BIBLIOTECA DEL ELECTRICISTA PRÀCTICO

CORRIENTES ALTERNAS
UNIDADES

ACH·EDITOR 2 BARCELONA

CORRIENTES ALTERNAS-UNIDADES

BIBLIOTECA DEL ELECTRICISTA PRÁCTICO

SERIE PRIMERA (Volúmenes 1 a 30)

PUBLICADA BAJO LA DIRECCIÓN

DE

D. RICARDO CARO Y ANCHÍA

LICENCIADO EN CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS, OFICIAL DE TELÉGRAFOS Y PROFESOR DE ELECTROTECNIA Y TELEGRAFÍA EN LA ESCUELA INDUSTRIAL DE TARRASA

TOMO II

Corrientes Alternas
Unidades

— POR —

D. RICARDO CARO Y ANCHÍA

PROFESOR EN LA ESCUELA INDUSTRIAL DE TARRASA

SEGUNDA EDICIÓN

«CALPE»

Compañía Anónima de Librería, Publicaciones y Ediciones

MADRID-BARCELONA

Imprenta Elzeviriana - Calle Torres Amat, 9· Barcelona

PRIMERA PARTE

Corrientes alternas

CAPÍTULO PRIMERO

NOCIONES INDISPENSABLES DE TRIGONOMETRÍA

Al escribir los tomos de esta Biblioteca, ponemos decidido empeño en suprimir toda teoría matemática, ya que pretendemos que nos lean los obreros electricistas, y en ellos no podemos suponer más conocimientos previos, que los adquiridos en las Escuelas de adultos, o en las de Artes y Oficios.

Nos atreveremos a plantear, transformar y resolver sencillas ecuaciones de primer grado con una incógnita y no emplearíamos ningún otro cálculo matemático, si no nos viéramos obligadísimos a ello. Además, en un libro de tan estrechos límites como éste, siempre queda el recurso de dar como empíricas las fórmulas cuya demostración resulte en exceso complicada.

Pero al tratar de explicar algo que con corrientes alternas se relacione, siquiera sean los más elementales principios y las más vulgares aplicaciones, no podemos prescindir de los conocimientos trigonométricos, y necesitamos, por lo menos, dar idea de lo que son el seno, el coseno y la tangente, y de sus variaciones con el arco

Muy íntima debe ser la relación entre la trigonometría y las corrientes alternas, cuando a éstas se les llama también *corrientes senoidales*.

Además, en todos los cuadros de distribución correspondientes a redes o instalaciones de corriente alterna, que tengan alguna importancia, se ven al lado de los aparatos que marcan amperios y de los que marcan voltios, otros aparatos que marcan valores de $sen\ \varphi$ o de $cos\ \varphi$, que no han de ser misteriosos enigmas para el obrero de alguna ilustración electrotécnica.

En las placas colocadas sobre alternadores y alternomotores, donde se expresan sus constantes de intensidad, tensión, revoluciones, etc., se expresa también un valor de $cos\ \varphi$.

Por fin, cuando se trata de potencias eléctricas en forma alterna, de redes de distribución, y de aparatos de utilización, se habla constantemente del $cos\ \varphi$.

Forzosamente hemos de emplear algunos conocimientos de trigonometría, siquiera sean elementalísimos, y para los lectores que no los posean, daremos a continuación las ideas indispensables, en la forma más breve y clara que podamos conseguir.

Círculo trigonométrico. *Llamaremos círculo trigonométrico o circunferencia trigonométrica, a un círculo o circunferencia de radio igual a la unidad lineal adoptada.*

Puede también adoptarse como círculo trigonométrico, uno cualquiera, con tal de adoptar como unidad lineal su radio.

De una u otra manera, resultará siempre, que las magnitudes que hemos de considerar en la circunferencia, deberán medirse en radios y fracciones de radio. Así diremos la longitud de una circunferencia trigonométrica rectificada, vale

$$C = 2\pi \times 1 = 6'2831$$

la superficie del círculo, es

$$S = \pi \times 1^2 = 3'1415$$

Cuando queramos medir en un círculo de radio R, las magnitudes definidas en un círculo de radio unidad, bastará multiplicar por el radio nuevo, si aquellas magnitudes son lineales, o por el cuadrado del radio, si las magnitudes son superficiales. De manera, que cuando el radio es R, la rectificación de la circunferencia y la superficie del círculo valdrán

$$C = 6'2831 \; R$$
$$S = 3'1415 \; R^2$$

El círculo trigonométrico, como el geométrico, se divide en cuatro cuadrantes; cada cuadrante en 90 partes iguales llamadas grados, de manera que el círculo contiene 360 grados. El grado tiene los mismos divisores que la hora, es decir, se divide en sesenta minutos y cada minuto en sesenta segundos. El valor de un arco de g grados, m minutos y s segundos, se indica de este modo:

$$g^{o} \quad m' \quad s''$$

En los estudios electrotécnicos elementales, no apreciaremos más que minutos en la medición de ángulos.

En el círculo trigonométrico (figura 1), trazaremos siempre dos diámetros perpendiculares AA' y BB' y contaremos los arcos a partir del extremo de la derecha del diámetro horizontal, es decir, del punto A. Los arcos crecientes, los tomaremos en el sentido de la flecha F, de manera que el arco AB valdrá 90°; el ABA', 180°; el $ABA'B'$ 270°, y el $ABA'B'A$ 360°.

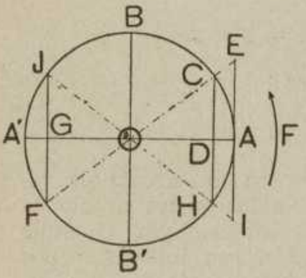

Fig. 1

Seno, coseno y tangente. *Llamaremos seno de un arco, a la perpendicular bajada desde el extremo del arco, al diámetro horizontal.* Así

(1) sen $AC = CD$

Coseno de un arco, es la distancia que media entre el centro del círculo y el pie del seno. Así

$$\cos AC = OD$$

Tangente trigonométrica de un arco, es la parte de tangente geométrica trazada en el origen del arco, comprendida entre este punto y la prolongación del radio que pasa por el extremo del arco. Así

$$\text{tang } AC = AE$$

El seno y la tangente son líneas verticales, y se consideran positivas cuando están sobre el diámetro horizontal y negativas cuando están bajo el diámetro horizontal. Así, el seno del arco AC es positivo.

$$\text{sen } AC = + CD$$

mientras el del arco $ABA'F$ es negativo.

$$\text{sen } ABA'F = - GF$$

(1) Las palabras seno, coseno y tangente, se escriben abreviadamente, sen. cos. y tang.

Del mismo modo, tendremos

$$\text{tang } AC = + AE \qquad \text{tang } ABA'B'H = - AI$$

El coseno es línea horizontal y se considera positiva, cuando está a la derecha del diámetro vertical y negativa cuando está a la izquierda. Así, se tiene

$$\cos AC = + OD \qquad \cos ABA'F = - GO$$

Variación del seno. Consideremos el arco como descrito por un punto móvil, que partiendo de la posición A, recorre la circunferencia en el sentido de la flecha F, y vamos a examinar las variaciones que experimentan las líneas trigonométricas, cuando el arco crece de 0° a 360°. Para ello analizaremos en cada posición del punto móvil los valores de las líneas trigonométricas del arco, y de la comparación con sus valores correspondientes a la posición contigua, determinaremos el sentido creciente o decreciente de las mismas.

El seno de un arco nulo es cero; si el arco crece, de manera que su extremo recorre el primer cuadrante, su seno es positivo y creciente, hasta valer 1 cuando el arco vale 90°. Si el extremo del arco avanza por el segundo cuadrante, el seno se conserva positivo, pero decrece hasta anularse cuando el arco llega a los 180°. Al entrar en el tercer cuadrante, el seno aparece negativo y creciente en valor absoluto, hasta conseguir el valor — 1 cuando el arco llega a valer 270°. Por fin, entre los 270° y los 360°, el seno se conserva negativo, pero decreciendo su valor hasta anularse nuevamente cuando el arco vale una circunferencia completa.

Del examen anterior, resultan los valores siguientes:

$$\text{sen } 0^\circ = 0 \quad \text{sen } 90^\circ = 1 \quad \text{sen } 180^\circ = 0$$
$$\text{sen } 270^\circ = -1 \quad \text{sen } 360^\circ = 0$$

Si el punto generador de arcos siguiera dando vueltas sobre la circunferencia, es decir, si los arcos fuesen mayores de 360°, los valores del seno volverían a repetirse periódicamente, ya que sólo dependen de la posición que el extremo del arco ocupe en la circunferencia.

En resumen, cuando el arco varía entre *o* e ∞ (1), el seno varía entre -1 y $+1$.

Variación del coseno. El coseno de un arco nulo, vale 1; si el arco crece de manera que su extremo recorra el primer cuadrante, su coseno es positivo y decreciente hasta anularse cuando el arco vale 90°. Si el extremo del arco avanza por el segundo cuadrante, el coseno aparece negativo y creciente en valor absoluto, hasta conseguir el valor -1 cuando el arco llega a 180°. Al entrar en el tercer cuadrante, el coseno se conserva negativo, pero decreciendo su valor absoluto hasta anularse cuando el arco alcanza el valor 270°. Por fin, entre los 270° y los 360°, el coseno es positivo y creciente hasta valer 1 cuando el arco vale una circunferencia completa.

Del examen anterior, resultan los valores siguientes:

$$\cos 0^\circ = 1 \quad \cos 90^\circ = 0 \quad \cos 180 = -1$$
$$\cos 270 = 0 \quad \cos 360^\circ = 1$$

Si el arco fuese mayor que una circunferencia, los valores del coseno se repetirían periódicamente, lo mismo que los del seno.

En resumen, cuando el arco varía entre *o* e ∞, el coseno varía entre -1 y $+1$.

(1) ∞ representa el infinito, lo más grande que puede imaginarse, mayor que cualquier cantidad dada, por grande que sea.

Variación de la tangente. La tangente de un arco nulo, es cero; si el arco crece, de manera que su extremo recorra el primer cuadrante, la tangente es positiva y creciente; cuando el arco llegue a los 90°, el radio que debe limitar la tangente trigonométrica, según la definición, resulta paralelo a la tangente geométrica, de manera que aquella queda ilimitada y se dice que su valor es infinito. Cuando el punto generador del arco, corre por el segundo cuadrante, la tangente aparece negativa y decreciente, hasta anularse cuando el arco alcanza los 180°. Los arcos que terminan en el tercer cuadrante, tienen su tangente positiva, como los del primero, y creciente con el arco hasta conseguir el valor ilimitado cuando el arco vale 270°. Entre los 270° y 360° la tangente vuelve a aparecer negativa y decreciente en valor absoluto, hasta anularse nuevamente para la circunferencia completa.

Del examen anterior, resultan los valores siguientes:

$$\operatorname{tang} 0^\circ = 0 \qquad \operatorname{tang} 90^\circ = \infty \qquad \operatorname{tang} 180^\circ = 0$$
$$\operatorname{tang} 270^\circ = \infty \qquad \operatorname{tang} 360^\circ = 0$$

y teniendo en cuenta que hay tangentes que alcanzan el valor infinito creciendo en el sentido negativo, podremos resumir la discusión anterior diciendo que cuando el arco varía entre o e ∞, la tangente cambia entre $-\infty$ y $+\infty$.

Los valores de la tangente se repetirían también periódicamente, si el arco creciera más allá de los 360 grados.

Arcos que difieren en 90° o en 180°. En la figura 2, consideremos el arco AB, que llamaremos φ para mayor brevedad; el arco $ABCD$ que vale $\varphi + 90°$, y el $ABCDEF$ que es $\varphi +$

180°. Es evidente que son iguales los tres triángulos rayados en la figura OGB, ODH y OIF, luego podremos igualar sus catetos mayores

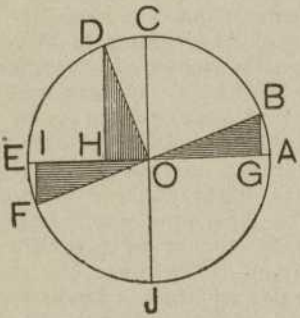

Fig. 2

$$OG = DH = OI$$

y sus catetos menores

$$BG = OH = IF$$

Teniendo en cuenta las líneas trigonométricas representadas por estos catetos y los signos que les corresponden según sus posiciones relativas a los diámetros EA y CJ, las dos series de cantidades iguales se podrán escribir así:

$$\cos\varphi = \operatorname{sen}(\varphi + 90^\circ) = -\cos(\varphi + 180^\circ)$$
$$\operatorname{sen}\varphi = -\cos(\varphi + 90^\circ) = -\operatorname{sen}(\varphi + 180^\circ)$$

Arcos que suman 90° ó 180°. Consideremos en la figura 3 los arcos $AB = \varphi$, $ABC = 90 - \varphi$ y $ABCDE = 180^\circ - \varphi$.

Es evidente que son iguales los triángulos rayados en la figura OBI, OCH y OEG, podremos por lo tanto igualar sus catetos mayores y sus catetos menores.

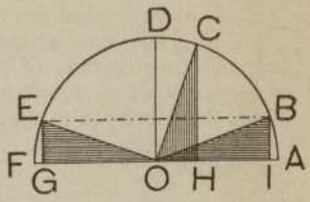

Fig. 3

$$OI = CH = GO$$
$$BI = OH = EG$$

y teniendo en cuenta los valores y signos de estos segmentos

$$\cos\varphi = \operatorname{sen}(90^\circ - \varphi) = -\cos(180^\circ - \varphi)$$
$$\operatorname{sen}\varphi = \cos(90 - \varphi) = \operatorname{sen}(180 - \varphi)$$

Dos arcos que sumados valen 90°, se llaman *complementarios*, y dos arcos que sumados valen 180°, se llaman *suplementarios*.

Así, son complementarios los arcos AB y ABC, porque su suma vale $90^\circ = AD$, y son suplementarios los arcos AB y $ABCDE$, puesto que sumados valdrían $180^\circ = AF$.

Las igualdades últimas nos dicen:

1.° *Si dos arcos son complementarios, el seno del uno es coseno del otro, y el seno de éste es coseno del primero.*

2.° *Si dos arcos son suplementarios, sus cosenos son iguales y de signo contrario, y sus senos son iguales y del mismo signo.*

Relaciones entre seno, coseno y tangente. En el triángulo OCD de la figura 4, se verifica la relación pitagórica

$$\overline{OD}^2 + \overline{DC}^2 = \overline{OC}^2$$

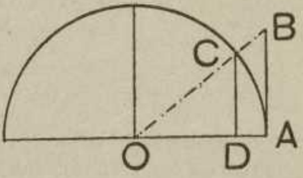

Fig. 4

Recordando los valores de estos segmentos en el círculo trigonométrico, se tiene

$$\cos^2\varphi + \operatorname{sen}^2\varphi = 1$$

En los triángulos semejantes OAB y ODC es evidente la relación

$$\frac{AB}{OA} = \frac{CD}{OD}$$

Substituyendo valores y suprimiendo el denominador 1 del primer quebrado, se obtiene

$$\text{tang } \varphi = \frac{\text{sen } \varphi}{\cos \varphi}$$

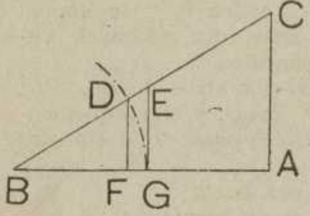

Fig. 5

Relaciones en el triángulo rectángulo. Para conocer las líneas trigonométricas de los ángulos agudos del triángulo rectángulo ABC (figura 5) trazaremos una circunferencia de radio $1 = BD = BG$, haciendo centro en B; y refiriéndonos a esta circunferencia, tendremos

$$DF = \text{sen } B \qquad BF = \cos B$$
$$EG = \text{tang } B$$

Evidentemente, son semejantes los triángulos ABC, GBE y FBD que nos darán las relaciones

$$\overset{\text{sen}}{\left(\frac{AC}{BC}\right)} = \frac{DF}{BD} \qquad \overset{\text{cos}}{\left(\frac{AB}{BC}\right)} = \frac{BF}{BD} \qquad \overset{\text{tag}}{\left(\frac{AC}{AB}\right)} = \frac{EG}{BG}$$

y substituyendo los valores conocidos, después de suprimir los denominadores 1 de los segundos quebrados, resulta

$$\frac{AC}{BC} = \text{sen } B \qquad \frac{AB}{BC} = \cos B \qquad \frac{AC}{AB} = \text{tang } B$$

o quitando denominadores

$$AC = BC \text{ sen } B \qquad AB = BC \cos B$$
$$AC = AB \text{ tang } B$$

igualdades que nos dicen:

1.º *Un cateto es igual a la hipotenusa, multiplicada por el seno del ángulo opuesto.*

2.º *Un cateto es igual a la hipotenusa, multiplicada por el coseno del ángulo comprendido.*

3.º *Un cateto es igual al otro cateto, multiplicado por la tangente del ángulo opuesto al primero.*

Proyección ortogonal. *Se llama proyección ortogonal de un punto sobre una recta, el pie de la perpendicular bajada desde el punto a la recta.* Así, en la figura 6, la proyección del punto A sobre la recta XY, es el punto A', pie de la perpendicular bajada desde el punto a la recta.

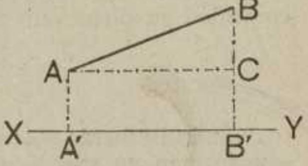

Fig. 6

Se llama proyección ortogonal de un segmento rectilíneo, sobre un eje cualquiera, la distancia entre las proyecciones de sus extremos. Así, en la figura 6, la proyección de AB sobre el eje XY, es la distancia $A'B'$ entre las proyecciones de sus extremos.

Es fácil relacionar la proyección de un segmento, con la longitud del mismo segmento.

En la figura 6, tracemos por A una paralela al eje XY, y es evidente que la proyección $A'B'$ será igual a AC. Pero AC es un cateto del triángulo rectángulo ABC, luego

$$\text{Proy. } AB = AC = AB \cos. BAC$$

o llamando l a la longitud del segmento y φ al ángulo que forma con el eje XY, tendremos finalmente

$$\text{Proy. } l = l \cos \varphi$$

luego *la proyección de un segmento, sobre un eje, es* *siempre igual al producto del segmento por el cos. del ángulo que forma con el eje.*

Definición general de trabajo. Cuando definimos primeramente el trabajo (tomo I, capítulo II), dijimos que era el producto de la fuerza por el camino recorrido por el cuerpo, pero limitando la definición al caso en que la fuerza y el camino coinciden en dirección

$$j = f.s$$

Cuando la fuerza y el camino no coinciden, sino que forman un ángulo φ, al segundo miembro de la igualdad anterior debe agregarse el factor $\cos \varphi$ y la definición completa del trabajo es

$$j = f.s. \cos \varphi$$

que puede escribirse de dos maneras, uniendo el factor $\cos \varphi$ a uno cualquiera de los factores f o s, así

$$j = f \times s. \cos \varphi \qquad j = s \times f \cos \varphi$$

Recordando la definición de proyección, las dos igualdades anteriores nos dan las siguientes definiciones de trabajo

$$j = f \times \text{proy. } s \qquad j = s \times \text{proy. } f$$

1.º *Trabajo es el producto de la fuerza por la proyección del camino sobre la dirección de la fuerza.*

2.º *Trabajo es el producto del camino por la proyección de la fuerza sobre la dirección del camino.*

Si en las figuras 11 y 12, OA es el camino recorrido por el cuerpo, y OB es la fuerza que lo mueve, la figura 12 nos dará para expresión del trabajo, según la primera definición

$$j = OB \times OC$$

y la figura 11, según la segunda definición, nos dará también

$$j = OA \times OC$$

Movimiento sin trabajo. Para que el trabajo sea nulo debe ser cero uno de los tres factores f, s, o $\cos \varphi$. Si no fuesen nulos f ni s, forzosamente debería serlo $\cos \varphi$, y para que el coseno sea cero el arco ha de valer 90 grados; luego *cuando una fuerza actúa sobre un punto que se mueve y no produce ningún trabajo, puede asegurarse que la fuerza es perpendicular al camino recorrido por el punto.* Esto es lo que hemos dicho de las líneas de fuerza respecto a las superficies equipotenciales (tomo I, capítulo II).

Tabla de senos, cosenos y tangentes. A continuación damos los valores de los senos, cosenos y tangentes correspondientes a los ángulos de uso más frecuente en electrotecnia.

Grados	Seno	Coseno	Tangente
0	0,00000	1,00000	0,00000
1	0,01745	0,99985	0,01764
5	0,08716	0,99619	0,08749
10	0,17365	0,98481	0,17633
15	0,25882	0,96593	0,26795
20	0,34202	0,93969	0,36397
25	0,42263	0,90631	0,46631
30	0,50000	0,86603	0,57735
35	0,57358	0,81915	0,70021
40	0,64279	0,76604	0,83910
45	0,70711	0,70711	1,00000
50	0,76604	0,64279	1,19175
55	0,81915	0,57358	1,42815
60	0,86603	0,50000	1,73205
65	0,90631	0,42263	2,14451
70	0,93969	0,34202	2,74748
75	0,96593	0,25882	3,73205
80	0,98481	0,17365	5,67128
85	0,99619	0,08716	11,43005
90	1,00000	0,00000	∞

CAPÍTULO II

CORRIENTES ALTERNAS, SENOIDALES Y NO SENOIDALES

Generación de corrientes. Las corrientes eléctricas, y con ellas la energía eléctrica, se obtienen hoy transformando la energía química o transformando la energía mecánica. El primer procedimiento, que comprende las pilas y los acumuladores en descarga, produce la corriente eléctrica en condiciones poco económicas cuando se trata de grandes potencias. El segundo procedimiento, la transformación de energía mecánica en energía eléctrica, es el único aceptado industrialmente como fundamental para la construcción de generadores de grandes potencias eléctricas.

En este capítulo, vamos a tratar de los principios sobre los cuales se funda el funcionamiento de las dínamos y de los alternadores.

Recordemos, en primer lugar (tomo I, capítulo IX), que *para que aparezca en un circuito una corriente eléctrica, es necesario que sea variable el flujo magnético cortado por el circuito.*

Para conseguir esta variación de flujo podemos hacer variar el campo magnético; podemos hacer variar la forma o tamaño del circuito, o podemos hacer variar la posición relativa del circuito y del campo magnético. Este último procedimiento es el aceptado exclusivamente en dínamos y alternadores.

Veamos la disposición práctica.

Fuerza electromotriz senoidal. Consideremos una espira plana formada por un solo hilo metálico cerrado en sí mismo, que se mueve en un campo uniforme girando alrededor de un eje normal a la figura en O (fig. 7).

Cuando el plano de la espira coincide con el eje XY, por el interior de la misma atraviesa un máximo de flujo magnético, es decir, un número máximo de líneas de fuerza, como las representadas en la figura, normalmente al eje XY.

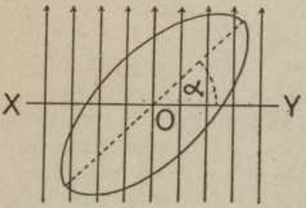

Fig. 7

Pero observemos que cuando la espira empiece a girar, esto es, cuando el ángulo α empiece a abrirse, hay un momento durante el cual el flujo no varía, luego en la posición horizontal de la espira el valor absoluto del flujo es máximo, pero la variación del flujo es mínima. Como la fuerza electromotriz engendrada depende de la variación de flujo y no de su valor absoluto, resulta que *en la posición horizontal de la espira la fuerza electromotriz es mínima.*

A medida que el ángulo α va aumentando, el flujo que pasa por el interior de la espira va disminuyendo, pero el número de líneas cortadas, es decir, la variación del flujo va siendo más rápida, luego *la fuerza electromotriz crece con el ángulo* α.

Cuando el plano de la espira llegue a ser perpendicular al eje XY, el flujo por el interior de la espira es un mínimo, pero la variación de flujo es más rápida que nunca, luego *la fuerza electromotriz es máxima cuando* $\alpha = 90^o$.

Entre los 90° y los 180°, el flujo por el interior de la espira vuelve a aumentar y la variación de flujo es cada vez menos rápida, hasta anularse cuando $\alpha = 180^{\circ}$, luego *la fuerza electromotriz decrece después de los* 90° *y llega a anularse cuando* $\alpha = 180^{\circ}$.

En los 180° tenemos la espira perfectamente invertida respecto a su posición inicial, luego, de los 180° a los 360°, volverán a repetirse las mismas variaciones de flujo y de fuerza electromotriz que entre los 0° y 180°, pero con signo contrario, es decir, *después de los* 180° *nace una fuerza electromotriz negativa, comparada con la primera, que crece hasta los* 270°, *decrece después de este ángulo, y llega a anularse cuando* $\alpha = 360^{\circ}$.

Las variaciones sufridas por la fuerza electromotriz que nace en la espira y que quedan subrayadas en los párrafos anteriores, hacen ver que *esta fuerza electromotriz sigue las mismas vicisitudes que el seno del ángulo* α.

Si llamamos a a la velocidad angular correspondiente al movimiento uniforme de rotación que anima a la espira, es evidente que el ángulo α, en un tiempo t, alcanzará un valor $\alpha = at$, y podremos decir que *la fuerza electromotriz que nace en la espira varía como el seno de* at.

Además, la fuerza electromotriz de inducción hemos visto (tomo I, capítulo IX) que tenía por expresión

$$\frac{\mathcal{N}}{t};$$

según ella, es evidente, que la fuerza electromotriz inducida en la espira debe ser *proporcional al flujo* $\mathcal{N}$ que pasa por su interior, y que su valor será tanto mayor cuanto menor sea el tiempo t empleado; es decir, tanto mayor cuando *más grande sea la velocidad angular,* a, con que se mueva.

Recordando que el flujo $\mathcal{N}$ (tomo I, capítulo III) tiene por expresión

$$\mathcal{N} = \mathcal{H}s$$

espira = vuelta

y teniendo en cuenta las condiciones subrayadas en párrafos anteriores, podemos establecer como fórmula de la fuerza electromotriz en un momento cualquiera t, la siguiente

$$e = \mathcal{H}sa \text{ sen } at = \mathcal{N}a \text{ sen } at,$$

que por depender de un seno se le llama *fuerza electromotriz senoidal.*

El valor máximo E_0 de la fuerza electromotriz, corresponde al valor del ángulo $at = 90^{\circ}$, ya que el seno de 90° vale 1, en tal caso se tiene

$$E_0 = \mathcal{H}sa = \mathcal{N}a$$

Con este valor puede escribirse la fórmula de e, así:

$$e = E_0 \text{ sen } at$$

Representación geométrica de la fuerza electromotriz. Puede darse una interpretación geométrica a la fórmula anterior, que permita determinar el valor instantáneo de la fuerza electromotriz en un momento cualqueira.

Dibujemos para ello una circunferencia de radio E_0 (fig. 8), y admitamos que el radio Oo gira

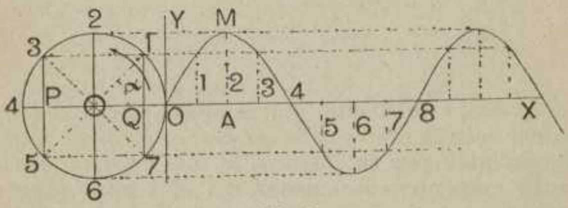

Fig. 8

alrededor del centro, en el sentido de la flecha, con un movimiento uniforme de velocidad angular a.

En un momento cualquiera, $O1$, por ejemplo, el ángulo girado será at, y *la perpendicular* $1Q$ *bajada desde el extremo del radio al diámetro horizontal*, será

$$1Q = O1 \text{ sen } \alpha = E_0 \text{ sen } at$$

luego *representará exactamente, en magnitud y en signo, la fuerza electromotriz senoidal correspondiente al tiempo* t, es decir, nos dará el valor instantáneo de la fuerza electromotriz.

Construcción de curvas. Otro estudio gráfico puede hacerse de las corrientes alternas, que da aún más clara idea de las variaciones que experimentan con el tiempo la fuerza electromotriz o la intensidad.

Para la construcción de estos interesantes gráficos se fijan dos ejes OX y OY (fig. 8) perpendiculares entre sí, que se llaman respectivamente *eje de abscisas y eje de ordenadas*. Se determina la posición de un punto M en el plano YOX, mediante su *abscisa* OA y su *ordenada* MA, o sea, su *distancia* al eje OY y su *altura* sobre el eje OX.

Para poder determinar puntos de los cuatro cuadrantes, se da signo a las abscisas y ordenadas, mediante los convenios siguientes: *Partiendo de* O, *son positivas las abscisas medidas hacia la derecha y negativas las medidas hacia la izquierda. Partiendo de* O, *son positivas las ordenadas medidas hacia arriba y negativas las medidas hacia abajo.*

Curva de la fuerza electromotriz. Con arreglo a los convenios anteriores, propongámonos construir un gráfico o curva de la fuerza electromotriz senoidal

$$e = E_0 \text{ sen } at,$$

es decir, una curva cuyos puntos tengan por abcisas los valores de t a partir de un momento cualquiera, y por ordenadas los valores instantáneos de e, correspondientes a aquellos tiempos.

Prolonguemos el diámetro horizontal para que nos sirva de eje de las abscisas, y tracemos una tangente OY, que nos sirva de eje de las ordenadas. Dividamos la circunferencia en un número cualquiera de partes iguales, en ocho, por ejemplo, y señalemos sobre el eje de abscisas el mismo número de partes iguales, que serán fracciones del tiempo empleado por la espira giratoria (fig. 7) en dar una vuelta completa alrededor de su eje.

Sobre cada una de las abscisas 0, 1, 2, ... 8, levantemos una ordenada, que en magnitud y en signo sea igual al seno correspondiente de las divisiones 0, 1, 2, ... 8 de la circunferencia.

Los extremos de estas ordenadas determinan una curva llamada *senoide o sinusoide*, cuyas inflexiones marcan perfectamente las variaciones de la fuerza electromotriz con el tiempo.

Definiciones. Teniendo a la vista la figura 7 y la fórmula

$$e = E_0 \operatorname{sen} at$$

vamos a establecer importantes definiciones relativas a la fuerza electromotriz senoidal, que tendrán también aplicación a la corriente.

PULSACIÓN *es el valor* a *de la velocidad angular con que gira la espira en el campo magnético inductor.*

PERÍODO *es el tiempo que tarda la fuerza electromotriz en tener dos veces el mismo valor y signo,* o bien, *el tiempo que tarda la espira giratoria en dar una vuelta completa,* o también, *el tiempo representado por la abscisa* 0-8 *de la figura* 8.

Llamando T al tiempo del período, el ángulo aT debe ser una vuelta completa, luego

$$aT = 2\pi \quad \text{o} \quad T = \frac{2\pi}{a}$$

ALTERNANCIA *es el cambio de signo de la corriente.* En la espira giratoria se verifica una alternancia, cuando su plano es normal a las líneas de fuerza del campo magnético. En la curva senoide se ven alternancias en las abscisas 0, 4, 8, ... que corresponden a los cambios de signo de las ordenadas.

Cada período contiene dos alternancias.

FRECUENCIA *es el número de períodos por segundo,* luego, llamando f a la frecuencia, tendremos su valor partiendo un segundo por el tiempo T empleado en dar una vuelta:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{a}{2\pi}$$

lo cual permite escribir la pulsación así:

$$a = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

FASE *es el estado de la fuerza electromotriz en un momento cualquiera.* Este estado viene dado por el ángulo at, por lo cual a este ángulo se le llama *ángulo de fase.*

AMPLITUD *es el valor máximo E_0 de la fuerza electromotriz.* En la espira giratoria, diremos que amplitud es la fuerza electromotriz cuando el plano de la espira es paralelo a las líneas de fuerza del campo inductor. En la curva senoide, la amplitud es la mayor ordenada MA.

Corriente senoidal. A una fuerza electromotriz senoidal debe corresponder una intensidad igualmente senoidal, cuyas variaciones se sucedan con igual rapidez que las de la fuerza electromotriz. Lo que no puede asegurarse es que las variaciones de una y otra coincidan en fase en cualquier momento. Supongamos que entre los ángulos de fase existe una diferencia φ, y podremos poner

$$i = I_0 \operatorname{sen} (at + \varphi)$$

En vista de esta fórmula, podríamos establecer para la corriente las mismas definiciones establecidas para la fuerza electromotriz, de pulsación, período, alternancia, frecuencia, fase y amplitud.

La representación gráfica de las variaciones de intensidad se conseguirá del mismo modo que cuando se trataba de la fuerza electromotriz; pero si tratásemos de representar a la vez ambos elementos, el radio giratorio que nos determinase en cada momento la corriente, estaría separado del que nos determinase la fuerza electromotriz, siempre por un ángulo φ.

Efectos de la autoinducción y de la capacidad. En el tomo I, capítulo IX, al estudiar la autoinducción, dijimos que el efecto sobre las corrientes es dificultar el establecimiento de la corriente normal cuando ésta se inicia, y prolongar el efecto de la corriente cuando ésta tiende a cesar.

Tratándose de corriente continua, la autoinducción produce un período variable de establecimiento del circuito, que cesa en cuanto el flujo magnético creado por la autoinducción alcanza un valor constante.

Pero tratándose de corrientes alternas, que se inician y cesan gran número de veces por segundo (según la frecuencia), la autoinducción produce su efecto retardador en todas las alternancias, dando finalmente por resultado *un retraso de fase de la corriente respecto a la fuerza electromotriz.*

Materializando estos fenómenos podemos decir que la corriente alterna, al encontrarse frente a una autoinducción, se detiene, como dudando si penetrar o no penetrar en ella, y, con esto, retrasa su fase.

El efecto de la capacidad sobre la corriente alterna es completamente opuesto al efecto de la autoinducción.

En primer lugar, un condensador intercalado en un circuito de corriente continua es una interrupción infranqueable; pero el mismo condensador, intercalado en un circuito de alterna, es franqueado completamente por los efectos de la corriente. En efecto, sean LL' (figura 9) los dos conductores que comunican con un generador cualquiera de corriente alterna.

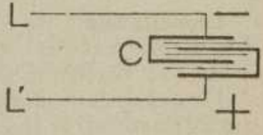

Fig. 9

Durante el primer cuarto de período, el hilo L oficia de polo positivo y el L' de negativo, y las armaduras del condensador C se cargan con estos mismos signos. Durante el segundo cuarto de período, la tensión del generador baja acercándose a cero, y entonces mantiene la tensión en el conductor la carga de la armadura. Durante el tercer cuarto se cargan nuevamente las armaduras del condensador, pero con signos contrarios que en el primer caso, y así sucesivamente.

Se ve, pues, claramente que el condensador intercalado en un circuito no es un impedimento para la circulación de corriente cuando ésta es alterna. En Telefonía, cuando estudiemos las más recientes centrales telefónicas, veremos cuánto partido se ha sacado de este principio.

Cuando la fuerza electromotriz que anima al circuito es alterna, se produce un cambio continuo de energía entre el generador y el condensadòr. Mientras el generador tiene una fuerza electromotriz superior a la diferencia de potencial existente entre las armaduras del condensador, el generador da energía al condensador. En cambio, cuando la diferencia de potencial del condensador es superior a la fuerza electromotriz del generador, el condensador descarga sobre el generador. Se ve, pues, que el condensador ayuda al generador para facilitar la circulación de corriente por el circuito, y, en efecto, *la capacidad de un circuito adelanta la fase de la corriente alterna que circule por él.*

Capacitancia. Se llama capacitancia al efecto producido por una capacidad en un circuito recorrido por corriente alterna.

La capacidad, como ya hemos dicho, determina un adelanto en la fase de la corriente. Supongamos que esta capacidad está constituída por un verdadero condensador de C faradios, es decir, por dos armaduras metálicas separadas por un dieléctrico. Si las armaduras estuvieran unidas metálicamente, la capacidad del condensador sería infinita, como es infinita la cantidad de agua que puede entrar en una vasija agujereada en su fondo; pero esta *capacidad infinita* no produciría efecto *alguno* sobre la corriente alterna que la atravesase, luego podemos establecer que *la capacitancia es inversamente proporcional a la capacidad.*

De otra circunstancia depende también la capacitancia y es de la pulsación de la corriente.

Puesto que la capacitancia es un intercambio de potencia entre el condensador y el generador, cuando la corriente sea rápidamente alternativa, escaseará el tiempo necesario para este intercambio de potencia y el efecto de la capacidad será menos sensible. Resulta, pues, que *la capacitancia es también inversamente proporcional a la pulsación de la corriente.*

De las dos deducciones últimas, resulta como expresión de la capacitancia, la fórmula siguiente:

$$X = \frac{1}{ac}$$

Reactancia. El retraso de fase producido por una autoinducción intercalada en un circuito, se hace sentir precisamente en los momentos de las alternancias, luego su efecto total será tanto mayor cuanto mayor sea el número de alternancias, es decir, cuanto más deprisa marche la espira giratoria. Podemos, pues, sentar que *el efecto de autoinducción es directamente proporcional a la pulsación* a *de la corriente.*

Es también evidente que *el efecto que estúdiamos depende directamente del coeficiente de autoinducción o selfinducción* $\mathcal{L}$ *del circuito.*

Al efecto de autoinducción se le llama *reactancia,* y, conforme con los dos principios sentados en los párrafos anteriores, podemos poner

$$Y = a\mathcal{L} \qquad = 2\pi f L$$

Impedancia. Puesto que la capacidad adelanta la fase de la corriente y la autoinducción la retrasa, en un circuito con capacidad y autoinducción la fase de la corriente resultará adelantada o retrasada en definitiva, según domine el efecto de capacidad o el de autoinducción.

Como se ve, la variación en la fase de la corriente será diferencial y podrá expresarse por

$$X - Y = \frac{1}{ac} - a\mathcal{L}$$

En el caso de las corrientes continuas, para una tensión dada, la intensidad se alteraba solamente por el efecto de la resistencia, según hace ver la ley de Ohm (tomo I, capítulo VI)

$$I = \frac{E}{R}$$

pero cuando la corriente es alterna, influyen sobre la corriente la resistencia R y los efectos combinados de capacitancia y reactancia $X - Y$.

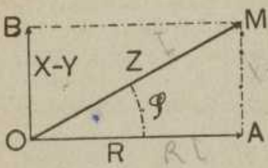

Fig. 10

Estas dos causas R y $(X - Y)$ se tratan como si fuesen dos fuerzas aplicadas a un punto O (fig. 10) del conductor, y se componen, como tales fuerzas, mediante el rectángulo OM, según nos enseña la mecánica más elemental.

La resultante, $OM = Z$, es la diagonal del cuadrilátero o la hipotenusa del triángulo rectángulo construído sobre R y $X - Y$ como catetos. Su valor será, por lo tanto,

$$Z = \sqrt{R^2 + (X - Y)^2} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{ac} - a\mathcal{L}\right)^2}$$

Este valor toma el nombre de *resistencia aparente* para corrientes alternas, porque es para ellas lo mismo que la resistencia ordinaria para las corrientes continuas. Para evitar confusiones, cuando se trata de circuitos con corriente alterna se llama *resistencia óhmica*, a la que es por completo independiente de la capacitancia y de la reactancia, esto es, al valor R, y se llama *impedancia* a la resistencia aparente Z. Se ve fácilmente que la impedancia se convierte en resistencia óhmica, cuando desaparecen los efectos de capacitancia y reactancia.

Intensidad máxima. Es evidente que el máximo de intensidad corresponderá al máximo de fuerza electromotriz y lo obtendremos aplicando la ley de Ohm a la corriente alterna, pero substituyendo la resistencia por la impedancia. Tendremos

$$I_0 = \frac{E_0}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{ac} - a\mathcal{L}\right)^2}} = \frac{E_0}{Z} \qquad [1]$$

A la inversa de la impedancia, esto es, a

$$\frac{1}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{ac} - a\mathcal{L}\right)^2}} = \frac{1}{Z}$$

se le llama *admitancia*; del mismo modo que a la inversa de la *resistencia* se le llama *conductancia*. (Tomo I, capítulo VI).

Desfasaje. Volvamos a la figura 10, que nos ha servido para la determinación de Z, y vemos, evidentemente, que si no hubiera efectos de capacidad ni autoinducción ($X = o$ $Y = o$), o bien, si estos efectos estuviesen compensados ($X = Y$), la impedancia Z coincidiría con la resistencia R; como también coincidirían la corriente y la fuerza electromotriz, ya que no existiendo o estando compensados los efectos de autoinducción y capaacidd no habría retraso ni adelanto en la corriente. El ángulo MOA que forma Z con R es el ángulo*n*de *desfasaje entre la fuerza electromotriz y la inte* φ *sidad*.

Aplicando el 2.º teorema de la página 15, al triángulo MOA, nos da

$$R = Z \cos \varphi \qquad \text{o} \qquad Z = \frac{R}{\cos \varphi} \qquad (a)$$

valor que permite modificar el de I_0 hallado en la fórmula [1]. Puede ponerse

$$I_0 = \frac{E_0}{R : \cos \varphi} = \frac{E_0}{R} \cos \varphi$$

El valor del *cos.* φ deducido de la fórmula (*a*), es

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{ac} - a\mathcal{L}\right)^2}}$$

que dividiendo por R, numerador y denominador del último miembro, se convierte en

$$\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{acR} - \frac{a\mathcal{L}}{R}\right)^2}}$$

Si en el mismo triángulo MOA aplicamos el 3.º teorema de la página 15, resulta la igualdad

$$MA = R \operatorname{tang} \varphi$$

que permite determinar la tangente

$$\operatorname{tang} \varphi = \frac{MA}{R} = \frac{1}{R}\left(\frac{1}{ac} - a\mathcal{L}\right) = \frac{1}{acR} - \frac{a\mathcal{L}}{R} \quad [2]$$

Constantes medias. En la figura 8, representación gráfica de las variaciones que experimenta la fuerza electromotriz o la intensidad, se puede ver cómo el valor instantáneo de estas cantidades varía en cada momento. Esta variación hace que los efectos de una fuerza electromotriz o de una corriente, senoidales, se puedan apreciar mejor por sus *constantes medias* o por sus *constantes eficaces* que por sus valores instantáneos.

Se conoce con el nombre de *fuerza electromotriz media, a la media aritmética de los valores que toma la fuerza electromotriz senoidal durante medio período*; es decir, al promedio de las ordenadas comprendidas entre 0 y 4 ó 4 y 8 de la figura 8.

Se define también la fuerza electromotriz media, como *relación entre la máxima y el ángulo* $\frac{\pi}{2}$ *girado por la espira para alcanzar esta máxima.* El cálculo demuestra que ambas definiciones coinciden y la segunda nos permite escribir

$$E_m = \frac{E_0}{\frac{\pi}{2}}$$

Recordemos que hemos llamado E_0 al producto $\mathcal{H}sa$. Recordemos también (tomo I, capítulo II) que siendo $\mathcal{H}$ la intensidad del campo magnético inductor s y la superficie de la espira, el producto $\mathcal{H}s$ es el flujo magnético $\mathcal{N}$ cortado por la espira, y, con todo esto, podemos modificar la expresión de la fuerza electromotriz media, escribiendo

$$E_m = \frac{\mathcal{N}a}{\frac{\pi}{2}} = \frac{\mathcal{N}}{\frac{\pi}{2\,a}}$$

El denominador $\frac{\pi}{2\,a}$, es la cuarta parte del período $\left(T = \frac{2\,\pi}{a}\right)$, luego finalmente

$$E_m = \frac{\mathcal{N}}{\frac{T}{4}}$$

Observemos que la espira móvil de la figura 7, en un cuarto de vuelta, o sea, durante un cuarto de período, corta todo el flujo que puede atravesar su superficie. De esta observación y de la fórmula anterior, se deduce una tercera definición de la fuerza electromotriz media.

Diremos que *fuerza electromotriz media, es la relación entre el flujo cortado por la espira móvil y el tiempo empleado en cortarlo.*

Buscando el valor de $\frac{\pi}{2}$, y de su inversa $\frac{2}{\pi}$ resulta la relación numérica entre las fuerzas electromotrices media y máxima:

$$E_m = 0'6366\,E_0 \qquad \text{y} \qquad E_0 = 1'5708\,E_m$$

Por analogía, *llamaremos intensidad media a la media aritmética de los valores que toma la intensidad senoidal durante medio período.*

Ajustándonos a la segunda definición de fuerza electromotriz media, diremos también que *intensidad media es la relación entre la máxima y el ángulo girado por la espira para alcanzarla*

$$I_m = \frac{I_0}{\frac{\pi}{2}}$$

La tercera definición de fuerza electromotriz media, no se presta a extenderla a la intensidad media.

La relación numérica entre las intensidades media y máxima, es:

$$I_m = 0'6366\,I_0 \qquad \text{y} \qquad I_0 = 1'5708\,I_m$$

Constantes eficaces. *Llamaremos intensidad eficaz de una corriente alterna, a la intensidad de una corriente continua que produzca iguales efectos que la alterna de que se trata, circulando el mismo tiempo que ella.*

Si nos fijamos, por ejemplo, en el efecto Joule, observaremos la temperatura alcanzada por un hilo resistente al cabo de cierto tiempo de estar sometido a la corriente alternativa; substituiremos luego la corriente alterna por una continua, regulada con la condición de que al cabo del mismo tiempo produzca en el mismo hilo resistente igual elevación de temperatura. La intensidad constante de la corriente continua, será la *intensidad eficaz* de la corriente alterna.

Procediendo experimentalmente, como acabamos de indicar, o investigando mediante el cálculo matemático superior, se llega a determinar la intensidad eficaz, que para una corriente alterna cualquiera, es siempre igual *al valor instantáneo de la intensidad senoidal, cuando la espira giratoria ocupa una posición intermedia entre las correspondientes al cero y al máximo*; es decir, cuando el ángulo α, de la figura 7, vale 45°.

Según esto, representando por I la intensidad eficaz, tendremos

$$I = I_0 \operatorname{sen} 45^\circ$$

y buscando el valor de sen. 45° en la tabla del capítulo I, resulta

$$I = 0'7071\, I_0 \qquad \text{y} \qquad I_0 = 1'414\, I$$

Por analogía, *llamaremos fuerza electromotriz eficaz al valor de la senoidal que corresponde a una posición de la espira giratoria, intermedia entre el cero y el máximo*. Así

$$E = E_0 \operatorname{sen} 45^\circ = 0'7071\, E_0 \qquad E_0 = 1'414\, E$$

Relación entre constantes máximas, medias y eficaces. Para mayor claridad en las fórmulas que sucesivamente vayamos hallando o necesitando recordar, convengamos desde ahora para todo lo que siga en este tomo, en representar los valores instantáneos por letras minúsculas, e, i;

los valores máximos, por mayúsculas con subíndice o, E_0, I_0; los valores medios, por mayúsculas con subíndice *m*, E_m, I_m; los valores eficaces, por letras mayúsculas sin subíndice, E, I.

Conocemos ya las relaciones entre constantes medias y máximas, y eficaces y máximas, podemos fácilmente hallar las relaciones entre medias y eficaces. Así

$$E_m = 0'6366\, E_0 \qquad E = 0'7071\, E_0$$

y dividiendo la primera por la segunda, o la segunda por la primera, se halla

$$E_m = 0'9\, E \qquad E = 1'11\, E_m$$

Todas las fórmulas anteriores, demuestran que las constantes eficaces son proporcionales a las máximas, y, del mismo modo, las constantes medias lo son también a las máximas; luego si hemos establecido una fórmula [1]

$$I_0 = \frac{E_0}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{ac} - a\mathcal{L}\right)^2}}$$

del mismo modo podremos establecer que

$$I_m = \frac{E_m}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{ac} + a\mathcal{L}\right)^2}}$$

$$\mathrm{I} = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{ac}\, a\mathcal{L}\right)^2}}$$

Potencia de una corriente alternativa. La potencia de una corriente eléctrica, la hemos definido (Tomo I, capítulo VI) como producto de la intensidad por la tensión. Cuando la corriente es continua, ambas causas de la potencia son concordantes, obran al unísono, y su efecto es igual al producto de ambas; pero cuando la corriente es alternativa, hemos visto que entre la intensidad y la tensión hay un desfasaje, un desacuerdo, podríamos decir, y, por lo tanto, su efecto no debe ser igual al producto de ambas causas, sino que debe depender de este desacuerdo representado por un factor que depende del ángulo φ.

Veamos cómo influye el ángulo φ en el valor de la potencia.

Si tuviéramos $\varphi = o$, estaríamos en el caso de la corriente continua, y la potencia tendría por expresión

$$W = VI \qquad \text{o} \qquad W = EI$$

A medida que φ crece, debe decrecer la potencia, ya que va siendo mayor el desacuerdo entre los factores.

Si llegásemos a tener $\varphi = 90^{\circ}$, la potencia se anularía, porque estando la intensidad y la tensión en cuadratura, cuando el primer factor alcanza su máximo, el segundo es nulo por estar en su alternancia y recíprocamente.

De esta discusión resulta, que el factor que debe agregarse al producto VI para completar la expresión de la potencia, ha de ser 1 cuando el ángulo φ es cero; ha de decrecer, cuando φ crece, y ha de llegar a ser cero cuando φ alcance los 90°. Bien se ve que este factor es sencillamente el coseno de φ, luego tendremos

$$W = VI \cos \varphi \qquad \text{o} \qquad W = EI \cos \varphi$$

Lo mismo ocurría con el trabajo producido por una fuerza, cuando ésta y el camino no eran concordantes (capítulo I).

Al factor *cos.* φ se le llama *factor de potencia* y depende, como sabemos, de la capacitancia y reactancia del circuito.

De esta expresión de la potencia resulta, que un generador de corriente alterna capaz de producir V voltios e I amperios, no sabemos cuantos vatios producirá, mientras no conozcamos el circuito en que va a funcionar. Por eso los constructores de alternadores, fijan la potencia de sus máquinas en *voltio-amperios y no en vatios*, como se hace con las máquinas de corriente continua.

Los *voltio-amperios* serán tanto más diferentes de los *vatios*, cuanto mayor sea la reactancia del circuito de utilización.

Para cálculos aproximados, se fija el factor de potencia entre 0'8 y 1.

Recordando la relación entre las constantes eficaces y las máximas, podemos también escribir la potencia, en la forma

$$W = 0'7071\, E_0 \times 0'7071\, I_0 \times \cos\varphi = 0'5\, E_0\, I_0 \cos\varphi$$

Todavía puede ponerse de otra manera la expresión de la potencia.

Al hallar el valor del desfasaje φ, en este mismo capítulo, encontramos la fórmula

$$I_0 = \frac{E_0}{R}\cos\varphi \qquad \text{o} \qquad I = \frac{E}{R}\cos\varphi$$

de donde se deduce

$$\cos\varphi = \frac{RI}{E}$$

I Cos φ = RI

con este valor de *cos.* φ tendremos

$$W = EI \cos \varphi = EI \frac{RI}{E} = RI^2$$

Esto demuestra que *la ley de Joule* (tomo I, capítulo VI), *se cumple para la corriente alterna del mismo modo que para la continua, pero refiriéndose a la intensidadad eficaz.*

Otra cosa nos demuestra la fórmula anterior, y es, que resultando igual la pérdida por efecto Joule, en corriente continua que en alternativa, y no influyendo en ella para nada el desfasaje φ es prueba de que *ni la capacidad ni la autoinducción de un circuito consumen energía,* siendo sólo la resistencia óhmica R la productora de pérdidas.

Corriente con vatios y corriente sin vatios. — La expresión de la potencia, considerada como producto de dos factores

$$W = E \times I \cos \varphi$$

se presta a una representación geométrica de interesantes consecuencias.

Sea OA (figura 11) la tensión E, de una corriente alternativa y OB la intensidad, desfasada con relación a OA un ángulo φ.

El factor de la potencia,

$$I \cos \varphi = OB \cos \varphi,$$

es el cateto OC del triángulo BOC, luego podemos decir que *la potencia de una corriente alterna, es el producto de la tensión por la intensidad proyectada sobre la tensión, bajo el ángulo de desfasaje.*

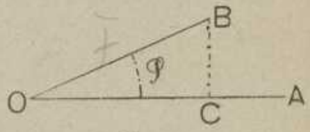

Fig. 11

Si consideramos la intensidad OB como resultante de las dos componentes OC y BC, podremos decir que la potencia es debida a la componente de la intensidad que coincide en fase con la fuerza electromotriz o potencial, es decir, que de las dos componentes de la intensidad, hay una, la OC, que produce vatios, y otra, la BC, que no produce vatios. A la primera le llaman los franceses *corriente watté*, y nosotros *vatiada o con vatios*, y a la segunda le llaman *corriente dewatté*, y aquí *desvatiada o sin vatios*. Sus valores son

$$I_w = OC = I \cos \varphi \qquad I_d = BC = I \operatorname{sen} \varphi$$

y como catetos de un triángulo rectángulo, es evidente que cumplirán la condición de Pitágoras.

$$I = \sqrt{I_w^2 + I_d^2}$$

Tensiones energéticas y en cuadratura. De otra manera puede descomponerse en dos factores la potencia eléctrica debida a una corriente alterna

$$W = I \times E \cos \varphi$$

y en esta nueva forma, puede dársele otra representación geométrica.

Sea OA (figura 12) la tensión E de una corriente alterna y OB la intensidad, desfasada con relación a OA un ángulo φ.

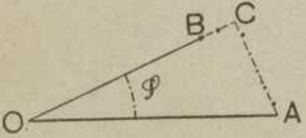

Fig. 12

El factor E *cos.* $\varphi = OA$ *cos.* φ es el cateto OC del triángulo OAC, luego podemos decir que *la potencia de una corriente alterna, es el producto de su intensidad por la proyección de la tensión sobre la intensidad, bajo el ángulo de desfasaje.*

Si consideramos la tensión OA como resultante de las dos componentes OC y AC, podremos decir que la potencia es debida a la componente de la tensión que coincide en fase con la intensidad, es decir, que de las dos componentes de la fuerza electromotriz o tensión, hay una, la OC, que produce energía, y otra, la AC, que no la produce. A la primera se le llama *fuerza electromotriz o tensión energética* y a la segunda, *fuerza electromotriz o tensión en cuadratura.*

Sus valores son

$$E_e = OC = E \cos \varphi \qquad E_c = AC = E \operatorname{sen} \varphi$$

Como catetos de un triángulo rectángulo, cumplirán también la relación pitagórica

$$E = \sqrt{E_e^2 + E_c^2}$$

Componentes de tensiones y corrientes máximas o medias. Todo lo dicho en los dos últimos párrafos, lo hemos referido a las constantes eficaces; pero teniendo en cuenta la proporcionalidad que existe entre tensiones y corrientes, podemos extender todas las fórmulas finales al caso de corrientes y tensiones máximas y medias.

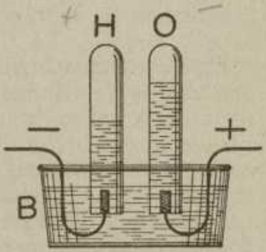

Fig. 13

Efectos químicos de las corrientes alternas. En un baño B (figura 13) que contiene agua acidulada con sulfúrico al 10 %, se colocan dos campanas H y O, llenas del mismo líquido e invertidas. Dentro de las campanas, y en su parte más baja, se colocan dos planchitas de metal no oxidable, de platino, por ejemplo, que comunican con dos conductores metálicos + y —. El aparato así constituído, se llama voltámetro.

Enviando por los conductores una corriente continua, se descompone el agua en sus dos componentes, oxígeno e hidrógeno, yendo el oxígeno al polo positivo y el hidrógeno al negativo. A simple vista se conoce cuál de las campanas corresponde a cada uno de los gases, porque el volumen del hidrógeno es siempre doble que el del oxígeno.

Si en lugar de enviar al voltámetro una corriente continua, la enviamos alterna, el sentido de la corriente se invierte tantas veces por segundo como alternancias tenga. Las laminitas de platino ofician cada una la mitad del tiempo como positivo y la otra mitad como negativo. Esto hará que en las dos campanitas exista la misma cantidad de oxígeno y la misma cantidad de hidrógeno, y, en efecto, en las dos se ve la misma cantidad de gas. Se prueba que hay oxígeno e hidrógeno en cada una de las campanas, inflamando la mezcla mediante la aproximación de una llama.

Si se analizase cuantitativamente el gas de una campana, se encontraría un tercio de oxígeno y dos tercios de hidrógeno.

Efectos electromagnéticos. Si repetimos los experimentos de Œrsted, tratando de comprobar la regla de Ampere (tomo I, capítulo VII), pero enviamos al conductor eléctrico una corriente alterna en lugar de continua, la aguja imantada permanecerá fija en la posición paralela al conductor, si la corriente alterna tiene por lo menos la frecuencia de las corrientes usuales (30 a 60 períodos por segundo), lo cual prueba que sus masas magnéticas son alternativamente solicitadas a la derecha y a la izquierda con tan rápida variación, que no le dejan tiempo para moverse en ningún sentido.

Si la corriente fuese de muy baja frecuencia, cabría que la aguja tomase un movimiento oscilante, sincrónico con la frecuencia.

Con corriente alterna, más sencillamente que el movimiento oscilante de la aguja, se obtiene un movimiento giratorio, que se sostiene indefinidamente, si la velocidad de rotación de la aguja imantada se corresponde exactamente con la frecuencia de la corriente.

He aquí otro curioso efecto electromagnético de la corriente alterna. Si un electroimán se excita con corriente alterna, la atracción de su armadura no es continua, ya que en los momentos de las alternancias, el electroimán permanece inactivo. Si el núcleo del electroimán no tiene imantación residual alguna, la armadura se desprenderá del núcleo dos veces por período, produciendo un repique tan vivo, que, con corrientes de suficiente frecuencia, llega a constituir una nota musical.

Substituyamos la armadura del electroimán por una lámina flexible, sujeta por un extremo e influída en el extremo libre por el electroimán.

La lámina, en estas condiciones, constituye un cuerpo vibrante, que tendrá su período propio de vibración con arreglo a sus dimensiones, y accionada por el electroimán, vibrará o no vibrará, según que la frecuencia de la corriente alterna corresponda o no corresponda a la frecuencia propia de la lámina. Este es el fundamento del frecuencímetro de Hartmann-Kempf.

Efectos caloríficos y luminosos. La corriente alterna produce el calentamiento de los conductores resistentes, del mismo modo que la continua. Así lo hemos dicho al definir la intensidad eficaz de una corriente alterna. Este efecto Joule, se utiliza, como en el caso de la continua, para todas las aplicaciones térmicas, calefacción, desecación de bobinas, etc., etc., y para el alumbrado eléctrico por incandescencia, siempre que la frecuencia de la corriente, alcance, por lo menos, de 30 a 40 períodos por segundo. Con frecuencias menores, la luz de las bombillas se nota oscilante, y resulta altamente molesta y perjudicial para la vista.

Cuando las lámparas de incandescencia tienen el filamento largo y sujeto sólo por los extremos, en condiciones de vibrar, como sucede con los filamentos de carbón, y con algunos metálicos para baja tensión, es fácil reconocer si la corriente que alimenta la bombilla es continua o alterna. Para ello, se acerca a la bombilla un imán potente, o un electroimán excitado con continua, procurando que el eje del imán sea normal al plano del filamento de la bombilla. Si la corriente que mantiene encendida la bombilla, es continua, el filamento se desvía de su plano, acercándose o alejándose al polo magnético que se le presenta, y permaneciendo en su nueva posición mientras dure la influencia magnética. Si la corriente que mantiene encendida la bombilla, es alterna, al acercar el polo magnético al filamento, éste tomará un movimiento vibratorio, de frecuencia igual a la de la corriente de alimentación.

La corriente alterna se utiliza, como la continua, para alimentar arcos voltaicos. La incandescencia de los carbones impide la extinción del arco aun cuando le falte corriente en los instantes de la alternancia.

Es fácil reconocer si un arco está alimentado por corriente alterna o continua. Cuando la corriente es continua, las puntas de los carbones presentan aspectos distintos: el positivo se ahueca formando un cráter, y el negativo se afila, formando una punta aguda. Cuando la corriente es alterna, los dos carbones presentan el mismo aspecto, terminando ambos en casquetes próximamente semiesféricos.

Es claro que si el arco está mantenido por corriente alterna, la potencia eléctrica que consume varía de un instante a otro, como varía la intensidad de la corriente senoidal; y como la energía luminosa producida, forzosamente ha de estar en relación con la potencia eléctrica consumida, se deduce lógicamente que la luz producida por un arco de corriente alterna debe ser senoidal, esto es, periódicamente variable.

Nuestra vista no advierte estas rápidas variaciones de luz, por la persistencia de las imágenes en nuestra retina. Sin embargo, esta misma persistencia de imágenes se aprovecha para observar el arco por un procedimiento *estroboscópico*, que permite darnos cuenta de las variaciones dichas.

Con la misma corriente que alimenta el arco voltáico *A* (figura 14) se alimenta también un motor eléctrico de los llamados *sincronos*, *M*, que dan una fracción de vuelta perfectamente determinada durante cada período de la corriente. En la polea *P* del motor, se dispone un disco de cartón, que gire con ella, provisto de un orificio *O* por donde el observador mira el arco. Si el ojo del observador se conserva fijo en la posición de la figura, verá el arco solo cuando el orificio pase frente a él, y como estos pasos se sucederán rápidamente, el efecto será el mismo que si se viese el arco con la intensidad correspondiente a un estado fijo de la corriente alimentadora.

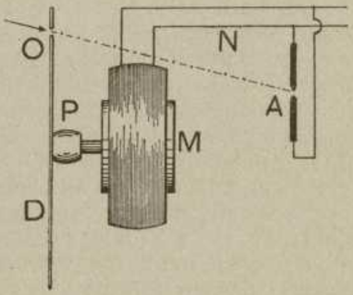

Fig. 14

Si el ojo se coloca en la posición del disco correspondiente a la alternancia de la corriente, se verá el arco apagado, y las puntas de los carbones perfectamente incandescentes. Partiendo de esta posición y moviendo el ojo en cualquier sentido, veremos el arco cada vez con mayor intensidad, hasta llegar a la posición correspondiente al máximo de corriente, y después de esta posición, le veremos decrecer aproximándose nuevamente al arco apagado, correspondiente a la alternancia de la corriente.

Estos procedimientos estroboscópicos, encuentran aplicación en algunos métodos de electrometría, que hemos de estudiar en el tomo correspondiente.

Corrientes alternas no senoidales. Todo lo que hemos estudiado hasta aquí, de corrientes alternas, supone que éstas son perfectamente senoidales, es decir, que sus tensiones e intensidades obedecen exactamente a las fórmulas

$$e = E_0 \operatorname{sen} at \qquad i = I_0 \operatorname{sen} (at - \varphi)$$

Pero para conseguir esta forma de corriente, hemos supuesto que la espira giratoria de la figura 7, se mueve en un campo perfectamente uniforme, lo cual no se realiza nunca en las máquinas generadoras de corriente alterna. Faltando esta condición, la corriente deja de ser senoidal pura, pudiendo únicamente asegurarse que será periódica, mientras la rotación de la espira giratoria sea uniforme, ya que siempre que la espira inducida ocupe igual posición relativa respecto al campo inductor, se reproducirán las circunstancias de la corriente.

Esta imperfección de las corrientes es en todo análoga a la impureza de los sonidos.

Si los sonidos fuesen puros, es decir, producidos por vibraciones senoidales de los cuerpos que vibran, serían iguales todos los sonidos que correspondieran al mismo número de vibraciones. De manera que no distinguiríamos un *La* producido por un cornetín de un *La* producido por un clarinete, o de un *La* cantado por una tiple. No es así. Nuestro oído distingue perfectamente los sonidos producidos por el metal, por la madera y por la voz humana; notando en ellos cierto *timbre especial*, que los caracteriza.

Onda fundamental y armónicos. El timbre especial de los sonidos es debido a la superposición de vibraciones; una de ellas, llamada *fundamental*, es la que da la nota musical, y las demás, de mayor frecuencia y de menor amplitud, son los *armónicos*, que le dan el timbre.

Si pudiéramos separar en un sonido la vibración fundamental y los armónicos, y dibujásemos las correspondientes senoides, como hemos dibujado antes la de la fuerza electromotriz, obtendríamos curvas como las de la figura 15, siendo *AA*... la onda fundamental; *BB*... un armónico, cuya frecuencia es tres veces mayor que la de la fundamental; *CC*... otro armónico de frecuencia cinco veces mayor, y así continuaríamos dibujando armónicos de frecuencias crecientes.

Exactamente lo mismo sucede en las corrientes alternas obtenidas en los generadores de que actualmente podemos disponer. Las corrientes alternas no son senoidales puras, sino formadas por una superposición de senoidales distintas, de las cuales una es la onda fundamental, la de mayor amplitud, la que marca la frecuencia de la corriente, y las demás, son armónicos que dan *timbre especial* a la corriente de cada máquina.

La frecuencia de los armónicos es siempre un múltiplo impar de la frecuencia correspondiente a la onda fundamental. Esto proporciona una denominación de los armónicos, que se llaman de tercer orden, de quinto orden, etc., etc.

Siendo f la frecuencia de una onda fundamental, la de uno de los armónicos será kf, y, por lo tanto, siendo a la pulsación de la onda fundamental, la de un armónico será $ka = 2\pi kf$.

Constantes de la corriente no senoidal. *Los valores instantáneos de una corriente no senoidal, son iguales a la suma de valores instantáneos de las senoidales componentes.*

$$e = E_0' \operatorname{sen} at + E_0'' \operatorname{sen} 3\,at + E_0''' \operatorname{sen} 5\,at + \ldots$$
$$i = I_0' \operatorname{sen} (at - \varphi') + I_0'' \operatorname{sen} 3at - \varphi'') + I_0''' \operatorname{sen} (5\,at - \varphi''') + \ldots$$

De manera que conociendo las senoides componentes AA... BB... CC... (figura 15) se hallarán as ordenadas o alturas de la curva no senoidal

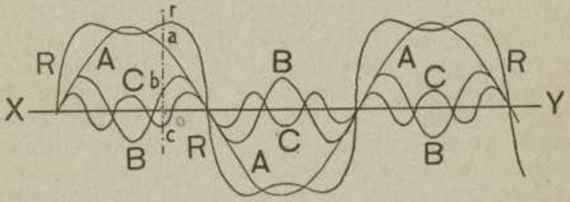

Fig. 15

resultante, RR..., sumando algebráicamente las ordenadas de las componentes. Así, por ejemplo, es fácil comprobar en la figura, que (*)

$$or = oa + ob - oc$$

Llamando R a la resistencia del circuito por donde circula la corriente no senoidal, para cada

(*) Supóngase una letra o en la intersección de la línea horizontal XY con la vertical bc.

una de las senoidales componentes, existirán las relaciones conocidas entre amplitudes de intensidades y fuerzas electromotrices

$$I_0' = \frac{E_0'}{R} \cos \varphi' \qquad I_0'' = \frac{E_0''}{R} \cos \varphi'' ..$$

lo mismo que entre constantes eficaces

$$I' = \frac{E'}{R} \cos \varphi' \qquad I'' = \frac{E''}{R} \cos \varphi'' ...$$

Los valores eficaces de una corriente no senoidal son iguales a la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de los valores eficaces de las componentes senoidales. De manera que

$$E = \sqrt{E'^2 + E''^2 + ...}$$

$$I = \sqrt{I'^2 + I''^2 + ...}$$

La potencia eficaz de una corriente no senoidal, es la suma de las potencias eficaces de las senoidales componentes

$$W = RI^2 = R\,(I'^2 + I''^2 + I'''^2 + ...)$$

Corriente senoidal equivalente. Si determinamos una corriente perfectamente senoidal, cuyas constantes eficaces sean iguales a las de otra corriente no senoidal dada, podremos substituir la no senoidal por la senoidal perfecta, en todos los problemas referentes a potencias, intensidades y fuerzas electromotrices. A esta corriente hipotética se le llama *senoidal equivalente.*

La substitución de una corriente por otra no puede admitirse, cuando se trata de estudiar efectos de autoinducción o capacidad, ya que éstos no dependen de las constantes eficaces, sino de la pulsación a o frecuencia f.

Determinaciones de la curva de una corriente alterna no senoidal. De una manera experimental, puede obtenerse la curva que marca la ley de variación de una corriente alterna, senoidal o no senoidal, empleando un procedimiento *estroboscópico*, que, como tal, estará especialmente indicado para el estudio de fenómenos periódicos que se repitan con gran rapidez.

Ya hemos visto un procedimiento estroboscópico, en este mismo capítulo, cuando observábamos la intensidad luminosa, variable en un arco alimentado por corriente alterna.

Para la obtención de la curva, nos fundaremos en la consideración siguiente:

Siendo T el período de la corriente; observaremos la misma intensidad en los momentos t, $t + T$, $t + 2T$,... y si el instrumento de medida se pone en comunicación con el circuito solo en estos instantes sucesivos, su indicación será la misma que si la corriente fuese constante y su intensidad igual al valor instantáneo que tomamos.

De este modo, dispondremos de todo cuanto tiempo deseemos para efectuar cómodamente las lecturas.

Haciendo una serie de observaciones semejantes, en fases sucesivas del período, se obtendrán cuantos puntos se quieran, de la curva de la corriente, o de la fuerza electromotriz, según el instrumento empleado, y se podrá dibujar la curva completa.

Método de Joubert. Para aplicar el método estroboscópico a la determinación de la curva de corriente, en un generador de alterna, adopta Mr. Joubert la disposición siguiente:

Se pone en el eje del alternador, un disco (fig. 16) formado por dos coronas; la *a* de bronce, en comunicación con un extremo del circuito que se va a estudiar; la *b*, de ebonita, pero llevando un punto metálico en comunicación con el otro extremo del circuito.

Los frotadores fijos *f* y *f′* recogerán corriente sólo cuando *b* toque a *f′*, es decir, un instante en cada período.

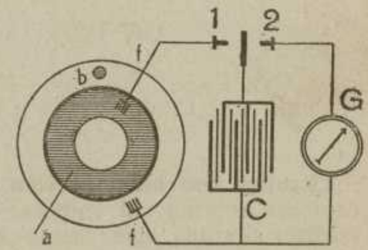

Fig. 16

Cuando se verifique el contacto entre *b* y *f′*, deberá apoyarse sobre el tope 1 la llave del condensador *C* para que éste se cargue, y cuando el contacto cese, deberá pasar la llave al contacto 2, para que el condensador descargue sobre el galvanómetro balístico *G*.

La indicación de *G*, corresponderá al valor instantáneo de la corriente, en los momentos en que *b* toca a *f′*.

Cambiando la posición del frotador fijo *f′*, se verificará el contacto en otro momento del período, y, por lo tanto, tendremos observaciones correspondientes a otra fase de la corriente, y repitiendo las observaciones para las distintas posiciones de *f′*, tendremos puntos de la curva tan próximos como queramos, y podremos, por lo tanto, dibujar la curva.

CAPÍTULO III

CIRCUITOS ESPECIALES

Circuitos con autoinducción solamente. En el capítulo anterior, al empezar a estudiar las corrientes alternas, hemos supuesto los circuitos provistos, en general, de autoinducción, capacidad y resistencia óhmica, hallando para valor de la intensidad máxima (fórmula [1])

$$I_0 = \frac{E_0}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{ac} - a\mathcal{L}\right)^2}}$$

y para expresión del desfasaje (fórmula [2])

$\frac{1}{acR} - \frac{aL}{R}$

$$\operatorname{tang} \varphi = \left(\frac{1}{acR} - \frac{a\mathcal{L}}{R}\right)$$

Si el circuito tuviera solamente autoinducción, es decir, si la capacitancia fuese nula

$$\frac{1}{ac} = 0 = \frac{1}{acR}$$

las dos fórmulas anteriores se reducirían a

$$I_0 = \frac{E_0}{\sqrt{R^2 + a^2\mathcal{L}^2}} \qquad \operatorname{tang} \varphi = -\frac{a\mathcal{L}}{R}$$

siendo $R^2 + a^2\mathcal{L}^2$ la impedancia y $a\mathcal{L}$ la reactancia.

En este caso, la corriente está siempre retrasada con relación a la tensión y, por lo tanto, podremos, escribir el valor de la intensidad instantánea en la forma

$$i = I_0 \operatorname{sen} (at - \varphi)$$

La potencia tendrá por expresión, como siempre,

$$W = EI \cos \varphi$$

Recordemos que (tomo I, capítulo IX) *la autoinducción no consume energía*. Además, la reactancia en un circuito, da lugar a una *fuerza electromotriz en cuadratura*, que reduce los voltios útiles (*fuerza electromotriz energética*) tanto como se quiera, de modo que está actuando como fuerza contraelectromotriz que *dificulta el paso de la corriente* (cap. II). De estos dos principios se deducen las siguientes consecuencias utilísimas:

1.º *Cuando se quiera reducir la tensión en un circuito de corriente alterna, será más económico intercalar una autoinducción, que una resistencia ordinaria.*

2.º *Las corrientes alternas de frecuencias elevadas, marchan mejor por un camino resistente que por uno autoinductivo.*

Carrete de reactancia. Se llaman así a los que se intercalan en los circuitos de corrientes alternas, con objeto de reducir su tensión. Un carrete de reactancia puede reducirse a unas cuantas vueltas de hilo, devanadas alrededor de un núcleo de hierro dulce, para aumentar su efecto de autoinducción (tomo I, capítulo IX).

$$\mathcal{L} = \frac{4\pi\, m^2\, \mu\, s}{l}$$

El conductor empleado en las vueltas puede ser de diámetro suficiente para que sea perfectamente despreciable la pérdida de energía por efecto Joule.

Si la reactancia del carrete ha de variar entre límites no muy amplios, *podrá conseguirse la variación introduciendo más o menos el núcleo de hierro dulce en su interior*. Con ello, se modifica la reluctancia del circuito magnético en el interior del carrete, y, por lo tanto, el flujo y el coeficiente de autoinducción, según hacen ver las fórmulas conocidas (tomo I, capítulos VIII y IX),

$$\mathcal{N} = \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{R}} \qquad \mathcal{L} = \frac{\mathcal{N}}{I}$$

La corriente eficaz I, aplicada al circuito, se descompone en dos, según sabemos, la de vatios, que se utiliza, y la sin vatios que, como no puede perderse, se destina a imantar el núcleo del carrete. Por eso a esta última se le llama también *corriente de imantación* o *corriente magnetizante*, sobre todo, en el estudio de los transformadores y autotransformadores.

Cálculo de una reactancia. La fuerza electromotriz en cuadratura, que debe producirse en el carrete de reactancia, se calculará mediante la relación pitagórica

$$E_c = \sqrt{E^2 - E_e^2} \qquad [1]$$

siendo E la tensión total aplicada al circuito y E_e la tensión energética con que queremos quedarnos.

La fuerza electromotriz media que nace en una espira atravesada por un flujo variable, vimos, al definir las constantes medias, que era

$$E_m = \frac{\mathcal{N}}{\frac{T}{4}} = \frac{4\mathcal{N}}{T} = 4\mathcal{N}f$$

siendo f la frecuencia de la corriente alterna que, como sabemos, vale $\frac{1}{T}$.

Pero si el carrete de reactancia tiene m espiras, la fuerza electromotriz media nacida en ella será

$$E_m = m\,4\,\mathcal{N} f$$

Convirtiendo esta fuerza electromotriz media en fuerza electromotriz eficaz

$$0{,}9\,E = m\,4\,\mathcal{N} f$$

y para poder expresar E en voltios, debe multiplicarse por 10^8, según veremos en el capítulo IX, al estudiar las unidades

$$0{,}9\,E\,10^8 = 4\,m\,\mathcal{N} f$$

de donde

$$m = \frac{0{,}9}{4} \times \frac{E\,10^8}{\mathcal{N} f} = 0{,}225\,\frac{E}{\mathcal{N} f}\,10^8 \quad [2]$$

Fijaremos arbitrariamente la sección del núcleo en s centímetros cuadrados y le asignaremos una inducción $\mathcal{B}$ de 8,000 a 12,000 gausios. Con estos dos números, quedará fijado el flujo $\mathcal{N}$ en maxvelios, y completamente conocido el número m de vueltas que debe tener el carrete.

Recordemos que en el tomo I, capítulo VIII, al estudiar el cálculo de los amperio-vueltas en los circuitos electromagnéticos, quedó establecida la fórmula

$$m\,i = 0{,}8\,\frac{\mathcal{B} l}{\mu}$$

de donde se deduce

$$l = \frac{\mu m i}{0{,}8\,\mathcal{B}}$$

que nos dará la longitud del núcleo.

Pero al aplicar esta fórmula, tomaremos como intensidad la máxima, ya que la fuerza electromotriz que tratamos de producir dependerá de la mayor variación de flujo

$$l = \frac{\mu m I_0}{0'8\mathcal{B}}$$

y si esta intensidad máxima la queremos expresar en función de la eficaz, debe multiplicarse por 1'414, resultando la siguiente fórmula práctica:

$$l = \frac{\mu m \times 1'414\, I}{0{,}8\mathcal{B}} = 1'77\,\frac{\mu m I}{\mathcal{B}} \qquad [3]$$

Esta longitud total de núcleo se tomará como perímetro de un rectángulo, fijando arbitrariamente la longitud de las bases y de los costados, que constituirán las culatas *C*, *C'* (figura 17) y los núcleos *N*, *N'*, sobre los cuales se han de devanar los carretes. El todo, forma un circuito magnético cerrado, completamente metálico.

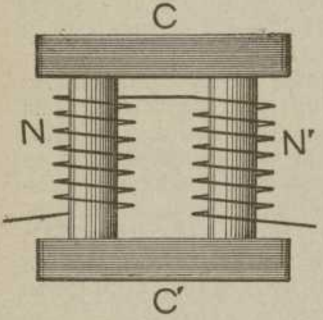

Fig. 17

Falta solamente calcular el devanado, que se repartirá en dos carretes iguales, dispuestos como se indica en la figura.

Fijando la *densidad de corriente*, es decir, los amperios por milímetro cuadrado de cobre, según el efecto Joule que queramos tolerar, determinaremos la sección del conductor desnudo y su sección revestido de aislamiento. Proyectaremos fácilmente el carrete o carretes, que deben rodear al núcleo, el número de vueltas por capa y número de capas que caben en el carrete, y la dimensión exterior total de éste nos indicará si el cálculo es aceptable, es decir, si estuvimos acertados al fijar las cantidades arbitrarias que intervienen en las fórmulas.

Si el cálculo no es aceptable, habrá de retocarse, variando aquellas arbitrarias en el sentido que convenga, según la corrección que se persiga.

EJEMPLO NUMÉRICO. *Calcular un carrete de reactancia, para el circuito de un arco voltáico, que exige solamente 45 voltios eficaces y consume 8 amperios. Este circuito, se va a derivar de una red que funciona a 110 voltios, con una frecuencia de 50 períodos.*

Según la fórmula [1] la reactancia debe producir una fuerza electromotriz en cuadratura.

$$E_c = \sqrt{100^2 - 45^2} = 89 \textit{ voltios}$$

Fijemos el diámetro del núcleo en 3 centímetros, que corresponde a una sección de 7 cm.^{2} y admitiendo $\mathcal{B} = 10{,}000$ gausios, tendremos según la fórmula [2]

$$m = 0'225 \frac{89 \times 10^8}{10{,}000 \times 7 \times 50} = 572$$

Si el núcleo le hacemos de fundición, para $\mathcal{B} = 10{,}000$ deberemos tomar $\mu = 53$ (tomo I, capítulo III) y la fórmula [3] nos dará

$$l = 1'77 \frac{53 \times 572 \times 8}{10{,}000} = 43 \textit{ cm.}$$

Esta longitud total de circuito magnético, la distribuiremos así. Los núcleos N y N' de la figura 17, que deben llevar los carretes los haremos de 12 centímetros y las culatas C y C', de 9'5.

Para los devanados tomaremos un hilo de cobre de 3 mm. de diámetro, que corresponde a una sección de 7 mm.^{2} y, por lo tanto, se tendrá una densidad de un amperio por milímetro cuadrado próximamente. El hilo, recubierto por el aislamiento, alcanzará un diámetro de 4 mm.

En el núcleo de 12 cm. pueden devanarse 30 vueltas de hilo en una sola capa. Devanando 10 capas, tendremos en cada carrete 300 vueltas y entre los dos, 600 vueltas. Si se quieren las 572 vueltas, habrá que dejar las últimas capas de los carretes con 16 vueltas solamente.

Las diez capas de hilo darán un espesor de devanado de 40 mm., de manera que entre núcleo y núcleo caben perfectamente los devanados.

La primera capa tendrá un diámetro interior de 3 cm. y la última capa un diámetro exterior de $3 + 2 \times 4 = 11$ cm.

Queda por completo proyectada la reactancia.

Comparación de reactancias y resistencias. — Para apreciar la ventaja económica de las reactancias sobre las resistencias óhmicas, vamos a calcular una de estas últimas, que cumpla el mismo fin que la reactancia proyectada y compararemos los vatios perdidos en uno y otro caso.

Si la red de alimentación funciona a 100 voltios y el arco voltaico exige solamente 45, la resistencia deberá consumir

$$100 - 45 = 55 \textit{ voltios}$$

y valdrá, según la ley de Ohm.,

$$R = \frac{55}{8} = 7 \textit{ ohmios}$$

Los vatios perdidos en esta resistencia, funcionando con 8 amperios, serán, según la ley de Joule

$$W = 7 \times 8^2 = 448 \textit{ vatios}$$

En el caso de la reactancia antes proyectada, las vueltas de hilo que constituyen el devanado, tienen un diámetro medio de 7 centímetros y una longitud de 22. La longitud total del devanado será

$$572 \times 22 = 126 \textit{ metros}$$

Recordemos que la sección es de 7 mm.^{2} y calcularemos la resistencia por la fórmula conocida (tomo I, capítulo VI).

$$R = \rho \frac{l}{s} = 0'016 \frac{126}{7} = 0'28 \textit{ ohmios}$$

Los vatios perdidos en la reactancia serán

$$W = 0'28 \times 8^2 = 18 \textit{ vatios}$$

La economía absoluta es de $448 - 18 = 430$ vatios y la economía relativa, de

$$\frac{430}{448} = 0'96$$

Nada menos que un 96 % hemos economizado en nuestro problema, empleando la reactancia en lugar de la resistencia óhmica.

Carretes de selfinducción. Al principio de este mismo capítulo, hemos dicho que *la corriente alterna marcha mejor por un camino resistente que por un camino con autoinducción*. El efecto de autoinducción es mayor, cuanto mayor es la frecuencia de la corriente alterna, ya que la reactancia tiene por valor

$$a\mathcal{L} = 2\pi f \mathcal{L}$$

Las descargas atmosféricas son siempre de grandísima frecuencia, luego la manera de librar una instalación de sus perniciosos efectos, será, intercalando a la entrada de la instalación una autoinducción que le dificulte el paso y ofrecerle, en cambio, un camino a tierra, que, aunque sea muy resistente, no le presente reactancia.

A estas reactancias se les llama, abreviadamente, *carretes de self*, y se constituyen por unas cuantas vueltas de cable o lámina de cobre enrollado en hélice o en espiral, sin más aislamiento que la distancia de vuelta a vuelta, y sin núcleo magnético.

El cálculo de los carretes de self, es difícil, por que no puede precisarse la frecuencia de la descarga atmosférica. Generalmente, el número de sus vueltas oscila entre 10 y 25.

Circuitos solamente con capacidad. Si el circuito recorrido por la corriente alterna, no presenta efecto alguno de autoinducción, es decir, si $\mathcal{L} = 0$, y, en cambio, lo presenta de capacidad, las fórmulas halladas en el caso general, nos darán

$$I_0 = \frac{E_0}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{ac}\right)^2}} \qquad \text{tang } \varphi = \frac{1}{acR}$$

En este caso, la corriente está siempre adelantada respecto a la tensión y, por lo tanto, podremos escribir el valor de la intensidad instantánea en la forma

$$i = I_0 \operatorname{sen} (at + \varphi)$$

Los efectos de capacidad son más perceptibles en los circuitos enterrados o sumergidos que en los aéreos. En los primeros, el conductor y la cubierta metálica protectora del cable ofician de armaduras, y la cubierta aisladora obra como dieléctrico. El conjunto resulta un perfecto condensador cilíndrico.

En los circuitos aéreos el aislamiento es siempre imperfecto, y, sobre todo, en líneas de baja tensión; las pérdidas constantes a tierra a través de los aisladores y soportes impiden todo efecto de capacidad.

Como en el caso de la autoinducción, se puede asegurar que la capacidad no consume potencia; pero la capacidad no se presta a la reducción de tensión, como hemos visto en el caso de la autoinducción.

Período propio de un circuito. En el capítulo anterior establecimos las fórmulas

$$I_0 = \frac{E_0}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{ac} - a\mathcal{L}\right)^2}}$$

$$\text{tang}\,\varphi = \frac{1}{acR} - \frac{a\mathcal{L}}{R}$$

Comparando la primera con la ley de Ohm

$$I = \frac{E}{R}$$

nos dice que en un circuito con autoinducción y capacidad, la intensidad correspondiente a una tensión alterna dada, es menor, en general, que la intensidad que correspondería a la misma tensión siendo continua; ya que cuando la tensión es continua, el denominador de la intensidad es sencillamente la resistencia óhmica, mientras que cuando la tensión es alterna, el denominador de la intensidad es la impedancia, mayor, generalmente, que la resistencia óhmica.

La segunda de las fórmulas copiadas anteriormente, nos mide el desfasaje entre la fuerza electromotriz y la capacidad.

Examinando las fórmulas, se concibe perfectamente que puede existir un circuito con autoinducción y capacidad, en el cual sean numéricamente iguales la capacitancia y la reactancia, y que, por lo tanto, restándose una a otra se anulen y tengamos

$$I_0 = \frac{E_0}{R} \qquad \text{tang}\ \varphi = 0$$

verificándose la ley de Ohm, como si la tensión fuese continua, y siendo perfectamente concordantes la fuerza electromotriz y la intensidad.

Un circuito en estas condiciones se dice que se halla en estado de *resonancia*, empleándose esta expresión, por la analogía que existe entre estos fenómenos y los de resonancia en acústica.

Para que esto suceda, hemos dicho que debe verificarse la igualdad

$$\frac{1}{acR} = \frac{a\mathcal{L}}{R}$$

de donde, haciendo el producto de medios igual al de extremos y dividiendo el resultado por R, se tiene;

$$a^2\mathcal{L}c = 1$$

Reemplazando la pulsación a por su valor

$$\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \mathcal{L}c = 1$$

de donde

$$T = 2\pi \sqrt{\mathcal{L}c}$$

Este valor de T es lo que se llama período propio del circuito.

Resonancia de un circuito. Un circuito en el cual se cumplan las condiciones estudiadas en el párrafo anterior, es decir, que esté en condiciones de resonancia, es algo así como una caja sonora de las empleadas en acústica para reforzar sonidos, es algo que puede oscilar o vibrar, y que oscilará cuando esté en condiciones apropiadas para ello.

Este fenómeno se llama resonancia, y para estudiar su razón física, consideremos un símil mecánico.

Un péndulo, de longitud l, sometido a la acción de la gravedad, cuya aceleración es g, si se desvía de su posición de equilibrio y se abandona a su peso, oscila con un movimiento sincrónico y tarda en cada una de sus oscilaciones un tiempo dado por la fórmula

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Estas oscilaciones se amortiguan por efecto del rozamiento con el aire y al cabo de un tiempo más o menos largo, el péndulo se para en su posición de equilibrio, que es la vertical.

Para que el péndulo no se pare, es preciso comunicarle una energía igual por lo menos a la que pierde en sus rozamientos, y esta energía puede comunicársele mediante choques o impulsiones instantáneas sobre su varilla.

Si las impulsiones tienen una frecuencia cualquiera, independiente de la frecuencia propia del péndulo, oscilará éste de un modo forzado y a su movimiento le llamaremos de vibración u *oscilación forzada.*

Supongamos, en cambio, que las impulsiones transmitidas al péndulo son impulsiones periódicas, de la misma frecuencia que su movimiento oscilatorio, y de potencia algo superior a la necesaria para mantener el movimiento. El péndulo irá describiendo un arco cada vez mayor, es decir, irá ganando amplitud, llegando a una amplitud mucho mayor que la que tenía. Se dice entonces que el movimiento del péndulo y las impulsiones que recibe están perfectamente de acuerdo, *están en resonancia.*

Un circuito eléctrico con autoinducción y capacidad, tiene un período propio de vibración que depende de sus constantes.

$$T = 2\pi \sqrt{\mathcal{L}c}$$

lo mismo que el péndulo tiene su tiempo de oscilación que depende de su longitud. Una corriente alterna cualquiera, que circule por el circuito, le hará vibrar de un modo forzado; pero si la corriente tiene el mismo período que el circuito, la vibración eléctrica irá aumentando de amplitud, dando lugar a fenómenos de tensión muy superiores a los que corresponden a la tensión de la corriente.

En este caso se dice que el circuito presenta resonancia.

En un circuito con resonancia, la tensión en los extremos de la autoinducción es

$$E_0' = -\frac{a\mathcal{L}}{R} E_0$$

y en los extremos de la capacidad

$$E_0'' = \frac{1}{acR} E_0$$

Observemos que estos valores pueden ser muy superiores a E_0, sobre todo si se trata de circuitos de resistencia R insignificante, ya que, en las fórmulas, E_0 viene multiplicado por cantidades mayores que uno; de manera que al cortar un circuito que presente resonancia, se producirá en el interruptor un chispazo muy superior al correspondiente a la tensión de la corriente, que puede llegar a quemar al operador o los aparatos del circuito.

La resonancia es, como se ve, causa de sorpresas y averías serias.

Resonancia en corrientes no senoidales. Una corriente de período T circulando por un circuito que presente autoinducción $\mathcal{L}$ y capacidad c, no tendrá efecto de resonancia si no se cumple la condición

$$T = 2\pi\sqrt{\mathcal{L}c}$$

Los circuitos industriales, de conductores aéreos, tienen, en general, unos valores de $\mathcal{L}$ y de c, tales que el período T dado por la fórmula anterior corresponde a corrientes de frecuencia superior a 1,000 períodos. Las corrientes industriales que se emplean tienen su frecuencia comprendida entre 30 y 80 períodos, así es que no hay peligro de que una corriente, netamente senoidal, de esta frecuencia, encuentre un circuito que esté en resonancia con ella; pero si la corriente no es senoidal perfecta, sabemos, por el capítulo anterior, que está formada por la suma de varias armónicas, senoidales perfectas, cuyas frecuencias son 3, 5, 7, 9, ... veces mayor que la de la onda fundamental. Alguno de los armónicos componentes puede alcanzar el período propio del circuito recorrido por la corriente alternativa y entonces *se producen en él efectos de resonancia.*

El temor a que las constantes del circuito c y $\mathcal{L}$ cumplan la condición de resonancia, con alguno de los armónicos de la corriente no senoidal, obliga a los constructores de generadores, a buscar la corriente de forma senoidal o lo más aproximada a ella que pueda conseguirse, disminuyendo el número de armónicos.

Circuitos derivados. Estudiaremos un circuito combinado de resistencia, autoinducción y capacidad, que tiene aplicación en electrometría, para determinar el coeficiente de autoinducción de un carrete.

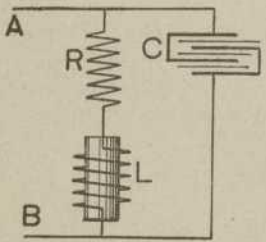

Fig. 18

Entre los puntos A y B (figura 18) se mantiene una diferencia de potencial V constante, y se derivan la resistencia R y la autoinducción L, shuntándolas mediante una capacidad C.

Si la tensión aplicada a los puntos A y B es continua, en cuanto la corriente alcance el régimen permanente, se verificará la ley de Ohm.

$$I = \frac{V}{R}$$

sin que la alteren nada ni la autoinducción L, ni la capacidad C. Pero si la corriente es alterna o si se considera el período variable de la continua, la impedancia del circuito se opone a que se verifique aquella relación.

En estos circuitos derivados, se verifica la ley de

Ohm cuando la resistencia es media proporcional entre la capacitancia y la reactancia, esto es, cuando

$$\frac{1}{ac} : R :: R : a\mathcal{L}$$

$R^2 = \frac{a\mathcal{L}}{ac}$

o sea

$$\frac{a\mathcal{L}}{ac} = R^2 \qquad ó \qquad \mathcal{L} = cR^2$$

Gracias a esta propiedad, podemos saber la relación que existe entre la $\mathcal{L}$, c y R de un circuito derivado, si en él se cumple la ley de Ohm.

Circuitos oscilantes. En el montaje de la figura anterior, suprimamos la comunicación de los puntos A y B con el generador y estando la capacidad C cargada, se irá descargando sobre la resistencia R y autoinducción $\mathcal{L}$ que unen eléctricamente sus armaduras.

Evidentemente esta descarga dará lugar a una corriente continua a través de la resistencia, que irá debilitándose con más o menos rapidez, hasta extinguirse por completo. Así debe suceder, si la capacidad no recibe nuevas cargas con que mantener la diferencia de potencial entre sus armaduras.

Hay un caso particularísimo, de la mayor importancia.

La descarga del condensador da lugar a una corriente alterna, cuando la mitad de la resistencia es menor que la media proporcional entre la capacitancia y la reactancia, es decir, cuando

$$\frac{R}{2} < \sqrt{XY} \qquad ó \qquad \frac{R}{2} < \sqrt{\frac{1}{ac} \times a\mathcal{L}}$$

Efectuando el producto indicado dentro la raíz, resulta

$$\frac{R}{2} < \sqrt{\frac{\mathcal{L}}{c}}$$

de donde, elevando al cuadrado, se deduce

$$\frac{R^2}{4} < \frac{\mathcal{L}}{c}$$

En este caso, el primer semiperíodo de la corriente en el circuito es producido por la descarga del condensador, y el segundo semiperíodo, es la corriente de signo contrario a que da lugar la autoinducción, corriente que, cargando de nuevo el condensador, da origen a otro semiperíodo de descarga seguido de una nueva corriente de carga producida por la autoinducción. Estas cargas y descargas sucesivas, cada vez de menor amplitud, constituyen en el circuito una *corriente oscilante*.

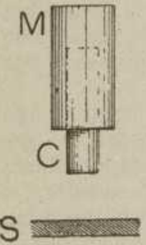

Fig. 19

Esta *acción* del condensador y *reacción* de la autoinducción, son en todo semejantes a sus análogas en el caso del choque de cuerpos elásticos. En efecto, supongamos que por el interior de un tubo hueco *M* (figura 19) se desliza un cilindro macizo *C*, construído de una substancia elástica cualquiera, y que llega a chocar con una superficie *S*, igualmente elástica.

A la acción del choque, seguirá un efecto de reacción, en virtud de la elasticidad, que hará ascender a *C* nuevamente para introducirse en *M*. Cuando la impulsión del choque haya hecho todo su efecto, la gravedad obligará a caer otra vez al cilindro *C*, y se repetirán los mismos fenómenos.

Amortiguación. Es evidente que los movimientos ascendentes del cilindro elástico, serán cada vez menores, terminando por quedarse quieto, apoyado en la superficie *S*, sin energía alguna para continuar sus movimientos periódicos. Esta extinción constituye una *amortiguación del movimiento.*

En la descarga del condensador sobre el circuito oscilante, ocurre lo mismo; la acción del condensador y la reacción de la autoinducción van perdiendo amplitud, es decir, van amortiguándose, hasta desaparecer por completo, cuando el condensador ha perdido toda su carga.

Si representásemos gráficamente la intensidad de la corriente que recorre el circuito oscilante, obtendríamos una curva senoide, pero cuyas ondas van estando cada vez menos separadas del eje de abscisas, hasta borrarse por completo.

En el símil mecánico empleado en el párrafo anterior, se comprende fácilmente que la amortiguación será más rápida, si el cilindro elástico encuentra alguna resistencia en el tubo hueco; y será menos rápida cuanto más elástica sea la superficie sobre la cual reacciona.

Del mismo modo, en el circuito eléctrico, la amortiguación es directamente proporcional a la resistencia e inversamente a la autoinducción del circuito oscilante.

En telegrafía sin hilos, donde tan importante es evitar la amortiguación de los circuitos oscilantes, se procura que éstos tengan muy poca resistencia y mucha autoinducción.

Período de oscilación. La vibración eléctrica en el circuito oscilante, no está influída por ninguna frecuencia exterior, depende solamente de su autoinducción y de su capacidad, luego la oscilación se producirá con el período propio del circuito, que, según sabemos ya, vale

$$T = 2\pi\sqrt{\mathcal{L}c}$$

Electroimanes alimentados con corrientes alternas. La expresión general del flujo magnético creado en el interior de un electroimán, es (tomo I, capítulo VIII).

$$\mathcal{N} = \frac{4\,\pi\, m\, i\, \mu\, s}{l}$$

Si la corriente de alimentación i, fuese alterna, el flujo sería

$$\mathcal{N} = \frac{4\,\pi\, m\, \mu\, s}{l}\, I_0 \, sen.\, at.$$

Representando por $\mathcal{N}_0$ el producto de todas las constantes que multiplican al seno

$$\mathcal{N}_0 = \frac{4\,\pi\, m\, \mu\, s}{l}\, I_0$$

se puede expresar el flujo por la fórmula

$$\mathcal{N} = \mathcal{N}_0 \, sen.\, at.$$

lo cual nos dice, que *en el interior del núcleo de un electroimán recorrido por corriente alterna, se desarrolla un flujo senoidal como la corriente y, por lo tanto, variable.*

La masa metálica del núcleo, sometida a la acción de un flujo variable, será recorrida por corrientes de Foucault (tomo I, capítulo IX) que, según la ley de Lenz, deben oponerse a la circulación del flujo, creando otro flujo opuesto. Para ello, es preciso que las corrientes de Foucault circulen en planos perpendiculares al eje del electroimán.

La aparición de estas corrientes es una causa de pérdida de energía que conviene evitar, y se consigue, cortándoles el circuito donde pueden desarrollarse; para eso, en lugar de construir macizos los núcleos de los electroimanes, se construyen por superposición de láminas de hierro, paralelas al eje del electroimán, o por hilos de hierro reunidos en haz.

Las láminas o hilos de hierro que constituyen el núcleo, se aislan unos de otros interponiendo entre ellos barniz, papel o simplemente óxido formado sobre sus superficies.

Los núcleos de los electroimanes deben ser laminados, no sólo cuando han de ser excitados por corriente alterna, sino también cuando el circuito magnético de que forman parte, tenga una reluctancia variable, ya que las variaciones de reluctancia dan lugar a variaciones de flujo y, por tanto, a corrientes inducidas.

En este caso, están los inductores de las máquinas eléctricas, cuando los inducidos tienen grandes dientes.

Potencia perdida en una lámina delgada. Aun cuando se constituyan los núcleos de los electroimanes por láminas delgadas, aisladas unas de otras, no conseguimos más que aminorar las corrientes de Foucault, pero nunca las podemos suprimir en absoluto.

Tratemos de averiguar los vatios que se pierden en una lámina delgada, sometida a la acción de un flujo variable, de pulsación a.

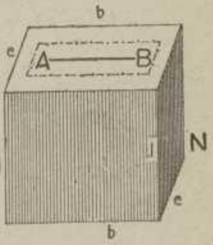

Fig. 20

Una lámina MN (figura 20), de longitud l, espesor e, y ancho b, puede considerarse como un tubo prismático, infinitamente cerrado, de manera que su hueco interior se ha reducido a una línea AB. El espesor de las paredes de este tubo será $e : 2$.

El camino medio seguido por las corrientes de Foucault, será el señalado en la figura por la línea de puntos, cuya superficie rectangular será próximamente

$$s = \frac{1}{2} eb$$

Si el núcleo del electroimán está sometido a una inducción $\mathcal{B}$, el flujo que atraviesa el circuito será

$$\mathcal{N} = \mathcal{B}s = \frac{1}{2} \mathcal{B}eb$$

la fuerza electromotriz máxima (capítulo II)

$$E_0 = \mathcal{N}a = \frac{1}{2} \mathcal{B}eba$$

y la fuerza electromotriz eficaz (capítulo II)

$$E = E_0 \, sen. \, 45^o = 0'7071 \times \frac{1}{2} \mathcal{B}eba =$$

$$0'3535 \times \mathcal{B}eba$$

Si abriéramos el tubo por una sección paralela a la dimensión l, y estirásemos la lámina resultante, obtendríamos un conductor de longitud $2b$ y de sección $\frac{1}{2} el$, cuya resistencia sería

$$R = \rho \frac{2b}{\frac{1}{2} el} = \frac{4 \rho b}{el}$$

Conocida la fuerza electromotriz eficaz que nace en la lámina y la resistencia del camino que recorre, podemos calcular la potencia perdida, mediante la fórmula de Joule (tomo I, capítulo VI).

$$W = \frac{E^2}{R} = (0'3535)^2 \frac{\mathcal{B}^2 e^2 b^2 a^2}{\frac{4 \rho b}{e l}} =$$

$$\frac{(0'3535)^2}{4 \rho} \mathcal{B}^2 e^2 a^2 \times b e l$$

Observemos que el volumen de hierro contenido en la lámina es

$$v = e b l$$

y podremos poner la potencia perdida, en la forma

$$W = \frac{(0'3535)^2}{4 \rho} \mathcal{B}^2 e^2 a^2 v$$

y si en lugar de la pulsación a, queremos poner su igual $2\pi f$

$$W = \frac{(0'3535)^2}{4 \rho} \mathcal{B}^2 e^2 v (2\pi f)^2$$

Esta fórmula, como todas las del cálculo, está expresada en unidades del sistema científico cegesimal. Si queremos expresar la potencia en vatios, deberemos multiplicar su primer miembro por 10^7 (capítulo IX) y calculado el coeficiente numérico correspondiente, teniendo en cuenta el valor de ρ para el hierro, se halla finalmente como fórmula práctica

$$W = 1234\, \mathcal{B}^2 e^2 f^2 v \times 10^{-14}$$

fácil de recordar.

Como se ve, la pérdida crece como el cuadrado del espesor e de la lámina, por eso se aconseja el empleo de láminas muy finas, sobre todo, cuando la frecuencia del flujo inductor es grande.

Para inducidos de dínamos y alternadores se emplean láminas de medio milímetro de espesor. Para el rótor de los motores asíncronos de campo giratorio se toleran espesores hasta de un milímetro. Para núcleos de transformador se emplean láminas de tres décimas de milímetro.

Pérdida en un hilo cilíndrico. Cuando los núcleos para los electroimanes están formados por hilos cilíndricos, su contacto al formar haz, tiene lugar solamente por una línea, y el aislamiento de uno a otro puede ser menos esmerado.

Los hilos cilíndricos, tienen el inconveniente de dejar entre sí grandes espacios vacíos, por lo cual el núcleo de hilos no se emplea sino en el caso de bajas inducciones, como sucede en el carrete de Rhumkorf y en el carrete de inducción de los aparatos telefónicos.

Se calcula la pérdida en los núcleos formados por hilos cilíndricos, del mismo modo que en los laminados, pero substituyendo el cilindro por una lámina de espesor igual al lado del cuadrado inscrito en la circunferencia de la base. Bastará, por lo tanto, substituir en la fórmula anterior

$$e = r\sqrt{2}$$

y tendremos

$$W = 1234\, \mathcal{B}^2 (r\sqrt{2})^2 f^2 v \times 10^{-14}$$

o bien

$$W = 2468\, \mathcal{B}^2 r^2 f^2 v \times 10^{-14}$$

Ejemplo numérico. Para ver la importancia que tienen estas pérdidas por efecto Foucault, resolvamos un caso numérico.

Calcular la pérdida sufrida en el núcleo de un transformador, formado de láminas de 0'05 *cm. de espesor, siendo su volumen total de hierro de* 30,000 *cm.*³*, soportando una inducción de* 10,000 *gausios y una frecuencia de* 50 *períodos por segundo.*

Aplicando la fórmula correspondiente, tendremos

$$W = 1234 \times 10{,}000^2 \times 0{'}05^2 \times 50^2 \times 30{,}000 \times 10^{-14}$$

y efectuando operaciones indicadas.

$$W = 231{'}4 \textit{ vatios}$$

CAPÍTULO IV

CORRIENTES POLIFÁSICAS — ESTUDIO GRÁFICO

Clasificación de corrientes. Una corriente alterna queda definida por sus constantes eficaces y su frecuencia. De sus constantes eficaces, es más interesante la tensión que la intensidad; porque si la corriente va a emplearse en producir campos magnéticos, como dependen de los amperio-vueltas conseguiremos iguales efectos con corrientes muy diferentes, con tal que se verifique la igualdad.

$$m\,I = m'\,I' \qquad \text{o} \qquad \frac{I'}{I} = \frac{m}{m'}$$

es decir, que *dos corrientes darán iguales efectos magnéticos cuando sus intensidades sean inversamente proporcionales a los números de vueltas.*

Como se ve, la intensidad no caracteriza lo suficiente, para basar en ella una clasificación de corrientes; así es que las corrientes alternativas sólo se clasifican por su tensión y su frecuencia.

Respecto al voltaje, se clasifican en *corrientes de baja tensión, de tensión media y de alta tensión.*

Son bajas tensiones las inferiores a 300 voltios; tensiones medias, las comprendidas entre 300 y 1,000, y altas tensiones las superiores a 1,000 voltios.

Cuando se comparan corrientes, las denominaciones de alta y baja tensión, tienen un significado muy relativo. Así, por ejemplo, en las centrales de transformación que «La Canadiense» establece en la entrada de las poblaciones, se llama baja tensión a la de 6,000 voltios, y alta a la de 25,000. En la central térmica que «La Energía Eléctrica de Cataluña» posee en San Adrián del Besós, se llama baja tensión a los 11,000 voltios, porque la alta es de 80,000. En cambio, en una transmisión telefónica a larga distancia, la corriente que sale a línea, se llama de alta tensión y tiene 10 ó 12 voltios, pero la que circula por el circuito microfónico, de baja tensión, tiene un solo voltio.

Estos ejemplos bastan para ver lo relativo de tales denominaciones.

Atendiendo a la frecuencia, se clasifican las corrientes en *baja, media y alta frecuencia.*

Son de baja frecuencia, las corrientes que tienen de 40 a 80 períodos por segundo. Corresponden a este grupo, las corrientes usuales para alumbrados y motores. Son de frecuencia media, las que tienen de 80 a 130 períodos. Son de alta frecuencia, las obtenidas por Tesla, que alcanzan hasta 20,000 períodos y las producidas por las descargas atmosféricas, que se supone que alcanzan hasta los 100,000 períodos.

Tampoco deben aceptarse como absolutamente rigurosos, los límites dados a las frecuencias baja, media y alta. Para los motores de tracción monofásica, se emplean corrientes de 25 períodos solamente. Las estaciones Telefunken de telegrafía sin hilos, emplean para sus transmisores, corrientes de 500 períodos, que consideran aún como frecuencia media.

Sistemas de corrientes. Cuando se consideran simultáneamente varias corrientes alternas, se hace de ellas una nueva clasificación, atendiendo a su fase. Si todas las corrientes pasan a la vez por sus máximos y por sus alternancias, es decir, si en un momento cualquiera tienen sus tensiones iguales fases, las corrientes se llaman *concordantes*, y en caso contrario *discordantes*.

De las discordantes, se dice también que forman *un sistema de corrientes polifásicas*, ya que en un momento cualquiera, nos ofrecen varias fases.

Un sistema de corrientes polifásicas se llama *completo cuando las q corrientes que lo forman pueden ordenarse de manera que la diferencia de fase entre dos consecutivas sea constantemente una fracción del período*

$$\frac{T}{q}$$

Por ejemplo, las corrientes

$$\begin{aligned} i_1 &= I_0 \text{ sen } at. \\ i_2 &= I_0 \text{ sen } (at + 120^\circ) \\ i_3 &= I_0 \text{ sen } (at + 240^\circ) \end{aligned}$$

forman un *sistema trifásico completo*; porque, siendo $q = 3$, la diferencia de fase, entre dos corrientes consecutivas, que es de 120°, resulta exactamente la tercera parte del período

$$\frac{T}{q} = \frac{360^\circ}{3} = 120^\circ$$

De otra manera puede definirse el sistema completo. Recordemos que para representar geométricamente la corriente alterna (capítulo II), suponíamos que un radio vector $OA = E_0$ (figura 21) giraba uniformemente alrededor del punto O, en el sentido de la flecha, y en un momento cualquiera, teníamos el valor de la fuerza electromotriz instantánea, bajando desde A una perpendicular AH al diámetro horizontal o proyectando el radio sobre el diámetro vertical, para obtener OB.

Recordado esto, diremos que *un sistema de corrientes polifásicas es completo, cuando los vectores OA, OC, OD, empleados para determinar sus constantes instantáneas, se hallan siempre uniformemente repartidos en la circunferencia.*

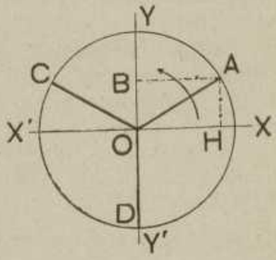

Fig. 21

Los sistemas polifásicos más comúnmente empleados en la industria, son:

El monofásico.

El trifásico, con un desfasaje de un tercio de período.

El difásico con desfasaje de un cuarto de período en el cual los vectores que nos dieran los valores instantáneos, son perpendiculares entre sí, de manera que es realmente medio tetrafásico.

El trifásico con un desfasaje de un sexto de período, en el cual los vectores OA, OB, OC, que nos dieran los valores instantáneos, unen el centro con tres vértices consecutivos de un exágono regular (fig. 22), de manera que el sistema es realmente la mitad de un exafásico completo.

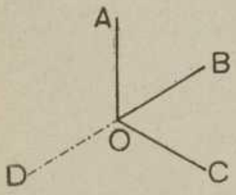

Fig. 22

El sistema OA, OB, OC, se convierte en sistema trifásico completo, cambiando las conexiones de la fase intermedia, con lo cual el vector OB se cambia en OD, y los tres vectores OA, OC, OD quedan uniformemente repartidos sobre la circunferencia.

Para alimentar los transformadores rotatorios (permutatrices y conmutatrices), se emplea también en la industria el sistema de corriente exafásico completo.

Campos magnéticos senoidales. El campo magnético creado en el interior de un solenoide, tiene por expresión (tomo I, capítulo VIII)

$$\mathcal{H} = \frac{4 \pi m i}{l}$$

Si el solenoide se excita con una corriente alternativa, el campo creado será

$$\mathcal{H} = \frac{4 \pi m}{l} I_0 \operatorname{sen} at = \mathcal{H}_0 \operatorname{sen} at.$$

es decir, senoidal. Su intensidad tendrá la dirección del eje del solenoide, pero su sentido en un momento cualquiera, dependerá del sentido del devanado excitador.

De aquí se deduce que *con una sola corriente alterna pueden producirse dos campos senoidales opuestos*, o lo que es lo mismo, dos campos cuyo desfasaje sea de medio período.

$$H_1 = H_0 \operatorname{sen} at$$
$$H_2 = H_0 \operatorname{sen} (at + 180^{\circ})$$

De manera que *con una sola corriente alterna, se produce un sistema completo de campos difásicos.*

Esta duplicidad de efectos, permite de igual modo crear un sistema completo de campos tetrafásicos, con las corrientes difásicas desfasadas un cuarto de período, y crear un sistema exafásico completo de campos magnéticos, con las corrientes trifásicas desfasadas un sexto de período.

En general con q corrientes, cuyas fases equidisten, se puede crear un sistema de $2q$ campos, siempre que q sea impar. Si q fuese par, habría corrientes en oposición, que al cambiar su sentido, se cambiarían la una por la otra sin aumentar su número.

Así, por ejemplo, en un sistema pentafásico, que crea dos campos opuestos con cada una de las corrientes, tendremos diez campos distintos, formando un sistema completo. En cambio, en un sistema exafásico completo, al invertir la primera corriente, obtenemos la cuarta; invirtiendo la segunda obtenemos la quinta, e invirtiendo la tercera obtenemos la sexta, luego la duplicidad de efectos de las corrientes, en este caso, no nos duplican el número de campos magnéticos creables.

Las observaciones anteriores, son fundamentales para la construcción de algunos transformadores estáticos de fases.

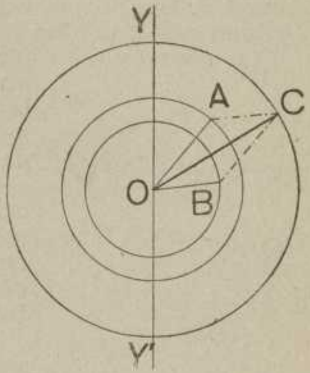

Fig. 23

Composición de intensidades senoidales. Hemos dicho, repetidas veces, que los valores instantáneos de una corriente senoidal pueden calcularse como proyecciones sobre el eje OY (fig. 23) de un vector $OA = I_0$, que gira uniformemente alrededor de O, dando una vuelta exactamente durante cada período de la corriente alterna.

Otra corriente, cuya amplitud sea $I_0' = OB$, tendrá como valores instantáneos, las proyecciones del vector OB sobre el eje OY.

Si las corrientes tienen el mismo período, los dos vectores deben girar con igual velocidad y, su separación angular AOB, permanecerá constante en todos los momentos. Si las corrientes tienen distinto período, las velocidades de los vectores serán diferentes, y el ángulo AOB variará de un momento a otro.

Cuando dos corrientes de igual período están representadas por vectores OA y OB (fig. 23) se puede hallar la resultante de las dos intensidades *buscando la diagonal del paralelogramo construído sobre ellas.* De manera que si a un conductor llegan simultáneamente dos corrientes alternas, cuyos valores instantáneos estén representados por las proyecciones de OA y OB, por el conductor circulará una corriente, cuyos valores instantáneos estarán representados por las proyecciones de OC.

Lo mismo que se interpretan geométricamente los valores instantáneos de las intensidades senoidales, se interpretan también los de las fuerzas electromotrices o tensiones, y los de los flujos magnéticos senoidales; *luego la regla dada para componer intensidades, se aplicará del mismo modo para componer tensiones y flujos.*

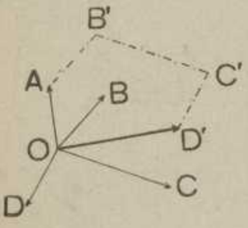

Fig. 24

Si las magnitudes componentes son más de dos, compondremos primeramente las dos primeras; luego, la resultante de éstas con la tercera; después, la resultante obtenida, con la cuarta y así sucesivamente hasta componerlas todas. Puede también emplearse el procedimiento que se da en mecánica elemental, con el nombre de *polígono de las fuerzas*, y que consiste en lo siguiente: Por el extremo del primer vector OA (fig. 24), se traza una recta auxiliar AB' igual y paralela al segundo vector *OB*; por el extremo de la recta auxiliar *AB'*, se traza otra *B'C'* igual y paralela al tercer vector *OC*, y así se continúa hasta trazar la recta auxiliar paralela al último vector.

Uniendo el extremo *D'* de la última recta auxiliar con el origen *O* de vectores, se tendrá la *OD'*, que es la resultante de todas, con su magnitud y posición.

Composición de intensidades polifásicas. Si *OA* y *OB* (figura 25) representan los vectores correspondientes a dos corrientes sucesivas de un sistema trifásico completo, el ángulo *AOB* valdrá

$$\frac{360^{\circ}}{3} = 120_{0}$$

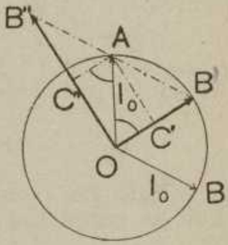

Fig. 25

y trazando su bisectriz *OB'* tendremos el ángulo *AOB'* que, como mitad del anterior, valdrá 60°.

Si el sentido de las corrientes I_0, son *OA* y *OB*, tal como indican las flechas en los vectores, para buscar la resultante de las dos corrientes debemos trazar la recta auxiliar *AB'*, igual y paralela a la *OB*; y la resultante será la diagonal *OB'*, que resulta igual a las componentes, toda vez que *OA*, *OB'* y *OB* son radios de una misma circunferencia.

Si el sentido de las corrientes fuese *OA* y *BO*, para buscar la resultante, trazaríamos la recta auxiliar *AB"*, igual y paralela a la *OB*, siendo *OB"* en este caso, la resultante de las dos corrientes.

El ángulo *B"AO* vale 120°, como el *AOB*, y trazando la bisectriz *AC"* queda dividido en dos partes iguales, resultando el ángulo *C"AO* de 60°.

En el triángulo rectángulo $AC''O$ el cateto OC'' vale (capítulo I).

$$OC'' = OA \text{ sen. } 60 = I_0 \text{ sen } 60^\circ$$

y substituyendo el seno de 60 por su valor (tabla del capítulo I) resulta

$$OC'' = 0'866\, I_0$$

La resultante OB'', que el punto C'' divide por la mitad, puede tener la siguiente expresión:

$$OB'' = 2\ OC''$$

y substituyendo en esa igualdad OC'' por su valor hallado anteriormente, resulta

$$OB'' = 2 \times 0'866\, I_0 = 1'732\, I_0$$

La constante 1'732 es exactamente la $\sqrt{3}$, luego, para que sea más fácil de recordar, podemos escribir la fórmula anterior así:

$$OB'' = \sqrt{3}\, I_0$$

Este resultado nos autoriza para establecer la siguiente regla, de muy frecuente aplicación en corrientes trifásicas, *la suma de dos corrientes o de dos tensiones trifásicas* desfasadas 120° *se obtiene multiplicando una de ellas por* $\sqrt{3}$.

Consideremos ahora todas las intensidades de un sistema polifásico completo.

Sean OA, OB, OC, ... (fig. 26) los vectores correspondientes a las q fases del sistema, que estarán uniformemente repartidos sobre la circunferencia, por tratarse de un polifásico completo.

Si aplicamos la regla de composición explicada anteriormente, trazando las rectas auxiliares AB'

$B'C'$, $C'D'$ y $D'O$, iguales y paralelas, respectivamente, a los vectores OB, OC, OD y OE; resulta que el extremo de la última coincide con el origen O de vectores y obtenemos una resultante nula.

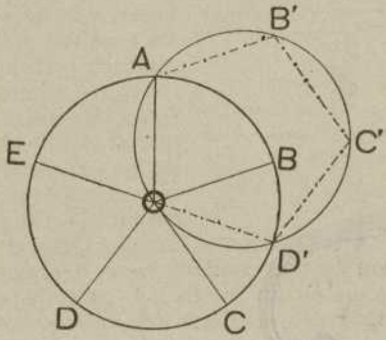

Fig. 26

Esto demuestra el siguiente principio fundamental, de fecundísimas aplicaciones.

En un sistema polifásico completo, la suma de sus intensidades instantáneas, es, en cualquier momento, nula.

Transmisión de corrientes polifásicas. La propiedad de las corrientes polifásicas, demostrada en el párrafo anterior, encuentra aplicación inmediata en la constitución de las líneas de transmisión para corrientes polifásicas.

Supongamos que en los tres devanados A, B, C, de la figura 27, nacen tres corrientes alternas, desfasadas un tercio de período unas de otras, es decir, formando un *sistema trifásico completo.*

Para transmitir a distancia estas corrientes, el procedimiento natural sería empalmar a cada devanado dos hilos *aa'*, *bb'* y *cc'*, constituyéndose, por lo tanto, la línea con seis conductores. En lugar de esto reunamos los tres conductores *a'*, *b'*, *c'*, en uno solo, o como se dice entre electricistas, demos a las tres fases un *solo hilo de vuelta*, y las tres corrientes reunidas en un solo conductor, tendrán en cualquier momento una resultante nula. Es claro que si el hilo de vuelta no ha de llevar amperio alguno, puede suprimirse, luego para transmitir estas corrientes trifásicas, constituíremos la línea con los tres conductores *a*, *b*, *c*, únicamente y reuniremos en un punto los extremos *a'*, *b,' c'*, de los devanados, es decir, *conexionaremos los tres conductores correspondientes a las tres fases, de manera que la corriente de un conductor encuentre camino de vuelta por los otros dos.*

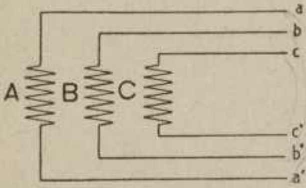

Fig. 27

Estrellas y polígonos. Atendiendo a lo dicho en el párrafo anterior, se emplean dos procedimientos de conexión entre las fases de un sistema polifásico completo, que son la *conexión en estrella* y la *conexión en polígono.*

La conexión en estrella, representada en el esquema *a* de la figura 28, consiste en reunir en un punto *O* los principios de las *q* fases que tenga el sistema polifásico completo y sacar a línea los *q* extremos *A B C*...

La conexión en polígono, representada en la figura 28 *b*, se reduce a empalmar en serie las *q* fases, para formar un polígono cerrado, y sacar los hilos de línea de los puntos de empalme. En el caso particular de corrientes trifásicas, el polígono se reduce a tres lados formando triángulo, por lo que es conocido este montaje con el nombre de *conexión en triángulo.*

Para generalizar esta idea de las conexiones, se considera el devanado monofásico de la figura 28 *c* como dos devanados formando un sistema difásico completo, ya que las desfasajes en OA y en OB serán de 180°, y, por lo tanto, los vectores representativos de las tensiones estarán uniformemente repartidos sobre la circunferencia.

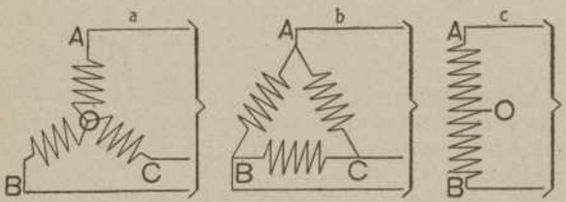

Fig. 28

Constantes simples y compuestas. Llamaremos *intensidad simple o intensidad por fase, al amperaje i que circula por cada uno de los devanados, con independencia de las conexiones entre ellos.*

Así, será intensidad simple, la que circula por OA en las figuras *a* y *c*, o por AB en la figura *b*.

Llamaremos *intensidad compuesta o intensidad en línea, al amperaje I que circula por los hilos exteriores y que depende de la conexión de las fases.*

En el montaje en estrella, una fase OA y el conductor de línea en que se apoya, resultan montados en serie, por lo tanto, las corrientes que circulan por los conductores de línea, son iguales a las que circulan por los enrollamientos interiores

$$I = i$$

En el montaje en polígono, la corriente que circula por un hilo de línea, es resultante de las dos corrientes que circulan por los dos devanados en que se apoya. En el sistema trifásico, conexión triángulo, la resultante de las dos corrientes desfasadas 120° será, según sabemos ya,

$$I = \sqrt{3}\, i$$

de donde

$$i = \frac{I}{\sqrt{3}}$$

Llamaremos *tensión simple o tensión por fase a la diferencia de potencial* v, *existente entre los extremos de un devanado, con independencia de la conexión de las fases.*

Así, será tensión simple, la que exista entre O y A, en las figuras *a* y *c* o entre A y B de la figura *b*.

Llamaremos *tensión compuesta o tensión por puente, a la diferencia de potencial* V, *existente entre dos hilos de línea.*

En el montaje en estrella, dos fases AO y OB, resultan montadas en serie, por lo tanto, la tensión entre dos hilos de línea A y B, será la resultante de las dos tensiones que la forman. En el sistema monofásico, figura *c*, la tensión resultante AB es el doble de la AO, toda vez que las supuestas fases están en oposición; en realidad, la tensión AB es la tensión simple y el punto O no hace más que dividirla en dos partes iguales.

En el sistema trifásico en estrella, figura *a*, la tensión resultante de las dos fases, separadas 120°, será

$$V = \sqrt{3}\, v$$

de donde

$$v = \frac{V}{\sqrt{3}}$$

En el montaje en polígono, la tensión por puente será la misma que la de la fase en que se apoya, es decir,

$$V = v$$

Llamaremos *potencia simple o potencia por fase*, *al producto*

$$w = vi. \cos \varphi$$

es decir, *a la potencia correspondiente a un devanado, con independencia de la conexión entre ellos.*

En el sistema monofásico, no habiendo más que una fase, la *potencia total* será la misma *potencia por fase*

$$W = VI \cos \varphi$$

fórmula que está conforme con la hallada en el caso general del capítulo II.

El sistema difásico que se emplea en la industria, con su defasaje de 90°, puede considerarse como dos monofásicos reunidos, siendo por lo tanto su potencia

$$W = 2\ VI \cos \varphi$$

Para el sistema trifásico, vamos a tener en cuenta la clase de conexión al determinar la potencia total.

En la fórmula que nos da la potencia por fase

$$w = vi. \cos \varphi$$

substituyendo los valores de v y de i, hallados anteriormente, tendremos para la conexión en estrella

$$w = \frac{V}{\sqrt{3}} I \cos \varphi$$

y para la conexión en triángulo

$$w = V \frac{I}{\sqrt{3}} \cos \varphi$$

por lo tanto, la potencia simple en una de las fases, es siempre, cualquiera que sea la conexión

$$w = \frac{V\,I}{\sqrt{3}} \cos \varphi$$

La potencia total consumida o producida en las tres fases de un sistema trifásico, será

$$W = 3\,w = \frac{3}{\sqrt{3}} VI \cos \varphi$$

y reduciendo a un número todo el coeficiente numérico

$$W = 1'732\ VI \cos \varphi$$

Cálculos numéricos. 1.° *Calcular la intensidad compuesta y simple de un motor trifásico que funciona a* 5,000 *voltios y consume* 500 *kilowatios, con un factor de potencia cos.* $\varphi = 0'9$.

De la fórmula establecida en el caso de un sistema trifásico, se deduce

$$I = \frac{W}{1'732\ V \cos. \varphi}$$

y substituyendo valores numéricos

$$I = \frac{500{,}000}{1'732 \times 5000 \times 0'9} = 64'16$$

que es la intensidad compuesta.

La intensidad simple será, si es estrella su devanado

$$i = I = 64'16$$

y si es polígono

$$i = \frac{I}{\sqrt{3}} = \frac{64'16}{1'732} = 37 \textit{ amperios}$$

2.º *Calcular la potencia consumida por un alternomotor trifásico, devanado en estrella, teniendo cada uno de sus devanados 2 ohmios de resistencia y* 0'0047 *henrios de autoinducción. La corriente de alimentación es de* 300 *voltios de tensión compuesta y* 50 *períodos de frecuencia.*

Empecemos por calcular el *cos.* φ de uno de sus devanados, mediante la fórmula (capítulo II)

$$\cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{a\,\mathcal{L}}{R}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2\,\pi\,f\,\mathcal{L}}{R}\right)^2}}$$

Substituyamos valores numéricos

$$\cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2 \times 3'14 \times 50 \times 0'0047}{2}\right)^2}} =$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 + (0'75)^2}}$$

y finalmente

$$\cos\varphi = 0'8$$

La tensión simple será

$$v = \frac{V}{\sqrt{3}} = \frac{300}{1'732} = 173'2$$

La corriente por fase, siendo un circuito solo con autoinducción, vendrá dada por la fórmula

$$i = \frac{v}{\sqrt{R^2 + a^2 \mathcal{L}^2}}$$

y substituyendo valores

$$i = \frac{173'2}{\sqrt{2^2 + (2 \times 3'14 \times 50)^2 0'0047}} = 72'2$$

y siendo la conexión en estrella

$$I = i = 72'2 \text{ amperios}$$

La potencia consumida por el motor será

$$W = 1'732 \times 300 \times 72'2 \times 0'8 = 3{,}000 \textit{ vatios}$$

Representación de corrientes con vatios y sin ellos. Sea $OA = E_0$ (fig. 29) el vector correspondiente a una fuerza electromotriz, y $OB = I_0$ el correspondiente a la corriente a que da lugar.

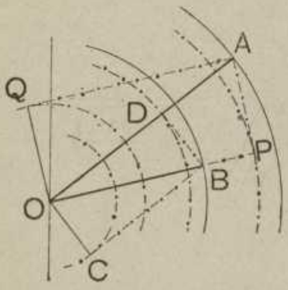

Fig. 29

Descomponiendo la magnitud OB en dos componentes perpendiculares OC y OD, una de las cuales coincida en dirección con la fuerza electromotriz, tendremos las corrientes con vatios OD y la corriente sin vatios OC.

Del mismo modo descomponiendo la magnitud OA en dos componentes perpendiculares entre sí, OP y OQ, una de las cuales coincida en dirección con la intensidad, tendremos las fuerzas electromotrices energética OP y en cuadratura $OQ = AP$.

Componentes de la tensión. La formula que nos da la intensidad eficaz

$$I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{ac} - a\mathcal{L}\right)^2}}$$

puede ser reducida a

$$I = \frac{E}{Z} \qquad \text{o} \qquad ZI = E \qquad [1]$$

representando por Z la impedancia, como sabemos ya, y cuyo valor

$$Z = \sqrt{R^2 + (X - Y)^2} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{ac} - a\mathcal{L}\right)^2}$$

se dedujo con auxilio de la figura 10 (capítulo II), en la que, las constantes del circuito estaban representadas por los lados del triángulo OAM, distribuídas en la forma siguiente:

La impedancia Z, por la hipotenusa OM.

La resistencia óhmica R, por el cateto OA, y

Los efectos combinados de la capacitancia y reactancia $\left(\frac{1}{a} - a\mathcal{L}\right)$, por el cateto AM.

Si las longitudes de los tres lados del triángulo OAM se multiplican por una misma cantidad I, intensidad constante cualquiera, resulta un triángulo de la misma forma pero agrandado o empequeñecido según sea I mayor o menor que un amperio. El valor de los lados del triángulo, después de la multiplicación, será:

La hipotenusa, ... ZI.
El cateto, OA .... RI.
El cateto AM, ... $\dfrac{I}{ac} - a\mathcal{L}I$.

Obsérvese que la hipotenusa ZI del nuevo triángulo, tiene el valor de E, *fuerza electromotriz eficaz*, dado por la fórmula [1]; el mismo que representa en la figura 29 la hipotenusa OA del triángulo OPA, luego los catetos del nuevo triángulo deben ser los componentes de la tensión OP y PA de la figura 29.

El cateto OP, *fuerza electromotriz energética* debe ser el que dependa de la resistencia óhmica, RI, por ser ésta, como sabemos (capítulo II), la única que consume vatios.

El cateto PA, que representa la *fuerza electromotriz en cuadratura*, como producida por la autoinducción, será el $\left(\dfrac{I}{ac} - a\mathcal{L}I\right)$.

El resultado que acabamos de demostrar en los párrafos anteriores, da lugar al siguiente estudio gráfico:

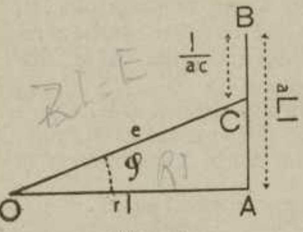

Fig. 30

Sobre una recta horizontal, tomemos una magnitud $OA = RI$ (figura 30). En su extremo A, levantamos una perpendicular AB, que sea igual al producto de la reactancia por la intensidad, $a\mathcal{L}I$, y restemos de ella, el producto de la capacitancia por la intensidad $BC = \dfrac{I}{ac}$. Uniendo O con C, tendremos la tensión representada en magnitud y en posición.

El ángulo φ, marca el desfasaje entre la intensidad y la fuerza electromotriz y será de un signo u otro, según que domine la autoinducción o la capacidad. En efecto, si el término $a\mathcal{L}I = AB$ es mayor que $\frac{I}{ac}$, el punto C estará por encima de A y la tensión e quedará adelantada de rI el ángulo φ; por el contrario, si $a\mathcal{L}I$ fuese menor que $\frac{I}{ac}$, el punto C quedaría por debajo de A y la tensión e resultaría atrasada de la corriente todo el ángulo φ. Resulta que *la corriente se atrasa o se adelanta, según predomine en el circuito la autoinducción o la capacidad.*

Si en el triángulo OAC de la figura 30, aplicamos el conocido teorema de Pitágoras, resulta

$$\overline{OC}^2 = \overline{OA}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{OA}^2 + (AB - BC)^2$$

y substituyendo los valores de OC, OA, AB y BC,

$$E^2 = (RI)^2 + \left(a\,\mathcal{L}I - \frac{I}{ac}\right)^2$$

fórmula pitagórica, que puede obtenerse por transformación matemática, partiendo de la fórmula que da la intensidad eficaz.

CAPÍTULO V

CAMPOS GIRATORIOS

Objeto de los campos giratorios. Hemos dicho (tomo I, capítulo VIII) que un circuito situado en un campo, si puede moverse *se moverá buscando siempre un máximo de flujo por su cara sur*, o dicho de otro modo, el circuito móvil en un campo magnético se orienta, como imán que es, mostrando su cara sur a la parte norte del campo.

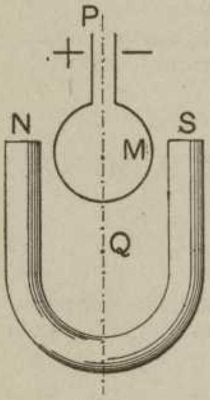

Fig. 31

Si el campo inductor está creado por un imán permanente *NS* (fig. 31), y este imán mediante un mecanismo cualquiera, gira de un modo continuo alrededor del eje *PQ*, tendremos un *campo magnético giratorio*, y el circuito, en su afán de orientarse, tenderá a girar con el campo.

Constituirá este sistema una transmisión de movimiento sin intermedios materiales.

Si en lugar de hacer girar mecánicamente el campo magnético, como hemos dicho, consiguiéramos una combinación de campos senoidales que nos dieran una resultante variable en posición, el circuito sometido a la acción de esta intensidad variaría constantemente de orientación. Tendríamos así un campo magnético giratorio, sin movimiento mecánico alguno, y una transformación de energía eléctrica en energía mecánica, perfectamente indicada para fundar en ella la construcción de un electromotor de corrientes polifásicas.

El estudio de los campos giratorios tiene por objeto la investigación de aquellas combinaciones de corrientes polifásicas que puedan darnos intensidades magnéticas variables en posición.

Un campo giratorio se llama *circular* cuando la intensidad magnética resultante es constante en magnitud, y se llama *elíptico*, cuando la intensidad magnética varía en magnitud.

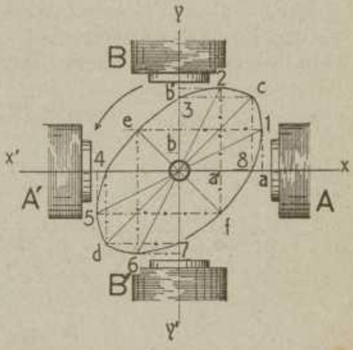

Fig. 32

Composición de dos campos perpendiculares de igual amplitud y período. Consideremos sobre el eje xx' (fig. 32), colocadas dos bobinas AA', las cuales, alimentadas por una corriente alterna senoidal, dan lugar a un campo magnético, cuya intensidad, senoidal como la corriente, tendrá por valor (capítulo IV).

$$A = \mathcal{H}_0 \operatorname{sen} at$$

Sobre el eje yy' supongamos otras dos bobinas $B\,B'$ alimentadas por otra corriente alterna, de la misma amplitud y período que la primera, pero defasada respecto a ella un ángulo cualquiera φ. La intensidad magnética debida a este nuevo par de bobinas tendrá por valor

$$B = \mathcal{H}_0 \text{ sen } (at - \varphi)$$

Las intensidades magnéticas A y B estarán siempre dirigidas según los ejes xx' e yy', respectivamente, y su resultante, en un momento cualquiera, será la diagonal del paralelogramo construído sobre ellas.

Para hallar la resultante, dibujemos primeramente las dos senoides AAA... y BBB..., correspondientes a las intensidades componentes, te-

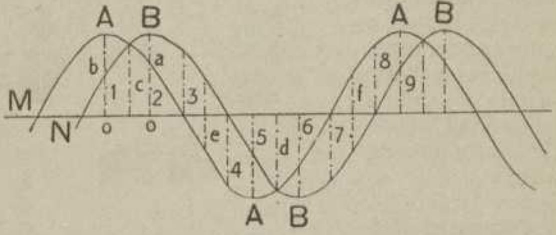

Fig. 33

niendo en cuenta su desfasaje MN (fig. 33). Dividamos el período en un número cualquiera de partes iguales, por ejemplo, el período comprendido entre dos máximos de la senoide A, dividámoslo en ocho partes iguales y las ordenadas correspondientes 1, 2, 3, ..., 8, nos indicarán los valores instantáneos de las intensidades magnéticas.

Estos valores instantáneos se aplicarán sobre los ejes xx' e yy', tomando como positivos los sentidos OA y OB, y como negativos los OA' y OB'. Cada par de valores instantáneos nos darán una resultante.

Así, para la ordenada 1, de la figura 33, corresponden los valores o*A* y o*b*. Llevadas estas magnitudes a la figura 32, y compuestas mediante el rectángulo *Oa*1*b*, nos darán la intensidad resultante o1.

Para la ordenada 2 de la figura 33, corresponden los valores instantáneos *oa* y *oB*, que llevados a la figura 32, y compuestos, nos darán la resultante o2, como diagonal de *Oa'*2*b'*.

Del mismo modo están determinados los vectores o3, o4, ..., o8.

Se ve que la intensidad resultante se mueve constantemente y cambia de magnitud, ajustándose a la forma de una elipse; luego *la composición de dos campos magnéticos alternativos de igual amplitud y período, pero desfasados un ángulo cualquiera* φ, *es un campo giratorio elíptico.*

Los ejes mayor y menor de la elipse son las bisectrices de las direcciones de los campos componentes. Estas bisectrices *cd* y *ef* (fig. 32), se obtienen cuando las senoides se cortan, como sucede para las ordenadas *c* y *d* (fig. 33), y cuando su separación es máxima, como en las ordenadas *e*, *f*.

Observemos que, siendo equidistantes las ordenadas 1, 2, 3, ... 8 de la figura 33, que nos han servido para determinar los valores instantáneos de las intensidades componentes, los vectores de la figura 32 no están uniformemente repartidos sobre la circunferencia, lo cual prueba que *el campo giratorio resultante rueda sin uniformidad.*

Cuando los vectores son largos, como el 1 y el 2, se encuentran menos separados; en cambio, cuando son cortos, como los 3 y 4, están más separados. De manera que cuando crece la intensidad del campo giratorio, decrece su velocidad de rotación.

Probablemente el movimiento de esta intensidad magnética obedecerá a la llamada *ley de las áreas,* tan repetida en los fenómenos naturales, y que se enuncia así:

En el movimiento de rotación de un vector, *el área que recorre el vector es proporcional al tiempo empleado en recorrerla*, de manera que el vector corto ha de ir más deprisa que el vector largo, si ha de recorrer la misma área en el mismo tiempo.

Caso de intensidades en cuadratura. Supongamos ahora que las dos corrientes que alimentan los sistemas de bobinas AA' y BB' (fig. 34), tienen un desfasaje de 90°, es decir, están en cuadratura, de manera que las intensidades de los campos magnéticos que crean obedecerán a las fórmulas

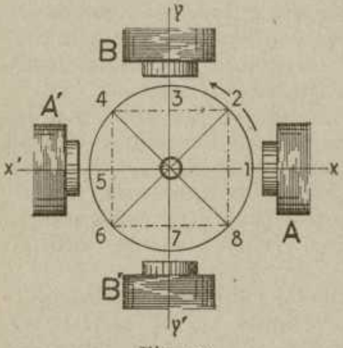

Fig. 34

$$A = \mathcal{H}_0 \operatorname{sen} at$$

$$B = \mathcal{H}_0 \operatorname{sen}(at - 90)$$

Construyamos las dos senoides A y B (fig. 35), correspondientes a los dos campos magnéticos, que nos permitirán medir los valores instantáneos de las intensidades respectivas.

El período comprendido entre dos máximos positivos de la senoide A, lo dividiremos en ocho partes iguales, siendo las ordenadas correspondientes las 1, 2, 3, ... 8.

Para la ordenada 1 se tienen los valores ma de la senoide A y 0 de la senoide B. Llevados estos valores a la figura 34, nos darán como resultante el vector 01, coincidiendo con el eje xx'.

La ordenada 2 de la figura 35, nos da las intensidades componentes nb para ambas senoides. Llevando estos valores a los ejes xx' e yy' de la figura 34, obtendremos como resultante el vector o2.

Del mismo modo están obtenidos los vectores o3, o4, ... o8.

Como se ve, la intensidad resultante cambia constantemente de dirección; pero obsérvese que siendo equidistantes las ordenadas 1, 2, 3, ... 8 (fig. 35), que hemos empleado para medir valores

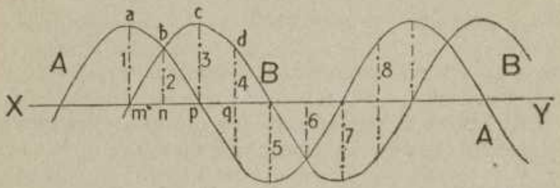

Fig. 35

instantáneos, obtenemos las resultantes o1, o2, o3, ... o8 (fig. 34), uniformemente repartidos sobre la circunferencia, luego *el campo es uniformemente giratorio*. Además, los vectores resultantes son todos iguales, luego *el campo es circular*.

Un campo circular y uniformemente giratorio es perfectamente adecuado para la construcción de electromotores.

La intensidad $\mathcal{H}_g$ del campo giratorio es igual al radio del círculo, figura 34, que es igual a la amplitud $ma = cp = \mathcal{H}_0$ de los campos componentes, figura 35.

$$\mathcal{H}_g = \mathcal{H}_0$$

Caso de intensidades concordantes. Si las corrientes alimentadoras de las bobinas AA' y BB' fuesen concordantes, las intensidades magnéticas creadas serían también concordantes, y las dos senoides *A* y *B* que hemos considerado en los

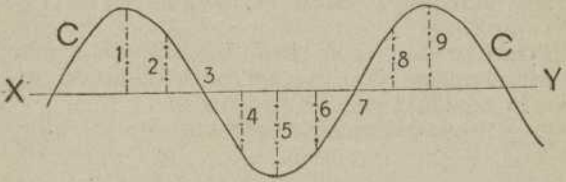

Fig. 36

casos anteriores se confunden en una sola *CCC* ... (fig. 36).

Dividamos el período en un número cualquiera de partes iguales, en ocho, por ejemplo, y las or-

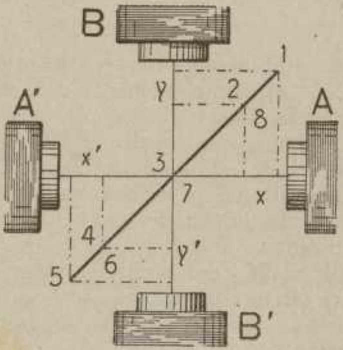

Fig. 37

denadas correspondientes las llevamos sobre los dos ejes xx' e yy' de la figura 37.

Los cuadriláteros empleados para componer los valores instantáneos son, en todos los momentos, cuadrados, luego las diagonales coinciden siempre con la bisectriz de los ejes.

El campo resultante es fijo y alternativo.

La intensidad resultante máxima $\mathcal{H}_f$ se obtendrá cuando sean máximas las intensidades componentes $\mathcal{H}_0$, y como siempre formanl as componentes y la resultante un triángulo rectángulo isósceles, se verificará la relación pitagórica

$$\mathcal{H}_f = \sqrt{\mathcal{H}_0^2 + \mathcal{H}_0^2} = \mathcal{H}_0 \sqrt{2}$$

Composición de dos campos rotatorios iguales y contrarios. Supongamos que los dos imanes M, N (fig. 38) giran uniformemente alrededor de su eje común PQ, pero en sentidos contrarios. Tendremos así, en el plano RS, dos campos giratorios iguales y contrarios.

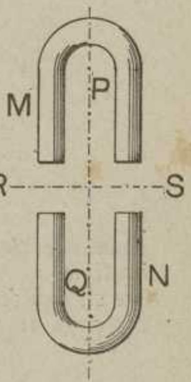

Fig. 38

Veamos cuál es su resultante.

Sean 1′, 2′, 3′, 4′ ... (fig. 39), las posiciones sucesivas de la intensidad debida al imán M de la figura 38, y 1″, 2″, 3″, 4″, ... las de la intensidad del imán N.

Los paralelogramos de composición en todos los momentos son rombos, por lo tanto, las diagonales coinciden con el eje xx' y las sucesivas resultantes son 01, 02, 03, 04, 05, ...

El campo resultante es alternativo y fijo, coincidiendo siempre con el eje **xx′**.

La máxima intensidad resultante se obtiene cuando las intensidades componentes coinciden en 1′ 1″ o en 7′ 7″, de manera que *la amplitud del campo fijo resultante es doble que la amplitud de uno cualquiera de los componentes giratorios.*

$$\mathcal{H}_f = 2\mathcal{H}_g$$

Si dos campos giratorios, iguales y de sentido contrario, dan como resultante un campo alternativo fijo y de amplitud doble, según el principio de reciprocidad, *todo campo alternativo y fijo puede considerarse debido a la simultaneidad de dos campos giratorios, iguales de sentido contrario y de amplitud mitad del campo fijo dado.*

Este recíproco sirve de fundamento para la construcción de un grupo de alternomotores llamados *monofásicos sin colector.*

Fig. 39

Consecuencia. Recordemos que dos campos alternativos fijos, concordantes y perpendiculares entre sí, dan como resultante un campo alternativo y fijo cuya amplitud vale

$$\mathcal{H}_f = \mathcal{H}_0 \sqrt{2}$$

y el recíproco del párrafo anterior nos dice que el campo alternativo y fijo puede considerarse resultante de dos giratorios iguales y contrarios, relacionándose las amplitudes mediante la ecuación

$$\mathcal{H}_f = 2\mathcal{H}_g$$

Y como dos cosas iguales a una tercera son iguales entre sí, podemos deducir la siguiente consecuencia:

Dos campos alternativos fijos, concordantes, perpendiculares entre sí, de amplitud $\mathcal{H}_0$, son equivalentes a dos campos giratorios, iguales y contrarios, de amplitud $\mathcal{H}_g$ relacionándose sus amplitudes mediante la ecuación

$$\mathcal{H}_0 \sqrt{2} = 2\mathcal{H}_g \qquad \text{o} \qquad \mathcal{H}_g = \frac{\mathcal{H}_0}{\sqrt{2}}$$

Campo circular con corrientes trifásicas. Consideremos tres bobinas *A*, *B*, *C* (figura 40), alimentadas por tres corrientes alternas desfasadas, 120 grados una de otra y colocadas sobre tres ejes *xx'*, *yy'*, *zz'*, igualmente separados uno de otro por ángulos de 120 grados.

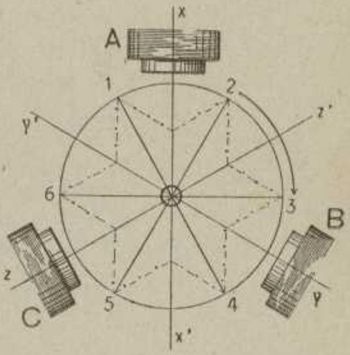

Fig. 40

Los campos magnéticos a que dan lugar estas corrientes serán senoidales, y sus intensidades instantáneas obedecerán a las fórmulas

$$A = \mathcal{H}_0 \operatorname{sen} at \qquad B = \mathcal{H}_0 \operatorname{sen} (at - 120^\circ)$$

$$C = \mathcal{H}_0 \operatorname{sen} (at - 240^\circ)$$

Construyamos las tres senoides *A*, *B*, *C* (fig. 41), correspondientes a los tres campos magnéticos componentes, para medir en ellas los valores instantáneos de la intensidad.

El período completo comprendido entre las ordenadas 1 y 7 dividámoslo en seis partes iguales, con lo cual las ordenadas correspondientes, 1, 2, 3, 4, 5, 6 comprenderán todas una alternancia de alguna de las fases y, por lo tanto, una de las intensidades componentes en estos momentos será nula.

Para la ordenada 1 de la figura 41, se tienen los valores ma y $-mb$, correspondientes a las senoides A y B respectivamente. Llevando estos valores sobre los ejes Ox y Oy' de la figura 40, obtendremos como resultante el vector o1.

Para la ordenada 2 de la figura 41 se tienen los valores na' y $-nc'$ correspondientes a las senoi-

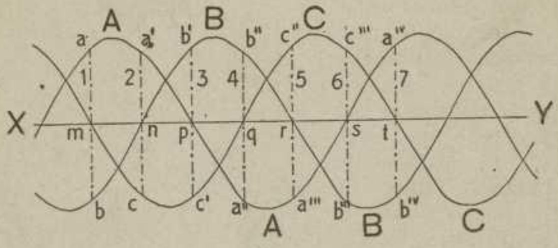

Fig. 41

des A y C respectivamente. Llevando estos valores sobre los ejes ox y oz' de la figura 40, obtendremos como resultante el vector o2.

Del mismo modo están obtenidos los vectores o3, o4, o5, o6.

Como se ve, la intensidad resultante cambia constantemente de dirección, luego *el campo es giratorio*. Además, siendo equidistantes las ordenadas 1, 2, ... de la figura 41, es decir, midiendo los valores instantáneos de las componentes al final de tiempos iguales, los vectores o1, o2, ... de la figura 40 están uniformemente repartidos sobre la circunferencia, luego *la intensidad resultante gira uniformemente*.

Por fin, los paralelogramos que sirven para componer intensidades en la figura 40, son todos ellos rombos iguales, y, por lo tanto, las diagonales 01, 02, ... son también iguales, luego *el campo es circular*.

Un campo uniformemente giratorio y circular es perfectamente adecuado para la construcción de electromotores.

La intensidad del campo giratorio resultante, $\mathcal{H}_g$, se relaciona con la intensidad $\mathcal{H}_0$ de uno de los campos componentes, mediante la fórmula

$$\mathcal{H}_g = \frac{3}{2} \mathcal{H}_0$$

Campo multipolar de intensidad constante. En todos los casos de composición de campos magnéticos estudiados hasta aquí, la intensidad resultante es única en cada momento, y, por lo tanto, el campo resultante tiene una sola región norte y una sola región sur, es decir, es un *campo bipolar*. Además, el giro del campo tiene lugar con la velocidad angular a determinada por la frecuencia de las corrientes inductoras, de manera que el campo da una vuelta completa durante cada período de la corriente.

Esta velocidad angular es, generalmente, excesiva para los electromotores empleados en la industria. En efecto, con una frecuencia de 50 períodos, que es la comúnmente adoptada por las centrales generadoras, el campo daría 50 vueltas por segundo, o sea 3,000 por minuto, número de vueltas que rara vez se adopta en la industria por los peligros que ofrece tal rotación con su fuerza centrífuga, violencia de rozamientos, etc., etc.

Para conseguir menores velocidades angulares se constituyen los campos multipolares que vamos a estudiar.

Con q corrientes senoidales que formen un sistema completo de corrientes polifásicas, puede conseguirse un campo giratorio con p resultantes simultáneas, es decir, con $2p$ polos, y en el cual cada una de sus intensidades resultantes gire un ángulo $\frac{2\pi}{p}$ durante cada período de la corriente. Para conseguirlo, se divide la circunferencia en

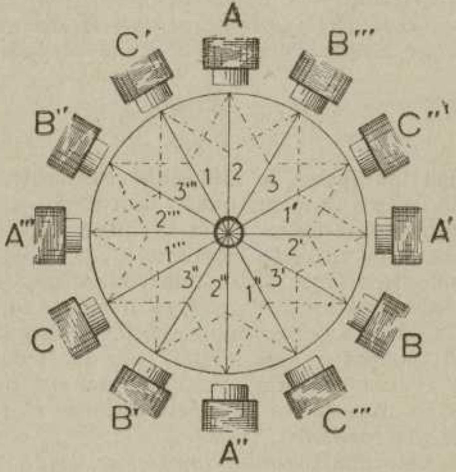

Fig. 42

p segmentos, y en cada uno de ellos se colocan equidistantes las q bobinas correspondientes a las fases distintas de la corriente.

Estudiemos, como ejemplo, un campo giratorio de ocho polos

$$2p = 8, \quad \text{de donde} \quad p = 4,$$

engendrado con corrientes trifásicas, $q = 3$.

Dividiremos la circunferencia en 4 partes iguales (fig. 42) mediante los diámetros AA'' y $A'A'''$.

Cada una de estas partes se divide luego en tres partes iguales, y en los puntos de división se colocan las bobinas A, B, C, alimentadas por las tres fases de la corriente.

En todas las bobinas del sistema A, tendremos simultáneamente una intensidad magnética.

$$A = \mathcal{H}_0 \operatorname{sen} at$$

En todas las bobinas del sistema B, tendremos también simultáneamente la intensidad

$$B = \mathcal{H}_0 \operatorname{sen} (at - 120^{\circ})$$

y en todas las del sistema C

$$C = \mathcal{H}_0 \operatorname{sen} (at - 240^{\circ})$$

Construyamos las tres senoides A, B, C, que son las de la figura 41, empleada cuando estudiamos el campo bipolar con corrientes trifásicas.

Para la ordenada 1 de la figura 41, tenemos en todas las bobinas A de la figura 42 una intensidad ma; en todas las bobinas B, una intensidad $-mb$, y todas las bobinas C están en este momento sin intensidad. Componiendo las dos intensidades se halla la resultante, que será el vector 1, para el sistema de bobinas A, B, C; el vector 1'. para el sistema de bobinas A', B', C'; el 1'', para las A'', B'', C'', y el 1''', para las A''', B''' y C'''.

Cuando haya transcurrido un tercio de período, vemos en la figura 41, ordenada 3, que las bobinas B tendrán intensidad pb'; las C tendrán $-pc'$, y las A no tienen intensidad. Llevando estos valores a la figura 42, y componiendo intensidades, se hallan como resultantes los vectores 2, 2', 2'' y 2'''.

Se ve que mientras las corrientes han variado en un tercio de período, las intensidades del campo magnético han pasado de la posición 1 a la posición 2, es decir, han girado 1/12 de vuelta; luego cuando las corrientes varíen en un período completo, las intensidades variarán en 3/12 = 1/4 de vuelta.

Generalizando este resultado, diremos que, *cuando se constituye un campo giratorio de $2p$ polos, con corrientes de q fases, las intensidades del campo resultante giran $1/p$ de vuelta por cada período de la corriente*, luego si la corriente tiene f períodos por segundo, el campo girará f/p vueltas en el mismo tiempo. Llamando n al número de vueltas del campo se tendrá

$$n = \frac{f}{p} \qquad \text{o} \qquad f = np$$

El número b de bobinas inductoras que se necesitan para producir el campo será

$$b = pq$$

La intensidad del campo magnético giratorio vale

$$\mathcal{H}_g = \frac{q}{2}\mathcal{H}_0$$

(La demostración de esta fórmula exige conocimientos de trigonometría, que salen del límite fijado a estos libros.)

Cálculos numéricos. 1.º *Calcular el número de revoluciones del campo magnético de un motor trifásico, alimentado por corrientes de* 50 *períodos, según tenga* 3, 6, 9 *ó* 12 *carretes inductores.*

Tomando las ecuaciones conocidas

$$b = pq \qquad y \qquad f = np$$

y dividiéndolas una por otra, se obtiene

$$\frac{b}{f} = \frac{pq}{np}$$

y suprimiendo la p en numerador y denominador del segundo quebrado, resulta

$$\frac{b}{f} = \frac{q}{n} \qquad \text{o} \qquad n = \frac{fq}{b}$$

Si la corriente es trifásica ($q = 3$) y tiene 50 períodos, el valor de n será

$$n = \frac{50 \times 3}{b} = \frac{150}{b} \textit{ por segundo,}$$

o también

$$n = \frac{150 \times 60}{b} = \frac{9{,}000}{b} \textit{ por minuto,}$$

que para $b = 3$, $b = 6$, $b = 9$ y $b = 12$, nos da

$$n = \frac{9{,}000}{3} = 3{,}000 \qquad n = \frac{9{,}000}{6} = 1{,}500$$

$$n = \frac{9{,}000}{9} = 1{,}000 \qquad n = \frac{9{,}000}{12} = 750$$

El número de polos del campo giratorio, en cada caso, se calculará fácilmente por la primera de las fórmulas recordadas

$$b = pq \qquad \text{o} \qquad p = \frac{b}{q} \qquad \text{o} \qquad 2p = \frac{2b}{q}$$

que siendo $q = 3$, nos dará sucesivamente

$$2p = \frac{2 \times 3}{3} = 2 \qquad 2p = \frac{2 \times 6}{3} = 4$$

$$2p = \frac{2 \times 9}{3} = 6 \qquad 2p = \frac{2 \times 12}{3} = 8$$

Los resultados anteriores demuestran la notable influencia que ejerce el número de bobinas inductoras sobre la velocidad de rotación del campo.

2.º *Calcular la intensidad máxima de los campos inductores trifásicos, para obtener un campo giratorio de intensidad constantemente igual a* 6,000 *gausios.*

La fórmula conocida

$$\mathcal{H}_g = \frac{q}{2} \mathcal{H}_0$$

nos dará

$$\mathcal{H}_0 = \frac{2}{q} \mathcal{H}_g$$

que para los datos numéricos del problema vale

$$\mathcal{H}_0 = \frac{2}{3} \times 6{,}000 = 4{,}000$$

Sentido de la rotación. Examinando la figura 34, sobre la cual componíamos dos intensidades en cuadratura, se ve que el sentido de rotación del campo resultante, 1, 2, 3, 4, ..., es de A a B, como indica la flecha; según se ve en las senoides de la figura 35, la fase B es la retrasada, luego podemos decir que el sentido de giro es el de las fases retrasadas o decrecientes. Examinando la figura 40, sobre la cual componíamos tres campos desfasados un tercio de período, se ve que el campo resultante gira en el sentido de los vectores 1, 2, 3 ..., es decir, en el sentido ABC, que es también el de las fases retrasadas o decrecientes. Podemos, pues, establecer como regla general, que *cuando varias corrientes polifásicas contribuyen a la formación de un campo giratorio, el sentido de la rotación es el marcado por las fases retrasadas o decrecientes.*

Para el caso de las corrientes trifásicas, tan empleadas en electromotores asíncronos, se deduce la siguiente consecuencia útil.

El campo giratorio creado por un sistema completo de corrientes trifásicas cambia su sentido de rotación con sólo permutar dos fases.

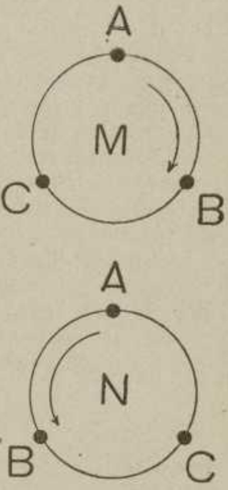

Fig. 43

En efecto, si el sentido de las fases decrecientes es el ABC, colocadas como se indica en la figura 43 M, la rotación del campo se verificará en el sentido marcado por la flecha. Conservemos invariable la fase A, y permutemos las otras dos, para disponerlas como se indica en la figura N, y la rotación, buscando el sentido ABC, se habrá invertido, verificándose como indica la flecha de esta figura.

En los campos giratorios, creados por corrientes difásicas, se cambia el sentido de rotación permutando las entradas de una sola fase. En efecto, si en la figura 34, permutando B y B' tendrá que invertirse la flecha 2 para marchar de A a B.

Corrientes monofásicas y difásicas. La corriente monofásica permite crear un sistema completo de corrientes difásicas, ya que este sistema no exige más que dos corrientes opuestas, es decir, desfasadas en 180 grados.

Para crear con estos campos, uno giratorio bipolar, es preciso un número de carretes

$$b = p \times q = 1 \times 2 = 2$$

Formando los campos inductores solamente dos carretes, el sentido de las fases decrecientes es cualquiera, luego *el campo resultante girará en cualquier sentido*. Esta conclusión está conforme con lo sabido anteriormente. En efecto, dos carretes colocados en los extremos de un diámetro y alimentadas por corrientes opuestas, crean un campo alternativo y fijo, y éste sabemos que equivale a la coexistencia de dos campos giratorios iguales y contrarios; luego la rotación puede aceptarse en cualquier sentido.

Con las corrientes difásicas generalmente empleadas, que tienen un desfasaje de 90 grados

$$i_1 = I_0 \text{ sen } at \qquad i_2 = I_0 \text{ sen } (at - 90^0)$$

puede producirse un sistema completo de campos tetrafásicos, capítulo IV, y con ellos se obtendrá un campo giratorio bipolar, empleando un número de carretes

$$b = 1 \times 4 = 4$$

Inducción por corrientes alternativas. Cuando estudiamos la inducción en el capítulo IX del tomo I, dijimos que siempre que un circuito metálico esté atravesado por un flujo variable, nace en el circuito una fuerza electromotriz de inducción, y, por lo tanto, una corriente eléctrica. Además, la ley de Lenz nos dice que en los movimientos relativos de un circuito y un campo, las corrientes inducidas que nacen se oponen siempre al movimiento, de manera que si el campo inductor es debido a una corriente, la corriente inductora y la corriente inducida no son concordantes en fase.

Cuando la corriente inductora cesa, la corriente inducida inicia su descenso, es decir, a la alternancia de la corriente inductora, corresponde el máximo de la corriente inducida, luego ambas corrientes difieren en 90 grados, o sea, *están en cuadratura.*

Siendo la corriente inductora

$$i_1 = I_0 \operatorname{sen} at$$

la inducida será

$$i_2 = I'_0 \operatorname{sen} (at - 90) = I'_0 \cos at$$

Sentado esto, consideremos un carrete A (figura 44), recorrido por una corriente alterna, y próximo a él, con una inclinación relativa de unos 45 grados, otro carrete B, cerrado en corto circuito. El flujo variable creado en el carrete A, penetra en parte en el B y da lugar a una corriente inducida. Si ambas corrientes están en cuadratura, también estarán en cuadratura los flujos creados por ellas

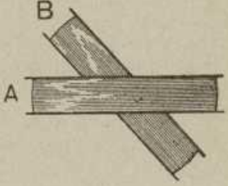

Fig. 44

$$A = \mathcal{H}_0 \operatorname{sen} at$$

$$B = \mathcal{H}_0 \cos at$$

y su composición da lugar a un campo giratorio, pero de intensidad variable, es decir, *no circular.*

Este campo no será apropiado para la construcción de electromotores; pero siendo tan sencilla su producción, se utiliza en muchos aparatos eléctricos, entre ellos el contador Shallenberger, el julímetro Ferraris, el *relais* de tiempo Brown Boveri y otros muchos.

SEGUNDA PARTE

Unidades

CAPÍTULO VI

Sistemas métricos

Unidades simples y compuestas. Una ciencia alcanza su perfección, o se aproxima a ella por lo menos, cuando puede someter a cálculo las cantidades que maneja, y para ello, lo primero que debe enseñar aquella ciencia es la manera de *medir*.

Medir una cantidad es compararla con otra constante, arbitraria, de la misma naturaleza, que se toma como *unidad* o tipo de comparación. El resultado de la medición o comparación es el *número*, y éste es el elemento de cálculo.

La medición puede ser *directa* o *indirecta*. Es directa cuando la cantidad es perfectamente comparable con la unidad. Así, por ejemplo, la longitud de una carretera se mide directamente, aplicando sobre ella cuantas veces se pueda una cinta métrica de un decámetro.

La medición es indirecta cuando la unidad no es de la misma naturaleza que la cantidad y, por lo tanto, exige algún cálculo que relacione la unidad empleada con la unidad que debería emplearse. Por ejemplo: la extensión de un campo rectangular se expresa en metros cuadrados; pero no se mide aplicando sobre el terreno cuantas veces se pueda un cuadro material de un metro cuadrado de superficie, sino que se mide multiplicando los metros lineales que tiene un lado del rectángulo por los metros lineales que tiene el lado contiguo. De manera que vamos a apreciar *metros cuadrados* y medimos *metros lineales*. La medición es, como se ve, indirecta.

En el caso de la medición directa, puede decirse que la unidad es *simple* o *independiente*, mientras en el caso de la medición indirecta la unidad es *compuesta o dependiente de otra unidad*.

En las ciencias de aplicación son muy frecuentes las unidades compuestas, relacionadas de muy diversas maneras con otra u otras unidades simples. Así, por ejemplo, en mecánica, el trabajo que supone transportar un cuerpo, es proporcional al peso del cuerpo y a la distancia que debe recorrer, es decir, a los kilogramos y a los metros, admitiéndose, por lo tanto, para medir el trabajo, una unidad doble, el kilogramo-metro, que se llama *kilográmetro*.

Si se trata de apreciar la potencia de una máquina de transporte, será preciso tener en cuenta el peso transportado, la distancia recorrida y el tiempo empleado. La potencia de la máquina será proporcional directamente al peso y a la distancia, e inversamente al tiempo empleado en el transporte. Deberemos, por lo tanto, admitir para medir potencias, la unidad triple

$$\frac{\textit{kilogramo-metro}}{\textit{segundo}}$$

llamada en la práctica *kilográmetro por segundo*.

Del mismo modo entenderemos en el cálculo de intereses la unidad peseta-año, en la tarificación de la luz, la unidad bujía-hora, etc., etc.

Se llaman también mediciones indirectas, a aquellas en que, para medir una cantidad se mide otra u otras proporcionales a la primera. Por ejemplo, para medir la resistencia R de una máquina funcionando, se mide la tensión V a que se halla sometida y la corriente I que gasta. La resistencia buscada será, según la ley de Ohm,

$$R = \frac{V}{I}$$

Sistema métrico. Se llama sistema métrico al conjunto de medidas sometidas a una ley de variación, que nos sirven para formarnos idea de la magnitud de las cantidades usuales.

Lo mismo las medidas unidades que las leyes mediante las cuales se relacionan, son completamente arbitrarias, lo cual da lugar a una variedad infinita de sistemas métricos. Así vemos antiguamente un sistema métrico en cada una de las naciones y aun dentro de una nación, un sistema diferente en cada una de sus regiones.

Esta diversidad de sistemas métricos dificultaba las transacciones mercantiles, el intercambio de conocimientos científicos, y la comparación de resultados obtenidos por diversos experimentadores, en estudios relacionados con un mismo asunto. A evitar estos inconvenientes tienden los sistemas métricos modernos, adoptándose hoy día, casi universalmente, el *sistema métrico decimal* para los usos corrientes del comercio y de la industria, y el sistema llamado *centímetro-gramo-segundo* o *cegesimal*, para las investigaciones y aplicaciones científicas.

Los sistemas métricos se clasifican en *sistemas relativos y sistemas absolutos*. Son relativos, cuando las distintas unidades, de naturalezas diferentes, que forman el sistema, no tienen ninguna relación entre sí. Tal sucedía, por ejemplo, en nuestro antiguo sistema de pesas y medidas, en que no existía ninguna relación entre la vara y el cuartillo, entre el cuartillo y la libra, etc., etc.

En cambio, en un sistema de unidades absolutas, existen relaciones naturales o convencionales entre las unidades de distinta naturaleza, que permiten deducir unas de otras. Por ejemplo, en el sistema métrico decimal, del metro se deducen el litro, el gramo y la peseta.

En los sistemas absolutos existen, por lo tanto, dos clases de unidades, las *fundamentales o independientes* y las *derivadas o dependientes* de las primeras. En el sistema métrico decimal, es unidad fundamental el metro, y unidades derivadas el litro, el gramo y la peseta.

Determinación de un sistema métrico. Un sistema métrico queda completamente determinado, cuando se fijan sus unidades fundamentales, sus unidades derivadas, y la ley de variación empleada para formar los múltiplos y divisores. Los sistemas métricos modernos, fijan como ley de formación de múltiplos y divisores la misma ley decimal que regula nuestra numeración; de manera que diez unidades de una categoría forman una unidad de la categoría siguiente.

A partir de una unidad fundamental o derivada, correspondiente a una naturaleza de cantidades, se forman los múltiplos anteponiendo las palabras

deca, hecto, kilo, miria, mega

que corresponden a unidades diez, ciento, mil, diez mil y un millón de veces mayor. Así se dice, por ejemplo, deca-amperio, hecto-vatio, kilo-voltio, meghomio.

Se forman los divisores anteponiendo las palabras

deci, centi, mili, micro,

que corresponden a la décima, centésima, milésima y millonésima de unidad principal. Así se dice, por ejemplo, centi-voltio, mili-amperio, micro-faradio.

Dimensiones de las unidades. En un sistema métrico absoluto, en el cual existen relaciones entre sus unidades derivadas y fundamentales, si se cambian las unidades fundamentales, se cambian forzosamente las unidades derivadas. Por ejemplo, si se emplea como unidad lineal el metro, se empleará como unidad superficial el metro cuadrado y como unidad cúbica el metro cúbico. Si tomásemos como unidad lineal el decímetro, es decir, una unidad diez veces menor, la unidad superficial se haría cien veces menor y la cúbica mil veces menor.

La ley de estas variaciones se ve fácilmente expresando en forma matemática las relaciones entre las unidades derivadas y fundamentales. Llamemos L a la unidad fundamental de longitud en un sistema métrico A, y las unidades derivadas de superficie y volumen serán, respectivamente,

$$S = L^2 \qquad V = L^3$$

Se dice entonces que la unidad superficial tiene dos dimensiones y la unidad cúbica tres dimensiones.

En general, si en un sistema métrico absoluto son unidades fundamentales las M, N y P, y una unidad derivada se expresa por

$$U = M^a N^b P^c \ldots$$

diremos que esta unidad tiene: a, dimensiones respecto a M; b, dimensiones respecto a N, y c, dimensiones respecto a P.

Cambio de sistema métrico. Pasemos del sistema métrico A, considerado en el ejemplo anterior, a otro sistema métrico B, en el cual la unidad fundamental l de longitud, esté relacionada con la del sistema primitivo mediante la expresión

$$L = 10\, l$$

de manera que la unidad fundamental antigua sea 10 veces mayor que la nueva. Las nuevas unidades de superficie s y de volumen v, en el nuevo sistema B, estarán relacionadas con las del primitivo mediante las expresiones

$$S = 10^2\, l^2 = 100\, s$$

$$V = 10^3\, l^3 = 1{,}000\, v$$

es decir, que la nueva unidad superficial s, será cien veces menor que la antigua S y la nueva cúbica v, mil veces menor que la antigua V, según habíamos dicho.

Generalicemos estas ideas, aplicándolas a la unidad derivada considerada antes

$$U = M^a\, N^b\, P^c \ldots$$

Si cambiamos de unidades fundamentales, tomando las nuevas m, n, p, relacionadas con las antiguas mediante las expresiones

$$M = Am \qquad N = Bn \qquad P = Cp\ldots$$

la unidad antigua U se relacionará con la nueva mediante la expresión

$$U = (Am)^a\, (Bn)^b\, (Cp)^c \ldots = A^a\, B^b\, C^c \ldots m^a\, n^b\, p^a \ldots$$

o sea, finalmente

$$U = A^a\, B^b\, C^c \ldots u$$

Llamaremos *módulo de una unidad fundamental a la relación que existe entre la unidad fundamental antigua y la unidad fundamental nueva.*

Las unidades fundamentales M, N, P, tienen por módulos A, B, C respectivamente.

Llamaremos módulos de una unidad derivada a la relación que existe entre la unidad derivada antigua y la unidad derivada nueva.

La unidad derivada U tiene por módulo $A^a\, B^b\, C^c$, de donde se deduce que *el módulo de una unidad derivada es el producto de los módulos de las unidades fundamentales, afectados de exponentes que indiquen el número de dimensiones que la derivada tiene respecto a cada una de las fundamentales respectivas.*

Representando por K el módulo de la unidad derivada, podremos escribir más brevemente

$$U = Ku$$

Cambio de expresiones numéricas. Si una cantidad fija, medida en unidades U, nos da un número X, la misma cantidad medida en unidades u, nos dará un número KX, *luego para cambiar de sistema una expresión numérica, basta multiplicarla por el módulo de su unidad respecto a la unidad del nuevo sistema.*

Así, por ejemplo, si una longitud se expresa en metros por el número 7, se expresará en centímetros por el número 700, porque el módulo del metro respecto al centímetro es 100.

Con objeto de manejar todas las relaciones establecidas, resolvamos detalladamente los siguientes ejemplos:

EJEMPLO 1.º *La potencia de una máquina es de 72 kilográmetros por segundo. ¿Cuál será la expre-*

sión de esta misma potencia en el sistema métrico gramo-centímetro por minuto?

Si llamamos L, P y T a las unidades fundamentales de *longitud, peso y tiempo,* la unidad de potencia en el primitivo sistema tiene por expresión (*)

$$U = \frac{LP}{T} = LPT^{-1}$$

De manera que la unidad de potencia tiene *una* dimensión respecto al peso, *una* dimensión respecto a la longitud, y *menos una* dimensión respecto al tiempo.

Al cambiar de sistema, las nuevas unidades de longitud, peso y tiempo, l, p, t se relacionarán con las primitivas mediante las expresiones

$$L = 100\, l \qquad P = 1{,}000\, p \qquad T = \frac{1}{60}\, t$$

de manera que los módulos respectivos son

$$100 \quad 1{,}000 \quad \frac{1}{60}$$

El módulo de la unidad derivada será

$$K = 100 \times 1{,}000 \times \left(\frac{1}{60}\right)^{-1} = 6.000{,}000$$

luego la misma potencia de la máquina, expresada en unidades del sistema *gramo-centímetro por minuto,* será

$$72 \times 6.000.000 = 432.000.000$$

(*) Aceptemos, según acepta el Álgebra, la expresión T^{-1} como igual a $\frac{1}{T}$.

EJEMPLO 2.º *Cuando las unidades fundamentales son el centímetro, el gramo-masa y el segundo, la unidad de fuerza electromotriz tiene por expresión* (*)

$$E = L^{3/2} M^{1/2} T^{-2}$$

¿Cuál será la unidad de fuerza electromotriz cuando las unidades fundamentales se tomen, 10^9 veces menor la de longitud y 10^{11} veces mayor la de masa?

Las primitivas unidades fundamentales se relacionan con las nuevas de este modo

$$L = 10^9 l \qquad y \qquad M = 10^{-11} m,$$

por lo tanto, el módulo K de la unidad derivada de fuerza electromotriz será

$$K = (10^9)^{3/2} \times (10^{-11})^{1/2} = 10^8$$

luego

$$E = 10^8 e \qquad o \qquad e = 10^{-8} E$$

Módulos recíprocos. Si para pasar de un sistema de unidades A a otro sistema B debe emplearse un módulo K, para volver del sistema B al sistema A deberá emplearse como módulo $\frac{1}{k}$, es decir, el recíproco del primero.

(*) Recordemos que el exponente fraccionario es la raíz de una potencia; siendo índice el dominador y exponente de la potencia; el numerador: Así, por ejemplo

$$L^{3/4} = \sqrt[4]{L^3}$$

CAPÍTULO VII

UNIDADES GEOMÉTRICAS Y MECÁNICAS

Unidades fundamentales. La elección de las unidades que deban ser fundamentales al establecer un sistema métrico destinado a la medición de cantidades físicas y mecánicas, es, desde luego, arbitraria. Pero el acierto o desacierto en semejante elección, trae consigo el que las fórmulas resulten más o menos sencillas y, sobre todo, afectadas o no de coeficientes numéricos, siempre molestos, y el que las cantidades usuales puedan expresarse por números ni exageradamente grandes, ni exageradamente pequeños.

Para fijar de un modo definitivo las unidades fundamentales y crear un sistema métrico científico absoluto, se reunieron en Congreso los sabios de diversos países el año 1881, y en sesión de 21 de septiembre acordaron reducir todas las acciones mecánicas y físicas a funciones de *longitudes, masas y tiempos*, adoptando, por lo tanto, como unidades fundamentales, las de longitud, de masa y de tiempo y expresando todas las demás unidades como derivadas de éstas.

Se fijó como unidad de longitud el *centímetro*, esto es, la centésima parte del metro-patrón, que guarda el Conservatorio de Artes y Manufacturas, de París, medido a cero grados. Este metro-patrón es una regla de platino, construída el año 1799 por la comisión francesa de Pesas y Medidas, y a él debemos referir actualmente el centímetro, ya que, probablemente, las dimensiones de nuestro planeta habrán variado desde que se hizo la medición del cuadrante de su meridiano, y el metro empleado hoy no será la diez millonésima parte de este arco.

Se fijó como cantidad fundamental la masa y no el peso, para conseguir que su unidad fuese la misma en todas partes, con independencia de la latitud del lugar donde se midiera.

Recordemos (tomo I, capítulo II) que masa es la relación entre el peso de un cuerpo y la aceleración de la gravedad

$$m = \frac{p}{g},$$

y se ve fácilmente que si al acercarnos al ecuador terrestre disminuye el peso p, en igual proporción disminuye la aceleración g producida por la gravedad, resultando, por lo tanto, constante la relación que define la *masa*.

Se adopta como unidad fundamental el *gramo-masa,* es decir, la masa contenida en un gramo de peso.

La unidad de tiempo es *el segundo,* es decir, la 86,400ª parte del día solar medio.

Las unidades de longitud y de peso o masa se relacionan muy fácilmente, según sabemos, por la teoría del sistema métrico decimal. La unidad de tiempo es por completo independiente de las anteriores, y, lo que es aún peor, sus múltiplos y divisores no se forman con sujeción a la ley decimal que regula los múltiplos y divisores de las demás unidades.

Siendo la longitud L, la masa M, y el tiempo T las cantidades fundamentales a las cuales hemos de referir todas las demás cantidades físicas, al sistema métrico constituído se le llamó sistema

L.M.T. Pero atendiendo a las unidades adoptadas, centímetro *C*, gramo-masa *G* y segundo *S*, se le llamó también sistema *C.G.S.* o *cegesimal*, y con este nombre es universalmente conocido.

Unidades derivadas. Serán unidades derivadas en el sistema cegesimal, todas las que midan cantidades diferentes de longitudes, masas y tiempos.

Para establecer la ecuación entre las dimensiones de una unidad derivada, se parte de su definición física y las cantidades que intervengan en ella se substituyen por otras de igual condición, hasta llegar a expresar la unidad derivada que estudiamos, en función únicamente de longitudes, masas y tiempos.

Por ejemplo, supongamos que se trata de establecer la ecuación entre las dimensiones de la unidad de aceleración. Partiremos de la definición física

$$aceleración = \frac{velocidad}{tiempo}$$

la velocidad, que no es cantidad fundamental, la substituiremos por su valor

$$velocidad = \frac{longitud}{tiempo}$$

y tendremos la aceleración expresada en unidades fundamentales

$$aceleración = \frac{longitud}{tiempo} : tiempo$$

Luego la unidad de aceleración tendrá por dimensiones

$$A = \frac{L}{T} : T = \frac{L}{T^2} = LT^{-2}$$

De otro modo se puede proceder. *Cuando se conoce una relación cualquiera entre varias cantidades, y las dimensiones de las unidades correspondientes a todas estas cantidades menos una, pueden hallarse las dimensiones de esta unidad, substituyendo en la relación todos los coeficienctes numéricos por* I, *y todas las cantidades por sus unidades expresadas en dimensiones.*

Por ejemplo, un péndulo de longitud l, que oscila libremente sometido a la aceleración g de la gravedad, emplea en cada una de sus oscilaciones un tiempo t, dado por la fórmula

$$t = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Si queremos aprovechar esta relación para hallar las dimensiones de la unidad de aceleración, substituiremos el coeficiente numérico 2π por I, y t y l por sus dimensiones

$$T = \sqrt{\frac{L}{A}}$$

de donde se deduce, como antes

$$A = LT^{-2}$$

En el primer tomo de esta biblioteca, y en todo lo que precede de este segundo tomo, hemos dejado preparadas convenientemente relaciones entre las cantidades mecánicas, magnéticas y eléctricas en número más que suficiente para hallar las dimensiones de todas las unidades cegesimales que necesitamos.

Al exponer el sistema, procederemos con el orden necesario, para que al buscar una cantidad conozcamos previamente todas las unidades de que dependa. De este modo conseguiremos mayor sencillez y claridad.

UNIDADES CEGESIMALES GEOMÉTRICAS Y MECÁNICAS

Superficie. La unidad cegesimal de superficie será el centímetro cuadrado, y es evidente que sus dimensiones serán

$$S = L^2$$

Volumen. La unidad de volumen será el centímetro cúbico y sus dimensiones

$$Vol = L^3$$

Arco de círculo. La unidad de arco es el arco cuya longitud iguala al radio y se llama *radiante*. Es claro que en el sistema cegesimal el radio unidad será el centímetro, y, por lo tanto, el arco unidad también el centímetro. Luego la unidad de arco tendrá por dimensiones

$$Ar. = L$$

Angulo plano. Conocemos, por la geometría elemental, la relación

$$arco = ángulo \times radio$$

Representemos por Θ la unidad de ángulo plano y substituyendo en la relación anterior las cantidades por sus unidades

$$L = \Theta \times L$$

de donde

$$\Theta = \frac{L}{L} = L^0 \quad (*)$$

La unidad de ángulo plano no tiene dimensiones.

Ángulo sólido. Para medir el ángulo sólido que corresponde a una pirámide o cono, se describe una esfera tomando por centro el vértice de la pirámide o cono, y se compara la superficie esférica interceptada con el cuadrado del radio. De manera que

$$\textit{ángulo sólido} = \frac{\textit{superficie esférica}}{(\textit{radio})^2}$$

Representando por Ω la unidad de ángulo sólido, y substituyendo en la relación anterior las cantidades por sus unidades

$$\Omega = \frac{L^2}{L^2} = L^0$$

La unidad de ángulo sólido tampoco tiene dimensiones.

Velocidad lineal. Sabemos (tomo I, capítulo II) que

$$\textit{velocidad} = \frac{\textit{camino}}{\textit{tiempo}}$$

y substituyendo cantidades por unidades

$$V = \frac{L}{T} = LT^{-1}$$

(*) Aceptemos, como en Álgebra, que $L^0 = 1$.

Velocidad angular. La velocidad angular viene definida de este modo:

$$veloc.\ ang. = \frac{ángulo}{tiempo}$$

y substituyendo cantidades por unidades

$$\Phi = \frac{L^0}{T} = T^{-1}$$

Aceleración. En el movimiento uniformemente variado, la aceleración es constante y se define por la relación

$$aceleración = \frac{velocidad}{tiempo}$$

Substituyendo cantidades por unidades

$$A = \frac{LT^{-1}}{T} = LT^{-2}$$

Fuerza. Para un movimiento cualquiera, se tiene siempre

$$fuerza = masa \times aceleración,$$

y substituyendo cantidades por unidades

$$F = M \times LT^{-2} = LMT^{-2}$$

La unidad cegesimal de fuerza se llama *dina*.

Trabajo. Cuando un punto se mueve siguiendo la dirección de la fuerza que actúa sobre él, efectúa un trabajo expresado por la relación

$$trabajo = fuerza \times camino$$

y substituyendo las cantidades por las unidades

$$J = LMT^{-2} \times L = L^2MT^{-2}$$

Potencia. Se define la potencia mediante la relación

$$potencia = \frac{trabajo}{tiempo}$$

y substituyendo las cantidades por las unidades

$$W = \frac{L^2MT^{-2}}{T} = L^2MT^{-3}$$

La unidad cegesimal de potencia se llama *ergio*.

UNIDADES MECÁNICAS PRÁCTICAS

Para las cantidades generalmente empleadas en la práctica, las unidades cegesimales darían números excesivamente grandes siempre molestos de manejar, y, para evitarlos, se constituye un *sistema práctico* $L_1F_1T_1$ (longitud, fuerza, tiempo), tomándose como unidades fundamentales el *metro, el kilogramo y el segundo.*

En este sistema, el trabajo, como producto de fuerza por camino, tendrá como unidad

$$J_1 = L_1F_1$$

y se llama *kilográmetro*.

La potencia, como relación del trabajo al tiempo, será

$$W_1 = \frac{J_1}{T_1} = L_1F_1T_1^{-1}$$

y esta unidad se llama *kilográmetro* por segundo.

Relación entre unidades mecánicas prácticas y cegesimales. Para relacionar las unidades de los dos sistemas $L.M.T.$ y $L_1F_1T_1$, recordemos que

$$masa = \frac{peso}{aceleración}$$

y teniendo en cuenta que en nuestras latitudes la gravedad imprime una aceleración de 981 centímetros, podremos decir

$$gramo\text{-}masa = \frac{gramo\text{-}peso}{981}$$

y también

$$gramo\text{-}peso = 981 \ gramo\text{-}masa$$

El esfuerzo producido por el *gramo-masa* es la unidad de fuerza llamada *dina*, y siendo el *gramo-peso* 981 veces mayor que el *gramo-masa*, su fuerza debe valer 981 dinas. Así:

$$gramo = 981 \ dinas$$

Tomando como unidad de fuerza, en la práctica, el kilogramo y siendo éste mil veces mayor que el gramo, la relación entre las unidades de uno y otro sistema será

$$Kilogramo = 981{,}000 \ dinas$$

o sea

$$F_1 = 981{,}000 \ F$$

Recordemos que la unidad de longitud es

$$L_1 = metro = 100 \ centímetros = 100 \ L$$

y multiplicando miembro a miembro tendremos la unidad práctica de trabajo

$$J_1 = L_1F_1 = kilográmetro = 98{,}100{,}000 \ ergios$$

Un múltiplo del kilográmetro, de frecuente empleo, es el *caballo de vapor*, indicado comúnmente por las iniciales *H.P.* (horse-power) y que vale 75 kilográmetros

$$H.P. = 75 \times 98.100{,}000 \textit{ ergios}$$

o aproximadamente

$$H.P. = 736 \times 10^7 \textit{ ergios}$$

Otro múltiplo del kilográmetro, menos empleado que el anterior, es el *poncelet*, que vale 100 kilográmetros

$$P.C. = 100 \times 98.100{,}000 = 981 \times 10^7 \textit{ ergios}$$

La unidad de potencia será

$$W_1 = 98.100{,}000 \textit{ ergios-segundo}$$

Resumen. Para que sea fácil consultar, cuando convenga, las diversas unidades de los sistemas estudiados, reunimos en dos cuadros los resultados obtenidos.

UNIDADES GEOMÉTRICAS Y MECÁNICAS DEL SISTEMA L. M. T.

UNIDAD DE	SÍMBOLO	DIMENSIONES	NOMBRE
Longitud	L	L	Centímetro
Masa	M	M	Gramo-masa
Tiempo	T	T	Segundo
Superficie	S	L^2	Centímetro cuadrado
Volumen	Vol	L^3	Centímetro cúbico
Arco de círculo	Ar.	L	Radiante
Ángulo plano	Θ	Sin dimensiones	
Ángulo sólido	Ω	Sin dimensiones	
Velocidad lineal	V	$L\,T^{-1}$	
Velocidad angular	Φ	T^{-1}	
Aceleración	A	$L\,T^{-2}$	
Fuerza	F	$L\,M\,T^{-2}$	Dina
Trabajo	J	$L^2\,M\,T^{-2}$	Ergio
Potencia	W	$L^2\,M\,T^{-3}$	Ergio-segundo

UNIDADES MECÁNICAS PRÁCTICAS DEL SISTEMA L_1 F_1 T_1

UNIDAD DE	SÍMBOLO	DIMENSIONES	NOMBRE	RELACIÓN CON EL L. M. T.
Longitud	L_1	L_1	Metro	100 centímetros
Fuerza	F_1	F_1	Kilogramo	981000 dinas
Tiempo	T_1	T_1	Segundo	»
Trabajo	J_1	$L_1\,F_1$	Kilográmetro	981 00000 ergios
Potencia	W_1	$L_1F_1T_1^{-1}$	Kgm.-segundo	98100000 ergios—s
Trabajo	H; P.	»	Caballo vapor	736×10^7 ergios
Trabajo	P. C.	»	Poncelet	981×10^7 ergios

Velocidades usuales. Para tener tipos de comparación a que referirnos en los problemas en que deban intervenir velocidades, copiamos a continuación algunas de las más usuales.

Hombre al paso normal	5	Km.-h.
— — gimnástico	8	—
Caballo al paso.	2	—
— al trote	8	—
— al galope	36	—
— en carreras	60	—
Automóvil	120	—
Tranvía urbano eléctrico	20	—
Ferrocarril eléctrico	200	—
Viento fresco	7	m.-s.
— tempestuoso	24	—
— huracanado..............	45	—
El sonido en el aire a 15_0C	340	—
La luz en el vacío.............	3×10^{10}	cm. s.

Densidades usuales. *Se llama densidad de una substancia al peso en gramos de un centímetro cúbico de dicha substancia,* o también, *al peso en kilogramos de un decímetro cúbico.*

De aquí se deduce que podremos calcular el peso P de un cuerpo, multiplicando su volumen por su densidad D

$$P = Vol \times D$$

obteniendo el peso en gramos o kilogramos, según que el volumen esté en centímetros o decímetros cúbicos.

Las substancias más empleadas en las construcciones eléctricas tienen las siguientes densidades:

Aluminio.......	2,57	Cadmio........	8,56
Antimonio	6,71	Carbono	3,52
Bismuto	9,80	Cobre	8,90

Oro	19,34	Magnesio	1,70
Plata	10,50	Manganeso	7,40
Osmio	22,40	Mercurio	13,59
Platino	21,50	Níquel	8,60
Plomo	11,34	Bronce	8,80
Tántalo	16,64	Ferroníquel ...	8,40
Titano	5,30	Latón amarillo.	8,50
Tungsteno	19,12	Melchior	8,35
Selenio	4,80	Niquelina......	8,77
Estaño	7,29	Platino iridiado.	21,60
Hierro	7,80	Plomo-estaño ..	10,60

Ejemplo. *Calcular el peso de una línea de tres conductores de cobre, teniendo cada uno 30 mm.² de sección y 25 kilómetros de longitud.*

Expresando las dimensiones del conductor en decímetros tendremos

$$Vol. = 0{,}0030 \times 250.000 = 750 \ dm.^3$$

y multiplicando por la densidad del cobre, que es 8,9, tendremos el peso de un conductor

$$P = 750 \times 8{,}9 = 6.675 \ kilogramos$$

y el peso total de la línea será

$$3P = 20.025 \ kilogramos$$

Observación. Las dimensiones de los conductores eléctricos suelen darse en milímetros cuadrados la sección, y en metros la longitud. Se abrevia el cálculo de su volumen, observando que *el producto de milímetros cuadrados por metros lineales da centímetros cúbicos,* por lo tanto, siendo s la sección en mm.², l la longitud en metros, y D la densidad, el peso del conductor será

$$p = \frac{s\,l\,D}{1.000} \ kilogramos$$

CAPÍTULO VIII

UNIDADES MAGNÉTICAS

Fundamento del sistema. Para establecer el sistema de unidades magnéticas cegesimales, nos fundaremos en la fórmula de Newton, que rige los efectos de atracción y repulsión de las masas magnéticas, establecida en el tomo I, capítulo III.

$$f = \frac{mm'}{r^2}$$

Polo magnético. Tomaremos como unidad de *polo magnético o masa magnética*, una masa que actuando sobre otra igual, situada a la unidad de distancia, ejerza sobre ella la unidad de fuerza.

Llamemos m_1 a la unidad de masa magnética y recordemos que la unidad cegesimal de fuerza es la dina (LMT^{-2}) y que la unidad de distancia es el centímetro (L).

Substituyendo en la fórmula de Newton las cantidades por las unidades, tendremos

$$L\,M\,T^{-2} = \frac{m_1^{\,2}}{L^2}$$

de donde

$$m_1 = L^{3/2}\,M^{1/2}\,T^{-1}$$

Intensidad de un campo magnético. El campo magnético creado por una masa *m*, tiene una intensidad $\mathcal{H}$ en un punto situado a la distancia *r*, que viene expresada por

$$\mathcal{H} = \frac{m}{r^2}$$

Llamemos $\mathcal{H}_1$ a la unidad de intensidad, y substituyamos en la fórmula anterior las cantidades por las unidades

$$\mathcal{H}_1 = \frac{L^{3/2} M^{1/2} T^{-1}}{L^2} = L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}$$

Esta unidad recibe el nombre de *Gausio.*

Inducción magnética. La intensidad de un campo magnético y la inducción a través de una substancia, se relacionan, según sabemos (tomo I, capítulo III), mediante la fórmula

$$\mathcal{B} = \mu \mathcal{H}$$

Es claro que la unidad de inducción debe corresponder a la unidad de permeabilidad, y si $\mu = 1$, tendremos

$$\mathcal{B} = \mathcal{H}$$

lo cual nos dice que la inducción magnética debe medirse también en *gausios*, y las dimensiones de su unidad serán las mismas que las de la unidad de intensidad de un campo

$$\mathcal{B}_1 = L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}$$

Flujo magnético. Sabemos que el flujo total que atraviesa una superficie s, se calcula multiplicando la inducción por la superficie

$$\mathcal{N} = \mathcal{B} s$$

y substituyendo unidades

$$\mathcal{N}_1 = (L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}) (L^2) = L^{3/2} M^{1/2} T^{-1}$$

La unidad de flujo se llama *maxvelio*, de manera que *maxvelio es el gausio por centímetro cuadrado.*

Potencial magnético. El potencial magnético se define por la relación.

$$\mathcal{V} = \frac{m}{r}$$

substituyendo la masa magnética y la distancia por sus unidades respectivas

$$\mathcal{V}_1 = \frac{L^{3/2} M^{1/2} T^{-1}}{L} = L^{1/2} M^{1/2} T^{-1}$$

Momento magnético. El momento magnético de un imán es el producto de su masa en un polo por su longitud

$$\mathcal{A} = m\, l$$

y substituyendo unidades

$$\mathcal{A}_1 = (L^{3/2} M^{1/2} T^{-1})\ (L) = L^{5/2} M^{1/2} T^{-1}$$

Intensidad de imantación. Llamamos intensidad de imantación a la relación del momento magnético al volumen

$$\mathcal{Y} = \frac{\mathcal{A}}{v}$$

y substituyendo unidades

$$\mathcal{Y}_1 = \frac{L^{5/2} M^{1/2} T^{-1}}{L^3} = L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}$$

Densidad superficial. Recordemos que la densidad superficial es numéricamente igual a la intensidad de imantación, tendrá, por lo tanto, las mismas dimensiones

$$\sigma = L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}$$

Potencia de una hoja magnética. La potencia de una hoja magnética es el producto de su densidad por su espesor

$$\mathcal{P} = \sigma\varepsilon,$$

luego su unidad será

$$\mathcal{P}_1 = (L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1})\ (L) = L^{1/2} M^{1/2} T^{-1}$$

Coeficiente de inducción mutua de dos hojas. Definíamos el coeficiente de inducción mutua de dos hojas magnéticas, al establecer la expresión de su energía relativa

$$\mathcal{G} = \mathcal{M}\mathcal{P}\mathcal{P}'$$

Poniendo en lugar de $\mathcal{G}$ el ergio y en lugar de $\mathcal{P}\mathcal{P}'$, $\mathcal{P}_1^2$, obtenemos

$$L^2MT^{-2} = \mathcal{M}_1 \times (LMT^{-2}),$$

de donde

$$\mathcal{M}_1 = L$$

Cuadro de unidades magnéticas. Para que sea más cómodo recordar las unidades magnéticas en los ejercicios de cambio de sistemas, reunimos en el siguiente cuadro los resultados obtenidos.

UNIDADES DE	SÍMBOLO	DIMENSIONES			NOMBRE
		L	M	T	
Polo magnético	m_1	$3/2$	$1/2$	-1	
Intensidad de campo	$\mathcal{H}_1$	$-1/2$	$1/2$	-1	Gausio
Inducción magnética	$\mathcal{B}_1$	$-1/2$	$1/2$	-1	Gausio
Flujo magnético	$\mathcal{N}_1$	$3/2$	$1/2$	-1	Maxvelio
Potencial magnético	$\mathcal{V}_1$	$1/2$	$1/2$	-1	
Momento magnético	$\mathfrak{M}_1$	$5/2$	$1/2$	-1	
Intensidad de imantación	$\mathcal{Y}_1$	$-1/2$	$1/2$	-1	
Densidad superficial	σ_1	$-1/2$	$1/2$	-1	
Potencia de una hoja	$\mathcal{P}_1$	$1/2$	$1/2$	-1	
Inducción mutua	$\mathcal{M}_1$	1	0	0	

CAPÍTULO IX

UNIDADES ELECTROMAGNÉTICAS

Unidades cegesimales

Las unidades eléctricas que vamos a estudiar, se establecen fundándose en uno de dos fenómenos principales de la electrología: *acción de una corriente sobre un polo magnético, o acción de una carga electrostática sobre otra carga electrostática.*

En el primer fenómeno intervienen la electricidad y el magnetismo, por lo cual, al sistema de unidades a que da lugar se le llama *electromagnético.* En el segundo fenómeno intervienen solamente cargas estáticas, y el sistema que se deduce se llama *electrostático.*

El sistema generalmente empleado es el electromagnético, y únicamente se emplea el electrostático para la medición de aquellas cantidades que son absolutamente independientes de la corriente eléctrica y de los efectos magnéticos. Tal sucede, por ejemplo, con la capacidad electrostática.

Estudiaremos ambos sistemas métricos, y la relación entre las unidades de uno y otro entre sí y con el sistema práctico.

Intensidad de corriente. El campo creado por una corriente circular, en un punto de su eje, sabemos que vale (tomo I, capítulo VII)

$$\mathcal{H} = \frac{lIb}{c^3}$$

Si el punto considerado fuese el centro del ca, rrete multiplicador por donde circula la corriente- se tendría $c = b$ y, por lo tanto,

$$\mathcal{H} = \frac{lI}{b^2}$$

Actuando este campo sobre una masa magnética m, ejercerá sobre ella una fuerza

$$F = \mathcal{H}m = \frac{lIm}{b^2}$$

de donde

$$I = \frac{b^2 F}{lm}$$

Obtendremos la unidad de intensidad cuando F sea una dina; b, un centímetro; m, la unidad de polo y l, un radiante, es decir, un centímetro también. Substituyendo estos valores se tiene

$$I_1 = \frac{L^2(LMT^{-2})}{L(L^{3/2} M^{1/2} T^{-1})} = L^{1/2} M^{1/2} T^{-1}$$

Cantidad de electricidad. En el capítulo VI del tomo I, establecimos la fórmula

$$q = It,$$

para expresar la ley de Faraday.

Reemplazando las cantidades por las unidades respectivas tendremos

$$q_1 = (L^{1/2} M^{1/2} T^{-1}) T = L^{1/2} M^{1/2}$$

Trabajo eléctrico. El trabajo eléctrico se mide en unidades mecánicas, esto es, en ergios, de manera que la unidad tendrá por dimensiones (capítulo VII)

$$J_1 = L^2MT^{-3}$$

Potencia eléctrica. La potencia eléctrica se mide igualmente en unidades mecánicas, es decir, en ergios-segundo. Tendremos, por lo tanto,

$$W_1 = L^2MT^{-3}$$

Fuerza electromotriz. En electrodinámica establecimos la fórmula de la potencia eléctrica

$$W = IV$$

siendo V la diferencia de potencial aplicada al circuito. Cuando se trate de potencia total consumida en un circuito completo, comprendiendo el generador de corriente, deberá substituirse la diferencia de potencial por la fuerza electromotriz y expresar la potencia mediante la fórmula

$$W = IE$$

de donde

$$E = \frac{W}{I}$$

Reemplazando las cantidades por las unidades respectivas, se tiene

$$E_1 = \frac{L^2MT^{-3}}{L^{1/2} M^{1/2} T^{-1}} = L^{3/2} M^{1/2} T^{-2}$$

La diferencia de potencial se mide en iguales unidades que la fuerza electromotriz, luego podemos también establecer

$$V_1 = L^{3/2} M^{1/2} T^{-2}$$

Resistencia. La ley de Ohm, estudiada en electrodinámica, aplicada a un circuito de resistencia R, nos da

$$I = \frac{V}{R} \qquad \text{o} \qquad R = \frac{V}{I}$$

Substituyendo cantidades por unidades, hallaremos la unidad de resistencia

$$R_1 = \frac{L^{3/2} M^{1/2} T^{-2}}{L^{1/2} M^{1/2} T^{-1}} = LT^{-1}$$

Conductancia. Recordemos que la expresión de la conductancia es inversa de la resistencia, luego la unidad de conductancia tendrá por dimensiones

$$K_1 = L^{-1}T$$

Resistividad. De la fórmula de la resistencia

$$R = \rho \frac{l}{s}$$

se deduce

$$\rho = \frac{Rs}{l}$$

y la relación entre unidades será

$$P_1 = \frac{(LT^{-1})\,L^2}{L} = L^2T^{-1}$$

Conductividad. Siendo la conductividad inversa de la resistividad, podremos escribir

$$\Gamma_1 = L^{-2} T$$

Capacidad. La capacidad de un conductor viene expresada por (tomo I, capítulo V)

$$c = \frac{q}{v}$$

y substituyendo unidades

$$C_1 = \frac{L^{1/2} M^{1/2}}{L^{3/2} M^{1/2} T^{-2}} = L^{-1} T^2$$

Capacitancia. Hemos definido el efecto de capacidad o *capacitancia de un conductor*, mediante la expresión (tomo II, capítulo II)

$$X = \frac{1}{ac}$$

Recordemos el valor de la pulsación a y podremos modificar la fórmula anterior así:

$$X = \frac{1}{ac} = \frac{1}{\frac{2\pi}{T} c} = \frac{T}{2\pi c}$$

Para hallar las dimensiones de la unidad de capacitancia, substituiremos el coeficiente numérico 2π

por la unidad y las cantidades por unidades (capítulo anterior) y tendremos

$$X_1 = \frac{T}{L^{-1}T^2} = LT^{-1}$$

Autoinducción o selfinducción. En el tomo I, capítulo IX, hemos definido el coeficiente de autoinducción mediante la relación

$$\mathcal{L} = \frac{\mathcal{N}}{i}$$

luego la unidad de autoinducción tendrá por dimensiones

$$\mathcal{L}_1 = \frac{L^{3/2} M^{1/2} T^{-1}}{L^{1/2} M^{1/2} T^{-1}} = L$$

Reactancia. Hemos definido el efecto de autoinducción o *reactancia de un conductor*, mediante la expresión (tomo II, capítulo II)

$$Y = a\,\mathcal{L}$$

Recordemos el valor de la pulsación a, y podremos modificar la fórmula anterior así:

$$Y = a\,\mathcal{L} = \frac{2\pi}{T}\,\mathcal{L}$$

Substituyamos el coeficiente numérico por 1 y las cantidades por unidades. Tendremos

$$Y_1 = \frac{L}{T} = LT^{-1}$$

Impedancia. La impedancia de un circuito que tenga resistencia óhmica, capacidad y autoinducción, viene expresada por

$$Z = \sqrt{R^2 + (X - Y)^2}$$

Observemos que las unidades halladas para la resistencia, la capacitancia y la reactancia, han resultado con las mismas dimensiones

$$LT^{-1}$$

luego la unidad de impedancia debe tener también por dimensiones

$$Z_1 = LT^{-1}$$

Admitancia. Recordemos que la admitancia es inversa de la impedancia

$$U = \frac{1}{\sqrt{R^2 + (X - Y)^2}}$$

luego tendremos

$$U_1 = L^{-1}\,T$$

Inducción mutua. En el tomo I, capítulo IX, definimos el coeficiente de inducción mutua mediante la fórmula

$$\mathcal{M} = \sqrt{\mathcal{L}\mathcal{L}'}$$

Si los circuitos que se inducen mutuamente son iguales entre sí, es evidente que

$$\mathcal{M} = \sqrt{\mathcal{L}^2} = \mathcal{L}$$

luego la unidad de coeficiente de inducción mutua tiene las mismas dimensiones que la de autoinducción, es decir,

$$\mathcal{M}_1 = L$$

Fuerza magnetomotriz. Al estudiar el circuito magnético, comparado con el eléctrico (tomo I, capítulo VIII), dijimos que un electroimán de m vueltas, recorrido por una corriente de i amperios, produce una fuerza magnetomotriz

$$\mathcal{F} = 4\,\pi\, m\, i$$

Observemos que $4\pi m$ es coeficiente numérico, sin dimensiones; luego la unidad de fuerza magnetomotriz debe tener las mismas dimensiones que la unidad de corriente. Tendremos, por tanto,

$$\mathcal{F}_1 = L^{1/2}\, M^{1/2}\, T^{-1}$$

Reluctancia. La fórmula de los circuitos magnéticos, análoga a la de Ohm para los circuitos eléctricos

$$\mathcal{N} = \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{R}}$$

nos determina la reluctancia en función del flujo y de la fuerza magnetomotriz

$$\mathcal{R} = \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{N}}$$

Substituyendo, en esta fórmula, las cantidades por las unidades, se tiene

$$\mathcal{R}_1 = \frac{L^{1/2}\, M^{1/2}\, T^{-1}}{L^{3/2}\, M^{1/2}\, T^{-1}} = L^{-1}$$

Permeancia. Recordemos que la permeancia es inversa de la reluctancia, de manera que las dimensiones de su unidad son

$$P = L$$

Reluctividad y permeabilidad. De la fórmula de la reluctancia

$$R = \frac{l}{\mu s}$$

se deduce el valor de la reluctividad

$$\frac{1}{\mu} = \frac{Rs}{l}$$

La unidad de reluctividad tendrá por dimensiones

$$\left(\frac{1}{\mu}\right)_1 = \frac{(L^{-1})\, L^2}{L} = L^0$$

luego la reluctividad no tiene dimensiones, y lo mismo sucede con la permeabilidad, que es su inversa

$$\mu_1 = L^0$$

UNIDADES ELECTROMAGNÉTICAS PRÁCTICAS

En general, el tamaño de las unidades cegesimales definidas no es apropiado a las necesidades de la industria. Las cantidades eléctricas, expresadas en unidades cegesimales, darían números excesivamente grandes o excesivamente pequeños. Para evitar estos inconvenientes, se toman como unidades fundamentales las longitudes, masas y tiempos l, m, t, relacionadas con las cegesimales por las igualdades siguientes

$$L = 10^{-9} l \qquad M = 10^{11} m \qquad T = t$$

de manera que los módulos para las unidades fundamentales son: 10^{-9} para la longitud, 10^{11} para la masa y 1 para el tiempo.

Hallemos los módulos de las unidades derivadas.

Intensidad de corriente. Las dimensiones de la unidad cegesimal son

$$I_1 = L^{1/2} M^{1/2} T^{-1}$$

luego el módulo de esta unidad será (capítulo VI)

$$(10^{-9})^{1/2} (10^{11})^{1/2} = 10,$$

es decir,

$$I_1 = i_1 \times 10$$

La unidad práctica de intensidad de corriente es el *amperio*, y, según la igualdad anterior,

$$i_1 = 10^{-1} I_1$$

el amperio vale una décima de la unidad cegesimal de intensidad.

Cantidad de electricidad. Cambiando las unidades fundamentales en la expresión

$$Q_1 = L^{1/2} M^{1/2}$$

se tiene

$$Q_1 = (10^{-9} l)^{1/2} (10^{11} m)^{1/2} = 10\, q_1$$

La unidad de cantidad de electricidad es el *culombio* y vale

$$q_1 = 10^{-1} Q$$

una décima de la unidad cegesimal.

Trabajo eléctrico. En la fórmula

$$J_1 = L^2 M T^{-2}$$

cambiemos las unidades fundamentales y obtendremos

$$J_1 = (10^{-9} l)^2 (10^{11} m) (t)^{-2} = 10^{-7} j_1$$

La unidad de trabajo eléctrico es el *julio*, y vale

$$j_1 = 10^7 J_1$$

diez millones de unidades cegesimales, es decir, de ergios.

Recordemos que entre el ergio y el caballo de vapor existe la relación

$$HP. = 736 \times 10^7 J_1$$

y substituyendo J_1 por su valor en julios

$$HP. = 736 \times 10^7 \times 10^{-7} j_1 = 736 j_1$$

luego un caballo de vapor tiene 736 julios.

Potencia eléctrica. En la fórmula

$$W_1 = L^2 M T^{-3}$$

cambiemos las unidades fundamentales y tendremos

$$W_1 = (10^{-9} l)^2 (10^{11} m) (t)^{-3} = 10^{-7} w_1$$

La unidad de potencia eléctrica es el *vatio*, y vale

$$w_1 = 10^7 W_1$$

diez millones de ergios-segundo.

La relación entre el vatio y el caballo-segundo, será como para el julio.

$$HP/S = 736\, w_1$$

Fuerza electromotriz. Recordemos la fórmula

$$E_1 = L^{3/2} M^{1/2} T^{-2}$$

y cambiando las unidades fundamentales

$$E_1 = (10^{-9}l)^{3/2} (10^{11}m)^{1/2} (t)^{-2} = 10^{-8} e_1$$

La unidad de fuerza electromotriz se llama *voltio* y vale

$$e_1 = 10^8\, E$$

cien millones de unidades cegesimales.

Resistencia. En la fórmula

$$R_1 = L\, T^{-1}$$

cambiemos las unidades fundamentales

$$R_1 = (10^{-9}l)\, (t)^{-1} = 10^{-9}\, r_1$$

La unidad práctica de resistencia se llama *ohmio* y vale

$$r_1 = 10^9\, R_1$$

mil millones de unidades cegesimales.

Conductancia. Recordemos la fórmula

$$K_1 = L^{-1}\, T$$

y cambiando las unidades

$$K_1 = (10^{-9}l)^{-1}\, (t) = 10^9\, k_1$$

La unidad de conductancia se llama *mhoio* y vale

$$k_1 = 10^{-9} K_1$$

una milmillonésima de la unidad cegesimal.

Resistividad. Cambiemos las unidades fundamentales en la fórmula

$$P_1 = L^2 T^{-1}$$

y obtendremos

$$P_1 = (10^{-9} l)^2 (t)^{-1} = 10^{-18} \rho_1$$

La unidad práctica de resistividad vale

$$\rho_1 = 10^{18} P_1$$

y se llama *ohmio-centímetro.*

Conductividad. En la fórmula

$$\Gamma_1 = L^{-2} T$$

cambiemos las unidades fundamentales y obtendremos

$$\Gamma_1 = (10^{-9} l)^{-2} (t) = 10^{18} \gamma_1$$

La unidad práctica de conductividad se llama *mhoio-centímetro* y vale

$$\gamma_1 = 10^{-18} \Gamma_1$$

Capacidad. En la fórmula

$$C_1 = L^{-1} T^2$$

cambiemos las unidades y obtendremos

$$C_1 = (10^{-9} l)^{-1} (t)^2 = 10^9 c_1$$

La unidad práctica de capacidad es el *faradio* y vale

$$c_1 = 10^{-9} C_1$$

una milmillonésima de la unidad cegesimal.

Autoinducción e inducción mutua. Cambiando las unidades en la fórmula

$$\mathcal{L}_1 = L$$

se obtiene

$$\mathcal{L}_1 = (10^{-9} l) = 10^{-9} l_1$$

La unidad práctica de autoinducción e inducción mutua se llama *henrio* y vale

$$l_1 = 10^9 L_1$$

mil millones de unidades cegesimales.

Capacitancia, reactancia e impedancia. Las dimensiones de estas tres unidades, son las mismas que las de la resistencia, luego

$$X_1 = 10^{-9} x_1 \qquad Y_1 = 10^{-9} y_1 \qquad Z_1 = 10^{-9} z_1$$

Las unidades prácticas de capacitancia, reactancia e impedancia no tienen nombre especial.

Admitancia. La admitancia es inversa de la impedancia, luego la relación entre unidades cegesimales y prácticas será

$$U_1 = 10^9 u_1$$

o bien

$$u_1 = 10^{-9} U$$

La unidad práctica de admitancia, tampoco tiene nombre especial.

Fuerza magnetomotriz. En la fórmula

$$\mathcal{F}_1 = L^{1/2} M^{1/2} T^{-1}$$

cambiemos las unidades fundamentales y obtendremos

$$F_1 = (10^{-9} l)^{1/2} (10^{11} m)^{1/2} (t)^{-1} = 10\, f_1$$

La unidad práctica de fuerza magnetomotriz es el *amperio-vuelta* y vale

$$f_1 = 10^{-1} F$$

una décima de la unidad cegesimal.

Reluctancia. Cambiemos las unidades fundamentales en la fórmula

$$R_1 = L^{-1}$$

y tendremos

$$R_1 = (10^{-9} l)^{-1} = 10^9 r_1$$

luego la unidad práctica de reluctancia vale

$$r_1 = 10^{-9} R_1$$

y no tiene nombre particular.

Permeancia. La permeancia, como inversa de la reluctancia, nos dará las relaciones

$$P_1 = 10^{-9} p_1 \qquad p_1 = 10^9 P_1$$

Su unidad práctica no tiene nombre especial.

Reluctividad y permeabilidad. Hemos visto que las unidades de reluctividad y permeabilidad no tienen dimensiones, luego sus unidades prácticas serán iguales que sus unidades cegesimales.

Cuadro de unidades electromagnéticas. Para que sea cómodo el buscar los valores de las unidades prácticas, al pasar del sistema cegesimal al práctico, reunimos en el cuadro siguiente los resultados obtenidos en el estudio que precede

UNIDADES DE	UNIDAD CEGESIMAL					UNIDAD PRÁCTICA		
	SÍMBOLO	DIMENSIONES			MÓDULO	SÍMBOLO	NOMBRE	MÓDULO
		L	M	T				
Intensdad	I_1	$^1/_2$	$^1/_2$	—1	10	i_1	Amperio	10^{-1}
Cantidad	Q_1	$^1/_2$	$^1/_2$	0	10	q_1	Culombio	10^{-1}
Trabajo	J_1	2	1	—2	10^{-7}	j_1	Julio	10^{7}
Potencia	W_1	2	1	—3	10^{-7}	w_1	Vatio	10^{7}
Potencial	E_1 o V_1	$^3/_2$	$^1/_2$	—2	10^{-8}	e_1 v_1	Voltio	10^{8}
Resistencia	R_1	1	0	—1	10^{-9}	r_1	Ohmio	10^{9}
Conductancia	K_1	—1	0	1	10^{9}	k_1	Mhoio	10^{-9}
Resistividad	P_1	2	0	—1	10^{-18}	ρ_1	Ohmio-centím.	10^{18}
Conductividad	Γ_1	—2	0	1	10^{18}	γ_1	Mhoio-centím.	10^{-18}
Capacidad	C_1	—1	0	2	10^{9}	c_1	Faradio	10^{-9}
Autoinducción	$\mathcal{L}$	1	0	0	10^{-9}	l_1	Henrio	10^{9}
Inducción mutua	$\mathcal{M}$					m_1		
Capacitancia	X					x_1	—	
Reactancia	Y	1	0	—1	10^{-9}	y_1	—	10^{9}
Impedancia	Z					z_1	—	
Admitancia	U	—1	0	1	10^{9}	u_1	—	10^{-9}
Fuerza magnetomotriz	$\mathcal{F}$	$^1/_2$	$^1/_2$	—1	10	f_1	Amperio-vuelta	10^{-1}
Reluctancia	$\mathcal{R}_1$	1—	0	0	10^{9}	r_1	—	10^{-9}
Permeancia	$\mathcal{P}_1$	1	0	0	10^{-9}	p_1	—	10^{9}
Reluctividad	$1 : \mu$	0	0	0	1	$1 : \mu$	—	1
Permeabilidad	μ	0	0	0	1	μ	—	1

Fórmulas prácticas. Adoptado el sistema electromagnético cegesimal de unidades absolutas, como único sistema métrico para todas las cantidades magnéticas y eléctricas, deberán efectuarse los cálculos y expresarse las fórmulas todas en unidades cegesimales.

Si queremos expresar las cantidades en unidades prácticas, será preciso multiplicar todos los números por los módulos de las unidades prácticas respecto a las cegesimales, es decir, será preciso multiplicar los números por los coeficientes respectivos contenidos en la última columna del cuadro anterior.

De manera que si se tiene una fórmula en la que intervengan intensidades I, tensiones V y resistencias R, por ejemplo, expresadas en unidades cegesimales y relacionadas mediante la ecuación

$$f(I, V, R) = 0$$

cuando queramos expresar las cantidades en unidades prácticas tendremos

$$f(I\,10^{-1},\quad V\,10^{8},\quad R\,10^{9}) = 0$$

EJEMPLO 1.º El trabajo mecánico debido a un circuito que se mueve en un campo magnético, se expresa en unidades cegesimales por la fórmula

$$J = i\mathcal{N}$$

Si se quiere expresar el trabajo en julios y la corriente en amperios, tendremos

$$J \times 10^{7} = i 10^{-1} \times \mathcal{N} \qquad \text{o} \qquad J = 10^{-8}\, i\, \mathcal{N}$$

EJEMPLO 2.º La fuerza electromotriz que nace en el inducido de una dínamo, cuando sus N conductores dan n revoluciones por segundo, cortando un flujo magnético $\mathcal{N}$, se expresa en unidades cegesimales por la fórmula

$$E = n\,N\,\mathcal{N}$$

Si se quiere expresar la fuerza electromotriz en voltios y el tiempo en minutos, tendremos

$$E \times 10^8 = \frac{n}{60}\,N\mathcal{N} \qquad o \qquad E = \frac{n}{60}\,N\mathcal{N} \times 10^{-8}$$

EJEMPLO 3.º La fuerza soportante de un electroimán se expresa en unidades cegesimales, mediante la fórmula

$$p = 2\pi\left(\mu\frac{mi}{l}\right)^2 s$$

Si se quiere expresar p en gramos e i en amperios, tendremos

$$981p = 2\pi\left(\mu\frac{mi\,10^{-1}}{l}\right)^2 s$$

Cambio de todas las cantidades. Si todas las cantidades que intervienen en una fórmula cualquiera, se han de cambiar para expresarlas en unidades prácticas, la fórmula transformada y simplificada, volverá a quedar como estaba antes del cambio de unidades.

EJEMPLO 4.º En la ley de Ohm

$$I = \frac{V}{R}$$

se desea expresar las cantidades todas en unidades prácticas. Tendremos

$$I \times 10^{-1} = \frac{V \times 10^8}{R \times 10^9} = \frac{V}{R} \times 10^{-1}$$

que, después de simplificada, queda como estaba antes del cálculo.

Ejemplo 5.º En la ley de Joule

$$W = RI^2$$

se desea expresar las cantidades todas en unidades prácticas. Tendremos

$$W \times 10^7 = R \times 10^9 \times (I \times 10^{-1})^2 = RI^2 \times 10^7$$

que, después de simplificada, vuelve a dar nuevamente

$$W = RI^2$$

CAPÍTULO X

UNIDADES ELECTROSTÁTICAS Y TÉRMICAS

UNIDADES CEGESIMALES

Según dijimos ya, este sistema métrico debe establecerse partiendo de acciones mutuas entre masas eléctricas, con independencia de todo polo magnético.

Cantidad de electricidad. Partiremos de la fórmula conocida (tomo I, capítulo IV)

$$f = \frac{qq}{r^2}$$

y llamaremos unidad de cantidad a la masa eléctrica que actuando sobre otra igual, colocada a la unidad de distancia, produce una repulsión de una dina.

Representaremos por letras mayúsculas acentuadas las unidades de este sistema, para distinguirlas de las unidades electromagnéticas, deducidas en el capítulo anterior.

Substituyendo en la fórmula última, las cantidades por unidades

$$LMT^{-2} = \frac{Q'^2}{L^2}$$

de donde

$$Q' = L^{3/2} M^{1/2} T^{-1}$$

Intensidad. Según la ley de Faraday, podemos expresar la intensidad en función de la cantidad, mediante la fórmula

$$I = \frac{q}{t}$$

y substituyendo cantidades por unidades

$$I' = \frac{L^{3/2} M^{1/2} T^{-1}}{T} = L^{3/2} M^{1/2} T^{-2}$$

Resistencia. En virtud de la ley de Joule, podemos expresar la resistencia eléctrica en función de la potencia, mediante la fórmula

$$R = \frac{W}{I^2}$$

y substituyendo W por el ergio, e I por la unidad electrostática de intensidad, tendremos

$$R' = \frac{L^2 M T^{-3}}{L^3 M T^{-4}} = L^{-1} T$$

Tensión o potencial. La ley de Ohm, permite expresar el potencial en función de la resistencia e intensidad, mediante la fórmula

$$V = RI$$

y substituyendo cantidades por intensidades

$$V' = (L^{-1} T)(L^{3/2} M^{1/2} T^{-2}) = L^{1/2} M^{1/2} T^{-1}$$

Capacidad electrostática. La fórmula general de la carga de un conductor (tomo I, capítulo V)

$$q = cV$$

nos da para expresión de la capacidad

$$c = \frac{q}{V}$$

y substituyendo cantidades por unidades

$$C' = \frac{L^{3/2}\, M^{1/2}\, T^{-1}}{L^{1/2}\, M^{1/2}\, T^{-1}} = L$$

Podríamos continuar estableciendo las unidades de este sistema, correspondientes a las demás cantidades eléctricas, pero las anteriores de cantidad, tensión y capacidad son las únicas empleadas de entre las electrostáticas.

Relación entre unidades electrostáticas y electromagnéticas. Vamos a hallar los módulos de las unidades electrostáticas respecto a las electromagnéticas y, para ello, bastará dividir unas unidades por otras.

Empecemos por las de cantidad

$$\frac{Q'}{Q_1} = \frac{L^{3/2}\, M^{1/2}\, T^{-1}}{L^{1/2}\, M^{1/2}} = LT^{-1}$$

y las dimensiones de este cociente corresponden a una velocidad (capítulo VII.)

Los estudios de Max-well buscando la relación entre los flúidos eléctrico y lumínico, han demostrado que esta velocidad es precisamente la de la luz y vale, por lo tanto,

$$3 \times 10^{10}\ cm/s.$$

luego se tiene

$$Q' = 3 \times 10^{10}\, Q_1$$

Comparando del mismo modo las diversas unidades electrostáticas con sus correspondientes electromagnéticas se halla

$$\frac{I'}{I_1} = L\,T^{-1} = 3 \times 10^{10}$$

$$\frac{R'}{R_1} = L^{-2}\,T^2 = \frac{1}{(3 \times 10^{10})^2}$$

$$\frac{V'}{V_1} = L^{-1}\,T = \frac{1}{3 \times 10^{10}}$$

$$\frac{C'}{C_1} = L^2\,T^{-2} = (3 \times 10^{10})^2$$

Relación entre las unidades electrostáticas y las prácticas. Si en las fórmulas anteriores queremos expresar I_1 R_1 V_1 y C_1 en unidades prácticas, bastará multiplicarlas por los módulos de las prácticas respecto a las electromagnéticas, contenidos en la última columna del cuadro de la página 159.

Tendremos

$$\frac{I'}{i_1 \times 10^{-1}} = 3 \times 10^{10} \qquad \text{o} \qquad I' = i_1 \times 3 \times 10^{9}$$

$$\frac{R'}{r_1 \times 10^{9}} = \frac{1}{(3 \times 10^{10})^2} \qquad \text{o} \qquad R' = r_1 : (9 \times 10^{11})$$

$$\frac{V'}{v_1 \times 10^{8}} = \frac{1}{3 \times 10^{10}} \qquad \text{o} \qquad V' = v_1 : (3 \times 10^{2})$$

$$\frac{C'}{c_1 \times 10^{-9}} = (3 \times 10^{10})^2 \qquad \text{o} \qquad C' = c_1 \times (9 \times 10^{11})$$

Cuadro de unidades electrostáticas. Reunamos en un cuadro todo lo concerniente a este grupo de unidades, como hemos hecho con los otros grupos.

Unidades de	CEGESIMALES ELECTROSTÁTICAS						Módulo de las prácticas respecto a las electrostáticas
	Símbolo	Dimensiones			Módulo respecto a electromagnéticas	Módulo respecto a prácticas	
		L	M	T			
Intensidad	I′	$^3/_2$	$^1/_2$	-2	$(3\times10^{10})^{-1}$	$(3\times10^{9})^{-1}$	3×10^{9}
Resistencia	R′	-1	0	1	$(3\times10^{10})^{2}$	9×10^{11}	$(9\times10^{11})^{-1}$
Potencial	V′	$^1/_2$	$^1/_2$	-1	3×10^{10}	3×10^{2}	$(3\times10^{2})^{-1}$
Capacidad	C′	1	0	0	$(3\times10^{10})^{-2}$	$(9\times10^{11})^{-1}$	9×10^{11}
Cantidad	Q′	$^3/_2$	$^1/_2$	-1	$(3\times10^{10})^{-1}$	$(3\times10^{9})^{-1}$	3×10^{9}

Para expresar en unidades prácticas las cantidades electrostáticas que intervengan en una fórmula, bastará multiplicar aquellas cantidades por los módulos correspondientes, consignados en la última columna del cuadro anterior.

EJEMPLO 1.º La capacidad de un condensador plano, se expresa en unidades electrostáticas mediante la fórmula

$$C = K \frac{s}{4 \pi d}$$

Si la capacidad se quiere en faradios, deberemos poner

$$c \times 9 \times 10^{11} = K \frac{s}{4 \pi d}$$

EJEMPLO 2.º Al estudiar el electrómetro absoluto (tomo I, cap. VI) hallamos la fórmula

$$V = \sqrt{\frac{8 \pi p r^2}{s}}$$

que relaciona la tensión de su carga, con la atracción de sus armaduras, pero expresándose V y p en unidades cegesimales electrostáticas.

Si queremos expresar V en voltios y p en gramos deberemos poner

$$V \times (3 \times 10^2)^{-1} = \sqrt{\frac{8 \pi \times 981 \, p r^2}{s}}$$

o sea

$$V = (3 \times 10^2) \sqrt{8 \pi \times 981} \times r \sqrt{\frac{p}{s}}$$

efectuando los cálculos indicados en el coeficiente numérico, se halla

$$V = 47100\, r \sqrt{\frac{p}{s}}$$

Relación entre calorías y julios. La ley de Joule

$$J = RI^2t$$

nos indica el número de julios transformados en calor, en un circuito de resistencia R, recorrido por una corriente I, durante un tiempo t.

Pero en muchos problemas de la electrotecnia, conviene convertir este número en calorías y aun en grados de temperatura. Veamos qué relación hay entre estas magnitudes.

Recordemos que *se llama caloría pequeña, a la cantidad de calor necesaria para elevar un grado centígrado la temperatura de un gramo de agua. Se llama caloría grande, a la cantidad de calor necesaria para elevar un grado la temperatura de un kilogramo de agua.* De estas definiciones se deduce que la unidad cegesimal de calor debe ser la caloría pequeña, llamada también *milicaloría o termio.*

En física se determina el equivalente mecánico del calor y se establece la relación

$$\textit{caloría} = 0{,}425 \ \textit{kilográmetro}$$

En el sistema de unidades mecánicas prácticas hemos hallado

$$\textit{kilográmetro} = 98.100.000 \ \textit{ergios}$$

y en el sistema de unidades electromagnéticas

$$\textit{ergio} = 10^{-7} \ \textit{julios}$$

Multiplicando miembro a miembro las tres últimas igualdades se obtiene

$$\textit{caloría} = 4'17 \ \textit{julios}$$

o también

$$\textit{julio} = 0'24 \ \textit{calorías}$$

de donde se deduce que

módulo de julios respecto a calorías = 0'24
— *de calorías* — *a julios* = 4'17

de manera que cuando conozcamos el número de julios que una corriente produce, y, queramos determinar las calorías, bastará multiplicar aquel número por 0'24. Recíprocamente, cuando conozcamos el número de calorías y queramos determinar los julios, bastará multiplicar aquel número por 4'17.

Así, por ejemplo, podríamos enunciar la ley de Joule diciendo que una corriente de I amperios circulando durante t segundos por una resistencia de R ohmios, produce.

$$0'24 \ RI^2 \ \textit{calorías}$$

y del mismo modo, un combustible del cual se aprovechan K calorías, podremos decir que produciría

$$4'17 \ K \ \textit{julios}$$

Relación entre julios y grados. Recordemos que se llama *calor específico de una substancia al número de termios que se necesitan para elevar un grado la temperatura de un gramo de dicha substancia.*

Es fácil hallar la relación entre el calor específico c y las calorías, razonando de este modo:

Si P gramos de una substancia cualquiera, absorben K calorías para elevar Θ grados su temperatura, para un solo grado y un solo gramo absorbería

$$c = \frac{K}{P\Theta}$$

De aquí se deduce que

$$\Theta = \frac{K}{Pc}$$

y si el numerador de esta fracción lo expresamos en julios

$$\Theta = \frac{4'17\,J}{Pc} = \frac{4'17\,RI^2t}{Pc}$$

de manera que, *la temperatura que alcanza un cuerpo resistente se calcula multiplicando el trabajo de la corriente por* 4'17 *y dividiendo por el peso y por el calor específico.*

Para la aplicación de esta fórmula, conviene conocer los calores específicos de las substancias más empleadas por los electricistas

CALORES ESPECÍFICOS

Aluminio	0,222	Mercurio	0,0333
Antimonio	0,050	Níquel	0,109
Bismuto	0,030	Oro	0,0316
Cadmio	0,055	Osmio........	0,031
Carbón	0,194	Plata	0,056
Cobre	0,093	Platino	0,032
Estaño	0,054	Plomo	0,030
Hierro	0,116	Selenio	0,095
Iridio	0,032	Teluro	0,048
Magnesio	0,246	Tungsteno ...	0,034
Manganeso	0,212	Zinc	0,093

EJEMPLO. Calcular la temperatura que alcanza un hilo de plomo, que pesa 2 gramos, tiene 0'1 ohmios de resistencia y está atravesado por 0'5 amperios durante 3 segundos.

Aplicando la fórmula, tendremos

$$\Theta = \frac{4{,}17 \times 0{,}1 \times 0{,}5 \times 3}{2 \times 0{,}030} = 5{,}2 \textit{ grados}$$

Observación. La temperatura alcanzada realmente por los conductores será siempre menor que la calculada por la fórmula, porque a medida que el conductor se calienta por el paso de la corriente, se enfría también por radiación y conducción. Por eso, en las fórmulas empleadas para el cálculo de conductores atendiendo a su temperatura, intervienen siempre coeficientes prácticos, sancionados por la experiencia y no deducidos de la teoría anterior.

FIN DEL TOMO II

ÍNDICE

PRIMERA PARTE

Corrientes alternas

SEGUNDA PARTE

Unidades

Página

Biblioteca del Electricista Práctico

PUBLICADA BAJO LA DIRECCIÓN

DE

D. RICARDO CARO Y ANCHÍA

Licenciado en Ciencias físicomatemáticas, Oficial de Telégrafos, Profesor de Electrotecnia y Telegrafía en la Escuela Industrial de Tarrasa

La electricidad, forma de la energía cuya utilización pertenece a nuestros días, ha experimentado en breve tiempo tal desarrollo, que, sin duda alguna puede afirmarse que hoy es el agente que ocupa mayor número de inteligencias y de brazos. Desde las grandes fábricas que suministran el flúido eléctrico para la tracción y el alumbrado, hasta la sencilla instalación de galvanoplastia o de electroterapia, infinidad de industrias se sirven de la electricidad, unas: el telégrafo y el teléfono, como materia esencial para realizar su cometido; otras como medio para poner en marcha las máquinas que ejecutan el trabajo propuesto.

Y es lástima que en los países de habla española nadie se haya ocupado aún en ilustrar debidamente al obrero electricista. Las Escuelas de Industrias, aun cumpliendo un fin altamente patriótico, no bastan, porque sobre ser pocas en número, a ellas no puede acudir el obrero. Las obras de divulgación publicadas hasta el día, traducidas casi todas, son caras e impropias para el que carece de instrucción preparatoria. Teniendo esto en cuenta, esta Compañía editorial, mirando siempre en primer término al interés de todos, ha terminado ya la publicación de una Biblioteca completa de todas las aplicaciones prácticas de la electricidad, dedicando a cada materia particular un tomo especial, en el que se expone claramente todo cuanto el obrero electricista debe saber en su especialidad, explicando la razón de todas las operaciones y la causa de tales o cuales fenómenos, de los accidentes que pueden sobrevenir en estas o aquellas instalaciones, en las máquinas, en los motores, en las pilas, en los acumuladores, etc., y la manera de evitarlos o de remediarlos, si se presentan inopinadamente.

Para comprender la importancia de esta Biblioteca, basta leer la lista de los tomos que la componen:

Tomo XII.—Averías en las máquinas eléctricas.
» XIII.—Líneas eléctricas.
» XIV.—Transporte y distribución de la energía eléctrica.
» XV.—Pararrayos.
» XVI .—Centrales eléctricas.
» XVII.—Contadores de electricidad.
» XVIII.—Mediciones eléctricas de laboratorio.
» XIX.—Mediciones eléctricas de taller.
» XX.—Instalaciones eléctricas.
» XXI.—Electroquímica.
» XXII.—Galvanoplastia y Galvanostegia.
» XXIII.—Electrometalurgia.
» XXIV.—Lámparas eléctricas.
» XXV.—Telegrafía.
» XXVI.—Timbres y Teléfonos.
» XXVII.—Centrales telefónicas.
» XXVIII.—Telegrafía y Telefonía sin hilos.
» XXIX.—Tranvías y ferrocarriles eléctricos.
» XXX.—Electroterapia y Röntgenología.

A estos tomos seguirán otros dedicados a la técnica de las corrientes alternas, construcción de máquinas eléctricas, etc., etc. y referentes a otras aplicaciones de la electricidad, como por ejemplo, la electricidad en las industrias mecánicas, en la casa, etc., constituyendo la Biblioteca más práctica, más completa y más económica que se ha publicado hasta el día, no ya en España, sino en el mundo entero.

FORMULARIO PRÁCTICO

DE

ARTES Y OFICIOS

POR

FEDERICO CLIMENT TERRER

MANUAL CVII

DE LA COLECCIÓN ENCICLOPÉDICA

MANUALES-GALLACH

Resumen de fórmulas, datos, nociones, principios y fundamentos de las ciencias de aplicación a las artes y oficios manuales

Obra de mucha utilidad para los jefes de taller, contramaestres, delineantes, operarios aventajados y alumnos de las Escuelas industriales y de Artes y Oficios.

De utilidad especial para los obreros electricistas por los innumerables elementos que la obra les ofrece, relacionados con su profesión, y especialmente las nociones de álgebra, geometría y trigonometría, indispensables para la buena inteligencia de las fórmulas empleadas en los tomos de la « Biblioteca del Electricista Práctico », así como las nociones de mecánica, resistencia de materiales, física y química y las numerosas tablas numéricas, muchas de ellas de inmediata aplicación en las industrias eléctricas.

ENTES ALTERNAS.- UNIDADES