre la aceleración total  $J$ , se ve la fuerza motriz  $mJ$  como produciendo (por una simple multiplicación) el incremento total (vectorial) muy pequeño  $mJ \times \theta$  que experimentará la cantidad de movimiento  $m\dot{v}$  en el intervalo muy pequeño de tiempo  $\theta$  (2). Se podría decir en vista de esto que la fuerza es la derivada total geométrica (respecto al tiempo) del vector que representa la cantidad de movimiento; así como en Cinemática se podía decir que la aceleración total es la de-

---

(1) La ley de la inercia puede ser mirada, no cómo un Primer Principio, sino como un caso particular de este segundo Principio, puesto que si no hay fuerza, no hay aceleración; es decir, no hay cambio alguno en la velocidad, y ésta subsistirá, por consiguiente, en magnitud, dirección y sentido.

(2) El producto de la fuerza  $F = mJ$  por el intervalo muy pequeño tiempo  $\theta$  en que actúa, es lo que se llama *impulsión elemental de la fuerza*.

rivada total geométrica del vector que representa la velocidad.

El *Tercer Principio* que aceptamos fué el de la igualdad de la acción y la reacción; es decir: que siempre que un punto material recibe una acción que emana de otro punto material, éste, á su vez, experimenta—como emanando del primero—una reacción igual y directamente opuesta á la acción (1).

Los tres principios que hemos recordado por segunda vez, no se imponen por sí mismos, ni son demostrables, ni pueden comprobarse por la experiencia. Aunque se han hecho objeciones contra ellos, y descansan sobre nociones que son metafísicas, los admitiremos como si fueran incontestables. Es muy de lamentar tal deficiencia en los cimientos de la *Mecánica racional*, que hasta hoy ha ostentado como timbre científico el hecho de que la observación y la experiencia hayan confirmado siempre todos sus Teoremas (2).

### **Adaptación á la Mecánica social.**

El propósito de aplicar á los individuos y á las agrupaciones sociales, y refiriéndonos á un determinado asunto, los Teoremas de la *Dinámica* de los puntos materiales y de

---

(1) Este tercer Postulado es el conocido particularmente con el nombre de *Principio de Newton*; porque los dos primeros habían sido ya previstos por Galileo, aunque éste se limitó al estudio de la caída de los cuerpos por la acción de la gravedad.

(2) El hecho es que, partiendo Newton de ideas metafísicas sobre espacio, tiempo y movimiento absolutos (ideas sin realidad), pudo constituir, sin embargo, una ciencia como la *Mecánica racional*, exuberante de verdades comprobadas y verificadas después por la observación y la experiencia; es decir, de resultados que no se resienten de la falsedad de la base.

Este hecho histórico es muy digno de meditación, no para la rehabilitación de los procedimientos metafísicos (definitivamente muertos para las ciencias positivas), sino para tratar de explicar el hecho de un modo positivo; es decir, para ver cómo ha podido producirse, ó, dicho de otro modo, cómo se ha eliminado lo que había de irreal en el punto de partida. Tal investigación sería grandemente instructiva, porque algo análogo ocurre en los puntos de partida de todas las ciencias.

los sistemas materiales, nos pone en el caso de justificar primeramente la asimilación que haremos del individuo— como *entidad ideal y abstracta*—al punto material para concebir los movimientos de modificación de aquél (en un asunto) como los movimientos de éste en el espacio; y de admitir después para *ese individuo abstracto y simple* que concibamos, los tres *Postulados*.

Sin esta justificación previa no tendría valor alguno cuanto dijéramos, porque sería un simple cambio de palabras.

Veamos lo primero.

Si se admitiera con algunos fisiólogos y psicólogos, que en el individuo vivo (como conjunto de células vivas enlazadas entre sí mediante el organismo todo del cuerpo del animal) aparece la unidad de la conciencia individual con su *psiquis*, como una síntesis; pensando que las células vivas son de suyo conscientes, y que del conjunto orgánico armónico de las células, con sus *psiquis* celulares, brota la *psiquis* individual; es claro que para una *Mecánica social aplicada* á la realidad, habría que considerar la célula viva, con su *psiquis* celular, como la partícula, y el individuo animal debería de ser mirado como una verdadera colectividad ó agrupación. Pero ya hemos dicho que serían enormes las dificultades con que se tropezaría al intentar el estudio de la *Mecánica social aplicada*, y que no era ese nuestro intento: añadimos ahora que las dificultades serían inmensamente mayores, si con arreglo á aquella concepción psico-fisiológica se descendiera hasta la célula.

Nosotros intentamos permanecer encerrados en el campo estricto de la *Mecánica racional*, y necesitamos primeramente concebir lo análogo á la *posición* del punto material en el espacio.

Aunque no sepamos cómo hacer la medición por un parámetro, concebimos, sin embargo, la posición de cada individuo en un asunto dado; pero sería inconcebible para nosotros la posición de cada célula consciente en un asunto, porque al fundirse todas las células en la conciencia individual, ellas no nos aparecerían ya, y no nos sería posible

asignarles *posición*, en el sentido que damos á esta palabra. Sea lo que fuere de todo esto, el individuo que nosotros concebimos, uno é indivisible, y que asimilamos al punto material, quedará (como éste en la Mecánica racional) siendo *una entidad que esté sólo en nuestra mente*, fuera de la realidad física y fisiológica, por lo cual no pueden afectarle los nuevos descubrimientos que en el campo de la Fisiología y Psicología se hagan en el porvenir en orden á la constitución del individuo como organismo viviente, y en orden á la aparición de la conciencia y la evolución de la psiquis individual.

El sociólogo Lilienfeld basa todo su sistema de Sociología en la *realidad* del organismo social, en el cual son para él verdaderas células sociales los individuos. Para este escritor las acciones psíquicas que se ejercen de individuo á individuo en el interior de una agrupación social, son perfectamente comparables á las acciones fisico-fisiológicas que en el interior del cuerpo de un animal se ejercen de célula á célula. Nosotros no entramos en este terreno porque nos hemos de limitar al estudio de los efectos mecánicos.

Quizá lo que Lilienfeld denomina *sustancia social intercelular* desempeña un papel que tiene alguna analogía con lo que nosotros denominamos *enlaces* entre los individuos y elementos de una agrupación. Los grados de tensión á que estén sometidos en cada instante los enlaces de la agrupación, podrían quizás guardar cierta correspondencia con el estado en que se encuentre esa sustancia intercelular que media (según Lilienfeld) entre todos los individuos y elementos de una Sociedad dada.

La asimilación que nosotros haremos del individuo al punto material — para nuestro peculiar modo de ver sus *movimientos en un asunto* como los de un punto en el espacio — nos permitirá relacionar dichos movimientos con las impulsiones que el individuo reciba, si se pueden adaptar á la *Mecánica social* los tres Principios fundamentales. Aunque el sér humano individual no es una abstracción, podemos concebir *en él un ente abstracto ó ente de razón*, al cual deno-

minamos *individuo* para nuestra Mecánica social pura (1). Los individuos en una agrupación social—lo mismo que los puntos materiales en un sistema—no son contiguos, como lo son las células en los cuerpos vivos.

\*  
\* \* \*

Veamos ahora la *adaptación á lá Mecánica social* de los tres *Postulados*:

*Primer postulado*.—Para admitir que el individuo por sí mismo permanecería en su estado de reposo ó de movimiento *en un asunto* (siguiendo este movimiento como uniforme y de dirección constante), si no fuera compelido á cambiar ese estado, y deducir lógicamente de este *Principio de la inercia* que cuando se observe un cambio existe alguna causa *exterior*, es de todo punto inexcusable explicar lo que queremos significar.

Ante todo, parece innecesario repetir que al hablar del individuo nos referimos á un ente psíquico abstracto é ideal.

La calidad de *inerte* que le atribuiremos consiste: en que su tendencia natural es á conservar su *posición* psíquica en cada asunto, si está en reposo; ó á conservar su *velocidad* en el asunto (tal como la tenga) sin alteración alguna, siguiendo un movimiento uniforme de dirección constante. Cuando decimos que al observar un cambio en el estado del individuo en el asunto, es lógico inferir la existencia de alguna causa *exterior al individuo*, hablamos de éste como del ente psíquico *abstracto y simple* respecto del cual considera-

---

(1) Quizá esta concepción nuestra del *individuo abstracto y simple* sea, en cierto modo, comparable al *alma* á que se refiere el *Profesor Ebbinghaus* en su *Psicología*. Según Wundt, el alma debe de ser definida al empezar el estudio de la *Psicología científica* como "el sujeto (en el sentido lógico) al cual unimos como predicados todos los hechos de la observación interna. En estos hechos el fenómeno muy esencial es la unificación dentro de la multiplicidad.

Se ve que para estos psicólogos no hay necesidad de hacer hipótesis alguna *inicial* sobre la existencia ó no existencia de un ser ó de una sustancia independiente de la materia.



mos *como exterior*, no sólo todo lo que está en la Naturaleza fuera del concreto individuo natural con su propio cuerpo, sino también todo lo que—aun siendo interior á este último—desempeña, sin embargo, el papel de *exterior* respecto al ente psíquico abstracto y simple para el asunto que consideremos.

Y así como un hecho físico de la Naturaleza que sea exterior al cuerpo del individuo, ó un acto de otro individuo, es un hecho exterior que puede influir sobre el individuo que consideramos, y ejercer una acción mecánica-psíquica (que sea una fuerza) para cambiar su estado en el asunto; admitimos *asimismo* que los apetitos que brotan de su propio organismo en su funcionamiento fisiológico normal (como el hambre, la sed, el apetito genésico, etc.), ó bien una alteración cualquiera en sus órganos (cerebro, corazón, hígado, sistema nervioso, etc.), aunque ocurriendo todo ello en el interior del organismo del individuo natural, puede ejercer, y ejerce, una acción psíquica sobre el individuo abstracto y simple de que hablamos, y podemos mirarla como exterior al *ente de razón* que llamamos el *individuo*.

Este se distingue para nosotros del cuerpo, y es como exterior á éste (1). Y más aún: como nuestro estudio de las posiciones del individuo ha de ser siempre sobre el supuesto de un *determinado asunto*, podremos mirar como exterior al individuo en el asunto todo aquello que aun siendo *psíquico suyo*, corresponda á otros órdenes cualesquiera de asuntos, y sean, por tanto, para nuestra consideración como *exteriores al individuo en el asunto*. Del orden general psíquico individual emanan influencias que indudablemente ejercen acción para cambiar el estado del individuo en el asunto

La adaptación á la Mecánica social del *Postulado de la inercia*, tal como la presentamos, deberá de ser vista como un último avance en la generalización de esa ley, puesto que

---

(1) No pretendemos entrar en las cuestiones que se plantean los psicólogos. Nos limitamos á explicar lo que nosotros queremos significar al decir que admitimos *la ley de la inercia* para el individuo en un asunto.

ya los fisiólogos habían dado el primer paso. El eminente fisiólogo Mr. A. Dastre dice que aunque la opinión vulgar desconoce la generalización de la ley de la inercia, para los cuerpos vivos, y no la aplica sino á la materia bruta; se debe de pensar que la materia viva no posee por sí misma espontaneidad real, y que se requieren los excitantes (de su vitalidad) que provienen del medio ambiente. Por esto el mecanismo vital sería un mecanismo inerte si nada del medio viniera á provocarle á la acción. Es decir, que la ley de la inercia no es solamente aplicable á los cuerpos brutos, sino también á los vivos, cuya *aparente espontaneidad* no es más que una ilusión desmentida por toda la Fisiología; ó en otros términos: que las manifestaciones vitales son réplicas (por la irritabilidad) á un estímulo, esto es, actos provocados, y no actos espontáneos.

\* \* \*

Las fuerzas sociales por excelencia que actúan sobre cada individuo ó elemento de una agrupación son:

1.º Las que emanan de otros individuos ó elementos, ya sean de la misma agrupación (interiores), ó ya sean de fuera de ella (exteriores). Revisten formas variadísimas é innumerables. Se puede decir en general, que todo lo de un individuo ó elemento social que excite la psiquis del individuo ó elemento que se considere, es para éste un estímulo ó presión sugestiva, es decir, una fuerza en el asunto, toda vez que el individuo ó elemento considerado puede adquirir, mediante aquella influencia estimulante, un nuevo conocimiento, ó puede modificar los que tenía; ó bien puede despertarse en él un sentimiento nuevo, ó pueden modificarse otros; ó bien puede templarse ó aflojarse su voluntad, etc. Todo ello vendría á ser un cambio en la posición del individuo ó elemento en el asunto, y podría alcanzarse por imitación (como dice *Tarde*), ó de cualquier otro modo. El escritor Demarest Lloyd considera que la más poderosa de las fuerzas sociales naturales es *la simpatía humana*, que en su más amplio sentido es inagotable, y es la llamada á provo-

car los más altos grados de perfeccionamiento en el porvenir de las sociedades humanas. Todas las fuerzas de que hablamos ahora surgen del contacto del hombre con el hombre, y en ellas aparece muy claramente el principio de la igualdad de la acción y la reacción de que hablaremos después (1).

2.º Además de esas fuerzas, habrá de ser considerado cada individuo ó elemento de una agrupación como sometido (en el asunto de que se trate) á una fuerza que represente la *acción social*, que es (como dice *Durkheim*), la coerción de la agrupación toda sobre la psiquis de cada individuo, y no puede considerarse como emanando *sólo* de un particular elemento ó individuo de la agrupación. Habremos de suponer que esta fuerza sea también conocida en magnitud, dirección y sentido (2).

\*  
\* \*

---

(1) El distinguido escritor D. Adolfo Posada, con el sentido intensamente altruista que le caracteriza, al considerar los fenómenos de cooperación y de sacrificio como emanaciones de un principio superior de simpatía expansiva, habla del amor, del cariño, del mutuo auxilio, del sacrificio, etc., como de sugestiones que tienden á unir las almas; y por eso añade. "Si es cierto que la Naturaleza se nos revela al pronto como un inmenso teatro de luchas implacables, el examen reflexivo acaso nos la presenta como centro fecundo de amor y de simpatía."

(2) Sobre los efectos y las causas dice *Hume* que:

"Si examinamos la producción de los efectos por sus causas, hallamos que en nuestra concepción de esta relación no podemos pasar más allá de la simple observación de que hay un enlace constante que inclina al espíritu—por una transición—á concluir lo uno de lo otro. Pero los hombres están muy dispuestos á creer que en el dominio de la Naturaleza material hay algo como una relación necesaria de causa ó efecto.... Están, por otra parte, algo inclinados á suponer que hay alguna diferencia entre los efectos que resultan de una fuerza material y los que provienen del pensamiento y de la inteligencia."

Y añade *Hume* estas expresivas palabras:

"Pero si estamos bien convencidos de que respecto de cualquiera causalidad no sabemos sino que hay un enlace constante, y, por ende, la inferencia de nuestro espíritu de lo uno á lo otro; y si encontramos que estas dos circunstancias son universalmente admitidas para nuestras acciones voluntarias, estaremos dispuestos á aceptar que la misma necesidad es común á todas las causas."

*Segundo Postulado.*—Lo admitimos para la Dinámica del individuo abstracto y simple. Y así diremos que todo *cambio en el movimiento* de modificación producido por una fuerza psíquica que influya sobre un individuo *en movimiento*, se realiza en la dirección y en el sentido en que la fuerza actúe. Es la dirección y el sentido de la aceleración total  $J$ . La magnitud de ésta es proporcional á la de la fuerza motriz  $F$ . Inversamente se diría que la intensidad  $F$  es proporcional á la magnitud de  $J$  ( $F = mJ$ ) para un *determinado individuo en un asunto dado*. Este coeficiente de proporcionalidad  $m$  aparece, pues, en la *Dinámica social*, dándonos también la noción de *masa* como *coeficiente de capacidad* del individuo para el *género de modificación* que constituya el movimiento (1). Habrá de ser afectado cada individuo de una masa diferente, según el asunto de que se trate. Será de masa muy grande, si requiere la aplicación de una fuerza muy grande para adquirir una aceleración dada  $J$  en un asunto; y podrá ser ese mismo individuo de masa muy pequeña para otro asunto.

Por el principio de *Galileo* se pasa al Teorema del paralelogramo para la composición simbólica de dos fuerzas sociales que actúen simultáneamente sobre un individuo, apoyándose en la composición cinemática de las aceleraciones correspondientes á dichas fuerzas. Tanto las fuerzas como los aceleraciones son aquí cantidades vectoriales psíquicas, representables por vectores espaciales que las simbolicen.

Se puede repetir en la Dinámica del individuo, que por la *impulsión elemental* de la fuerza  $F$  en el intervalo muy pequeño de tiempo  $\theta$  ( $F \cdot \theta = mJ \cdot \theta$ ), se mide el incremento

(1) Si fuera posible someter á cada individuo—en un asunto dado—á la experiencia necesaria para determinar la aceleración  $J$  de su *cambio de movimiento* en el asunto, por la acción de una fuerza psíquica  $F$  conocida (que se pudiera medir), se deduciría experimentalmente así su masa  $m = \frac{F}{J}$  para ese asunto. Si inversamente se conociera la masa del individuo, una fuerza que sobre él actuara se mediría por el producto de la masa, por la aceleración que aquélla le imprimiera; ó bien podría medirse una fuerza por otra que la equilibrara, actuando simultáneamente sobre el mismo individuo.

total muy pequeño de la cantidad de movimiento  $mv$ , toda vez que si (por Cinemática)  $J^{\beta}$  da (en *magnitud*, *dirección* y *sentido*) el incremento total muy pequeño de  $v$ ;  $m \cdot J^{\beta}$  dará el de  $mv$ .

Podría hacerse una objeción importantísima contra la adaptación del principio de *Galileo* á la *Mecánica social*, y es la siguiente:

Si el cambio en el movimiento de modificación de un individuo se realiza en la dirección y en el sentido en que actúa la fuerza, y la magnitud de la aceleración es proporcional á la de la fuerza ( $F = mJ$ ), no parece natural que el coeficiente de proporcionalidad  $m$  sea *constante* para un individuo dado, moviéndose en un asunto, *cualquiera que sea la especie de fuerza* psíquica que actúe sobre él, puesto que la observación y la experiencia muestran, al contrario, que cada individuo se mueve ó se modifica por unas especies de influencias psíquicas más fácilmente que por otras (menor coeficiente  $m$ ). Así á un individuo dado se le mueve muy fácilmente, ó se le lleva muy fácilmente á modificarse (es decir, á cambiar su estado en un asunto) por influencias sentimentales, por ejemplo, y, por el contrario, se le modifica muy poco con reflexiones que obren por intermedio de la razón, y menos aún por meras sensaciones que afecten casi exclusivamente á su sensibilidad. Siendo esto así, ¿cómo admitir que el coeficiente  $m$  sea el mismo para la acción de esas distintas especies de fuerzas psíquicas sobre dicho individuo?

Para contestar esta objeción—que aparece muy grave—debo de recordar, ante todo, que así como los tres Postulados en la *Mecánica racional* se admiten *sólo* para el punto material, así en la *Mecánica social* proponemos que se admitan *sólo* para el individuo abstracto y simple que hemos concebido como absolutamente *inerte*, y que concebimos, además, como absolutamente indiferente para recibir las acciones de las fuerzas psíquicas de cualquiera especie que sean, y cualquiera que sea el estado de movimiento en que se halle. El fenómeno que observamos en la experiencia sobre la mayor ó menor capacidad de un individuo dado para obedecer, en su vida práctica, á la acción de una ú otra es-

pecie de fuerza psíquica, es un fenómeno de observación empírica hecha sobre ese individuo concreto y complejo. En la realidad de ese fenómeno pueden intervenir, é intervienen, procesos psicológicos complicados por virtud de los cuales una influencia sentimental exterior—por ejemplo—provoca la acción de otras fuerzas psíquicas que, brotando del interior del individuo natural y concreto (ocultas para el observador), refuerzan el efecto sobre el individuo abstracto y simple de la sola influencia sentimental exterior que el observador podría apreciar desde fuera. Asimismo, y en virtud de los procesos psicológicos á que nos referimos, una reflexión (aun siendo de gran valor) puede producir en ese individuo poco efecto, porque se componga esa fuerza intelectual con otras ocultas (interiores al individuo natural) que contrarresten su efecto, es decir, el efecto de la que actúa desde fuera. Todas son siempre exteriores al individuo abstracto y simple. Además, y como ya dijimos en los *Preliminares*, todas las fuerzas han de obrar real y efectivamente para su acción psíquica, porque si así no fuera, serían como nulas para la Mecánica.

De esta suerte — y tomándolas todas en consideración para la estimación de una resultante—podrían ser pensadas las componentes (ó la resultante) como actuando sobre el individuo abstracto y simple dotado de una masa que sea un coeficiente constante de capacidad para modificación en el asunto, cualquiera que sea la naturaleza específica de las fuerzas.

Las explicaciones que acabamos de dar se basan en lo que la Psicología nos enseña sobre las varias especies de fuerzas psíquicas. Cada una de ellas es acompañada ó provoca y queda asociada á otras muchas de diferentes especies (1).

---

(1) En el cerebro del hombre hay innumerables vías de comunicación que hacen posibles las acciones recíprocas entre las diversas impulsiones.

Dice el Dr. Höfding en su *Tratado de Psicología* que "al pensar que cada excitación produce en las células una descarga de energía potencial, y que el resultado de esta descarga en cada célula puede combinarse en el cerebro con los resultados en muchos millones de otras células, se siente uno acometido de una especie de vértigo ante la idea de todas las combinaciones que son posibles."



Todas tienen ante nuestra consideración igual título para actuar sobre el individuo abstracto y simple que concebimos en cada hombre, lo cual no obsta, sin embargo, para que en el análisis psicológico se encuentre que las fuerzas que provienen de las ideas no producen las impulsiones dinámicas de un modo *directo*, porque estas impulsiones vienen directamente de los deseos, es decir, de sentimientos. Pero al fin y al cabo las ideas ejercen su acción, aunque sea por intermedio de los sentimientos que las acompañen, y por eso nosotros las consideramos como fuerzas cuando obran efectivamente.

Todas las fuerzas serán—para nuestras especulaciones dinámicas—cantidades vectoriales psíquicas con sus tres atributos, y admitiremos su composición por suma vectorial. En esta suma aparecen como fundidas ya todas las acciones de fuera y de dentro del límite *U* de *Mach*.

\*  
\*  
\*

*Tercer Principio* (llamado *de Newton*).—Ya dijimos en los *Preliminares* que en lo psíquico admitiremos también el Principio de que *la reacción es igual y contraria á la acción*; significando con esto que siempre que un individuo reciba una acción psíquica para cambiarle su estado de reposo ó de movimiento, él ejerce á su vez—por reacción—otra igual y directamente opuesta, que se aplica al punto de donde dimana la acción. Claro es que siendo también esta reacción de naturaleza psíquica sólo puede ser estimada como una fuerza en la *Mecánica social*, cuando se aplique á otro individuo ó elemento social individualizado (1).

La acción que reciba un individuo (ó elemento) como proviniendo de la agrupación en su totalidad, es decir, la *acción social*, originará (como todas) la reacción del indivi-

(1) Si fuera posible determinar experimentalmente las aceleraciones  $J$  y  $J'$  que dos individuos sufrirían por la acción y reacción recíprocas (de igual intensidad), entre ellos, se podría conocer entonces la relación  $\frac{m}{m'}$  de las masas (en el asunto) de esos dos individuos, porque sería igual á la relación inversa de sus aceleraciones respectivas  $\frac{J'}{J}$ .

duo, que será igual y directamente opuesta á la acción recibida; pero como habría de aplicarse á la Sociedad *en masa* (como se dice vulgarmente), su efecto sería insensible, por la enormidad de esta masa con relación á la del simple individuo que consideramos.

Lo que se llama *fuerza de inercia* no es otra cosa que la reacción que emana de un individuo cuando es solicitado por una fuerza  $F$ ; y por el *Principio de Newton* se ve que la fuerza de inercia será de sentido contrario á  $F$ , y su magnitud se medirá, como la de ésta, por el producto de la masa  $m$  por la aceleración  $J$ .

\*  
\* \*

Por todo lo que acabamos de decir sobre la adaptación á la Mecánica social de los Principios de la Mecánica racional, se ha visto que el cambio de movimiento de un individuo *libre* en un asunto, aparece para nosotros *determinado* por la fuerza psíquica motriz, y por la masa para el asunto del individuo sobre el cual actúe; lo mismo que el cambio del movimiento de un punto material *libre* en el espacio aparece *determinado* por la fuerza física motriz, y por la masa del punto sobre el cual actúa.

Eso que hemos establecido para seguir nuestras especulaciones mecánicas es, en el fondo, *análogo* á lo que se dice cuando se afirma que los actos en general de un individuo se producen *necesariamente* por la acción de la resultante de los *motivos* (como fuerza motriz) sobre el *carácter* del individuo á quien solicitan. Me parece que el ente abstracto y simple, que aquí hemos llamado el *individuo*, no debe de ser concebido como causa de su propio cambio de estado de movimiento, sin intervención de fuerza psíquica alguna; así como no puede ser concebido actuando sin motivos. Y parece indudable que el acto que un hombre *libre* realiza *por su voluntad es necesariamente* en la dirección y el sentido del motivo más poderoso *para él*; es decir que su voluntad se orienta en esa dirección y sentido, ó mejor dicho, en la dirección y en el sentido de la *resultante* de todos los motivos, cada uno de los cuales tendrá la intensidad que le atribuya

el *carácter* del hombre mismo. Para mí es inconcebible la *libertad de indiferencia* de que hablan algunos, porque pienso en la verdad de Pero-Grullo de que un individuo no puede dejar de querer lo que quiere.

Si pensamos en dos individuos sometidos á la influencia de los mismos motivos que, objetivamente considerados, sean idénticos, y suponemos que los dos individuos *no orientan* su voluntad en la misma dirección ni con igual intensidad, vemos esto como debido á la *diferencia de sus caracteres*, la cual hace que la relación de cada motivo al carácter no sea la misma en los dos individuos. Si se admite que el carácter sea uno é invariable en cada individuo (para el asunto que se considere), se ve que cada uno de los motivos se convierte en una fuerza de intensidad determinada para dicho individuo, y así queda determinada su voluntad por la resultante de los motivos como fuerza motriz, la cual es diferente en uno y otro individuo tanto en dirección y sentido como en magnitud. Por esto el carácter es factor tan indispensable para la dinámica del individuo, como lo son las circunstancias en que se encuentre colocado, toda vez que las intensidades de los diversos motivos que actúen como fuerzas—ó si se quiere la fuerza de los motivos—están en íntima conexión con el carácter del individuo.

Con profundo sentido dice Maudsley que: "Podríamos predecir con certeza la manera de obrar de un individuo en circunstancias dadas, si pudiéramos penetrar en los repliegues más ocultos de su carácter, y conocer todos los perfiles de éste, tanto heredados como adquiridos. El desconocimiento de todos esos datos es lo que nos impide prever los hechos futuros,„. Y añade que "el carácter de un individuo sólo podemos *deducirlo* del conocimiento de los actos que ha cumplido en su vida, y de las circunstancias concomitantes; porque los unos y las otras muestran lo que ese individuo *ha querido* y lo que *no ha querido*, es decir, muestran su carácter,„.

Conviene advertir—como lo han advertido muchos—que si admitimos que el carácter es algo inherente al hombre mismo, é invariable en cada asunto, aunque varíen sus co-

nocimientos, sus ideas, sus sentimientos, etc., es decir— aunque varíe su *posición en el asunto* —, ello no obsta para que estas variaciones ejerzan grande influjo en la determinación de su voluntad; porque habrá motivos que puedan aparecer y ejercer su acción sobre el individuo cuando él se halle en la *nueva posición psíquica*, aunque el carácter se haya conservado como *una constante* del individuo para el asunto que se considere. Por estas nuevas fuerzas, la orientación de la voluntad, y la intensidad de ésta, pueden ser muy diferentes en una y en otra ocasión, aunque las circunstancias exteriores sean las mismas, y sea el mismo el carácter.

Hemos hablado del *individuo libre* en el mismo sentido en que se habla en la Mecánica racional del *punto material libre*. Así como esta libertad se refiere á la *no existencia* de impedimentos para que el punto material pueda obedecer á la acción combinada de las fuerzas exteriores que le soliciten, las cuales, *necesariamente*, producirán el cambio correspondiente del estado de movimiento, ó producirán el equilibrio; así también la libertad del individuo consiste (para nosotros) en la *ausencia* de impedimentos para que pueda obedecer á la acción compuesta de los motivos ó fuerzas exteriores que le soliciten, los cuales producirán, *necesariamente*, ó un cambio en su estado de movimiento ó bien el equilibrio, según los casos.

El sentido que damos á la palabra *libertad* fué perfectamente definido por *Hume*: “¿Qué entendemos por la palabra *libertad* cuando la aplicamos á las acciones voluntarias? Seguramente no entendemos que las acciones tengan tan poco enlace con los motivos, las inclinaciones y las circunstancias, que no haya cierto grado de uniformidad en la sucesión de los dos términos, y que sea imposible inferir de la presencia de lo uno la existencia de lo otro; porque todo eso es cuestión de hecho perfectamente indudable.—Por *libertad* no podemos, pues, entender sino *el poder de obrar ó de no obrar según las determinaciones de la voluntad*; es decir, que si decidimos permanecer en reposo, podemos; que si decidimos movernos, podemos.—Y esta libertad hipotética

es universalmente reconocida á todo hombre que no esté prisionero ó cargado de cadenas. No hay sobre esto discusión posible., (1).

No creo necesario insistir (porque lo hemos hecho ya demasiado), en que lo llamado por nosotros movimiento del individuo en un asunto, es heterogéneo con el movimiento del punto material en el espacio que se estudia en la Mecánica racional. En rigor, ni siquiera puede ser mirado el segundo como representación del primero, sino como un *mero símbolo*. En estos *Apuntes* nos dejaremos guiar siempre por la Mecánica racional, pero entendiendo bien que el lenguaje de ésta será para nosotros puramente simbólico. Téngase por hecha de una vez para todas esta advertencia.

### **Leyes del equilibrio y del movimiento de un individuo.**

Admitidos los *Principios fundamentales*, se pueden deducir las leyes que rigen el equilibrio y el movimiento, cuando se considera por abstracción un solo individuo *libre* en un asunto, y se conocen las fuerzas (relacionadas con el asunto) que actúan simultáneamente sobre él, unas emanando del interior del organismo del individuo natural y otras del exterior.

EQUILIBRIO.—Si un individuo se halla libre y en reposo, teniendo una determinada posición en un asunto de carácter

---

(1) Para conciliar la necesidad rigurosa con una libertad moral metafísica (de la cual dimana el sentimiento de nuestra responsabilidad), se recurre á la distinción de Kant entre el carácter *empírico* y el *inteligible*. El primero es el que se revela (como hemos visto) al entrar en juego los motivos que actúan como fuerzas; y como sólo de un modo empírico—es decir, por la experiencia y con ocasión de nuestros propios actos y los actos de los demás—es que se revela y se reconoce el carácter, de aquí el llamarlo empírico. En cuanto al carácter inteligible (para mí ininteligible) como *cosa en sí* (noumeno), ajeno al espacio y al tiempo, no sujeto á la ley de casualidad, y que sirve como de *substratum* al fenómeno, sin ser visible en el mundo de la experiencia, no podemos tomarlo en cuenta para especulaciones positivas, dejando esas lucubraciones á los metafísicos, puesto que ellos creen poder elevarse á esas realidades misteriosas.

social, y es solicitado simultáneamente por varias fuerzas dadas en diversas direcciones y sentidos en el asunto, y con intensidades conocidas, cada una de las cuales tiende á modificar la posición del individuo—sacándole del estado de reposo—para imprimirle un cierto movimiento con la velocidad que correspondiera á la intensidad de cada una de ellas, y en su dirección y sentido en el asunto de que se trate, es evidente—en virtud de su inercia y de la composición de las fuerzas—que (componiendo dos de las fuerzas y su resultante con una tercera, y así sucesivamente) el efecto de todo el conjunto de fuerzas que actúan es equivalente al de la *resultante final*; por consiguiente, el efecto será *nulo*, y el individuo permanecerá en la misma posición que tiene, sin experimentar cambio alguno en el asunto—y como si se le hubiera dejado entregado á sí mismo—si aquélla resultante final es *nula*, es decir, si en la representación simbólica, el llamado polígono representativo de las fuerzas es cerrado. Se dice entonces que el individuo libre está *en equilibrio* bajo la acción de tales fuerzas; ó de otro modo: que las fuerzas que actúan sobre el individuo *se equilibran*. Con este último modo de expresión se significa más claramente que—por sus direcciones y sentidos particulares en el asunto y por sus respectivas intensidades—las influencias están contrarrestadas unas por otras.

La ley, pues, del equilibrio del individuo libre aislado, es que el polígono representativo de las fuerzas sea cerrado, porque así como ésta es condición *suficiente*, es también *necesaria*; es decir, que estando en equilibrio el individuo, habrá de cumplirse la condición necesariamente, pues de no ser cerrado el polígono, existiría una resultante final y á ella obedecería el individuo libre poniéndose en movimiento en la dirección y sentido de esta resultante.

Si en vez de considerar al individuo libre en reposo le consideramos en estado de movimiento, se dirá también que un grupo de fuerzas que sobre él actúa se equilibra, cuando el estado de movimiento no se altera; es decir, no se modifica, sino que continúa como si ese grupo de fuerzas no existiera. Del mismo modo que en el caso del reposo, las fuer-



zas del grupo en equilibrio deberán de cumplir la condición necesaria y suficiente que acabamos de formular.

Con esto queda dicho todo respecto al equilibrio de las fuerzas que actúen sobre un individuo libre.

MOVIMIENTO.—Para tratar en toda su generalidad el problema del movimiento de un individuo libre bajo la acción de varias fuerzas dadas, fijemos primeramente la atención en *los datos* del problema. Estos son:

1.º El *estado inicial* del individuo en el asunto; es decir: la *posición* que tiene en el instante que consideramos como inicial para el estudio, y la *velocidad* que tiene en este instante en magnitud, dirección y sentido.

2.º *La masa* del individuo en el asunto.

3.º *Las varias fuerzas psíquicas* que simultáneamente actúan sobre el individuo, conocidas por sus magnitudes; direcciones y sentidos en cada instante. No se olvide que las únicas acciones que han de ser consideradas son las que *obran efectivamente* sobre la psiquis del individuo, como dijimos en los *Preliminares*.

Siguiendo el procedimiento que se emplea en la *Mecánica racional*, el problema del movimiento se resuelve procurando determinar el cambio *muy pequeño* de movimiento que experimentará el individuo en el asunto á partir de un cierto instante y durante un intervalo de tiempo muy pequeño  $\theta$ ; es decir, el movimiento que se llama elemental, porque enlazando estos movimientos elementales por ley de continuidad *en el tiempo* y *en el asunto*, se tendría el movimiento real y efectivo de modificación del individuo en el asunto desde un instante cualquiera  $t_0$  hasta otro instante cualquiera  $t_1$ ; es decir, durante un transcurso cualquiera de tiempo.

Para determinar el movimiento elemental á partir de un instante dado (instante inicial), se empieza por reemplazar el conjunto de las fuerzas, que son conocidas en ese instante (dato tercero) por una sola  $F$  que sea la *resultante* de todas ellas.

Ya vista; si se aplica el segundo principio fundamental, se deduce la aceleración total  $J$  del movimiento del individuo

en ese instante, porque tendrá (en virtud de ese principio) la misma dirección y el mismo sentido que  $F$ ; y una magnitud que se obtendrá dividiendo la intensidad de  $F$  por la masa  $m$  (dato segundo) del individuo en el asunto ( $J = \frac{F}{m}$ ).

Determinada así en magnitud, dirección y sentido la aceleración total  $J$  en el instante inicial, bastaría componer  $J$  con la velocidad inicial  $v_0$  (dato primero) por Cinemática, y la resultante indicará—tanto en dirección y en sentido como en magnitud—cuál ha de ser la velocidad  $v'$  del individuo al fin de un intervalo muy pequeño de tiempo  $\theta$ . Habremos determinado así el cambio de movimiento producido por las fuerzas en ese intervalo de tiempo muy pequeño  $\theta$ . Es claro que la posición del individuo, cuando haya de tener esa nueva velocidad  $v'$ , se obtendría (según dijimos en la Cinemática), añadiendo á la posición  $p_0$  (dato primero), el cambio ó modificación experimentado en el tiempo  $\theta$ —que tendrá la dirección y el sentido de  $v_0$  y una magnitud que puede medirse aproximadamente por  $v_0 \theta$ .

Cuando en la *Mecánica racional* se considera un punto material que no está en libertad absoluta de moverse en el espacio en cualquiera dirección y sentido, se dice que tiene *enlaces*. La naturaleza física de éstos, así como su disposición especial en cada caso, deben de ser estudiadas y tenidas en cuenta en la Mecánica aplicada; pero en la *Mecánica racional* se supone siempre que esas limitaciones para el movimiento se expresan y definen tan sólo por ecuaciones. Si el enlace es unilateral, se expresa por una desigualdad negativa.

Para las especulaciones abstractas que intentamos en estos *Apuntes sobre Mecánica social*, basta que digamos que el individuo tiene *enlaces*, cuando no está en libertad absoluta de modificar *su posición*—en un asunto—en cualquiera dirección y sentido.

Si se intentara hacer una Mecánica social aplicada, habría de procederse á un estudio minucioso de la disposición especial de los enlaces en cada caso, porque tendría eso una importancia capital. A nosotros nos basta ahora concebir

su existencia y hacer intervenir los enlaces en los razonamientos.

Así, después de haber dado las leyes del equilibrio y del movimiento de un individuo *libre*, debemos de añadir que si no está libre, sino sujeto á enlaces, se deberá de reemplazar éstos por fuerzas equivalentes antes de aplicar aquellas leyes. Y se puede asegurar desde luego que hay siempre en todo individuo un género de limitación al cual está ligado el ente abstracto y simple á quien llamamos nosotros *el individuo*, es á saber: el enlace de éste con el ser orgánico de su propio cuerpo. Por eso hemos sobreentendido siempre (al considerar al individuo como mecánicamente libre) que este enlace ha sido reemplazado por las fuerzas psíquicas que le sean equivalentes, en cuanto al efecto psíquico mecánico.

Se concibe que hay otros muchos géneros de enlaces psíquicos que deben de ser considerados en la *Mecánica social*. Proviene de las relaciones que median entre el individuo de que se trate y otros individuos ó elementos sociales. Estos enlaces son los que habremos de considerar al estudiar en la *Segunda parte* las agrupaciones sociales desde nuestro punto de vista de la Mecánica.

La solución que hemos dado al problema del movimiento de modificación de un individuo libre, planteado en toda su generalidad para el caso teórico de que la fuerza motriz  $F$ , resultante de todas las que actúen en cada instante, varíe de un instante al siguiente por ley de continuidad, conduce, naturalmente, á un movimiento del individuo, que—como sucesión de movimientos elementales—es simbolizado por el movimiento de trayectoria curvilínea de un punto material (1).

---

(1) Al plantear el problema general é indicar cómo podría concebirse—ya que no obtener—su solución, lo vemos como un problema *determinado*.

Decía John Stuart Mill: "Dados los motivos que estén presentes en la mente de un individuo, y dados igualmente el carácter y la disposición de ese individuo, se podría inferir con certeza su modo de obrar."

Nosotros, al deducir el movimiento del individuo, hemos supuesto, dada la *posición inicial* y la *masa* del individuo, que parecen corresponder á lo

Ya dijimos anteriormente que en la realidad del desenvolvimiento de la vida psíquica del individuo, las direcciones en las cuales se operan sus cambios de posición en cada asunto— que son las direcciones de sus velocidades—no son generalmente variables de un instante al siguiente, sino á intervalos de tiempo de bastante duración para que el movimiento en la realidad sea *una sucesión de movimientos de dirección constante*, cada uno de los cuales es de duración relativamente larga dentro de la longitud de la vida total.

Para cada uno de esos movimientos parciales, supongamos que (si la velocidad inicial no es cero) adquiera la velocidad—al empezar—una orientación y un sentido que sean los mismos que los de la fuerza motriz  $F$  que habrá de seguir actuando ya en todo el tiempo de la duración de ese movimiento *parcial*. Esto requiere que, en el instante crítico del cambio de dirección en el movimiento del individuo, las fuerzas cambien de un doble modo: primero, para cambiar la dirección de la velocidad al terminar el movimiento anterior; y después, para que su resultante se coloque—por decirlo así—en la dirección que ha de conservar ya por algún tiempo.

Pero como la teoría dinámica anteriormente expuesta es *general*, deberemos de aplicarla á cada uno de esos movimientos de dirección constante (representables por movimientos rectilíneos de un punto material) y diremos por tanto:

1.º Que si en uno de esos movimientos de dirección constante, todas las fuerzas que actúan incesantemente sobre el individuo, tuvieran una resultante  $F$  que no sólo fuera constante en dirección y sentido, sino también en *intensidad*, la aceleración  $J$  en ese movimiento del individuo, habría de ser también *de magnitud constante*  $\left( J = \frac{F}{m} \right)$ ;

---

que Stuart Mill quiere significar con la *disposición* y el *carácter*; y también, dadas las varias fuerzas psíquicas que simultáneamente actúan sobre el individuo, que parecen corresponder á los motivos que estén presentes en su mente. En lo que Stuart Mill denomina el carácter y la disposición del individuo, van envueltas las fuerzas que nosotros concebimos como emanando del interior del propio organismo corporal.

es decir, que su movimiento habría de ser *uniformemente acelerado* en ese transcurso de tiempo. Si el sentido de  $F$  fuera el opuesto al sentido de la velocidad, el movimiento sería *uniformemente retardado*.

2.º Que si sólo fuera constante la dirección y el sentido de la resultante motriz  $F$  (que sean los mismos de la velocidad), pero no lo fuera su intensidad (lo cual ocurrirá frecuentemente), el movimiento sería de aceleración variable  $J$ ; y que su ley de variación se deduciría de la ley de variación de la intensidad de la fuerza, que suponemos conocida (puesto que  $J = \frac{F}{m}$ ). Conocida ya la  $J$  en cada instante, se sabe por lo (que dijimos en la *Cinemática*) que el cálculo del incremento de *la magnitud* de la velocidad en un cierto tiempo, se hace integrando los productos  $J \cdot \theta$  que expresan *aproximadamente* los pequeños incrementos sucesivos de la velocidad en los intervalos pequeños de tiempo  $\theta$ .

\*  
\* \*

Por todo lo expuesto se ve que la posición psíquica que llegue á alcanzar al cabo de algún tiempo un individuo en un asunto dado de carácter social, podría determinarse mecánicamente, si fuera posible conocer todas las variadisimas é innumerables influencias que—como fuerzas—ejercen su acción sobre él, y que por modo muy complejo emanan tanto del interior del propio individuo natural, como de otros individuos ó elementos sociales, y, por último, del ambiente *natural y social* en que esté colocado.

Las leyes que hemos tomado de la Mecánica racional, parecen indicar que el plan *ideal* para la educación de cada individuo, con el fin de que alcance (ó tienda á alcanzar) una cierta *posición* á que aspire, *en un asunto dado*, requeriría:

1.º Un conocimiento completo del temperamento nativo del individuo, que permitiera determinar las fuerzas que habrán de actuar sobre él (como ente abstracto ó simple), emanando de su propia individualidad natural (fisiológica y psíquica), en relación con las sucesivas y variadas incidencias de su vida.

2.º Un conocimiento completo de todas las influencias que se habrán de ejercer como fuerzas sobre él, emanando de otros individuos y elementos sociales, y también del medio ambiente educativo natural y social en que esté colocado.

3.º Una apreciación de su masa para el asunto; y

4.º Un conocimiento perfecto de la dirección y el sentido en que debe de moverse (ó modificarse *la posición* del individuo), para llegar á alcanzar por el camino más corto la posición á que aspire.

Con estos conocimientos y datos, el problema de la educación consistiría en disponer del medio ambiente externo educativo (1), de tal modo que las fuerzas varias que de él emanen, compuestas con las que emanen del propio individuo den, en todos los instantes, una resultante  $F$  que marque constantemente la *dirección y el sentido* en que se quiere ver realizado el movimiento de modificación del individuo en el asunto; y además procurar que la intensidad  $F$  sea la mayor posible. Si se pudiera conseguir que esa resultante  $F$  de todo el conjunto de fuerzas se conservara siempre *con esa intensidad, y en la dirección y sentido* que se desea, el movimiento (rectilíneo) del individuo sería *uniformemente acelerado*, según vimos: su aceleración  $J$  sería directamente proporcional á la intensidad de  $F$ , é inversamente proporcional á la masa del individuo en el asunto (2).

---

(1) En esto incluimos todo lo físico y psíquico que esté fuera del individuo natural, fuera del límite  $U$  de Mach.

(2) Hemos concebido siempre *la masa* de cada individuo *en un asunto* como un coeficiente *constante* en el tiempo. Pero quizás debería de ser concebida como variable á compás de los cambios en *la posición* del individuo, porque parece que la posición misma debe de influir en la capacidad del individuo para su modificación. Quizás también puede decirse que, por sí sola, la edad del individuo influye en su masa, dotándole á medida que aumenta— de una menor capacidad de modificación, es decir, aumentando lo masa del individuo con su edad. Estos son puntos muy delicados y oscuros, respecto de los cuales nos abstenemos de ahondar. En la *Mecánica racional* la masa se miró siempre como un coeficiente constante, aunque recientemente se haya afirmado en los físicos, la idea de considerar la masa como aumentando al crecer enormemente la velocidad.

Seguiremos considerando la masa como constante, y esto se podría qui-



Para terminar estas ligeras indicaciones que presentamos desde un punto de vista exclusivamente mecánico, diremos que sólo con ese ideal de perfección podrían evitarse los *ziszás* que frecuentemente ocurren en los movimientos de modificación de los individuos durante su vida, y que son producidos, á mi entender, por las fuerzas psíquicas que, influyendo como componentes sobre la dirección y el sentido de la resultante motriz  $F$ , cambian de vez en cuando la dirección del movimiento, desviándole de aquella dirección que se deseaba. Mientras menos desviaciones y *ziszás* haya, más nos acercaremos al ideal de perfección en la educación, cualquiera que sea el fin de ésta; es decir, cualquiera que sea aquella *posición* á que deseamos tienda el individuo, si no puede llegar á alcanzarla.

\*  
\*\*

OBSERVACIÓN.—Ya hicimos notar que lo que bajo el nombre genérico de fuerza hemos considerado para la acción (estática ó dinámica) sobre el individuo, puede ser de cualquiera especie, y ejercer su influencia por la sensibilidad ó por el entendimiento ó por el sentimiento, etc. Todas esas varias especies han tenido para nosotros el carácter común de fuerzas psíquicas, es decir, de causas de modificación de movimiento psíquico, y á todas les hemos atribuído dirección, sentido é intensidad. Así como la *Mecánica racional* no se preocupa de la naturaleza especial de las fuerzas, á la *Mecánica social pura* no le interesa saber si las fuerzas psíquicas, sobre las cuales versan sus especulaciones, son de una ú otra especie, siempre que se admita que unas y otras

---

zás conciliar con las observaciones ó los reparos que acabamos de hacer, teniéndolos en cuenta al hacer la medición de las fuerzas psíquicas el día que esto pudiera intentarse por la Psicología experimental. Bastaría, en efecto, que la intensidad de una fuerza  $F$  se pudiera expresar (en medida) con arreglo á la edad y á la posición del individuo sobre quien actúa, para que su relación á la aceleración  $J$  fuera un coeficiente constante  $m$ . De esta suerte la masa quedaría como una constante del individuo para el asunto, y la dificultad iría á recaer sobre el problema de la Psicología referente á la medición de las fuerzas.

y todas, obedecen á los *Principios generales* que se han sentido como *Postulados*.

Prescindimos completamente de algunas cuestiones que se plantean en la Psicología, como, por ejemplo: si una fuerza intelectual para producir impulsión ha de provocar antes en el individuo un estado de sentimiento (ó pasional) que sea el que realmente impulse al individuo. No podemos nosotros penetrar aquí en estos procesos que corresponde estudiar á los psicólogos; pero sí debemos de observar que, si para la *Mecánica* de los cuerpos materiales las fuerzas que más se diferencian unas de otras por sus caracteres físicos, son tratadas por la *Mecánica racional* como cantidades del mismo género (en cuanto son consideradas como causas de modificación de movimiento), y se refieren á una misma unidad (la dina ó el kilogramo); sería necesario asimismo para la *Mecánica social* que las fuerzas psíquicas que más se diferencian unas de otras por su naturaleza especial y por sus caracteres, pudieran ser referidas á alguna unidad común, mediante los progresos de la Psicología.

Esto que decimos respecto de las fuerzas psíquicas, deberá de aplicarse análogamente á los *trabajos* y á las otras formas de *energías psíquicas*. Ya hablaremos de esto más adelante.

No podemos entrar en disquisiciones acerca de la predominancia de lo intelectual sobre lo moral, para producir el movimiento progresivo de las Sociedades. Parece que las fuerzas que sean puramente intelectivas, es decir, que estén desprovistas de todo elemento pasional, no se contrarrestan ni se contraponen unas á otras, del mismo modo que las fuerzas sentimentales. Por esto se alcanza en las Sociedades progresivas la acumulación de conocimientos y su difusión, y se obtiene en general un gran desarrollo para las fuerzas que provienen de la educación intelectual. Pero estas cuestiones son ajenas á nuestro estudio, como lo es la noción misma de Progreso, si se da á esta palabra el sentido de mejoramiento en general.

## Teoremas sobre el movimiento del individuo.

### 1.º—Teorema de las fuerzas vivas ó de la energía.

Si adoptamos en los asuntos sociales la antigua denominación de fuerza viva, llamaremos aquí *fuerza viva de un individuo en un instante*, el producto de la masa del individuo (en el asunto de que se trate) por el cuadrado de la magnitud de su velocidad en ese instante ( $m \cdot v^2$ ). Hoy se denomina *energía cinética en un instante*, la mitad de ese producto.

Veamos la definición del *trabajo elemental* de una fuerza. Cuando un individuo realiza un cambio muy pequeño *de posición*, en un asunto, en una determinada dirección y sentido (la de su velocidad en ese instante), y lo hace estando bajo la acción de una fuerza cualquiera  $P$ , se dice que esta fuerza hace un *trabajo elemental*; se llama así el producto de la intensidad de la fuerza por el pequeño cambio de posición *estimado en la dirección de la fuerza*. O bien, porque es enteramente lo mismo, y más apropiado á nuestro estudio: el producto de la intensidad de la fuerza *estimada* en la dirección de la velocidad, por el pequeño incremento del parámetro que define su posición. Se representaría en el movimiento elemental de un punto material por la expresión  $P \cdot ds \cdot \cos \varphi$ ; siendo  $ds$  el camino elemental recorrido, y  $\varphi$  el ángulo de la dirección y sentido de la fuerza  $P$  con la dirección y sentido del desplazamiento elemental  $ds = v \cdot \theta$ .—Se dice que el trabajo elemental de una fuerza es *motor* (positivo) cuando al *estimar* la fuerza en la dirección de la velocidad, aparece *en el mismo sentido* que ésta; cuando aparece en *sentido contrario*, se dice que el trabajo elemental es *resistente* (negativo).

Se ve fácilmente—por la ley de la descomposición de fuerzas—que si el individuo ha estado bajo la acción de varias fuerzas, el trabajo elemental de la resultante  $F$  de éstas es igual á la suma algebraica de los trabajos elementales de las componentes.

Para dejar establecido el *Teorema de las fuerzas vivas* (ó *de la energía*), considérese esa resultante motriz  $F = m \cdot J$ , que, estimada en la dirección del movimiento, da:

$$F \cdot \cos \alpha = m J \cdot \cos \alpha.$$

Se ve que su trabajo elemental es el producto  $m J \cos \alpha \times v \theta$ , ó bien  $m v \times J \theta \cos \alpha$ . Pero como  $J \theta \cos \alpha$  (según lo que vimos en *Cinemática*, al tratar de la aceleración total  $J$ ) puede considerarse que expresa el incremento muy pequeño experimentado por *por la magnitud* de la velocidad  $v$ , y producido por la acción de la fuerza; si se representa por  $dv$ , se tiene que el trabajo elemental de  $F$  es igual á  $m v \times dv$ . Y como el producto  $v \times dv$  puede considerarse que es la mitad del incremento muy pequeño que haya experimentado  $v^2$ , y se representa por  $\frac{1}{2} dv^2$ , se tiene en definitiva

que: *el trabajo elemental de F es igual á  $\frac{1}{2} d.(m v^2)$* . En esto consiste el famoso *Teorema de las fuerzas vivas*, que (para el movimiento de un individuo durante un intervalo muy pequeño de tiempo  $\theta$ ) podría enunciarse de este modo:

*La mitad del incremento muy pequeño (positivo, negativo ó nulo) que experimenta la fuerza viva del individuo, es igual á la suma algebraica de los trabajos elementales efectivos realizados por todas las fuerzas que hayan actuado simultáneamente sobre el individuo en su movimiento elemental.*

O dicho de otro modo:

*El incremento muy pequeño (positivo, negativo ó nulo) de la energía cinética del individuo es igual á la suma algebraica de los trabajos elementales realizados por todas las fuerzas que hayan actuado simultáneamente sobre el individuo en su movimiento elemental.*

Este Teorema indica claramente:

1.º Que si en un movimiento elemental del individuo predominan los trabajos elementales *motores* que realicen unas fuerzas sobre los trabajos elementales *resistentes* de otras, la energía cinética del individuo aumentará, puesto

que su incremento será positivo; el movimiento se habrá acelerado porque habrá habido un aumento en la *magnitud* de la velocidad.

2.º Que si predominan los trabajos elementales resistentes sobre los motores, la energía cinética del individuo disminuirá porque su incremento será negativo; habrá habido disminución en la magnitud de la velocidad.

3.º Que si hay compensación entre los trabajos elementales motores y los resistentes de unas y otras fuerzas, la energía cinética del individuo no se alterará porque su incremento será nulo; no habrá habido, por tanto, alteración en la magnitud de la velocidad.

Nótese que este Teorema no afecta en nada al cambio de dirección de la velocidad; se refiere solamente al cambio de *magnitud* de la velocidad, puesto que esta magnitud es la que interviene en la energía cinética. Y nótese también que en este Teorema no entra directamente el tiempo.

Si del movimiento elemental queremos pasar al movimiento del individuo por ley de continuidad en el asunto durante un transcurso cualquiera de tiempo, basta aplicar el Teorema á todos y cada uno de los movimientos elementales que se integran en el movimiento total y hacer la suma.

Se ve desde luego que el incremento numérico de la energía cinética, desde un instante  $t_0$  hasta otro instante cualquiera  $t_1$ , es la suma de todos los incrementos *muy pequeños* (positivos, negativos ó nulos) que haya ido recibiendo la energía cinética en todos los movimientos elementales sucesivos. Y si llamamos *trabajo total de una fuerza* que haya actuado de un modo continuo sobre el individuo desde el instante  $t_0$  hasta el instante  $t_1$ , á la suma algebraica de los *trabajos elementales* (positivos, negativos ó nulos) que haya realizado la fuerza en todos los movimientos elementales sucesivos, el Teorema para los transcurros cualesquiera de tiempo, se enunciará así:

*El incremento de la energía cinética del individuo desde un instante  $t_0$  hasta otro posterior  $t_1$ , es igual á la suma algebraica de los trabajos totales (motores y resistentes) realizados*

en ese transcurso de tiempo por todas las fuerzas que hayan estado actuando sobre él.

Así vemos que la energía cinética del individuo en un asunto, será en el instante  $t_1$  mayor, igual ó menor que la que tenía en el instante  $t_0$ , según que el trabajo *total* hecho por las fuerzas haya sido motor, nulo ó resistente. Decir que el trabajo total haya sido nulo desde  $t_0$  á  $t_1$ , equivale á decir que los trabajos totales positivos ó motores de unas fuerzas, hayan sido compensados por los negativos ó resistentes de otras. Y es evidente que si en todos y en cada uno de los instantes hubiera compensación de los trabajos motores y resistentes, habría *conservación de la energía cinética del individuo para todo su movimiento en el asunto*; y este movimiento habría de ser necesariamente uniforme.

\*  
\* \*

Tanto para el movimiento elemental como para el que se realiza en un transcurso cualquiera de tiempo, la expresión del *Teorema* se simplifica, recordando que en cada instante la suma algebraica de los trabajos elementales de todas las fuerzas, es igual al trabajo elemental de su *resultante*  $F$  en ese instante.

Y así el *Teorema* se enunciaría diciendo:

1.º Que en el movimiento elemental el incremento muy pequeño de la energía cinética es igual al trabajo elemental de la resultante motriz  $F$ .

2.º Que desde un instante  $t_0$  hasta otro posterior  $t_1$  el incremento de la energía cinética es igual al trabajo total hecho por las resultantes motrices  $F$ .

Si pensamos atentamente en los efectos de la acción (sobre el individuo) de la resultante  $F$  en cada instante, se nota que produce un doble cambio en el *estado de movimiento* del individuo, á saber: un cambio en la *dirección* de la velocidad  $v$  que tenía, y otro cambio en la *magnitud* de esa velocidad  $v$ .

El cambio de la *dirección* en que venía dispuesto á seguir modificándose la posición del individuo, se produce por la



influencia que sobre él ejerce la componente de la fuerza, según una dirección en el asunto, que sea enteramente ajena á la dirección de  $v$ ; ó, lo que es igual, por la influencia de la componente de esa naturaleza que tenga  $F$ . Mientras mayor sea esta componente de  $F$ , más acentuado será el *cambio de dirección* del movimiento del individuo. Y se comprende que la componente de que hablamos influya *sólo de este modo*, porque se limita á llamar la atención del individuo—si vale la frase—hacia una dirección totalmente *extraña* á la que él trae, á fin de desviarle de ésta, pero sin empujarle ni retenerle, es decir, sin ejercer influjo alguno sobre su energía cinética. Es claro que si el movimiento del individuo se realiza sucesivamente en direcciones constantes que tienen largos transcurros de tiempo de duración, lo que acabamos de decir sólo será aplicable en los instantes *críticos* del cambio de dirección.

El cambio *en la magnitud* de la velocidad  $v$ , que trae el individuo, se produce por la componente  $F_1$  que tenga la fuerza en la dirección misma de  $v$ , la que hemos llamado fuerza  $F$ , estimada en la dirección de  $v$ . Se comprende que esta  $F_1$  sea la que por modo muy directo influya sobre la magnitud de  $v$ , ya empujando al individuo, ya reteniéndole, según que su aspiración sea acelerar ó retardar su movimiento. Para lo primero, el sentido de la fuerza  $F_1$  habrá de ser el mismo de ésta; para lo segundo, el sentido contrario. En el primer caso, la componente de que hablamos aumentará la energía cinética del individuo; en el segundo caso, la disminuirá.

Este segundo efecto de la resultante motriz  $F$ , es decir, el *cambio en la energía cinética* del individuo será tanto más acentuado cuanto mayor sea el trabajo que haga la fuerza  $F$ , porque precisamente trabaja para eso, ya sea positivamente, ya negativamente. La que verdaderamente trabaja es la componente  $F_1$ , porque la primera componente que vimos influyendo solamente para desviar al individuo de la dirección que traía, ejerce una influencia que *no es de trabajo*, puesto que según la definición de esta palabra, su trabajo es *nulo*. Por esto se dice que *el trabajo que hace la  $F_1$  es el de la  $F$* .

Pero volviendo á lo que decíamos: si el cambio en la magnitud de la velocidad  $v$ , es debido al trabajo que haga la resultante  $F$  de todas las fuerzas, ¿qué ley relaciona este trabajo con el cambio de magnitud de  $v$ ? A esta pregunta se ha contestado con el *Teorema de la energía*, en el cual está formulada la ley, á saber: *que el trabajo hecho por la fuerza  $F$  es igual al incremento experimentado por la energía cinética.*

Sin insistir más en comentarios acerca de este *Teorema*, diremos—para terminar—que en la vida social de cada individuo las fuerzas que sobre él actúan—tanto emanando de su propio interior, como de otros individuos ó elementos, y del medio ambiente—serán más eficaces para desviarle de la dirección en que esté dispuesto á moverse ó modificarse por causas anteriores, cuanto más tiendan á indicarle direcciones ajenas á la suya. Pero que cuando se quiera entrenarlo—sí así puede decirse—en su misma dirección y sentido, imprimiéndole mayor energía cinética, deberá procurarse, para la mayor *eficiencia* de las fuerzas que actualmente ejerzan acción, que éstas (todas ellas) tengan direcciones y sentidos que se acerquen mucho á la de su velocidad actual, porque así se trabajará más eficazmente. Y que (por la misma razón) cuando se quiera quitarle energía cinética deberán de ejercerse las acciones todas, ó bien en la misma dirección de su movimiento, pero en sentido diametralmente opuesto, ó bien en direcciones que se separen poco de ella, pero siempre en sentido contrario. El trabajo que se haga en uno ú otro caso no es perdido, puesto que según el *Teorema* es íntegramente recogido por el individuo en forma de aumento ó disminución de su energía cinética. Propiamente recogido será, en el caso de aumentar su energía cinética, porque se haya hecho trabajo positivo. En el otro caso, el trabajo negativo que se haya consumido se encontrará íntegramente compensado por la energía cinética que se haya quitado al individuo.

Parece innecesario añadir—como ya apuntamos en otra ocasión—que tratándose de fuerzas psíquicas y de *estado psíquico* del individuo en un asunto, todo lo dicho tendrá

solamente aplicación cuando la acción de las fuerzas exteriores sea *recibida* por el individuo *real y efectivamente*, pues si no llegan á él *psíquicamente*, si así puede decirse, no pueden ejercer influencia. Y para una *Dinámica práctica* sería indispensable — como dijimos anteriormente — el conocimiento perfecto del temperamento fisiológico y del temple psíquico del individuo para descubrir cuáles serían en cada instante las fuerzas que brotarían del individuo mismo natural. Sólo así podría disponerse como convenga del medio ambiente con el fin á que se aspire respecto de la energía cinética. Las fuerzas que emanen de otros individuos y elementos sociales, así como del medio ambiente físico y social, podrían hacer — entre todas — un gran trabajo positivo — por ejemplo — y nosotros (por la observación) ver que se producía, sin embargo, una disminución de energía cinética, ó que se conservaba constante, no porque la ley dinámica de la energía deje de cumplirse, sino porque haya habido fuerzas que, brotando del interior del individuo natural, hayan hecho un trabajo negativo preponderante sobre aquél ó igual á aquél.

Habría que tener muy en cuenta que las fuerzas que brotan del interior del individuo natural, no dependen *tan sólo* de su organismo fisiológico-psíquico; como de una entidad aislada, sino que, por el contrario, esas fuerzas serán unas ú otras, según sea el medio ambiente *natural* y *social* en que esté colocado, lo cual hace comprender la enorme complejidad y dificultad del problema general teórico (1).

---

(1) En el Teorema que hemos expuesto — y en los que siguen — se formulan propiedades generales, del movimiento de modificación del individuo bajo la acción de fuerzas psíquicas cualesquiera. Pero no hay modo de comprobar por la observación ó la experiencia la verdad de estas propiedades, porque carecemos hoy de procedimientos suficientemente aproximados para medir los trabajos de las fuerzas psíquicas por una parte, y la energía cinética del individuo por otra.

La comprobación se puede hacer en la *Mecánica* de los sistemas materiales. Bien entendido que no se hace ni puede hacerse sobre *puntos materiales*, que son puras abstracciones de la *Mecánica racional*, sino sobre

2.º—Teoremas sobre las cantidades de movimiento.

Para poder formular estos *Teoremas* recordemos, ante todo, las dos *definiciones* siguientes:

1.ª Se llama *cantidad de movimiento en un instante*, de un individuo en un asunto, el producto de su masa en el asunto por su velocidad en ese instante ( $mv$ ). Pero conviene notar bien, desde ahora, que la velocidad se considera aquí con su *magnitud*, *dirección* y *sentido*, á diferencia de la fuerza viva, en la cual no intervenía la velocidad más que por su magnitud. Por eso la cantidad de movimiento es, en Dinámica, una cantidad vectorial representada por un vector localizado en la posición que tiene el individuo en un instante dado, lo mismo que la velocidad lo era en Cinemática. La magnitud del vector dinámico—cantidad de movimiento—, es la magnitud del vector-velocidad, afectado de un coeficiente, que es la masa del individuo en el asunto: la dirección y el sentido son los mismos.

2.ª Se llama *impulsión elemental* de una fuerza  $F$  el producto de la intensidad de la fuerza por el tiempo  $\theta$  muy pequeño de su acción. A este producto  $F\theta$  se le atribuye la misma dirección y el mismo sentido de  $F$ , y así es también una cantidad vectorial representada por un vector (dinámico) localizado en la posición que el individuo tiene en el instante en que la fuerza es  $F$ .

Para ver el *Teorema de las cantidades de movimiento*, pensemos, desde luego, en la resultante motriz  $F$  de todas las fuerzas que, en un instante dado, actúan sobre el individuo; y empecemos por notar que la ley formulada en el *Teorema de la energía* sólo se refería á la cantidad de *energía cinética* que gana ó pierde el individuo por el *trabajo* que hace la fuerza. Hemos hecho resaltar—en las explicaciones dadas

---

corpos; y para éstos son posibles aquellas mediciones con la aproximación propia de las observaciones y experiencias físicas.

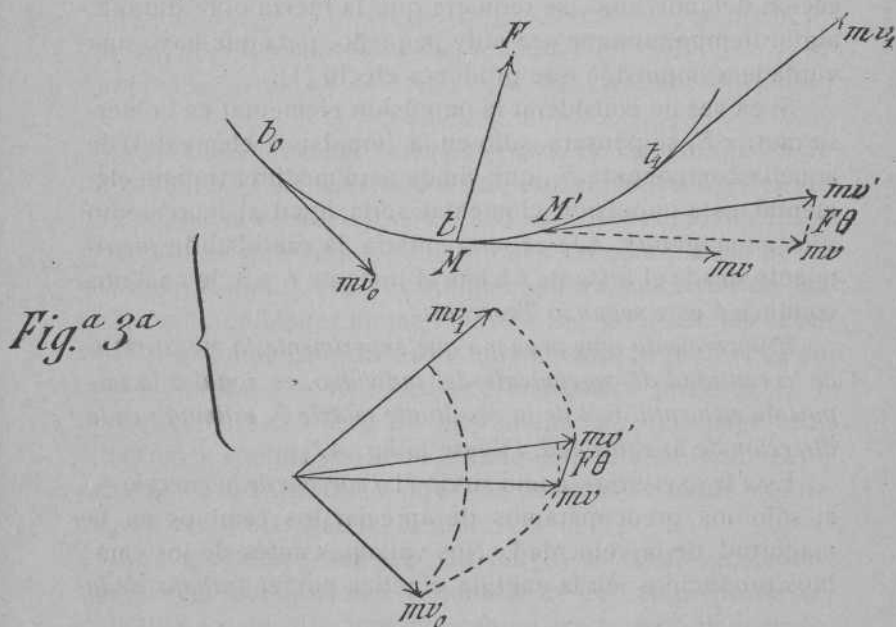
En la *Mecánica social* no podemos hoy aspirar más que á prestar nuestro asentimiento á las proposiciones que se formulen en el terreno de la pura especulación, como deducidas de los Principios fundamentales.

acerca de esa ley dinámica—que ese no es más que uno de los cambios producidos en el estado de movimiento del individuo por la acción de la fuerza motriz  $F$ , y hemos dejado á un lado lo que se refería al cambio de dirección de la velocidad.

En el *Teorema general* que ahora vamos á formular sobre las cantidades de movimiento del individuo en relación con las impulsiones de la fuerza motriz, se atiende—como veremos—al *cambio total* que experimenta la velocidad por la acción de la fuerza.

Se enuncia así:

*El incremento total muy pequeño que experimenta la cantidad de movimiento del individuo es igual en magnitud, dirección y sentido á la impulsión elemental de la resultante motriz  $F$ .* (Véase la fig. 3.<sup>a</sup>)



En esta ley dinámica se ve el efecto total de la fuerza motriz  $F$  actuando sobre el individuo en un intervalo muy pequeño de tiempo  $\theta$ . Dice que su impulsión elemental en este intervalo ( $F\theta$ ) se refleja en el individuo por el cambio total

(muy pequeño) de su cantidad de movimiento, la cual pasa de ser (en el instante  $t$ ) una  $mv$  (en magnitud, dirección y sentido) con que el individuo viene por causas anteriores, á ser otra  $mv'$  (en el instante  $t + \theta$ ) que difiere en todo (magnitud, dirección y sentido) de la  $mv$ —aunque muy poco—. Este cambio es exactamente igual á aquella impulsión elemental.

Y se comprende bien que la fuerza motriz  $F$  afecte así al individuo, compeliéndole á cambiar *simultáneamente* la dirección de su movimiento y la magnitud de su velocidad, mediante la impulsión que en su dirección (la de la fuerza) comunique al individuo, influyendo en éste en el intervalo de tiempo  $\theta$ .

No existe nada instantáneo en el Universo; y para manifestarse un cambio en el estado de movimiento de modificación del individuo, se requiere que la fuerza obre durante algún tiempo, aunque sea muy pequeño, para que haya una verdadera impulsión que produzca efecto (1).

Si en vez de considerar la impulsión elemental de la fuerza motriz  $F$ , se pensara sólo en la impulsión elemental de aquella componente  $F_1$ , que vimos para medir el trabajo elemental, esta impulsión elemental sería igual al incremento *sólo en magnitud*, que experimentaría la cantidad de movimiento desde el instante  $t$  hasta el instante  $t + \theta$ , lo cual nos conduce á este *segundo Teorema*:

*El incremento muy pequeño que experimente la MAGNITUD de la cantidad de movimiento del individuo, es igual á la impulsión elemental  $F_1 \theta$  de la resultante motriz  $F$ , estimada en la dirección de la velocidad.* (Véase la fig. 4.<sup>a</sup>)

Esta ley serviría—como sirvió el *Teorema de la energía*—, si sólo nos preocupáramos de apreciar los cambios en la magnitud de la velocidad. Nos valíamos antes de los cambios producidos en la energía cinética por *el trabajo de la*

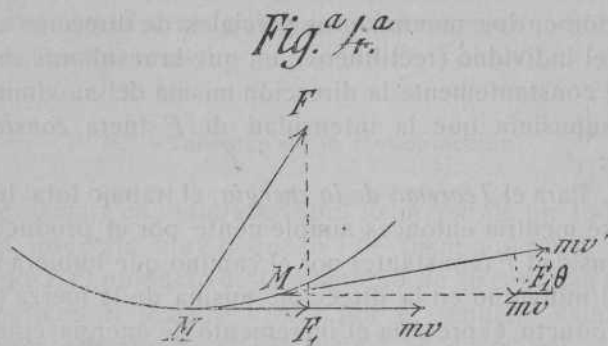
---

(1) Lo que cabe estudiar son las leyes infinitesimales de decrecimiento. Aquí, por ejemplo, habría, en rigor, que concebir  $\theta$  como una variable que decrece indefinidamente. No puedo detenerme ahora en estos rigores.



fuerza  $F$ . Ahora nos valdríamos de los cambios producidos en la cantidad de movimiento por la impulsión de la  $F_1$ , que es la fuerza  $F$ , *estimada en la dirección de la velocidad*.

Por uno ú otro Teorema se llega á las mismas conclusiones, atendiendo al *signo* del trabajo en el uno ó al *sentido* de la fuerza, estimada en la dirección de la velocidad, en el otro.



Volvamos al *primer Teorema general* de las cantidades de movimiento. Para aplicarlo á un transcurso cualquiera de tiempo, basta verlo en todos y cada uno de los movimientos elementales que se integran por ley de continuidad en el movimiento total. Así, por composiciones sucesivas de las distintas impulsiones elementales  $F\theta$  (fig. 3.<sup>a</sup>), con las sucesivas y distintas cantidades de movimiento, se pasaría de un instante inicial  $t_0$  á otro instante cualquiera posterior  $t_1$ , y se obtendría la cantidad de movimiento  $mv_1$  (en magnitud, dirección y sentido) en este último instante, si la fuerza—variable de un instante á otro—ha actuado de modo continuo en ese transcurso de tiempo.

Análogamente—aunque con mayor sencillez—aplicaremos el segundo Teorema al transcurso de tiempo desde el instante  $t_0$  hasta otro instante cualquiera  $t_1$ , para deducir la *magnitud* de la cantidad de movimiento  $mv_1$  en este último instante, puesto que bastaría hacer la suma algebraica de los incrementos sucesivos (positivos ó negativos) de las *magnitudes* de las cantidades de movimiento, en los suce-

sivos movimientos elementales. Cada uno de estos incrementos muy pequeños sería igual á la impulsión elemental de la resultante motriz, *estimada en la dirección de la velocidad en cada instante*, siempre sobre el supuesto de que las fuerzas actúan de modo continuo en todo el transcurso de tiempo que se considera. (Véase la fig. 3.<sup>a</sup>)

Tanto el Teorema de la energía como el segundo Teorema sobre las cantidades de movimiento serían de muy fácil aplicación en los movimientos parciales de dirección constante del individuo (rectilíneos), en que la resultante motriz  $F$  tiene constantemente la dirección misma del movimiento, si se supusiera que la intensidad de  $F$  fuera *constante*, porque:

1.º Para el *Teorema de la energía*, el trabajo total hecho por  $F$  se mediría entonces simplemente por el producto de su intensidad  $F$  (constante) por el camino que hubiera recorrido el individuo en la dirección misma de la fuerza (1), y este producto expresaría el incremento de energía cinética, obtenido durante el movimiento parcial en esa dirección.

2.º Para el segundo *Teorema de las cantidades de movimiento*, la impulsión total de  $F$  se mediría simplemente por el producto de su intensidad  $F$  (constante) por el tiempo de su acción, y este producto expresaría el incremento de la cantidad de movimiento, obtenido en el movimiento parcial que se considera.

Es claro que para que hubiera en este caso *conservación* de la energía cinética  $\left(\frac{1}{2}mv^2\right)$  ó *conservación* de la cantidad de movimiento  $(mv)$ , se requeriría que la resultante  $F$  fuera constantemente nula, lo cual era evidente *a priori*, porque el movimiento sería, en virtud del *Principio de la inercia*, rectilíneo uniforme.

Los individuos que en sus movimientos parciales en cada dirección conservan una energía cinética constante—ó una cantidad de movimiento constante—son aquéllos que por su

---

(1) Este camino recorrido se mediría por el incremento del parámetro definidor de la posición.

temperamento fisiológico y su temple psíquico, resisten las fuerzas ó sollicitaciones exteriores ó interiores, que unas veces tienden á apresurarle, otras á retardarle. Y para lograr la uniformidad en estos movimientos parciales de dirección constante, es decir, para que la resultante motriz  $F$  sea *constantemente nula*, á pesar de aquellas sollicitaciones que emanan del medio ambiente externo ó interno, han de brotar del interior del individuo natural (consciente ó inconscientemente) otras fuerzas que las contrarresten en todos y cada uno de los instantes.

### 3.º—Teorema de la menor acción.

Se llamará *cantidad elemental de acción* de un individuo en un intervalo muy pequeño  $\theta$  de tiempo, á partir de un instante  $t$ , el producto de la magnitud de su cantidad de movimiento en el instante  $t$  ( $mv$ ), por el pequeño cambio de posición operado en el intervalo  $\theta$ , es decir, por el incremento muy pequeño del parámetro. Si se simboliza el movimiento elemental del individuo por el de un punto material en el espacio, la expresión de la cantidad elemental de acción es  $mv \times ds$ , siendo  $ds$  el desplazamiento muy pequeño realizado en el intervalo  $\theta$ .

Pudiendo ser mirado  $ds$  como igual á  $v\theta$ , se ve que la cantidad elemental de acción en este intervalo, á partir del instante  $t$ , se puede definir también, diciendo: que es el producto de la fuerza viva del individuo en ese instante  $mv^2$  por el tiempo muy pequeño  $\theta$ . Es idénticamente lo mismo. Se llamará *cantidad total de acción* del individuo en un transcurso cualquiera de tiempo  $T$  (desde un instante  $t_0$  á otro  $t_1$ ), cuando pasa de una posición  $a$  á otra posición  $b$ , la suma ó integral de las infinitas *cantidades elementales de acción* entre esos dos instantes; en la representación por un punto material se escribiría así:

$$\int_{s_0}^{s_1} mv \cdot ds \quad \text{ó bien} \quad \int_{t_0}^{t_1} mv^2 \cdot dt.$$

Aunque nos parece difícil adaptar á lo psíquico el supuesto en que descansa el *Teorema de la menor acción*, diremos que si las fuerzas psíquicas que obran sobre un individuo fueran asimilables—por las leyes de su acción—á las fuerzas que se consideran en los fenómenos de la Naturaleza, como las centrales newtonianas ó, más en general, como las fuerzas atractivas ó repulsivas, con intensidades que dependen solamente de las posiciones, sin influir las velocidades que tengan los puntos á que se apliquen, se podría adaptar este *Teorema* de la menor acción al movimiento del individuo y—prescindiendo del rigorismo infinitesimal—enunciarlo así:

El movimiento efectivo que un individuo realizara recorriendo de un determinado modo su trayectoria (en sentido figurado), para pasar de una posición *a* (instante  $t_0$ ) á una posición *b* (instante  $t_1$ ) en un asunto, sería tal, por sus cambios sucesivos y continuos de posición y de velocidad, que:

La integral ó suma de todas sus cantidades elementales de acción, desde el instante  $t_0$  hasta el  $t_1$ , sería un *mínimo* (1) en el movimiento real y efectivo, con relación á todos los modos de moverse que podrían ser concebidos en otras trayectorias para alcanzar el mismo cambio ó modificación de posición, pasando de la primera posición *a* á la última *b*.

O más brevemente:

*Que la cantidad total de acción de un individuo en su movimiento real y efectivo, sería un MÍNIMO con relación á los otros movimientos, por los cuales pudiera pasar de su primera posición á la última.*

Si este Teorema fuera cierto para los asuntos sociales por estar las fuerzas sociales en el caso que hemos dicho, se deduciría de él—como se deduce en la *Mecánica racional*—una consecuencia interesantísima, á saber: que si el paso de una posición *a* á otra *b* hubiera de hacerse necesariamente con movimiento uniforme de una velocidad *v*, siempre la misma en las diferentes trayectorias posibles, el individuo realiza

---

(1) Podría ser un mínimo ó un máximo. Decimos mínimo, porque suponemos que en la cuestión no sea admisible un máximo.

ría ese paso en su movimiento *efectivo* (si las fuerzas psíquicas naturales fueran como las físicas dichas) *en el menor tiempo posible, y con el menor desarrollo posible*, dentro de sus condiciones propias individuales y de las condiciones del medio ambiente. Efectivamente:

1.º La cantidad total de acción sería, en ese supuesto, el producto de la fuerza viva *constante*  $mv^2$  por el tiempo total  $T = t_1 - t_0$  empleado; luego su mínimo correspondería al *mínimo de T*;

2.º La cantidad total de acción sería también el producto de la cantidad de movimiento  $mv$  *constante* por el desarrollo total  $S$ ; luego su mínimo correspondería también al *mínimo de S*.

\*  
\*  
\*

OBSERVACIÓN FINAL.—La teoría general expuesta sobre el equilibrio y el movimiento de un individuo, así como también todos los Teoremas que hemos enunciado y comentado, son aplicables á lo que denominamos *elemento social* en los *Preliminares*. Suponíamos que la colección de individuos que lo constituye puede ser individualizada para el estudio mecánico, de tal suerte que en cada instante pueda conocerse en magnitud, dirección y sentido su velocidad y su aceleración total. Las fuerzas que pueden actuar sobre la colección de individuos—como tal colección—habrán de mirarse como si actuaran sobre un individuo abstracto y simple que *simbolizara* el elemento social. Y de esta suerte las fuerzas pueden emanar de otros individuos y de otros elementos sociales de la misma agrupación, y también del ambiente ó medio social externo en que el elemento vive. Otras fuerzas pueden emanar de su propio interior (es decir, de los individuos mismos que forman el elemento social), pero desempeñando el papel de exterior, para aquel *ente psíquico* individual que sirva de símbolo abstracto al elemento social.

# ESTÁTICA Y DINÁMICA

## SEGUNDA PARTE

### Equilibrio y movimiento de las agrupaciones sociales.

#### Estática social.

##### TEOREMA DE LOS TRABAJOS VIRTUALES

Para hacer el estudio en general del equilibrio de las agrupaciones sociales, conviene recordar el *Teorema* llamado *de los trabajos virtuales* en la *Mecánica racional*, en la cual son considerados de un modo general y abstracto los sistemas de puntos con enlaces. En términos generales, puede decirse que la Estática está encerrada en ese gran Teorema, del cual se deduce la solución de casi todos los problemas particulares del equilibrio (1). En él se expresa *la condición necesaria y suficiente* del equilibrio. Es decir, que si el equilibrio existe, la condición *se cumplirá necesariamente*. Y recíprocamente, que si la condición se cumple, ella *bastará*; esto es, que el equilibrio *existirá*. La condición de que vamos a hablar da, pues, en general *la ley*, é indica en cierto modo (como veremos) la razón de ser del equilibrio.

Se supone que estén bien definidos los enlaces del sistema por ecuaciones, es decir, que se sepa *cómo* cada punto de los que lo forman está ligado con los otros. Es evidente que si un punto no tuviera enlace alguno con ninguno de los demás puntos, no formaría parte del sistema: sería un pun-

---

(1) Es sabido que en la Mecánica racional no se considera que pueda haber rozamientos ni adherencias entre unas y otras partes. En lo que aquí recordamos se admite, en general, que los enlaces sean bilaterales, y se puedan definir analíticamente por ecuaciones.



to aislado, y no habría que considerarle para nada al estudiar el equilibrio del sistema como de una entidad.

Si se supone, además, que sean perfectamente conocidas en magnitud, dirección y sentido todas y cada una de las fuerzas que actúan sobre todos ó algunos de los puntos del sistema en las posiciones que ocupan, se ve que unas fuerzas pueden emanar, pueden venir de fuera del sistema: se las llama (como hemos dicho repetidas veces) *fuerzas exteriores*. Otras pueden emanar de puntos del sistema mismo: se las llama *fuerzas interiores* al sistema. Y es muy de notar que en virtud del principio de la acción y la reacción las fuerzas interiores que actúen sobre *puntos del sistema* son siempre *conjugadas dos á dos*, mientras que las fuerzas exteriores no lo son; porque aunque cada fuerza exterior tenga su conjugada, ésta no está aplicada á ningún punto del sistema, sino á algo que está fuera de él, que no nos interesa.

Es evidente que la condición necesaria y suficiente para el equilibrio del sistema es que todos y cada uno de los puntos que lo constituyen estén en equilibrio; pero para saber si cada punto está en equilibrio, sería preciso conocer todas, todas las acciones que sobre él se ejercen, y no nos encontramos en este caso; porque si bien suponemos conocidas las fuerzas que *directamente* actúan sobre cada punto, no conocemos en general las fuerzas que (como acciones *indirectas*) ejerce sobre cada punto el conjunto del sistema, por intermedio de los enlaces. En una palabra, las fuerzas llamadas *de los enlaces* nos son, en general, desconocidas, para cada punto; y de esta suerte la consideración del equilibrio punto por punto aparece como irrealizable para llegar á establecer la condición necesaria y suficiente del equilibrio del sistema. Pero se observa y se demuestra que al imaginar un conjunto de desplazamientos *virtuales* muy pequeños — de puntos del sistema— que sean *compatibles con los enlaces* que haya en éste, la suma *algebraica* de los *trabajos virtuales* de esas fuerzas desconocidas de los enlaces puede considerarse como nula (prescindimos de los rigorismos infinitesimales); y de aquí se deduce después que para esos desplazamientos

de que hablamos, la suma de los trabajos virtuales de las demás fuerzas habrá de ser *nula* (1).

No puede tener lugar aquí la demostración (que es larga y difícil) de este gran *Teorema*. Hemos querido tan sólo recordar brevísimamente las notas que preceden y que nos interesan, para enunciarlo en forma vulgar que permita luego su adaptación á la *Estática social*. Prescindiendo, como hemos dicho, del rigorismo infinitesimal, diremos que, si un sistema de puntos entre los cuales haya enlaces, se halla en reposo en cierta posición, y sobre todos ó algunos de los puntos actúan fuerzas cualesquiera conocidas, el sistema permanecerá en equilibrio, ó dicho de otro modo, las fuerzas se equilibrarán en el sistema por intermedio de los enlaces, si se cumple esta condición, á saber: *Que si se conciben muy poco cambiadas las posiciones de los puntos, de cualquier modo, pero respetando los enlaces, la suma algebraica de los trabajos virtuales de todas las fuerzas dadas para los respectivos desplazamientos virtuales de sus puntos de aplicación sea nula* (2).

O dicho de otro modo: *Que tomando en cuenta todas las fuerzas, la suma numérica de los trabajos virtuales motores (positivos) sea igual á la de los resistentes (negativos)*.

Esta condición *suficiente* para el equilibrio, es también *necesaria*, es decir, que si hay equilibrio se cumplirá.

\*  
\* \*

Pasando ya á la *Estática social*, y asimilados los individuos y elementos sociales que constituyen una agrupación,

---

(1) No se olvide que el trabajo elemental de una fuerza para un desplazamiento muy pequeño (real ó virtual) de su punto de aplicación, es positivo (*motor*) cuando el desplazamiento, estimado en la dirección de la fuerza, tiene el mismo sentido que ésta; y que es negativo (*resistente*) cuando tiene el sentido contrario.

(2) Se dice que estos desplazamientos son *virtuales*, no efectivos, porque son puramente concebidos como un artificio para percibir los movimientos elementales que podrían hacer los puntos del sistema en vista de la naturaleza de sus enlaces mutuos. Y deben de ser concebidos, en general, como muy pequeños esos desplazamientos para que se refieran á la disposición y forma en que está el sistema, y no á otra diferente.

á los puntos de un sistema; y concibiendo que el hecho de formar parte de la agrupación, significa que cada uno de los individuos y elementos sociales está enlazado *de algún modo* con otros individuos ó elementos (conjunto de enlaces, que será tanto más complejo y variado, cuanto más elevado sea el grado de la agrupación); y suponiendo, por último, que en una *posición* dada de la agrupación se ejerce sobre alguno ó sobre todos los individuos y elementos sociales, fuerzas psíquicas que vengan de fuera de la agrupación ó de otros individuos ó elementos de la agrupación misma, ó bien del conjunto ó totalidad de ésta, diremos que la ley del equilibrio de la agrupación, con sus enlaces, bajo la acción de todas estas variadísimas fuerzas (condición necesaria y suficiente para que las fuerzas todas se equilibren en la agrupación social, por intermedio de los enlaces), es la siguiente:

*Que al concebir cambios muy pequeños en las posiciones dadas de los individuos y elementos de la agrupación, que sean compatibles con los enlaces, la suma numérica de todos los trabajos virtuales motores, sea igual á la de los resistentes.*

Si se piensa en esta proposición como expresiva de la ley del equilibrio en una agrupación social, se ve que todas las fuerzas ó influencias psíquicas — ya vengan del exterior, ya procedan de iniciativas de los particulares individuos ó elementos constitutivos de la agrupación misma, ya emanen del ambiente social—que soliciten á los individuos y elementos sociales en muy varias direcciones y sentidos y con intensidades cualesquiera, *no producirán efecto alguno de movimiento*, es decir, de *cambio de posiciones*, si se cumple aquella condición esencial que equivale á una *compensación*. Pero el efecto se manifestará en el sistema por la *tensión de los enlaces*. Por esto se dice, con toda propiedad, que las fuerzas dadas se equilibran en el sistema ó agrupación *por intermedio de los enlaces*. Si estos enlaces fueran suficientemente vigorosos, en la agrupación social que se considere, para soportar las presiones ó tensiones que sufran, el equilibrio quedaría asegurado (1). Pero si no resistieran á las

---

(1) Esto se admite siempre en los sistemas que considera la *Mecánica*

presiones ó tensiones, se romperían los enlaces de la agrupación y ésta se destruiría, es decir, dejaría de ser tal como era la agrupación. Las fuerzas á que habría sido sometida, tanto desde el exterior como en el interior de la agrupación misma, habrían sido demasiado enérgicas para la resistencia que los enlaces ofrecían; y esta debilidad relativa de los enlaces de la agrupación considerada, habría sido entonces la causa de su ruina, aunque aquellas fuerzas se habrían equilibrado entre sí—por medio de los enlaces—si hubiera habido el suficiente vigor en la constitución interna de la agrupación social.

Para cada asunto de carácter social que se quiera estudiar desde el punto de vista *estático*, y haciendo abstracción de los demás asuntos sociales en la agrupación, se deberá de poner atención:

1.º En las fuerzas relacionadas con el asunto que lleguen á la agrupación desde el exterior de ella, señalando bien los individuos ó elementos de la agrupación á quienes se apliquen, y sobre quienes obren *efectiva y directamente*.

2.º En las iniciativas, ó mejor dicho, fuerzas *efectivas* (de naturaleza apropiada al asunto) que emanen de individuos y elementos de la agrupación misma; aspirando á conocer, no sólo sus direcciones, intensidades y sentidos, sino también los individuos ó elementos sobre quienes se ejerzan y obren *efectiva é inmediatamente*; y

3.º En el examen de aquellos enlaces sociales que hayan de entrar principalmente en juego, por decirlo así, para transmitir de unos individuos ó elementos á otros las acciones de las fuerzas, tanto exteriores (1.º) como interiores (2.º).

Si respecto de un asunto jurídico—por ejemplo—pensamos que una nación dada tiene—en un instante en que la consideremos—una determinada *posición*; y suponemos (para simplificar) que los individuos y elementos nacionales se hallan en este instante en estado de reposo en el asunto,

sin velocidades de modificación de ninguna especie (1), se diría que esa nación se halla *en equilibrio en el asunto* si permanece en *esa misma posición* y conserva su estado de reposo; á pesar de las influencias que, como *fuerzas sociales*, exteriores é interiores, se ejerzan sobre los individuos y elementos de la nación para cambiar sus posiciones en el asunto jurídico de que se trate. Entonces se diría que todas las fuerzas se equilibran; y este equilibrio se produciría, porque habría individuos y elementos de la nación interesados en el asunto, con aspiraciones opuestas—por ejemplo—á la influencia de algunas de las fuerzas que vienen del exterior y á las de otras que emanen de individuos y elementos nacionales, acaso también reforzadas por la acción social. Para equilibrar á todas éstas, habrían de ser calculadas convenientemente aquellas fuerzas en sus direcciones, intensidades y sentidos, así como en sus puntos de aplicación, contando indispensablemente con los enlaces (tales como existan) por medio de los cuales habría de lograrse el equilibrio social en el asunto. Y es indispensable, decimos, contar con los enlaces interiores de la agrupación, porque si el teorema de los trabajos virtuales es admisible—tal como lo enunciamos para la *Mecánica social*—, debemos de pensar que la compensación por el equilibrio ó para el equilibrio no es—en puridad—una compensación de fuerzas, sino una *compensación de trabajos virtuales posibles*, y esta posibilidad depende de los cambios elementales posibles en las posiciones de individuos y elementos, y esto, finalmente, depende de los enlaces á que estén sujetos los individuos y elementos. Se ve la inmensa complejidad del problema si hubieran de determinarse fuerzas que equilibraran á otras dadas sobre una posición conocida de la agrupación. Aunque, por lo demás, este problema así planteado sería indeterminado si se atendiera exclusivamente al *aspecto mecáni-*

---

(1) Esta hipótesis no se presenta casi nunca—cualquiera que sea el asunto de que se trate—en las naciones que están dentro de la civilización moderna. Veremos que en el caso del movimiento se puede aplicar lo que decimos en el caso del reposo para el equilibrio de un conjunto de fuerzas dadas.

co. Si se impusiera á las fuerzas psíquicas otras condiciones *ajenas á la Mecánica*, el problema ya podría ser determinado ó absurdo. Más adelante volveremos sobre esta consideración, que es de gran trascendencia; pero limitándonos ahora á ver cómo una agrupación social puede permanecer en la misma posición que tenga en un asunto social cualquiera, conviene observar lo que ocurre con frecuencia en los pueblos poco civilizados y (más acentuadamente aún) en los pueblos de civilización estancada. El desprecio y el odio que sienten éstos hacia los fines de la civilización nuestra, despiertan en esas sociedades muy intensas fuerzas psíquicas interiores, y éstas son las que algunas veces equilibran á las exteriores que llegan á ellas desde Europa, tendiendo á poner en movimiento alguna de esas agrupaciones sociales que esté en reposo.

Ese mismo hecho mecánico se observa también en los países que se hallan de lleno en la corriente de la civilización moderna. Aquí las fuerzas interiores que se despiertan para contrarrestar la acción de otras fuerzas son componentes para las resultantes motrices. Si no consiguen (en la mayor parte de los casos) impedir el movimiento de modificación, contribuyen algunas veces por su influencia á moderarlo, en ciertas agrupaciones sociales privilegiadas, para que se realice suavemente—por decirlo así—y se evite la ruptura violenta de algunos enlaces sociales. Además de estas fuerzas genuinamente conservadoras, podría en muchos casos contribuir al mismo fin la supresión ó modificación de algunos enlaces y el establecimiento de otros nuevos.

Pero volviendo á nuestro asunto, tratemos de aplicar la ley general del equilibrio de un número cualquiera de fuerzas sociales, actuando de cualquier modo sobre los individuos y elementos de una agrupación dada, al caso más sencillo de dos fuerzas solamente. Supongamos, para simplificar, que haya una sola fuerza exterior que aspire á modificar con una cierta tendencia las posiciones actuales de los individuos y elementos de la agrupación (que consideramos en reposo en un asunto de carácter social), y que haya una sola fuerza—exterior también—que tienda, por el contrario,



á modificar en sentido inverso las posiciones actuales en el mismo asunto (1). Una y otra fuerza pueden ejercer sus acciones como aplicadas directamente sobre dos individuos—ó sobre dos elementos—ó sobre un individuo y un elemento, y por intermedio de éstos influir en las posiciones de los demás individuos y elementos en general, toda vez que los puntos de aplicación (sean individuos ó elementos individualizados) estarán enlazados de varios modos con el resto de la agrupación, y á ésta, en general, se transmitirá por los enlaces (como hemos dicho repetidas veces) la influencia de las dos fuerzas que consideramos. La condición esencial para el equilibrio de las dos fuerzas será, no la de igualdad de sus *intensidades psíquicas*—por decirlo así—, sino la de igualdad de sus *trabajos virtuales de signo contrario*. O dicho de otro modo: la relación de las intensidades de las dos fuerzas habría de ser igual á la relación inversa de los cambios de posición que pudieran virtualmente adquirir sus dos puntos de aplicación sin romper los enlaces, estimando las fuerzas en las direcciones de los desplazamientos respectivos de los puntos de aplicación para que los productos—esto es, los trabajos virtuales—sean iguales.

Se vería, pues, en el caso de dos fuerzas, lo siguiente: que una fuerza de intensidad psíquica muy pequeña podría equilibrar á otra relativamente grande, si por los enlaces interiores de la agrupación le fuera permitido al punto de aplicación de la primera un cambio de posición muy grande (en la dirección de esta fuerza), y, por el contrario, el punto de aplicación de la segunda fuerza no pudiera—sin romper los enlaces de la agrupación—hacer más que un cambio muy pequeño de su posición en el asunto. Acaso sirva esta consideración mecánica (idéntica á la que se hace en la *Mecánica racional* sobre las dos fuerzas llamadas ordinariamente potencia y resistencia, que se hacen equilibrio en una má-

---

(1) Este caso particular es puramente teórico para las grandes agrupaciones, porque no se dará casi nunca el supuesto de que sean solamente dos fuerzas exteriores las que actúen, respecto de un asunto, sobre una agrupación social de alguna complejidad. En una simple familia se presentará más frecuentemente este caso.

quina simple como la palanca, el torno, etc.) para explicar el hecho, asombroso para algunos, de que una fuerza psíquicamente insignificante por su pequeñez, sea capaz—como se observa diariamente—de equilibrar á otra muy grande.— En las familias—como agrupaciones sociales muy sencillas—es fácil hacer la observación, especialmente respecto de asuntos religiosos, pedagógicos y otros, que se relacionan mucho con el medio social en que las familias viven.

Para terminar estas indicaciones generales de *Estática social*, tal como nosotros la consideramos, debemos de advertir que el concepto del equilibrio de un conjunto de fuerzas sociales, es más general que el anteriormente expuesto. Lo dicho en el caso de las fuerzas equilibrándose sobre una agrupación social en reposo, se aplica también al caso en que la agrupación social se halla en estado de movimiento en un asunto. Este es el caso que se presenta ordinariamente. Entonces un conjunto de fuerzas exteriores é interiores que se equilibren en un instante dado, habría de ser tal, que el movimiento continuara como si ese conjunto de fuerzas no existiera (1). Las condiciones que se habrían de cumplir serían las mismas que si en ese instante la agrupación, con sus enlaces, se hallara en reposo en la misma posición, puesto que las leyes sólo dependen de las posiciones y de los enlaces, así como de las direcciones, magnitudes y sentidos de las fuerzas. Excusado parece añadir que, aunque ese conjunto de fuerzas en equilibrio no influya en el movimiento de la agrupación, sí influirá en el estado interno de tensión de los enlaces.

### **Dinámica social.**

La estructura (como dicen los sociólogos) de una agrupación social está, en general, en perpetuo estado de cambio, no ya por movimientos de modificación de los individuos y de

---

(1) Quizás esto corresponda, en cierto modo, á la indicación del sociólogo americano Ward, de que el estado *estático* de una agrupación social no debe de ser considerado como estado de reposo obligado, es decir, estacionario ó de estancación social, aunque Ward se refiere tan sólo á la conservación de la estructura de la agrupación social.

los elementos sociales, sino principalmente por modificaciones de *los enlaces* de la agrupación, que son los que forman la estructura, y por eso dicen que, en la realidad, el estado de las agrupaciones es *dinámico*. El Profesor Charles H. Cooley hace notar que las amplias estructuras y los movimientos de conjunto de las sociedades no han sido, en general, producidos como efectos de una voluntad consciente que haya previsto los procesos dinámicos sociales, sino que han resultado (sin haber sido previstos) de un conjunto de diversas acciones ejercidas para intereses parciales, y con fines egoístas. Indica el citado Profesor que la Sociología, basada en las leyes de la *Dinámica social*, debe de estudiar la formación de una efectiva opinión pública, y de una conciencia y voluntad sociales, cada vez más definidas, que permitan algún día realizar los movimientos de modificación de las sociedades, sabiendo adónde y por donde se va.

Señala Cooley el hecho de que en las sociedades modernas se está elaborando indudablemente un conjunto de ideas armónicas para la vida social en toda su complejidad, y que de ellas va teniendo la sociedad misma más y más clara conciencia. Con el conocimiento más y más profundo que la Humanidad vaya teniendo de sí misma, y por intermedio del sentimiento, se va formando una voluntad social consciente. Pero estas ideas, muy interesantes desde el punto de vista general sociológico, salen fuera del terreno propio de estos *Apuntes*. A nosotros lo que nos interesa es el conocimiento de las leyes de la acción dinámica de las fuerzas psíquicas sociales, tanto interiores como exteriores, sobre los individuos y los elementos sociales que, enlazados entre sí, constituyen una agrupación dada.

Para nuestro estudio exclusivamente mecánico del movimiento de las agrupaciones sociales, hay que recordar el *Teorema de d'Alembert*, por virtud del cual se reduce, en principio, el estudio del movimiento de los sistemas de puntos materiales con enlaces, al estudio del equilibrio. Este *Teorema* es tan admirable por su sencillez como por su fecundidad, y revela el genio portentoso de d'Alembert.

Recordemos brevemente el Teorema, tal como se expone

en los Tratados elementales de *Mecánica racional* para los sistemas de puntos materiales.

Se sabe que cuando un sistema de puntos materiales, con enlaces, está en movimiento bajo la acción de fuerzas cualesquiera aplicadas á todos ó algunos de sus puntos, cada punto del sistema se mueve—siguiendo su trayectoria con un determinado movimiento en ella—, no por la sola acción dinámica de las fuerzas aplicadas *directamente* á él, sino por esta acción combinada ó compuesta con la que ejerce sobre él todo el conjunto del sistema á que pertenece, y con el cual está ligado por ciertos enlaces que, en general, no le dejan libertad para obedecer exclusivamente á las fuerzas que directamente le solicitan. Y así vemos que la fuerza que determina en definitiva la aceleración del movimiento de un punto del sistema, es *la resultante  $F$*  de las fuerzas que actúan directamente sobre él, y de las *interiores* que llegan á él por intermedio de los enlaces.

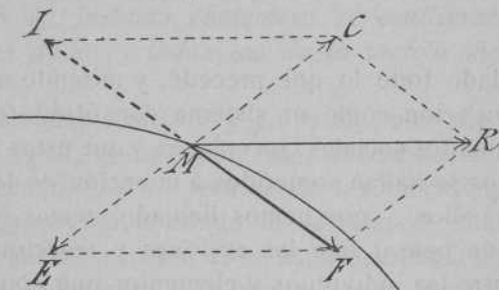
Pues bien; si el punto que se considera es de masa  $m$ , la resultante motriz  $F$  de que hablamos provoca (por el principio de Newton) una fuerza de reacción ó de inercia, que es en magnitud igual al producto de su masa por su aceleración ( $m \cdot J$ ), y que tiene la misma dirección y *el sentido opuesto* al de aquella resultante motriz  $F$ . Se ve, por tanto, que ese punto—y en el mismo caso se hallan todos los del sistema—*estaría en equilibrio en ese instante si por una ficción* imagináramos su fuerza de inercia *aplicada* á él mismo, y actuando juntamente con todas las fuerzas, incluso las interiores que provienen de sus enlaces con el resto del sistema.

Pero la segunda idea fecundísima de d'Alembert fué la de ver todas las fuerzas interiores de los enlaces existentes en el sistema, produciéndose (mediante dichos enlaces) en el conjunto de todos los puntos del sistema, y ver, por consiguiente:

TEOREMA.—*Que el sistema todo en movimiento podría ser concebido en la posición por la cual pasa en un instante cualquiera, como en equilibrio ficticio, bajo la acción en ese instante de todas las fuerzas dadas y todas las de inercia, mediante los enlaces.*

Este equilibrio *ficticio* concebido por d'Alembert en cada instante del movimiento, es lo que suele llamarse—con frase paradójica— *equilibrio dinámico*. Y las *tensiones dinámicas* de los enlaces serán en cada instante las que corresponderían (como se explicó en la *Estática*) á la acción simultánea de las fuerzas dadas y las de inercia en equilibrio—mediante los enlaces—sobre la posición que tiene el sistema en ese instante.

Fig.<sup>a</sup> 5.<sup>a</sup>



Antes de dar por terminado este ligero recuerdo del *Teorema de d'Alembert*, nótese lo que ocurre en cada punto *M* del sistema en cada instante. La resultante *R* de las fuerzas dadas (fig. 5.<sup>a</sup>) que sobre ese punto *M* del sistema actúan en un instante dado, no se aprovecha toda ella—como si dijéramos— para el movimiento *efectivo* que ese punto realiza, porque se descompone en dos, á saber:

1.<sup>o</sup> Una componente *C*, igual y opuesta á la resultante *E* de las acciones que sobre ese punto ejercen los demás del sistema, por intermedio de los enlaces; esta componente *C* tiene por misión contrarrestar la resultante *E* de las acciones interiores de los enlaces.

2.<sup>o</sup> Otra componente *F*, que real y efectivamente *se aprovecha* para el movimiento del punto *M*: es en la direc-

ción y el sentido de su aceleración  $J$ , y vale (como sabemos)  $m \cdot J$ . (1).

Por consiguiente, si pensando á la vez en todos los puntos del sistema, llamáramos *fuerzas perdidas* para el movimiento de éste, á aquellas primeras componentes  $C$  (por contraste en la denominación á las *aprovechadas*  $F$ ), podría decirse, según el Teorema de d'Alembert:

*Que en cada instante, el conjunto de fuerzas perdidas para el movimiento se equilibra por intermedio de los enlaces en la posición que el sistema tiene en ese instante* (2).

\*  
\* \*

Recordado todo lo que precede, y mirando una Sociedad ó agrupación como un sistema constituido por individuos y elementos sociales con enlaces, y que estos individuos y elementos se hallan sometidos á la acción de las fuerzas, aplicadas á ellos — que hemos llamado fuerzas sociales —, debemos de pensar que las acciones y reacciones que se ejercen entre los individuos y elementos que constituyen la agrupación, influyen sobre el movimiento de todos los individuos y elementos; porque al fin y al cabo, la comunicación se halla establecida á través de los enlaces de la agrupación misma, de que todos forman parte. Estas interacciones serán tanto más complejas cuanto mayor variedad y complicación haya en la estructura de la agrupación.

---

(1) Claro es que esta componente  $F$ , que se aprovecha para el movimiento del punta  $M$ , puede tener *igual*, *mayor* ó *menor* intensidad que la resultante  $R$  de que proviene.

(2) No podemos entrar aquí en la consideración de las ecuaciones diferenciales de segundo orden á que conduce el desarrollo analítico de la solución del problema general de la Dinámica, ni mucho menos referirnos á la forma dada por Lagrange á las ecuaciones diferenciales, limitando el número de variables á las estrictamente necesarias.

No alcanzo yo á ver cómo se pueda ahondar para la Mecánica social hasta estas profundidades.



Pues bien: si pensamos que cada uno de los individuos y elementos constitutivos de la agrupación tiene su determinada *masa* para el asunto, podríamos enunciar el *Teorema de d' Alembert* (que admitiremos para la *Dinámica social*) de este modo:

TEOREMA.—*Cada una de las posiciones sucesivas por las cuales va pasando una agrupación social en el tiempo, podría ser mirada como una posición de equilibrio (equilibrio dinámico), si á las fuerzas psíquicas dadas que sobre ella actúan, y á las interiores de los enlaces, se unieran—por una ficción—las fuerzas de inercia de todos los individuos y elementos de la agrupación.*

O dicho brevemente:

*Que en un instante cualquiera se equilibrarían todas las fuerzas dadas y todas las de la inercia mediante los enlaces.*

Quizá se adapta mejor, y en forma más adecuada á la *Dinámica social*, la expresión del *Teorema* por su referencia á *lo aprovechado* y á *lo perdido* de las fuerzas que actúan sobre la agrupación, al efecto de cambiar el estado en que ella se encuentre respecto de un asunto, en un instante dado. Porque efectivamente: si se piensa que en el cambio de estado de cada individuo ó elemento no se aprovecha (para este cambio) más que una componente  $F$  de todo lo exterior  $R$  que sobre él actúa, puesto que necesariamente hay que emplear ó dedicar una primera componente  $C$  á equilibrar, es decir, á contrarrestar las influencias de los enlaces que tenga el individuo ó elemento con el resto de la agrupación (1), se ve, como en la *Mecánica racional*:

*Que en cada instante y en cada posición de una agrupación social han de estar equilibradas por las resistencias de los enlaces sociales aquellas componentes de las fuerzas exteriores que sean perdidas para el fin de la modificación efectiva que se opera en la sociedad en este instante.*

---

(1) Se comprende que estos enlaces influyen, de este modo indirecto, en el aprovechamiento de las fuerzas exteriores, unas veces favoreciéndolo y otras perjudicándolo.

Y es muy de notar que esas *tensiones dinámicas* á que están sometidos en cada instante los enlaces sociales provienen de la acción simultánea y compuesta de las fuerzas dadas, que tienden á modificar la sociedad, con las fuerzas de inercia de todos sus individuos y elementos (véase la fig. 5.<sup>a</sup>); y que habiendo de resistir esas tensiones, los enlaces se romperían si no tuvieran la resistencia suficiente para soportarlas. Esto explica bien—á mi entender—el hecho de que las agrupaciones, como ciertas naciones (Inglaterra, por ejemplo), que están dotadas de enlaces sociales internos muy vigorosos, puedan soportar bien grandes movimientos de modificación; es decir, grandes cambios de estado, que se operen en un transcurso de tiempo relativamente pequeño, bajo la acción de fuerzas sociales de gran intensidad (esto ocurre á la hora presente); mientras que si á otras naciones se las sometiera á fuerzas motrices muy intensas, que tendieran á modificar grandemente su estado, se produciría relajación en sus enlaces internos, seguida de la ruptura de muchos de ellos, y de la consiguiente desorganización, que podría ocasionar hasta la disgregación de la agrupación, si la ruptura afectara á los lazos esenciales. Otras veces la firmeza ó gran resistencia de algunos de estos enlaces esenciales de una agrupación social, pueden salvarla de la ruina, aunque surja la perturbación consiguiente á la ruptura de algunos otros enlaces menos resistentes, de lo cual ha sido España un ejemplo (1).

Pero dejando esta digresión, vengamos al problema general de la *Dinámica social*, ya que hemos admitido el *Teorema de d' Alembert*.

Lo mismo que hicimos cuando se trató de un solo individuo bajo la acción de varias fuerzas, veamos ante todo los datos del problema en toda su generalidad.

---

(1) Esto se corresponde quizás con lo que dice Durkeim: "Tratar de realizar una civilización superior á la que reclame la naturaleza de las condiciones ambientales, es querer provocar la enfermedad en la sociedad de que todos forman parte, porque no es posible sobreexcitar la actividad colectiva, traspasando un cierto grado determinado por el estado del organismo social, sin comprometer la salud de éste.

Son los siguientes:

1.º *El estado inicial* de la agrupación en el asunto que se considere. Esto comprende no sólo *las posiciones* que tienen todos los individuos y elementos en el instante que tomamos como inicial para el estudio, sino además *sus velocidades* respectivas—en magnitudes, direcciones y sentidos—en ese instante.

2.º *Las masas* (para el asunto) de todos y cada uno de los individuos y elementos constitutivos de la agrupación.

3.º *La naturaleza ó constitución* de los varios enlaces internos que pueden influir en el asunto de que se trate; estos enlaces son los que definen, por decirlo así, la agrupación que se considere (1).

4.º *Todas las fuerzas efectivas* que (en relación con el asunto) estén aplicadas directamente á todos ó algunos de los individuos y elementos de la agrupación. Estas fuerzas serán muy varias en magnitudes, direcciones y sentidos. Pueden emanar (como sabemos) de individuos y elementos exteriores á la agrupación, viniendo, por decirlo así, de fuera, ó pueden emanar de individuos y elementos interiores, es decir, que formen parte de la agrupación misma, ó bien pueden provenir del todo social.

Con estos datos, el problema de la *Dinámica social*—en toda su generalidad—consiste en determinar *cuál será el movimiento de modificación de la agrupación social en el asunto*. Para esto se podría empezar por hallar el *movimiento elemental* ó el conjunto de cambios muy pequeños en un intervalo muy pequeño de tiempo  $\theta$ , y enlazar después, por ley de continuidad en el tiempo, estos movimientos elementales, haciéndolo para todos y cada uno de los individuos y elementos que forman parte de la agrupación. O bien se podría aspirar á la determinación directa de las leyes de los

---

(1) Es claro que en el *estado inicial* (que hemos citado como *primer dato*), las posiciones y velocidades deben de ser compatibles con estos enlaces.

movimientos de todos y cada uno de los individuos y elementos de la agrupación, con sus respectivas trayectorias (usando esta palabra en sentido figurado).

Nótese que para la determinación del movimiento de cada individuo ó elemento social, tenemos ciertamente como datos su estado inicial y su masa (datos primero y segundo); pero surge una dificultad gravísima en cuanto á la fuerza motriz, porque si bien son conocidas todas las fuerzas dadas que sobre él actúan (dato cuarto), *no lo son las interiores* que se ejercen también sobre él, por las influencias de los enlaces. Y lo que al parecer agrava aún más la dificultad, es que si estas fuerzas interiores de los enlaces influyen sobre el movimiento del individuo ó elemento, ellas, á su vez, son influidas por el movimiento que contribuyen á producir, es decir, que dependen de lo que sea este movimiento, por lo cual parece, á primera vista, que estamos en un círculo vicioso.

Y aquí resulta bien la hermosa fecundidad del *Teorema de d'Alembert*. Por medio de él se salva *en principio* la dificultad, procediendo á considerar los individuos y elementos sociales, no uno á uno—como si dijéramos—, sino en conjunto y como partes del *todo social*. Porque efectivamente; considerada así la cuestión, se ve que el *equilibrio dinámico* que debe de existir necesariamente entre todas las fuerzas dadas  $R$  (dato cuarto), y las de inercia  $I$ —por intermedio de los enlaces—obliga á éstas de inercia á cumplir las condiciones esenciales del equilibrio, que ya expusimos en el *Teorema de los trabajos virtuales*; y de esta suerte, imponiendo á los cambios virtuales de posición *en cada instante* la compatibilidad con los enlaces conocidos (dato tercero), se podría llegar á determinar, por este *Teorema de Estática*, las fuerzas de inercia de todos y cada uno de los individuos y elementos, y esto daría ya la solución del problema general de la Dinámica, puesto que cada fuerza de inercia cambiada de sentido (se sobreentiende, en su misma dirección), y dividida por la masa del individuo ó elemento á que corresponda, nos daría la aceleración del movimiento de éste, y el movimiento mismo quedaría ya perfectamente determi-

nado (Cinemática) por el conocimiento (dato primero) de su estado inicial.

Se ve, y casi es innecesario decirlo, que las dificultades serían enormes, y á mi entender, insuperables hoy (1).

\*  
\* \*

El *Problema inverso* es el siguiente: Dado en un instante inicial el estado en que se encuentra (posiciones y velocidades) una agrupación respecto de un asunto de carácter social, suponiendo conocidas las masas para el asunto de sus individuos y elementos, y también conocida la constitución interna de la agrupación por sus enlaces, y queriendo que la agrupación tenga un cierto *determinado movimiento*, ¿cuáles son las fuerzas capaces de producir este movimiento? (2).

---

(1) Durkheim ve claramente que las transformaciones ó modificaciones de una Sociedad no pueden derivarse exclusivamente de los precedentes históricos — ó sea de la herencia social—(que suministran tan sólo el *estado inicial* de que hemos hablado); porque es imposible concebir cómo este estado podría ser la *causa* determinante del siguiente. Como dice bien este sociólogo, los progresos realizados en el orden jurídico, en el político, económico, etc., hasta un instante dado, hacen *posibles* nuevos progresos, pero no los *predeterminan*; son simplemente un punto de partida que permite ir más lejos. Y añade que lo que se ve es una serie de cambios entre los cuales la única relación que existe es exclusivamente cronológica (nosotros diríamos cinemática), no existiendo entre ellos enlace de causa á efecto, es decir, que el estado antecedente *no produce* el subsiguiente.

No podemos seguir á este sociólogo, cuando al concebir la Sociedad como un sér colectivo de naturaleza *sui géneris*, ve salir de sus entrañas mismas—no de los individuos y elementos—las fuerzas naturales que producen los cambios en los hechos sociales, tal como él los define. El se explica la variedad de las formas ó tipos sociales (que caracterizan las que él llama *especies sociales*) por la diversidad de los medios sociales, como él los concibe.

(2) El enunciado de este problema inverso acaso corresponda bien á lo que dice D. Gumersindo Azcárate en su *Concepto de la Sociología*, porque se ve:

1.º Que *el estado inicial*, en posiciones y velocidades, proviene de toda *la historia* de la agrupación en el asunto que se considere, y, por tan-

Se comprende que este problema inverso — así puesto — es en general *indeterminado*; porque el movimiento que se desea para la agrupación, podría ser obtenido (como efecto) de distintos modos, es decir, por las acciones de muy diferentes conjuntos ó sistemas de fuerzas. Las direcciones, magnitudes y sentidos de éstas, así como sus puntos de aplicación, son bastante indeterminados si se atiende exclusivamente al problema *dinámico* (1).

---

to, el conocimiento del estado inicial, como herencia social, puede equivaler al conjunto de *lo hecho*, como dice Azcárate.

2.º La constitución interna de la agrupación define la agrupación particular de que se trate, tal como sea en el instante en que se la considere. Azcárate da por sobreentendido esto, á mi juicio.

3.º Las direcciones, sentidos y magnitudes de las velocidades con que se deben de seguir moviendo los individuos y elementos sociales, corresponden quizá á *lo que* — según la expresión de Azcárate — *se debe de hacer, se debe de conseguir; y*

4.º El conjunto de fuerzas convenientemente dispuestas en magnitudes, direcciones y sentidos, y puntos de aplicación para que se realice el movimiento que se quiere conseguir, el movimiento deseado, corresponde quizá al *cómo ha de hacerse*, que dice Azcárate.

Sobreentendiendo definida una particular y determinada agrupación social, el problema se podría tal vez enunciar, diciendo con Azcárate: *Conociendo lo hecho y lo que se debe de hacer, ¿cómo se ha de hacer?*

(1) En todo problema social, el *aspecto mecánico* de las fuerzas habrá de estar, á mi parecer, subordinado á otros aspectos como el jurídico, el ético, el económico, etc., en cuanto revistan estos caracteres las fuerzas de que se trata. (Si el problema mismo fuera sobre asunto jurídico, ético, etcétera, se le podría tratar mecánicamente; pero no decimos ahora eso.) Siendo así, se ve que entre aquellas infinitas soluciones posibles — puramente mecánicas — del problema inverso, es decir, entre los diversos sistemas de fuerzas que podrían resolver el problema mecánico habrían de aceptarse *solamente* aquellos conjuntos de fuerzas que fueran *admisibles* desde el punto de vista jurídico, ó moral, ó económico, etc.; y esto ya hace comprender que habiendo de estar sometida la solución á estas nuevas condiciones *ajenas* á la pura Mecánica, el problema no será en general tan indeterminado, si se considera en toda su complejidad, y tal como en la realidad social se plantee. Por el contrario, los problemas se presentarán frecuentemente como *incompatibles*, porque las condiciones impuestas lo sean; y habrá que prescindir frecuentemente de algunas de estas condiciones para que sean determinados los problemas. Quizá el arte de los hombres de Estado — ó de los que dirijan la acción de las fuerzas sociales —, consista en designar bien



Ocurre pensar que siendo enorme la complejidad de estos problemas de Dinámica social — planteados así en toda su generalidad — porque hay que seguir (por decirlo así) el movimiento de cada individuo y de cada elemento social — sería más asequible quizá el estudio del simple *movimiento de conjunto* de la agrupación social. Así lo haremos más adelante, cuando expongamos un *Teorema* que se refiere al movimiento de lo que llamaremos *Centro de masas* de la agrupación, por analogía con el centro de masas ó centro de inercia (que suele llamarse *Centro de gravedad*) de un sistema de puntos materiales.

Pasemos ya á hacer la exposición de algunos *Teoremas generales* de la *Dinámica social*. Son los mismos que expusimos al tratar del movimiento de un solo individuo; y además de ellos, ese *Teorema* del movimiento del Centro de masas, á que acabamos de aludir, y el *Teorema del menor esfuerzo*, conocido con el nombre de *Principio de Gauss*.

### **Teoremas sobre el movimiento de una agrupación social.**

#### 1<sup>o</sup>.—Teorema de las fuerzas vivas ó de la energía.

Al tratar del movimiento de un individuo, demostramos este *Teorema*, y vimos las principales consecuencias que de él se deducían. Para aplicar el Teorema, no ya al movimiento de un solo individuo ó elemento, sino al de una agrupación de individuos y elementos sociales, hemos de empezar por

---

las condiciones que hayan de cumplirse para llegar al resultado que se desea, y aquellas otras de que se pueda prescindir con el menor perjuicio posible para los intereses sociales en conjunto.

En el orden puramente científico, toca á la Sociología investigar—si le es posible—cuáles deban de ser las direcciones y sentidos de los movimientos para alcanzar el mejoramiento en los diversos asuntos de carácter social; y también investigar de qué género hayan de ser los sistemas de fuerzas que se apliquen, si á tanto pueden llegar en sus investigaciones. A la Mecánica le corresponde solamente determinar los movimientos de modificación que las fuerzas habrían de producir, si estas fuerzas hubieran sido convenientemente señaladas.

definir lo que se entiende por *fuerza viva de la agrupación en un instante*. Se llama así la suma numérica de las fuerzas vivas que, en ese instante, tienen todos los individuos y elementos de la agrupación, y se escribe  $\Sigma mv^2$ . La *energía cinética* de la agrupación, en ese instante, es

$$\frac{1}{2} \Sigma mv^2 = \Sigma \frac{1}{2} mv^2;$$

es la suma de las energías cinéticas de sus individuos y elementos.

Individualizando estos elementos, y aplicando á todos y cada uno de los individuos el *Teorema* para su movimiento elemental, y sumando, podrá enunciarse el resultado de este modo:

*La mitad del incremento muy pequeño (positivo, negativo ó nulo) que experimente la fuerza viva de una agrupación social, es igual á la suma algebraica de los trabajos elementales efectivos realizados por todas las fuerzas exteriores é interiores que hayan actuado simultáneamente en el movimiento elemental.*

O de otro modo:

*El incremento muy pequeño (positivo, negativo ó nulo) de la energía cinética de una agrupación social, es igual á la suma algebraica de los trabajos elementales efectivos realizados por todas las fuerzas exteriores é interiores que hayan actuado simultáneamente en el movimiento elemental.*

Se comprende que aparezcan en este enunciado los trabajos de las *fuerzas interiores* de enlace; porque para haber considerado *como libres* á todos y cada uno de los individuos y elementos de la agrupación—y aplicarles el *Teorema*—era preciso antes haber reemplazado la acción de los enlaces por esas fuerzas.

Se deduce del *Teorema*:

1.º Que si en un movimiento elemental de la agrupación predominan los trabajos elementales motores (positivos) de unas fuerzas, sobre los trabajos elementales resistentes (negativos) de otras, la energía cinética de la agrupación aumentará, porque su incremento será positivo.

2.º Que si predominan los trabajos elementales resistentes sobre los motores, la energía cinética de la agrupación disminuirá, porque su incremento será negativo.

3.º Que si hay compensación entre los trabajos elementales motores y los resistentes, de unas y otras fuerzas, la energía cinética de la agrupación no se alterará, porque su incremento será nulo.

Se sabe que en la energía cinética sólo influyen las *masas* y las *magnitudes* de las respectivas velocidades de individuos y elementos constitutivos de la agrupación.

El Teorema se aplicará á un transcurso de tiempo cualquiera, durante el cual hayan estado trabajando todas las fuerzas exteriores é interiores de un modo continuo, haciendo la integración desde el instante  $t_0$  hasta el instante  $t_1$ .

Si recordamos lo que se llamó *trabajo total* de una fuerza, el resultado de esa integración se enuncia así:

*El incremento de la energía cinética de una agrupación social desde un instante  $t_0$  hasta otro posterior  $t_1$ , es igual á la suma algebraica de los trabajos totales (motores y resistentes) realizados en ese transcurso de tiempo por todas las fuerzas exteriores é interiores que hayan estado actuando.*

Y así vemos que en el instante  $t_1$ , la energía cinética de agrupación será mayor, igual ó menor que la que tenía en el instante  $t_0$ , según que el *trabajo total* hecho haya sido positivo, nulo ó negativo. Sólo en el caso especial de que haya *compensación permanente* de trabajos motores y resistentes, habrá *conservación de la energía cinética* de la agrupación *para todo su movimiento*.

En la *Primera parte de la Dinámica*, cuando solamente se trataba de ver las alteraciones de la energía cinética de un individuo en su movimiento de modificación sobre un determinado asunto, era fácil—fundándose simplemente en el Teorema de la energía—deducir reglas para la *mayor eficiencia* de las fuerzas, cuando se quisiera imprimir mayor energía cinética en el asunto al individuo; ó, por el contrario, se quisiera quitarle energía cinética. Pero aquí, en esta *Segunda parte de la Dinámica*, en que se trata de ver las alteraciones de la energía cinética de toda una agrupación social, con los

movimientos de modificación (en un asunto cualquiera) de todos sus individuos y elementos á la vez, hay que limitarse á decir esto:

Que si se desea un aumento de energía cinética (en un asunto) para el conjunto de toda la agrupación, debe de procurarse que haya muchas fuerzas exteriores y muchas interiores que den grandes trabajos positivos; y lo contrario, cuando se quiera disminuir la energía cinética en conjunto.

Bien entendido siempre, que aquí—lo mismo que en la *Primera parte*—sólo cuentan las fuerzas psíquicas sociales de cualquier género que sean, y tanto exteriores como interiores, que influyan *real y efectivamente* en los movimientos de modificación psíquica de los individuos ó elementos á quienes se apliquen, para que hagan trabajos *efectivos*.—Esto hace comprender la necesidad de conocer, para una *Dinámica social práctica*, no ya tan sólo los temperamentos particulares fisiológicos y psíquicos de los individuos, y el temple ó modo de ser psíquico de cada elemento social, sino además el tono psíquico colectivo de la agrupación particular que se considere, porque éste repercute á su vez sobre los individuos y elementos constitutivos.

Se ve la inmensa dificultad de todo esto.

No decimos más ahora acerca del *Teorema de la energía*, reservando para más adelante algunas ampliaciones concernientes á las variadísimas formas en que se presenta la energía en la Naturaleza, y á sus transformaciones mutuas.—Entonces veremos cómo es concebible la *energía universal*, y la extensión y alcance que se podría dar, á mi entender, al principio de la *Conservación de la energía total* en nuestro Mundo.

## 2.º—Teoremas de las cantidades de movimiento.

Recordando ante todo las definiciones (que dimos en la *Primera parte*) de *cantidad de movimiento* de un individuo—ó elemento individualizado—en un instante; y de *impulsión elemental* de una fuerza; téngase presente que una y otra son cantidades vectoriales que se representan por vectores loca-

lizados en la posición que el individuo ó elemento tiene en ese instante.

Este simple recuerdo basta para comprender que no se puede adoptar con los *Teoremas* de la *Primera parte*, que se referían á las cantidades de movimiento de los individuos y á las impulsiones de las fuerzas aplicadas á él, el mismo procedimiento que se ha empleado con el *Teorema de la energía*, para aplicarlo á una agrupación social; porque no tendría sentido hablar de la cantidad de movimiento de una agrupación de individuos y de elementos en un instante dado, como de una *suma numérica*, toda vez que en el concepto de cantidad de movimiento no entra solamente la noción de magnitud (como ocurría en el concepto de *energía cinética*, que es cantidad escalar), sino también la noción de *dirección y sentido*, por ser cantidad vectorial; y siendo así, es claro que cada individuo ó cada elemento social tiene, en un instante, su cantidad de movimiento definida en *magnitud, dirección y sentido*; y como en una agrupación de individuos y elementos son en general distintas *en todo* sus cantidades de movimiento respectivas sobre un mismo asunto en el mismo instante, no cabe hablar de suma numérica de esas cantidades de movimiento, como se pudo hablar de suma numérica de energías cinéticas, para definir en un instante la energía cinética de una agrupación social.

Esto que decimos nos lleva á pensar, (como en la *Mecánica racional*), que si se trasladaran á un mismo punto (sea individuo ó elemento individualizado, real ó ficticio de la agrupación) todas las cantidades de movimiento de los individuos y elementos sociales con sus propias y respectivas magnitudes, direcciones y sentidos; y se compusieran como concurrentes, por la regla para la composición de velocidades (1), se tendría lo que se llama la *resultante de traslación* (que sería la *suma vectorial*) de las cantidades de movimiento. A esta resultante ó suma vectorial es impropio, á mi entender, darle el nombre de cantidad de movimiento de la

---

(1) En cada cantidad de movimiento, la magnitud de la velocidad está afectada, según se sabe, de un coeficiente numérico, que es la masa.

agrupación en ese instante. Pero si hubiera en la agrupación social que se considere, y para el asunto de que se trate, un individuo ó elemento que por *su posición* (y con respecto á toda la agrupación) pudiera ser mirado en ella en cada instante, como *su centro de masas*, vulgarmente llamado centro de gravedad, ese individuo ó elemento (real ó ficticio), sería el más indicado para hallar en él aquella resultante de traslación ó suma vectorial de todas las cantidades de movimiento en cada instante, porque dicha resultante ó suma nos daría en *magnitud, dirección y sentido* la cantidad de movimiento del Centro de masas.

La dificultad que surge aquí en la *Dinámica social* es esta: que las masas no están afectas (como en la *Mecánica racional*) á puntos que ocupan en cada instante sus posiciones *geométricas en el espacio*, sino á individuos y elementos sociales que tienen en cada instante sus *posiciones psíquicas en el asunto* que se considere, y al cual se refieren las masas; y parece difícilísimo hallar (por una convención que implique un procedimiento general aplicable á cualquier asunto de carácter social) el individuo ó elemento que pueda asimilarse al Centro de masas. Para cada asunto habría que ver si se encontraba ese individuo ó elemento.

Si se piensa, por ejemplo, en el modo de ser político de una nación, y en ésta se conciben los individuos y los varios elementos sociales constitutivos con sus masas respectivas para lo político, y se ven en un instante dado sus respectivas velocidades definidas en magnitudes, direcciones y sentidos, y en estas mismas direcciones y sentidos las correspondientes cantidades de movimiento, parece que se podría mirar el *Centro de masas políticas* de la nación personificado en el Jefe del Estado, si éste tuviera efectivamente (como lo concebiremos para el razonamiento) una posición central para lo político á que nos referimos (1). Si se viera así, y se

---

(1) Claro es que un Jefe de Estado, así concebido, no dependería de Constituciones escritas ni de procedimientos electorales. En todo caso dependería de la Constitución íntima de la nación, ó sea del modo de ser político de todos los individuos y de todos los elementos nacionales.



le dotara, para esta concepción, de una masa que fuera la suma de las masas en el orden político de todos los individuos y elementos de la nación, se podría tal vez decir que á ese Centro de masas políticas *debería de corresponderle* en cada instante una cantidad de movimiento político, que fuera en magnitud, dirección y sentido la resultante de traslación de las cantidades de movimiento de todos los individuos y elementos de la nación, es decir, que fuera la suma vectorial de todas las cantidades de movimiento. Y de aquí se deduciría:

1.º Que la dirección y el sentido de la velocidad en el movimiento de modificación del Jefe del Estado — políticamente hablando— *deberían de ser* los indicados por esa cantidad de movimiento resultante; y

2.º Que la magnitud de su velocidad *debería de ser* la que resultara de dividir la magnitud de la cantidad de movimiento resultante, por la suma de todas las masas políticas nacionales.

Volviendo á la concepción *general* del Centro de masas para un asunto cualquiera, en una agrupación social, habría de concebirse este Centro como solicitado por una fuerza motriz que fuera en cada instante la resultante de traslación ó suma vectorial de todas las fuerzas que, como vectores, actúan en toda la agrupación. Y así visto, se podría aplicar quizá al movimiento del Centro de masas, todos los Principios y todos los Teoremas de la *Primera parte de la Dinámica*. La aceleración total  $J$  de su movimiento en cada instante, se obtendría dividiendo la resultante de traslación de todas las fuerzas *exteriores* aplicadas á la agrupación social por la suma de las masas de todos sus individuos y elementos. Por esto, si la resultante de traslación ó suma vectorial fuera *nula* (por una compensación de las fuerzas que actúan), el Centro de masas no debería tener aceleración alguna, lo cual significa que *permanecería en reposo* si éste era su estado inicial, ó *conservaría la misma velocidad inicial que tuviera*.

El *Teorema general sobre cantidades de movimiento é impulsiones* de fuerzas, podríamos ahora enunciarlo del modo siguiente:

*El incremento total muy pequeño que experimente el vector de la cantidad de movimiento del Centro de masas, es igual en magnitud, dirección y sentido, á la impulsión elemental de la resultante de traslación ó suma de todas las fuerzas que actúan sobre la agrupación social.*

Se podría repetir aquí todo lo que dijimos en la *Primera parte* acerca de este Teorema; y podríamos reproducir aquellas representaciones gráficas.

Asimismo podríamos enunciar el *Segundo Teorema* sobre cantidades de movimiento, si sólo nos preocupáramos de su magnitud diciendo:

*Que el incremento muy pequeño que experimente la magnitud de la cantidad de movimiento del Centro de masas, es igual á la impulsión elemental de la resultante de traslación de todas las fuerzas que actúan sobre la agrupación estimada (esa resultante de traslación ó suma) en la dirección de la velocidad de dicho Centro de masas.*

Los dos Teoremas enunciados se aplicarían á un transcurso de tiempo cualquiera por el procedimiento de integración en el tiempo, que tan repetidas veces hemos empleado. No insistiremos.

La consideración del movimiento del Centro de masas de una agrupación, para un asunto social cualquiera, es de grandísimo interés; porque *su posición* en el asunto debería ser *central* en cada instante; *su velocidad* debería indicarnos, en cada instante, por su dirección y sentido, así como por su magnitud, cuál sería en ese instante el *estado de movimiento* en el asunto en que se encontrara la agrupación *mirada en conjunto* (1).

---

(1) Quizás la velocidad común ó colectiva á que nos referimos concuerde con lo que ve Durkheim al definir todos los hechos sociales por la difusión que presentan en el interior de una agrupación. Para nosotros la velocidad colectiva se compone cinéticamente con otra, para dar la forma individual á que se refiere Durkheim. Hay que notar, sin embargo, que este distinguido sociólogo define el hecho social para las maneras de pensar, de sentir y de hacer en un instante dado, tales como sean en ese instante; es decir, estáticamente, si nos atenemos al sentido que hemos dado á esta palabra y al sentido en que hablamos siempre de movimiento en estos *Apuntes*.

*La aceleración total* (debida á la *influencia actual* de todas las fuerzas) debería darnos idea del cambio que se estuviera operando en ese *movimiento de conjunto* de la agrupación social respecto del asunto.

Conviene advertir, sin embargo, que el movimiento muy complejo de toda una agrupación social en cualquier asunto, no quedaría visto *de un modo completo*, viendo tan sólo ese movimiento del Centro de masas; porque éste serviría meramente para indicarnos el movimiento colectivo *de conjunto*, que debe de ser mirado como un movimiento general de arrastre de que participa toda la agrupación.

Pero la velocidad efectiva del movimiento de cada individuo y de cada elemento social, sería una resultante de la velocidad de arrastre que le correspondiera, compuesta con la suya propia, relativamente al movimiento de conjunto de la agrupación, como dijimos en la Cinemática.—Claro es que si en un instante, y para un determinado asunto, los individuos y elementos de una agrupación no tuvieran velocidad alguna propia (relativa), ó la tuvieran con la misma dirección y sentido que la velocidad colectiva (de arrastre), aunque de magnitudes diferentes, todos, todos los individuos y elementos de la agrupación estarían moviéndose en ese instante en una misma dirección y sentido, que podría—en tal caso, con toda propiedad—ser llamada *dirección y sentido del movimiento de la agrupación* en ese instante.

Volviendo al caso general, se ve que la energía cinética de toda la agrupación social, en un instante dado, podría quizá estimarse—como en la *Mecánica racional*—formada por dos sumandos, á saber:

1.º *La energía cinética del Centro de masas, dotado, como hemos dicho, de la masa total de la agrupación, y con la velocidad del Centro en ese instante; y*

2.º *La suma de las energías cinéticas correspondientes á las velocidades relativas de los individuos y elementos sociales con sus masas respectivas.*

Respecto al movimiento de conjunto—ó sea el movimiento del Centro de masas—, diremos, para terminar estas indicaciones, que si los cambios de dirección en su movimiento

no se operasen sino á largos intervalos de tiempo, el movimiento total no sería otra cosa que una sucesión de movimientos de dirección constante (representables por movimientos rectilíneos de un punto en el espacio); y cada movimiento parcial de esos, podría estudiarse con la simplificación consiguiente.

### 3.º—Teorema de la menor acción.

*Este Teorema de la menor acción*, que enunciamos en la *Primera parte* al tratar del movimiento de un solo individuo, se podría hacer extensivo también al movimiento de una agrupación social, si las fuerzas sociales fueran conservativas, y como dijimos entonces, asimilables á las de la Naturaleza, para las cuales se formula el Teorema de la menor acción.

Recordando que se llamó cantidad elemental de acción de un individuo ó elemento social, el producto de su fuerza viva  $m\dot{v}^2$  en un instante  $t$ , por el intervalo  $\delta$  á partir de ese instante; se llamará *cantidad elemental de acción de una agrupación* el producto de su fuerza viva  $\Sigma m\dot{v}^2$  en un instante, por  $\delta$ ; y se llamará *cantidad total de acción* de la agrupación, á la integral ó suma de las cantidades elementales.

Para enunciar el Teorema (prescindiendo como siempre del rigorismo infinitesimal) se diría:

*Que la cantidad total de acción de una agrupación en su movimiento real y efectivo, desde el instante  $t_0$  (posición A en un asunto), hasta el instante  $t_1$  (posición B en el mismo asunto) es un MÍNIMO; es decir, menor que la que correspondería á cualesquiera otros movimientos de sus individuos y elementos que pudieran haber hecho pasar la agrupación por otras trayectorias de la primera posición A á la última B.*

Si fuera aplicable este Teorema, se deduciría — como para un sólo individuo — esta consecuencia:

Que si la fuerza viva de una agrupación social se conservara constante en el transcurso de tiempo  $T$  que se emplee (desde el  $t_0$  al  $t_1$ ) en pasar de la posición A á la B, este paso

se operaría por el movimiento real y efectivo *en un tiempo mínimo*, puesto que la cantidad total de acción

$$\int_{t_0}^{t_1} (\Sigma mv^2) dt = \Sigma mv^2 (t_1 - t_0) = \Sigma mv^2 \times T,$$

habría de ser *mínima*, y  $\Sigma mv^2$  se supone constante.

En el supuesto dicho, la realidad—con arreglo á las leyes de la Mecánica—daría *economía de tiempo*.

Nosotros tenemos que limitarnos á este simple apunte sobre el *Teorema de la menor acción*, visto para una agrupación social en estado de movimiento. Los desenvolvimientos en que entran algunos sociólogos, salen fuera del cuadro que nos hemos impuesto en estos *Apuntes*, y tienen, á mi entender, un sentido muy vago.

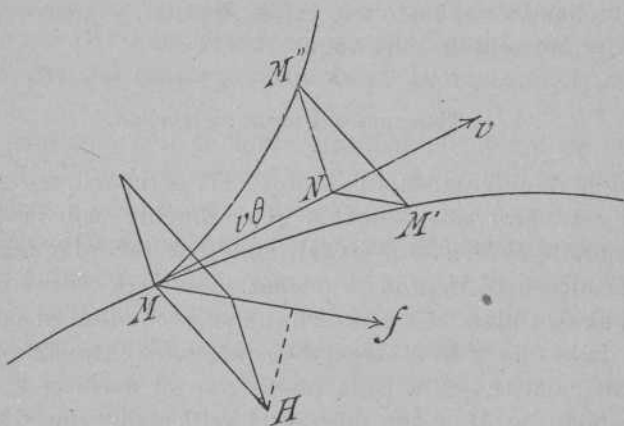
#### 4.º—Teorema del menor esfuerzo.

Antes de intentar la aplicación á las agrupaciones sociales de este *Teorema*, conocido generalmente bajo la denominación de *Principio de Gauss*, conviene recordar bien su significado en la *Mecánica racional*.

Si se considera el estado en que se encuentra en un instante dado *t* un sistema de puntos materiales entre los cuales median enlaces, se ve cada punto con su masa *m* en una cierta posición *M*, y con una cierta velocidad *v* (fig. 6.<sup>a</sup>). Si se supone que en este instante *t* quede entregado á sí mismo el sistema con sus enlaces, se comprende que cada punto *M* en el movimiento elemental que realice durante un intervalo muy pequeño de tiempo  $\delta$ , no seguirá con la velocidad *v* que tenía en el instante *t* (como lo haría si fuera libre, es decir, si estuviera desligado absolutamente del resto del sistema), porque *no es libre*, sino que se ve compelido á cambiar su estado por la fuerza (*f*) resultante de todas las acciones interiores que ejercen sobre él otros puntos del sistema por intermedio de los enlaces, entorpeciéndole en su movimiento. Recordando la teoría general del movimiento de un punto, se ve, pues, que en vez de recorrer el elemento de

recta  $MN = v \cdot \theta$  en la dirección y sentido de  $v$ , describe un elemento  $MM'$  de trayectoria curvilínea tangente á  $MN$ ; es decir, que en ese intervalo  $\theta$  la *desviación* del punto ha sido  $NM' = \frac{1}{2} J \cdot \theta^2$  por la influencia, y en la *dirección* y *sentido* de la fuerza  $f$ ; y esto se realizará (así se puede concebir) medianté un cierto *esfuerzo* por parte del punto  $M$ ; puesto que ya hemos dicho que la *tendencia natural* del punto por sí solo era ir á  $N$  (sin desviarse) y ocupar esta posición en el instante  $t + \theta$ , en vez de ocupar la posición  $M'$ .

Fig.<sup>a</sup> 6.<sup>a</sup>



Lo dicho del punto  $M$  se dice de todos y cada uno de los puntos del sistema. Y conviene fijar la atención en que todas las fuerzas que tienen por resultantes las  $f$  para los diversos puntos, son acciones mutuas dos á dos iguales y opuestas, y que se ejercen por medio de los enlaces; por lo cual se puede decir que la suma de los trabajos virtuales de todas ellas es *nula ó negativa*.

Si se considerase que el *esfuerzo elemental* soportado por cada punto, sea *proporcional* á  $t$  y á  $NM'$ ; como

$$f = m \cdot J = \frac{2}{\theta^2} \cdot m \times NM',$$



se diría que el esfuerzo elemental es *proporcional* á  $m \times \overline{NM}^2$ , Adoptando esta expresión como *medida del esfuerzo elemental* para cada punto, se tendrá en  $\Sigma m \times \overline{NM}^2$  *el esfuerzo elemental para todo el sistema.*

Pues bien: si se piensa que el punto  $M$  podía—sin romper los enlaces—haber ido á cualquiera otra posición como la  $M'$ , sufriendo otra desviación  $NM''$ , á la cual correspondería otro esfuerzo  $m \times \overline{NM}''^2$ , se demuestra que el esfuerzo para todo el sistema  $\Sigma m \times \overline{NM}''^2$  sería mayor siempre que  $\Sigma m \times \overline{NM}^2$ . O dicho en otros términos: *que este esfuerzo para las desviaciones reales y efectivas de los puntos del sistema es un MÍNIMO, con relación á todas las desviaciones posibles (1).*

En esto consiste el *Principio de Gauss.*

Y se ve que ese esfuerzo mínimo  $\Sigma m \times \overline{NM}^2$  lleva con-

(1) La demostración que se da ordinariamente, consiste en observar que:

$$\overline{NM}''^2 = \overline{NM}^2 + \overline{M'M}''^2 - 2NM' \times M'M'' \times \cos \overline{NM' \cdot M'M''}:$$

multiplicando por cada masa  $m$ , y haciendo la suma para todos los puntos del sistema, se tiene:

$$\begin{aligned} \Sigma m \times \overline{NM}''^2 &= \Sigma m \times \overline{NM}^2 + \Sigma m \times \overline{M'M}''^2 - \\ &- 2 \Sigma m \times NM' \times M'M'' \times \cos f \cdot \overline{M'M''}. \end{aligned}$$

El último término es nulo ó negativo, porque según hemos dicho, la suma de los trabajos virtuales de todas las resultantes  $f$ , que se equilibran en el sistema, debe ser nulo ó negativo, y por tanto

$$\Sigma f \cdot MH \cdot \cos f \cdot \overline{MH} \leq 0;$$

y como

$$MH = M'M'' \quad \text{y} \quad f = m \times NM' \times \frac{2}{\theta^2},$$

se ve que

$$\Sigma m \times NM' \times M'M'' \cos f \cdot \overline{M'M''} \leq 0.$$

Por consiguiente,

$$\Sigma m \times \overline{NM}''^2 > \Sigma m \times \overline{NM}^2;$$

es decir, que esta última expresión es *el esfuerzo mínimo.*

sigue el mínimo de  $\sum f \times NM'$ , porque  $NM' = \frac{\eta^2}{2} \times \frac{1}{m} \times f$  y, por tanto,

$$\begin{aligned} m \cdot \overline{NM'}^2 &= m \cdot \left[ \frac{\eta^2}{2} \cdot \frac{f}{m} \right]^2 = \frac{\eta^2}{2} \left[ \frac{\eta^2}{2} \cdot \frac{f^2}{m} \right] = \\ &= \frac{\eta^2}{2} \cdot (f \cdot NM'). \end{aligned}$$

Por lo cual el principio de Gauss se podría enunciar diciendo:

*Que el trabajo que se desarrollaría en conjunto (por todas las fuerzas de enlace) á consecuencia de las desviaciones, sería un MÍNIMO en el movimiento real.*

Recordado todo lo que precede, su aplicación á las agrupaciones sociales consideradas como sistemas de individuos y elementos enlazados entre sí, nos llevaría á pensar: Que si en un instante dado  $t$  se dejara una agrupación *entregada á sí misma con sus enlaces*, el movimiento elemental de modificación que tendría en un intervalo muy pequeño de tiempo  $\eta$ , es decir, *el conjunto de los cambios muy pequeños DE POSICIÓN de los individuos y elementos sociales constitutivos*, sería tal que correspondiera al *mínimo esfuerzo* de la agrupación tomada en conjunto. Entendiendo bien que el *esfuerzo* de cada uno de los individuos y elementos, por sentirse desviado de la posición á que habría llegado si no se le hubiera entorpecido por los enlaces sociales, se estima proporcional á su masa para el asunto que se considere, y al cuadrado de la desviación elemental efectiva que experimente, respecto de la posición que hubiera tenido si hubiera quedado en el instante  $t$ , desligado de toda la agrupación.

O bien se podría pensar:

*Que el trabajo que harían todas las fuerzas sociales de enlaces en la agrupación, por virtud de las desviaciones de todos los individuos y elementos sociales sería un MÍNIMO.*

Como dijimos respecto del *Teorema* anterior, no podemos apuntar nada más respecto de este *Principio de Gauss*. Los

sociólogos suelen tratar de él extensamente, aunque siempre con cierta vaguedad, y fuera del terreno positivo en que nosotros nos hemos colocado.

\*  
\* \*

Termino aquí la exposición detallada, y quizás fatigosa, que he hecho de las leyes del equilibrio y del movimiento de las agrupaciones sociales, bajo la acción de las fuerzas psíquicas y mediante los enlaces de la agrupación. Creo que la luz que esparcen á su alrededor las ideas de la *Mecánica racional* (que sólo se referían á un círculo restringido de la actividad de la Naturaleza) permite penetrar en aquellas regiones oscuras y desconocidas; y por eso yo me he aventurado, pensando en estas hermosas palabras del insigne Maudsley:

“La maravillosa armonía, la unidad y la continuidad que hay en el Todo misterioso que llamamos Naturaleza son tales, que basta formarse idea exacta y clara de un círculo restringido de la actividad de ese Todo, para que esa idea esparza inmediatamente á su alrededor una luz capaz de penetrar en otras regiones oscuras y desconocidas, contribuyendo de esta suerte á establecer, y revelar á nuestra conciencia, nuevas relaciones armónicas entre ella y el mundo exterior...”

## LA ENERGÍA UNIVERSAL

Hemos hecho la exposición de los Principios y de los Teoremas principales de la Cinemática, la Estática y la Dinámica. Tanteando el camino que recorriamos, hemos ido traduciendo las proposiciones de la *Mecánica racional* para formular las correspondientes á la *Mecánica social*, que constituyen (para los fenómenos sociales) el *modelo mecánico* (Lord Kelvin). Sobre algunas convenciones y algunos supuestos, hubimos de solicitar del lector, en los *Preliminares*, todo aquello que necesitábamos para la exposición; y sobre esa base y esas hipótesis, hemos considerado las leyes abstractas del equilibrio y del movimiento, así de los individuos y elementos sociales como de las agrupaciones (1).

---

(1) Al recordar ahora por última vez la hipótesis del parámetro de  $n$  dimensiones psíquicas, que hube de proponer en los *Preliminares* para definir la posición del individuo en un asunto social, me ocurre que esto quizá pueda ser considerado como un ejemplo de la concepción abstracta de algunos matemáticos alemanes—especialmente *Georg. Cantor*—acerca de lo que llaman *número complejo de  $n$  números reales*. Estos  $n$  distintos valores reales  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , (que se reúnen en el número complejo) son expresados en relación con sus diversas unidades respectivas.

Recordemos que esos matemáticos piensan que cada valor del número complejo define la posición de un punto—así lo llaman—en un *espacio aritmético de  $n$  dimensiones*; y los valores  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , de los cuales depende el número complejo, son las  $n$  coordenadas de dicho punto. El espacio aritmético de  $n$  dimensiones viene á estar constituido por el *conjunto* de todos los puntos posibles en él, ó sea de todos los valores posibles de los números complejos para todas las combinaciones de todos los valores reales posibles de las coordenadas  $x_1, x_2, \dots, x_n$  en las  $n$  dimensiones de ese espacio arit-

Hemos visto las fuerzas de naturaleza psíquica, ya equilibrándose (estáticamente), ya influyendo sobre los movimientos por sus impulsiones ó por sus trabajos (dinámicamente); pero no se ha tratado de inquirir nada sobre la esencia ó naturaleza íntima de esas fuerzas, porque—como dijimos en la *Introducción*—no consideramos eso asequible, ni siquiera tiene sentido para nosotros, que pensamos las fuerzas como meras abstracciones.

Vamos á volver ahora á la consideración del trabajo de las fuerzas, porque este tema es importantísimo para la *Dinámica*, y acaso sea de gran interés relacionar los conceptos de *trabajo* y *energía* en el juego mecánico de las Sociedades, como lo es en la complejión mecánica de toda la Naturaleza.

Se sabe que en los sistemas materiales que estudia la Mecánica, como ciencia física, se llama *energía* todo lo que,

---

mético. Y esos matemáticos demuestran que si se considerasen las  $n$  coordenadas de cada punto como funciones distintas de una sola variable  $u$ , resultaría que entre todos los valores reales posibles de esta  $u$  (de una sola dimensión) y los sistemas de valores posibles de  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , podría establecerse correspondencia unívoca y recíproca—punto por punto—, es decir, en último término, que el conjunto de puntos ó posiciones en un espacio de  $n$  dimensiones, sería *equivalente* á otro conjunto de una dimensión, ó lineal.

Ahora bien; ¿no se podría pensar que un determinado asunto social—tal como yo lo he entendido en estos *Apuntes*—es un ejemplo de espacio aritmético de  $n$  dimensiones? Y mirándolo así, la posición de un individuo en ese asunto, ¿no se definiría por un número complejo (que sería el parámetro hipotético nuestro) de  $n$  números reales que se reuniesen en él? Y ese número complejo, ¿no determinaría la posición de un punto en ese espacio aritmético de  $n$  dimensiones? Y el conjunto de todos los valores bien determinados, ó de todos los puntos posibles en un espacio aritmético de  $n$  dimensiones, ¿no es quizá la expresión ideal (en la pura Matemática) del conjunto de todos los valores posibles del parámetro de  $n$  notas psíquicas?

Y, finalmente, la correspondencia unívoca y recíproca que establecen esos matemáticos—punto por punto—entre los conjuntos de sistemas de valores reales posibles de  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , y los valores reales posibles de una variable  $u$  de una sola dimensión, que conducen á un conjunto lineal, ¿no se podría aplicar igualmente á nuestro parámetro, según apuntamos en los *Preliminares* (pág. 50)?

Con todo género de reservas hacemos las interrogaciones que preceden, porque acaso las indicaciones que apuntamos podrían contribuir en algo á justificar nuestras hipótesis.

transformándose de cualquier modo, sea capaz de convertirse en *trabajo*. Cualesquiera que sean las formas en que se presenten las energías, ya sean térmicas, eléctricas, químicas, mecánicas, etc., se transforman naturalmente unas en otras; y con ellas, se podrían relacionar (mediante equivalencias) los trabajos correspondientes á movimientos geométricos. Prescindimos aquí de ciertas limitaciones, como, por ejemplo, que la energía calorífica no se transforme directamente en energía química, como tampoco se transforme en química la energía mecánica. En cambio la eléctrica se transforma fácilmente en todas las distintas formas conocidas de energía, y á su vez todas éstas se transforman inversamente en energía eléctrica. Son conocidas muchas de las formas que revisten la *energía cinética* y la *potencial*; y se puede asegurar que algunas son todavía desconocidas para los hombres de ciencia. Las ciencias físicas — dándose la mano con la Mecánica—han formulado algunas leyes cuantitativas para su transformación, y han determinado el *equivalente mecánico* (1).

Respecto de las formas de energía física que sean desconocidas, ó que no hayan podido ser estudiadas todavía completamente, admitiremos que puedan transformarse unas en otras, y en las ya conocidas y estudiadas; y admitiremos también que todas las transformaciones de energías físicas del mundo llamado *inorgánico*, se rijan por leyes cuantitativas, aunque casi todas esas leyes nos sean desconocidas.

\*  
\* \*

En el mundo llamado *orgánico* (vegetal y animal) se manifiesta la energía en nuevas formas, mucho más desconoci-

---

(1) Se sabe, por ejemplo, que una *caloría-gramo* (caloría pequeña), es decir, la cantidad de calor necesaria para elevar en un grado centígrado (de 15° á 16°) la temperatura de un gramo de agua, equivale á un trabajo mecánico de 4,17 *julios*, ó sean  $4,17 \times 10^5$  *ergios*. Siendo 1 julio = 0,102 kilogrametros, se ve que la *caloría-gramo* equivale á  $4,17 \times 0,102 = 0,425$  kilogrametros.

El equivalente mecánico de la *caloría grande* es, pues, de 425 kilogrametros.



das por las ciencias llamadas naturales (la Fisiología y la Biología) de lo que eran las anteriores formas de energía por las ciencias físicas. Son patentes las energías cinéticas y potenciales que se presentan en el mundo orgánico de modo—al parecer—distinto que en el mundo inorgánico. Así, en cada semilla, en cada huevo existe, sin duda alguna, una complicadísima energía potencial, que después se manifiesta, en cada vegetal ó en cada animal, por un inmenso y variadísimo — casi inextricable — despliegue de energías cinéticas y potenciales por sus reacciones con el medio.

Aquellas incesantes é innumerables transformaciones de energías en todo lo *inorgánico*, se realizaban ante nuestra consideración dentro de moldes de un mismo género, como si dijéramos. Pero al considerar las transformaciones de energías en todo lo llamado *orgánico*, tanto en los individuos aislados (un vegetal ó un animal), como en las colecciones de individuos, sean familias, géneros ó especies, las transformaciones de energías parecen salir fuera de aquellos moldes.

No porque estas energías cinéticas y potenciales nos aparezcan *en sí mismas*, como algo diferente de las energías en el mundo inorgánico. Si nos parece que las transformaciones en el mundo orgánico son algo distinto de las que se realizan en el inorgánico, es porque aquéllas se concretan y particularizan de un modo tal en los individuos, y porque aparecen tales caracteres y limitaciones en las transformaciones (dentro de su inmensa riqueza y complejidad), que no acertamos á aplicar á ellas de *idéntico modo*, leyes como las que conocemos para las transformaciones de las energías en el mundo inorgánico, por lo cual muchos las han llamado *energías vitales*. Naturalistas de genio han llegado, después de profundísimos estudios, á formular algunas leyes, como Darwin, la de las variaciones y la selección natural en las especies vegetales ó animales, ó Lamarck la de las transformaciones por adaptación. Es natural pensar que estas leyes, por ejemplo, se cumplen en la Naturaleza mediante transformaciones complicadísimas de energías cinéticas y potenciales, que la ciencia está muy lejos todavía de co-

nocer bien, aunque se avance más y más cada día en su estudio (1).

Las manifestaciones de energías que estudian la Botánica y la Zoología, en el nacimiento, en el crecimiento y en la vida entera de los individuos vegetales y animales, revelan claramente las transformaciones de unas energías en otras dentro de un mismo individuo.

Pero estas energías de que hablamos no parecen ser esencialmente distintas de las que se consideran en el mundo inorgánico. Las ciencias de aplicación como la Agronomía, por ejemplo, fundándose en el conocimiento de aquellas energías, ponen de relieve—mediante la observación y la experiencia—las transformaciones de las físicas y químicas (cinéticas ó potenciales) en estas otras energías llamadas vitales (cinéticas ó potenciales), dentro de cada individuo vegetal ó animal, y viceversa. Así, por ejemplo: las energías químicas que hay en el agua ó en el aire, las físicas que hay en el calor, en la luz, en la electricidad, etc., se transforman en otras energías internas en los vegetales y animales. Y viceversa: éstas se transforman en calor, en esfuerzos musculares que dan variadísimos trabajos mecánicos, proporcionando energías para el mundo inorgánico, etc.

Dentro del mundo orgánico son patentes también las transformaciones de energías del reino vegetal en otras del reino animal, y viceversa. Así, por ejemplo: las energías potenciales que hay en la hierba, en un grano de trigo, etc., se transforman, mediante los procesos de la nutrición, en energías internas en el animal. Y viceversa, los residuos de un animal llevan energías que se convierten en otras de los vegetales, etc.

---

(1) *Le Dantec* hace notar que la ley de la *selección natural*, y la de la *persistencia del más apto*, no expresan en el fondo sino la necesaria continuidad en la ascendencia genealógica de todo sér que viva en un instante dado. Ninguna de las variaciones que se han ido operando en un transcurso enorme de siglos, y por las cuales han pasado los ascendientes, ninguna le ha matado; porque allí habría terminado la historia de sus variaciones.

Aunque á nosotros no nos interesen directamente las leyes naturales á que obedezca la propagación de la vida, nos importa sí ver que estos procesos parecen realizarse mediante transformaciones de energías.

En resumen, todo parece indicar, en una vista rápida, que las transformaciones mutuas de las energías físicas, y químicas y fisiológicas se cumplen igualmente en la Naturaleza viva que en la que se dice muerta, aunque sólo en casos muy contados sea posible formular hoy leyes cuantitativas de las transformaciones. Se realizan á nuestra vista incesantemente, y todos los seres son tan profundamente penetrados por esas transformaciones en su continuidad, que en ellas está la manera de ser de la Naturaleza con sus movimientos todos y con la vida toda.

Prescindiendo de los detalles, se puede decir, en términos generales, que es siempre alguna manifestación de energía química potencial en el organismo la que provoca inmediatamente cada energía fisiológica, en la cual se transforma aquélla mediante alguna destrucción del material orgánico y la consiguiente pérdida de parte de la energía potencial, que está en las reservas. Inversamente las energías fisiológicas del animal, al transformarse en físicas, conducen á alguna manifestación de energía térmica (para disiparse) ó á energía mecánica

Perteneciendo el hombre al reino animal, le son aplicables las brevísimas consideraciones anteriores. Veamos ahora rápidamente algo respecto al mundo *psíquico*.

\*  
\* \*

En los animales de las especies superiores—el hombre entre ellos—hay variadísimas *energías psíquicas*, que se relacionan con sensaciones, recuerdos, ideas, sentimientos, emociones, voliciones, etc. Son las que más nos interesan aquí, porque están íntimamente ligadas con lo que hemos llamado fuerzas psíquicas sociales.

Parece que estas energías psíquicas surgen primeramente en el individuo animal, mediante transformaciones internas muy complicadas y oscuras de las energías físicas y químicas por los procesos de la nutrición, la respiración, etcétera, transformándose en fisiológicas, y luego en *otras correspondientes* energías psíquicas.

Estas últimas transformaciones son más oscuras aún que aquellas de las energías físicas y químicas entre sí, ó de éstas en las energías fisiológicas de un animal.

Se ve que primeramente las energías físicas exteriores llegan como excitaciones de los sentidos, y se transforman en las energías nerviosas interiores al organismo; y éstas vuelven á transformarse en los órganos centrales. Las últimas formas en que la energía se manifiesta en el campo de la conciencia, son las que llamamos energías psíquicas. Aunque no conozcamos bien su naturaleza, la Psicología fisiológica ha adelantado mucho en el estudio de los fenómenos psíquicos, viendo sus procesos en conexión con los procesos materiales que les son *paralelos*, es decir, con los procesos fisiológicos correspondientes.

Un distinguido escritor, *W. M. Pepperrell Montague*, intenta establecer: “que lo que un individuo (desde su interior psíquico) *llama sus sensaciones*, son ni más ni menos que lo que otro individuo (desde fuera) describiría como las formas de energía potencial en que se transforman las energías cinéticas de las corrientes nerviosas al atravesar el cerebro del primer individuo,,.

Dice Ostwald, que los fenómenos psicológicos pueden concebirse como fenómenos energéticos, y ser interpretados como tales, lo mismo que todos los demás fenómenos. En esos fenómenos de la energía llamada nerviosa, se observa que los procesos (en todo el complicado sistema nervioso cerebral) llevan consigo consumo de energía durante la actividad psíquica.

Nuestro compatriota *D. José R. Carracido*, después de establecer en su *Tratado de Química biológica* que “el trabajo específico de los nervios es correspondido en todas sus formas por el consumo de cierta cantidad de potencial químico,,; y de afirmar que “es indudable que no se produce acto psíquico alguno sin otro material correspondiente,, rechaza (como aventurada) la afirmación hecha por *Gautier* de que el pensamiento no tiene equivalente mecánico ni químico. El ilustre Profesor español dice que no puede darse por demostrada — como pretende *Chauveau*—la *íntegra conver-*

sión de la energía del trabajo fisiológico en calor sensible; y cree posible, por el contrario, que la actividad psíquica corresponda á un verdadero trabajo que sea siempre una cantidad positiva, y no pueda reducirse á cero.

Pero si los procesos de transformación son muy complicados y oscuros, y hoy se sabe poco de ellos, lo que está á la vista—y todo el mundo reconoce—es la *íntima conexión y correspondencia* que hay entre las energías físicas y químicas, las fisiológicas, y su paralelismo con las psíquicas en cada individuo; de tal modo, que el estado psíquico de un individuo es en general *función* de todas las variables que constituyen el estado fisiológico, según se ha dicho. Se muestra por multitud de fenómenos de la vida; y no podía menos de ser así, puesto que unas y otras se dan en el *todo* individual, *que es uno*.

Se observan esas conexiones de las energías físicas y fisiológicas y su correspondencia con las psíquicas (1). Se ve, por ejemplo, que un determinado alimento ó bebida; una cierta temperatura; un gran ejercicio corporal, etc., producen ciertos cambios en las energías fisiológicas del individuo, y provocan (ó se transforman) á su vez otras energías psíquicas como la excitación de la imaginación ó del entendimiento, ó el abatimiento y depresión del ánimo, etc., etc.

Inversamente, se observa que ciertos estados psíquicos del individuo provocan (ó se transforman) otros estados fisiológicos correspondientes; y de ello se puede presentar multitud de ejemplos. Un estado prolongado de pena hace más lentas las contracciones del corazón, ó viceversa; una emoción cualquiera altera el pulso, ó viceversa; una brusca impresión penosa provoca náuseas y diarrea; una impresión de miedo influye en la respiración, en la orina y en otras funciones fisiológicas; un esfuerzo de las facultades mentales paraliza ó retrasa la digestión; un sentimiento de ansiedad angustiosa provoca en ciertas circunstancias un despliegue enorme de fuerza muscular, etc., etc.

---

(1) No entramos á investigar las causas de estas conexiones y de esa correspondencia. Según advierte Mach, la noción de *causa* es muy metafísica—como hemos dicho en otra ocasión—y no encuentra lugar aquí.

Respecto de la manera cómo deben ser entendidas estas transformaciones, dice *Bain* en su libro *El Espíritu y el cuerpo* “que si una impresión de miedo paraliza la digestión — por ejemplo — se debe de pensar que la emoción va acompañada de un estado de excitación particular del cerebro, y en general del sistema nervioso, y este estado es el que perturba las funciones del estómago. Y que, asimismo, en las transformaciones inversas de energías fisiológicas en psíquicas—por ejemplo—un estimulante material devolviendo la calma al espíritu, se debe de pensar que ese estimulante (alimento, por ejemplo), determina un aumento de afluencia de sangre al cerebro é influye en las corrientes nerviosas, y á este modo particular de acción nervioso-cerebral corresponde el estado moral que se ostenta.

*Ribot* coincide con *Bain* al concebir que los estados de conciencia (emociones, por ejemplo) no pueden separarse de las condiciones físicas correspondientes, y que lo que objetivamente se expresa por lágrimas, temblor, etc., se expresa al mismo tiempo subjetivamente por tristeza, terror, etc. Y además, observa *Ribot* que en rigor no es una idea ó un sentimiento lo que se transforma en un movimiento ó energía física, sino que el estado fisiológico, que acompaña siempre al estado psíquico, es lo que se transforma en movimiento muscular, es decir, que un estado fisiológico se transforma en otro fisiológico. Nosotros hablando, de un modo breve—aunque pueda no ser enteramente correcto —, decimos que una energía psíquica se transforma en otra fisiológica, y viceversa.

En todas las especies animales en que se muestren claramente las energías psíquicas, se observa que estas transformaciones de energías fisiológicas en psíquicas, así como las inversas, se operan con maravillosa facilidad y rapidez en aquellos individuos en que predominan los fenómenos emocionales (por la constitución—heredada ó adquirida—de su sistema nervioso), y que son, por esto, de temperamento emocional.

El Profesor *Ostwald* considera, como ya hemos dicho, que los fenómenos psicológicos entran en el cuadro de la



concepción energética, como todos los demás fenómenos; y que las energías psíquicas pueden quizá ser miradas como transformaciones de las energías químicas que hay en el organismo.

Piensa este ilustre Profesor que si entre el grupo de operaciones fisiológicas y el grupo de operaciones psíquicas no se ve más que *el paralelismo*, y sólo éste se estudia, la separación entre esos grupos subsistirá, y no se podrá llegar á ver nunca la comunicación. Me parece algo arbitrario este pensamiento de Ostwald, porque no es posible presumir *a priori*, sin riesgo de equivocarse, lo que habrá de resultar—para la ciencia en el porvenir—siguiendo atenta y profundamente el estudio del citado paralelismo; y esta actitud de circunspección científica es en cambio garantía de firmeza para los resultados á que se pueda llegar. Ostwald cree que los fenómenos psíquicos no son *simples acompañantes* de las variaciones de energías fisiológicas, sino que pueden identificarse con estas últimas.

El Profesor *Ebbinghaus* piensa que la unidad de la vida psíquica corresponde á la unidad del sistema nervioso; porque éste es—en cierto modo—todo el organismo, en cuanto organismo viviente. Para este psicólogo, las energías fisiológicas son *de un orden diferente*, y se distinguen bien de las psíquicas; pero *no corresponden á realidades distintas*, sino que más bien son manifestaciones diversas de *un solo y único Sér*.

Esta hipótesis de *Ebbinghaus* y de otros eminentes psicólogos (hipótesis de la *identidad*) deja siempre fuera de nuestro alcance lo que sea ese Sér como un único Principio. Decía *Maudsley* que: "No hay dos ciencias, la Psicología y la Fisiología de los centros nerviosos, y entre ellas una ciencia híbrida que sea la Psicología fisiológica. Hay *una sola ciencia*, que es la Fisiología del sistema nervioso, y los fenómenos de éste ofrecen dos aspectos: uno objetivo y otro subjetivo, que deben ser estudiados por la observación externa y por la interna,.". Y añadía que, en todo caso, aquella división artificial se puede admitir como una división científica, no en la naturaleza de las cosas. En otro pasaje dice

Maudsley que: "No hay dos Mundos—el de la Naturaleza y el de la conciencia humana—colocados uno encima del otro y en oposición el uno con el otro, sino un solo Mundo que lo comprende todo, y del cual la conciencia humana es una manifestación, un grado de evolución, quizás el último y el más perfecto„.

Además de las transformaciones de energías fisiológicas en psíquicas ó viceversa, hay otras mucho más interesantes para nosotros aquí, que son las de energías psíquicas *entre sí*.

Se observa que dentro de un mismo individuo, ó de un mismo elemento social cualquiera, una idea, vivamente pensada, provoca (ó se transforma) un sentimiento de alegría ó de tristeza, de entusiasmo ó de terror, etc. Según las circunstancias y según sea el temperamento psíquico del individuo ó del elemento social, el tono sentimental que acompaña á aquella representación es mayor ó menor. Inversamente, un estado sentimental provoca á veces una gran actividad mental, ó un tono superior de la voluntad, etc. Parece indudable que todas las diversas notas psíquicas de un individuo se relacionan entre sí, se acompañan y son susceptibles de transformarse mutuamente (1).

Es asimismo un hecho de observación, la comunicación de energías psíquicas de un individuo ó elemento social á otro. Estas transformaciones de energías psíquicas son las

---

(1) Aunque una *idea* ó un *recuerdo* sea cosa enteramente distinta de una *emoción*, es evidente que lo uno puede provocar lo otro. Poco importa ahora, para nosotros, que una idea se transforme primero en energías fisiológicas, y éstas, después en una emoción; ó bien que (como piensan otros psicólogos), la idea provoque directamente la emoción, y ésta luego se transforme en energías fisiológicas. Lo que nos interesa notar, son esas *sucesiones* y *transformaciones*. Dice el Profesor W. James, que un individuo de temperamento emocional y de riqueza de imaginación, puede *revivir*—provocándola—una *emoción real* de amor ó de cólera, mediante el *recuerdo (ideal)*; y esto se comprueba por la observación y la experiencia.

Lo que aparece en estos casos es que un cierto estado de conciencia despierta ó promueve, como dice Ribot, otro estado de conciencia diferente, por asociación ó de cualquier modo. Puede pensarse que haya en el fondo transformación de alguna energía fisiológica en otra también fisiológica.

que revisten carácter *predominantemente social*. Las fuerzas psíquicas—que actuando como fuerzas exteriores—hemos admitido en estos *Apuntes*, ejercen sus acciones para realizar, *mediante sus trabajos*, las transformaciones de energías á que nos referimos ahora.

Se debe de observar—sobre las transformaciones de energías fisiológicas entre sí, fisiológicas en psíquicas ó viceversa, y psíquicas entre sí—que parece haber en cada individuo una particular y determinada *capacidad suya* para cada especial transformación de energía; y parece, por consiguiente, difícilísimo llegar á descubrir leyes cuantitativas á que obedezcan las equivalencias, y que sean aplicables por igual á todos los individuos (suponiendo que se pudieran medir unas y otras energías).

El día en que se pudiera eso intentar habría que determinar—á mi parecer—un coeficiente particular para cada individuo en cada género de transformación de energías; y aun este coeficiente individual no sería *constante*, sino variable con el estado particular en que se encuentre en un instante dado el individuo á quien corresponda. Es decir, que el coeficiente individual debería de ser afectado de un subcoeficiente, función del estado fisiológico y psíquico. Se comprende la inmensa dificultad de estas determinaciones.

Habremos de tratar más adelante de la conservación de la energía en su estricto sentido científico. Pero como observación vulgar, es atinadísima la de *Bain*, al decir que si consumimos mucha energía en una función—ejercicio muscular, digestión, pensamiento, sentimiento, etc.—las otras funciones deben de permanecer momentáneamente en una relativa inacción. Para satisfacer la demanda, exagerada en un sentido, es necesario, dice, suministrar menos energía á las otras funciones; y así, por ejemplo, el que emplea mucha de la energía nerviosa de que dispone en especulaciones científicas, no puede al mismo tiempo consumir muchas energías nerviosas en actos genésicos, so pena de un rápido agotamiento del organismo nervioso cerebral.

Peró sea lo que fuere de todo esto, lo que sí puede afirmarse—desde el punto de vista mecánico—es que las ener-

gías psíquicas del individuo encuentran limitaciones en las energías del mundo físico á que el individuo natural pertenece. El cuerpo de éste, con todos sus órganos y elementos materiales, constituye un sistema sometido á las leyes de la Mecánica física. Por esto no puede sustraerse—aunque el individuo lo quisiera—á las leyes de la gravedad ni á ninguna otra ley mecánica física.

A propósito de esto, se puede recordar que en todos los libros de Dinámica—al hacer la exposición del *Teorema del movimiento del centro de gravedad de un sistema material* (ó del Teorema llamado de las *áreas*), y al demostrar que las fuerzas *interiores* no pueden influir (por lo cual se formula el principio de la conservación)—se llama la atención sobre las limitaciones que encontraría un hombre, ó un animal cualquiera, si se le pudiera concebir aislado y en el vacío, para sustraerlo á todas las fuerzas exteriores. Si se imaginara que el animal (mediante fuerzas psíquicas de voluntad) desarrollase entonces esfuerzos interiores musculares, y moviera diversas partes de su cuerpo, se podría asegurar que, en el supuesto dicho—por ley mecánica ineludible de su propio cuerpo—, no podría mover las diversas partes *á su capricho*, porque no podría, por ejemplo, modificar el estado del centro de gravedad de su cuerpo. Si el estado inicial de este centro de masas de su cuerpo fuera de reposo, en reposo habría de permanecer, conservando la misma posición que ocupaba en el espacio; y aunque el hombre (ó animal) psíquico—valga la expresión—quisiera alterarla, le sería tan imposible, como le sería, por ejemplo, dejar de pesar. Recuerdo este ejemplo y lo cito, porque en él se ve, de modo muy patente, aquella conexión íntima de que hablábamos entre las energías psíquicas y las físicas musculares. Aquí la conexión aparece claramente regulada por *una ley de la Mecánica física*.

\*  
\* \*

Dejando ya estas cuestiones acerca de las relaciones que hay entre unas y otras energías en el mundo llamado *inorgánico*, en el *orgánico* y en el *psíquico*, para encerrarnos en

el terreno propio de la *Mecánica racional*, recordemos primeramente -- siguiendo la costumbre adoptada desde el principio en estos *Apuntes* -- lo que ocurre con un punto material libre colocado *en un campo de fuerza*.

En la dinámica de los *puntos materiales* se distingue:

1.º La energía actual ó *de movimiento* -- llamada *cinética* -- que dependiendo de la masa  $m$  del punto y de la *magnitud*  $v$  de su velocidad en el instante que se considera, se mide en este instante por  $\frac{1}{2} mv^2$ . Puede transformarse en una cantidad equivalente de *trabajo*.

2.º La *energía de posición en el campo* -- llamada *energía potencial* -- que, dependiendo de la masa  $m$  del punto y de su posición en el instante que se considera, así como de la naturaleza ó constitución del *campo de fuerza* -- se mide en ese instante por *todo el trabajo positivo* que podría desarrollar la fuerza del campo sobre el punto, cambiando su posición en la región de que se trata. Se sabe que la *fuerza* del campo es el producto de la *masa* del punto por la *aceleración* correspondiente á cada posición. Esta aceleración es lo que se llama *la intensidad del campo* en esa posición. Mientras pueda actuar la fuerza del campo, y pueda el cambio de posición del punto permitir á esa fuerza *dar algún trabajo positivo*, hay energía potencial en el punto material dentro del campo (1). Refiriéndonos á la *unidad de masa*, esta energía potencial es lo que se llama EL POTENCIAL correspondiente á cada posición. Es claro que la energía potencial (ó el potencial) es *esencialmente numérica* (escalar), como lo es la energía cinética. Lo es también la energía to-

---

(1) Decimos *dentro del campo*, para que se recuerde bien que la energía potencial está en el conjunto del sistema á que pertenece el punto, aunque la refiramos á éste. El Profesor Ostwald (en su libro sobre la energía), ha presentado algunos reparos á la distinción hecha por Rankine entre la energía actual y la potencial. Ya se ha aceptado por todos la denominación de *cinética*, que no puede originar confusión. Se ha conservado la de *potencial*, que no equivale á *posible* como contrapuesto á lo real y efectivo. La energía potencial en un campo de fuerza, es tan real y efectiva como la cinética.

*tal* del punto en el campo en que se encuentra, si se llama así la suma numérica de las energías cinética y potencial correspondientes á un mismo instante.

Se sabe que, en general, las posiciones de los puntos á las cuales corresponde el mismo potencial en un campo de fuerza, pertenecen á una misma *superficie de nivel*, que se llama *equipotencial*, y que cuando la intensidad del campo (actuando sobre un punto de masa unidad) hace trabajo positivo, el punto pierde de su potencial una parte exactamente igual á ese trabajo, y pasa á estar colocado en un menor *nivel potencial*. Por esto el potencial que tiene el punto en una posición en el campo, *mide* (ó da la medida de) *todo el trabajo positivo* que las fuerzas del campo harían si lo llevaran hasta el límite del campo, agotando todo su potencial.

En general, si el movimiento del punto en el campo se pudiera mirar como una sucesión de movimientos *elementales*, cada uno de los cuales se iniciara *sin velocidad*, la línea formada por las *trayectorias elementales* sería una *línea de fuerza*. Sólo en el caso de ser ésta una línea recta, sería ella misma la *verdadera trayectoria finita* que seguiría un punto que se dejara libre y *sin velocidad* en el campo.

Después de estas ideas generales, recordemos el ejemplo sencillo del *campo uniforme* de la gravedad terrestre, en que, la intensidad del campo es  $g$  (constante); y la dirección y el sentido del campo es la vertical hacia abajo (constante) (1).

Si un punto material de masa  $m$  se dejara libre en el vacío en una posición cualquiera  $o$ , en la cual tuviera una velocidad  $v_0$ , que forme (por su dirección y sentido) un ángulo

---

(1) Nos referimos á una región suficientemente pequeña para que las aceleraciones de todos los puntos en sus movimientos de caída, se puedan considerar—sin error sensible—como iguales, y para que análogamente las verticales puedan ser miradas como paralelas.

En las leyes que vamos á recordar, se prescinde de la resistencia del medio. No se tratará, pues, de las leyes del fenómeno *natural*, sino de leyes *abstractas* y *aproximadas*, que sería preciso corregir después. Se sabe que éste es el modo ordinario de proceder, dada la inmensa dificultad de formular las leyes de los fenómenos, tales como éstos se presentan en la Naturaleza.



agudo  $\alpha$ , con la vertical hacia arriba, se sabe que en el movimiento parabólico del punto se cumple el *Teorema de la energía*, que dice así:

$$\frac{1}{2} mv^2 - \frac{1}{2} mv_0^2 = - mg \times y;$$

y que nos enseña: que al elevarse el proyectil—ó alcanzar mayor *nivel potencial*—la  $y$  positiva corresponde—para cada posición—á un trabajo negativo (segundo miembro de la ecuación), hecho por la fuerza del campo, por haber *aumentando la energía potencial* del punto en ese valor del *trabajo hecho*, que es exactamente igual a la *disminución de energía cinética* (primer miembro de la ecuación), desde su estado inicial  $\frac{1}{2} mv_0^2$ .

Puede notarse (como hecho interesante en este ejemplo) que, en cualquier instante, la energía cinética  $\frac{1}{2} mv^2$ , es compuesta de dos sumandos

$$\frac{1}{2} mv_x^2 + \frac{1}{2} mv_y^2; \quad (1)$$

y como el primer sumando no puede aumentar ni disminuir (porque el movimiento en proyección horizontal es necesariamente uniforme, puesto que la dirección del campo es normal á la dirección horizontal  $o x$ ), y ese primer sumando tiene el valor constante  $\frac{1}{2} mv_0^2 \text{ sen }^2 \alpha$ ; se ve que al disminuir—como decíamos—la energía cinética, ésta no puede agotarse por completo y convertirse ó transformarse toda ella en potencial. Sólo podrá agotarse—y se agotará—el segundo sumando *inicial*  $\frac{1}{2} mv_0^2 \text{ cos }^2 \alpha$ , cuando por el trabajo negativo de la fuerza del campo, la energía cinética del punto llegue al valor mínimo  $\frac{1}{2} mv_0^2 \text{ sen }^2 \alpha$ , correspondiente necesariamente á la posición de *máximo potencial*. Se ve: que en la rama descendente de la parábola—á partir de la posi-

(1) Adoptando el eje  $o x$  horizontal y el eje  $o y$  vertical.

ción de máximo potencial, las disminuciones del potencial serán compensadas (mediante los trabajos positivos que vaya haciendo la fuerza del campo)—por los aumentos de la energía cinética desde su mínimo. La exacta igualdad entre este aumento (primer miembro) y aquella disminución (segundo miembro) demuestra que hay *conservación de energía total en el campo*.

Este problema es aún más sencillo, si se supone que la velocidad inicial  $v_0$  es *vertical*. Entonces se ve: 1.º, que si su sentido es el mismo del campo ( $x = \pi$ ), el movimiento del punto es rectilíneo uniformemente acelerado en la dirección y en el sentido mismos de la *línea de fuerza*; 2.º, que si el sentido de  $v_0$  es contrario al del campo ( $x = 0$ ), el movimiento es uniformemente retardado en la dirección de la línea de fuerza, y en sentido contrario y *toda* la energía cinética inicial  $\frac{1}{2} mv_0^2$  se agotará, transformándose en potencial, correspondiendo el mínimo *cero* de aquélla al máximo de ésta.

En el caso de que el punto tenga enlaces que le sujeten á recorrer una determinada trayectoria fija, que sea una curva cualquiera con sinuosidades de máximos y mínimos de altura, y siempre moviéndose en el campo uniforme de la gravedad, se aplica idénticamente al *Teorema de la energía*, y conduce á idénticos resultados, puesto que la reacción normal de la curva fija da constantemente *trabajo nulo*, y siendo la única fuerza que trabaja la del campo—que es  $mg$ —la ecuación es idéntica.

Entonces no está obligada á conservarse constante ninguna parte de la energía *cinética inicial*, y toda ella se agotará hasta alcanzar el máximo posible de potencial, que corresponderá al mínimo *cero* de la cinética.

Nada nuevo hay que decir; y se ve siempre la *conservación de la energía total* en el campo.

---

Nos hemos detenido demasiado en los recuerdos en la *Mecánica racional* sobre un simple punto material colocado en un campo de fuerza.

Vengamos ya á la *Mecánica social*, para tratar de las fuerzas psíquicas, y verlas actuando sobre los individuos y elementos de una agrupación social que estén en movimiento en un asunto; es decir, haciendo *trabajos sociales*, y proporcionando *energías psíquicas*.

Fijemos la atención en un solo individuo.—Dijimos que en cada individuo y para cada asunto hay en cada instante un conjunto psíquico compuesto de ideas, sentimientos, voliciones, etc., que define para nosotros *la posición* del individuo en el asunto en ese instante.—Y dijimos también: que del *estado físico-fisiológico* del propio organismo corporal emanan influencias que al actuar sobre el *ente psíquico simple*, que llamamos *el individuo*, constituyen verdaderas fuerzas psíquicas; así como del *estado general psíquico* del propio individuo, brotan fuerzas que pueden actuar sobre el individuo mismo, é influir para cambiar *su posición en el asunto* que se considera.—Tanto las que emanen del estado físico-fisiológico, como las que vengan del estado psíquico en general, tendrán en cada instante direcciones y sentidos determinados, con intensidades también determinadas, en correspondencia unas y otras con el temperamento físico—por decirlo así—del individuo en que brotan (1).

El *ente individual abstracto y simple*, con su posición en un asunto, se halla realmente colocado en medio de algo que—mirado en conjunto—constituye un *campo de fuerza*, como se dice en Mecánica. Este campo ó región en que *él* se halla, lo vemos constituido, en un instante dado, como sigue:

1.º Por todo lo físico y psíquico que—fuera del espacio que ocupa el cuerpo del individuo natural—rodea, por decirlo así, á éste; y alcanza hasta donde sea sensible la acción que pueda ejercer sobre el individuo que consideramos.

---

(1) Creemos conveniente hacer esa separación para mayor claridad de lo que vamos á exponer; pero sin querer con ella significar que el estado psíquico sea algo *esencialmente* distinto del físico-fisiológico, porque este es asunto ajeno á nuestras especulaciones.

2.º Por todo lo físico y fisiológico de su propio organismo corporal.

3.º Por todo lo psíquico general *suyo*, que pueda influir sobre él para modificar su posición en el asunto de que se trate (1).

Este complejo campo de fuerza debe de ser mirado (para el individuo *abstracto* y *simple*) como un verdadero *medio ambiente natural* externo é interno, tanto físico y fisiológico como psíquico. El individuo, en cada instante, como libre, se mueve—es decir, se modifica—con una determinada *aceleración* en el asunto, para cada posición del individuo, y *según sea el campo en ese instante*. Si concibiéramos un individuo con la *unidad de masa* para el asunto, diríamos que su aceleración: por su *magnitud*, da la medida de la *intensidad del campo*, y por su *dirección* y *sentido*, da la *dirección y el sentido del campo* en ese instante, para la posición que tenga (en el asunto) ese individuo. Se debe de advertir que lo que hemos llamado *campo de fuerza*, constituido, como acabamos de decir, para ver en él un movimiento elemental de modificación del individuo, es algo diferente del campo de fuerza que considera la *Mecánica racional*, para ver en él el movimiento de un solo punto material; porque los centros de fuerzas psíquicas—así externos como internos (respecto del individuo natural)—no son *centros fijos y de poder mecánico constante*, sino que cambian de un instante á otro física y psíquicamente, por lo cual el poder mecánico-psíquico, como si dijéramos, de esos centros de fuerza es esencialmente variable. Por esto, al hablar aquí de la intensidad, dirección y sentido del campo para una posición dada del individuo, hemos cuidado de añadir *según sea el campo del individuo en el instante de que se trata*. Ya se comprende que la consideración del individuo en su campo para la *Mecánica social*, sea más difícil que la del punto material en la *Mecánica racional*; y que para formular las proposiciones

---

(1) Lo primero es lo que llama Mach *exterior al límite U*; lo segundo y lo tercero es denominado por Mach *interior al límite U*.

respecto á las energías psíquicas de un individuo, haya que adoptar ciertas precauciones.

El *campo psíquico* de que hablamos—por su modo de ser—no será en general *uniforme*, es decir, que la intensidad, dirección y sentido del campo no serán las mismas para todos los individuos, en todas sus posiciones y en todos los instantes. Si se piensa en diversos individuos, se ve que el medio ambiente externo que los rodea es en general diferente de uno á otro; y aunque fuera igual, serían diferentes lo fisiológico y lo psíquico del ambiente interno en unos y otros individuos. Si se piensa en las diferentes posiciones que tenga un mismo individuo, en dos instantes cualesquiera de su movimiento, también se comprende que, aunque el medio ambiente externo subsistiera el mismo para ese individuo, cada *cambio de posición en el asunto* que se operara en el individuo abstracto y simple en un cierto transcurso de tiempo, sería simultáneo con otros cambios en lo orgánico-fisiológico del cuerpo del individuo y en lo psíquico suyo, es decir, en todo el ambiente interno. Se concibe la enorme complejidad que todo esto lleva consigo (1). Se ve, en definitiva, que el campo de fuerzas psíquicas no será en general *uniforme*.

En la Mecánica racional, *cuando se trata de un solo punto material*, todo lo que ejerce acción sobre éste, se concibe como algo *fijo y constante*, aunque rigurosamente no lo sea, y se supone que cambian sólo la posición y la velocidad del

---

(1) Se sabe que el *hábito* de ejecutar los actos todos de la vida influye de tal modo en lo que hemos llamado ambiente interno de cada individuo, que las fuerzas fisiológicas, solamente estimuladas por las simples sensaciones, bastan para realizar nuevamente aquellos actos una vez iniciados. Como ya se realizan *automáticamente*, no hay fuerzas psíquicas—propia-mente dichas—que intervengan. No habiendo de cambiarse el modo de hacer, no ha de intervenir fuerza psíquica como causa de modificación, quedando entregado el individuo—para esos actos—al solo juego fisiológico inconsciente.

Esto no obstante, por otra parte, según se sabe, hay renovación continua fisiológica que se realiza en el cuerpo de cada individuo natural; y así el medio ambiente interno, de que hemos hablado, es esencialmente variable con el tiempo.

punto que está en movimiento en el campo sobre una trayectoria cualquiera: mientras que en la *Mecánica social* (acabamos de verlo) todo el campo que ejerce acción sobre un individuo es cambiante de un instante á otro, á la vez que se modifican la posición y la velocidad del individuo que consideramos.

Pues bien: mirando el campo de fuerzas psíquicas, tal como sea para un individuo libre en un instante dado, se ve determinada su aceleración en el asunto en ese instante, que es en magnitud la *intensidad* del campo; la fuerza motriz para ese individuo, es (como en la Mecánica racional) el producto de su masa por esta intensidad.

Si se considerase con esa generalidad cambiante ya explicada, la noción del campo psíquico no podría ser de ninguna utilidad para lo que perseguimos ahora, toda vez que dos *posiciones* diferentes del individuo, así como todas las intermedias, para pasar de la primera á la segunda, no podrían ser vistas *en un campo* que fuera *algo* definido y concreto. Por esto nos referiremos solamente (en lo que vamos á decir) al caso particular en que la *dirección y el sentido del campo* sean constantes para cada individuo; es decir, al caso en que la *línea de fuerza* sea simbolizada por *una línea recta*. Entonces se puede hablar de un campo psíquico en el cual el individuo esté sometido, en cada instante y en cada posición suya, á una fuerza para la cual se conciba una sola ley de variación *de su intensidad*. El campo—para el individuo considerado—sería entonces como *si hubiera* un centro único de fuerza situado en esa línea de acción, y del cual proviniera la fuerza que, en cada instante, fuera la resultante de las acciones de todo el campo. Conviene advertir, además, para evitar confusiones y contradicciones, que vamos á poner la atención en un sólo individuo, y que el campo particular que decimos será el *suyo*, y no el de otro individuo cualquiera. Para otro cualquiera, su campo tendrá *otra dirección y sentido*, también *constante* para él, y como si la resultante de todas las acciones que sobre este otro individuo se ejerzan, viniera de otro centro de fuerza y con su ley de variación de *intensidad*.



Considerando, pues, un solo individuo de masa unidad, se debe de pensar que, aun en el caso particular dicho, el campo en que le veamos á él moverse (es decir, modificarse) no sería uniforme, sino en el caso muy particular de que la *intensidad* del campo fuera también *constante*, es decir, que la resultante de todas las acciones que se ejercieran sobre ese individuo de masa unidad—emanando de todo el ambiente interno y externo, físico-fisiológico y psíquico—tuviera, no solamente dirección y sentido constantes, sino también la misma *magnitud* en todos los instantes. Es evidente que en este caso muy particular el movimiento de modificación del individuo en la dirección y en el sentido de la línea de fuerza sería uniformemente acelerado.

En el curso de estos *Apuntes*, al tratar del movimiento de modificación de un solo individuo ó elemento social, hemos dicho desde la Cinemática, que prácticamente y de ordinario, realiza en su vida los cambios de posición en cada asunto, por una sucesión de movimientos parciales de *dirección constante*, cada uno de los cuales es de larga duración relativa. Cada uno de estos movimientos parciales está en el caso particular que hemos considerado, y podemos aplicarle lo que digamos sobre la *energía psíquica potencial en su campo* en cada instante. Bien entendido, que se supondrá conocida la ley de variación de la intensidad de su campo, en función de la posición que tenga en el asunto en cada instante, porque esta ley es la que *definirá* verdaderamente el campo en el movimiento parcial que consideremos.

En vista de todo lo dicho, procedamos ya á distinguir también para la *Mecánica social* las dos clases de energía de un individuo en su campo, á saber:

1.<sup>a</sup> La energía actual ó *de movimiento* del individuo en el asunto (la llamaremos *energía cinética*), que dependiendo de su masa  $m$  para el asunto, y de la *magnitud* de su velocidad  $v$  en el instante que se considere, se mide en este instante por  $\frac{1}{2}mv^2$ , y se puede transformar en *trabajo social*.

Esta energía cinética de un individuo en un asunto, en nada difiere de la de un punto material en la Mecánica ra-

cional. Intervienen en ella idénticamente los dos factores *masa y magnitud de la velocidad*, y ésta elevada al cuadrado, con la misma influencia preponderante que en la Mecánica racional.

2.<sup>a</sup> La *energía potencial* que dependiendo de la masa  $m$  del individuo para el asunto, y de su posición en el instante que se considere, así como de la naturaleza ó constitución de su campo de fuerza, se mide en ese instante por *todo el trabajo positivo* que podría desarrollar la fuerza del campo mediante cambios de posición del individuo en el asunto (1). Este trabajo *total* habría de apreciarse como integral de trabajos elementales, cada uno de los cuales es (mediante el factor  $m$ ) el producto de la *intensidad del campo* (variable) en cada posición, por el camino elemental recorrido y estimado en su sentido á partir de ella. El recorrido elemental se apreciaría por el incremento muy pequeño del parámetro definidor de su posición en el asunto.

Se ve que este potencial del individuo en cada posición vale y representa energía *en potencia*, dentro del campo, para el asunto que se considera.—Y existe esta energía mientras el campo pueda ejercer sobre el individuo abstracto y simple alguna *acción real y efectiva*, y pueda él cambiar su posición en el asunto (es decir, modificarse), de modo que permita á la intensidad del campo hacer *trabajo positivo*.—El potencial en cada posición expresa, pues, mecánicamente, todo lo que puede *dar de sí* todavía el individuo por movimiento de modificación en el asunto; y es, por consiguiente, *energía almacenada*, no desplegada todavía, pero que puede desplegarse, contando con todo lo interno y externo que se simboliza—por decirlo así, para el caso particular que consideramos—en la ley de variación de la intensidad del campo.

Si el individuo de masa unidad pasa de una posición inicial en la cual su potencial sea  $\pi_0$ , á otra en que su potencial sea  $\pi$  (menor que  $\pi_0$ ) por un movimiento cualquiera en la

---

(1) Se sobreentiende que esta energía potencial—aunque referida al individuo—está en todo el conjunto.

línea de fuerza (que es el caso particular de que tratamos), se ve que la disminución  $\pi_0 - \pi$  del potencial, mide el trabajo positivo hecho, efectivamente, por todas las fuerzas del campo actuando sobre el individuo.

Distinguidas así las dos energías psíquicas *cinética* y *potencial* del individuo en su campo, apliquemos el *Teorema de la energía* al individuo de masa unidad; y se escribirá:

$$\frac{1}{2} v^2 - \frac{1}{2} v_0^2 = \pi_0 - \pi;$$

lo cual nos dice que:

*El incremento de la energía cinética es igual á la disminución de la potencial.*

Y si se llama *energía total*, en un instante, la suma de las cinética y potencial en ese instante, la proposición anterior equivale á esta otra:

$$\frac{1}{2} v^2 + \pi = \frac{1}{2} v_0^2 + \pi_0.$$

*La energía total del individuo en su campo, se conserva constante á través de todas sus modificaciones.*

Para darnos cuenta de la ley que acabamos de formular, pensemos que cada individuo al nacer tenga—como si dijéramos—una posición inicial *de parámetro cero*, en el asunto que se considera; y que se encuentre, á partir de ese instante, y para un primer transcurso de tiempo de su vida, en medio de un *campo de fuerzas* constituido:

1.º Por todo lo que haya en su organismo fisiológico, heredado de sus dos padres directamente, con todas las predisposiciones psíquicas también heredadas (y que parecen como ligadas á la misma constitución fisiológica) que trae el individuo consigo para su vida después del nacimiento. Todas esas disposiciones fisiológicas, con predisposiciones psíquicas, habrán de desenvolverse física y psíquicamente.

Puede decirse con entera verdad que ese ambiente interno del niño, al nacer, viene de *toda su ascendencia*.

2.º Por todo lo físico y psíquico del ambiente externo,

en medio del cual se encuentre colocado el individuo desde el instante en que nace (1).

Por esto se comprende, que el sér todo de cada individuo, tanto por lo hereditario que trae al nacer, como por lo que en él influye el medio ambiente físico y social, está íntima y profundamente penetrado por el pasado y el presente de la Sociedad á que pertenece (2).

Y se ve, como ya habíamos dicho, que todo lo que constituye su campo es esencialmente variable en el tiempo. De hecho, el organismo del niño irá creciendo y modificándose

(1) La duración del primer transcurso de tiempo que vamos á considerar variará mucho de unos individuos á otros, y dependerá de circunstancias ó accidentes particulares para cada individuo.

(2) Esto que decimos concuerda perfectamente (aunque el aspecto *me-cánico* se distinga bien del *biológico*) con la fórmula biológica de *M. Le Dantec*.—Según éste, interviniendo conjuntamente en todo acto vital dos factores esenciales:

- 1.º El contenido del cuerpo del sér vivo.....  $A \left\{ ;$
- 2.º El medio que envuelve al sér.....  $B \left\{ ;$

es claro que en un instante cualquiera el funcionamiento vital puede expresarse por la fórmula  $A \times B$ .

Y así el paso de la forma  $A_{n-1}$  del sér (en el instante  $t$ ), á la forma  $A_n$  (en el instante  $t + dt$ ), se expresa—para *M. Le Dantec*—por la fórmula simbólica:

$$A_{n-1} + (A_{n-1} \times B_{n-1}) = A_n.$$

Se sobreentiende que el signo  $\times$  no tiene el significado que en Aritmética, para la operación de multiplicar.—Se refiere aquí ese signo al conjunto de actividades de todo género, que (mediante las relaciones entre un cuerpo vivo  $A$  y el medio que le rodea  $B$ ) se opera por acciones y reacciones, á partir de cada instante, y durante cada intervalo infinitamente pequeño  $dt$ , de tiempo.

Si con el símbolo general  $A \times B$  se expresara la magnitud finita en un instante cualquiera de la actividad total entre el sér vivo  $A$  y su medio  $B$ , el lenguaje simbólico de *M. Le Dantec* permitiría quizá escribir la fórmula general

$$A_n = A_0 + \int_{t_0}^{t_n} (A \times B) dt$$

si de  $A_0$  (instante  $t_0$ ) se pasa á  $A_n$  (instante  $t_n$ ).

por procesos fisiológicos y biológicos del particular modo que corresponda á *la relación en que se encuentre* con todo el medio ambiente externo; y este medio ambiente (comprendiendo en él todo lo exterior que pueda ejercer alguna influencia de cualquier género sobre el niño íntegramente considerado) cambia de hecho también de un instante al siguiente, al mismo tiempo que cambia lo que hemos llamado el ambiente interno (1).

Pues bien; si suponemos que durante un cierto transcurso de tiempo, desde el nacimiento, la acción de *todo el campo*—aunque variable—sea tal que el individuo simple y abstracto *se mueva*—respecto de un asunto—en una determinada dirección y sentido, y que esta dirección y sentido se conserve constante en todo ese transcurso de tiempo, podríamos decir que el individuo *tenía* al nacer un determinado *potencial para el asunto*, potencial que depende de todo lo que constituye su campo con el modo de ser de éste. El movimiento de modificación que vaya haciendo pasar sucesivamente al individuo de modo continuo por las diferentes *posiciones en el asunto* que él vaya teniendo, será tal que á medida que aumente su energía *cinética*, irá consumiéndose su *potencial*.—Según dijimos, cada disminución de éste, será equivalente al trabajo positivo (ó será medido por el trabajo positivo) que hagan las fuerzas del campo, para acelerar el movimiento de modificación en el asunto. Se ve así la transformación parcial y sucesiva de energía potencial en otra equivalente, durante ese período de tiempo—ó sea la *conservación de la energía total*.

Si no ocurriera la muerte del individuo en ese primer período, llegará ordinariamente un instante en el cual—teniendo el individuo una cierta *posición en el asunto*—el campo de fuerzas experimente grandes alteraciones, y que á

---

(1) Vimos anteriormente que el crecimiento y las modificaciones sucesivas y continuas de la estructura del animal, se realiza mediante transformaciones de energías que estaban en el medio ambiente externo, y pasan por asimilación á estar en el medio interno. El proceso de crecimiento dura, naturalmente, hasta llegar el animal (ó la planta) á la plenitud, por decirlo así, de su tamaño y de su estructura, según la especie á que pertenece.

éstas corresponda una *nueva dirección y sentido* en que el individuo se mueva ó se modifique (1). Si en este segundo período, llamémosle así, el nuevo campo (aunque siempre variable) permitiera conocer, juntamente con su dirección y sentido, su intensidad en función de las futuras posiciones, podríamos aplicar todo lo dicho anteriormente para el primer período, viendo el potencial que (en relación con el nuevo campo) pueda corresponder al individuo en el instante inicial del segundo período; y así sucesivamente.

En todo lo dicho hemos considerado la *intensidad* del campo haciendo trabajo *positivo* para aumentar la energía cinética del individuo á expensas de su potencial. Pero en las vicisitudes de la vida del individuo puede haber, y habrá, períodos en los cuales se mueva el individuo (en el asunto que se considere), en sentido opuesto al *sentido del campo* en ese período. Si, por ejemplo, un individuo se encuentra en un instante dado (que consideramos como inicial) animado de cierta velocidad debida á causas anteriores, y se ve colocado en ese instante, y para los transcurros sucesivos del tiempo, en medio de un campo que, por su constitución y naturaleza, tenga la misma dirección de la velocidad del individuo, pero *sentido opuesto*, es evidente que el movimiento del individuo en ese período será *retardado*; es decir, que su *energía cinética* irá disminuyendo por el trabajo *negativo* que irá haciendo la fuerza del campo; pero su *potencial en el campo* irá aumentando, puesto que á las posiciones que vaya teniendo irá correspondiendo mayor cantidad *posible de trabajo positivo que hacer á la intensidad del campo*.

---

(1) Si se mira bien, ese cambio en el campo de fuerza — que suponemos rápido —, no se presentaría sino en casos especiales ó en períodos *críticos* (por ejemplo, el de la pubertad); pero admitimos esa discontinuidad tan sólo para dar más relieve á nuestro pensamiento.

En la realidad de la vida, el proceso de variación del campo de fuerzas se opera según ley de continuidad; y en rigor se debe de ver al individuo con su potencial en el campo de fuerzas, moviéndose (ó desenvolviéndose), de modo continuo, á la vez que su campo se transforma continuamente. — Nosotros nos limitamos á ver lo que ocurriría en un punto, por virtud de un cambio finito en el campo de fuerzas.



Cuando á ese individuo se le agote la energía cinética que tenía en el instante inicial, porque se haya transformado toda ella en potencial, éste será un *máximo*, cuando la cinética sea *nula*; y á partir de ese instante, el trabajo positivo irá aumentando la energía cinética, á partir de *ceró*, y corresponderá á un movimiento en el *sentido mismo* del campo, que irá acompañado de la correspondiente disminución de potencial. Siempre se cumplirá, por el *Teorema de la energía*, la ley de la *conservación de la energía total*; y habrá un instante en que *toda la energía* (mirando sólo un individuo), estará en potencial, que es aquel en que la cinética sea *nula*.

\*  
\* \*

Todo lo expuesto anteriormente respecto á las energías cinética y potencial de un sólo individuo moviéndose en su campo, podría aplicarse á lo que llamábamos *un elemento de una agrupación social*, si se individualizara. Para ello sería preciso:

1.º Concebir el *elemento* como simbolizado por un punto central, al cual se atribuyera una masa para el asunto, que fuera la de todo el elemento social, y al cual se atribuyera también una velocidad de modificación en cada instante; y así visto, ó individualizado, el elemento social, su energía cinética se mediría por  $\frac{1}{2} mv^2$ .

2.º Concebir que ese punto central ó elemento individualizado estuviera en un campo de fuerzas psíquicas constituido, por una parte, por todos los individuos de la colección que, ejerciendo sus acciones sobre el centro, formarían el *medio ambiente interno*; y por otra parte, por toda la agrupación social, y por todo lo exterior á ésta, hasta donde fuera sensible la acción que pudiera ejercer sobre el elemento que se considera, lo cual formaría el *medio ambiente externo* para el elemento. Aplicando á este campo para el elemento social las consideraciones hechas al tratar de un sólo individuo, se debería de mirar cada período del movimiento en que fuera conocida y constante la *dirección y el sentido*

*del campo*, y en que se pudiera conocer *su intensidad*. Ya sea esta intensidad constante ó variable, se podría concebir la *energía potencial* del elemento (en cada posición que tenga en su campo) como el producto de *su masa* por *el potencial* en esa posición (para la unidad de masa).

Podría repetirse después de esta concepción, todo lo dicho respecto de un sólo individuo, y aplicar el *Teorema de la energía*; y quedaría establecido también el principio de la *Conservación de la energía total*.

Se ve en definitiva que (tanto para un individuo como para un elemento social) el porvenir, es decir *lo que será* por efecto del movimiento elemental de modificación en el tiempo, depende *del presente*, en el cual está ya el pasado, naturalmente. Pero entendiendo bien, que *el presente* no se refiere tan sólo al estado del individuo ó del elemento social en posición y velocidad en el instante que se considere, sino al estado (en este mismo instante) de todo lo que ha de influir en el individuo ó elemento social, que es su *campo de fuerzas*, constituido por todo lo físico y psíquico interno y externo de donde emanan fuerzas que actúan sobre él. Todo esto es también *presente*, como correspondiente al instante de que se trata. En el presente está, pues, *toda la energía* del individuo ó del elemento social en las dos formas cinética y potencial.

Y es muy de notar que mediante el despliegue y las transformaciones de las energías totales de los individuos y elementos de una agrupación, éstos influyen á su vez, muy marcadamente, sobre el medio ambiente físico externo, y lo modifican, ayudándose de todos los conocimientos adquiridos por las ciencias físicas, químicas y naturales. Con la ayuda de las ciencias psíquicas y sociales—sí éstas progresaran bastante—se influiría muy marcadamente también sobre el ambiente psíquico interno y externo. En definitiva se ve, que, por repercusión, se van modificando las fuerzas de los campos en que se van encontrando sucesivamente los individuos y elementos sociales. Así se realiza la evolución total del ambiente físico y psíquico para los individuos y elementos de toda una Sociedad.

A la Sociología corresponde examinar atentamente y de un modo profundo y detallado todo lo que acabamos de indicar para ver si con los progresos de la Psicología experimental es posible algún día emprender la constitución científica de la Mecánica social aplicada.

### Energía de las agrupaciones.

Para ver la energía de una agrupación social, empecemos—como siempre—por recordar lo que sabemos por la Mecánica de los sistemas materiales.

Cuando un sistema de puntos de masas  $m_1, m_2, m_3, m_4, \dots$ , se halla en movimiento en el espacio, y se miran estas masas como ejerciendo acciones dinámicas *unas sobre otras* (y nada más), el campo de fuerzas, para cada una de ellas, en un instante dado, está constituido por el conjunto de todas las demás. Así, si en un instante dado

el punto de masa  $m_1$  tiene la posición  $M_1$  en el espacio;

|   |   |       |   |   |       |   |
|---|---|-------|---|---|-------|---|
| — | — | $m_2$ | — | — | $M_2$ | — |
| — | — | $m_3$ | — | — | $M_3$ | — |

.....  
 .....

la energía potencial de la masa  $m_1$  [en la posición  $M_1$ ] será el producto de  $m_1$  por el potencial  $V_1$  que corresponda á la posición  $M_1$  en su campo. Y repitiendo lo mismo, para todos y cada uno de los puntos del sistema, la energía potencial de éste sería

$$W = \sum mV;$$

ó sea la suma de todos los productos de las masas por sus respectivos potenciales: pero para no tomar dos veces cada combinación de dos puntos, se debe de escribir

$$W = \frac{1}{2} \sum mV.$$

Y como cada  $mV$ , mide *todo el trabajo positivo* que podrían hacer las fuerzas del campo—que son *las fuerzas interiores* del sistema—sobre cada punto, se suele decir que cada  $mV$  es, como si fuera, un trabajo almacenado en la posición  $M$  que ocupa ese punto. Así miradas las cosas, se puede decir—como es costumbre—que: *la energía potencial  $W$  del sistema, es la mitad del trabajo almacenado para tener los puntos en sus respectivas posiciones simultáneas  $M_1, M_2, M_3, M_4, \dots$ , en el instante que se considera.*

Sabemos que si se considera la posición que ocupa el sistema de puntos en un instante inicial  $t_0$  y la llamamos  $A$ ; y vemos pasar dicho sistema á otra posición  $B$  que corresponda á otro instante  $t_1$ ; y se ha movido sólo bajo las acciones de las fuerzas *interiores* de que hemos hablado; y se supone que estas fuerzas sólo dependen de las distancias, es decir que sean de las que admiten una función de fuerza, se cumplirá el Principio de la *Conservación de la energía total*; (1) es decir que en todos y cada uno de los instantes

$$\frac{1}{2} \sum mv^2 + W = \text{constante.}$$

Conviene recordar también que, según el *Teorema de Hamilton*, el paso de la posición  $A$  (instante  $t_0$ ) á la posición  $B$  (instante  $t_1$ ), habrá de realizarse por *tales* cambios sucesivos y continuos de *las posiciones* de los puntos, y *tales* cambios sucesivos y continuos de *las velocidades*, que debiendo ser *nula* la variación de la integral definida

$$\int_{t_0}^{t_1} \left[ \frac{1}{2} \sum mv^2 - W \right] \cdot dt,$$

esta integral definida (de límites invariables) será *mínima* en el movimiento *real* del sistema, con respecto á los valores que tendría en todos los movimientos virtuales posibles, por

---

(1) Si el Principio de la *Conservación de la energía* ha de hacerse independiente de toda hipótesis sobre las fuerzas interiores de que estamos hablando, hay que admitir el Principio como un hecho demostrado experimentalmente, porque la demostración teórica podría fallar por su base, como dice Poincaré.

los cuales el sistema pudiera pasar en el mismo tiempo de la posición *A* á la posición *B*.

Si se tomara el *valor medio* de los valores porque pasa

$$\left[ \sum \frac{1}{2} m v^2 - W \right]$$

desde el instante  $t_0$  al instante  $t_1$ ; y se representara ese valor medio por *H*, el valor de esa integral definida es igual á  $H(t_1 - t_0)$ ; y siendo constante el factor  $(t_1 - t_0)$ , se ve que el Teorema de Hamilton nos lleva á decir, como dice Poincaré: *que la media H de las diferencias entre la energía cinética y la potencial de cada instante, cuando un sistema pasa de una posición A ( $t_0$ ) á otra B ( $t_1$ ) es la menor posible en el movimiento real y efectivo del sistema.*

\*  
\* \*

Recordado lo que precede, vengamos á la *Mecánica social*, y pensemos en una agrupación social *vista en sí misma*, y constituida por individuos y elementos sociales (individualizados) con sus respectivas masas  $m_1, m_2, m_3, \dots$ , para un mismo asunto, teniendo sus determinadas posiciones respectivas  $M_1, M_2, M_3, \dots$ , en el asunto, en un instante  $t$ .

Considerando á cada uno de los individuos y elementos—para el asunto de que se trate—sólo por su relación con el conjunto de la agrupación, se podría decir: que la energía potencial de la agrupación, vista en sí misma, en el instante  $t$ , se apreciaría por la mitad de todo el trabajo almacenado para tener á los individuos y elementos de la agrupación en sus respectivas *posiciones simultáneas* en el asunto, en el instante que se considera.

Hay, pues, en cada *posición* de una agrupación social un depósito de energía (para todos los asuntos sociales) que está en potencia (1).

---

(1) Ward observa que las estructuras en las cuales hay esas energías son producto de una lucha, y por eso este escritor modifica la frase de Darwin "*lucha por la existencia*," para el mundo orgánico—y dice que el orden reinante en cada instante en el mundo inorgánico, en el orgánico y en el social, debe de ser mirado como el producto de una *lucha por estructura*.

Concebida esta energía potencial de que se disponga, para cada asunto, en un instante  $t$ , y haciendo aplicación á una agrupación nacional, por ejemplo, se debe de pensar que el fin de la educación de un pueblo—tomando la palabra educación en su más amplio sentido—debe de consistir fundamentalmente en que las fuerzas interiores en conjunto hagan *efectivamente* trabajos *positivos* en todos y cada uno de los asuntos de carácter social, por los cambios de posición de los individuos y elementos, para desenvolver así, en la mayor escala posible, la energía potencial que haya en la agrupación social.

Veamos ahora cómo se escribiría el *Teorema de la energía* con toda generalidad. — Para esto recordemos que además de las fuerzas interiores, á que acabamos de referirnos, actuarán en general, sobre los individuos y elementos de la agrupación, *fuerzas exteriores*  $F$ , que vienen de fuera de la agrupación (1). Aplicando el *Teorema* desde un instante  $t_0$ , en que las diversas velocidades de los individuos y elementos se representen por  $v_0$ , hasta otro instante posterior  $t_1$ , en que esos mismos individuos y elementos tengan las velocidades  $v$ ; si se representan por  $F$  las fuerzas exteriores que hayan actuado en ese transcurso de tiempo  $t_1 - t_0$ , y por  $f$  las interiores, la ecuación se puede escribir así:

$$\Sigma \frac{1}{2} mv^2 - \Sigma \frac{1}{2} mv_0^2 = \Sigma T \cdot F + \Sigma T \cdot f;$$

lo cual dice: que el incremento de la energía cinética de la agrupación, desde el instante  $t_0$ , al  $t_1$ , es igual á la suma de los trabajos hechos, mediante los cambios de posición realizados en todos los individuos y elementos, por todas las fuerzas exteriores  $F$  é interiores  $f$ , que hayan actuado.

---

(1) Ya se sabe que si una agrupación social, como un Municipio, por ejemplo, está dentro de otra ú otras más comprensivas, como la región y la nación á que pertenece, las fuerzas que, emanando de individuos ó elementos de éstas, ejerzan acción sobre aquel Municipio, son *para éste* fuerzas *exteriores*; pero estas mismas fuerzas de que hablamos serían fuerzas *interiores* si se tratara de estudiar el movimiento de la agrupación regional ó nacional.



Pero se dijo anteriormente: que la energía potencial de la agrupación en el instante  $t_0$ , se apreciaba por todo el trabajo positivo que podrían hacer las fuerzas interiores  $f$ ; y que dependía de las posiciones, en el asunto, que tuvieran en este instante  $t_0$ , los individuos y elementos. Si este potencial de la agrupación para el asunto se representa por  $\Pi_0$ , y el correspondiente al instante  $t$  se representa por  $\Pi$ , según sean las nuevas posiciones en el asunto; se sabe que el trabajo hecho en ese transcurso de tiempo por todas las fuerzas *interiores*, es decir,  $\sum T \cdot f$  vale  $\Pi_0 - \Pi$ , que es la disminución que haya experimentado el potencial de la agrupación para el asunto.

En vista de esto, el *Teorema de la energía* se puede escribir así:

$$\sum \frac{1}{2} m v^2 + \Pi = \left( \sum \frac{1}{2} m v_0^2 + \Pi_0 \right) + \sum T \cdot F;$$

y enunciarse del siguiente modo:

*La energía total de una agrupación social, respecto de un asunto, en un instante cualquiera  $t_1$ , es igual á la total que tenía en un instante inicial  $t_0$ , aumentada en la suma de los trabajos que hayan hecho en ese transcurso ( $t_1 - t_0$ ) de tiempo, todas las fuerzas **exteriores** á la agrupación, actuando sobre individuos ó elementos de ésta.*

Este enunciado hace ver claramente que si las fuerzas psíquicas sociales que vengan *de fuera* de una agrupación hacen efectivamente *trabajo positivo* al actuar sobre individuos y elementos de la agrupación, este trabajo es aprovechado, porque constituye un verdadero *aumento de energía total* en la agrupación que se considera.

Y de aquí se deduce: que si una agrupación cualquiera viviese durante algún tiempo absolutamente sustraída á toda influencia exterior á ella, respecto de un asunto, el último término de la ecuación de la energía sería *nulo*, y habría, por consiguiente, *Conservación de energía total en la agrupación*. Por consiguiente, si se aumentara la energía cinética social

$$\sum \frac{1}{2} m v^2 > \sum \frac{1}{2} m v_0^2,$$

se podría asegurar, en el supuesto dicho, que — *por virtud de los cambios de posición realizados* por todos los individuos y elementos— se habría *consumido* una parte del *potencial social* de que se disponía para el asunto; y que este consumo es exactamente igual á aquel aumento de energía cinética.—É inversamente: no podría haber un aumento en la energía potencial de la agrupación *por las nuevas posiciones* en el asunto de individuos y elementos, sino á expensas —siempre en el supuesto del aislamiento de una disminución en su energía cinética, exactamente igual á aquel aumento.

Si el Teorema de *Hamilton* fuera aplicable á las fuerzas sociales, se podría decir respecto del movimiento real y efectivo de modificación de una agrupación que pasara de la posición *A* en el instante  $t_0$  á otra posición *B* (en el mismo asunto) en el instante  $t_1$ , que:

Si se comparase el movimiento real con los infinitos virtuales que se podrían concebir (respetando los enlaces) para lograr el mismo cambio de posición en el mismo tiempo; y en cualquiera de los movimientos se viesen los valores por los cuales pasa, en el tiempo, la diferencia entre las dos energías cinética y potencial; y se tomara la media de esas diferencias:

*La media en el movimiento real sería la menor posible.*

Ninguna agrupación social, en el mundo civilizado, vive hoy completamente aislada en ningún asunto, ni está por consiguiente enteramente sustraída á la acción de fuerzas exteriores, que hacen trabajos sociales, é influyen por estos trabajos en la energía total de la agrupación.

---

Si para terminar este capítulo sobre la energía, recordamos lo dicho al empezar, respecto á las transformaciones mutuas de las energías fisico-químicas, y á sus cambios directos é inversos en energías fisiológicas; así como también las varias transformaciones mutuas de éstas, y sus cambios directos é inversos en energías psíquicas; y, finalmente, si recordamos que las diversas formas de energías psíquicas se

cambian entre sí; quizá se pueda decir: Que todas las energías físicas y químicas, fisiológicas y psíquicas— así cinéticas como potenciales — [que están en tan íntimas relaciones] — son manifestaciones diversas de una sola *Energía Universal*.

Y si se admitiera que el Mundo constituido por nuestro Sol con los Planetas y sus Satélites, etc., sea un sistema aislado (aunque esto no sea realmente admisible de modo riguroso), se debería de pensar que las fuerzas de todo género que actúan en este nuestro Mundo, son fuerzas *interiores*; y si todas ellas son conservativas, debe de cumplirse en él la ley mecánica de *la Conservación de la energía universal total*. Bien entendido que en esa suma de las energías cinéticas y potenciales, habrían de ser incluidas: todas las energías físicas y químicas del mundo llamado inorgánico; todas las fisiológicas del mundo orgánico, y todas las energías del mundo psíquico. Y esto en todos los Planetas, Satélites, etc., y en nuestro Sol. Aceptada esta conclusión, ya no cabría admitir la posibilidad de la creación ni de la destrucción de parte alguna de energía ni física, ni fisiológica ni psíquica en cuerpo alguno, ni en organismo alguno.

De la cantidad invariable de Energía Universal, sólo tendrá *valor humano*— en cada instante— aquella parte que el hombre sepa y pueda aprovechar para sus fines de cualesquiera géneros que estos sean. La parte *utilizada* por el hombre (1) ha sido hasta ahora una fracción pequeñísima de la energía total; y la aspiración suprema será siempre alcanzar— para los individuos y las agrupaciones humanas— mediante las transformaciones convenientes— el mayor aprovechamiento posible de *toda la Energía* que se logre descubrir.

Pensando primeramente en las energías físicas, conviene recordar que en los procesos de sus transformaciones mutuas, una parte considerable se *disipa*, es decir, que se esparce en formas tales, que al hombre no le es posible, en

---

(1) Observa *Mr. Le Dantec* que lo *utilizable* es muy relativo, porque lo que no pueda ser aprovechado para algunos usos, podría quizá serlo para otros usos.

general, alcanzarla y recogerla, ni menos almacenarla. Por esto es muy difícil, y á veces imposible, al parecer, que esa energía disipada sea utilizable por el hombre: y es muy contraria al interés humano esa "*tendencia á la disipación de la energía mecánica en la Naturaleza*„, que decía lord Kervin. Muchos físicos eminentes estiman que la forma calorífica de la energía es de *grado* ó de calidad *inferior* á la energía mecánica; y piensan que la transformación más *natural* es la que—conservando la cantidad—cambia una forma en otra de grado inferior (por ejemplo, energía mecánica en calor). Esto es lo que se significa al hablar de la *degradación natural* de la energía; porque se piensa que las transformaciones inversas—por ejemplo de calor en energía mecánica—son *artificiales*, es decir, obtenidas por la intervención del hombre, y con gran disipación.

Se sabe que toda energía está medida por el producto de dos factores; y que para ver así la térmica, ha habido que recurrir á la noción de la *entropía*, como factor *cuantitativo*, que se multiplicara por la *temperatura* (con relación al cero absoluto) como factor *intensivo*.

La relación de magnitudes en que estén los dos factores (de una cantidad dada de energía) es muy interesante cuando se trata de aprovecharla *con un fin determinado*.—Así, por ejemplo, si se trata de la hincada de un pilote por medio del martinete, conviene que predomine el factor *cuantitativo* (*masa*), en la energía cinética de una masa *m* caída desde una altura *h*; y si se trata del proyectil disparado por un fusil, conviene que en la energía cinética predomine, por el contrario, el factor *intensivo* (*velocidad*).

Una cantidad dada de energía térmica es tanto más aprovechable (hablando en términos generales y para los usos corrientes) cuanto más elevado sea el factor *intensivo* (*temperatura*); y así el solo hecho del descenso de este factor—con el aumento consiguiente de *entropía*—hace que ya esa cantidad de energía sea menos utilizable en general, ó, como también se dice, esté *degradada*, aun conservando su magnitud.—Además, la energía térmica es muy propensa á la *disipación*; y por esto los físicos consideran la energía tér-

mica como de calidad inferior, según hemos dicho, con respecto á la mecánica, á la eléctrica, ó á la química.

En el caso *ideal* de que la entropía se conservara constante, la parte  $(Q_1 - Q_2)$  de una energía térmica  $Q_1$ , que se podría transformar en trabajo mecánico, correspondería al coeficiente de transformación  $\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$ , que sería exactamente

igual á  $\frac{T_1 - T_2}{T_1}$  según el principio de *Carnot* (1).—Pero en

las operaciones de la realidad, la entropía *aumenta*, siempre que hay conducción de calor, porque sus incrementos diferenciales son todos positivos (2).

Aplicando esta conclusión al Universo—en el cual la energía se conserva—se vería un proceso de aumento continuado de la entropía, con *disminución en las diferencias de temperatura*, lo cual, al fin, conduciría á la famosa conclusión de lord Kelvin.

(1) Se sabe que estas temperaturas han de ser medidas con relación al cero absoluto, es decir, que al número de grados centígrados hay que añadir los 273°; y por esto el aprovechamiento posible de una energía térmica que haya de transformarse en mecánica en una máquina de fuego, es tan pequeño según el principio de Carnot.

(2) En el libro de Ostwald sobre la Energía se da la siguiente demostración:

Si en un cuerpo hay energía térmica á la temperatura  $T_1$ , y en otro la hay á una temperatura inferior  $T_2$ , habrá conducción de calor de 1.º al 2.º, si  $T_1 > T_2$ , hasta que ambos lleguen, después de cierto tiempo, á la temperatura común  $T_m$   $\left. \begin{matrix} < T_1 \\ > T_2 \end{matrix} \right\}$ .—En un instante cualquiera  $t$  de ese intervalo de tiempo, cuando el primer cuerpo esté á una temperatura  $T'_1$ , y el segundo cuerpo á otra temperatura  $T'_2$  ( $T'_1 > T'_2$ ), se ve que el primer cuerpo *perderá* en el transcurso de tiempo infinitamente pequeño  $dt$ , una cantidad de calor  $dQ$ , que corresponde á la entropía  $dS'_1 = \frac{dQ}{T'_1}$ , y el segundo cuerpo *ganará* en ese mismo  $dt$ , igual cantidad  $dQ$  que corresponderá á la entropía  $dS'_2 = \frac{dQ}{T'_2}$ ; y siendo  $T'_1 > T'_2$ , se tendrá  $dS_1 < dS'_2$ ; y, por consiguiente (para el sistema de los dos cuerpos), habrá un *incremento diferencial de entropía que será positivo*.

Hecha la integración desde el instante inicial hasta el instante en que la temperatura común sea  $T_m$ , resulta un *aumento finito de entropía*.

Contra la clasificación de las diversas formas de energía física por grados ó categorías, y de las transformaciones en naturales y artificiales, protesta *Le Dantec*, por estimar que carecen de fundamento real; puesto que los agentes físicos operan también á veces las transformaciones inversas, sin la intervención del hombre, es decir, *naturalmente*, como dicen los físicos. Y este modo de hablar es además indebido, á juicio del citado biólogo, porque la intervención del hombre es tan *natural* como la de los agentes físicos (1).

Sea de ello lo que fuere, á las ciencias físicas y naturales corresponde (basándose en las leyes descubiertas) proceder á la investigación de los medios de aumentar más y más la parte de caudal de energía física y fisiológica *aprovechable para los fines humanos*; ó sea, disminuir más y más la energía disipada, no utilizada por el hombre.

Algo análogo podría decirse quizá respecto á las energías psíquicas que, conjuntamente con las físicas y fisiológicas, integran—á mi modo de ver—nuestro caudal de *energía universal*.—Se podría, tal, vez decir que no sólo hay disipación de energía en los procesos de transformación de las energías físicas, sino que también la hay en las transformaciones de las fisiológicas entre sí, ó de las psíquicas entre sí; y que hay también disipación en los cambios de energías físicas en fisiológicas ó viceversa, lo mismo que en los de energías fisiológicas en psíquicas ó viceversa.

Però así como á las ciencias físicas y naturales toca el estudio teórico y práctico concerniente á las energías físicas y fisiológicas disipadas, á la Psicología y á las ciencias sociales debería de corresponder primeramente la distinción—si fuere posible hacerla—entre los trabajos psíquico-sociales *útiles* para el desenvolvimiento racional y armónico de los individuos ó de las Sociedades, y aquella otra parte de ener-

---

(1) Siendo la energía ó capacidad de trabajo independiente de los medios de que disponga el hombre para utilizarla, observa *Le Dantec* que la degradación de que hablan los físicos no puede referirse á la energía total matemática en un sistema aislado (porque ésta no admite disminución), sino á algo que tiene una definición *puramente humana*.



gía que *se disipa*, y es consumida en trabajos inútiles ó tal vez nocivos para los individuos y las agrupaciones sociales. ¿Podrá llegarse á esa distinción que habría de ser fundamental para la Sociología?

Aunque quisiéramos usar el lenguaje de los físicos á que aludíamos antes, no se podría hablar de transformaciones *naturales* de unas energías psíquicas en otras de grado ó calidad inferior, puesto que en todas estas transformaciones aparecería siempre la intervención del hombre, y esto les daría el carácter de *artificiales*, si se hablara aquel lenguaje. Pero todo lo expuesto en estos APUNTES muestra (ya que no demuestre) cuán *naturales* son las transformaciones de energías psíquicas en la vida de los individuos y de los elementos sociales; y parece, por tanto, que no se debe de pensar en semejante clasificación para las transformaciones de las energías psíquicas.

Ya que no hablemos de transformaciones naturales ni artificiales, ni hagamos siquiera referencia á las degradaciones de energías, digamos solamente: que á la humanidad le importa muy mucho la mayor utilización racional que sea posible de las energías, así físicas como fisiológicas y psíquicas, por el hombre y para el hombre.—Consagrándose las ciencias (todas las ciencias) al descubrimiento de las leyes y á la investigación de los procedimientos adecuados para alcanzar la mayor utilización posible [disminuyendo para ello más y más la energía disipada, es decir, haciendo que los coeficientes de transformación sean los mayores posibles], contribuirán hasta donde ellas alcancen á la economía de la *Energía Universal*.

---













POTTER

W. H. POTTER

MECÁNICA

SOCIAL

D-2

416