CUADERNOS DE ARITMÉTICA

para uso de las escuelas

REGIDAS POR LOS SISTEMAS SIMULTANEO, MUTUO Ó MISTO,

ESCRITOS

segun lo dispuesto en el Real decreto de 19 de Julio de 1849.

Por D. F. R. Viadera y Berneda

Y

D. Gregorio Pedrosa Gomez

Regente en Matemáticas é Inspector de Instruccion primaria de la Provincia de Leon.

NOVENO CUADERNO DESTINADO Á LA 9.ª SECCION.

LEON: 1853.

IMPRENTA DE LA VIUDA E HIJOS DE MIÑON.

T. 330444 C- 72384822 R. 185423

NOVENO CUADERNO.

NOVENA SECCION.

RAZONES Y PROPORCIONES CON SUS APLICACIONES.

1 ¿Qué es razon?

1 *Razon llamamos*, á la comparacion entre dos cantidades.

2 ¿Con qué objetos pueden compararse dos números?

2 *Dos números pueden compararse*, con dos objetos; para saber el esceso que el uno lleva al otro; ó las veces que le contiene.

3 ¿Qué nombres toman estas comparaciones?

3 La primera comparacion *se llama aritmética ó por diferencia;* la segunda *geométrica ó por cociente.*

4 ¿Tienen alguna aplicacion las razones aritméticas?

4 *Las razones aritméticas no tienen*, mas aplicacion que averiguar diferencias.

5 Y las geométricas?

5 *Las aplicaciones de las geométricas*, son infinitas.

6 ¿Cómo se llama el término que compara en una razon?

6 El término que compara se llama *antecedente.*

7 ¿Y el qué es comparado?

7 El que es comparado se denomina *consecuente.*

8 ¿Y los dos juntos?

8 Los dos juntos *términos de la razon* ó simplemente *razon.*

9 ¿Y á la diferencia ó cociente?

9 La diferencia ó cociente se designa con el nombre de *esponente de la razon.*

10 ¿De cuántos modos pueden escribirse las razones geométricas?

10 Las razones geométricas pueden escribirse de dos modos ó *en forma de quebrado*, ó *separados por dos puntos* sus dos términos.

11 ¿Qué órden siguen en su colocacion?

11 *El órden que siguen en su colocacion*, si es en forma de quebrado se pone el antecedente por numerador y el consecuente por denominador; si separados por dos puntos se escribe primero el antecedente y despues el consecuente.

12 ¿Qué alteraciones puede sufrir una razon?

12 *Las alteraciones que puede sufrir una razon*, son las mismas de los quebrados.

Crece ó mengua, creciendo ó menguando el antecedente.

Se multiplica ó parte la razon por un número multiplicando ó dividiendo el antecedente por este número.

La razon aumenta ó disminuye cuando mengua ó crece el consecuente.

No cambia el esponente de una razon multiplicando ó partiendo sus dos términos por un mismo número.

13 ¿Qué es proporcion geométrica?

13 *Proporcion geométrica*, es la igualdad de dos razones.

14 ¿Cómo se escriben?

14 *Para escribirlas*, se empieza por la primera razon, despues cuatro puntos y seguido la segunda razon.

15 ¿Cómo se llaman los términos de una razon?

15 *Los términos de una razon*, se llaman el primero y cuarto estremos, el segundo y tercero medios.

16 Cómo se dividen las proporciones?

16 Se dividen las proporciones en discretas y continuas.

17 ¿Qué es proporcion discreta?

17 *Proporcion discreta*, es la que no tiene iguales los medios.

18 ¿Qué es proporcion continua?

18 *Proporcion continua* es aquella cuyos medios son iguales.

19 ¿Cómo se forma una proporcion?

19 Para *formar una proporcion* se escribe primero una razon cualquiera que constituye su primero y segundo término; despues un múltiplo ó submúltiplo del primero forma el tercero; y el cuarto es el mismo múltiplo ó submúltiplo tomado del segundo.

20 ¿Cuál es la propiedad fundamental de las proporciones geométricas?

20 La *propiedad fundamental* de las proporciones geométricas es que el producto de estremos es igual al producto de medios.

21 ¿Qué se deduce de este principio?

21 Se *deduce de este principio*, que cuando el producto de dos números sea igual al producto de otros dos, con los cuatro se formará proporcion, siempre que los dos de un producto sean medios y estremos los del otro producto.

22 ¿Dados tres términos de una proporcion se puede hallar el cuarto?

22 *Siempre que se den tres tèrminos de una proporcion* por su medio puede encontrarse el cuarto.

23 ¿De qué modo?

23 Si *el desconocido es un estremo*, se hallará multiplicando los dos medios y dividiendo el producto por el estremo conocido. *Si es un medio*, dividiendo por el otro medio el producto de los estremos.

24 ¿Qué es razon compuesta?

24 *Razon compuesta es*, la que se obtiene multiplicando entre sí los antecedentes y consecuentes de dos ó mas razones.

25 ¿Con esta clase de razones pueden formarse proporciones?

25 *Tambien con estas razones pueden formarse proporciones* que se llaman compuestas.

26 ¿Qué aplicacion tienen las proporciones?

26 La aplicacion de las proporciones es á las llamadas reglas de tres.

27 ¿De cuántas clases puede ser la regla de tres?

27 La *Regla de tres puede ser de dos clases*, simple y compuesta.

28 ¿Qué es regla de tres simple?

28 *Regla de tres simple*, es la que enseña á hallar un cuarto término desconocido, por medio de tres que se dan conocidos.

29 ¿Cómo se llaman los dos números conocidos de la misma especie que entran en toda regla de tres simple?

29 *Los dos números conocidos de la misma especie que entran en toda regla de tres*, se llaman cantidades principales.

30 ¿Y el otro número conocido y el que se busca ambos tambien de la misma especie?

30 El *otro número conocido y el que se busca*, se llaman cantidades relativas.

31 ¿Cómo se dividen las reglas de tres simples?

31 *Las reglas de tres simples* se dividen en directas é inversas.

32 ¿Cuándo es directa una regla de tres?

32 Una *regla de tres es directa*, cuando creciendo ó menguando la cantidad principal de la pregunta, respecto á la principal del supuesto, se conoce que la que se busca ha de crecer ó menguar respecto á la relativa del supuesto.

33 ¿Cuándo será inversa una regla de tres?

33 Será *inversa una regla de tres*, siempre que creciendo ó menguando la cantidad principal de la pregunta, respecto á la principal del supuesto, se vé que la relativa que se busca ha de menguar en el primer caso y crecer en el segundo respecto á la relativa del supuesto.

34 ¿Cómo se plantea una regla de tres directa?

34 Para *plantear una regla de tres directa*, se escribe la proporcion de este modo: cantidad principal del supuesto, es á cantidad principal de la pregunta, como cantidad relativa del supuesto, es á cantidad relativa de la pregunta que es la desconocida.

35 ¿Y una regla de tres inversa?

35 *Para plantear una regla de tres inversa*, la proporcion es: cantidad principal de la pregunta, es á cantidad principal del supuesto, como cantidad relativa del supuesto, es á la que se busca.

36 ¿Cómo se resuelve una regla de tres?

36 *Para resolver una regla de tres*, se multiplican los medios y se dividen por el estremo.

37 ¿Cuáles son las aplicaciones principales de la regla de tres?

37 *Las aplicaciones principales de la regla de tres*, son:

Para averiguar cuanto gana una cantidad en un tiempo dado, sabiendo el interés que se paga por ciento.

Tambien el rédito de una cantidad, conociendo lo que gana por mil.

La inversa, dado el interés conocer el capital. Lo que produce una comision, sabiendo lo que dan por ciento de los valores negociados.

Lo que se paga por un transporte, conociendo el coste de un peso dado.

Cuanto se debe descontar por razon de taras de unos valores dados sabiendo la rebaja que se hace por ciento.

Regla de ganancias y pérdidas.

Lo que vale un número de unidades cualesquiera, sabiendo el valor de una cantidad determinada de ellas.

Para saber lo que se ha de pagar por la garantía que ofrece una persona ó sociedad, de pagar las pérdidas que pueda sufrir una cosa mueble ó inmueble.

Regla de compañía.

Regla conjunta.

MÉTODO

QUE HAN DE SEGUIR LOS MAESTROS E INSTRUCTORES EN LA ENSEÑANZA DE ESTE CUADERNO.

Dirá el maestro:

—Podemos comparar los números 6 y 3 con dos objetos, para averiguar la diferencia 3 en cuyo caso llamaremos razon á la comparacion y por el modo de hacerse razon de diferencia por que he tenido que restar; ó para saber las 2 veces que el tres está contenido en el 6 lo cual será razon por cociente por ser el resultado de una division. Los números 3 y 2 se llaman esponentes de la razon.

Preguntará á los niños.

¿Cuál es la diferencia entre 8 y 4?—4. Cómo ha conocido V. esta diferencia?—*Por medio de la comparacion.*—Cómo se llama esta comparacion?—*Razon.*—Qué nombre toma esta razon por la operacion practicada?—*Razon por diferencia.*—Cuántas veces está contenido el 4 en 8? —*Dos veces.*—Cómo ha hallado V. este resultado?—*Tambien comparando.*—Y esta comparacion qué nombre toma?—*Comparacion por cociente.*—Por qué?—*Porque es el resultado de una division.*

Continuará el profesor ó instructor.

El 8 que es el número que se compara se llama *antecedente* y el comparado 4 *consecuente* y como juntos componen la razon se denominan tambien *términos de la razon.*—En 6 y 3 el primero es antecedente y el segundo consecuente.

Preguntará:

En la comparacion entre 10 y 5 cuál es el antecedente?—10.—Y el consecuente?—5.—Qué hace el primero?—*Compara.*—Y el segundo?—*Es comparado.*—Qué nombre se da á los dos juntos?—*El de términos de la razon.*

Proseguirá el instructor.

Para indicar las razones geométricas puesto que se resuelven por division, lo mas propio seria escribirlas en forma de quebrado asi: $\frac{8}{4}$ $\frac{6}{3}$ el antecedente por numerador y el consecuente por denominador. Este es efectivamente un modo de anunciarlas, pero el uso y la comodidad en los cálculos ha introducido otro modo; poner primero el antecedente, despues dos puntos y en seguida el consecuente en esta forma 8 : 4 6 : 3 que se leen ocho es á cuatro: seis es á tres.

Preguntará á los niños.

Ponga V. una razon geométrica.?— $\frac{12}{6}$ —De qué otro modo se puede escribir?—*Asi* 12 : 6—

¿Cómo se lee?—*Doce es á seis.*—Cuál es el modo mas propio de escribirlas?—*En forma de quebrado.*—Por qué?—*Porque asi espresan la operacion que se ha de ejecutar para obtener el esponente.*

Continuará el profesor:

Como una razon es un verdadero quebrado aumentará ó disminuirá por las mismas causas que alteran el valor de este asi:

En $\frac{12}{4}$ será mayor su esponente que $\frac{8}{4}$, porque ha aumentado el antecedente.

$\frac{8}{4}$ tendrá un esponente menor que $\frac{12}{4}$, porque el antecedente ha disminuido.

$\frac{8}{2}$ tendrá un esponente duplo de $\frac{4}{2}$, porque se ha multiplicado por dos el antecedente.

$\frac{4}{2}$ tendrá un esponente mitad de $\frac{8}{2}$, porque el antecedente se ha dividido por dos.

$\frac{20}{2}$ tendrá un esponente mayor que $\frac{20}{4}$, porque se ha dividido por 2 el consecuente.

$\frac{20}{4}$ tendrá un esponente menor que $\frac{10}{2}$ porque se ha multiplicado el consecuente por 2.

La razon de $\frac{24}{6}$ será igual á la de $\frac{12}{3}$ ó $\frac{48}{12}$, porque hemos dividido y multiplicado sus términos por 2.

Acerca de este punto preguntará á los niños. ¿Cómo se puede considerar una razon?—*Como un quebrado.*—Qué variaciones sufrirá la primera alterando el valor de sus dos términos? —*Las mismas que por causas idénticas sufre un quebrado.*—Cuál de las dos razones $\frac{18}{6}$ y $\frac{12}{6}$ tendrá mayor esponente?—*La primera porque su antecedente ó numerador es mayor.*—En qué relacion están los esponentes de $\frac{8}{6}$ y $\frac{16}{6}$ —*El del segundo será duplo del primero porque su antecedente es tambien duplo del otro.*—Qué relacion guardan entre sí los esponentes de $\frac{34}{2}$ y $\frac{34}{4}$?—*El del primer quebrado es duplo del segundo porque su consecuente ó divisor es tambien mitad de* *este.*—La relacion entre los esponentes de $\frac{14}{8}$; $\frac{7}{4}$; $\frac{28}{16}$;?—*Es una misma porque se han multiplicado y dividido los términos de la primera por un mismo número lo cual no ha alterado su valor.*

Continuará el profesor:

Dos razones que tengan sus esponentes iguales pueden compararse entre sí 4 : 2 y 16 : 8 se hallan en este caso. Esta comparacion es á lo que llamamos proporcion que se escribe asi 4 : 2 : : 16 : 8 y se lee cuatro es á dos, como diez y seis es á ocho; ó lo que es lo mismo la relacion entre cuatro y dos es igual á la que hay entre diez y seis y ocho.

Preguntará á los niños.

Cuándo son iguales dos razones?—*Cuando lo son sus esponentes.*—Presente V. ejemplos de esta igualdad.—15 : 5 y 12 : 4—Qué podemos hacer con estas razones iguales?—*Compararlas.*—Con qué objeto?—*Para hallar la igualdad de relacion entre los números de las dos razones.*—Cómo escribirá V. esta comparacion?—*De este modo* 15 : 5 : : 12 : 4.—Cómo se lee?—*Quince es á cinco como doce es á cuatro.*—Cómo se llama esta comparacion?—*Proporcion.*

Dirá el profesor:

Los números de una proporcion además de los nombres de antecedente y consecuente con que se designan en las razones se distinguen con otros nuevos, segun el lugar que ocupan. Como ejemplo presentaré la proporcion 6 : 2 :: 15 : 5 : el 2 y 15 se llaman medios, el 6 y 5 estrémos.

Dirá á los niños:

Escriba V. una proporcion.—16 : 2 :: 64 : 8 —Qué números son antecedentes?—16 y 64.—Y consecuentes?—2 y 8.—De donde toman estos nombres?—*De las razones.*—Cuales son medios? —2 y 64.—Cuáles estremos?—16 y 8.—De qué provienen estos nombres?—*Del lugar que ocupan en la proporcion.*

Continuará el profesor.

Una razon es un quebrado: dos razones iguales forman proporcion, luego para escribir una proporcion bastará tomar un quebrado cualquiera, de él deducir otro por múltiplos ó divisores que le sea igual y escribir los números en la forma acostumbrada.

$$\frac{25}{10}=\frac{5}{2}=\frac{50}{20}=\frac{10}{4}=\frac{40}{16}$$

25 : 10 :: 5 : 2; 25 : 10 :: 50 : 20; 25 : 10 :: 10 : 4; 25 : 10 :: 40 : 16

Tal es el modo de formar una proporcion que equivale á dividir ó multiplicar los dos términos de una razon por un mismo número para hallar los términos respectivos de la segunda razon.

En las obtenidas hay una, 25 : 10 :: 10 : 4 cuyos medios son iguales. Se ha convenido llamar continuas á esta clase de proporciones y discretas todas las demas.

Preguntará á los niños:

Escriba V. un quebrado.— $\frac{16}{4}$ —Qué representa?—*Una razon.*—Escríbala V. de otro modo.—16 : 4 —Busque V. otros quebrados iguales.— $\frac{8}{2}$; $\frac{32}{8}$; $\frac{4}{1}$,—Qué serán estos quebrados? *Otras tantas razones.*—Cómo se forma una proporcion?—*Con dos razones iguales.*—Luego el primer quebrado con cada uno de los últimos que podrá formar?—*Una proporcion.*—Póngalas V.—16 : 4 :: 8 : 2; 16 : 4 :: 32 : 8; 16 : 4 : : 4 : 1.—Cómo se han formado estas proporciones?—*Escribiendo un quebrado cualquiera y buscando otro igual por múltiplos ó divisores de sus dos términos.*—Qué nombre particular toma la proporcion 16 : 4 :: 4 : 1 cuyos medios son iguales?—*Proporcion continua.*—Cómo se llaman todas las demas que no tengan esta particularidad?—*Continuas.*

Proseguirá el instructor:

En todas las proporciones se observa una circunstancia notable que el producto de medios igual al de estremos.

$25 : 10 :: 5 : 2$	dá	$5\times10=25\times2$	ó	$50=50$
$25 : 10 :: 50 : 20$		$10\times50=20\times25$		$500=500$
$25 : 10 :: 10 : 4$		$10\times10=25\times4$		$100=100$

Esta circunstancia enseña un nuevo modo de formar proporciones. Dos productos iguales pueden estar en proporcion, si los factores del uno son medios y estremos los del otro. Ejemplo, las tres proporciones que hemos escrito; ademas daremos otros.

$$3\times16=2\times24 \qquad 3 : 2 :: 24 : 16$$
$$7\times8=14\times4 \qquad 7 : 14 :: 4 : 8$$

Otro conocimiento nos dá esta propiedad; si en dos productos iguales ó lo que es lo mismo en una proporcion fuese desconocido uno de los factores, se hallaria fácilmente por division. Asi:

$3\times16=2\times x$ ó factor desconocido.

$$48 \;\Big|\,\underline{\;2\;}\quad \text{luego } 3\times16=2\times24$$
$$\;\; 24$$

Escribiendo este cálculo como proporcion sería

$2 : 3 :: 16 : x=\dfrac{3\times16}{2}=24$ — Para hallar un estremo se multiplican los dos medios y divide el producto por el otro estremo

En $7 : x :: 4 : 8$ $x=\dfrac{7\times8}{4}=14$ — Para hallar un medio, se multiplican los estremos y divide el producto por el otro medio.

Preguntará á los niños:

Escriba V. una proporcion.—8 : 2 : : 16 : 4. —Multiplique V. separadamente los medios y estremos. —$2\times16=32$; $4\times8=32$. — Compare V. estos productos. — *Son iguales.*—Haga V. lo mismo en otra proporcion.— 15 : 6 : : 5 : 2 ; $6\times5=15\times2$ ó $30=30$. Esta propiedad es comun á todas las proporciones? —*Si señor.*—Qué deduciremos de aqui?—*Que cuando dos productos sean iguales, podrán sus factores escribirse en proporcion siendo medios dos de un producto y estremos dos del otro.*— Arregle V. una proporcion con dos productos.— $6\times16=3\times32$; 16 : 3 : : 32 : 6.— Si en uno de los dos productos no se conociese un factor cómo se encontraría?—*Dividiendo el producto conocido por el factor conocido.* — *Porque sabemos que el producto del cociente por el divisor, debe dar el dividendo: aplicando esta regla al caso en cuestion diríamos el cociente es el factor desconocido, el divisor es el conocido y el dividendo el producto conocido.*—Supongamos en el caso propuesto que el 6 es desconocido.--*Diríamos* $\frac{3\times32}{16}=6$. —Qué lugar ocupa el 6 en la proporcion?—*Un estremo.*—Cómo esplicariamos la operacion ejecutada?—*Que para hallar un estremo se multiplicarán los dos medios y dividirá por el otro estre-*

mo.—Si el desconocido fuese el 32.— *Diríamos*
$$\frac{16\times6}{3}=32.$$
—Y su esplicacion?—*Que para hallar un medio, se multiplican los estremos y dividen por el otro medio.*

Continuará el profesor:

La razon 30 : 6 puede considerarse como el producto de multiplicar ordenadamente las dos razones 5 : 2 y 6 : 3; 120 : 24 producto de 15 : 4 y 8 : 6 y en general toda razon puede representar el producto de otras dos, tres ó mas. Como en nada varía por considerársela compuesta, podrá unida con otra formar proporcion, asi tendremos:

30 : 6 : : 120 : 24

Preguntará á los niños:

Escriba V. una razon —28 : 16.— Considerado cada uno de estos números como un producto descompóngalo V. en dos factores.—14×2 ; 4×4 —Forme V. razones con factores de distintos productos.—14 : 4 ; 2 : 4.—La razon primitiva qué será respecto de estas dos?—*Compuesta.*—variará en algo su esencialidad por esta consideracion? —*No señor.*—Qué deduciremos de aquí?—*Que las razones compuestas como las simples podrán formar proporciones.*

Proseguirá el maestro.

Una proporcion que tenga un término desconocido, es una regla de tres tales son 6 : 2 : : 18 : x 13 : 7 : : 5 2 : x y esta es su mas inmediata aplicacion: se llama simple, una regla de tres cuando para formarla solo entran tres términos y es el caso de las proporciones cuyas razones son simples, y es compuesta cuando para constituirla entran muchas cantidades y es el caso de las proporciones formadas por una razon compuesta y otra simple asi.

36× 2 : 8×3 : : 12 : x.

Dirá á los niños.

Escriba V. una proporcion con un término desconocido—10 : 4 : : 30 : x.—Cuántas cantidades conocidas hay en ella?—*Tres.*—Por esta circunstancia qué otro nombre toman esta clase de proporciones?—*El de reglas de tres.*—En qué caso se llamará simple una regla de tres?—*Si solo contiene tres números, como el caso citado.* —Y compuesta?—*Si la constituyen una razon compuesta y otra simple.*—Presente V. un ejemplo.—6×3 : 4×2 : : 54 : x.

Continuará el profesor.

Dando valores á los números abstractos de una regla de tres se resuelven por ella infinitos problemas de Aritmética. Citaré algunos.

Si 6 metros de paño han costado 246 reales, 9 metros de la misma clase y precio cuánto costarán?—Dos albañiles han construido en un dia 8 metros cúbicos de mamposteria ¿cuántos serán necesarios para hacer en el mismo tiempo 24 metros?

En general se resuelven por la regla de tres, todos los problemas en que con tres datos se quiere hallar un cuarto número desconocido.

Toda regla de tres simple contiene cuatro cantidades con la desconocida, cada dos son de una misma especie. En los ejemplos anteriores tenemos; 6 metros y 9 metros; 246 reales y x reales, 8 metros y 24 metros de mampostería 2 albañiles y x albañiles. Las dos cantidades conocidas de una misma especie se llaman principales tales son; 6 m.^{s} 9 m.^{s}; 8 m.^{s} 24 m.^{s} las otras dos se designan con el nombre de relativas.

En el problema ó propuesta se distinguen tambien el supuesto y la pregunta, asi en la primera regla de tres. » Si 6 metros de paño han costado 246 reales» es el supuesto y « 9 metros de la misma clase y precio cuánto costarán» es la pregunta. En la segunda tendremos tambien por supuesto. « Dos albañiles han construido en un dia 8 metros cúbicos de mampostería, » y pregunta « cuántos serán necesarios para hacer 24 metros en el mismo tiempo.»

Reasumiendo

1er. caso.	6 metros es	cantidad principal del supuesto.
	9 metros	cantidad principal de la pregunta
	246 reales	cantidad relativa del supuesto.
	x reales	cantidad relativa de la pregunta

2.º caso.	8 metros	cantidad principal del supuesto.
	24 metros	cantidad principal de la pregunta
	2 albañiles	cantidad relativa del supuesto.
	x albañiles	cantidad relativa de la pregunta.

Esta distincion entre las cantidades que entran en una regla de tres, es necesaria para despues saber el modo de plantearla.

Preguntará á los niños.

¿De qué modo se aplica la regla de tres á la resolucion de problemas?— *Dando valores á los números abstractos que entran en ella.*—Propónga V. un problema de esta clase.— *En una viña de 10 áridas de superficie han cabido 15,648 cepas, en otra de 40 áridas cuántas cepas cabrán.*— Qué objeto nos proponemos con esta operacion?— *Hallar con los tres números conocidos un cuarto desconocido.*—Es lo mismo en todas las reglas de tres?—*Si señor.*— Qué se observa en el problema propuesto respecto á las cantidades?— *Que cada dos de ellas son de una misma especie.*— Y cómo se clasifican?—*Las dos conocidas de la misma clase 10 áridas y 40 áridas se llaman principales y 15,648 cepas y x cepas son relativas.*— Qué otra subdivision tienen estas cantidades?—*10 áridas se llama cantidad principal del supuesto; 40 áridas cantidad principal de la pregunta; 15,648 cepas cantidad relativa del supuesto; x cepas cantidad relativa de la pregunta.*— Con qué fin se hacen estas clasificaciones?—*Para conocer el modo de plantear las operaciones.*

Continuará el profesor.

Segun la relacion que guardan entre sí las cantidades que entran en una regla de tres toma esta el nombre de directa ó inversa.

Presentaré un ejemplo de cada caso.

36 kilógramos de cáñamo costaron 144 reales ¿cuánto valdrán 180 kilógramos?

Para poner el piso de un salon de baldosas se necesitan 1860 de 9 decímetros cuadrados, si tuviesen 18 decímetros cuadrados ¿cuántas se necesitarían?

Analicemos ahora la relacion en que estan las diversas cantidades de cada problema.

36 kilógramos cantidad principal del supuesto, menor que
180 kilógramos cantidad principal de la pregunta.
144 reales cantidad relativa del supuesto, menor que
x reales cantidad relativa de la pregunta porque
180 kilógramos valdrán mas que 36.

La relacion pues de las cantidades principales y relativas, comparando las del supuesto con las de la pregunta es una misma de menor á mayor.

Todas las reglas de tres que se hallen en el mismo caso, es decir que la relacion entre tres cantidades principales y relativas sea una misma se llaman *directas*, 9 decimetros cuadrados cantidad principal del supuesto es menor que...............

18 decim. cuadrados cantidad principal de la pregunta.
1860 baldosas cantidad relativa del supuesto, es mayor que
x baldosas cantidad relativa de la pregunta porque
siendo mayores las baldosas entrarán menos.

Aqui la relacion entre la cantidad principal del supuesto y la pregunta es de menor á mayor; la de las cantidades relativas es de mayor á menor ó inversa de la primera.

Todas las reglas de tres en que concurra está circunstancia se llaman *inversas.*

Dirá á los niños.

Proponga V. una regla de tres.—*Por 200 hectólitros de trigo se han pagado 400 reales, 350 hectólitros ¿cuánto hubieran costado?*—Vea V. la relacion en que están la cantidad principal y relativa del supuesto con sus respectivas de la pregunta.—*Cantidad principal del supuesto 200, menor que 350 cantidad principal de la pregunta; 400 relativa del supuesto, menor que x relativa de la pregunta porque mas hectólitros costarán mas reales.*—Luego cuál es la relacion?—*En ambas comparaciones la misma de menor á mayor.*

Cómo se denominan las reglas de tres que tienen esta igualdad de relacion?—*Directas.*

Proponga V. una regla de tres inversa.—*Un batallon ha consumido en 6 dias todas las provisiones de un almacen ¿3 batallones de igual fuerza en cuántos dias las consumirian?*—Haga V. las comparaciones respectivas.—*Uno, cantidad principal del supuesto menor que 3 principal de la pregunta; 6 dias relativa del supuesto, mayor que x dias relativa de la pregunta, porque mas gente comerá mas.*—Qué relacion guardan las comparaciones?—La una es inversa de la otra, pues la primera es de menor á mayor y la segunda de mayor á menor.—Cómo se llama esta regla de tres, y en general todas aquellas cuyas relaciones de comparacion varían?—*Inversas.*

Continuará el profesor.

El verdadero estudio que se ha de hacer en las reglas de tres, es en el modo de plantearlas; su resolucion no ofrece ninguna dificultad. Consiste el estudio en conocer si son directas ó inversas, sabido esto ya no queda mas que aplicar las reglas dadas.

Por 46 kilólitros de vino se han pagado 8632 reales ¿cuántos se hubiesen podido comprar con 20640 reales?

Es directa porque cantidad principal del supuesto, menor que la misma de la pregunta, y cantidad relativa del supuesto menor tambien que la de igual clase de la pregunta.

Luego se planteará del modo siguiente.

```
Cant. prin. sup.   prin. preg.   rel. sup.   rel. preg.
      8632       :    20640   ::    46     :    x      =109 kil. 9 hect. 9 decál. 0 lit. 7 decil. 5
                        46                                centil. 215 milés. de centil.
                    ------
                    123840
                    82560
                   -------
                   9494,4,0, | 8632
                    86240    |--------------------------------------------------------------
                     85520     109 kil. 9 hect. 9 decál. 0 litros 7 decil. 5 centil. 215 milésimas
                      78320                         de centilitro.
                       63200
                        27760
                         18640
                          13760
                           51280
                            8120
```

Su resolucion es como en las reglas de tres cuando se quiere hallar el cuarto término desconocido de una proporcion; se multiplican los medios y divide por el estremo.

Para hacer una obra con 70 albañiles necesito dos años, á los 6 meses de empezada me resuelvo tenerla concluida al fin de los 20 meses ¿cuántos albañiles tendré que agregar?

Cant. prin. preg.		prin. sup.		relat. sup.		relat. preg.
20	:	6	::	70	:	x =20 albañiles que se tendrán que agregar.

```
    70
     6
  ----|----
  42,0| 20
  2 0 |----
    0 | 21
```

Su resolucion es la misma del caso anterior.

En seguida el profesor mandará resolver varios problemas á los niños, para que se egerciten en la práctica.

Dirá despues:

Las reglas de tanto por ciento, tanto por mil, sociedad, &c. todas las aplicaciones de la regla de tres, no son mas que casos prácticos de la misma, enteramente idénticos á los ejemplos que he resuelto; su planteo y resolucion por consiguiente no varían en nada. Debemos considerarles pues, como variedad de ejemplos de una misma operacion.

Regla de tanto por ciento.

Si 100 manzanas costaron 6 reales ¿cuánto hubiese debido pagar por 6452?

100 : 6452 : : 6 : x=387 r. 4 m. 8 cent. de m.

```
      6452
         6
  ---------|-----------------------
  387,1,2, | 100
   87 1     387 real. 4 mrs. ,08
    1 2
    1 2
    5 4
  ---------
    4 8
     56
  ---------
   408,
    800
```

Ejemplos para los niños.

Cuánto ganará al año á razon del 6 por 100 un capital de 56484 reales? Resultado. 3389 real. 1 mrs. 36 cent. de mrs.

Los ladrillos para construir una casa me costaron 4648 real.: en el supuesto de haberlos pagado á 10 reales el 100 cuántos ladrillos compré? —Resul. 46480.

Regla del tanto por mil.

Cuánto me producirán al año 26872 reales al rédito de 6 por 100?

1000 : 26872 : : 6 : ×=161 real. 232 milésim. de real.

```
   26872
       6
  --------
  161,232
```

Ejemplos.

Qué valor tendrán 10546 tejas, costando el millar 15 reales? Resolucion 158 reales 190 milésimas de real.

Cuánto valdrán 24566 cueros importando el millar 86000 reales? Resol. 2112676 reales.

Dado el interes hallar el capital.

Qué capital representarán 6840 reales que pago de interés al año, á razon del 6 por 100?

6 : 6 8 4 0 : : 100 : x = 114000 reales.

```
      100
  ___________
  6,8,4,0,0,0, | 6
  0 8          |______
    2 4          114000
      0 0,
        000
```

Ejemplos.

Al interés de 48 por 1000 al año, qué capital representarán 36740 reales de réditos? 765416,666 reales.

Una casa produce en renta 8754 reales al año que equivale al 5 por 100 de lo que costó. Cuánto costaria la casa? 175080 reales.

Regla de comision.

Un comisionista ha vendido 2468,14 litros de aceite al precio de 32 reales el litro: cobra por comision el 2 por 100 á cuánto ascenderá?

```
  2468,14
       32
  -------
  4936 28
 74044 2
 --------
 78980,48
```

100 : 78980,48 : : 2 : x = 1579,6096 reales.

```
         2
 ---------
 1579,6096
```

Ejemplos.

Un comerciante de Sevilla mandó comprar á su corresponsal en la Habana 1464,46 kilógramos de algodon al precio de 124 reales: por comision de compra se pidió 5447,7912 reales á cuánto por ciento ascendió la comision? Resol. Al 3 por 100.

Por una compra de granos encargada á un corresponsal se le satisfizo por derechos de comision á razon del 2 por 100, 2428 reales; Cuánto importó lo comprado? Resol. 121,400 reales.

Reglas de transporte.

Desde Leon á Madrid se paga 2 reales de transporte por kilógramo. ¿Cuánto se pagará por 3452, 64 kilóg.?

$$1 : 3452{,}64 :: 2 : x = 6905{,}28 \text{ reales.}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \hline 6905{,}28 \end{array}$$

Ejemplos.

Se han pagado 2468 reales por la conduccion de 468,26 litros de vino A cuánto ha salido el porte por litro? Resol. 5,270 reales.

Se exigieron 846 reales por el transporte de unos kilógramos de café al tipo de 6 reales por kilóg. ¿Cuántos kilóg. se condujeron? Resol. 141 kilóg.

Reglas de taras.

Se entiende por taras en el comercio el peso de los barriles, toneles, cajas, embalajes, &c. que contienen los caldos ó mercaderías.

Por *peso limpio* se entiende, el peso de los caldos ó mercaderías despues de deducida la tara.

Por *peso sucio*; el peso limpio y la tara reunidos.

Se han importado por la aduana de Cádiz 6874 kilóg. de algodon peso sucio: su tara 2 kilóg. por 100 ¿Cuántos kilógramos se importaron?

$$100 : 6874 :: 2 : x = 137{,}48 \text{ kilóg.}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \hline 137{,}48 \end{array}$$

$$6874 - 137{,}48 = 6736{,}52 \text{ kilóg. importados peso limpio.}$$

Ejemplos.

Un cargamento de bacalao pesaba 6468,36 kilóg. peso sucio: en peso limpio ha quedado reducido á 5874,24 kilóg. contando el tanto de tara sobre 100 ¿cuánto era este tanto? Resol. 10,113 por ciento.

Se ha calculado que el peso limpio de una cantidad de carbon era de 6874,14 kilóg. conocido su tara de 12 por ciento ¿Cuál era el peso sucio? Resol. 7699,036 kilógramos.

Regla de ganancias y perdidas.

El objeto de esta regla es conocer lo que se gana ó pierde por ciento en una especulacion cualquiera.

Un comerciante empleó 8430 reales en trigo y sacó de él 9694 reales 17 maravedís ¿Cuánto ganó por ciento?

8430 : 9694 real. 17 m. :: 100 : x=115 ó lo que es lo mismo 100 han ganado 15, luego ganó el 15 por ciento.

```
  100
969400
    50
969,450 | 8430
126 4   | 115
 42 15
  0 00
```

Ejemplos.

De un género que valia 6434 reales se sacaron 5919,28 real. Cuánto se perdió por 100? Resol. el 8 por 100.

Vendiendo en 10994,48 cierta mercadería, se ha ganado el 16 por 100 ¿Cuál era su valor primitivo? Resol. 9478 real.

Resolucion de unas unidades a otras, habiendo un tipo conocido.

Cuántos duros de á 20 reales serán equivalentes, á 320 piezas de oro de á 20 reales y cuartillo, sabiendo que 17 de los primeros equivalen á 16 de los últimos.

$$16 : 320 : : 17 : x = 340 \text{ duros}$$

```
     17
   ------
    2240
    320
   ------------
    54,4,0, | 16
    06 0    |----
     0       340
```

Ejemplos.

A cuántos duros equivaldrán 9828 pesetas de á 5 reales, en el supuesto que 4 pesetas valen un duro. Resol. 2457 duros.

Cuántas libras catalanas valdrán 168 duros, sabiendo que 8 duros equivalen á 15 libras. Resol. 315 libras.

Reglas de seguros.

Un propietario asegura su casa contra incendios al 3 por 100 al año. Estando tasada en 64872 real. cuánto debe pagar anualmente?

$$
\begin{array}{l}
100 : 64872 :: 3 : x = 1946 \text{ real. } 16 \text{ centésimas de real.} \\
\quad\quad 3 \\
\hline
1946{,}16
\end{array}
$$

Ejemplos.

Por el seguro de un cargamento de vino que se remite á América y vale 8520 reales, se han pagado 2130 real. ¿Cuál era la prima de seguro? Resol. $2^1/_2$ por 100.

Asegurado un cargamento de aguardiente para Lóndres al $3^1/_4$ por 100, se han pagado por él 2111 reales 8 maravedís. Cuánto valia dicho aguardiente? Resol. 64960 reales.

Regla de compañía.

Tres fosforeros reunieron su caudal para comprar juntos una partida de fósforos; el 1.° puso 148 reales; el 2.° 265; el 3.° 320.

Vendido el género realizaron una ganancia de 124 que repartieron entre sí, segun el capital que cada uno impuso. A cuánto tocaron?

733 : 148 :: 124 : x= 25,036

124

592

296

148

1835.2, | 733

369 2 | 25,036

2 700

5010

612

733 : 265 :: 124 : x= 44,829

124

1060

530

265

32860 | 733

3540 | 44,829

6080

2160

6940

343

733 : 320 :: 124 : x= 54,133

123,998

320

2480

372

39680 | 733

3030 | 54,133

980

2470

2710

311

La diferencia que se nota es por haberse despreciado las decimales menores de milésimas.

Ejemplos.

Tres sócios reunieron sus intereses para una especulacion. El 1.° puso 188000 reales; el 2.° 96000 reales; y el 3.° 118000 reales. Ganaron 48000 reales. Cuánto toca á cada uno. Resol. al 1.° 17964,912 reales; al 2.° 13473,684 reales; al 3.° 16561,403.

De tres sócios que hicieron compañía el 1.° con un capital de 128000 real. retiró de ganancia 6800 real. la ganancia del 2.° fué de 1500 real. y la del 3.° de 15300 real. ¿Cuáles fueron los capitales puestos por los dos últimos sócios. Resol. El del 2.° 282352,89 real. y el del 3.° 288000 real.

Regla conjunta.

Esta aplicacion de la regla de tres tiene por objeto calcular cuantas unidades de una especie conocida, son equivalentes á otras de especie determinada, teniendo que buscar relaciones intermedias por faltar una inmediata entre ellas.

La regla de tres que resuelve esta clase de problemas tiene su primera razon compuesta. Hé aqui la resolucion.

Se forma una ilacion de equivalencias, empezando por la de la misma especie del número propuesto y acabando por el número conocido de la especie del que se busca. En esta ilacion se procura que cada equivalencia, empieze por el número conocido de la especie del último anterior.

Despues se multiplican los términos de la primera columna, para formar el antecedente de la primera razon: lo mismo los términos de la segunda columna para formar su consecuente. El antecedente de la segunda razon es el número conocido y la x ó incógnita su consecuente.

La primera razon se multiplica si se puede dividiendo su antecedente y consecuente por un mismo número.

Resolucion.

Sabiendo que 26 libras esterlinas.=150 rublos; 75 rublos.=30 ducados de Hamburgo; 20 ducados de Hamburgo.=42 pesos fuertes; 12 pesos fuertes.=65 francos; ¿de cuántos francos deberá ser una letra de 1200 libras esterlinas?

26 lib. est.	:	150 rubl.
75 rubl.	:	30 duc.
20 duc.	:	42 pes. ftes.
12 pes. ftes.	:	65 fran.

26×75×20×12 : 150 × 30×42×65 : : 1200 : x

1 4 4. 2 6 14
2 2 1 3 7
1

(Multiplicando la primera razon por unos mismos divisores.)

26×1×1×2 : 1×3×7×65 : : 1200 : x

```
 2              7
52             21
               65
              105
             126
             1365
```

52 : 1365 : : 1200 : x=31500 francos.

```
   1200
 273000
  1365
 163,8,0,0,0, | 52
    78          31500
    260
     0000
```

Las aplicaciones de esta regla son principalmente para el giro de letras en el comercio de alta banca.

Ejemplos.

En el supuesto de ser un doblon de cambio igual 1088 maravedís; 375 maravedís.=1 ducado; 1 duc.=95 dineros gros de Amsterdam; 12

dineros gros.=1 sueldo gros; 34 sueldos gros=1 libra esterlina, 1 libra esterlina.=240 dineros esterlines; y 32 dineros esterlines.=3 francos. ¿Cuántos francos valdrán 100 doblones de cambio? Resol. 1520 francos.

Siendo 1,3 metros.=4 pies franceses; 15 pies franceses=16 pies ingleses; ¿Cuántos metros habrá en 27 pies ingleses? Resol. 8,23 metros.

Fran.co Balero