D

ARITMÉTICA

Y

CÁLCULOS MERCANTILES

TRATADO DE ARITMÉTICA

Y

CÁLCULOS MERCANTILES

POR

JOSÉ ANGULO Y MORALES

Doctor en ciencias; Profesor mercantil;
Agrimensor; Catedrático de Matemáticas por oposición;
numerario en la actualidad de la asignatura de Aritmética y Cálculos mercantiles
en la Escuela superior de Comercio de Madrid; Director, que ha sido,
de Instituto; autor de obras, etc.

TOMO II

CÁLCULOS MERCANTILES ELEMENTALES

MADRID
ESTABLECIMIENTO TIPOGRÁFICO DE G. JUSTE
calle de Pizarro, núm. 15, bajo
1889

PROGRAMA DE UN CURSO

DE

ARITMETICA Y CÁLCULOS MERCANTILES

(Continuación del contenido en el tomo primero.)

LECCIÓN 33.

1. Cantidades matemáticas, continuas, colectivas, homogéneas y heterogéneas; medición, caracter de la unidad que se elija y diferencia entre medir y contar.

2. Objeto de la Metrología; conceptos fundamentales sobre la naturaleza de las cantidades.

3. Movimiento y Dirección; punto, línea, superficie y cuerpo matemáticos.

4. Objeto de las unidades de tiempo, lineales, superficiales y de Espacio; velocidad y unidades angulares.

5. Fuerza, intensidad, valor, presión y unidades monetarias; impenetrabilidad, elasticidad, pesantez, peso, presión atmosférica y tensión.

6. Densidad, masa, temperatura y peso específico; humedad, dureza, dilatabilidad y compresibilidad.

7. Unidades principales y secundarias, de cuenta y efectivas; medidas, pesas, monedas y Sistemas.

8. Sistemas legales; especie y orden de las unidades.

LECCIÓN 34.

9. Día y año; días y años terrestres, solares y civiles.

10. Unidades secundarias que originan; día artificial, noche, medio día, media noche, mañana y tarde.

11. Modo de contar las horas, minutos, segundos, días y meses; años comunes y bisiestos, unidades derivadas del mes y representación de unas y otras.

12. Expresión del tiempo, era, y principio de la vulgar; condiciones necesarias para poder precisar un instante cualquiera.

13. Cronología y Cronometría; calendarios y relojes.

14. Calendarios Juliano, Gregoriano y moderno; cálculo de los errores y correcciones.

Lección 35.

15. Fórmula y regla para determinar el nombre del 1.° de Marzo de cualquier año; modo de encontrar los de los días restantes y formación de la correspondiente tabla.

16. Gnomon y cuadrantes solares y lunares; sustitución de éstos por los anteriores.

17. Relojes de arena, clepsidras, péndulos y cronómetros; fundamentos de los mismos.

18. Partes de que constan los dos últimos; ligera idea de su mecanismo.

19. Naciones que usan los calendarios Gregoriano y Juliano; diferencia en las fechas, modo de indicarla y determinación del nombre del día.

20. Calendario Mahometano; unidades usadas en él y relación de su era con la nuestra.

Lección 36.

21. Cuadrante, metro y grado, centesimales y sexagesimales; relaciones entre unos y otros, y modo de apreciar las longitudes é inclinaciones.

22. Representación, nombres, valores y relaciones de las unidades secundarias lineales y angulares; uso de las mismas.

23. Modo de efectuar la medición de las líneas y descripción de las unidades efectivas; idea y uso del Nonius.

24. Círculo graduado, medición de los ángulos reales en los casos más importantes, goniómetros; naciones que han adoptado el sistema métrico decimal, que usan el antiguo de Castilla y principales unidades de longitud extranjeras.

25. Unidades legales de superficie, principales y secunda-

rias; representación, valores, uso, relaciones que las unen y metro corriente.

Lección 37.

26. Medición de las superficies; unidades extranjeras más usuales.
27. Unidades legales de Espacio, principales y secundarias; representación, valores, uso, relaciones que las unen y metro corriente.
28. Medición de los espacios, soliva y aparatos para medir la leña y maderas de construcción; modo de efectuarla.
29. Efectos que se aprecian por su volumen ó por su peso; división, forma y valores de las unidades efectivas de capacidad.
30. Descripción de las mismas; principales unidades extranjeras.

Lección 38.

31. Medición de las temperaturas; unidad, sustancias y aparatos que para ello se emplean.
32. Descripción del termómetro ordinario; escalas más usuales.
33. Expresión de los distintos grados y relaciones que las unen; termómetro metálico.
34. Termóscopo, Pirómetro y equivalencia entre los grados de éste y los centígrados; caloría, calor específico y potencia calorífica.
35. Gramo, Tonelada métrica y Quintal métrico; unidades secundarias de peso, legales y usuales.
36. Pesas efectivas; división común y descripción de las mismas.

Lección 39.

37. Balanzas ordinarias; fiel y modo de usarlas.
38. Objeto, descripción y manejo de la romana y básculas; principales unidades de peso usadas en el extranjero.
39. Unidades de fuerza, tensión y trabajo; presión atmosférica.

40. Dinamómetro, barómetro y manómetro; idea, manejo y ejemplos de aquél.

41. Barómetros diferentes; descripción de cada uno.

42. Idea de las distintas clases de manómetros; escalas y fuerza elástica de los sólidos.

LECCIÓN 40.

43. Relaciones entre la densidad, el peso y el volumen; unidades de medida y aplicaciones.

44. Descripción, aplicaciones y manejo de la balanza hidrostática; areómetros.

45. Determinación del peso específico de los sólidos; cálculo del de los líquidos por medio del areómetro de volumen constante.

46. Volúmetro, areómetro universal, pesa ácidos y pesa licores; escalas y manejo.

47. Espíritus, grado, fuerza; alcohómetros de Cartier y centesimal.

48. Ideas generales sobre la apreciación de la dureza de los cuerpos y humedad del aire; medida del agua corriente, de las cantidades colectivas y del papel.

LECCIÓN 41.

49. Unidad monetaria legal; múltiplos y divisores.

50. Apreciación de los valores; monedas metálicas, ley, liga, tolerancia, permiso, talla y valores intrínseco é imaginario.

51. Precio é importe; detalle del actual sistema monetario español y unidad de cuenta en Cuba, Puerto Rico y Filipinas.

52. Valor intrínseco de las materias de oro y plata, y precios de tarifa; papel moneda.

53. Países que tienen igual sistema monetario que España; nombres de las unidades equivalentes á la peseta y al céntimo.

54. Naciones cuyas unidades de cuenta son el peso, corona, florín, milreis, piastra, dollar y pieza de 20 céntimos; equivalencias en pesetas de estas unidades y de las más importantes de Alemania, Haiti, India inglesa, Inglaterra, Japón, Persia y Rusia.

Lección 42.

55. Métodos analítico y sintético para la resolución de problemas; comparación, ventajas é inconvenientes de uno y otro.

56. Diversos modos de escribir y leer las proporciones; valores de sus términos y cambios de lugar de los mismos.

57. Operaciones más importantes que con ellos pueden hacerse; principal propiedad de las series de razones iguales y consecuencias.

58. Proporción continua y medio proporcional; regla para hallarlo.

59. Cantidades proporcionales; proporcionalidad directa é inversa y modo de distinguirlas.

Lección 43.

60. Regla de tres, simple y compuesta; problemas á que puede aplicarse.

61. Regla directa é inversa; resolución teórica y práctica.

62. Resolución de la regla compuesta; método abreviado.

63. Fundamento y exposición del método de reducción á la unidad; ventajas sobre la regla de tres.

64. Métodos prácticos; reglas y disposiciones referentes á los mismos.

Lección 44.

65. Objeto de la regla Conjunta; signo de equivalencia y fundamentos de la misma.

66. Regla para plantearla y resolverla; modo de facilitar el planteo.

67. Simplificación práctica; resolución por logaritmos.

68. Cantidades medias y media diferencial; regla para encontrar ésta.

Lección 45.

69. Casos que pueden ocurrir en la transformación de concretos; reglas abreviadas para todos los relativos á los diferentes órdenes de los métrico-decimales.

70. Transformación de los métricos que contengan fraccio-

nes ordinarias; reducción práctica de un complejo á incomplejo de orden intermedio.

71. Relaciones que pueden conocerse al tener que referir un concreto á unidades de distinta especie; regla para cuando se conoce la equivalencia de una.

72. Observaciones referentes al error del resultado; modo de que no pase de cierto límite.

73. Reglas para disminuirlo en lo posible; caso que suele producir el mayor error.

Lección 46.

74. Reglas que pueden seguirse para referir un incomplejo á distinta especie, cuando se usa la equivalencia de varias unidades; comparación y caso en que exprese ó se pidan unidades diferentes de las que entran en la relación conocida.

75. Transformación de los complejos; caso en que se conozca la equivalencia de una de las unidades pedidas.

76. Transformación cuando no se conozca relación directa; caso en que existan varias.

77. Relaciones entre los pesos natural y específico y los volúmenes ó capacidades; reglas que de las mismas se deducen y comparación con otros métodos.

78. Transformación de las unidades corrientes de longitud en otras de superficie ó espacio y viceversa; denominaciones que corresponderán á los productos y cocientes.

Lección 47.

79. Consideraciones sobre el comercio de mercaderías; operaciones fundamentales y observaciones prácticas sobre los resultados.

80. Adición práctica de los complejos; Sustracción.

81. Método de los múltiplos y submúltiplos en la Multiplicación; casos en que se trate de números métricos y de las restantes operaciones fundamentales con complejos.

Lección 48.

84. Tanto, Cuanto y Tanto por cuanto; reglas para determinar los tantos y el número á que se refieren.

85. Tantos equivalentes y modo de encontrarlos; tantos más usuales, reglas prácticas para los mismos y comprobación de los resultados.

86. Relaciones aditivas y sustractivas; comparación de los diversos medios de resolver los problemas de tanto por cuanto.

87. Ganancias y pérdidas relativas; modo de apreciarlas y calcularlas.

88. Descuentos, mermas y bonificaciones; apreciación y cálculo.

89. Tara, peso bruto y peso neto; relaciones que los unen, modo de apreciar la primera y cálculos que originan.

Lección 49.

90. Gastos accesorios; influencia de los mismos en las compras y ventas.

91. Comisión, garantía, corretaje y gastos de menor importancia; apreciación, pago y cálculo.

92. Transportes; tarifa y cálculo de los más sencillos.

93. División general de los mismos; porte, flete y determinación del primero, del precio de tarifa de las unidades transportadas y de las distancias, especialmente en los ferrocarriles.

94. Determinación del flete, capa, y modo de apreciarla é introducirla en los cálculos; gastos menos importantes que los transportes suelen ocasionar.

95. Timbre, conocimiento y póliza de fletamento; carácter del primero y modo de satisfacerlo.

96. Seguros, prima fija y temporal, nombres de uno y otro y cálculos que originan; resolución de los problemas de seguro simple y con prima de la prima.

Lección 50.

97. Averías simples; franquicia y cálculo de la indemnización.

98. Importación, exportación, tránsito, Aduanas y Aranceles; principales gastos que pueden originar.

99. Cálculo de una avería en las Aduanas; Depósitos y objeto de los mismos.

100. Prorateo de facturas y cuentas de compra y venta; factura simple y factura de expedición.

101. Casos que en el prorateo pueden ocurrir; reglas para resolver cada uno de ellos y necesidad de la comprobación, cuando no son iguales los precios ó los gastos.

Lección 51.

102. Repartos proporcionales, simples y compuestos: fórmulas y reglas para los primeros.

103. Reglas para cuando haya denominadores ó factores comunes; disposición práctica.

104. Método general de resolver la repartición compuesta; contribuciones, quintas y herencias.

105. Averías ordinarias y gruesas; concepto de éstas, partes en que puede descomponerse su cálculo y reglas para cada una de ellas.

106. Liquidación de la avería; circunstancias accesorias y aplicaciones generales de la regla de repartos.

Lección 52.

107. Regla de compañía; casos generales que pueden ocurrir.

108. Resolución de aquellos en que los capitales sean iguales; principios que se admiten en la práctica cuando los tiempos son desiguales.

109. Compañías colectivas, acciones y obligaciones; dividendos y modo de repartirlos.

110. Socorros mutuos; arrendamientos y construcciones.

Lección 53.

111. Ecuaciones; qué se entiende por resolverlas, solución, despejar una incógnita satisfacerlas y función de una cantidad.

112. Comprobación, grado para una y varias incógnitas, sistema, solución del mismo; regla general para plantear un problema.

113. Reglas para quitar denominadores y simplificar una ecuación; definición de coeficiente y resolución de la de primer grado con una incógnita.

114. Carácter general de esta ecuación y diferencia entre la

solución de la misma y la del problema de que provenga; interpretación de los diferentes valores que pueden resultar.

LECCIÓN 54.

115. Ecuación de primer grado con varias incógnitas; resolución y carácter general de la misma.

116. Condición para que admita soluciones enteras; regla para encontrarlas.

117. Limitaciones; resolución de las de primer grado con una incógnita y aplicación al cálculo de las soluciones positivas de las ecuaciones indeterminadas.

118. Método general de resolver un sistema de ecuaciones; eliminación de una incógnita y ecuación final.

119. Resolución de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas por el método de sustitución; eliminación por igualación y reducción.

LECCIÓN 55.

120. Resolución de un sistema de más de dos ecuaciones de primer grado con igual número de incógnitas; carácter general.

121. Resolución de un sistema análogo, con más incógnitas que ecuaciones; carácter general.

122. Resolución de un sistema análogo, con menos incógnitas que ecuaciones; carácter general.

123. Regla de Falsa posición; condiciones suficientes para que pueda aplicarse.

124. Fórmulas que determinan el valor de la incógnita; regla para todos los casos.

LECCIÓN 56.

125. Problemas que suelen ocurrir al agricultor; determinación de líneas, superficies y volúmenes.

126. Mezcla, aleación, combinación y amalgama; importancia, regla de Aligación y casos que comprende.

127. Cálculo del precio medio; caso en que se mezcle una unidad de cada clase.

128. Investigación del mismo cuando deban guardar pro-

porción las cantidades mezcladas; caso en que además sea determinada alguna de ellas.

129. Cantidades que de dos sustancias deben mezclarse para que á la mezcla corresponda un precio dado; caso en que sean más de dos.

Lección 57.

130. Determinar la cantidad de una sustancia que debe mezclarse con otra dada, conociendo sus precios y el de la mezcla; caso en que sean más de dos.

131. Caso en que se conozca la cantidad total de la mezcla; carácter de la cuestión.

132. Casos en que las cantidades estén ligadas por cualquier otra relación, ó deban ser enteras y positivas; cuestiones que sólo tienen solución práctica.

133. Investigación de los precios de las cantidades mezcladas cuando se conoce el de la mezcla; casos particulares más importantes.

Lección 58.

134. Fuerza aparente, real y riqueza de los espíritus; determinación de las fuerzas, el volumen del líquido y su riqueza, en todos los casos.

135. Conversión de los grados Cartier en centesimales y viceversa; fórmulas que pueden servir para transformar unos en otros los de Farenheit, Reaumur y centesimales.

136. Relación entre las fuerzas y volúmenes de los espíritus que contienen agua; modo de rebajar la fuerza de un espíritu por medio de ésta.

137. Relación entre las fuerzas y volúmenes de los espíritus mezclados; errores que suelen cometerse y determinación del volumen total.

138. Cuestiones análogas que pueden ocurrir; ideas generales sobre su resolución.

Lección 59.

139. Expresión y representación de la cantidad de metal fino que contienen las materias de oro y plata; reglas para de-

terminarla y para calcular el valor intrínseco de las mismas.

140. Relaciones entre el valor del oro y el de la plata; determinación de las mismas, precios legales y comerciales, valor actual de nuestras monedas de plata y regla para encontrar el peso, cuando se conoce la talla.

141. Par monetaria; regla para encontrarla y comparación de los diversos procedimientos que suelen emplearse en la práctica.

142. Reglas abreviadas para calcular la par monetaria de dos monedas de igual metal y ley y de las extranjeras en pesetas; observaciones prácticas.

Lección 60.

143. Par, beneficio y daño en el trueque de numerario; modo de expresar generalmente el precio del cambio y de combinarlo con los datos.

144. Determinación de la cantidad que debe entregarse ó recibirse, del importe y del precio en todos los casos en que sólo intervengan estos valores; reglas y fórmulas para el último.

145. Observaciones sobre los tantos de contrario sentido y cálculo del equivalente á otro; modo distinto de expresar á veces el tanto de beneficio ó daño.

146. Ventajas é inconvenientes de resolver por Conjunta los problemas de cambio; fórmulas para determinar el valor final de una cantidad sometida á cambios sucesivos y el tanto único equivalente á la combinación de todos.

Lección 61.

147. Ideas generales sobre el comercio de monedas; cotizaciones y modo de expresar los precios de las pastas de plata y oro.

148. Modo de expresar en Francia la ley y precio del oro y la plata, y bases de la cotización; gastos y operaciones que originan las compras y ventas de estos metales en todos los casos.

149. Ley y peso Standart en Inglaterra; cotización y reglas para referir á peso Standart el de un lingote cualquiera y encontrar los kilogramos que contiene de metal fino

150. Fórmulas y reglas para determinar en monedas nacionales el valor de un lingote de oro ó plata cualquiera, de un cierto peso Standart y de un número dado de kilogramos finos; resolución de cuantos casos pueden ocurrir.

151. Antigua ley inglesa de los metales finos y modo de indicarla y calcularla; comercio con los demás países y cuestiones análogas.

LECCIÓN 62.

152. Ideas generales sobre el interés y descuento, documentos de crédito, descuento y negociación de los mismos; banqueros, bancos, principales operaciones que éstos realizan y fundamentos de las mismas.

153. Interés simple; elementos que pueden intervenir, condiciones necesarias para que exista proporcionalidad y procedimientos de cálculo que pueden aplicarse.

154. Casos que podrán ocurrir y examen detallado de cada uno; indeterminación ó imposibilidad, cuando las incógnitas sean el tanto y el tiempo.

155. Fórmulas y reglas generales que resuelven directamente todos los problemas fundamentales, cuando el tanto se refiere á 100 unidades; ideas generales sobre los préstamos y cuestiones análogas.

LECCIÓN 63.

156. Descuento simple racional y comercial; cálculo del primero y fórmulas para resolver directamente cuantos casos fundamentales pueden ocurrir tratándose del segundo.

157. Indeterminación é imposibilidad en algunos; reglas generales más importantes cuando el tanto se refiere á 100 unidades y cuestiones análogas.

158. Años comercial y legal y fórmulas directas para cuantos casos fundamentales se refieren al interés ó descuento, racional y comercial, cuando el tiempo se expresa en meses ó días; reglas para encontrar el legal, exacta ó aproximadamente, conocido el que corresponde al año comercial.

LECCIÓN 64.

159. Objeto de los métodos prácticos para la determinación

del interés y descuento simples; multiplicadores fijos, regla y tabla.

160. Divisor fijo; regla para encontrar por su medio el interés ó descuento simples y caso en que no es conveniente su empleo.

161. Fórmulas directas en función del mismo, para todos los fundamentales que pueden ocurrir; investigación del tanto por la tabla de divisores fijos.

162. Divisor constante; objeto, corrección que origina, condiciones que debe reunir, formación de la tabla y caso en que la corrección deba ser mayor que el resultado.

Lección 65.

163. Método de los múltiplos y submúltiplos, para el cálculo del interés y descuento simples; propiedades más importantes.

164. Partes alícuotas del capital y del tiempo; exposición de estos procedimientos y base del cálculo.

165. Inconveniente del método anterior; base constante, bases usuales y corrección.

166. Tiempo necesario para convertir un capital en cualquier múltiplo suyo; descuento comercial que corresponde á 100 unidades, nominal sobre el que se ha efectuado un descuento y aplicaciones.

167. Ideas generales sobre las cuentas corrientes; tablas para encontrar los días comprendidos entre dos fechas de un mismo año.

Lección 66.

168. Vencimiento medio á interés simple; reglas prácticas para determinarlo; caso particular en que los capitales sean iguales y aplicación al cálculo del valor y tanto real de una emisión, pagadera en varios plazos, y á la pérdida en convenio de acreedores.

169. Vencimiento común á interés simple; relación entre las cantidades que en distintos plazos pueden sustituir á otra y resolución de los diversos casos que ocurren.

170. Liquidación de facturas; casos que pueden ocurrir y

resolución de todos aquellos en que los vencimientos son conocidos.

171. Prórroga de vencimientos; examen detallado de todos cuantos casos comprende, reglas, fórmulas y métodos prácticos.

LECCIÓN 67.

172. Documentos de crédito; su división y diferentes significados de la palabra cambio.

173. Documentos de cambio; giro, aceptación y modo de expresar el vencimiento de las letras.

174. Influencia del último en los cálculos; cambios directo, indirecto, nacional y extranjero.

175. Negociación de letras; valores nominal y efectivo, precio del cambio, plazos corto y largo.

176. Expresión del cambio entre plazas de igual y distinto sistema monetario; modo de expresarlo entre Cuba, Puerto Rico, Filipinas y las plazas españolas, francesas é inglesas.

177. Plazas cierta é incierta; términos del cambio é incógnitas que pueden presentarse en las cuestiones fundamentales; fórmulas y reglas para determinar cada una de ellas, cuando se trata de letras de igual plazo que el de cotización y de sistemas monetarios iguales.

LECCIÓN 68.

178. Negociación de letras de plazo igual al de cotización, cuando los sistemas monetarios son distintos y el cambio se expresa á tanto por 100; id., cuando se refiere á un precio determinado.

179. Negociación de letras de plazo distinto al de cotización en el cambio nacional; rebatir cambios, reglas que para ello deben seguirse, y casos en que se han de contar días de correo.

180. Fórmulas que para rebatir los cambios pueden emplearse; inexactitud de este procedimiento práctico.

LECCIÓN 69.

181. Negociación de letras de plazo distinto al de cotización. en el cambio extranjero, cuando el cambio se expresa á tanto por 100; fórmulas para encontrar directamente el efectivo, el

nominal y el precio, y procedimientos prácticos que pueden seguirse.

182. Caso en que el precio esté determinado; fórmulas y métodos prácticos.

183. Cambio directo; principales gastos que intervienen en las cuestiones de cambio, y procedimientos generalmente seguidos en su resolución.

184. Fórmulas directas del efectivo, nominal y precio del cambio nacional para iguales y distintos plazos de vencimiento y cotización; idem para el cambio extranjero, cuando el precio está expresado á tanto por 100 y cuando lo está por una cantidad fija.

Lección 70.

185. Cambio indirecto; problemas que en él ocurren y diferentes medios de resolverlos.

186. Par del cambio; cálculo de la misma en los distintos casos que pueden ocurrir.

187. Combinación del cambio de banca con el efectivo; casos que ocurren y modo de resolverlos.

188. Remesas y libranzas por apunte; situaciones en que puede encontrarse el comerciante, y resolución de estas cuestiones en todos los casos.

189. Cuenta de resaca; elementos que en ella entran y cálculo de la misma.

Lección 71.

190. Determinación del precio del cambio que corresponde á una plaza cierta; reducción de varios á un curso medio y cambio á la vista.

191. Cálculo de los gastos accesorios en las cuestiones de cambio; principales problemas que ocurren y diversos modos de resolverlos.

192. Facturas de negociación; diferencia con las de descuento, casos que se pueden presentar y resolución de cada uno de ellos.

193. Deuda pública española, cupones, renta y nombres que recibe; valores de las láminas, diferentes clases de títulos, inte-

rés, fecha y plazas en que puede cobrarse, valores á que sustituyeron y cambio á que fueron emitidas las de renta perpétua.

194. Detalle análogo de la amortizable; deuda flotante y de nuestras Antillas, idea de los restantes valores públicos y modo de cotizarlos.

LECCIÓN 72.

195. Pignoración y préstamos en general; duración y forma de los mismos, efectos sobre los cuales se presta, valores por que se admiten, problemas fundamentales, gastos accesorios y reglas que han de tenerse presentes para resolver esta clase de cuestiones.

196. Créditos con garantía; ideas generales sobre los mismos; principales problemas que originan y modo de resolverlos.

197. Trueque de efectos públicos; fórmulas y reglas para encontrar el nominal que debe entregarse ó recibirse, el metálico, el número de títulos y el precio del cambio.

198. Bolsa y operaciones que toman su nombre de ella; clasificación de las mismas.

199. Objeto de las operaciones al contado; cálculo del efectivo, nominal y precio de los efectos públicos, haya ó no gastos accesorios.

LECCIÓN 73.

200. Cálculo de la ganancia ó pérdida, variación del curso y precio necesario para obtener la primera en las operaciones de bolsa al contado; problemas fundamentales relacionados con la renta que proporcionan los fondos públicos y resolución de cada uno de ellos.

201. Diversas clases de operaciones á plazo; cálculo del interés obtenido por una operación doble.

202. Circunstancias que hay que tener presentes y valores del efectivo, renta anual, precio y tantos de interés y cambio, cuando las operaciones se hacen en plazas extranjeras; ganancia ó pérdida por 100 y total, en función de la renta.

203. Relaciones entre el tanto de interés, la renta anual y las variaciones del curso y del efectivo; valor adquirido por el capital y ganancia ó pérdida total y por 100, en las compras y

ventas sucesivas, tanto si se conoce el efectivo como la renta.

204. Expresión del valor del capital, teniendo en cuenta los gastos accesorios; caso en que las compras y ventas sean simultáneas y resolución de las cuestiones análogas.

Lección 74.

205. Arbitrajes; principales efectos que le sirven de base y consideraciones sobre los mismos.

206. Arbitrajes de banca; fines que el arbitrajista puede proponerse y diferentes medios de realizarlos.

207. Métodos y procedimientos prácticos; examen de los más importantes casos que pueden ocurrir.

208. Arbitrajes sobre fondos públicos; elementos que deben tenerse en cuenta y modo de resolver esta clase de problemas.

209. Arbitrajes sobre materias de oro y plata; su resolución.

210. Arbitrajes sobre mercaderías; datos necesarios para su cálculo y principal diferencia con los anteriores.

Fin de la parte de programa relativa á los Cálculos mercantiles elementales.

APÉNDICE

211. Método hamburgués para el cálculo de las cuentas corrientes con interés; procedimientos que pueden emplearse para la investigación de los intereses.

212. Análisis detallado de una cuenta de esta clase; crédito, débito, balance, saldo, determinación de este último y disposición práctica de las operaciones.

213. Abreviaciones que se acostumbra hacer cuando se emplean los divisores fijos; casos en que algún vencimiento sea posterior á la fecha del cierre y en que el interés sea recíproco.

214. Método directo; identidad de su resultado con el del anterior; significado de las palabras Debe y Haber, y disposición práctica de las operaciones.

215. Números encarnados en una sola parte de la cuenta, ó en ambas; inconveniente del método directo y modo de salvarlo.

216. Método indirecto; identidad de su resultado con el de los anteriores; fecha de que conviene partir y disposición práctica de las operaciones.

217. Método de los saldos; cuentas de interés variable.

218. Cuentas llamadas de una sola columna; método del 6 por 100 y cálculo por logaritmos; ligera idea de las cuentas especiales más importantes.

CALCULOS MERCANTILES ELEMENTALES

NOCIONES PRELIMINARES

I.—Generalidades.

1. Conocido es el objeto que nos proponemos (T. I, 159, 2.ª) al comenzar la segunda parte de nuestro estudio.

Ahora bien; para que una CANTIDAD (T. I, 2.ª) limitada pueda ser representada por números y sometida al cálculo MATEMÁTICO, es condición indispensable que *pueda considerarse como un conjunto ó pluralidad de partes*, que nos dé exacta idea de su magnitud, y entre esta clase de cantidades hay unas *capaces de aumentar y disminuir por incrementos tan pequeños como se quiera*, ó sea CONTINUAS, mientras otras, DISCONTINUAS ó COLECTIVAS, pueden sólo verificarlo por *una ó varias de las partes que las componen.*

A las primeras pertenecen, por ejemplo, el *largo* de un paseo, la *cabida* de un buque ó el *intervalo* de tiempo que separa dos sucesos, las cuales son susceptibles de crecer ó decrecer por partes más pequeñas que todo límite (T. I, 165) imaginable; á las segundas un *rebaño* ó colección de reses, un *ejército* ó conjunto de soldados, una *nebulosa* ó reunión de astros, que sólo podrían aumentar ó disminuir en una ó varias reses, uno ó varios soldados y uno ó varios astros.

Distinguiendo tanto en unas como en otras, su naturaleza y su magnitud, que apreciamos por el modo de impresionarnos y por su comparación con la unidad elegida (T. I, 3), llamamos HOMOGÉNEAS á *las de igual naturaleza*, y HETEROGÉNEAS á *las de naturaleza diferente.*

Por tal distinción decimos que el *trabajo* efectuado por un caballo y el llevado á cabo por una máquina, son *homogéneos*; que el *largo* de un paseo y la *cabida* de un buque, son *heterogéneos*, y que el *trabajo* realizado por el caballo es *mayor*, *igual ó menor* que el de la máquina, como puede ser *menor*, *igual* ó *mayor*, el *largo* de un paseo que el de otro y la distinta *cabida* de dos buques, sin que haya comparación de magnitud posible entre las cantidades verdaderamente heterogéneas, como el *trabajo*, el *largo* y la *cabida*.

La unidad que se elija para expresar la magnitud de una cantidad continua, puede, por consiguiente, ser arbitraria, salvo el carácter de *homogeneidad*, indispensable, según lo dicho, quedando esa magnitud expresada después de la MEDICIÓN ó *comparación de la cantidad con la unidad para ver las veces que aquélla contiene á ésta*, por un número concreto (T. I, 16), que podrá ser entero, fraccionario, inconmensurable, exacto ó aproximado (T. I, 9 á 16).

No sucede lo mismo con las cantidades discontinuas; éstas, por su misma naturaleza, limitan en cierto modo la unidad que ha de servir para la comparación; porque *debiendo ser* necesariamente *una de las partes que la componen ó un grupo de ellas*, que pueden no ser iguales, sólo habrá un medio de expresar su magnitud, que siempre resultará exacta y entera; CONTAR *las unidades ó grupos que contenga la totalidad siguiendo el sistema de numeración adoptado*, por lo que la palabra MEDIR suele reservarse para cuando se trata de cantidades continuas y de una unidad invariable, por más que en realidad sea general y abrace todos los casos.

Aceptando, por tanto, las costumbres usuales, diremos que el *largo* de un paseo, un *intervalo* de tiempo ó la *cabida* de un buque, se MIDEN para expresar sus magnitudes, mientras que para representar las de un *rebaño*, *ejército* ó *nebulosa*, se CUENTAN las *reses*, *soldados* ó *astros* de que se componen.

II.—Naturaleza de las cantidades.

2. La METROLOGÍA ó *estudio de las leyes que rigen la medición de las cantidades*, sólo debe ocuparse de las continuas, estableciendo unidades para las diferentes naturalezas que pue-

den presentar, relacionándolas entre sí en cuanto sea posible é indicando la manera de realizar aquélla.

Si para distinguirla claramente, según nos impresionen ó no del mismo modo, examinamos cuales son los principales conceptos que podemos aplicarles, veremos que los dos fundamentales son los de DURACIÓN y EXTENSIÓN, ó *limitaciones del Tiempo y del Espacio*, ideas primordiales é indefinibles por eso mismo, pues sólo son las condiciones ó formas bajo las cuales se presentan todas á nuestra limitada inteligencia, sin que podamos concebir ninguna que se realice fuera del primero, ni exista más que en el segundo.

3. El concepto de Tiempo no admite variedad, pero sí el de Espacio; porque combinándose ambos hacen nacer el de MOVIMIENTO ó *traslación de un lugar á otro en un cierto tiempo*, y el de DIRECCIÓN ó *prolongación indefinida de la distancia más corta entre dos* PUNTOS (T. I, 95) ó *elementos indefinidamente pequeños del Espacio*, que por su mismo carácter de límites no podrán tener medida ni dimensiones apreciables.

El punto existe, sin embargo, y así como por su movimiento puede considerarse engendrada la *línea*, si ésta se mueve después en distinto sentido al del punto que la engendró, resulta la *superficie*, extensa en el de la línea primitiva y en el de la descrita por cualquiera de sus puntos, y por último, el *cuerpo* matemático al moverse una superficie en sentido diferente al de los dos anteriores, sin que el movimiento de éste pueda ya engendrar otra extensión de más dimensiones, ó por lo menos sin que nosotros podamos concebir dé origen más que á otro cuerpo mayor.

4. De estas consideraciones resulta, que además de las unidades de TIEMPO que sirvan *para medir una duración cualquiera*, deberemos tener tres clases de unidades para expresar la magnitud de las extensiones: las LINEALES, las SUPERFICIALES y las DE ESPACIO, que servirán *para representar las longitudes, áreas y volúmenes* (T. 1, 95), sín que necesitemos unidad especial para el *movimiento*, que en virtud de su misma naturaleza quedará expresado por la *distancia recorrida en la unidad de tiempo*, ó VELOCIDAD del móvil, ni para las *direcciones*, á las que no es aplicable el concepto de magnitud, por más que originen la *medida de la inclinación relativa de dos extensiones*,

y por tanto las unidades ANGULARES, que como veremos más adelante puedan siempre referirse á las lineales.

5. Por último; la idea del movimiento que se efectúa en determinada dirección, encierra en sí la de FUERZA, ó *causa capaz de producir ó modificar un movimiento,* y la necesidad de convenir también en la adopción de unidades de esta clase, con las que puedan compararse todas, *para determinar su* INTENSIDAD ó *magnitud.*

Estos son los conceptos puramente matemáticos, ó sea los que podemos aplicar á todas las cantidades, prescindiendo de la materia que las constituya; mas si de aquí pasamos al terreno físico, atendiendo á las propiedades inherentes á esa misma materia que llena todo el Espacio, nos veremos obligados á aplicarles, dentro y al par de esos mismos conceptos generales, otros particulares de los que no se puede prescindir.

Los dos más importantes, después de los citados, son indudablemente los de VALOR y PRESIÓN.

El primero se aprecia por el *dinero que cuesta adquirir un objeto* y da origen á las unidades MONETARIAS; la segunda es siempre consecuencia de la IMPENETRABILIDAD, ó *imposibilidad de ocupar dos cuerpos materiales el mismo lugar del Espacio* y á veces de la ELASTICIDAD de los gases ó *tendencia á ocupar mayor extensión*, pues se reduce al *esfuerzo que un cuerpo hace sobre otro para ocupar su lugar.*

La presión ejercida por los cuerpos sobre los obstáculos que les impiden dirigirse hacia el interior de la Tierra, obedeciendo á la atracción de la misma, se llama PESANTEZ, y *su medida* ó PESO hace necesarias unidades de esta clase; el *peso de la atmósfera sobre una superficie cualquiera* conserva el nombre de PRESIÓN ATMOSFÉRICA, y *la producida por la elasticidad de los vapores,* recibe el particular de TENSIÓN.

6. Otro concepto relacionado con el de peso, es el de DENSIDAD, nombre que toma la *relación que existe entre el volumen de un cuerpo y su* MASA, ó *cantidad de materia que contiene,* la cual depende en parte de su TEMPERATURA ó *cantidad sensible de calor; la relación entre el peso de un cuerpo y el de igual volumen de agua pura* (protóxido de hidrógeno) *á la temperatura en que su densidad alcanza el máximum*, es el PESO ESPECÍFICO del cuerpo.

Aparte de las unidades que con estos conceptos se relacionan, es frecuentemente indispensable operar con otras de menor importancia, pero que no se deben omitir en absoluto, aun cuando sea imposible enumerar todas las que originan las necesidades de la vida y del Comercio.

Se mide, por ejemplo, la HUMEDAD ó *sensación que nos hace experimentar la cantidad de vapor de agua contenida en la atmósfera*; se mide la DUREZA de los cuerpos, *ó resistencia á la separación de las partícutas que los componen*; en fin, como consecuencia de la elasticidad, puede apreciarse hasta su DILATABILIDAD y COMPRESIBILIDAD, ó *propiedades de poder ocupar más ó menos extensión*, y otra infinidad de cantidades derivadas de los conceptos anteriores, pudiendo asegurarse, con grandes visos de fundamento, no está lejano el día en que los adelantos científicos permitan medirlas todas y someter al Cálculo matemático, aun aquellas que al presente parecen más refractarias á su dominio.

III.— Sistemas de medidas, pesas y monedas.

7. La dificultad de formarse clara idea de las magnitudes representadas por números de muchas cifras, lo penoso de los cálculos que con los mismos hayan de efectuarse y la facilidad de incurrir en errores al operar con ellos, imposibilitan la adopción de una sola unidad para cada naturaleza de cantidades, haciendo necesarias algunas PRINCIPALES, fijadas como *punto de partida*, y un cierto número de *múltiplos y divisores suyos*, que constituyen las SECUNDARIAS.

Tanto las unas como las otras son unidades de CUENTA, cuando *solo intervienen en las operaciones y cálculos* con objeto de facilitarlos, y REALES ó EFECTIVAS, si *existen construídas de cualquier materia* para poder servir de término de comparación, y como *las últimas* suelen llamarse MEDIDAS, *cuando se trata de longitudes* ó CAPACIDADES, es decir, *espacios vacíos de un cuerpo material*; PESAS, *cuando se trata de pesos*, y MONEDAS, *cuando se trata de valores*, aunque el primer nombre no puede ser más impropio, de aquí el que suela llamarse SISTEMA DE MEDIDAS, PESAS Y MONEDAS, *al conjunto de todas las unidades que se usan para medir las cantidades*, es decir, á los SISTEMAS DE UNIDADES

CONCRETAS, nombre más propio y general, pues de otro modo no solo se excluyen todas las unidades de cuenta referentes á las extensiones, pesos y valores, sino que aun forzando el significado vulgar, impropio ya por sí mismo, de las palabras medida, pesa y moneda, para que abrace aquellas á que algunos llaman *imaginarias*, quedarían siempre excluidas las de Tiempo, que son importantísimas, y cuantas con ellas por su naturaleza particular tuvieran que carecer forzosamente de existencia material.

8. Numerosísimos han sido y son aún los sistemas que se han usado y usan sobre la superficie de nuestro globo, así como las relaciones completamente arbitrarias ó nacidas cuando más de la conveniencia del momento, que han ligado entre sí á las unidades de un mismo sistema, multiplicidad y variedad que han ido aumentando las dificultades prácticas y aún dado lugar á los errores y abusos á que se presta el adoptar en distintas localídades iguales nombres que representen magnitudes diferentes, por lo que no sólo se han visto obligados los Gobiernos en ciertas épocas á fijar un *sistema determinado por las leyes*, que por esta razón se llama LEGAL, para todos los habitantes de una misma nación, sino que el aumento de las relaciones y transacciones mercantiles, hace sentir desde fines del pasado siglo la necesidad de que un mismo Sistema claro y sencillo quede adoptado en todos los países.

Esta tendencia á la unificación, que por fortuna va ya realizándose, tropieza, sin embargo, con algunas dificultades, nacidas principalmente de ese fatal antagonismo que nos legaron nuestros antepasados, y al que solo pondrán término en el porvenir la fraternidad de los pueblos, que no tendrán ya reparo en fijar como única y común legalidad el *métrico decimal*, cuyas grandes ventajas (T. I, 98) son conocidas, y que hoy, como pronto veremos, se encuentra definitivamente aceptado ya por un gran número de ellos.

Mientras esto no suceda tendremos diferentes ESPECIES de unidades, según el *sistema á que pertenezcan las homogéneas*, dentro de cada uno de los cuales podremos distinguir por su ORDEN de *menor á mayor* las de igual naturaleza.

Empezando, pues, el estudio de las más importantes, comenzaremos por las de Tiempo, que ofrecen un carácter más abstracto, son necesarias para la comprensión de algunas otras, y han sido siempre las mismas para casi todos los pueblos desde la más remota antigüedad, á causa de estar tomadas de los dos movimientos principales de la Tierra, y ser por eso mismo poco menos que invariables y agenas á las rivalidades nacionales.

En estas, como en todas, nos limitaremos á exponer las nacionales y extranjeras de mayor importancia que no deban ignorarse por su frecuente uso, dejando para el final del tomo las tablas que contendrán el detalle y equivalencias de las antiguas que aún estén en uso en algunas localidades, y de las secundarias de los principales países extranjeros.

LIBRO PRIMERO

METROLOGÍA

CAPÍTULO PRIMERO

MEDIDA DEL TIEMPO

I. — **Unidades nacionales.**

9. Día, es el *intervalo durante el cual efectúa un astro la rotación alrededor de su eje.*

Año, el *tiempo que tarda en recorrer su órbita alrededor de otro que se supone fijo.*

El día y año terrestres, ó *duración de los movimientos de rotación y revolución de la Tierra,* que se usan para medir el tiempo en cuanto se refiere á nuestro planeta, pueden tener valores algo distintos, según el astro que se escoja para determinar el primero y el punto de partida que se elija para apreciar el segundo.

Dichas cantidades de tiempo no pueden, efectivamente, precisarse sin establecer ese punto de partida, fundado en el movimiento aparente de toda la esfera celeste en torno de la Tierra supuesta fija, que es el efecto que en nuestro sentido de la vista producen los movimientos reales del globo sobre cuya superficie habitamos; pero como á la par de cada uno de ellos se verifica no sólo el otro, sino varios de menor importancia, ni es posible suponer sin error que ocupe constantemente el mismo lugar del Espacio, ni su posición relativa es siempre idéntica, ni aun la velocidad de su movimiento uniforme, por no tener igual intensidad en todas sus posiciones las fuerzas que lo producen.

Entre esos diferentes valores se han escogido como unidades usuales ó comunes, los días y años solares.

Día solar, es *el intervalo que transcurre entre dos pasajes consecutivos del centro del Sol por la misma región de un plano meridiano.*

Año solar, *el transcurrido entre dos pasajes del Sol por el mismo punto equinoccial.*

El no ser los días solares perfectamente iguales entre sí por las razones indicadas, ha sido causa de que se calculara un

Día civil, ó *día solar medio y constante, que compensa sus pequeñas diferencias*, empezando un poco antes ó después, según el punto que ocupa la Tierra, y el resultar para el año solar el valor

365'24221679..... días

ha obligado también á convenir en un

Año civil, *compuesto de un número exacto de días.*

10. De estas dos unidades principales se han formado desde luego las secundarias siguientes:

Siglo.	100 años.	Año.	12 meses.
Década ó decenio. .	10 »	Quincena. . . .	15 días.
Lustro ó quinquenio.	5 »	Semana.	7 »
Cuatrenio..	4 »	Día.	24 horas.
Trienio.	3 »	Hora.	60 minutos.
Bienio.	2 »	Minuto.	60 segundos.

habiéndose tratado modernamente de aplicar en lo posible á las unidades de tiempo el sistema decimal, dividiendo el día en veinte *horas* de á cien *minutos*, cada uno de los cuales se subdividiría en cien *segundos.*

Comunmente se llama:

Día artificial, al *tiempo que transcurre entre la salida y la puesta del Sol*,

Noche, al *comprendido entre la puesta y la salida*,

Medio día, al *instante en que el Sol atraviesa la parte supe-*

rior del meridiano correspondiente al punto en que nos hallamos,

MEDIA NOCHE, al *momento en que atraviesa la parte inferior,* que es cuando *empieza á contarse el día civil,*

MAÑANA, al *tiempo que precede al medio día,*

TARDE, al *que le sigue hasta la puesta.*

Sabido es también que:

Para contar las horas, minutos y segundos que componen el día, se numeran desde su origen hasta 60 los dos últimos y hasta 12 las primeras, volviendo á empezar la numeración desde medio día;

Los días de la semana, á partir desde el momento en que se ha convenido empezar á contarla, se llaman DOMINGO, LUNES, MARTES, MIÉRCOLES, JUEVES, VIERNES y SÁBADO;

Los meses, *á partir del principio del año,* ENERO, FEBRERO, MARZO, ABRIL, MAYO, JUNIO, JULIO, AGOSTO, SEPTIEMBRE, OCTUBRE, NOVIEMBRE y DICIEMBRE, componiéndose de 31 días el 1.°, 3.°, 5.°, 7.°, 8.°, 10.° y 12.°, y de 30 los restantes, exceptuando Febrero, al que asignan 28 en los años COMUNES ó *de* 365 *días* y 29 en los BISIESTOS ó *de* 366, pues claro está que siendo el citado valor del año aproximado por defecto al verdadero, hay que compensar el error añadiendo un día á algunos para establecer la concordancia entre el civil y el solar.

Dichos meses, que es imposible tengan igual número de días, no siendo divisibles por 12 (T. I, 211) ni 365, ni 366, originan las nuevas unidades

SEMESTRE=6 meses y TRIMESTPE=3 meses

desiguales también, y todas ellas pueden REPRESENTARSE *por la abreviación de su nombre*, menos LOS MINUTOS Y SEGUNDOS, que se indican *poniendo al número que los expresa uno ó dos acentos*, por lo que $60'=3600''$ se leería: 60 *minutos*, igual 3600 *segundos*.

II.—Cronología y Cronometría.

12. Por lo demás, siendo el tiempo indefinido, tal como lo imaginamos, y careciendo por lo tanto de origen, no hay más remedio para EXPRESARLO, que *fijar el instante en que acaeció un hecho notable, como punto de partida, para referir á él todos los demás.*

Ese *período variable de tiempo que empieza á contarse desde un momento determinado*, se llama ERA.

Nosotros hacemos uso de la ERA VULGAR, empezando á numerar los años el *sábado* 1.º *de Enero del siguiente á aquel en que se cree nació Jesús*, que se considera como 0, para contar positivamente los siguientes y negativamente los anteriores, aunque el signo — no está en este caso muy bien aplicado.

Así decimos, por ejemplo, que la tabla astronómica más antigua que se conoce, fué construída en la India hacia el año —3102 ó 3102 *antes* de nuestra era, y podemos precisar un instante cualquiera, asegurando que estas líneas quedan escritas el *viernes* 6 del mes de Septiembre del *año* 1889 de la *era* vulgar, á las doce *horas*, cuarenta y cinco *minutos* y treinta *segundos* de la *noche*; mas para eso es indispensable:

1.º—*Saber cuál es el día, mes y año de la era á que pertenece*, y

2.º—*Poder apreciar el tiempo transcurrido desde el principio de aquél.*

13. Lo primero se consigue por medio de la CRONOLOGÍA, ó *estudio de las leyes que rigen la distribución del tiempo*, para que se verifique la concordancia de que hemos hablado, entre el año civil y el verdadero.

Lo segundo, por la CRONOMETRÍA ó *medición del tiempo*.

Aquélla origina la *distribución en períodos arreglados á las necesidades de la sociedad*, ó sea los CALENDARIOS.

Esta la construcción de RELOJES, ó *aparatos destinados á medir el tiempo.*

14. Si en la necesidad de componer el año civil con un número exacto de días, se le asignan 365, el error cometido por defecto, será de (9) 0'24221679..... y como

$$4.0'24221679....=0'96886716.....$$

llegará casi á componer un día en el transcurso de cuatro años, por lo que puede disminuirse mucho, contando desde el principio de la era, tres años de 365 días y uno de 366, con lo que el cometido por exceso al final de los cuatro será solo de

$$1-0'96886716.....=0'03113284.....$$

Esta es la razón en virtud de la cual, empezaron á considerarse así desde el tiempo del emperador Julio César, por lo que el calendario reformado por su orden lleva el nombre de JULIANO.

La distribución Juliana del tiempo, aceptada por el Concilio de Nicea, que fijó el comienzo de nuestra era dando el número 325 al año en que se celebró, hizo convenir en que:

1.°—*Todos los años representados por un número múltiplo de 4, fuesen bisiestos.*

Los expresados por números impares y los 326, 330, 334..., 398, 402..., 998, 1002..., fueron, por consiguiente, comunes ó de 365 días; pero 328, 332..., 400..., 500..., 1000, etc., fueron bisiestos ó de 366.

El error por exceso de 0'03113284... cada cuatro años, fué haciéndose mayor con el tiempo, y al cabo de 1257 años, es decir, en 1582, llegó á tener un valor de (T. I, 53, 1.° y 197)

```
0'03113284...|4
0'00778321...|
        1257
 ───────────
   44364297
  9339852
 ───────────
 9'78349497 días,
```

por lo cual, para restablecer la concordancia, *se quitaron diez días* al mes de Octubre *de aquel año*, y atendiendo á que el error de 0'03113284... es de 3'113284 cada 400 años ó cuatro siglos, y á que todos los SECULARES ó *de fin de siglo* eran bisiestos, se dispuso que de allí en adelante, á semejanza de lo que se hacía con los años, sólo lo fuera uno de cada cuatro, conviniendo en que:

2.°—*Todos los años seculares fuesen comunes, á excepción de aquellos cuyas centenas fueran divisibles por* 4.

El año 1600 fué, por lo tanto, bisiesto, como lo será el 2000; pero ni lo han sido 1700 y 1800, ni lo serán 1900, 2100, etc.

El *calendario arreglado así* de nuevo, se llama GREGORIANO, por haberse hecho la reforma en tiempo de Gregorio XIII.

La corrección gregoriana satisfizo la necesidad del momento; pero aún dejó subsistente un error bastante considerable para el porvenir.

En efecto; el de 0'03113284... por cuatrenio, es cada 400 años de

$$100.0'03113284=3'113284.....,$$

por lo que quitando en ese período los tres días enteros, queda todavía un exceso de 0'113284, ó sea un error anual de

$$0'113284....:400=0'00028321.....,$$

que en 3600 años será de:

$$\begin{array}{r} 0'00028321... \\ \underline{3600} \\ 1'019556...\text{ días} \end{array} \qquad (\text{T. I, } 197),$$

por lo cual se ha propuesto modernamente que:

3.º—*Los años seculares, cuyas centenas sean divisibles por 36, sean comunes.*

En virtud de este nuevo convenio, 3600, 7200, etc., deberán ser comunes.

El error anual ya no es, con esta nueva corrección, más que de

$$0'019556....:3600=0'00000543,$$

que exige un transcurso de 20000 años para componer un día, por lo que *este calendario* MODERNO puede servir hasta dicha fecha, en que podría hacerse la sencilla corrección de ese día si cuanto se relaciona con estos cálculos subsiste entonces en el mismo estado y con los mismos valores de hoy, lo que no es muy probable.

15. Veamos ahora si podrá determinarse el día de la semana que corresponde á una fecha cualquiera.

Para ello, numeremos esos días correlativamente con las cifras 0, 1, 2, 3, 4, 5 y 6, que podrán dar los residuos de dividir por 7, para descartar las semanas exactas, cualquier número de días, y tomemos como punto de partida el comienzo de Marzo del año 0, que debió ser *lunes,* para que, según se ha hecho constar, fuera *sábado* el primero de la era, puesto que de uno á otro han de transcurrir

$$31+30+31+30+31+31+30+31+30+31 \text{ días} =306 \text{ días}$$
$$=43.7+5 \text{ días} =43 \text{ semanas y } 5 \text{ días.}$$

Al lunes corresponderá la cifra 1, y como los años comunes se componen de

$$365 \text{ días } = 52.7+1 = 52 \text{ semanas y 1 día},$$

ese número aumentará en 1 unidad por cada año común que transcurra; y al haber transcurrido, por ejemplo,

$$1889=1800+89,$$

habría aumentado en esta cantidad, si en ese intervalo no hubiese habido ningún bisiesto.

Pero éstos, que evidentemente lo harán aumentar en otra cada uno, son la cuarta parte; luego no teniendo en cuenta la corrección gregoriana, y representando por s los siglos pasados ó centenas del año, y por a el valor que dentro del siglo le corresponde, que en el ejemplo propuesto serían respectivamente 18 y 89, tendríamos, en general, que al 1.º de Marzo de cualquier año, le correspondería dentro de la era el número de orden representado por

$$\begin{aligned}1+(100s+a)+\tfrac{1}{4}(100s+a)&=1+100s+a+25s+\tfrac{1}{4}a\\&=1+125s+a+\tfrac{1}{4}a,\end{aligned}$$

de cuyo último sumando sólo deberíamos tomar la parte entera, indicando el resto los años transcurridos desde el último bisiesto.

Ahora bien; al mes de Octubre de 1582 se le quitaron diez días que, por lo tanto, deberemos disminuir á esa expresión, y desde el siglo XVI en adelante, dejan de ser bisiestos las tres cuartas partes de los años; por consiguiente, tendremos, para valor de la expresión verdadera:

$$\begin{aligned}&1+125s+a+\tfrac{1}{4}a-10-\tfrac{3}{4}(s-16)\\&=125s+a+\tfrac{1}{4}a-9-\tfrac{3}{4}s+12=\left(124+\tfrac{1}{4}\right)s+a+\tfrac{1}{4}a+3\\&=124s+\tfrac{1}{4}s+a+\tfrac{1}{4}a+3,\end{aligned}$$

y como

$$\begin{array}{r|l} 124 & 7 \\ \cline{2-2} 54 & 17 \\ 5 & \end{array} \qquad \begin{aligned}124&=7.17+5\\124s&=7.17.s+5s\end{aligned}$$

$7.17.s=\dot{\overline{7}}$ (T. I, 208) serán semanas exactas, hallaremos, por último, para expresión del número N, que dentro de la semana ó de un período de semanas corresponde al 1.° de Marzo de cualquier año de nuestro calendario, posterior á 1582,

$$N=5s+\frac{1}{4}s+a+\frac{1}{4}a+3,$$

siempre que para $\frac{1}{4}s$ tomemos sólo el cociente entero, por la misma razón que debemos tomarlo para $\frac{1}{4}a$, téngase ó no en cuenta la corrección gregoriana.

De todo lo cual se deduce que:

Para encontrar el orden que dentro de la semana corresponde al 1.° de Marzo de un año cualquiera de nuestro calendario, se sustituirán en la fórmula correspondiente los valores del siglo y del año, se dividirá por 7 y el resto indicará dicho orden.

Así al 1.° de Marzo de 1889 ha correspondido:

$5\,.18=90$

$\frac{1}{4}.18=\ 4$, despreciando la fracción $\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

$89=89$

$\frac{1}{4}.89=22$, despreciando la fracción $\frac{1}{4}$

3

$$\begin{array}{r|l} 208 & 7 \\ \cline{2-2} 68 & 29 \\ 5 & \end{array}$$

siendo, por lo tanto, *viernes*.

Encontrado el 1.° de Marzo, basta recordar que los meses de 31 días se componen de cuatro semanas exactas y 4 días; los de 30, de cuatro y 2 días, y Febrero de cuatro exactas, ó de cuatro y 1 día si el año es bisiesto, teniendo además presente, que siempre llevan el mismo nombre los que se diferencian en 7, para poder formar la siguiente tabla y determinar el de un día cualquiera, llamando m al número de orden de 1.° de Marzo:

1, 8, 16, 22, 29 de. . .	Enero.. . .	$=m+4$	(Añadiendo 1 semana).	En los comunes.
		$m+3$		En los bisiestos.
	Febrero. .	$=m$		En los comunes.
		$m+6$	(íd.)	En los bisiestos.
	Marzo. . .	$=m$		
	Abril. . . .	$=m+3$		
	Mayo. . . .	$=m+5$		
	Junio. . . .	$=m+1$	(quitando una semana.)	
	Julio. . . .	$=m+3$		
	Agosto. . .	$=m+6$		
	Septiembre	$=m+2$	(íd.)	
	Octubre . .	$=m+4$		
	Noviembre	$=m$	(íd.)	
	Diciembre.	$=m+2$		

Siendo viernes como hemos visto el 1.° de Marzo de 1889, tendríamos, por ejemplo, para el 10 de Agosto, $m=5$,

8 Agosto $=m+6=5+6=11$, ó 4 quitando una semana; *jueves.*

10 íd. $=4+2=6$; *sábado.*

16. Sabiendo ya precisar el día, mes, año y era en que nos encontramos, falta ver si será posible medir el tiempo que haya transcurrido desde el origen de aquél.

Todos los relojes (13) están fundados en el movimiento uniforme de algún cuerpo que por los espacios iguales que recorre, permite apreciar los tiempos iguales.

El primero que usaron los pueblos fué el Gnomon, aprovechando el movimiento aparente del Sol, que consistía en un *pilar, columna ó pirámide elevada verticalmente sobre una superficie plana, horizontal, en un punto de la línea meridiana trazada sobre la misma, y que terminaba en una placa agujereada en su centro.*

Cuando el rayo de Sol que por él pasaba aparecía sobre la línea meridiana era el medio día, y por la división en partes de la curva descrita durante el día, relacionada con las longitudes de las sombras del gnomon en cualquier otro momento, es fácil comprender que podía medirse la altura del Sol y el tiempo transcurrido, aunque de una manera muy imperfecta.

El gnomon perfeccionado dió origen á los cuadrantes sola-

RES y LUNARES, que todavía se usan mucho, especialmente en en el campo, consistentes en *una varilla metálica paralela al eje de rotación de la Tierra, que parte de cualquier punto de una superficie, alrededor del cual se trazan sobre la misma las rectas con que debe coincidir la sombra de la varilla en las distintas horas del día ó la noche.*

Por la *posición de la superficie* se llaman HORIZONTALES, VERTICALES ó INCLINADOS, y los mismos SOLARES pueden servir de LUNARES, *añadiendo á la hora que marquen* las $\frac{3}{4}$ partes del número de días transcurridos desde el novilunio, puesto que en ese instante pasan por el meridiano tanto el Sol como la Luna, verificándose luego el pasaje de la última tres cuartos de hora después por cada día que transcurre.

17. La poca exactitud de estos relojes, la exigencia de que el Sol ó la Luna se hallen sobre el horizonte y la precisión de que la atmósfera esté despejada, hizo pensar en la necesidad de utilizar otro cuerpo cuyo movimiento pudiera provocarse artificialmente, originándose los DE ARENA y las CLEPSIDRAS ó *relojes de agua*, fundados en el *descenso de nivel de la superficie pulverulenta ó líquida de una masa encerrada en un depósito, que va disminuyendo de volumen, por el escape lento de la misma á través de un pequeño orificio.*

Los primeros solo se usan para medir cantidades de tiempo de corta duración, y suelen componerse de dos superficies cónicas de cristal unidas por el vértice, en cuyo punto está el orificio que las pone en comunicación; las segundas son de clases muy variadas, pero se componen esencial y generalmente de un tubo de vidrio, que lleva marcadas las horas correspondientes á los diversos niveles del líquido.

Hoy usamos como más perfectos los PÉNDULOS, fundados en la *caida de un peso suspendido de una cuerda arrollada en un cilindro circular*, y los CRONÓMETROS, que lo están *en el movimiento de un resorte arrollado en torno de uno de sus extremos, que permanece fijo.*

18. Ambos constan de cinco partes: *motor, rodaje, regulador, escape* y *remontaje.*

El MOTOR, *peso* ó *resorte*, abandonado á sí mismo, tiende á caer ó á desarrollarse, ocasionando un movimiento de rotación del cilindro á que está sujeta la cuerda en el primer caso, ó la extremidad libre del resorte al que envuelve, en el segundo, una superficie de la misma clase; dicho cilindro ó superficie lleva adherida al extremo de su eje y perpendicularmente, una rueda dentada, que comunica con otras varias, á las que transmite su movimiento con mayor ó menor lentitud según sus diámetros y número de dientes, calculados de tal modo, que tres de ellas produzcan la rotación de otras tantas agujas destinadas á marcar las horas, minutos y segundos, señalados sobre un círculo dispuesto al efecto.

Este *sistema de ruedas* constituye el RODAJE.

Ahora bien; ni el movimiento del peso al caer, ni el del resorte al desarrollarse, son uniformes, y de aquí la necesidad del REGULADOR, que es un *péndulo* en los primeros y un *balancín circular* en los segundos, puestos en contacto con el rodaje por el intermedio de una *rueda* de ESCAPE, llamada así porque sus dientes, acabados en punta, *escapan al final de intervalos iguales de tiempo*, de la detención momentánea que les hace sufrir otra pieza que se interpone entre ellos, puesta en movimiento por el regulador, y destinada á hacer que el de la primera sea uniforme en lo posible, como las oscilaciones del péndulo ó balancín.

Por último, desarrollados del todo la cuerda ó el resorte, se detendría el movimiento; otro *sistema de ruedas*, que constituye el REMONTAJE, permite volver las cosas á su estado primitivo antes de que tenga lugar dicha detención, dando cuerda al reloj según se dice vulgarmente; y la posibilidad de acortar ó alargar más el péndulo, ó de arrollar más ó menos el resorte, es causa de que se puedan acelerar ó retardar todos los movimientos, cuando el reloj atrase ó adelante.

III.—Unidades extranjeras.

19. En este párrafo, como en todos sus análogos de los siguientes capítulos, solo indicaremos las unidades principales y de más frecuente uso que conviene retener en la memoria, dejando para las tablas colocadas al final del volumen las secundarias y menos usuales, que en alguna ocasión puedan necesitarse.

Todos los pueblos, desde que de ellos tiene noticia la Historia, han usado como unidades principales el AÑO y el DÍA, aunque asignándoles distintos valores y distribuyéndolos de diferente modo.

En FRANCIA, ITALIA, PORTUGAL, BÉLGICA, SUIZA, INGLATERRA, HOLANDA, DINAMARCA, SUECIA, AUSTRIA, ALEMANIA y AMÉRICA, se hace uso del *calendario Gregoriano* y de *unidades* iguales á las nuestras, así como en otros pueblos de menos importancia.

En RUSIA y GRECIA se usa todavía el juliano, con años comunes y bisiestos, sin la interrupción de los seculares no divisibles por 4.

Desde 1582, en que se suprimieron diez días para efectuar la reforma (14), hemos omitido también los dos añadidos por ellos á Febrero en 1700 y 1800; la diferencia en las fechas es, por consiguiente, de 12 días en la actualidad, y será de 13 durante todo el siglo próximo.

Esta diferencia se indica en la correspondencia, escribiendo ambas fechas en forma de fracción, cuyo numerador es la rusa ó griega y cuyo denominador es la nuestra.

Así, por ejemplo: Madrid $\frac{10}{22}$ de Agosto de 1889, indicaría que la carta estaba escrita el 10 ruso ó 22 nuestro de dicho mes y año.

Esos doce de adelanto en el número de orden de los días que ellos han contado y nosotros no, son por consiguiente de retraso en los nombres de los mismos, por lo que bastará añadir á los nuestros $12=7+5$, ó simplemente 5, ó -2, para tener los suyos.

El *sábado* 10 de *Agosto*, es por tanto en Rusia y Grecia el *jueves* 29 de *Julio*.

20. TURQUÍA y cuantos pueblos se rigen por el *calendario mahometano*, hacen uso de las unidades siguientes:

ERA *de la Hegira*, que principia el 16 de Julio del año juliano y gregoriano 622.

DÍAS, que comienzan á la puesta del Sol.

Años LUNARES, *tiempo que tarda la Luna en efectuar su revolución alrededor de la Tierra*

MESES, de 30 y 29 días alternativamente, lo que da un total de 354 para los años COMUNES.

Años EMBOLÍSTICOS, para restablecer la concordancia entre el tiempo civil y el astronómico, de 355 días, añadiendo el de exceso al fin de los 2°, 5°, 7°, 10°, 13°, 15°, 18°, 21°, 24°, 26° y 29°, dentro del período de 30 años, que consideran á partir del origen.

En la tabla I se encontrarán los valores de los años *sideral* y *anomalístico*, usados en los cálculos astronómicos, y las unidades de tiempo de Abisinia, Siria, Armenia, Persia, India y China.

CAPÍTULO II

MEDIDA DE LAS LÍNEAS Y ÁNGULOS

I.—Unidades nacionales.

21. Del CUADRANTE ó *cuarta parte de circunferencia*, se derivan las dos unidades principales que sirven para la medición de las líneas y ángulos respectivamente.

El METRO es la *diezmillonésima parte del cuadrante de meridiano terrestre que pasa por París, suponiéndole medido desde el polo Norte al Ecuador, sobre la superficie de un Océano cuyas aguas estuvieran perfectamente tranquilas.*

Necesario es precisar estas tres condiciones; porque no siendo la Tierra perfectamente esférica, ni siquiera elipsoidal, no son iguales los diversos meridianos, ni aun los cuadrantes de uno determinado, siendo evidente que tampoco tendrían la misma longitud los medidos á diferentes alturas.

GRADO es *la centésima parte de un cuadrante* en el sistema *centesimal*; pero esta división es todavía poco usada, prevaleciendo aún el

GRADO *sexagesimal*, ó 360.ª *parte de una circunferencia.*

Representando, según es costumbre, por la inicial *m* la palabra *metro*, y por un 0 colocado en forma de exponente los *grados*, se tendrán las siguientes relaciones como consecuencia de lo dicho:

$$1 \text{ cuadrante} \ldots\ldots\ldots = \begin{cases} 100^\circ \text{ centesimales.} \\ 90^\circ \text{ sexagesimales.} \end{cases}$$

$$1.^\circ \text{ centesimal} \ldots\ldots\ldots = 0{\cdot}9.1^\circ \text{ sexagesimal.}$$

$$1.^\circ \text{ sexagesimal} \ldots\ldots\ldots = \tfrac{10}{9}.1^\circ \text{ centesimal.}$$

$$1 \text{ cuadrante TERRESTRE} \ldots = 10000000m.$$

$$1.^\circ \text{ centesimal TERRESTRE} \ldots = 100000m.$$

Las longitudes, en general, se aprecian por *metros*; las circulares por *grados*, lo mismo que las inclinaciones de los ángulos rectilíneos, cuya MEDIDA expresa *el arco comprendido entre sus lados y descrito desde el vértice como centro.*

Así decimos que una calle tiene 200 *metros* de longitud; que los polos distan del Ecuador 90 *grados*, y que los tejados de las casas forman generalmente un ángulo de 30° con el techo superior y de 120° con las paredes.

22. UNIDADES SECUNDARIAS.—Las lineales serán, en virtud de la ley de formación de sus nombres y valores (T. I, 96), las siguientes:

Mm =MIRIÁMETRO. . =	10000 *m.* =	0'1°	terrestre y centesimal.
Km =KILÓMETRO. . . =	1000 » =	0'01°	id. id.
Hm =HECTÓMETRO. . =	100 » =	0'001°	id. id.
Dc =DECÁMETRO. . . =	10 » =	0'0001°	id. id.
dm =DECÍMETRO. . . =	0'1 » =	0'000001°	id. id.
cm =CENTÍMETRO. . =	0'01 » =	0'0000001°	id. id.
mm =MILÍMETRO. . . =	0'001 » =	0'00000001°	id. id.

También es legal el *micrón* = 0001*mm*, para expresar longitudes muy pequeñas.

Las circulares y angulares siguen conservando sus antiguos nombres de *minutos* y *segundos*, que se indican por medio de uno ó dos acentos.

1° centesimal.. . . = 100′ íd.	1° sexagesimal.. . = 60′ íd.
1′ ídem.. . . . . . = 100″ »	1′ ídem. . . . . . = 60″ »

1′ centesimal *terrestre*. . = 1000 *m* = 1 *Km.*
1″ » » . . = 10 » = 1 *Dm.*

Las longitudes GEOGRÁFICAS se expresan por *grados, minutos* y *segundos*; las grandes distancias por *Miriámetros*; las que no abrazan gran número de éstos, como las de los caminos, etcétera, por *kilómetros*; las de telas y objetos análogos, por *metros* y *decímetros*; las pequeñas por *centímetros* y *milímetros*. El Hectómetro y Decámetro son poco usados.

Los ángulos por *grados, minutos* y *segundos*, y si son muy pequeños, suelen aún dividirse en *terceros, cuartos,* etc., centesimales ó sexagesimales, para evitar las fracciones.

EJEMPLOS: La distancia de Madrid al Ecuador la expresaríamos por *grados*, *minutos* y *segundos*, terrestres; la del estrecho de Gibraltar á los Pirineos por *Mm* ó *Km*; el largo de una cortina por *m* y *dm*; la anchura de un vaso por *cm* y *mm*.

La inclinación del tablero de un pupitre, por *grados*, *minutos* y *segundos* circulares.

II.— Medición de las líneas y ángulos.

23. La de las PRIMERAS se efectúa *colocando tantas veces como se pueda, á partir de un extremo, alguna de las unidades efectivas ó reales* indicadas á continuación:

Doble decámetro.—Cadena de hierro de 20*m* de longitud, formada de eslabones de 2*dm*, que llevan de 5 en 5 una placa de cobre con la inscripción que expresa el número de metros; ó cinta dividida en metros, decímetros y centímetros, arrollada en torno del eje de un estuche cilíndrico.

Decámetro.—Cadena ó cinta análoga de 10*m* de longitud.

Medio decámetro.—Cinta análoga.

Doble metro.—Regla quebrada de madera ó metal de 2*m* de longitud, formada por 5 segmentos de 2*dm*, giratorios en sus extremos, el último de los cuales suele estar dividido en centímetros.

Metro.—Regla rectilínea ó quebrada, análoga á la anterior, de 1*m* de longitud, siendo los segmentos de 1*dm*, en el segundo caso.

Medio metro.—Regla rectilínea análoga de 5*dm* de longitud.

Doble decímetro.—Regla rectilínea de 2*dm* de longitud, de metal, boj, marfil ó hueso, subdividida en centímetros y milímetros.

Decímetro.—Regla análoga de 1*dm* de longitud.

Como los resultados de las mediciones prácticas jamás tienen una exactitud rigurosa, si se necesita aproximar en fracción de milímetro la medida de una pequeña longitud, hay que hacer uso del aparato especial que lleva el nombre de su inventor NONIUS.

Este consiste en una regla móvil, que se ajusta á la unidad mayor empleada, pudiendo deslizarse sobre ella en el sentido de su longitud y que, dividida en 10 partes iguales numeradas, corresponde exactamente en sus extremos á 9 de las últimas divisiones de aquélla.

Supongamos, por ejemplo, averiguados los metros, decímetros, centímetros y milímetros de una línea, quedando un resto menor que la última unidad, y apliquémosle un Nonius cuya longitud abrace 9 milímetros, dividido en 10 partes iguales, numeradas desde 0, en las líneas de división.

Cada parte del Nonius será igual á 0'1 de $9mm$=0'9mm, é inferior por lo tanto á 1mm en 0'1; luego si el extremo del objeto que se mide se hiciese coincidir con el 0 del Nonius y su longitud fuera de 0'4 mm, éstas 0'4 aumentadas á las 4 primeras divisiones que equivaldrán á 4.0'9=3'6 mm darán 4mm exactos, por lo que la *cuarta* división del Nonius coincidirá con una de las de la unidad mayor, bastando ver y leer la que coincide, para tener la cantidad que debe añadirse á la ya determinada.

El Nonius aproxima, por consiguiente, *décimas* partes de la última unidad, tal como se ha descrito, aunque es evidente puede construirse de igual modo sin sujetarlo al sistema decimal.

Ejemplo: Si quisiéramos medir la longitud de la página de un libro con un *doble decímetro*, provisto del correspondiente Nonius, colocaríamos aquél sobre el canto una vez, volviendo á adaptarlo sobre el resto á partir del extremo marcado con 0; si contenía aún 27mm no exactos, y poniendo el 0 del Nonius sobre el final, la división que coincidía con una de las de la regla era la numerada con 8, deduciríamos que la longitud medida era de 2dm 27'8mm.

24. Los ángulos rectilíneos cuyos lados tienen una existencia real, se miden por medio del círculo ó semicírculo graduado, es decir, *cuya circunferencia está dividida en grados numerados*, y si lo permite su tamaño en *medios grados*; suelen construirse de talco y latón.

Haciendo coincidir su centro con el vértice del ángulo y el diámetro á partir del cual empieza la numeración de los grados, con uno de los lados, el número que pueda leerse exacta ó aproximadamente sobre el otro y la fracción que sea posible apreciar á simple vista, ó por medio de un Nonius curvilíneo aplicado á la circunferencia, expresarán la medida.

Ejemplo: Poniendo el centro del instrumento en el extremo de esta página de manera que el 0 coincidiese con el canto inferior, veríamos que el de la derecha pasaba exactamente por la división 90, y de no ser así y formar ambos cantos un ángulo aproximado de $89° \frac{3}{4}$ deduciríamos que el papel estaba mal cortado.

Si las rectas no llegan á encontrarse en el plano que las contiene, ó se CRUZAN en el Espacio, bastará *trazar por un punto de una de ellas una paralela á la otra* para poder aplicar el procedimiento anterior, puesto que siendo nula la inclinación de dos paralelas, la que tenga la recta elegida con la trazada, será igual á la de las dos primitivas.

El ángulo de DOS PLANOS, *se mide por el rectilíneo que formen dos perpendiculares á su intersección, trazadas en cada uno de ellos por un punto de la misma*, ángulo que varía al propio tiempo y de igual modo que aquél.

El de UNA RECTA Y UN PLANO, *por el rectilíneo que forma aquélla con la intersección de dicho plano, y otro que pasando por ella le fuese perpendicular*, que sería de todos las rectas trazadas en él la que tendría menor inclinación con respecto á la primera.

EJEMPLO 1.°—El ángulo que forma una recta cualquiera trazada sobre la cubierta de este libro con uno de los cantos de esta página, sería igual, cuando está cerrado, al formado por dicha recta, con el correspondiente canto de la cubierta.

2.°—La inclinación de dos páginas cuando el libro está abierto, se podría medir por la de dos de las líneas impresas que ocupasen el mismo lugar correlativo.

3.°—La de una de esas líneas con la otra página, se mediría de igual modo.

Cuando los lados no tienen existencia material y solo están determinados por la dirección de un punto relativamente á otros dos, como sucedería, por ejemplo, si se quisiera medir la inclinación de dos hileras de árboles, hay que hacer uso de los GONIÓMETROS, ó *aparatos destinados á medir los ángulos*, que reciben los nombres de *grafómetro, círculo repetidor, teodolito* y otros, según su precisión y piezas secundarias que contienen, pero cuyo fundamento es idéntico y cuya descripción y manejo corresponde á la Geometría aplicada.

III.— Unidades extranjeras.

El sistema métrico decimal, en cuanto se refiere á las unidades de longitud, superficie, espacios cualesquiera, capacidades y pesos, ha sido declarado legal en su totalidad, ó con ligeras modificaciones, en los siguientes países, aun cuando en algunos se tolere aún el uso de las antiguas unidades:

Europa: Alemania, Bélgica, Bulgaria, Dinamarca, Francia, Grecia, Holanda, Italia, Portugal, Rumania, Turquía, parte de Suiza y en las aduanas de Rusia.

América: Brasil, Buenos Aires, Colombia, Costa-Rica, Chile, Ecuador, Méjico, Perú, Uruguay y Venezuela, siendo permitido, aunque no legal, en los Estados Unidos.

Africa: Egipto.

En las repúblicas hispano-americanas de Bolivia, Guatemala, Honduras, Nicaragua, Paraguay y San Salvador, continúan usándose todavía las llamadas de Castilla, que se hallarán detalladas en las Tablas II, III, V y VII del final del volumen, con las modificaciones que algunas han sufrido, y las de longitud que aún es frecuente emplear en las diversas provincias de España, así como sus equivalencias con las métricas, en la primera de ellas.

Por último; dada la conveniencia de tener también tablas que seguirán á las anteriores, de las unidades principales usadas en el comercio con Inglaterra, Servia, Suecia y Noruega y Suiza, en Europa; Estados Unidos y Haiti, en América; Afganistan, Annam, Arabia, China, Indostán, Japón, Persia y Siam, en Asia; Abisinia, Guinea, Marruecos, Trípoli, Túnez y las de peso de Zanguebar, en Africa; é islas de Sandwich, en Oceanía; nos limitaremos por ahora, al hablar de las extranjeras, á dejar consignadas la fundamental de Inglaterra, Rusia y Suiza y algunas otras de peso, correspondientes á la primera de estas naciones, las cuales, por su más frecuente uso, conviene recordar siempre.

Las de longitud son las siguientes:

INGLATERRA. *Yarda*=0'914*m*.

RUSIA. *Archina*=0'711*m*.

SUIZA. *Stab*=1'20*m*.

Los nombres especiales que á las métricas han dado Alemania, Grecia, Holanda y Turquía y las de los otros pueblos citados, se hallarán en la referida Tabla II.

CAPÍTULO III

MEDIDA DE LAS SUPERFICIES

I.— Unidades nacionales.

25. Las de superficie son de dos clases: GEOMÉTRICAS ó *generales*, y AGRARIAS *para la medición de los terrenos.*

La principal entre las primeras es el METRO CUADRADO, ó *cuadrado cuyo lado tiene un metro de longitud.*

De las segundas es el ÁREA, *cuadrado cuyo lado tiene* 10 *metros de longitud.*

Aquélla se representa por m^2, expresión geométrica del área de un cuadrado cuyo lado sea igual á m, puesto que suponiendo los lados divididos en m partes, y uniendo los puntos de división de los opuestos, quedaría descompuesto en otros $mm=m^2$ cuadrados menores é iguales entre sí, cuyos lados tendrían la longitud m.

Por esta razón el *área* que se representa por a, es exactamente igual á $(10m)^2=(10.1m)^2=10^2(1m^2)=100m^2$, ya que para elevar un producto á una potencia, basta multiplicar las del mismo grado de cada uno de los factores, y en general:

Todas las unidades geométricas de superficie, del sistema métrico decimal, son 100 *veces mayores que la inmediatamente inferior.*

Unidades secundarias.—Estas serán el

Mm^2...	= MIRIÁMETRO CUADRADO. . =	$(10000m)^2$	=	$100000000m^2$
Km^2...	= KILÓMETRO CUADRADO.. . =	$(1000m)^2$	=	1000000 »
Hm^2...	= HECTÓMETRO CUADRADO. . =	$(100m)^2$	=	10000 »
Dm^2...	= DECÁMETRO CUADRADO.. . =	$(10m)^2$	=	100 »
dm^2...	= DECÍMETRO CUADRADO.. . =	$(0'1m)^2$	=	0'01 »
cm^2...	= CENTÍMETRO CUADRADO. . =	$(0'01m)^2$	=	0'0001 »
mm^2 ..	= MILÍMETRO CUADRADO.. . =	$(0'001m)^2$	=	0'000001 »
micrón ^{2}	= MICRÓN CUADRADO.. . . . =	$(0'001mm)^2$	=	$0'000001mm^2$

y las agrarias la

Ma = Miriárea.. .	= 10000a	= 1000000m^2	= 1Km^2
Ha = Hectárea. .	= 100»	= 10000 »	= 1Hm^2
da = Deciárea.. .	= 0'1»	= 10 »	
ca = Centiárea..	= 0'01»	= 1 »	
ma = Miliárea.. .	= 0'001»	= 0'1 »	

La primera se usa raras veces, aunque como el Mm^2 y Km^2 sirve para expresar las grandes extensiones; la última y la *Deciárea,* casi nunca, como el Hm^2; las que deberían llamarse *Kiloárea* y *Decárea*, jamás, por lo cual las hemos omitido.

Lo que sí es muy frecuente, es apreciar la superficie de las telas y otros efectos análogos, cuya latitud ó anchura es conocida por metros corrientes ó *longitudinales.*

Ejemplos: España tiene una extensión superficial de

5073'06Mm^2 ó 507306Km^2.

En la provincia de Madrid pueden cultivarse unas 700000 *Hectáreas* de terreno.

Los $3m$ $7dm$ de tela que suelen necesitarse para una cortina, se entiende que son *longitudinales* y del ancho suficiente, por lo que se dice tiene aquélla $3m$ $7dm$, á pesar de ser una superficie.

II.— Medición de las superficies.

26. No siendo, en general, posible, colocar materialmente un cuadrado sobre una superficie, ni observar con la exactitud necesaria las veces que lo contiene, la medición *se refiere á la de ciertas líneas* que, mediante fáciles operaciones aritméticas, hacen conocer el área buscada *por las reglas que demuestra la Geometría.*

Como á nada conduciría aprenderlas, por ser incomprensibles para quienes no tengan bastantes nociones de esta ciencia, suprimimos su enunciación en este sitio, aunque en la Tabla IV incluiremos las fórmulas que pueden servir para determinar las áreas de las principales figuras.

Ejemplo: Supongamos que nos conviniera medir la extensión de un terreno de forma trapezoidal.

En la citada Tabla IV, hallaríamos que la fórmula del área del trapecio es $\frac{1}{2}(B+b)A$, siendo A la altura, y B, b las bases; por consiguiente, mediríamos éstas y aquélla con el doble Decámetro, Decámetro ó medio Decámetro (23), según su longitud, y si hallásemos que eran respectivamente iguales á

$$45'56m \quad 29'8 \text{ y } 30,$$

tendríamos, sustituyendo (T. I, 161),

$$\text{Area terreno} = \frac{1}{2}(45'56+29'8)30m^2 = \frac{1}{2}.75'36.30m^2$$
$$=37'68.30m^2=1130'4m^2,$$

y si había de dedicarse al cultivo,

$$\text{Area terreno} = 1130'4a = 11Ha\ 30a\ 40ca.$$

III.—Unidades extranjeras.

Inglaterra.	*Yarda* cuadrada. . . $= 0'836m^2$	*Acre* $=40'468a$.
Rusia.. . .	*Sachina* cuadrada. . $= 4'552m^2$	
Suiza.. . .	*Stab* cuadrado.. . . $= 1'440m^2$	

Véase, para las demás unidades y equivalencias, la Tabla III, que contendrá las antiguas de Castilla, las provinciales y las extranjeras más importantes.

CAPÍTULO IV

MEDIDA DE LOS ESPACIOS

I. — Unidades nacionales.

27. Las unidades de Espacio, como las de superficie, pueden ser de dos clases: GEOMÉTRICAS ó *generales* y *de* CAPACIDAD (7).

La principal entre las primeras es el METRO CÚBICO, ó *cubo cuya arista tiene* 1 *metro de longitud,* que también sirve para medir la capacidad de los buques bajo el nombre de TONELADA DE ARQUEO, que indicaremos por Ta, tomando el de ESTERIO, que se puede representar por e, cuando se miden leñas ó maderas de construcción.

De las segundas el *decímetro cúbico*, que entonces se llama LITRO, designándolo por una l.

Aquél se representa por m^3, expresión geométrica del volumen de un cubo cuya arista sea igual á m, puesto que suponiéndola dividida en m partes, uno de los dos cuadrados que la tengan por lado común en m^2 (25), y planos paralelos y perpendiculares al de dicho cuadrado por los puntos y rectas de división, quedaría descompuesta la figura total en $m^2.m=m^3$ cubos menores é iguales entre sí, cuyas aristas tendrían la longitud m.

Por esta razón el *litro* es exactamente igual á

$$(0'1m)^3=(0'1.1m)^3=0'1^3(1m)^3=0'001m^3,$$

y en general,

Todas las unidades geométricas de Espacio, del sistema métrico decimal, son 1000 *veces mayores que la inmediatamente inferior.*

Unidades secundarias.—Las geométricas serán, por consiguiente,

Mm^3... =	MIRIÁMETRO CÚBICO. . =	$(10000m)^3$ =	$1000000000000m^3$
Km^3... =	KILÓMETRO CÚBICO.. . =	$(1000m)^3$ =	1000000000 »
Hm^3... =	HECTÓMETRO CÚBICO.. =	$(100m)^3$ =	1000000 »
Dm^3... =	DECÁMETRO CÚBICO. . =	$(10m)^3$ =	1000 »
dm^3... =	DECÍMETRO CÚBICO.. . =	$(0'1m)^3$ =	0'001 »
cm^3... =	CENTÍMETRO CÚBICO. . =	$(0'01m)^3$ =	0'000001 »
mm^3... =	MILÍMETRO CÚBICO.. . =	$(0'001m)^3$ =	0'000000001 »
micrón^3 =	MICRÓN CÚBICO. . . . . =	$(0'001mm)^3$ =	$0'000000001mm^3$

usándose sólo para las leñas y maderas de construcción, las dos siguientes:

De. . =	DESCASTERIO. =	$10e$ =	$10m^3$
de. . =	DECISTERIO. . =	$0'1e$ =	0'1 »

La construcción de una pared, de un foso ó de algo análogo, cuya latitud y altura ó profundidad son conocidas, suele apreciarse por METROS CORRIENTES ó *longitudinales*.

Las relacionadas con el litro serán, según sabemos (T. I, 97).

Ml =	MIRIÁLITRO CÚBICO. . =	$10000l$.
Kl =	KILÓLITRO CÚBICO.. . =	1000 »
Hl =	HECTÓLITRO CÚBICO. . =	100 »
Dl =	DECÁLITRO CÚBICO.. . =	10 »
dl =	DECÍLITRO CÚBICO.. . =	0'1 »
cl =	CENTÍLITRO CÚBICO. . =	0'01 »
ml =	MILÍLITRO CÚBICO . . =	0'001 »

La primera se usa rarísimas veces.

EJEMPLOS: El volumen de la Tierra lo expresaríamos en Mm^3; el de una casa en m^3 ó Dm^3; el de un cajón en dm^3 ó cm^3; el de un garbanzo en mm^3.

El agua contenida en los mares en *Ml*; la capacidad de un depósito en *Hl, Dl* ó *l*; la cabida de una copa en *dl* ó *cl*.

La capacidad de un depósito de leña en *De*, *e* y *de*; la de un buque en *Ta*.

La construcción de una tapia, por metros longitudinales ó *corrientes*.

II.— Medición de los espacios.

28. Tampoco es posible, generalmente, colocar en un espacio un cubo material para apreciar su volumen, por lo cual se determina éste *por las reglas que demuestra la Geometría*, efectuando sencillas operaciones aritméticas, después de *referir la medida á la de ciertas líneas determinadas* que figurarán en las fórmulas de la Tabla VI.

Por esto en realidad no existen unidades efectivas de esta clase, aunque se considera como tal la SOLIVA, bajo la forma de un *prisma rectangular de madera de 2 metros de altura y 5 decímetros cuadrados de base,* cuyo volumen es (Tabla VI)

$$5dm^2.2m{=}5.0'01m^2.2.1m{=}10.0'01m^2.1m{=}10.0'01m^3$$
$$=0'1m^3{=}1de,$$

y que puede representarse por *s*.

Las leñas y maderas de construcción, cortadas en longitudes iguales, se refieren á esta unidad ó al esterio, por medio de unos aparatos que toman su nombre de este último, y consisten en un suelo de madera sobre el que se levantan dos montantes verticales y paralelos, cuya altura está dividida en decímetros y centímetros á la distancia generalmente de

3 *metros* para el MEDIO DECASTERIO
2 — — DOBLE ESTERIO y
1 — — ESTERIO

Multiplicando la longitud de los trozos de leña ó madera por 3, 2 ó 1, y por la altura que en totalidad alcancen, colocados horizontalmente en capas paralelas, se obtendrá el volumen (Tabla VI).

Si tuviéramos que expresar el volumen total de una cierta cantidad de madera, representada por troncos de árboles de 4'5m de longitud, evitaríamos la difícil, pesada y casi impracticable operación de calcular el de cada tronco, colocándolos todos en el medio decasterio, por ejemplo, de manera que dejasen los menos espacios vacíos que fuera posible, y si alcanzaban una altura de 2'7m tendríamos:

$$\text{Cantidad de madera} = 4'5.2'7.3m^3 = 36'45m^3,$$

ó mejor aún:

$$\text{Cantidad de madera} = 36m^3 = 36e = 360s$$

despreciando 45cm^3 por el exceso calculado de los espacios vacíos.

29. También es muy frecuente aplicar *á la leña las unidades de peso*, cosa que casi siempre se hace tratándose *de maderas finas*, *carbón*, *legumbres* gruesas y otros efectos, cuyo valor puede apreciarse así y por su volumen, como son igualmente las *medicinas*, *colores*, *productos químicos*, *polvos* de toda clase y los *granos y líquidos* relativamente caros.

Los que no reunen esta condición, y sobre todo los últimos, han hecho necesarias las unidades EFECTIVAS de capacidad, con que se miden los *cereales* y granos análogos, así como el *agua*, *vino*, *leche*, *licores* y otros semejantes.

La diversidad y condiciones distintas de estas sustancias, han sido causa de que dichas *medidas* presenten algunas diferencias, según se trate de *áridos*, *líquidos* y *aceites ó leche*, aunque todas tienen *forma cilíndrica y son iguales á las unidades de cuenta, sus duplos ó sus mitades*.

30. Las primeras se construyen de encina reforzada con aros de hierro, de este último metal ó de cobre, tienen iguales el diámetro de su base y la altura, y suelen llevar dos asas para poderlas manejar fácilmente, llamándose, según su capacidad, HECTÓLITRO, MEDIO HECTÓLITRO, DOBLE HECTÓLITRO, DECÁLITRO, MEDIO DECÁLITRO, DOBLE LITRO, LITRO, MEDIO LITRO, DOBLE DECÍLITRO, DECÍLITRO Y MEDIO DECÍLITRO.

A éstas se agregan para los líquidos en general, el

DOBLE CENTÍLITRO y CENTÍLITRO

construyéndolas de hierro ó cobre estañado interiormente, y dando á la base de las *ocho* últimas desde el *doble litro* al *centílitro* inclusive, un diámetro igual á la mitad de su altura.

Esas mismas ocho, de altura igual al diámetro, construídas de hoja de lata y provistas de un asa ó mango largo, para introducirlas en el líquido, son las que sirven para medir el *aceite* y la *leche*.

Por último, los vinos, aguardientes, etc., suelen encerrarse en PIPAS ó *toneles*, cuya capacidad es igual á la del

KILÓLITRO, MEDIO KILÓLITRO, DOBLE HECTÓLITRO, HECTÓLITRO y MEDIO HECTÓLITRO,

que á la vez sirven de unidades de cuentas y efectivas.

También los *sacos* de capacidad ó peso conocidos, suelen servir de unidades para áridos.

EJEMPLOS: Para medir una cantidad de trigo, llenaríamos el hectólitro cuantas veces se pudiese, de manera que alcanzase toda la altura de la medida efectiva, presentando horizontal la superficie exterior, y si quedaba un resto, aplicaríamos á éste el mismo procedimiento con el decálitro, litro, centílitro, ó alguna de las otras unidades, según la magnitud aparente del mismo y de los que pudieran ir resultando.

60 pipas, toneles ó barriles de medio *Hl*, equivaldrían á $60.50l = 3000l = 3kl$.

III.— Unidades extranjeras.

Inglaterra. .	*Yarda* cúbica. = $0'765m^3$
	Pie cúbico. . . = $28'216dm^3$
	Sack. = 1'090 *Hl*. *Gallón*. = 4'543*l*
Rusia. . . .	*Kull*. = 2'623 *Hl*. *Wedro*. = 12'299*l*
Suiza.. . . .	*Stab* cúbico. = $1'728m^3$. *Malter* = 1'50*Hl*.
	Pot = 1'50*l*.

Para las restantes de Castilla, provinciales y extranjeras, puede verse la Tabla V.

IV.— Medición del calor.

31. Las temperaturas (6) se aprecian por las *diferencias de volumen que ofrecen la mayoría de los cuerpos materiales, según la mayor ó menor cantidad de calórico* que poseen.

La unidad elegida para ello es el GRADO, *parte alícuota del aumento de volumen sufrido por un cuerpo desde el momento en que tiene una temperatura igual á la que el agua necesita para pasar del estado sólido al líquido, hasta aquel en que pasa del líquido al gaseoso, á los 45° de latitud y al nivel del mar.*

Estas condiciones son necesarias, porque ofreciendo el peso de la atmósfera una resistencia á la fusión y vaporización de todos los cuerpos, estos fenómenos tienen lugar á temperaturas tanto menores cuanto menor es la altura de la atmósfera al aumentar la latitud de un punto de la tierra y su nivel sobre el mar.

Los *aparatos destinados á medir la temperatura* se llaman, en general, TERMÓMETROS, siendo los cuerpos elegidos casi siempre para apreciar las variaciones de que hemos hablado, el mercurio en la mayoría de los casos, el alcohol, que tarda más en soiidificarse cuando han de medirse temperaturas bajas, y el ácido sulfúrico, cuando *sirven para apreciar diferencias de temperatura muy pequeñas*, con el nombre de TERMÓSCOPOS, cuerpos todos cuya dilatación se verifica con suficiente regularidad, como la del agua, aire, aceite y otras sustancias empleadas rarísimas veces.

32. Los termómetros ordinarios se componen de un tubo de cristal colocado verticalmente, cerrado por ambos extremos y de igual diámetro en toda su extensión, exceptuando el extremo inferior, que generalmente tiene forma esférica, cilíndrica ó de espiral, con objeto de que sin dar al tubo rectilíneo excesiva longitud, pueda introducirse la cantidad de mercurio necesaria para penetrar en él sin llenarlo por completo, más que al calentar el líquido y cerrarlo herméticamente con objeto de que no contenga aire.

Rodeando todo el aparato de nieve ó hielo fundente, la columna mercurial baja hasta llegar á permanecer estacionaria á la altura de un punto que se marca en el tubo, ó á su lado, si se dispone sobre madera ó metal; sumergido después en vapor de agua hirviendo, asciende la columna hasta volver á estacionarse, lo que permite marcar un segundo punto.

La *división en partes iguales de la distancia que separa á ambos*, constituye la ESCALA termométrica, que después se prolonga en ambos sentidos cuanto se considere preciso.

Escribiendo 0 *en el primer punto*, 100 *en el segundo y dividiéndola en este número de partes*, se obtiene la CENTÍGRADA, que es la más generalizada.

Escribiendo 0 *y* 80, *partes en que se divide*, la de REAUMUR, de uso frecuente en los países del Norte de Europa.

Escribiendo 32 y 212, ó sea *dividiéndola en* 180 *partes*, la de FARENHEIT, muy común en Inglaterra y los Estados Unidos.

33. Los grados *sobre* 0 y *bajo* 0 se consideran, aunque impropiamente, como positivos y negativos, anteponiendo á los segundos el signo —; el 0 Farenheit corresponde, por consiguiente, á —17'777 centígrados y á —12'075 Reaumur, puesto que las relaciones entre unos y otros serían las mismas que hay entre los números 100, 80 y 180, y como

$$\frac{80}{100}=\frac{4}{5},\ \frac{180}{100}=\frac{9}{5},\ \frac{100}{80}=\frac{5}{4},\ \frac{180}{80}=\frac{9}{4},\ \frac{100}{180}=\frac{5}{9}\ \text{y}\ \frac{80}{180}=\frac{4}{9},$$

tendremos

$$1^\circ\ \text{Centigrado}=\frac{4}{5}.1^\circ\ \text{Reaumur}=\frac{9}{5}.1^\circ\ \text{Farenheit}$$

$$1^\circ\ \text{Reaumur}=\frac{5}{4}.1^\circ\ \text{Centígrado}=\frac{9}{4}.1^\circ\ \text{Farenheit}$$

$$1^\circ\ \text{Farenheit}=\frac{5}{9}.1^\circ\ \text{Centigrado}=\frac{4}{9}.1^\circ\ \text{Reaumur}$$

El termómetro puede también ser *metálico*, componiéndose entonces generalmente de una cinta metálica arrollada en hélice y compuesta de una lámina muy delgada de oro encerrada por otras dos de platino en la parte exterior y de plata en la interior, que es el metal más dilatable de los tres; suspendida esa cinta por un extremo, lleva en la otra una aguja horizontal, que marca los grados correspondientes al termómetro centígrado, sobre una placa circular, al arrollarse ó desarrollarse la hélice, por la disminución ó aumento de la temperatura.

34. Este termómetro es muy sensible, y no exigiéndose una gran precisión, puede servir de *termóscopo*, el cual suele estar formado comunmente de un tubo horizontal muy estrecho, doblado verticalmente por ambos lados y terminado en dos esferas huecas; la diferencia entre las temperaturas de éstas permite apreciar por medio de dos escalas verticales y las correspon-

dientes columnas de ácido sulfúrico, ó por una sola gota y una escala horizontal, variaciones más pequeñas que la milésima parte de un grado.

Ninguno de los anteriores aparatos *sirve*, no obstante, *para apreciar altas temperaturas*, como, por ejemplo, la de un horno, en el que los líquidos pasarían al estado gaseoso y la cinta metálica se fundiría, ó por lo menos se dilataría tanto, que quedaría inutilizada, por lo que en este caso es indispensable valerse de los llamados PIRÓMETROS.

El más usual está compuesto de tres reglas metálicas y resistentes, que forman entre sí dos ángulos pequeños, aunque no llegan á encontrarse en la extensión del aparato; una de las externas está graduada desde 0 á 120 grados y la otra de 120 á 240, teniendo comunmente una longitud de 0'30*m*.

Colocado entre ellas un cilindro de arcilla, que previamente se ha sometido á una temperatura de 500° centígrados, la arcilla se contrae al aumentar el calor, resbala entre las reglas y marca la medida deseada.

Correspondiendo el 0 del pirómetro á 500 centígrados la escala se construye en virtud de la relación

$$1^\circ \text{ pirométrico} = 72^\circ \text{ centígrados.}$$

De lo dicho se deduce que basta poner en contacto cualquiera de los instrumentos descritos, con el cuerpo cuyo calórico sensible quiere medirse, hasta que permanezca estacionario el que ha de dilatarse ó contraerse, para leyendo en la escala, poder decir que su temperatura es, por ejemplo, de 40° *centígrados*, 32° *Reaumur*, 104° *Farenheit*, ó 0'55° *pirométricos*, y que la pequeña diferencia entre las temperaturas de dos cuerpos, aplicados á cada una de las esferas de un termóscopo, es de 0'20 *de grado*.

Todas estas unidades y aparatos no miden, según se ve, el verdadero calor, sino la temperatura, que es lo que interesa generalmente.

La unidad más generalizada para la medición de aquél es la CALORÍA, ó *cantidad de calor necesaria para elevar en* 1° *centígrado la temperatura de* 1*kg de agua pura*, llamándose CALOR ESPECÍFICO de un cuerpo, al *número de calorías necesarias para elevar en* 1° *centígrado la temperatura de* 1 *kg del mismo*, y

POTENCIA CALORÍFICA, al *número de calorías producidas por la combustión de 1 kg de la materia que lo compone.*

EJEMPLO: Para que un trozo de hierro que pese 15 *kg* pase de 10° á 350° centígrados de temperatura, es necesaria una cantidad de calor de 640'05 *calorías*, á causa de que el *calor específico* de este metal es 0'1255.

La *potencia calorífica* del carbón ordinario, es de 2528 calorías próximamente.

CAPÍTULO V

MEDIDA DE LA PESANTEZ

I. — Unidades nacionales.

35. La unidad fundamental adoptada para determinar la pesantez, ó sea el GRAMO (T. I, 97), es el *peso en el vacío, á los 45° sexagesimales de latitud, y al nivel del mar, de* 1 *centímetro cúbico de agua destilada á la temperatura de 4'4° centígrados.*

Como el peso de un cuerpo es variable, según el de la columna atmosférica que tiene encima, la distancia al punto que se considera como centro de la Tierra, la altura, el volumen, la composición del mismo y la cantidad de materia que contiene, por eso es necesario expresar todas esas condiciones si ha de quedar exactamente precisado.

Representando por *g* el nombre de la unidad, se tendrá, por consiguiente, dentro de ellas, la relación entre el peso y el volumen:

$$\textit{Peso de } 1m^3 \textit{ de agua destilada} = 1000000g,$$

nueva unidad que se emplea para expresar los grandes pesos, y especialmente la carga de los buques, con el nombre de TONELADA DE PESO ó MÉTRICA, que se indica con las letras *Tm*.

En atención á que el gramo es un peso relativamente pequeño y que, según la ley de formación, quedaría un lugar vacío entre el Miriágramo y la Tonelada, se ha llenado este hueco por medio de otra nueva unidad, llamada QUINTAL MÉTRICO ó *Qm*, que, por tanto, es igual á 100000*g*, lo que produce el siguiente conjunto de *Unidades secundarias:*

Tm	= TONELADA MÉTRICA..	=	1000000*g*
Qm	= QUINTAL MÉTRICO. .	=	100000»
Mg	= MIRIÁGRAMO.	=	10000»
Kg	= KILOGRAMO	=	1000»
Hg	= HECTÓGRAMO.. . . .	=	100»
Dg	= DECÁGRAMO.	=	10»
dg	= DECIGRAMO..	=	0'1»
cg	= CENTIGRAMO.	=	0'01»
mg	= MILIGRAMO..	=	0'001»

Aun cuando no sea legal, el uso va autorizando la introducción de la LIBRA MÉTRICA, de 400*g*, y sus divisores inmediatos, MEDIA LIBRA =200*g*, CUARTERÓN =100*g*, MEDIO CUARTERÓN =50*g*, ONZA MÉTRICA =25*g* y MEDIA ONZA =12'50*g*, siendo muy fácil que acabe por imponerse la costumbre, como se ha impuesto en Francia, á pesar de ser menos cómodas para la práctica, en razón á que, siendo la primera equivalente allí á 500 gramos, la penúltima y antepenúltima, enteras para nosotros, son fraccionarias para los franceses al valerse de las unidades efectivas que con el gramo se relacionan.

II.—Medición de la pesantez.

36. Esas unidades efectivas se construyen, como las de capacidad, de un peso igual á los dobles y mitades de las de cuenta, cuyo nombre conservan, á excepción de las cuatro superiores al doble kilogramo, que se refieren á éste, siendo, por tanto, las siguientes:

PESAS DE 50, 20, 10 y 5 kilogramos, DOBLE KILOGRAMO, KILOGRAMO, MEDIO KILOGRAMO, DOBLE HECTÓGRAMO, HECTÓGRAMO, MEDIO HECTÓGRAMO, DOBLE DECÁGRAMO, DECÁGRAMO, MEDIO DECÁGRAMO, DOBLE GRAMO, GRAMO, MEDIO GRAMO, DOBLE DECIGRAMO, DECIGRAMO, MEDIO DECIGRAMO, DOBLE CENTIGRAMO, CENTIGRAMO, MEDIO CENTIGRAMO, DOBLE MILIGRAMO y MILIGRAMO,
siendo costumbre llamar GRANDES pesas á *las 5 primeras*, MEDIANAS á las 9 siguientes y *pequeñas á las 10 últimas*, tomando como puntos de división el kilogramo y el gramo.

Las grandes pesas son de hierro fundido, teniendo la forma de un tronco de pirámide rectangular las dos primeras y exagonal regular las otras tres, con una anilla en el centro de la base menor para poder manejarlas con facilidad.

Las medianas son cilindricas, con un botón en la parte superior; tienen iguales el diámetro de la base y la altura, á excepción del gramo y doble gramo, en que el primero es mayor que la segunda y se construyen de cobre ó latón.

Las pequeñas son generalmente delgadas placas cuadradas, de cobre ó plata, con un extremo doblado para poderlas coger.

37. Los pesos se aprecian generalmente por medio de las BALANZAS, ó *aparatos destinados á medir, por comparación, la intensidad de la pesantez.*

Las ordinarias se componen de una barra sostenida por su centro, de cuyos extremos penden dos platillos, ó bien están adheridos ocupando una posición superior, en cuyo caso llevan en la inferior contrapesos esféricos, que suelen encerrarse en una caja de madera.

La segunda es preferida á la primera por su mayor sensibilidad, y porque pueden colocarse como en ésta las unidades efectivas en uno de los platillos y los cuerpos que se pesan en el otro, sin los inconvenientes que presentan los alambres, cadenas, cuerdas ó cordones que los sujetan, pero en cambio, puede resistir menos peso.

En ambas se conoce la posición horizontal por medio del FIEL, *aguja* ó varilla metálica, *perpendicular á la barra*, bien se dirija hacia la parte inferior, bien hacia la superior, que se aparta más ó menos de la vertical marcada en el aparato, al subir ó bajar los platillos, posición que es preciso restablecer, añadiendo ó quitando pesas, para que el conjunto de ellas exprese el peso del cuerpo colocado en el otro.

Si colocamos, por ejemplo, una cierta cantidad de perdigones en un platillo, y para establecer el equilibrio marcado por el fiel, necesitáramos colocar en el otro 3 pesas de 5 kilogramos, 1 de medio Decágramo$=5g$ y 2 dobles decígramos$=2dg$, se tendría,

$$\text{Peso de los perdigones}=1Mg\ 5Kg\ 5g\ 4dg.$$

38. El peso de la leña, carbón y todos los que son relativamente considerables, se suele determinar por medio de la ROMANA, que se diferencia de las otras balanzas en que *el punto de apoyo está mucho más cerca del extremo bajo el cual se suspenden de un gancho*, bien las cadenas de un gran platillo en que se colocan *los objetos* que se han de pesar, bien estos objetos directamente.

La distancia del punto de apoyo al otro extremo se halla convenientemente dividida en partes iguales y numeradas, marcando el peso á partir de 0, por la distancia á que hay que suspender otro constante que forma parte de ella, para que la barra permanezca en reposo horizontalmente.

El peso de un haz de leña, ó de un saco de carbón, lo leeríamos, por tanto, en el punto de la barra en que la pesa del aparato equilibrara el del haz ó saco.

Por último, los grandes pesos se aprecian por medio de la BÁSCULA, que no es sino una romana con algunas piezas accesorias, en la que se sustituye el platillo que ésta suele llevar colgado del gancho, por una *barra vertical de hierro adherida á una plataforma de madera*, *á la que hace ascender y descender*, según el punto de la parte de barra graduada en que se coloca el peso constante, graduación y peso que en algunas básculas se sustituye por un platillo suspendido al extremo.

En este caso suele darse á la distancia entre el punto de apoyo y el de suspensión la longitud conveniente, para que multiplicando por 10 ó 100, según los objetos que esté destinada á pesar, la totalidad de unidades que haya sido preciso colocar en el platillo para establecer el equilibrio, se obtenga el peso de los efectos situados sobre la plataforma.

Si poniendo varios barriles en la plataforma leyéramos en la barra 43*kg*, ó hubiéramos tenido que colocar en el platillo dos pesas de 20*kg*, otra de 2 y otra de 1, el verdadero peso de los barriles no sería probablemente aquél, según la clase de báscula que se usara, sino 430 ó 4300 *kg*.

III.— Unidades extranjeras.

Inglaterra. .	Para los usos comunes:
	POUN ó LIBRA AVOIRDUPOIS =16 OUNCES =453'593*g*
	Para el oro, plata, joyas, seda, pan y granos:
	LIBRA TROY. . =12 onzas troy =373'242*g*
	ONZA TROY.. . =20 dineros troy
	DINERO TROY. =24 granos troy
	GRANO TROY.. =20 MITE ó vigésima
	Para medicina:
	Libra y ONZA TROY =8 DRACMAS =31'103*g*
Rusia. . . .	LIBRA =409'517*g*
Suiza. . . .	LIBRA =500*g*.

Las antiguas pesas de Castilla, las provinciales y todas las extranjeras de los países en que no es admitido el sistema métrico, se hallarán detalladas en la Tabla VII.

CAPÍTULO VI

MEDIDAS RELACIONADAS CON LAS ANTERIORES

I.— Medida de las fuerzas y del trabajo.

39. Las mediciones que acabamos de estudiar no son sino un caso particular que sirve de fundamento al que ahora examinaremos, y que por la frecuencia con que ocurre exige varias unidades especiales, puesto que la pesantez no es más que la presión de un cuerpo sobre otro, determinada por la gravedad (5).

La intensidad de las fuerzas, cualesquiera que sean, se expresan igualmente por *kilogramos*, tomando como UNIDAD el *esfuerzo necesario para sostener* 1*kg de peso*, y cuando tienen valores muy considerables, como al tratarse, por ejemplo, de medir grandes presiones ó la elasticidad de gases y vapores sujetos á determinadas condiciones, se emplea también la ATMÓSFERA, palabra que en este caso no debe tomarse en su literal sentido, sino que indica la *presión que ejerce sobre la superficie terrestre*, y que no siendo constante ni aun para un mismo punto, es á su vez susceptible de medida, aunque siempre se tenga muy aproximadamente,

$$\text{Presión atmosférica} = 1kg \text{ por } cm^2.$$

Así decimos, por ejemplo, que la fuerza elástica del vapor de agua á 145° centígrados de temperatura, es de 4'13 *atmósferas*.

El *efecto que una fuerza es capaz de producir* se llama TRABAJO, y al tratarse de movimientos realizables por cuerpos materiales, hay que tener en cuenta para apreciarlos el espacio recorrido y la velocidad (4), confundiendo la inmensa mayoría de las personas las unidades de fuerza con las de trabajo, que son:

Principalmente el KILOGRÁMETRO ó *esfuerzo necesario para* *elevar* $1kg$ *de peso, á* $1m$ *de altura en* $1''$ *sexagesimal de tiempo*,

derivándose de ésta, como secundarias, el

CABALLO DE VAPOR $= 75kgm$ y la DINAMIA $= 1000kgm$,

representando el primero por la abreviación *kgm*.

En virtud de estos convenios, decimos también que el trabajo que puede realizar, ó la fuerza utilizable de un salto de agua, es de $60kgm$; la de una máquina, de 12 *caballos de vapor*, y la de 100 de estas máquinas, obrando á la vez, de 1'2 *dinamias*.

40. Los *aparatos que sirven para medir las intensidades de las fuerzas*, se llaman DINAMÓMETROS.

Los que determinan la presión atmosférica, BARÓMETROS.

Los que indican la fuerza elástica de los gases ó tensión de los vapores, MANÓMETROS.

Salvo pequeñas modificaciones secundarias, el dinamómetro se compone esencialmente de un resorte de acero, que supondremos elíptico, como lo es en el mejor y más generalizado, que tiene fija en el sentido de su eje menor una palanca curva; la punta libre de esta palanca describe un arco cuando el resorte se estrecha ó ensancha por el esfuerzo hecho en el sentido de su diámetro mayor y hace mover una aguja contra la cual se apoya, que marca sobre un arco graduado divisiones que indican el peso correspondiente al esfuerzo.

La medida de éste se obtiene sujetando el extremo de dicho diámetro, de manera que permanezca fijo, y aplicando al otro la fuerza cuya intensidad quiere determinarse, y el arco se gradúa por el mismo procedimiento, suspendiendo pesos de magnitudes distintas.

Las llamadas vulgarmente *balanzas de un solo platillo, pesones* ó *romanas de mano*, algunos sistemas de *pesa-cartas*, etcétera, no son sino dinamómetros de esta clase con ligeras variantes.

41. Los barómetros pueden ser *de cubeta, de sifón* y *metálicos*.

El *primero* se compone de un tubo de cristal de unos 85 centímetros de longitud y de igual diámetro en toda su extensión, cerrado por un extremo y sumergido por el otro en el mercurio que contiene una cubeta de cualquier forma.

La presión ejercida por la atmósfera sobre la superficie del líquido, hace que éste descienda más ó menos en el tubo, y una escala dividida en centímetros y milímetros, marca la altura de la columna por la que se aprecia aquélla.

El de *sifón* sólo se diferencia de éste en que la cubeta se sustituye por otro tubo corto, abierto y de mayor diámetro, en comunicación con el primero, para lo cual se dobla por la parte inferior de manera que, formando uno sólo, puedan ambos tener la posición vertical.

Cerrada la cubeta de aquél, se obtiene el barómetro PORTÁTIL, en el que antes de hacer la observación, hay que fijar el nivel del líquido á la altura del 0 de la escala, por medio de un tornillo que oprime su parte inferior, construída de piel gruesa y flexible, aumentando ó disminuyendo la capacidad de aquélla.

Una polea fija encima de la parte abierta del de sifón, con una aguja giratoria al extremo de su eje y un cordón que, pasando por su carril, termina en un pequeño peso por la parte libre y en un flotador algo sumergido en el mercurio por la otra, que se introduce en el tubo menor, origina el de CUADRANTE, en el cual marca la aguja los centímetros correspondientes sobre un círculo graduado convenientemente, al elevarse ó descender el nivel, y, por lo tanto, el cuerpo flotador, y girar la polea á un lado ú otro.

Por último, el *metálico* se compone de un tubo de latón de paredes muy delgadas y flexibles, vacío, cerrado herméticamente, doblado y fijo por su parte media, que, por la mayor ó menor presión ejercida sobre su exterior, se dobla ó desdobla algo, iniciando en sus extremos un movimiento que, por medio de dos alambres fijos en ellos, se comunica á una rueda dentada que engrana con un piñón, á cuyo eje va sujeta una aguja que, al girar á la izquierda ó á la derecha, señala sobre un círculo graduado la presión ejercida.

Esta se expresa, por consiguiente, diciendo es de 0'759, 0'760, 0'761*m*, ó más comunmente de 759, 760, 761*mm*, etcétera.

42. Tres clases de manómetros se conocen igualmente: el DE MERCURIO, el DE AIRE COMPRIMIDO y el METÁLICO.

El *primero* se compone de dos tubos barométricos, que parten de un depósito cilíndrico lleno de mercurio, puesto el uno en comunicación con la atmósfera por su parte superior abierta, y el otro con el depósito de los vapores cuya tensión quiere medirse; la diferencia de 76 centímetros en la altura del mercurio que ocupa parte del primero, sobre la del segundo, supone la tensión de 1 atmósfera.

La longitud de la escala que este manómetro exige, hizo idear el *segundo*, semejante en un todo al barómetro de cubeta, el cual es cilíndrico, de hierro, de paredes muy resistentes, cerrado y puesto en comunicación por medio de una abertura inferior con el depósito de los vapores; la única diferencia consiste en que, en vez de estar vacía la parte superior del tubo no ocupada por el líquido, contiene aire, cuya comprensión á

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \text{ etc.},$$

permite que el nivel del mercurio se eleve marcando sobre la escala correspondiente unidades atmosféricas.

También se les suele dar forma de sifón.

Por último, el *metálico*, construído bajo el mismo fundamento que los barómetros de este nombre, está compuesto generalmente de un tubo metálico, hueco y doblado en espiral, en relación por un lado con el depósito de los vapores, y llevando al final el otro un alambre en comunicación con el extremo de una aguja que, al girar por la presión ejercida en el interior del tubo, el cual se dobla ó desdobla al disminuir ó aumentar aquélla, recorre las divisiones de un arco graduado; este manómetro se gradúa por comparación.

El tubo metálico puede sustituirse por una lámina de acero muy elástica, fija por sus dos extremos, la cual comunica el movimiento que le imprime en su centro la presión de los vapores á otra lámina metálica apoyada ligeramente sobre ella que, á su vez, hace girar á la aguja indicadora.

En los cuerpos sólidos se da el nombre de FUERZA ELÁSTICA al *mayor número de kilogramos cuya presión ó peso pueden soportar sin sufrir alteración duradera,* número que sirve para apreciar la *resistencia* que oponen á ocupar menor ó mayor extensión en el sentido en que se hace obrar la fuerza.

II.—Densidad y peso específico.

43. Representando por V, P y D el volumen, peso y densidad de un cuerpo, tendremos, en virtud de la definición de ésta (6),

$$D=\frac{P}{V}, \text{ de donde } D.V=P \text{ y } V=\frac{P}{D},$$

es decir, que:

1.º—*La densidad de un cuerpo es igual al cociente de dividir su peso por su volumen.*

2.º—*El peso, al volumen multiplicado por la densidad.*

3.º—*El volumen, al peso dividido por la densidad.*

La primera no es, por lo tanto, más que una relación abstracta entre el peso expresado en gramos ó kilogramos y el volumen en centímetros ó decímetros cúbicos, qne son las unidades de volumen á que se refieren aquellos pesos.

Así, por ejemplo, pesando $500cm^3$ de plata pura, encontraríamos $5'237kg=5237g$, y con estos datos podríamos deducir:

$$\text{Densidad de la plata} = \frac{5237}{500} = \frac{52'37}{5} = 10'474.$$

Una vez calculada la densidad, puede determinarse el peso de cualquier volumen, por considerable que sea, ó el volumen más irregular cuyo peso sea conocido, por medio de las dos últimas reglas.

El conocimiento de las densidades tiene, por esta causa, una importancia grandísima, y como conviene tomar *la del agua pura* ó destilada *á la temperatura de 4'4° centígrados*, como UNIDAD de medida, en razón á que para este líquido

$$D=\frac{1g}{1cm^3}=1,$$

tendríamos, para el peso específico (6) de la plata, siguiendo con el ejemplo y llamándole p,

$$p=\frac{\text{peso de } 1cm^3 \text{ de plata}}{\text{peso de } 1mc^3 \text{ de agua}}=\frac{5237}{500}g:1g=10'474:1=10'474,$$

es decir, el mismo número que anteriormente, por lo cual en la práctica puede sustituirse el uno por el otro, lo que es causa de que un gran número de personas confundan la densidad con el peso específico, aunque en realidad son cosas muy distintas, ya que esa identidad de resultados no se origina en la de la naturaleza de ambos conceptos, sino en un convenio práctico, de tal manera que, si cambiásemos de unidad tomando la de la plata para las densidades, las de los otros cuerpos quedarían expresadas por números diferentes de los que representaran los pesos específicos.

Para las densidades de los gases y vapores, se toma como UNIDAD *la del aire atmosférico,* que con relación al agua, bien seco, á 0° centesimales y bajo la presión ordinaria de 0'76*m*, es 77 veces más pequeña.

44. Aquéllos pueden determinarse por medio de la BALANZA HIDROSTÁTICA, que solo se diferencia de las ordinarias (37) en que los cuerpos se suspenden de un gancho colocado en la parte inferior del platillo, en vez de situarlos en la superior.

Para encontrar el de un cuerpo sólido, se empieza por establecer el equilibrio valiéndose de las pesas necesarias; se le sumerge luego en agua destilada, y como la densidad de ésta hace perder al peso primitivo una cantidad igual al del volumen de agua desalojada, dividiendo aquél por el número de unidades de peso que se deban quitar para restablecer el equilibrio, se obtiene el específico.

Suponiendo que se suspendan 52'37 gramos de plata, veríamos que al sumergirlos en el agua era preciso quitar 5*g* del platillo de las pesas para que el equilibrio se restableciese, por lo cual deduciríamos que el peso específico de la plata es de 52'37:5=10'474.

Tratándose de cuerpos líquidos, bastaría pesar en él y en agua destilada, un sólido cualquiera, anotando las pérdidas de peso que experimenta en ambos, para obtener el de iguales volúmenes, y por consiguiente el específico, dividiendo uno por otro.

Los aparatos destinados especialmente á la determinación de los pesos específicos, son, sin embargo, los AREÓMETROS.

45. Para los *sólidos* se usa el de *Nicholson*, compuesto de un cilindro hueco y cerrado por dos conos de vidrio ó de metal, que se sumerge en agua, llevando en su parte inferior una pequeña capacidad lastrada con plomo ó mercurio, para que se

sostenga vertical, y en la superior una varilla con una marca, terminada en un platillo, destinado á recibir las pesas necesarias para que la marca coincida con el nivel del agua, las cuales, una vez conseguido, se sustituyen por el cuerpo de que se trate, más las precisas para el nuevo ENRASE ó *coincidencia de la marca.*

La diferencia entre ambos pesos será evidentemente el del cuerpo en el aire, por lo cual, colocándole luego en la capacidad inferior, y añadiendo en el platillo las pesas necesarias para enrasar de nuevo, éstas expresarán el que ha perdido el cuerpo en su inmersión ó el de igual volumen de agua; luego dividiendo aquél por las unidades agregadas, obtendremos el específico.

Supongamos que en el platillo se coloca un diamante, siendo necesario añadir 1'2g para que el enrase se verifique, y que trasladado al depósito inferior, exija la agregación de otros 0'34g; el peso específico del diamante sería entonces

$$\frac{1'2}{0'34}=\frac{120}{34}=\frac{60}{17}=3'54.$$

Los que se destinan á los *líquidos,* pueden ser *de volumen constante ó variable.*

El primero es muy parecido al que acabamos de describir, diferenciándose solo en que todo él es de vidrio ó cristal, en la forma de pequeña calabaza alargada, y en que la capacidad inferior es cerrada, por no destinarse á recibir los cuerpos y sí únicamente á contener el lastre.

Conocido el peso del areómetro, y los que se han de añadir para que enrase en el agua y en otro líquido, podremos obtener el peso específico buscado, *dividiendo la primer suma por la segunda.*

En efecto: si al peso p del aparato hay que añadirle respectivamente a y l para que enrase en el agua y en el líquido cuyo peso específico se desconoce, $p+a$ y $p+l$, serán los pesos de los volúmenes desalojados, evidentemente iguales.

Supongamos $p=70g$, $a=1'37$, y que para conseguir el enrase sumergido en alcohol, se hubieran de colocar en el platillo 20g, en cuyo caso tendríamos:

$$\text{peso específico del alcohol}=\frac{70+1'37}{70+20}=\frac{71'37}{90}=\frac{7'137}{9}=0'793.$$

Los de volumen variable son más sencillos y exigen menos operaciones.

46. El que suele conocerse con el nombre de *volúmetro*, consiste en un delgado tubo de vidrio con una esfera llena de aire hacia su tercio inferior, y otra mucho más pequeña en el extremo correspondiente, destinada al lastre que ha de mantenerlo vertical.

Como el aparato se sumerge más ó menos, según la menor ó mayor densidad de los líquidos, una escala situada dentro del tubo, numerada con 100 en el punto de enrase en el agua y con divisiones iguales á la centésima parte del volumen sumergido, permite determinar inmediatamente el peso específico de todos los líquidos, *dividiendo por* 100 *el número que corresponda á la división de la escala que quede al nivel del líquido.*

Sumergido en alcohol, marcaría, por consiguiente, el nivel de este líquido 79'3.

Con objeto de que el tubo no tenga una excesiva longitud, el llamado UNIVERSAL lleva dos escalas invertidas y dos lastres, pudiéndose separar uno de ellos del aparato, mientras el otro está fijo; usando ambos lastres sirve *para los líquidos más densos que el agua pura,* y usando uno solo, *para los de menor densidad.*

Cuando se construyen separadamente para ambos casos, suelen llevar los nombres de PESA-ÁCIDOS ó PESA-SALES en el primero, PESA-LICORES en el segundo y aun los particulares de PESA-JARABES, PESA-MOSTOS, etc., según el objeto á que se les destina; aquéllos llevan el 0 en la parte superior y el número 15 en el nivel que corresponde á una mezcla de 85 partes de agua destilada y 15 de sal común, prolongando las divisiones correspondientes hasta la bola llena de aire, y los pesa-licores, 0 en el punto señalado por 90 partes de agua pura y 10 de sal común y 10 en el marcado por el agua destilada.

47. Los últimos, según se ve, no dan la verdadera densidad, aunque sirven para los usos comerciales por comparación, siendo muy frecuente confundirlos con otros aparatos semejantes é indispensables para el comercio de ESPÍRITUS, ó *líquidos que contienen alcohol,* cuya cantidad se aprecia por GRADOS ó *centésimas partes del volumen,* á las que también se acostumbra llamar FUERZA del espíritu.

Decir que un aguardiente es de 50 *grados*, es indicar que contiene 0'50 partes de alcohol puro ó que tiene una *fuerza* de 50°.

Los ALCOHÓMETROS son los *aparatos destinados á medir la fuerza de los espíritus.*

El de *Cartier*, es el pesa-licores últimamente descrito, con la sola diferencia de que á partir del 0, lleva el número 15 en el punto correspondiente al 16 de aquél; el *centesimal*, que es hoy el más usado y conveniente, divide en 100 partes la distancia que existe entre los puntos de enrase del agua y alcohol puro, á la temperatura de 15° centígrados.

Cuando la temperatura es diferente, hay que hacer la corrección necesaria si se quieren obtener los grados por la indicación del instrumento con toda la exactitud posible.

La Tabla IX contendrá estas correcciones desde 0 á 300, pues la VIII la destinaremos á los pesos específicos de los cuerpos más usuales en el comercio, que pueden ser de mucha utilidad; la X á la variación de volumen ocupado por cada litro del espíritu según la temperatura, volumen que es preciso conocer con frecuencia, y la XI á las cantidades de agua que deben agregarse, desde los 35° centesimales en adelante, para disminuir su fuerza al grado que se desee, y la correspondencia entre éstos y los de Cartier.

III.—Dureza y humedad.

48. La dureza de los cuerpos sólidos, que algunos confunden con la tenacidad, se mide por la *resistencia que ofrecen á ser rayados por otros.*

Para expresarla numéricamente, se ha formado la siguiente tabla:

1	2	3	4	5	6	7
Talco,	*Yeso,*	*Caliza,*	*Espatofluor,*	*Fosforita,*	*Feldespato,*	*Cuarzo,*

8	9	10
Topacio,	*Zafiro,*	*Diamante.*

La UNIDAD es, pues, *la dureza del talco*, y para representar la de otro cuerpo cualquiera basta tratar de rayarle sucesivamente por los anteriores, empezando por el Zafiro, ya que el

Diamante los raya á todos, hasta que no se pueda conseguir.

Si esto ocurre, por ejemplo, al llegar al Cuarzo, y éste se deja rayar por el cuerpo con la misma facilidad con que el Topacio le raya á él, diremos que su dureza es de 6'5, y si no expresaremos aproximadamente la fracción, según se halle más cerca de la del Cuarzo que de la del Topacio, ó al contrario.

De este modo se dice, por ejemplo, que la dureza del granate es 7'2.

La humedad, como la temperatura, se aprecia generalmente *por la diferencia de extensión de los cuerpos*, que siempre absorben parte del vapor de agua contenido en la Atmósfera, lo cual es causa de que aquélla influya también en dicha diferencia, y, por lo tanto, de que los HIGRÓMETROS, es decir, los *aparatos destinados á medir la humedad*, sólo indiquen generalmente la mayor ó menor humedad del aire, pero sin poder precisar la cantidad.

El más usado consiste en un cabello humano de unos 25 centímetros de largo, bien desengrasado, uno de cuyos extremos está sujeto por una pinza metálica, sosteniendo el otro un pequeño peso poco después de arrollarse aquél á una polea que gira alrededor de su eje, haciendo que una aguja indicadora recorra las divisiones de un semicírculo graduado al contraerse ó dilatarse el cabello por la absorción ó evaporación del vapor acuoso.

El 0 y 100 de la graduación, corresponden al aire perfectamente seco y al saturado de humedad, para marcar los cuales se encierra el aparato en recintos preparados en esas condiciones.

IV.—Unidades diversas.

Aparte de las unidades anteriores y de las monetarias, que por su capital importancia hemos dejado para el último lugar, se hace uso en las mediciones de otras muchas de menor interés, que pueden referirse á las descritas y es imposible enumerar, entre las cuales sólo citaremos, por la mayor frecuencia de su uso, la medida del AGUA CORRIENTE, que se obtiene por el *número de unidades de Espacio que llenan determinado volumen en cada unidad de tiempo*.

Así decimos, por ejemplo, que una fuente arroja *2dl* de agua por segundo, que un río conduce $80m^3$ por hora, etc.

En el comercio, además, es frecuentísimo valerse de otra clase de unidades, que son las que en realidad debían llamarse de cuenta, puesto que sirven para *contar* las cantidades colectivas, ó que pueden considerarse como tales por la forma de su compra y venta.

Tales son, por ejemplo, el PAR, ó *conjunto de 2 objetos*; la MEDIA DOCENA, de 6; la DECENA, de 10; la DOCENA, de 12; el CIENTO, de 100; la GRUESA, de 12 *docenas* ó 144; el MILLAR, etc.

A esta clase pertenece, entre otras menos interesantes, la medida del papel, que se cuenta por RESMAS, de 20 MANOS, de 5 CUADERNILLOS, de 5 PLIEGOS, de 4 CUARTILLAS, constituyendo la BALA 32 ó 10 resmas, según las localidades, como la BALA de algodón pesa unas veces 200 kilogramos y otras más ó menos, siendo casi indeterminadas aquellas cuya magnitud en peso ó capacidad ha de ser conocida de antemano, refiriéndolas á las ya descritas, como, por ejemplo, la *botella*, la *caja*, el *cartucho* y sus análogas, por lo que prescindimos completamente de ellas.

CAPÍTULO VII

MEDIDA DE LOS VALORES

I. — Unidades nacionales.

49. La UNIDAD MONETARIA *legal* en España, ó sea *aquella á la cual se refieren los valores de las demás*, es la PESETA, ó *valor fijo asignado por la ley á la aleación formada por 4'5g de plata pura y 0'5 de cobre*, que se acostumbra á indicar por la abreviación *pt*.

Unidades secundarias.—Las únicas oficiales son las siguientes:

DOBLÓN=100*pts*; DOBLILLA=10*pts*; DÉCIMA=0'10*pts*; CÉNTIMO=0'01*pts*.

La costumbre, no obstante, hace que se prescinda de las tres primeras como unidades de cuenta, refiriéndolas siempre á pesetas, autorizando el uso en cambio, mientras no desaparezcan con el tiempo estos nombres, que á veces se siga empleando el antiguo REAL=0'25 de *pt*, y más aún el DURO=5*pts.*

II.—Medición de los valores.

50. Los valores de los objetos, que DEPENDEN *de su mayor ó menor utilidad, abundancia ó escasez, necesidad de adquirirlos ó desprenderse de ellos, facilidad ó dificultad de poseerlos ó enajenarlos* y de otra multitud de circunstancias más secundarias, se aprecian por medio de las unidades efectivas ó monedas METÁLICAS, que no son sino *piezas acuñadas que los Gobiernos hacen fabricar y poner en circulación por un valor señalado.*

Los metales escogidos para ello, por sus especiales condiciones, son el oro, la plata y el bronce, fundidos los dos primeros con una pequeña cantidad de cobre, y como estos mismos metales cambian de valor en el mercado por las circunstancias antedichas, mientras el legal de las monedas permanece fijo, hasta que por el uso han perdido cierta cantidad de metal y deja de ser obligatoria su admisión, hay que distinguir en ellas, además de ese valor:

El FINO, TÍTULO ó LEY, es decir, la *cantidad de oro, plata ó cobre que contienen en relación á la unidad de peso*, ó al suyo propio, puesto que esa relación es constante;

La LIGA ó *cantidad de metal inferior*, cuyo valor se desprecia por su pequeñez relativa;

La TOLERANCIA y PERMISO, ó sea *el defecto ó exceso máximos que en el peso ó la ley pueden tener para no dejar de ser legales*,

y aun otras circunstancias para determinadas cuestiones ó cálculos, como la

TALLA ó *número de piezas que se sacan de la unidad de peso;*

El valor INTRÍNSECO, ó sea *el del metal fino que contienen;*

El IMAGINARIO, *que se asigna á ciertas unidades de cuenta*, etcétera.

51. El *valor que se fija para adquirir una unidad* cualquiera, es el PRECIO del objeto que á ella se ha referido y el

conjunto de unidades monetarias que deben entregarse para adquirirlo, constituye el IMPORTE del mismo.

Cuando se trata de un solo objeto, estas palabras, que algunos confunden, son, pues, sinónimas.

Así decimos, por ejemplo, que 20*kg* de café, al *precio* de 3*pts*, *importan* ó *valen* 60*pts*, y que el *precio*, *importe* ó valor de un cuadro, es 80*pts*.

Hé aquí ahora el conjunto de todas las monedas legales españolas que desde 1868 deben acuñarse en forma cilíndrica de poca altura, siguiendo la marcha general de construcción de todas las unidades efectivas arregladas al sistema métrico decimal, con sus valores legales, diámetros, pesos, tolerancia y ley:

	MONEDAS	Valor legal.	Diámetros.	Peso.	Tolerancia.	Ley.	Permiso.
De oro.. . .	Doblón.	100 *pts*	35*mm*	32'25806*g*	0'001*g*		
	Medio doblón. . . .	50 »	28 »	16'12903»			
	Doble doblilla. . . .	20 »	21 »	6'45161»	0'002»		
	Doblilla.	10 »	19 »	3'22580»		0'900..	0'020
	Media doblilla. . . .	5 »	17 »	1'61290»	0'003»		
De plata.. .	Idem ó Duro.	5 »	37 »	25 »			
	Doble peseta.. . . .	2 »	27 »	10 »	0'005»		
	Peseta.	1 »	23 »	5 »			
	Media peseta.. . . .	0'50 »	18 »	2'50 »	0'007»	0'835..	0'003
	Doble décima. . . .	0'20 »	16 »	1 »			
De bronce.. .	Décima..	0'10 »	30 »	10 »	0'010»	0'950 cobre. .	0'010
	Media décima. . . .	0'05 »	25 »	5 »		0'040 estaño. .	0'004
	Doble céntimo. . . .	0'02 »	20 »	2 »	0'015»	0'010 zinc. . .	0'005
	Céntimo.	0'01 »	15 »	1 »			

El doblón y medio doblón de oro, y la doble décima de plata, no se han acuñado todavía, sustituyendo á los primeros desde 1876 el CENTÉN de 25*pts*, 8'06451*g* de peso y 24*mm* de diámetro.

En Cuba, Puerto Rico y Filipinas, sirve de unidad de cuenta el PESO FUERTE=5*pts*, dividido en 100 *centavos*.

52. Respecto al valor intrínseco de estas monedas, como de cualquier otra materia de oro ó plata, SE APRECIA *por el que estos metales tienen en el mercado*, en virtud del cual fijan las casas de Moneda el PRECIO DE TARIFA, establecido en las mismas para su adquisición, que es hoy en nuestro país de 3444'44*pts* para el kilogramo de oro puro y debía ser de 208 pesetas para el de plata, según veremos más adelante, con arreglo á la ley de nuestras monedas, si el precio de este metal no hubiera descendido tanto desde que se acordó la acuñación en armonía con el vigente sistema monetario.

Por último; los BILLETES DE BANCO, que el de España se halla autorizado para emitir, y emite dentro de las condiciones establecidas por la Ley, por valor de 25, 50, 100, 500 y 1000 pesetas, son *documentos pagaderos al portador* y á su presentación en el establecimiento, por lo cual se pueden considerar igualmente, en circunstancias normales, como unidades efectivas de numerario, constituyendo el *papel moneda*, aun cuando su valor intrínseco sea nulo en realidad y el comercial dependa del mayor ó menor crédito que goce la promesa de pago estampada en ellos.

III.— Unidades extranjeras.

53. Los países cuya unidad monetaria tiene idéntico valor, forma y composición que nuestra peseta, aunque con nombres distintos y usan el mismo sistema de múltiplos y divisores, son:

BÉLGICA, FRANCIA, SUIZA y el principado de MÓNACO, el *franco*, de 100 *céntimos*.

ITALIA, la *lira* con igual subdivisión.

GRECIA, el *dracma* de 100 *leptas*.

RUMANIA, el *lei* de 100 *banis*.

SERVIA, el *dinar* de 100 *paras*.

BULGARIA, el *lew* de 100 *stotinkis*.

En la Finlandia rusa sirve también de unidad de cuenta el *markka*, moneda imaginaria que se supone equivalente á la peseta, franco, lira, dracma, leí, dinar y lew.

Hé aquí ahora las unidades de cuenta más importantes que con el mismo nombre se usan en diversos países, y las equivalencias en pesetas que el Gobierno español ha fijado para el pago de sus obligaciones:

Peso=5pts. Colombia, Chile, República Argentina, Uruguay, Venezuela y Perú. En este último punto se llama *Sol*, y en todos se divide en 100 *centavos* ó céntimos, indicándole por medio del signo $.

Corona (Krone)=100 *ores*. Dinamarca, Suecia y Noruega.

Florín.. =100 { *Kreutzers*=2'47*pts*, Austria Hungría. / *Céntimos* =2'10 » Holanda.

Mil reis. . . = { 2'83*pts*, Brasil. / 5'60 » Portugal.

Piastra.. . . = { 5'40 » Cochinchina francesa. / 0'23 » Turquía. / 0'62 » Túnez. / 40 *paras*=0'26*pts*, Egipto.

Dollar. . . . = { 5'18*pts*, América inglesa. / 100 *céntimos*=5'18*pts*, Estados Unidos.

Pieza de 20 céntimos. = { 0'41*pts*, Isla Mauricia. / 0'95 » Colonias inglesas en que circula la plata de Hong-Kong.

Los restantes pueblos con los cuales se ha fijado también legalmente la equivalencia y sus principales unidades de cuenta, son:

Alemania. *Marco* (Reich-marck)=100 *pfennings*=1'23*pts*.

Haiti. *Gourdo*=4'96*pts*.

India inglesa. *Rupia* (Roupia)=2'38*pts*.

Inglaterra. *Libra esterlina*, de 20 *chelines* ó *sueldos*, de 12 *peniques* ó *dineros*, de 4 *farthings* ó 100 *céntimos*=25'20. La *libra* se indica por el signo £.

Japón. *Yen*=100 *sens*=5'17*pts*.

Persia. *Thoman*=100 *schachis*=11'83*pts*.

Rusia. *Rublo*=100 *Kopeks*=4*pts*.

Estas, como hemos dicho, son las equivalencias *legales*, no del todo exactas algunas de ellas.

Las que se refieren al verdadero valor intrínseco del metal que deben contener las monedas, sean tan solo de cuenta, sean efectivas; los nombres de las de oro y plata que circulan en los distintos países; las principales subdivisiones y relaciones que puede interesar conocer, y las antiguas de España no recogidas aún en su totalidad, pueden buscarse en la Tabla XII, al final de este volumen.

LIBRO II

OPERACIONES COMERCIALES

CAPÍTULO PRIMERO

FUNDAMENTOS DEL CÁLCULO COMERCIAL

I. — Métodos analítico y sintético.

55. La resolución de los problemas que originan las operaciones comerciales, puede ser analítica y sintética.

Consiste el MÉTODO ANALÍTICO, en *referirla á la de otro ú otros en que pueda descomponerse la de éstos, si es preciso á la de otros, y así sucesivamente hasta llegar á los que sepan ya resolverse.*

Se emplea el MÉTODO SINTÉTICO, cuando *conocida una regla ó fórmula que se haya deducido de la consideración de un caso general, se aplica á alguno de los particulares que en él pueden comprenderse.*

El primero es el verdaderamente científico y *único medio de investigar lo desconocido*, porque sin hacer uso de él en los casos generales, no pueden deducirse las reglas ó fórmulas que el segundo exige; éste, sin embargo, es el que *conviene seguir en la práctica* siempre que sea posible, puesto que convierte los problemas en sencillos ejemplos, abreviando el tiempo y el trabajo.

Ambos métodos se auxilian mútuamente combinándose, y en la mayoría de las cuestiones no pueden separarse, por ser del todo imposible prever las condiciones que un enunciado encerrará, entre las que en número indefinido podrán imaginarse y combinarse para deducir las correspondientes fórmulas ó reglas.

Lo indispensable, por tanto, será conocer las aplicables á las más comunes y generales, para que sirvan de base al análisis de cualquier cuestión, y poseer también medios de resolver aquellas que, por sus caractéres ó condiciones especiales, no puedan ser resueltas por ninguna de las conocidas.

Uno de los procedimientos de Cálculo que usan con gran frecuencia y casi exclusivamente algunos, aunque más bien por rutina y por los escasos conocimientos que requiere, que por la conveniencia práctica que ofrece, sin que tampoco pueda ser aplicable sino á determinados casos, es el empleo de proporciones (T. I, 149), cuyas propiedades más importantes necesitamos conocer por esa razón.

II.—Proporciones.

56. Cuando la relación por cociente de dos números *a* y *b* es igual á la de otros dos *c* y *d*, como se verifica, por ejemplo, con 10 y 5 por una parte y 6 y 3 por otra, ya que $10:5=2$ y $6:3=2$, esa igualdad puede indicarse de las tres maneras siguientes:

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$, que se leería: *a partido por b, igual c partido por d.*
$a:b=c:d$, es decir: *a dividido por b, igual á c dividido por d.*
$a:b::c:d$, que se acostumbra leer: *a es á b, como c es á d.*

La primer forma es la más sencilla y natural; la segunda, sin ser menos clara, es quizá más cómoda para la escritura; la tercera es desde luego la más inconveniente, y tal vez por eso la que han adoptado cuantos se dan á sí mismos el título de prácticos, por no encontrar sin duda otro mejor, pues con ella se disimula un poco que una proporción numérica, no es otra cosa que *la igualdad de dos fracciones.*

Sujetándonos, no obstante, á la costumbre, examinaremos sus principales propiedades, escribiéndolas bajo la primer forma para simplificar los razonamientos, y adoptando la última siempre que se trate de sus aplicaciones.

Desde luego podemos observar, que si se verifica $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, también tendremos multiplicando ambos miembros por bd (T. I, 168, 1.° y 65, 1.°)

$$\frac{abd}{b} = \frac{bdc}{d}\text{, ó simplificando (T. I, 217) } ad=bc;$$

es decir, que (T. I, 147):

El producto de los extremos de toda proporción, es igual al de los medios.

Si 10:5::6:3, también 10.3=5.6.

Corolarios.—Dividiendo ambos miembros de la última igualdad literal (T. I, 161) por cada uno de los números que en ella entran, resultará

$$d=\frac{bc}{a}\text{ ; } a=\frac{bc}{d}\text{ ; } \frac{ad}{b}=c\text{; } \frac{ad}{c}=b$$

por consiguiente:

1.°—*Un extremo de una proporción, es igual al producto de los medios dividido por el otro extremo.*

2.°—*Un término medio al producto de los extremos dividido por el otro medio.*

Ejemplos: Si x, y, z, u, representan números desconocidos,

$$\text{De}\left|\begin{array}{r} 10:5::6:x \\ y:5::6:3 \\ 10:z::6:3 \\ 10:5::u:3 \end{array}\right| \text{ se podrá deducir } \left|\begin{array}{l} x=5\,6:10=30:10=3 \\ y=5.6:3=30:3=10 \\ z=10.3:6=30:6=5 \\ u=10.3:5=30:5=6 \end{array}\right.$$

Recíprocamente, si $ad=bc$, se verificará dividiendo ambos miembros por bd,

$$\frac{ad}{bd}=\frac{bc}{bd}\text{, y simplificando } \frac{a}{b}=\frac{c}{d};$$

luego

Si el producto de dos números es igual al de otros dos, se podrá formar con los cuatro una proporción, de la que serán extremos los factores de un producto y medios los del otro.

$$\text{Si } 10.3=5.6\text{, también } \left|\begin{array}{r|l} 10:5::6:3 & 6:3::10:5 \\ 10:6::5:3 & 5:3::10:6 \\ 6:10::3:5 & 3:5::6:10 \\ 5:10::3:6 & 3:6::5:10 \end{array}\right.$$

Corolario.—*La proporción subsistirá aunque se cambien de lugar los medios, los extremos, ó los antecedentes y consecuentes* (T. I, 147) *de ambas razones.*

Escolio.—Acostumbra á decirse, y nosotros mismos dijimos hace once años en nuestros *Elementos de Aritmética*, que á toda proporción se le pueden dar ocho formas distintas, lo cual no es cierto, pues aunque son iguales dos á dos en el orden en que las hemos colocado, las cuatro de cada grupo son perfectamente distintas entre sí, siendo como son las razones respectivas,

$$10:5=2,\ 10:6=1\tfrac{2}{3},\ 6:10=\tfrac{3}{5},\ \text{y}\ 5:10=\tfrac{1}{2}.$$

Los teoremas que acabamos de demostrar suelen considerarse como fundamentales de la teoría, aunque apenas se necesitan para deducir las otras propiedades.

57. Basta, efectivamente, recordar las operaciones que pueden hacerse con los dos términos de una fracción, sin que su valor se altere (T. I, 58) y las referentes á las igualdades, para comprender que si es cierta la proporción que venimos considerando y m representa un número cualquiera, también lo serán las siguientes:

$$\frac{am}{bm}=\frac{c}{d};\quad \frac{am}{b}=\frac{cm}{d};\quad \frac{a}{bm}=\frac{c}{dm};\quad \frac{am}{bm}=\frac{cm}{dm}$$

$$\frac{a:m}{b:m}=\frac{c}{d};\quad \frac{a:m}{b}=\frac{c:m}{d};\quad \frac{a}{b:m}=\frac{c}{d:m};\quad \frac{a:m}{b:m}=\frac{c:m}{d:m}$$

es decir, que:

1.°—*Una proporción no dejará de serlo aunque los dos términos de una razón, los antecedentes, los consecuentes ó todos, se multipliquen ó dividan por un mismo número.*

Ejemplos:

	40:20:: 6: 3	multiplicando por 4 los dos primeros
Si 10:5::6:3,	40: 5::24: 3	» » » » antecedentes
también..	10:20:: 6:12	» » » » consecuentes
	40:20::24:12	» » » todos los términos

y recíprocamente.

Además, si multiplicamos ordenadamente las igualdades,

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d},\quad \frac{m}{n}=\frac{p}{q},\quad \frac{r}{s}=\frac{k}{l},$$

resultará (T. I, 66):

$$\frac{amr}{bns} = \frac{cpk}{dql},$$

y si dividimos las dos primeras (T. I, 226, 4.°),

$$\frac{a:m}{b:n} = \frac{c:p}{d:q};$$

luego

2.°—*Los productos de multiplicar término á término varias proporciones, ó los cocientes de dividir dos, formarán otra proporción.*

Ejemplos:

$$\text{Si} \left| \begin{array}{r} 40:20::24:12 \\ 8:\ 4::12:\ 3 \end{array} \right| \text{también} \left| \begin{array}{r} 320:40::288:36 \\ 5:10::\ \ 2:\ 4 \end{array} \right.$$

Suponiendo ahora que en lugar de ser dos fuesen varias las razones iguales,

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{m}{n} = \frac{p}{q} = \frac{r}{s}, \ldots..$$

y recordando el verdadero significado de las fracciones (T. I, 150) y el valor del dividendo en toda división (T. I, 199, 1.ª), tendríamos:

$$a = b.\frac{a}{b},\ c = d.\frac{c}{d},\ m = n.\frac{m}{n},\ p = q.\frac{p}{q},\ r = s.\frac{r}{s}, \ldots..$$

ó en virtud del supuesto,

$$a = b.\frac{a}{b},\ c = d.\frac{a}{b},\ m = n.\frac{a}{b},\ p = q.\frac{a}{b},\ r = s.\frac{r}{s}, \ldots..$$

de donde combinando estas igualdades ordenadamente por Adición ó Sustracción y sacando $\frac{a}{b}$ factor común (T. I, 190, Escolio)

$$\pm a \pm c \pm m \pm p \pm r \pm \ldots.. = (\pm b \pm d \pm n \pm q \pm s \pm \ldots..)\,\frac{a}{b},$$

y dividiendo por el primer factor del segundo miembro

$$\frac{\pm a \pm c \pm m \pm p \pm r \pm \ldots..}{\pm b \pm d \pm n \pm q \pm s \pm \ldots..} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{m}{n} = \frac{p}{q} = \frac{r}{s} =, \ldots..$$

lo cual nos enseña que:

3.º—*En toda serie de razones iguales, la razón que existe entre cualquier combinación aditiva ó sustractiva de un cierto número de antecedentes y la correspondiente de sus consecuentes, es igual á la que haya entre un antecedente cualquiera y su consecuente respectivo.*

	15+18:10+12::3:2, ó 33:22::3:2
Si 15:10::18:12	18—15:12—10::6:4, ó 3:2::6:4
::6:4::3:2, también.	6—15+18:4—10+12::15:10, ó 9:6::15:10
	. . . .

Corolarios.—Suponiendo cierta la proporción $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$, también lo será la $\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$ (56. Cor.), y por lo tanto, según lo que se acaba de demostrar:

$$\frac{\pm a \pm b}{\pm c \pm d}=\frac{a}{c}=\frac{b}{d}, \quad \text{y} \quad \frac{\pm c \pm d}{\pm a \pm b}=\frac{c}{a}=\frac{d}{b},$$

es decir, que:

1.º—*La razón que existe entre cualquier combinación aditiva ó sustractiva de los dos términos de una razón y la correspondiente de los otros, es igual á ta que haya entre los respectivos antecedentes ó consecuentes.*

Ejemplo:

	18+12:15+10::18:15, ó 30:25::18:15
Si 18:12::15:10,	18—12:15—10::12:10, ó 6:5::12:10
también.. . .	10—15:12—18::15:18, ó —5:—6::15:18
	. . . .

También, separando las combinaciones que encierra ese enunciado,

De $\frac{\pm(a+b)}{\pm(c+d)}=\frac{a}{c}$, y $\frac{\pm(a-b)}{\pm(c-d)}=\frac{a}{c}$, se deduce inmediatamente

$$\frac{\pm(a+b)}{\pm(c+d)}=\frac{\pm(a-b)}{\pm(c-d)} \quad \text{y (56, Cor.)} \quad \frac{\pm(a+b)}{\pm(a-b)}=\frac{\pm(c+d)}{\pm(c-d)}$$

lo cual demuestra que:

2.º—*La razón que existe entre la suma de los dos términos de una razón y la de los de la otra, es igual á la que haya entre sus diferencias respectivas.*

3.º—*La razón que existe entre la suma y diferencia de los* *dos términos de una razón, es igual á la que haya entre la suma y diferencia de los correspondientes de la otra.*

EJEMPLOS:

Si 6:4:3:2, también	6+4:3+2::6—4:3—2, ó 10:5::2:1
	6+4:6—4::3+2:3—2, ó 10:2::5:1
	2—3:4—6::2+3:4+6, ó —1:—2::5:10
	2+3:2—3::4+6:4—6, ó 5:—1::10:—2
	. . . .

58. Prescindiendo de otras muchas propiedades que podrían enunciarse, menos interesantes que las anteriores, daremos por terminado el estudio de las proporciones, diciendo algunas palabras sobre las CONTINUAS ó *de términos medios iguales.*

$\frac{a}{b}=\frac{b}{c}$, y 20:10::10:5, son proporciones continuas.

MEDIO PROPORCIONAL entre dos números, es *el que puede formar con ellos una proporción continua, cuyos extremos sean dichos números*
b ó 10, son por lo tanto los medios proporcionales entre a y b, ó 20 y 5.

Ahora bien; puesto que sea cual sea la proporción, siempre el producto de los extremos y el de los medios serán iguales, en la primera se verificará

$$b^2=ac, \quad \text{de donde} \quad b=\sqrt{ac}$$

luego,

Para determinar un medio proporcional entre dos números, basta extraer la raíz cuadrada de su producto.

EJEMPLO: El medio proporcional entre 20 y 5 sería

$$\sqrt{20.5}=\sqrt{100}=10.$$

III.—Cantidades proporcionales.

59. Si el estudio de las proporciones carece hoy del interés científico que podía tener cuando eran desconocidos otros procedimientos de investigación más generales y rápidos, encerrando únicamente el práctico que le atribuye la costumbre, no sucede lo mismo con el de las magnitudes concretas que se lla-

man *proporcionales*, cuya consideración es importantísima dentro del Cálculo comercial.

Dícese que dos cantidades son PROPORCIONALES, *cuando al multiplicar una de ellas por un número cualquiera, la otra ha de quedar forzosamente multiplicada por el mismo ó por su inverso*. (T. I, 281.)

Así decimos, por ejemplo, que el *trabajo* realizado por un hombre, es proporcional al *número de horas* que á él dedique, ya que para efectuar 3, 4, 5..... veces más, necesitará también 3, 4, 5..... veces más horas.

Igualmente se dice, que el *número de horas* necesarias para realizar un trabajo determinado, es generalmente proporcional *al de hombres* que en el mismo intervengan, porque 3, 4, 5..... veces más hombres, necesitarán para efectuarlo $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$....., del número de horas.

EJEMPLOS.—Si un hombre construye 10 *objetos* iguales en 7 *horas*, construirá 10.3=30, en 7.3=21 horas; 10.4=40, en 7.4=28; 10.5=50, en 7.5=35, etc.

Si para construir un objeto en 60 *horas* es necesario el trabajo de 120 *hombres*, para construirlo en 60.3=180 horas bastará que trabajen $\frac{1}{3}$.120=40; para 60.4=240, $\frac{1}{4}$.120=30; para 60.5=300, $\frac{1}{5}$.120=24, etc.

Hay, pues, dos clases de proporcionalidad: la DIRECTA, que se verifica *cuando al multiplicar una cantidad por un número, la otra queda multiplicada por el mismo*.

La INVERSA, *cuando al multiplicar la una, queda la otra multiplicada por el inverso*.

Observando ahora que multiplicar por $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$..... equivale á dividir por 3, 4, 5....., y que el número más sencillo que podrá emplearse para reconocer la proporcionalidad será el 2, podrá seguirse la siguiente regla práctica:

Para averiguar si dos cantidades son proporcionales, bastará suponer duplicada la una y deducir si la otra quedará también duplicada, ó dividida por 2; en el primer caso serán directamente proporcionales, en el segundo lo serán inversamente y en cualquier otro no existirá proporcionalidad.

Ejemplos.—El *dinero* que cuesta adquirir varios *objetos* y el *número* de éstos, en el supuesto de que su precio sea constante, serán siempre *directamente* proporcionales, porque con *doble* número de monedas iguales, se adquirirá *doble* número de objetos.

El *valor* aproximado de una fracción periódica *no* es proporcional al *número* de períodos que se consideren, porque para tener *doble* aproximación, no será necesario considerar un número de períodos *doble* ó *mitad* (T. I, 233).

Por último, dos cantidades son proporcionales á otras dos, *cuando con las cuatro se puede formar una proporción.*

CAPÍTULO II

PROCEDIMIENTOS DE CÁLCULO MÁS USUALES

I.—Regla de tres.

60. Llámase generalmente Regla de tres, *al procedimiento que se emplea para resolver un problema por medio de proporciones*, dividiéndola en simple y compuesta, según *baste* para ello *escribir una ó varias.*

Hay problemas, sin embargo, que se pueden resolver por proporciones y no por *regla de tres*, pues ésta solamente es aplicable á

Aquellos en cuyo enunciado entran, explícita ó implícitamente *varios pares de cantidades homogéneas y proporcionales, de las cuales una sola es desconocida.*

61. Ocupémonos de la llamada simple, que puede dividirse si se quiere en directa é inversa, atendiendo á *que las relaciones que existan entre los valores de cada par de cantidades homogéneas sean iguales ó inversas*, casos en que se dice que las primeras son directa ó inversamente proporcionales á las segundas.

Después de cerciorarnos bien de que existe la proporcionalidad por la regla últimamente dada, es evidente que *bastará representar la incógnita por cualquier letra, é igualar la relación de dos homogéneas con la directa ó inversa de las otras* *dos correspondientes*, para poder calcular el valor de aquélla, bien resulte en un extremo, bien en un medio (57).

PROBLEMA 1.°—Averiguar cuántos días tardarán en hacer una obra 12 hombres, sabiendo que 20 han tardado 15 y suponiendo el trabajo igual.

Doble número de hombres tardarán la *mitad* de los días, luego la proporcionalidad de aquéllos es inversa de la de éstos, por lo cual deberemos tener, representando por x el número de días buscado, que corresponde á los 12 hombres, x:15, *igual* á la relación inversa de 12:20; es decir, á 20:12, ó en otros términos,

$$x:15::20:12, \text{ de donde } x=\frac{15.20}{12}=\frac{15.5}{3}=5.5=25$$

PROBLEMA 2.°—Si 20 hombres construyen 15 metros de pared cada día, ¿cuántos podrán construir 12 hombres?

Doble número de hombres podrán construir *doble* número de metros, luego la relación 20:12 de aquéllos, deberá ser igual á la 15:x de éstos, por consiguiente:

$$20:12::15:x \text{ de donde } x=\frac{12.15}{20}=\frac{3.15}{5}=3.3=9$$

PROBLEMA 3.°—Si 20 hombres construyen 15 metros de pared ¿cuantos se necesitarán para construir 9, en el mismo tiempo?

Puesto que el número de hombres necesarios ha de ser *directamente* proporcional al de metros construidos,

$$20:x::15:9, \text{ de donde } x=\frac{20.9}{15}=4.3=12$$

PROBLEMA 4.°—Sabiendo que una obra ha sido construída en 25 días por 12 hombres, ¿cuántos se necesitarán para construir otra igual en 15 días?

Siendo entonces *inversas* las relaciones:

$$25:15::x:12, \text{ de donde } x=\frac{25.12}{15}=5.4=20$$

Para calcular la primer fracción, hemos empezado por simplificarla, dividiendo primero por 4 los números 20 y 12, y después por 3 el factor 15; para la segunda hemos dividido los propios números por 4, y después 15 por 5; en el tercer ejemplo, hemos tomado á la vez el *quinto* de 20 y el *tercio* de 9, suprimiendo el denominador 15=5.3; en el último, el quinto de 25 y el tercio de 12.

Escribir las proporciones anteriores, ó en general, *representar por medio de los signos del cálculo las relaciones contenidas en su enunciado*, es lo que se llama PLANTEAR un problema.

El planteo de la regla de tres simple puede hacerse de ocho maneras distintas, puesto que la proporción subsiste, permutando los medios, poniéndolos por extremos ó invirtiendo las razones (56 Cor.) siendo costumbre en la práctica *colocar la incógnita en el último lugar*, lo cual exige forzar los enunciados del modo conveniente para que así resulte y escribir los números en el propio orden, colocando en línea horizontal las dos cantidades heterogéneas conocidas y debajo sus homogéneas.

Hecho esto, se escriben los dos de la izquierda en la primera razón, en igual ó inverso orden, según sea la proporcionalidad, y los dos de la derecha en la segunda, de manera que la incógnita, ocupe el cuarto término.

PROBLEMAS.—Los enunciados, planteo y resolución de los cuatro anteriores, serían aplicando dicho procedimiento y disposición:

PROBLEMA 1.°—Si 20 hombres tardan 15 días en hacer una obra, ¿12 hombres, cuántos días tardarán?

$$\begin{array}{cc} \underline{\text{Hombres.}} & \underline{\text{Días.}} \\ 20 & 15 \\ 12 & x \end{array} \Big\} 12:20::15:x; \quad x=25 \text{ días.}$$

PROBLEMA 2.°—Si 20 hombres construyen 15 metros de pared, ¿12 hombres cuántos podrán construir?

$$\begin{array}{cc} \underline{\text{Hombres.}} & \underline{\text{Metros.}} \\ 20 & 15 \\ 12 & x \end{array} \Big\} 20:12::15:x; \quad x=9 \text{ metros.}$$

PROBLEMA 3.°—Si para construir 15 metros de pared se necesitan 20 hombres, para construir 9, ¿cuántos se necesitarán?

$$\begin{array}{cc} \underline{\text{Metros.}} & \underline{\text{Hombres.}} \\ 15 & 20 \\ 9 & x \end{array} \Big\} 15:9::20:x; \quad x=12 \text{ hombres.}$$

Problema 4.°—Si en 25 días han construído una obra 12 hombres, para construirla en 15 días, ¿cuántos se necesitarán?

Días.	Hombres.	
25	12	$\left.\right\}$ 15:25::12:x; x=20 hombres.
15	x	

Respetando la costumbre, las pocas veces que de aquí en adelante nos valgamos de la regla de tres, adoptaremos esta disposición.

Escolio.—Muchos de los que pierden tanto tiempo forzando enunciados y empleando los métodos más largos, y por consiguiente menos prácticos, creen en cambio abreviar mucho dejando de copiar una letra, y escriben el absurdo 15:25::12:x=20, como si 20 fuese el valor de la proporción y no el de la incógnita.

62. Si los pares de cantidades son más de dos, *se compara aquel á que pertenece la incógnita con uno de los otros, prescindiendo de los demás, y se resuelve la regla de tres simple que origina esa comparación; se comparan el resultado y la incógnita, que siempre serán homogéneos, con otro par, y se continúa del mismo modo hasta haber hecho la comparación con todos y determinado el valor final.*

El procedimiento consiste, pues, en descomponer la regla compuesta en tantas simples como pares de cantidades homogéneas y conocidas contenga el enunciado.

Problema.—Si 20 obreros, trabajando 7 horas al día, construyen una muralla de 56 metros de larga, 2 de ancha y 6 de alta, ¿cuántos metros de muralla construirán 50 obreros, trabajando 10 horas, si ha de tener 5 de ancha y 8 de alta?

Obreros.	Horas.	Longitud.	Latitud.	Altura.
20	7	56	2	6
50	10	x	5	8

La cuestión podrá descomponerse en las siguientes:

Si 20 obreros, en ciertas condiciones, construyen 56 metros, 50 obreros ¿cuántos construirán?

Obreros.	Longitud.	
20	56	$\left.\right\}$ 20:50::56:y; $y=\frac{50.56}{20}$=5.28=140.
50	y	

Si en 7 horas se construyen 140 metros, en 10 horas ¿cuántos se construirán?

Horas.	Longitud.
7	140
10	z

$$\left.\right\} 7:10::140:z;\quad z=\frac{10.140}{7}=200.$$

Si teniendo una muralla 2 metros de ancha se construyen 200 metros en ciertas condiciones, teniendo 5 ¿cuántos se construirán?

Latitud.	Longitud.
2	200
5	u

$$\left.\right\} 5:2::200:u;\quad u=\frac{2.200}{5}=80.$$

Si teniendo 6 metros de altura se construyen 80 de longitud, teniendo 8 ¿cuántos se construirán?

Como ya hemos cambiado todas las condiciones supuestas, por las nuevas que impone el enunciado, el valor que ahora encontremos será ya el definitivo.

Altura.	Longitud.
6	80
8	x

$$\left.\right\} 8:6::80:x;\quad x=\frac{6.80}{8}=60.$$

Método abreviado.—Aunque con objeto de hacer más claro el razonamiento, hemos cuidado de buscar los datos á propósito para que los resultados parciales 140, 200 y 80, se pudieran obtener á simple vista, desde luego se comprende cuán pesado será este método, dando, como dará casi siempre origen á números fraccionarios, que introducidos como nuevas condiciones bajo su forma ordinaria, complicarán extraordinariamente las multiplicaciones y divisiones, y calculados por decimales que resultarán inexactos la mayor parte de las veces, producirán errores, que al final podrán ser de consideración.

Para evitar estos inconvenientes, se ha ideado *conservar las incógnitas auxiliares, cuidando de escribirlas alternativamente, en el cuarto y tercer lugar de las proporciones que se vayan formando*, disponiéndolos en esta forma:

Obreros.	Horas.	Longitud.	Latitud.	Altura.
20	7	56	2	6
50	10	x	5	8

$$\begin{matrix} 20 & 56 \\ 50 & y \end{matrix}\Big\} 20:50::56:y$$

$$\begin{matrix} 7 & y \\ 10 & z \end{matrix}\Big\} 7:10::y:z$$

$$\begin{matrix} 2 & z \\ 5 & u \end{matrix}\Big\} 5:2::z:u$$

$$\begin{matrix} 6 & u \\ 8 & x \end{matrix}\Big\} 8:6::u:x$$

Planteada así la cuestión, resultará multiplicando ordenadamente las proporciones

$$20.7.5.8 : 50.10.2.6 :: 56yzu : yzux$$

y dividiendo por yzu los dos términos de la segunda razón (58, 1°)

$$20.7.5.8 : 50.10.2.6 :: 56:x$$

de donde

$$x=\frac{50.10.2.6.56}{20.7.5.8}=\frac{5.5.2.6.7}{7.5}=5.2.6=60;$$

por consiguiente, después de hacer lo indicado más arriba, *se divide el producto de los términos medios numéricos, por el de los extremos.*.

Desde luego se ve que este procedimiento es bastante abreviado en relación al anterior; pronto veremos hasta qué punto merece el nombre de *práctico* que se le suele dar.

II.—Reducción á la unidad.

63. Este método se funda en las dos consecuencias siguientes, que se desprenden de las definiciones de dividir y multiplicar:

1.ª—*Siempre que tratándose de cantidades proporcionales se conozca el equivalente de varias unidades, se tendrá* el *de* 1, *dividiendo por el número de ellas.*

2.ª—*Siempre que se conozca el equivalente de* 1, *se tendrá el de varias, multiplicando por su número*, en el primer supuesto.

Ejemplo 1.°—Si 12 monedas iguales pesan 300 gramos, es evidente que cada una pesará 300:12=25 gramos.

2.°—Si una moneda pesa 25 gramos, 12 iguales á ella pesarán 25.12=300.

Teniendo esto presente, basta para aplicar el método *escribir los valores que vayan correspondiendo á la incógnita cuando todos los datos se igualen á la unidad, uno á uno, y después se introduzcan también una á una todas las condiciones que el enunciado imponga.*

Apliquemos este procedimiento á todos los problemas anteríores.

Problema 1.°—Averiguar cuántos días tardarán en hacer una obra 12 hombres, sabiendo que 20 han tardado 15 y suponiendo el trabajo igual.

Si 20 hombres tardan 15 días, 1 tardará

$$x_1 = 15.20, \text{ y } 12, \quad x = \frac{15.20}{12} = 25.$$

Problema 2.°—Si 20 hombres construyen 15 metros de pared cada día, ¿cuántos podrán construir 12 hombres?

Si 20 hombres construyen 15 metros, 1 construirá

$$x_1 = \frac{15}{20}, \text{ y } 12, \quad x = \frac{15.12}{20} = 9.$$

Problema 3.°—Si 20 hombres construyen 15 metros de pared, ¿cuántos se necesitarán para construir 9 en el mismo tiempo?

$$\text{Para construir 1 metro, } x_1 = \frac{20}{15}; \text{ para } 9, \quad x = \frac{20.9}{15} = 12.$$

Problema 4.°—Sabiendo que una obra ha sido construída en 25 días por 12 hombres, ¿cuántos se necesitarán para construir otra igual en 15 días?

$$\text{Para 1 día, } x_1 = 25.12; \text{ para } 15, \quad x = \frac{25.12}{15} = 20.$$

Problema 5.°—Si 20 obreros, trabajando 7 horas al día, construyen una muralla de 56 metros de larga, 2 de ancha y 6 de alta, ¿cuántos metros de muralla construirán 50 obreros, trabajando 10 horas, si ha de tener 5 de ancha y 8 de alta?

20 obreros,	en 7 horas,	con $2m$ latitud	y 6 altura.	$x_1=56$
1 »	7 »	2 » »	6 »	$x_2=\frac{56}{20}$
1 »	en 1 »	2 » »	6 »	$x_3=\frac{56}{20.7}$
1 »	1 »	con 1 » »	6 »	$x_4=\frac{56.2}{20.7}$
1 »	1 »	1 » »	y 1 »	$x_5=\frac{56.2.6}{20.7}$
50 »	1 »	1 » »	1 »	$x_6=\frac{56.2.6.50}{20.7}$
	en 10 »	1 » »	1 »	$x_7=\frac{56.2.6.50.10}{20.7}$
		con 5 » »	1 »	$x_8=\frac{56.2.6.50.10}{20.7.5}$
			y 8 »	$x=\frac{56.2.6.50.10}{20.7.5.8}$

Para mayor claridad hemos procurado detallar las operaciones y representado por ocho incógnitas auxiliares los valores que va tomando la verdadera en cada uno de los supuestos; pero en la práctica se escribe desde luego el definitivo, sin más que hacer el siguiente razonamiento mental, que se facilita disponiendo los datos prácticamente, como en la regla de tres:

Obreros.	Horas.	Longitud.	Latitud.	Altura.
20	7	56	2	6
50	10	x	5	8

$$x=\frac{56.2.6.50.10}{20.7.5.8}=6\ 10=60$$

Si 20 hacen 56, 1 hará 20 veces *menos*; en 1 hora, 7 veces *menos*; para 1 de anchura, 2 veces *más*; para 1 de alto, 6 veces *más*; 50 harán 50 veces *más*; en 10 horas 10 veces *más*; para 5 de anchura 5 veces *menos*; y para 8 de alto, 8 veces *menos*; escribiendo los factores en el numerador ó denominador al pronunciar mentalmente las palabras *más* ó *menos*, exceptuando el homogéneo con la incógnita, que siempre será el primero del numerador.

El procedimiento que acabamos de exponer tiene, por tanto, sobre la regla de tres, las siguientes ventajas:

1.ª—*Resuelve todas las cuestiones á que aquélla puede apli-*

carse con mucha más claridad y rapidez, según acabamos de ver.

2.ª—*Es menos susceptible de equivocaciones* por su misma sencillez.

3.ª—*Puede aplicarse á cuestiones que no es posible ó fácil resolver por regla de tres*, como el siguiente

Problema 6.º—Un depósito de agua provisto de dos caños y un orificio de desagüe, queda lleno por el primero en 3 horas y por el segundo en 4; interceptando los caños y abriendo el orificio cuando está lleno, se vacía en 12 horas: ¿cuánto tardaría en llenarse dejando abiertos los tres?

En 1 hora llenará el primero $\frac{1}{3}$ del depósito
» 1 » » » segundo $\frac{1}{4}$ » »
» 1 » vaciará » tercero $\frac{1}{12}$ » »
» 1 » se llenará con los tres abiertos

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{12}=\frac{4+3-1}{12}=\frac{6}{12}=\frac{1}{2};$$

luego el depósito tardará en llenarse 2 horas.

III.—Métodos prácticos.

64. Para cuantos problemas puede resolver la regla de tres, no es, sin embargo, aún el método de reducción á la unidad verdaderamente práctico, pues no obstante su claridad y brevedad, aún es posible seguir otros dos, todavía más fáciles y rápidos.

En efecto; si se trata de cuestiones en que solo deban tenerse en cuenta tres números conocidos, y que en unión de la incógnita deban ser proporcionales dos á dos, sea directa, sea inversamente, el valor de ésta deberá ser mayor ó menor que su homogéneo, según que su correspondiente sea mayor ó menor que el otro, y que para obtener el resultado, deba aumentar ó disminuir dicho número homogéneo, cosas todas que pueden conocerse á simple vista.

Ahora bien; como los otros dos se combinan siempre con él, por multiplicación el uno y por división el otro, en el primer caso deberá multiplicarse por el mayor y dividir el producto por el menor (T. I, 188, 2.°, y 225, 1.°), haciendo lo contrario en el segundo; por consiguiente,

1.°—*Para resolver un problema que pueda depender de una sola proporción, basta multiplicar el número homogéneo con la incógnita por el mayor ó menor de los otros dos, según deba aumentar ó disminuir, y dividir el producto por el otro.*

Apliquemos este procedimiento, que evita todo planteo, á las cuatro primeras cuestiones.

Problema 1.°—Averiguar cuántos días tardarán en hacer una obra 12 hombres, sabiendo que 20 han tardado 15 y suponiendo el trabajo igual.

Siendo como es $12<20$, diríamos:

A *menos* hombres deben corresponder *más* días, luego tendremos que multiplicar 15 por el mayor 20 y dividir el producto por el menor 12, lo que dará por resultado $x=\frac{15.20}{12}=25$.

Problema 2.°—Si 20 hombres construyen 15 metros de pared cada día, ¿cuántos podrán construir 12 hombres?

$12<20$. A *menos* hombres, *menos* metros, $x=\frac{15.12}{20}=9$.

Problema 3.°—Si 20 hombres construyen 15 metros de pared, ¿cuántos se necesitarán para construir 9 en el mismo tiempo?

Para *menos* metros, *menos* hombres, $x=\frac{20.9}{15}=12$.

Problema 4.°—Sabiendo que una obra ha sido construida en 25 días por 12 hombres, ¿cuántos se necesitarán para construir otra igual en 15 días?

Menos días, *más* hombres, $x=\frac{15.25}{15}=20$.

Observando que este procedimiento equivale á multiplicar siempre el número homogéneo con la incógnita por la relación directa ó inversa que los otros dos deban tener con los valores de ésta y aquél, claro es que podrá aplicarse al caso en que sean varios los pares de cantidades homogéneas, comparando sucesivamente á semejanza de lo que se hace en la regla compuesta, aquel en que entre la incógnita con cada uno de los otros, y por lo tanto

2.°—*Para resolver un problema que pueda depender de una* *regla de tres compuesta, basta multipticar el número homogéneo con la incógnita, por las relaciones directas ó inversas que los que constituyen los demás pares, deban tener con la incógnita y su homogéneo.*

Escribiendo los datos en la forma acostumbrada, lo que es conveniente para no equivocarse, tendremos para el ejemplo resuelto ya por la regla de tres y reducción á la unidad:

Obreros.	Horas.	Longitud.	Latitud.	Altura.
20	7	56	2	6
50	10	x	5	8

Las razones de los obreros y horas con las longitudes construidas serán *directas*, con relación á la $\frac{x}{56}$ es decir $\frac{50}{20}$ y $\frac{10}{7}$; las de la latitud y altura *inversas*, $\frac{2}{5}$ y $\frac{6}{8}$, luego

$$x=56.\frac{50}{20}\cdot\frac{10}{7}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{6}{8}=\frac{56.50.10.2.6}{20.7.5.8}=6.10=60.$$

Finalmente, todavía se puede abreviar más y exponerse menos á equivocaciones.

En efecto; éstas suelen provenir de no escribirse bien las relaciones, por olvidar al hacerlo el razonamiento mental que acaba de efectuarse, tanto si se emplea este método como el de reducción á la unidad; pero si se deja la escritura del valor de la incógnita, expresado por la sola fracción que contiene todas las multiplicaciones y divisiones indicadas, para después de haber hecho el razonamiento con cada uno de los pares, marcando los de la línea á que corresponda la incógnita con los signos $+$ y $-$ en sustitución de las palabras que representan, las equivocaciones son casi imposibles, ya que según sabemos, los números que constituyen cada par deberán siempre estar en diferente término de la fracción.

Así, pues:

3.°—*Para resolver un problema que pueda depender de una regla de tres compuesta, basta disponer los datos en dos líneas horizontales, de manera que se correspondan los homogéneos; marcar con los signos $+$ y $-$ los de la línea que contenga la incógnita, según que al aumento del valor de ésta corresponda* *á aquéllos aumentar ó disminuir; el número homogéneo con la incógnita y los marcados con + corresponderán al numerador del resultado, los marcados con — al denominador y los restantes al término distinto de aquel en que ya se hayan escrito sus homogéneos.*

Obreros.	Horas.	Longitud.	Latitud.	Altura.
20	7	56	2	6
50+	10+	x	5—	8—

Más longitud, *más* obreros, *más* horas, *menos* ancho y *menos* alto

$$x=\frac{56.50.10.2.6}{5.8.20.7}=6.10=60.$$

No conocemos nada más seguro, más claro, más sencillo, ni más rápido.

Para que se comprendan bien los problemas y ejemplos sucesivos, debemos advertir que nosotros emplearemos siempre este procedimiento en la resolución de las cuestiones á que pueda aplicarse, mientras no sea posible usar otro que ofrezca mayores ventajas, porque creemos que una cosa es tanto más práctica, cuanto más reune las condiciones de seguridad, claridad, sencillez y rapidez, para llegar al fin propuesto.

No tratamos, sin embargo, de imponer este criterio á nadie, ni aun á nuestros alumnos, porque en esto, como en todo, podemos equivocarnos.

Hay quienes creen, y son en gran número, que lo práctico es aquello que aun siendo menos seguro, menos claro, menos sencillo, ó menos rápido, es de todos conocido por su antigüedad y por todos comprendido, por exigir menos conocimientos.

Los que esta idea profesen, pueden emplear la regla de tres; respetando su criterio, nos limitaremos á hacerles notar que incurrirán en contradicción si no suman con los dedos, procedimiento que sin género alguno de duda es el más antiguo, el más conocido, el más comprensible y el que menos conocimientos exige.

IV.—Regla Conjunta.

65. Aun cuando el empleo de varias proporciones y el método de reducción á la unidad, serían suficientes para *encontrar*

el número de unidades de cualquier denominación, que bajo algún concepto equivalen al de otras de distinto nombre, conociendo relaciones que las puedan ligar entre sí, lo penoso que sería ejecutar y hasta indicar una á una todas las proporciones ó multiplicaciones y divisiones que esos procedimientos exigirían, es causa de que con frecuencia se emplee otro mucho más breve y fácil, conocido con el nombre de REGLA CONJUNTA, cuyo objeto queda por consiguiente dicho.

El verdadero signo que expresa la equivalencia de dos cantidades, es el $\diamondsuit$, que se lee *equivalente á*, é indica que lo colocado en el primer miembro de la equivalencia no es mayor ni menor que lo que se escribe en el segundo, sin ser tampoco igual, como sucedería, por ejemplo, con $9Dl$ de agua destilada y $90kg$ de garbanzos, que pesarían lo mismo, por lo cual son equivalentes bajo el concepto de peso, pero de ninguna manera iguales, pues la igualdad exige identidad de valor bajo todos los conceptos.

Como la costumbre ha sancionado, no obstante, que para representar la equivalencia se emplee también el signo de igualdad, nos someteremos una vez más á ella, escribiendo el absurdo, cuando de peso hablemos, $9Dl=90kg$, y aun otros infinitamente mayores, que haremos notar más adelante.

Algunos indican la equivalencia por medio del signo de dividir (:).

Además de estos convenios, fúndase la regla en los dos principios siguientes:

1.º—*Las equivalencias gozarán de las mismas propiedades que las igualdades*; el cual puede admitirse como evidente, ya que expresan en efecto una relación de igualdad, aunque solo bajo un concepto determinado.

2.º—*Si varias equivalencias son tales que el segundo miembro de cada una es de la misma denominación que el primero de la siguiente, el producto de los primeros será equivalente al de los segundos, siempre que á aquél se dé la primer denominación y á éste la última.*

Supongamos que, bajo un concepto cualquiera, que puede ser distinto para cada una,

$$\begin{aligned} 7\,Dl &= 11\,pts \\ 10\,pts &= 9\,kg \\ 8\,kg &= 2\,m^3 \\ 5\,m^3 &= 3\,Ha \\ &\dots\dots\dots\dots \\ &\dots\dots\dots\dots \end{aligned}$$

Multiplicando ambos miembros de la primera por 10 y los de la segunda por 11, tendremos:

$$\begin{aligned} 7.10\,Dl &= 11.10\,pts \\ 11.10\,pts &= 11.\ 9\,kg \end{aligned}$$

y, por lo tanto,

$$7.10\,Dl = 11.\ 9\,kg$$

Multiplicando ahora ambos miembros de esta equivalencia por 8 y los de la tercera por 11.9,

$$\begin{aligned} 7.10.8\,Dl &= 11.9.8kg \\ 11.\ 9.8\,kg &= 11.9.2m^3 \end{aligned}$$

por consiguiente,

$$7.10.8\,Dl = 11.9.2m^3$$

y continuando del mismo modo, es decir, multiplicando ambos miembros de ésta por 5 y los de la cuarta por 11.9.2,

$$7.10.8.5Dl = 11.9.2.3Ha,$$

y así sucesivamente, cualquiera que fuese el número de equivalencias.

66. De la anterior proposición se deduce que cuando se quieran averiguar las unidades de una denominación a, que equivalen, por ejemplo, á un número N de otra clase c, deberemos tener, representando por x las desconocidas,

$$x_a = N_c$$

y siempre que se puedan establecer una serie de equivalencias tales, que al primer miembro de cada una corresponda la misma denominación que al segundo de la anterior, hasta llegar á una cuyo segundo miembro lleve la misma a que la incógnita, multiplicándolas ordenadamente y suponiendo sean p y P los productos de los números conocidos, se verificará

$$px_a = P_a$$

y por consiguiente (65, 1.°)

$$x = \frac{P_a}{p_a}; \text{ luego,}$$

3.° *Para plantear y resolver una conjunta, se representa la incógnita por una letra que se iguala á la cantidad cuya equivalencia quiere averiguarse, y después se escriben todas las relaciones de igualdad necesarias para que sus primeros miembros tengan la misma denominación que el segundo de la anterior, hasta llegar á la de la incógnita, dividiendo enseguida el producto de los segundos miembros por el de los primeros, á excepción de dicha incógnita, cuyo valor expresará el cociente.*

Problema.—Sabiendo que en un pueblo que carece de sistema monetario, se cambian 63*m* de tela por 31'25*Dl* de aguardiente y 627*m* por 285 *balas* de algodón; 100*kg* de pólvora por $29\frac{2}{3}$ *sacos* de arroz y 824 de *éstos* por 710*Dl* de aguardiente, ¿qué cantidad de algodón nos darían por cada *kg* de pólvora?

Para plantearla con claridad, es conveniente *tener á la vista, de un modo sencillo y explícito, las relaciones contenidas en el enunciado*, que son:

63*m* tela.. . . .	=	31'25 *Dl* aguardiente.
637*m* tela.. . . .	=	285 *balas* algodón.
100*kg* pólvora. .	=	$29\frac{2}{3}$ *sacos* arroz.
824 *sacos* arroz.	=	710 *Dl* aguardiente.

Tratándose, pues, de averiguar qué número x de *balas* de algodón equivalen a 1*kg* de pólvora, la conjunta deberá ser

x balas.	=	1 *kg*.
100 *kg*. . .	=	$29\frac{2}{3}$ *sacos*.
824 *sacos*.	=	710 *Dl*.
31'25 *Dl*.	=	63 *m*.
267 *m*. . .	=	285 *balas*.

y el valor de la incógnita, por lo tanto,

$$x = \frac{29\frac{3}{5}.710.63.285}{100.824.31'25.637} = \frac{29\frac{2}{3}.710.9.285}{824.3125.91}$$

$$= \frac{29\frac{2}{3}.355.9.285}{412.3125.91} = \frac{29\frac{2}{3}.71.9.57}{412.125.91}$$

que para ser determinado, aun abreviando todo lo posible, exigiría las siguientes operaciones:

$$\begin{array}{r l}
9.57\ldots\ldots\ldots 513.71 & \ldots\ldots \text{(T. I, 196)} \\
3591 & \\
\hline
36423 & \\
29\frac{2}{3} & \ldots\ldots \text{(T. I, 197 y 227, 2.º)} \\
\hline
1056267 & \\
12141 & \\
12141 & \\
\hline
1080549 &
\end{array}$$

$$\begin{array}{r l}
412 & \\
125 & \ldots\ldots\ldots \text{(T. I, 194, 2.º)} \\
\hline
51500.91 & \ldots \text{(T. I, 44, 2.º y 196)} \\
4635 & \\
\hline
4686500 &
\end{array}$$

$$\begin{array}{r|l}
10805'49 & 46865 \ldots\ldots \text{(T. I, 205, 2.º y 245)} \\
\cline{2-2}
15 & 0'23 \\
3 &
\end{array}$$

Cada *kg* pólvora lo aprecian, pues, en 0'23 *balas* de algodón, ó sea en cerca de $\frac{1}{4}$ de bala.

67. Siendo las operaciones con números fraccionarios más dificultosas y susceptibles de equivocación que las que solo dependen de enteros, en la práctica conviene siempre hacerlos desaparecer, *multiplicando* previamente *por los denominadores ó por su mínimo común múltiplo* (T. I, 219) *las igualdades en que entren ordinarias, y por la unidad seguida de los necesa-*

rios ceros las que contengan decimales, aunque éstas es á veces más sencillo dejarlas en su forma natural.

Además ofrece graves inconvenientes el operar con números grandes y el simplificar la fracción; pero como todos los números *de los primeros miembros* entran en el denominador de la fracción final y los *de los segundos* en el numerador, *pueden*, desde luego, *suprimirse los factores comunes que tengan,* aunque no pertenezcan á la misma igualdad, lo que se acostumbra hacer, para no equivocarse, separando los datos de los cocientes por medios paréntesis.

De este modo se facilita el cálculo definitivo, y por lo tanto

1.°—*Para simplificar una conjunta, se multiplicán por los denominadores ó su m. c. m. los dos miembros de las igualdades en que entren y por la unidad seguidad de los convenientes ceros aquellos que contengan fracciones decimales, suprimiendo después de los primeros y segundos miembros cuantos factores sea posible.*

La anterior conjunta simplificada daría lugar á las siguientes operaciones previas: multiplicación por 3 de los dos miembros de la segunda igualdad; multiplicación por 100 de los de la cuarta; división por 100, de 300 y 6300; división por 3, de 3 y 63; división por 2 de 824 y 710; división por 5 de 355 y 3125; id. de 625 y 285, y división por 7 de 637 y 21, con lo cual se convertiría, suprimiendo las denominaciones, para que se comprenda mejor, en

x	=	1	
1)3)300)100	=	29 $\frac{2}{3}$	(89
412)824	=	710	(355(71
125)625)3125)31'25	=	63	(6300(63(21(3
91)637	=	285	(57

siendo entonces iguales á las anteriores las operaciones que deberían efectuarse con los números de los primeros miembros y convirtiéndose la multiplicación de los segundos en

89.3......	267.71	
	1869	
	18957.....	(T. I, 196)
	57	
	1080549.....	(T. I, 197)

que da el mismo dividendo.

Cuando las simplificaciones no son fáciles, ó ha de haber muchas, y las multiplicaciones, así como la división final, han de efectuarse con números de bastantes cifras, lo más sencillo después de haber hecho desaparecer los denominadores, será no obstante casi siempre:

2.º—*Escribir al lado de los números sus logaritmos, restar de la suma de los de la derecha la de los de la izquierda* (ó agregar su cologaritmo) y *buscar el antilogaritmo de la diferencia.*

Basta recordar la forma del valor de la incógnita y las propiedades demostradas en el «Complemento de Aritmética» (280), para comprender la verdad de esta regla, cuya aplicación al propio ejemplo sería (T. I, Tabla III):

	$x \quad B^s = 1 \ kg$	
2'4771213...	$300)100 \ kg = 29\frac{2}{3} \ S^s$	(89... 1'9493900
2'9159272...	$824 \ S^s = 710 \ Dl$	... 2'8512584
1'4948500...	$31'25 Dl = 63 \ m$	... 1'7993406
2'8041394...	$637 \ m = 285 \ B^s$	... 2'4548449
9'6920379		9'0548339
		9'6920379
		$\overline{1}$'3627960=
		Antlg. 0'2305...

conforme al resultado anterior.

V.—Cantidades medias.

68. Llámase CANTIDAD MEDIA, á *aquella cuyo valor está comprendido entre el mayor y el menor de otras conocidas*, y

MEDIA DIFERENCIAL, á *la que puede sustituir á otras varias, sin que en el conjunto de las mismas se cometa error ninguno.*

Generalmente se usa solo la palabra *media*, para designar la última, por lo cual debe entenderse así, mientras no se advierta otra cosa.

Si en el conjunto de todas las cantidades á las cuales ha de poder sustituir, no debe existir error, será preciso que los cometidos por defecto ó por exceso se compensen al sumar las cantidades.

Ahora bien; suponiendo que éstas sean A, B, C, D..... en número de n, por ejemplo, y M la media diferencial, se deberá, pues, tener:

$$M+M+M+M\ldots.. n \text{ veces} = A+B+C+D\ldots..,$$

ó lo que es igual,

$$Mn=A+B+C+D+\ldots..,$$

de donde dividiendo ambos miembros por n

$$M=\frac{A+B+C+D+\ldots..}{n};$$

luego

Para encontrar una media diferencial entre varias cantidades, se divide su suma por el número de ellas.

EJEMPLO: Teniendo que pagar respectivamente 210, 126, 302 y 90*pts* al terminar cada uno de los trimestres del año, ¿cuánto podría pagarse al finalizar los mismos, satisfaciendo cantidades iguales para entregar lo propio anualmente?

$$x=\frac{210+126+302+90}{4}pts=\frac{728}{4}pts=182pts.$$

CAPÍTULO III

TRANSFORMACIÓN DE LOS NÚMEROS CONCRETOS.

I.—Transformación de los de igual especie.

69. Los conocimientos hasta aquí adquiridos son más que suficientes para saber expresar un número concreto, por medio de la unidad homogénea que se desee, cuestión que á cada momento ocurre en la práctica del Comercio.

Dos son los principales casos que se pueden presentar:

1.°—*Transformar un concreto en otro de orden distinto.*

2.°—*Transformarlo en otro de diferente especie* (8).

Sabidas son las reglas generales que en aquél deben seguirse (T. I, 84), sean complejos ó incomplejos los números que se han de transformar y los que se deseen obtener, por lo que ahora debemos limitarnos á dar algunos detalles referentes á los métrico-decimales, cuya ley de magnitud facilita extraordinariamente las operaciones.

Recordando, en efecto, que dentro de la misma clase de naturaleza, cada unidad se forma de 10 veces la inferior, exceptuando las geométricas de superficie y espacios, que contienen respectivamente 100 y 1000 (25 y 27), se deduce inmediatamente de las reglas conocidas que:

1.ª—*Para convertir un incomplejo métrico-decimal en otro equivalente de orden inferior, basta multiplicar el dado por la unidad seguida de tantos ceros como órdenes más uno haya entre la propuesta y la pedida, ó por la unidad seguida de doble ó triple número de ceros, si se trata de unidades geométricas de superficie ó espacios.*

Ejemplo 1.º—Convertir en dm, $7'23km$.

Habiendo 3 unidades intermedias:

$$7'23km = 72300dm.$$

Ejemplo 2.º—Convertir en m^2, $87\overline{Dm}^2$

No habiendo ninguna unidad intermedia:

$$87\overline{Dm}^2 = 8700m^2$$

Ejemplo 3.º—Convertir en mm^3, $24km^3$

Como hay 5 unidades intermedias:

$$24km^3 = 24000000000000000mm^3$$

2.ª—*Para convertir un incomplejo métrico decimal en otro equivalente de órden superior, bastará dividir el dado por la unidad seguida de tantos ceros como órdenes más uno haya entre la propuesta y la pedida, ó por la unidad seguida de doble ó triple número de ceros, si se trata de unidades geométricas de superficie ó espacios.*

Ejemplo 1.º—Expresar en Ha, $329657ca$.

Debiendo considerarse 3 intermedias:

$$329657ca = 32'9657Ha.$$

Ejemplo 2.º—Expresar el mismo número de cm^2 en Hm^2.

$$329657cm^2 = 0'00329657Hm^2$$

Ejemplo 3.º—Expresar igual número de cm^3 en Hm^3.

$$329657cm^3 = 0'000000329657Hm^3$$

3.ª—*Para transformar un incomplejo métrico decimal en complejo equivalente, basta separar una á una las cifras significativas de que se componga, conservando á la de las unidades la denominación primitiva y dando á las demás la que les corresponda según los lugares que ocupasen á la derecha ó la izquierda de aquélla, á no ser que se trate de unidades geométricas de superficie ó espacios, en cuyo caso se separarían las cifras y se contarían los lugares de dos en dos ó de tres en tres,* suponiendo uno ó dos ceros, si era preciso, á la derecha de la última cifra significativa (T. I, 75, 1.º)

Ejemplo 1.º—Transformar en complejo $3040050006g$.

$$3040050006g=3Tm\ 4kg\ 5g\ 0'6mg.$$

Ejemplo 2.º—Transformar en complejo $0'06300287m^2$.

$$0'06300287m^2=6dm^2\ 30cm^2\ 2'87mm^2$$

Ejemplo 3.º—Transformar en complejo $30000'8064dm^3$

$$30000'8064dm^3=30dm^3\ 806cm^3\ 400mm^3$$

4.ª—*Para convertir un complejo métrico decimal en incomplejo equivalente de un orden dado, basta formar un solo número con los que le compongan y los ceros necesarios para reemplazar los órdenes que falten, refiriendo el resultado, que será del último orden del complejo, á la unidad pedida.*

Ejemplo 1.º—Expresar en Dl, $24Hl\ 7l\ 0'6ml$.

$$24Hl\ 7l\ 0'6ml=2407000'6ml=240'70006Dl.$$

Ejemplo 2.º—Expresar en Dm^2 los mismos números de Hm^2, m^2 y mm^2.

$$24Hm^2\ 7m^2\ 0'6mm^2=240007000000'6mm^2$$
$$=2400'070000006Dm^2$$

Ejemplo 3.º—Expresar en Dm^3 iguales números de Hm^3, m^3 y mm^3.

$$24Hm^3\ 7m^3\ 0'6mm^3=24000'0070000000006Dm^3$$

70. En cuanto á los demás casos hay que atenerse á las reglas generales, que siempre darán origen á operaciones muy sencillas, si los concretos son métricos, pues todo se reducirá á

dar préviamente forma decimal á las fracciones ordinarias, bastando esto con frecuencia para tener resuelta la cuestión.

Ejemplo: Transformar en *kg*, $6\frac{2}{7} Qm$.

$$\begin{array}{l|l} 20 & 7 \\ \cline{2-2} 60 & 0‘28571..... \\ \;\;40 & \\ \;\;\;50 & \\ \;\;\;\;10 & \\ \;\;\;\;\;3 & \end{array} \qquad 6\frac{2}{7}\, Qm = 628‘571.....kg = 628\frac{4}{7}\, kg.$$

Hay, sin embargo, un caso general, sobre el cual debemos decir algunas palabras.

Es costumbre muy común, cuando se trata de reducir un complejo á incomplejo de orden intermedio, efectuar primero la reducción al inferior y después la transformación al pedido, con lo cual se efectúan una porción de operaciones inútiles, pues todas las multiplicaciones que se hacen desde el momento en que se llega á la unidad pedida hasta la última, hay que deshacerlas después por división.

Lo mejor en este caso es *dividir el complejo en dos partes:* la de los *órdenes superiores, incluyendo el pedido, y la de los inferiores, transformándolas separadamente*, con lo cual se obtienen por un lado las unidades enteras y por otro la fracción que debe acompañarlas.

Problema.—Averiguar á cuántas horas equivalen 7 días, 5 horas, 9 minutos, 8 segundos.

Procedimiento ordinario.	*Procedimiento práctico.*	
$7d^s$	$7d^s$	$9m^s$
$24h^s$	$24h^s$	$60s^s$
168 »	168 »	540 » $\quad 1h=60.60s^s$
5 »	5 »	8 »
173 »	173 »	548 »
$60m^s$		
10380 »	$7d^s\ 5h^s\ 9m^s\ 8s^s=173\frac{548}{3600}h^s=173\frac{137}{900}h^s$	
9 »		
10389 »		
$60s^s$		
623340 »		
8 »		
623348 » $\mid 3600s^s$		
$26334 \quad \mid 173h^s$		
11348		
548		

$$7d^s\ 5h^s\ 9m^s\ 8s^s=173\frac{548}{3600}h^s=173\frac{137}{900}h^s$$

II.—Transformación de los de especie distinta.

71. En este caso puede suceder, reducido previamente á incomplejo el número dado:

Que se conozca la equivalencia de 1 de las unidades dadas.

Que se conozca la de varias.

Que solo se conozca la de ambas, con otras unidades que puedan relacionarse entre si y

Que sea dudosa, por conocer varias distintas.

La regla de tres y los métodos prácticos que la reemplazan (60 y 64), el procedimiento de reducción á la unidad (63), la regla Conjunta (65) y la determinación de cantidades medias (68) resuelven fácilmente cualquiera de estas cuestiones, de cuya aplicación se desprende que en la práctica del primer caso, debe seguirse la siguiente:

Para transformar un incomplejo cualquiera en otro de distinta especie, cuando se conozca la equivalencia de su unidad, bastará multiplicar por el número equivalente.

Ejemplo: Expresar en metros la longitud de 849'6452 *yardas* (Tabla II).

Puesto que 1 yarda equivale á 0'9144m, hallaremos el número pedido por medio de la siguiente multiplicación:

```
84964'52 . 0'9144..... (T. I, 196)
 33985808
 33985808
76468068
─────────────
77691'557088
```

$$84964'52\ yardas = 77691'557088m.$$

Esto es lo que parece desprenderse del resultado.

72. Ahora vamos á hacer algunas observaciones *prácticas* de mucho interés, con objeto de evitar en lo posible los grandes errores que frecuentemente se cometen.

Es la primera de todas, que después de la multiplicación que antecede, solo tenemos derecho á escribir

$$84964'52 yardas = 7769Dm.$$

En efecto, cuando la transformación de concretos se efectúa dentro del mismo sistema, los resultados son exactos, por serlo las relaciones que existen entre las unidades de los diferentes órdenes, pero al pasar de un sistema á otro, las equivalencias solo son casi siempre aproximadas, por defecto ó por exceso, cosa que generalmente se ignora, en menos de una unidad de su último orden decimal, por lo cual el producto será erróneo (T. I, 237) en menos de tantas unidades de ese orden como exprese el valor del número por el cual se multiplica, aun suponiendo éste exacto, caso el más desfavorable para la observación que estamos haciendo, por ser el de mínimo error.

En el anterior ejemplo, por lo tanto, únicamente podemos asegurar, puesto que la equivalencia está aproximada en menos de 0'0001, que el error del resultado no llegará á 84964'52.0'0001m=8'497452m, ó en otros términos más claros, despreciando las cifras decimales, el error podrá ser mayor que 8m por defecto ó por exceso y por lo tanto, solo sabemos con certeza, representando por V el valor buscado, que

$V<77691+9=77700$, si el error es por defecto;
$V>77691-9=77682$, si es por exceso,

ó como habíamos dicho, $V=7769Dm$, *en menos de* $1Dm$.

Todas las demás cifras son perfectamente caprichosas, sin que haya razón alguna para escribirlas, porque lo mismo pueden ser las verdaderas 1'557088, que 0'000000, 9'999999 ó cualesquiera otras menores que éstas, pudiendo suceder, según acabamos de demostrar, hasta que la anterior sea 8 en vez de 9, y en verdad que para llegar á este resultado, bastaría efectuar la operación siguiente (T. I, 239):

$$
\begin{array}{r}
0'9\,1\,4\,4 \\
2\,5\,4\,6\,9\,4\,8 \\
\hline
7\,3\,1\,5\,2 \\
3\,6\,5\,7\,6 \\
8\,2\,2\,6 \\
5\,4\,6 \\
3\,6 \\
\hline
7\,7\,6\,9\,0\,4
\end{array}
$$

$$84964'52\,yardas=7769Dm$$

sin que debamos aumentar una unidad á la última cifra conservada, ignorando, como ignoramos, si el error es por exceso.

Para tener el resultado en menos de $0'01m$ como parece natural que se desee, ya que el número dado expresa céntimos de *yarda*, deberíamos usar una equivalencia aproximada en menos de (T. I, 237) 0'000000001, es decir, que tuviese 9 cifras después de la coma, para que escribiendo conforme á la regla de Onghtred las 4 unidades del número dado, debajo de las diez milésimas, correspondiese una cifra exacta, á la de orden superior 8 que ocupa el quinto lugar á la izquierda de la coma.

73. Por esta razón hemos puesto las equivalencias contenidas en las Tablas de unidades provinciales (Tablas II, III, V y VII) con cuantas cifras han sido calculadas; pero en la mayoría de los casos no podremos disponer más que de las aproximadas con 2, 3 ó 4 cifras después de la coma; el gran error que puede cometerse se nos impondrá, por consiguiente, y es preciso que veamos por lo menos el modo de disminuirlo, en cuanto de nosotros dependa.

Para ello observaremos que casi todas las equivalencias de que se puede hacer uso dentro de un sistema, tienen el mismo número de cifras después de la coma y se refieren á la misma unidad, aunque nosotros, al formar las Tablas, hemos cambiado ésta muchas veces, contra la costumbre seguida generalmente, para no aumentar los errores al suprimir cifras.

Cuanto más pequeño sea, por lo tanto, el número por el cual multipliquemos, menor será el error del producto, y el valor de ese número que es dado, no podrá disminuirse más que refiriéndolo á la mayor unidad, cuya equivalencia con la deseada sea conocida.

Si en el ejemplo anterior expresáramos las *yardas* en la unidad superior inglesa de longitud, que es el *Chain*=22*yardas* =20'1164*m* (Tabla II), tendríamos, dividiendo primero por 22 y multiplicando después la equivalencia por el cociente hallado con tres cifras después de la coma,

$$\begin{array}{rr|l}
 & 8\,4\,9\,6\,4\,5\,2 & 2\,2 \quad \ldots\ldots \text{ (T. I, 202, 1.°)} \\
 & 4\,2\,4\,8\,2\,2\,6 & 1\,1 \\
\text{Cociente.} & 3\,8\,6\,2'0\,2\,3 & 0'0\,0\,7 \text{ resto.}
\end{array}$$

$$\begin{array}{r}
2\,0'1\,1\,6\,4 \\
3\,2\,0\,2\,6\,8\,3 \quad \ldots\ldots \text{ (T. I, 239)} \\
\hline
6\,0\,3\,4\,9\,2 \\
1\,6\,0\,9\,3\,1\,2 \\
1\,2\,0\,6\,9\,6 \\
4\,0\,2\,2 \\
4\,0 \\
6 \\
\hline
7\,7\,6\,8\,9'9\,6
\end{array}$$

sin que hayamos calculado más cifras, porque desde luego se ve que el error de la equivalencia, más pequeño que 0'0001 multiplicado por 3862, ha de dar en el resultado uno menor que 0'3862*m*, lo que basta para tener seguridad de que son exactas las cifras hasta las unidades.

De todos modos, puede afirmarse ahora que

84964'52*yardas*=77689*m* en menos de 1*m*

valor mucho más aproximado que el anterior, erróneo por consecuencia en unos $2m$, y cuyas restantes cifras, y hasta la de las decenas, eran completamente fantásticas.

En la práctica, por consiguiente,

1.º—*Siempre que se haya de transformar un incomplejo en otro de sistema diferente, y la equivalencia directa no tenga bastantes cifras para que el error sea menor que el deseado, conociéndose otras que se refieran á la misma unidad, deberá expresarse aquél en la superior que cumpla dicha condición, antes de transformarlo, para disminuirlo todo lo posible.*

Haciéndose el error más pequeño, cuanto mayor es la unidad á que se refiere el número que ha de transformarse, aumenta siempre que ésta disminuye, por lo cual el procedimiento que suele creerse más *práctico*, siendo únicamente más breve y que se emplea casi sin excepción, siempre que se trata de un complejo, conduce á resultados muy diferentes de los verdaderos y que, sin embargo, suelen considerarse muy aproximados.

El referir el complejo á la unidad superior que contiene, ó á otra que aún represente mayor magnitud, obliga efectivamente á operar con números fraccionarios, alarga los cálculos, y por eso se acostumbra referirlo á la inferior para allanar dificultades, sin tener presente, ó más bien ignorando, que el resultado, de este modo obtenido, estará bien lejano de la verdad en la mayoría de los casos, y no será muy distinto del que pudiera escribirse aproximadamente sin operación ninguna, puesto que de lo dicho se deduce que:

2.º—*Siempre que un número complejo tenga que expresarse en unidades de otro sistema, deberá referirse previamente á una de las unidades superiores, ó por lo menos á la principal*, si no se quiere obtener un resultado probablemente muy inexacto, pues el error será tanto más pequeño, cuanto mayor sea la unidad á que se refiera el número dado, si las equivalencias representan igual orden en las nuevas.

Por último; en el caso en que conviene sea el error lo más pequeño posible, *aquel en que se trata de unidades monetarias*, es precisamente cuando aumenta de modo considerable, por concurir otras dos causas á la inexactitud; el que las relaciones solo se conozcan generalmente hasta la cifra de las centésimas y el que existan entre ellas mayores diferencias, por referirse las superiores casi siempre al equivalente en oro de un valor, y las inferiores al valor en plata, y depender por tanto las relaciones de la ley, talla y valores, de las respectivas monedas (50), que raras veces es igual.

Así, por ejemplo, si para expresar en *pts* el valor de libras esterlinas, chelines y peniques ingleses, reducimos el complejo á esta última unidad y multiplicamos por su equivalente (Tabla XII), 0'10*pts*, como la £ tiene 20.12=240 peniques, las £ las multiplicamos por 0'10.240=24*pts*, cuando su equivalencia aproximada es 25'22*pts*.

Júzguese si la diferencia de 1'22*pts* en cada unidad, podrá ó no producir errores de consideración.

Para hacerlos evidentes, sin que pueda creerse exageramos, escogeremos un número relativamente pequeño, tan solo de tres cifras, siendo como son casi siempre mayores los que intervienen en los cálculos comerciales, y haremos la transformación, refiriéndolo á la unidad superior y á la inferior del complejo.

Ejemplo: Calcular el valor aproximado de 849 libras esterlinas, 16 chelines y 7 peniques.

Refiriéndolo á £.

$$\text{(T. I, 194, 1.º)} \ldots\ 16.12+9=\begin{array}{r|l} 199\ pn & 240\ pn \\ \cline{2-2} 70 & 0'82\ £ \\ 2 & \end{array} \ldots\ \text{(T. I, 205, 2.º)}$$

$$\begin{array}{r l} 849'82 & £ \\ 25'22 & pts = 1\ £ \\ \hline 169964 & \\ 169964 & \\ 2124550 & \qquad \text{(T. I, 194, 2.º)} \\ \hline 21432'4604 & pts \end{array}$$

849£ 16*ch* 7*pn* = 21432'46*pts* aproximadamente.

Refiriéndolo á pn.

$$\begin{array}{r l} 849 & £ \\ 240 & pn \qquad \text{(T. I, 44, 2.º y 197)} \\ \hline 203760 & » \\ 199 & » \\ \hline 203959 & » \\ 0'10 & pts = 1pn \\ \hline 20395'90 & pts \end{array}$$

849£ 16*ch* 7*pn* = 20395'90*pts* aproximadamente.

La diferencia entre ambos resultados es nada menos que de 21432'46—20395'90=1036'56*pts*, aun no teniendo más que tres cifras el número de £.

Aunque ya hemos demostrado cuál está más cercano á la verdad, lo comprobaremos, no obstante, aplicando al cálculo un tercer procedimiento, para el cual tomaremos las equivalencias de la £ de oro y de los *ch* y *pn* de plata.

8 4 9£	.25'22*pts*	= 2 1 4 1 1'7 8*pts*
2 5 2 2	16*ch*.1'16*pts*	= 1 8'5 6 »
1 6 9 8	16 »	7*pn*.0'1 0 = 0'7 0 »
1 6 9 8	18'56	2 1 4 3 1'0 4*pts* =
2 1 2 2 5		849£ 16*ch* 7 *pn*
2 1 4 1 1'7 8		

resultado que sólo se diferencia del primero en 1'42*pts*, mientras que su exceso sobre el segundo es de 21431'04—20395'90 =1035'14*pts*.

Creemos, pues, poder dar por terminadas estas consideraciones, que juzgamos de verdadera y transcendental importancia, y que los *prácticos* no suelen tener en cuenta.

74. Si en vez de conocerse el equivalente de una unidad, se conociese el de varias, exacta ó aproximadamente, por ejemplo, $51m=61v$, claro está que un número N de metros, equivaldría á

$$N.1m = N.\frac{61}{51}v = \frac{N.61}{51}v\,;$$

luego,

1.°—*Para transformar un incomplejo cualquiera en otro de distinta especie, cuando se conozca la equivalencia de varias de las unidades propuestas, se calcula primero la de* 1, *multiplicando el cociente por el número dado*, ó bien *se multiplica éste por el número de las unidades pedidas que entra en la equivalencia, y el producto se divide por el que se refiere á las conocidas.*

Escolio.—También es costumbre dividir primero por éstas y multiplicar el cociente por aquéllas, por ser $\frac{N.61}{51}=\frac{N}{51}.61$, lo que permite á veces operar con números más pequeños que siguiendo la segunda regla; pero también si el cociente no es exacto, como no lo es casi nunca, el error se hace mucho mayor.

PROBLEMA.—Sabiendo que $61v = 51m$, calcular á cuántas varas equivaldrán $849m$.

Primer medio.

$$\begin{array}{r|l} 61 & 51 \\ \cline{2-2} 100 & 1'196... \\ 490 & \\ 310 & \\ 4 & \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1'196 \\ 849 \\ \hline 10764 \\ 4784 \\ 9568 \\ \hline 1015'404 \end{array}$$

$$849m = 1015v, \text{ en menos de } 1v,$$

suponiendo la relación exacta, puesto que entonces será erróneo el primer factor en menos de 0'001 y el producto en menos de 849.0'001=0'849, por lo que solo afectará á las cifras posteriores á la coma.

Para tenerlo en menos de 0'01, ó sea para poder tomar hasta la cifra de las centésimas, hubiéramos debido calcular en el cociente dos cifras más, y si la relación fuese, como en efecto es inexacta, el aumento de error dependerá evidentemente del cometido en dicha relación.

Segundo medio.

$$\begin{array}{r} 849.61 \\ 5094 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 51789 & 51 \\ \cline{2-2} 78 & 1015'470 \\ 279 & \\ 240 & \\ 360 & \\ 30 & \end{array} \qquad 849m = 1015'470v, \text{ en menos de } 0'001 \text{ si la relación fuera exacta.}$$

Este procedimiento es, pues, el que más aproxima á la verdad el resultado, calculándolo con igual número de cifras.

Tercer medio.

$$\begin{array}{r|l} 849 & 51 \\ \cline{2-2} 339 & 16'647 \\ 330 & \\ 240 & \\ 360 & \\ 3 & \end{array} \qquad \begin{array}{r} 16'647.61 \\ 99882 \\ \hline 1015'467 \end{array}$$

$$849m = 1015v \text{ en menos de } 1v,$$

en igual supuesto, pero con error en las cifra de las centésimas, que podría afectar á la de las unidades, si el factor de la relación tuviera más de dos cifras.

No necesitamos demostrar que:

El número dado deberá referirse siempre á las unidades de la relación conocida, antes de hacer la transformación, y el resultado á las pedidas.

PROBLEMA. —Averiguar cuántos *pies* hay contenidos en $8'49Hm$, sabiendo que $51m=61v$.

Como en el segundo medio del ejemplo anterior, que es el más aproximado, ó por cualquiera de los otros dos, hallaríamos después de referir á *metros* los *Hectómetros*, $8'49Hm=849m$ $=1015'470v$ en menos de $0'001$ y por consiguiente, siendo $1v=3pies$ (Tabla II)

$$\begin{array}{r} 1015'470v \\ 3p \\ \hline 3046'410» \end{array}$$

$$8'49Hm = 3046'41pies \text{ en menos de } 0'01,$$

debiendo despreciar la última cifra, aun cuando no fuese 0, puesto que al multiplicar por 3, el error podría ser mayor que $0'002$ (T. I, 237).

75. También es evidente que:

1.°—*Si el número conocido fuera complejo, lo transformaríamos en incomplejo referido á la unidad que entrara en la relación, aplicaríamos las anteriores reglas y daríamos al resultado la forma que más conviniera.*

PROBLEMA.—Expresar en unidades antiguas de Castilla, el valor de $8Hm\ 4Dm\ 9m$.

Repitiendo las operaciones anteriores, se encontraría:

$$8Hm\ 4Dm\ 9m=849m=1015'470v;$$

y si deseábamos el resultado en forma también compleja, sabiendo que 4 *varas* componen 1 *estadal*, y 12 *pulgadas* 1 *pie*, (Tabla II), recordaríamos las reglas generales (T. I, 84, 1.ª y 2.ª), cuya aplicación nos daría

	1015'470v | 4	(T. I, 204, 1.ª)
Cociente.	253*Est* | 3'470v Resto	
	3 P	
	10'41	8*Hm* 4*Dm* 9*m* =
	12 p	253*Est* 3v 10*P* 4'92p.
	4'92 »	

Caso particular.—Con frecuencia se conoce la equivalencia de 1 de las unidades pedidas en el sistema del número propuesto, y entonces puede suprimirse la multiplicación, por lo cual,

2.º—*Para transformar un concreto cualquiera en otro de distinta especie, cuando se conoce la equivalencia de 1 unidad del sistema pedido, basta referir el propuesto á las que entran en la misma, dividir por el número que exprese dicha equivalencia, y dar al resultado la forma conveniente.*

PROBLEMA.—Resolver el anterior, sabiendo que 1v=0'8359m (Tabla II).

8*Hm* 4*Dm* 9*m* = 8 4 9'0 0 0 0*m* | 0'8 3 5 9

1 3 1 0 0	1 0 1 5'6 7 1 ..... v | 4	
4 7 4 1 0	2 5 3*Est*	3'6 7 1v
5 6 1 5 0		3*P*
5 9 9 6 0		1 1'0 1 3
1 4 4 7 0		1 2p
6 1 1 1		0'1 5 6»
.....		

8*Hm* 4*Dm* 9*m* = 253*Est* 3v 11*P* 0'156p.

La diferencia de 7'236 pulgadas entre este resultado y el anterior, proviene de ser la relación usada ahora más aproximada que la precedente, razón por la cual hemos preferido incluir siempre en los cálculos y tablas de este volumen las que se refieren á 1 unidad, á pesar de que son más difíciles de recordar.

76. El referir las unidades de un sistema á las de otro, ó á las de distinta clase aun dentro de uno mismo, cuando entre ellas hay alguna relación y no se conoce ninguna directa, constituye ya un problema algo más complicado, que hay que resolver por alguno de los métodos conocidos, y principalmente valiéndose de una Conjunta, que suele ser el más claro y fácil, por lo cual puede decirse que:

1.°—*Para transformar un concreto cuando no se conozcan relaciones directas entre las unidades que exprese y las deseadas, se buscan las intermedias necesarias para enlazarlas y se plantea y resuelve la conjunta á que puedan dar lugar.*

La aplicación que de esta regla hicimos en el párrafo 66 para determinar la cantidad de algodón que nos darían por $1kg$ de pólvora, en las condiciones allí supuestas, puede servir de ejemplo para el caso que nos ocupa.

Réstanos examinar el último, que aunque no muy frecuente, puede ocurrir, y tendríamos que resolver por la regla dada al hablar de las cantidades medias (67), si queríamos tener probabilidad de aproximarnos á la verdad lo más posible: aquel en que las relaciones entre las unidades dadas y las pedidas fuesen algo indeterminadas por tener varios valores.

2.°—*Siempre que se tenga que transformar un concreto en otro, no estando bien determinada la relación de magnitud que existe entre las unidades conocidas y aquellas á que se han de referir, tomaremos como aproximada la media diferencial de las mismas, referidas á igual unidad.*

PROBLEMA.—Proponiéndosenos la adquisición de 84 *Bahars* de café que un buque trae á España; ¿cuántos Qm nos entregarían si aceptásemos?

Como en la Tabla VII encontraríamos:

$$\begin{array}{lll} \text{Bahar de Betelfaki} & = & 36'996Mg \\ \text{» \quad Maskate} & = & 320Kg \\ \text{» \quad Moka} & = & 19'935Mg \end{array}$$

é ignoramos de cuáles se trata, habiendo tanta diferencia entre el primero y el último, para tener una idea aproximada, hallaremos la media diferencial de los tres, y tendremos:

$$\begin{array}{rr|l} & 369'96\ kg & \\ & 320\quad » & \\ & 199'35\ » & \\ \cline{2-2} & 889'31\ » & 3 \\ \text{Bahar medio.....} & 296'44 & \\ & 84 & \\ \cline{1-1} & 118576 & \\ & 237152 & \\ \cline{2-2} & 24900'96\ kg & \end{array}$$

$84 Bahars = 249 Qm$ aproximadamente,

resultado que podríamos considerar como bastante exacto, si se nos entregaran igual número de cada clase, ó impusiéramos esta condición, ya que entonces se compensarían los errores en el resultado (67).

III.—Transformación de los heterogéneos equivalentes.

77. Prescindiendo de varios casos particulares que más adelante consideraremos, por no referirse á las unidades más usuales, existen otros que revisten un carácter especial, por tratarse de naturalezas diferentes, como son los pesos y volúmenes ó capacidades.

En realidad no es posible que dos números heterogéneos (1) sean iguales, pero pueden ser equivalentes, y aunque los casos de que hablamos podrán considerarse comprendidos en el tercero de los anteriores, el no exigir planteo ni resolución de Conjunta, su gran importancia práctica, y sobre todo el poderse referir los números á unidades de un mismo sistema, son motivos suficientes para que constituyan casos especiales á los que conviene dedicar alguna atención.

Sabemos que *decímetro cúbico* y *litro* son una misma cosa (27), y que el *gramo* es el peso de un *centímetro cúbico* de agua, en ciertas condiciones (35); luego dentro de ellas se verificará:

$$\begin{array}{llll} \text{Peso de } 1dm^3, & \text{ó} & 1l & = 1000g = 1kg \\ \text{»} \quad 1m^3 & \text{»} & 1kg & = 1000kg = 1Tm \\ \text{»} \quad 1cm^3 & \text{»} & 1ml & = \ldots\ldots = 1g \end{array}$$

y como representando por P y V el peso y volumen de cualquier cuerpo $P = V.p$ y $V = \frac{P}{p}$, siendo p el peso específico de la materia que lo componga (43), tendremos sustituyendo y abreviando:

$$\begin{array}{llll} Vdm^3, & \text{ó} & Vl & = \dfrac{P \ldots\ldots kg}{p} \\ Vm^3 & \text{»} & Vkl & = \dfrac{P \ldots\ldots Tm}{p} \\ Vcm^3 & \text{»} & Vml & = \dfrac{P \ldots\ldots g}{p} \end{array}$$

y multiplicando por p é invirtiendo los miembros:

$$\begin{array}{llll} P \ldots\ldots kg & = V.p \ldots\ldots dm^3, & \text{ó} & V.p \ldots\ldots l \\ P \ldots\ldots Tm & = V.p \ldots\ldots m^3 & \text{»} & V.p \ldots\ldots kl \\ P \ldots\ldots g & = V.p \ldots\ldots cm^3 & \text{»} & V.p \ldots\ldots ml. \end{array}$$

Estas relaciones, por cuyo medio pueden obtenerse fácilmente los valores de multitud de pesos y volúmenes ó capacidades, que de otro modo sería imposible determinar, sólo son aproximadas, por no encontrarse los cuerpos en las condiciones exigidas para definir el gramo, ni haberse calculado dentro de ellas los pesos específicos, que por otra parte no son tampoco completamente exactos; pero los errores que el prescindir de aquéllas origina, nada absolutamente significan en la práctica, salvo casos especialísimos, y en cuanto á los segundos, tampoco son mayores, en general, que los nacidos de cualquier otra relación inexacta entre las unidades de distinto sistema, que ya sabemos van acumulándose casi siempre con la repetición de operaciones.

Prescindiendo, por consiguiente, de estas pequeñas inexactitudes, puede afirmarse que:

1.°—*Para calcular en decímetros cúbicos ó litros, metros cúbicos ó kilólitros, ó centímetros cúbicos ó mililitros, el volumen correspondiente á un peso conocido, bastará expresarlo en kilogramos, toneladas métricas ó gramos, y dividirlo por el peso específico de la sustancia á que se refiera.*

2.°—*Para calcular en kilogramos, toneladas métricas ó gramos, el peso de cualquier capacidad ó volumen, bastará expresar éste en decímetros cúbicos ó litros, metros cúbicos ó kilólitros, ó centímetros cúbicos ó mililitros respectivamente, y multiplicarlo por el peso específico de la sustancia de que se trate.*

Problema 1.°—¿Qué volumen ocuparían y cuántos Hl contendrían $3Tm\ 2Qm\ 4Mg$ de agua?

Siendo para el agua $p=1$

$$3Tm\ 2Mg\ 4Qm = 3{'}24Tm = 3{'}24m^3 = 3{'}24Kl = 32{'}4Hl,$$

ocuparían $3{'}24m^3 = 3m^3\ 240dm^3$ y contendrían $32{'}4\ Hl$.

Problema 2.°—¿Qué espacio llenarían $324Qm$ de carbón de piedra y cuál sería su medida reducidos á polvo?

Siendo entonces $p=1{'}329$ (Tabla VIII)

$$
\begin{array}{r|l}
324Qm = 32400kg & 1'3\ 2\ 9 \\ \hline
5820 & 2\ 4\ 3\ 7\ 9'2\ 3\ 2\ 5 dm^3 \text{ ó } l \\
5040 & \\
10530 & \\
12270 & \\
3090 & \\
4320 & \\
3330 & \\
6720 & \\
75 &
\end{array}
$$

Llenaríamos 24379'2325 dm^3=24m^3 379dm^3 232cm^3 506mm^3 que equivalen á *2Ml 4kl 3Hl 7Dl 9l 2dl 3cl* 2'506 *ml*.

Escolio.—Separamos á propósito todas las unidades del resultado, para hacer visible cuán inconveniente es en general la forma compleja de los números, y cuánto más fácil y comprensible es decir, 24'379232506m^3 ó 243'79232506*Hl*.

Problema 3.º—¿Cuál será el contenido de una lata de petróleo, cuyo volumen interior sea de 0'018m^3, y cuánto pesará el líquido, si está llena? (Tabla VIII)

$$
\begin{array}{r}
0'018m^3 = 18dm^3 = 1\ 8\ l \\
0'8 \\ \hline
1\ 4'4kg
\end{array}
$$

Contendrá 18 *litros* y pesará 14'4 *kg*.

Escolio.—Esta cuestión tan sencilla puede, como todas, resolverse de varios modos, y no es este el método que suelen seguir les *prácticos*, sino el siguiente, cuya marcha copiamos de uno de sus autores predilectos, pues sin haberla visto, no es fácil que á nosotros se nos hubiera ocurrido nunca.

1000 gramos de agua = 800 de petróleo,

lo cual suponemos quiere decir que ocupan igual volumen.

1000 gramos de petróleo $= \frac{1000}{800} = 1l\ 250$

lo que es verdad, aunque no muy claro.

$$
1'250:1000::18:x \quad
\begin{array}{r|l}
18.1000 = 18000 & 1'2\ 5 \\ \hline
550 & 1\ 4'4 \\
500 & \\
0 &
\end{array}
$$

$$x = \frac{18.1000}{1'250} = 14kg\ 400g.$$

El resultado es en este caso idéntico, porque el peso específico del petróleo 0'8, divide exactamente á 1000; pero no ocurre así generalmente, ni en el libro de donde tomamos el procedimiento, que se refiere á otros datos numéricos y á otro líquido.

La razón es muy sencilla; por el primer medio se comete un pequeño error, siendo como es tan solo aproximado el valor del peso específico, mientras por este último se cometen dos, el que proviene de dividir 1000 por ese peso específico y el que origina la segunda división, cuyo divisor es también erróneo, como resultado de la anterior.

Por lo demás, si en el valor de x sustituímos el precedente del divisor y simplificamos la fracción, resultará

$$x = \frac{18.1000}{\frac{1000}{800}} = 18.800 = 14400 \, gramos \text{ ó } 14'4 \, kg = 18.0'8 \, kg,$$

es decir, que el procedimiento, aunque más erróneo, solo consiste en efectuar dos multiplicaciones por 1000, para luego deshacer lo hecho, por división, con lo cual se consigue hacer creer que una cuestión sencillísima tiene alguna dificultad.

A esto conduce la que bien puede llamarse manía de las proporciones, cuando se emplean sin necesidad ni razón que las justifique.

También, como hemos indicado, suelen escribir los prácticos $1l\,250$ en vez de $1'250 \, l$, seguramente para mayor claridad.

Problema 4.º—¿Cuántos *quilates* pesará un diamante cuyo volumen sea de 8 *líneas* cúbicas? (Tablas V, VIII y VII)

$$1728 \, líneas^3 = 12'5131 cm^3$$

$$\begin{array}{r|l} 12'5131 & 1\,7\,2\,8 \\ \hline 4171 & 0'0\,0\,7\,2 \, cm^3 = 1 \, línea^3 \\ 715 & \quad\quad .8 \\ \hline & 0'0\,5\,7\,6 \, cm^3 = 8 \, líneas^3 \end{array}$$

Peso específico *medio* del diamante

$$= \frac{3'501+3'531}{2} = \frac{7'032}{2} = 3'5\,1\,6$$

$$\begin{array}{r} 3'5\,1\,6 \\ 0'0\,5\,7\,6 \, cm^3 \\ \hline 2\,1\,0\,9\,6 \\ 2\,4\,6\,1\,2 \\ 1\,7\,5\,8\,0 \\ \hline 0'2\,0\,2\,5\,2\,1\,6 \, g \end{array}$$

1 Quilate = $1'9969 dg$

$$\begin{array}{r|l} 2'025216 & 1'9969 \\ \hline 27 & 1'01 \quad (T. I, 245) \\ 8 & \end{array}$$

Pesará 1 *quilate* aproximadamente.

78. Por último; prescindiendo de la transformación de unidades geométricas de superficie en agrarias, ó al contrario, que no puede ofrecer dificultad, por hallarse comprendida en los casos generales, existe aún otra, que podemos incluir entre los especiales, que es la de unidades de longitud *corrientes* (25 y 27) en otras superficiales ó de volumen, y al contrario.

Como las primeras se refieren siempre á una latitud ó ancho, cuando se trata de superficies, y á un grueso, altura ó profundidad además, si se refieren á espacios, es indispensable, para efectuar la transformación, que estos datos sean conocidos.

Siendo el cuadrado y el cubo las figuras geométricas adoptadas como unidades, y su medida, que es el cuadrado ó cubo de su lado (25 y 27), la correspondiente á la superficie ó espacio, si la primera tiene, por ejemplo, 20 *pies* de longitud y 4 de anchura, podrá descomponerse de la manera indicada en los párrafos 25 y 27, en 20.4 cuadrados de 1 *pie* de lado, así como un espacio que además tuviese 5 de grueso, se podría considerar compuesto por 20.4.5 cubos de igual arista, por consiguiente:

1.º—*Para transformar unidades corrientes de longitud, en otras de superficie ó espacio, basta referir á la que se desee la longitud y la latitud, ó la longitud, latitud y grueso, y multiplicar entre sí los números que resulten.*

Problema 1.º—¿Cuántos metros cuadrados podrá cubrir una alfombra de 85*cm* de anchura y 6*Dm* de longitud?

$$\begin{array}{rr} 85cm = & 0'85m \\ 6Dm = & \underline{60m} \\ & 48'00m^2 \end{array}$$

Podrá cubrir 48 metros cuadrados.

Problema 2.º—Para construir cada día 15*m* de una pared que debe tener $2\frac{3}{4}$ *varas* de alta y 1 pie de grueso, ¿qué cantidad de material deberá emplearse?

No teniéndose que hacer más que multiplicaciones, tomaremos por exceso la equivalencia de la vara y por defecto la del pie para que, compensándose los errores, se obtenga un resultado aproximado, operando con pocas cifras.

$$\begin{array}{rl}
1 \quad v = & 0'8\,4\ m \\
2\frac{3}{4}\text{»} = & 2'7\,5\ v \\
\hline
& 2'3\,1\,0\,0\ m \quad \text{(T. I, 197)} \\
1\ pie = & 0'2\,7\,8\ \ m \quad \text{(Tabla II)} \\
\hline
& 0'6\,4\,2\,1\,8\ m^2 \\
& 1\,5\ m \\
\hline
& 9'6\,0\ m^3
\end{array}$$

Deberán emplearse aproximadamente 9'60 metros cúbicos.

En cuanto al caso contrario, fácilmente se deduce de la misma regla anterior que:

2.°—*Para transformar en unidades de longitud corrientes otras de superficie ó espacio, basta referirlas á los cuadrados ó cubos de las que se deseen, y dividir el resultado por la latitud, ó por el grueso.*

Problema 1.°—¿Cuántos Decámetros de alfombra de 85*cm* de ancho se necesitarán para una sala cuya superficie sea de $48m^2$?

$$48m^2 = 0'48Dm^2;\quad 85cm = 0'085Dm$$

$$\begin{array}{r|l}
0'48,0 & 0'085 \\ \cline{2-2}
0 & 6
\end{array}$$

Se necesitarán 6 Decámetros.

Escolio.—También se podrían referir los datos á metros ó centímetros cuadrados y longitudinales, dando análoga denominación al resultado y transformar después éste en Decámetros.

Problema 2.°—Pudiendo disponer diariamente de $9'60m^3$ de material para edificar una pared de 1 pie de grueso y $2\frac{3}{4}$ varas de altura, ¿cuántos metros podrán construirse?

De la misma manera que anteriormente, hallaríamos

$$2\frac{3}{4}v = 0'84m.2'75v = 2'31m;\quad 2'31m.0'278m = 0'64m^2$$

$$\begin{array}{r|l}
9'6\,0\ m^3 & 0'6\,4\,m^2 \\ \cline{2-2}
3\,2\,0 & 15\ m \\
0 &
\end{array}$$

Podrán construirse aproximadamente 15 metros.

Corolario.—Esto mismo nos prueba que:

1.°—*El producto de dos ó tres factores que se refieran á igual unidad lineal, debe referirse á los cuadrados ó cubos de la misma.*

2.°—*El cociente de dividir un número referido al cuadrado ó cubo de una unidad lineal, por otro que lo esté á la misma ó á su cuadrado, deberá referirse á dicha unidad, y el que exprese unidades de volumen por el de longitud análogas, al cuadrado de éstas.*

CAPÍTULO IV

COMERCIO DE MERCADERÍAS EN GENERAL

I.—Cuestiones fundamentales.

79. Comprar y vender: hé aquí á lo que se reducen en definitiva todas las operaciones verdaderamente comerciales, cuyo fin exclusivo es proporcionarse un beneficio, que algunas veces, no obstante, puede convertirse en pérdida por diversas circunstancias.

Claro es que, según las condiciones en que el comercio se efectúe, que pueden ser muy diversas, las operaciones aritméticas que será necesario realizar para dar contestación cumplida á cuantas preguntas pueda originar cualquier problema, variarán igualmente poco menos que de un modo indefinido; mas también es evidente que todos ellos tendrán un fundamento común, dada la identidad del fin que se proponen.

Variarán los gastos accesorios inherentes á la compra, la venta ó ambas cosas; variará la forma en que deban realizarse; variará la manera de apreciar el coste de la primera y el producto de la segunda; variará el modo de efectuar el pago en unas y otras; variará, por consiguiente, el beneficio ó la pérdida definitiva, y variarán otros detalles que sucesivamente iremos examinando para deducir las reglas que en cada caso deben aplicarse; pero en último resultado, siempre existirán una ó varias cosas compradas ó vendidas; un importe total y un precio correspondiente á cada unidad; un exceso de lo comprado sobre lo vendido, ó al contrario, y una diferencia de numerario entregado, recibido ó acreditado, que originará la ganancia ó pérdida.

Así como las operaciones simples (T. I, 169) son, pues, el fundamento de todas las combinaciones aritméticas, también serán la base de todas las comerciales la aplicación de aquéllas á las cantidades concretas, para resolver las sencillas cuestiones siguientes, por medio de las que indicaremos al propio tiempo sin necesidad de razonamiento alguno, por ser dicha aplicación consecuencia inmediata de sus mismas definiciones:

1.ª—*Encontrar el conjunto de todo lo comprado, vendido, gastado, percibido ó que se ha de gastar ó percibir*. Adición.

2.ª—*Determinar el exceso de uno de estos conceptos, sobre su contrario*. Sustracción.

3.ª—*Calcular el importe, cuando se conocen el precio de una unidad y el número de unidades*. Multiplicación.

4.ª—*Hallar el precio, cuando son conocidos el número de unidades y el importe*. División.

5.ª—*Conocidos el precio y el importe, averiguar el número de unidades compradas ó vendidas*. División.

Pronto veremos las aplicaciones de la Potentación, Radicación y Determinación de logaritmos, que ya hemos usado en la resolución de la Conjunta.

Problema 1.°—Un comerciante en granos ha vendido por la mañana 27'50*Hl*, por la tarde 32'25*Dl* y por la noche 9'75*l*, ¿cuál ha sido la venta total?

$$\begin{array}{rcl} & & 27'50\ Hl \\ 32'25Dl & = & 3'225\ \text{»} \\ 9'75l & = & 0'0975\ \text{»} \\ \hline & & 30'8225\ \text{»} \end{array}$$

Habrá vendido 30'8225*Hl* ó 30*Hl* 8*Dl* 2'25*l*.

Problema 2.°—Suponiendo que ese grano fuese cebada y se hubiese extraído de una carga de 5*Tm* compradas á primera hora, ¿cuánta quedaría? (Tabla VIII).

$$\begin{array}{r|l}
Tm\ldots\ldots\ 5'000 & 0'633\ldots\ldots \quad \text{peso específico cebada (79, 1.°)} \\
5690 & 7'89921hl = 78'9921Hl \\
6280 & \qquad\qquad\quad 30'8225 \text{ »} \\
5830 & \qquad\qquad\quad \overline{48'1696} \text{ »} \\
1330 & \\
640 & \\
7 &
\end{array}$$

Quedarían 48'1696*Hl* ó 48*Hl* 1*Dl* 6'96*l*.

Escolio.—En la práctica *suelen despreciarse las últimas cifras*, para compensar las pérdidas inevitables.

Problema 3.°—¿Cuánto habrá costado la compra si se pagó á razón de 40'25*pts* el *Qm*?

$$\begin{array}{r}
40'25\ldots\ldots \text{ precio de compra} \\
50Qm = 5Tm \\
\hline
2012'5
\end{array}$$

Habría costado 2012'50*pts*.

Problema 4.°—Para ganar 500*pts*, ¿á cómo debe venderse el *Dl*?

Importe de la compra.. .	2012'50*pts*		
Ganancia deseada.. . . .	500 »		
Importe de la venta.. . .	2512'50	789'921	..... *Dl* disponibles
	143	3'19	..... (T. I, 245)
	65		
	2		

Debe venderse á 3'19*pts* el *Dl*.

Escolio.—Este cociente *debe tomarse siempre por exceso*, como lo da ya la regla de Guy, pues aproximado por defecto, no llegaría á realizar la ganancia deseada, aun prescindiendo de la causa á que en el anterior se ha hecho referencia.

Problema 5.°—Para recuperar lo gastado, ¿cuántos litros deben venderse?

Importe de la
compra. . . . 2 0 1 2'5 0 0*pts* | 0'319*pts* ..... precio de venta
9 8 5 | 6308 *l*
2 8 0 0
2 4 8

Deben venderse 6309 litros.

Escolio.—*No deben calcularse más cifras que las de la parte entera*, porque también en este caso, y por razones análogas, debe aproximarse el cociente por exceso.

II.—Operaciones con complejos

80. Hasta ahora hemos supuesto que los datos eran incomplejos, como lo supondremos casi siempre, pues este caso los comprende todos, dando esa forma á los complejos, lo que ya sabemos facilita mucho el cálculo cuando se trata de números decimales, cuya transformación puede hacerse á simple vista.

Tratándose, no obstante, de números correspondientes á cualquier sistema de unidades concretas, puede convenir operar con complejos sin transformarlos, y aunque las reglas que para ello pueden seguirse son conocidas (T. I, 85 á 93), no debemos omitir los métodos prácticos que pueden modificarlas abreviando y facilitando el trabajo.

Si es una Adición la que debe efectuarse (T. I, 85, 1ª) exige la regla general que se sumen las unidades del mismo nombre, empezando por la derecha, para agregar al superior las que de éste puedan resultar, lo que ocasiona tantas divisiones parciales menos una, como órdenes se consideren, y para evitar estas divisiones que alargan y oscurecen la operación,

1.°—*Se suman todas las unidades de cada orden de los sumandos, y cuando llegan por su conjunto á formar una del superior, se pone un signo cualquiera, se rebajan mentalmente todas las que la componen y se continúa la operación con las que quedan.*

De este modo basta contar los signos escritos para saber las unidades que han de añadirse al orden superior.

Problema.—Un fabricante de chocolate tiene que enviar á diversos comerciantes de una misma población las siguientes cantidades, y necesita saber cuál será la que en totalidad habrá de mandar: 2 arrobas, 14 libras; 15 quintales, 3 arrobas, 18 libras; 19 quintales, 7 libras; 13 quintales, 3 arrobas, y 11 quintales, 1 arroba, 20 libras.

	Quintales	2—	Arrobas	14	Libras
15	»	3	»	18—	»
19—	»		»	7	»
13—	»	3	»		»
11—	»	1	»	20—	»
3 *T*		2	»	9	»

Tendría que mandar 3 Toneladas, 2 arrobas y 9 libras.

El razonamiento mental sería el siguiente:

14 y 18, 1 arroba (—) 7 libras; y 7, 14 y 20, 1 arroba (—) **9** libras.

2 (marcadas) y 2, 1 quintal (—); 3 y 3, 1 quintal (—) 1 arroba y 1, **2**.

2 (marcados) y 15, 17 y 19, 1 Tonelada (—) 16 quintales; y 13, 1 Tonelada (—) 9 quintales; y 11, 1 Tonelada (—); **3** (marcadas).

En cuanto á la Sustracción (85, 2.ª) sólo debemos repetir lo dicho en los abstractos (T. I, 183); que en vez de reducir una unidad superior y quitarla después, en la práctica es más cómodo hacer lo siguiente:

2.º—*Si un incomplejo del minuendo es menor que el correspondiente del sustraendo, se le suponen agregadas las unidades de orden superior necesarias referidas á aquel con que se está operando, y se añaden después á las siguientes del sustraendo.*

Problema.—Habiéndose devuelto al fabricante la tercer partida del ejemplo anterior, ¿cuánto chocolate suyo quedará en dicha población, si antes no había existencia?

3 Toneladas				2	Arrobas	9	Libras
		13	Quintales	3	»		
2	»	6	»	3	»	9	»

Quedarán 2 toneladas, 6 quintales, 3 arrobas, 9 libras, diciéndose mentalmente:

De 0 á 9, **9**; de 3, á 4+2=6, **3**; 1 y 13, 14 á 20, **6**; de 1 á 3, **2**.

81. En la práctica de la Multiplicación es donde casi nunca deben seguirse las reglas generales (T. I. 87) en razón á que el método de las partes alícuotas (T. I, 227), ó mejor dicho de los múltiplos y submúltiplos, pues también conviene emplear los primeros frecuentemente, conduce en general á operaciones más sencillas y breves.

Aplicado á los números concretos, es evidente consistirá en *Descomponer el multiplicador en múltiplos y submúltiplos de la unidad cuya equivalencia se conoce por el enunciado y de las que van hallándose por multiplicaciones ó divisiones mentales, cuyos resultados son los sumandos componentes del producto que se busca.*

Problema 1.°—¿Cuánto deberá percibir dicho fabricante, si vendió el chocolate á 16 duros, 3*pts* y 15 céntimos el quintal?

Valor de 1 quintal.	16 *Duros*	3 *pts.*	15 *cénts.*
Cantidad vendida. . . 2 Toneladas.	6 Quintales	3 Arrobas	9 Libras
Valor de 1 Tonelada = 20 Quintales. .	332 *Duros*	3— *pts.*	0 *cénts.*
» 1 »	332 »	3 »	0 »
» 6 Quintales.	99 »	3— »	90 »
» 2 Arrobas = $\frac{1}{2}$ Quintal. . .	8 »	1 »	57‘5 »
» 1 »	4 »	0 »	78‘75 »
» 5 Libras = $\frac{1}{5}$ Arroba. . . .	0 »	4— »	15‘75 »
» 4 »	3 »	1 »	63 »
Valor total.	781 *Duros*	3 *pts.*	5 *cénts.*

Creemos bastante claro el procedimiento para que no necesite más explicación.

El método no sólo es aplicable al caso en que el multiplicador sea complejo, sino también á la multiplicación de incomplejos, y hasta *puede convenir emplearlo aunque se trate de números métricos*, cuya multiplicación facilita lo rápido, claro y sencillo que es correr de memoria la coma á derecha ó izquierda.

Problema 2.°—¿Cuánto costarán 23‘45 metros de tela á 7‘25*pts* uno?

Valor de	1	*m*...	7'25 *pts*
»	2	»...	14'5 »
»	20	»...	145 »
»	0'4	»...	2'9 »
»	0'05	»...	0'3625 »
»	23'45	»...	170'0125 »

Costarán 170*pts*, despreciando por su pequeñez las demás cifras.

Finalmente, en la División sólo pueden hacerse aquellas abreviaciones que se desprenden naturalmente de las relativas á los abstractos, y siempre que se ofrezca *potenciar, radicar ó determinar el logaritmo de un complejo, deberá reducirse á incomplejo y aun prescindir de su denominación*, que también llevará el resultado, ó que se desprenderá del enunciado del problema, pues por la misma naturaleza de estas operaciones jamás pueden ocurrir con números concretos, representantes de una medida, aunque sí con los abstractos, que representan su magnitud.

III.—Comercio de piedras preciosas y análogos.

82. Al enunciar y hacer aplicación de las reglas anteriores, hemos supuesto que como sucede generalmente, *los precios é importe eran directamente proporcionales á las cantidades compradas ó vendidas*, es decir, que si una unidad de longitud, capacidad, peso, etc., valía una cierta cantidad de dinero, doble número de unidades valdría el doble; triple, el triplo, etc.; pero esto no siempre ocurre *al tratarse de conjuntos de unidades que formen un solo todo indivisible*, pues la escasez ó rareza de los objetos es una de las causas que más contribuyen á la elevación de su valor.

Las frutas, por ejemplo, suelen venderse al peso, y si un kilogramo de uvas se aprecia comunmente en 0'25*pts*, con 6*pts* es evidente que se podrían comprar 6:0'25=24 kilogramos en las condiciones ordinarias, y sin embargo, no es menos cierto que uno cualquiera de los granos podría haber alcanzado tal desarrollo, que por sí solo se apreciara en más de las 6*pts*, aunque su peso no llegara ni á la unidad elegida para la contratación.

Puede creerse á primera vista que estos casos son excepcionales y escapan al cálculo, por depender entonces el valor de la sola voluntad del dueño del objeto, como sucedería en el citado; pero hay muchos que ocurriendo ó pudiendo ocurrir con alguna frecuencia no son tan arbitrarios, porque existiendo alguna relación más ó menos constante entre las magnitudes y los valores, el comerciante que no atendiese á ella no podría dar salida á los efectos que deseara vender, si exigiese valores más elevados que los correspondientes á esa relación, ó perdería en la venta, si los fijase demasiado bajos, habiéndolo comprado en virtud de ella.

Tal sucede, por ejemplo, en el comercio de piedras preciosas y otros análogos.

Si un buen diamante tallado que pese 1 quilate cuesta unas 154*pts*, 8 diamantes de la misma clase, costarán 154.8, puesto que en este caso son proporcionales el número de unidades, diamante ó quilate, á sus precios é importes; pero 1 diamante de 8 quilates, no valdría esa cantidad de pesetas, porque á causa de ser tanto más escasos cuanto mayor es su peso, la costumbre ha sancionado que sus valores se aprecien en razón directa, no de sus pesos, sino de los cuadrados de los mismos.

De estas consideraciones se deduce que:

Para encontrar la equivalencia de varias unidades, cuando se conoce la de 1, ó al contrario, y para calcular su número, hay que tener siempre en cuenta la relación de crecimiento que exista entre el número de aquellas y el que deba corresponder al de las pedidas.

Claro está pues que estos casos, no deberán resolverse exclusivamente por las anteriores reglas, sino aplicarlas al par de los métodos generales de investigación.

Problema 1.º—Suponiendo que un diamante de 1 quilate de peso y de igual calidad que el de 279 quilates que posee el emperador del Mogol, cueste 154*pts*, ¿cuántos millones valdrá éste aproximadamente?

Si un quilate vale 154*pts*, 279 quilates formando un solo diamante, valdrán 154.279^2 en virtud de la indicada ley de crecimiento; luego

279
279 ..... (T. I, 197)
77841.154 ..... (T. I, 196)
389205
311364
11987514

Valdrá unos 12 millones de pesetas, que es efectivamente en lo que está tasado.

PROBLEMA 2.º—Habiendo satisfecho un joyero 6174*pts* por un diamante tallado de 7 quilates de peso, y necesitando 5 de 1 quilate y de igual calidad para montar otras tantas sortijas, ¿cuánto deberá satisfacer por ellos?

Precio quilate $\times 7^2 = 6174$ *pts* | $49 = 7^2$
127 | 126 *pts*, precio del quilate
294 | 5 »
0 | 630 »

Deberá satisfacer 630*pts*.

PROBLEMA 3.º—Si el primer diamante que se talló, perteneciente hoy al emperador de Austria, y tasado en 2375000 *pesetas* fuera de igual calidad que el del Mogol, ¿cuánto debería pesar?

Si el cuadrado del peso por el precio da el valor, obtendremos el primero dividiendo éste por el segundo; y el peso pedido, extrayendo la raíz cuadrada del resultado.

Valor. . . . 2375000 | 1 5 4. . . . . precio quilate
835 | 1,5 4,2 2 | 124. . . . . (T. I, 265, 3.º)
650 | 5,4 | 22
340 | 1 0 2,2 | 244
320 | 4 6
12

Debería pesar unos 124 quilates.

PROBLEMA 4.º—Sabiendo que pesa 139 quilates, y es por consiguiente menos valioso, por tener un ligero tinte amarillo, ¿en cuánto se aprecian los que no son perfectamente incoloros, con relación á éstos?

$$\text{Valor}\ldots\ \begin{array}{r|l}2375000 & 19321 \\ \cline{2-2} 44290 & 122\ pts \\ 56480 & \\ 17838 & \end{array} \qquad \ldots\ldots\quad \begin{array}{r}139\\ 139\\ \hline 19321\end{array}$$

Siendo su precio de 123*pts* por quilate aproxidamente, la relación de sus precios será de $\frac{123}{154}$, que no pudiendo simplificarse por tener sus términos primos entre sí (T. I, 217), y no dando clara idea de lo que se pregunta, transformaremos en otra, cuyos términos tenga una sola cifra.

$$\begin{array}{r|r|r}5 & 4 & 1\\ & 1 & 4\\ \hline 154 & 123 & 31\\ \hline 31 & -1 & \ldots\end{array}\ \text{(T. I, 207).}$$

El precio de los no perfectamente incoloros es de unos $\frac{4}{5}$, ó de $\frac{1}{5}$ menos por quilate que el de éstos, es decir, de

$$\frac{4}{5}.154 = \frac{616}{5} = 123'2\ pts,$$

aproximado por exceso.

Escolio.—El enunciado del problema 3.° equivale á este otro: Si el diamante de mejor calidad valiese á 154*pts* quilate y se pudiera disponer de 2375000 para comprar 1, ¿de qué peso podría adquirirse?

IV.—Trueques.

83. En algunas, aunque raras ocasiones, se verifican en el comercio Trueques ó *cambios directos de unas mercaderías por otras*, que bajo el punto de vista del Cálculo *no difieren de las compras y ventas ordinarias, por ser indiferente que el precio ó el importe se conozcan en unidades monetarias ó de cualquier otra clase.*

Problema 1.°—Sabiendo que un comerciante al por mayor, que tiene sobra de harina y escasez de grano, cambia cada saco de la primera por 3 Hectólitros del segundo, ¿cuántos de éstos se necesitarían para obtener 20 sacos?

Pudiendo considerarse $3Hl$ como precio de cada saco, se necesitarían $3.20=60$ Hectólitros.

Creemos inútil citar ejemplos de división, con tanto mayor motivo, cuanto que en la práctica sólo suelen ofrecerse estos casos al tener que relacionar las cantidades que se han de dar y recibir, con sus valores ó con otras que han de ser objeto de trueques previos, para llegar por su medio á la posesión de los efectos que se necesitan ó desean.

De esto último tenemos un ejemplo en el párrafo 68, suponiendo que los cambios mencionados allí eran forzosos para llegar á obtener el algodón.

Los primeros pueden generalmente resolverse *por un simple anális de la cuestión*, que origina la mayor parte de las veces *una* sencilla *conjunta*, la aplicación del *método de reducción á la unidad, ó* de *los prácticos* que de él se derivan, y en casos especiales la de alguna otra operación aritmética, pues aunque muchos autores dan reglas fijas que á todos les parecen aplicables, nosotros seguiremos creyendo, mientras no se nos demuestre lo contrario, que sólo los procedimientos generales que más adelante estudiaremos, son capaces de resolver cualquier problema comercial, y que nunca una regla particular puede haberse deducido en la previsión de cuantas condiciones sea posible encerrar en su enunciado.

Caso particular.—La mayoría de los trueques se verifica entre *cantidades, cuyos precios é importes son directamente proporcionales á los números que representan sus magnitudes* y entonces no puede el cálculo ofrecer dificultad, siendo preferible *operar con los precios* que están representados por menos cifras.

Problema 2.°—Valiendo cada Hectólitro de trigo 35*pts* y cada tonel de vino 16, ¿qué cantidad de trigo se podrá trocar por 20 toneles de vino?

$$\text{Importe del vino} = 20.16 = 320\ pts \,\Big|\, \underline{35}$$

$$\begin{array}{r|l} 50 & 9'14 \\ 150 & \\ 10 & \end{array}$$

Se podrían trocar $9'14Hl=9Hl\ 1Dl\ 4l$.

Claro está que este ejemplo y sus análogos se podrían también resolver por otros varios procedimientos, y entre ellos por regla de tres, que es la que suele darse como aplicable á todos los casos; pero hemos preferido el anterior por ser no sólo más sencillo, sino más general, pues ya sabemos que la regla de tres para nada serviría si esos toneles se quisieran cambiar por un diamante ó cosa parecida, conociendo el precio del quilate.

Respecto á aquellos que necesitarían el concurso de otras operaciones y de un análisis especial, nos contentaremos con presentar el siguiente sencillísimo

PROBLEMA 3.º—Un platero necesita adquirir el menor número posible de monedas mejicanas de $2\frac{1}{2}$ \$ para cumplir el encargo de colocar alguna en una pulsera, y encuentra quien se las cede por su valor, evitándole los grandes gastos que de otro modo le originaría el proporcionárselas, pero á condición de no recibir ninguna inferior á la peseta; ¿cuántas monedas podrá adquirir y cuántas deberá entregar? (Tabla XII).

Expresando en números enteros la relación 1 moneda de $2\frac{1}{2}$ \$=12'75*pts*, tendremos:

100 monedas=1275*pts*,

y como todo número exacto de monedas mejicanas que equivalga á otro de pesetas, deberá ser múltiplo ó divisor de 100, y el de éstas lo será de 1275, obtendremos los menores posibles, dividiendo ambos miembros por su *m. c. d.* (T. I, 215).

$$\begin{array}{rr|l} 100 & 1275 & 5 \\ 20 & 255 & 5 \\ 4 & 51 & \end{array}$$

Podrá recibir 4 monedas, entregando 51*pts.*

Pasemos ya á ocuparnos de las reglas especiales que han de facilitar la resolución de todas las cuestiones comerciales según las diferentes formas que suelen afectar las contrataciones y las demás circunstancias que puedan influir en el resultado de una operación, indicando al propio sus aplicaciones más inmediatas.

V.—Tanto por cuanto.

84. Tanto por cuanto de una cantidad cualquiera, no es más que *una fracción de la cantidad, que se refiere al valor de su denominador*, en vez de referirla á la unidad.

Tanto, *es el numerador de la fracción*; cuanto, *el denominador*.

Así, por ejemplo; $\frac{3}{80}$, son 3 *ochenta avas* partes de 1, ó el $\frac{3}{80}$ de 1; y $\frac{3}{80}$ de 2000, ó $\frac{3}{80}.2000=\frac{3.2000}{80}=75$, es el 3 *por* 80 de 2000, lo que según vemos quiere decir, que si dividimos 2000 en 80 partes y consideramos 3, el resultado será igual á 75 unidades de aquellas á que el 2000 esté referido.

El 3 por 80 de 2000*m*, serán, pues, 75*m*; el de 2000*kg*, 75 *kilogramos*; el de 2000*pts*, 75*pts*, etc., puesto que el tanto por cuanto, no expresa más que una relación abstracta, equivalente solo á un cambio de unidad numérica en el valor del resultado. 3 veces 2000, serían 6000 unidades, ó 6000:80=75 grupos de 80, es decir, 75 unidades 80 veces mayores.

De estas sencillas consideraciones se deduce inmedíatamente que:

1.ª—*Para encontrar el tanto por cuanto de una cantidad, basta multiplicarla por el primero y dividir el producto por el segundo.*

Escolio.—En el caso en que el cuanto divida exactamente al número dado, será preferible *dividir por éste y multiplicar el cociente por el tanto*, para operar con números más pequeños, lo que á primera vista puede parecer siempre igual; pero si la división es inexacta, el error del cociente quedará también multiplicado por el valor del tanto (T. I, 237).

Representando en general por N un valor cualquiera, por t el tanto que se refiere á un cuanto c y por T el t por c de N, tendremos

$$T=\frac{N.t}{c}$$

y multiplicando ambos miembros por c,

$$T.c=N.t, \text{ de donde } (57,\ 2.^{\circ})\ c{:}t{::}N{:}T$$

proporción que nos indica que *el cuanto y el tanto son siempre* *directamente proporcionales á otro número cualquiera y su tanto por cuanto correspondiente,* permitiéndonos encontrar además del valor de T, el de c, t ó N, cuando se conocen los otros tres.

Hallar el valor del cuanto no suele, sin embargo, ocurrir, por lo cual puede evitarse el tener en cada caso particular que escribir la proporción, si observando que

$$t = \frac{T.c}{N} \quad \text{y} \quad N = \frac{T\,c}{t}$$

se recuerdan, además de la anterior, las dos siguientes reglas:

2.ª—*Para calcular el tanto por un cuanto dado, que un número es de otro, basta multiplicar el primero por el cuanto y dividir el producto por el segundo.*

EJEMPLO: ¿Qué tanto por 80 es 75 de 2000?

$$t = \frac{75.80}{2000} = \frac{75}{25} = 3 \text{ por } 80.$$

3.ª—*Para determinar el número de que otro es un cierto tanto por cuanto, basta multiplicar el conocido por el cuanto y dividir el producto por el tanto.*

EJEMPLO: ¿De qué número es 75 el 3 por 80?

$$N = \frac{75.80}{3} = 25.80 = 2000.$$

85. Otra cuestión, en cambio, puede presentarse con frecuencia: la transformación de un tanto en otro EQUIVALENTE, ó *que produzca el mismo resultado.*

Si un nuevo tanto t' que se refiera á un cuanto c', ha de ser equivalente al tanto t, referido al cuanto c, sus relaciones de magnitud deberán ser iguales, es decir, que se verificará

$$c{:}t{::}c'{:}t', \text{ de donde (57) } t' = \frac{t.\,c'}{c}$$

lo cual nos enseña que:

Para encontrar un tanto que equivalga á otro, basta multiplicar el conocido por el nuevo cuanto y dividir el producto por el primitivo.

EJEMPLO: ¿Qué tanto por 60 equivaldrá al 3 por 80?

$$t = \frac{3.60}{80} = \frac{9}{4} = 2'25.$$

El uso de los tantos está muy generalizado en el Comercio para apreciar por su medio un gran número de valores relativos, proporcionales siempre á los absolutos, en lugar de éstos, considerando para ello casi exclusivamente los tantos por 100 y 1000 que se indican por los signos $^0/_0$ y $^0/_{00}$ y á veces el tanto por 1.

Como para estos casos particulares se tendrá $c=1$, $c=100$, ó $c=1000$, las reglas anteriores se convertirán en éstas:

1.ª—*Para encontrar el tanto por* 1, 100 *ó* 1000 *de un número, bastará multiplicarlo por el tanto y dividir el producto por* 100 *ó* 1000, *en los dos últimos casos.*

Ejemplos: El 5 por 1 de 385 sería 1925; el $5^0/_0$, 19'25: el $5^0/_{00}$, 1'925.

2.ª—*Para calcular el tanto por* 1, 100 *ó* 1000 *que un número es de otro, basta dividir el primero por el segundo y multiplicar el cociente por* 100 *ó* 1000, *en los dos últimos casos.*

Ejemplos: El número 1925 sería de 385, puesto que 1925:385=5, el 5 por 1, el $500^0/_0$ ó el $5000^0/_{00}$.

3.ª—*Para determinar el número de que otro es tanto por* 1, 100 ó 1000, *basta dividir el conocido por el tanto y multiplicar el cociente por* 100 ó 1000, *en los dos últimos casos.*

Ejemplos: El número 1925 sería, atendiendo á que 1925:5 =385, el 5 por 1 de 385, el $5^0/_0$ de 38500 y el $5^0/_{00}$ de 385000.

4.ª—*Para referir el tanto por* 1 *á tanto por* 100 *ó* 1000, *basta multiplicarle por estos números; para referir el tanto por* 100, *á tanto por* 1 *ó* 1000 *dividirle por* 100 *ó multiplicarle por* 10, *y para referir el tanto por* 1000, *á tanto por* 1 *ó* 100, *dividirle por* 1000 *ó por* 10.

Ejemplos: El 5 por 1, es lo mismo que el $500^0/_0$ ó el $5000^0/_{00}$, el $5^0/_0$ que el 0'05 por 1, ó el $50^0/_{00}$; el $5^0/_{00}$, que el 0'005 por 1, ó el $0'5^0/_0$.

86. Siendo t el tanto correspondiente á un cuanto c y T el que en igual relación corresponde al número N, sabemos se verifica

$$c:t::N:T,$$

do lo cual se deduce (57, Cor. 1.°)

$$c\pm t:N\pm T::c:N::t:T$$

es decir, que:

Los tantos y los cuantos equivalentes, no solo son directamente proporcionales entre sí, sino también á sus combinaciones por suma ó resta.

Cuantas cuestiones dependan, pues, exclusivamente de estas combinaciones aditivas y sustractivas, que se presentan en la práctica con mucha frecuencia, podrán ser resueltas en virtud de esta proporcionalidad, bien *por Conjunta*, considerando los cuantos aumentados ó disminuidos en los tantos, como equivalentes á sus valores primitivos, bajo el concepto que produzca la variación, bien *por regla de tres*, ó *reducción á la unidad*, bien *por los métodos prácticos* que de éste se deducen (64), ó por *las reglas que determinan los valores de los tantos y cuantos*, dadas en el párrafo anterior.

Siendo como es absurdo el primer medio, aun cuando conduzca al fin deseado y tan rápidos y sencillos los últimos, nosotros emplearemos siempre dichas reglas y métodos con preferencia á los restantes procedimientos, todos los cuales, sin embargo, aplicaremos ahora para que se puedan comparar, al siguiente,

PROBLEMA 1.º—¿Cuánto perderán de su peso 234*kg* de trigo transformados en harina, siendo como suele ser la pérdida ocasionada por esta transformación de cerca de 33 por 100?

Por Conjunta.—¿Cuántos *kg* equivaldrán á 234, equivaliendo á 100, 100—33=67?

$$\begin{array}{rcl} x\,kg \text{ harina} & = & 234 \text{ trigo} \\ 100 \text{ » trigo} & = & 67 \text{ harina} \\ \hline \end{array}$$

$$x = 156'78\ldots\ldots \quad \text{(T. I, 197 y 80).}$$

Se perderán 234—156'78=77'22, ó mejor dicho 77, puesto que siendo la pérdida de *cerca* de 33 por 100, el valor de x debe tomarse por exceso y el final por defecto.

ESCOLIO.—La Conjunta, según se ve, no resuelve directamente el problema, sino este otro:

¿Cuántos *kg* de harina se obtendrán con 234 de trigo, obteniéndose 67 por cada 100?

Para que la resolución fuese directa, sería preciso escribir:

$$\begin{array}{rcl} x\,kg \text{ pérdida} & = & 234 \text{ efectivos} \\ 100 \text{ » efectivos} & = & 33 \text{ pérdida} \\ \hline \end{array}$$

$$x = 77'22$$

igualdades que son evidentemente absurdas, aunque conduzcan á igual resultado, y que precisamente escribimos con objeto de hacerlo resaltar, pues las que se forman siempre para la resolución de muchas cuestiones importantes, no tienen más fundamento, ni pueden recibir tal nombre.

La primera es una Conjunta, la segunda es la combinación de dos absurdos que conducen á una verdad, como el suponer la Tierra fija y el Sol girando en torno suyo es, vulgarmente hablando, un disparate, y sin embargo, conduce á la verdad de la sucesión de los días y las noches.

Ciertas combinaciones absurdas, por cuyo medio se llega á obtener un valor verdadero, podrán, por consiguiente, ser métodos usuales sin ningún fundamento científico, ó mejor dicho, en contradicción con todos los principios de la Ciencia, que se podrán emplear exponiéndose á mil equivocaciones, pero nunca será suficiente que los *prácticos* hayan convenido en llamarles Conjuntas, para que dejen de ser lo que son.

Por reducción á la unidad (65).

Si cada 100 unidades pierden 33 de peso al transformarse en harina, 1 perderá 0'33 y 234 perderán 0'33.234=77'22.

Por regla de tres (62).

$$\left.\begin{matrix} 100 \ldots 33 \\ 234 \ldots x \end{matrix}\right\} 100:234::33:x \quad x = \frac{234.33}{100} = 77'22kg.$$

Por método práctico (66, 1.°).

$$\textit{Más kg, más } \text{pérdida}, \ x = \frac{33.234}{100} = 77'22kg.$$

Por síntesis directa (87, 1.ª).

$$33\% \text{ de } 234 = \frac{234.33}{100} = 77'22kg.$$

vamos ahora á COMPROBAR el resultado como se pueden comprobar todos los problemas: *incluyendo entre los datos el valor encontrado y suponiendo conocida cualquiera de las otras cantidades.*

PROBLEMA 2.°—¿Cuál es el tanto por 100 que se pierde en la transformación del trigo en harina, perdiéndose 77 de cada 234?

Por regla de tres.

$$234:77'22::100:x; \qquad x = \frac{7700}{234} = 32'9.$$

Cerca de 33%.

Directamente (87, 2.ª).

La pregunta equivale á esta otra: ¿Qué tanto por 100 es 77 de 234?

$$x = \frac{7700}{234} = 32'9\%.$$

Problema 3.º—¿Cuántos kilogramos de trigo se necesitarán para no perder más que 77 al transformarlos en harina, sabiendo que se pierden cerca de 33 por 100?

Por regla de tres.

$$33:100::77:x; \qquad x = \frac{7700}{33} = 233'33.$$

Unos $234kg$

puesto que no llegando á 33 por 100 la pérdida, el cociente se debe tomar por exceso.

Directamente (87, 2.ª).

La pregunta equivale á esta otra: ¿De qué número es 77 el 33 por 100?

$$x = \frac{7700}{33} = 233'33.$$

Como ejemplo de relaciones aditivas y sustractivas buscaremos y comprobaremos el resultado obtenido por Conjunta en el 1.º

Problema 4.º—¿Cuántos kilogramos de harina se obtendrán con 234 de trigo, perdiéndose en el peso cerca de 33%?

Por regla de tres, ó mejor dicho, *por proporción.*

$$100:100 - 33::234:x; \qquad x = \frac{67.234}{100} = 156'78.$$

Unos $157kg$.

Directamente (87, 1.ª).

La pregunta equivale á esta otra: Obteniéndose 67%, ¿cuánto se obtendrá con 234?

$$x = \frac{234.67}{100} = 156'78kg.$$

Escolio.—Los problemas 2.° y 3.° equivalen también á estos otros, que podrían resolverse por relaciones sustractivas:

2.°—¿Qué tanto por 100 de peso se pierde en la transformación del trigo en harina, reduciéndose 234*kg* á 157?

$$234:234-157::100:x.$$

3.°—¿Cuántos kilogramos de trigo se necesitarán para obtener 157 de harina, sabiendo que en la transformación se pierde cerca de 33°/₀ de peso?

$$100-33:100::157:x.$$

Las adiciones y sustracciones indicadas, no se introducen nunca en las proporciones, sino que se calculan antes, escribiendo desde luego en la práctica:

$$100:77::234:x;\quad 234:77::100:x;\quad 77:100::157:x,$$

de lo cual resulta que escribir la proporción es perfectamente inútil, ya que una vez calculada la suma ó diferencia del cuanto y el tanto, lo *práctico* será aplicar las reglas del párrafo 84 ó los métodos del 64, que inmediatamente dan con seguridad el valor de la incógnita.

Por esta razón hemos deducido además de la 1.ª, las 2.ª y 3.ª, que no nos atrevemos á asegurar sean desconocidas, pero que nosotros no hemos podido hallar en ningún libro.

VI.—Ganancias y pérdidas relativas.

87. Muchos son los conceptos, según iremos viendo, á que se aplica el de tanto por cuanto, bastando los anteriores ejemplos para comprender que entre los más sencillos é inmediatos, se hallarán los referentes á las

Ganancias y pérdidas relativas, en la compra y venta de mercaderías, ó *tanto por cuanto que se gana ó pierde en el precio ó importe de los efectos comprados y vendidos*, las cuales se aprecian casi siempre *á tanto por* 100; pero este tanto puede referirse al *precio ó importe de la compra ó al de la venta*, lo que, como es natural, produce diferentes resultados, para encontrar los cuales, basta *aplicar las reglas hasta aquí deducidas.*

Problema 1.°—¿A cómo ha de venderse el metro de una tela que costó á 7'50*pts* para ganar 8°/₀?

Sobre el precio de compra.

El enunciado equivale á este otro: Si 100 se han de vender por 108, ¿por cuánto se han de vender 7'50?

(66) *Menos* precio de compra, *menos* de venta,

$$x = \frac{108.7'50}{100} = 8'10.$$

A 8'10 *pts.*

Sobre el precio de venta.

Si 92 se han de vender por 100, ¿por cuánto se han de vender 7'50?

$$\begin{array}{r|l} (64)\ldots\ldots\ 100.7'50 = 750 & 9\,2 \\ \cline{2-2} 120 & 8'13 \\ 280 & \\ 4 & \end{array}$$

A 8'14 *pts.*

Problema 2.°—¿A cómo costó una tela que se ha vendido á 12*pts* ganando 7%?

Sobre el precio de compra.

(64) 107*pts* costaron 100. *Menos* precio de venta, *menos* de compra.

$$\begin{array}{r|l} 1200 & 1\,0\,7 \\ \cline{2-2} 130 & 1\,1'3\,0 \\ 330 & \\ 90 & \end{array}$$

A poco más de 11'30 *pts.*

Sobre el precio de venta.

(64) 100 costaron 93. *Menos* de venta, *menos* de compra.

$$\begin{array}{r} 12 \\ 93 \\ \hline 1116 \end{array}$$

A 11'16 *pts.*

Problema 3.°—Si cada metro que cuesta 13*pts*, se vende á 15, ¿cuánto por 100 se ganará?

Sobre el precio de compra.

Si en cada 13 se ganan 2, ¿en cada 100 cuántas se ganarán? (64) *Más* pesetas, *más* ganancia.

$$\begin{array}{r|l} 200 & 13 \\ \cline{2-2} 70 & 16 \\ 2 & \end{array} \quad \text{Poco más de } 16‘16\%$$

Sobre el precio de venta.

$$\begin{array}{r|l} 200 & 15 \\ \cline{2-2} 50 & 13 \\ 5 & \end{array} \quad \text{Poco más de } 13‘13\%$$

PROBLEMA 4.º—Para ganar en la totalidad de una venta el 10 por 100 se ha fijado la ganancia de cada metro en 1‘50*pts*, ¿á cómo costó y á cómo ha de venderse?

Habiendo calculado el 10 por 100:

Sobre el precio de compra.

1.ª pregunta: ¿De qué número es 1‘50 el 10%? (86, 3.ª)

$$x = \frac{1‘50.100}{10} = 15.$$

2.ª pregunta: ¿Si para ganar 10% hay que vender por valor de 110*pts* para ganar 1‘50, á cómo hay que vender?

(64) Para *menos*, *menos*. 110.1‘50=16‘5 (T. I, 194, 3.º)

Costó á 15*pts* y hay que vender el metro á 16‘50*pts*.

Esta resolución directa de la segunda parte del enunciado sirve de comprobación á la primera, por lo cual hemos buscado así el resultado, aunque hallado el primero, sería más sencillo decir: 15+1‘50=16‘50.

Sobre el precio de venta.

¿Si para ganar 10% hay que comprar 90, para ganar 1‘50, cuánto hay que comprar?

Para *menos*, *menos*. 90.1‘50 =13‘5.

¿De qué número es 1‘50 el 10%?

$$x = \frac{1‘50.100}{10} = 15.$$

Costó á 13‘50*pts* y hay que venderlo á 15.

Aplicados á todos los casos de tanto por 100 de ganancia sobre el precio, los métodos que nos han parecido más breves y rápidos, dentro de la exactitud necesaria y resolviéndose del mismo modo los referentes á pérdidas é importes, solo resolveremos á continuación uno de cada clase.

Problema 5.°—Un vendedor de frutas ha pagado el *kg* á 0'75 de *pt*, y tiene que venderlo á 0'60 para sostener la competencia. ¿Qué tanto por 100 perderá?

Sobre el precio de compra.

$$(64)\quad \left.\begin{array}{ll} 0'75\ldots & 0'15 \\ 100\ldots & x \\ + & + \end{array}\right\} x = \frac{15}{0'75} = \frac{100}{5} = 20.$$

$$20\%.$$

Sobre el precio de venta.

$$\left.\begin{array}{ll} 0'60\ldots & 0'15 \\ 100\ldots & x \\ + & + \end{array}\right\} x = \frac{15}{0'60} = \frac{100}{4} = 25.$$

$$25\%.$$

Problema 6.°—Las mercaderías compradas por un comerciante le han costado 2360*pts*. ¿Cuánto ha de producir la venta para ganar 15%?

En este caso el tanto por 100 ha de tomarse evidentemente *Sobre el importe de la compra.*

$$(64)\quad \left.\begin{array}{ll} 85\ldots & 100 \\ 2360\ldots & x \\ + & + \end{array}\right\}$$

```
236000 |85
 660   |2776'47
  650
   550
    400
     600
       5
```

2776'47 *pts*,

dejando de ganar $\frac{1}{17}$ de céntimo menos de lo que se había propuesto.

VII.—Descuentos, mermas y bonificaciones.

88. Otra de las aplicaciones inmediatas del cálculo de los tantos, es la que se refiere á los

Descuentos, ó *rebajas que suelen hacerse en el importe*, para indemnizar al comprador de las materias extrañas que puedan contener las mercaderias, que también *se calculan generalmente á tanto por* 100 *del valor que se adjudicó á los géneros ó del que se les reconoce.*

Mermas y Bonificaciones, *ó disminuciones y aumentos en la medida,* bien por la variación que una sustancia ó género pueda experimentar por diversas causas, bien más comunmente por las pérdidas, muchas veces inevitables, que sufren ciertas mercaderías, al ser trasladadas de un punto á otro, medidas en pequeñas cantidades, etc.

Estas se aprecian en la mayoría de los casos á *tanto por* 1, 100 *ó* 1000, *de la medida total*, y cuantos problemas se refieren exclusivamente á ellas, pueden resolverse *por los procedimientos conocidos.*

Problema 1.º—Accediéndose á un descuento de 4°/₀ á causa de una reclamación hecha sobre la calidad de ciertos géneros vendidos por 1275*pts* ¿cuánto debe recibirse?

Sobre el valor que se le adjudicó.

(64) 100. . . 96
1275. . . x
\+ +

1275
96 ..... (T. I, 197).
122400
1224 *pts*

Sobre el valor que se le reconoce.

(64) 104. . . 100
1275. . . x
\+ +

1275.25 = 31875 | 26 ..... (T. I, 205, Esc.)
58 | 1225'96
67
155
250
160
4

1225'96 *pts.*

Problema 2.º—¿Qué longitud tendría antes de ser teñida una pieza de tela de $36m$, suponiendo que la merma ocasionada por esta operación sea de $2\frac{1}{2}$ por 100?

$$\left.\begin{array}{ll} 95'5 \ldots & 100 \\ 36 \ldots & x \\ + & + \end{array}\right\} \qquad \begin{array}{r|l} 36000 & 975 \\ \cline{2-2} 1440 & 39 \ldots\ldots \frac{1}{25} \text{ (T. I, 205)} \\ \cline{2-2} 270 & 36'92 \\ 360 & \\ 90 & \\ 12 & \end{array}$$

Poco más de $36'92m$.

PROBLEMA 3.º—¿Qué bonificación en el peso experimenta el platino fundido, después de ser transformado en láminas?

(Tabla VIII)	Peso específico del fundido. . . .	= 21'400
	» » laminado. . .	= 22'700
	Bonificación absoluta.	= 1'300

$1'3$ será de $21'4$ el $\frac{1300}{214} = 6'07$ por 100 (84, 2.ª)

Una bonificación en igualdad de volumen de 6'07% aproximadamente.

VIII.—Taras.

89. Con el nombre de TARA se designa el *peso del embalaje* cuando debe rebajarse del BRUTO, SUCIO ó *total*, ó del NETO, LIMPIO ó *real*, de las mercaderías.

Llamando, pues, T, B y N, á estas tres cantidades, tendremos como relaciones absolutas

$$T = B - N; \quad B = N + T; \quad N = B - T;$$

pero las taras suelen también apreciarse á tanto por 1, 100 ó 1000, de uno ú otro peso, en cuyo caso ninguna dificultad puede ofrecer su determinación, pudiendo calcularse casi siempre los pesos bruto ó neto *por los métodos prácticos* que conocemos.

PROBLEMA.—Siendo el peso bruto de una caja de azúcar $160kg$ y la tara 5 por 100, ¿qué cantidad de azúcar contendrá?

Tomándola del peso bruto.

$$\left.\begin{array}{ll} 100\ldots & 95 \\ 160\ldots & x \\ + & + \end{array}\right\} \qquad \begin{array}{r} 95 \\ 16 \\ \hline 1520 \end{array}$$

$152kg$

Tomándola del peso neto.

$$\left.\begin{array}{ll} 105\ldots & 100 \\ 160\ldots & x \\ + & + \end{array}\right\} \qquad \begin{array}{r|l} 3200 & 21.\ldots.\frac{1}{5} \text{ (T. I, 205, Esc.)} \\ \cline{2-2} 110 & 152'38 \\ 50 & \\ 80 & \\ 170 & \\ 2 & \end{array}$$

Poco más de 152'38*kg*.

Escolio.—Lo natural, lógico y científico, sería calcular siempre el tanto de ganancia ó pérdida del precio ó importe de compra, que es lo que se desembolsa; el descuento, del valor falso que se asignó á las mercaderías y la tara del peso bruto; pero hemos resuelto por ambos métodos las cuestiones que á estos casos se refieren, para que en ninguno pueda tenerse duda sobre el cáculo, ya que en la práctica del comercio, ni lo científico, ni lo lógico, ni lo natural, suele ser lo más frecuente.

CAPÍTULO V

GASTOS GENERALES

I.—Comisión, garantía y corretaje.

90. Dos clases de gastos accesorios hay, además de los que naturalmente origina el valor de lo comprado, que contribuyen, con las circunstancias accidentales que acabamos de examinar, á la modificación del importe de una compra ó venta, y por lo tanto, al precio real correspondiente á cada unidad comprada ó vendida: *los producidos por las mismas mercaderías que son objeto de comercio y los relacionados con la forma del pago.*

Ocupémonos ante todo de los primeros, que son los más generales, no sin observar antes, por lo importante que es tenerlo siempre presente, que cualquiera que unos y otros sean:

Los gastos contribuyen siempre á aumentar el precio é importe de las compras y á disminuir el producto de las ventas.

91. El más frecuente de todos es la COMISIÓN, ó *remuneración que por su trabajo recibe el que compra ó vende por encargo y cuenta de otra persona.*

La comisión suele ocasionar un nuevo gasto cuando se trata de ventas, porque la posibilidad ó temor de que no sea satisfecho en el momento acordado el importe de lo vendido, es causa de que con frecuencia el comisionista responda de los compromisos adquiridos por los compradores ó garantice los pagos, mediante una cierta PRIMA, ó nueva *cantidad que debe abonarse*, en compensación de la responsabilidad contraida.

Vemos, por consiguiente, que entonces el comisionista presta ú ofrece una GARANTÍA, que debería pagar si el comprador faltase á lo convenido; pero en el comercio no hay que atender nunca ni aun al significado propio de las palabras, sino á lo que han querido convenir los comerciantes, y lo convenido en este caso, como en otros muchos, es todo lo contrario, pues ese nombre se da á la *prima que cobra el comisionista cuando responde de los pagos.*

En muchas operaciones de compra y venta, bien por conveniencia, bien por prescripción legal, interviene un corredor, llamándose CORRETAJE *la remuneración que percibe el agente intermediario en una contratación.*

Claro es que la comisión, la garantía y el corretaje pueden ser cantidades fijas, en cuyo caso no exigirán ningún cálculo especial, como no lo exigen los gastos de *escritorio, correo, telégrafo, dependientes, alquileres, contribuciones* y otros de que por esta causa no nos ocuparemos; pero esto es poco frecuente, siendo lo general que se aprecien *á tanto por* 1, 100 *ó* 1000 *del importe de lo comprado y vendido*, y aun lo más común, que *la comisión y garantía* sean *un tanto por* 100, y *el corretaje un tanto por* 1000.

No necesita advertirse que la garantía y comisión, por su propia naturaleza, debe pagarlas el comitente y el corretaje por mitad, entre comprador y vendedor, tomando como punto de partida el importe de lo comprado; pero si que á veces ocurre lo contrario, no siendo raro que la comisión sea igualmente pagada por ambas partes ó por quien no la ha dado, y que los tantos se calculen no sólo del importe de la compra ó venta, sino también de los gastos que la operación haya ocasionado.

Nada nuevo podemos añadir sobre su cálculo, que siempre será un *caso particular de tanto por cuanto.*

Hé aquí un ejemplo de cada uno.

PROBLEMA 1.º—¿Qué comisión se deberá abonar por la compra de 108 piezas de tela á 55*pts*, y cuál será el desembolso total, suponiendo que aquélla sea de $\frac{3}{4}$ por 100?

$$\begin{array}{l} 55.108\ldots\ldots \\ 440 \\ \hline 5940 \end{array} \quad \text{(T. I, 196)} \quad \begin{array}{ll} \frac{2}{4}=\frac{1}{2}\ldots & 2970 \\ \frac{1}{4}\ldots\ldots & 1485 \\ \hline & 44\text{'}55 pts = \text{Comisión} \\ & \underline{5940} \\ & 5984\text{'}55 pts = \text{Importe total.} \end{array} \quad (84,\ 1.^{a}, \text{ y T. I, 227})$$

PROBLEMA 2.º—¿Cuál sería la garantía estipulada con un comisionista que nos entrega 7205'25*pts*, quedándose 184'75 y cuál el importe de la venta?

Importe de la venta = 7205'25 + 184'75 = 7390*pts.*

$$\begin{array}{r|l} 1\ 8\ 4\ 7\text{'}5 & 7\ 3\ 9 \\ \cline{2-2} 3\ 6\ 9\ 5 & 2\text{'}5 \\ 0 & \end{array} \quad (84,\ 2.^{a})$$

Garantía = 2'50%

PROBLEMA 3.º—Por la intervención en una subasta cobra un corredor 75*pts*, á razón de $1\frac{1}{2}$ por 1000. ¿Cuánto ha quedado para el vendedor?

(64, 3.ª) Importe de la venta=75000: $\frac{3}{2}$ =25000.2=50000 *pesetas* (T. I, 229, 1.º)

Corretaje = 75

Han quedado 49925*pts.*

II.—Transportes.

92. Otro de los gastos más comunes que ocasiona el Comercio, es el de TRANSPORTE ó *traslación de un lugar á otro de las mercaderías* y aún de las personas, *mediante un precio ó importe convenido.*

Los transportes de poca importancia que se efectúan dentro de las poblaciones á hombros, en carro, etc., suelen contratarse conviniendo el importe total, ó el precio de cada viaje dentro de condiciones arbitrarias ó arregladas á una TARIFA ó *nota de precios*, así como todos los que ofrecen un carácter análogo; el cálculo del gasto ocasionado, ó no existe, ó se reduce entonces á *una* simple *multiplicación* ó á un sencillo problema de *tanto por cuanto.*

PROBLEMA 1.°—¿Cuánto costará la conducción desde un almacén, de 25 sacos de garbanzos, contratada á 0'60 de *pt* el viaje ó el saco, si en cada uno de aquéllos se transporta uno de éstos?

$$25.0'60 = 15pts.$$

PROBLEMA 2.°—¿Cuánto costará traer desde Yepes á Madrid 138 hectólitros de vino, habiéndose contratado para ello un carro á razón de 20*pts* por cada 100?

$$20\,\% \text{ de } 138 = 27'60pts.$$

ESCOLIO.—Con igual facilidad se encontraría el número de viajes efectuados, el precio convenido ó la cantidad transportada, conocidas las otras dos.

93. Los de mayor importancia son *terrestres* ó *marítimos*, según *se efectúen por tierra* ó *por agua*; llamándose PORTE ó FLETE respectivamente, el *importe del servicio.*

Cuando el primero no está comprendido en el caso examinado ya, se calcula *con arreglo á las tarifas* generales, especiales ó combinadas, de las empresas encargadas de los transportes, la mayoría de los cuales se efectúan hoy por ferrocarril.

En estas tarifas consta *el precio por unidad de peso y distancia*, siendo costumbre no considerar valores más pequeños que 10*kg*, para lo cual se opera, cuando los hay, con el entero aproximado por exceso, que representa un número exacto de decenas.

Si p es el precio por unidad de medida y distancia, c la cantidad de las primeras y d la distancia, tendremos representando por I el importe (64).

Medida.	Distancia.	Importe.
1	1	p
$c+$	$d+$	$I+$

$$I = pcd$$

por consiguiente,

1.°—*Para calcular el valor de un porte arreglado por ferrocarril á tarifa de unidad de peso y distancia, basta multiplicar el precio por la cantidad y distancia, expresadas en las mismas unidades á que aquélla se refiera.*

Problema 3.°—¿Cuánto costaría el porte de 48 quintales métricos de mercaderías, desde Valladolid á San Sebastián, siendo de 0'65 de *pt* por kilómetro el precio de tarifa para la tonelada métrica?

De Madrid á San Sebastián.	6 1 4 *km*	
» » Valladolid.	2 4 2 »	
» Valladolid á San Sebastián. . .	3 7 2 »	Distancia
	4'8	$Tm = 48Qm$
	1 7 8 5'6	
	0'6 5	*pts*
	1 1 6 0'6 4 0	

Nos costaría 1160'64*pts*.

Para las cantidades colectivas (1) como ganado, carruajes, personas, etc., y algunas otras que por su forma de embalaje pueden considerarse como tales, los precios de tarifa suelen referirse á la unidad colectiva en lugar de la de peso.

La determinación del *precio de tarifa, unidades transportadas* ó *distancias*, con datos suficientes, no puede ofrecer tampoco dificultad por medio de las fórmulas que se deducen de la anterior, dividiendo por cd, pd ó pc,

$$p = \frac{I}{cd}; \quad c = \frac{I}{pd}; \quad d = \frac{I}{pc}.$$

Problemas.—Comprobar el anterior de tres diferentes modos.

1º.—¿Cuál sería el precio de tarifa por tonelada métrica y kilómetro, habiendo costado 1160'64*pts* el transporte de 48 *quintales métricos* de mercaderías desde Valladolid á San Sebastián, que distan 372*km*?

$$\begin{array}{r|l}
 & 3\,7\,2\ km \\
 & 4'8\ Tm = 48Qm \\ \hline
1160'64 & 1\,7\,8\,5'6 \\
89280 & 0'6\,5 \text{ de } pt \\
0 &
\end{array}$$

2.º—¿Cuántos quintales métricos de mercaderías se podrían transportar desde Valladolid á San Sebastián, que distan 372 *kilómetros*, siendo 0'65 de *pt* por tonelada métrica y kilómetro el precio de tarifa y queriendo gastar 1160'64*pts*?

$$\begin{array}{r|l}
 & 3\,7\,2 \\
 & 0'6\,5 \\ \hline
1\,1\,6\,0'6'4 & 2\,4\,1'8\,0 \\
1\,9\,3\,4\,4 & 4'8\ Tm = 48Qm \\
0 &
\end{array}$$

3.º—Averiguar los kilómetros que San Sebastián dista de Valladolid, sabiendo que el transporte de 48*Qm* de mercaderías ha costado 1160'64*pts*, siendo el precio de tarifa por tonelada métrica y kilómetro, 0'65 de *pt*.

$$\begin{array}{r|l}
4\,8\ Qm = & 4'8\ Tm \\
 & 0'6\,5 \\ \hline
1\,1\,6\,0'6\,4 & 3'1\,2\,0 \\
2\,2\,4\,6 & 3\,7\,2\ Km \\
6\,2\,4 & \\
0 &
\end{array}$$

La regla que resuelve estas cuestiones puede, por consiguiente, enunciarse así:

2.º—*Para calcular el precio de tarifa, la cantidad transportada, ó la distancia, basta dividir el valor del porte por el producto de las otras dos cantidades*, teniendo presente que el precio de tarifa y el importe, deben referirse á iguales unidades, así como el peso y distancia que en aquélla figure y el que se conozca ó busque.

94. Del mismo modo que el porte, se calcula el flete cuando el transporte se efectúa por medio de embarcaciones, con la sola diferencia de la *gratificación que suele darse al capitán*, y se distingue con el nombre de CAPA.

Esta gratificación es natural sea *variable en relación inversa de las distancias*, y puede ser una cantidad determinada, ó no existir, pero generalmente se calcula á 5°/₀ *del flete* cuando el viaje es de corta duración, y á 10°/₀ en el caso contrario.

La capa viene á desempeñar un papel semejante al de la tara bajo el punto de vista del cálculo, en razón á que cuando existe, hay que distinguir el flete que realmente origina la mercadería, y que pudiera llamarse neto, del total, suma de éste y de la capa, que calculada á tanto por 100, puede también agregarse al del precio del flete para encontrar el total.

PROBLEMA 1.°—¿Cuánto costará el transporte desde Málaga á Barcelona de 200 cajas de pasas de 12*kg* cada una, suponiendo el precio del flete 2'75*pts* por *Qm*, y que se deba ó quiera abonar además 5°/₀ de capa?

PRIMER MÉTODO

200.12 = 2400*kg* =	24*Qm*
	2'75*pts*
Flete neto.	66'00 »
5°/₀ de 66.	3'3
FLETE TOTAL. . . .	69'30*pts*

SEGUNDO MÉTODO

Precio del flete.	2'75°/₀*pts*, *kg*
5°/₀ de 2'75.	0'1375
Precio total.	2'8875 »
24.12 = 2400*kg* =	24*Qm*
FLETE TOTAL.	69'3000*pts*

PROBLEMA 2.°—Costando el transporte de 24*Qm* de pasas desde Málaga á Barcelona 69'30*pts*, incluso 5°/₀ de capa, ¿cuál ha sido el precio del flete?

Flete total. . 6 9'3 0 *pts* | 2 4 *Qm*

2 1 3 | 2'8875*pts* ..... Precio total por *Qm*
  2 1 0
    1 8 0
      1 2 0
          0

Conocido el precio total, queda el problema reducido al siguiente: Si de cada 105*pts* corresponden 100 al flete y 5 á la capa, á 2'8875, ¿cuántas corresponderán?

(64) *Menos* total, *menos* flete. 2 8 8'7 5 | 1 0 5

7 8 7 | 2'7 5
  5 2 5
      0

Precio del flete=2'75*pts.*

Escolio.—La última pregunta también equivale á esta otra: ¿cuál es el 100 por 105 de 2'8875?

De igual manera se podría calcular directamente el importe de la capa.

Además de estos gastos generales y de los mencionados anteriormente que con ellos se relacionan, casi siempre ocasionan los transportes otros accesorios, que hay que agregar á los anteriores, como son: los de *embalaje,* almacenaje, que se suele fijar en un tanto diario por bulto *cuando las mercaderías* no son recogidas á su llegada, llamándose estadia y sobre estadia, cuando permanece en el buque durante uno ó dos plazos convenidos; acarreo ó *conducción al punte de embarque*; recepción; gabarraje ó *flete desde el muelle á la embarcación* definitiva ó viceversa; pilotaje ó *derechos correspondientes al práctico que con frecuencia sube á la nave para conducirla al puerto*; anclaje ó *tributo pagado al fondear en él*, y algunos otros *derechos de puerto* é *impuestos del Gobierno,* según las circunstancias y ley de Presupuestos que rige.

III.—Timbre.

95. Entre éstos merece especial mención el de timbre, *impuesto con que hoy están gravados casi todos los documentos* públicos ó privados, impresos ó manuscritos, inclusos el cono-

CIMIENTO y PÓLIZAS DE FLETAMENTO, en que se hacen constar *las condiciones estipuladas para el transporte.*

Estos derechos de timbre se satisfacen, bien extendiendo ciertos documentos en papel adquirido en las expendedurías al precio señalado por el Gobierno, bien por medio de *sellos móviles* ó PÓLIZAS, para cuyo valor hay establecidas escalas graduales en relación con el número de unidades á que corresponde el impuesto, escalas que hasta en lenguaje oficial se llaman *proporcionales,* aunque no podemos comprender la razón, pues no existe tal proporcionalidad más que en algunas y entre ciertos límites.

El timbre no es, por consiguiente, otra cosa, que *un sumando* más *que aumenta el importe*, por lo cual nada nuevo puede ofrecerse en los cálculos, aun cuando intervenga en ellos.

IV.—**Seguros.**

96. Otro gasto que suele acompañar al de transporte y que también puede ser independiente de él, es el de SEGURO ó *indemnización que se percibe en caso de siniestro involuntario mediante el pago de una prima* al particular, ó más generalmente á la compañía con quien se contrata.

Esta prima, según la naturaleza de la cosa asegurada, puede ser FIJA, si *se paga una sola vez*, y TEMPORAL, si *se satisface al terminar períodos iguales de tiempo*, de los cuales toma el nombre, llamándose *mensual*, *trimestral*, *anual*, etc., según *se pague por meses, trimestres, años*, etc.

Cualquier riesgo puede ser objeto de esta contratación, por lo que hay seguros TERRESTRES y MARÍTIMOS, CONTRA INCENDIOS, SOBRE LA VIDA, etc., calificativos que designan el *peligro que se prevee* y pueden dar lugar á tres clases de cálculos:

1.°—*El de la prima que debe pagarse con arreglo á la tarifa establecida, según la indemnización que se quiere recibir, en caso de que haya lugar á ella.*

2.°—*El de la indemnización que se debe pagar según el valor del perjuicio.*

3.°—*El de la prima, que debe exigirse, según el riesgo que se corra y lo que se desee ganar ó exponerse á perder.*

Los conocimientos hasta aquí expuestos no nos permiten ocuparnos del último, ni de él nos ocuparíamos aunque pudiésemos, por no constituir una verdadera operación comercial, aunque sí mercantil, razón por la cual lo estudiaremos detenidamente en el siguiente tomo.

El comercio encuentra ya establecidas las tarifas en que consta el tanto por 100 ó 1000 *del valor asegurado* que debe satisfacerse en forma de prima fija, si el riesgo es temporal, como el de un transporte, ó de prima temporal si el peligro es constante, como el de un incendio, y el cálculo de una ú otra, se reduce por consiguiente al de *uno de los casos de tanto por cuanto*.

Por lo demás, la prima fija puede cobrarse *al celebrar el contrato* ó *al terminar el plazo del seguro*, y saber si ha ocurrido ó no el siniestro; pero como es costumbre que el asegurador no deje de cobrarla en ningún caso, el asegurado nunca percibe íntegra la cantidad que sirvió de base al cálculo, por lo que pueden ocurrir dos cosas: que se contente con *recibir la diferencia entre el valor en que estimó las mercaderías y el de la prima que debe satisfacer*, ó que quiera *percibir el valor total*, para lo cual ha de pagar también seguro de la prima, al mismo tanto por 100 ó 1000.

El primer seguro se llama SIMPLE; el segundo, CON PRIMA DE LA PRIMA.

PROBLEMA 1.º—¿En qué valor se aprecia el contenido de un almacén asegurado contra incendios al 0'75 por 1000, mediante el pago de una prima anual de 96*pts*? (84, 3.ª)

96000	0'7 5
210	1 2 8 0 0 0
600	
0	

En 128000 *pts*.

PROBLEMA 2.º—¿Cuál será la prima que deberá satisfacerse en el momento de llegar al puerto de destino las mercaderías apreciadas en 8245*pts*, siendo 15 por 100 el precio del seguro?

Seguro simple.

10%	. .	824'5
5 »	. .	412'25
Prima fija.	. .	1236'75*pts*.

El asegurado percibirá entonces en el caso de pérdida total,

$$8245 - 867{,}75 = 7377{,}25 \, pts.$$

Con prima de la prima (64).

100 — 15 = 85. . .	100	824500	85
8245. . .	x	595	9700*pts* se deben asegurar
+	+	0	

	10% . .	970
	5 » . .	485
Prima fija. . .		1455*pts.*

Comprobación que puede servir para resolver el problema de otro modo.

Seguro simple.		1236'75
Prima de la prima. .	10% .	145'50
	5 » .	72'75
Prima fija.		1455'00*pts.*

V.—Averías simples.

97. El cálculo de la indemnización en las AVERÍAS *simples* ó *siniestros involuntarios* de las mercaderías es menos breve, aunque no dificultoso, pues se reduce á determinar á lo más: el *importe de las pérdidas*; el *verdadero valor en el punto de llegada*; el *producto de las ventas á bajo precio*, voluntarias ó forzosas, si há lugar á ellas; la *pérdida natural del género*, en algunos casos, y si el asegurador se ha reservado, como es costumbre, una FRANQUICIA estipulada á *tanto por* 100 *sobre el valor asegurado*, que no paga en caso de siniestro, como tampoco *lo que se supone pueden perder los efectos asegurados*, á causa de mermas por insuficiencia de embalaje, desprendimiento de humedad, vaporización, filtración, etc.; *el importe de éstas* y *los pequeños gastos* que todo ello pueda ocasionar.

Por muy larga que sea la operación, solo puede, por tanto, originar en la mayoría de los casos *combinaciones de suma, resta, multiplicación y división*, que se deducirán fácilmente, *por análisis*, de las condiciones estipuladas y perjuicios sufridos por el dueño de los objetos.

PROBLEMA 1.º—De Nueva York llegan á Barcelona 30 bultos de mercaderías (balas, sacos, toneles, etc.), aseguradas en 2000 dollars al precio de 1'25 %₀ con franquicia de 4 %, reconociéndose como pérdida natural $1\frac{1}{2}$ %. Los 30 bultos se hallan divididos en 3 lotes de á 10 por la distinta calidad de su contenido, llegando averiados 1 de los primeros de 210*kg* de peso, que se vende en públiica subasta por 36*pts*, y 2 de los segundos de 204*kg*, y 96*kg* por 15*pts* y 12*pts*, apreciándose sus valores en estado sano y punto de desembarque en 40*pts* cada 100*kg* de la primer clase y 25 % los de la segunda; y subiendo los gastos de peritaje, venta, etc., á 32'05*pts*, ¿cuánto debe satisfacer el asegurador?

$$200D^s = 200.5'44pts = 1088pts \text{ (Tabla XII)}.$$

Valor asegurado de cada bulto, 1088*pts* : 30 = 36'26*pts*
» » » clase (grupo de 10) = 362'66 »

Peso del primer bulto á la salida.	210 *kg*
Pérdida natural, $1\frac{1}{2}$ por 100..	3'15 »
Peso real.	206'85 »
Valor de 1*kg*.	0'40
Valor del bulto.	82'74*pts*
Producto de la venta.	36 »
Pérdida..	46'74 »

```
467400 |8 2 7 4
       |-------
 53700 |5 6'4 9      46'74 es de 82'74 (86, 2.ª) el 56'49 por 100.
 40560
  74640                        3 6'2 6
    174                        5 6'4 9
                            -----------
                            1 7 7 6 7 4  (T. I, 197)
                          2 0 3 0 5 6
                          -------------
                          2 0 4 8'3 2 7 4
```

Pérdida en relación con el seguro.	20'48*pts*
Franquicia, 4 % de 362'66..	14'51 »
Primera pérdida real.	5'97*pts*

Peso 2 bultos, segunda clase, á la salida.	300 *kg*
Pérdida natural, $1\frac{1}{2}$ por 100.	4'50 »
Peso real..	295'50 »
Valor de 1*kg*.	0'25 *pts*
Valor de los bultos.	73'875 »
Producto de la venta.	27
Pérdida.	46'875 »

```
4 6 8 7'5 0 0 |7 3'8 7 5
               -----------
  2 5 5 0 0 0 |6 3'4 5
    3 3 3 7 5 0
      3 8 2 5 0 0
        1 3 1 2 5
```

46'875 es de 73'875 (86, 2.ª) el 63'45 por 100.

```
Valor asegurado por 2 bultos. . .      7 2'5 2 pts
                                       6 3'4 5
                                   -----------
                                     3 2 6 3 4 0    (T. I, 197).
                                 4 5 6 8 7 6
                                 -------------
                                 4 6 0 1'3 9 4 0
```

Pérdida en relación con el seguro.	46'01 *pts*
Franquicia, 4 % de 362'66..	14'51 »
Segunda pérdida real.	31'50 »

	5'97 *pts*
	31'50 »
Importe de las pérdidas.	37'47 »
Gastos, peritaje, ventas, etc..	32'05 »
Importe total.	69'52 »
Franquicia, 4 % de 362'66 por clase averiada.	14'51 »
	55'01 »
Prima del seguro, 10'88.1'25 = ...	13'60 »
Ha de satisfacer el asegurador.	41'41 *pts*

Escolio.—Por no alargar más el ejemplo, solo hemos supuesto averiados 3 de los 30 bultos; pero el cálculo seria evidentemente análogo si fueran más.

También hemos supuesto con igual objeto que el precio en venta de los dos bultos averiados de igual clase fuera para ambos 25*pts* por cada 100*kg*; siendo distintos, se hallaría su media diferencial (68) para encontrar el valor de 1*kg*, ó se calcularían separadamente.

VI.—Importación, exportación y tránsito.

98. La IMPORTACIÓN ó *entrada en España de mercaderías extranjeras*; la EXPORTACIÓN, ó *salida de los productos nacionales* y el TRÁNSITO, ó *pase por una nación de las mercaderías que se destinan á otra*, originan los gastos de ADUANA, ú *oficina establecida en algunos puertos de mar y puntos de las fronteras, en la que se registran los géneros y se satisfacen los derechos fijados por la Ley para los artículos que salen del país ó entran en él* y están obligados á pasar por ellas, pues no todas están habilitadas para despachar y recibir ciertas mercaderías.

Estos gastos pueden ser principalmente:

Los *derechos de Aduana española y extranjera*, fijados por los ARANCELES de importación y exportación, *relaciones oficiales de lo que cada efecto debe pagar según su medida*, en los que además constan los *artículos libres de derechos*, lo que hay que rebajar por *taras*, etc.

Dicho arancel no es aplicable á las mercaderías admitidas con carácter de tránsito.

El recibo de estos derechos;

Carga y descarga, transbordo, desembalaje, reembalaje y repeso;

Precintos, marchamos y *reconocimiento de materias alimenticias;*

Guías de tránsito ordinario ó internacional, *certificado* y *estadística;*

Comisión del Agente que casi siempre se encarga de estos asuntos,

y algún otro de menor importancia, según los impuestos establecidos en cada país.

99. El único problema que en las operaciones de Aduana puede diferenciarse algo de los que ya conocemos, es la determinación de los derechos que se deben cobrar por géneros que durante su transporte hayan sufrido alguna avería, cuando en virtud de ella se concede una rebaja mediante las formalidades exigidas por las leyes.

Si V designa el valor marcado en el Arancel para la mercadería en estado sano, v el que le corresponde después de la avería, D los derechos que en el primer caso debería pagar, y d los que realmente deben cobrarse, es evidente que (66)

$$\left.\begin{array}{l} V. \ldots . D \\ v. \ldots . d \\ + \quad + \end{array}\right\} d = \frac{Dv}{V},$$

fórmula que, en general, sirve para calcular esos derechos, pero que en casos particulares modifica la Ley vigente, disponiendo que *si el derecho exigible* d *no llega á valer* $\frac{1}{4}$ D, *se cobre esta cantidad*, y que *si la avería no llega al* 10°/₀ *no se haga rebaja ninguna.*

Problema 1.°—Llegado al puerto y Aduana de Barcelona un cargamento de arroz y maderas ordinarias de la India, compuesto de 800 sacos de 70*kg* de peso y 600 de 50*kg* de arroz, con cáscara y sin cáscara respectivamente, y 8765 decisterios de madera, se concede rebaja por la avería sufrida á causa de un temporal. Siendo los derechos marcados por el arancel de 3'40 y 6'80*pts* los 100*kg* para ambas clases de arroz, y de 2'60 *pesetas* metro cúbico para la madera, suponiendo que el primero se pudiera vender en estado sano á 35*pts* saco, el segundo á 20 y la tercera á 5 el m^3, apreciándose después de la avería en 21'4 cada saco de arroz de ambas clases y 4'50*pts* el m^3 de madera, ¿cuánto debería cobrarse?

$$\begin{array}{lrl}
\text{Arroz con cáscara. . .} & 800 \text{ sacos}.70kg & = 56000kg \\
\text{Arroz sin cáscara. . . .} & 600 \text{ sacos}.50kg & = 30000kg \\
\text{Madera. . . . .} & 8765de & = 876'5m^3 \\
D\ldots = & 560.3'40pts & = 1904 \quad pts \\
D' = & 300.6'80pts & = 2040 \quad » \\
D'' = & 876'5.2'60pts & = 2278'90 \quad »
\end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l} 70kg\ldots \ 35pts \\ 100 \ \ldots \ \ x \\ + \qquad\quad + \end{array}\right\} x = \frac{3500}{70} = 50pts = V; \qquad v = \frac{2100}{70} = 30pts$$

$$\left.\begin{array}{l} 50kg\ldots \ 20pts \\ 100 \ \ldots \ \ x' \\ + \qquad\quad + \end{array}\right\} x' = \frac{2000}{50} = 40pts = V'; \qquad v' = \frac{400}{50} = 8pts$$

$$5pts = V''; \quad v'' = 4'75 \ »$$

$d = \frac{1904.30}{50} = \frac{5712}{5} = 1142‘4 pts > \frac{1}{4} D,$

y $V - v = 20 > 10\%V$. . . . . 1142‘4 *pts*

$d' = \frac{2040.8}{40} = \frac{2040}{5} = 408 pts < \frac{1}{4} D' = 510,$

y $V' - v' = 32 > 10\%V'$. . . . . . . 510 »

$d'' = \frac{2278‘90.4‘75}{5} = 2164‘955 pts > \frac{1}{4} D'',$

y $V'' - v' = 0‘25 < 10\%V'' = 0‘50$. 2278‘90 »

Total que debe cobrarse. . . . . 3931‘30*pts*

Escólio.—Solo para la analogía del cálculo y para que sirva de ejercicio, hemos determinado el valor de d''; pero en la práctica es inútil hallarlo, desde el momento en que se observa que $V''-v'' < 10\%V''$.

Como ejemplo de análisis algo dificultoso, resolveremos ahora el siguiente

Problema 2.°—Suponiendo que en España se hayan importado durante cualquier transcurso de tiempo 1913400*kg* de mármoles de Italia labrados y en tablas sin labrar, que hayan pagado por los derechos de entrada 100605‘75*pts*, siendo de 8*pesetas* por quintal métrico los señalados á los primeros, según el Arancel vigente, y de 3‘75 los correspondientes á los segundos, ¿cuántos kilogramos de cada clase se han importado durante ese período?

Peso de los mármoles importados. . . . . . . = 19134*Qm*

Derechos de los labrados = 8(19134*Qm* — Peso de los no labrados.)

= 153072*pts* — (Peso de los no labrados)8.

Derechos de los labrados = 100605‘75 — 153072 + (Peso de los no labrados)8.

= — 52466‘25 + (Peso de los no labrados)8.

— 52466‘25 = (Peso de los no labrados) 3‘75 — (Peso de los no labrados)8.

— 52466‘25 = (Peso de los no labrados) (— 4‘25).

5 2 4 6 6'2 5	4'2 5
9 9 6	1 2 3 4 5 *Qm*
1 4 6 6	
1 9 2 2	
2 2 2 5	
0	

Peso de los no labrados. . . 1234500*kg*
» » labrados. . . . . 1913400 — 1234500 = 678900*kg*.

Hemos resuelto este problema, que después de todo no presenta gran dificultad, con el exclusivo objeto de que se comprenda no es cierto, como algunos sostienen, que el simple análisis y el conocimiento de las proporciones y Conjunta basten para resolver ni aun las más frecuentes cuestiones comerciales.

En algunas Aduanas ó cerca de ellas, existen también DEPÓSITOS, ó *almacenes en que los comerciantes pueden dejar durante cierto tiempo las mercaderías que importan, mediante un pequeño derecho de almacenaje, sin pagar los de Arancel hasta la salida de los géneros*, lo cual les *evita hacer desembolsos anticipados* que pueden ser de consideración, permitiéndoles satisfacer esos derechos, bien de una vez, bien paulatinamente, después de haber vendido los efectos.

VII.—**Cuentas, facturas y prorateo.**

100. Antes de dar por terminado cuanto se refiere á la compra y venta de las mercaderías y á los gastos que las mismas ocasionan, debemos decir algunas palabras sobre lo que se llama en el comercio PRORATEO DE FACTURAS, ó *determinación del precio á que resultan las mercaderías compradas, según su coste, y los gastos que han originado.*

Sabido es que en general se llama CUENTA, la *nota que el vendedor pasa al comprador, ó el comisionista al comitente, detallando los efectos vendidos y cuantas circunstancias son necesarias para que las condiciones en que se ha efectuado la venta, queden fijadas de un modo preciso, que no deje lugar á duda alguna.*

En el segundo caso puede, por consiguiente, existir también la llamada CUENTA DE COMPRA, en *la que se haga constar la efectuada, con arreglo á las órdenes de otra persona.*

Esta *cuenta de compra* es la que algunos llaman FACTURA SIMPLE, nombre que otros dan á la *cuenta de venta cuando los géneros han de salir fuera de la plaza en que se extiende*, que los primeros distinguen con el de FACTURA DE EXPEDICIÓN, por ser frecuente que figuren en ella los *gastos de transporte* y sus análogos.

La mayoría, no obstante, usan como sinónimas las palabras *cuenta* y *factura*, siendo esta última la que más se va generalizando.

101. Sea de ello lo que quiera, es decir, dejando á los que escriban sobre Contabilidad y Prácticas de Comercio el cuidado de fijar bien estos conceptos, si creen posible que los comerciantes se pongan de acuerdo sobre ellos, y concretándonos á lo que nos interesa, ó sea á cuanto del Cálculo puede depender, recordaremos que:

Cuando son iguales los precios y se conocen explícitamente los gastos ocasionados por cada unidad comprada ó por la totalidad, basta agregar éstos al importe natural y dividir la suma por el número de unidades (79, 5.ª) para obtener el precio de una, problema tan sencillo, que no creemos necesite ejemplo para su aclaración.

El verdadero *prorateo* solo tiene, pues, lugar en uno de estos dos casos:

1.º—*Cuando originando iguales gastos cada unidad, sus precios son diferentes.*

2.º—*Cuando no son iguales los gastos ocasionados por cada una.*

El *primer caso* es puramente práctico, porque tratándose, por ejemplo, de una compra de sal, café, azúcar y azafrán, y suponiendo que los gastos solo hayan sido ocasionados por el transporte, ascendiendo á 600*pts*, es evidente que, si en conjunto pesan 1000*kg* las mercaderías compradas, cada kilogramo habrá contribuido al aumento del importe en 600:1000=0'60 de peseta, y por lo tanto, estos 0'60 deberían añadirse á su precio de compra.

Pero considerada la cuestión prácticamente varía por completo, en razón á que al comerciante no le conviene atender á los valores absolutos, sino á los relativos.

En efecto; al carretero, á la empresa del ferrocarril, etc., poco les importa el valor de lo que transporta, pues el trabajo y dificultades de la conducción dependen solo del peso de las mercaderías en el ejemplo que venimos examinando, mientras el comerciante debe ante todo atender á los precios de compra y venta, porque si la sal le cuesta á 0'15 de *pt*, el café á 2'50, el azúcar á 0'75 y el azafrán á 800*pts* kilogramo, los 0'30 de *peseta* apenas si modificarían el último precio, siendo así que quintuplicarían el primero, imposibilitando la venta de la sal.

Por esta razón, en la práctica, *los gastos se reparten en proporción á los precios.*

Claro está, por consiguiente, que el prorateo de facturas puede resolverse por medio de proporciones, que originan cálculos inútiles, y que lo mismo resultaría considerando los importes en lugar de los precios; pero lo más breve y sencillo es aplicar el método de reducción á la unidad, que conduce, como vamos á ver, á la siguiente regla:

Se divide el importe de los gastos por el natural de las mercaderías, y el cociente aumentado en una unidad, se multiplica por los precios de compra primitivos para obtener los nuevos.

Efectivamente; si el importe de los gastos lo dividimos por el natural de toda la compra, tendremos la parte c representada por el cociente, que corresponderá de aumento á cada peseta; luego á cualquier precio p, corresponderá pc, y por lo tanto, ese precio se convertirá en $p+pc=p(1+c)$, conforme al enunciado.

Escolio.—Creemos que esta regla es la más clara, comprensible y breve que puede seguirse, pero con decir que ni la hemos aprendido de nadie, ni la hemos visto en parte alguna, queda dicho que no es la que suelen seguir los prácticos, á pesar de su sencillez.

Problema.—Determinar el precio que corresponde á cada kilogramo en el supuesto anterior, habiéndose adquirido 500 de sal, 300 de café, 195 de azúcar y 5 de azafrán.

500*kg* de sal	á 0'15*pts*	=	75	*pts*
300 » » café	» 2'50 »	=	750	»
195 » » azúcar	» 0'75 »	=	146'25	»
5 » » azafrán	» 800 »	=	4000	»
Importe natural. . .		=	4971'25	

Observemos, aunque tampoco los prácticos suelen tener esto en cuenta, no obstante los considerables errores que pueden originarse, que como el mayor número por quien hemos de multiplicar ha de ser 800, si queremos los precios aproximados en menos de un céntimo de peseta, deberemos calcular el cociente con 5 cifras después de la coma (T. I, 237, 2.°), aunque para los demás no necesitaremos considerarlas todas, pudiendo emplear la regla de Oughtre.

Gastos.	600'000	4971'25
	1028750	0'12069
	3450000	
	4672500	
	198375	

1'12.0'15   1'120.2'50 = 2'80000..... (T. I, 194, 2.°)

$$\begin{array}{r} 1'12 \\ 5\,6\,0 \\ \hline 0'1680 \end{array} \quad \text{..... (T. I, 196)} \qquad \begin{array}{r} 1'12069 \\ 800 \\ \hline 896'552 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1'12 \\ 0'75 \\ \hline 0'8400 \end{array} \quad \text{..... (T. I, 197)}$$

Precio de la sal	=	0'17*pts kg*
» del café	=	2'80 » »
» » azúcar	=	0'84 » »
» » azafrán	=	896'55 » »

Comprobación.—Vamos á efectuarla para este caso particular, con objeto de hacer una advertencia:

Importe natural de la compra. . .	=	4971'25*pts*
Gastos.	=	600 »
IMPORTE TOTAL.		5571'25*pts*

500*kg* de sal	á	0'17*pts*	= 500.0'17*pts*	=	85 *pts*
300 » » café	»	2'80 »	= 300.2'80 »	=	840 »
195 » » azúcar	»	0'84 »	= 195.0'84 »	=	163'80 »
5 » » azafrán	»	896'55 »	= 5.896'55 »	=	4482'75 »
IMPORTE TOTAL.					5571'55*pts*

Vemos que este resultado sólo se diferencia del anterior en 0'30 de *pt* á causa de que hemos calculado por exceso el aumento del precio de la sal, que es precisamente la que figura con mayor número de kilogramos, por lo que *siempre debe hacerse la comprobación*, pues de haberlo tomado por defecto, el error tendría por límite

$$0'01(500 + 300 + 195 + 5) = 0'01.1000 = 10\,pts.$$
(T. I, 237, 1.º),

no llegando, por tanto, á compensarse los gastos en muchas ocasiones.

Sin embargo, son muy pocos los que la hacen y muchos los que se contentan con calcular hasta las centésimas el cociente 0'12069, en cuyo caso el segundo resultado sería el mismo, por la casualidad de ser ceros todas las cifras que siguen al 8, pero el último se convertiría en 1'12.800=896, y á pesar de que intencionadamente escogemos para hacerlo resaltar, el caso más desfavorable, en que sólo sean 5 el número de unidades, teniendo las demás tres cifras, 0 la que sigue en el cociente y las decenas y unidades de 800, y en que el mayor número de kilogramos corresponda al importe calculado por exceso, resultaría para el del azafrán 5.896=4480, que sumado con los anteriores daría

$$85 + 840 + 163'80 + 4480 = 5568'80\,pts;$$

es decir, que figurando esos precios aun con circunstancias tan exageradamente favorables para lo que se hace comunmente, por ser muchos los que así lo enseñan, se perderían en la venta 2'45*pts*.

No nos parece que esto sea muy *práctico*.

Segundo caso.—Cuando por su embalaje, conservación, derechos, etc., SEAN DESIGUALES LOS GASTOS que cada unidad origine, puede resolverse como el anterior; pero lo más natural y equitativo, *es calcular así los que sean comunes, y por separado los que origine cada unidad ó mercadería.*

PROBLEMA.—Suponiendo que las mercaderías anteriores provengan de nuestras posesiones de Ultramar, y que en las 600 *pesetas* de gastos estén incluidos los derechos de entrada, ¿qué precio corresponderá á cada kilogramo?

(Esto es difícil que ocurra respecto de la sal; pero lo suponemos así para continuar con el ejemplo).

Derechos de importación de la sal. . . .	3‘25*pts*	cada	100*kg*		
» » » del café.. . . .	60	»	»	»	»
» » » » azúcar. . .	17‘60	»	»	»	»
» » » » azafrán. . .	10	»	»	»	»

Gasto entrada sal.	3‘25.5	=	16‘25*pts*
» » café.. . . .	60.3	=	180 »
» » azúcar. . .	17‘60.1‘95	=	34‘32 »
» » azafrán. . .	10.0‘05	=	0‘50 »
Total derechos.		=	230‘57*pts*
Gasto total.		=	600 »
Gastos comunes.		=	369‘43*pts*

```
3694300 |4 9 7 1 2 5
        |-----------
2144250 |0‘0 7 4 3 1
 1557500
  661250
  164125
```

1‘0 7.0‘1 5	1‘074.2‘50 = 2‘68500	1‘0 7 4 3 1
5 3 5		8 0 0
0‘1 6 0 5	1‘07.0‘75 = 0‘8025	8 5 9‘4 4 8

Precio de la sal	= 0‘16 + 0‘03 de entrada	=	0‘19 de *pt*
» del café	= 2‘69 + 0‘60 » »	=	3‘29*pts*
» » azúcar	= 0‘80 + 0‘18 » »	=	0‘98 »
» » azafrán	= 859 + 0‘10 » »	=	859‘10 »

Comprobación:

500*kg* de sal	á	0‘19*pts* =	19.5	=	95 *pts*
300 » » café	»	3‘29 » =	329.3	=	987 »
195 » » azúcar	»	0‘98 » =	195.0‘98	=	191‘10 »
5 » » azafrán	»	859‘10 » =	5.859‘10	=	4295‘50 »
Importe total..					5568‘60*pts*

Cometiéndose, pues, con los precios calculados, un error por defecto en el total de 5571‘25—5568‘60=2‘65*pts*, no obstante haber tomado por exceso el del café, se debería aumentar 0‘01 de *pt* al precio de éste ó de la sal, ó bien 0‘02 al del azúcar, ó por último, 0‘53 al del azafrán, único que daría un resultado exacto, siendo 0‘53.5=2‘65.

Las necesidades ó conveniencias del momento, la oferta y la demanda de unos ú otros artículos y otras mil circunstancias independientes del Cálculo son, sin embargo, las que en cada caso práctico deben modificar los resultados y decidir al comerciante á variar unos precios á costa de otros, aunque atendiendo siempre al resultado final.

Como tampoco tienen nada que ver con el Cálculo, ni la redacción de los documentos de ninguna clase, ni la multitud de prescripciones legales que se refieren á todo lo contenido en este Capítulo, y no nos hemos propuesto escribir ni un tratado de *Prácticas de Comercio,* ni mucho menos de *Legislación mercantil*, prescindimos de llenar páginas con formularios, modelos y artículos del Código de Comercio, y vamos á proseguir el estudio de los Cálculos comerciales, sabiendo ya como sabemos el significado de todas las palabras que pueden entrar en las cuestiones hasta aquí examinadas y los elementos cuya combinación ha de determinar los resultados.

CAPÍTULO VI

COMPAÑÍAS

I.—Repartos proporcionales.

102. Con objeto de ir pasando desde lo más sencillo á lo más complicado, hemos supuesto hasta ahora que las operaciones comerciales las realizaba un solo individuo, á quien por lo tanto correspondía la ganancia ó pérdida; pero frecuentemente ocurre, sobre todo cuando los negocios exigen la inversión de grandes capitales, que varias personas se asocian formando una *compañía*, para realizar alguna operación mercantil.

En la mayoría de ellas debe repartirse la ganancia ó pérdida total en proporción al capital con que cada socio contribuye y al tiempo durante el cual ha tenido su dinero expuesto á las eventualidades del negocio, y entonces la resolución del problema no es más que un caso particular de otro más general, como vamos á ver, cuyo objeto es *repartir una cantidad proporcionalmente á los valores de otras*, lo que puede conseguirse siempre valiéndose de la Regla de tres, método de reducción á la unidad, etc.; pero que en la práctica origina el procedimiento abreviado, que se conoce bajo el nombre de REGLA DE REPARTOS, repartimientos ó particiones PROPORCIONALES.

Suele decirse que el reparto es SIMPLE, *cuando los números á que deben ser proporcionales las partes en que la cantidad se divida, son conocidos*, y COMPUESTO, *cuando sus valores se han de determinar préviamente por medio de las condiciones que fijen los enunciados* de las diferentes cuestiones á que pueden aplicarse.

Supongamos primero que la repartición deba ser simple, es decir, que conozcamos los números a, b y c, por ejemplo, á que deben ser proporcionales los sumandos, que llamaremos x, y, z, en que deba descomponerse la cantidad representada por el número N.

Aplicando á la resolución de este problema general el método de reducción á la unidad, veremos que si al número de unidades $a+b+c$, deben corresponder N, á una sola corresponderá $\frac{N}{a+b+c}$ y por lo tanto, á a, el producto de esta fracción por a, á b, el producto por b, y á c, el producto por c, luego

$$x=\frac{N}{a+b+c}.a; \qquad y=\frac{N}{a+b+c}.b; \qquad z=\frac{N}{a+b+c}.c;$$

ó bien,

$$x=\frac{Na}{a+b+c}; \qquad y=\frac{Nb}{a+b+c}; \qquad z=\frac{Nc}{a+b+c};$$

expresiones que permiten deducir dos reglas prácticas, para descomponer un número en partes proporcionales á los valores de otros varios:

1.ª—*Dividir el número por la suma de aquellos á que las partes deban ser proporcionales y multiplicar el cociente por cada uno de ellos*, para determinar la que le corresponde.

2.ª—*Multiplicar el número por cada uno de aquellos á que las partes deban ser proporcionales y dividir los productos por la suma de los mismos*, para obtener los resultados correspondientes.

La primera solo exige una división y tantas multiplicaciones cuantos sean los números. mientras que la segunda hace precisas igual número de divisiones y con mayores dividendos, por lo que aquélla debe ser preferida, cuando la división indicada sea exacta; pero en caso contrario debe ser aplicada la segunda, para no vernos obligados á operar con números fraccionarios ó aproximados, pues el último caso, según sabemos, podría dar origen á considerables errores, si antes no se calculaba la aproximación que el cociente debía tener.

EJEMPLO 1.°—Dividir el número 2000 en partes proporcionales á 4, 7 y 9.

$$\frac{2000}{4+7+9} = \frac{2000}{20} = 100 \left| \begin{array}{l} x = 100.4 = 400 \\ y = 100.7 = 700 \\ z = 100.9 = 900 \\ \hline \qquad\qquad\qquad 2000 \end{array} \right.$$

ESCOLIO.—Siempre que se aplica esta regla, es costumbre sumar las partes para comprobar el resultado.

EJEMPLO 2.°—Dividir el número 2000 en partes proporcionales á 4, 6 y 9.

$$4 + 6 + 9 = 19$$

$$\begin{array}{r|l} 2000.4 = 8000 & 19 \\ \cline{2-2} 40 & 421'05 \\ 20 & \\ 100 & \\ 5 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 2000.6 = 12000 & 19 \\ \cline{2-2} 60 & 631'57 \\ 30 & \\ 110 & \\ 150 & \\ 17 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2000.9 = 18000 & 19 \\ \cline{2-2} 90 & 947'36 \\ 140 & \\ 70 & \\ 130 & \\ 16 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x = 421'05 \\ y = 631'58 \\ z = 947'37 \\ \hline 2000'00 \end{array}$$

103. La mayor parte de las veces puede y debe simplificarse en la práctica este procedimiento.

En efecto; si multiplicamos ó dividimos los números dados a, b, c por otro cualquiera n, tendremos (T. I, 191, 2.°; 201, 1.° y 2.°; 65 y 70.)

$$x = \frac{N}{am+bm+cm}.am; \qquad y = \frac{N}{am+bm+cm}.bm;$$
$$z = \frac{N}{am+bm+cm}.cm$$

$$x = \frac{N}{(a{:}m)+(b{:}m)+(c{:}m)}(a{:}m); \qquad y = \frac{N}{(a{:}m)+(b{:}m)+(c{:}m)}(b{:}m);$$
$$z = \frac{N}{(a{:}m)+(b{:}m)+(c{:}m)}(c{:}m);$$

luego pueden multiplicarse ó dividirse por un mismo número, sin que se altere el valor de los resultados, por lo cual,

1.°—*Si los números á los cuales han de ser proporcionales los valores buscados son fraccionarios, convendrá multiplicarlos antes por el* m. c. m. *de sus denominadores* para que éstos desaparezcan.

2.°—*Si tienen factores comunes, convendrá suprimirlos antes de aplicar la regla,* para operar con números más pequeños.

Los productos ó cocientes se escriben, en la práctica, *á la derecha de los números de que provienen*, disponiendo las restantes operaciones en forma cómoda para hacer la prueba.

Ejemplo 1.°—Dividir el número 546 en tres partes proporcionales á $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{4}$.

$$\begin{array}{c|l}
\frac{1}{2} & 6 \ldots\ldots \frac{546}{13}.6 = 42.6 = 252 \\
\frac{1}{3} & 4 \ldots\ldots \frac{546}{13}.4 = 42.4 = 158 \\
\frac{1}{4} & 3 \ldots\ldots \frac{546}{13}.3 = 42.3 = 126 \\
 & \hphantom{3 \ldots\ldots \frac{546}{13}.3 = 42.3 = }\overline{546}
\end{array}$$

$$x = 252; \qquad y = 158; \qquad z = 126.$$

Ejemplo 2.°—Dividir 546 en tres partes proporcionales á 70, 105 y 140.

$$
\begin{array}{r|r|l}
70 & 14 & 2 \ldots\ldots \frac{546.2}{9} = \frac{182.2}{3} = \frac{364}{3} = 121`33 \\
105 & 21 & 3 \ldots\ldots \frac{546.3}{9} = \ldots\ldots\ldots = 182 \\
140 & 28 & \underline{4} \ldots\ldots \frac{546.4}{9} = \frac{182.4}{3} = \frac{728}{3} = \underline{242`67} \\
 & & 9 \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad 546`00
\end{array}
$$

$$x = 121`33; \qquad y = 182; \qquad z = 242`67.$$

104. Respecto al caso de repartición compuesta, puede descomponerse en dos cuestiones:

1.ª—*Determinar en vista de las condiciones del enunciado los valores de los números á que han de ser proporcionales las partes.*

2.ª—*Aplicar las reglas anteriores una vez conocidos.*

Imposible es dar para la primera una regla general, en razón á que por sí sola constituye, un problema especial, que según dichas condiciones deberá ser resuelto por análisis ó por los medios que las mismas exijan, por lo cual solo es posible decir que:

Para resolver un problema de repartición compuesta, se determinarán ante todo los números á que las partes deban ser proporcionales y se aplicarán después las reglas de la repartición simple.

Ejemplo: Dividir el número 100 en tres partes tales, que multiplicándolas respectivamente por 2, 4 y 8 y dividiendo los productos por 3, 5 y 7, se obtengan tres resultados iguales.

Representando las incógnitas por x, y, z, deberemos tener, según las condiciones del enunciado

$$\frac{2x}{3} = \frac{4y}{5} = \frac{8z}{7}, \quad \text{ó bien} \quad \frac{x}{3:2} = \frac{y}{5:4} = \frac{z}{7:8};$$

luego esas partes han de ser directamente proporcionales á

$$\frac{3}{2}, \ \frac{5}{4} \text{ y } \frac{7}{8}.$$

$$\begin{array}{c|l}
\frac{3}{2} & 12 \ldots\ldots \frac{1200}{29} = 41'38 \\
\frac{5}{4} & 10 \ldots\ldots \frac{1000}{29} = 34'48 \\
\frac{7}{8} & \;\,7 \ldots\ldots \frac{700}{29} = 24'14 \\
\hline
 & 29 \qquad\qquad\quad 100'00
\end{array}$$

$$x = 41'38; \qquad y = 34'48; \qquad z = 24'14.$$

II.—Contribuciones, quintas y herencias.

La regla de repartos proporcionales tiene varias aplicaciones importantes fuera y dentro del Comercio.

Entre las primeras deben contarse:

Las CONTRIBUCIONES, ó *impuestos que deben pagar los habitantes de cada país para sufragar los gastos indispensables y convenientes al interés de todos*, los cuales deben repartirse *entre las provincias, proporcionalmente á sus riquezas*; el que corresponde á la provincia *entre los pueblos* que la componen de igual modo, y el de éstos *entre cada contribuyente*.

Las QUINTAS ó *reparto de los jóvenes de cierta edad á quienes se obliga á formar parte del Ejército*, impuesto personal que aún existe en muchas naciones, y entre ellas en la nuestra, cuyo cupo se reparte *proporcionalmente al número de mozos sorteables de cada provincia y de cada pueblo*, efectuando además el sorteo de los quintos que faltan cuando resultan números fraccionarios, *proporcionalmente á los valores de las fracciones que quedan* después de extraer los enteros.

Por último, la distribución de las HERENCIAS ó *capitales que en una ú otra forma corresponden á algunas personas á la muerte de otra*, según las disposiciones de ésta y las leyes que están en vigor.

Cuando el difunto deja ya consignado en un documento las cantidades fijas que cada cual ha de recibir, ninguna duda ocurre, á no estar en contradicción con dichas leyes, en virtud de cuyas disposiciones se hace también el reparto, si nada había dispuesto; pero cuando se fijan únicamente ciertas condiciones á las que éste debe adaptarse, como casi siempre sucede, por no ser fácil preveer á tiempo el capital exacto que se dejará, la distribución suele ofrecer más ó menos dificultades, aunque en la mayoría de los casos puede aplicarse la regla á que nos referimos después de estudiadas con detenimiento las condiciones impuestas.

Como esta cuestión suele estar íntimamente relacionada con las comerciales, resolveremos antes de continuar un caso que presente alguna dificultad, para que sirva de ejemplo.

Problema.—Un comerciante deja en su testamento 13970 *pesetas*, con la condición de que si el hijo que ha de nacer después de su muerte es varón, sean para él $\frac{4}{5}$ de la herencia y el resto para la madre; pero que si es hembra, se entreguen á la madre $\frac{2}{3}$, siendo el resto para la hija. Muerto el comerciante, nacen dos gemelos, niño y niña: ¿cómo debe distribuirse la herencia?

Puesto que su voluntad era que el varón percibiera 4 veces más que la madre y ésta 2 más que la hija, por cada unidad que la hija perciba corresponderán 2 á la madre y 2.4=8 al hijo; luego la herencia deberá repartirse proporcionalmente á los valores de estos números.

$$\begin{array}{r|c|l}
8 & & 1270.8 = 10160 pts \text{ al hijo.} \\
2 & \frac{13970}{11} = 1270 pts & 1270.2 = \ \ 2540 \text{ » á la madre.} \\
1 & & 1270.1 = \ \ 1270 \text{ » » » hija.} \\
\hline
11 & & \qquad\quad 13970
\end{array}$$

III.—Averías gruesas.

105. Entre las aplicaciones completamente comerciales, merece especial mención la relativa al cálculo de las *averías gruesas*.

Hemos estudiado, en efecto, los referentes á las averías sufridas por los géneros independientemente de la voluntad humana, tanto si por ellas ha de producirse alguna indemnización (97), como si se pretende una rebaja en los derechos de Aduana (99), es decir, á las simples, pues las ordinarias, nombre que dan algunos á los *gastos inherentes al transporte y conservación de las mercaderías*, no hay para qué considerarlas en particular, ya que deberán satisfacerlas por entero los dueños de los efectos.

Fáltanos examinar las GRUESAS, ó sea *las causadas intencionadamente para salvar unos á costa de otros*, averías muy frecuentes en el transporte marítimo, á cuyo pago deben contribuir evidentemente *todos los interesados en el buen éxito del viaje*, incluso aquellos mismos que hayan experimentado perjuicios, puesto que el daño sufrido al arrojar, por ejemplo, al mar, ciertos objetos, para aligerar y salvar un buque, ha tenido lugar en interés de todos, sin exceptuar al dueño de la nave.

Claro está, por lo tanto, que lo que á cada cual corresponde pagar, deberá ser *directamente proporcional al valor de los efectos de su pertenencia*, lo que reduce la esencia del cálculo á una cuestión de repartos proporcionales.

Este reparto, no obstante, exige algunas operaciones auxiliares, que no ofrecen dificultad, pero cuyo conjunto puede dividirse en cuatro partes para mayor claridad del cálculo:

1.ª—*Determinación del importe de las pérdidas.*

2.ª—*Cálculo de los valores que contribuyen al pago de la avería.*

3.ª—*Reparto de las pérdidas.*

4.ª—*Reintegros y pagos que á cada cual corresponden.*

1.º—Para determinar el IMPORTE DE LAS PÉRDIDAS, basta *sumar los perjuicios ocasionados á las diversas partes del cargamento y al buque que lo transporta, con los gastos de peritaje, juzgado y demás accesorios que se hayan originado*, pues el valor de las mercaderías debe apreciarse por el que tengan, ó debieran tener si se perdieron, en el punto de descarga y en el estado en que lleguen á él, que es aquel en que el dueño los recibe ó debería recibirlos.

PROBLEMA 1.º—Determinar el importe de las pérdidas sufridas en la travesía de un buque desde Marsella á Cádiz, suponiendo que para salvarse de una tempestad hubo que efectuar las operaciones siguientes: arrojar al mar todas las áncoras y cadenas, que se aprecian en 2500*pts*; perjudicar con esta operación á 60 sacos de harina pertenecientes al comerciante A, perjuicio apreciado en 1500*pts*; arrojar 40 pipas de vino, pertenecientes á *B*, en 2000; cuatro botes de salvamento, en 3000; 30 balas de merino averiado, propiedad de *C*, en 9800; varios palos del buque que fueron cortados, en 1000; algunos aparejos en 600; 80 toneladas de madera, pertenecientes á D, en 1200, subiendo á 500*pts* los gastos de peritaje y liquidación en Cádiz; sabiendo además que fué preciso abrir en el buque un agujero, desperfecto valuado en 800*pts*; y entrar en el puerto de Barcelona con objeto de hacer ciertas reparaciones indispensables para proseguir el viaje, importando durante la estancia en dicha población 850*pts* la manutención y salarios de los tripulantes, para atender á cuyos gastos se vendieron varios aparatos y efectos pertenecientes al propietario de la nave por su valor natural de 1400*pts*.

Averías en el buque.	Ancoras y cadenas.	2500*pts*
	Botes salvamento.	3000 »
	Palos del buque.	1000 »
	Aparejos.	600 »
	Agujero abierto.	800 »
Averías en el cargamento.	Daño á 60 sacos harina, propiedad de A.	1500 »
	40 pipas vino, propiedad de B.	2000 »
	30 balas merino ya averiado, C.	9900 »
	80 toneladas madera, D.	1200 »
	Pérdida efectos vendidos del propietario.	1400 »
Averías accesorias.	Salarios y alimento en Barcelona.	850 »
	Peritaje, juzgado, etc., en Cádiz.	500 »
	IMPORTE DE LA AVERÍA TOTAL.	25250*pts*

2.º—Para calcular los VALORES QUE CONTRIBUYEN AL PAGO, *se suman el del buque y aparejos en el estado en que se hallen, los de los efectos salvados, averiados y abandonados de cada uno y el 50 por 100 del flete*, pues el otro 50% disponen las leyes se rebaje en concepto de salarios y alimento de la tripulación.

PROBLEMA 2.º—Calcular en el supuesto anterior los valores que deben contribuir al pago, suponiendo que el buque se tase al llegar á Cádiz en 200000*pts*; que 140 sacos de A lleguen sanos, apreciándose en 7000*pts*; que 50 cajones de mercaderías pertenecientes á E y tasados en 6900*pts*, no hayan sufrido ningún perjuicio, y que las 20 balas de merino no averiado y 10 pipas de vino que llegan en buen estado, valgan 16100 y 500 *pesetas*, siendo 12000*pts* el importe del flete.

Propietario....	Buque.	200000 *pts*	207400 *pts*
	50% del flete.	6000 »	
	Efectos vendidos.	1400 »	
.... *A*	60 sacos perjudicados. . .	1500 »	8500 »
	140 sanos.	7000 »	
.... *B*	40 pipas vino perdidas. . .	2000 »	2500 »
	10 » » buenas.	500 »	
.... *C*	30 balas averiadas perdidas.	9900 »	26000 »
	20 en buen estado. . . .	16100 »	
.... *D*	80 toneladas madera perdidas.. . . .		1200 »
.... *E*	50 cajones mercaderías salvados. . . .		6900 »
	Total de valores que contribuyen.		252500 *pts*

3.°—Para repartir las pérdidas, pueden seguirse dos procedimientos: *aplicar la regla de repartos proporcionales,* ó *averiguar qué tanto por* 100 *es la pérdida* (86, 2.°) *del total contribuyente, y calcular este tanto del capital que corresponde á cada interesado.*

El primero es el más largo, siendo en cambio el menos inexacto, mientras que el segundo permite operar con números más pequeños; pero si el tanto por 100 no es exacto, como los valores interesados suelen ser números de varias cifras, puede originar errores de gran consideración (T. I, 237), por cuyo motivo no debe en general emplearse.

Sin embargo, en algunos casos como el presente, puede usarse con ventaja y hemos buscado los datos á propósito para ello, porque el método general lo hemos empleado y emplearemos aún muchas veces.

Problema 3.°—En el mismo supuesto de los anteriores, encontrar el valor con que cada cual debe contribuir á la indemnización de la avería.

La avería de 25250*pts* es evidentemente el 10% de 252500 *pesetas*, valor total.

10% de	207400 =	20740	..... Propietario
» »	8500 =	850	..... *A*
» »	2500 =	250	. . . *B*
» »	26000 =	2600	..... *C*
» »	1200 =	120	..... *D*
» »	6900 =	690	..... *E*
		25250	

4.°—Para determinar ahora lo que se ha de dar á algunos y lo que otros han de pagar, será suficiente *encontrar las diferencias entre lo que cada cual debe percibir y lo que debe entregar.*

PROBLEMA 4.°—Continuando la hipótesis precedente, calcular lo que cada interesado debe reintegrar ó cobrar.

Observando cuáles son las cantidades mayores que deben servir de minuendos, después de sumar la pérdida del propietario 2500+3000+1000+600+800+1400=9300*pts*, tendremos agrupando los resultados convenientemente

$$\text{DEBEN PAGAR.}\begin{cases}\textit{Propietario}\ldots\left\{\begin{matrix}20740\,pts\\-9300\ \text{»}\end{matrix}\right\} & 11440\,pts\\ \ldots\ldots\ E\ \ldots\ldots & 690\ \text{»}\\ & \overline{12130\,pts}\end{cases}$$

$$\text{DEBEN COBRAR..}\begin{cases}\ldots\ldots\ A\left\{\begin{matrix}1500\ \text{»}\\-850\ \text{»}\end{matrix}\right\} & 650\ \text{»}\\ \ldots\ldots\ B\left\{\begin{matrix}2000\ \text{»}\\-250\ \text{»}\end{matrix}\right\} & 1750\ \text{»}\\ \ldots\ldots\ C\left\{\begin{matrix}9900\ \text{»}\\-2600\ \text{»}\end{matrix}\right\} & 7300\ \text{»}\\ \ldots\ldots\ D\left\{\begin{matrix}1200\ \text{»}\\-120\ \text{»}\end{matrix}\right\} & 1080\ \text{»}\end{cases}$$

$$\begin{array}{lr}\text{Tripulación}\ldots\ldots & 850\ \text{»}\\ \text{Peritos, juzgado, etc.}\ . & 500\ \text{»}\\ & \overline{12130\,pts}\end{array}$$

106. El conjunto de estos cuatro problemas, que hemos separado porque nos ha parecido que de este modo se comprenden mejor las operaciones que han de efectuarse, forman en la práctica uno solo, la LIQUIDACIÓN DE LA AVERÍA, aunque este nombre más bien significa la *determinación de lo que cada interesado debe cobrar ó pagar*, es decir, la última parte de la cuestión, que puede aún complicarse con otras circunstancias accesorias, como son, por ejemplo, siguiendo en la misma hipótesis. los GASTOS ocasionados por la carga y descarga en Barcelona ó por cualquier otro concepto de cada mercadería, que deberían

aumentarse á lo que sus dueños deben entregar ó disminuirse de lo que han de cobrar; lo que á semejanza de lo supuesto con objetos del propietario se haya podido VENDER forzosamente del cargamento á un precio inferior del que le corresponde, cuyo producto *debería entregarse á su dueño por el del buque*, si fué para reparar las averías de éste, no contando entonces entre las generales más que la pérdida sufrida en la venta y otras análogas, que no es posible detallar por el sinnúmero de combinaciones que en una cuestión de esta clase pueden presentarse.

Las reglas dadas bastan, empero, para resolver la parte que pudiera ofrecer alguna dificultad, hallándose en el Código de Comercio, cuya enseñanza pertenece á la «Legislación mercantil», aquellas á que se han de sujetar las valuaciones, y en cualquier libro de «Prácticas de Comercio» la redacción del documento que acompaña á los anteriores cálculos y la forma en que es costumbre incluirlos, que no difiere mucho de la que hemos empleado, sin que tampoco deba ser una determinada y fija.

Por lo demás, son tan variadas las condiciones que un enunciado puede contener, que no es posible precisar cuáles serán las aplicaciones generales de la regla de repartos, pues en virtud de aquéllas puede ser aplicable á *la mayoría de los problemas comerciales*.

Como ejemplo, y antes de entrar en la más importante de todas, resolveremos el siguiente

PROBLEMA.—Suponiendo que el valor de las importaciones durante un año haya ascendido en España á 1805'4 millones de *pesetas*, representando las materias necesarias para la industria un 50'9 por 100; los productos naturales un 28'9 por 100 y los fabricados un 20'2 por 100; que de esos productos naturales se haya consumido por valor de 1291'6 millones, de los que 61'2 por 100 pertenezcan á materias necesarias á la industria, 34'8 por 100 á productos naturales, y 4 por 100 á los fabricados, ¿qué valores de cada clase habrán dejado de consumirse?

Los valores reales de las mercaderías importadas, los conoceremos dividiendo 1805'4 en partes proporcionales á 50'9, 28'9 y 20'2,

50'9		50'9 = 918'9486 millones, productos para la industria.
28'9	18'054.	28'9 = 521'7606 millones, productos naturales.
20'2		20'2 = 364'6908 » » fabricados.
100		

Análogamente, obtendremos los de las consumidas.

61'2		61'2 = 790'4592 millones, productos para la industria.
34'8	12'916.	34'8 = 449'4768 millones, productos naturales.
4		4 = 51'664 » » fabricados.
100		

luego restando,

Valor no consumido de productos para la industria. . . . . . $\left\{\begin{matrix}918948600\\790549200\end{matrix}\right\} = 128399400$ *pts*

Valor no consumido de productos naturales. . . . . $\left\{\begin{matrix}521760600\\449476800\end{matrix}\right\} = 72283800$ »

Valor no consumido de productos fabricados. . . . . $\left\{\begin{matrix}364690800\\51664000\end{matrix}\right\} = 313026800$ »

Operaciones auxiliares.

```
 18'054        18'054        18'054
   50'9          28'9          20'2
 ------        ------        ------
 162486        162486         36108
90270         505512        36108
 ------        ------        ------
918'9486      521'7606      364'6908

 12'916.61'2        12'916
  25832               34'8
 77496              ------
 ---------          619968
 790'4592          38748
                    ------
                   449'4768
```

IV.—Regla de Compañía.

107. La REGLA DE COMPAÑÍA es la que tiene por objeto *enseñar el procedimiento práctico que debe seguirse para determinar la ganancia ó pérdida que corresponde á cada una de las*

personas asociadas para la realización de un negocio, cuándo deba ser proporcional á los capitales con que cada uno ha contribuido y al tiempo que haya permanecido en la Sociedad.

Los casos que en esta clase de compañías podrán ocurrir, serán por consiguiente:

1.°—*Que los capitales y los tiempos sean iguales.*

2.°—*Que los tiempos sean iguales y los capitales distintos.*

3.°—*Que los capitales sean iguales y distintos los tiempos.*

4.°—*Que los tiempos y los capitales sean diferentes.*

108. En el primer caso, es evidente que á todos corresponderá por igual la ganancia ó pérdida, y por lo tanto, que:

1.°—*Para encontrar lo que á cada socio corresponde, cuando todos han contribuido por igual á la realización de un negocio, bastará dividir la ganancia ó pérdida total, por el número de asociados.*

Problema 1.°—Cuatro personas se asocian, poniendo cada una 982*pts*, para comprar mercaderías y venderlas después, empezando por invertir las 3928*pts* en una, cuya venta encargan á un agente, pagándole una comisión de 2 por 100, el cual las vende por 4006'56*pts*, ¿qué parte de ganancia ó pérdida corresponde á cada uno?

Líquido, pagada la comisión. $\left\{\begin{matrix} 102 \ldots 4006'56 \\ 100 \ldots x \end{matrix}\right\} x = \frac{400656}{102} = \frac{200328}{51} = \frac{66776}{17}$ (64)

$$\begin{array}{r|l} 66776 & 17 \\ \cline{2-2} 157 & 3928pts = x \\ 47 & \\ 136 & \\ 0 & \end{array}$$

Pagada la comisión, quedan 3928*pts*.

Ganancia ó pérdida 3928*pts* empleadas, menos 3928 obtenidas$=0$: $\frac{0}{4}=0$.

No le corresponde ninguna ganancia ni pérdida.

2.°—*Si por un mismo tiempo han tenido expuestos diferentes capitales*, á doble capital deberá corresponder doble beneficio, si lo hay, luego en este caso (61)

Las ganancias ó pérdidas son directamente proporcionales á los valores de los capitales.

Problema 2.°—Tres asociados ganan 48000*pts* con un capital formado por 12000 del primero, 15000 del segundo y 13000 del tercero, ¿cuánto corresponde á cada uno?

$$\begin{array}{r|r|c|l}
12000 & 12 & & 1200.12 = 14400 \text{pts al primero.} \\
15000 & 15 & \frac{48000}{40} = 1200 & 1200.15 = 18000 \text{ » » segundo.} \\
13000 & 13 & & 1200.13 = 15600 \text{ » » tercero.} \\
\hline
 & 40 & & \ 48000
\end{array}$$

3.°—Si los tiempos son distintos é iguales los capitales, parece á primera vista que el que lo expuso por doble tiempo, debe ganar doble; pero hay que tener presente que este caso solo ocurre cuando algún socio retira parte de su capital ó todo, antes de terminar el negocio, ó cuando ya comenzado este, entra alguna otra persona á formar parte de la asociación.

Si lo primero, no es justo que el capital retirado participe de las ganancias ó pérdidas posteriores; si lo segundo, no lo es tampoco que participe de las anteriores; pero en gran número de casos se conviene así para evitar nuevos cálculos y complicaciones, y entonces

Las ganancias ó pérdidas se consideran directamente proporcionales á los tiempos.

Problema 3.°—Tres personas emprenden un negocio juntando iguales fondos y ganando en 10 meses 12000*pts*; pero habiendo necesitado dinero antes, la segunda retiró su capital á los 6 meses de comenzado y la primera el suyo un mes después: ¿cuánto percibirá cada una, además del capital primitivo?

La primera tuvo su capital 7 meses; la segunda 6; la tercera 10.

$$\begin{array}{r|l}
7 & \frac{12000.7}{23} = 3652'17 \text{pts la primera.} \\
6 & \frac{12000.6}{23} = 3130'43 \text{ » » segunda.} \\
10 & \frac{12000.10}{23} = 5217'39 \text{ » » tercera.} \\
\hline
23 & \phantom{\frac{12000.10}{23} = }\ 11999'99
\end{array}$$

84000	23	72000	23	120000	23
150	3652'17	30	3130'43	50	5217'39
120		70		40	
50		100		170	
40		80		90	
170		11		210	
9				3	

Escolio.—El céntimo que falta para componer las 12000 *pesetas*, proviene de la suma de los tres errores de los cocientes, defectuosos todos en menos de 0'01.

4.°—Cuando son diferentes los capitales y los tiempos, siendo c y t los correspondientes á un socio, y c', t', los que corresponden á otro, si representamos por x é y sus ganancias ó pérdidas, y por z la que correspondería al capital c de uno de ellos durante el tiempo t' del otro, deberemos tener, según lo dicho:

$$z:y::c:c' \qquad x:z::t:t'$$

proporciones que multiplicadas ordenadamente nos darán (58)

$$zx:yz::ct:c't'$$

ó suprimiendo el factor z, común á los dos términos de la primera razón:

$$x:y::ct:c't'$$

y lo mismo deberá verificarse cuando los socios sean más de dos, puesto que si análogamente llamamos c'', t'' y v, al capital, tiempo y ganancia, ó pérdida referentes á otro cualquiera, tendremos, según acaba de verse, que:

$$x:y::ct:c't'; \qquad y:v::c't':c''t''$$

proporciones que multiplicadas también ordenadamente producen:

$$xy:yv::ct.c't':c't'.c''t''$$

ó suprimiendo los factores y, $c't'$, comunes á ambas razones

$$x:v::ct:c''t''$$

y por lo tanto (57, 2.°, Cor. y 58, 3.°)

$$x:ct::y:c't'::v:c''t''$$

ó en otros términos:

Las ganancias ó pérdidas que corresponden á cada socio, puede admitirse son directamente proporcionales á los productos de los capitales por los tiempos.

Decimos *puede admitirse*, porque así se efectúa el reparto en la mayoría de los casos; pero como esta proporcionalidad se funda en la del anterior, que ya sabemos no es rigurosamente cierta, tampoco lo es la que acabamos de enunciar, bajo el punto de vista científico. En el Apéndice del tercer tomo veremos cuál es la parte que en realidad debería percibir cada socio, con arreglo á los exactos principios de la Ciencia.

PROBLEMA 3.°—Tres personas forman una sociedad que dura 14 años: la primera, pone al principiar las operaciones 5000*pts*, y seis años después 3500; la segunda, 9000, retirando 1500 á los 4 años; y la tercera, 7000, retirando á los 3 años 1250 y entregando 2 años después 3000. Suponiendo que se hayan ganado 10461‘50*pts* y que el segundo deba recibir por su trabajo extraordinario una prima de 5 por 100, ¿cuánto ganaría cada uno?

Beneficio total. . . .	10461‘50 *pts*
Prima de 5%. . . .	543‘075 »
Queda para repartir. .	9918‘425 »

El primero tuvo 5000*pts* por 6 años, y 5000+3500=8500 *pesetas* por 14—6=8 años.

El segundo 9000 durante 4 años, y 9000—1500=7500*pts*, durante 14—4=10 años.

El tercero 7000 por 3 años, 7000—1250=5750*pts* durante 2 años, y 5750+3000=8750*pts* durante 14—2—3=9 años.

5000. 6 = 30000 8500. 8 = 68000	98000	1960	392	A la primera 3035‘146*pts*
9000. 4 = 36000 7500.10 = 75000	111000	2220	444	» segunda { 3437‘768 543‘075 } = 3980‘843*pts*
7000. 3 = 21000 5750. 2 = 11500 8750. 9 = 78750	111250	2225	445	» tercera 3445‘511*pts*
			1281	10461‘500*pts*

Operaciones auxiliares.

```
                     9918'425
                          392
(T. I, 197)... 3888022'600 | 1281
                    4502   | 3035'146
                     6592
                      1876
                       5950
                        8260
                         574
```

```
  9918'425
       444
  39673700
436410700 ..... (T. I, 198 y 194, 3.º)
4403780'700 | 1281
 5607       | 3437'767
  4838
   9950
    9837
     8700
     10140
      1173
```

```
     9918'425
          445
    49592125
  436410700
  4413699'125 | 1281
   5706       | 3445'512
    5829
     7059
      6541
       1362
         815
```

V.—Aplicaciones especiales.

109. La regla de compañía se aplica, como hemos visto, al reparto de la ganancia ó pérdida, en la mayoría de las que se llaman COLECTIVAS ó sea, *aquellas en que todos los socios tienen iguales derechos y deberes*.

Hay también compañías que se constituyen por medio de ACCIONES ó *títulos que dan á sus poseedores derecho á participar de todos los beneficios, obligándoles á contribuir al pago de las pérdidas, pero solo hasta extinguir el valor representado por los mismos*.

En este caso es costumbre repartir los DIVIDENDOS ó *ganancias*, si las hay, en ciertas épocas, pues estas sociedades suelen ser de larga duración y las acciones transmisibles de unas á otras personas.

También hay compañías que se forman emitiendo OBLIGACIONES; pero los poseedores de éstas no son verdaderos socios, pues la obligación solo es un *título que representa un crédito contra la sociedad y da derecho á cobrar periódicamente una cantidad fija* mientras no es recogido, en conformidad á las condiciones con que se efectuó la emisión.

110. Por lo demás, los hombres se asocian para muchos fines más ó menos mercantiles, y las compañías á que puede aplicarse la regla estudiada, son por tanto variadísimas, sin que entre ellas merezcan citarse, como casos particulares, más que las de SOCORROS MÚTUOS, cuyo objeto es *indemnizar en la forma convenida al que sufra algún perjuicio determinado* y las que hacen referencia á *construcciones* y *arrendamientos*.

Pueden, no obstante, ser tan diversas las condiciones en que se formen y las incógnitas cuyo valor se busque, aun en los casos generales, que no sea suficiente ó conveniente para calcularlo la aplicación de las reglas dadas, y se haga necesario recurrir á los demás procedimientos de investigación.

PROBLEMA 3.°—Tres obreros de una fábrica reunen 2000 *pesetas* para socorrerse mútuamente si algún día se cierra aquélla, con la condición de que el segundo percibirá doble que el primero y el tercero triple que el segundo. Llegado el caso previsto, ¿cuánto corresponde á cada uno?

Por 1 peseta que el primero reciba, corresponderán 2 al segundo y 2.3=6 al tercero; luego 2340*pts* se han de repartir proporcionalmente á estos números.

$$\begin{array}{r|c|l} 1 & & \ldots\ldots\ 260 \text{ al primero} \\ 2 & \frac{2340}{9} = 260 & 260.2 = \ \ 520 \text{ » segundo} \\ 6 & & 260.6 = 1560 \text{ » tercero} \\ & & \qquad\quad \overline{2340} \end{array}$$

Problema 2.°—Un arquitecto edifica una casa por cuenta de tres personas, quedándole 12000*pts* después de haberla vendido y entregado á los que la encargaron la mitad, el quinto y el décimo respectivamente del producto de la venta, ¿en cuánto se vendió la finca?

Siendo $\frac{1}{2}+\frac{1}{5}+\frac{1}{10}=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$ y $1-\frac{4}{5}=\frac{1}{5}$, las 12000

pesetas, serán la quinta parte del importe de la venta, y éste, por lo tanto, 5.12000=60000*pts*.

Problema 3.°—Dos personas arriendan un terreno por 6000 *pesetas*, teniendo 5000 de gastos durante su explotación, y al fin del arrendamiento produce la venta de lo recolectado 20000 *pesetas*, ¿cuánto ganó cada uno, suponiendo que al primero correspondan los dos tercios y al segundo el cuarto, según el contrato hecho?

$$\begin{array}{lcr} \text{Desembolso total. . .} & = 6000+5000 = & 11000\,pts \\ \text{Importe venta. . . .} & = & 20000 \text{ »} \\ \hline \text{GANANCIA. . . . .} & = & 9000\,pts \end{array}$$

luego según el enunciado tomado al pie de la letra, debían corresponder al primero $\frac{2}{3}$.9000=600*pts* y al segundo $\frac{1}{4}$.9000 =2250*pts*; pero como la suma 8250*pts* de estos resultados no llegan á componer las 9000, esos dos tercios y ese cuarto no deben referirse al capital ganado, sino á la relación de dichos números con la unidad entera, por lo cual las 9000*pts* deberán dividirse en dos partes proporcionales á $\frac{2}{3}$ y $\frac{1}{4}$, ó á los resultados anteriores 6000 y 2250, que provinieron de tomar como unidad á 9000, y por consiguiente, darán iguales partes proporcionales.

Una resolución puede servir de comprobación á la otra.

$$\begin{array}{c|c|l}
\frac{2}{3} & 8 & \frac{9000.8}{11} = \frac{72000}{11} = 6545\text{'}45\mathit{pts} \text{ al primero} \\
\frac{1}{4} & 3 & \frac{9000.3}{11} = \frac{27000}{11} = 2454\text{'}55 \text{ » } \text{ » segundo} \\
\hline
11 & & \qquad\qquad\quad 9000\text{'}00
\end{array}$$

$$\begin{array}{r|r|r|r|l}
6000 & 120 & 24 & 8 & 6545\text{'}45\mathit{pts} \text{ al primero} \\
2250 & 45 & 9 & 3 & 2454\text{'}55 \text{ » } \text{ » segundo.}
\end{array}$$

Problema 4.°—Tres comerciantes formaron compañía; el primero tuvo en ella 200*pts* durante 8 meses y 5 días, correspondiéndole 500 de las 1000 que se ganaron; el segundo puso 150 y le correspondieron 300, y 200 al tercero por los 4 meses que tuvo su capital comprometido en el negocio, ¿cuál fué este capital y cuánto tiempo tuvo el segundo el suyo en la compañía?

Siendo ó admitiendo, como se admite, que deben ser las ganancias directamente proporcionales á los productos de los capitales por los tiempos, tendremos, llamando c y t al capital y tiempo desconocidos y contando los meses de 30 días,

$$500:200.245::300:150.t,$$

de donde $t = \frac{200.245.300}{500.150} = \frac{2.245.2}{5} = 2.49.2 = 196$ días.

$$500:200.245::200:c.120,$$

de donde $c = \frac{200.245.200}{500.120} = \frac{2.49.5}{3} = 163\text{'}33\mathit{pts};$

luego el tercero puso 163'33*pts* y el segundo contribuyó al negocio con su capital, durante 6 meses y 16 días.

CAPÍTULO VII

ECUACIONES Y LIMITACIONES DE PRIMER GRADO

I.—Generalidades.

111. Las cuestiones que acabamos de resolver y muchas de las anteriores, como las últimas de los párrafos 63 y 99, creemos serán suficientes para que se comprenda que las condicio-

nes de los enunciados pueden ser variadísimas, según hemos dicho repetidas veces; que las cantidades desconocidas, no siempre se podrán determinar con el solo auxilio de las reglas anteriores, y que aun cuando ocurra así, el análisis necesario para algunas puede ser dificilísimo é imposible para la mayoría, y que, por tanto, se impone la necesidad de conocer un procedimiento general de resolución, que además ofrezca la ventaja de poderse aplicar á datos cualesquiera, para deducir fórmulas y reglas particulares sencillas para los casos más frecuentes, según también hemos hecho ya en distintas ocasiones.

Esto es lo que se consigue por medio de las ECUACIONES ó *igualdades en que entran cantidades desconocidas*, cuando se sabe plantearlas y RESOLVERLAS, es decir, hacer las *operaciones necesarias para hallar los valores de las incógnitas* ó SOLUCIONES de la ecuación, DESPEJÁNDOLAS, ó sea *dejándolas solas en un miembro de la igualdad*, después de pasar al otro todas las cantidades que son ó se suponen conocidas.

Así de la *ecuación* $x+3=12$, se deduce inmediatamente $x=12-3$, en que la incógnita está *despejada* y la ecuación *resuelta*, pues $x=9$, es la *solución* buscada.

Esta solución ha de SATISFACER siempre á la igualdad de que proviene, es decir, ha de *reducirla á una identidad*, $12=12$, cuando se sustituye en vez de la incógnita su valor y se efectúan las operaciones indicadas, aun cuando la cantidad desconocida sea FUNCIÓN de otra *ó dependa del valor variable que otra pueda tener*, como sucedería si la ecuación fuera $x+a=12$, de la cual, restando a, se obtendría $x=12-a$, y sustituyendo, $12-a+a=12$, ó $12=12$.

112. El *comprobar si el valor de la incógnita satisface á la ecuación*, puede, por consiguiente, servir en todo caso de PRUEBA, para cerciorarse de que la ecuación está bien resuelta.

Las ecuaciones pueden tener una ó varias incógnitas, y se distinguen por su GRADO, nombre que en las primeras se da al *mayor exponente de la incógnita*, después de escribirla en su forma más sencilla, y en las segundas, á la *suma de los exponentes de las incógnitas*, *en el término en que esta suma es mayor*.

$x+3=12$, es por lo tanto de *primer* grado;
$x+3x^4-7x^3=12+5x^2$, de *cuarto*, y $x^2+7z+xyz=8$, de *tercero*.

Por último, se llama SISTEMA de ecuaciones, al *conjunto de varias que deben ser satisfechas por unos mismos valores de las incógnitas*, en cuyo caso la SOLUCIÓN del sistema es la *reunión de los valores que satisfacen á las ecuaciones.*

Así $\left|\begin{matrix} x=3 \\ y=4 \end{matrix}\right|$ sería la solución del sistema $\left|\begin{matrix} x+y=7 \\ y-x=1 \end{matrix}\right|$

PLANTEADO un problema, es decir, escritas la ecuación ó ecuaciones que deben darnos la solución del mismo, bastará resolver éstas para tener resuelto aquél, pero desgraciadamente, si existen reglas fijas para esto, no sucede lo mismo con respecto al planteo, que por esta causa viene á ser con frecuencia la parte más dificultosa.

Observando, no obstante, que la resolución del problema será tanto más fácil cuanto menor sea el número de las incógnitas; que éstas se pueden siempre suponer conocidas representándolas por letras, y que si realmente conociésemos sus valores, en el mismo enunciado deben estar contenidas las relaciones que nos permitirían efectuar la prueba, puede darse como método general para plantear un problema, el siguiente:

Examinar bien cuáles son las verdaderas incógnitas, no considerando como tales aquellas cuyo valor pueda conocerse desde luego por medio de los de otras; representarlas por letras y expresar con los signos del análisis las operaciones que nos permitirían efectuar la prueba, si conociésemos los resultados.

Aplicando este método al antepenúltimo problema, diríamos:

Representando por x el importe de la venta, éste deberá ser igual á lo que cada persona recibe, que será respectivamente $\frac{x}{2}$, $\frac{x}{5}$, $\frac{x}{10}$, junto con lo que queda al arquitecto; luego

$$x=\frac{x}{2}+\frac{x}{5}+\frac{x}{10}+12000,$$

será la ecuación resultante de plantear el problema.

II.—Ecuaciones de primer grado con una incógnita.

113. Tratemos ahora de resolverla.

Como ante todo conviene operar con números enteros, empezaremos por encontrar el *m. c. m.* de los denominadores (T. I, 214, 4.°), que en este caso será 10, y multiplicar por él ambos miembros, con lo cual la ecuación se convertirá en

$$10x = 5x + 2x + x + 120000$$

es decir, que:

1.°—*Para hacer desaparecer los denominadores de una ecuación, es suficiente encontrar su* m. c. m., *multiplicando el numerador de cada fracción por los factores que falten á su denominador para componer el común y los términos enteros por dicho* m. c. m.

Después de efectuado esto, podrá suceder á menudo, aunque en este caso no ocurre, que todos los términos tengan algún factor común ó que haya términos iguales en ambos miembros, siendo entonces evidente que:

2.°—*Para simplificar una ecuación, deberán suprimirse los términos de igual valor y signo de ambos miembros, dividiendo los que queden por los factores comunes que tengan.*

Puesta en forma entera y simplificada la ecuación, si pasamos al primer miembro todos los términos que contengan la incógnita y al segundo los independientes de ella, resultará (T. I, 180, 3.°)

$$10x - 5x - 2x - x = 120000$$

y sacando x factor común (T. I, 190, Esc.)

$$(10 - 5 - 2 - 1)\,x = 120000$$

ó efectuando las operaciones indicadas

$$2x = 120000;$$

de donde dividiendo por 2, ó sea por el COEFICIENTE de x, nombre que se da á *todo factor que precede á una cantidad cualquiera*, suprimiéndose cuando es 1,

$$x = \frac{120000}{2} = 60000,$$

vemos, por consiguiente, que:

3.°—*Para resolver una ecuación de primer grado con una incógnita, se hacen desaparecer los denominadores; se simpli-*

fica; se escriben en el primer miembro todos los términos que contengan la incógnita y en el segundo los independientes de ella; se efectúan las operaciones indicadas, sacando, si es preciso, factor común la incógnita de todos los términos en que entre, y se divide el segundo miembro por el coeficiente que resulte.

PROBLEMA.—A una persona ofrecen 100 pesetas por la compra de un objeto, y necesitando más dinero, da á escoger entre otros que posee; el comprador escoge dos, ofreciendo por el 1.° y 2.° doble que por el 3.°, y por éste y el primero, triple que por el segundo, ¿en cuánto apreció cada uno de estos dos objetos?

A primera vista puede parecer que son dos las incógnitas; pero en realidad solo hay una independiente, pues conocido el valor x del 2.°, el del 3.° será igual á $\frac{1}{2}$ $(100+x)$.

Para efectuar la prueba del problema una vez determinado el valor de x, sumaríamos los del 1.° y 3.° para ver si resultaba el triplo del 2.°; luego,

$$100+\frac{100+x}{2}=3x; \qquad 200+100+x=6x,$$

$$x-6x=-200-100; \qquad -5x=-300,$$

$$x=\frac{-300}{-5}=60pts, \text{ valor del segundo (T. I, 200, 1.°)},$$

y por lo tanto, $\frac{1}{2}(100+60)=\frac{1}{2}\cdot 160=80pts$, valor del tercero.

114. Una ecuación de primer grado, con una incógnita, es generalmente DETERMINADA, es decir, que *la incógnita solo tiene un valor*, puesto que uno solo será el cociente de dividir el del segundo miembro por el del coeficiente; pero este valor podrá ser positivo ó negativo, entero ó fraccionario, 0 ó ∞, cuando se anulen al efectuar las operaciones indicadas dicho miembro ó dicho coeficiente y hasta $\frac{0}{0}$, en el caso de que se anulasen ambos (T. I, 199, 1.°, 2.° y 3.°), valores que ya sabemos lo que significan.

El de la incógnita *satisfará*, pues, *siempre á la ecuación,* *pero podrá no satisfacer á las condiciones del problema*, si éste, por ejemplo, no admitiese soluciones negativas, fraccionarias ó nulas, indicando en cualquier caso el valor ∞ la imposibilidad de resolverlo, ya que nosotros solo podemos disponer de cantidades limitadas.

Presentaremos algunos ejemplos de inmediata resolución, con el solo objeto de que se aprenda bien á interpretar los valores de la incógnita, en relación á las condiciones del enunciado, prescindiendo del valor entero y positivo que ha resultado en el problema anterior.

Problema 1.º—¿De cuántos carneros deberá componerse un rebaño, suponiendo se desea que el doble de su número, disminuido en su tercio, sea igual á 24?

$$2x - \frac{x}{3} = 24; \qquad 6x - x = 72; \qquad 5x = 72; \qquad x = \frac{72}{5} = 14\frac{2}{5}.$$

El problema es imposible de resolver, por no admitir para la incógnita valores fraccionarios, pues un rebaño no puede componerse de 14 carneros y $\frac{2}{5}$ de carnero, única solución que resulta de su planteo.

Problema 2.º—Un comerciante gana anualmente 5000*pts* y gasta 20 diarias, ¿cuántas ahorra al fin del año?

$$x = 5000 - 20.365 = 5000 - 7300 = -2300.$$

Lejos de ahorrar, tendrá que contraer cada año una deuda de 2300*pts*.

Problema 3.º—A una persona le roban la mitad del dinero que saca de su casa; emplea en varias compras la tercera parte menos 4 pesetas, y regresa con otras 4, ¿cuánto llevaba?

$$x - \left(\frac{x}{2} + \frac{x}{3} - 4\right) = 4; \qquad 6x - 3x - 2x + 24 = 24$$

$$x = 0.$$

El problema es absurdo, ó en otros términos, no tiene solución, pues saliendo de casa sin dinero, y no habiendo ingresado nada en su bolsillo, es imposible se cumplan las condiciones del enunciado.

Problema 4.°—¿Cuánto deberá producir la venta de una mercadería, para que restando su octava parte, de su cuarto más $3pts$, resulte esa misma octava parte aumentada en $6pts$?

$$\frac{x}{4}+3-\frac{x}{8}=\frac{x}{8}+6; \qquad 2x+24-x=x+48,$$

$$2x-x-x=48-24; \qquad 0.x=24,$$

$$x=\frac{24}{0}=\infty.$$

El problema es igualmente absurdo ó imposible de resolver, por no haber ningún número que satisfaga las condiciones del enunciado.

Problema 5.°—Un comisionista cobra de un acreedor una cantidad igual á la que sacó de su casa más $6pts$, después de haber gastado la mitad de lo que llevaba, y regresa con otra mitad, las $6pts$ y el capital primitivo; ¿con cuánto salió á la calle?

$$x-\frac{1}{2}x+x+6=\frac{1}{2}x+6+x; \qquad -\frac{1}{2}x+x=\frac{1}{2}x,$$

$$-x+2x=x; \qquad -x+2x-x=0; \qquad -2x+2x=0,$$

$$(-2+2)x=0; \qquad 0.x=0; \qquad x=\frac{0}{0}.$$

El problema y la ecuación son indeterminados ó admiten un número indefinido de soluciones, porque ese resultado indica que cualquiera que fuese la cantidad que sacó de su casa pudo efectuar las operaciones expresadas, en virtud de las cuales volvería siempre con la octava parte más 6 (T. I, 199, 1.°).

Escolio.—Cuando se opera con expresiones literales, no siempre el símbolo $\frac{0}{0}$ y sus análogos representan forzosamente indeterminación, en razón á que el numerador y denominador de una fórmula pueden reducirse á 0 al sustituir en lugar de las letras números particulares, por haber en ambos términos algún factor que se anule, y por lo tanto,

Siempre que una fracción se presente en forma indeterminada para valores particulares de las letras que entran en ella, deberemos asegurarnos de que sus términos no tienen ningún factor común antes de deducir la indeterminación, y supri-

mirlos si los hay, para encontrar el verdadero valor que representa.

En efecto; supongamos que de la resolución de un problema general, se ha obtenido la fórmula

$$x = \frac{a^2 - ab}{a^2 - b^2},$$

y por las condiciones de cualquier cuestión particular, han de ser $a = b = 5$.

Sustituyendo este valor en la fórmula, se obtendría:

$$x = \frac{25-25}{25-25} = \frac{0}{0},$$

y sin embargo, no hay tal indeterminación, observando que:

$$x = \frac{a^2 - ab}{a^2 - b^2} = \frac{a(a-b)}{(a+b)(a-b)} = \frac{a}{a+b},$$

lo que para el caso particular de ser $a = b$, dará siempre

$$x = \frac{a}{a+a} = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2},$$

que es lo que se obtendría en el supuesto de ser $a = b = 5$, puesto que

$$x = \frac{5}{5+5} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2},$$

verdadero valor de la incógnita.

III.—Ecuaciones de primer grado con varias incógnitas.

115. Si la ecuación tuviese más de una incógnita, siendo, por ejemplo, después de reducida á su forma más sencilla

$$3x + 4y = 5$$

podríamos suponer conocida la segunda y despejar x, ó al contrario, obteniendo así

$$3x = 5 - 4y; \qquad x = \frac{5-4y}{3},$$

y para cada valor que diésemos arbitrariamente á y, resultaría otro para x, cuyo conjunto formaría el *sistema* de valores que satisfarían á la ecuación.

Así, para

$$y = 0, 1, 2, 3, \ldots\ldots \text{ tendríamos: } x = \frac{5}{3},\ \frac{1}{3},\ -1, -\frac{8}{3} \ldots\ldots,$$

siendo las soluciones de la ecuación

$$\left.\begin{array}{l} x = 1\frac{2}{3} \\ y = 0 \end{array}\right|\begin{array}{l} x = \frac{1}{3} \\ y = 1 \end{array}\left|\begin{array}{l} x = -1 \\ y = 2 \end{array}\right|\begin{array}{l} x = -2\frac{2}{3} \\ y = 3 \end{array}\Bigg| \ldots\ldots,$$

y como lo mismo podría hacerse si hubiera más incógnitas, suponiendo conocidas ó dando valores arbitrarios á todas menos una, vemos que la ecuación es generalmente indeterminada, y que

Para resolver una ecuación de primer grado con varias incógnitas, basta despejar una de ellas, suponiendo conocidas las restantes.

116. El problema de que la ecuación provenga, será, por consiguiente indeterminado también en la mayoría de los casos; pero las condiciones del enunciado, por razones análogas á las dadas en el párrafo anterior, no sólo podrán limitar el número de soluciones, sino hasta convertirlo en determinado y aun en imposible de resolver.

Entre las mismas soluciones anteriores, puede verse, en efecto, que sólo hay una entera y ninguna que á la vez sea entera y positiva.

Cuando la ecuación puede admitir un número indefinido de ellas, ó por lo menos considerable, es, sin embargo, muy difícil asegurar si habrá ó no alguna que cumpla la condición de ser entera, ó entera y positiva, cuestión de frecuente importancia en el Comercio, á la que por tanto conviene dedicar alguna atención.

Ante todo supongamos que se tratara de la ecuación

$$6x + 4y = 5.$$

Dividiendo ambos miembros por 2, se convertiría en

$$3x + 2y = \frac{5}{2},$$

la cual evidentemente no puede quedar satisfecha por ningún par de valores de las incógnitas que sean enteros, porque la suma de dos números de esta clase jamás podrá ser igual á un número fraccionario, luego

1.º—*Si el* m. c. d. *de los coeficientes de una ecuación de primer grado con dos incógnitas, reducida á su expresión más sencilla, no divide al término conocido, dicha ecuación no admitirá soluciones enteras.*

PROBLEMA.—¿Podría pagarse con monedas españolas de oro de 10 y 20*pts* una suma de 342*pts*?

Representando por x é y las que se deberían entregar de cada clase, deberíamos tener

$$10x+20y=342; \qquad 5x+10y=171,$$

ecuación que no admite solución entera, por ser 5 y 10 divisibles por 5 y no serlo 171.

No podría, pues, pagarse con las monedas exigidas.

Si esta imposibilidad no existe, por tratarse de la ecuación

$$3x+4y=10,$$

aún podrá simplificarse la forma de ésta, si como sucede, tienen algún factor común el término independiente de las incógnitas y uno de los coeficientes.

En efecto; valiéndonos de una incógnita auxiliar z y haciendo $x=2z$, resultará sustituyendo y simplificando

$$3.2.z+4y=10; \qquad 3z+2y=5,$$

y claro está que si para esta ecuación más sencilla encontramos una solución entera, también la tendremos para la propuesta, siendo como será $x=2z$ un número entero.

Para conseguirlo, despejemos una de las incógnitas

$$z=\frac{5-2y}{3}=1+\frac{2-2y}{3}=1+2.\frac{1-y}{3},$$

é igualemos la parte fraccionaria de su valor á un entero indeterminado, que podemos representar por t, haciendo

$$\frac{1-y}{3}=t; \qquad \text{de donde } 1-y=3t; \qquad y=1-3t,$$

igualdad que nos permitirá encontrar para y, z y x, un sistema de valores enteros, por cada uno que demos á t.

Así, haciendo $t=0$, hallaremos sustituyendo

$$y=1; \qquad z=1+2.\frac{1-1}{3}=1; \qquad x=2.1=2,$$

haciendo $t=1$,

$$y=1-3=-2; \qquad z=1+2.\frac{1-(-2)}{3}=1+2.\frac{1+2}{3}=3;$$
$$x=2.3=6,$$

y así sucesivamente.

No siempre se llegarán á obtener estos valores por medio de una sola indeterminada t; pero operando con la nueva ecuación más sencilla, del mismo modo que con la primitiva, tendremos por precisión que llegar á una incógnita cuyo valor tenga la forma entera, puesto que los coeficientes irán disminuyendo.

Resulta, pues, que:

2.º—*Para encontrar las soluciones enteras de una ecuación de primer grado con dos incógnitas, se simplificará todo lo posible introduciendo alguna incógnita auxiliar, si esto es preciso, para llegar á una ecuación que sólo contenga números primos entre sí dos á dos; se despejará una de las incógnitas, extrayendo por división todos los enteros que la expresión de su valor contenga, y la fracción que quede, si la hay, se igualará á una indeterminada; y se continuará aplicando el mismo procedimiento á esta nueva ecuación y las que pueden resultar, hasta llegar á una en que el coeficiente de la incógnita sea la unidad, en la cual se darán á la indeterminada valores enteros y arbitrarios.*

Cada uno de estos valores, sustituídos en las igualdades anteriores, nos dará una solución entera de la primitiva.

Problema.—¿Podrían pagarse 1230*pts* en monedas de oro de 20 y 25*pts*?

Llamando x é y á las que deberían entregarse de una y otra clase, tendríamos:

$$20x+25y=1230; \qquad 4x+5y=246,$$
$$y=2z; \qquad 2x+5z=123,$$
$$x=\frac{123-5z}{2}=61+\frac{1-5z}{2}=61-2z+\frac{1-z}{2},$$
$$\frac{1-z}{2}=t; \qquad 1-z=2t; \qquad z=1-2t.$$

Para $t=0$; $z=1$; $x=59$; $y=2$.

» $t=1$; $z=-1$; $x=64$; $y=-2$,

etcétera.

Podríamos, pues, entregar 59 monedas de 20*pts* y 2 de 25; entregar 64 de las primeras *recibiendo* 2 de las segundas, etcétera.

El problema sigue siendo indeterminado, si se admite que puedan recibirse de vuelta, monedas de una ú otra clase.

En caso contrario, sólo la primer solución satisfaría las condiciones exigidas; pero tampoco es siempre tan fácil hallar las positivas.

Para tener seguridad de encontrarlas, se necesita operar con desigualdades.

IV.—Limitaciones de primer grado con una incógnita.

117. Llámanse LIMITACIONES, las *desigualdades en que entran incógnitas*, con las cuales evidentemente puede operarse, *lo mismo que con las ecuaciones*, teniendo presente que:

Al cambiar los signos á todos los términos de una desigualdad, lo que equivale á multiplicarlos por—1, *cambiará el sentido de la misma* (T. I, 189, 2.°).

Así, por la razón dicha, de

$$-3x+4<-5-x, \quad \text{se deduce} \quad 3x-4>x+5.$$

Operando con esta desigualdad, *como si se tratara de una ecuación*, tendríamos

$$3x-x>5+4; \qquad 2x>9, \qquad x>\frac{9}{2}=4'5.$$

Al resolver una desigualdad, no se determina, por consiguiente, el valor de la incógnita, pero se *limita*, y de ahí reciben su nombre.

Dos ó más limitaciones pueden no obstante determinarlo, si los límites que se obtienen son contrarios, y hasta expresar como las ecuaciones la imposibilidad de dar á la incógnita ó incógnitas ningún valor, por lo que también sirven á veces para resolver algunas cuestiones, como el siguiente

Problema.—Una persona sabe que en uno de los bolsillos llevaba dos séptimas partes del dinero con que salió de casa, y que después de pagar 8*pts*, le quedaba aún algo en él; por otra parte, sabe que en otro bolsillo llevaba 5*pts* y el tercio de su capital, lo cual excedía á la mitad del mismo. ¿Con cuánto dinero salió?

$$\begin{array}{l|l|l|l} \frac{2}{7}x-8>0 & 2x-56>0 & 2x>56 & x>\frac{56}{2}=28 \\ 5+\frac{1}{3}x>\frac{x}{2} & 30+2x>3x & 30>x & x<30 \end{array}$$

Parece á primera vista que si llevaba un número exacto de pesetas, saldría con 29, único entero mayor que 28 y menor que 30, y si no tuviese seguridad de que el dinero que sacó de casa fuese un número exacto de pesetas, pudo salir con todos los números comprendidos entre 28'01 y 29'99; pero no descuidando ningún detalle del enunciado, como nunca debe descuidar un hombre práctico, se observará aún que el número buscado ha de ser divisible por 7, por 3 y por 2, es decir, por 42 (T, I, 202, 1.°), y que, por lo tanto, solo pudo salir con 28'14, 28'56, 28'98, 29'40, ó 29'82*pts*; por lo que si además tuviese seguridad de que no poseía ninguna moneda más pequeña que 0'05 de *pt*, podría afirmar salió con 29'40, único múltiplo de 0'05.

Fácilmente se comprende cuál será la aplicación de las limitaciones á la determinación de valores *positivos*, pues *expresando que los generales de las incógnitas deben ser mayores que* 0 (T. I, 202, 1.°) *y resolviendo las desigualdades que resulten,* hallaremos los límites entre los cuales podrán darse valores arbitrarios á las indeterminadas.

Si volvemos, por ejemplo, á la ecuación del penúltimo problema, y encontramos el valor de x en función de t, hallaremos

$$x=61+\frac{1-5(1-2t)}{2}=61+\frac{10t-4}{2}=61+5t-2=59+5t;$$

luego para que resulten positivas x y z, se deberá tener

$$59+5t>0, \quad \text{de donde} \quad t>-\frac{59}{5}=-11\frac{4}{5},$$
$$1-2t>0, \quad \text{»} \quad \text{»} \quad t<\frac{1}{2}.$$

Además de la solución encontrada anteriormente, que corresponde á $t=0$, habrá por tanto otras 11 combinaciones diferentes para pagar con monedas de 20 y 25*pts* las 1230 supuestas, que se hallarían haciendo $t=-1, -2, -3, \ldots -11$.

Un procedimiento análogo puede seguirse si la ecuación tiene mayor número de incógnitas, no dejando más que dos en el primer miembro; pero este caso ocurre muy raras veces, y no suele ser difícil resolverlo por tanteo, á causa de las muchas indeterminadas de que puede disponerse, por lo que prescindimos de su detalle.

V.— Sistemas de ecuaciones de primer grado.

118. Los sistemas de ecuaciones resultantes de un problema cualquiera, se resuelven *deduciendo de cada dos de ellas otra que contenga una incógnita menos* y deba ser satisfecha por los mismos valores de las restantes, que es lo que se llama ELIMINAR una incógnita, dándose el nombre de ECUACIÓN FINAL á *la que resulta después de haber eliminado tantas incógnitas menos una, como ecuaciones formen el sistema.*

Sean las dos ecuaciones, reducidas ya á su expresión más sencilla

$$2x + 3y = 4$$
$$5x + 6y = 7$$

las que formen el sistema.

119. Si en la primera despejamos x y sustituímos su valor en la segunda, resultará

$$x = \frac{4-3y}{2}; \qquad 5.\frac{4-3y}{2} + 6y = 7; \qquad 20 - 15y + 12y = 14;$$
$$-3y = -6; \qquad y = 2,$$

valor que sustituido en la primera, nos dará

$$2x + 3.2 = 4; \qquad 2x + 6 = 4; \qquad 2x = 4 - 6;$$
$$2x = -2; \qquad x = -1;$$

luego,

1.°—*Para resolver un sistema de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas, se despeja una de ellas en cualquiera de las propuestas y se sustituye su valor en la otra*, con lo que queda efectuada la eliminación; se *resuelve la ecuación final*, que solo tendrá una incógnita, y *sustituyendo su valor en una de las primitivas, se determina el de la otra incógnita,* ó bien,

2.°—*Se elimina cada una de las incógnitas y se resuelven las dos ecuaciones finales,* como está indicado á continuación:

$$\begin{array}{l|l|l}
2x+3y=4 & x=\frac{4-3y}{2} & 2x+3.\frac{7-5x}{6}=4 \\
5x+6y=7 & y=\frac{7-5x}{6} & 5.\frac{4-3y}{2}+6y=7
\end{array}$$

$$\begin{array}{l|l|l}
12x+21-15x=24 & -3x= & x=-1 \\
20-15y+12y=14 & -3y=-6 & y=\ \ 2
\end{array}$$

En vez de eliminar las incógnitas por *sustitución*, pueden eliminarse por *igualación*, por *reducción* y por otros métodos no tan sencillos, que por esta razón omitiremos.

3.°—*Para eliminar una incógnita entre dos ecuaciones, por el método de igualación, se despeja en ambas y se igualan sus valores.*

$$\begin{array}{l|l|l|l}
2x+3y=4 & x=\frac{4-3y}{2} & \frac{4-3y}{2}=\frac{7-6y}{5} & 20-15y=14-12y; \\
5x+6y=7 & x=\frac{7-6y}{5} & & -3y=-6;\quad y=2.
\end{array}$$

De un modo análogo, ó sustituyendo como antes el valor 2 de y en una de las propuestas, se determinaría el de x.

4.°—*Para eliminar una incógnita entre dos ecuaciones por el método de reducción, se multiplican todos los términos de cada una por los factores suficientes para que, efectuado el producto, sean iguales los coeficientes de esa incógnita, sumando ordenadamente las ecuaciones si esos coeficientes tienen signo contrario y restándolas si lo tienen igual.*

$$\begin{array}{l|l|l}
2x+3y=4 & 2.5.x+3.5.y=4.5 & \\
5x+6y=7 & 2.5.x.+2.6.y=2.7 & 15y-12y=20-14; \\
 & & 3y=6;\quad y=2.
\end{array}$$

$$\begin{array}{l|l|l}
2x+3y=4 & 2.2.x+2.3.y=2.4 & \\
5x+6y=7 & 5\,x+\ \ 6\,y=7 & 4x-5x=8-7;\quad -x=1; \\
 & & x=-1.
\end{array}$$

Este método es el más práctico, pues al emplearlo se prescinde de escribir los coeficientes y la incógnita, que ya se sabe han de desaparecer, pudiéndose casi siempre hacer de memoria ó con muy poco trabajo las demás operaciones.

En este ejemplo, en que no hay necesidad, como no la hay sino raras veces, de hallar el *m. c. m* de las coeficientes, nos limitaríamos á observar que para igualar los de y, basta multiplicar por 2 la primer ecuación y diríamos solamente: $4x$ *menos* $5x=-x=8$ *menos* $7=1$; ó mejor; $-x=1$, de donde $x=-1$, y sustituyendo en la primera ecuación, $-2+3y=4$; $3y=6$; $y=2$.

Tal vez por ser el más práctico, es también el menos usado.

Problema.—En una liquidación se compran 36 metros de terciopelo y 48 de seda por 1812*pts*, y en otra 30 de terciopelo y 16 de seda de igual anchura y calidad por 1054, ¿á cómo ha costado el metro de cada clase?

$$\left.\begin{array}{l}36x+48y=1812\\30x+16y=1054\end{array}\right|\left.\begin{array}{l}3x+4y=151\\15x+8y=527\end{array}\right|9x=225;\quad x=25.$$

$$75+4y=151;\quad 4y=76;\quad y=19.$$

El terciopelo á 25 *pts*; la seda á 19*pts*.

Recomendamos este sencillísimo prorateo, que sólo contiene el gasto natural y ninguna dificultad, á los que todo lo quieren resolver por proporciones ó Conjunta, y aprovechamos la ocasión que se nos presenta para hacer notar que cuando algunos dicen que en el Cálculo comercial nunca deben emplearse ecuaciones; que las proporciones pertenecen á la Aritmética y las ecuaciones al Algebra, y otras cosas parecidas que hemos oído muchas veces, es sencillamente porque ignoran que una proporción con un término desconocido, no es ni más ni menos que una ecuación de primer grado con una incógnita, aunque la disfracen poniendo cuatro puntos, en vez del signo $=$.

120. Si el sistema se compusiera de más de dos ecuaciones con igual número de incógnitas, eliminando una entre cualquiera de ellas y las demás, resultará otro con una ecuación y una incógnita menos, por lo cual repitiendo la operación todas las veces que sea necesario, llegaremos por precisión á una final con una sola incógnita, cuyo valor nos permitirá encontrar el de las restantes, por medio de sustituciones en las anteriores, luego,

1.º—*Para resolver un sistema de ecuaciones con igual número de incógnitas, se elimina una de ellas, haciendo lo mismo con el que resulte y los sucesivos, hasta llegar á una ecuación con una sola incógnita; se halla el valor de ésta, se sustituye en una de las anteriores, se despeja otra y se continúa sustituyendo los valores encontrados, hasta haberlo hecho en una de las primitivas y haber calculado los de todas las incógnitas.*

Como cada ecuación sólo tendrá una incógnita, en el momento de resolverla,

2.º—*El sistema formado por un cierto número de ecuaciones con otras tantas incógnitas, será en general determinado.*

Problema.—Un carretero se compromete á transportar objetos de barro, porcelana y cristal, con la condición de pagar por cada uno que rompa tanto como debía recibir por su conducción.

Lleva primero 2 de barro, 4 de porcelana y 9 de cristal, y recibe 28*pts*, por haber roto los segundos; después 7, 3 y 5 respectivamente, rompiendo los de cristal, por lo que sólo recibe 3*pts*; y por último, 9, 10 y 11, rompiendo también los últimos y cobrando 4*pts*, ¿á cuántas *pts.* se contrató la conducción de cada uno?

Representando por x, y, z, los precios de conducción, debió recibir primero $2x$ y $9z$, y pagar $4y$; después $7x$ y $3y$, pagando $5z$; y por último, $9x$ y $10y$, pagando $11z$; luego

$$\left.\begin{array}{r} 2x - 4y + 9z = 28 \\ 7x + 3y - 5z = 3 \\ 9x + 10y - 11z = 4 \end{array}\right| \begin{array}{l} \\ 34y - 73z = -190 \\ 56y - 103z = -244 \end{array}$$

$$-28.73z + 17.103z = 28.190 + 17.244;$$

$$2044z - 1751z = 5320 - 4148;$$

$$293z = 1172; \qquad z = \frac{1172}{293} = 4.$$

$$34y - 73.4 = -190; \qquad 34y - 292 = -190; \qquad 34y = 102;$$

$$y = \frac{102}{34} = 3. \qquad 2x - 12 + 36 = 28; \qquad 2x = 4; \qquad x = 2.$$

A 4*pts* los de cristal; á 3*pts* los de porcelana; á 2*pts* los de barro.

121. Supongamos ahora que el sistema tuviese más incógnitas que ecuaciones.

Entonces podríamos dejar en los primeros miembros un número de aquéllas igual al de éstas, despejarlas en función de las últimas, que podrían recibir valores arbitrarios, y calcular para cada uno de éstos los que correspondiesen á las primeras; y si las condiciones del problema no exigían soluciones enteras, ó enteras y positivas, sería aún más fácil dar desde luego esos valores arbitrarios al número de incógnitas necesarias para que quedasen tantas como ecuaciones, formando así un sistema ya sabríamos resolver, luego

1.º—*Para resolver un sistema de ecuaciones con mayor número de incógnitas, bastará suponer conocidas tantas como exprese la diferencia que haya entre unas y otras, y resolver el sistema que resulte, dando valores arbitrarios á las que se supongan conocidas,*

por lo que

2.º—*El sistema formado por varias ecuaciones con mayor número de incógnitas, será en general indeterminado.*

Problema.=Resolver el anterior, no conociendo los resultados más que del segundo y tercer viaje.

En este caso sólo podríamos plantear la segunda y tercer ecuación, debiendo ser las soluciones enteras y positivas, originándose el siguiente cálculo:

$$\left.\begin{array}{r} 7x + 3y - 5z = 3 \\ 9x + 10y - 11z = 4 \end{array}\right| 43y - 32z = 1; \quad z = \frac{43y-1}{32} = y + \frac{11y-1}{32}$$

$$\frac{11y-1}{32} = t; \qquad 11y - 1 = 32t; \qquad y = \frac{32t+1}{11} = 2t + \frac{10t+1}{11}$$

$$\frac{10t+1}{11} = h; \qquad 10t + 1 = 11h; \qquad t = \frac{11h-1}{10} = h + \frac{h-1}{10}$$

$$\frac{h-1}{10} = k; \qquad h - 1 = 10k; \qquad h = 1 + 10k,$$

sustituyendo en las igualdades anteriores,

$$t = 1 + 10k + \frac{1+10k-1}{10} = 1 + 11k;$$

$$y = 2 + 22k + \frac{10+110k+1}{11} = 3 + 32k$$

$$z = 3 + 32k + \frac{33+32.11.k-1}{32} = 4 + 43k,$$

y reemplazando en la primer ecuación y, z por sus valores

$$7x + 9 + 32k - 20 - 215k = 3; \qquad 7x = 14 + 183k;$$

$$x = 2 + 26k + \frac{k}{7},$$

que para $k=0$, se convierten en $x=2$; $z=4$; $y=3$, que es la solución hallada anteriormente, aunque en este caso el sistema sería indeterminado, pues hallaríamos otras soluciones dando á k valores cualesquiera múltiplos de 7, condición indispensable para que el de x sea entero.

Así, por ejemplo, haciendo $k=7$, se tendría

$$x = 2 + 182 + 1 = 185; \qquad z = 4 + 301 = 305;$$
$$y = 3 + 224 = 227,$$

pero probablemente no podrían ya ser estas soluciones del problema, pues no es presumible que por la conducción de cada objeto de cristal, porcelana y barro, se paguen 305, 227 y 185*pts.*

Cualquier circunstancia que limite estos valores, hará por consiguiente determinado el problema, y hasta podría llegar á ser absurdo, si en vez de sumas indicadas quedasen expresadas las incógnitas por diferencias, y al establecer las desigualdades necesarias para que sus valores fueran positivos, resultasen para k límites contradictorios, como $k>4$ y $k<3$, conclusión á que hemos procurado no llegar por temor de que el cálculo y la marcha del procedimiento no se comprendiesen bien, si resultaba más complicado.

122. Finalmente; si del planteo resultaran más ecuaciones que incógnitas, resolviendo el sistema compuesto por un número igual, prescindiendo de las otras, obtendremos un valor para cada incógnita; pero habiendo prescindido de algunas condiciones, éstas quedarán satisfechas raras veces por los valores hallados.

Si así sucede, no obstante, el sistema quedará resuelto, y por lo tanto

1.º—*Para resolver un sistema en el cual entren más ecuaciones que incógnitas, se resolverá el formado por igual número de unas y otras, prescindiendo de las restantes ecuaciones, en las cuales se sustituirán después los valores hallados, para ver si quedan satisfechas.*

2.°—*El sistema será en general absurdo*, ó imposible de resolver.

PROBLEMA.—Supongamos que al anterior se añade la condición siguiente:

En un cuarto viaje, conduce 2 de barro, 5 de porcelana y 6 de cristal, rompiendo aquéllos y recibiendo 11*pts*.

Entonces las ecuaciones serían:

$$\left.\begin{array}{r} 2x - 4y + 9z = 28 \\ 7x + 3y - 5z = 3 \\ 9x + 10y - 11z = 4 \\ -6x + 5y + 2z = 11 \end{array}\right|$$

Estas tres, prescindiendo de la cuarta, nos darían como anteriormente $x = 2; \quad y = 3; \quad z = 4,$

valores que, sustituídos en la última, la convertirán en

$$-6.2 + 5.3 + 2.4 = 11; \qquad -12 + 15 + 8 = 11;$$

$$3 + 8 = 11; \qquad 11 = 11,$$

por lo que esa solución lo será del problema, pero éste sería imposible si hubiera resultado, por ejemplo, $17 = 11$, ú otro absurdo semejante.

VI.—Falsa posición.

123. De lo dicho hasta aquí se deduce que, una vez planteado un problema por medio de ecuaciones de primer grado, su resolución no puede ofrecer dificultad en ningún caso; pero como á veces no se ven claramente las relaciones contenidas en el enunciado, haciéndose imposible dicho planteo, es conveniente conocer algún medio de evitarlo, resolviendo las cuestiones que más comunmente suelen ocurrir, sin necesidad de plantear la ecuación, pero esto solo puede hacerse en general, cuando se trata de una sola.

Para conseguirlo, basta

Dar á la incógnita valores arbitrarios, determinando el verdadero por medio de los errores que se cometan en el resultado que debe obtenerse, procedimiento que se conoce con el nombre de REGLA DE FALSA POSICIÓN.

La deducción de esta regla exige las siguientes condiciones para que pueda aplicarse:

1.ª—*Que la verdadera incógnita del problema, sea una sola.*

2.ª—*Que sus relaciones con los datos sean únicamente de adición, sustracción multiplicación y división*, que es lo más frecuente.

3.ª—*Que no deba servir de divisor á ninguno de ellos.*

Claro está que estas condiciones, exigidas por la demostración, no impiden el que en algunos casos particulares pueda aplicarse, aun cuando no se verifiquen; pero sí indican la necesidad de que se cumplan, para tener certeza de que su aplicación conducirá al resultado apetecido.

Hay quien divide esta regla en SIMPLE y COMPUESTA, *según* que *se hagan una ó dos suposiciones*, sobre el valor de la incógnita; pero como el segundo caso comprende evidentemente al primero, solo nos ocuparemos de él.

124. Si se cumplen las condiciones enumeradas, podemos suponer planteada la ecuación que resolvería el problema, y después de sacar factor común la incógnita x, estará multiplicada por un número entero ó fraccionario, que siempre podremos considerar como positivo, en razón á que si no lo fuese, le daríamos esta cualidad multiplicando por —1 todos los términos de la ecuación, y lo más que podrá suceder es que al producto Ax se le tengan que añadir ciertas cantidades positivas ó negativas, á cuya suma llamaremos B, para llegar á un resultado que representaremos por R.

La ecuación que deberá verificarse será, por consiguiente,

$$Ax+B=R;$$

y dando á la incógnita dos valores arbitrarios a y b, ú obtendremos algún resultado igual á R, después de someterlos á las operaciones indicadas en el enunciado, en cuyo caso estará resuelto el problema, ó hallaremos otros dos erróneos, tales como r y r' si se verifica

$$Aa+B=r \quad \text{y} \quad Ab+B=r'$$

igualdades que restadas de la anterior nos darán

$$Ax-Aa=R-r \quad \text{y} \quad Ax-Ab=R-r'$$

ó lo que es lo mismo

$$A(x-a)=R-r \quad \text{y} \quad A(x-b)=R-r'.$$

Pero $R—r$, $R—r'$, son los errores que llamaremos e, e', cometidos en el resultado, al suponer á la incógnita los valores a y b; luego dividiendo ordenadamente las dos últimas igualdades y suprimiendo el factor común A de los primeros miembros, tendremos

$$\frac{x-a}{x-b}=\frac{e}{e'},$$

y resolviendo esta ecuación:

$$e'x - ae' = ex - be; \qquad e'x - ex = ae' - be;$$

$$(e' - e)x = ae' - be,$$

$$x=\frac{ae'-be}{e'-e}.$$

Si en vez de ser los resultados r, r', menores que R, como implícitamente hemos supuesto, fueran mayores, e y e' serían negativos, y atendiendo sólo á sus valores numéricos, la fórmula se convertiría en

$$x=\frac{-ae'+be}{-e'+e}=\frac{be-ae'}{e-e'},$$

y si $R<r$ y $R>r'$, el error positivo sería e' y el negativo e, por lo cual

$$x=\frac{ae'+be}{e+e'},$$

es decir, que poniendo los signos de manifiesto, la fórmula

$$x=\frac{ae'\pm be}{e'\pm e},$$

comprende todos los casos, y por lo tanto,

Para resolver un problema por falsa posición, se someten dos valores arbitrarios á las operaciones indicadas en el enunciado para ver los resultados que producen, y el de la incógnita será igual á la suma ó diferencia de los productos que resulten de multiplicar cada supuesto por el error del otro, dividida por la suma ó diferencia de ambos errores, según se verifiquen éstos, en contrario ó igual sentido.

La determinación de este valor se simplifica generalmente, haciendo que un supuesto sea 0, con lo cual lo es también uno de los productos del numerador.

PROBLEMA.—Resolver por falsa posición el del párrafo 133, que al parecer tiene dos incógnitas.

Supongamos que el 2.° objeto valiese a=0.

Sometiendo este valor á las operaciones del enunciado, tendríamos:

$1.° + 2.° = 100 pts$; $3.° = \frac{100}{2} = 50 pts$; $1.° + 3.° = 150 pts$; $2.° = \frac{150}{3} = 50 pts$; y como suponemos 2.°=0, cometemos un error e, que puede considerarse por defecto ó por exceso, de 50*pts*.

Para el supuesto de que valiese b=10:

$1.° + 2.° = 110 pts$; $3.° = \frac{110}{2} = 55 pts$; $1.° + 3.° = 155 pts$; $2.° = \frac{155}{3} = 51\frac{2}{3}$; y como suponemos 2.°=10, cometemos un error e' de $41\frac{2}{3}$*pts*, en el mismo sentido que el anterior; luego

$$x = \frac{ae' - be}{e' - e} = \frac{-500}{41\frac{2}{3} - 50} = \frac{500}{8\frac{1}{3}} = \frac{500}{\frac{25}{3}} = 20.3 = 60 pts,$$

y por consiguiente:

$$\text{Precio del } 3.° = \frac{1.° + 2.°}{2} = \frac{100+60}{2} = \frac{160}{2} = 80 pts,$$

conforme al resultado del párrafo citado, en que se resolvió por medio de la ecuación que se desprende del enunciado.

CAPÍTULO VIII

AGRICULTURA É INDUSTRIA

I.— Preliminares.

125. Por más que el verdadero comerciante tenga sólo el carácter de intermediario entre el productor y el consumidor, no es raro ver unidas las dos profesiones, bien por propia conveniencia, bien porque la misma índole del comercio obligue á elaborar ciertos productos, modificando más ó menos los naturales que en su composición deban entrar.

En lo que al Cálculo hace referencia, nada puede ocurrir al agricultor que merezca un examen especial, puesto que sólo se verá obligado á *transformar unidades superficiales y de espacios*, resolver *problemas de tanto por cuanto*, *precios é importes*, *mermas* y *otros análogos*, es decir, *los mismos que ocurren al comerciante*, por lo que únicamente vamos á presentar algunos ejemplos, con el solo objeto de ir combinando y aplicar los conocimientos adquiridos hasta el presente y las fórmulas que determinan las áreas y volúmenes (Tablas IV y VI).

PROBLEMA 1.º—Un agricultor ha recolectado un 10% más de trigo que el año anterior, y á consecuencia de la abundancia, ha bajado el precio de venta un 5%, ¿cuál será el tanto de ganancia ó pérdida determinado por este cambio en el producto total, con relación al año precedente?

Tomando como unidad la recolección del año anterior, la segunda será

$$1 + 10\% = 1 + 0{'}1 = 1{'}1$$

y el precio de cada unidad vendida

$$1 - 5\% = 1 - 0{'}05 = 0{'}95;$$

luego el importe de la venta ascenderá á $1{'}1 . 0{'}95 = 1{'}045$, y por lo tanto, habrá aumentado en

$$0{'}045 = \frac{45}{1000} = \frac{9}{200} = \frac{4\frac{1}{2}}{100} = 4\tfrac{1}{2}\%.$$

PROBLEMA 2.º—Dos quintas partes de un terreno se han sembrado con grano de á 112*pts* el *Qm* y las otras tres con grano de 106. Suponiendo que se necesiten 25*kg* de grano por hectárea y que el empleado haya costado 95*pts*, ¿cuál será la extensión del terreno?

Representándola por x *Ha*, se habrán empleado en las dos quintas partes $\left(\frac{2}{5}x\right)25\,kg = 10x\,kg$, y como cada *kg* de grano vale 1'12, lo gastado en ellas equivaldrá á $1{'}12 . 10x = 11{'}2x$.

En los otros $\frac{3}{5}x$, se habrán empleado $\left(\frac{3}{5}x\right)30\,kg = 18x$, cuyo coste será de 1'12.18x=20'16x; luego

$$11'2x + 20'16x = 95; \qquad (1120 + 2016)x = 9500;$$
$$3136x = 9500; \qquad 784x = 2375$$

$$\begin{array}{r|l} 2375 & 784 \\ \cline{2-2} 2300 & 3'0293 \ldots\ldots = x \\ 7320 & \\ 2640 & \\ 288 & \end{array}$$

3*Ha* 2a 93*ca*, aproximadamente.

PROBLEMA 3.°—Suponiendo cuadrado ese terreno, ¿qué longitud tendría?

$$3'0293Ha = 30293ca = 30293m^2$$

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{3,02,93} & 174 \ldots\ldots \text{(T. I, 265, 3.°)} \\ \cline{2-2} 2\,0,2 & 27 \\ \cline{2-2} 1\,3\,9,3 & 344 \\ 1\,7 & \end{array}$$

Poco más de 174m.

ESCOLIO.—Si quisiéramos aproximarlo hasta decímetros, centímetros ó milímetros, calcularíamos el cociente anterior con dos, cuatro ó seis cifras más.

PROBLEMA 4.°—Para que otro terreno de igual longitud y forma triangular fuese equivalente á él, ¿qué altura debería dársele?

$$\text{Area del triángulo} = \frac{1}{2}\,B.A \text{ (Tabla IV)} = \frac{1}{2}.174.A$$
$$= 87.A = 30293m^2$$

$$A = \frac{30293}{87}\,m^2 = 348m, \text{ por defecto.}$$

$$\begin{array}{r|l} 30293 & 87 \\ \cline{2-2} 419 & 348 \\ 713 & \\ 17 & \end{array}$$

PROBLEMA 5.º—A un cosechero le pagan 1320*pts* por cada barril de Jerez de 90*cm* de altura, siendo 0'52*m* el diámetro de las bases y 0'61 el de la circunferencia máxima. Queriendo venderlo al por menor en la capital, averigua que cada barril le costará de transporte 11*pts* y cada hectólitro 21'60, en razón á los derechos de entrada y demás pequeños gastos, ¿á cómo debería vender la botella de 0'75 litros para que su ganancia fuese igual?

Capacidad del barril (Tabla VI) $=(2D^2+d^2)A.0'2618$

$$
\begin{array}{rl}
0'61\ m & = D \\
0'61\ » & = D \\
\hline
0'3721\ m^2 & = D^2 \\
0'7442\ » & = 2D^2
\end{array}
\qquad
\begin{array}{rl}
0'52\ m & = d \\
0'52\ » & = d \\
\hline
0'2704\ m^2 & = d^2 \\
0'7442\ » & = 2D^2 \\
\hline
1'0146\ m^2 & = 2D^2 + d \\
0'90\ m & = A \\
\hline
0'91314\ m^3 & = (2D^2 + d^2)A \\
8162 & \ldots\ldots\ (\text{T. I, } 239) \\
\hline
18262 & \\
5478 & \\
91 & \\
72 & \\
\hline
0'239{,}03\ m^3 & = \text{Capacidad} = 239l
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{r|l}
239{,}00 & 0'75 \\
\cline{2-2}
140 & 318'66 = \text{Número de botellas.} \\
650 & \\
500 & \\
50 &
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rl}
2'39\ Hl & \\
21'6\ pts & \\
\hline
51'624\ » & = \text{gastos de entrada.} \\
11 & = \text{transporte.} \\
1320 & = \text{valor barril.}
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{r|l}
1382'62 pts & 318'67 \\
\cline{2-2}
107940 & 4'33\ pts = \text{importe botella.} \\
123390 & \\
27789 &
\end{array}
$$

Debería venderla á 4'34*pts*.

Lo único que en esta clase de cuestiones puede ofrecer, por tanto, alguna novedad, vemos que es la determinación de longitudes, áreas y volúmenes, por medio de las fórmulas que suministra la Geometría.

Escolios.—Para que se vaya conociendo el significado de todas las palabras que puedan encontrarse en los cálculos, debemos advertir que los prácticos suelen llamar *cubicaciones*, al cálculo de los volúmenes, ignoramos por qué razón, pues si bien los resultados suelen representar los cubos de las unidades de longitud, también las áreas expresan sus cuadrados, y sin embargo, á nadie se le ha ocurrido aún, que sepamos, llamar á las operaciones que á ellas conducen *cuadraturas*, pues esta palabra, como la anterior, tiene su significado propio.

Cuadratura, significa elevación de un número á la segunda potencia ó transformación en cuadrado, y cubicación, elevación á la tercera ó transformación en cubo, de modo que al hallar que el barril tiene $0'239 m^3$ de capacidad, no efectuamos ninguna cubicación; para que ésta existiese, sería preciso *construir* un cubo cuya arista tuviese de longitud la raíz cúbica de dicho número, ó por lo menos, *calcular* esa longitud, lo cual es muy distinto de lo que hemos hecho.

II.— Mezclas y aleaciones.

126. Mezcla es la *reunión de varias sustancias que forman otra nueva, pero sin perder su naturaleza ni propiedades.*

Ejemplo. El aire puro, formado por 21 partes de oxígeno y 79 de nitrógeno, cuya naturaleza y propiedades son las que naturalmente resultan de las de estos dos gases.

Aleación, *la reunión de dos metales fundidos.*

Ejemplo. El bronce de nuestras monedas, que se obtiene fundiendo juntas 950 partes de cobre, 40 de estaño y 10 de zinc.

La reunión de varias sustancias que forman otra nueva de propiedades y naturaleza distintas, como el agua pura, reunión de un volumen de oxígeno con dos de hidrógeno, pero de naturaleza y propiedades distintas de las de estos gases, se llama combinación, dándose el nombre de amalgama, *á la aleación en que entra mercurio*, como el azogue de los espejos, compuesto con iguales partes de estaño y mercurio.

Las combinaciones, mezclas y aleaciones, tienen en el Comercio gran importancia, porque permiten *mejorar la calidad de los objetos*, *abaratar* otros, *fabricar nuevos* cuerpos susceptibles de usos distintos, *darles aplicaciones diferentes*, haciendo que predomine en ellos una cualidad determinada, etc.; y aunque para las primeras no pueden darse reglas fijas, en razón á que al cambiar las propiedades y naturaleza de los componentes, varían el precio é importe del producto resultante, sin sujeción á ninguna ley; no sucede lo mismo con las segundas, pues la llamada REGLA DE ALIGACIÓN, *resuelve los problemas referentes á las mezclas*, en sus casos más sencillos y fundamentales, que á la vez pueden servir de base á los más complicados que necesiten la ayuda de otras, y son los tres siguientes:

1.º—*Dadas las cantidades mezcladas de varias sustancias y sus precios respectivos, determinar el precio que corresponde á la mezcla,* ó sea el precio medio (68).

2.º—*Dado el precio de la mezcla y los de las sustancias que han de formarla, determinar las cantidades que de cada una deben mezclarse.*

3.º—*Dado el precio de la mezcla y las cantidades que en ella entran de cada sustancia, determinar los precios de éstas.*

127. *Primer caso.*—Sean n, n', n'', las cantidades mezcladas; p, p', p'', sus respectivos precios, y P el precio de la mezcla.

Prescindiendo de los gastos que ocasione, y que siempre deben tenerse en cuenta por separado, la mezcla valdrá por una parte $(n+n'+n'')P$, puesto que contendrá $n+n'+n''$ unidades, cada una de las cuales suponemos vale P, y por otra, $np+n'p'+n''p''$, suma de los valores de las cantidades mezcladas; luego

$$(n+n'+n'')P = np+n'p'+n''p''$$

y dividiendo ambos miembros por $n+n'+n''$,

$$P = \frac{np+n'p'+n''p''}{n+n'+n''},$$

de donde se deduce que:

1.º—*Para determinar el precio medio de una mezcla, se suman los productos que resulten de multiplicar las cantidades que contiene de cada sustancia por sus precios respectivos, y se divide esa suma por la de las cantidades mezcladas.*

Problema.—Un joyero fabrica un vaso de oro con tres clases de este metal, mezclando 325 gramos, cuya ley es de 0'900, 230 de 0'800 y 45 de 0'950, ¿cuál será la de dicho vaso?

$$\begin{array}{lrl}
325.0'900 = & 292'5 & \\
230.0'800 = & 184 & \\
45.0'950 = & 42'75 & \\
\hline
600 & 519'25 & \underline{|\,600} \quad (\text{T. I, 205, 2.º}) \\
 & 39 & |\,0'865 \\
 & 32 & \\
 & 0'25 &
\end{array}$$

$P =$ Ley pedida $= 0'865$.

Escolio.—Hemos puesto á propósito este problema, porque al pronto puede parecer que no se trata aquí de la determinación de precio ninguno; pero debemos recordar (50 y 52) que la ley y el valor intrínseco ó real de las materias de oro y plata vienen á ser una misma cosa, considerando como unidad un peso cualquiera, es decir, que $1kg$ de oro ó plata, cuya ley sea 0'900, valdrá 0'900 de lo que valdría si fuese de oro ó plata puros.

Claro está que además de combinarse estas cuestiones con las anteriormente examinadas, pueden ocurrir algunos casos particulares que, ó darán origen á reglas más sencillas, ó podrán ofrecer mayores dificultades.

Los principales son los siguientes:

Si $n=n'=n''=1$,

$$P = \frac{1.p+1.p'+1.p''}{1+1+1} = \frac{p+p'+p''}{3};$$

luego

2.º—*Cuando se mezcle una unidad de cada clase, el precio medio será igual al cociente de dividir la suma de los precios conocidos, por el número de sustancias mezcladas.*

Problema 1.º—Un comerciante compra 85'64*Hl* de aguardiente á 64'50*pts* cada uno y 72'48 á 54'25, costándole además 345'10*pts* el transporte y demás gastos accesorios; ¿á cómo debe venderse el *Hl* de la mezcla para ganar 18°/₀, suponiendo que por evaporación se han perdido 7*Dl* y 5*l* del líquido?

$$\begin{array}{lll} & 85'64.64'50 = 5\,5\,2\,3'7\,8\ pts & \\ & \underline{72'48}.54'25 = \underline{3\,9\,3\,2'0\,4}\ » & \\ & 158'12 \qquad 9\,4\,5\,5'8\,2\ pts & |\ \underline{1\,5\,8'1\,2\ Hl} \\ & \qquad 1\,5\,4\,9\,8\,2 & |\ 5\,9'8\,0\ pts. \\ & \qquad\quad 1\,2\,6\,7\,4\,0 & \\ & \qquad\qquad 0'2\,4\,6\,0 & \end{array}$$

Gastos..	3 4 5'1 0 *pts*
Valor comprado. . .	9 4 5 5'8 2 »
Desembolso total. . .	9 8 0 0'9 2 »
	1 8 %
Ganancia deseada. . .	1 7 6 4'1 6 5 6 *pts*
Pérdida por mermas. .	4 4'8 5 » $= 0'75Hl.59'80pts$
Gastos..	3 4 5'1 0 »
Aumento en el importe.	2 1 5 4'1 1 5 6 *pts* | 1 5 7'3 7 $= 158'12Hl - 0'75Hl$

$$\begin{array}{ll} 5\,8\,0\,4\,1 & |\ 1\,3'6\,8 \\ 1\,0\,8\,3\,0\,5 & \\ \quad 1\,3\,8\,8\,3\,6 & \\ \qquad 1'2\,9\,4\,0 & \end{array}$$

Precio medio del Hl $= 59'80 pts$
Aumento por ídem. . $= 13'69$ »
Precio pedido.. . . . $= 73'49 pts$

Escolio.—De aquí en adelante omitiremos ya las operaciones auxiliares más sencillas, que pueden á veces perjudicar la claridad de las que sirven de base á la resolución.

Problema 2.°—Mezclando partes iguales de vino de á 108 *pesetas Hl*, con vino de á 72*pts* y agua, ¿á cómo podrá venderse la botella de 0'80*l*?

No teniendo precio el agua y prescindiendo del gasto de embotellado:

$$\text{Precio de cada } Hl = \frac{108+72}{3} = \frac{180}{3} = 60pts$$

$$» \quad » \quad » \quad l = 0'60pts$$

$$» \quad » \text{ la botella} = 0'60.0'80 = 0'48pts.$$

128. Si las cantidades n, n', n'' son desconocidas, pero han de ser proporcionales á tres números tales como k, h, l, pode-

mos suponer que estos números son los valores de dichas cantidades, pues en este caso particular, es evidente que el precio de la mezcla será el mismo; luego

1.°—*Para determinar el precio de la mezcla cuando sea conocida la proporción en que entran las cantidades mezcladas, se seguirá la regla general, sustituyendo, en vez de éstas, los números que indiquen la proporcionalidad.*

PROBLEMA.—Con los mismos precios del problema anterior, ¿á cómo se podría vender la copa de 0'25*l*, suponiendo que la cantidad de agua fuera la mitad de la de vino de á 72*pts* y ésta la tercera parte de la que hubiera de á 108?

Las cantidades mezcladas, tomando como unidad la del agua, serán 1, 2 y 6.

	1.0 =	0 *pts*	
	2.72 =	144 »	
	6.108 =	648 »	
	9	798 *pts*	
Precio del *Hl*.		88 »	
» » *l*.		0'88 »	
		0'25 *l*	(T. I, 197)
» de la copa.		0'22 *pts*.	

2.°—Si además de la proporcionalidad

$$n{:}k{::}n'{:}h{::}n''{:}l$$

fuera conocida la cantidad n, por ejemplo, tendríamos (56),

$$n' = \frac{nh}{k}; \qquad n'' = \frac{nl}{k},$$

valores que, sustituídos en la fórmula general, la convierten en

$$P = \frac{np + \frac{nh}{k}p' + \frac{nl}{k}p''}{n + \frac{nh}{k} + \frac{nl}{k}} = \frac{knp + nhp' + nlp''}{nk + nh + nl} = \frac{kp + hp' + lp''}{k + h + l};$$

luego,

2.°—*La regla para el caso en que exista proporcionalidad, es independiente de los valores que las cantidades tengan, por lo que puede prescindirse del que se dé en el enunciado.*

Escolio.—Este caso, sin embargo, podrá también resolverse *calculando*, en virtud de los datos, *las cantidades que entrarán en la mezcla y aplicando después la regla general.*

Problema.—Comprobar el resultado del precedente, suponiendo que la mezcla contenga medio *Hl* de superior calidad.

Entonces está compuesta de $\frac{1}{2}$ *Hl* de 108*pts*; $\frac{1}{6}$ de á 72 y $\frac{1}{12}$ de agua.

$$\frac{1}{2}.108 = 54$$
$$\frac{1}{6}.\ 72 = 12$$
$$\frac{1}{12}$$
$$\frac{9}{12} = \frac{3}{4} \qquad \overline{66}:\frac{3}{4} = 22.4 = 88pts \ \ldots\ldots (\text{T. I}; 226),$$

que es el precio del *Hl* encontrado anteriormente.

129. *Segundo caso.*—Si conocidos los precios p, p', de dos sustancias, se quisiera averiguar qué cantidades n, n' deben mezclarse para que á la mezcla corresponda el precio P, es evidente que el problema no tendrá solución aritmética, si el valor de P no está comprendido entre los de p y p', puesto que según hemos visto debe verificarse:

$$np + n'p' = (n + n')P; \quad \text{ó bien,} \quad np + n'p' = nP + n'P$$

y por consiguiente

$$np - nP = n'P - n'p'; \qquad n\,(p - P) = n'\,(P - p')$$

y como ni n ni n' pueden ser negativos, dada la índole de la cuestión, los otros dos factores deberán tener igual signo, para lo cual es indispensable $p > P > p'$ ó $p < P < p'$.

En cualquiera de estos dos casos se deduce de la última igualdad (56)

$$n:n'::P - p':p - P, \quad \text{ó} \quad \frac{n}{n'} = \frac{P-p'}{p-P},$$

lo cual nos enseña que:

1.°—*Las cantidades mezcladas deben ser inversamente proporcionales á las diferencias entre sus precios y el de la mezcla.*

Desde luego tendremos, pues, una solución mezclando una cantidad de cada sustancia igual á la diferencia positiva que haya entre el precio de la otra y el de la mezcla, es decir, haciendo $n=P-p'$ y $n'=p-P$ si $p>P>p'$; pero el problema quedará también resuelto, mezclando cualquier múltiplo ó divisor de esas diferencias, con lo cual no dejará de existir la proporcionalidad.

En general, será, por consiguiente, indeterminado.

Problema.—Un comerciante tiene café de 8*pts* y 6*pts kilogramo*, ¿qué cantidad de cada clase debería mezclar para poder vender á 6'75*pts* el *kg* de la mezcla?

$$6'75\left|\begin{array}{l} 8 \ldots\ldots 6'75-6=0'75kg \text{ de á } 8pts. \\ 6 \ldots\ldots 8-6'75=1'25kg \text{ » » } 6 \text{ »} \end{array}\right.$$

Podrá mezclar 75*Dg* del primero y 125 del segundo, ó cualquier múltiplo ó divisor de estos números.

La indeterminación, según vemos, permite en la mayoría de los casos, encontrar fácilmente una solución entera.

Si las sustancias son varias,

2.º—*Pueden combinarse dos á dos, de manera que sus precios comprendan al de la mezcla, reuniendo los resultados que para cada una se obtengan.*

Problema.—Un ganadero tiene cuatro clases de reses, que desea vender á 50, 45, 43 y 36*pts* cada una, y unas con otras se las pagan á 41, ¿cuántas podrá entregar de cada clase?

41	50 ... 5	5 de la primer clase	ó bien	1
	45 5	5 » » segunda »		1
	43 5	5 » » tercera »		1
	36 ... 9 ... 4 ... 2	15 » » cuarta »		3

ó cualquier múltiplo de estos números, quedando descartados los divisores y limitada, por tanto, la solución en un sentido, por no admitirlas fraccionarias la índole de la cuestión.

130. Entre los casos particulares que la limitan aún más, suelen presentarse con frecuencia los siguientes:

1.°—*Que una cantidad determinada se desee mezclar con otra.*

Supongamos que la conocida sea n, x la que se busca, y p, p', P sus respectivos precios y el de la mezcla; como ya hemos demostrado que

$$\frac{n}{x} = \frac{P-p'}{p-P},$$

tendremos (56)

$$x = \frac{n(p-P)}{P-p'} = \frac{n(P-p)}{p'-P},$$

fórmula que servirá para resolver la cuestión, determinándola completamente.

Problema.—Un tabernero tiene disponibles 35 barriles de vino de á 120*pts*, para servir un pedido de la mayor cantidad posible de á 130*pts*, ¿cuántos deberá mezclar de á 147'50*pts*, no teniendo más que estas dos clases?

$$x = \frac{35(130-120)}{147'50-130} = \frac{350}{17'50} = \frac{140}{7} = 20 \text{ barriles.}$$

Escolio.—No nos cansaremos de repetir que casi todos los problemas comerciales pueden resolverse de muchos modos distintos, y que nosotros procuraremos siempre enseñar los más sencillos y generales.

Los que padecen la manía de las proporciones, descomponen éste en dos, prescindiendo primero de la cantidad determinada y estableciendo luego una proporción, es decir, haciendo un inútil esfuerzo mental y efectuando estas operaciones:

$$130\left|\begin{array}{l} 120\ldots\ldots\ldots\ 17'50\ldots \text{ de á } 147'50 \\ \\ 147'50\ldots.\ 10\ldots\ldots\ \text{» » } 120 \end{array}\right.$$

$$\left.\begin{array}{l} 17'50\ldots.\ 10 \\ \\ 35\ldots\ldots\ldots\ x \end{array}\right| 17'50:35::10:x$$

$$x = \frac{350}{17'50} = \frac{140}{7} = 20 \text{ barriles.}$$

2.°—*Que las cantidades sean más de dos.*

Entonces tendremos, continuando con la notación empleada hasta aquí

$$np + n'p' + n''p'' + \ldots\ldots = (n + n' + n'' + \ldots\ldots)P$$

y pasando al segundo miembro las cantidades conocidas, podremos calcular los valores de las incógnitas, que continuarán siendo indeterminadas, mientras no se reduzcan á una sola, en cuyo caso tendremos:

$$px + n'p' + n''p'' + \ldots\ldots = Px + n'P + n''P + \ldots\ldots$$

ó lo que es igual

$$(p - P)\, x = n'\,(P - p') + n''\,(P - p'') + \ldots\ldots$$

y despejando x

$$x = \frac{n'(P-p') + n''(P-p'') + \ldots}{p-P},$$

valor completamente determinado.

Problema.—En la fábrica de moneda se reciben 2700*kg* de oro cuya ley es de 0'850; 3600 de 0'950 y 1800 de oro fino; ¿cuántos kilogramos de cobre deben fundirse con los anteriores para que resulte oro de 0'900?

Siendo 0 la ley del cobre y 1 la del oro fino, tendremos según la fórmula:

$$x = \frac{2700(0'900 - 0'850) + 3600(0'900 - 0'950) + 1800(0'900 - 1)}{-0'900}$$

$$= \frac{2700.0'050 + 3600(-0'050) + 1800(-0'100)}{-0'900} = \frac{27.5 - 36.5 - 180}{-0'9}$$

$$= \frac{1350 - 1800 - 1800}{-9} = \frac{3600 - 1350}{9} = \frac{2250}{9} = 250$$

Deberían fundirse 250 *kg*.

131. También suele á menudo conocerse la suma de las cantidades que han de mezclarse, suma de la que se puede prescindir, *aplicando la regla general y dividiendo luego dicha suma en partes proporcionales á los resultados obtenidos.*

Como éstos podrán ser muchos generalmente, el problema seguirá siendo indeterminado en la mayoría de los casos.

Problema.—Para fabricar un vaso de plata, cuya ley sea de 0'750 y que pese 2150 gramos, ¿cuánta plata fina debe fundirse y cuánta de otros tres objetos, cuyas respectivas leyes sean 0'900, 0'850 y 0'600?

	1	0'150			0'150	3
	0'900		0'150		0'150	3
0'750	0'850			0'150	0'150	3
	0'600	0'250	0'150	0'100	0'500	10
						19

	6450:19 =	339'474 g	de plata fina
2150	6450:19 =	339'474 »	» » de 0'900
	6450:19 =	339'474 »	» » » 0'850
	21500:19 =	1131'578 »	» » » 0'600
		2150g	

Este método, que es el seguido por los prácticos que saben resolver algunos casos distintos de los más sencillos, tiene el inconveniente de que solo da una solución de entre las muchas que el problema admite, haciendo parecer determinada y aun imposible si los resultados han de ser enteros, una cuestión que no lo es casi nunca, porque al demostrar que cuando se mezclan dos cantidades deben ser inversamente proporcionales á las diferencias entre sus precios y el de la mezcla, dedujimos que en el caso de ser más se *podrían* combinar dos á dos para encontrar una solución, y que también la formarían los múltiplos y divisores de los resultados; pero esto no quiere decir que estos múltiplos y divisores sean *todas* las soluciones que el problema admite, creencia muy generalizada y que conviene desvanecer.

La ecuación general que resuelve el problema es, según sabemos (130, 2.°)

$$np + n'p' + n''p'' + \ldots\ldots = (n + n' + n'' + \ldots\ldots)P$$

ó para el caso en que se conozca la suma $S=n+n'+n''+.....$

$$np+n'p'+n''p''+.....=SP$$

en la que todas las incógnitas n, n', n'', menos una, podrán recibir los valores arbitrarios que más nos convengan independientemente de toda proporcionalidad ni condición restrictiva.

132. Dicho método nada tiene, pues, de *práctico*, no dando, como no puede dar, más que una solución particular, casi siempre fraccionaria é incapaz de resolver la cuestión en muchos casos, sin que tampoco sea aplicable á aquellos en que una ó varias de las cantidades que han de entrar en la mezcla estén ya determinadas, ó en que deban ligarse por cualquier otra relación que no sea la aditiva, como sucedería en el siguiente

Problema.—¿En qué cantidad deberán mezclarse vinos de á 45, 40, 24 y 21*pts Hl*, para que la mezcla pueda venderse á 36 *pesetas*, entrando en ella cuatro veces más del primero que del segundo y doble del tercero que del cuarto?

Si representamos por x é y los hectólitros que deben mezclarse de 40 y 21*pts*, la mezcla habrá de tener $4x$ de 45*pts* y $2y$ de 24, de modo que su valor total será

$$45.4x+40.x+24.2y+21y=220x+69y$$

por una parte, y deberá ser por otra en virtud del precio fijado

$$36(4x+x+2y+y)=180x+108y;$$

luego igualando esas dos expresiones y reduciendo

$$220x+69y=180x+108y;\ 40x=39y$$

$$x=\frac{39y}{40},$$

valor que admite un número indefinido de soluciones, dando á y los que se quieran y que á simple vista indica, puede resolverse el problema en números enteros, haciendo $y=40$, de donde $x=39$; $2y=80$; y $4x=156$, que serían los números de hectólitros que podrían mezclarse de 21, 40, 24 y 45*pts*.

Si un problema de mezclas contiene, por consiguiente, en su enunciado alguna condición más que los precios de la mezcla y de las cantidades, lo mejor, más seguro y hasta frecuentemente más fácil será *plantearlo y resolverlo por ecuaciones*, siempre que se trate de investigar las cantidades que han de mezclarse, único medio además de llegar con certidumbre á encontrar las soluciones enteras, positivas, ó ambas, ó poder afirmar que es imposible de resolver.

PROBLEMA 1.°—A un fabricante de telas que tiene piezas de 50, 70 y 65*pts*, le pide un comerciante 100, enviándole en pago de las mismas 6850*pts*, con encargo de que mande cuantas pueda de clase superior y las restantes de las otras dos, ¿cuántas deberá enviar de cada una?

Suponiendo pueda mandar respectivamente x, y, z, de cada una, deberá verificarse:

$$x + y + z = 100$$
$$50x + 70y + 65z = 6850$$

ó despejando x en la primera, simplificando la segunda y sustituyendo $x = 100 - y - z$

$$10x + 14y + 13z = 1370;$$
$$1000 - 10y - 10z + 14y + 13z = 1370;\ 4y + 3z = 370$$

ecuaciones cuyas soluciones enteras hallaremos (116) haciendo

$$z = 2z';$$

de donde $2y + 3z' = 185$; $\quad y = \frac{185 - 3z'}{2} = 92 - z' + \frac{1 - z'}{2}$,

y suponiendo $\frac{1 - z'}{2} = k$, ó lo que es igual, $1 - z' = 2k$

$$z' = 1 - 2k; \qquad z = 2 - 4k$$
$$y = 92 - 1 + 2k + k = 91 + 3k$$
$$x = 100 - 91 - 3k - 2 + 4k = 7 + k,$$

expresiones que servirían para encontrar un número indeterminado de soluciones enteras; pero como el problema no las admite negativas, deberán ser además

$$2 - 4k > 0;\ 91 + 3k > 0;\ 7 + k > 0;$$

lo cual exige sea

$$k < \frac{1}{2}; \qquad k > -30\frac{1}{3}; \qquad k > -7,$$

y como enteros mayores que —7 y menores que $\frac{1}{2}$, no hay más que —6, —5, —4, —3, —2, —1 y 0, la cuestión tendría 7 soluciones en valores enteros y positivos, que se hallarían sustituyendo estos números en vez de k, en los de x, y, z, si no existiera la última condición.

El pedir, sin embargo, cuantas piezas sea posible de clase superior y determina por completo el problema, puesto que siendo $91+3k$ tanto mayor cuanto más lo sea k, hace necesario dar á ésta el más grande de los anteriores, que es $k=0$ (T. I, 178, 2.°) no teniendo el problema, por lo tanto, más solución que

$x =$	7	piezas de	50*pts*,	que valdrán	350*pts*
$y =$	91	» »	70 »	» »	6370 »
$z =$	2	» »	65 »	» »	130 »
	100				6850*pts*

La resolución de los problemas por medio de ecuaciones tiene también otra importante ventaja: la de que dando todas las soluciones posibles, pone á veces en evidencia la imposibilidad de resolver científicamente algunas cuestiones, demostrando la necesidad de acudir á procedimientos prácticos indirectos, que aunque siempre con el auxilio de la Ciencia, pueden dar una solución apelando á recursos que equivalgan á una modificación de los enunciados, cosa imposible en el terreno puramente científico.

Como ejemplo de las dificultades con que á veces se tropieza, resolveremos el siguiente problema, muy semejante al anterior.

Problema 2.°—Precisando vender á 130*pts* 100 cubas de vino, ¿cuántas deberán mezclarse de á 140 y 145*pts*, con 35 de á 120?

Llamando x é y á las dos incógnitas, tendremos:

$$\left.\begin{array}{r} x + y + 35 = 100 \\ 140x + 145y + 120.35 = 130.100 \end{array}\right| \begin{array}{l} x + y = 65 \\ 28x + 29y = 2600 - 840 \end{array}$$

$$y = 65 - x$$

$$28x + 29.65 - 29x = 1760$$

$$-x = 1760 - 1885; \qquad x = 1885 - 1760 = 125;$$

$$y = 65 - 125 = -60,$$

solución única de las ecuaciones, que forman un sistema determinado (120), pero que no resuelve la cuestión práctica, pues ésta, por su naturaleza, ni admite para las incógnitas valores superiores á 100, como 125, ni mucho menos negativos como —60.

El problema no tiene, por consiguiente, solución científica.

No obstante, si atendiendo solo á la práctica prescindimos de la primera ecuación y resolvemos la segunda en números enteros y positivos, obtendremos:

$$x = \frac{1760-29y}{28} = 62 - y + \frac{24-y}{28} = 62 - y + k,$$

$$k = \frac{24-y}{28}; \qquad 28k = 24 - y; \qquad y = 24 - 28k;$$

$$x = 62 - 24 + 28k = 38 + 29k,$$

$$24 - 28k > 0, \mid k < \frac{24}{28} = \frac{6}{7}; \; 38 + 29k > 0; \, k > -\frac{38}{29} = -1\,\frac{9}{29},$$

limitaciones que indican puede hacerse únicamento $k=0$ y $k=-1$.

El problema está, por consiguiente, resuelto, atendiendo solo al valor total de la mezcla; pero como hemos prescindido de la ecuación $x+y=65$ y para $k=0$, resultaría

$$x = 38; \qquad y = 24; \qquad x + y = 62 = 65 - 3,$$

$$\text{y para } k = -1, \qquad x = 9; \qquad y = 52; \qquad x + y = 61 = 65 - 4,$$

á cuyas sumas faltan 3 y 4 para componer las cubas necesarias, aún puede resolverse la cuestión prácticamente añadiéndolas de un líquido sin valor que no altere la composición esencial de la mezcla, es decir, de agua, lo cual equivaldrá á introducir esta condición en el enunciado, ó á rebajar algo los valores de las clases disponibles.

El problema, absurdo bajo el punto de vista científico, tendría, por tanto, prácticamente estas dos soluciones:

35 cubas	de 120*pts*,	4200 *pts*		35 cubas	de 120*pts*,	4200 *pts*
38 »	» 140 »	5320 »		9 »	» 140 »	1260 »
24 »	» 145 »	3480 »		52 »	» 145 »	7540 »
3 »	» agua,	0		4 »	» agua,	0
100 cubas		13000 *pts*		100 cubas		13000 *pts*

Precio de la cuba, $13000:100 = 130$*pts*.

133. *Tercer caso.*—Cuando se conocen las cantidades mezcladas y el precio de la mezcla, siendo las incógnitas los precios de aquéllas, que llamaremos x, y, z, siguiendo en lo demás la misma notación que hasta el presente, deduciremos de la relación general

$$nx + n'y + n''z + \ldots\ldots = (n + n' + n'' + \ldots\ldots)P,$$

$$x = \frac{(n+n'+n''+\ldots\ldots)P - n'y - n''z - \ldots\ldots}{n},$$

que nos demuestra es el problema completamente indeterminado, aun cuando se conociese además la cantidad total

$$n + n' + n'' + \ldots\ldots = S,$$

ó alguna otra relación análoga.

Es, no obstante, evidente, que todos los razonamientos hechos en el caso anterior serán á éste aplicables; que las soluciones se irán limitando á medida que el enunciado contenga más condiciones, y que llegará á ser determinado y hasta imposible en ciertas ocasiones.

El caso particular más importante entre éstos, es aquel en que se conoce la suma S, los medios de determinarla ó alguna otra relación parecida, y todos los precios p', p''..... menos uno, para el cual se tendrá

$$x = \frac{SP - n'p' - n''p'' - \ldots\ldots}{n}.$$

Problema.—Encargado un artista de la fabricación de un objeto de plata, cuya ley sea de 0'850 y que ha de pesar $5kg$, ve que puede disponer de $15Hg$ de 0'845, $1kg$ de 0'840, $50Dg$ de 0'835 y $200g$ de 0'831, ¿de qué ley deberá ser la plata que adquiera para fundirla con la que obra en su poder?

En esta cuestión se conoce la suma $S{=}5kg$ y se puede calcular previamente

$$\begin{aligned} n &= 5kg - (15Hg + 1kg + 50Dg + 200g) \\ &= 5 - (1'5 + 1 + 0'5 + 0'2)kg = 5 - 3'2kg = 1'8kg, \end{aligned}$$

con cuyos datos se obtendrá para la ley buscada, sustituyendo en la fórmula deducida,

$$\begin{aligned} x &= \frac{5.0'850-1'5.0'845-1.0'840-0'5.0'835-0'2.0'831}{1'8} \\ &= \frac{4'25-1'2675-0'84-0'4175-0'1662}{1'8}, \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r|l} 4\ 2'5 & \\ \bar{1}\ 8\ 7'3\ 2\ 5 & \\ \bar{1}\ 1'6 & \qquad \text{(T. I, 187)} \\ \bar{1}\ 5'8\ 2\ 5 & \\ \bar{1}\ 8'3\ 3\ 8 & \\ \hline 1\ 5'5\ 8\ 8 & 1\ 8 \\ \cline{2-2} 1\ 1\ 8 & 0'8\ 6\ 6 = x \\ 1\ 0\ 8 & \\ 0 & \end{array}$$

Deberá, pues, adquirir plata de 0'866 y fundir $18Hg$.

III.—Comercio de espíritus.

134. Los anteriores ejemplos son suficientes para que se comprenda cuán importantes y frecuentes son en el Comercio las cuestiones que se refieren á los líquidos que contienen alcohol y á las materias de oro y plata, cuestiones que, aunque en su inmensa mayoría podrán ser resueltas por los procedimientos conocidos, merecen se les dedique un párrafo especial, por las circunstancias particulares que en ellas pueden intervenir.

Los espíritus, en efecto, y principalmente los vinos y aguardientes, pagan en las Aduanas, según su grado (47) ó fuerza, distintos derechos, considerándose como vinos bajo este punto de vista, aquellos cuya fuerza no pasa de cierto límite, y como alcoholes los restantes.

Según el tratado con Francia, por ejemplo, pagan como vinos los que no exceden de 15° centesimales; según el vigente con Suecia y Noruega, los que no pasan de 20°, etc.; y aunque el cálculo de lo que deben pagar no se diferenciará de los análogos que hemos efectuado distintas veces, y el aumento ó disminución del grado por la mezcla con otro de mayor ó menor fuerza, constituirá uno de los problemas que acabamos de resolver, á todos ellos debe servir de base evidentemente el conocimiento de esa fuerza, que se determina, como ya sabemos, por medio de los alcohómetros (47).

Ahora bien; las indicaciones de éstos no son exactas más que á la temperatura de 15° centesimales, y cuando es diferente, hay que hacer la corrección necesaria por medio de la Tabla IX, para conocer la RIQUEZA del espíritu ó *parte proporcional de alcohol que contiene un cierto volumen*, corrección necesaria, no solo en este caso, sino en muchos otros, como, por ejemplo, cuando queramos cercionarnos de la fuerza REAL *que corresponde á la temperatura de* 15° *centesimales*, no pudiendo conocer de un modo directo más que la APARENTE, *indicada por el alcohómetro*.

Conteniendo la primer columna vertical de dicha tabla las temperaturas y la primera horizontal las fuerzas aparentes, es evidente que:

1.°—*La fuerza real estará indicada por el número que en la tabla corresponda á la aparente de la línea superior y á la temperatura que se buscará en la primer columna vertical.*

PROBLEMA.—¿Cuál será la fuerza real de un espíritu, marcando el alcohómetro centesimal 65° á la temperatura de 28° también centesimales?

60‘6° que corresponde á la línea que empieza por 28° y columna encabezada con 65°.

Determinada la fuerza real, falta, para poder calcular la riqueza, conocer la variación de volumen sufrida por el líquido, en virtud del cambio de temperatura, variación que se encontrará en la Tabla X, dispuesta del mismo modo; por lo cual,

2.º—*El volumen ocupado por cada litro de espíritu á 15º centesimales de temperatura, estará indicado por el número que en la tabla corresponda á la fuerza aparente de la línea superior y á la temperatura que se buscará en la primer columna vertical.*

Problema.—¿Qué volumen ocuparía cada litro del espíritu citado?

0'989*l*, que corresponde á la línea que empieza por 28º y columna encabezada con 65º.

Conocida su fuerza y el volumen de cada litro, basta recordar que el grado alcohométrico indica la centésima parte del volumen, en alcohol puro, para deducir que:

3.º—*La riqueza de un espíritu será igual al volumen que cada unidad ocuparía á 15º centesimales de temperatura, multiplicado por la centésima parte de su fuerza real.*

Problema.—¿Cuál sería la riqueza del espíritu antedicho?

Si cada litro contiene 0'606 de alcohol puro, 0'989*l* contendrán

$$
\begin{array}{r}
0'9\,8\,9 \\
0'6\,0\,6 \\
\hline
5\,9\,3\,4 \\
5\,9\,3\,4 \\
\hline
0'5\,9\,9\,3\,3\,4
\end{array}
$$

La riqueza sería próximamente igual á 0'60, ó 60º/₀.

Basta mirar las citadas tablas de variaciones, para convencerse de que ninguna relación, ni diferencial ni proporcional guardan con los cambios de temperatura; pero cuando se trate de fracciones menores que 1, los errores que entre dos números de las contenidas en ellas pueden cometerse al admitir la proporcionalidad, serán tan pequeños, que en la práctica podrán despreciarse.

Sucede, pues, en estas cuestiones, algo análogo á lo que ocurre con los logaritmos (T. I, 284), y por esta razón,

4.º—*Si la temperatura ó fuerza aparente no se hallasen en las tablas, se buscarán las inmediatamente inferiores y superiores y se calculará la parte de aumento ó disminución que á* *la fuerza real ó volumen corresponderá, suponiendo que las variaciones entre los límites de dos números consecutivos de las tablas son directamente proporcionales.*

Problema.—Marcando el alcohómetro sumergido en un alcohol 78° á la temperatura de 2'5°, ¿cuál será su riqueza?

78° y 2'5°, no se encuentran en la tabla, estando comprendido el primero entre 75° y 80°, mientras el segundo lo está entre 2° y 3°.

A 2°, corresponden las fuerzas 78'9 y 83'7 que se diferencian en 4'8, por lo que admitiendo la proporcionalidad, si á 5° de diferencia, corresponde 4'8 en la fuerza, á 3 corresponderá $\frac{3.4'8}{5}$ = 2'88 ó 2'9 aproximadamente; elevándose, por tanto, á 78'9+2'9=81'8.

A 3°, corresponden 78'6 y 83'5. Diferencia 4'9. Aumento correspondiente á 3 de fuerza=2'9.

Grados que corresponden á 78 aparentes, 78'6+2'9=81'5.

2'5°=media diferencial entre 2° y 3°. Media entre 81'8 y 81'5=$\frac{163'3}{2}$=81'6° (68).

En cuanto al volumen, tendremos análogamente:

Para 2° de temperatura, 1'012 y para 3°, 1'011, cuya media será $\frac{2'023}{2}$=1'0115.

Luego su riqueza será de

```
   1'0 1 1 5
     0'8 1 6  .....  (T. I, 198)
  ----------
  8 0 9 2 0
    1 6 1 8 4 0
 -------------
0'8 2 5 3 8 4 0
```

0'8 2 5 3 8 4 0 ú $82\frac{1}{2}$ % aproximadamente.

Escolios.—En la práctica y para mayor aproximación, suele tomarse por unidad el *kl* en lugar del litro, en cuyo caso en vez de expresar la riqueza del líquido por 0'82....., se dice es de 825'38*l*, cantidad de alcohol que contendrá 1*kl* de espíritu.

Si se quisiera determinar la fuerza aparente, el volumen á una cierta temperatura, etc., se procedería *por análisis, fundándose en las reglas anteriores.*

Problema.—Desde Sevilla se envía á Madrid un barril de espíritu, cuya fuerza aparente á 25° centesimales de temperatura, es de 85°. A su llegada, y con una temperatura de 10°, su fuerza es de 80'6, y los 700 litros que debía contener se han reducido á 689'50. ¿Habrá sido objeto por el camino de alguna alteración?

La alteración pudiera provenir de una disminución en la fuerza, por haberse efectuado alguna sustitución con parte de la cantidad ó de alguna pérdida de líquido.

Hay, por consiguiente, que comprobar ambas cosas.

A 25° de temperatura y 85° de fuerza aparente, corresponde, según la Tabla IX, una fuerza real de 82'1.

A 10° de temperatura y 80° de fuerza aparente, 81'5 de fuerza real, y á la misma temperatura y 85° de fuerza aparente, 86'4, que se diferencia de la anterior en 4'9.

(64)
$$\begin{array}{ll|l} 5^\circ\ldots\ldots & 4'9 & x = \frac{4'9.0'6}{5} = \frac{2'94}{5} = 0'588; \\ 0'6^\circ\ldots\ldots & x & \\ - & - & 81'5 + 0'588 = 82'088^\circ \end{array}$$

fuerza que solo se diferencia de 82'1 en 0'012; luego el líquido no ha sido alterado por mezcla.

Respecto al volumen, tendremos:

A 25° de temperatura y 85° de fuerza aparente, $1l$ de espíritu, según la Tabla X, corresponde á 0'990 y $700l$, por consiguiente, á $0'99.700=693l$, á la temperatura de 15°.

A 10° de temperatura y 80° ú 85° de fuerza aparente, $1'005l$ cuando la temperatura es de 15°, y por lo tanto

(64)
$$\begin{array}{ll|l} 1'005\ldots\ldots & 1 & x = \frac{693}{1'005} \\ 693\ldots\ldots\ldots & x & \\ + & + & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 693000 & 1\,0\,0\,5 \\ \hline 9000 & 6\,8\,9'5\,5 \ldots\ldots = x \\ 9600 & \\ 5600 & \\ 5750 & \\ 725 & \end{array}$$

cantidad que difiere de la 689'60 medida en Madrid, en menos de $0'01l$; luego tampoco hay pérdida en el volumen del líquido, que merezca tomarse en cuenta.

135. Siendo muy frecuente aún el uso del alcohómetro de

Cartier (47), y sobre todo el de las escalas termométricas de Reaumur y Farenheit (32), empleadas en varios países casi exclusivamente, las cuestiones examinadas pueden complicarse con la transformación necesaria de unos grados en otros.

Como los de Cartier y los centesimales no guardan relación fija, *se buscará la correspondencia que entre unos y otros existe, en la Tabla XI*, procediendo por aproximación cuando se trate de números no contenidos en ella.

En cuanto á los grados termométricos, sabiendo, como sabemos (33), las relaciones que hay entre sus magnitudes y el principio y fin de las tres escalas, es evidente que tendremos, representando por R, T y C cualquier número de grados de Reamur, Farenheit y centesimales,

$$F = 32 + \frac{9}{4} R = 32 + \frac{9}{5} C,$$

$$R = \frac{4}{5} C = \frac{4}{5} (F - 32),$$

$$C = \frac{5}{4} R = \frac{5}{9} (F. - 32),$$

fórmulas en las cuales deberán darse á los números que en ellas entran los signos + ó —, según se trate de grados, *sobre* 0, ó *bajo* el 0, de la respectiva escala.

PROBLEMA.—Trasladado al extranjero y á 35° Farenheit de temperatura el barril de espíritu considerado en el problema anterior, ¿cuál sería su fuerza aparente según el alcohómetro de Cartier?

Hemos visto antes que su fuerza real sería de 82'1° centesimales;

35° Farenheit, equivalen á

$$\frac{5}{9} (35 - 32) = \frac{5}{9} .3 = \frac{5}{3} = 1 \frac{2}{3} \text{ centesimales.}$$

Prescindiendo de la fracción y buscando en la línea que empieza por 1° (Tabla IX) la fuerza real 82'1°, veremos que está comprendida entre 79'2° y 84°, que se diferencian en 4'8° y se hallan en las columnas encabezadas con las fuerzas aparentes 75° y 80°, que se diferencian en 5°.

¿Si á 4'8 en la fuerza real corresponden 5 en la aparente, á

82'1°—79'2°=2'9° en aquélla, qué aumento corresponderá?

$$\begin{array}{ll|l} 4'8\ldots\ldots & 5 & \\ 2'9\ldots\ldots & x & x = \frac{5.2'9}{4'8} = \frac{145}{48} = 3'0, \quad \text{y como} \quad 3'0 + 75^\circ = 78^\circ, \\ \text{—} & \text{—} & \end{array}$$

esta sería la fuerza aparente á la temperatura de 1° centesimal.

Para 2° tendríamos análogamente:

78'9° y 83'7 que se diferencian en 4'8°, lo mismo que anteriormente; luego también á esta temperatura, y por lo tanto á $1\frac{3^\circ}{4}$ tendríamos una fuerza de 78° del alcohómetro centesimal, que según la Tabla XI, equivaldrán á 29'5° de Cartier, por ser aproximadamente dicho número una media diferencial entre 77° y 79'1° que corresponden á 29° y 30° Cartier.

Con el alcohómetro de Cartier y á 35° Farenheit, tendría una fuerza aparente de 29'5°.

136. El aumento ó disminución de la fuerza de un espíritu, puede obtenerse á menudo mezclándolo con otro de distinto grado, siendo muy frecuente rebajarlo por la adición de la cantidad suficiente de agua; pero las reglas dadas para las mezclas no son aplicables á la determinación de los volúmenes resultantes, por haber siempre entre el agua y el espíritu un principio de combinación, que contrayendo algo el líquido, hace que el nuevo volumen sea inferior á la suma de los reunidos.

De todos modos, la fuerza f del espíritu, siempre será la relación que haya entre el volumen a de alcohol que contenga y el total V del líquido, por lo cual si llamamos f', a' y V' á estas mismas cantidades después de añadirle agua, tendremos

$$f = \frac{a}{V}; \qquad f' = \frac{a'}{V'}; \qquad \frac{f}{f'} = \frac{a}{V} \cdot \frac{V'}{a'} = \frac{V'}{V} \text{ (T. I, 228, 3.°)}$$

luego,

Las fuerzas de los espíritus modificados por el agua, están en razón inversa de sus volúmenes.

Problema.—Añadiendo á 800l de un espíritu la cantidad de agua necesaria para rebajar su fuerza de 70° á 65°, ¿cuántos litros de espíritu se obtendrán?

$$65:70::800:x; \qquad \begin{array}{r|l} 56000 & 65 \\ \cline{2-2} 400 & \text{861‘53} \\ 100 & \\ 350 & \\ 250 & \\ 55 & \end{array} \qquad x = \text{861‘54}l$$

Por experiencia se han construído tablas, de las que es un ejemplo la XI del final, que contienen *en la primer línea las fuerzas inferiores, en la columna de la izquierda las superiores y en el lugar correspondiente á ambas los litros de agua que deben añadirse á cada unidad de volumen para pasar de éstas á aquéllas.*

En dicha Tabla veríamos que para rebajar la fuerza de 70° á 65°, hay que añadir por cada Dl de espíritu, 0‘81l de agua, y por lo tanto, á 80Dl, 0‘81.80=64‘8l, lo cual corrobora la contracción del líquido que hemos dicho tiene lugar, puesto que la suma de los volúmenes sería 864‘8 y el resultante, según acabamos de ver, es solamente 861‘54, por lo que la contracción habrá sido de 864‘8—861‘54=3‘26l.

137. No tratándose de agua, sino de la reunión de dos espíritus, que determinarán otro de una fuerza intermedia, cualquier problema se podrá resolver por las reglas dadas al tratar de las mezclas, como hemos dicho, si se prescinde de la contracción; pero esto dará lugar á errores de consideración, según vamos á ver.

Ejemplo: ¿Cuántos litros de espíritu de 75° deberán mezclarse con 450 de 90°, para que la mezcla tenga una fuerza de 85°?

Aplicando la regla del párrafo 130, tendríamos

$$x = \frac{450(90-85)}{85-75} = \frac{450.5}{10} = 225l.$$

Veamos ahora si esto es cierto.

Representando por f y F las fuerzas inferior y superior; por m la fuerza media; por v y V los volúmenes correspondientes; por a y b las cantidades de agua necesarias para rebajar cada unidad de volumen de m á f y de F á m, y por V' el volumen de espíritu de fuerza media que por la agregación de agua se podría transformar en el v de fuerza inferior, tendremos:

Agua necesaria para rebajar V á la fuerza $m = V.b$.
» » » » V' » » » $f = V'.a$,

y por la proporcionalidad de las fuerzas y volúmenes

$$\frac{V'}{v} = \frac{f}{m}, \quad \text{de donde} \quad V' = \frac{vf}{m},$$

y por lo tanto,

Agua necesaria para rebajar V' á la fuerza $f = \frac{vf}{m}.a$.

Ahora bien; en el supuesto de que interviniese agua en las operaciones, como la fuerza de este líquido es nula, el volumen añadido á V para rebajar su grado á m debe ser igual al que se debería quitar á f para elevar el suyo también á m, que sería evidentemente igual al necesario para rebajar m á f, luego

$$vb = \frac{vf}{m}.a, \quad \text{ó bien} \quad \frac{V}{v} = \frac{f.a}{m.b},$$

fórmula que podrá servir para calcular cualquiera de las cantidades que en ella entran, cuando las otras sean conocidas.

Problema.—Resolver el propuesto en el ejemplo precedente.

$$f = 75; \quad F = 90; \quad m = 85; \quad V = 450; \quad a = 1'45;$$
$$b = 0'66 \text{ (Tabla XI)}.$$

$$\frac{450}{v} = \frac{75.1'45}{85.0'66} = \frac{25.29}{17.22}; \quad \frac{18}{v} = \frac{29}{374};$$

$$\begin{array}{r|l} 374 & \\ 18 & \\ \hline 6732 & 29 \\ \cline{2-2} 93 & 232'13 \; ..... = v \\ 62 & \\ 40 & \\ 110 & \\ 23 & \end{array}$$

Deberían mezclarse 232'14l.

vemos, por tanto, que el error cometido en este caso, al aplicar al problema las reglas generales de las mezclas, sería de 232'14—225=9'14, es decir, de cerca de 1Dl.

Hé aquí otro de los grandes errores á que conduce el constante empleo de proporciones, cuando no se está bien seguro de que la proporcionalidad existe, ó se emplea una distinta de la verdadera, por descuido ó por falta de conocimientos, que es lo más frecuente.

Entre los volúmenes y fuerzas no deja, en efecto, de haberla, pero según la fórmula deducida, no será la de las mezclas en general, sino la siguiente:

1.°—*Los volúmenes de dos espíritus mezclados, son inversalmente proporcionales á los productos que resultan de multiplicar la fuerza inferior y la de la mezcla, por las cantidades de agua necesarias para rebajar ésta á aquélla y la superior á ésta.*

Por último; el volumen total V_1 de la mezcla, será la suma del V' y del necesario para rebajar á m el V de fuerza F, que podemos representar por V'', y como debe verificarse (136):

$$\frac{F}{m}=\frac{V''}{v}, \quad \text{de donde (56)} \quad V''=\frac{VF}{m},$$

$$\frac{m}{f}=\frac{v}{V'}, \quad \text{»} \quad \text{»} \quad V'=\frac{vf}{m},$$

resultará,

$$V_1=\frac{VF}{m}+\frac{vf}{m}=\frac{VF+vf}{m},$$

es decir, que:

2.°—*El volumen de la mezcla será igual á la suma de los productos que resulten de multiplicar los de los espíritus mezclados por las fuerzas que les corresponden, dividida por la fuerza de la mezcla.*

PROBLEMA.—Calcular el volumen de la mezcla considerada en el problema anterior y la contracción correspondiente.

$$V=450; \quad v=232'14; \quad f=75; \quad F=90; \quad m=85.$$

$$V_1=\frac{450.90+232'14.75}{85}=\frac{90.90+232'14.15}{17}=\frac{8100+3482'10}{17}=\frac{11582'10}{17}$$

$$=681'30l,$$

```
1 1 5 8 2'1 0 |17
              |------
  1 3 8       |681'3
      2 2
        5 1
          0
```

450*l* de 90° junto con 232'14*l* de 75° compondrán, por consiguiente, 681'30*l* de 85° en lugar de 450+232'14=682'14, originándose, por tanto, una contracción de 682'14—681'30=0'84 litros.

IV.— Cuestiones análogas.

138. Aparte de los casos examinados, que son los más frecuentes, claro está que al constructor, fabricante, contratista, y á todos aquellos que ejerzan profesiones más ó menos relacionadas con el Comercio, pueden ocurrir problemas variadísimos, muchos de los cuales serán fáciles de resolver, mientras otros exigirán conocimientos especiales agenos en cierto modo al Cálculo comercial.

Su detalle y hasta su simple enumeración es imposible; pero no debe ser obstáculo para que intentemos dar siquiera sobre ellos una idea general, resolviendo algunos ejemplos, para indicar á lo menos en dónde han de buscarse los datos ó fórmulas que pueden hacer falta, para que entren de lleno en el dominio de la Aritmética.

Estos problemas pueden referirse á las aplicaciones de todas las ciencias, pues á todas presta su concurso el Cálculo y hasta les sirve de fundamento, como dijimos al comienzo del primer tomo; pero los más íntimamente relacionados con las profesiones mercantiles, pueden clasificarse así principalmente:

Los que solo exigen conocimientos mercantiles.

Los que necesitan el concurso de la Geometría.

Los que se relacionan con la Física.

Los que se refieren á aplicaciones de la Mecánica.

Los que dependen de la Química.

1.°—Muchos más de lo que parece á primera vista están comprendidos entre los primeros, pues con el solo conocimiento de la Metrología, se resuelven los más sencillos que puedan comprenderse en las otras clases, recordando las definiciones, valores y equivalencias de las unidades de distinta naturaleza que allí enumeramos, y ya hemos resuelto muchos en que las fórmulas geométricas y los pesos específicos nos han servido de poderoso auxiliar, sin cuyo concurso nos hubiéramos visto imposibilitados de llegar á la determinación de los valores buscados.

Unicamente diremos, por lo tanto, sobre ellos, que todos han de poder resolverse por las reglas y métodos contenidos en este Tratado, y que cuando parezca no es así, debe estudiarse el enunciado muy detenidamente antes de asegurar que para llegar al fin son necesarios otros conocimientos, ó que no hay bastantes datos para conseguirlo.

Sirva de ejemplo el siguiente

Problema 1.°—En un taller de 8 hombres se consumen cada 10 días $2Hl\ 16l$ de agua. Debiendo proporcionar agua para 50 hombres durante 20 días, encerrada en 6 cajas de $1'4m$ de longitud y $0'85m$ de altura, ¿qué latitud habrá que darles?

Al pronto parece que faltan datos; pero si se supone encerrada el agua en una caja cúbica, el contenido de ésta sería de $2Hl\ 16l{=}216l$, que ocuparían un volumen de $216dm^3{=}0'216m^3$, por lo que la longitud, latitud y altura de aquélla sería de

$$\sqrt[3]{0'216m^3} = 0'6m.$$

La cuestión, por consiguiente, es un sencillo problema de cantidades homogéneas y proporcionales, que puede resolverse por regla de tres ó reducción á la unidad, y mejor por el método práctico (64) que indicamos.

Hombres.	Días.	Cajas.	Longitud.	Latitud.	Altura.
8	10	1	0'6	0'6	0'6
50	20	6	1'4	x	0'85
+	+	—	—	+	—

$$x = \frac{0'50.20.1.0'6.06}{8.10.6.0'85.1'4} = 0'378m.$$

Escolio.—Como hemos oido á algún *práctico* que esta clase de problemas no pertenece al Cálculo mercantil, debemos advertir que atendiendo á esta razón, hemos copiado el anterior de la excelente obra de F. Garnier, profesor de la Escuela superior de Comercio de París.

2.°—La mayor parte de las cuestiones que necesitan el concurso de la Geometría pueden también resolverse sin más auxilio que el de las fórmulas contenidas en nuestro texto y el de las tablas de que ya algunas veces hemos hecho uso.

A continuación transcribimos el enunciado de otra del propio autor.

PROBLEMA 2.°—Un depósito de $6\frac{1}{2}m$ de largo y 4 de ancho, contiene $96Hl$ de agua. ¿Cuáles deberán ser la longitud y latitud de una caja de base cuadrada que tenga la misma altura que el depósito y pueda contener $125kg$ de mercurio?

Tampoco parece á primera vista que haya fórmula ni procedimiento práctico aritmético que resuelva este problema, y sin embargo, buscando en las Tablas IV y XII del final del volumen, el área de la base del depósito $6\frac{1}{2}.4m^2$; la del cuadrado pedido l^2, siendo l la incógnita; el peso específico del mercurio 13'598, y recordando que $96Hl=9600l$ de agua, pesan este mismo número de Hg, el problema es del mismo género que el anterior, transformándolo en este otro:

Si para una cierta altura necesitan $9600kg$ de agua, cuyo peso específico es 1, una base de $6\frac{1}{2}.4m^2$; $125kg$ de mercurio, cuyo peso específico es 13'598, ¿qué base necesitarán?

Determinada ésta, es evidente que bastará extraer la raíz cuadrada del resultado para obtener la longitud y latitud pedidas.

$$\begin{array}{ccccc} 9600 & \ldots\ldots & 1 & \ldots\ldots & 6\frac{1}{2}.4 \\ 125 & \ldots\ldots & 13'598 & \ldots\ldots & l^2 \\ + & & - & & + \end{array}$$

$$l^2 = \frac{6\frac{1}{2}.4.125.1}{9600.13'598} = 0'024897m^2$$

$$l = \sqrt{0'024897m^2} = 0'158m.$$

ESCOLIO.—Garnier encuentra para área de la base 0'024951, por suponer que el peso específico del mercurio es 13'568.

3.°—En cuanto á aquellas que se relacionan con la Física, lo estarán principalmente con las unidades de temperatura, calor, presión, dureza ó humedad, y por esta causa dimos en la Metrología una ligera idea de todas ellas, así como de los aparatos que es necesario emplear para la expresión de las incógnitas homogéneas con las mismas.

Gran número de problemas podrán, por consiguiente, resolverse sin más que estos conocimientos y los datos del enunciado, y muchos serán también los que necesiten el auxilio de fórmulas que deberán buscarse en cualquier Tratado especial, reduciéndose entonces la cuestión de Aritmética á determinar el valor numérico de la misma, efectuando, si es preciso, alguna transformación previa.

Presentaremos un ejemplo de cada caso.

Problema 3.°—En un establecimiento de baños se han suministrado durante un año 35714 de 280 litros de agua, que de la temperatura media de 6° centígrados ha tenido que elevarse á 30°; para calentarla se han empleado 640 esterios de leña, que pesaban 385*kg*, por término medio, costando á 15*pts* uno y 450*pts* de transporte. Siendo de 3000 calorías la potencia calorífica (34) de la leña y de 7500 la de la hulla, ¿qué economía podría obtenerse en cada baño empleando este combustible, que se vende á 5*pts* *Hl* de 84*kg* de peso, incluyendo el transporte?

No siendo la cuestión tan sencilla como las anteriores, procuraremos detallar algo su resolución, sin oscurecerla con las operaciones auxiliares.

Importe total usando leña

$$= 640e.15pts + 450pts = 10050pts.$$

Coste de cada baño $= 10050pts : 35714$ baños $= 0'28$ de *pt*.

Peso de la leña $= 640e.385kg$.

Calorías (34) producidas por la combustión $= 640.385.3000$.

» » » cada *Hl* de hulla $= 84.7500$.

Número de *Hl* necesarios $= \frac{640.385.3000}{84.7500}$.

Importe total usando hulla $= \frac{5.640.385.3000}{84.7500}$ *pts*.

Coste de cada baño $= \frac{5.640.385.3000}{84.75 \quad .35714} = 0'16$ de *pt*.

Economía que se obtendría:

$$0'28 - 0'16 = 0'12 \text{ de } pt, \quad \text{ó} \quad 42'85\% \ (85, 2.^a)$$

Problema 4.°—En una caldera de vapor, cuya superficie de calefacción es de $30m^2$, teniendo el orificio de la válvula de seguridad 6 centímetros de diámetro, ¿cuál será la presión del vapor?

Para resolver esta cuestión se necesitan conocimientos físicos superiores á los que puede y debe suministrar la Metrología, y aun acudiendo á libros que se ocuparan especialmente de estas materias, no sería fácil encontrar una fórmula que determinara precisamente el valor de la incógnita; pero en ellos hallaríamos

$$a = \frac{1'32.S}{n - 0'412},$$

para valor del área a del orificio expresada en centímetros cuadrados, siendo S la superficie de calefacción en metros cuadrados y n el número de atmósferas que miden la presión pedida, por consiguiente, diríamos:

$$an - a.0'412 = 1'32S; \qquad an = 1'32S + a.0'412;$$

$$n = \frac{1'32S + a.0'412}{a} = 0'412 + \frac{1'32S}{a},$$

$$a = \text{Area del círculo del orificio} = \pi R^2 \text{ (Tabla IV)}$$

$$= 3'141.3^2 cm^2 = 28'27 cm^2,$$

y como ya sabemos por el enunciado que $S = 30m^2$,

$$n = 0'412 + \frac{1'32.30}{28'27} = 1'813 \textit{ atmósferas}.$$

4.°—Respecto á las cuestiones de Mecánica aplicada, han de estar forzosamente ligadas á las unidades de fuerza y trabajo (39), siendo muy frecuente su intervención en las comerciales, y pudiendo revestir los dos caractéres que acabamos de examinar.

En vez de hacer necesaria una fórmula, como últimamente, vamos á presentar un ejemplo que exija la investigación de algunos datos para poder efectuar el cálculo.

Problema 5.°—Para moler diariamente $16Hl$ de trigo cuyo peso medio es de $75kg$, se necesitan un par de muelas cuyo trabajo equivalga á 4 caballos de vapor.

Disponiendo de una caída de agua de $2'50m$ de altura, que produce $1400l$ por segundo, ¿cuántas muelas se necesitarían para moler 54 sacos diarios de $157kg$ de peso, si era posible establecer el molino?

Los 54 sacos pesarán $157kg.54=8478kg$.

Cada par de muelas puede moler $75kg.16=1200kg$.

El número de muelas necesario será $8478:1200=7$ aproximadamente.

La cantidad de trabajo $7.4=28$ caballos de vapor.

Hasta aquí nos han bastado las ligeras nociones de Metrología que poseemos; pero para calcular si es posible establecer el molino, necesitamos saber cuál será la fuerza, ó mejor trabajo, que la caída de agua podrá transmitir, el cual veremos en cualquier Tratado de Mecánica que se calcula en Kgm multiplicando la altura por el peso de la cantidad de agua referida á segundos, lo cual nos bastaría para decir:

$$1400l \text{ pesan } 1400kg; \qquad 1400kg.2{'}50m = 3500kgm$$

$$= 46{'}66 \textit{ caballos de vapor } (39);$$

luego podría establecerse, sin utilizar más que cerca de un 60% (85, 2.ª)

5.º—Finalmente; las cuestiones que caen bajo el dominio de la Química, continuamente relacionada con el Comercio, en cuanto del Cálculo dependen, suelen ser las más fáciles de resolver, por reducirse casi siempre á la determinación de pesos.

Para ello basta generalmente buscar, si no se sabe, la expresión representativa de los cuerpos necesarios, teniendo presente que aquélla se compone de las letras convenidas para representar los cuerpos llamados simples, con un exponente igual al número de equivalentes (ó pesos, que pueden reemplazarse unos por otros) que entran en la composición de cada compuesto.

PROBLEMA 6.º—El cristal empleado en la fabricación de espejos, suele componerse de 2 partes de sílice, 3 de cal y 3 de potasa. ¿Qué cantidad de cada una de estas sustancias se necesitará para cada *Hg* de cristal?

En cualquier libro de Química encontraríamos, consultando las composiciones de estos cuerpos y las representaciones y equivalentes de los simples:

Sílice $= SiO^3$; $Si =$ Silicio; $O =$ Oxígeno; Equivalentes $\left| \begin{array}{l} 21'35 \\ 8 \end{array} \right.$

Equivalente de la sílice=21'35+8.3=45'35.
Cal=CaO; Ca=Calcio; Equivalente=20.
Equivalente de la cal=20+8=28.
Potasa=kO; k=Potasio; Equivalente=39'14.
Equivalente de la potasa=39'14+8=47'14.

De cuyos datos deduciríamos que los pesos que entran en la composición del cristal, serán proporcionales á los números

$$45'35.2 = 90'70; \qquad 28.3 = 84; \qquad 47'14.3 = 141'42$$

y dividiendo $1Hg$=$100g$ en partes proporcionales á los mismos (102)

	90'70	9070:316'12 =	28'69 g de sílice
100	84	8400:316'12 =	26'57 » » cal
	141'42	14142:316'12 =	44'74 » » potasa.
	316'12		100

Ocupémonos ya de los exclusivamente comerciales.

CAPÍTULO IX

COMERCIO DE ORO Y PLATA

I.—Relaciones entre el oro y la plata.

139. El oro y la plata constituyen una especie particular de mercaderías, cuyo valor intrínseco (50) permanece invariable, con relación á los que establecen los Gobiernos para las monedas de cada país, pero cuyo valor comercial experimenta, como todos, variaciones, por su abundancia, escasez, oferta, demanda, etc.

Prescindiendo de los objetos construídos con estos metales, cuyos valores dependen en gran parte del trabajo que ha costado su fabricación y cuyo comercio, por consiguiente, en nada se diferencia del de las restantes mercaderías, la adquisición ó enajenación de dichos metales, que rara vez son objeto de tráfico en estado puro, puede hacerse bajo dos formas: la de *monedas* extranjeras ó antiguas, y la de *barras*, *lingotes*, etc.; y aun cuando el importe total dependerá siempre de su peso, ley y precio, trataremos ambos casos con alguna, aunque no completa separación, por la capital importancia que en las operaciones comerciales tienen los problemas que á ellos se refieren.

Sea cual sea la aleación de que se trate, se suponía antiguamente que cualquier peso de oro ó plata estaba dividido en 24 *partes* ó QUILATES, si se trataba del primer metal, y en 12 *partes* ó DINEROS, subdivididos en 24 *granos*, si del segundo, diciendo que una materia de oro ó plata era de 22, 20, 18..... quilates, ó de 11, 10, 9..... dineros, cuando contenía 22, 20, 18..... partes de oro puro, ú 11, 10, 9..... de plata, valores cuya expresión numérica era, por consiguiente,

$$\frac{22}{24},\ \frac{20}{24},\ \frac{18}{24}\ldots\ldots \quad \text{ú} \quad \frac{11}{12},\ \frac{10}{12},\ \frac{9}{12}\ldots\ldots$$

Hoy sabemos que estas cantidades (50) se expresan decimalmente en milésimas, significando, por tanto, una ley de 0'900, 0'835, 0'750..... que cualquier peso de oro ó plata contiene esas fracciones de metal puro, por lo que n unidades de peso, contendrán n.0'900, n.0'835, n.0'750..... luego,

1.º—*Para encontrar la cantidad de metal puro contenida en cualquier materia de oro ó plata, basta multiplicar su peso por su ley.*

Aplicando esta regla, se hallará que deben contener de oro y plata (51), según las leyes vigentes:

La media doblilla de oro. .	1'6129.0'900 =	1'45161g
La de plata ó duro. . . .	25.0'900 =	22'5 »
La peseta.	5.0'835 =	4'175 »

PROBLEMA.—Averiguar la cantidad de oro ó plata contenida en un objeto cualquiera, cuya ley sea de 0'750, suponiendo que pese 180 gramos

$$180.0'750 = 135g.$$

Conocido, por consiguiente, el precio de cualquier unidad de peso, 2.º—*Para determinar el valor intrínseco (50) de cualquier materia de oro ó plata, bastará multiplicar su peso por su ley y por el precio de la unidad á que se refiera.*

Problema.—Con arreglo al precio de tarifa (52) establecido en la casa de moneda, ¿cuál sería el valor intrínseco de dicho objeto?

Suponiéndole de oro, único metal cuyo precio de tarifa es constante por ahora, si cada *kg* se aprecia en 3444'44*pts*, 1 *gramo* equivaldrá á 3'44444, y dicho objeto, calculando su valor en menos de 0'01, para lo cual es preciso aproximar ese precio hasta la cifra de las diez milésimas (T. I, 237)

$$\begin{array}{r l}
3'4\,4\,4\,4.1\,3\,5 = 465'95pts & \\
1\,0\,3\,3\,3\,2 & \\
1\,7\,2\,2\,2\,0 & \text{(T. I, 196)} \\
\hline
4\,6\,5'9\,5\,4\,0 &
\end{array}$$

140. Aunque el precio del oro y de la plata varía á cada instante, como el de toda mercadería, los Gobiernos, al establecer un sistema monetario, han tenido que suponerlo constante para fijar los valores de las monedas, lo cual produce entre los legales una cierta relación invariable.

La relación entre el valor del oro y el de la plata, considerada en general, puede, pues, calcularse de varios modos.

1.º—*Atendiendo á la cantidad de metal puro que contengan las monedas de oro, relativamente al contenido en las de plata, según las leyes de unas y otras.*

2.º—*Atendiendo á su valor en el mercado.*

Del primer modo se obtienen las relaciones legales, casi siempre ficticias; del segundo las comerciales, verdaderas en cada momento dado.

En uno y otro caso es evidente que, considerándose, como se considera siempre, nulo el valor de la liga (50) cuando se trata de comprar ó vender materias de oro y plata,

3.º—*Para calcular la relación que existe entre sus valores, bastará determinar el intrínseco de iguales pesos y dividir el uno por el otro.*

Como para encontrar el intrínseco se necesita conocer el precio, veamos ante todo si el que paga por el oro la casa de moneda, siendo como es en nuestra patria gratuita la acuñación para los particulares, es el fijado por el Gobierno para las piezas de oro legales.

Hemos visto que la media doblilla, no acuñada hasta ahora, pero de igual ley, peso y valor proporcionales á los asignados á las restantes monedas de oro, debe pesar 1'45161g; luego atribuyéndole un valor de 5pts, el de cada gramo será 5:1'45161, que calcularemos con cinco decimales para que el del kg resulte en menos de 0'01.

$$\begin{array}{r|l}
5000000 & 1\,4\,5\,1\,6\,1 \quad \text{(T. I, 245)} \\ \cline{2-2}
64517 & 3'4\,4\,4\,4\,5 \quad \text{por exceso} \\
64526 & \\
6462 & \\
656 & \\
76 & \\
4 &
\end{array}$$

lo que da efectivamente al kg de oro un valor por defecto de 3444'44pts, bastante aproximado al que hoy tiene en el mercado.

Veamos ahora el valor atribuido á la plata, al asignar el de 1pt y 5pts á las monedas de 5 y 25g de peso y de ley 0'835 y 0'900 respectivamente.

Conteniendo la peseta 4'175g de plata, á cada uno corresponderá 1:4'175pts.

$$\begin{array}{r|l}
10000 & 4\,1\,7\,5 \\ \cline{2-2}
16500 & 0'2\,3\,9\,5\,2 \\
39750 & \\
21750 & \\
8750 & \\
400 &
\end{array}$$

lo que supone á la plata un valor de 239'52pts kg, produciendo una relación legal de 3'44444:0'23952=14'38, según se desprende de la división siguiente:

$$\begin{array}{r|l}
34444 & 2\,3\,9\,5\,2 \quad \text{(T. I, 245)} \\ \cline{2-2}
10492 & 1\,4'3\,8 \\
912 & \\
195 & \\
4 &
\end{array}$$

Respecto á la moneda de $5pts$, que contiene $22'5g$ de plata pura, representa un valor por gramo de

$$\begin{array}{r|l} 500 & 225 \\ \cline{2-2} 50 & 0'(2) \end{array} \quad \text{(T. I, 166),}$$

y una relación

$$\begin{array}{r|l} 34444 & \overline{2\,2}\,2\,\dot{2}\,\dot{2} \\ \cline{2-2} 12222 & 1\,5'5 \\ 1111 & \\ 0 & \end{array} \quad \text{(T. I, 245)}$$

por lo cual se dice que *la relación del oro y plata amonedados, es en España de* 15'50, ó que el oro tiene un valor 15'50 veces mayor que la plata.

Escolio.—Los *prácticos* suelen calcular estas relaciones de otro modo, que copiamos de uno de los mejores y más modernos autores nacionales, para que los lectores que quieran se entretengan en hacer las operaciones indicadas.

$$\begin{array}{rcl} \text{«}x\,grs \text{ plata pura} & = & 1gr \text{ oro fino} \\ 900grs \text{ oro puro} & = & 1000grs \text{ oro á } {}^{900}/_{1000} \\ 8'06451grs \text{ oro á } {}^{900}/_{1000} & = & 25pts \\ 1pt & = & 5grs \text{ plata á } {}^{900}/_{1000} \\ 100grs \text{ plata á } {}^{900}/_{1000} & = & 835grs \text{ plata pura} \end{array}$$

$$x = \frac{1 \times 1000 \times 25 \times 5 \times 835}{900 \times 8'06451 \times 1 \times 1000} = 1 \text{ á } 14'38\text{»}$$

Suprimimos la relativa á la pieza de $5pts$, enteramente análoga, limitándonos á advertir, para facilitar la comprensión de lo que sin duda quiere decir dicho autor, que el valor de x es 14'38 y no $\frac{1}{14'38}$ como indica la igualdad final, que es absurda; es decir, que la relación entre el valor del oro y el de igual peso de plata es de 14'38 á 1, y de 1 á 14'38, por consiguiente, la inversa, ó sea la que existe *entre el de la plata y el del oro*.

Estas relaciones legales distan bastante de las verdaderas, á causa del excesivo valor supuesto á la plata, cuyo precio ha descendido en veinte años de una manera notable, por su relativa abundancia en comparación á la escasez del oro.

En virtud de los precios del mercado, la casa de moneda fijó efectivamente en 1868, como precio de tarifa, 208*pts* por *kg*; pero durante el mes que acaba de transcurrir (Septiembre de 1889) el precio del kilogramo de plata fina ha fluctuado en París entre 153'82 y 154'81*frs*.

Teniendo, pues, el franco igual valor intrínseco que nuestra peseta, podemos considerar 154'81*pts* como precio del kilogramo en España, tomando el superior y no el término medio, como parece debería tomarse, á causa de que los gastos de compra y transporte hacen que en nuestro país se eleve algo dicho precio.

En este supuesto, la relación comercial entre el valor del oro y el de la plata será de $\frac{3444'44}{154'81}$, ó sea de

$$\begin{array}{r|l} 3\ 4\ 4\ 4'4\ 4 & 154'81 \\ \cline{2-2} 3\ 4\ 8\ 2\ 4 & 22 \\ 1\ 8'6\ 2 & \end{array}$$

es decir, que igual peso de oro vale en la actualidad aproximadamente 22 veces más que de plata, despreciando los 12 céntimos que aún hubiéramos podido hallar por división, á causa de que el valor del primer metal también ha descendido algo, aunque muy poco.

Siendo, por consiguiente, el de 1 gramo de plata de 0'15481 de *pt*, las monedas españolas de este metal, consideradas como mercaderías ú objetos cualesquiera de plata, solo valen actualmente, haciendo el pago en oro:

La *peseta*........ 4'175.0'15481, unos 0'65 de *pt*

$$\begin{array}{rl} 4'175.0'15481 & \\ 5714 & \\ \hline 6192 & \\ 154 & \text{(T. I, 239)} \\ 105 & \\ 5 & \\ \hline 0'6456 & \end{array}$$

El *duro*........ 22'5.0'15481, algo menos de 3'50 *pts*

$$\begin{array}{rl} 22'5.0'15481 & \\ 522 & \\ \hline 30962 & \\ 3096 & \text{(T. I, 239)} \\ 770 & \\ \hline 3'4828 & \end{array}$$

De la misma manera que hemos calculado los precios atribuidos por el Gobierno al oro y la plata, la relación de sus valores, y los comerciales que en cualquier momento dado tienen nuestras monedas, calcularíamos los precios, relaciones y valores de las extranjeras, siempre que conociéramos su ley y peso ó talla, pues según la definición de ésta (50):

4.°—*El peso de una moneda será igual al cociente de dividir por la talla, la unidad de peso á que ésta se refiera.*

Así, por ejemplo, sabiendo que la talla de las monedas de plata de 5*pts* españolas, es de 40 por kilogramo, se obtendría inmediatamente el peso de cada una, 1000*g*:40 =25*g*.

II.— Par monetaria.

141. Además de su valor intrínseco ó comercial, hay que considerar en las extranjeras su PAR ó PARIDAD intrínseca ó MONETARIA, nombre que se da en cualquier país al *número de monedas nacionales cuyo conjunto tiene igual valor intrínseco que la extranjera.*

Uno y otra son, pues, cosas diferentes, que es preciso no confundir, ya que suelen llevar el mismo nombre; el primero depende del precio que la plata y el oro alcancen en cada instante, y es, por lo tanto, variable; la segunda debe ser constante, puesto que la igualdad de valor intrínseco, cualquiera que sea el precio del metal fino de las monedas, exige que su conjunto contenga exactamente la misma cantidad que aquella cuya par se expresa ó busca.

Determinar la paridad intrínseca, será, por consiguiente, *calcular el número de monedas que contienen la misma cantidad de oro ó plata que otra dada*, para lo cual bastará conocer sus pesos referidos á igual unidad y sus leyes respectivas.

Dicha cantidad se encuentra efectivamente, según hemos visto, multiplicando el peso por la ley (138, 1.°), y como conocido el equivalente de varias unidades, es suficiente para hallar el de una, dividir por su número (76, 1.ª)

1.°—*Para calcular la par monetaria, basta dividir el producto del peso por la ley de la moneda cuya par se busca, por el de aquella á que quiere referirse, expresando el peso en igual unidad, si son del mismo metal, ó por el de otra cualquiera* *que cumpla esta condición, y cuya relación con la pedida permita referir á ella el resultado.*

Problema 1.°—Determinar en pesetas la par intrínseca del rublo de Rusia, sabiendo que su ley es de 0'868 y que pesa 20'736g.

$$20'736.0'868 = 17'998848; \qquad 5.0'835 = 4'175;$$
$$17'998848:4'175 = 4'31pts,$$

esta es la par verdadera, con relación á nuestra peseta efectiva; pero como el valor legal de ésta se supone ser la quinta parte del duro, que pesa 25g, y cuya ley es de 0'900, la par en monedas de 5*pts*, que es la legal, ya que nuestra verdadera unidad de cuenta es la peseta imaginaria de 0'900 de ley, seria:

$$17'998848 \text{ ó muy aproximadamente, } 18:(25.0'900)$$
$$= 18:22'5 = 0'80 duros = 0'80.5pts = 4pts.$$

Problema 2.°—Calcular en pesetas la par intrínseca de la £, sabiendo que su ley es de 0'916 $\frac{2}{3}$, que debe pesar 0'2568 onzas troy y que cada una de éstas equivale á 31'1035 gramos.

Como ahora se trata de una moneda de oro, se debe tomar como punto de comparación cualquiera de las nuestras de igual metal, el *centén*, por ejemplo, de ley 0'900, que pesa 8'0645g y tiene un valor legal de 25*pts*.

$$0'2568.0'916\frac{2}{3} = 0'2354 \text{ onzas} = 0'2354.31'1035g = 7'3218g;$$
$$8'0645.0'900 = 7'25805g$$
$$7'3218:7'2581 = 1'0088 \text{ centenes} = 1'0088.25pts$$
$$= 25'22pts \text{ en oro}.$$

No es esta regla tan sencilla, fija, segura y fácil de deducir de las anteriores, la que, sin embargo, se emplea en estos cálculos, pues los llamados prácticos prefieren plantear el problema en cada caso particular y resolverlo *por proporciones ó Conjunta*.

Para ello empiezan por representar generalmente la ley de las monedas por los números enteros 900, 916 $\frac{2}{3}$, etc., que expresan la cantidad de metal fino contenida en 1000 unidades, y después resuelven la cuestión de uno de estos dos modos:

Por proporciones.

Si 1000 *onzas* contienen $916\frac{2}{3}$, 0'2568 *onzas* contendrán:

$$1000:916\tfrac{2}{3}::0'2568:x,$$

$$x=\frac{916\frac{2}{3}.0'2568}{1000}=0'2354\,onzas;\quad 1\,onza=31'1035g;$$

$$0'2354.31'1035=7'3218g,$$

cantidad de metal fino, contenido en la £.

$$1000:900::8'0645:x;\qquad x=\frac{900.8'0645}{1000}=7'2581g,$$

metal fino del *centén*.

Si 7'2581g equivalen á 25 pesetas, 7'3218g, equivaldrán á

$$7'2581:7'3218::25:x;\qquad x=\frac{7'3218.25}{7'2581}=25'22pts,\ par\ \text{buscada.}$$

Por Conjunta.

¿Cuántas pesetas equivaldrán á 1£, conteniendo ésta 0'2568 onzas troy de oro ligado; siendo 1 onza troy equivalente á 31'1035 gramos; 1000 gramos de oro ligado de la £, á $916\frac{2}{3}$ gramos de oro puro; 900 gramos de oro puro del *centén*, á 1000 de oro ligado, y valiendo 8'0645 gramos de oro ligado, 25*pts*?

$$\begin{aligned} x\,pts &= 1£\\ 1\,£ &= 0'2568 \text{ onzas troy}\\ 1 \text{ onza troy} &= 31'1035g \text{ oro ligado}\\ 1000g \text{ oro ligado} &= 916\tfrac{2}{3}g \text{ oro puro}\\ 900g \text{ oro puro} &= 1000g \text{ oro ligado}\\ 8'0645g \text{ oro ligado} &= 25pts \end{aligned}$$

$$x=\frac{0'2568.31'1035.916\frac{2}{3}.25}{900.8'065}=25'22pts,$$

suprimiendo los dos factores 1000 de ambos miembros y los factores 1.

Comparación.—Observemos ante todo que representar la ley de las monedas, por 916 $\frac{2}{3}$ ó por 900, es completamente absurdo, aun cuando sea cierto que 1000 gramos de oro ligado contienen 916 $\frac{2}{3}$ ó 900 de oro puro.

Lo que se llama ley, en las monedas, no es, en efecto, la cantidad de metal fino contenido en 1000 unidades de peso, sino en *la* unidad de peso, cualquiera que sea, y absurdo es por lo tanto escribir 916 $\frac{2}{3}$ ó 900 para representar la ley, siendo como es imposible que 1 *unidad* de aleación, contenga 916 $\frac{2}{3}$ ó 900 *unidades* de oro, ni de plata, ni de nada.

Comprenderíamos aún que se representara la ley de este modo inexacto, ó mejor dicho, que se sustituyera su verdadera expresión 0'916 $\frac{2}{3}$, ó 0'900, por la equivalencia *en valor*, 1000=916 $\frac{2}{3}$ ó 900, si esto facilitara el cálculo, como creen muchos; pero vemos que lejos de ser así lo complica, obligando á introducir en él factores ó divisores 1000, perfectamente inútiles.

El número de operaciones que en definitiva han de efectuarse para determinar el valor de la incógnita, es igual por lo demás, si se prescinde de esos factores 1000; pero la regla que hemos deducido limita á esas operaciones la resolución, sin que sobre ésta haya lugar á duda, mientras el primero de los métodos casi siempre empleados, hace necesario el planteo de tres proporciones con los razonamientos consiguientes á cada una, y el segundo un enlace de equivalencias que exige bastante esfuerzo mental para escribirlas en el orden indispensable, que de alterarse en el más pequeño detalle, conduciría á un resultado sumamente erróneo.

No obstante, este es el método más generalizado, y sin embargo, no solo es el que exige más trabajo y tiempo, como acabamos de ver, sino también el que mayores dificultades ofrece por su planteo y aquel en que, por tanto, es más posible la equivocación.

Del análisis que en extracto precede á dichas igualdades, se desprende efectivamente, que para escribirlas hay que tener presente la moneda á que se refiere cada una, sin lo cual dejarían de ser ciertas, pues la cuarta y quinta quieren decir realmente que $1000g$ de oro ligado de la £, ó sea á la ley $0'916\frac{2}{3}$, tienen igual valor que $916\frac{2}{3}g$ de oro puro, y que $900g$ de oro puro valen también lo mismo que $1000g$ de oro ligado del *centén*, es decir, á la ley de 0'900, único modo de que se cumpla la condición exigida por el principio fundamental de la regla (65) de que cada segundo miembro lleve igual denominación que el primero de la siguiente.

En la práctica, no obstante, se prescinde para abreviar del detalle de estas denominaciones, que mentalmente se han de tener presentes, con lo cual resultan en apariencia varias cantidades del mismo nombre, que solo debían llevar la primera y última.

Por esta causa aparecen bajo el solo concepto de *oro ligado*, los primeros miembros de la cuarta y sexta y los segundos de la tercera y quinta, lo que sin la ayuda de un gran trabajo de inteligencia ó de una gran costumbre, ocasiona confusiones, dudas y con frecuencia errores, ya que escribiendo la cuarta y quinta en esta forma

$$1000g \text{ oro ligado} = 900g \text{ oro puro}$$
$$916\frac{2}{3}g \text{ oro puro} = 1000g \text{ oro ligado},$$

se cumpliría también la condición fundamental, aunque solo en apariencia, llegando á un resultado muy distinto del anterior y falso, por consiguiente.

No es, pues, posible prescindir de la clase de monedas con que se relaciona cada igualdad, y sin embargo ha de prescindirse en la cuarta y quinta, considerando que el oro puro tendrá siempre igual valor, sea cualquiera la moneda de que forme parte; porque si dijéramos

$$1000g \text{ oro ligado de la £} = 916\frac{2}{3}g \text{ oro puro de la £}$$

$$900g \text{ oro puro del } \textit{centén} = 1000g \text{ oro ligado del } \textit{centén},$$

cuya última denominación no puede omitirse para escribir en la final el peso del *centén*, se faltaría igualmente á dicha condición.

En otra clase de cuestiones, según iremos viendo, son efectivamente de igual nombre los dos miembros de una misma equivalencia, en cuyo caso ya no hay tal Conjunta, porque aunque existan para ello reglas prácticas, ninguna razón científica puede obligar á escribir esos miembros en un determinado orden y no en el inverso; por último, aun cuando no se exprese en el enunciado, los resultados de estos problemas deben siempre obtenerse, por lo menos, con un error más pequeño que 0'01, lo cual es fácil, sabiendo con claridad el número y carácter de las operaciones que deben hacerse; pero el cálculo de la aproximación con que deba escribirse en la Conjunta cada valor inexacto se dificulta y complica con la introducción inútil de los factores 1000 que aumentan los errores, al hacer aumentar los productos de los primeros y segundos miembros.

Para que se vea claramente hasta dónde puede llegar el error final, haremos notar que el número aproximado 31'1035 que nosotros consideramos con cuatro cifras después de la coma, pero que generalmente se escribe solo con dos ó tres, lo está en menos de 0'0001, por lo cual al multiplicarlo por los exactos 0'2568, $916\frac{2}{3}$, 1000 y 25, el del numerador de la incógnita tiene por límite (T. I, 237, 1.°)

$$0'2568 . 916\frac{2}{3} . 1000 . 25 . 0'0001 = 5885,$$

si no se simplifica la Conjunta, según es costumbre, y aun suprimiendo previamente el factor 1000, podria ser erróneo el dividendo en 5'884.

Nótese ahora que esa es una sola de las muchas relaciones aproximadas que á veces es necesario introducir en las equivalencias, más numerosas con frecuencia que las del ejemplo que examinamos, pues solo con expresar el peso del centén por 168 *granos* de los antiguos, en vez de 8'0645g, se hubieran hecho precisas otra equivalencia y otra relación inexacta; supóngase que en cualquier cuestión el error del divisor es parecido y en sentido contrario, é imagínese cuál podrá llegar á ser el del cociente, que determina el valor de la incógnita.

Acumulándose también los errores, cuando se resuelve el problema por medio de varias proporciones, creemos que en virtud de lo dicho se puede deducir la siguiente consecuencia, bien contraria por cierto, á lo que se cree generalmente:

2.º—*El empleo de proporciones ó Conjuntas, cuando se ha de operar con números aproximados, es el procedimiento menos científico, más difícil, más inconveniente y más erróneo que en general puede seguirse, sin que dé seguridad ninguna de que el resultado se aproximará siquiera al verdadero.*

Siguiendo en cambio la regla, podemos afirmar con certidumbre por lo dicho en el Tomo I al tratar de los números aproximados, que el error no llega á 0'01 en virtud del siguiente detalle de las operaciones parciales:

$$\begin{array}{r l}
8'0645 \text{ ..... peso} & \multirow{2}{*}{\Big|\ \text{del centén}} \\
\times\, 0'900 \text{ ..... ley} & \\
\hline
7'25805\, g &
\end{array}$$

$$\begin{array}{r l}
0'2586 \text{ .... peso} & \Big|\ \text{de la £} \\
\times\, 0'916\,\tfrac{2}{3} \text{ ..... ley} & \\
\hline
2352288 & \\
\tfrac{1}{3} \text{ .... } 856 & (\text{T. I, 197 y 227}) \\
\tfrac{1}{3} \text{ .... } 856 & \\
\hline
0'2354000 & \\
530113 & (\text{T. I, 239}) \\
\hline
7062 & \\
2354 & \\
2354 & \\
705 & \\
115 & \\
\hline
\end{array}$$

$$\begin{array}{r|l l}
7'3217\overline{60} & \overline{7'25805} & (\text{T. I, 245}) \\
\cline{2-2}
637 & 1'0088 & \\
57 & 25 & \\
\cline{2-2}
1 & 25'2200\,pts. &
\end{array}$$

142. La regla á que nos referimos, por otra parte. no obstante su sencillez y generalidad, nos parece que aún puede sim-

plificarse en los casos más frecuentes en que es igual la ley de las monedas, ó en que la par quiere expresarse en pesetas.

En cuanto á lo primero, claro está que si designamos por L la ley de ambas, y por P, p sus pesos referidos á igual unidad, tendremos, simplificando el valor x de la par intrínseca

$$x = \frac{PL}{pL} = \frac{P}{p},$$

es decir, que:

1.°—*Para calcular la par monetaria de dos monedas de igual ley, basta dividir el peso de aquella cuya par se busca, por el de la pedida expresado en igual unidad de peso, si son del mismo metal, ó por el de otra cualquiera que cumpla esta condición* y cuya relación con la última permita referir á ella el resultado.

Problema 1.°—Expresar en *rublos* de Rusia la par intrínseca del *mohur* de la India inglesa, suponiendo conocidos el peso 3'927g del *ducado* ruso de oro, el 11'6638g del *mohur*, y sabiendo que ambas monedas tienen igual ley,

$$\begin{array}{r|l}
11'6638 & 3'927 \\ \cline{2-2}
38098 & 2'9 \ \text{ducados.} \\
2755 & \times 3 \\ \cline{2-2}
 & 8'7 \ \text{rublos } \textit{en oro},
\end{array}$$

puesto que el valor *legal* del ducado de Rusia, es de 3 rublos (Tabla XII).

A pesar de haber simplificado el cálculo lo más posible, haciendo uso tan solo de dos números, si éstos no fuesen, como no son en este ejemplo, completamente exactos, únicamente se podría asegurar que el resultado se aproxima al verdadero en menos de 0'3, porque no conociendo más que esas cifras en las relaciones de peso, solo puede aproximarse el cociente en menos de 0'1, ya que el continuar la división escribiendo ceros á la derecha del dividendo en lugar de las cifras desconocidas, sería perfectamente caprichoso, y un error de 0'1 multiplicado por 3 da un producto aproximado en menos de 0'3.

Respecto á lo segundo, hemos calculado (138, 1.°) que nuestra peseta de plata contiene 4'175g de metal fino, y nada se opone á que calculemos de igual modo para disminuir las operaciones y errores consiguientes, el que deberían contener si se acuñasen las de oro y plata á la ley de 0'900, por más que sean imaginarias.

Hemos visto, al hacer dicho cálculo (139, 1.°) que la *media doblilla* de oro y el *duro* de plata, cuyos valores legales son de 5*pts*, contienen respectivamente 1'45161*g* y 22'5*g* de metal fino; luego la *peseta* de dicha ley debería contener

1'45161:5 = 0'29032*g* de oro ó 22'5:5=4'5*g* de plata,

y por lo tanto,

2.°—*Para encontrar la par monetaria expresada en nuestra moneda de cuenta de cualquier extranjera de oro ó plata, basta dividir por* 0'29032, *ó por* 4'5, *el producto de su peso en gramos por su ley.*

Problema 2.°—Calcular por esta regla la par monetaria del mohur de la India inglesa, que pesa 16'6638*g*, siendo su ley de 0'916 $\frac{2}{3}$.

$$\begin{array}{rl}
16'6638 & \\
\times\, 0'916\frac{2}{3} & \\
\hline
106840408 & \quad (\text{T. I, 197 y 227}) \\
\frac{1}{3}\ \ldots\ldots\ 38879 & \\
\frac{1}{3}\ \ldots\ldots\ 38879 & \\
\hline
10'6918\overline{166} & \big|\ 0'29\dot{0}\dot{3}\dot{2} \\
19822 & \big|\ 36'82\,pts \\
2403 & \\
81 & \\
23 &
\end{array}$$

Escolio.—El empleo de la regla de Guy (T. I, 245) en esta división y sus análogas, no solo abrevia el cálculo, sino que permite operar con relaciones de menos cifras, pues no necesitando las últimas del dividendo, el mismo resultado se encontraría tomando 16'664*g* como peso del mohur, lo cual presenta gran ventaja práctica, no hallándose, como no es fácil hallar muchas veces en las tablas de equivalencias, todas las cifras que de otro modo se necesitarían para tener seguridad del resultado.

Problema 2.°—Expresar en pesetas la par monetaria del *dollar* de los Estados Unidos, cuya ley es de 0'900 pesando 26'729*g*.

$$\begin{array}{r|l} 26'729.0'900 = 2\,4'0\,5\,6\,1 & 4'5 \\ \cline{2-2} 1\,5\,0 & 5'33\,pts \\ 1\,5\,6 & \\ 2\,1 & \end{array}$$

A esto pueden quedar reducidas todas aquellas equivalencias, proporciones y Conjuntas de que en la práctica se suele hacer uso.

Claro es que la segunda parte de la regla no es aplicable á la paridad en pesetas efectivas, que siendo de ley más baja, solo contiene 4'175*g* de metal fino, por lo que:

3.°—*Para encontrar la par monetaria en pesetas españolas efectivas de cualquier moneda extranjera de plata, bastará dividir por 4'175 el producto de su peso en gramos por su ley.*

Problema 3.°—Calcular la par monetaria del *dollar* en pesetas efectivas.

$$\begin{array}{r|l} 26'729.0'900 = 2\,4'0\,5\,6\,\overline{1\,0\,0} & \overline{4'1}\;\dot{7}\;\dot{5} \\ \cline{2-2} 3\,1\,8\,1 & 5'7\,6\,pts \\ 2\,5\,9 & \\ 9 & \end{array}$$

Antes de dar por terminada esta materia, debemos aún hacer algunas otras observaciones.

En el Problema 1.° hemos visto que si la par monetaria de una moneda extranjera no se quiere expresar en pesetas, sino en otra unidad también extranjera, solo se necesita conocer *sus pesos expresados en igual unidad* si tienen la misma ley, y en cualquier caso, por tanto, bastará conocer además *la relación de sus pesos si no se refiriesen á igual unidad* y *las respectivas leyes*, si éstas fueran distintas.

Viendo, sin embargo, consignado en alguno de los libros recientemente publicados, que también es preciso conocer *el número de pesetas á que equivale una moneda extranjera*, nos creemos en el deber de advertir, no solo que no hay tal necesidad, según hemos demostrado, sino que introduciendo este dato en la resolución, no solo aumentaremos las operaciones, y como consecuencia el error final, sino que muchas veces llegaremos á un resultado falso, según la relación de que hagamos uso, como vamos á hacer ver resolviendo de nuevo dicho Problema 1.°

En el 2.° se ha calculado que la par del mohur era 36'82*pesetas*, y al pronto parece que siendo 1*rublo*=4*pts* (141, *P*. 1.°), bien introduciendo esta relación en eso que no siempre es una Conjunta, bien planteando proporciones, podría decirse en definitiva de un modo ú otro:

Si 4*pts* equivalen á 1 rublo, ¿36'82*pts* á cuántos rublos equivaldrán?

$$x = 36'82 : 4 = 9'20 \text{ rublos},$$

resultado muy distinto del 8'70 que allí encontramos, por la sencilla razón de que no es cierto.

El rublo es una moneda de *plata* que en virtud de su ley, 0'868, equivale efectivamente á 4*pts* de ley 0'900; pero no á 4*pts* en *oro*, sino en *plata*, pues la paridad no puede existir entre monedas de diferentes metales, dado lo variable de sus precios, más que bajo el falso punto de vista legal, que es el que en estos casos se ha de tener presente.

Los 9'20 rublos que hemos hallado cometiendo el absurdo de dividir un valor en oro por otro en plata, podrán ser, por lo tanto, la equivalencia que resulta entre el mohur y el rublo, atendiendo al valor *legal* de *nuestra peseta*, pero no *al de la moneda rusa*, cuya ley y talla son diferentes, y que es precisamente el que se debe tener en cuenta.

Por eso, aun cuando 1 rublo es igual á 4*pts*, el ducado *de oro*, que legalmente equivale en Rusia á 3 rublos, no puede considerarse equivalente á 3.4=12*pts*, sino que lo es á 12'40, calculándolo en relación á nuestra moneda de oro.

Hé aquí, en nuestro concepto, otra de las grandes inexactitudes á que suele conducir el empeño de complicar las operaciones, introduciendo en ellas relaciones innecesarias, que aun siendo ciertas, han de aumentar el error en la mayoría de los casos.

Esta diversidad de paridades nos hace ver, por un lado, que bajo el punto de vista comercial, no será lo mismo recibir un valor en monedas de oro que recibirlo en monedas de plata, ni aun en duros, que en dobles pesetas, pesetas y medias pesetas, y por otro nos explica las notables diferencias que en las numerosas tablas publicadas y aun dentro de cada una de ellas se encuentran en las equivalencias de una misma moneda, á causa de los errores que suelen cometerse en los resultados, al mezclar las que se refieren al oro con las que se refieren á la plata, las de las monedas de cuenta con las de las efectivas, y los valores legales con los intrínsecos.

Dueños son los comerciantes de aceptar un criterio ú otro; pero no se comprende que este criterio no sea constante, y que *la misma peseta* se introduzca en los cálculos como paridad, por ejemplo, de la pieza de 0'20 de *dollar*, que tiene la ley 0'900, pesando 5*g*, que es nuestra peseta imaginaria, al propio tiempo que del *franco*, idéntico en peso y ley á la efectiva, mientras que á la pieza de 0'20 *gourdos* de Haiti, también de ley 0'835 y peso 5*g*, se le asigna como paridad el valor 0'93 de *pt*, paridad que desciende á 0'89 para la moneda japonesa de igual peso, por faltarle 0'035 de plata, cuando la diferencia entre las dos primeras es de 0'65.

Si de una vez se pusieran los prácticos de acuerdo, aceptando un criterio fijo, cualquiera que fuese, se usarían, á lo menos, paridades constantes, y se evitarían en gran parte las muchas inexactitudes que se cometen en la resolución de varias cuestiones importantes.

III.—Trueque de numerario.

143. La diferencia entre el valor intrínseco de las monedas, la escasez de algunas en determinadas ocasiones y la frecuente necesidad de adquirirlas, sobre todo, originan una especial rama del Comercio, ejercida por los que se dedican á facilitar las deseadas, no solo á trueque de oro y plata, sino también de calderilla ó moneda de clase inferior, y del llamado papel moneda (52) ó viceversa.

Las monedas buscadas se consideran entonces como mercaderías, cuyo *precio* se fija á *tanto por* 100 de la cantidad que representan, y como las compradas pueden tener un valor comercial superior, igual ó inferior que las entregadas á cambio de ellas, según las necesidades y circunstancias del momento, ese tanto por 100 debe añadirse unas veces y rebajarse otras del tipo fijo 100 de comparación.

Para distinguir estos casos en la práctica, se dice que el cambio está Á LA PAR, *cuando el valor legal entregado debe ser igual al recibido*; con BENEFICIO, PRIMA ó AGIO, para una clase de moneda, *cuando se ha de entregar menos valor legal que el representado por la otra*; con DAÑO, PÉRDIDA ó QUEBRANTO, *cuando se ha de entregar más valor legal que el que se recibe.*

El beneficio ó el daño referido á una clase de moneda se aumenta ó rebaja siempre del número fijo 100, *para hallar el equivalente de la otra.*

Cuando se dice, por ejemplo, que el oro y la plata están *á la par*, se entiende que 100*pts* en oro se cambian por 100 en plata, y al contrario; cuando se dice que la moneda francesa gana un *agio* de 2 por 100, se cambia con *prima* de 2 por 100 ó está á 2°/₀ *beneficio*, no se expresa que 98*pts* en moneda francesa se truequen por 100 españolas, sino que el equivalente á 100 de aquéllas, ó sean 100*francos*, se permutan por 102 de éstas, y que los billetes ó calderilla están á 3 por 100 *daño* ó *pérdida* ó sufren un *descuento* de 3°/₀ quiere decir, que por 100*pts* en calderilla ó billetes, solo se reciben $100—3=97$*pts* en oro ó plata.

Entendido bien el lenguaje comercial, cuantas cuestiones se refieran á trueque de numerario podrán resolverse inmediatamente por las reglas y fórmulas deducidas al estudiar los tantos, por los métodos prácticos aplicables á las cantidades proporcionales (64), por regla de tres, etc., combinados tal vez con alguna reducción de monedas, sin que tenga que acudirse á procedimientos más generales, sino en algún caso particular.

144. Así, por ejemplo, *cuando la incógnita sea la cantidad que deba entregarse ó recibirse* y no haya condiciones accesorias que compliquen el enunciado, como solo por éste se comprenderá ya si el resultado debe ser mayor ó menor que el número conocido,

1.°—*Bastará multiplicar por el mayor ó menor de los números* 100 *ó* $100+t$, según se trate de beneficio ó daño, *dividiendo el producto por el otro, según deba aumentar ó disminuir la cantidad conocida* (64).

Problema 1.°—Estando el agio del oro á 6°/₀, ¿cuánto nos darán en moneda de bronce por 3000*pts* en oro?

$$3000.106 = 318000; \qquad x = 3180 pts.$$

Problema 2.°—En el mismo supuesto, ¿cuánto oro nos darían por 3180*pts* en calderilla?

$$\begin{array}{r|l} 318000 & 106 \\ \cline{2-2} 0000 & 3000 pts = x \end{array}$$

Problema 3.°—Estando los billetes á 6°/₀ quebranto, ¿cuánto nos darán por 3000*pts* en plata?

$$\begin{array}{r|l} 300000 & 94 \\ \cline{2-2} 180 & 3191'48 pts = x \\ 860 & \\ 140 & \\ 460 & \\ 840 & \\ 88 & \end{array}$$

Problema 4.°—En la misma hipótesis, ¿cuánto nos darían por 3191'48*pts* en billetes?

$$\begin{array}{r} 3\ 1'9\ 1\ 4\ 8 \\ 9\ 4 \\ \hline 2\ 9\ 9\ 9'9\ 9\ 1\ 2 \end{array} \ \ldots\ldots \text{(T. I, 197)} \ x = 3000 pts.$$

Escolio.—El resultado del problema 3.° y el enunciado del 4.° son puramente teóricos, pues no existiendo en España billetes de menos valor que 25*pts*, prácticamente no podrían entregarnos en billetes, ni nosotros presentar al cambio, más que 3175*pts*.

Problema 5.°—En igual supuesto, ¿cuánta plata deberíamos entregar por estas 3175*pts*?

$$\begin{array}{r} 3175 \\ 94 \\ \hline 298450 \end{array} \ \ldots\ldots \text{(T. I, 197)} \ x = 2984'50 pts.$$

2.°—Si la incógnita fuese el importe del cambio y se conociera el valor de la cantidad entregada y de la recibida, *bastaría restarlas* para determinarlo, siendo evidente que si por 3180 en calderilla nos dan 3000 en oro, nos ha costado el trueque 180*pesetas*, y si solo se conociera una de ellas y el tanto por 100 t, se podría encontrar la otra por el método anterior; pero también puede hallarse directamente,

Calculando el tanto por 100 de la cantidad á que se refiera, ó el tanto por 100+t ó por 100—t de la otra, según se trate de beneficio ó daño.

Problema 6.º—Determinar el importe del cambio en los cuatro primeros ejemplos.

Esto equivale á contestar á las cuatro preguntas siguientes:

¿Cuál es el 6% de 3000*pts*? (84, 1.ª)

$$30.6 = 180pts.$$

¿Cuál es el 6 por 106 de 3180*pts*?

$$\begin{array}{r|l} 3180 & 106 \\ \hline 00 & 30.6 = 180pts \end{array}$$

¿Cuál es el 6 por 94 de 3000*pts*?

$$\begin{array}{r|l} 3000.6 = 18000 & 94 \\ \hline 860 & 191'48pts \\ 140 & \\ 460 & \\ 840 & \\ 88 & \end{array}$$

¿Cuál es el 6% de 3191'48*pts*?

$$31'9148.6 = 191'4888pts.$$

Escolio.—Los prácticos prefieren plantear las proporciones correspondientes, para deducir de ellas la cantidad que ha de multiplicar y la que ha de dividir en cada caso particular, lo que es algo más largo y tiene, como siempre, el inconveniente, de que en el planteo es fácil la equivocación, que con estas reglas precisas se hace imposible, por lo cual nosotros les daremos siempre la preferencia, no por ser nuestras, sino por la ventaja que nos parece ofrecen.

3.°—Por último, si la incógnita fuese el tanto por 100, podría suceder que se conociesen las dos cantidades entregada y recibida, ó una de ellas y el importe.

Examinemos el segundo caso, puesto que en el primero se tendrá inmediatamente el importe *por medio de una* sencilla *sustracción*, y aunque podría calcularse la incógnita directamente, nos veríamos precisados á operar con más cifras en la multiplicación y división.

Acabamos de ver que dicho importe es siempre el tanto por 100 de la cantidad á que el precio se refiere, ó el tanto por $100+t$, ó $100-t$ de la otra, según se trate de beneficio ó daño, es decir, que representando aquélla por c, ésta por C y el importe por I,

$$I=\frac{ct}{100}, \quad \text{ó} \quad I=\frac{Ct}{100\mp t},$$

de donde

$$100I=ct; \qquad t=\frac{100I}{c}, \quad \text{ó} \quad 100I\pm It=Ct;$$

$$100I=Ct\mp It=(C\mp I)t; \qquad t=\frac{100I}{C\mp I};$$

luego,

Para determinar el tanto por 100 *del cambio, bastará multiplicar el importe por* 100 *y dividir por la cantidad á que deba referirse ó por la otra disminuida ó aumentada en dicho importe, según se trate de beneficio ó daño.*

Las dos expresiones son, en realidad, una misma, puesto que $C\mp I=c$, valor que se podrá sustituir en la segunda cuando se conozcan las dos cantidades, poniendo en lugar de I, su equivalente $C-c$, ó $c-C$.

Problema 7.°—Comprobar los ejemplos 1.° y 3.° calculando el precio del cambio.

1.°—Cambiándose 3000*pts* en oro por 3180 en calderilla, ¿cuál es el precio del cambio?

Este precio será evidentemente de beneficio para el oro y pérdida para la calderilla.

18000:3000 = 6% beneficio para el oro.

$$\begin{array}{r|l} 18000 & \overline{3\,1\,\dot{8}\,\dot{0}} \\ 2100 & 5'6\,6\ \% \text{ pérdida para la calderilla.} \\ 192 & \\ 2 & \end{array}$$

3.°—Ganando 191'48*pts* al cambiar por billetes 3000*pts* en plata, ¿cuál es el precio del cambio?

Evidentemente ganará una prima la plata y sufrirán un daño los billetes,

$$\begin{array}{r|l} 19148 & \overline{3191'48} = 3000 + 191'48 \\ 0 & 6\% \text{ daño para los billetes,} \end{array}$$

aplicando la regla de Guy al caso en que se quiera el cociente en menos de 0'01.

$$\text{Premio para la plata. . .} \quad \begin{array}{r|l} 1\,9\,1\,4\,8 & 3000 \\ 6'3\,8\ pts & \end{array}$$

145. Hemos escogido á propósito los problemas, para hacer visible el error que muchos cometen al creer que un cierto tanto por 100 de beneficio ó daño, significa el mismo tanto por 100 de daño ó beneficio en el otro término del cambio, cuando 6 por 100 beneficio en el oro, por ejemplo, significa, según dijimos, que cada 100*pts* de este metal equivalen á 106 en calderilla, siendo, por tanto, el daño de ésta 6 por 106, lo cual es muy distinto que 6 por 100 *pérdida*, equivalente á 6 por 94 *premio* para el oro.

Para evitar, por consiguiente, inexactitudes que pueden ser de transcendencia, téngase siempre presente que el punto de comparación para el término del cambio á que el beneficio ó daño se refiere, es constantemente 100, y que el tanto de beneficio ó daño se aumenta ó disminuye á este número para encontrar el correspondiente al otro término, pues aunque se podría hacer lo contrario, como en todas las cuestiones de tanto por cuanto, así se ha convenido en la práctica.

Estas observaciones nos conducen naturalmente en el momento en que las escribimos á resolver otra cuestión, que no sabemos haya tratado nadie directamente, y que puede servir para facilitar muchos problemas prácticos, cuando convenga expresar el cambio en determinado sentido, por lo que no queremos pasarla en silencio.

El tanto por 100 *de beneficio ó daño asignado á uno de los dos términos del cambio, ¿á qué tanto de daño ó beneficio equivaldrá en el otro término?*

Suponiendo c la cantidad á que se refiera el tanto t de benefiçio ó daño, y C el otro término del cambio, cuyo tanto x *de daño* ó beneficio queremos averiguar, deberá verificarse, según las reglas dadas (144, 1.°):

$$c = \frac{100C}{100 \pm t}, \quad \text{y} \quad c = \frac{C(100 \mp x)}{100};$$

luego si esos tantos han de ser equivalentes:

$$\frac{100C}{100 \pm t} = \frac{C(100 \mp x)}{100}; \quad \frac{100}{100 \pm t} = \frac{100 \mp x}{100}; \quad \frac{100^2}{100 \pm t} = 100 \mp x;$$

$$\pm x = 100 - \frac{100^2}{100 \pm t} = \frac{100^2 \pm 100t - 100^2}{100 \pm t} = \frac{\pm 100t}{100 \pm t}; \quad x = \frac{100t}{100 \pm t};$$

vemos por tanto que:

Siempre que se conozca un tanto de beneficio ó daño, se podrá calcular el de daño ó beneficio que corresponda al otro término del cambio, multiplicando el conocido por 100 *y dividiendo el producto por* 100 *más ó menos dicho tanto, según que represente beneficio ó daño.*

Problema 1.°—Comprobar los resultados del último.

Beneficio para el oro = 6 %

```
600 | 1 0 6
    |------
700 | 5'6 6 % pérdida para la calderilla.
640
  4
```

Daño para los billetes = 6 %

```
600 | 9 4
    |----
360 | 6'3 8 % premio para la plata.
780
 28
```

Problema 2.°—Comprobar el 4.° valiéndose de este último tanto.

En billetes. . .	3191'4800*pts*	1 0 6'3 8
	0800	3 0 0 0 *pts* en plata.

Escolio.—Aunque también pudiera ocurrir, que para determinar uno de los términos del cambio, conocido el otro, se diese el importe en lugar del tanto, no hemos considerado este caso, porque evidentemente se reduciría á una *adición ó sustracción del otro término y del importe.*

Igualmente debemos advertir, antes de pasar adelante, que cuando el premio ó beneficio de uno de los términos del cambio es de mucha consideración, relativamente al cuanto 100, suele agregarse á este número para expresar su valor, en lugar de indicarlo á tanto por 100, lo que equivale á fijar el precio que cuesta adquirir 100 unidades.

Así, por ejemplo, en Cuba, Puerto Rico y la mayoría de los puntos de América en que el oro gana una fuerte prima, á causa de la abundancia de billetes, para expresar que 100 pesos en oro se cambian por 175 en billetes, no se dice que el premio del oro es de 75 por 100, sino sencillamente que *el oro está á* 175.

Como en estos casos, según las reglas dadas, siempre debe agregarse el premio á 100, la única diferencia del cálculo consiste en que esa suma se da ya en el enunciado, lo que facilita las operaciones, sin que por ello tengan que sufrir alteración alguna las mencionadas reglas.

Problema 3.°—Teniendo que hacer un viaje á América, averiguamos que en el punto á que hemos de dirigirnos está el oro á 175 y que el español se cambia por el indígena, sufriendo un quebranto de 2 por 100, ¿cuánto oro deberemos llevarnos para que al llegar allí podamos disponer de 7000*pts* en billetes?

700000	175
0000	4000*pts* en oro indígena.

400000	98
800	4081'63*pts* en oro español.
160	
620	
320	
26	

Tendríamos que llevarnos 4081'63*pts* en oro, ó mejor 4085 *pesetas*, puesto que lo primero encierra una imposibilidad material.

Los prácticos resolverían este problema por Conjunta, lo cual es ventajoso cuando en el enunciado figuran varios cambios sucesivos, por lo que un deber de imparcialidad nos obliga, no solo á reconocerlo así, sino también á demostrarlo por comparación.

El cálculo que ellos efectuarían sería el siguiente:

$$\begin{array}{rcl} x\,pts \text{ oro español} & = & 7000pts \text{ billetes} \\ 175 \text{ billetes} & = & 100 \text{ oro indígena} \\ 98 \text{ oro indígena} & = & 100 \text{ oro español.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 175 \\ 98 \\ \hline 1400 \\ 1575 \\ \hline 17150 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 7000000 & 17150 \\ \cline{2-2} 14000 & 4081'63\,pts = x \\ 2800 & \\ 10850 & \\ 5600 & \\ 455 & \end{array}$$

Comparación:

146. El error del resultado es el mismo, pues si bien á primera vista pudiera parecer que por el anterior método se cometería mayor si el primer cociente fuera aproximado en vez de exacto, todo se reduciría para evitarlo á calcular en él dos cifras más.

El trabajo de las operaciones puede considerarse equivalente; por una parte dos divisiones, pues el 98 se halla siempre mentalmente. Por otra, una multiplicación que, en general, será algo más sencilla que la primer división, aunque en nuestro ejemplo no sucede así; pero en cambio la división originada por la Conjunta, tendrá siempre un divisor mayor que la otra, y será, por consiguiente, más dificultosa.

Ambos métodos exigen un planteo analítico, descomponiendo el problema total en tantos como cambios sucesivos haya, prescindiendo de las reducciones de monedas que á veces es preciso efectuar.

La gran ventaja del último método, consiste en que da directamente el valor de la incógnita, pues en las equivalencias pueden introducirse hasta las mismas reducciones de monedas; pero su planteo entonces suele ser dificilísimo y fácil de equivocar, pudiendo originarse en el resultado grandes errores, por las razones que expusimos en el párrafo 141.

Reconocida la ventaja, no hemos, por tanto, de ocultar los inconvenientes, ya que tan graves son, y es natural se nos haya ocurrido, como suponemos se les habrá ocurrido antes á otros, la siguiente pregunta: Prescindiendo de las reducciones de monedas que siempre pueden efectuarse aparte con facilidad, y que así conviene efectuar para evitar los errores que su introducción en la Conjunta puede ocasionar en los resultados, ¿no sería posible, para el caso de cambios sucesivos, encontrar un procedimiento constante y seguro, por cuyo medio pueda también calcularse el valor de la incógnita, sin necesidad de planteos especiales en cada caso particular, ni de escribir Conjuntas más ó menos inexactas y hasta absurdas á veces; es decir, un procedimiento que nos conduzca al dividendo y divisor finales, ofreciendo las ventajas dichas, sin participar de los inconvenientes?

No sabemos si alguien ha intentado encontrarlo; lo que sabemos es que lo hemos intentado nosotros y que vamos á transcribir el resultado obtenido.

Si representamos por N el número de unidades sometido á un primer cambio al tanto por 100, t de beneficio ó daño, este valor se convertirá en virtud de las reglas demostradas (145) en

$$N.\frac{100\pm t}{100}, \quad \text{ó en} \quad N.\frac{100}{100\pm t},$$

según que el tanto t se deba referir á dicho valor ó al del otro término del cambio; pero como

$$N.\frac{100}{100\pm t} = N: \frac{100\pm t}{100} \text{ (T. I, 228, 3.°)}$$

ambas expresiones pueden encerrarse en una sola escribiendo

$$N \underset{:}{\times} \frac{100\pm t}{100},$$

en la que deberá tomarse el signo $\times$ ó el : según que el tanto se refiera al término conocido ó al desconocido del cambio, así como también se ha de tomar el $+$ ó el $-$, según se trate de beneficio ó daño.

Sometido este nuevo valor á un segundo cambio y suponiendo t' el tanto por 100, se convertiría por la misma razón en

$$N \underset{:}{\times} \frac{100 \pm t}{100} \underset{:}{\times} \frac{100 \pm t'}{100},$$

y como por cada cambio sucesivo deberíamos multiplicar ó dividir por factores análogos y de la misma forma, resultará, como expresión general, suponiendo sea E el valor efectivo que en definitiva equivalga á N,

$$E = N \underset{:}{\times} \frac{100 \pm t}{100} \underset{:}{\times} \frac{100 \pm t'}{100} \underset{:}{\times} \frac{100 \pm t''}{100} \ldots\ldots,$$

fórmula bien sencilla de recordar.

Aplicada á la comprobación del anterior problema, tendríamos:

$N = 4081‘63 pts$ oro español, sufrirán un *quebranto* de $2\,^0/_0$;

$$100 - t = 98.$$

El oro adquirido tendrá un *premio* de $75\,^0/_0$; $100 + t' = 175$.

$$E = 4081‘63 . \frac{98}{100} . \frac{175}{100} = 4081‘63 . 0‘98 . 1‘75 = 6999‘99545 pts,$$

ó sean las $7000 pts$ del enunciado, con un error de 0‘00455 de *peseta*, que proviene de no ser completamente exacto el resultado 4081‘63 de pt, que ha de servir de punto de partida en la comprobación.

Para aplicarla á la resolución directa, supondremos que el cambio se verifica en sentido inverso, teniendo presente que el *premio* 75 por 100 *no* se refiere á $N = 7000$, *ni* el *quebranto* de 2 por 100 al oro indígena, sino *al valor buscado*, y por lo tanto,

$$E = 7000 : \frac{175}{100} : \frac{98}{100} = 70000000 : 175 . 98 = 70000000 : 17150$$
$$= 4081‘63 pts,$$

que son exactamente las operaciones y resultado de la Conjunta, cuyo planteo, dificultades ó inconvenientes, creemos haber evitado.

Si en vez de saber que el oro español estaba á 2 por 100 quebranto, se nos hubiera dicho que el indígena se hallaba á $x=\frac{200}{98}=2‘04$ por 100 beneficio y se nos preguntase cuál sería el valor en billetes en que se convertirían las 4081‘63*pts* en oro español, se verificaría: N=4081‘63; $100+t$=102‘04, refiriéndose t al otro término del cambio; $100+t'$=175, refiriéndose t' al valor cambiado, por consiguiente:

$$E=4081‘63\colon \frac{102‘04}{100}\cdot\frac{175}{100}=4081‘63.\ \frac{100}{102‘04}\cdot\frac{175}{100}=4081‘63.\ \frac{175}{102‘04}$$

$$\begin{array}{r|l} 4\,0\,8\,1‘6\,3 & \\ 1\,7\,5 & \\ \hline 7\,1\,4\,2\,8\,\overline{5‘2\,5} & \overline{1\,0\,2‘0\,4} \\ 0 & \overline{7\,0\,0\,0}\ pts \end{array}$$

Este ejemplo demuestra que nuestra fórmula es aplicable á todos los casos, y que cuando unos tantos se refieren al valor que se supone ya conocido y otros al que se trata de determinar, la expresión puede simplificarse suprimiendo algunos factores 100, por lo cual en la práctica se puede, y aun conviene, prescindir del signo de división, ateniéndose á la siguiente regla:

El valor de una cantidad sometida á varios cambios sucesivos, cuyo precio se exprese á tanto por 100, *será igual al producto de multiplicarla por tantos factores de la forma* $\frac{100\pm t}{100}$ *ó* $\frac{100}{100\pm t}$, *según que* t *se refiera al término que se supone conocido ó desconocido en cada uno, como cambios deban verificarse.*

Por lo demás, nos parece que aún será posible resolver muchos problemas análogos de un modo más sencillo todavía, empezando por calcular el tanto único equivalente á la combinación de todos.

Sea x este tanto por 100, referido al valor N, y representemos para abreviar por f, f', f''..... los factores $\frac{100\pm t}{100}$, ó $\frac{100}{100\pm t}$, por los cuales se debería multiplicar dicho valor para determinar el final.

En virtud del cambio único equivalente á los sucesivos, hemos demostrado que se convertiría en

$$N.\frac{100 \pm x}{100};$$

luego deberá verificarse:

$$N.\frac{100 \pm x}{100} = N.f.f'.f''.....,$$

ó lo que es lo mismo,

$$\frac{100 \pm x}{100} = f.f'.f''.....,$$

de donde,

$$100 \pm x = 100f.f'.f' \quad \text{y} \quad \pm x = 100ff'f''..... - 100,$$

siendo de beneficio ó daño, según resulte positivo ó negativo.

Aplicada esta expresión al problema que venimos considerando, se tendría:

$$f = \frac{98}{100} = 0\text{‘}98; \qquad f' = \frac{175}{100} = 1\text{‘}75;$$

$$x = 100.0\text{‘}98.1\text{‘}75 - 100 = 171\text{‘}50 - 100 = 71\text{‘}50\,\%,$$

beneficio para el oro español.

Dicho problema equivale, pues, al siguiente, que ya sabemos resolver:

Estando el oro español á 71‘50 por 100 beneficio sobre los billetes de América, ¿cuánto deberemos llevar para que nos den 7000*pts* en papel?

```
7000000 | 1 7 1‘5
  14000 | 4 0 8 1‘6 3 pts
   2800
  10850
    5600
     455
```

que también es la operación final de la Conjunta.

Comprobémoslo, por último, de nuevo, viendo en qué se convertirán las 4081‘63*pts*, estando el oro indígena á 2‘04, premio sobre el español y á 175 con relación al papel.

$$f = \frac{100}{102\text{‘}04}; \qquad f' = \frac{175}{100}; \qquad x = 100.\frac{100}{102\text{‘}04}\cdot\frac{175}{100} - 100$$

17500 | 102'04
72960 | 171'50 — 100 = 71'50 % beneficio para el oro español.
15320
51160
1400

El problema equivale, por tanto, al siguiente:

Estando el oro español á 71'50 por 100 beneficio sobre los billetes de América, ¿cuánto obtendremos en papel llevando 4081'63*pts*?

4 0'8 1 6 3
1 7 1'5
6 1 2 2 4 4 5
6 9 3 8 7 7 1
6 9 9 9'9 9 5 4 5 *pts*

resultado idéntico al encontrado anteriormente.

Como muy pronto volveremos á ocuparnos de estas cuestiones, que habremos de tratar con más extensión, nos parece inútil citar ejemplos en que haya que efectuar reducciones de monedas que no pueden tener dificultad; y en cuanto á aquellos casos en que por especiales condiciones del enunciado no basten las reglas dadas y haya que acudir á otros procedimientos, no creemos tampoco necesario insistir más sobre ellos, después de los muchos y variados problemas que hasta aquí hemos resuelto.

IV.—Materias de oro y plata.

147. El comercio de monedas antiguas y extranjeras, cuyo coste de compra y producto de venta se satisfaga y cobre al contado, como hasta ahora hemos supuesto siempre, es en realidad *igual al de cualquier otra mercadería* que podrá, naturalmente, originar gastos de *comisión*, *corretaje*, *transporte*, *seguro*, etc., siendo la única diferencia que quizá exista en los cálculos, la que se deriva de su modo de expresión.

Expresándose, en efecto, la mayoría de estos gastos á tanto por 100, de la misma manera que el precio del cambio, en vez de calcularlos aparte para añadirlos al coste de compra ó restarlos del importe de la venta, pueden desde luego *combinarse por suma ó resta con dicho precio*, antes de hacer el cálculo, cuando se refieran á la totalidad, con lo cual queda éste reducido al de un trueque de numerario que se verificase con el precio modificado convenientemente.

Para ello bastará recordar que *los gastos representan siempre un daño para el que ha de satisfacerlos y el beneficio ó daño, lo que significan esas palabras para el que vende y lo contrario para el que compra.*

Problema.—Suponiendo que en cualquier punto de España cedan *onzas* antiguas á 3 por 100 premio, costando el transporte 1 %, el seguro 2 %, la comisión $\frac{1}{2}$ % y el corretaje $\frac{1}{4}$ ‰, ¿qué beneficio ó pérdida resultará comprando 50 y vendiéndolas á 5 % premio, teniendo que pagar igual corretaje, más 8*pts* de conducción?

Primer método.—Considerando la cuestión como de mercaderías:

Compra.	50 onzas = 50.80*pts* =	4000	*pts*
	+ Premio 3 % de 4000.	120	»
	+ Transporte 1 % » » .	40	»
	+ Seguro 2 % » » .	80	»
	+ Comisión $\frac{1}{2}$ % » » .	20	»
	+ Corretaje $\frac{1}{4}$ ‰ » » .	1	»
	Importe de la compra.. .	4261	*pts*
Venta...	Valor de 50 onzas. . . .	4000	*pts*
	Premio 5 % de 4000. . . .	200	»
		4200	»
	— Corretaje $\frac{1}{4}$ ‰ de 4200..	1'05	»
	— Conducción..	8	»
	Importe de la venta. . .	4190'95	»
	Pérdida.	70'05	*pts*

4261'00

Segundo método.—Considerándola como de cambio

Compra. $3\% + 1\% + 2\% + 0'5\% + 0'025\% = 6'525\%$ beneficio para las onzas.

Cantidad que se debería entregar:

$$E = 4000 . \frac{106'525}{100} = 4261 pts.$$

Venta. $8 pts = \frac{800}{4000} = \frac{1}{5} = 0'20\%$ de 4000 (84, 2.ª)

Corretaje por 100 de la cantidad aumentada en 5% premio

$$= \frac{1}{4} ‰ \text{ de } 105 = \frac{1}{4} . 0'105 = 0'02625\%$$

$$5\% - 0'20\% - 0'02625\% = 4'77375\%.$$

Cantidad que se recibiría: $E' = 4000 . \frac{104'77375}{100} = 4190'95 pts.$

$$\text{Pérdida} = 4261 - 4190'95 = 70'05 pts.$$

Si esta pérdida se quisiera expresar á tanto por 100 del valor desembolsado, ya sabemos (84, 2.ª) que:

```
70'05.100 = 7005  |4 2 6 1
            27440 |1'6 4 por 100
             18740
              1696
```

El comercio de monedas extranjeras ó nacionales que han de ser importadas ó exportadas, barras, lingotes ú oro y plata en pastas, nombre que suele darse á las aleaciones de estos metales, exige cálculos análogos y, desde luego, el conocimiento de las COTIZACIONES ó *notas de precios*, pues en el lenguaje comercial, *cotizar* y *apreciar* son palabras sinónimas, aunque la primera solo se aplica á determinadas materias.

En las cotizaciones del oro y de la plata amonedados ó en pasta, no suelen expresarse los precios á tanto por 100 como en el trueque de numerario, sino á tanto por 1000 de beneficio ó daño, ó del mismo modo que cuando se trata de otra mercadería cualquiera: *por el valor que en las unidades monetarias del país á que pertenecen,* se da á un peso ó moneda determinados.

Esta circunstancia, unida á la diversa ley de las barras, y á que las compras suelen tener por objeto principal la inmediata venta del oro y plata adquiridos á las casas de Moneda ó Bancos, que dentro de ciertas condiciones, las compran ó transforman en moneda, origina algunas reducciones de unas leyes y unidades de peso y numerario á otras, que complican algo más los cálculos y hacen necesario el conocimiento de algunos detalles referentes á las costumbres mercantiles de los principales mercados de plata y oro, que son los de París y Londres, y especialmente el segundo.

148. La ley del oro y la plata se expresa en Francia por *milésimas*, como en España; la talla marcada para las monedas de oro es de 3100 francos por *kg* á la ley de 0'900, pues su sistema monetario es también igual; pero la acuñación cuesta 6'70 francos por *kg*, por lo cúal la casa de Moneda paga por cada *kg* de oro fino

$$(3100 - 6'70) : 0'900 = 3093'30 : 0'900 = 3437 \text{ francos.}$$

Siendo la relación legal entre el valor del oro y la plata la misma que entre nosotros (139) y calculándose los gastos de acuñación de la segunda en 3'33 por *kg*, debería pagarse á

$$222'22 - 3'33 = 218'89 \text{ francos}$$

y este es en efecto el precio que con el anterior del oro sirven de base, *añadiendo ó quitando después un tanto por* 1000 *de beneficio ó pérdida, que siempre se refiere al metal fino.*

El Banco de Francia compra lingotes bajo iguales bases, deduciendo una comisión de $1^{\circ}/_{00}$ y exigiendo pesen más de 6*kg* y no sean de ley inferior á 0'994.

Antes de presentar ningún ejemplo de estas cuestiones, debemos observar que la venta de materias de oro y plata no puede ofrecer dificultad ninguna, ni al calcular su importe, ni la ganancia ó pérdida que de ella resulte, pues las operaciones serán semejantes á las efectuadas en el último problema, siendo también análogas á las de todas las mercaderías las que origine la compra, cuando los gastos y el precio aparezcan expresados por cantidades fijas.

Hé aquí un resumen de los precios que han alcanzado el oro, plata y principales monedas cotizadas en el mercado de París, durante el mes de Septiembre del presente año (1889).

Oro fino en barras.	$\frac{1}{2}$ á $1\frac{1}{2}$ por 1000 prima el *kg*.	
Plata fina » »	290 » 295 » »	pérdida íd.
Cuádruples españoles (onzas oro). .	81 *fr*.	
Colombianos y mejicanos. . . .	81 »	
Duros mejicanos.	3'80 »	
Soberanos ingleses (£).	25'20 »	
Aguilas de los Estados Unidos.. .	25'85 »	
Guillermos de 20 marcos.. . . .	24'65 »	
Imperiales rusos.	20'55 »	

PROBLEMA 1.º—¿Cuánto daría el Banco de Francia por tres lingotes de oro de 8, 9 y 10*kg* de peso, cuyas leyes respectivas fuesen 0'994, 0'996 y 0'998, cotizándose el oro á $\frac{1}{2}$ °/₀₀ prima? (138, 2.º)

Lingote núm. 1.....	8.0'994 =	7'9 5 2 *kg* oro fino
» » 2.....	9.0'996 =	8'9 6 4 » » »
» » 3.....	10.0'998 =	9'9 8 0 » » »
TOTAL DE ORO FINO. . .	=	2 6'8 9 6 *kg*

3437*fr* + $\frac{1}{2}$ °/₀₀ prima = 3437 + 1'7185 = 3 4 3 8'7 1 8 5

6 9 8 6 2

6 8 7 7 4 3 7 0
2 0 6 3 2 3 1 1 0
2 7 5 0 9 7 4 4 (T. I, 239)
3 0 9 4 8 3 9
2 0 6 3 2 2

IMPORTE.	9 2 4 8 7'7 7 1 5 *frs*.
Comisión del Banco 1°/₀₀. . .	9 2'4 9
Daría.	9 2 3 9 5'2 8 *frs*.

PROBLEMA 2.º—¿Cuánto valdría un barra de plata comprada en España á 189'50*pts kg*, siendo su ley de 0'995 y pesando 7*kg*?

$$\begin{array}{r}
7.0'995 = 6'9\,6\,5\ kg \\
1\,8\,9'5\,0\ pts \\
\hline
6\,6\,1\,6\,7\,5 \\
7\,4\,6\,7\,0 \\
\hline
8\,1\,2'8\,6\,7\,5
\end{array}$$

Valdría 812'87*pts*.

Los principales gastos que suelen ocasionar estas compras y ventas, además del importe, son la *comisión* y *corretaje, derechos de Consulado*, *subastas*, *ensayo* para determinar la ley, *embalaje*, *portes* ó *flete, conocimiento*, *timbre*, *seguro* y algún otro de menor importancia.

La forma de redactar las facturas en nada modifica la cuestión de Cálculo.

Solo cuando estos gastos son relativos, expresándose á tanto por 100 ó 1000, es cuando la resolución directa del problema puede ofrecer dudas, especialmente sobre su planteo, pues con frecuencia suele realizarse por medio de esa serie de igualdades no siempre exactas, que unas veces realmente y otras en apariencia, constituyen Conjuntas que lo hacen en ocasiones muy difícil y hasta poco menos que incomprensible, siendo siempre por esta causa sumamente propenso á errores y equivocaciones.

Ahora bien; un lingote de oro ó plata tiene un valor intrínseco determinado por su ley y por el que representan los precios fijos asignados al oro y la plata en los respectivos países, precios á los que se refiere el tanto por 100 ó 1000 de la cotización.

Las barras de oro y plata equivalen, por consiguiente, á una suma de monedas del mercado en que se hace la compra, y al comerciar con ellas, lo que se hace es cambiar esa suma por monedas extranjeras, y después por nacionales, á un tanto de beneficio ó pérdida, y cada gasto que se origina representa un daño para el comprador, daño que puede considerarse como un beneficio igual en el valor de la mercadería comprada, cuyo precio é importe definitivo se elevará en proporción á las sumas de gastos que cada cantidad ocasione.

Detallaremos nuestro pensamiento valiéndonos del problema del párrafo 147.

Las 50 *onzas* compradas tienen un valor legal de 4000*pts*, y el premio y gastos de transporte, seguro, comisión y corretaje, tomando estos últimos de ese valor fijo, como lo hemos tomado, se refieren siempre á 4000*pts*, y pueden sumarse, según lo hemos hecho al aplicar el segundo método; pero si la comisión se pagase de las 4240*pts* que importan el valor legal, el premio, el transporte y el seguro en el punto de compra, las 4000*pts* habrían adquirido un valor V superior á ese número, y si el corretaje, como lo hemos hecho al calcular la venta, se hubiera de tomar de ese valor V, el problema estaría mal resuelto.

Entonces equivaldría á cambiar 20 onzas por 4240*pesetas*; 4240*pts* por el valor V, y este valor por el que resultase á consecuencia del corretaje, es decir, á una serie de cambios sucesivos.

Esto es precisamente lo que sucede al comprar en el extranjero materias de oro y plata; su valor intrínseco ó el de tarifa, adquiere otro valor por el premio ó daño de la cotización; este valor es el que origina gastos en el punto de compra y el resultado es lo que en dicho punto hemos de pagar al corresponsal que de enviárnoslas se haya encargado, en monedas del país en que resida; esto produce un nuevo valor que acarrea otros gastos, y así sucesivamente, si aún han de originarse más operaciones.

Nuestra fórmula y regla relativas al valor que adquiere una cantidad sometida á sucesivos cambios (146) podrá, por consiguiente, servir para resolver el problema sin necesidad de planteo,

Sustituyendo en lugar de N *el valor intrínseco de la materia comprada, con arreglo á la base de tarifa, expresado en pesetas ó en la unidad monetaria del país en que el cálculo se haga, y en lugar de* t, t', t''..... *el tanto por* 100 *de prima ó pérdida de la cotización y del cambio y los que resulten de acumular en uno solo los gastos que se deban referir á las mismas cantidades.*

Si el tanto de la cotización es por 1000 y se quiere evitar la sencilla reducción á tanto por 100, es evidente que deberá sustituirse por este número el 100 que por suma ó resta se enlace con ese tanto y el correspondiente factor del denominador.

También puede obtenerse el resultado, *calculando por sim-*

ple análisis en virtud de los datos, los valores que la cantidad vaya adquiriendo, que será en general lo más seguro para no confundir los gastos que ocasione una cantidad, con los que origine otra distinta, al tener que acumularlos para aplicar la fórmula ó plantear la Conjunta. (*)

PROBLEMA 3.° ¿Cuánto costará en Madrid el kilogramo de plata comprado en París á 182 por 1000 de pérdida, suponiendo que los gastos en París ascienden á 1 por 100, en Madrid á $\frac{1}{2}$ por 100, que además hay que pagar 0'60 por 100 de la totalidad por los originados en la subasta y que la moneda francesa está á 2 por 100 premio?

(*) En la parte que nos resta escribir, hasta la terminación de este volumen, tendremos que valernos muchas veces de nuestra fórmula y regla, deduciendo de la misma otras particulares que puedan sustituir, con ventaja en nuestro concepto, á los procedimientos más comunmente empleados.

Al separarnos, no obstante, de lo acostumbrado, es muy fácil y hasta presumible, que el error esté de nuestra parte, por lo que no creeríamos cumplir con el deber que nos hemos impuesto, si no expusiéramos al propio tiempo los métodos prácticos que suelen seguirse en la resolución de las más frecuentes cuestiones comerciales, con objeto de que los lectores puedan comparar y escoger el que crean más exacto, breve y seguro.

Pudiera, sin embargo, creerse, aunque no fuera cierto, que al exponerlos exagerábamos los inconvenientes que á nuestro juicio ofrecen, bien á propósito, enunciando problemas adecuados, bien por no acertar à interpretarlos debidamente en los ejemplos que propusiéramos.

Esta razón nos obligará, cuando esos casos se presenten, á aplicar dichas fórmulas y reglas á problemas que guarden toda la analogía posible en cuanto á su carácter y número de datos, con los resueltos en sus obras por otros autores españoles, con objeto de seguir primero los procedimientos que ellos recomiendan y después el que á nosotros nos parece más conveniente, insertando aquéllos con el epígrafe de *resolución usual* é igual detalle de operaciones indicadas y efectuadas, para facilitar la comparación.

Procuraremos escoger para ello los más autorizados y competentes, que afortunadamente no faltan en España, pues entre varias otras tenemos á la vista las más modernas, y entre ellas dos publicadas con el exclusivo objeto de que sirvan de consulta; la última edición de una que durante muchos años ha sido casi única en nuestra patria, sirviendo de guía y norma á la mayoría de los comerciantes, y es aún tan estimada como por su notable mérito merece serlo; otra premiada por el Ministerio de Fomento, que según consta en su portada, contiene lo más útil y nuevo; y otra, en fin, que sirve hoy de texto en la mayor parte de las Escuelas de Comercio, quizás por ser su publicación posterior á la última ley de cambios.

De éstas, especialmente, entresacaremos, pues, los métodos prácticos, variando sólo los detalles de los enunciados y razonamientos que no alteren su esencia, ni modifiquen en nada la cuestión de cálculo.

1.°—Por *análisis*.

Base del precio en París. . . . 218'89*frs.*
Coste á 182°/$_{00}$ pérdida
0'21889(1000 — 182) = 0'21889.818 = 179'052*frs.*
Gasto en París. . . . . 1°/$_0$ de 179'052. . = 1'790 »

Deberemos al corresponsal. . . . . 180'842*frs.*
Premio de la moneda francesa. . 2°/$_0$ de 180'842. . = 3'617 »

Coste en moneda nacional (de igual peso, ley y valor legal). . . . . = 184'459*pts.*
Gastos en Madrid. . . . . . . $\frac{1}{2}$ °/$_0$ de 184'459. . = 0'922 »

185'381 »
Más gastos por subasta. . . . . 0'60°/$_0$ de 185'381. = 1'112 »

186'493 »

Importe del *kg* de plata traído á Madrid. . . . . . = 186'50*pts.*

2.°—*Resolución usual*:

x pts en Madrid = 218'89*frs* precio fijo del *kg* en París.
1000*frs* á invertir = 818*frs* (1000 — 182) invertidos.
100*frs* invertidos = 101*frs* por gastos en París.
100*frs* (cambio París) = 102*pts* en Madrid.
100*pts* en Madrid = 100'50 por gastos en Madrid.
100 » » = 100'60 por ídem en subastas.

$$x = \frac{218{,}89 \times 818 \times 101 \times 102 \times 100{,}50 \times 100{,}60}{100000000000} = 186{,}50 pts.$$

3.°—*Resolución por nuestra fórmula ó regla* (146)

$$E = 218{,}89 . 0{,}818 . 1{,}01 . 1{,}02 . 1{,}005 . 1{,}006 = 186{,}50 pts.$$

Escolio.—Hemos suprimido las operaciones auxiliares en una y otra resolución, porque ninguna dificultad pueden ofrecer y serían las mismas para ambas.

149. En Inglaterra se expresa también la ley por *milésimas*, llamándose STANDART *la de* 0'916 $\frac{2}{3}$ *para el oro* y 0'925 *para la plata*, metales que se COTIZAN *á un precio determinado*, referido á ONZA STANDART, ú *onza troy* (38) *de dicha ley*.

El Banco de Inglaterra paga la onza Standart de oro á 77 chelines 9 peniques (54), es decir, la onza troy de oro cuya ley sea de 0'916 $\frac{2}{3}$ y el Estado compra la plata á 66 chelines la libra Standart, encargándose uno y otro de la acuñación respectiva.

Hé aquí un ejemplo de los precios medios á que se han cotizado en el mercado de Londres el oro y la plata durante el referido mes de Septiembre:

Oro fino en barras. . . .	77*s* (sueldos ó chelines) 9*d* (dineros ó peniques).
Id. 20 adarmes plata. . .	77*s* 10*d*, onza Standart.
Plata fina en barras.. . .	$42\frac{5}{16}d$ » »
Id. 5*g* de oro.	$41\frac{5}{16}$ » » »
Duros mejicanos..	$41\frac{5}{8}$ » » »

. . . .
. . . .

Para los cálculos de compra y venta, hay, pues, que reducir á ley Standart las que puedan tener los lingotes y aun el metal fino; en cuanto á la cantidad de éste que contendrá cualquier materia, ya sabemos siempre cómo se encuentra (138).

Si un lingote pesa p onzas y su ley es L, contendrá pL onzas de metal fino, y como

$$1 \text{ onza Standart} = \begin{Bmatrix} 0'916\frac{2}{3} \\ 0'925 \end{Bmatrix} \text{de oro ó plata fina,}$$

el número pL, equivaldrá en onzas Standart á (75)

$$P = \frac{pL}{0{'}916\,\frac{2}{3}} = \frac{3pL}{2{'}75}\text{, si se trata de oro.}$$

$$P = \frac{pL}{0{'}925}\text{, si se trata de plata;}$$

por consiguiente, como lo dicho para las onzas es aplicable á cualquier otro peso troy,

1.º—*Para referir á peso Standart un lingote cualquiera, basta multiplicar aquél por su ley, dividir el producto por* $0{'}916\,\frac{2}{3}$ ó 0'925, según se trate de oro ó plata, *y referir el cociente á iguales unidades* transformándolo convenientemente, si no fueran las deseadas en el resultado.

Ejemplo. ¿Qué peso Standart contendrá un lingote de 50 libras, cuya ley sea de 0'900?

La libra tiene 12 onzas de 20 dineros de 24 granos (38).

Si es de oro:

50.0'900 =	45'000	$0{'}916\,\frac{2}{3}$ (T. I, 229, 7.º, y 84, 5.ª)
	135000	2750
	2500	49 libras, 5 onzas, 9 dineros, $2\,\frac{2}{11}$ granos.
	125	
	×12	onzas.
	1500	
	125	
	×20	dineros.
	2500	
	25	
	×24	granos.
	600	
	50	

Si es de plata:

$$
\begin{array}{rr|l}
50.0'900 = & 45'000 & 0'925 \\
& 9000 & 185 \quad \text{(T. I, 80, 2.º y 205, Esc.)} \\
& 1800 & 37 \\
& 320 & 48 \text{ libras, } 7 \text{ onzas, } 15 \text{ dineros, } 16\,\frac{8}{37} \text{ granos.} \\
& 24 & \\
& \times 12 & \text{onzas.} \\
& 288 & \\
& 29 & \\
& \times 20 & \text{dineros.} \\
& 580 & \\
& 210 & \\
& 25 & \\
& \times 24 & \text{granos.} \\
& 600 & \\
& 230 & \\
& 8 &
\end{array}
$$

Escolio.—En la práctica suele referirse el peso á onzas y aproximarlo por decimales, si no se necesita una gran exactitud.

Otra transformación frecuente es tener que averiguar el número de kilogramos de metal fino que un lingote contiene, para lo cual basta recordar que la onza troy equivale á $31'10349552g$ $=0'03110349552kg$, ó bien á $0'0311kg$, pues en la práctica no se acostumbra emplear mayor número de cifras, por lo cual es evidente que un lingote de p onzas y ley L, contendrá el número k de kilogramos finos representado por

$$k = pL.0'0311.....$$

es decir, que:

2.º—*Para encontrar los kilogramos de metal fino contenidos en un lingote, basta multiplicar su peso en onzas troy por su ley y por el número* 0'0311.....

150. Los demás cálculos en nada se diferenciarán de los

efectuados al hablar de Francia, á no ser en que por las razones que pronto expondremos, la ganancia ó pérdida que se experimenta al tener que pagar en moneda inglesa en lugar de española, no se expresa á tanto por 100, sino por el número de pesetas que nos cuesta cada libra esterlina de 240 peniques, número que representaremos por n, llamando v al valor asignado en la cotización á la onza Standart.

Si v son libras esterlinas, por tratarse de oro, y cada libra esterlina nos cuesta n *pts*, por ejemplo, la onza Standart nos costará vn, y si v son peniques, como 1 penique $= \frac{1}{240}$ de libra esterlina, v peniques serán $\frac{v}{240}$ y el precio $\frac{vn}{240}$ *pts*.

Un lingote cualquiera tendrá, por consiguiente, para nosotros, en virtud de su peso en onzas Standart, un valor

$$V = \frac{3pL}{2{,}75} . vn = \frac{3pLvn}{2{,}75} pts, \text{ si es de oro.}$$

$$V = \frac{pL}{0{,}925} \cdot \frac{vn}{240} = \frac{pLvn}{0{,}925 . 240} = \frac{pLvn}{222} pts, \text{ si es de plata.}$$

Estas expresiones podrán servir para calcular directamente el valor en pesetas ú otra moneda equivalente de un lingote de oro ó plata de peso y ley conocidos, y aun el de varios de igual ó distinta ley, si previamente se refieren todos á peso Standart, en cuyo caso se simplificarán mucho, porque siendo entonces $L = 0{,}916\frac{2}{3} = \frac{2{,}75}{3}$, ó $L = 0{,}925$, según se trate de oro ó plata, se convertirán en

$$V_s = pvn \quad \text{y} \quad V_s = \frac{pvn}{240} \; pts,$$

lo cual nos enseña que:

1.º—*El valor de un cierto peso Standart de oro es igual al producto de multiplicarlo por el precio en libras esterlinas de la unidad á que se refiera y por el que tenga una de éstas en moneda nacional.*

2.º—*El valor de un cierto peso Standart de plata es igual al producto de multiplicarlo por el precio en peniques de la unidad á que se refiera y por el de una libra esterlina en moneda nacional, dividido por 240.*

En cuanto á lo que nos pueda costar un número de k de kilogramos de oro ó plata finos, claro está que siendo $pL = \frac{k}{0'0311...}$, tendremos sustituyendo

$$V_k = \frac{3kvn}{2'75.0'031103.....} = \frac{3kvn}{0'085532.....} pts, \text{ para el oro.}$$

$$V_k = \frac{kvn}{222.0'031103.....} = \frac{kvn}{6'904976...} \quad » \quad » \text{ la plata;}$$

valores todos éstos que serán los de la cantidad N de la expresión E de los cambios sucesivos (146), en los casos en que haya gastos y pueda aplicarse aquélla.

Con decir que las sencillas fórmulas que anteceden las hemos deducido á medida que escribíamos, queda dicho que no son las usadas en la práctica, en que siempre se emplea *el análisis* ó las llamadas *Conjuntas*, en cada caso especial, por lo cual vamos á aplicarlas á otros dos ejemplos.

Problema 1.°—¿Cuál será la ganancia ó pérdida experimentada comprando en Londres 5000 onzas Standart de plata á 45 peniques, vendiéndolas en París á 182 por 1000 de pérdida y costando el pago de cada libra esterlina 25‘20*frs*?

1.°—*Resolución usual:*

Compra en Londres

x *frs* =	5000 onzas Standart
1000 onzas Standart =	925 onzas finas
37 onzas finas =	40 onzas Standart
1 onza Standart =	45 peniques
(1£) 240 peniques =	25‘20*frs*

$$x = \frac{5000 \times 925 \times 40 \times 45 \times 25'20}{1000 \times 37 \times 240} = 23625 frs.$$

Venta en París

x francos =	5000 onzas Standart
1000 onzas Standart =	925 onzas finas
925 onzas finas =	28‘77*kgs* finos
1 *kg* fino =	218‘89*frs*
1000*frs* =	818*frs* (1000 — 182)

$$x = \frac{5000 \times 28'77 \times 218'89 \times 818}{1000000} = 25756'63 frs.$$

Utilidad obtenida = 25756‘63 — 23625 = 2131‘63*frs*.

2.°—*Resolución por nuestras fórmulas y reglas* (146):

COMPRA EN LONDRES

$$V_s = \frac{5000.45.25'20}{240} = 23625 frs.$$

VENTA EN PARÍS

$$k = 5000.0'925.0'0311025 = 14'38490625 kg.$$
$$E = 14'38490625.218'89.0'818 = 25756'47 frs.$$
$$\text{Ganancia obtenida} = 25756'47 - 23625 = 2131'47 frs.$$

ESCOLIO.—La diferencia de 0'16 entre ambos resultados, proviene de que el último está aproximado en menos de 0'01, para lo cual hemos aplicado á las multiplicaciones la regla de Oughtred (T. I, 239), según indica el número de cifras consideradas.

No necesitándose seguridad en la aproximación, todos los cálculos de esta clase deben hacerse por logaritmos.

PROBLEMA 2.°—¿Cuánto costará en Madrid el kilogramo de plata comprado en Londres á $42\frac{1}{4}$ dineros la onza Standart, suponiendo que los gastos en Londres son de $\frac{3}{8}$ por 100, en Madrid de 0'60 por 100, que además hay que pagar $\frac{1}{2}$ por 100 de la totalidad por los originados en la subasta y que cada libra esterlina cueste 25'30*pts*?

1.°—*Resolución usual:*

	x pts en Madrid =	1000*gr* finos
	37*gr* finos =	40*gr* Standart
	31'1*gr* Standart =	1 onza Standart
	1 onza Standart =	42'25 dineros, ó $42\frac{1}{4}$
	100 dineros =	100'375 por gastos en Londres
(1£)	240 dineros en Londres =	25'30 pesetas en Madrid
	100*pts* en Madrid =	100'60*pts* (gastos en España)
	100 » » » =	100'50 » (» de subasta)

$$x = \frac{1000\times40\times42'25\times100'375\times25'30\times100'60\times100'50}{37\times31'1\times100\times240\times100\times100} = 157'12 pts.$$

2.°—*Resolución por nuestras fórmulas:*

$$V_k = \frac{42'25.25'30}{6'905} = \frac{1068925}{6905}\ pts.$$

$$E = \frac{1068925.1'00375.1'006.1'005}{6905} = 157'10 pts.$$

ESCOLIO.—El resultado de la conjunta excede también á éste en 0'02, á causa de lo que aumenta el error la relación 31'1 gramo=1 onza Standart, mucho menos aproximada que el denominador 6'905 de nuestra fórmula.

151. En algunas de las cotizaciones que vienen de Londres, se indica abreviadamente la ley de los lingotes por las iniciales B ó W de las palabras *Better* y *Worse*, para significar las leyes superior é inferior á la Standart.

En este caso, van seguidas de un número que se refiere á la antigua expresión de la ley inglesa de los metales.

Antes de representarla decimalmente, á semejanza de lo que en España se hacía (139), suponíase, en efecto, cualquier peso de oro dividido en 24 *partes*, llamadas QUILATES subdivididos en 4 *granos*, y la plata en 12 *onzas* de 20 *dineros*, apreciándose en el primero hasta los *cuartos* y *octavos* de grano y en el segundo hasta *cuartos* de dinero.

Si un lingote de oro ó plata es, pues, de (T. I, 166 y 221, 3.ª)

$$0'916\frac{2}{3} = 0'91(6) = \frac{916-91}{900} = \frac{165}{180} = \frac{33}{36} = \frac{11}{12} = \frac{22}{24}$$

$$0'925 = \frac{925}{1000} = \frac{185}{200} = \frac{37}{40},$$

su ley se representa á veces por estos números, diciendo respectivamente que es de

22 *quilates* = 88 *granos* = 352 *cuartos* = 704 *octavos*,
37 *onzas* = 222 *dineros* = 888 *cuartos*,

números que corresponden á la Standart, y cuando es superior ó inferior *se escribe á continuación de las letras indicadoras B ó W el número de quilates, granos, cuartos, octavos ó dineros que contiene de más ó de menos.*

Así, por ejemplo, B,0,1 $\frac{3}{4}$, ó bien B,0,1,3, é igualmente B,0,0,7 y aun B,0,0,0,28, tratándose de oro, quiere decir que su ley es superior á la Standart en 0 *quilates* 1 $\frac{3}{4}$ *granos* = 7 *cuartos* de grano=28 *octavos,* ya que en la práctica suele ser costumbre referirla á *octavos*.

Dividiéndose, pues, el peso en 24 *quilates*=96 *granos*=384 *cuartos*=768 *octavos*, la ley sería de $\frac{704+28}{768}=\frac{732}{768}$; W, 1, significaría que la ley era de $\frac{22-1}{24}=\frac{21}{24}$, y si se tratase de plata, de $\frac{222-1}{240}=\frac{221}{240}$, refiriéndose á dineros el aumento ó disminución, y siendo 12 *onzas*.20=240 *dineros*=960 *cuartos*.

Si en general llamamos a á los quilates, granos, cuartos ú octavos que se deben aumentar ó disminuir á 22, 88, 352 ó 704, según la ley del oro, y á los dineros ó cuartos que han de agregarse ó sustraerse á 222 ú 888 para expresar la de la plata, tendremos para uno y otro metal

$$\text{Ley oro}\left|\begin{matrix}B,a\\W,a\end{matrix}\right|=\frac{22}{24}\pm\frac{a}{24}=\frac{22\pm a}{24};\quad \text{Ley oro}\left|\begin{matrix}B,0,\ a\\W,0,\ a\end{matrix}\right|=\frac{88\pm a}{96};$$

$$\text{Ley oro}\left|\begin{matrix}B,0,\ \frac{a}{4}\\W,0,\ \frac{a}{4}\end{matrix}\right|=\frac{352\pm a}{384};\quad \text{Ley oro}\left|\begin{matrix}B,0,\ \frac{a}{8}\\W,0,\ \frac{a}{8}\end{matrix}\right|=\frac{704\pm a}{768}$$

$$\text{Ley plata}\left|\begin{matrix}B,a\\W,a\end{matrix}\right|=\frac{222\pm a}{240};\quad \text{Ley plata}\left|\begin{matrix}B,0,\ \frac{a}{4}\\W,0,\ \frac{a}{4}\end{matrix}\right|=\frac{888\pm a}{960},$$

expresiones que exactamente, ó con cuanta aproximación sea necesaria para los cálculos, se podrán transformar en decimales para obtener en esta forma cómoda las leyes de las barras, que naturalmente serán distintas de la Standart, aun cuando algunos, no comprendemos por qué, llaman á efectuar estas operaciones, «reducir á la ley Standart los lingotes de oro y plata B ó W.»

Lo que sí puede reducirse, ó mejor dicho, referirse á la ley Standart, es el peso, por la regla que ya conocemos (148, 1.ª), aplicable, como todas las deducidas en los dos párrafos anteriores, á cualquier lingote de ley L, esté ó no expresada en forma decimal.

Problema 1.°—Referir á la ley Standart un lingote de oro de 600 onzas cuya ley sea W,0,1 $\frac{1}{2}$.

1.°—*Resolución usual:*

$$1 \text{ grano} = 8 \text{ octavos}$$

$$\frac{1}{2} \text{ grano} = 4 \text{ octavos}$$

$$\text{TOTAL.} \quad . \quad 12 \text{ octavos}$$

$$\frac{704-12}{768} = \frac{692}{768} = \text{ley del lingote.}$$

$$x \text{ onzas Standart} = 600 \text{ onzas troy}$$

$$768 \text{ onzas troy} = 692 \text{ onzas finas}$$

$$704 \text{ onzas finas} = 768 \text{ onzas Standart}$$

$$x = \frac{600 \times 692 \times 768}{768 \times 704} = 589\text{'}77 \text{ onzas Standart.}$$

2.°—*Por las fórmulas precedentes y regla del párrafo* 149:

$$\text{Ley} = \frac{88 - 1\frac{1}{2}}{96} = \frac{86\text{'}5}{96} = 0\text{'}90104;$$

$$P = \frac{3.600.0\text{'}90104}{2\text{'}75} = 589\text{'}77 \text{ onzas Standart.}$$

En las demás naciones europeas, como en España, no existe verdadero mercado de oro y plata, aunque en las casas de Moneda y determinados Bancos, se compren dichos metales en las condiciones de ley y peso estipuladas en cada una, bien *á un precio fijo el kilogramo fino descontados los gastos de acuñación y ensayo* en relación al valor legal de las monedas del país, como en Prusia y Austria, bien á dicho *precio, más ó menos un tanto por* 1000 de beneficio ó pérdida, como en Italia, Bélgica y Portugal, bien *aumentando ó disminuyendo al fijo una determinada cantidad*, como en Suiza, lo que equivale á hacerlo variable.

Con datos suficientes, que sería inútil consignar aquí por su poca constancia, es decir, conociendo las respectivas *cotizaciones* ó precios fijos, *la ley y límites* exigidos *en el peso de los lingotes, los gastos, etc.*, cuantos cálculos tengan que hacerse sobre compras y ventas de estas materias, no diferirán en su esencia ni en su forma de los efectuados para Francia é Inglaterra, por lo cual vamos á dar por terminado este asunto, lazo natural, según veremos, entre lo dicho hasta aquí y el nuevo punto de vista que en el Comercio hemos de considerar, haciendo ver, como siempre, que lo tratado ahora no forma una excepción, y que no todas las cuestiones pueden resolverse por fórmulas ni reglas particulares, como muchos creen, por muy ordenada y metódicamente que los asuntos se agrupen.

Hé aquí un sencillo ejemplo de compra y venta de monedas y barras de oro y plata sin gastos accesorios de ninguna clase, al que desearíamos ver aplicada la regla Conjunta.

Problema 2.º—Una persona vende en París á 2 por 1000 prima, $2kg$ de oro de 0'950, y en Madrid añade al producto de la venta 607'14*pts*, con objeto de comprar *onzas* españolas antiguas á 84'90*pts* y *duros* á 5'40, que vende poco después á 85'50*pts* las primeras y los segundos á 5'70 *pts*, con lo cual gana 88'50*pts*. ¿Cuántas fueron las *onzas* y los *duros* adquiridos?

Importe de $2kg$ oro de $0'950 = 2.0'950.3437 frs = 6530'30 frs = N$(138, 2.º y 148)

$$E = 6530'30.1'002 = 6543'36 frs$$
$$\text{Cantidad agregada} = 607'14 pts$$
$$\text{Total} \; . \; . \; . \; . \quad 7150'50 pts \text{ ó } frs.$$

Representando, pues, por x é y las onzas y duros adquiridos se deberá tener:

$$84'90x + 5'40y = 7150'50,$$

y como además ha ganado en la venta de cada onza 0'60 de *peseta* y en la de cada duro 0'30 de *pt*, también se verificará

$$0'60x + 0'30y = 88'50,$$

ecuaciones que simplificadas y resueltas (119) nos darán

$$\left.\begin{array}{r} 849x + 54y = 71505 \\ 6x + 3y = 885 \end{array}\right| \begin{array}{r} 283x + 18y = 23835 \\ 2x + y = 295 \end{array}\left| \; y = 295 - 2x\right.$$

$$283x + 18.295 - 2.18x = 23835;$$
$$283x + 5310 - 36x = 23835.$$
$$247x = 18525; \quad x = \tfrac{18525}{247} = 75 \text{ onzas.}$$
$$y = 295 - 2.75 = 295 - 150 = 145 \text{ duros.}$$

LIBRO III

OPERACIONES DE BANCA Y BOLSA

CAPÍTULO PRIMERO

FUNDAMENTOS

I.—Ideas generales.

152. Cuando el importe de una compra no se satisface al contado, bien por aplazarse el pago, según convenio entre el comprador y el vendedor, bien por tener que efectuarlo en distinta plaza de la en que aquél reside, se ve privado el último de un capital que ya le pertenece durante más ó menos tiempo, y es muy justo que esta privación se le compense de algún modo, puesto que eso equivale á prestar al comprador dicha cantidad, que será utilizada durante ese tiempo por quien no es su verdadero dueño.

Esta compensación puede hacerse de dos modos: pagando al prestador ó acreedor un cierto INTERÉS, ó *ganancia correspondiente al capital prestado* durante el tiempo que tarde en cobrarse, ó extendiendo un DOCUMENTO DE CRÉDITO, *representante de la deuda,* en el que se comprometa el deudor á efectuar el pago en un cierto plazo y pueda ser transmitido á otra persona en caso de conveniencia ó necesidad, mediante un cierto DESCUENTO ó *interés correspondiente al capital cuyo cobro se adelanta.*

A *transmitir* ó *vender* dicho documento, se llama en términos mercantiles DESCONTARLO, *si es pagadero en la misma plaza en que se enajena,* y NEGOCIARLO, *si ha de cobrarse en otra.*

Claro está que estos documentos pueden no devengar interés, si así se ha convenido, y que tanto en un caso como en otro podrán servir para efectuar pagos en cualquier plaza, evitando el cambio directo de numerario y su transporte, siempre que haya *personas encargadas de trocarlos en cualquier punto por moneda efectiva, mediante las condiciones que se estipulen.*

Esta es la importante misión de los BANQUEROS y de los BANCOS ó *sociedades mercantiles, que tienen por objeto principal evitar los inconvenientes del uso y conservación de la moneda, facilitando las transacciones,* para lo cual, según su carácter y condiciones de su fundación, que nada tienen que ver con las cuestiones de Cálculo, *emiten papel moneda, admiten depósitos* de fondos particulares, *efectúan préstamos, descuentan documentos* y realizan *otras operaciones análogas*, sin perjuicio de las que con el carácter de especulación son propias de toda Sociedad mercantil, entre las que merece preferente lugar el *comercio de oro y plata* de que últimamente nos ocupamos, ó de las necesarias para su fundación, como *emisión de acciones y obligaciones*, etc.

Creemos bastan estas ideas generales para comprender que las operaciones mercantiles tienen más ancho espacio que el comercio de mercaderías; que aun bajo el punto de vista comercial, existen, además de éstas, multitud de documentos que, sin tener por sí mismos valor intrínseco alguno, representan, no obstante, cantidades cobrables y pueden ser objeto de compras, ventas y especulaciones; que á los cálculos que con este motivo se originan servirá frecuentemente de base la *determinación de intereses y descuentos*, así como el *conocimiento de dichos documentos*, y que el estudio y examen de unos y otros deberá preceder al detalle de las operaciones que con ellos se relacionen y puedan ofrecer alguna nueva particularidad.

II.—Interés simple.

153. Como el interés se regula generalmente á tanto por 1, 100 ó 1000, durante un tiempo fijo, siendo lo segundo lo más frecuente, puede suceder *que al final de ese tiempo se entregue al dueño del capital la ganancia estipulada,* en cuyo caso se llama SIMPLE, ó que continuando en poder del deudor se agre-

gue al capital para acrecentar su valor, produciendo nuevo interés.

Esta última operación, aun cuando sea mercantil, sale fuera de los límites del Comercio, por revestir un carácter propio y fundamental de otras de gran importancia, que nada tienen que ver con las compras y ventas, y hemos de tratar detenidamente en el siguiente volumen, por lo que ahora solo nos ocuparemos del primero.

Los elementos fundamentales que en cuestiones de intereses pueden intervenir, son:

El CAPITAL NETO, LIMPIO, LÍQUIDO, EFECTIVO ó PRIMITIVO, *que se presta* ó cuya deuda se reconoce.

El BRUTO, SUCIO, TOTAL, NOMINAL ó FINAL, *que debe recogerse* á la terminación del plazo estipulado.

El TANTO por cuanto *fijado como precio* ó TASA del préstamo.

El TIEMPO á que se refiere el tanto.

El TIEMPO que dure el préstamo.

El INTERÉS, ó *ganancia total que al capital prestado corresponde.*

Estas seis cantidades quedan en la práctica reducidas á cinco, porque con objeto de que exista proporcionalidad entre el interés, el tanto que lo produzca y la duración del préstamo, *los dos tiempos* que hemos mencionado *se refieren á la misma unidad*, efectuando la conveniente transformación, si es preciso, antes de resolver el problema.

Así, por ejemplo, si nos dijeran que un capital había sido prestado al 3 por 100 *diario, mensual, trimestral, semestral*, etcétera, durante 8 años, lo primero que haríamos sería encontrar el tanto *anual* equivalente (85), multiplicando 3 por 365, 12, 4, ó 2, números de días, meses, trimestres, semestres, etcétera, que tiene el año, ó mejor, para la facilidad de la práctica, multiplicar 8 por el necesario para expresar los años, en la unidad de tiempo á que el tanto se refiera.

Si el tanto, por el contrario, fuese *anual* y la duración del préstamo se expresara en dias, meses, trimestres, semestres, etcétera, dividiríamos 3 ú 8 por 365, 12, 4, 2, etc., para relacionarlos por medio de la común unidad de tiempo.

Conseguido esto, es evidente que se obtendrá *doble* interés, prestando *doble* capital, y prestándolo á *doble* tanto ó por *doble* tiempo; luego habrá proporcionalidad directa (59) entre estas cantidades, y las cuestiones que solo de ellas dependan, se podrán resolver *por regla de tres, reducción á la unidad, métodos prácticos*, etc.

Esto, sin embargo, exigiría en cada caso particular un planteo y cálculo especial que debe evitarse, como siempre, determinando *reglas* ó *fórmulas* precisas, por cuyo medio pueda llegarse al resultado con seguridad, sin duda ninguna, y evitando todo trabajo intelectual, para lo cual es preciso empezar por ver cuántos problemas distintos podrán ocurrir, después de referidos á la misma unidad el tanto y la duración del préstamo, suponiendo que el primero se refiere á 100 unidades, como sucede generalmente, siendo fácil en cualquier otro caso determinar también ante todo dicho tanto por 100.

154. Si observamos que en virtud de la proporcionalidad que entre sí liga á las referidas cantidades y al capital final, que se compondrá del primitivo más el interés, con la suma de 100 y el tanto, debe bastar, en general, conocer tres de ellas para poder determinar las otras dos, representándolas en el orden en que las nombramos, á excepción de la cuarta, por c, C, t, n é y, las incógnitas podrán ser cC, ct, cn, cy, Ct, Cn, Cy, tn, ty, ny y, por consiguiente, diez los casos distintos que podrán ocurrir y que vamos á resolver, en el orden más conveniente para facilitar la comprensión.

1.°—Dados el capital prestado c, el tanto por 100, t, y el tiempo n, encontrar el interés y y el capital final C.

Si 100 unidades de dinero producen t en la unidad de tiempo, 1 unidad de las primeras producirá $\frac{t}{100}$, c unidades $\frac{ct}{100}$ y en n de tiempo $\frac{ctn}{100}$, luego

$$y = \frac{ctn}{100},$$

y como por la definición $C=c+y$, también tendremos:

$$C = c + \frac{ctn}{100} = \frac{100c+ctn}{100} = \frac{c(100+tn)}{100}.$$

PROBLEMA 1.°—¿Cuánto producirán 3000*pts* prestadas por 4 años al 5°/₀ de interés simple anual, y en qué se convertirá dicha cantidad?

$$y = \frac{3000.5.4}{100} = 600 pts; \qquad C = 3000 + 600 = 3600 pts,$$

ó directamente:

$$C = \frac{3000(100+5.4)}{100} = 30.120 = 3600 pts.$$

2.°—Dados el capital final C, el tiempo n y el tanto por 100 t, hallar el capital prestado c y el interés y.

De la fórmula del capital final, se deduce inmediatamente:

$$100C = c(100 + tn); \qquad c = \frac{100C}{100+tn},$$

y debiendo ser $y = C - c$,

$$y = C - \frac{100C}{100+tn} = \frac{100C + Ctn - 100C}{100+tn} = \frac{Ctn}{100+tn}.$$

Problema 2.°—¿Qué cantidad será necesario prestar al $2\frac{1}{2}$ °/₀ semestral de interés simple durante 8 semestres, para recoger $3600 pts$ y cuánto producirá?

$$c = \frac{100.3600}{100+2'5.8} = \frac{360000}{120} = 3000 pts;$$

$$y = 3600 - 3000 = 600 pts,$$

ó directamente:

$$y = \frac{3600.2'5.8}{100+2'5.8} = \frac{72000}{120} = 600 pts.$$

3.°—Dados el capital prestado c, el interés y y el tiempo n, calcular el tanto por 100, t, y el capital final C.

De la fórmula del interés (1.°) se deduce multiplicando por 100,

$$100y = ctn; \qquad t = \frac{100y}{cn}.$$

La segunda parte queda resuelta por la igualdad evidente

$$C = c + y.$$

PROBLEMA 3.°—Prestando 3000*pts* por 4 años y ganando 600, ¿cuánto producirá cada duro y cuánto deberá recogerse al final del préstamo?

$$t = \frac{100.600}{3000.4} = 5pts\,{}^0/_0;$$

tanto por duro, ó por $5pts = \frac{5}{20} = 0'25$ de pt (85),

$$C = 3000 + 600 = 3600pts.$$

4.°—Dados el capital prestado c, el interés y y el tanto por 100, t, calcular el tiempo y el capital final.

$$\text{De } 100y = ctn; \quad \text{también} \quad n = \frac{100y}{ct},$$

y ya sabemos que $C = c + y$.

PROBLEMA 4.°—Para ganar 600*pts*, con 3000 prestadas al $2\frac{1}{2}\,{}^0/_0$ semestral, ¿por cuántos años han de prestarse y cuánto se recogerá?

$$n = \frac{100.600}{3000.2'5} = \frac{60000}{7500} = 8 \text{ semestres} = 4 \text{ años};$$

ó bien $2'5\,{}^0/_0$ semestral$=5\,{}^0/_0$ anual,

$$n = \frac{100.600}{3000.5} = 4 \text{ años}, \quad \text{y} \quad C = 3000 + 600 = 3600pts.$$

5.°—Dados el interés simple, el tanto y el tiempo, determinar los capitales primitivo y final.

$$\text{De } 100y = ctn; \quad \text{también} \quad c = \frac{100y}{tn},$$

y por lo tanto,

$$C = c + y = \frac{100y}{tn} + y = \frac{100y + tny}{tn} = \frac{(100 + tn)y}{tn}.$$

PROBLEMA 5.°—Para ganar 600*pts*, ¿qué capital debe prestarse durante 48 meses al 0'25 por duro anual de interés simple y en cuánto se convertirá?

$$0'25 \text{ por } 5pts = 5\,{}^0/_0; \qquad 48 \text{ meses} = 4 \text{ años},$$

$$c = \frac{100.600}{5.4} = 3000pts; \qquad C = 3000 + 600 = 3600pts,$$

ó directamente,

$$C = \frac{(100+5.4)600}{5.4} = 120.30 = 3600 pts.$$

6.°—Dados el capital final, el interés y el tiempo, encontrar el capital prestado y el tanto á que se prestó.

Lo primero lo resuelve la igualdad evidente $c=C-y$,

Valor que sustituído en el ya encontrado para el tanto (3.°) la convierte en

$$t = \frac{100y}{(C-y)n}.$$

PROBLEMA 6.°—Para obtener 3600*pts* ganando 600 en 4 años, ¿qué capital debe prestarse y cuál deberá ser el tanto trimestral de interés simple?

$$c = 3600 - 600 = 3000 pts.$$

$$4 \text{ años} = 16 \text{ trimestres}; \qquad t = \frac{100.600}{3000.16} = 1'25\%,$$

ó bien,

$$t = \frac{100.600}{3000.4} = 5\% \text{ anual} = \frac{5}{4}\% \text{ trimestral} = 1'25\%.$$

7.°—Dados el capital final, el interés y el tanto, hallar el primitivo y el tiempo por que se prestó.

También para lo primero basta la fórmula $c=C-y$, cuyo segundo miembro, sustituído en la igualdad $n=\frac{100y}{ct}$ (4.°), la transforma en

$$n = \frac{100y}{(C-y)t}.$$

PROBLEMA 7.°—¿Qué cantidad debe prestarse al 1'25% trimestral de interés simple y por cuánto tiempo, para ganar 600*pts*, de las 3600 que se desean recoger?

$$c = 3600 - 600 = 3000 pts;$$

$$n = \frac{100.600}{3000.1'25} = \frac{60000}{3750} = 16 \text{ trimestres} = 4 \text{ años}.$$

8.°—Dados el capital primitivo, el final y el tiempo, calcular el interés simple devengado por aquél y el tanto á que se prestó.

Lo primero se consigue por medio de la igualdad $y=C-c$.

Lo segundo, sustituyendo este valor en la (3.°) $t=\frac{100y}{cn}$, con lo que resulta

$$t=\frac{100(C-c)}{cn}.$$

Problema 8.°—Para que un capital de 3000*pts* se convierta en 3600, ¿qué interés simple debe ganar y á qué tanto semestral debe prestarse durante 4 años?

$$y = 3600 - 3000 = 600 pts;$$

$$t=\frac{100.600}{3000.4}=5\% \text{ anual } = 2\tfrac{1}{2}\% \text{ semestral.}$$

9.°—Dados el capital primitivo, el final y el tanto, determinar el interés simple que á aquél corresponde y la duración que debe tener el préstamo.

Para el interés conocemos ya la fórmula $y=C-c$.

Para el tiempo tendremos, sustituyendo este valor en la $n=\frac{100y}{ct}$,

$$n=\frac{100(C-c)}{ct}.$$

Problema 9.°—Para que un capital de 3000*pts*, prestado al 5% anual se convierta en 3600, ¿cuál debe ser el interés simple y por cuántos meses debe prestarse?

$$y = 3600 - 3000 = 600 pts;$$

$$n=\frac{100.600}{3000.5}=4 \text{ años} = 48 \text{ meses},$$

ó bien, 5% anual $=\frac{5}{12}$ mensual;

$$n=\frac{100.600}{3000.\frac{5}{12}}=\frac{12.60000}{3000.5}=48 \text{ meses.}$$

10.°—Dados el capital prestado, el recogido y el interés simple correspondiente á aquél, determinar el tanto y el tiempo.

Este es el único caso en que figuran aparentemente en el enunciado tres datos; pero solo hay dos en realidad, porque conocidos éstos, está ya forzosamente determinado el valor del otro, por lo cual el problema será indeterminado si los tres datos satisfacen á la relación que por suma ó diferencia debe unirlos y absurdo en caso contrario.

Las igualdades

$$t=\frac{100y}{cn}\ (3.^o),\quad \text{y}\quad n=\frac{100y}{ct},$$

ó sus equivalentes últimamente encontradas (7.º y 8.º)

$$t=\frac{100(C-c)}{cn}\quad \text{y}\quad n=\frac{100(C-c)}{ct},$$

darán para t un valor por cada uno de los arbitrarios que podemos dar á n y otro para esta incógnita, por cada uno que demos á t.

Si los datos satisfacen á la relación $C=c+y$, el problema será, pues, indeterminado, y los mismos resultados se obtendrán de las primeras igualdades que de las últimas; pero si asi no se verificase, estos resultados serían distintos y la cuestión imposible de resolver.

PROBLEMA 10.º—¿Por cuánto tiempo y á qué tanto por 100 de interés simple deben prestarse 3000*pts* para que se conviertan en 3600 ganando 600?

$$\text{Para } n=1;\quad t=\frac{100.600}{3000}=20\%$$

$$\text{»}\quad n=2;\quad t=\frac{100.600}{3000.2}=10\%$$

. . . .

$$\text{Para } t=1;\quad n=\frac{100.600}{3000}=20$$

$$\text{»}\quad t=2;\quad n=\frac{100.600}{3000.2}=10$$

. . . .

$$\text{Para } n=4;\quad t=\frac{100.600}{3000.4}=5\%$$

$$\text{y para } t=5;\quad n=\frac{100.600}{3000.5}=4$$

$$\text{Para } n=0;\quad t=\frac{100.600}{3000.0}=\frac{60000}{0}=\infty\ (\text{T. I, 199, 2.}^o);$$

es decir, que no hay ningún tanto por 100 capaz de hacer producir interés á un capital prestado por un tiempo 0, ó que *no* se presta.

$$\text{Para } t = 0, \qquad n = \frac{100.600}{3000.0} = \frac{60000}{0} = \infty \text{ (T. I, 199, 2.°)},$$

es decir, que por mucho tiempo que un capital esté prestado á un tanto 0, ó *sin* interés, jamás podrá producir éste.

PROBLEMA 11.°—¿Por cuánto tiempo y á qué tanto por 100 de interés simple deben prestarse 3000*pts*, para que se conviertan en 3600, ganando 900?

Según las primeras fórmulas deberá ser

$$t = \frac{100.900}{3000.n} = \frac{30}{n}, \quad \text{de donde} \quad nt = 30,$$

y según las segundas

$$t = \frac{100(3600-300)}{3000.n} = \frac{100.600}{3000\,n} = \frac{20}{n}, \quad \text{de donde} \quad nt = 20,$$

lo cual es imposible se verifique á la vez, á no ser $t=0$, de donde también $n=0$, absurdo que tampoco puede admitirse, pues ya hemos visto que para $t=0$, ha de ser $n=\infty$ y para $n=0$, $t=\infty$.

Ambos podrían, no obstante, ser 0, si $C=c$, de donde $y=0$, es decir, si preguntásemos:

¿Por cuánto tiempo y á qué tanto por 100 de interés simple deben prestarse 3000*pts*, para recoger igual cantidad?
porque entonces

$$t = \frac{0}{3000n} = 0 \quad \text{y} \quad n = \frac{0}{3000.0} = \frac{0}{0} \text{ (T. I, 199, 1.°)},$$

lo cual, como sabemos y debía suceder, significa que para obtener de un capital un interés 0, ó sea para *no* obtener interés, puede prestarse por un tiempo cualquiera á un tanto 0, es decir, á *ningún* tanto.

Como á nada conduciría prolongar las muchas hipótesis que aún podrían hacerse, aconsejamos á los lectores poco versados en el cálculo matemático, se ejerciten interpretando las soluciones que en todos los casos darían las fórmulas, en las combinaciones que pueden hacerse, considerando uno, varios, ó todos los supuestos $n=0$, $t=0$, $c=0$, $C=0$, $y=0$, y además en los $c=C$ y $c>C$.

155. Resumiendo cuanto llevamos dicho, por la importancia que la materia encierra para lo sucesivo, vemos que todas las cuestiones fundamentales de interés simple, pueden resolverse directamente por medio de las expresiones:

$$y = C - c; \quad y = \frac{ctn}{100}; \quad y = \frac{Ctn}{100+tn}$$

$$C = c + y; \quad C = \frac{c(100+tn)}{100}; \quad C = \frac{y(100+tn)}{tn}$$

$$c = C - y; \quad c = \frac{100C}{100+tn}; \quad c = \frac{100y}{tn}$$

$$t = \frac{100y}{cn}; \quad t = \frac{100(C-c)}{cn}; \quad t = \frac{100y}{(C-y)n}$$

$$n = \frac{100y}{ct}; \quad n = \frac{100(C-c)}{ct}; \quad n = \frac{100y}{(C-y)t}$$

siempre que el tanto se tome de 100 unidades y sean iguales las de tiempo, á que éste y aquél se refieran.

De cada una de estas igualdades pudieran deducirse reglas prácticas; pero formando en general dos de ellas un sistema determinado (120), todas pueden deducirse como lo hemos hecho, de la segunda y cuarta, por lo que principalmente deben retenerse en la memoria las dos reglas que de ellas se desprenden:

1.ª—*El interés es igual al capital primitivo multiplicado por el tanto por* 100 *y por el tiempo, partido por* 100, *ó á la centésima parte del capital primitivo, por el tanto y por el tiempo.*

2.ª—*El capital final es la suma del primitivo y el interés.*

No deja, sin embargo, de ser también conveniente, para la resolución de muchas cuestiones, recordar que:

3.ª—*El interés es igual al capital final multiplicado por el tanto por* 100 *y por el tiempo, dividido por el producto de los dos últimos aumentado en* 100 *unidades.*

4.ª—*El capital final, á la centésima parte del primitivo, multiplicada por el producto del tanto por* 100 *y el tiempo, aumentado en* 100 *unidades.*

5.ª—*El primitivo al producto del final por* 100, *dividido por el del tanto por* 100 *y el tiempo, aumentado en* 100 *unidades.*

Las restantes son siempre fáciles de encontrar, y por su medio pueden resolverse todos los problemas de interés simple, aunque intervengan gastos accesorios ú otras condiciones que obliguen á apelar á los procedimientos conocidos.

PROBLEMA 1.º—Un prestamista encarga á su agente, al que da 10°/₀ de comisión, le coloque 5000*pts* al 5°/₀ mensual, buscando una persona que necesite dinero y ofrezca buena garantía, mediante la correspondiente escritura. Los encargados de ultimar ésta, hacen ascender los gastos á 50*pts* por cada 250. ¿Cuánto recibirá la persona que toma el dinero por 1 año, cuánto le costará y á qué tanto por 100 de interés simple lo habrá tomado?

El agente cobrará 10°/₀ de 5000*pts*=500*pts* (84, 1.º)

Quedarán, pues, líquidas 5000—500=4500

Los demás gastos ascenderán á

$$50 \text{ por } 250 = \frac{50.100}{250} = 20°/_0 \text{ (85)}$$

20°/₀ de 4500=45.20=900*pts*.

La persona que acepte, recibirá 4500—900=3600*pts*.

Pagará de interés mensualmente 5°/₀ de 5000=5.50=250*pesetas*.

Al fin del año habrá entregado 5000+250.12=5000+3000 =8000*pts*.

$$c = 3600; \quad C = 8000; \quad y = 8000 - 3600 = 4400pts,$$

$$t = \frac{4400.100}{3600.12} = \frac{4400}{36.12} = \frac{1100}{9.12} = \frac{275}{27} = 10'19°/_0 \text{ mensual.}$$

El que toma el dinero recibirá, por consiguiente, 3600*pesetas*, por las cuales satisfará en 1 año 8000*pts*, pagando un 10'19°/₀ mensual, que aparentemente equivale á un 10'19.12 =122'28 por 100 anual.

Decimos aparentemente, porque en este caso no son proporcionales el interés mensual y el anual, pues para esto sería preciso que las 8000*pts* se pagaran al terminar el plazo; pero como cada mes se adelantan 250, cuyo interés á igual tanto hasta fin del año, debía abonarse al que las entrega y no se hace así, el verdadero resulta muchísimo mayor aún, como veremos en el siguiente tomo. (*)

Problema 2.º—¿En qué se convertiría el anterior tanto por 100 si el prestamista cobrara por adelantado el interés?

Entonces solo entregaría 3600—250=3350*pts.*

El interés aparente sería 8000—3350=4650*pts*; el tanto mensual

$$t = \frac{4650.100}{3350.12} = \frac{4650.2}{67.12} = \frac{2325}{67.3} = \frac{775}{67} = 11{‘}57\,\%_0,$$

y el anual, 11‘57.12=138‘84 por 100, prescindiendo de los intereses correspondientes á las entregas mensuales adelantadas. (**)

De las demás cuestiones análogas que se pueden ofrecer, presentaremos una como ejemplo.

Problema 3.º—Entre dos personas, prestan á otra 6000*pts* al 6 %₀ anual de interés simple, con la condición de que la primera cobrará la parte que le corresponde al mes y medio de celebrar el contrato y la segunda á los dos meses y 25 días, reteniendo los intereses por adelantado y pagando al agente que las buscó una comisión de $\frac{1}{2}$ %₀, ¿cuánto se recibirá en efectivo, cuánto deberá entregarse á cada prestamista al terminar los plazos, y cuánto desembolsó cada uno, suponiendo los meses de 30 días?

(*) Esta clase de *negocios* son, por desgracia, muy frecuentes en nuestra patria, por tolerarlos las leyes y consentirlos la sociedad, que admite en su seno á quienes los realizan, los cuales, generalmente, no se contentan todavía con eso, sino que suelen cobrar por adelantado el interés mensual, que aún se hace mayor por esta causa.

(**) Los prestamistas, que hacen pagar este tanto por 100 al que toma el dinero, cargándole los gastos, que debían ser de su cuenta y cobrando interés de los mismos, rechazan, sin embargo, el calificativo de *usura* que antiguamente se daba al interés mayor del 6 %₀ anual, y lo rechazan, con razón, porque haciendo creer á las personas poco versadas en la ciencia del Cálculo, que prestan cantidades al 3, 4 ó 5 %₀ mensual, como puede verse en la multitud de anuncios que diariamente publican los periódicos y prestando en realidad al 10‘19 %₀, según acabamos de probar, el hecho del engaño ya no constituye un préstamo, ni siquiera una usura, sino una verdadera estafa, y en cuanto al de quedarse por adelantado con el dinero que legítimamente pertenece, hasta fin del primer mes, al que de buena fe aceptó el contrato, equivale á «apoderarse de lo ageno contra la voluntad de su dueño,» lo cual tiene en España su nombre propio, según el Diccionario de la Academia, y no es por cierto el de usura.

$$\text{Comisión} = \tfrac{1}{2}\ \%_0 \text{ de } 6000 = 30pts.$$

$$\text{Quedan efectivas } 6000 - 30 = 5970pts.$$

$$c = 5970; \quad C = 6000; \quad y = 6000 - 5970 = 53pts.$$

$$\text{Se recibirán en efectivo } 5970 - 53 = 5917pts.$$

Llamando ahora x y z á lo que cada prestamista debe recibir, como $1\frac{1}{2}$ meses=45 días, y 2 meses y 25 días=85 días, correspondiendo al año 360, sus respectivos intereses estarán representados por

$$\frac{x.6.\frac{45}{360}}{100} = \frac{x.45}{6000} = \frac{x.9}{1200} \quad \text{y} \quad \frac{z.6.\frac{85}{360}}{100} = \frac{z.85}{6000} = \frac{z.17}{1200};$$

luego á la vez deberá verificarse

$$x + z = 6000 \quad \text{y} \quad \frac{9x}{1200} + \frac{17z}{1200} = 53,$$

ecuaciones que, resueltas por las reglas conocidas (119), nos darán

$$\left.\begin{array}{r} x + \quad z = 6000 \\ 9x + 17z = 63600 \end{array}\right| \begin{array}{l} x = 6000 \quad - z \\ 8z = 63600 - 54000 = 9600 \end{array} \left| \begin{array}{l} z = 1200pts. \\ x = 4800pts. \end{array}\right.$$

Deberá entregar 4800*pts* al primero, que desembolsó

$$4800 - \frac{4800.9}{1200} = 4800 - 36 = 4764pts,$$

y 1200*pts* al segundo, que desembolsó

$$1200 - \frac{1200.17}{1200} = 1200 - 17 = 1183pts.$$

III.—Descuento simple.

156. El descuento, como el interés, del que en nada se diferencia bajo el punto de vista aritmético, se llama también SIMPLE, *cuando se rebaja en cada plazo del total adelantado.*

La distinción entre uno y otro estriba, únicamente, en lo que se refiere á la práctica del Comercio, por la forma y circunstancias en que se lleva á cabo, pues su cálculo puede hacerse de dos modos: *rebajando el interés correspondiente al capital líquido que se entrega*, en cuyo caso se llama RACIONAL, por descontarse realmente lo que corresponde al dinero adelantado, ó *rebajándolo del nominal que ha de cobrarse* á semejanza de lo hecho en los últimos problemas, lo cual, como hemos visto, constituye, por lo menos, un *abuso*, de donde toma el nombre de ABUSIVO, no obstante lo cual, es el que casi siempre se usa, por lo que también se le suele llamar COMERCIAL.

Para convencerse de lo absurdo que es esta clase de descuento, basta suponer que 100*pts* se descuentan comercialmente por un año al 122 por 100 de interés anual, que encontramos en el antepenúltimo problema, con lo cual resultaría que quien cediese un documento de crédito representativo de aquel valor á tal plazo, lejos de recibir nada por él, tendría aún que abonar 22*pts*, por la renuncia que de las primeras hiciese.

Sin embargo, como es el admitido por el uso en gran número de casos, deduciremos las fórmulas que sirven para resolver directamente todas las cuestiones fundamentales que pueden ocurrir, pues en cuanto al descuento verdadero ó racional, claro está *que se calculará por los mismos métodos, reglas y fórmulas que el interés*, representando en estas últimas, t el tanto por 100, n el tiempo referido á igual unidad, y el descuento, C el valor nominal del documento y c el efectivo ó líquido que se percibe ó se entrega.

Continuando con igual notación, sin más diferencia que representar por d el llamado descuento comercial, desde luego es evidente que,

$$d = C - c, \quad C = c + d, \quad c = C - d;$$

y como d no es más que el interés tomado del nominal C en vez del efectivo c,

$$d = \frac{Ctn}{100}; \quad c = C - \frac{Ctn}{100} = \frac{100C - Ctn}{100} = \frac{C(100 - tn)}{100},$$

de las cuales se deduce además inmediatamente:

$$C = \frac{100d}{tn}; \quad C = \frac{100c}{100 - tn}; \quad t = \frac{100d}{Cn}; \quad n = \frac{100d}{Ct};$$

las últimas de las cuales, en virtud de las primeras igualdades, equivalen á

$$t=\frac{100(C-c)}{Cn};\qquad t=\frac{100d}{(c+d)n};\qquad n=\frac{100d}{(c+d)t};\qquad n=\frac{100(C-c)}{Ct}.$$

Además, si en la segunda ó tercera de éstas quitamos el denominador, multiplicando ambos miembros por él y efectuamos las operaciones indicadas, tendremos

$$ctn+dtn=100d,\qquad ctn=100d-dtn=d\,(100-tn)$$

de donde

$$c=\frac{d(100-tn)}{tn};\qquad d=\frac{ctn}{100-tn},$$

expresiones que completan las quince análogas á las del descuento racional.

Para hacer más visibles las diferencias de los resultados, resolveremos á continuación las 10 cuestiones fundamentales semejantes á las que resolvimos en el interés, tomando como datos los mismos números.

Problema 1.°—Siendo $3000pts$ el líquido entregado por un documento de crédito pagadero á los 4 años, después de descontado comercialmente al $5\,^{0}/_{0}$ anual de interés simple, ¿cuál será el descuento cobrado y cuál el valor nominal?

$$d=\frac{3000.5.4}{100-5.4}=\frac{60000}{80}=750pts.$$

$$C=\frac{100.3000}{100.5.4}=\frac{300000}{80}=3750pts.$$

Problema 2.°—¿Cuál será el líquido que se entregará descontando comercialmente al $2\frac{1}{2}\,^{0}/_{0}$ semestral de interés simple, $3600pts$, que deben cobrarse á los 8 semestres, y cuál será el valor del descuento?

$$c=\frac{3600(100-2'5.8)}{100}=36.80=2880pts.$$

$$d=\frac{3600.2'5.8}{100}=36.20=720pts.$$

Problema 3.°—Entregando $3000pts$ después de descontar comercialmente 600, del nominal de un documento pagadero á los 4 años, ¿á qué tanto se ha descontado cada duro y cuál era dicho nominal?

$$t = \frac{100.600}{3600.4} = \frac{600}{144} = \frac{50}{12} = \frac{25}{6} = 4'1(6)°/_{0},\ \text{ó } 0'208(3) \text{ por duro (84)}.$$

$$C = 3000 + 600 = 3600 pts.$$

Problema 4.°—Para que un descuento comercial simple al $2\frac{1}{2}°/_{0}$ semestral ascienda á 600*pts*, entregando 3000, ¿cuál ha de ser el plazo del vencimiento y cuánto lo que se cobrará á su terminación?

$$n = \frac{100.600}{3600.2'5} = \frac{600}{36.2'5} = \frac{600}{90} = 6\frac{6}{9} = 6\frac{2}{3} \text{ semestres}$$

$$= 3 \text{ años } 4 \text{ meses};$$

$$C = 3000 + 600 = 3600 pts.$$

Problema 5.°—Para que el descuento comercial simple ascienda á 600*pts*, siendo el plazo de 48 meses y el tanto 0'25 por duro anual, ¿qué líquido deberá entregarse y cuál deberá ser el nominal?

$$0'25 \text{ por duro} = 5°/_{0}; \qquad 48 \text{ meses} = 4 \text{ años},$$

$$c = \frac{600(100-5.4)}{5.4} = 30.80 = 2400 pts;$$

$$C = \frac{100.600}{5.4} = 3000 pts.$$

Problema 6.°—Para que 3600*pts* nominales pierdan 600, siendo 4 años el plazo fijado para su cobro, ¿cuánto deberá percibirse y á qué tanto por 100 trimestral de interés simple se habrán de descontar comercialmente?

$$c = 3600 - 600 = 3000; \qquad 4 \text{ años} = 16 \text{ trimestres},$$

$$t = \frac{100.600}{3600.16} = \frac{150}{36.4} = \frac{75}{72} = 1'041(6)°/_{0} \text{ trimestral}.$$

Problema 7.°—Para descontar comercialmente 600*pts* de un nominal de 3600, siendo el tanto trimestral $1'25°/_{0}$ de descuento simple, ¿qué líquido debe entregarse y cuál debe ser el plazo consignado en el documento?

$$c = 3600 - 600 = 3000 pts,$$

$$n = \frac{100.600}{3600.1'25} = \frac{600}{45} = \frac{40}{3} = 13\frac{1}{3} \text{ trimestres} = 3 \text{ años } 4 \text{ meses}.$$

PROBLEMA 8.°—Para que 3600*pts* que han de cobrarse á los 4 años equivalgan á 3000 en el acto, ¿cuál debe ser la pérdida y cuál el tanto por 100 semestral de descuento comercial simple?

$$d = 3600 - 3000 = 600 pts; \qquad 4 \text{ años} = 8 \text{ semestres},$$

$$t = \frac{100.600}{3600.8} = \frac{75}{36} = \frac{25}{12} = 2'08(3)\%_0 \text{ semestral.}$$

PROBLEMA 9.°—¿A cuánto ascenderá el descuento y cuántos meses de plazo corresponderán á un nominal de 3600*pts*, por las cuales hay que entregar 3000, descontándolas comercialmente al 5%₀ anual de interés simple?

$$d = 3600 - 3000 = 600,$$

$$n = \frac{100.600}{3600.5} = \frac{120}{36} = \frac{30}{9} = 3\,\frac{3}{9} = 3\,\frac{1}{3} = 40 \text{ meses.}$$

PROBLEMA 10.°—Para que á 3600*pts* correspondan 600 de descuento comercial simple y se deban entregar 3000, ¿cuál debe ser el plazo del vencimiento y cuál el tanto por 100 de descuento?

157. Verificándose $C=c+d$, los tres datos no son realmente más que dos y la cuestión es indeterminada, como su análoga del interés, porque á cada valor que arbitrariamente demos á n ó t, corresponderá uno de la otra incógnita.

$$\text{Para } n = 1; \qquad t = \frac{100.600}{3600} = 16'(6)\%_0,$$

$$\text{» } n = 2; \qquad t = \frac{100.600}{3600.2} = \frac{25}{3} = 8'(3)\%_0,$$

$$\text{» } t = 1; \qquad n = \frac{100.600}{3600} = 16\,\frac{2}{3},$$

$$\text{» } t = 2; \qquad n = \frac{100.600}{3600.2} = 8\,\frac{1}{3}.$$

. . . .

$$\text{» } n = 4; \qquad t = \frac{100.600}{3600.4} = \frac{25}{6} = 4'1(6)\%_0 \text{ y}$$

$$\text{» } t = 5; \qquad n = \frac{100.600}{3600.5} = 3\,\frac{1}{3},$$

$$\text{» } n = 0; \qquad t = \frac{100.600}{3600.0} = \frac{60000}{0} = \infty \text{ (T. I, 199);}$$

es decir, que no hay ningún tanto capaz de producir descuento, de un nominal que ha de cobrarse en el acto ó que *no* se descuenta.

$$\text{Para } t = 0, \qquad n = \frac{100.600}{3600.0} = \frac{60000}{0} = \infty$$

es decir, que por lejano que el vencimiento se suponga, jamás se producirá descuento, si éste se verifica *sin* interés.

Problema 1.°—Para que á 3600*pts* correspondan 900 de descuento comercial simple y se deban entregar 3000, ¿cuál debe ser el plazo del vencimiento y cuál el tanto por 100 de descuento?

$$t = \frac{100.900}{3600.n} = \frac{25}{n}, \quad \text{de donde,} \quad nt = 25 \text{ prescindiendo de } c,$$

$$t = \frac{100.900}{3900.n} = \frac{300}{13n}, \quad \text{de donde,} \quad nt = 23\,\frac{1}{13} \text{ prescindiendo de } C,$$

y como estas igualdades son incompatibles, el problema es absurdo é imposible de resolver.

De cuantas reglas podrían enunciarse, en virtud de las fórmulas deducidas, deben, sobre todo, retenerse en la memoria las dos siguientes:

1.ª—*El descuento comercial se obtiene multiplicando el nominal por el tanto por* 100 *y por el tiempo, y dividiendo por* 100 *el producto.*

2.ª—*El nominal es la suma del líquido y del descuento,* siendo también conveniente para resolver varias cuestiones, recordar que:

3.ª—*El descuento comercial es igual al capital líquido multiplicado por el tanto por* 100 *y por el tiempo, dividido por la diferencia entre* 100 *y el producto de los dos últimos.*

4.ª—*El nominal es igual al producto del líquido por* 100, *partido por la diferencia entre este número y el resultado de multiplicar el tanto por el tiempo.*

5.ª—*El líquido, á la centésima parte del nominal, multiplicada por la diferencia entre* 100 *y el producto del tanto por el tiempo.*

Las restantes son fáciles de hallar y sirven de fundamento á todas las cuestiones de descuento comercial.

PROBLEMA 2.°—¿Cuál es el valor actual que corresponderá á 1000*pts* nominales, siendo el vencimiento á los 3 meses, el tanto de descuento simple comercial 6°/₀ anual y reteniendo además una comisión de $\frac{1}{2}$ °/₀ del nominal?

$$c = \frac{1000\left(100-6.\frac{3}{12}\right)}{100} = 10.98'5 = 985 pts.$$

$$\frac{1}{2}\ {}^{\circ}/_{0} \text{ de comisión} = \frac{1}{2}.10 = \underline{5} \text{ »}$$

$$980 pts.$$

PROBLEMA 3.°—Tres documentos de 1800*pts* nominales cada uno, vencen en plazos proporcionales á los números 17, 19 y 23, y son descontados comercialmente á 5°/₀ de interés simple por cada 360 dias, importando el descuento total 73'75*pts*. ¿Cuál será el plazo de cada uno y el descuento parcial que le corresponderá?

Llamande x, y, z á los tres descuentos, y n, n', n'', á los días de vencimiento, el descuento equivaldrá á $\frac{5}{360}$ por día, y deberemos tener:

$$x = \frac{1800.\frac{5}{360}.n}{100} = \frac{n}{4}; \qquad y = \frac{1800.\frac{5}{360}.n'}{100} = \frac{n'}{4};$$

$$z = \frac{1800.\frac{5}{360}.n''}{100} = \frac{n''}{4};$$

ó bien, $4x=n$, $4y=n'$, $4z=n''$,
y como además, según el enunciado

$$x+y+z=73'75 \quad \text{y} \quad n:17::n':19::n'':23$$

podemos establecer y resolver por el método general (120) seis sencillas ecuaciones con seis incógnitas, que probablemente formarán un sistema determinado, y que en este caso especial pueden resolverse más fácilmente, como ejemplo de la variada multitud de recursos que ofrece el cálculo.

En efecto, de las primeras igualdades se deduce $n+n'+n''=4(x+y+z)=4.73'75=295$, y de la serie de razones iguales (57)

$$\begin{array}{lll} n\ :17::n+n'+n'':17+19+23, & ó, & n\ :17::295:59 \\ n'\ :19::n+n'+n'':17+19+23, & ó, & n':19::295:59 \\ n'':23::n+n'+n'':17+19+23, & ó, & n'':23::295:59 \end{array}$$

y siendo $295:59=5$,

$$\begin{array}{llll} n\ =17.5=\ 85 \text{ días}; & x=\frac{85}{4}=21'25 pts & \text{para} & \text{uno,} \\ n'\ =19.5=\ 95\ \text{»}\ ; & y=\frac{95}{4}=23'75\ \text{»} & \text{»} & \text{otro,} \\ n''=23.5=115\ \text{»}\ ; & z=\frac{115}{4}=28'75\ \text{»} & \text{»} & \text{el tercero.} \end{array}$$

IV.— Casos más frecuentes.

158. Aun cuando las fórmulas que hemos encontrado para el interés y descuento simple, son completamente generales y resuelven todos los casos, sin más condición que la de referir el tanto á 100 unidades, si no lo está en el enunciado y á igual unidad de tiempo que la duración del préstamo ó el plazo del vencimiento, como en las cuestiones comerciales se trata casi siempre de meses ó de días, y es costumbre que el tanto sea anual, para evitar la introducción de las fracciones $\frac{t}{12}$, $\frac{t}{365}$, $\frac{n}{12}$ ó $\frac{n}{365}$ que hemos tenido que emplear en algunos de los anteriores problemas, puede suponerse siempre que t se refiere á años y que n es un número exacto de meses ó de días, en cuyo caso conviene modificarlas para facilitar su aplicación.

Antes de hacerlo empezaremos por advertir, que *en el Comercio* no solo se admite el descuento abusivo, sino que *el año se considera compuesto de 12 meses de 30 días*, ó sea de 360 días, á pesar de que el único *legal* es el de 365.

Suele darse por excusa que de este modo se simplifican los cálculos y que la diferencia es insignificante; pero la verdad es que así se cobra más interés del que corresponde al capital prestado y se retiene más descuento.

En cuanto á lo insignificante de la diferencia, cualquiera puede repetir el cálculo de M. Passot, que suponiendo hace una casa de banca 100 descuentos al año y al 6°/₀, sobre valores de 50000*pts*, por término medio, encuentra que entre operar con el año legal y el comercial, hay para el banquero, al cabo de 10 años, una diferencia de 54914*pts*.

Respecto al mecanismo de Cálculo, cierto es que se simplifica algo; pero ni aun esto puede servir para justificar el nuevo é ilegal abuso, porque obtenido el interés para el supuesto año de 360 días, es muy fácil encontrar el legal y verdadero, según vamos á ver determinando las fórmulas para estos casos particulares, que es evidente se obtendrán sustituyendo en las conocidas $\frac{n}{12}$ y $\frac{n}{360, \text{ ó}, 365}$, según que n exprese meses, ó días comerciales ó legales, pues si se trata, por ejemplo, de 7 meses ó 7 días, claro está que estos números equivaldrán á $\frac{7}{12}$, ó $\frac{7}{360, \text{ ó}, 365}$ de año, unidad de tiempo á que suponemos se refiere el tanto por 100.

Haciéndolo así tendremos, por consiguiente, para el interés ó descuento racional y para el comercial, además de las tres relaciones generales (155 y 156)

$$y, \quad \text{ó} \quad d = C - c; \quad C = c + y, \quad \text{ó} \quad c + d;$$
$$c = C - y, \quad \text{ó}, \quad C - d.$$

Para meses:

$$y = \frac{ct.\frac{n}{12}}{100} = \frac{ctn}{1200}; \qquad y = \frac{Ct.\frac{n}{12}}{100+t.\frac{n}{12}} = \frac{Ctn}{1200+tn},$$

$$d = \frac{Ct.\frac{n}{12}}{100} = \frac{Ctn}{1200}; \qquad d = \frac{ct.\frac{n}{12}}{100-t.\frac{n}{12}} = \frac{ctn}{1200-tn},$$

$$C = \frac{c\left(100+t.\frac{n}{12}\right)}{100} = \frac{c(1200+tn)}{1200}; \qquad C = \frac{y\left(100+t.\frac{n}{12}\right)}{t.\frac{n}{12}} = \frac{y(1200+tn)}{tn}$$

$$C = \frac{100c}{100-t.\frac{n}{12}} = \frac{1200c}{1200-tn}; \qquad C = \frac{100d}{t.\frac{n}{12}} = \frac{1200d}{tn},$$

$$c = \frac{100C}{100+t.\frac{n}{12}} = \frac{1200C}{1200+tn}; \qquad c = \frac{100y}{t.\frac{n}{12}} = \frac{1200y}{tn},$$

$$c = \frac{C\left(100-t.\frac{n}{12}\right)}{100} = \frac{C(1200-tn)}{1200}; \qquad c = \frac{d\left(100-t.\frac{n}{12}\right)}{t.\frac{n}{12}} = \frac{d(1200-tn)}{tn}$$

$$t = \frac{100y}{c.\frac{n}{12}} = \frac{1200y}{cn}; \qquad t = \frac{100(C-c)}{c.\frac{n}{12}} = \frac{1200(C-c)}{cn};$$

$$t = \frac{100y}{(C-y)\frac{n}{12}} = \frac{1200y}{(C-y)n},$$

$$t = \frac{100d}{C.\frac{n}{12}} = \frac{1200d}{Cn}; \qquad t = \frac{100(C-c)}{C.\frac{n}{12}} = \frac{1200(C-c)}{Cn};$$

$$t = \frac{100d}{(c+d)\frac{n}{12}} = \frac{1200d}{(c+d)n},$$

y de estas seis últimas:

$$n = \frac{1200y}{ct}; \qquad n = \frac{1200(C-c)}{ct}; \qquad n = \frac{1200y}{(C-y)t};$$

$$n = \frac{1200d}{Ct}; \qquad n = \frac{1200(C-c)}{Ct}; \qquad n = \frac{1200d}{(c+d)t}.$$

Para días comerciales ó legales,
efectuando con 360, ó 365, las mismas operaciones que con 12,

$$y = \frac{ctn}{36000,\ \text{ó}\ 36500}; \quad y = \frac{Ctn}{(36000,\ \text{ó}\ 36500)+tn},$$

$$d = \frac{Ctn}{36000,\ \text{ó}\ 36500}; \quad d = \frac{ctn}{(36000,\ \text{ó}\ 36500)-tn},$$

$$C = \frac{c[(36000,\ \text{ó}\ 36500)+tn]}{36000,\ \text{ó}\ 36500}; \quad C = \frac{y[(36000,\ \text{ó}\ 36500)+tn]}{tn},$$

$$C = \frac{(36000,\ \text{ó}\ 36500)c}{(36000,\ \text{ó}\ 36500)-tn}; \quad C = \frac{(36000,\ \text{ó}\ 36500)d}{tn},$$

$$c = \frac{(36000,\ \text{ó}\ 36500)C}{(36000,\ \text{ó}\ 36500)+tn}; \quad c = \frac{(36000,\ \text{ó}\ 36500)y}{tn},$$

$$c = \frac{C[(36000,\ \text{ó}\ 36500)-tn]}{36000,\ \text{ó}\ 36500}; \quad c = \frac{d[(36000,\ \text{ó}\ 36500)-tn]}{tn},$$

$$t = \frac{(36000,\ \text{ó}\ 36500)y}{cn}; \quad t = \frac{(36000,\ \text{ó}\ 36500)(C-c)}{cn}; \quad t = \frac{(36000,\ \text{ó}\ 36500)y}{(C-y)n},$$

$$t = \frac{(36000,\ \text{ó}\ 36500)d}{Cn}; \quad t = \frac{(36000,\ \text{ó}\ 36500)(C-c)}{Cn}; \quad t = \frac{(36000,\ \text{ó}\ 36500)d}{(c+d)n},$$

$$n = \frac{(36000,\ \text{ó}\ 36500)y}{ct}; \quad n = \frac{(36000,\ \text{ó}\ 36500)(C-c)}{ct}; \quad n = \frac{(36000\ \text{ó}\ 36500)y}{(C-y)t},$$

$$n = \frac{(36000,\ \text{ó}\ 36500)d}{Ct}; \quad n = \frac{(36000,\ \text{ó}\ 36500)(C-c)}{Ct}; \quad n = \frac{(36000,\ \text{ó}\ 36500)d}{(c+d)t},$$

expresiones que pueden análogamente traducirse en reglas, muy fáciles unas y otras de recordar, pues solo se diferencian de las generales, en que el número 100 está reemplazado por 1200, 36000 ó 36500.

De los valores encontrados para d, en función de C, t y n, se deduce que la diferencia entre el descuento comercial que se calcule para el supuesto año de 360 días y el de 365, será

$$\frac{Ctn}{36000} - \frac{Ctn}{36500} = \frac{Ctn(36500-36000)}{36000.36500} = \frac{Ctn}{36000} \cdot \frac{500}{36500} = \frac{Ctn}{36000} \cdot \frac{1}{73},$$

es decir, el descuento que se acostumbra á calcular dividido por 73 ó multiplicado por $\frac{1}{73} = 0'01\,\frac{1}{3}$ aproximadamente, por lo cual, rebajando este cociente *ó* producto del resultado, no hay inconveniente en usar el denominador 36000, teniendo presente que:

El interés ó descuento legal correspondiente al año civil, es igual al que corresponde al año comercial, disminuido en su

73 ava parte exactamente, ó en su centésima parte y tercio de ésta, con bastante aproximación.

Problema.—Calcular por medio de la fórmula más sencilla, el interés ó descuento racional y el comercial que correspondería legalmente por 146 días, suponiendo el tanto 6%, á un capital efectivo ó nominal de 12000*pts*.

$$\text{Interés ó descuento} = \frac{12000.6.146}{36000} = 2.146 = 292pts \begin{array}{|l} 73 \\ \hline 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \hline 288pts, \text{ exactamente} \end{array}$$

$$292 - 2'92 - 0'97 = 288'11pts, \text{ aproximadamente.}$$

Diferencia en 12000*pts*. . . . . . 0'11 de *pt*.

V.— Métodos prácticos.

159. El gran número de intereses y descuentos que en el Comercio hay que calcular para meses y días, y lo conveniente que es, por tanto, *llegar á la determinación de sus valores con toda la rapidez posible*, ha sido causa de que se hayan ideado varios métodos prácticos para conseguir dicho fin, algunos de los cuales exigen la introducción de nuevas cantidades en las fórmulas

$$y = \frac{ctn}{1200,\ 36000,\ ó\ 36500}; \qquad d = \frac{Ctn}{1200,\ 36000,\ ó\ 36500},$$

que únicamente se diferencian en el valor del capital que se considera, por lo cual solo operaremos con la primera, ya que cuanto se diga para ella, será igualmente aplicable á la segunda.

Multiplicador fijo se llama al *cociente de dividir el tanto por* 100, *por* 1200, 36000 ó 36500, según se trate de meses, dias comerciales ó días legales, cociente que representado por M, convierte la fórmula en

$$y = \frac{ctn}{1200,\ 36000,\ ó\ 36500} = \frac{cn[t:(1200,\ 36000,\ ó\ 36500)]}{(1200,\ 36000,\ ó\ 36500):(1200,\ 36000,\ ó\ 36500)}$$

$$= \frac{cnM}{1} = cnM,$$

ya que el valor de una fracción no se altera aunque sus dos términos se dividan por un mismo número (T. I, 58) y el cociente de dos cantidades iguales, es siempre 1.

Este resultado nos enseña que en los citados casos:

Para calcular el interés ó el descuento, basta multiplicar el capital por el tiempo y por el multiplicador fijo que corresponda al tanto por 100 anual.

Problema.—¿Qué interés simple produciría un capital de 2840*pts* prestadas al 5°/₀ anual, durante 8 meses?

$$M = 5:1200 = 0'004165;$$

$$y = 2840.8.0'004165 = 94'63 pts.$$

Esta regla en nada abreviaría el cálculo, y hasta casi siempre lo dificultaría, si para cada caso especial se tuviera que hallar el multiplicador; pero este inconveniente se evita, dividiendo por 1200, 36000 y 36500, los tantos más usuales que comenzando por $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, ó 1, continúen en progresión por diferencia (T. I, 152) hasta el límite que se desee; una vez encontrados los cocientes, se colocan los tantos en columna, y á su derecha en una ó varias, encabezadas con los números 1200, 36000 ó 36500, los valores de esos cocientes, con lo cual se puede encontrar inmediatamente el multiplicador que corresponde á un tanto dado.

La Tabla XIII, calculada de este modo, contiene los multiplicadores fijos que corresponden á los tantos 1, $1\frac{1}{2}$, 2, $2\frac{1}{2}$... hasta 15°/₀, con un error en los aproximados más pequeño que 0'000001.

Operando con las restantes fórmulas, como lo hemos hecho con la del interés, se podrían hallar los valores de los capitales, tanto y tiempo, en función de los multiplicadores fijos, lo que recomendamos á los lectores como ejercicio, prescindiendo nosotros de hacerlo, porque en la práctica solo se aplican al cálculo del interés ó descuento, y aun raras veces.

160. Divisor fijo, es el *cociente de dividir por el tanto*, 1200, 36000 ó 36500, según se trate de meses, días comerciales ó días legales, cociente que podemos representar por D, con lo

cual, dividiendo ambos términos de la fórmula por t, tendremos:

$$y = \frac{ctn}{1200,\ 36000,\ \text{ó}\ 36500} = \frac{cn}{(1200,\ 36000,\ \text{ó}\ 36500):t} = \frac{cn}{D},$$

por consiguiente,

Para encontrar el interés ó el descuento, basta multiplicar el capital por el tiempo y dividir el producto por el divisor fijo que corresponda al tanto por 100 anual.

Problema.—Habiéndose descontado racionalmente al 5°/₀ anual un documento de crédito cobrable á los 146 días, han tenido que entregarse 2840*pts.* ¿Cuál ha sido el descuento simple?

Comercialmente en cuanto á la duración del año.

$$D = 36000 : 5 = 7200$$

$$y = \frac{2840.146}{7200} = \frac{414640}{7200} = 57'59 pts.$$

Legalmente, D=36500:5=7300

$$y = \frac{2840.146}{7300} = \frac{414640}{7300} = 56'80 pts.$$

Este método, que es el que casi siempre se emplea en España, aunque no el más ventajoso, exige también, para llenar su objeto, la formación de una tabla análoga en todo á la de los multiplicadores fijos, según puede verse en la que con el número XIV se hallará al final del volumen, con los divisores y tantos más frecuentemente empleados desde 1 hasta 15°/₀, los que no hemos calculado como para los multiplicadores en progresión por diferencia, para que no se crea es indispensable, ni siquiera conveniente á veces esta condición.

En ella se notarán, además, muchos lugares en blanco, que corresponden á los *cocientes inexactos*, pues cuando esto sucede, el empleo del divisor fijo, lejos de abreviar el cálculo, lo complicaría en la mayor parte de los casos, razón por la cual se ha modificado el procedimiento, dando origen al que inmediatamente expondremos.

161. El frecuente uso que de los divisores fijos se hace en nuestro país, nos obliga, sin embargo, antes, á introducirlos en las fórmulas, dividiendo ambos términos de las conocidas (158) por t, con lo cual es evidente se tendrán las siguientes, que en

ciertos casos puede convenir conocer:

$$y=\frac{cn}{D};\quad y=\frac{Cn}{D+n};\quad d=\frac{Cn}{D};\quad d=\frac{cn}{D-n},$$
$$C=\frac{c(D+n)}{D};\quad C=\frac{y(D+n)}{n};\quad C=\frac{Dc}{D-n};\quad C=\frac{Dd}{n},$$
$$c=\frac{DC}{D+n};\quad c=\frac{Dy}{n};\quad c=\frac{C(D-n)}{D};\quad c=\frac{d(D-n)}{n},$$
$$n=\frac{Dy}{c}=\frac{D(C-c)}{c}=\frac{Dy}{C-y};\quad n=\frac{Dd}{C}=\frac{D(C-c)}{C}=\frac{Dd}{C-d}.$$

Como se ve á la simple inspección de estas igualdades, los divisores fijos enteros pueden emplearse con ventaja en algunos otros casos, y especialmente *cuando no está combinado por suma ó diferencia con otras cantidades,* es decir, cuando se trata de calcular el descuento comercial, conocidos el nominal, el tanto y el tiempo; el segundo ó el último en función de los otros tres; el capital primitivo, dados el tanto, interés y tiempo, y éste cuando se saben los valores de los otros.

PROBLEMA 1.°—¿Dentro de cuánto tiempo deberá cobrarse un documento de 2840*pts* nominales, cuyo descuento comercial simple ha ascendido á 56'80*pts*, siendo el tanto 5%?

Comercialmente, $n=\frac{7200.56'80}{2840}=\frac{40896}{284}=\frac{10224}{71}=144$ días.

Legalmente, $n=\frac{7300.56'80}{2840}=\frac{41464}{284}=\frac{10366}{71}=146$ días.

ESCOLIO.—En estos problemas deben tomarse siempre por exceso los resultados inexactos, pues un vencimiento de $143\frac{67}{71}$ días, equivale en la práctica á 144.

PROBLEMA 2.°—¿Qué capital deberá prestarse al 5% de interés simple anual para que éste sea de 56'80*pts* en 146 días?

Comercialmente, $c=\frac{7200.56'80}{146}=\frac{408960}{146}=\frac{204480}{73}=2801'10pts.$

Legalmente, $n=\frac{7300.56'80}{146}=\frac{414640}{146}=\frac{207320}{73}=2840pts.$

ESCOLIO.—Los comerciantes acostumbran á llamar NÚMERO, al *producto del capital por los días,* como si los demás datos que con este producto se combinan en las cuestiones de interés y descuento fueran alguna otra cosa distinta.

Respecto al tanto por 100 de que depende el valor del divisor fijo, puede también calcularse por medio de éste, siempre que se conozcan el tiempo n y dos de las tres cantidades c, C, é y, ó d.

En efecto; conocidas dos de éstas, tendremos, en virtud de las anteriores fórmulas

$$D = \frac{cn}{y};\quad D = \frac{Cn}{d};\quad D = \frac{(C-y)n}{y};\quad D = \frac{(c+d)n}{d};\quad \text{y}$$

$$D = \frac{cn}{C-c},\quad \text{ó}\quad D = \frac{Cn}{C-c},$$

según se trate de interés ó descuento comercial.

Podemos, por consiguiente, hallar el valor de D y buscarlo en la tabla, en la que á la izquierda hallaremos el del tanto correspondiente, si se encuentra en ella.

Si no se encontrase, fácil sería determinar aproximadamente su valor á simple vista, ya que para los tantos nunca se toman fracciones de muchas cifras; pero si se quiere puede calcularse con exactitud, observando que en virtud de la definición deberá verificarse

$$t = \frac{1200,\ 36000,\ \text{ó}\ 36500}{D},$$

cociente bien sencillo de obtener.

Problema 3.°—¿A qué tanto por 100 se habrán descontado comercialmente 2840*pts*, que han de cobrarse dentro de 146 días, habiendo importado el descuento simple 56'80*pts*?

$$D = \frac{2840.146}{56'80} = \frac{414640}{56'80} = \frac{518300}{71} = 7300,$$

divisor que no se encuentra en la columna 36000 de la tabla; pero que se diferencia relativamente poco del 7200 correspondiente al 5%, por lo que el tanto buscado no debe ser muy inferior á éste, y observando que el 8000 que corresponde al $4\frac{1}{2}$% se diferencia del siguiente en 800, ó sea 8 veces más, podemos tomar por valor aproximado $5 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8} = 5 - \frac{1}{16} = 4\frac{15}{16} = 4'93$, que es el mismo que hallaríamos dividiendo 36000 por 7300.

162. Divisor constante, es *el que se emplea siempre* por algunos *como divisor fijo*, para evitar el inconveniente de que éste pueda ser fraccionario y el trabajo de hallarlo por división, ó de consultar la tabla.

Cualquier número puede servir de divisor constante, que corresponderá, según sabemos, al tanto expresado por el cociente de dividir por él, 1200, 36000 ó 36500, tanto erróneo, generalmente á que se calcula el interés ó descuento, por lo que, una vez hallado, es preciso efectuar la corrección necesaria para obtener el verdadero.

Si en vez del tanto que debe producir y, tomamos uno, t menor ó mayor que él cometiendo un error e, el resultado R que encontremos será erróneo por defecto ó por exceso, en E, por ejemplo, y como es evidente que se verificará

$$t:e::R:E, \qquad \text{de donde} \qquad E = \frac{Re}{t} = R \cdot \frac{e}{t},$$

el verdadero interés será

$$y = R \pm R \cdot \frac{e}{t},$$

es decir, que:

Empleando un divisor constante, se obtendrán el interés ó descuento simples, añadiendo ó quitando al resultado su producto, por el cociente que resulte de dividir por el tanto correspondiente el error que en el mismo se cometa, según sea por defecto ó por exceso.

Problema 1.°—¿Cuál sería al 4°/$_0$ anual, el interés simple de de 2840*pts*, prestadas por 146 días?

Suponiendo usemos 6000 como divisor constante, correspondiente al tanto por 100, 36000:6000=6 si se trata de años comerciales, ó 7300 que corresponderá á 36500:7300=5°/$_0$ en los legales, tendremos que rebajar del resultado $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ en el primer caso y $\frac{1}{5}$, en el segundo; luego

$$\text{Comercialmente,}\quad y=\frac{2840.146}{6000}=\frac{41464}{600}=69\text{‘}10pts.$$

$$\text{Corrección, } \frac{1}{3}=\underline{23\text{‘}03} \text{ »}$$

$$\text{Interés verdadero}=46\text{‘}07pts.$$

$$\text{Legalmente,}\quad y=\frac{2840.146}{7300}=\frac{41464}{730}=56\text{‘}80pts.$$

$$\text{Corrección } \frac{1}{5}=\underline{11\text{‘}36} \text{ »}$$

$$\text{Interés verdadero}=45\text{‘}44pts.$$

Tendiendo este método, como todos los prácticos, á simplificar el cálculo, el divisor que se escoja debe *facilitar*, no solo *la división*, sino también *la corrección que ha de hacerse en el resultado*, para lo cual conviene sea de un valor intermedio entre los más comunes y termine en el mayor número posible de ceros.

Por esta razón se usan generalmente para meses, días comerciales y días legales, los divisores 200, 6000 y 7300, que suponen tantos iguales á 6 los dos primeros y á 5 el último.

Sea cual sea el que se elija, conviene también formar una tabla de las correcciones que deberán hacerse en los resultados, lo cual es muy sencillo por la regla dada, tabla de la cual se eliminan aquellas que no están indicadas por *partes alícuotas de la unidad* (T. I, 227) ó por unidades decimales, pues exigiendo entonces dos operaciones, no se debe emplear este método, ó por lo menos el divisor escogido.

La impresa al final con el número XV, contiene las que hay que hacer empleando esos divisores, para todos los tantos que se diferencian en $\frac{1}{2}$, desde 1 hasta 15.

PROBLEMA 2.º—¿Cuál sería el interés simple de 2840*pts*, prestadas por 146 días al 11°/₀ anual?

Comercialmente, ó sea para el año de 360 días, no encontraríamos corrección en la tabla, lo cual nos indica que no conviene emplear en este caso el divisor constante 6000, porque, en efecto, la que debería hacerse sería de $\frac{11-6}{6}=\frac{5}{6}$, que exigiría la multiplicación del resultado por 5 y la división del producto por 6, sin contar las restantes operaciones, lo que haría su conconjunto más difícil que el cálculo directo.

Legalmente, encontraríamos $+1'2$ para valor de la corrección, y por lo tanto,

$$y = \frac{2840.146}{7300} = \frac{41464}{730} = 56'80 pts.$$

$$\text{Corrección} + 1'2\ldots\ldots \quad \underline{11'36} \text{ »}$$

$$\text{Interés verdadero} = 124'96 pts.$$

Según puede verse en este ejemplo, cuando la corrección aditiva que debe hacerse es mayor que 1, *basta escribir la correspondiente á la parte fraccionaria*, puesto que siendo R el resultado,

$$R.1'2 = R + R.0'2,$$

siendo suficiente, por tanto, multiplicarle por 0'2 y tomar sus cifras dos veces por sumando en vez de una, diciendo: 0'2 por 8 *décimas*, 16 centésimas; 1 y 2.6=12, 13; 1 y 2.5=10, 11; y después, 0 y 0 y 6, 6; 8 y 8, 16, y 3, 19; 1 y 6, 7, y 6, 13, y 1, 14; 1 y 5, 6, y 5 y 1, 12.

VI.— Casos particulares.

163. Las fórmulas encontradas en función del divisor fijo para las diversas incógnitas que podemos vernos obligados á calcular en los problemas de interés y descuento, originan grandes simplificaciones en todos los casos particulares en que el divisor fijo es múltiplo ó submúltiplo de alguno de los factores que entran en el término opuesto de la fracción.

Así, por ejemplo, de la igualdad demostrada (161)

$$C = \frac{c(D+n)}{D},$$

podríamos deducir para el caso en que fuese $c = Dm$, siendo m un número entero cualquiera ó una fracción que tuviera 1 por numerador,

$$C = \frac{Dm(D+n)}{D} = m(D+n),$$

y por consiguiente, que si el capital prestado ó líquido, es múltiplo ó submúltiplo del divisor fijo que corresponda al tanto dado, el final ó nominal será igual al propio múltiplo ó submúltiplo del divisor, más el tiempo.

Análogamente se podrían encontrar otra multitud de expresiones enunciando *un conjunto de reglas para casos especiales*, á que suele darse el nombre de MÉTODO DE LOS MÚLTIPLOS Y SÚBMÚLTIPLOS, reglas que en su gran mayoría carecen de importancia práctica por la poca frecuencia de su posible aplicación.

Hay, sin embargo, dos que ofrecen verdadero interés, por servir de fundamento á otro método práctico muy usual, que son las dos siguientes:

1.ª—*Si el capital es múltiplo ó submúltiplo del divisor fijo, el interés ó el descuento simple será igual al mismo múltiplo ó submúltiplo del tiempo.*

En efecto, de las igualdades (161)

$$y=\frac{cn}{D}, \qquad ó \qquad d=\frac{Cn}{D},$$

se deduce inmediatamente para $c=Dm$, ó, $C=Dm$

$$y=\frac{Dnm}{D}=mn, \qquad ó \qquad d=\frac{Dmn}{D}=mn.$$

COROLARIO.—*Si el capital es igual al divisor fijo, el interés ó descuento comercial simple será igual al tiempo*, porque entonces $m=1$.

EJEMPLOS. 9000*pts*, prestadas ó descontadas comercialmente, al 4 por 100 anual, siendo la duración del préstamo ó vencimiento de 146 días, originarían uu interés ó descuento comercial simples de 146*pts*; el interés ó descuento abusivo, pero legal, de 7300 pesetas, siendo el tanto 5 por 100 y el tiempo igual, serían también de 146*pts*; el de 200 pesetas, siendo 8 meses el tiempo y 6 por 100 el tanto, sería de 8*pts*.

2.ª—*Si el divisor fijo es múltiplo ó submúltiplo del tiempo, el interés ó el descuento simple, será igual al mismo submúltiplo ó múltiplo del capital.*

Porque de las mismas igualdades, resulta, suponiendo $D=mn$,

$$y=\frac{cn}{mn}=\frac{c}{m}, \qquad ó \qquad d=\frac{Cn}{mn}=\frac{C}{m}.$$

COROLARIO.—*Un capital produce su centésima parte en un* *tiempo igual á la centésima parte del divisor fijo correspondiente al tanto*, ya que para $n=\frac{D}{100}$, ó lo que es lo mismo, $D=100n$, se tendrá $y=\frac{c}{100}$.

EJEMPLOS.—2840*pts* prestadas ó descontadas comercialmente al 4 por 100 anual, siendo la duración del préstamo ó vencimiento de 90 días, originarían un interés ó descuento comercial simples de 28'40*pts*; el interés ó descuento abusivo, pero legal, sería el mismo para el propio capital, si el tanto era 5 por 100 y el tiempo 73 días; siendo éste 2 meses y el tanto 6 por 100, también se obtendría el propio resultado.

164. En las dos consecuencias anteriores, se fundan los MÉTODOS DE LAS PARTES ALÍCUOTAS, que si bien en realidad constituyen un solo procedimiento esencial, expresamos en plural, porque las partes alícuotas pueden relacionarse con el capital ó con el tiempo.

Efectivamente, *descomponiendo el capital en múltiplos ó submúltiplos del divisor fijo*, cuyos intereses se podrán escribir de memoria ó por medio de una sencillísima operación mental, y colocados éstos en columna, *darán* rápidamente *una suma que será el interés buscado.*

PROBLEMA 1.º—¿Cuál sería el descuento comercial de 2840 *pesetas*, suponiendo 5 por 100 el tanto y 146 días el tiempo?

Divisor comercial, 36000:5=7200; Divisor legal, 36500:5 =7300.

Comercialmente,	7200 producirán	146	*pts.*
$\frac{1}{3}$ de 7200.	2400 »	48'67 »	
$\frac{1}{6}$ » 2400.	400 »	8'11 »	
$\frac{1}{10}$ » 400.	40 »	0'81 »	
	2800	57'59 »	

	Legalmente,	7300 producirán 146	*pts.*
$\frac{1}{10}$ de 7300.	730	»	14'6 »
2.730.	1460	»	26'2 »
$\frac{1}{4}$ » 1460.	365	»	7'3 »
$\frac{1}{5}$ » 365.	73	»	1'46 »
2.73.	146	»	2'92 »
$\frac{1}{73}$ » 73.	1	»	0'02 »
	65	»	1'30 »
	2840		56'80*pts.*

Según se ve, el método de las partes alícuotas del capital deja de ser práctico, y se hace más difícil que el cálculo directo cuando ha de referirse al año legal, por el corto número de divisores enteros de 7300 cuando el tanto es 5% y los valores fraccionarios que adquiere para la mayoría de los restantes.

Este es, pues, uno de los casos en que siempre debe operarse con el año comercial, modificando luego el resultado del modo que dijimos en el párrafo 158.

Cierto es que el capital pudiera descomponerse en sumandos fraccionarios; pero esto complicaría las operaciones en vez de abreviarlas.

El más rápido, breve y fácil de todos los métodos, y el que prefieren, por tanto, los verdaderos prácticos, aunque sea poco usado por los que en España se dan este nombre, es el que resulta de *calcular los intereses que corresponden al tiempo descompuesto en múltiplos y submúltiplos,* ó como generalmente se dice, *en partes alícuotas*, tomando como BASE del cálculo, *el cociente de dividir por el tanto anual el número de partes en que el año se considere subdividido*, ó sea la centésima parte del divisor fijo, puesto que

$$\frac{D}{100} = \frac{(1200,\ 36000,\ \text{ó}\ 36500):t}{100} = (12,\ 360,\ \text{ó}\ 365):t.$$

A este número de meses ó días, corresponderá, según sabemos, *un interés igual á la centésima parte del capital*, que se obtendrá separando dos cifras decimales, *y partiendo de ese* *tiempo é interés*, siempre será fácil *descomponer el que falte ó exceda en sumandos que equivalgan á partes alícuotas*, deduciendo de memoria lo que corresponda á cada una, *cuya suma ó diferencia con las otras determinará el total.*

PROBLEMA 2.°—Resolver el anterior por este método.

Base del cálculo, 2840*pts*, produccen de interés:

En	72	días.	28'40*pts*.
»	72	»	28'40 »
»	2	»	0'79 »
	146	»	57'59*pts*.

De otro modo, para no tener que dividir 28'40 por 36:

En	72	días.	28'40*pts*.
»	36	»	14'20 »
»	18	»	7'10 »
»	18	»	7'10 »
»	2	»	0'79 »
	146	»	57'59*pts*.

La casualidad de ser 146=73 2 y 5 el tanto por 100, haría en este problema sumamente fácil encontrar el interés legal por el mismo procedimiento, puesto que la base serían los 73 días; pero esto, como hemos dicho, ocurrirá rarísimas veces.

165. El inconveniente de este método, es que *con frecuencia debe partirse de una base fraccionaria* que imposibilita su aplicación, por no considerarse nunca en la práctica que un capital devengue intereses simples en tiempos menores que 1 día; pero este inconveniente se evita, como su análogo el de los divisores fijos (162) eligiendo una BASE CONSTANTE que *siempre sirve de punto de partida.*

Esta base puede ser evidentemente cualquiera de los divisores de 12, 360 ó 365, que corresponderá al tanto indicado por el cociente; pero como conviene para hallar fácilmente las partes alícuotas que tenga el mayor número posible de divisores, lo común es emplear *para los meses y años comerciales* 2 y 60, que corresponden á los tantos 12:2=360:60=6 por 100, no aplicando el método á los años legales.

Escogida la base y sabiendo ó determinando el tanto, probablemente erróneo, á que se ha calculado el interés, puede hallarse en cada caso particular la *corrección* que ha de hacerse en el resultado para obtener el verdadero ó formar la tabla *de que hablamos al ocuparnos del divisor constante* (162).

Problema.—Resolver el anterior por este procedimiento.

Comercialmente,	En 60 días al 6%.	28'40*pts.*
	» 60 » » »	28'40 »
	» 20 » » »	9'47 »
	» 5 » » »	2'37 »
	» 1 » » »	0'47 »
	146 » » »	69'11 »
	» 5% $\frac{1}{6}$ . . .	11'52 »
	Descuento pedido.	57'59*pts.*
	Legalmente. . . . $\frac{1}{73}$	0'79 »
	Descuento.	56'80*pts.*

De estos métodos prácticos, que pueden considerarse como generales, se han deducido algunas otras reglas especiales que ninguna ventaja presentan, y suelen ser tan dificultosas como la de Graillat, fundada en el interés que un capital produce en 1 día al 4 por 100 anual, que no es, según se ve, más que una modificación del de base constante, que complica el cálculo en lugar de abreviarlo.

Por esta razón prescindimos de ellas, así como de muchos casos particulares referentes al cálculo de los capitales, tiempo y tanto, entre los cuales solo mencionaremos los tres que pueden encerrar más importancia práctica.

166. Es el primero la investigación del tiempo que un capital debe estar prestado á interés simple, para duplicarse, triplicarse, ó en general, convertirse en cualquier múltiplo suyo, tal como cm, valor que sustituído en la fórmula del tiempo (161), la convierte en

$$n = \frac{D(C-c)}{c} = \frac{Dc(m-c)}{c} = \frac{Dc(m-1)}{c} = D(m-1),$$

enseñándonos que:

1.°—*El tiempo necesario para que un capital prestado á interés simple se convierta en cualquier múltiplo suyo, es igual al inmediatamente inferior del divisor fijo correspondiente al tanto por* 100 *anual.*

PROBLEMA 1.°—¿Cuánto tiempo se necesitaría para triplicar un capital prestado á interés simple al $\frac{3}{4}$ % mensual?

$$\frac{3}{4}\,\%\text{ mensual} = \frac{3}{4}.12 = 9\%\text{ anual.}$$

$$\text{Divisor fijo comercial} = 1200:9 = \frac{400}{3},$$

$$n = \frac{400}{3}.2 = \frac{800}{3} = 266\,\frac{2}{3}\text{ meses} = 22\text{ años }2\text{ meses y }20\text{ días.}$$

El segundo se refiere al descuento que á 100 unidades corresponden comercialmente, puesto que en general (156)

$$d = \frac{Ctn}{100},$$

si suponemos C=100, resultará

$$d = \frac{100tn}{100} = tn;$$

luego,

2.°—*El descuento comercial correspondiente á* 100 *unidades, es igual al producto del tanto por* 100 *por el tiempo, referidos á igual unidad.*

PROBLEMA 2.°—Al $\frac{3}{4}$ por 100 mensual, ¿qué descuento simple corresponde á 100 pesetas cobrables á los 6 años?

$$\frac{3}{4}\,\%\text{ mensual} = \frac{3}{4}.12 = 9\text{ anual;}\qquad d = 9.6 = 54pts;$$

ó bien,

$$6\text{ años} = 72\text{ meses;}\qquad d = 72.\frac{3}{4} = 54pts.$$

La facilidad de encontrar este descuento, que llamaremos d', ha originado la regla del tercero, que es la siguiente:

3.°—*Para encontrar el valor nominal, sobre el cual se ha efectuado un descuento comercial, puede dividirse* 100 *veces el efectivo por la diferencia entre* 100 *unidades y el descuento que les corresponde al tanto y en el tiempo dados, referidos á igual unidad.*

En efecto, siendo $d'=tn$, la expresión general (156)

$$C = \frac{100c}{100-tn},$$

se convierte, sustituyendo d' en lugar de tn, en

$$C = \frac{100c}{100-d'},$$

conforme al enunciado de la regla.

Problema 3.°—¿Cuál será la cantidad que descontada racionalmente por 146 días, al 5 por 100 anual de interés simple, produzca 2783'20*pts*?

$$\text{Tanto diario} = \frac{5}{365} = \frac{1}{73}; \qquad d' = \frac{1}{73}.146 = 2.$$

$$C = \frac{278320}{98} = 2840 pts.$$

También hubiéramos podido referir á años el tiempo, escribiendo $\frac{146}{365}$; pero de todos modos, según se ve, la regla no constituye una verdadera abreviación, pues se reduce á aplicar la fórmula general; pero la damos á conocer, porque muchos prácticos la usan, creyendo que es otra cosa distinta.

Resolvamos para terminar alguna cuestión cuyo planteo pueda apoyarse en las operaciones particulares que anteceden, que podrán aplicarse evidentemente, combinadas con los métodos de investigación, á *todas aquellas en que el tiempo esté expresado por meses ó días.*

Problema 4.°—Un banquero descuenta comercialmente á interés simple dos valores de 720 y 550*pts*, que han de cobrarse á los 4 y á los 7 meses, pagando por todo 1200*pts*. ¿A qué tanto anual ha efectuado el descuento?

Cantidad total que ha de cobrarse $720+550=1270=C$.

Descuento total$=1270-1200=70 pts = d$;

pero el descuento de cada cantidad será, en virtud de dichas fórmulas,

$$\text{Para } 720 pts = \frac{720.t.4}{1200} = \frac{720.t}{300} = \frac{12}{5}.t.$$

$$\text{Para } 550 \text{ »} = \frac{550.t.7}{1200} = \frac{11.t.7}{24} = \frac{77}{24}.t,$$

luego deberá verificarse:

$$\frac{12}{5}t+\frac{77}{24}t=70;\ 12.24t+77.5t=70.5.24;\ 288t+385t=8400,$$

$$673t=8400;\ t=\frac{8400}{673}=12'48\%,\ \text{ó}\ 12\frac{1}{2}\%\ \text{aproximadamente.}$$

CAPÍTULO II

APLICACIONES INMEDIATAS

I.—Cuentas corrientes.

167. Una de las aplicaciones más frecuentes de las reglas de interés y descuento, es la que se refiere á las CUENTAS CORRIENTES, ó *registros en que se van anotando por orden de fechas y por separado, todos los valores que en cualquier forma se reciben y todos los que se entregan á una persona.*

Estas cuentas se llaman SIN INTERÉS, ó CON él, *según que lo devengan ó no los valores en ella anotados, y se cierran, calculando la diferencia entre el conjunto de los unos y el de los otros* é incluyendo, si há lugar á ello, los referidos intereses.

Claro es que las primeras quedan reducidas á ir anotando dichos valores, y que en cualquier momento puede encontrarse por dos sencillas adiciones y una sustracción, ó por una sola adición si se usan los complementos (T. I, 187), la diferencia entre lo recibido y lo entregado.

En cuanto á las segundas, sin que presenten esencialmente mayor dificultad, exigen el cálculo de los intereses que corresponden á cada capital, desde el día en que se deben hacer efectivos, que si están representados por documentos de crédito, será la fecha de su vencimiento, hasta aquel en que la cuenta se cierre, para lo cual pueden *anotarse expresando las fechas de sus vencimientos,* ó bien *descontándolos para referirlos á su valor efectivo* el día en que se reciben.

Sígase uno ú otro, y sea el interés CONSTANTE ó VARIABLE durante el tiempo que la cuenta abrace y RECÍPROCO, es decir, *igual para los capitales recibidos que para los entregados* ó no, el cálculo de la diferencia final es idéntico al del primer caso, una vez determinados los intereses que á cada cual corresponden, sin que bajo el punto de vista aritmético puedan ofrecer más novedad que la de tener que hallar previamente los días que transcurren desde una fecha á otra, cuestión para la que bastan las nociones que sobre la medida del Tiempo dimos en la Metrología; pero que en la práctica se simplifica aún valiéndose de tablas que contienen esos transcursos, á las que algunos agregan otra en que se hallan los días que faltan desde uno cualquiera hasta la terminación del año, fecha en que dichas cuentas suelen cerrarse.

La más usual entre las primeras, *contiene los que median entre cualquier día de un mes y el de igual orden de otro*, es decir, entre el 20 de Septiembre, por ejemplo, y el 20 de Diciembre, dispuestos en columnas y líneas encabezadas con los nombres de los meses, como puede verse en la que al final del volumen lleva el número XVI.

En ella encontraríamos, buscando la palabra *Septiembre* en la primer línea y *Diciembre* en la primer columna, que los referidos días son 91, número que pertenece á la columna y líneas correspondientes.

Siendo la data ó número correlativo diferente, bastará añadir ó quitar al que se halle en la tabla los días que falten ó excedan al pedido, para averiguar los deseados.

Así veríamos que, entre el 20 de Septiembre y el 31 de Diciembre, mediarán:

De 20 de Septiembre á 20 de Diciembre. . .	91
» » » Diciembre á 31 » » . . .	11
TOTAL.	102
De 20 de Septiembre á 20 de Diciembre. . .	91
» 8 » Diciembre » 20 » » . . .	12
» 20 » Septiembre » 8 » » . . .	79

Esta tabla, por consiguiente, basta para obtener con facilidad los días que faltan hasta la terminación del año; pero como hemos dicho, suelen algunos usar para este caso otra especial, que insertaremos á continuación con el número XVII, reducida á *una columna encabezada con la palabra* DÍAS *y doce con los nombres de los meses.*

En aquella que contiene los 31 primeros enteros, se busca la data conocida, y las otras contienen enfrente los días que se desea averiguar.

En la columna encabezada con *Septiembre* y en la línea del 20, hallaríamos el número 102.

Cuando el año es bisiesto y se trata de un transcurso que comprenda el 29 de Febrero, es evidente que deberá agregarse un día á los dados por las tablas, pues éstas ofrecen la particularidad de estar calculadas para los años legales, no obstante ser los comerciales los empleados casi siempre en el cálculo, cosa, por otra parte, muy natural, si se recuerda el carácter que frecuentemente, y según hemos hecho resaltar varias veces, suele ofrecer el Comercio, y sobre todo, las cuestiones de préstamos en sus detalles prácticos.

El valor del interés está dado por una fracción cuyo denominador debe ser 36500 ó 36600 en los años bisiestos, y cuyo numerador contiene los días como factor; tomando para valor del año, en el primero, 360 días, se aumenta el del cociente y se cobra algo más de lo justo, mientras que tomándolo en el numerador, se disminuiría un poco el error, que se hace, por dos causas, el mayor posible, suponiéndole para éste de 365 ó 366.

Respecto al modo de ir formando la cuenta corriente para facilitar las operaciones, se han ideado varios procedimientos y disposiciones, cuyo estudio pertenece á la Contabilidad, como todo cuanto á *cuentas* se refiere; pero que por su frecuente uso examinaremos en el Apéndice de este tomo, que pueden consultar los que deseen conocer más detalles.

II.—Vencimiento medio.

168. El VENCIMIENTO MEDIO, á semejanza de todas las cantidades medias (68), es *aquel á que pueden referirse los de varios créditos, compensando los errores que se cometan por defecto y por exceso*, á causa de los intereses que se perciban de más en unos y de menos en otros.

Varios son los métodos que pueden seguirse para calcularlo; pero como ahora solo nos debemos ocupar del caso en que se trate de intereses ó descuentos simples, á igual tanto por 100 y durante cortos plazos que empiecen á contarse en igual fecha, nos limitaremos á detallar los dos más usuales, fundados en el cálculo de intereses por medio de los divisores fijos, aplazando para el siguiente tomo el tratar esta cuestión más general y ampliamente.

Sean A, B, C..... los capitales conocidos; n, n', n''..... los respectivos meses ó días, y x, el tiempo que corresponda al vencimiento medio, expresado en igual unidad.

La cantidad única que á este vencimiento corresponderá, será evidentemente $A+B+C$..... y los respectivos intereses, siendo D el divisor fijo (160)

$$\frac{An}{D};\quad \frac{Bn'}{D};\quad \frac{Cn''}{D};\quad \ldots\ \text{y}\quad \frac{(A+B+C+\ldots)x}{D},$$

por lo cual deberá tenerse, para que la compensación se verifique,

$$\frac{(A+B+C+\ldots)x}{D}=\frac{An}{D}+\frac{Bn'}{D}+\frac{Cn''}{D}+\ldots..$$

ó multiplicando ambos miembros por D,

$$(A+B+C+\ldots..)\,x=An+Bn'+Cn''+\ldots..$$

de donde

$$x=\frac{An+Bn'+Cn''+\ldots}{A+B+C+\ldots},$$

luego,

1.°—*Para calcular el tiempo que debe transcurrir hasta un vencimiento medio, siendo igual el tanto por* 100 *de interés ó descuento simple, basta sumar los productos de los capitales por los tiempos referidos á igual unidad y dividir esta suma por la de los capitales.*

Problema 1.°—Una persona compra el 21 de Marzo diversas mercaderías, comprometiéndose á pagar 1870*pts* el día 30; 918 el 3 de Abril; 2000 el 29; 500 el 15 de Mayo, y 1200 el 7 de Junio. No pudiendo cumplir su primer compromiso, ofrece satisfacer de una vez todo el importe. ¿Qué día deberá entregarlo?

En la Tabla XVI, si no queremos hallarlos directamente, encontraríamos que desde el 21 de Marzo á cada una de las otras fechas, se le habían concedido para los respectivos pagos, 9, 13, 39, 55 y 78 días, por lo que aplicando la regla

$$\begin{array}{r}
1870.\ 9 = 16830 \\
918.13 = 11934 \\
2000.39 = 78000 \\
500.55 = 27500 \\
1200.78 = 93600 \\
\hline
6488 \qquad 227864 \mid 6488 \\
33224 \mid 35 \\
784
\end{array}$$

y como el comerciante siempre tomaría este cociente por defecto, tendremos:

Vencimiento medio = 21 de Marzo + 35 días = 25 de Abril.

Si en lugar de tomar como punto de partida la fecha de la compra ú otra cualquiera anterior al primer vencimiento, tomáramos ésta, tendríamos en la fórmula $n=0$, y por consiguiente

$$x = \frac{Bn'+Cn''+\ldots\ldots}{A+B+C\ldots\ldots},$$

lo cual hace innecesaria la primer multiplicación y simplifica las otras, originando la siguiente regla práctica:

2.º—*Multiplicar todos los capitales menos el primero por los respectivos tiempos referidos á igual unidad; sumar los productos, dividir por la suma de aquéllos y agregar el cociente á la fecha del primer vencimiento.*

PROBLEMA 2.º—Resolver el anterior por este método.

Días desde el primer vencimiento hasta los restantes, 4, 30, 46 y 69.

$$\begin{array}{r}
918.\ 4 = 2763 \\
2000.30 = 60000 \\
500.46 = 23000 \\
1200.69 = 82800 \\
\hline
1870 \qquad 169472 \mid 6488 \\
\hline
6488 \qquad 39912 \mid 26 \\
984
\end{array}$$

Vencimiento medio = 30 de Marzo + 26 días
= 25 de Abril.

Por último; en el caso particular en que los capitales fuesen iguales, la expresión del tiempo se reduciría, para

$$A = B = C = \ldots\ldots, \quad \text{á}$$

$$x = \frac{An+An'+An''+\ldots\ldots}{A+A+A\ldots\ldots} = \frac{A(n+n'+n''+\ldots\ldots)}{Am} = \frac{n+n'+n''+\ldots\ldots}{m},$$

llamando m al número de capitales, conforme á la regla general de término medio (68), puesto que entonces:

3.°—*Para encontrar el vencimiento medio, bastaría dividir la suma de los tiempos por su número.*

PROBLEMA 3.°—Una persona toma prestada una cantidad, comprometiéndose á satisfacer por ella 2000*pts* á los 6 meses; 2000, 4 meses después y otras 2000 al terminar el año. ¿En qué época debería satisfacer las 6000 de una vez, si así lo conviniera con el prestamista?

$$\frac{6+10+12}{3} = \frac{28}{3} = 9\frac{1}{3}.$$

A los 9 meses y 10 días.

Estas cuestiones, que como acabamos de ver, son independientes del tanto por 100 de interés común, se conocen también con el nombre de *promedio de pagos.*

La regla de vencimiento medio tiene además inmediata aplicación á los EMPRÉSTITOS PÚBLICOS y á las QUIEBRAS, para *determinar el valor y tanto real de una emisión y el que corresponde de pérdida á los acreedores,* que convienen en un arreglo.

PROBLEMA 4.°—Una compañía emite obligaciones de 1000*pesetas* á 6 por 100 de interés anual pagaderas en la siguiente forma: 400*pts* al suscribirse; 300 al medio año; 200, 4 meses más tarde, y las 100 restantes 2 meses después. ¿Cuál es el valor real de la emisión?

Busquemos ante todo el vencimiento medio.

$$\begin{array}{rl} 300.\ 6 = & 1800 \\ 200.10 = & 2000 \\ 100.12 = & \underline{1200} \\ \underline{400} \qquad & 5000:1000 = 5 \text{ meses.} \\ 1000 \qquad & \end{array}$$

Las condiciones estipuladas equivalen, pues, á un pago de las 1000*pts* á los 5 meses y el valor real de la emisión, por tanto, descontando los intereses de ese tiempo, durante el cual permanecen en poder del suscritor, á

Valor nominal.		1000*pts.*
Intereses á 5°/₀ en 5 meses. .	$\frac{1000.6.5}{1200}=$	25 »
Valor efectivo.		975*pts.*

La compañía paga, por consiguiente, en realidad, el 6 por 97'50, ó sea (85) el $\frac{6.100}{97'50}=\frac{6000}{975}=6'15\frac{1}{3}$ °/₀ aproximadamente.

Problema 5.°—Un comerciante declarado en quiebra, promete á sus acreedores no hacerles perder más que el 25 por 100 de su capital, ó sea darles el 75 por 100 en la siguiente forma: 15 por 100 á los 6 meses, 25 por 100 á los 9 y el 35 por 100 restante al año. ¿Qué tanto por 100 perderán realmente los acreedores, suponiendo que de poseer sus capitales pudieran hacerles producir 6 por 100 de interés simple anual?

Encontremos también el vencimiento medio.

$$15.\ 6 = 90$$
$$25.\ 9 = 225$$
$$35.12 = 420$$
$$75 \qquad 735 \mid 75$$
$$60 \mid 9\tfrac{4}{5} \text{ meses} = 9 \text{ meses } 24 \text{ días.}$$

Los acreedores perderán, por consiguiente, además del 25 por 100, los intereses correspondientes á 9 meses y 14 días del 75 por 100 que se les ofrece, intereses que ascienden á

$$y=\frac{75.6.\frac{49}{5}}{1200}=\frac{90.49}{1200}=\frac{441}{120}=3'67\frac{1}{2}\text{ por }100;$$

luego la pérdida real que se les propone, es de $25+3'67\frac{1}{2}=28'67\frac{1}{2}$ por 100.

De todo lo dicho se deduce que:

4.°—*Para determinar el valor y tanto real de una emisión pagadera en varios plazos, se calcula el vencimiento medio y* *se rebajan del nominal los intereses correspondientes, hallando luego el tanto por 100 equivalente al convenido.*

5.º—*Para encontrar el tanto por 100 real de pérdida que aceptan los acreedores convenidos, se determina el vencimiento medio de lo que han de cobrar, y los intereses que á ese capital y tiempo correspondan, se agregan á la pérdida nominal aceptada.*

III.—Vencimiento común.

169. Aunque el vencimiento medio se convierte, después de calculado, en común á todos los créditos con los cuales se relaciona, por lo que algunos le dan también este nombre, lo más propio es llamar VENCIMIENTO COMÚN, al que se refiere á la cuestión inversa, es decir, *al que se fija para una época determinada*, con objeto de averiguar qué créditos deben firmarse ó entregarse á diversos plazos para que tenga lugar la correspondiente compensación de intereses.

Suponiendo que la cantidad adeudada la descompongamos solamente en otras dos, cuyos plazos representaremos por p y p'; que sea P el convenido para el pago total y que deseemos averiguar cuáles son los valores x y z, que deberemos entregar al terminar los p y p',

Los intereses del capital $x+z$ durante el tiempo P serán $\frac{(x+z)P}{D}$ y los de x y z, $\frac{px}{D}$ y $\frac{p'z}{D}$, luego deberá verificarse

$$\frac{(x+z)P}{D}=\frac{px}{D}+\frac{p'z}{D},$$

ó lo que es lo mismo,

$$xP+zP=px+p'z; \qquad x(P-p)=z(p'-P);$$

$$\frac{x}{z}=\frac{p'-P}{P-p},$$

relación idéntica á la que obtuvimos en el 2.º caso de la regla de mezclas (129), con la sola diferencia de que el precio medio está reemplazado por el vencimiento común, los precios de las sustancias mezcladas por los plazos prefijados, y las cantidades de cada una, por los valores que á cada plazo corresponden, puesto que esa igualdad nos enseña que:

Las cantidades que en diversos plazos deben satisfacerse en *lugar de otra cuyo vencimiento es conocido, están en razón inversa de las diferencias que existen entre los dias correspondientes al vencimiento común y á los nuevos plazos.*

Las cuestiones que de esta clase podrán presentarse serán, por consiguiente, semejantes en un todo, y se resolverán del mismo modo, bien sean dos ó más los créditos en que se descomponga el total, bien se precisen ó no algunos de los valores, bien estén ligados por distintas condiciones, etc.

Podemos, pues, omitir el entrar en más detalles, limitándonos á resolver las más frecuentes.

Problema 1.°—Un comerciante posee créditos que vencen en 6 de Agosto y 18 de Noviembre. ¿En qué proporción deberá tomarlos para componer uno, de manera que los vencimientos equivalgan al 1.° de Octubre?

De 6 de Agosto á 1.° de Octubre. . . .	51
De 1.° de Octubre á 18 de Noviembre. .	49

Deberá tomar 49 pesetas en créditos de 6 de Agosto y 51 de 18 de Noviembre, ú otros dos números proporcionales á éstos.

Problema 2.°—Un comerciante tiene que pagar 2000*pts* el 10 de Agosto, pudiendo hacerlo por convenio con su acreedor por medio de fondos disponibles para el 1.° y último de dicho mes. ¿Cuánto deberá entregar de cada clase?

10	1 21	7.200 =	1400*pts* á 1.° de Agosto
	31 9	3.200 =	600 » » 31 » »
		10	2000

aplicando la resolución anterior y la regla de repartos proporcionales.

Problema 3.°—¿Cómo se podría satisfacer igual cantidad dentro del propio mes, verificando 7 pagos equidistantes?

10	1 ..... 21 ..... 11 1	33
	6 .... 16 6	24
	11 9	9
	16 4	4
	21 9	9
	26 4	4
	31 9	9
		92*pts*

$$\frac{2000}{92} = \frac{500}{23}$$

$\frac{500}{23}.33 = \frac{16500}{23} =$ 717'39*pts* el 1.° de Agosto

$\frac{500}{23}.24 = \frac{12000}{23} =$ 521'74 » » 6 » »

$\frac{500}{23}.\ 9 = \frac{4500}{23} =$ 195'63 » » 11 » »

$\frac{500}{23}.\ 4 = \frac{2000}{23} =$ 86'96 » » 16 » »

195'65 » » 21 » »

86'96 » » 26 » »

195'65 » » 31 » »

2000'00*pts.*

Problema 4.°—Poseyendo varios créditos á 30, 45, 60 y 90 días fecha, ¿qué cantidades deben tomarse de cada clase para pagar 7600*pts* á 50 días, entregando 4 veces más fondos de los segundos que de los primeros y doble de los últimos que de los anteriores?

$$45.4 = 180 \qquad 90.2 = 180$$
$$\underline{\ \ 30} \qquad \underline{\ \ 60}$$
$$210:5 = 45 \qquad 240:3 = 80$$

$$50\left|\begin{array}{l}40 \ldots\ldots 30\\80 \ldots\ldots \ \ 8\end{array}\right. \quad \overline{38}$$

$$7600:38 = 200$$
$$30:\ 5 = \ \ 6$$
$$8:\ 3 = 2\tfrac{2}{3}$$

$200.\ 6 \quad = 1200$ á 30 días

$200.24 \quad = 4800$ » 45 »

$200.\ 2\frac{2}{3} = \ 533'33$ » 60 »

$200.\ 5\frac{1}{3} = 1066'67$ » 90 »

7600'00*pts.*

Creemos inútil presentar ejemplos que exijan soluciones enteras, puesto que la resolución de ecuaciones nada nuevo nos enseñaría.

IV.—Liquidación de facturas.

170. La LIQUIDACIÓN DE FACTURAS, tienen por objeto *averiguar la cantidad que debe satisfacerse cuando se anticipan ó retardan los pagos convenidos ó parte de ellos.*

Los casos principales que pueden ocurrir, son, por consiguiente, dos, que á su vez, si se quiere, pueden subdividirse en otros dos cada uno.

1.°—*Que el pago total se anticipe ó retarde, bien por mutuo convenio, bien por efectuarlo con valores nominales, cuyos vencimientos sean distintos al fijado para satisfacer la cantidad.*

2.°—*Que se verifique por partes en distintas épocas.*

La primera es siempre una cuestión de interés, descuento, ó vencimiento medio; la segunda, de vencimiento común.

En efecto; *si un pago se anticipa* en su totalidad, es evidente que *deberán descontarse al que lo adelante los intereses al tanto por* 100 *que se convenga, correspondientes á los días que medien entre aquel en que se realiza y aquel en que debía efectuarse.*

Si se prorroga, deberán añadirse á la cantidad adeudada los que devengue durante el tiempo de prórroga convenido.

Si se efectúa el pago en valores que han de hacerse efectivos en diferentes plazos, claro está que *encontrando su vencimiento medio, ó coincidirá con la época acordada*, en cuyo caso nada se entregará de más ni de menos, ó *será anterior ó posterior*, lo cual equivaldrá á los casos anteriores.

Es esto tan sencillo, que nos parece innecesario presentar ejemplos de ello, pues hemos resuelto muchos completamente idénticos ó análogos.

Aun cuando ese anticipo ó prórroga total se verifique por medio de *varios pagos parciales*, el razonamiento anterior no dejará de ser cierto, ni la resolución se diferenciará más que en abarcar *tantos cálculos cuantas sean las entregas que se efectúen*, y si por convenio mutuo *han de hacerse en épocas anteriores y posteriores*, la cuestión será forzosamente alguna de las resueltas é indicadas al tratar del *vencimiento común.*

Merece, no obstante, bajo el punto de vista práctico, se le dedique especial atención, el caso en que se trate de liquidar una FACTURA Ó BOLETÍN DE DESCUENTO, es decir, *una nota detallada en que consten los valores que una persona ó sociedad presentan simultáneamente, para que le sean descontados.*

Las fechas de vencimiento de esos valores están casi siempre expresadas por los días que deben transcurrir hasta poder hacerlos efectivos, pues es muy raro que valores descontables á largas fechas, puedan ser presentados simultáneamente, prescindiendo de que en estos casos no es el descuento comercial simple el que suele aplicarse.

Nada tienen que ver con las operaciones de Cálculo, la forma y disposición de esas facturas, cuya enseñanza pertenece á la Contabilidad y Prácticas de Comercio, por lo que prescindiremos de ellas, como por encontrarse en igual caso hemos prescindido de las que suelen darse á las cuestiones de vencimientos medios y común y liquidación de facturas en general.

El descuento correspondiente á la totalidad de los valores contenidos en un boletín de esta clase, puede desde luego calcularse por cualquiera de las fórmulas y métodos conocidos, encontrando el que corresponde á cada valor y sumándolos todos; pero este procedimiento es tan largo, que desde hace mucho tiempo es costumbre emplear el de los divisores fijos, que permite determinar el importe total del descuento,

1.°—*Multiplicando los capitales por los días que les correspondan, sumando los productos y dividiendo la suma por el divisor fijo correspondiente al tanto por* 100 *de descuento*, que será igual para todos, puesto que se presentan simultáneamente, con lo cual se economizan gran número de divisiones.

En efecto; si A, B, E, F, G, representan los capitales descontables comercialmente, n, n', n'', n''', n^{IV}, los respectivos tiempos, y D como siempre el divisor fijo, los descuentos correspondientes á cada uno serán (161)

$$\frac{An}{D}, \frac{Bn'}{D}, \frac{En''}{D}, \frac{Fn'''}{D}, \frac{Gn^{\text{IV}}}{D},$$

y el descuento total

$$d=\frac{An}{D}+\frac{Bn'}{D}+\frac{En''}{D}+\frac{Fn'''}{D}+\frac{Gn^{IV}}{D}$$

$$=\frac{An+Bn'+En''+Fn'''+Gn^{IV}}{D},$$

lo que demuestra la verdad de la regla.

PROBLEMA.—Calcular comercialmente el descuento simple que al $4^0/_0$ anual, correspondería el 1.° de Abril á un boletín que contuviese los capitales 37214*pts*, 72341, 27431, 47659, 74569, 56976, 97765, 213903, 321974 y 117731, que han de cobrarse respectivamente en los diez primeros días de Mayo.

Capitales.	Días.	Productos.
37214	30	1116420
72341	31	2242571
27431	32	877792
47659	33	1572747
74569	34	2535346
56976	35	1994160
97765	36	3519540
213903	37	7914411
321974	38	12235012
117731	39	4591509
		38499508 | 9000
		4298'844

Descuento pedido aproximado por exceso = 4298'85*pts.*

Thoyer, hace 30 años, ideó el medio de abreviar aún ese procedimiento ya abreviado, formando grupos con todos los valores cuyos días de vencimiento tengan en las decenas la misma cifra.

Suponiendo que A, B, E, F, G, se encuentren en ese caso, por ser n=32 días, n'=34, n''=36, n'''=37 y n^{IV}=39, por ejemplo, la expresión anterior se convertirá en

$$d=\frac{A.32+B.34+E.36+F.37+G.39}{D}$$

$$=\frac{A(30+2)+B(30+4)+E(30+6)+F(30+7)+G(30+9)}{D}$$

$$=\frac{A.30+A.2+B.30+B.4+E.30+E.6+F.30+F.7+G.30+G.9}{D}$$

$$=\frac{A.2+B.4+E.6+F.7+G.9+(A+B+E+F+G)30}{D}.$$

El método de Thoyer consiste, por consiguiente, en:

2.º—*Agrupar los capitales que en sus tiempos respectivos tengan la misma cifra en las decenas, multiplicar su suma por dicha cifra y agregar el producto por 10 á los que resulten de multiplicar cada capital por la cifra de las unidades del tiempo que le corresponda, dividiendo la suma total por el divisor fijo correspondiente al tanto.*

Capitales.	Días.	Productos.
37214	0	0
72341	1	72341
27431	2	54862
47659	3	142977
74569	4	298276
56976	5	284880
97765	6	586590
213903	7	1497321
321974	8	2575792
117731	9	1059579
1067563	30	32026890
		38499508 | 9000
Descuento. . . .		4298'844

Por la consideración de un solo ejemplo, puede parecer insignificante el ahorro de trabajo y tiempo, y sin embargo, es notabilísimo, aun comparado el método con el de divisores fijos, ya muy abreviado por la sola división final.

Para que se tenga una ligera idea de su importancia cuando los valores que se descuentan son numerosos, como sucede en muchos establecimientos que se dedican á estos negocios, bastará dejar consignado que los *prácticos* franceses rechazaban, como era natural, aceptar una modificación del Cálculo que les era desconocida, lo cual bastaba para que la juzgasen de poco interés, hasta que Thoyer consiguió se aplicaran ambos procedimientos para compararlos á los boletines presentados en el Banco de Francia el 26 de Octubre de 1859, obteniéndose por resultado 2319 cifras para el abreviado de los divisores fijos y 665 para el suyo, es decir, una economía de 1754 cifras, ó sea más de las dos terceras partes.

Ocioso sea, quizás, añadir que desde aquel día se le dió la preferencia en el citado Banco, y que en España es el procedimiento casi desconocido.

Posteriormente aún lo ha modificado Cauchy, construyendo tablas que cualquiera puede calcular, en las que se encuentran los productos de los valores con que se ha de operar más frecuentemente, ó en que siempre pueden descomponerse todos, por los nueve primeros números enteros, tablas que evitan las multiplicaciones y reducen la investigación del descuento á una suma y una sencilla división.

171. Fuera del caso particular que acabamos de examinar, solo debemos ocuparnos de aquel en *que se pague parte de la cantidad antes ó después del vencimiento*, bien *para retardar la entrega del resto*, bien por no haber podido cumplir á tiempo el compromiso que se contrajo, porque la incógnita entonces será el nuevo tiempo, en lugar de la totalidad ó parte del capital.

Este es el que suele conocerse con el nombre de PRÓROGA DE VENCIMIENTOS.

Sea V el valor que se adeuda, v el que se entrega, n unidades de tiempo antes de lo convenido, y x el retardo que por dicho adelanto corresponderá al resto $V-v$.

Los intereses de v durante el tiempo n, y de $V-v$ durante x, que deberán ser iguales, nos darán la relación (161)

$$\frac{Vn}{D}=\frac{(V-v)x}{D}, \quad \text{ó} \quad vn=(V-v)x,$$

de donde,

$$x=\frac{vn}{V-v},$$

es decir, que:

1.°—*El valor del tiempo durante el cual puede retrasarse el pago del resto de una cantidad, á causa del anticipo de una parte, es igual al valor de ésta multiplicado por el del anticipo y dividido por el que resta satisfacer.*

PROBLEMA 1.°—Una persona debe pagar 2000*pts* el 1.° de Agosto y el 10 de Junio adelanta 800, con objeto de retardar el pago de las 1200 restantes. ¿Hasta qué día se le podrá conceder el nuevo plazo?

De 10 de Junio á 1.° de Agosto..... 51 días $= n$

$$x = \frac{800.51}{1200} = \frac{8.17}{4} = 34 \text{ días.}$$

1.° de Agosto + 34 días = 4 de Septiembre.

Si, por el contrario, llegado el día del compromiso no se cumple, y al cabo de un tiempo n se entrega v á cuenta de V, habrá que calcular desde qué fecha debe considerarse se adeuda el resto $V—v$, para agregarle los intereses que correspondan hasta la entrega definitiva.

Ahora bien; al entregar v transcurrido un tiempo n después del vencimiento, deja de abonarse en concepto de interés la cantidad $\frac{vn}{D}$; por lo cual deberá considerarse que el resto $V—v$ se adeuda desde un tiempo x anterior al primitivo vencimiento, capaz de hacerle producir un interés $\frac{(V-v)x}{D}$, igual al anterior; luego la relación y el valor de x serán los mismos que acaban de calcularse

$$x = \frac{vn}{V-v}, \quad \text{ó bien} \quad \frac{v}{V-v} = \frac{x}{n},$$

relación muy fácil de recordar, pues nos demuestra que siempre,

2.°—*La cantidad adelantada ó retrasada y el resto, son inversamente proporcionales á las diferencias entre el vencimiento primitivo y los nuevos*, debiéndose considerar esta diferencia como negativa ó retrógrada en el segundo caso.

Problema 2.°—Si en el mismo supuesto del anterior se entregaran las primeras 800*pts* el 20 de Septiembre, ó sea 51 días después de lo convenido, ¿desde cuándo se deberian las 1200 restantes, cuánto corresponderia al 4 de Agosto, si en ese día se hiciera el convenio de dar aquéllas el 20 de Sptiembre y las restantes el último día del año, y cuánto debería entonces entregarse, calculando los intereses simples á 6 por 100 anual?

$x = \frac{800.51}{1200} = 34$ días; 1.° de Agosto — 34 días = 27 de Junio.

Las 1200*pts* restantes se deberian desde el 27 de Junio.

4 de Agosto — 27 de Junio = 38 días;

$$y = \frac{1200.6.38}{36500} = \frac{2736}{365} = 7'50 pts.$$

En 4 de Agosto se deberían 1200+7'50=1207'50*pts*.

$$\text{A fin de año } 1207'50 + \frac{1207'50.6.149}{36500}$$

$$= 1207'50 + 29'58 = 1237'08 pts.$$

Si en general representamos por v, v', v''..... los valores entregados á cuenta de V; por $\pm n$, $\pm n'$, $\pm n''$..... las diferencias de sus vencimientos con el convenido, según sean anteriores ó posteriores á éste, y por x el que corresponda al resto $V-v-v'-v''$....., deberemos tener igualando los intereses

$$\pm\frac{vn}{D} \pm \frac{v'n'}{D} \pm \frac{v''n''}{D} \pm ..... = \frac{(V-v-v'-v''-.....)x}{D},$$

ó lo que es igual

$$\pm vn \pm v'n' \pm v''n'' \pm ..... = (V - v - v' - v'' - .....)x,$$

de donde

$$x = \frac{\pm vn \pm v'n' \pm v''n'' \pm .....}{V-v-v'-v''-.....},$$

expresión que podrá servir para resolver con seguridad y prontitud todos los problemas de esta clase, á los cuales, en la práctica, suele aplicarse un *análisis* bastante dificultoso, *descomponiendo la cuestión en otras varias parciales, que puedan referirse* á los vencimientos medio y común. (*)

Problema.—Tenemos dado un pagaré al 15 de Enero por pesetas 60000 y proponemos al tenedor recogerlo dando en pago pesetas 12000 en una letra al 15 Diciembre; pesetas 36000 al 25 Enero, y por el resto un nuevo pagaré. ¿A qué fecha ha de extenderse este nuevo documento para que su vencimiento corresponda al del primitivo pagaré?

Resolución usual:

Pesetas	12000 al 15 Diciembre.	0 días	
»	36000 al 25 Enero. . .	41 »	1476000
»	12000		
Total pesetas	60000		

(*) Como esta fórmula, lo mismo que las anteriores y muchas otras, la hemos deducido á medida que íbamos escribiendo, y no es este, por tanto, el procedimiento que en la práctica se usa, en este caso como en sus análogos para que pueda escogerse el que parezca más conveniente, rápido y fácil, resolveremos un sencillísimo problema en que solo figuran dos valores entregados, semejante al que hallamos en una de las excelentes obras á que en otra ocasión nos hemos referido.

Tenemos que buscar un número que, agregado al 1476000, produzca una suma que, dividida por 10000, dé un cociente de 31, que son los días que van desde el primer vencimiento hasta el vencimiento común sabido.

Para esto, basta sencillamente pensar en que 1476000 dividido por 60000, dan 24'60 días, á los que se agregan 6'40, que será el cociente de 384000 por 60000, luego pondremos:

$$
\begin{array}{lrr}
\text{12000 al 15 Diciembre.} & \text{0 días} & \\
\text{36000 al 25 Enero....} & \text{41 »} & = 1476000 \\
\underline{\text{12000}} \text{ al } x & & = \underline{384000} \\
\text{60000 al 15 Diciembre.} & \text{31 días} & = 1860000
\end{array}
$$

De modo que el vencimiento del pagaré será

$$384000:12000 = 32,$$

que agregados al 15 Diciembre es el 16 Enero.

Resolución por nuestra fórmula:

$$
\begin{array}{lll}
\text{15 Enero.....} & 60000 pts & = V \\
\text{15 Diciembre. .} & 12000 \text{ »} & = v. \ldots . n = +31 \\
\text{25 Enero.....} & \underline{36000} \text{ »} & = v'. \ldots . n' = -10 \\
 & 12000 \text{ »} & = V - v - v'
\end{array}
$$

$$x = \frac{372000 - 360000}{12000} = \frac{62-60}{2} = 1 \text{ día}$$

$$15 \text{ de Enero} + 1 \text{ día} = 16 \text{ de Enero.}$$

CAPÍTULO III.

NEGOCIACIÓN DE LETRAS

I. — Ideas generales.

172. Hasta aquí hemos empleado las palabras genéricas DOCUMENTOS DE CRÉDITO, para designar todos *aquellos que representan un derecho á cobrar cierta cantidad en determinada época.*

Estos documentos representativos de un valor que ha de hacerse efectivo en cierto plazo, circulan por la confianza del público, pues solo la firma de la persona ó personas que los suscriben ó su procedencia, acreditan la del capital que representan, el derecho al cobro y la obligación del pago.

Pudiendo ser cedida su propiedad por una simple venta ó descuento en algunos casos, con la garantía que la firma de su legítimo poseedor les preste al indicar el nombre de la persona á quien se traspasan en otros, y siempre dentro de las condiciones prescritas por las Leyes, condiciones que no nos incumbe examinar, pues pertenecen á la Legislación mercantil, forman una nueva especie de objetos de Comercio y pueden comprenderse en dos clases principales por la procedencia del crédito.

VALORES DE COMERCIO *ó documentos emitidos por los comerciantes ó empresas comerciales* y aun á veces por *personas agenas al Comercio*, y

Valores, efectos ó FONDOS PÚBLICOS, que son *los emitidos por los Gobiernos, Diputaciones, Municipios ó dependencias análogas y Compañías mercantiles especialmente autorizadas por el primero para realizar la emisión.*

Aquéllos suelen también llamarse *efectos de Comercio*; pero nosotros usaremos siempre para designarlos el de *valores ó documentos de Comercio ó comerciales*, porque entendemos que la palabra *efectos* de Comercio tiene en nuestro idioma un significado más general, idéntico al de *objetos*, abrazando cuanto en cualquier forma puede ser objeto de compra y venta.

También la palabra CAMBIO la hemos empleado hasta ahora en su acepción más lata y usual, como sinónima de trueque ó permuta; pero en el Comercio suele designarse con ella, la *cesión que una persona hace á otra de fondos disponibles en determinada plaza y fecha, mediante un precio convenido,* y aun este *precio ó* CURSO *del mismo cambio*, distinguiendo el que tiene carácter de *verdadera permuta,* con los calificativos de REAL, MANUAL, EFECTIVO Ó DE NUMERARIO.

173. Todos los *valores comerciales que representan cesión de fondos á cambio de otros recibidos ó sentados en cuenta*, se comprenden bajo el nombre de DOCUMENTOS DE CAMBIO, entre los cuales se incluyen también los llamados MANDATOS, TALONES, BONOS, CHEQUES y otros análogos, que no siendo más que *órdenes de pago,* pueden no revestir ese carácter.

Los verdaderos documentos de cambio SON las *letras*, *pagarés*, *libranzas* y *cartas órdenes de crédito*.

La LETRA DE CAMBIO es un *documento extendido en el papel marcado por las leyes vigentes, por el cual una persona manda á otra, domiciliada en distinta plaza, pague á una tercera una cantidad en la época que se fija.*

El PAGARÉ, *ha de ser satisfecho por la misma persona que lo suscribe;* la LIBRANZA *se ha de pagar en el acto de su presentación;* la CARTA ORDEN DE CRÉDITO, *puede no fijar la cantidad que ha de entregarse, sino su límite*, y todos estos valores comerciales, como los que antes nombramos, solo son, por lo tanto, modificaciones de la letra de cambio, de la cual se diferencian en algunos pequeños detalles y en la redacción que exigen.

Como ni esos detalles, ni esta redacción, ni los requisitos legales que han de satisfacer nos interesan, puesto que en nada modifican la cuestión del Cálculo, dejaremos á las «Prácticas de Comercio» y á la «Legislación mercantil» lo que es suyo, limitándonos á dar aquellos pormenores que puedan servir de base ó modificar algunas operaciones, empezando por recordar que todos los documentos de crédito están sujetos al impuesto del timbre (95), que se satisface, bien por medio de una póliza, bien por el sello fijo que lleva ya el papel en que han de extenderse. (*)

La letra de cambio evita el transporte de numerario y trueque efectivo de monedas, llamándose GIRAR ó LIBRAR, al *acto de enviar dinero de una plaza á otra por medio de una letra*, libranza, etc., de donde toma el nombre de LIBRADO la *persona*

(*) No incluiremos entre nuestras Tablas al final del volumen los derechos que por timbre deben satisfacer la multitud de documentos sujetos á él, como tampoco los que á su entrada en las poblaciones pagan ciertos artículos, los aranceles de Aduanas, ni otras que revisten igual carácter variable, porque entendemos que una obra de Cálculo solo debe contener relaciones constantes que siempre puedan ser empleadas, ó por lo menos aquellas que, á semejanza de las equivalencias entre las unidades hoy usuales, sean probablemente invariables durante mucho tiempo; pero no las que á cada momento pueden cambiar con la Ley de presupuestos, ó con los tratados de Comercio.

En una palabra; prescindimos de asignar valores fijos á todos los impuestos que pueden variar de un dia ó año á otro, porque creemos que el asignarlos más bien podría dar origen á errores de transcendencia.

Quien haya de resolver problemas relacionados con ellos debe siempre tener á la vista dichos aranceles y la Ley del timbre, así como las demás análogas que puedan suministrarle todos los datos necesarios y se hallen vigentes en el momento de la resolución.

á quien se ordena efectuar el pago, que al presentarle la letra ha de adquirir con su firma la *obligación de satisfacerla á su vencimiento*, acto á que se llama ACEPTACIÓN.

En cuanto á este vencimiento, se expresa generalmente ordenando que se pague Á *un cierto número de* DÍAS VISTA, ó Á *un cierto número de meses* ó DÍAS FECHA, según deban *empezar á contarse desde su aceptación* ó *desde el día en que aparece dada la orden*, aunque en el Comercio es costumbre empezar á contar el plazo desde el día siguiente, sobre todo en el primer caso.

Siendo la cantidad que ha de cobrarse de pequeña importancia, suelen también extenderse Á LA VISTA, para que sean pagadas *á su presentación*; en algunas, aunque raras ocasiones, se gira también *á meses vista*, ó *á una fecha determinada*, y antiguamente era común librarlas *á una feria*, cuyo plazo terminaba el último día de ella, y aun á lo que se entendía por *uno* ó *varios usos*, llamando así al plazo de 60 días para el interior de la Península y las letras giradas desde Francia, Inglaterra, Holanda y Alemania, y de 90 días para las libradas desde los demás países.

174. Bajo el punto de vista del Cálculo, solo hay dos clases de vencimientos: *aquellos cuyo plazo principia al ser aceptada la letra* y *los que empiezan á partir de la fecha en que se extiende*, porque el que adquiere una letra, sabe, desde luego, en estos últimos el *día fijo en que ha de ser pagada*, mientras que para averiguarlo en los primeros, tiene que *agregar al plazo concedido al librado los días que tarde el correo en conducir la letra* al punto en que ha de ser satisfecha.

Por último; la propiedad de las letras y otros documentos semejantes puede *ser transmitida* de una persona á otra, de ésta á una tercera, etc., ENDOSÁNDOSE *en la forma prevenida por las Leyes.*

Circunscribiéndonos ya al estudio de las operaciones de cambio, haremos, ante todo, constar que éste puede dividirse en DIRECTO, *cuando en él no intervienen más que dos plazas*, é INDIRECTO, *cuando* por circunstancias especiales ó por conveniencia, *intervienen en mayor número.*

Comercialmente se divide también en NACIONAL y EXTRANJERO, *según tiene lugar entre plazas del mismo ó distinto país*; pero esta diferencia, á que casi todos los autores dan gran importancia, prescindiendo casi de la primera, es precisamente la que á nosotros nos interesa menos, porque si bien es verdad que en la práctica no se calculan uno y otro de igual manera, llegando á resultados algo diferentes por esta razón, pronto procuraremos hacer ver que este distinto modo de raciocinar es absurdo cuando en las plazas rige la misma unidad de cuenta, aunque tenga distinto nombre, sean extranjeras ó nacionales, por lo que en nuestro concepto, además de en directo é indirecto, debería dividirse, si acaso, en *cambio entre plazas de igual y distinto sistema monetario*, es decir, entre cualquier plaza española y las restantes de España, Francia, Bélgica, Suiza, Italia, Grecia, Rumanía, Servia, Bulgaria, Mónaco y la Filandia rusa, ó entre la primera y cualquier otra del extranjero.

II. — Negociación de letras de plazo igual al de cotización.

175. Negociar una letra, es *cederla á cambio de numerario, cuando se ha de cobrar fuera de la plaza en que se realiza la cesión*, pues en caso contrario, se reduce ese acto á un sencillo descuento.

La negociación de letras no es, por consiguiente, más que una venta como otra cualquiera, y que como todas exige una compra simultánea y un precio de lo comprado ó vendido.

En toda letra, por tanto, puede considerarse un valor nominal, ó principal, que es *el que ha de cobrarse en la plaza á que va dirigida*; un valor efectivo, que es *el de las monedas que por ella se dan en cualquier otro momento*, según el precio del cambio, ó *valor que en el instante de la negociación tiene un número fijo de unidades monetarias de la plaza en que han de hacerse efectivas*, y el plazo *que hasta entonces ha de transcurrir*.

Este plazo suele considerarse nulo en el Comercio, cometiendo si no lo es un pequeño error, cuando la letra no está extendida á más de *ocho días vista*, que es el que se suele llamar corto, designando con las palabras plazo largo al de *más de ocho días*.

176. En cuanto al precio, se expresa diciendo que está á la par, ó á tanto por 100 de beneficio ó daño, *cuando en las pla-*

zas rige igual sistema monetario, indicándose aquellas palabras, que ya sabemos lo que significan (143), por medio de las abreviaciones *b*º ó *d*º, y como *siempre se refieren al papel* ó letra, *el tanto se ha de aumentar ó disminuir al otro término del cambio.*

Así, por ejemplo, decir en Madrid que el cambio con la Coruña, Francia ó Italia está *á la par*, significa que por cada 100 *pesetas*, francos ó liras, *en letra* sobre la Coruña, ó cualquier plaza de Francia ó Italia, se han de pagar en Madrid 100*pts*, y que está á 2°/₀ *b*º ó *d*º, que por cada 100*pts*, francos ó liras, en papel, se han de pagar 102 ó 98*pts*.

Tratándose de una plaza ó nación, cuyo sistema monetario sea distinto, se expresa el cambio con España por el número variable de pesetas y céntimos que han de entregarse por las monedas de cuenta extranjeras que enumeramos en el párrafo 54.

Así, por ejemplo, cuando se dice que el cambio con Inglaterra ó Alemania está á 25'30 ó á 1'30, debe entenderse que por cada £ en papel ó por cada Reich-marck (54), se han de pagar 25'30 ó 1'30 pesetas.

Algunas veces, no obstante, se parte para expresar el cambio *de un múltiplo de la unidad de cuenta* ó *de una equivalencia entre las de ambas plazas*, en lugar de partir de la unidad.

Entre estos casos particulares, nos interesan especialmente los que se refieren á nuestras posesiones de Ultramar, cuya unidad de cuenta es el PESO FUERTE, equivalente á 5*pts*.

Cuba, Puerto Rico y Filipinas cambian con las plazas peninsulares como todas las demás, es decir, *á tanto por* 100 *premio ó descuento*, sucediendo lo mismo con *las dos primeras y Francia, Italia, etc.*, y con *las últimas respecto á China*, con quien sostienen principalmente relaciones mercantiles; pero

Cuba cambia con Inglaterra, partiendo de la equivalencia 100£=444$ *á los que se añade ó quita un tanto por* 100 *de premio ó quebranto.*

Puerto Rico, partiendo de 1£=5$, *á los* que también *se agrega ó resta un tanto por* 100; *Manila con Francia é Inglaterra dando* 1$ *por una* cierta *cantidad variable de francos y céntimos ó de chelines y peniques.*

177. Resumiendo y generalizando, vemos que en las cuestiones de cambio, hay siempre una *plaza que da una cantidad constante de unidades monetarias* y otra *que da* en equivalencia *una cantidad variable*. La primera se llama CIERTA y *la cantidad constante* término FIJO del cambio; la segunda INCIERTA, y el término *variable* conserva este mismo nombre, siendo el que corresponde siempre á todas las plazas españolas, á excepción de las Filipinas.

Leyéndose, pues, en una cotización de cualquier plaza peninsular como Madrid,

CORUÑA.—A la vista, $\frac{1}{4}$ *d°*,

PARIS.—A 8 d/v (días vista), 3'25 *b°*,

LONDRES.—A 3 m/f (meses fecha), 26'05,

en Cuba ó Puerto Rico, respectivamente:

LONDRES.—A 60 d/v, 15°/₀ *b°*, ó 3°/₀ *d°*

y en Manila,

LONDRES.—4*s* 10*d*, ó simplemente 4—6,

debería entenderse que:

Por cada 100*pts* en letra sobre la Coruña, pagaderas á su presentación, deberían abonarse en efectivo 99'75*pts*; por cada 100*frs* sobre París con derecho á cobrarlos á los 8 días de aceptada la letra, 103'25*pts*, puesto que 1*fr*=1*pt*; por cada £ sobre Londres cobrable á los 3 meses de extendida, 26'05*pts*; por cada 100£ á 60 días vista, se tendrían que pagar en la Habana (100+15)£=(444+15°/₀ de 444)$, ó lo que es lo mismo, 115$ por cada 100$ en £ calculadas con arreglo á la equivalencia 100£ =444$, y por cada £ en Puerto-Rico (5—0'15)$=4'85$; por último, en Manila y á plazo corto, pues así ha de entenderse cuando se omite, se comprarían en letra 4 sueldos ó chelines y 6 dineros ó peniques, por cada $ efectivo que se entregara.

Las iniciales *D* y P que figuran á veces al lado de los precios, significan que hay *oferta* de *dinero* ó *papel*.

Cuando las letras están giradas á un plazo igual al de cotización, el negociarlas no se diferencia, por consiguiente, en nada de cualquier otra compra ó venta, siendo en todo semejante al trueque de numerario, y pudiendo ser la incógnita el *valor nominal*, *el efectivo* ó el *precio del cambio*, se exprese ó no á tanto por 100, pues aunque en algunos casos puede necesitarse determinar el *importe* total del mismo, como siempre será igual á la diferencia entre el valor entregado en letra ó moneda y el recibido en moneda ó letra, ninguna dificultad puede ofrecer su cálculo.

A los valores de dichas incógnitas se llegaría de un modo idéntico al empleado en las cuestiones análogas por diversos procedimientos; pero lo más sencillo, en nuestro concepto, es emplear las fórmulas que dedujimos al tratar del cambio real, por cuyo medio pueden resolverse todas las cuestiones fundamentales de cambio á tanto por 100.

En efecto; allí vimos que al someter á uno ó más cambios cualquier número N de unidades, el resultado final era

$$E = N.f.f'.f''.....,$$

siendo f factores de la forma $\frac{100\pm t}{100}$, ó $\frac{100}{100\pm t}$, según que el tanto de b^o ó d^o, $\pm t$, se refiera á la cantidad ya conocida ó á aquella cuyo valor se busca en cada cambio parcial; y como el tanto por 100, tratándose de letras, se refiere siempre al nominal, que seguiremos representando por N, y no al efectivo E, al cual debe aumentarse ó disminuirse, deberemos tener, siendo el cambio uno solo,

$$E = N.\frac{100\pm t}{100} \quad \text{y} \quad N = E.\frac{100}{100\pm t},$$

de donde,

$$100 \pm t = \frac{100E}{N} \quad \text{y} \quad \pm t = \frac{100E}{N} - 100,$$

lo cual nos enseña que:

1.°—*El valor efectivo de una letra cuando el cambio se expresa á tanto por* 100, *es igual al nominal multiplicado por la centésima parte de la suma ó diferencia que resulta de aumentar ó disminuir á* 100 *el tanto de cambio, según se trate de beneficio ó daño.*

2.°—*El valor nominal de una letra, cuando el cambio se expresa á tanto por* 100, *es igual al efectivo multiplicado por* 100 *y partido por la suma ó diferencia de* 100 *y el tanto de cambio, según se trate de beneficio ó daño.*

3.°—*El tanto por* 100 *de cambio*, que expresará b^o ó d^o, según resulte positivo ó negativo, *es igual á la diferencia entre* 100, *y el cociente que resulte de dividir por el nominal el producto del efectivo por* 100.

Escolio.—No siendo este, según sabemos, el procedimiento seguido por los prácticos, que generalmente efectúan un *análisis en cada caso particular, planteando proporciones* ó conjuntas, procuraremos, como en el trueque de numerario, comercio de oro y plata y demás análogos, que los lectores conozcan todos los métodos para que puedan escoger el que más conveniente les parezca, con cuyo objeto aplicaremos á nuestros ejemplos los mismos razonamientos que emplean y recomiendan en los semejantes, los más modernos, conocidos y autorizados autores españoles.

Respecto al uso de las fórmulas, debe tenerse presente siempre que los valores de N y E han de referirse á iguales unidades, por lo cual si las dadas y las pedidas son diferentes, ha de hacerse antes ó después, según convenga, la necesaria transformación por medio de la equivalencia que sirva de base al cambio.

Problema 1.°—¿Qué valor podrá adquirirse en letra sobre la Coruña con 12500*pts* estando el cambio á $1\frac{1}{2}$ °/₀ beneficio?

Razonamientos generalmente empleados:

1.°—100 pesetas efectivas son á 98'50 en letra como 12500 *pesetas* efectivas son á x pesetas en letra.

$$100:98'5::12500:x; \quad x = \frac{12500.98'5}{100} = 12312'50 pts.$$

2.°—Si son precisas 101'50 pesetas efectivas para adquirir 100 en letra, ¿cuántas podrán adquirirse con 12500?

$$101'50:100::12500:x; \quad x = \frac{12500.100}{101'50} = 12315'27 pts.$$

Resolución por la regla ó fórmula:

$$N = \frac{12500.100}{101'5} = 12315'27 pts.$$

Escolio.—El resultado de la fórmula está conforme con el del segundo razonamiento, pero no con el del primero, por la sencilla razón de que es falso.

Decir que 100*pts* efectivas equivalen á 98'50 en letra, no es cambiar á $1\frac{1}{2}\,\%$ beneficio para el papel, sino á $1\frac{1}{2}\,\%$ daño para la moneda, lo cual es completamente distinto, pues $1\frac{1}{2}\,\%\ b^o$ para aquél, que es lo expresado en el enunciado, equivale, según sabemos, por la fórmula que dedujimos para los tantos equivalentes (145) á

$$x=\frac{100}{101'5}=0'985\%\ d^o \text{ para la moneda;}$$

pero es muy fácil cometer ese error cuando se tiene lo que ya en otra ocasión nos vimos precisados á llamar manía de las proporciones, y en la práctica no sólo se comete, aunque dando á ese método el nombre de *abusivo*, sino que tiene sus defensores, pues hay quien en letras de molde asegura que es «una manera breve y *exacta* de efectuar la operación», y que «llevado este método mútuamente por banqueros y comerciantes, el perjuicio es sólo para los que no siendo ni lo uno ni lo otro, se les ocurre de vez en cuando tomar una letra.»

Por nuestra parte no comprendemos que la *exactitud* pueda residir á la vez en dos diferentes resultados, y que lo que deba entregarse *exactamente* pueda ser abusivo; encontramos algo discutible la afirmación de que llevándolo mútuamente banqueros y comerciantes, ninguno de ellos pueda perjudicarse; pero sobre todo no podemos admitir que esto baste para dar por bueno un procedimiento, aunque perjudique á otros, por el solo hecho de no ser banqueros ó comerciantes, porque entonces debería definirse el Cálculo mercantil como el arte de efectuar falsas operaciones que redundaran siempre en beneficio de los comerciantes y banqueros, perjudicando á quienes de vez en cuando tuvieran que fiarse de ellos.

Problema 2.º—¿Cuánto costará en la Habana una letra sobre París de 25000 francos tomada al cambio de 4% descuento?

Resolución usual:

$$\begin{array}{r} x = 25000 \text{ francos} \\ 5 = 1 \text{ peso} \\ 100 = 96 \text{ pesos por razón del descuento.} \end{array}$$

$$x = \frac{25000.96}{5.100} = 50.96 = 4800\$$$

Resolución por la regla ó fórmula:

$$E = 25000 frs.0'96 = 24000 frs = 4800\$,$$

ó bien $E = 5000\$.0'96 = 4800\$.$

PROBLEMA 3.º—¿Cuál ha de ser en Cuba el precio del cambio sobre Francia para que una letra de 12000 francos cueste 2352 pesos fuertes?

Resolución usual:

Los 12000 francos costarían á la par. .	2400 pesos fuertes
menos.	2352 » »
	48 quebranto total.

$$2400:48::100:x$$

$$x = \frac{48 \times 100}{2400} = 2 \text{ por } 100 \text{ quebranto.}$$

Resolución por la regla ó fórmula:

$$12000 frs = 2400\$;$$

$$\pm t = \frac{2352.100}{2400} - 100 = 98 - 100 = -2 = 2\%\ d^o.$$

178. Hasta ahora hemos supuesto que las plazas tenian igual sistema monetario; pero evidentemente, mientras el precio del cambio se exprese á tanto por 100, las mismas reglas y fórmulas determinarán los valores de las incógnitas, *siempre que* previamente *se refieran los capitales*, si no lo están, *á la unidad monetaria que deba representar el resultado* ó á la que sirva para expresar el término variable del cambio *si se*

trata del precio por medio de la equivalencia que le sirva de base.

PROBLEMA 1.°—¿Cuántos \$ recibirá un banquero de Matanzas por una letra sobre Liverpool de 1820 libras esterlinas estando el cambio á 9°/₀ premio?

Resolución usual:

$$\begin{array}{rl} \text{Pesos } x = & 1820 \text{ libras} \\ 100 = & 444 \text{ pesos} \\ 100 = & 109 \text{ pesos por razón del premio.} \end{array}$$

$$x = \frac{1820.444.109}{100.100} = 8808‘072\$$$

Resolución por la regla ó fórmula del efectivo:

$$N = 1820£ = 1820.4‘44\$ = 8080‘80\$;$$
$$E = 8080‘8.1‘09 = 8808‘072\$.$$

PROBLEMA 2.°—¿De cuántas libras esterlinas será la letra que sobre Londres se adquiera en la Habana con 8808‘072\$ estando el cambio á 9°/₀ beneficio?

Resolución usual:

$$\begin{array}{rl} \text{Libras } x = & 8808‘072 \text{ pesos} \\ 444 = & 100 \text{ libras} \\ \text{Libras por razón del premio. } 109 = & 100 \text{ libras} \end{array}$$

$$x = \frac{8808‘072.100.100}{444.109} = 1820£.$$

Resolución por la regla ó fórmula del nominal:

$$E = 8808‘072\$ = \frac{880807‘2}{444} £ = 1983‘8£;$$
$$N = \frac{198380}{109} = 1820£.$$

PROBLEMA 3.°—Averiguar el cambio á que se tomará en la Habana una letra sobre Londres de 1820£ dando por ella 8808‘072 pesos fuertes.

Resolución usual:

$$\begin{aligned} \text{Pesos } x &= 100 \text{ pesos} \\ 444 &= 100 \text{ libras} \\ 1820 &= 8808'072 \text{ pesos} \end{aligned}$$

$$x = \frac{100.100.8808'072}{444.1820} = 109,$$

y como este resultado es superior á 100 en 9 unidades, resulta que el cambio fué á $9\,^0/_0$ premio.

Resolución por la regla ó fórmula del precio del cambio:

$$N = 1820£ = 1820.4'44\$ = 8080'8$$

$$t = \frac{880807'2}{8080'8} - 100 = 109 - 100 = 9\,^0/_0\; b^o.$$

Finalmente; si se trata de plazas entre las cuales no se exprese el cambio á tanto por 100 de b^o ó d^o, sino por el precio variable, pero determinado en cada momento, á que en la incierta se compra el término fijo de la cierta, la cuestión es todavía más sencilla, pues se convierte en una simple *reducción de monedas*, es decir, en una transformación de números concretos.

Si sabemos, por ejemplo, que el cambio con Inglaterra está al precio p, ó sea que cada £ se cambia por p pesetas, es evidente que un nominal cualquiera de $N£$ equivaldrá á un efectivo

$$E = N.p, \quad \text{de donde} \quad N = \frac{E}{p} \quad \text{y} \quad p = \frac{E}{N},$$

y, por el contrario, un nominal de $N pts$ á

$$E = \frac{N}{p}, \quad \text{de donde} \quad N = Ep \quad \text{y} \quad p = \frac{N}{E},$$

según se opere en plaza incierta ó cierta, representando p el precio á que en la primera se compra 1 unidad de la segunda.

Todos los problemas se reducirán, por consiguiente, á *referir el nominal y efectivo á las unidades monetarias que sirvan para expresar los términos del cambio*, y aplicar después las siguientes reglas si el variable representa, como sucede en España, el valor de 1 unidad extranjera:

1.ª—*Para encontrar el efectivo, se multiplica el nominal por el precio del cambio.*

2.ª—*Para hallar el nominal, se divide el efectivo por el precio del cambio.*

3.ª—*Para calcular el precio del cambio, se divide el efectivo por el nominal.*

PROBLEMA 4.º—¿Cuál será el importe de una letra de 300£ 15 chelines, estando el cambio á 25'30?

$N = 300£\ 15ch = 300'75£;\quad E = 300'75.25'30 = 7608'96pts.$

PROBLEMA 5.º—Con 7608'96*pts*, ¿qué cantidad podríamos enviar á Londres, estando el cambio á 25'30?

$$N = \frac{7608'96}{25'30} = 300\ 75£.$$

PROBLEMA 6.º—Habiéndonos cobrado 7608'96*pts* por una letra de 300£ 15*ch*, ¿á cómo se halla el cambio?

$$p = \frac{7608'96}{300'75} = 25'30pts \text{ por } £.$$

ESCOLIO.—No nos ocupamos particularmente del caso en que el precio del cambio se refiriese al valor de varias unidades, porque está comprendido en el anterior, desde el momento en que entonces, *dividiendo por el número de ellas*, tendríamos el precio de una, por lo que procederíamos como en los problemas de cambio entre la Habana é Inglaterra, en los cuales hemos multiplicado cuando ha convenido (3.º) por 4'44$ valor dé 1£, sacado de la relación que sirve de base al cambio 100£ =444$.

No obstante, como deseamos no pueda quedar ninguna duda, resolveremos un par de problemas como se tenían que resolver antiguamente en España, los cuales pueden servir de ejemplo para todos aquellos casos en que se opere en plaza cierta, en que el precio del cambio se refiera al valor de varias unidades, y en que éstas sean distintas de las dadas en el enunciado.

Problema 7.º—¿Cuántas pesetas equivalen á 1200 libras esterlinas al cambio de 50 peniques por 5*pts*?

Resolución usual:

$$\begin{aligned} \text{Pesetas } x &= 1200 \text{ libras} \\ 1 &= 240 \text{ peniques} \\ 50 &= 5 \text{ pesetas} \end{aligned}$$

$$x = \frac{1200.240.5}{50} = 28800 \text{ pesetas.}$$

Resolución por nuestra fórmula:

$$N = 1200£ = 288000pn; \qquad p = 50{:}5 = 10pn.$$

$$E = \frac{288000}{10} = 28800pts.$$

Problema 8.º—Costando 1200 libras esterlinas 28800*pts*, ¿á qué cambio se hace la operación?

Resolución usual:

$$\begin{aligned} \text{Peniques } x &= 5pts \\ 28800 &= 1200 \text{ libras} \\ 1 &= 240 \text{ peniques} \end{aligned}$$

$$x = \frac{5.1200.240}{28800} = 50pn.$$

Resolución por nuestra fórmula:

$p = \frac{1200}{28800} = \frac{1}{24}$ £ por 1 peseta $= \frac{240}{24} pn = 10pn$ por 1*pt*, ó bien 50 *peniques* por 5*pts*, y también 24*pts* por 1£, ó $\frac{24}{240} = 0{,}10$ de *peseta* por 1*pn*, etc.

III.—Negociación de letras de plazo distinto al de cotización en el cambio nacional.

179. Si el cambio entre las plazas, que por ahora supondremos nacionales, se cotizase, por ejemplo, á 2 °/₀ para el papel á 90 días fecha, la persona que compre la letra tendrá derecho á cobrarla á los 90 días de adquirida; luego si la letra se extiende á 8 días vista, deberá indemnizarse al vendedor con los in-

tereses que le correspondan durante los 80 días que adelanta el capital, suponiendo que tarde 2 días en llegar por correo al punto en que se debe presentar, intereses que equivaldrán al descuento comercial del mismo.

Por el contrario; si el tanto por 100 de cambio se fijara en la cotización para letras á 8 días vista, los referidos intereses corresponderían al comprador, que se vería privado de cobrar la letra durante esos 80 días.

Esta es la razón por la cual en las COTIZACIONES OFICIALES, *confeccionadas por los agentes* autorizados por la Ley para ello, y en los LISTINES DE CAMBIO ó *cotizaciones* particulares *que los banqueros se comunican*, figura también el tanto por 100 á que se descuentan las letras en las distintas plazas.

Un simple *análisis*, semejante al que acabamos de hacer, puede siempre bastar para resolver estas cuestiones; pero con objeto de no tener que efectuarlo en cada caso particular, lo más frecuente es apelar al procedimiento que suele conocerse con el nombre de REBATIR CAMBIOS, y consiste en *calcular el tanto por* 100 *que corresponde al cambio á un plazo dado, cuando se conoce el de otro distinto*, con lo cual se refieren á los anteriores casi todos los problemas de esta clase, razonando de este modo:

Sea 3 por 100 el tanto de cambio y 0'75 el descuento que corresponda á 100 unidades, por los días que medien entre el plazo de la cotización y el de la letra, aumentado si es preciso en los días de correo.

Si el vencimiento de ésta es anterior y 3 por 100 representa beneficio; á cada 100 unidades de la letra corresponderán 3 de ganancia por razón del cambio, más 0'75 de descuento; luego el verdadero precio de aquél será 3+0'75=3'75 por 100 beneficio.

Si 3 por 100 es daño, éste disminuirá en dicho descuento, siendo el verdadero precio 3—0'75 por 100 daño ó beneficio, según que el minuendo sea mayor ó menor que el sustraendo.

Supongamos ahora que el vencimiento de la letra sea posterior al de cotización.

Si 3 por 100 es beneficio, éste disminuirá en 0'75, convirtiéndose el precio en 3—0'75 por 100, beneficio ó daño, según que el minuendo sea mayor ó menor que el sustraendo.

Si 3 por 100 es daño, la pérdida que al nominal corresponda por este concepto aumentará en 0'75, y el nuevo precio será 3+0'75=3'75 por 100 daño.

De lo cual se desprende que, al parecer, pues enseguida hablaremos de la inexactitud de este método:

1.º—*Cuando el vencimiento de la letra es anterior al plazo de cotización, el tanto por* 100 *de cambio debe aumentarse ó disminuirse, según exprese beneficio ó daño, en el descuento que corresponda á* 100 *unidades, durante los días de diferencia.*

2.º—*Cuando es posterior debe disminuirse ó aumentarse, según exprese beneficio ó daño, en el descuento que corresponda á* 100 *unidades, por los días de diferencia.*

Respecto á los de correo, *deben contarse siempre que las letras venzan á un determinado número de días fecha, ó á un día fijo, y la cotización sea á un cierto número de días vista, ó al contrario;* pero no cuando el vencimiento y la cotización se expresen de igual modo, porque si, por ejemplo, es uno á 8 días vista y la otra á 90 también vista, igual diferencia habrá entre 90 *más* los días de correo y 8 *más* los mismos días, que entre 90 y 8 (T. I, 175, 4.ª), y tampoco influirán nada esos días, cuando los plazos terminen en una fecha fija, independiente de la presentación de la letra.

180. *Rebatiendo los cambios por medio de un análisis ó por las reglas* que acabamos de enunciar, resuelven, como hemos dicho, los prácticos españoles, todos los problemas de esta clase; pero como es tan fácil equivocarse en el uno, ó en la aplicación de las otras, siendo tantos los casos diferentes que pueden ocurrir, á nosotros nos parece más sencillo, si ha de seguirse este procedimiento, introducir en las fórmulas del párrafo 177 el nuevo valor del cambio, para lo cual representaremos por $d°/_0$ el descuento correspondiente á 100 unidades, con lo que evitaremos todo planteo.

De las dos consecuencias anteriores, se deduce efectivamente que si el plazo de vencimiento es más corto que el de cotización, el valor definitivo del tanto por 100, t, de cambio, será $t \pm d°/_0$, según que aquél exprese beneficio ó daño, y como deberá tomarse para ese tanto el signo + en el primer caso y el — en el segundo, siendo $+(t+d°/_0)=+t+d°/_0$ (T. I, 179) y

$-(t-d^o/_o)=-t+d^o/_o$, resultará $100\pm(t\pm d^o/_o)=100\pm t+d^o/_o$, según se trate de beneficio ó daño.

Si el plazo fuera más largo que el de cotización, el verdadero tanto por 100 de cambio sería $t\mp d^o/_o$, para beneficio ó daño; pero $+(t-d^o/_o)=+t-d^o/_o$ y $-(t+d^o/_o)=-t-d^o/_o$; luego $100\pm(t\mp d^o/_o)=100\pm t-d^o/_o$, por cuya razón cremos posible, sustituyendo en las referidas fórmulas (177), encerrar en una sola para cada incógnita, la expresión de su valor, cualquiera que sea el caso que trate de resolverse, escribiendo

$$E=N.\frac{100\pm t\pm d^o/_o}{100};\qquad N=\frac{100E}{100\pm t\pm d^o/_o};$$

$$\pm t=\frac{100E}{N}\mp d^o/_o-100,$$

en las que corresponderán respectivamente á t y $d^o/_o$ *los signos superiores ó los inferiores, según se trate de beneficio ó daño y de vencimiento anterior ó posterior al de cotización.*

La combinación de los signos de las fórmulas, es decir, el ser los plazos más cortos ó más largos y estar el cambio con beneficio ó con daño para cada una de las incógnitas, puede originar 12 problemas distintos, que aumentarían de un modo extraordinario, si quisiéramos examinar además cada uno de los casos que pueden resultar por la distinta manera de expresar los vencimientos y cotizaciones; pero como los cálculos serían del todo análogos, nos limitaremos á presentar un ejemplo del efectivo, otro del nominal y otro del cambio, procurando se diferencien por los datos todo lo posible, é indicando los principales medios *analíticos* que en la práctica se suelen emplear en su resolución, paro lo cual seguiremos casi al pie de la letra los razonamientos de tres autores distintos, con objeto de abrigar completa seguridad de que en nada nos separamos de los procedimientos usuales, pues nos proponemos hacer ver que todos ellos se fundan en idéntica inexactitud, y siempre conducen, por lo tanto á resultados falsos.

PROBLEMA 1.°—¿Cuánto se deberá satisfacer por una letra de 8000*pts* sobre Bilbao, girada á 90 días fecha, siendo 5°/₀ al año el tipo del descuento en dicha plaza, y estando el cambio á $\frac{1}{2}$ °/₀ daño á 8 días vista?

Resolución usual.—El correo tarda dos días en llegar á Bilbao; luego una letra á 8 días vista sobre dicha plaza se cobrará á los diez; por lo cual su vencimiento será, en realidad, á 10 días fecha, y la diferencia entre el papel á 8 días vista y á 90 días fecha, de 80 días.

Así, pues, para averiguar lo que vale la citada letra de 8000 pesetas, habrá que restar de esta cantidad el $\frac{1}{2}$ °/₀ daño y además el descuento correspondiente á dichos 80 días, y tendremos:

Nominal de la letra..			8000 *pts.*
A deducir:			
$\frac{1}{2}$ °/₀ daño..	40	}	145‘20 »
Descuento de 80 días á 6 °/₀ anual. . .	105‘20	}	
Líquido.			7854‘80*pts.*

Por nuestra fórmula:

$$\text{Plazo cotización} + 2 \text{ días correo} = 10;$$

$$d°/_0 = \frac{100.6.80}{36500} = 1‘315,$$

$$\frac{N}{100} = 80; \quad 100 - t - d°/_0 = 100 - 0‘50 - 1‘315 = 98‘185,$$

$$E = 80.98‘185 = 7854‘80 pts.$$

Escolio.—En todos los análogos en que se emplee la fórmula ó regla para evitar el análisis en cada caso particular, deben calcularse el tanto de cambio y el descuento con tantas cifras decimales como tenga el capital para que el error del resultado no llegue á una centésima.

Problema 2.°—¿Cuál era el nominal de una letra á 10 días vista sobre Barcelona, que negociada cuando el cambio á 90 días estaba á 1 °/₀ beneficio, produjo 7854‘80*pts,* siendo 6 °/₀ el descuento en la plaza sobre la cual estaba girada?

Aquí no hay que tener en cuenta los días de correo, por estar expresados á días vista, tanto el vencimiento como el precio.

Resolución usual:

Si la letra fuera de.	100	*pts.*
Con las condiciones del enunciado valdría más por el 1% de beneficio.	1	»
Y por los intereses de 80 días á 6%, ó sea por la diferencia entre los 90 días, que fija la cotización y los 10 días del plazo de la letra. . . .	1'315	»
Es decir.	102'315*pts.*	

Siendo 102'315 lo que producen 100, tendremos, en virtud de la siguiente proporción:

$$102'315:100::7854'80:x,$$

$$x = \frac{100 \times 7854'80}{102'315} = 7677'08 pts,$$

para valor de la letra negociada.

Resolución por nuestra fórmula:

$$d\% = \frac{100.6.80}{36000} = 1'315;$$

$$100 + t + d\% = 100 + 1 + 1'315 = 102'315,$$

$$N = \frac{785480}{102'315} = 7677'08 pts.$$

Problema 3.°—¿A qué cambio se negoció una letra de 8000*pts,* que produjo 7854'80 después de descontar 80 días de intereses á 6%?

Resolución usual:

Nominal de la letra..	8000	*pts.*
Menos intereses de 80 días á 6%. .	105'20	»
	7894'80	»

$$7894'80 - 7854'80 = 40 pts,$$

$$8000:40::100:x; \quad x = \frac{40.100}{8000} = \frac{1}{2} \% \text{ daño.}$$

Resolución por nuestra fórmula:

$$d^{\circ}/_{0} = 1'315; \qquad \pm t = \frac{785480}{8000} - 100 + 1'315$$

$$= 98'185 - 98'685 = 0'50\%_0 \text{ daño.}$$

Los tres problemas están resueltos legalmente, es decir, para el año de 365 días; los tres razonamientos están tomados, como hemos indicado, de autores diferentes que entre nosotros gozan gran autoridad, sin que ningún práctico se separe de ellos que sepamos.

Ahora, según ofrecimos, y prescindiendo de que se opere con el año legal ó comercial, vamos á hacer ver que teniendo, como tienen el mismo punto de apoyo, los tres son falsos.

Consideremos atentamente la resolución analítica del Problema 1.°

La letra sobre Bilbao es de 8000*pts*, de las cuales se restan 40 por el $\frac{1}{2}$ $^{\circ}/_{0}$ d° y 105'20 por el descuento á $6^{\circ}/_{0}$ durante 80 días.

En lugar de sumar estos dos números para restarlos de una vez, efectuemos ambas operaciones separadamente.

Prescindiendo del descuento, es indudable que para comprar una letra de vencimiento igual al de cotización, se debería entregar un efectivo de 8000—40=7960*pts*, faltando ahora restar el descuento comercial á $6^{\circ}/_{0}$ correspondiente á los 80 días de diferencia; pero este descuento ¿debe tomarse del nominal 40000 ó del importe efectivo de la letra 7960?

A primera vista puede parecer lo primero, porque el comprador tiene derecho, pagando el cambio de cotización, á cobrar en Bilbao á los 10 días 8000*pts*, y tomando la letra á 90 días fecha, tendrá que hacérsela descontar y hay que indemnizarle con el valor de ese descuento, que le rebajarán de las 8000*pts*.

Pero se lo rebajarán *en Bilbao*, *transcurridos* 10 *días*; luego á lo que realmente tiene derecho es á que *al cabo de* 10 *días* se le entreguen *en Bilbao* las 105'20*pts*, ó lo que es lo mismo, á que además de la letra de 8000*pts*, se le dé otra á 8 días vista de 105'20, y esta otra no vale al comprar la primera, esta misma cantidad en efectivo, sino 105'20—0'53=104'67 en virtud de estar el cambio á $\frac{1}{2}$ °/₀ d^o, y como es *en la actualidad*, *en el punto de compra y del efectivo que ha de entregar* de donde se rebaja, es también indudable que la letra de 8000*pts* no vale 8000—40—105'20=7854'80*pts*, sino 8000—40—104'67 =7855'33, que es el resultado que se hallaría calculando el descuento de 7960 y no de 8000.

Debiendo, pues, tomarse el tanto por 100 de beneficio ó daño del nominal 8000 y el descuento del efectivo 7960, no es exacto que puedan formar un solo todo por suma ó resta, referido al primero, como hemos supuesto en las fórmulas para resolver estas cuestiones del modo que se resuelven en la práctica, aunque evitando el planteo.

Ahora examinemos el Problema 2.°, siguiendo también el razonamiento empleado para resolverlo.

Si la letra fuera de 100*pts* nominales valdría 101, al plazo de cotización, adquiriéndose con estas 101 el derecho á cobrar 100 *pesetas*, *en Barcelona*, *á los* 90 *días*, y como se cobran 80 *días antes*, durante los cuales debe suponerse que producirán 1'315 *pesetas* de interés, hay que rebajar éstas de dicho nominal, ó lo que es lo mismo, aumentarlas al efectivo 101 como allí se hizo; pero nos parece muy claro qne esas 1'315*pts* son intereses producidos *en Barcelona*, que en Barcelona han de cobrarse dentro de 90 días, y que como se entregan *en la actualidad*, *en el punto de compra* y *agregándolos al efectivo*, valen, en virtud del precio del cambio $\frac{1'315.101}{100}$ =1'328*pts;* luego en definitiva, se tendrán que pagar por 100 nominales 102'328 y la proporción deberá ser 102'328:100::7854'80:x, de donde x=7676'10, verdadero nominal de la letra, que también se obtendría calculando los intereses del efectivo 101 al plazo de cotización y no del nominal 100.

Tampoco es, pues, exacto en este caso sumar ni restar los dos tantos, y los mismos que así operan en las cuestiones de cambio nacional, tanto en la compra como en la venta de letras, casi siempre calculan en el segundo caso los intereses del efectivo cuando se trata del extranjero, sin que en nuestro concepto pueda existir, ni ellos den, que sepamos, razón alguna para justificar tal diferencia, que es además de todo completamente ilegal, pues el R. D. de 18 de Noviembre de 1887, está claro y terminante sobre este punto. (*)

Ella es, no obstante, la que nos ha obligado en esta ocasión á estudiar por separado los problemas fundamentales de uno y otro cambio, aun cuando en realidad se deberían resolver lo mismo, siempre que entre las plazas se expresara á tanto por 100, fuese cual fuese su sistema monetario y la equivalencia fija que le sirviera de base, y nos obliga aún, antes de dar este asunto por terminado, á comprobar unos y otros resultados, porque sabemos por experiencia que los *prácticos* no suelen convencerse con *razones*, si no van acompañadas de las *pruebas*.

Ellos satisfarían por la letra de 8000*pts*, 7854'80; nosotros 7855'33.

Las 7854'80 equivalen en Bilbao á los 10 días, según la cotización á (177, 2.°)

$$7854'80.\frac{100}{99'50}=7894'27,$$

con las cuales podrían descontar y adquirir en Bilbao una letra á 80 días, de (158)

$$N=\frac{36500.7894'27}{36500-6.80}=7999'46pts,$$

valor al que faltan 0'54 de peseta para llegar á 8000.

Las 7855'33 equivaldrían, según la cotización, á

$$7855'33.\frac{100}{99'50}=7894'80,$$

con las cuales en Bilbao adquiriríamos, descontándola una letra de

$$N=\frac{36500.7894'80}{36500-6.80}=8000pts.$$

(*) Art. 3.° Los cambios entre las plazas mercantiles de España se arreglarán fijando el tanto por ciento de beneficio ó de daño con relación al papel.

Art. 4.° EN IGUAL FORMA *que la expresada en el artículo anterior* se arreglarán los cambios con Francia, Bélgica, Italia y Suiza, mientras subsista en estas naciones el mismo sistema monetario que en España, así como también los cambios con otros países que en adelante adopten en su moneda iguales condiciones.

Pasemos al Problema 2.°

Ellos darían por las 7854‘80*pts*, una letra de 7677‘08; nosotros de 7676‘10.

Las 7677‘08 cobradas en Barcelona, producirían un interés de

$$\frac{7677‘08.6.80}{36500} = 100‘96, \text{ convirtiéndose en } 7778‘04,$$

que según el precio del cambio, equivalen en el punto de venta á

$$7778‘04.\ \frac{101}{100} = 7855‘82 pts,$$

valor que excede á 7854‘80, en 1‘02*pts*.

Las 7676'10, producirían un interés de

$$\frac{7676‘10.6.80}{36500} = 100‘94, \text{ convirtiéndose en } 7777‘04,$$

que según el precio del cambio equivalen en el punto de venta á

$$7777‘04.\ \frac{101}{100} = 7854‘81 pts,$$

valor que se diferencia del efectivo en 0‘01, á causa de ser solo aproximado el 7676‘10.

No nos ocupamos del Problema 3.°, porque el tanto por 100 de cambio depende de los razonamientos que se hagan para determinar el nominal y efectivo, y la resolución está fundada en los mismos que hemos expuesto, por lo que si éstos son inexactos han de conducir, por precisión, á resultados falsos.

En cuanto á esta inexactitud y falsedad, nos parece que está suficientemente demostrada y comprobada.

IV.—Negociación de letras de plazo distinto al de cotización, en el cambio extranjero.

181. Generalicemos el razonamiento precedente, siguiendo la notación acostumbrada.

El nominal N que se entrega en una plaza y debe cobrarse en otra, equivaldrá en el momento de terminar el plazo de cotización á

$$N.\frac{100+d^{o}/_{o}}{100}, \text{ ó á } N.\frac{100-d^{o}/_{o}}{100},$$

según se cobre antes ó después, porque en el primer caso devengará un interés hasta el término de dicho plazo (155), debiendo en el segundo ser objeto de un descuento (156) si se quiere cobrar en dicha fecha y ese valor equivaldrá en el punto de compra y en virtud del tanto por 100 de beneficio ó daño fijado para el cambio, á un efectivo (177)

$$E = N.\frac{100\pm t}{100}\cdot\frac{100\pm d^{o}/_{o}}{100} \qquad (1),$$

reuniendo las dos expresiones en una sola, para lo cual deberán tomarse los signos superiores de t y $d^{o}/_{o}$, según se trate de beneficio ó daño y plazo más corto ó largo que el de cotización.

Encontrado el valor del efectivo, fácilmente se deduce de él,

$$N = E.\frac{100}{100\pm t}\cdot\frac{100}{100\pm d^{o}/_{o}} \qquad (2)$$

$$\text{y} \quad \pm t = \frac{100E}{N}\cdot\frac{100}{100\pm d^{o}/_{o}} - 100 \qquad (3),$$

fórmulas que, como ya sabemos (178), exigen que N y E se refieran á las mismas unidades, por lo cual deberá efectuarse la conveniente reducción, por medio de la equivalencia á la par que sirva de base al cambio, si las de cuenta de ambas plazas fueran diferentes, cuya reducción podrá hacerse evidentemente, bien transformando la cantidad dada, bien el resultado, según convenga más realizar las operaciones indicadas *con unidades nacionales ó extranjeras*.

Por lo demás, todavía hay quien sigue rebatiendo el cambio, aunque se trate del extranjero, y no es este error el único que se comete al resolver cuestiones tan importantes por *análisis* más ó menos fundados, que conducen al *planteo y resolución de proporciones ó conjuntas* no siempre ciertas.

Aun el razonamiento que hemos hecho nosotros para evitar este planteo y toda clase de trabajo mental, deduciendo las fórmulas que preceden, si nos parece exacto bajo el punto de vista práctico en que nos hemos colocado, no lo es aún rigurosamente, si se considera con el criterio científico que debía presidir, y sin duda presidirá algún día, á la resolución de los problemas aritméticos que con el Comercio se relacionan, en la que se cometen hoy tantos absurdos sancionados por la costumbre, pues en el plazo corto se indemniza al comprador con el *descuento comercial* de lo que debía percibir y en el largo con los *intereses,* lo cual no es la misma cosa aun cuando á muchos les parezca así.

El considerar en la práctica el uno ó los otros, y el tomar como equivalentes tantos que no lo son, es precisamente lo que origina una verdadera anarquía de cálculo, en virtud de la cual cada operador resuelve la cuestión como le parece, llegando á resultados diferentes y hasta del todo absurdos en ocasiones, como haremos notar en los siguientes problemas.

Empecemos por aplicar nuestras fórmulas á los dos resueltos últimamente.

$$1.^{\circ} \quad N = 8000 pts; \quad t = 0\text{'}50 d^{\circ}; \quad d^{\circ}/_{\circ} = \frac{100.6.80}{36500} = 1\text{'}315,$$

$$E = 8000.\frac{99\text{'}50}{100}\cdot\frac{98\text{'}685}{100} = 0\text{'}8.99\text{'}50.98\text{'}685$$
$$= 7855\text{'}33 pts,$$

conforme al resultado del análisis que hicimos al final del párrafo anterior.

$$2.^{\circ} \quad E = 7854\text{'}80 pts; \quad t = 1^{\circ}/_{\circ}\, b^{\circ}; \quad d^{\circ}/_{\circ} = \frac{100.6.80}{36500} = 1\text{'}315,$$

$$N = 7854\text{'}80.\frac{100}{101}\cdot\frac{100}{101\text{'}315} = \frac{78548000}{10232\text{'}8} = 7676\text{'}10 pts,$$

también conforme con el resultado de dicho análisis.

Observando ahora que siempre conviene indicar todas las operaciones que han de efectuarse antes de realizarlas para hacer las simplificaciones que sea posible y evitar la acumulación de errores, pasemos al cambio extranjero.

PROBLEMA 1.º—¿Cuánto producirá la negociación de una letra de 800 libras esterlinas á 90 días vista, siendo 4 el tanto por 100 de descuento en el Banco de Inglaterra, y estando el cambio á 60 días vista á 15°/₀ premio?

Resolución usual:

$$\begin{array}{rl} x \text{ pesos} = & 800 \text{ libras esterlinas} \\ \text{libras esterlinas } 100 = & 444 \text{ pesos} \\ \text{pesos } 100 = & 115 \\ 100 = & 99'67 \text{ desc.}^{\circ} \text{ 30 días á } 4^{\circ}/_{0} \end{array}$$

$$x = \frac{800 \times 444 \times 115 \times 99'67}{1000000} = 4071'32\$.$$

Resolución por nuestra fórmula (**1**) operando con unidades nacionales:

$$N = 800£ = 800.4'44\$; \quad t = 15^{\circ}/_{0}\ b^{\circ};$$

$$d^{\circ}/_{0} = \frac{100.4.30}{36000} = \frac{1}{3} = 0'33 \text{ (plazo más largo)},$$

$$E = 800.4'44.1'15.0'9967 = 4071'32\$.$$

Resolución por nuestra fórmula (**1**) operando con unidades extranjeras:

$$N = 800£; \quad t = 15^{\circ}/_{0}\ b^{\circ}; \quad d^{\circ}/_{0} = 0'33 \text{ (plazo más largo)},$$

$$E = 800.1'15.0'9967 = 916'964£ = 916'964.4'44\$ = 4071'32\$.$$

Comprobación (**2**) calculando el nominal que debería poder adquirirse con 4071'32\$.

$$N = \frac{40713200\$}{115.99'67} = 3552\$ = \frac{3552}{4'44} = 800£,$$

ó bien

$$N = \frac{4071'32}{4'44}£.\frac{10000}{115.99'67} = 916'964.\frac{10000}{11462'05}£$$

$$= \frac{9169640}{11462'05}£ = 800£.$$

PROBLEMA 2.°—Por la negociación de una letra sobre Londres de 800£ se han obtenido en la Habana 4071'32$, descontando 30 días de intereses á 4 por 100.

¿Cuál ha sido el cambio?

Resolución usual:

$$\begin{array}{rcl} x \text{ pesos fuertes} & = & 100 \text{ pesos fuertes} \\ 99'67 & = & 100 \\ 444 & = & 100 \\ \text{libras esterlinas } 800 & = & 4071'32 \text{ pesos fuertes} \end{array}$$

$$x = \frac{100 \times 100 \times 100 \times 4071'32}{99'67 \times 444 \times 800} = 115$$

$$115 - 100 = 15 \text{ por } 100 \text{ premio.}$$

Resolución por nuestra fórmula (**3**) expresando el nominal en $:

$$N = 800.4'44\$ = 3552\$; \qquad d^o/_o = 0'33$$

$$\pm t = \frac{40713200}{3552.99'67} - 100 = 115 - 100 = 15^o/_o\, b^o.$$

Resolución por nuestra fórmula (**3**), expresando el efectivo en £:

$$E = \frac{4071'32}{4'44}\,£ = 916'964£; \qquad d^o/_o = 0'33$$

$$\pm t = \frac{9169640}{800.99'67} - 100 = 115 - 100 = 15^o/_o\, b^o.$$

ESCOLIO.—Observemos que el enunciado de este problema es enteramente análogo al 3.° del párrafo anterior, por lo cual hemos resuelto ambos por los procedimientos de un mismo autor.

Apliquemos ahora al último el razonamiento de aquél, y tendremos:

Nominal de la letra. . . . . . 800£ = 3552 $
Menos intereses de 30 dias á 4%. . . . 11'67»

3540'33$

$$4071'32 - 3540'33 = 530'99$$

$$3552:530'99::100:x$$

$$x = \frac{53099}{3552} = 14'95\%\ b^{o}.$$

Hé aquí otra prueba visible relativa al tanto por 100, del error á que conduce el rebatimiento del cambio y cierta clase de análisis.

El resultado sería evidentemente el mismo, si redujéramos los $ á *pts*; de modo que una misma cantidad nominal, comprada con igual efectivo, produce á aquél 15% de beneficio, ó solo 14'95, según se compre en Cuba ó en otro punto, y tenga que cobrarse en Londres ó en otra plaza, cuya unidad monetaria sea la peseta.

Es esto tan absurdo, que sólo lo indicamos para justificar lo que hemos dicho acerca de la anarquía de cálculo, que en esta clase de cuestiones reina, sobre la cual nos vemos precisados á insistir más aún, dando á conocer el método que en la práctica se sigue, para hallar el nominal que puede adquirirse con un efectivo dado.

Problema 3.º—Cotizándose en la Habana el papel sobre Inglaterra á 90 días fecha y 16% premio, se destinan 1200$ á la compra de libras esterlinas, recibiendo letra al 20 de Octubre.

La operación se hace el 20 de Septiembre y el descuento en Londres es de 6%.

¿Cuál será el nominal de la letra?

Resolución usual:

Vencimiento según cotización.

90 días fecha desde el 20 de Septiembre: vencimiento 19 de Diciembre.

Vencimiento de la letra, 20 de Octubre.

Del 20 de Octubre al 19 de Diciembre van 60 días de intereses á favor del que cede la letra.

De modo que:

$$x\,£ = 1200\$$$
$$\$444 = 100£$$
$$£116 = 100$$

$$x = \frac{1200.100.100}{444.116} = 232'99\,£$$

Menos intereses á 6%.	2'33 »
Líquido.	230'66 £

Los prácticos, según se ve, empiezan por calcular el nominal equivalente al plazo de cotización, y de este nominal rebajan los intereses, lo que equivale á descontar la letra, pero á descontarla en la Habana y no en Londres, que es donde ese descuento debe abonarse y donde tiene otro valor, en virtud del precio del cambio.

Todos los autores que tenemos á la vista hacen lo mismo, pero todos omiten resolver, como es costumbre, el problema inverso, cambiando los valores de los datos cuando tratan de compra en vez de venta.

Nosotros, que no creemos deban ocultarse los errores, sino ponerlos de manifiesto para que puedan corregirse, vamos á resolverlo, siguiendo el razonamiento que emplean en los problemas de venta.

Problema 4.°—Cotizándose en la Habana el papel sobre Inglaterra á 60 días vista y 18% premio, ¿qué producto dará la negociación de una letra de 500£ á 90 días vista estando el descuento á 6% en el Banco de Inglaterra?

$$x = 500\,£$$
$$£.100 = 444\,\$$$
$$\$100 = 118\ »$$

$$x = \frac{500 \times 444 \times 118}{10000} = 2619'60\$$$

Menos intereses durante 30 días de 2619'60 á 6%.	13'10
Líquido producto.	2606'50\$

Resolución por nuestra fórmula (I):

$$N = 500£ = 500.4'44\$; \qquad t = 18°/_{o}\ b°;$$

$$d°/_{o} = \frac{100.6.30}{36000} = 0'5 \text{ (plazo más largo)},$$

$$E = 500.4'44.1'18.0'995 = 5213'004\$ = 2606'502\$.$$

Estamos, pues, conformes, calculando los intereses comercialmente como los calcula el autor cuyos razonamientos seguimos ahora, ya que la diferencia de 0'002 en los resultados sólo proviene de que nuestro cálculo es exacto y sólo aproximados los intereses 13'10 considerados antes.

Los verdaderos serían $\frac{1}{2}$ °/o de 2619'60 = 13'098, que, restados de 2619'60, producirían también 2606'502, obteniéndose el mismo resultado si se planteara una conjunta análoga á la del Problema 1.°

Apliquemos ahora el procedimiento del anterior y nuestra fórmula al caso inverso, que constituirá este

PROBLEMA 5.°—Cotizándose en la Habana el papel sobre Inglaterra á 60 días vista y 18°/o premio, ¿qué nominal se obtendrá comprando con 2606'502$ una letra á 90 dias vista, estando el descuento á 6°/o en el Banco de Londres?

Los prácticos obtendrían, según el razonamiento del Problema 3.°,

$$x\ £ = 2606'502\ \$$$
$$\$444 = 100\ £$$
$$£118 = 100\ »$$
$$x = \frac{2606'502.100.100}{444.118} = 497'50\ £$$

Más intereses á 6°/o.	2'4875 »
Líquido.	499'9875 £

calculado con completa exactitud, sin despreciar cifra alguna.

Resolución por nuestra fórmula:

$$E = 2606\text{'}502\$ = \frac{2606\text{'}502}{4\text{'}44}\,£ = 587\text{'}05£; \qquad t = 18\%\ b^o;$$

$d\%_o = 0\text{'}5$ (plazo más largo),

$$N = 587\text{'}05 \cdot \frac{100}{118} \cdot \frac{100}{99\text{'}5} = \frac{5870500}{11741} = 500£$$

haciendo también los cálculos exactamente.

Los resultados, sin embargo, no están conformes, y no somos nosotros los llamados á decidir dónde se halla la equivocación; pero daremos nuestro parecer, con objeto de que decidan los que lean estas líneas.

Una persona tiene en la Habana una letra de 500£ y otra 2606'502$ en moneda del país; según nuestros resultados, la primera, al entregar la letra, tiene derecho á que le den los 2606'502$ en efectivo, y la segunda, al entregar estos 2606'502$, lo tiene á recibir la letra de 500£; en lo primero estamos todos de acuerdo; pero los demás nos dicen, que si bien el dueño de la letra tiene derecho á recibir 2606'502$, la persona que entrega éstos sólo lo tiene á recibir en letra 499'9875£ y no 500£. Confesamos ingénuamente que no lo entendemos, y hasta que nos parece uno de los mayores absurdos que es posible imaginar; no decimos el mayor, porque aún le supera otro, que es el cálculo del tanto por 100 de beneficio ó daño que figura en la cotización, tanto fijo é invariable que no podemos modificar, por imponérsenos independientemente de nuestra voluntad.

Calculemos el tanto á que el papel se hallaba cotizado en el momento de realizar la operación indicada en el Problema 4.°

Problema 6.°—De la venta de una letra sobre Londres de 500£ se obtuvieron en la Habana $2606'50 descontando 30 días de intereses á 6%. ¿A qué cambio se hizo la negociación?

Resolución usual:

2606'50 representan el líquido de otra cantidad sobre la que se descontó 6% durante 30 días, ó

$$\frac{6.30}{36000} = \frac{180}{36000} = \frac{1}{200} = \frac{1}{2}\ \%$$

$$99'50:100::2606'50:x; \qquad x = \frac{260650}{99'50} = 2619'60\,\$$$

500£ á la par son.. . . . 2220 »

Hemos recibido por ellas. . . . 399'60 \$ de más,

$$2220:399'60::100:x; \qquad x = \frac{39960}{2220} = 18\%\ \text{premio.}$$

Resolución por nuestra fórmula, expresando el nominal en \$ y tomando el verdadero valor del efectivo para que no haya error ninguno en el resultado:

$$N = 500£ = 500.4'44\$ = 2220\$; \quad d\%= 0'5\ \text{(plazo más largo)},$$

$$\pm t = \frac{260650'2}{2220} \cdot \frac{100}{99'5} - 100 = \frac{2606502}{22089} - 100$$
$$= 118 - 100 = 18\%\ b°.$$

Resolución por nuestra fórmula, expresando el efectivo en £:

$$E = 2606'502\$ = \frac{2606'502}{4'44}\,£ = 587'05£;$$

$$d\% = 0'5\ \text{(plazo más largo)},$$

$$\pm t = \frac{58705}{500} \cdot \frac{100}{99'5} - 100 = \frac{58705}{497'5} - 100$$
$$= 118 - 100 = 18\%\ b°.$$

Estamos, pues, conformes, y lo mismo resultaría planteando una conjunta análoga á la del Problema 2.°; pero veamos cómo razonan para comprobar el Problema 3.°, que es de compra, con objeto de aplicar el razonamiento al que acabamos de resolver.

Problema 7.°—Contándose 60 días de intereses á 6% á favor del que cedió una letra sobre Inglaterra por 1200\$, se obtuvieron en letra 230'66£. ¿A qué cambio se hizo la compra?

Resolución usual:

230'66£ son residuo de una cantidad menos su $\frac{6.60}{36000} = \frac{1}{100} = 1\%$, por tanto,

$$99:100::230'66:x; \qquad x = \frac{23066}{99} = 232'99 \text{ £}$$

Con 1200$ á la par hubiéramos comprado. . . . . 270'27 »

Luego nos dan de menos. . . . . . . 37'28 £

De modo, que como sólo hemos comprado con 1200$, 232'99£ en vez de 270'27, el cambio está con premio.

Por consiguiente:

$$232'99:270'27::100:x$$

$$x = \frac{2702700}{23299} = 115'99, \text{ ó } 116 \text{ aproximadamente;}$$

luego el cambio de la operación fué á 16°/₀ premio.

Ahora bien; volviendo al Problema 6.°, nos parece evidente que toda venta exige un comprador; que lo obtenido por el vendedor, no habiendo gasto alguno accesorio, es exactamente lo pagado por aquél, y que, por tanto, dicho problema podría enunciarse así:

Problema 8.°—Por la compra de una letra de 500£ sobre Londres se pagaron 2606'50$, descontando 30 días de intereses á 6°/₀. ¿A qué cambio se hizo la negociación?

Aplicando el razonamiento anterior, deberíamos decir:

500£ son residuo de una cantidad, menos su $\frac{6.30}{36000} = \frac{1}{2}$ °/₀,

por tanto,

$$99'5:100::500:x; \qquad x = 502'62 \text{ £}$$

Con 2606'50$ á la par hubiéramos comprado.. . . . 587'05 »

Luego nos dan de menos. . . . . 84'43 £

De modo, que como sólo hemos comprado con 2606'50$ 502'62£ en vez de 587'05, el cambio está con premio.

Por consiguiente:

$$502'62:587'05::100:x$$

$$x = \frac{5870500}{50262} = 116'80$$

luego el cambio de la operación fué á 16'80°/₀ premio, es decir, que en el momento en que se entregaba una letra de 500£, recibiendo por ella 2606'50$, el cambio estaba á la vez á 18°/₀ premio y á 16'80°/₀ premio. ¿No es esto aún más absurdo que lo anterior?

En la práctica, pues, se calcula de un modo lo que cuesta ó produce un nominal comprado ó vendido y de otro modo el nominal que puede comprarse, lo cual exige que se determine el tanto por 100 de cotización de distinta manera, según se haya realizado una compra ó una venta en unas ú otras condiciones; lo que se encuentra, por consiguiente, no es el tanto por 100 pedido, sino el de ganancia ó pérdida que corresponde á 100 unidades nominales, en virtud de las condiciones especiales que los prácticos imaginan para la compra ó la venta, y para que ese tanto coincida con el de cotización, se ha de atender á esas condiciones particulares, que naturalmente variarán, según el modo de razonar que cada operador tenga.

Más claro: lo que en la práctica se resuelve son problemas arbitrarios de compras y ventas; pero los importantísimos de cambio quedan sin resolver, pues sólo pueden ser éstos, refiriéndonos, para más claridad, á los datos de los últimos:

Estando á 6°/₀ el descuento en el Banco de Inglaterra,

¿Qué efectivo equivaldrá en la Habana á 500£ en papel y á 90 días vista, cotizándose á 18°/₀ premio el extendido á 60 días?

¿Qué nominal equivaldrá á 2606'50$ si la letra se extiende á 90 días y el papel á 60, se cotiza á 18°/₀ premio?

¿Cuál será el tanto por 100 de beneficio ó daño para el papel á 60 días, en el momento en que un nominal de 500£ á 90, se cambie por 2606'50$?

Con las costumbres establecidas no es posible contestar á estas preguntas, mientras no se especifique además qué clase de venta ó compra las origina, para saber si el descuento debe tomarse del nominal en Londres ó del efectivo en la Habana, aun cuando es evidente que el tanto que figura en la cotización siempre se refiere á aquél, ó lo que es lo mismo, al efectivo en ésta, calculado según el precio de cotización.

Como es, no obstante, preciso respetar esas costumbres en ocasiones, tratemos como siempre de evitar todo planteo para facilitar la resolución, cuando sea indispensable sujetarse á ellas.

Las fórmulas del efectivo y tanto (**1** y **3**), ya sabemos están deducidas, en el mismo supuesto que se hace para hallar el producto de una venta.

Respecto al nominal N', que se podrá comprar con un efectivo E, según el razonamiento que en este caso se emplea, será al plazo de cotización

$$N' = E.\frac{100}{100 \pm t};$$

luego si de éste se rebajan los intereses cuando el plazo es más corto ó se aumentan si es más largo, se convertirá definitivamente en (156 y 155)

$$N = E.\frac{100}{100 \pm t} \cdot \frac{100 \mp d\%}{100} = E.\frac{100 \mp d\%}{100 \pm t} \qquad (4)$$

correspondiendo á vencimiento anterior ó posterior y beneficio ó daño, los signos superiores ó inferiores de $d\%$ y t.

De esta expresión tan sencilla, se deduce á simple vista

$$\pm t = \frac{E(100 \mp d\%)}{N} - 100$$

para valor del tanto en el supuesto hecho.

Aplicadas á los Problemas 3.° y 7.°, nos darían, operando con unidades extranjeras:

$$E = 1200\$ = \frac{1200}{4{`}44}£; \qquad t = 16\%\ b°; \qquad d\% = 1$$

$$N = \frac{1200}{4{`}44} \cdot \frac{99}{116} = \frac{118800}{515{`}04} = 230{`}66£$$

y también

$$\pm t = \frac{1200}{4{`}44} \cdot \frac{99}{230{`}66} - 100 = 116 - 100 = 16\%\ b°,$$

conforme con los resultados de los prácticos.

Siendo, por consiguiente, este modo de operar una especie de convenio práctico establecido por todos los calculistas, despejaremos también E en la penúltima expresión para el caso en que se trate de hallar el efectivo que se destinó á una compra, aunque no sin dejar antes consignada nuestra protesta de que tales absurdos se cometan, y de tal modo se dificulten y compliquen, cálculos que bien efectuados serían mucho más sencillos.

Resumiendo tendremos, pues, como fórmulas *prácticas:*

$$\left.\begin{aligned} E &= N.\frac{100\pm t}{100}\cdot\frac{100\pm d^{\circ}/_{\circ}}{100} \\ N &= E.\frac{100}{100\pm t}\cdot\frac{100}{100\pm d^{\circ}/_{\circ}} \\ \pm t &= \frac{100E}{N}\cdot\frac{100}{100\pm d^{\circ}/_{\circ}}-100 \end{aligned}\right\}\text{Para compra y venta de letras de nominal conocido.}$$

$$\left.\begin{aligned} E &= N.\frac{100\pm t}{100\mp d^{\circ}/_{\circ}} \\ N &= E.\frac{100\mp d^{\circ}/_{\circ}}{100\pm t} \\ \pm t &= \frac{E(100\mp d^{\circ}/_{\circ})}{N}-100 \end{aligned}\right\}\text{Para compra de letras con cierto efectivo,}$$

de las cuales sería también fácil despejar $d^{\circ}/_{\circ}$ si alguna vez se quisiera calcular el descuento fijado en la cotización, conociendo el efectivo, nominal y tanto por 100 de cambio, tomando siempre los signos superiores ó inferiores para t y $d^{\circ}/_{\circ}$, según que aquél exprese beneficio ó daño y el plazo sea más corto ó largo que el de cotización.

Repitiendo, pues, que para nosotros sólo las primeras son relativamente exactas, pasemos á ocuparnos del caso en que el precio no se exprese á tanto por 100, sino por el valor determinado, aunque variable de un momento á otro, que una ó varias unidades de la plaza cierta alcancen en la incierta.

182. La cuestión es mucho más sencilla.

Entonces ya sabemos que si p indica el *precio de una de las unidades á que el nominal se refiera*, expresado en aquellas que el efectivo represente ó deba representar, el valor del efectivo E al plazo de cotización es (178) Np, y como el nominal valdrá en todos los casos $N.\ \frac{100 \pm d°/_o}{100}$, según nuestro modo de razonar, y $N.\ \frac{100}{100 \mp d°/_o}$ en los de compra con un efectivo dado según los *prácticos*, deberemos tener,

$$E = Np.\frac{100 \pm d°/_o}{100}; \quad N = \frac{E}{p} \cdot \frac{100}{100 \pm d°/_o};$$

$$p = \frac{E}{N} \cdot \frac{100 \pm d°/_o}{100},$$

para la compra ó venta de letras de nominal conocido.

$$E = Np.\frac{100}{100 \mp d°/_o}; \quad N = \frac{E}{p} \cdot \frac{100 \mp d°/_o}{100};$$

$$p = \frac{E}{N} \cdot \frac{100 \mp d°/_o}{100},$$

para la compra con un cierto efectivo, según que el plazo de la letra sea más corto ó más largo.

Cambiando como cambian las plazas españolas según la ley vigente, dando á las de distinto sistema monetario el término variable ó precio p á que se cotiza una unidad de cuenta extranjera, basta para aplicar estas fórmulas calcular $d°/_o$ y sustituir su valor, junto con los que E, N ó p deban tener, en vista del enunciado de la cuestión.

Operando en plaza cierta, como antes sucedía en España, que daba el término fijo 5*pts* por un número variable de monedas extranjeras, 4'60*frs*, por ejemplo, es evidente que se debería reemplazar p *por el* cociente 4'60:5 = 0'92, *valor de* 1 *unidad del nominal* (*frs*) expresado en aquellas á que el efectivo (*pts*) se referirá.

Por lo demás, ocioso es repetir que los métodos comunmente empleados son el de *proporciones y conjuntas* más ó menos exactas, que es preciso pensar y plantear cada vez que ha de efectuarse uno de estos cálculos.

También es muy frecuente en este caso *operar sobre el cambio*, empezando por determinar el producto $p.\ \frac{100 \pm d°/_o}{100}$ ó

$p.\frac{100}{100\mp d°/_0}$, que representaremos por p', con lo cual se convierten las expresiones de E y N, en

$$E = Np' \quad \text{y} \quad N = \frac{E}{p'},$$

que son las de igual plazo que el de cotización, como debía suceder, puesto que aumentar ó disminuir al precio del cambio los intereses que le corresponden por los días de diferencia, es lo mismo (181) que hallar su equivalente al plazo de cotización; pero como el valor de p es muy pequeño, en comparación á los de E y N, suele ser este método el que da para la incógnita menos aproximación, si no se calculan con bastantes cifras esos intereses que es costumbre determinar por el procedimiento general (155) para agregarlos ó restarlos á dicho precio.

También determinado $p' = \frac{E}{N}$, es fácil encontrar el valor de p por medio de las expresiones

$$p = \frac{100p'}{100 \pm d°/_0}, \quad \text{ó} \quad p = \frac{(100 \mp d°/_0)p'}{100},$$

según se trate de venta ó compra, ó por un sencillo análisis que conduzca al propio resultado.

Problema 1.°—¿Cuántas pesetas producirá la negociación de una letra de 1500 libras esterlinas á 8 días vista, estando el cambio á 25'30 para las letras á 90 días fecha y siendo de 3°/₀ el descuento en Inglaterra?

Resolución usual:

8 días vista y 3 de correo equivale á 11 días fecha, y de 11 á 90 van 79 días de intereses á favor del vendedor.

Libras esterlinas. . . 1500

$$\frac{1500.3.79}{36000} = \quad 9'88 \text{ intereses por 79 días al } 3°/_0$$

Libras esterlinas. . . 1509'88 á 25'30*pts* libra esterlina
= 38200*pts*,

calculando los intereses comercialmente.

Resolución por nuestra fórmula (plazo más corto):

$$d^{\circ}/_{o} = \frac{100.3.79}{36000} = 0'658;$$

$$E = 1500.25'30.1'00658 = 38199'92 pts, \quad ó \quad 38200 pts,$$

tomando el resultado por exceso como en la resolución anterior.

Operando sobre el cambio:

$$p' = 25'30.1'00658 = 25'4665;$$
$$E = 1500.25'4665 = 38199'76, \text{ con más error.}$$

Comprobación calculando el precio del cambio:

$$p = \frac{3820000}{1500.100'658} = 25'30 pts,$$

ó bien $p' = \dfrac{38200}{1500} = 25'46666; \quad p = \dfrac{2546'666}{100'658} = 25'30 pts.$

Problema 2.º—¿Cuál debe ser el nominal de una letra sobre Londres á 8 días vista, vendida por 38200*pts*, estando el cambio á 25'30 á 90 días fecha y siendo 3°/₀ el tanto de descuento?

Resolución usual:

En las 38200*pts* se halla comprendido el importe de los intereses á 3°/₀ durante 79 días, que son 0'6583 por 100.

$$100'6583:100::38'200:x; \qquad x = \frac{38200 \times 100}{100'6583} = 37950 pts,$$

que sería el producto de la letra si su vencimiento fuera el mismo de la cotización, producto que expresado en libras esterlinas al precio de éstas, dará el valor del nominal

$$37950:25'30 = 1500£.$$

Resolución por nuestra fórmula:

$$N = \frac{3820000}{25'30.100'658} = 1500£.$$

Problema 3.º—Estando el cambio á 25'30 á 90 días fecha y 3 por 100 de interés, ¿qué nominal *deberían* darnos y nos *darían* á 8 días vista por 38200*pts*?

Deberían darnos, según el resultado del problema anterior, que bajo el punto de vista del cambio en nada se diferencia de éste, 1500£.

$$\textit{Nos darían} \quad N = 38200.\frac{99‘342}{2530} = 1499‘94£,$$

los que *razonaran* así, que, según hemos visto, serían muchos:

$$\text{Para igual plazo que el de cotización. . .}\ \frac{38200}{25‘30} = 1509‘88£$$

$$\text{Menos intereses á } 3\%_0 \text{ durante 79 días.}\ \frac{1509‘88.3.79}{36000} = \quad 9‘94»$$

$$1499‘94£$$

CAPÍTULO IV

CAMBIO DIRECTO

I.— Preliminares.

183. Resueltas las cuestiones fundamentales de negociación de letras en todos los casos, fácil sería resolver cuantas se refiriesen al cambio directo (174) entre dos plazas, si en la práctica dominara un criterio fijo, no sólo en lo que atañe á la misma negociación, sino también al pago de los gastos que suelen originar las operaciones que se ejecutan ó se mandan ejecutar á los corresponsales.

Cualquiera sabe, en efecto, que para trasladar dinero de Sevilla á París, por ejemplo, hay dos medios directos, tanto si se quieren trasladar el número de francos que por el precio del cambio equivalgan á 1000*pts*, para retirar del primer punto esta cantidad, como si se quiere trasladar el número de pesetas que equivalgan á 1000 francos, para disponer de éstos en el segundo.

Ordenar al corresponsal de Sevilla *compre* con 1000*pts* una letra del número de francos que sea posible y la remita al de

París para que la haga efectiva, ó á éste que gire y *venda* por los francos que se pueda una letra de 1000*pts* contra el primero; de ambas maneras se tendrán en París los francos equivalentes á las 1000*pts* que de Sevilla se retiran.

La compra en Sevilla de una letra de 1000 francos y su envío al corresponsal de París, ó la *venta* en esta plaza de la letra que fuese necesario girar contra el corresponsal de aquélla, para que produjera 1000 francos, nos permitiría análogamente disponer en París de esta cantidad.

Los problemas que pueden ocurrir, incluyendo los que naturalmente se desprenden de ellos relativos al precio del cambio, sólo podrán ser éstos, por lo tanto, suponiendo conocidos los datos necesarios:

1.° ¿Qué nominal podrá comprarse con un efectivo E?

2.° ¿Qué nominal deberá venderse para obtener un efectivo E?

3.° ¿Cuánto costará una letra de nominal N?

4.° ¿Cuánto producirá una letra de nominal N?

5.° ¿Cuál ha de ser el precio del cambio para que con un efectivo E se compre un nominal N?

6.° ¿Cuál ha de ser el precio del cambio para que la venta de un nominal N produzca un efectivo E?

Estos problemas no pueden evidentemente ser recíprocos, es decir, que lo que cuesta la compra de un nominal N, no es lo mismo que lo producido por su venta; porque estas operaciones, no efectuadas por el mismo interesado, como hemos supuesto en la negociación de letras, originan gastos que unas veces ha de satisfacer el comprador y otras el vendedor, aumentando, como siempre sucede en estos casos, el importe correspondiente al precio de cotización en la primera y disminuyéndolo en la segunda.

Entre estos gastos hay unos, como los de *timbre*, *correo* y *otros* análogos que se expresan por cantidades determinadas, y con frecuencia los del *corretaje*, que se paga al agente encargado de la compra ó venta, expresado á tanto por 1000 ó 100, y la *comisión* que cobra el corresponsal á tanto por 100, como supondremos lo está siempre el primero, pues aunque generalmente no ocurre así, la reducción puede hacerse fácilmente de memoria (85, 4.ª).

También los gastos determinados pudieran referirse á tanto por 100, como hicimos, por ejemplo, en el Problema 3.° del párrafo 88; pero siendo casi siempre cantidades relativamente pequeñas, la reducción complicaría las operaciones si se calculaban con las suficientes cifras para que no produjesen errores de importancia, por lo cual es preferible considerarlos aisladamente combinándolos por suma ó resta con el efectivo E que los contenga, ó con el que resulte de tener sólo en cuenta los expresados á tanto por 100, recordando, para no confundirse, que:

Los gastos expresados por cantidades determinadas, deben siempre añadirse ó quitarse al efectivo correspondiente, según se trate de compra ó venta, antes de operar con él, si es dato de la cuestión, ó después de calculado si fuese cantidad desconocida.

El corretaje y la comisión son los que pueden tomarse de cantidades distintas, y no habiendo sobre ellos un criterio fijo, no sólo dan nacimiento á dudas, confusiones y dificultades, sino que originan grandes errores, algunos de los cuales haremos notar al resolver en la práctica esta clase de cuestiones, bien por *análisis,* es decir, efectuando una á una todas las operaciones que deban hacerse para llegar á la determinación del valor deseado, método preferido *en las casas de banca,* porque presenta á la vista la serie de gastos que ha sido preciso realizar y su influencia sobre los datos, bien por *proporciones*, *conjuntas* y *combinaciones de estos procedimientos* entre sí ó con *reglas especiales*, no siempre ciertas como veremos.

Lo que da lugar á más errores, es la facilidad con que se confunden, por designarlos con igual nombre, las dos ó tres cantidades *efectivas* que intervienen en estos problemas; la que equivale al nominal de la letra por el precio de cotización, es decir, sin gasto ninguno, y la que en definitiva cuesta ó produce la letra, según se compre ó venda, que á su vez suele tener dos valores: uno para el que ejecuta la orden, y otro para el que la da. Este es el verdaderamente definitivo, que siempre representaremos por E, dándole su nombre; el anterior es el que *sacará de* su *caja* ó *ingresará* en ella por cuenta del otro el que realice la operación, y añadiéndole esas palabras no podrá confundirse con el anterior; el primero es el *importe* correspondiente á la letra en el punto en que la negociación se verifica, y así le llamaremos de aquí en adelante para que se distinga bien de los otros dos.

El corretaje puede tomarse del nominal ó del importe; la comisión, del nominal, del importe, del efectivo que entra ó sale de caja, y aun á veces se toma en caso de compra de ese mismo efectivo aumentado en la comisión.

Con todas estas combinaciones, aplicadas á la multitud de diferentes problemas que pueden ocurrir en los diversos casos de cambio; la anarquía que ya hemos visto existe en el cálculo de la negociación de letras; sin criterio ninguno constante y fijo que presida al de estas operaciones; y con los razonamientos que ciertos prácticos suelen hacer cuando hacen alguno, imagínense los resultados diversos á que se llegará, los errores que se cometerán y las inexactitudes que encerrarán ciertas reglas prácticas que siguen determinados calculistas, porque alguien se las ha enseñado, pero sin que nadie sepa en qué se fundan, ni de dónde han salido.

La cuestión para nosotros es clara y sencilla: una letra, como cualquier otro objeto, no tiene en el momento de la compra ó venta más valor que aquel que le concede el aprecio que de ella se hace, el cual no solo depende de la oferta, la demanda y otras circunstancias que se reflejan en el alza ó baja del cambio, sino que puede depender también de la confianza que se tenga en hacerla efectiva; seguros estamos de que la extendida contra un banquero que hubiese quebrado y del que no se tuviera esperanza de poder cobrar nada, se vendería á cualquier precio si era posible, pudiendo darse el caso de que la comisión, el corretaje ó ambos, tomados del nominal, igualasen ó superasen á la cantidad que por ella se pudiera obtener.

En toda compra ó venta tiene un valor el objeto vendido, y si ocasiona gastos, sean del carácter que sean, se añaden á ese valor ó se rebajan de él independientemente unos de otros, y con más razón si representan la remuneración del trabajo ocasionado á las personas que han intervenido en el asunto, lo que constituye un gasto total que hay que repartir proporcionalmente al precio que cada cual fijó para el suyo, si lo expresó á tanto por 100.

El corretaje y la comisión tienen ese carácter, y no hay que confundir la segunda con el interés que se cobra ó paga aparte de las cantidades adelantadas ó recibidas; si á un corredor se entregan 1000 pesetas para que las invierta en letra, ó él las entrega como producto, de esas 1000*pts* debe cobrar corretaje, y si quiere cobrarlo del nominal, lo justo será que se le pague en letra dirigida á igual punto y á igual plazo que el valor con que operó, lo que vendría á ser lo mismo.

Otro tanto sucede con la comisión, que encontramos absurdo tomar del nominal, por idénticas razones; en cuanto á si debe rebajarse como el corretaje del importe de la letra, ó de todo cuanto ingrese ó salga de caja, ya hemos dado nuestra opinión, que nos parece apoyan las mismas costumbres prácticas en muchos casos.

Si se encarga á un corresponsal que pague 1000*pts* á una persona ó las cobre, añade ó deduce una comisión de eso que saca ó ingresa en caja, al reclamar ó remitir su desembolso ó embolso, porque ese es el valor ó importe con que se le manda operar, y si hay otros gastos además de su comisión, los agrega ó rebaja también junto con ella, sin perjuicio de que el total devengue interés si se le adeuda, ó deje de devengarlo en caso contrario, y no vemos razón suficiente para que obre de otro modo, porque se le diga que á cambio de esas 1000 pesetas le entregarán ó entregue una letra; siendo otra prueba de lo que decimos, el que si la vende, no rebaja el corretaje antes de cobrar la comisión, sino que lo ingresa en caja, y del total importe cobra separadamente ambas cosas, aun cuando la realidad práctica sea que el corredor lo descuente antes de entregarlo y no llegue, por tanto, á entrar en ella.

Los gastos, según nuestro modo de ver, deben, por consiguiente, sumarse ó restarse al importe de la letra, y si así se hiciera y los problemas de negociación se resolvieran bien, todos los de cambio serían sencillísimos, aun pudiendo, como pueden ser, tan variados, porque representando por $g\,^0/_0$ el total de gastos, ó la reunión de todos los referidos á tanto por 100, la compra ó venta se reduciría á aumentar ó disminuir al importe de la negociación su $g\,^0/_0$, es decir, á multiplicarlo ó dividirlo por $\frac{100 \pm g\,^0/_0}{100}$ y como ya hemos deducido cuáles son los verdaderos valores de ese importe, aquí terminaríamos el estudio del cambio directo, ó mejor dicho, casi no hubiéramos hablado de él, si la mencionada arbitrariedad que tanto dificulta las operaciones, llegando á hacer algunos resultados poco menos que incomprensibles, no nos obligara á escribir estas páginas.

Constantes, sin embargo, en nuestro propósito de establecer para todo fórmulas que anulen ó reduzcan el trabajo intelectual y eviten equivocaciones en lo posible, aun á los que quieran persistir en los erros prácticos que iremos indicando, vamos primero á deducirlas con carácter de completa generalidad para los dos casos en que el precio se exprese á tanto por 100, ó por cantidad determinada, haciendo luego las observaciones convenientes sobre su aplicación á cada uno de los que pueden ocurrir en particular, sobre los métodos que en la práctica suelen seguirse y sobre los transcendentales errores que teórica y prácticamente se cometen con frecuencia.

II.— Resolución general

184. Sea cual sea el país y la plaza en que se opere, solo pueden existir gastos fijos, de que ya hemos dicho prescindiremos en las fórmulas; gastos $g\%_0$, que se refieran al importe de las letras; gastos cuya reunión llamaremos $G\%_0$, que deban referirse al nominal, y comisión que pueda tomarse del efectivo ingresado ó sacado de caja, que representaremos por $c\%_0$ para cuando deba tener ese carácter, pues en caso de referirse al importe ó nominal, ya estará incluida en $g\%_0$ ó $G\%_0$.

Supongamos, ante todo, que el precio del cambio se exprese á tanto por 100, t.

El verdadero importe de la letra demostramos en el anterior capítulo que era

$$N.\frac{100\pm t}{100}.\frac{100\pm d\%_0}{100}$$

cuya expresión comprende el caso en que las letras tengan igual vencimiento que el de cotización, haciendo $d\%_0=0$.

Ese importe aumentará ó disminuirá el de la compra ó el producto de la venta en su $g\%_0$, más el $G\%_0$ de N, ó $\frac{N.G\%_0}{100}$, convirtiéndolo en

$$N.\frac{100\pm t}{100}.\frac{100\pm d^o/_o}{100}.\frac{100\pm g^o/_o}{100}+\frac{N.G^o/_o}{100}$$

ó sacando N factor común y reduciendo al mismo denominador

$$N.\frac{(100\pm t)\,(100\pm d^o/_o)\,(100\pm g^o/_o)\pm 10000G^o/_o}{1000000}.$$

Falta solo aumentarlo ó disminuirlo en la comisión cuando exista, de lo que entre en caja ó salga de ella, y aquí se nos presenta la primer dificultad.

¿Cuál es la cantidad que entra ó sale de la caja, del que por orden de otro realiza la compra ó venta? Parece la cuestión tan sencilla y evidente que no creemos haya preocupado á nadie, más que á nosotros.

Cuando se vende una letra, ¿entra en caja el corretaje? A nosotros nos parece que no, á los prácticos, que sí.

Cuando se compra una letra, ¿sale de caja la comisión? A nosotros nos parece que no; á los prácticos que no, cuando se encarga la compra de un nominal determinado, y que sí, cuando reciben orden de invertir cierto efectivo en la compra del nominal correspondiente. Esto es lo que menos concebimos, por la razón sencillísima de que nos parece tan falso, que hasta conduce á uno de los mayores absurdos prácticos que pueden imaginarse.

Lo primero es admisible, suponiendo que entra en caja el corretaje, pagándose después con la comisión; y no solo es admisible, sino que ya hemos dicho las razones en virtud de las cuales nos parece lo más justo; pero la verdad es que el corredor descuenta ó puede descontar su corretaje antes de entregar el importe, cuyo total no entraría, por consiguiente, en caja, y siendo una hipótesis más ó menos real, pero indudablemente posible, debe resolverla la fórmula que encontremos si ha de ser completamente general.

Lo segundo necesita aclararse con un ejemplo, para el que escogeremos números á propósito aun cuando no se ajusten á la realidad.

Encargamos la compra de una letra de 1000*pts*, y el banquero, al calcular cuánto le debemos, dice: 1000*pts* á 20°/₀ premio, son 1200 y 120 por el 10°/₀ de corretaje, 1320, y 66 por mi comisión de 5°/₀ *de este valor* 1320 *que saco de caja*, 1386, efectivo que se me adeuda; estamos conformes, y entonces es evidente que la fracción hallada en que para el caso de compra está ya aumentado el corretaje, deberá multiplicarse por $\frac{100+c°/_0}{100}$, así como el producto por $\frac{100-c°/_0}{100}$, será el líquido de la venta, *no ingresando en caja el corretaje*, puesto que ya se ha disminuido y si se supone que ingresa, resolverá el problema la expresión hallada, puesto que en ese caso lo ingresado será precisamente el importe de la letra y de él se tomará la comisión.

En definitiva tendremos, por consiguiente,

$$E = N.\frac{(100\pm t)(100\pm d°/_0)(100\pm g°/_0)\pm 10000G°/_0}{1000000}\cdot\frac{100\pm c°/_0}{100} \quad (1)$$

para el coste ó producto de un nominal N.

$$N = E.\frac{1000000}{(100\pm t)(100\pm d°/_0)(100\pm g°/_0)\pm 10000G°/_0}\cdot\frac{100}{100\pm c°/_0} \quad (2)$$

para el nominal que cuesta ó produce un efectivo E.

$$\pm t = \frac{100E}{N}\cdot\frac{100}{100\pm d°/_0}\cdot\frac{100}{100\pm g°/_0}\cdot\frac{100}{100\pm c°/_0}$$
$$\mp\frac{10000G°/_0}{(100\pm d°/_0)(100\pm g°/_0)} - 100 \quad (3)$$

para valor del tanto correspondiente á la compra ó venta.

Estas fórmulas resolverán todos los casos, y aunque á la vista parecen complicadas, ya veremos al aplicarlas que en la práctica resultan sencillísimas, por anularse casi siempre alguna de las cantidades que en ellas entran, pues en su aplicación debe tenerse presente que:

El cambio puede estar con *beneficio* $(+t)$, ó *daño* $(-t)$ y á *la par* $(t=0)$, en cuyo caso debe suprimirse, dividiendo por 100 los dos términos de las fracciones en que entra.

El plazo de la letra puede ser más corto $(+d°/_0)$ que el de cotización, más largo ($-d^o/_o$) é igual ($d^o/_o=0$), debiendo entonces suprimirse y dividir por 100 dichos términos.

Los gastos que se refieran al importe en la *compra* ($+g^o/_o$) ó *venta* ($-g^o/_o$), pueden *no existir* ($g^o/_o=0$), debiéndose hacer entonces igual simplificación.

Los referidos al nominal, también en la *compra* (signo superior de $G^o/_o$), ó *venta* (signo inferior) pueden igualmente *no existir* ($G^o/_o=0$) anulándose el término en que entran.

Por último; la comisión que puede tomarse del efectivo que *sale* de caja ($+c^o/_o$) ó entra ella ($-c^o/_o$) antes ó después de pagar los demás gastos, podrá de un modo análogo *no existir* ($c^o/_o=0$) (*).

No creemos sea inútil recordar que, según dijimos en la negociación de letras (178):

En los problemas de cambio extranjero á tanto por 100, *conviene siempre, antes de efectuar las operaciones, referir el efectivo ó nominal á la unidad que se desee, cuando la incógnita es alguno de ellos, ó á las que sirvan para expresar el cambio si fuese el tanto, valiéndose de la equivalencia fija que sirva de base.*

Prescindiendo de nuestras posesiones de Ultramar, cuyas bases de cambio ya conocemos (76), rara es la plaza que cambia con otra á tanto por 100, no teniendo igual sistema monetario, por lo que en estos casos excepcionales, el mismo enunciado de la cuestión, hará generalmente conocer la equivalencia necesaria.

Antes de ocuparnos del cambio á precio determinado, vol-

(*) Con cada una de las cinco letras que además de N y E entran en las anteriores expresiones pueden, por consiguiente, hacerse tres supuestos, lo que produce algunos centenares de combinaciones ó enunciados diferentes que podrían formarse, desde la más sencilla, que sería la del cambio á la par, con letras de igual plazo y sin gasto alguno ($E=N$), hasta la que contuviera todas las enumeradas, que podría ser, por ejemplo, una compra de letra de diferente plazo al de cotización, con corretaje del importe, timbre expresado á tanto por 100 del nominal y comisión del efectivo sacado de caja, estando el cambio con beneficio.

Nos parece que ni tres fórmulas son muchas, ni las anteriores muy complicadas para resolver centenares de problemas, evitando el planteo de cada caso particular, y que cualquier práctico sabe una porción de reglas especiales, más ó menos ciertas y determinadas, y conoce, para cada caso, varios procedimientos no aplicables más que á él y alguno análogo, pero siempre, en su conjunto, infinitamente más difíciles de retener en la memoria que las tres expresiones anteriores.

vamos al ejemplo que interrumpimos para deducir las fórmulas, en que el banquero á quien encargamos la compra de una letra de 1000 *pts*, nos dice le debemos 1386, porque *ha sacado de caja* 1320 para pagar la letra y las 120*pts* de corretaje, debiéndole abonar 66 de comisión. Abonamos las 1386*pts* y nos entregan la letra.

Parece que si una letra de 1000*pts nos ha costado* 1386, con las 1386 podremos mandar *nos compren* la letra de 1000; pero los prácticos no lo creen así, y nos dicen que con las 1386 *pesetas,* no podemos *comprar* la letra que *hemos comprado*, lo cual hemos de confesar ingénuamente que para nosotros traspasa el límite de lo inconcebible.

En el momento de ir á abonar al banquero las 1386*pts* recordamos que nos las debe y le encargamos que con ellas pague la letra y gastos; pero entonces nos dirá: 1386*pts que saco de caja*, menos mi comisión de 5°/₀ de este valor, que es 69'30, son 1316'70 para invertir en letra (cuando nosotros le encargamos invierta 1386 deduciendo los gastos que la compra ocasione), y como cada 100 costarán 132 por cambio y corretaje, solo podremos adquirir letra de 997'50*pts*.

Mientras alguien no nos convenza de lo contrario, y aunque el razonamiento aparezca bien disfrazado, seguiremos diciendo que es falso y la operación inconcebible; es falso, porque la comisión del banquero *no sale de caja,* sino que se queda en ella, saliendo solo el valor necesario para comprar la letra y pagar al corredor, es decir, 1320*pts*, mientras que suponiendo se saca toda la cantidad, en la que está incluida la comisión de 66 *pesetas* que luego se vuelve á ingresar, resulta descontada del total 1386, y es inconcebible, á lo menos para nosotros, que los interesados se presten á que el banquero cobre comisión, de su propia comisión.

Este absurdo proviene, en nuestro concepto, de confundir dos clases de cuestiones muy distintas, resolviéndolas del mismo modo: las de cambio, y las de cobros y pagos por cuenta agena.

Si un banquero tiene dinero nuestro y le ordenamos pague por nuestra cuenta 1320*pts* que debemos á un corredor por una letra de 1000 que nos ha enviado, nos reclamará, como es muy justo, 66*pts* de comisión sobre esa *cantidad con que le hemos* *mandado* operar, así como en el caso de decirle cobrase 1386 nos las rebajaría también de este número; pero ordenarle que *las invierta* en letra, deduciendo los gastos de cambio, corretaje y comisión, ¿no equivale, en virtud de los valores supuestos, á decirle como antes que entregue á un corredor 1320*pts* para que nos envíe una letra de 1000*pts* cobrando su corretaje, ó para satisfacer la deuda contraida con él si ya no la ha enviado?

Estas consideraciones nos enseñan que hay otras dos cuestiones fundamentales íntimamente relacionadas con las de cambio, que son las de la entrega ó reintegro por medio de una letra, de la cantidad que se ha cobrado por orden de otro, las cuales pueden resumirse en estas dos preguntas:

1.ª—¿Qué nominal N habrá de tener la letra que se gire á favor de la persona por quien se ha cobrado un efectivo E?

2.ª—¿Qué nominal N habrá de tener la letra que se gire contra la persona por quien se ha pagado un efectivo E?

Como la *inversión* de una cantidad perteneciente á otro en letra, cantidad de la cual por cierto ya se habrá cobrado comisión al ingresarla en caja, se considera en la práctica como idéntica á la primera de estas dos cuestiones y quedará resuelta por la misma fórmula, las incluimos aquí, constituyendo con ellas un problema especial del cambio directo, indispensable para resolver otros muchos, y que se refiere á los *cobros* y *pagos* por cuenta agena, que dan lugar á un *reintegro* de la cantidad adeudada por quien la cobró ó mandó pagar.

No exige, sin embargo, este problema fórmula especial, aunque sería fácil hallarla, porque como entonces se conoce siempre el efectivo, del que es muy sencillo tomar la comisión añadiéndola ó restándola al mismo, según sea pago ó cobro lo que se haya realizado por cuenta de otro, lo más conveniente es seguir la siguiente regla que permite aplicar la ya conocida (**2**):

Para calcular el nominal correspondiente á un reintegro, se halla ante todo la comisión y se incluye entre los gastos determinados.

Antes de pasar al caso de cambio entre plazas de distinto sistema monetario, debemos advertir que, como ya dijimos al deducir los valores de E, N y t, prescindimos, por no dificultar sus expresiones, de estos gastos, no siendo, por lo tanto, completamente exactas cuando los haya y deban tenerse en cuenta, cosa que ocurre raras veces, porque en realidad faltará *añadir á esos gastos que consideramos por separado su $c^{0}/_{0}$*; pero como la llamada *comisión de caja* suele variar entre $\frac{1}{2}{}^{0}/_{0}$ y $\frac{1}{4}{}^{0}/_{0}$, y esos gastos son de pequeña importancia, su $\frac{1}{2}$ ó $\frac{1}{4}$ por 100 será generalmente un número de milésimas que podrá despreciarse en la práctica, si no se quiere hacer la modificación que indicamos, ó referirlos á tanto por 100 para hallar el resultado con completa exactitud.

Supongamos ahora que el cambio se exprese á precio determinado, lo cual sólo ocurre en el extranjero, y empecemos por observar que aun cuando muchos dicen, y se ve consignado en libros estimados con justicia, que el corretaje se toma del nominal y que la comisión puede tomarse del nominal ó del efectivo, esto no es más que una ilusión, pues en el cambio extranjero expresado á precio fijo jamás puede haber gastos referidos al nominal, aun cuando de éste se tomen, al resolver el problema por análisis.

En efecto; supongamos, para fijar y aclarar las ideas, que la compra ó venta se hace en Madrid, y que se trata de una letra de 1000£, estando el cambio á 25'20, que es la par oficial, y hay que satisfacer $1^{0}/_{00}$ de corretaje y $\frac{1}{2}{}^{0}/_{0}$ de comisión.

El corretaje ascenderá á 1£ y la comisión á 5£ tomándolos del nominal; pero como uno y otra se han de cobrar en *pts*, se cobrarán con arreglo al precio que en aquel momento tengan las libras esterlinas, es decir, que se pagará de corretaje 25'20 *pesetas* y se cobrarán de comisión $5.25'20 = 126$*pts*, con lo cual, aunque á la mayoría les parezca lo contrario, resultan esos gastos tomados del importe de la letra y no del nominal, pues el cálculo que acabamos de indicar equivale á este otro:

Importe de 1000£ á 25'20*pts* = 25200*pts*.
Corretaje $1^{0}/_{00}$ de ese importe = 25'20*pts*.
Comisión $\frac{1}{2}{}^{0}/_{0}$ del mismo = 126*pts*.

Lo mismo sucede con el descuento cuando la letra está extendida á diferente plazo del indicado en la cotización; por consiguiente, vemos que los que se titulan prácticos hacen en este caso, como en otros, cuanto está en su mano para resolver la cuestión de un modo defectuoso, diciendo que rebajan los gastos del nominal, pero contra su propia voluntad les resultan tomados del importe, porque no puede ser de otra manera.

Tratándose de Madrid y Sevilla, por ejemplo, el nominal serán pesetas, y puede, según sabemos, cometerse el error de operar con esas pesetas, atendiendo sólo al valor nominal, sin tener en cuenta que las que han de cobrarse en el segundo punto no tienen igual valor en el primero en virtud del precio del cambio; siendo las plazas Madrid y París, también hay posibilidad de continuar con ese error, porque la unidad monetaria es la misma, aunque tenga distinto nombre; y aun tratándose de la Habana y Londres, puede dejarse á un lado la diferencia de precios, porque hay una equivalencia fija 100£ = 444$, con la cual puede operarse, como siempre que el cambio se expresa á tanto por 100; pero estando determinado no es posible, porque no hay una verdadera equivalencia fija en que apoyarse, ya que la oficial no es igual á la intrínseca, y ésta, que es la verdadera, ni es conocida generalmente, ni constante en las diversas tablas publicadas, ni aun la misma, como vimos al ocuparnos de ella, para todos los que se tomaran el trabajo de calcularla, pues depende también del modo más ó menos exacto de plantear y resolver el problema.

No hay, pues, gastos tomados del nominal, y la comisión sólo puede referirse al importe ó al efectivo ingresado ó sacado de caja, lo que simplifica las operaciones y evita muchos de los errores que hemos hecho notar; desgraciadamente se cometen otros de mayor importancia y transcendencia, de que pronto nos ocuparemos.

Ante todo deduzcamos las fórmulas correspondientes á este caso.

Siguiendo idéntica marcha que en las de tanto por 100, recordaremos (182) que el verdadero importe de un nominal N, representando p el *precio á que en la plaza en que opera se cotiza una unidad monetaria de la otra*, es

$$Np.\frac{100 \pm d^{o}/_{o}}{100},$$

según tenga la letra plazo más corto ó largo que el de cotización; luego siguiendo en lo demás la notación hasta aquí empleada, su total coste ó producto, será según se trate de compra ó venta, prescindiendo de la comisión que pueda tomarse del efectivo ingresado en caja ó sacado de ella, y por las razones detalladas anteriormente,

$$Np.\frac{100 \pm d\%}{100} \cdot \frac{100 \pm g\%}{100},$$

luego si ha de tomarse esa comisión antes ó después de pagar los restantes gastos,

$$E = Np.\frac{100 \pm d\%}{100} \cdot \frac{100 \pm g\%}{100} \cdot \frac{100 \pm c\%}{100} \qquad (4)$$

para el coste ó producto de un nominal N,

$$N = \frac{E}{p} \cdot \frac{100}{100 \pm d\%} \cdot \frac{100}{100 \pm g\%} \cdot \frac{100}{100 \pm c\%} \qquad (5)$$

para el nominal que cuesta ó produce un efectivo E,

$$p = \frac{E}{N} \cdot \frac{100}{100 \pm d\%} \cdot \frac{100}{100 \pm g\%} \cdot \frac{100}{100 \pm c\%} \qquad (6)$$

para el precio á que se ha efectuado la compra ó venta.

Estas expresiones, como debía suceder, no son otra cosa que nuestra fórmula (146) de los cambios sucesivos; pues el primer problema equivale efectivamente á cambiar N por su valor, sin atender más que al precio; éste por otro al plazo de cotización; éste por otro teniendo en cuenta los gastos, y éste por otro, si es preciso, añadiendo ó quitando la comisión.

Recordemos por última vez que cada letra y signo representa además del nominal N, efectivo E y precio del cambio p, sobre el que habremos de dar algunos detalles,

$\pm\, d\% =$ intereses ó descuento de 100 unidades para plazo más corto ó largo que el de cotización;

$\pm\, g\% =$ suma de tantos por 100 de los gastos que se refieran al importe en compra ó venta;

$\pm\, c\% =$ comisión del efectivo que sale de caja ó entra, antes ó después de pagar los demás gastos.

No conteniendo esas expresiones *los expresados por cantidades fijas*, deberán *combinarse por análisis* cuando existan y hayan de tenerse en cuenta con el efectivo conocido ó que se determine, incluyendo entre ellos la comisión, que siempre se agrega ó rebaja en la práctica al total ingresado ó sacado de caja, cuando se trata de satisfacer ó cobrar un *reintegro* por medio de letra.

p = precio á que se cotiza en la plaza á que se refiere el cálculo, una unidad de la otra.

Llamando, pues, p' al que figure en la cotización,

Si se refiere á una unidad y se opera en plaza incierta, $p = p'$.

En el mismo caso, operando en plaza cierta, $p = \frac{1}{p'}$.

Si se refiere á varias unidades u y se opera en plaza incierta, $p = \frac{p'}{u}$.

En el mismo caso, operando en plaza cierta, $p = \frac{u}{p'}$.

De esta manera no es necesario establecer más fórmulas, ni fatigar la memoria distinguiendo casos particulares, ni enunciar diversas reglas para cada uno.

Ejemplos.—Si Madrid cambia con Londres dando 25'20*pesetas* por 1£, y por hacer la operación en Madrid se desea el resultado en *pts*, $p = 25'20$; si la operación se efectuase en Londres, queriendo el resultado en £, $p = \frac{1}{25'20}$.

Si Alejandría cambia con París, dando, por ejemplo, 20*pesos* (de 0'25*pts*) por 5'40*frs* y el cálculo se quiere hacer para la primer plaza, $p = \frac{20}{5'40}$, y si para la segunda, $p = \frac{5'40}{20}$.

Estos casos son rarísimos, porque el término variable casi siempre se refiere á 1 ó 100 unidades de la plaza cierta; España, sin embargo, daba, como sabemos, hasta 1887, 5*pts* por el variable extranjero, y la mayoría de los países expresan aún en esa forma el cambio con las plazas españolas.

Debe, por último, recordarse, que según hemos dicho ya varias veces,

El efectivo y nominal conviene expresarlos, si no lo estuviesen en el enunciado, *en las unidades á que se refieren los términos del cambio*, en cuyo caso la fórmula del precio dará siempre en *unidades de la plaza á que se refiera el efectivo*, el valor *de* 1 *del nominal*.

Pasemos ya á la aplicación de nuestras fórmulas, considerando en particular cada uno de los casos que pueden suponerse algo distintos, dando como siempre á conocer los procedimientos prácticos que se emplean en cada uno al resolverlos por *análisis, proporciones, conjuntas* y *reglas especiales*, que en algunos autores vemos recomendadas.

III.—Detalles prácticos.

PRIMER CASO.—*Cambio nacional con letras de plazo igual al de cotización.*

En conformidad con las ideas que hemos manifestado, dispone el Real decreto de 31 de Diciembre de 1885, al fijar el arancel de los derechos que deben cobrar en nuestra patria los corredores de comercio, tratándose de letras de cambio, libranzas, pagarés y descuentos, que percibirán 2°/$_{oo}$ sobre su IMPORTE EFECTIVO, corretaje que satisfarán por mitad comprador y vendedor.

A pesar de tan terminante disposición y de que los corredores, como todos los comerciantes y agentes intermediarios, han de sujetarse á la Ley, que en este caso además se halla de completo acuerdo con la justicia y razón, tenemos á la vista un libro español publicado en 1886, otro en 1887 y un tercero en 1888, que se ocupan de estas materias, conteniendo numerosos problemas de cambio, y ni en uno solo por excepción dejan de tomar el corretaje del nominal de la letra. Claro que no exponiendo, como no exponen sus autores, las razones que sin duda habrán tenido para no conformarse con la citada prescripción, á nosotros nos es imposible adivinarlas.

No opinando, sin embargo, como ellos, nos hubiera sido muy fácil introducir en las fórmulas que hemos calculado el valor fijo 1°/$_{oo}$, ó 0'1°/$_{o}$ del importe que el corretaje debe tener en España, lo mismo en caso de compra que de venta; pero entonces sólo serían aplicables á las plazas españolas, y nosotros hemos querido que sean completamente generales y puedan resolver cualquier combinación, sean cuales sean las costumbres del país.

Como en este caso es $d^o/_o = 0$, conviene tener presente que en nuestras fórmulas debe prescindirse del factor $100 \pm d^o/_o$, que se reduce á 100, dividiendo por este número el otro término de la fracción.

Empecemos por las cuestiones más sencillas y frecuentes en que existiendo sólo el gasto de corretaje, son también $G^o/_o = 0$ y $c^o/_o = 0$, reduciéndose las fórmulas á

$$E = N.\frac{(100 \pm t)(100 \pm g^o/_o)}{10000}; \quad N = E.\frac{10000}{(100 \pm t)(100 \pm g^o/_o)};$$

$$\pm t = \frac{100E}{N}.\frac{100}{100 \pm g^o/_o} - 100.$$

Problema 1.º—Necesitando un comerciante mandar á Sevilla 3000*pts*, ¿cuánto le costará adquirir la necesaria letra por medio de corredor estando el cambio á $1\frac{1}{4}$ °/o daño?

Por proporción y análisis:

$$100{:}98'75{::}3000{:}x; \qquad x = 2962'50pts.$$

Más $1^o/_{oo}$ de 2962'50 por corretaje = 2'96 »

2965'46*pts.*

Por nuestra fórmula:

$$E = 3000.\frac{(100-0'25)(100+0'1)}{10000}$$

$$= 0'3.98'75.100'1 = 2965'46pts.$$

Problema 2.º—¿Cuánto cobrará el vendedor por la referida letra?

Por regla de negociación y análisis:

Sin corretaje le produciría (177, 1.º).... 3000.0'9875 = 2962'50*pts.*
Menos $1^o/_{oo}$ de 2962'50 por corretaje. . . . . 2'96 »

2959'54*pts.*

Por nuestra fórmula:

$$E = 3000.\frac{98'75.99'9}{10000} = 0'3.9865'125 = 2959'54pts.$$

Problema 3.°—Estando el cambio sobre Sevilla á $1\frac{1}{4}\,\%$ daño, ¿qué nominal podremos adquirir por medio de corredor con 2965'46*pts*?

Por análisis y conjunta:

100*pts* en letra á $1\frac{1}{4}\,\%$ daño, nos costarían 98'75 y 0'1 de corretaje, ó sea 98'85*pts*.

$$\begin{array}{lrl} \text{(nominales)}\ldots\ldots\ldots & x = 2965'46 & \text{(efectivas)} \\ \text{(efectivas)}\ldots\ldots & 98'85 = 100 & \text{(nominales)} \end{array}$$

$$x = \frac{100 \times 2965'46}{98'85} = 3000pts.$$

Por nuestra fórmula:

$$N = 2965'46.\frac{10000}{98'75.100'1} = \frac{29654600}{2884'875} = 3000pts.$$

Problema 4.°—¿Qué cantidad en letra sobre Sevilla deberemos vender por medio de corredor, para que nos queden líquidas 2959'54 estando el cambio á $1\frac{1}{4}\,\%$ daño?

Por análisis:

100*pts* vendidas nos dejarán $100 - 1'25 - 0'1 = 98'65$.

Si para obtener 98'65 necesitamos vender 100, para obtener 1 necesitaremos $\frac{100}{98'65}$, y para que nos queden 2959'54,

$$x = 2959'54.\frac{100}{98'65} = 3000pts.$$

Por nuestra fórmula:

$$N = 2959'54.\frac{100}{98'75}\cdot\frac{100}{99'9} = \frac{29595400}{9865'125} = 3000pts.$$

Problema 5.°—Para que una letra de 3000*pts* sobre Sevilla cueste 2965'46*pts*, ¿á cómo debe hallarse el cambio comprándola por medio de corredor?

Por análisis y proporciones:

En 2965'46 está incluido el corretaje de $1\,‰$.

$$1001:1000::2965'46:x; \quad x = \frac{2965460}{1001} = 2962'50 = \text{importe.}$$

$$3000 - 2962'50 = 37'50 = \text{pérdida del papel.}$$

$$3000:37'50::100:x; \quad x = \frac{3750}{3000} = 1'25 = 1\frac{1}{4}\ \%\ \text{daño.}$$

Por nuestra fórmula:

$$\pm t = \frac{296546}{3000} \cdot \frac{100}{1001} - 100 = \frac{296546}{3003} - 100 = 98'75 - 100$$

$$= -1'25 = 1\frac{1}{4}\ \%\ \text{daño.}$$

Problema 6.°—La venta por medio de corredor de una letra de 3000*pts* sobre Sevilla, nos ha dejado líquidas 2959'54*pesetas*. ¿Cuál es el precio del cambio?

Por conjunta:

(Pesetas que equivaldrán á). . . .	$x = 100$	(nominales)
(nominales)..	$3000 = 2959'54$	(efectivas)
(efectivas)..	$999 = 1000$	(por corretaje)

$$x = \frac{100.2959{\cdot}54.1000}{999} = 98{\cdot}75$$

$$100 - 98'75 = 1'25 = 1\frac{1}{4}\ \%\ \text{daño.}$$

Por nuestra fórmula:

$$\pm t = \frac{295954}{3000} \cdot \frac{100}{99{\cdot}9} - 100 = \frac{98651}{999} - 100 = 98'75 - 100$$

$$= -1'25 = 1\frac{1}{4}\ \%\ \text{daño.}$$

Resueltos los problemas fundamentales de compra y venta realizados por cuenta del propio interesado, introduzcamos ahora en algunos la comisión y los gastos fijos.

Problema 7.°—Un banquero da orden á su corresponsal de Málaga para que adquiera una letra sobre Barcelona de

5600*pts*, al cambio de $\frac{1}{2}$ % beneficio, y se la remita para su negociación. Siendo de $\frac{1}{4}$ % la comisión de dicho corresponsal, y costando 3*pts* el timbre y 0'90 de *pt* el franqueo y certificado, ¿cuánto le adeudará el banquero?

Primera solución.—Calculando la comisión del importe de la letra.

Por análisis:

5600 *pts.* le costarán.	5600	*pts.*
Mas $\frac{1}{2}$ % de beneficio..	28	»
	5628	»
Mas 1 ‰ corretaje de 5628.	5'63	»
	5633'63	»
Mas $\frac{1}{4}$ % comisión de 5628.	14'07	»
	5647'70	»
Mas 3 de timbre y 0'90 de franqueo. . . .	3'90	»
TOTAL.	5651'60	*pts.*

ESCOLIO.—Este es el procedimiento práctico preferido por los banqueros.

Por nuestra fórmula (I):

$g\% = 0'1 + 0'25 = 0'35$; $G\% = 0$; $c\% = 0$; $d\% = 0$.

$$E = 5600 . \frac{100'5(100+0'35)}{10000} = 0'56 . 100'5 . 100'35 = 5647'70$$

Mas timbre y certificado. . . . . 3'90

TOTAL. . . . . 5651'60*pts.*

Segunda solución.—Calculando la comisión del efectivo sacado de caja.

Por análisis y proporciones:

100 nominales costarán al banquero de Málaga 100'50 á causa del cambio; 100'50+0'10=100'60, agregando el corre-

taje, y al que ordena la operación 100‘60+0‘25=100‘85 por la comisión y 3‘90 por timbre y franqueo.

$$100:100'85::5600:x$$

$$x=\frac{5600\times 100'85}{100}=5647'60 pts.$$

$$3'90$$

$$5651'50 pts.$$

Por nuestra fórmula (I):

$$g^{\circ}/_{\circ}=0'1;\quad G^{\circ}/_{\circ}=0;\quad c^{\circ}/_{\circ}=0'25;\quad d^{\circ}/_{\circ}=0.$$

$$E=5600.\frac{100'5.100'1}{10000}.\frac{100'25}{100}$$

$$=56.100'5.1'001.1'0025=56.100'852=5647'71 pts.$$

$$3'90 \text{ »}$$

$$5651'61 pts.$$

Escolio.—Nuestra fórmula exige operar con algunas cifras más, si no se aplican las reglas abreviadas que detallamos en el *Complemento de Aritmética*, porque da un resultado mucho menos erróneo á causa de la gran inexactitud que se comete al tomar sólo dos cifras después de la coma en la comisión y corretaje y multiplicar luego por el capital, lo que equivale á deducir una y otro del nominal 100, y no de 100‘50 y 100‘60, con lo que en este caso se obtiene un valor más pequeño que el anterior, cuando evidentemente debe ser algo mayor.

Ver el efectivo en que se convertirán 100 *unidades nominales á causa del precio del cambio y gastos, y formar la correspondiente proporción*, ó aplicar luego alguna regla especial que equivalga á ella, es, sin embargo, el procedimiento recomendado y seguido por la mayoría de los autores y prácticos, aunque para tener un resultado cercano á la verdad hay que tomar varias cifras en la comisión y corretaje, cosa que casi nunca se hace, efectuando parecidas operaciones que las determinadas por nuestra fórmula, ú operar con fracciones ordinarias, en cuyo caso se complicarán más por la necesaria reducción á un común denominador.

Tercera solución.—Tomando la comisión del nominal.

Por conjunta y análisis:

(efectivas)	x *pts*	$=$	5600	*pts* (nominales)
(nominales)	100 »	$=$	100'50	» por cambio (efectivas)
(efectivas)	1000 »	$=$	1001	» por corretaje (efectivas)

$$x = \frac{5600.100'50.1001}{100000} = 5633'63$$

Mas $\frac{1}{4}$ $^0/_0$ de 5600.	14
	5647'63*pts.*
Mas timbre y correo.	3'90 »
TOTAL.	5651'53*pts.*

Por nuestra fórmula (I):

$$g^0/_0 = 0'1; \quad G^0/_0 = 0'25; \quad c^0/_0 = 0; \quad d^0/_0 = 0.$$

$$E = 5600.\frac{100'5.100'1+25}{10000} = 5647'63 pts.$$

$$3'90 \text{ »}$$

$$5651'53 pts.$$

ESCOLIO.—La conjunta que hemos escrito, cuyos dos últimos términos son muy propensos á producir error por aparecer con igual denominación, siendo facilísimo cambiarlos, es también muy usada por algunos que, para evitar ese inconveniente, siguen la regla práctica de *escribir los términos de las equivalencias de menor á mayor,* ó al contrario, *según que los gastos deban contribuir á aumentar* ó disminuir *el resultado de la operación*, lo cual es aplicable desde luego á problemas sencillos que ninguna regla exijan; pero si el enunciado se complica algo, equivale á decir que para resolverlos no hay más que resolver otro: el de averiguar qué gastos contribuirán á aumentar el resultado y cuáles tenderán á disminuirlo. Ignoramos qué solución dan á éste.

Tampoco faltaría quien incluyese en 100'50 cambio y comisión, escribiendo 100'75, ó formase con la última una equivalencia intermedia ó final, pues de ambas cosas hemos visto ejemplos, sin observar que haciendo lo primero resultaría el corretaje calculado también de la comisión, y efectuando lo segundo, se tomaría análogamente ésta de aquél; ni con una cosa ni con otra se faltaría, no obstante, á eso de escribir los términos de menor á mayor, ó al contrario.

PROBLEMA 8.º—Si el banquero del problema anterior negociase esa letra por orden de su corresponsal de Bilbao á $\frac{3}{4}$ % daño, retirando $\frac{1}{2}$ % de comisión, ¿cuánto acreditaría á este último?

Por análisis y proporción, tomando la comisión del importe.

100 nominales producirán al banquero 99'25 por el daño del cambio y 99'25—0'09925=99'15075 después de pagar el corretaje, las cuales serán 99'15075—0'49625=98'6545 para el corresponsal de Bilbao, rebajando la comisión.

$$100:98'6545::5600:x$$

$$x = \frac{98'6545 . 5600}{100} = 5524'65 pts.$$

Por nuestra fórmula (I):

$$g\% = 0'1 + 0'5 = 0'6; \quad G\% = 0; \quad c\% = 0; \quad d\% = 0.$$

$$E = 5600 . \frac{99'25}{100} \cdot \frac{99'4}{100} = 56 . 99'25 . 0'994$$
$$= 56 . 98'6545 = 5524'65 pts.$$

PROBLEMA 9.º—El mismo corresponsal de Bilbao ordena al banquero le reintegre esa cantidad, invirtiéndola en letra sobre Alicante al cambio corriente de 0'20% premio, retirando su comisión del efectivo. ¿De qué nominal será la letra?

Por conjunta:

	x	*pts*	=	5524'65	(efectivas)
(por comisión)	100	»	=	99'50	(á gastar)
(por corretaje)	1001	»	=	1000	(gastadas)
(por premio)	100'20	»	=	100	(nominales)

$$x = \frac{5524'65 . 99'50 . 1000 . 100}{100 . 1001 . 100'20} = 5480'58 pts.$$

Por nuestra fórmula (**2**) rebajando primero la comisión:

$$g\%=0'1;\quad G\%=0;\quad c\%=0;\quad d\%=0.$$

$$5524'65-\tfrac{1}{2}\%=5524'65-27'62=5497'03.$$

$$N=5497'03.\frac{10000}{100'2.100'1}=\frac{54970300}{10030'02}=5480'58 pts.$$

Resolvamos ahora algunos que sirvan de total comprobación á nuestras fórmulas, con cuyo objeto vamos á seguir en lo posible los razonamientos de varios autores, para que todos sean conocidos, indicando también las principales reglas prácticas.

PROBLEMA 10.—Una letra de 8000*pts* ha costado 8088'24 pesetas efectivas; ¿cuál fué el cambio de compra, suponiendo que se hayan pagado $\frac{1}{2}\%$ de comisión y 1‰ de corretaje, tomados sobre el valor efectivo?

Resolución usual:

Averigüemos ante todo en qué se convertirian las 8088'24 pesetas no habiendo concurrido los gastos indicados.

Valor efectivo más los gastos.		Valor efectivo sin tener en cuenta los gastos.		Valor efectivo más los gastos.		Valor efectivo sin tener en cuenta los gastos.
100'60	:	100	::	8088'24	:	x

$$x=\frac{8088'24\times100}{100'60}=8040 \text{ pesetas.}$$

El importe total del cambio será 8040—8000=40 pesetas.

Con los anteriores datos puede plantearse la proporción, que dará el resultado pedido.

Valor nominal.		Importe total del cambio.		Valor nominal.		Cambio.
8000	:	40	::	100	:	x

$$x=\frac{100\times40}{8000}=\frac{1}{2} \text{ por 100 premio.}$$

Resolución por nuestra fórmula (**3**):

$$g\%_{0} = 0{,}1 + 0{,}5 = 0{,}6; \quad G\%_{0} = 0; \quad c\%_{0} = 0; \quad d\%_{0} = 0.$$

$$\pm t = \frac{808804}{8000} \cdot \frac{100}{100{,}6} - 100 = \frac{10110{,}3}{100{,}6} - 100$$

$$= 100{,}5 - 100 = 0{,}5 = \frac{1}{2}\ \%_{0}\ b^{o}.$$

La mayoría de los calculistas no hacen el análisis que hemos transcrito, sino que siguen, para hallar el tanto, una regla especial que insertan varios autores, y consiste en encontrarlo prescindiendo de los gastos, para lo cual basta *multiplicar el efectivo por* 100 *y dividir por el nominal* (177, 3.º), *restando ó añadiendo* al resultado *el tanto por* 100 *de gastos* que figure en el enunciado, y *viendo en cuánto es mayor ó menor que* 100; pero claro está que entonces se suponen corretaje y comisión tomados del nominal, por lo cual dicha regla única, que muchos conocen y recomiendan, no tiene hoy en España ninguna aplicación.

En esa hipótesis, si hay que hacerla en alguna plaza, tendríamos:

Resolución práctica:

$$\frac{8088{,}24 \times 100}{8000} = 101{,}103;$$

$$101{,}103 - (0{,}50 + 0{,}10) = 101{,}103 - 0{,}60 = 100{,}503;$$

$$100{,}503 - 100 = 0{,}503\%_{0} \text{ beneficio.}$$

Resolución por nuestra fórmula (**3**):

$$g\%_{0} = 0; \quad G\%_{0} = 0{,}1 + 0{,}5 = 0{,}6; \quad c\%_{0} = 0.$$

$$\pm t = \frac{808824}{8000} - 0{,}6 - 100 = 101{,}103 - 100{,}6 = 0{,}503\%_{0}\ b^{o}.$$

Por último; una cosa análoga ocurre con otra regla especial que algunos dan para hallar el efectivo ó nominal, y que ellos mismos no siguen, como vamos á ver, cuando hay que tomar la comisión del efectivo.

Esa regla consiste en *aumentar ó disminuir el precio del cambio, según se trate de compra ó venta, en el tanto por* 100 *de gastos* que figure en el enunciado, *añadiéndolo ó restándolo* á 100, según esté con beneficio ó daño, y *multiplicar el nominal ó efectivo por la relación entre el número que resulte y 100, ó su inversa.*

Como también se supone en ella, tomado el corretaje del nominal, tampoco sirve para nada en España, aun cuando de él se tomase la comisión; pero puede alguna vez ser aplicable á otro país, y la combinación que resulta de este supuesto, acabará de comprobar la generalidad de nuestras fórmulas.

PROBLEMA 11.—Pagando 1 por 1000 de corretaje y retirando la comisión de $\frac{1}{4}$ por 100, se ha negociado al cambio de $\frac{1}{2}$ °/o beneficio una letra de 8000*pts* sobre Valencia, remitida por un corresponsal. ¿Cuánto debe abonarse á éste?

Resolución usual:

La aplicación de la regla, en la forma que suele escribirse, da:

$$\frac{8000 \times \left(\left(100 + \frac{1}{2}\right) - \left(1°/_{oo} + \frac{1}{4}\right)\right)}{100}$$

$$= \frac{8000 \times 100{`}15}{100} = 8012 pts,$$

habiendo quien pretende demostrarla añadiendo á la resolución estas palabras:

«y esto se demuestra con el razonamiento siguiente:»

Si por 100 pesetas en letra se reciben 100'15 efectivas, por una letra de 8000 pesetas, ¿qué cantidad se recibirá?

$$100:100{`}15::8000:x; \qquad x = \frac{8000.100{`}15}{100} = 8012 pts,$$

«resultado igual al anterior (1).»

Si se calculase la comisión sobre la cantidad efectiva entrada en caja al realizar la venta de la letra, se tendría:

---

(1) Lo cual, según se ve, *comprueba* el resultado de este caso particular, pero no *demuestra* ni la regla ni nada, como el mismo que lo asegura reconoce, sin querer, en la siguiente resolución, á la que dicha regla no es aplicable.

Negociación de una letra de 8000*pts* á $\frac{1}{2}$ por 100 beneficio. . . . . 8040 *pts.*

Gastos á disminuir.

1 por 1000 de corretaje s/8000. . 8
$\frac{1}{4}$ por 100 de comisión s/8040.. . 20'10 } . . . 28'10 »

8011'90*pts.*

Escolio.—En la práctica suele indicarse por la abreviación s/, la palabra *sobre.*

Resolución por nuestra fórmula (I) tomando corretaje y comisión del nominal:

$$g\%_0 = 0; \quad G\%_0 = 0'1 + 0'25 = 0'35; \quad c\%_0 = 0.$$

$$E = 8000.\frac{100'5 - 0'35}{100} = 80.100'15 = 8012 pts.$$

Resolución por nuestra fórmula (I) tomando el corretaje del nominal y la comisión del efectivo:

$$g\%_0 = 0'25; \quad G\%_0 = 0'1; \quad c\%_0 = 0.$$

$$E = 32000.\frac{100'5.99'75 - 10}{10000} = 0'8(100'5.99'75 - 10)$$
$$= 0'8.10014'875 = 8011'90 pts.$$

Segundo caso. *Cambio nacional con letras de plazo distinto al de cotización.*

En el párrafo 180 dimos las razones en virtud de las cuales entendemos, que sólo las tres primeras expresiones deducidas en el 181, son las que resuelven con exactitud la negociación de letras de plazo distinto al de cotización; pero como los prácticos emplean siempre, bajo una ú otra forma, el inexacto procedimiento de rebatir el cambio, al que son aplicables igualmente los razonamientos hechos al deducir las últimas, claro está que en tal supuesto no deberán sufrir más modificación que la resultante de sustituir t por $t \pm d\%_0$, según que el plazo de la letra sea más corto ó largo que el de cotización, suprimiendo el factor $100 \pm d\%_0$ y el 100 de numerador y denominador, con lo cual podrán servir también para llegar á los mismos resultados que los que fundan sus cálculos en ese falso procedimiento.

Siendo idénticos los métodos seguidos por la mayoría de los calculistas, á los que creemos haber detallado bastante en las cuestiones antes resueltas, nos limitaremos, como ejemplo de la aplicación de nuestras fórmulas al caso en que quiera rebatirse el cambio, á hacer notar los considerables errores que, además de calcular para España el corretaje del nominal, cometen los que siguen otra regla especial que encontramos en uno de los libros que más autoridad gozan entre nosotros.

Su autor establece una especie de fórmula contra la costumbre de los prácticos para el cálculo del nominal, en virtud de la cual *deben siempre aumentarse á* 100 *sus intereses en caso de compra y disminuirse en el de venta*, como si el aumento ó disminución que ellos determinan dependiese del acto de comprar ó vender, y no de que el plazo de la letra sea más corto ó largo que el de cotización.

Aprovecharemos, pues, la ocasión que se nos presenta por medio de un problema semejante al que dicho autor la aplica, procurando hasta dar forma igual al enunciado y los mismos valores al corretaje, comisión y días de interés, para tener seguridad de no equivocarnos, con objeto de que se vea palpablemente donde puede conducir el empleo de ciertas reglas y fórmulas rutinarias que nadie sabe de dónde han salido.

Empezaremos por resolverlo bien con arreglo al criterio del rebatimiento de cambios, tomando el corretaje y la comisión del importe; seguiremos después la resolución de dicho autor, aplicaremos nuestra fórmula á su falsa hipótesis de que ambos tantos se deban referir al nominal, y analizaremos los resultados para compararlos.

PROBLEMA 12.—¿Cuál será el valor nominal de una letra girada á cargo de un corresponsal de Santander que nos debe 3400 pesetas 80 céntimos, que negociada al cambio de $\frac{1}{4}$ por 100 daño, y habiendo tenido de gastos $\frac{1}{8}$ por 100 de corretaje y $\frac{1}{5}$ por 100 de comisión, y descontada á 3 por 100 anual en 50 días, nos deje las mencionadas 3400 pesetas 80 céntimos?

Del enunciado no se deduce muy claramente quién la descontará, y hasta parece, al usarse esta palabra, que será el comprador, por tener plazo más largo que el de cotización, pues en caso contrario, son intereses y no descuento los que se abonan, y es cuando constituyen un gasto para el vendedor; pero hay que tener presente que en el libro á que nos referimos se usa casi siempre la palabra descuento, tanto para el plazo más corto como más largo, colocándola al final de todos los enunciados, precedida de una *y* que la separa de los gastos, sin duda para que el lector se ejercite averiguando si ese descuento lo es para el comprador ó para el vendedor; que el problema análogo va precedido de las palabras «ejemplo de venta de letras á *corto* plazo», no pudiendo ser ni la subrayada ni la colocación en tal sitio, una errata de imprenta, que en obras de esta clase, en que por precisión han de abundar, nada tendría de particular, porque sigue inmediatamente á otro de venta á larga fecha, al que también aplica la fórmula; y, por último, que la resolución está conforme con dicha fórmula, y en ella figura la palabra *interés* en lugar de descuento.

No puede haber, por consiguiente, duda de que se trata de plazo más corto que el de cotización, en cuyo caso el comprador pagará los intereses correspondientes además del efectivo que valga en virtud del cambio.

Resolución por nuestra fórmula (**2**), tomando del importe corretaje y comisión:

$$d\%_0 = \frac{100.3.50}{36000} = 0\text{'}4167; \quad g\%_0 = \frac{1}{8} + \frac{1}{5} = 0\text{'}325;$$

$$G\%_0 = 0; \quad e\%_0 = 0.$$

$$N = 3400\text{'}80. \frac{10000}{(99\text{'}75+0\text{'}4167)99\text{'}675} = \frac{34008000}{9984\text{'}116} = 3406\text{'}20 pts.$$

Resolución por la fórmula que se da como práctica tomando corretaje y comisión del nominal:

$100 - \frac{1}{4}\ \%_0$ daño. . . . $100 - \frac{1}{4} = 99\text{'}75$

Menos corretaje y comisión $99\text{'}75 - (0\text{'}125 + 0\text{'}20) =$ . . 99'425

Menos intereses. . . . . = . . 0'42

Se convertirán en.. . . . . 99'005 y aplicando la regla de multiplicar por 100 el efectivo y dividir por el valor que resulta para 100,

$$\frac{340080 \times 100}{99'005} = 3434'98 pts.$$

Resolución por nuestra fórmula (**2**) tomando también corretaje y comisión del nominal:

$$d^{\circ}/_{\circ} = 0'4167; \quad g^{\circ}/_{\circ} = 0; \quad G^{\circ}/_{\circ} = 0'325.$$

$$N = 3400'80 . \frac{100}{99'75 + 0'4167 - 0'325} = \frac{340080}{99'8417} = 3406'18 pts.$$

La diferencia en el nominal girado, en el que se aprecian hasta los céntimos de peseta, y en una operación en que la comisión ascendería solamente á 6'87 ó 6'80*pts*, sería de 28'80 pesetas.

Nos parece que tiene bastante importancia *práctica* para que merezca averiguarse cuál fórmula es falsa, si la de dicho libro ó la nuestra, comprobando analíticamente ambos resultados por medio del siguiente

Problema 13.—Hallar el líquido que produciría la venta de dos letras de 3434'98 y 3406'18*pts* giradas á un plazo de 50 días, más corto que el de cotización, hallándose el cambio á $\frac{1}{4}$ °/$_{\circ}$ daño, y teniendo que pagar $\frac{1}{8}$ °/$_{\circ}$ de corretaje y $\frac{1}{5}$ °/$_{\circ}$ de comisión del nominal.

Primera letra:

Valor nominal.	3434'98*pts*.
Menos $\frac{1}{4}$ °/$_{\circ}$ daño.	8'58 »
	3426'40 »
Menos corretaje $\frac{1}{8}$ °/$_{\circ}$ de 3434'98.	4'29 »
	3422'11 »
Menos comisión $\frac{1}{5}$ °/$_{\circ}$ de 3434'98.	6'87 »
	3415'24 »
Más intereses de 3434'98 á 3°/$_{\circ}$ durante 50 días. .	14'32 »
Produciría.	3436'92*pts*.

Segunda letra:

Valor nominal.	3406'18*pts.*
Menos $\frac{1}{4}$ °/₀ daño.	8'52 »
	3397'66 »
Menos corretaje $\frac{1}{8}$ °/₀ de 3406'18.	4'26 »
	3393'40 »
Menos comisión $\frac{1}{5}$ °/₀ de 3406'18.	6'80 »
	3386'60 »
Más intereses á 3°/₀ durante 50 días.	14'20 »
Produciría..	3400'80*pts.*

Escolio.—Tal como algunos entienden la *práctica*, quizás se nos dijera que cobrar 36'12*pts* de más, por si el interesado no repasaba el cálculo, no era resolver *mal* el problema. No creemos que el autor á que aludimos se haya propuesto este objeto.

Tercer caso. *Cambio extranjero á tanto por* 100.

Como el cálculo no se diferencia del nacional más que en resultar casi siempre, según hicimos ver, tomados los gastos del importe, aun contra la voluntad de los calculistas, y en otro error de transcendencia que muchos cometen al determinar el precio, nos limitaremos, para letras de igual plazo, á resolver un ejemplo que pueda servir de norma para los casos en que quiera tomarse algún gasto del nominal en el cambio extranjero, ó se altere la expresión del mismo por cualquier circunstancia, y otro cuya comprobación nos servirá para hacer ver ese error.

Problema 14.—Un corredor propone á un banquero la adquisición de una letra de 300£ á 5°/₀ beneficio, partiendo de la equivalencia fijada por el Gobierno. ¿Cuánto costaría adquirirla?

Resolución usual tomando el corretaje del nominal:

$$\begin{aligned} x\ pts &= 300 \text{ libras esterlinas} \\ 1£ &= 25‘20 pts, \text{ según el Gobierno.} \\ 1000 pts &= 1051 pts \text{ (por premio y corretaje)} \end{aligned}$$

$$x = \frac{300 \times 25‘20 \times 1051}{1000} = 7948‘56 \text{ pesetas.}$$

Resolución por nuestra fórmula (I), tomándolo del importe:

$$d\,°/_{o} = 0; \quad g\,°/_{o} = 0‘1; \quad G\,°/_{o} = 0; \quad c\,°/_{o} = 0.$$

$$E = 300.25‘20.\ \frac{105.100‘1}{10000} = 75‘6.105‘105 = 7945‘94 pts.$$

Resolución por análisis:

300£ á 25‘20*pts*..	7560*pts*.
Mas 5 °/₀ premio.	378
	7938
Mas 1 °/₀₀ corretaje de 7938. . .	7‘94
Coste.	7945‘94*pts*.

PROBLEMA 15.—Una letra sobre Lyon ha costado 12141‘36 pesetas estando el cambio á 0‘80 por 100 premio, incluyendo $\frac{1}{8}$ por 100 de corretaje y $\frac{1}{4}$ por 100 de comisión. ¿Cuál es su nominal?

Resolución usual:

Los gastos serán:

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{4} = \frac{3}{8} = 0‘375,$$

convirtiéndose cada 100 unidades en 100‘375; luego

$$100‘375 : 100 :: 24282‘72 : x$$

$$x = \frac{12141‘36 \times 100}{100‘375} = 12096 pts,$$

y como cada 100*frs* equivalen á 100‘80*pts* en virtud del precio del cambio,

$$100'80:100::12096:x$$

$$x=\frac{100\times 12096}{100'80}=12000 frs.$$

Resolución por nuestra fórmula (**2**):

$$d\%_0=0;\quad g\%_0=0'125+0'25=0'375;$$

$$G\%_0=0;\quad c\%_0=0.$$

$$N=12141'36.\ \frac{10000}{100'80.100'375}=\frac{121413600}{10117'8}=12000 frs.$$

En el enunciado de este problema figuran también igual premio, corretaje y comisión que en otro análogo de un autor muy conocido, cuyo método de resolución hemos seguido también al principio para comprobarlo, como él comprueba el suyo, por medio de la regla práctica que da para calcular el tanto y que es completamente falsa, pues consiste en *multiplicar el valor efectivo por* 100, *dividiendo por el número de monedas extranjeras, multiplicado por* 100 *más el tanto por* 100 *de gastos*.

Veamos el resultado á que conduciría la aplicación de esta regla.

Problema 16.—Una letra de 12000 francos sobre Lyon ha costado 12141'36*pts*, pagando $\frac{1}{8}\ \%_0$ de corretaje y $\frac{1}{4}\ \%_0$ de comisión. ¿A cómo se hallaba el cambio cuando fué comprada?

Resolución por la regla práctica:

$$\text{Gastos}\ \frac{1}{8}+\frac{1}{4}=\frac{3}{8}.$$

Hé aquí ahora la aplicación que el referido autor hace de su regla, sin que la igualdad que vamos á escribir se diferencie de la del libro que tenemos á la vista, más que en los valores del efectivo y nominal.

$$\frac{12141'36\times 100}{12000\times\left(100+\frac{3}{8}\right)}=100'80,$$

de donde deduce que el cambio se hallaba á 0'80 por 100 premio.

Resolución por nuestra fórmula (**3**):

$$d\%_0 = 0; \quad g\%_0 = 0'125 + 0'25 = 0'375; \quad G\%_0 = 0.$$

$$\pm t = \frac{24282'72.100}{24000} \cdot \frac{100}{100'375} - 100 = \frac{242827'2}{2409} - 100$$
$$= 100'8 - 100 = 0'80\%_0\ b^o.$$

Parece que los resultados están conformes; pero á simple vista se comprende que no pueden estarlo, siendo el mismo el divisor y multiplicando, como multiplica el autor por 100 el efectivo y nosotros por 10000 para formar el dividendo.

La conformidad es consecuencia, sin duda, de una errata de cálculo ó de imprenta en el cociente, errata que no puede atribuirse á la fracción, por ser ésta traducción exacta de la regla enunciada, que originaría las siguientes operaciones:

$$12141'36 \times 100 = 1214136;$$

$$100 + \frac{3}{8} = 100 + 0'375 = 100'375$$

$$\begin{array}{r} 100'375 \\ \times\ 12000 \\ \hline 200750 \\ 100375 \\ \hline 1204500 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 1214136 & 1204500 \\ \cline{2-2} 96360 & 1'008 \\ 0 & \end{array}$$

Lo que daría la aplicación de la regla, sería, pues,

$$1'008 - 100 = 98'992 \text{ por } 100 \textit{ daño}.$$

Nos parece que la diferencia con 0'80 *premio* es notable.

Respecto al caso en que se tratara de letras de distinto plazo, no podemos asegurar cómo lo resolverían los prácticos, porque no hemos encontrado en ningún libro ejemplos de esta clase para el cambio extranjero á tanto por 100.

Con objeto, no obstante, de comprobar nuestras fórmulas en todos ellos, abreviando cuanto sea posible, modificaremos convenientemente el enunciado de uno de los ya resueltos.

Problema 17.—¿Cuánto producirá la negociación de una letra de 800 libras esterlinas á 90 días vista, después de retirar la comisión de $\frac{1}{2}$ °/₀, siendo 4 el tanto por 100 de descuento en el Banco de Inglaterra, teniendo que pagar $1°/_{00}$ de corretaje, 1'80$ por los demás pequeños gastos y estando el cambio á 60 días vista á $15°/_{0}$ premio?

Este problema es una modificación del 1.° del párrafo 181, por lo cual suponemos que los prácticos lo resolverían de un modo análogo al expuesto allí, introduciendo en la conjunta la equivalencia relativa al corretaje, ó prescindiendo de ella y diciendo después de efectuar el planteo y todas las operaciones allí indicadas:

	Producto de la letra, sin gastos.		4071'32 $
Menos	$1°/_{00}$ corretaje de 4071'32. .	4'07	
	$\frac{1}{2}°/_{0}$ comisión de 4071'32. .	20'35	26'22 »
	Gastos determinados. . . .	1'80	
	Producto líquido.		4045'10 $

Resolución por nuestra fórmula (I):

$$d°/_{0} = 0'33; \quad g°/_{0} = 0'1 + 0'5 = 0'6; \quad G°/_{0} = 0.$$

$$E = 800.4'44.\frac{115.99'67.99'4}{1000000} = 3552.1'15.99'67.0'994 = 4046'90 \ \$$$

Menos gastos determinados.	1'80 »
Producto.	4045'10 $

Cuarto caso. *Cambio extranjero á precio determinado.*

Cuando se conoce ó quiere hallar el número de unidades monetarias que en la plaza en que se supone hecha la operación equivalen á una de la otra, la resolución práctica por *análisis* y *proporciones*, no suele presentar gran dificultad.

Resolveremos, pues, un par de cuestiones de este género, siguiendo los razonamientos de los más notables prácticos y aplicando nuestras fórmulas.

Problema 17.—Pagando $\frac{1}{8}°/_{0}$ de corretaje y $\frac{1}{4}°/_{0}$ de comisión, ¿qué letra debería venderse sobre cualquier plaza alemana para que su negociación produjera 5240*pts* estando el cambio á 1'24?

Resolución usual:

Los gastos serían 0'125 + 0'25 = 0'375 por 100.

$$100 - 0'375 = 99'625$$

$$99'625:100::5240:x$$

$$x = \frac{524000}{99'625} = 5259'72 pts$$

$$1'24:1::5259'72:x$$

$$x = \frac{5259'72}{1'24} = 4241'71 \text{ marcos.}$$

Resolución por nuestra fórmula (**4**):

$$p = 1'24; \quad d\%_0 = 0; \quad g\%_0 = 0'125 + 0'25 = 0'375.$$

$$N = 5240. \frac{100}{1'24.99'625} = 4241'71 \text{ marcos.}$$

Problema 18.—Con 21913*frs* se ha comprado en Marsella una letra á la vista sobre Oporto de 4 contos de reis, pagando $1\%_{00}$ de corretaje y $\frac{1}{2}\%_0$ de comisión del importe, con 2'32*frs* en concepto de pequeños gastos, ¿á cómo se hallaba el cambio á 60 días, siendo $5\%_0$ el tanto de descuento?

Resolución usual:

$$21913 - 2'32 = 21910'68,$$

en que están incluidos comisión y corretaje.

$$1\%_{00} + \frac{1}{2}\%_0 = 0'10 + 0'50 = 0'60\%_0$$

$$100'60:100::21910'68:x$$

$$x = \frac{2191068}{100'60} = 21780 frs,$$

importe de la letra.

En 60 días corresponde á 100 un interés de $\frac{100.60.5}{36000} = 0'833$

$$21780:4000000::x:1000$$

$$x = \frac{21780000}{4000000} = 5'445 frs \text{ por 1000 reis,}$$

cambio en el que están incluídos los intereses de 60 días.

5'445 es, pues, la suma de capital é intereses, y siendo los de 100, 0'833,

$$100'833:100::5'445:x = 5'40 frs \text{ por } \textit{milrei},$$

será el cambio pedido.

Resolución por nuestra fórmula (6):

$$d\%_0 = 0'833; \quad g\%_0 = 0'1 + 0'5 = 0'6; \quad G\%_0 = 0.$$

$E = 21913 - 2'32...$ de pequeños gastos $= 21910'68$;

$N = 4000$ *milreis.*

$$p = \frac{21910'68}{4000} \cdot \frac{100}{100'833} \cdot \frac{100}{100'6} = \frac{219106800}{405751992} = 5'40 frs \text{ por } \textit{milrei}.$$

Cuando se hace el cálculo para una plaza cierta, ó la equivalencia se refiere á varias unidades, la costumbre es resolver *por conjunta* esta clase de cuestiones.

La manera de calcular antiguamente el cambio de España con el extranjero, puede servir de ejemplo para todos los casos.

Problema 19.—¿Cuánto costaría una letra sobre Viena de 3000 florines, que por orden y cuenta de otra persona se ha comprado al cambio de 2'50 por 5*pts*, habiendo pagado $1\%_{00}$ de corretaje y una comisión de $\frac{1}{2}\ \%_0$?

Resolución usual:

Los gastos ascienden á $1\%_{00}$ ó $0'10\%_0$ y $\frac{1}{2}\ \%_0$ ó 0'50, que componen $0'60\%_0$, y tratándose de compra deben agregarse á 100, por lo que uno de los términos de la equivalencia relativa á los gastos ha de ser 100 y el otro 100'60.

Contribuyendo los gastos á aumentar el resultado, deben escribirse esos números de menor á mayor, es decir, 100 = 100'60, por lo que la conjunta será:

x *pts* = 3000 florines
2'50*fls* = 5*pts*
100*pts* = 100'60 (por corretaje y comisión)

$$x = \frac{3000.5.100'60}{2'50.100} = 6036 \text{ pesetas.}$$

Resolución por nuestra fórmula (**4**):

$$p = \frac{5}{2'5} = 2; \quad d\,^\circ/_\circ = 0; \quad g\,^\circ/_\circ = 0'1 + 0'5 = 0'6;$$

$$E = 3000. \frac{2.100'60}{100} = 6.1006 = 6036 pts.$$

No suelen equivocarse los prácticos al escribir estas equivalencias, á pesar de lo que á ello se presta su poca claridad; pero si se trata de hallar el precio del cambio, su planteo es más dificultoso y el error más fácil, por lo cual en este caso tienen presente que *los términos han de escribirse de modo que aumenten ó disminuyan el incierto del cambio, cuando las monedas nacionales aumenten ó disminuyan* (así dicen) *en virtud de los gastos*; *y si, por el contrario, son las extranjeras, se colocan de manera que disminuyan el incierto del cambio si ha habido aumento, y lo aumenten si ha habido disminución.*

Veamos ahora el análisis que es necesario hacer antes de llegar al verdadero planteo.

Problema 20.—Un banquero ordena á su corresponsal de Zaragoza gire por su cuenta una letra sobre París de 6282'92 *frs* para cobrarse 6450 pesetas que le debe y los gastos ocasionados por el giro, que han de ser 3 pesetas de timbre, $\frac{1}{4}\,^\circ/_\circ$ de comisión, tomada del valor efectivo, y $\frac{1}{8}\,^\circ/_\circ$ de corretaje.

Si el banquero ha calculado bien, ¿á cómo estará en Zaragoza el cambio, expresado en la forma antigua y en la moderna?

Resolución usual:

Para llegar al resultado acostumbra decirse:

Las 6450 pesetas y 3 del sello suman.	6453 *pts.*
$\frac{1}{4}\,^\circ/_\circ$ de comisión.	16'13
Lo que da un total para el reembolso de. . . .	6469'13

Observando que el otro gasto es $\frac{1}{8}\,^\circ/_\circ$ de corretaje, que ha de restarse de 100 por tratarse de venta, uno de los términos de la equivalencia relativa á este gasto será 100 y el otro $99\frac{7}{8}$, ó 99‘875, y como en esta cuestión las unidades extranjeras son las que aumentan, porque la cantidad de monedas nacionales que el corresponsal tiene que cobrar es fija, y los gastos, por consiguiente, han de aumentar el valor de los francos para que aquél se embolse lo que el banquero le debe, esos números deberán colocarse de mayor á menor para que disminuyan el incierto del cambio, escribiendo 100 = 99‘875; luego la conjunta será:

$$\begin{aligned} x\,frs &= 5pts \\ 100pts &= 99‘875 \text{ (corretaje)} \\ 6469‘13 &= 6282‘92 \end{aligned}$$

$$x = \frac{5.99‘875.6282‘92}{100.6469‘13},$$

ó bien $x = 4‘85frs$, que es el cambio pedido en la forma antigua de $4‘85frs$ por $5pts$.

Resolución por nuestra fórmula (**6**):

$$d\,\%_0 = 0; \quad g\,\%_0 = 0‘125.$$

Como aquí se trata de un reembolso ó *reintegro*, empezaremos también por calcular el verdadero efectivo 6450 (deuda) + 3 (sello) + $\frac{1}{4}$. 64‘50 (comisión) = 6469‘13, recordando que para reintegrarse es preciso *vender* letra, así como para *reintegrar* sería preciso *comprarla*.

$$p = \frac{6469‘13}{6282‘92} \cdot \frac{100}{99‘875} = \frac{646913}{627506‘13} = 1‘03pts \text{ por } 1fr$$
$$= 0‘97frs \text{ por } 1pt = 4‘85frs \text{ por } 5pts,$$

y también $103pts$ por $100frs = 3\,\%_0\ b^o$ aproximadamente, expresándolo como se expresa en la actualidad.

Vamos á terminar con otra observación relativa al error que ya indicamos cometen muchos al creer toman el corretaje ó comisión del nominal en el cambio extranjero, para que no haya confusión al aplicar nuestras fórmulas.

Hay quien asegura, y es, por cierto, persona autorizada y competentísima, que en un problema análogo al que acabamos de resolver, resultaría tomada la comisión *del nominal* de la letra, sumándola con el corretaje y resolviendo la siguiente conjunta, en que suponemos sea 6282'97frs la cantidad girada para que el resultado sea el mismo:

$$\begin{aligned} x &= 5pts \\ 100pts &= 99'625 \text{ (por corretaje y comisión)} \\ 6453 &= 6282'97 \end{aligned}$$

$$x = \frac{5.99'625.6282'97}{100.6453},$$

que daría también $x = 4'85frs$ para expresión del cambio por medio de los francos que equivalen á 5pts.

En un gran número de los problemas que hemos resuelto, y entre ellos en el 10 de cambio nacional, ha podido observarse que la mayor parte de las veces se llama *valor efectivo*, á lo que nosotros hemos llamado importe de la letra, ó sea al que le corresponde por el precio del cambio, sin tener en cuenta los gastos, y ahora vemos que á ese mismo importe, de donde en la práctica se toma siempre el corretaje en el cambio extranjero, se le llama también *valor nominal,* confundiéndolo con el valor *del* nominal.

Comprobemos por análisis la última resolución:

	Valor nominal..		6282'97frs.
	Importe á 4'95 frs por 5pts. $6282'97 . \frac{5}{4'95}$ =		6477'29pts.
Menos	Corretaje $\frac{1}{8}$ % de 6477'29. . .	8'10	
	Comisión $\frac{1}{4}$ % de 6477'29. . .	16'19	27'29 »
	Sello.	3	
	Cantidad adeudada. . . .		6450 pts.

La comisión está tomada, pues, del *valor* del nominal, ó sea de su *importe* ó efectivo si se quiere, pero no *del nominal,* que son 6282'97frs ó pts, puesto que sea cual sea el precio del cambio, intrínseca y legalmente siempre será $1fr = 1pt$.

Esta falta de claridad y precisión en el lenguaje, es, en nuestro concepto, la principal causa de las dudas y confusiones que se originan en la práctica; de los diversos modos de operar en cuestiones idénticas; de los diferentes resultados obtenidos por cada calculista; de los distintos razonamientos que se hacen, y de un gran número de los errores que se cometen.

Dada la nomenclatura práctica, si puede llamarse así, admiramos sinceramente á los que son capaces de resolver cualquier problema de cambio; nosotros no tenemos inconveniente en confesar nuestra torpeza, pues suponiéndonos colocados en París con dos letras en la mano de 40000 francos, por ejemplo, una sobre Marsella y otra sobre Bruselas, siendo el cambio común para ambas 3 °/$_0$ beneficio, é importando una y otra, por consiguiente, 40120*frs* efectivos, si se nos ordenara venderlas reteniendo 1 °/$_0$ de comisión *sobre el nominal*, no sabríamos si quedarnos 400*frs* ó 401'20. ¿Es que por ser Marsella plaza nacional con respecto á París, y Bruselas extranjera, el nominal de la primera es 40000 y el de la segunda 40120? ¿No se llama *nominal* al *nombrado* ó escrito en la letra, que en ambos casos es 40000? Y si hemos de vender dos letras de 40000*frs* al mismo precio de cambio y en las mismas condiciones, puesto que la orden es común para ambas, ¿no deberemos retener *la misma* comisión? Y, por último, ¿no será el caso igual si por venderlas en Madrid ó en Pekín, en lugar de París, cobramos *pesetas* ó *taels* en vez de francos del *nominal* escrito en la letra? ¿O es que así como el *importe efectivo*, que en cada plaza varía, según el aprecio que se hace del papel sobre otra, habrán también variado los caractéres que en la misma escribió el librador al extenderla?

La cuestión no es sólo de palabras. ¿Se tiene en cuenta el precio del cambio ó no? O 40000 francos y la comisión 400 valen lo mismo en todas partes, ó valen 40120 y 401'20 cobrándolo en París, sea quien quiera el que los cobre, en virtud de estar el cambio á 3 °/$_0$ beneficio; pero no comprendemos pueda sostenerse que la comisión de 400 valga en París este número de francos si la letra está girada sobre Marsella, y 401'20 si sobre Bruselas.

El problema tampoco varía porque los francos se llamen pesetas y una de las plazas Sevilla ó Zaragoza.

No pudiendo, pues, resolver los millares de problemas que se podrían enunciar variando alguna condición que no alteraría su esencia, y habiendo procurado presentar en los que anteceden la mayor variedad posible, daremos este asunto por terminado, repitiendo que nosotros entendemos por *nominal, el valor escrito en la letra*, y que á ese valor, calculado *á la par* y no á su importe efectivo, es al que se refiere, por si existiesen, la suma de tantos por 100, representados en nuestras fórmulas por $G^{o}/_{o}$ (1).

CAPÍTULO V

COMBINACIONES DEL CAMBIO

I.—Cambio indirecto.

185. Bien porque entre dos plazas no exista cambio abierto; bien porque cualquier causa haya interrumpido entre ambas las relaciones comerciales; bien porque presenten mayores ventajas, suelen á veces los comerciantes y banqueros valerse de plazas intermedias para realizar las operaciones de cambio.

---

(1) No pensábamos al empezar la publicación, ni aun la impresión de este segundo volumen, extendernos tanto sobre las cuestiones de negociación de letras y cambio directo; buena prueba de ello es, que este Capítulo y el anterior sólo ocupan una lección del Programa con que empieza, y los dos últimos párrafos el número 184, del que ahora salimos.

Los ruegos de algún amigo y Profesor distinguido; los consejos de otros varios y las indicaciones de muchos, nos han obligado á ello; pero al inutilizar lo que ya teníamos confeccionado, sin dar á estas cuestiones la excesiva importancia de que en nuestro concepto carecían, ha ocurrido también, que no sólo por falta de salud, sino por imprevistas ocupaciones oficiales, tanto más ineludibles, cuanto que son gratuitas, y por los compromisos adquiridos ya con la imprenta, con los alumnos y con determinados compañeros, nos hemos visto forzados á ir entregando las cuartillas á medida que estaban terminadas.

Ya se comprenderá que en estas condiciones no hemos podido hacer lo que hubiéramos deseado y haremos en otra edición, si há lugar á ella, con la calma y detenido estudio que tal materia requiere.

Observaciones y comparaciones, así como cuestiones resueltas y fórmulas de ducidas al correr de la pluma, con el caracter de generalidad que hemos querido darles, para que en ellas se comprendiesen hasta los casos que en la práctica son tal vez imaginarios, pero pueden ocurrir, es imposible carezcan de defectos; pero ya hemos dado el primer paso considerando estos problemas bajo un aspecto científico que nos parece nuevo.

Cuantos nos han honrado con sus ruegos, consejos ó indicaciones, quedan complacidos.

A ellos les corresponde modificarlas, corrigiendo sus defectos, mientras nosotros mismos no podamos hacerlo.

Los problemas que entonces ocurren se reducen á determinar el efectivo ó el nominal, pues la investigación del precio que para el cambio entre dos plazas resulta, cuando en la operación intervienen otras, se considera aparte como un caso especial, de que inmediatamente nos ocuparemos, que se distingue con un nombre particular.

Ninguna dificultad puede ofrecer el cálculo de uno ú otro á quien sepa resolver los problemas análogos de cambio directo, puesto que el indirecto no es sino la reunión de dos ó más problemas de esta clase, por lo cual en la práctica se resuelven como los primeros, encontrando *por análisis* el *resultado á que se añaden ó quitan los gastos*, tanto si se expresan ellos y el precio del cambio á tanto por 100, como si están determinados por cantidades fijas.

La gran acumulación de errores que es frecuente contenga el final, es, sin embargo, causa de que se prefiera generalmente *la resolución de* las series de igualdades más ó menos exactas, que ya conocen nuestros lectores, y que se parecen á *una Conjunta* por su forma de escritura.

Nosotros consideramos el indirecto como lo que realmente creemos es: como una serie de cambios sucesivos cuya fórmula ya conocemos (146).

Esa fórmula, no obstante, la dedujimos en el supuesto único que entonces nos interesaba, de que el beneficio ó daño se refiriese siempre al nuevo valor que la primitiva cantidad tomaba ó al siguiente; pero en el cambio indirecto no siempre sucede así, y aunque se podrían hallar otras análogas para cada uno de los muchos y distintos casos que pueden ocurrir, aun interviniendo sólo tres plazas, como es lo más general, las expresiones resultarían bastante complicadas, sobre todo si se trataba de letras cuyo vencimiento no fuese igual al plazo de cotización, por lo que es preferible prescindir de ellas, limitándose á observar, en virtud del enunciado, los cambios que irá sufriendo la cantidad conocida, y calcular los valores efectivo ó nominal que en cada uno adquirirá, lo cual puede conseguirse con facilidad recordando las fórmulas hasta aquí deducidas, cuya combinación debe indicarse antes de efectuar las operaciones, para simplificarla, ante todo, en lo posible, y disminuir los errores.

No siendo este el método seguido en la práctica, lo aplicaremos, como en todos los casos análogos, á cuestiones parecidas á las que proponen diferentes autores, exponiendo el principal y casi exclusivo procedimiento que suele emplearse.

Problema 1.°—Un banquero de Cádiz quiere retirar de Oviedo 6250 pesetas que le deben, y para ello ordena al deudor le remita dicha cantidad en letra sobre Cartagena, tomada á $\frac{3}{4}$ °/₀ daño, para negociarla á $\frac{1}{8}$ °/₀ daño. ¿Cuánto le producirá esta operación, suponiendo hay que pagar 2°/₀₀ de corretajes en Cádiz y Oviedo?

Resolución usual, tomando el corretaje del nominal:

x *pts* en Cádiz = 6250*pts* en Oviedo
99'35*pts* = 100*pts* en letra sobre Cartagena (camb. y cor.)
100*pts* = 99'775 en Cádiz (camb. y cor.)

$$x = \frac{6250.100.99'775}{99'35.100} = 6276'74 pts.$$

Resolución por nuestras fórmulas (**2** y **1**):

$$d\%_0 = 0; \quad g\%_0 = 0; \quad G\%_0 = 0'1.$$

$$N \text{ (sobre Cartagena)} = 6250.\frac{100}{99'35};$$

$$E \text{ (en Cádiz)} = 6250.\frac{100}{99'35}.\frac{99'775}{100} = 6250.\frac{99'775}{99'35} = 6276'74 pts.$$

El problema quedaría así resuelto, como se resuelve comunmente.

Tomando los corretajes del efectivo, como la razón aconseja y la ley ordena, el planteo de la Conjunta sería bastante más dificultoso, reduciéndose, por nuestras fórmulas, á hacer $g\%_0 = 0'1$ y $G\%_0 = 0$, en vez de $g\%_0 = 0$ y $G\%_0 = 0'1$, con lo cual tendríamos:

$$N \text{ (sobre Cartagena)} = 6250.\frac{10000}{99'25.100'1};$$

$$E \text{ (en Cádiz)} = 6250.\frac{10000}{99'25.100'1}.\frac{99'875.99'9}{10000}$$

$$= 6250.\frac{9977'5125}{9934'925} = 6276'80 pts.$$

Problema 2.°—El mismo banquero tiene que enviar á Francfort 3000 marcos que debe, y no encontrando papel sobre esta plaza, se vale de su corresponsal de Liverpool para que compre y mande la letra al cambio corriente de 20'50 marcos por £, reintegrándole con letras sobre Liverpool tomadas á 25'86, y tiene que calcular el desembolso que deberá hacer para realizar la operación, cuyos gastos consisten en 1 °/₀₀ de corretaje y $\frac{1}{2}$ °/₀ de comisión en Liverpool y 1 °/₀₀ de corretaje en Cádiz.

Resolución usual:

$$\begin{aligned} x\,pts \text{ en Cádiz} &= 3000 \text{ marcos en Francfort} \\ 20'50mrs &= 1£ \text{ en Liverpool} \\ 100£ &= 100'60 \text{ (corr. y coms.)} \\ 1£ &= 25'86pts \text{ en Cádiz} \\ 100 &= 100'10 \text{ (corretaje)} \end{aligned}$$

$$x = \frac{3000.100'60.25'86.100'10}{20'50.100.100} = 3811'22pts.$$

Resolución por nuestra fórmula (4):

$$d°/_{0} = 0; \quad g°/_{0} = 0'60 \text{ (en Liverpool) y } 0'1 \text{ (en Cádiz)}.$$

Precio de 1 marco en Liverpool: $p = \frac{1}{20'50}$;

$$E \text{ (en Liverpool)} = \frac{3000}{20'50} \cdot \frac{100'60}{100} = \frac{3.1006}{205} £.$$

$$E \text{ (en Cádiz)} = \frac{3.1006}{205} .25'80. \frac{100'10}{100} = \frac{3018.25'8.100'1}{20500} = 3811'22pts.$$

Problema 3.°—Desde Madrid hay que mandar 7000 francos á Marsella, para lo cual se ordena al corresponsal de Valladolid compre una letra de esa cantidad sobre dicha plaza á 0'60 por 100 premio, girando, para reembolsarse, á $\frac{1}{4}$ °/₀ daño. ¿Cuánto costará esta operación, teniendo que pagar dos corretajes de 1 por 1000 y una comisión de $\frac{1}{2}$ por 100 en Valladolid?

Resolución usual:

$$
\begin{aligned}
x\,pts \text{ en Madrid} &= 7000frs \text{ sobre Marsella}\\
100frs &= 100'60pts \text{ en Valladolid}\\
100pts &= 100 + 1‰ + \tfrac{1}{2}\% \text{ por corr. y com.}\\
\text{Camb. y corr. } 99'65 &= 100pts \text{ en Madrid}
\end{aligned}
$$

$$x = \frac{7000 \times 100'60 \times 100'60 \times 100}{100 \times 100 \times 99'65} = 7109'13pts.$$

Resolución por nuestras fórmulas (**1** y **2**):

$$g\% = 0'1 + 0'5 = 0'6 \quad \text{y} \quad G\% = 0 \text{ (en la compra);}$$
$$g\% = 0 \quad \text{y} \quad G\% = 0'1 \text{ (en el reintegro).}$$
$$E = 7000.\frac{100'6.100'6}{10000}$$
$$N = 7000.\frac{10120'36}{10000}.\frac{100}{99'65} = 70.\frac{10120'36}{99'65} = 7109'13pts.$$

También este problema queda, según se ve, resuelto por nuestras fórmulas, cometiendo el absurdo de suponer, como supone el autor cuyo razonamiento hemos seguido, que el mismo corredor en Valladolid cobrase el corretaje del importe de la letra sobre Marsella y del nominal de la girada sobre Madrid.

Bien resuelto, ó sea tomando también el último del importe, sería en la segunda parte de la cuestión $g\%=0'1$ y $G\%=0$, y, por lo tanto,

$$N = 7000.\frac{10120'36}{10000}.\frac{10000}{99'75.99'9} = 7000.\frac{10120'36}{9965'025} = 7109'11pts.$$

Aunque las combinaciones del cambio indirecto pueden ser muchas, como veremos pronto, según se trate de remitir ó retirar fondos, creemos bastarán estos ejemplos distintos y los de los párrafos siguientes para que se comprenda el modo de resolverlas todas.

II. — Par del cambio.

186. Par del cambio, *proporcional*, ó *política*, son los nombres más comunes que recibe el *precio del cambio indirecto entre dos plazas*, ó sea el que resulta para las mismas cuando

las operaciones se verifican valiéndose de otra ú otras intermedias.

La determinación de la par no es un problema nuevo, acabando, como acabamos de resolver, el de hallar el efectivo que ha de embolsarse ó desembolsarse á consecuencia de cualquier combinación indirecta, puesto que expresándose siempre dicho precio por el número de unidades monetarias que da la plaza incierta á cambio de las fijas de la cierta, el cálculo de la par proporcional se reduce á investigar *cuál es el efectivo que en la plaza incierta corresponde á* 100, *á* 1 *ó á varias*, según *se exprese* ese precio *á tanto por* 100, *ó por lo que equivalga en la plaza variable*, y, en un momento dado, *á* 1 *ó varias unidades de la otra*, encontrando para ello el número de efectivos, nominales ó precios que hagan necesarios las plazas intermedias.

En una palabra; cualquier cuestión de par proporcional, como todas las de cambio indirecto, no es más que la reunión de otras varias parciales de cambio directo que ya saben resolverse, en la cual entrará siempre una plaza A, para la cual se hará el cálculo; otra B, en la que deberá terminar la operación, y una ó más intermedias, C, D, E, por ejemplo, pudiendo siempre encerrarse en esta serie de preguntas generales:

¿Cuánto costará ó producirá en la plaza C situar ó retirar de la B, 100, 1 ó varias unidades? ¿Cuánto costará ó producirá en la D la cantidad que haya resultado? ¿Cuánto costará ó producirá en la E el nuevo valor? Y así sucesivamente, si hubiese más intermedias, hasta llegar á la pregunta en que esté encerrada aquella para la cual se hace el cálculo. ¿Cuánto costará ó producirá en la A el último valor calculado?

De este modo se tendrá evidentemente lo que en la A costarán ó producirán 100, 1 ó varias situadas en la B ó retiradas de ella, y, por lo tanto, la par buscada, hallando en el primer caso la diferencia entre el resultado y 100, dejándolo tal como aparezca en los otros si se trata de plaza incierta, ó partiendo también de 1, dividiendo este número por el resultado y multiplicando, si es preciso, el cociente indicado por el término fijo, tratándose de plaza cierta.

Sabiendo, por ejemplo, que 100 ó 1 unidades de la plaza B cuestan ó producen en la A, 103 ó 3, se tendrá averiguado que el cambio resulta á 3°/₀ *b.°* ó al precio fijo 3, y si A fuese plaza cierta y 1 unidad de la B costase 3 de la A, claro es que 1 ó 5 de esta última equivaldrán á $\frac{1}{3}$ ó $\frac{5}{3}$ de la primera.

Este *análisis* es indispensable y da lugar á una *serie de operaciones* que irían acumulando los errores, ó á una *serie de equivalencias* que, dando al planteo forma de *Conjunta*, permite indicar todas las que deben efectuarse, por lo que se prefiere siempre en la práctica; pero como ese planteo se complica cuando los gastos no se refieren al nominal, tratándose de plazas nacionales, nosotros seguiremos aplicando *las fórmulas* deducidas, sin efectuar tampoco las operaciones hasta que todas estén indicadas para disminuir el error, *haya* ó *no gastos* y tengan las letras *igual ó distinto plazo que el de cotización*, casos que suelen considerarse como diferentes, por más que se hallen todos comprendidos en las expresiones generales determinadas últimamente.

Transcribiendo, como siempre, los métodos empleados en la práctica y recomendados en los libros más conocidos, vamos, pues, á resolver un ejemplo sin gastos de tanto por 100, otro con ellos y un tercero con letras de diferente plazo y cambio expresado á precio fijo.

PROBLEMA 1.°—Desde Alicante hay que enviar fondos á Granada, para lo cual se manda al corresponsal de esta plaza papel sobre Santander tomado á 1°/₀ daño, para que lo negocie á $\frac{1}{2}$ °/₀ daño. ¿Cuál será el cambio sobre Granada que en Alicante resulta por esta combinación?

El problema equivale á estos dos:

¿Qué nominal será necesario en Granada para obtener por su negociación 100*pts* efectivas?

¿Cuánto costará en Alicante dicho nominal?

Resolución usual:

$$\begin{aligned} x\,\mathit{pts} \text{ en Alicante} &= 100\mathit{pts} \text{ en Granada} \\ 99\text{'}50 &= 100\mathit{pts} \text{ sobre Santander} \\ 100 &= 99\mathit{pts} \text{ en Alicante} \end{aligned}$$

$$x = \frac{100.100.99}{99\text{'}50.100} = 99\text{'}4975\mathit{pts}.$$

$$100 - 99\text{'}4975 = 0\text{'}5025\,°/_0 \text{ daño.}$$

Resolución por nuestras fórmulas (**2** y **1**) (sin gastos):

N (en Granada) $= 100.\frac{100}{99'5}$;

E (en Alicante) $= 100.\frac{100}{99'5}\cdot\frac{99}{100}=\frac{99000}{995}=99'4975 pts;$

$t = 99'4975 - 100 = - 0'5025 = 0'5025 d.°$

Problema 2.°—Un banquero de Madrid, que ha de retirar dinero de Sevilla, ordena al corresponsal de esta plaza le envíe letras sobre París, sabiendo que el cambio está 1'20°/₀ beneficio, con objeto de negociarlas á 1'40. Teniendo que pagar corretajes en ambas plazas, ¿qué cambio sobre Sevilla resultará en Madrid en virtud de esta combinación?

El problema equivale á estas dos preguntas:

¿Qué nominal costará en Sevilla 100*pts* efectivas? ¿Cuánto producirá en Madrid este nominal?

Resolución usual:

$$\begin{aligned} x\, pts \text{ en Madrid} &= 100 pts \text{ en Sevilla}\\ \text{en Sevilla } 100'1 &= 100 pts \text{ (por corretaje)}\\ 101'20 pts &= 100 frs \text{ sobre París}\\ 100 frs &= 101'40 pts \text{ en Madrid}\\ 1000 pts &= 999 pts \text{ (por corretaje)}\end{aligned}$$

$$x=\frac{100\times100\times100\times101'40\times999}{100'1\times101'20\times100\times1000}=99'108.$$

$$100 - 99'108 = 0'892 = \text{algo más de } 0'875 = \tfrac{7}{8}\,\%\ \textit{daño}.$$

Resolución por nuestras fórmulas (**2** y **1**):

$$d\%=0;\quad g\%=0'1;\quad G\%=0.$$

N (en Sevilla) $= 100.\frac{10000}{101'2.100'1}$;

E (en Madrid) $= 100.\frac{10000}{101'2.100'1}\cdot\frac{101'4.99'9}{10000}=\frac{100.101'4.99'9}{101'2.100'1}=99'108;$

$t = 99'108 - 100 = - 0'892 =$ algo más de $\frac{7}{8}$ °/₀ *daño*.

Escolios.—Observemos que en esta clase de cuestiones, llamadas por algunos de cambio *mixto*, por combinarse el nacional con el extranjero, los corretajes, por las razones sabidas, resultan también por el procedimiento usual tomados del importe, aunque los que plantean las equivalencias crean lo contrario.

También en ellas ocurre casi siempre que el cociente es inexacto, y como el tanto suele expresarse por fracciones ordinarias de una cifra en ambos términos, es utilísima para hacerlo con la aproximación debida, recordar la regla dada con este objeto en el *Complemento de Aritmética* (T. I, 234).

En el problema resuelto, por ejemplo, sólo puede decirse, á simple vista, que la par resulta algo mayor que $\frac{7}{8}$ % daño, y en gran número de casos ni aun esta apreciación será tan fácil, exponiéndose á cometer importantes errores, mientras que apelando á dicha regla, podría asegurarse era de $\frac{8}{9}$ % muy aproximadamente sin más que efectuar estas breves operaciones:

9	8	1
	1	8
1000	892	108
108		

En la imposibilidad de incluir entre los ejemplos la multitud de combinaciones que pueden formarse con los datos, vamos, para terminar, á resolver, según dijimos, un problema en que el cambio se exprese por cantidad determinada y se trate de letras de plazo diferente al de cotización, no sólo con objeto de haber estudiado las principales, sino también para que se vea una vez más, cuán fácil es se equivoquen las personas más peritas, competentes y prácticas en el planteo de esas conjuntas á que tanta preferencia suele darse.

Para ello insertaremos la resolución que de una parte de otra operación más general encontramos en un notable y autorizado libro, al que muchas veces nos hemos referido ya, constituyendo con los mismos datos un problema de par del cambio, que resolveremos luego por nuestras fórmulas y además por *análisis*, no sólo como comprobación, sino para que los lectores puedan ver con claridad en qué estriba la diferencia de los resultados y dónde se halla la equivocación que, después de todo, consideramos no sólo posible, sino hasta fácil, esté de nuestra parte.

PROBLEMA 3.º—Cotizándose en Madrid el papel sobre París á 8 días vista á 0'90% premio y 3% descuento, y en París el girado sobre Londres á 25'30, también á la vista, ¿á cómo resultaría este último en Madrid, comprando papel sobre Paris y enviándolo á esta plaza para que lo cobren y con el producto compren letras sobre Londres mediante $\frac{1}{2}$ por 100 de comisión, además de los dos corretajes de 1‰ en Madrid y Paris?

Resolución usual:

El autor de quien tomamos los datos, tiene que empezar por un cálculo particular operando sobre el cambio 0'90 premio, del cual deduce que, por el descuento de 3% durante 8 días, ese precio equivale á 0'99% para el papel á la vista, ó que cada 100*frs* en esas condiciones costarían en Madrid 100'99 *pts*, y en seguida plantea y resuelve una serie de igualdades que esencialmente no se diferencian de las siguientes:

x *pts* en Madrid = 1£ en Londres
1£ en Londres = 25'30*frs* en París
100'60*frs* = 100*frs* (por comisión y corretaje)
100*frs* = 100'99*pts* (por premio y descuento)
100*pts* = 100'10 (por corretaje)

$$x = \frac{25'30 \times 100 \times 100'99 \times 100'10}{100'60 \times 100 \times 100} = 25'42 pts.$$

Resolución por nuestras fórmulas:

El problema, para nosotros, equivale á las dos preguntas siguientes:

¿Cuánto costará en París 1£? (**4**)

$$p = 25'30; \quad d\% = 0; \quad g\% = 0'5 + 0'1 = 0'6.$$

¿Cuánto costará enviar ese coste á París? (**1**)

$$d^{\circ}/_{\circ} = \frac{100.3.8}{36000} = 0{,}07; \quad g^{\circ}/_{\circ} = 0{,}1; \quad G^{\circ}/_{\circ} = 0.$$

$$E \text{ (en París)} = 25{,}30.\ \frac{100{,}6}{100};$$

$$E \text{ (en Madrid)} = 25{,}30.\ \frac{100{,}6}{100} \cdot \frac{100{,}9.100{,}07.100{,}1}{1000000} = 25{,}72.$$

Hay, pues, 0'30 de diferencia en los resultados, la cual es verdaderamente notable tratándose del precio del cambio.

Procuremos, por consiguiente, investigar si únicamente proviene de algún error de cálculo, que nada significaría por una ni otra parte, ó si obedece á otras causas.

Resolución por análisis:

1£ costaría en París..	25'30*frs*		al corredor
Mas 1°/₀₀ de corretaje de 25'30. . .	0'02 »	(por defecto)	al corresponsal
Mas $\frac{1}{2}$ °/₀ de comisión de 25'30. . .	0'13 »	(por exceso)	al interesado
Deberían comprarse. . . .	25'45*frs*		
Mas 0'90°/₀ beneficio $\frac{25{,}45.0{,}90}{100}$.. . .	0'23*pts*	(por exceso)	
	25'68 »		
Mas intereses á 3°/₀ de 8 días $\frac{25{,}68.3.8}{36000}$.	0'02 »	(por exceso)	
	25'70 »		
Mas corretaje 1°/₀₀ de 25'70. . . .	0'02 »	(por defecto)	
Coste total de 1£.	25'72*pts*,		

conforme al resultado de nuestras fórmulas.

La diferencia con el del autor, proviene, por lo tanto, de dos causas:

Una sin importancia, pues ha de consistir en un insignificante error de cálculo, suyo ó nuestro, al determinar el valor del descuento, que á 3°/₀ encontramos nosotros equivale durante 8 días á 0'07°/₀ ó 0'02 por 25'68, mientras él agrega 0'09 al beneficio del cambio, lo cual no es lo mismo.

Otra de verdadera transcendencia, pues nosotros multiplicamos 25'30 por 100'60 y dividimos por 100, mientras él multiplica por éste y divide por aquél, con lo cual resulta, á nuestro modo de ver, que cuanto más se pagase en París por comisión y corretaje, menos costaría cada £, puesto que el divisor aumentaría.

La tercera equivalencia de esa especie de Conjunta, la escribiríamos nosotros de un modo completamente inverso, y sea quien sea el que se equivoque, nos parece queda demostrado una vez más lo inconveniente que es establecer igualdades absurdas con miembros de la misma denominación.

Por lo demás, no creemos tampoco, aun cuando no hayamos querido apartarnos de la costumbre excluyéndolos, que los problemas en que entran gastos sean realmente de verdadera *par de cambio*, porque, en nuestro concepto, ésta sólo puede depender de los precios y plazos de cotización, pero no de lo que cada corresponsal particular cobre de comisión y tenga que pagar por corretaje.

III. — Cobros y pagos en papel.

187. Al ocuparnos del cambio real (146), comprendimos en él la permuta de numerario y billetes que, á no ser en circunstancias extraordinarias, suele hallarse á la par entre nosotros; pero como en América no sucede así por la frecuente escasez de oro y plata, y el precio de cotización supone siempre el pago en oro, ocurre con frecuencia tener que *calcular el efectivo en billetes, el nominal que con un efectivo de esta clase podrá adquirirse*, ó *el precio del cambio cuando el pago se hace en papel moneda.*

Expresándose generalmente el precio del oro por lo que cuesta adquirir 100 unidades pagando en billetes, diciendo, por ejemplo, que está á 190 ó 90% premio, cuando hay que entregar aquella cantidad en billetes para adquirir 100 en oro, ninguna novedad puede ofrecer esta combinación, bastando, *si el efectivo es la incógnita, calcularlo en oro, añadiéndole luego el correspondiente premio* para obtener su equivalente en billetes, y *si es conocido*, *rebajar*, ante todo, *el premio*, para encontrar ese equivalente en oro y *determinar* después *el nominal ó precio* deseado.

Los procedimientos para resolver estas cuestiones *por análisis*, *por equivalencias* ó *por* nuestras *fórmulas*, sólo se diferenciarán, por tanto, de los anteriores, en que el efectivo en oro se tendrá que *multiplicar por* 100 *+ el tanto por* 100 *de premio*, y *dividir por este* cuanto fijo, ó *al contrario, según sea incógnita ó dato.*

No obstante la sencillez de estos problemas, es, sin embargo, su resolución la que suele ofrecer más inexactitudes y errores, por agregarse á los que ya hemos hecho notar, la confusión que, aun á las personas más peritas y prácticas, ó quizás á nosotros, suelen producir las palabras premio y quebranto, sobre las que no todos logran llegar á tener ideas claras (1).

Para seguir aplicando y comprobando nuestras fórmulas, vamos, pues, á resolver cuatro problemas análogos á los que hallamos en una de las obras españolas que con más extensión y autoridad tratan estas materias, enunciando la diferencia de valor entre el oro y los billetes, con las mismas palabras en ella empleadas, para hacer ver las diferencias de apreciación que de los prácticos nos separan en esta como en tantas otras cuestiones, por si acaso la razón estuviera de nuestra parte.

PROBLEMA 1.°—Suponiendo que el descuento se halle en la Península á 6°/₀, y el cambio en la Habana á 10°/₀ beneficio para el papel á 30 días fecha, ¿cuánto recibirá el corresponsal de esta plaza por la negociación de una letra á la vista de 25000*pts* sobre Barcelona, si el pago se hace en billetes y éstos sufren *una pérdida* de 90°/₀?

Resolución usual:

Considerando 15 días de correo, la letra gana los intereses á 6°/₀ correspondientes á ese número de días, y si el pago se hiciese en oro, tendríamos:

---

(1) Lo repetimos una vez más; no creemos que los errores deben ocultarse, sino al contrario. Si son agenos, para corregirlos; si propios, para que nuestros lectores no participen de ellos después de presentarles las cuestiones con la suficiente claridad para que puedan ver dónde se hallan y decidir, con el buen criterio que les suponemos.

El interés de la ciencia debe encontrarse muy por encima de las vanidades del amor propio, y, por nuestra parte, lejos de creernos infalibles, creencia que consideraríamos como la mayor desgracia que podría sobrevenirnos, nos daríamos por contentos y satisfechos si á cambio de una docena de errores cometidos inconscientemente, lográbamos esclarecer un solo punto y disipar alguno de los muchos que creemos se cometen.

Nominal de la letra.	5000	$\$ = 25000 pts.$
Beneficio 10°/₀ de 5000.	500	»
Intereses á 6°/₀ en 15 días $\frac{5000.6.15}{36000}$ . .	12'50	»
Valor en oro.	5512'50	»
Mas 90°/₀ premio.	4961'25	
Valor en billetes.	10473'75	$

Resolución por nuestra fórmula (I) (sin gastos) y *regla*, rebatiendo el cambio:

$$d^{\circ}/_{0} = \frac{100.6.15}{36000} = \frac{15}{60} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 0'25; \quad 25000 pts = 5000\$$$

$$E \text{ (en oro)} = 5000.\frac{110'25}{100} = 5512'50\$$$

$$5512'50.\frac{190}{100} = 5512'50.1'9 = 10473'75\$ \text{ en billetes.}$$

Nuestra fórmula y regla da, pues, igual resultado, pero es atendiendo al método práctico de rebatir el cambio, que ya se sabe juzgamos inexacto; porque 12'50$ á que ascienden los intereses *en Madrid,* no nos parece valgan 12'50$ *en la Habana* estando el cambio á 10°/₀ premio, sino 13'75, en cuyo caso el valor en oro sería 5513'75$ y el equivalente en billetes

$$5513'75 + 4962'375 = 10476'125\$.$$

Resolución por nuestra fórmula:

$$E \text{ (en oro)} = 5000.\frac{110}{100}\cdot\frac{100'25}{100} = 5513'75\$$$

$$5513'75.\frac{190}{100} = 10476'125\$ \text{ en billetes.}$$

Como del rebatimiento ya nos hemos ocupado en diferentes ocasiones, nada hubiésemos dicho sobre estos problemas si no encerrasen otra cuestión de mayor transcendencia.

El enunciado dice que los billetes *sufren una pérdida de* 90°/₀, y los prácticos en la resolución toman estas palabras como sinónimas de estar el oro á 90°/₀ *premio.*

¿Significan realmente lo mismo una cosa y otra? Para nosotros no pueden ser más distintas.

Lo segundo significa que 100$ en oro se pagan con 190 en billetes; lo primero que 100 en billetes *pierden* 90 de su valor, ó sólo se admiten por 10 en oro, por lo cual se necesitarían 1000 para pagar 100. Véase si hay diferencia entre una y otra interpretación.

Tal como está enunciado, y aun admitiendo el rebatimiento del cambio, nosotros lo terminaríamos, pues, de este modo:

$$5512{'}50 . \frac{100}{10} = 55125\$ \text{ en billetes.}$$

Este resultado sería evidentemente absurdo; lo que han de decidir nuestros lectores es si el absurdo está en nuestra interpretación ó en el enunciado que á estas cuestiones se da generalmente.

Hecha la advertencia, seguiremos enunciándolas como es costumbre.

PROBLEMA 2.°—Sufriendo los billetes en la Habana un *quebranto* de 90°/₀, ¿qué valor podrá adquirirse en letra sobre Barcelona con 10473'75$, estando el cambio á 30 días fecha á 10°/₀ beneficio y el descuento á 6°/₀?

Resolución usual:

10473'75$ en billetes á 90°/₀ quebranto, serán 5512'50$ en oro, en virtud de la proporción:

$$190:100::10473{'}75:x; \quad x = \frac{1047375}{190} = 5512{'}50,$$

valor de la letra á la par y sin intereses.

Si la letra fuera de 100$, valdría por cambio é intereses 100+10°/₀ beneficio + intereses á 6°/₀ de 15 días, que se supone tarda el correo:

$$100 + 10 + 0{'}25 = 110{'}25$$

$$110{'}25:100::5512{'}50:x; \quad x = \frac{551250}{110{'}25} = 5000\$ = 25000 pts.$$

Resolución por nuestra regla y fórmula (**2**) (sin gastos) rebatiendo el cambio:

$$d°/_0 = 0{'}25.$$

$$E \text{ (en oro)} = \frac{2094750}{190} = 5512{'}50\$$$

$$N = \frac{551250}{110{'}25} = 5000\$ = 25000 pts.$$

Siendo este problema una comprobación del anterior, omitimos repetir las consideraciones hechas, limitándonos á hacer observar que suponiendo dijera el enunciado que *el oro estaba á 190*, en nuestro concepto, y por las razones sabidas, debería resolverse así la segunda parte por nuestra fórmula (**2**):

$$N = 5512'50 . \frac{10000}{110 . 100'25} = \frac{55125000}{11027'5} = 4998'865\$ = 24994'325 pts.$$

Problema 3.°—¿Qué desembolso deberá hacer en billetes un banquero de la Habana para comprar una letra de 4000£ á 75 días vista, estando el cambio á 15 días fecha á 18% premio, el *descuento* de los billetes á 90% y el de las letras en Inglaterra á 4%?

Resolución usual:

Considerando 12 días de correo, se tendrá 75+12—15=72 días de intereses.

Pagando en oro, sirve de base al cambio la equivalencia 444\$=100£; luego haciéndolo en billetes, habrá que aumentar 90%, convirtiéndola en 843'60\$=100£, con cuyos datos se podrán ya plantear las equivalencias

$$\begin{aligned} x\,\$ &= 4000£ \\ 100£ &= 843'60\$ \\ 100\$ &= 118\$ \end{aligned}$$

$$x = \frac{4000 . 843'60 . 118}{100 . 100} = 39817'92\ \$$$

Menos intereses de 72 días á 4% $\frac{39817'92 . 4 . 72}{36000} =$ 318'55 »

Coste de la letra. . . . . 39499'37 \$

Resolución por nuestra fórmula (**1**) (sin gastos) y *regla*:

$$d\% = \frac{100 . 4 . 72}{36000} = 0'80; \quad 1£ = 4'44\$.$$

$$E = 4000 . 4'44 . \frac{118 . 99'20}{10000} . \frac{190}{100} = 39499'37\$.$$

Escolio.—El efectivo en oro que resulta de la fórmula, lo hemos multiplicado desde luego por $\frac{190}{100}$, como debe hacerse siempre, para tener indicadas todas las operaciones que han de efectuarse.

Por lo demás, nada tenemos que observar, pues los mismos que añaden los intereses del nominal, tratándose de la Península, están conformes con nosotros en rebajarlos del importe de la letra cuando la plaza lleva el nombre de Londres ú otro extranjero, y no hemos de insistir sobre la identidad que los enunciados establecen entre el *descuento* de 90°/₀ para los billetes y el *premio* de 90°/₀ para el oro.

Problema 4.°—Por una letra de 5000*frs* se han pagado en billetes, que sufren un *descuento* de 92°/₀, 1837'60$, rebajando los intereses á 6°/₀ durante 20 días. ¿A cómo se cotizaba en Cuba el papel sobre la plaza en que la letra debe ser cobrada?

Resolución usual:

1837'60 debe ser resultado de descontar el 6°/₀ ó

$$\frac{100.6.20}{36000} = 0'33$$

de otra cantidad determinada por la proporción

$$99'67:100::1837'60:x; \quad x = \frac{183760}{99'67} = 1843'68\$,$$

y teniendo presente que 1$=5*frs*, de donde 100$=500*frs*, pueden escribirse las equivalencias

$$x\,frs = 1843'68\$$$
$$192 = 500 frs$$

$$x = \frac{1843'68.500}{192} = 4801'25 frs.$$

Y como la letra ha sido de.. . . . . . 5000 »

Resulta una diferencia.. . . 198'75*frs*,

lo que prueba que el cambio estaba con daño.

Relacionándolo ahora con el nominal, tendremos:

$$5000:198'75::100:x; \quad x = \frac{19875}{5000} = 3'98\text{°/}_0\ d.°$$

Resolución por nuestra regla y fórmula (**3**) (sin gastos):

$$d^o/_o = 0'33; \quad 1\$ = 5 frs.$$

$$1837'60\$ \text{ billetes} = \frac{183760}{192} = 957'08\$ \text{ oro} = 4785'40 \text{ francos}$$

$$t = \frac{478540}{5000} \cdot \frac{100}{99'67} - 100 = 96'02 - 100 = -3'98 = 3'98\% \ d.^o$$

Escolio.—Debemos recordar que hemos resuelto el problema, suponiendo que al decir el enunciado sufren los billetes un descuento de 92%, debía entenderse que éste era el premio del oro.

Finalmente, no consideramos el caso en que los billetes tuvieran prima, porque en la práctica es casi imaginario, y la cuestión tampoco variaría más que en ser este valor, y no el expresado en oro, el que debería multiplicarse por 100 + *el tanto de premio, ó el último por* 100 y *dividir por estos números,* cosa que no podría ofrecer dificultad.

IV. — Remesas y libranzas por apunte.

188. Llámanse en el comercio:

Remesa por apunte, al *envío de una letra cuyo coste y gastos es una cantidad determinada, acompañada de una nota justificativa de esta condición*, y

Libranza por apunte, al *giro de una letra cuyo producto efectivo*, *después de deducir los gastos*, *ha de ser* también *una cantidad fija*, extremo que se justifica *mandando al interesado la correspondiente* nota, *que* en uno y otro caso *constituye el apunte.*

Estas remesas y giros tienen lugar cuando se realizan operaciones por cuenta agena, en virtud de órdenes recibidas ó dadas que, por lo tanto, originan siempre una deuda de una ú otra parte.

Comercialmente considerado el asunto, puede, por consiguiente, el banquero encontrarse en cuatro situaciones diferentes al tener que hacer el cálculo necesario para pagar su deuda ó cobrar un crédito, ó por lo menos asi acostumbra á decirse.

Deudor por cuenta propia, *cuando ha de mandar fondos á algún corresponsal*, bien para extinguir una deuda contraída, bien para que con ellos y en su nombre realice éste alguna operación.

ACREEDOR POR CUENTA PROPIA, *cuando ha de retirar los fondos que le pertenezcan* y tenga en su poder algún corresponsal.

DEUDOR POR CUENTA AGENA, *cuando ha de mandar fondos á algún corresponsal* por debérselos á consecuencia de alguna operación efectuada por su orden.

ACREEDOR POR CUENTA AGENA, *cuando ha de retirar los fondos que le pertenezcan* á consecuencia de haber desembolsado alguna cantidad por orden de un corresponsal.

Esta distinción práctica, según se ve, sólo conduce á embrollar las cuestiones, haciéndolas aparecer más complicadas, difíciles y numerosas de lo que realmente son, pues bien examinado el asunto, no hay tales cuatro casos, sino solamente dos, tanto si se mira bajo el punto de vista comercial, como bajo el aritmético.

O se obra por cuenta agena y hay que atenerse para el embolso ó reembolso á las órdenes recibidas, ó se manda obrar por cuenta propia y hay que darlas: esta es la cuestión comercial.

La aritmética se reduce á remitir ó retirar fondos en cantidad determinada, *calculando el nominal de la letra que debe enviarse ó girarse*, *conociendo el efectivo*, *el precio del cambio y los gastos*, *si los hay*, es decir, á reintegrar ó reintegrarse de lo adeudado ó que deba cobrarse, cuestión que ya sabemos resolver, sin más diferencia que la de justificar el valor de ese nominal por medio de una NOTA Ó APUNTE, que no será otra cosa que *la prueba analítica del cálculo,* que podrá efectuarse *partiendo de ese nominal y determinando su coste ó producto en virtud del precio del cambio y gastos*, con objeto de hacer ver que el resultado es efectivamente lo que se adeudaba ó debía cobrarse.

La resolución de estas cuestiones *por análisis*, *conjunta* ó *fórmulas* conocidas, en nada se distingue de las anteriores, sino en que una vez calculado el nominal, hay que formar por el primer procedimiento la correspondiente nota ó apunte.

Así, por ejemplo, el banquero del Problema 9.°, resuelto en el párrafo 184, después de calcular el nominal, enviaría á Bilbao con la letra, á quien le dió la orden, la siguiente comprobación, cuyos detalles de forma son agenos al cálculo y no nos interesan:

Letra de 5480'58*pts* á 0'20$^{\circ}/_{\circ}$ premio. . .	5491'54*pts.*
Corretaje 1$^{\circ}/_{\circ\circ}$ de 5491'54.	5'49 »
	5497'03 »
Comisión $\frac{1}{2}$ $^{\circ}/_{\circ}$ de 5524'65.	27'62 »
Coste total.	5524'65*pts.*

Escolio.—No queremos apartarnos de la costumbre y seguimos razonando *á lo práctico*; pero repitiendo por nuestra parte que si el que ejecuta la orden desembolsa para comprar la letra 5497'03*pts*, no comprendemos por qué no ha de ser de esta cantidad de la que cobre su comisión y sí de la que se le manda reintegrar.

Comisión del importe, del corretaje y de cuantos gastos deba efectuar para cumplir la orden, lo comprendemos; comisión de la propia comisión, seguimos no entendiéndolo.

Aunque además del pago de esta deuda por orden y cuenta agena hemos resuelto ya en diferentes problemas todos los casos, con sus correspondientes comprobaciones, para ofrecer á la vista el conjunto de las operaciones reunidas, aplicaremos también nuestras fórmulas á un nuevo reintegro por cuenta propia, procurando se diferencie de los anteriores y sirva, al propio tiempo, como prueba de la arbitrariedad y rareza de ciertos métodos prácticos de resolución.

Problema.—Un banquero de Marsella ha de reintegrarse de 11955*frs* que le debe su corresponsal de Burdeos, girando contra éste una letra á 45 días, y estando el cambio á la vista á $\frac{1}{8}$ $^{\circ}/_{\circ}$ beneficio. Siendo el descuento en Burdeos de 4$^{\circ}/_{\circ}$, ¿qué nominal deberá tener la letra, suponiendo que su negociación se haga directamente?

Resolución usual:

9000*frs* en letra, á 45 días, producirán
9800—45 = 8955 efectivos.

El $\frac{1}{8}$ por 100 beneficio de los 9000*frs* de la supuesta letra importará.	11'25	»
Valor que se cobraría por una letra de 9000*frs*.	8966'25	»

Relacionado el importe con el nominal, tendremos:

Por cada 8966'25*frs* efectivos, habrá que girar en letra 9000; luego por cada *fr* efectivo se tendrán que librar $\frac{9000}{8966'25}$, y por 11955, $11955 \times \frac{9000}{8966'25} = 12000$*frs*.

Resolución por nuestra fórmula (**2**) (sin gastos) rebatiendo el cambio:

$$d\%_0 = \frac{100.4.45}{36000} = \frac{1}{2} = 0'50.$$

$$N = 11955. \frac{100}{99'625} = 12000 frs.$$

Apunte:

Nominal de la letra negociada.	12000*frs*.	
Mas $\frac{1}{8}\ \%_0$ beneficio.	15	»
	12015	»
Menos intereses á $4\%_0 \frac{12000.4.45}{36000}$.	60	»
Liquido.	11955*frs*.	

Escolio.—Habiendo visto por casualidad en un libro de consulta este extraño procedimiento, mezcla de falsa posición, divisores fijos (163) y reducción á la unidad, no hemos querido dejar de insertarlo para que se conozcan todos los más usuales.

No rebatiendo el cambio, como ya se sabe no creemos deba rebatirse, y añadiendo $1\%_{00}$ de corretaje, se tendría:

$$N = 11955. \frac{1000000}{100'125.99'5.99'9} = 12012'08 pts.$$

Apunte:

Nominal de la letra negociada. . . .	12012'08*pts.*
Menos intereses á 4 % $\frac{12012'08.4.45}{36000}$.. . .	60'06 »
	11952'02 »
Mas $\frac{1}{8}$ % beneficio.	14'94 »
	11966'96 »
Menos 1 ‰ corretaje.	11'96 »
Líquido..	11955 *pts.*

V.—Cuentas de resaca.

189. Como caso particular de los reintegros, merece especial atención aquel en que á la letra que se envía debe acompañar lo que se llama una CUENTA DE RESACA, ó *nota en que se hacen constar el nominal de una letra que debía cobrarse y los gastos que ha ocasionado al no ser aceptada ó pagada á su vencimiento.*

Cuando ocurre una de estas dos cosas, el tenedor ó dueño de la letra hace constar la falta por medio de un notario, que atestigua las razones alegadas por el librado para no aceptarla ó pagarla, redactando el correspondiente documento, cuya copia entrega al interesado.

Este *acto, por el cual se hace constar la negativa* de la aceptación ó pago, recibe el nombre de PROTESTO, por significar que el tenedor protesta contra todos los perjuicios que por esta negativa puedan sobrevenirle; y como ha de reintegrarse del *valor de la letra*, *gastos de protesta*, *timbre y correo*, *comisión*, si la hay, *corretaje* del agente que la ley exige intervenga en el protesto y daño que tal vez experimente por el RECAMBIO, ó *precio del cambio de la nueva letra* que para ello ha de girar, se ve obligado primero á calcular, por los procedimientos conocidos, el nominal de la libranza por apunte que ha de remitir, y á formar la correspondiente cuenta, que se reduce, por tanto, á una simple adición de ese valor y los gastos referidos, ó á *una* *adición y una sustracción*, si resultara beneficio por el recambio.

El resultado de la cuenta será naturalmente distinto, según que el corretaje se tome *del nominal de la letra protestada*, *del de la que* nuevamente *se gira*, ó *del importe* correspondiente á ésta, y la comision *de este* mismo *importe* ó *nominal*, *aumentados ó no en los gastos* de protesto, timbre y correo, ó *del total de la cuenta*, incluyendo también el corretaje, lo cual, según se ve, puede originar gran número de combinaciones y diversos resultados.

Debemos, sin embargo, advertir que esta cuestión, en su parte principal, es más teórica que práctica, pues la resaca rara vez se extiende y nunca se tiene en cuenta el beneficio del recambio, aumentando, casi siempre arbitrariamente, el daño de la cotización, á causa de lo difícil que es negociar al cambio corriente una letra que tenga por base el protesto de otra.

Nos limitaremos, pues, á presentar un ejemplo como modelo de la marcha que debe seguirse, suponiendo lo que ya se sabe encontramos más natural, aunque no sea lo común, que el corretaje y la comisión se tomen del importe de la resaca.

Problema.—Calcular la resaca y cuenta correspondiente á una letra de 5000*pts* que ha sido protestada por falta de pago, con arreglo á los siguientes datos: el protesto ha costado 10'50 *pts*; los gastos de correo y certificado ascienden á 1'25; el timbre vale 3*pts*; la comisión es de $\frac{1}{2}$ por 100, y el cambio sobre la plaza en que habita el que libró la primera letra está á $\frac{1}{4}$ por 100 beneficio.

Empecemos por resolver la cuestión fundamental.

¿Cuál debe ser el nominal de la resaca cuya negociación produzca líquidas las 5000*pts* que debían cobrarse, aumentadas en todos los gastos que la falta de pago ocasiona, incluyendo la comisión de $\frac{1}{2}$ °/₀?

$$E = 5000pts + 10'50 \text{ (protesto)} + 1'25 \text{ (correo)} + 3 \text{ (timbre)} = 5014'75pts$$

$$N = 5014'75 . \frac{10000}{100'25 . 99'40} = 5032'44pts$$

que negociada á $\frac{1}{4}$ %₀ b^o producirá $5032'44 + 12'58 = 5045'02$*pts*

Comprobemos ahora el nominal por medio de la *Cuenta de resaca*:

Nominal de la letra protestada. . . .	5000 *pts.*
Protesto.	10'50 »
Correo y certificado.	1'25 »
Timbre para el reembolso..	3 »
Corretaje 1‰ de 5045'02..	5'05 »
Comisión $\frac{1}{2}$ % de 5045'02..	25'22 »
TOTAL..	5045'02 »
Menos $\frac{1}{4}$ % b^o de 5032'44.	12'58 »
	5032'44*pts.*

ESCOLIO.—Hemos creido ya inútil citar el número de las fórmulas usadas ni aplicarlas á los procedimientos seguidos por otros autores, por lo que esta cuenta de resaca no se parece más que en la forma á ninguno de los modelos que en ellos vemos, á causa de que todos toman el corretaje del nominal de la resaca y no del importe que por el recambio le corresponde, sucediendo algo análogo con la comisión.

VI.—Cuestiones particulares relacionadas con el cambio.

190. En la resolución de varios problemas de cambio, hemos visto ya que á veces para llegar al resultado es preciso ó conveniente resolver algunas cuestiones accidentales, que aunque no ofrezcan dificultad y hayamos resuelto con frecuencia sin llamar la atención sobre ellas, por hacerlo innecesario su misma sencillez, vamos á resumir en pocas palabras.

Es la primera de todas la *determinación del precio del cambio que corresponde á una plaza cierta* conociendo el de la incierta.

Así, por ejemplo, al decir en Madrid que el cambio sobre Paris está á 3% beneficio, la primera es la plaza incierta en que hay que dar 103*pts* para obtener 100*frs* en la segunda, y pudiera ocurrir averiguar qué *daño* corresponde á las pesetas en virtud del beneficio que alcanzan los francos, ó en otros términos, cuál sería el cambio equivalente en París sobre Madrid, lo que puede hacerse por medio de un pequeño *análisis, planteando una proporción* ó *por nuestra fórmula* de los tantos equivalentes.

Por el primer procedimiento se diría:

¿Si con 103*pts* se compran 100*frs*, con 100*pts* cuántos se comprarán?

$$103:100::100:x; \qquad x = \frac{10000}{103} = 97\text{'}09 frs.$$

luego el cambio equivale á $100-97\text{'}09=2\text{'}91\%$ *daño* sobre Madrid.

Por nuestra fórmula (145):

$$x = \frac{300}{103} = 2\text{'}91\% \text{ daño.}$$

Si el cambio se expresa por cantidad fija, ya sabemos que basta *dividir la unidad* ó el número de ellas que represente el término cierto *por la equivalencia conocida*.

Muchas veces hemos dado como evidente, porque, en efecto, lo es, que si $1£=25\text{'}30$, ó lo que es lo mismo $240pn=25\text{'}30$ *pts*, por ejemplo, $1pt=\frac{240}{25\text{'}30}=9\text{'}49$ peniques.

Estos problemas de *reducción de un curso del cambio á otro*, pues así suelen llamarse, pueden también ocurrir cuando se conoce el precio en una forma que no es la usual y quiere hallarse el equivalente en la acostumbrada.

Por ejemplo; si se ofreciera una letra sobre Londres, al cambio de 28'47 peniques, por cada 3*pts*.

Claro es que la cuestión podría resolverse por los métodos generales; pero en la práctica es como siempre costumbre *plantear una conjunta*, que sería

$$\begin{aligned} x\, pts &= 1£ \\ 1£ &= 240pn \\ 28\text{'}47pn &= 3pts \\ \hline x = \frac{240.3}{28\text{'}47} &= 25\text{'}29pts, \end{aligned}$$

aunque á nosotros nos parece más fácil decir sencillamente, $1£=240pn=240.\frac{3}{28'47}=25'29pts.$

Tampoco es raro que al ceder varias letras ó adquirirlas, tengan que venderse ó comprarse á diferentes precios.

Hallar el precio medio que corresponde á diferentes cambios, constituye el sencillo cálculo que en la práctica sa llama REDUCCIÓN Á UN CURSO MEDIO; y si sólo de los precios se tratase, es evidente que *sumarlos y dividir por su número*, siguiendo la regla general de las cantidades medias, bastaría para tener el curso buscado; pero cuando ocurren dichos casos, hay que relacionarlos con los nominales.

Supongamos que éstos sean de 1500£ á 25'50*pts*, 2000 á 25'25 y 4000 á 25'20.

Cada letra tendrá respectivamente un valor en pesetas, determinado por el producto de su nominal y el precio á que se cede; y como la cantidad total será la suma de los tres productos, cada £ valdrá el cociente de dividir dicha suma por el número de £ que en conjunto representan; es decir, que tendremos:

$$\begin{array}{rl|l}
1500 \,.\, 25'30 = & 37950 pts. & \\
2000 \,.\, 25'25 = & 50500 \;» & \\
\underline{4000} \,.\, 25'20 = & \underline{100800 \;»} & \\
7500 \qquad\qquad & 189250 \;» & \underline{7500} \\
 & 392 & 25'23 \;= \text{curso medio.} \\
 & 175 & \\
 & 250 & \\
 & 25 & \\
\end{array}$$

por lo cual suele decirse que:

Para determinar el curso medio, se multiplican los nominales por sus precios, y el producto se divide por la suma de aquéllos.

Esta regla no es, sin embargo, aplicable más que al caso en que los precios sean determinados y los vencimientos de las letras iguales.

No sucediendo así, puede seguirse una marcha análoga, que consistirá en

Dividir la suma de los valores efectivos por la de los nominales,

regla que, abrazando todos los casos, nos parece preferible á la anterior.

Para esta clase de problemas y otros análogos, conviene determinar el CAMBIO Á LA VISTA, es decir, el *valor que corresponde al precio del cambio* que figura en la cotización *para letras extendidas á la vista*, lo que no es sino un caso particular de otra cuestion más general, que podría enunciarse así:

Conociendo el precio del cambio para letras extendidas á un cierto plazo, hallar el que corresponde á otro plazo distinto;

la cual sabemos ya resolver, pues equivaldrá evidentemente á *aumentar ó disminuir el precio dado en los intereses correspondientes á los dias de diferencia*, según que el nuevo plazo sea más corto ó largo que el primitivo; pues si 1£, por ejemplo, vale 25'30*pts* cuando se ha de cobrar á los 90 dias de presentada la letra, claro es que cobrándola 60 días antes ó después valdrá esas mismas 25'30, más ó menos el interés que produzcan ó debieran producir, durante los mismos, en la plaza en que se haya de cobrar su equivalente, y lo mismo ocurre con el beneficio ó daño cuando el cambio se expresa en esta forma, según vimos al ocuparnos de la negociación de letras.

Si las del ejemplo anterior estuvieran, pues, extendidas respectivamente á 8, 60 y 90 días, los cambios á la vista serían

$$25'30 + \frac{25'30.4.8}{36500} = 25'30 + 0'2 = 25'32;$$

$$25'25 + \frac{25'25.4.60}{36500} = 25'25 + 0'16 = 25'41;$$

$$25'20 + \frac{25'20.4.90}{36500} = 25'20 + 0'25 = 25'45.$$

y tendríamos:

1500 . 25'32 =	37980*pts.*		
2000 . 25'41 =	50820 »		
4000 . 25'45 =	101880 »		
7500	190600 »	7500	
	406	25'41	= curso medio á la vista;
	310		
	100		

y si se deseara saber, por ejemplo, el curso medio á 45 días á que fueron vendidas, por ser éste el que figurara en la cotización corriente, resultaría

$$25'41 - \frac{25'41.4.45}{36500} = 25'41 - 0'13 = 25'28 pts.$$

No se debe, sin embargo, apelar á este procedimiento, en la resolución de los problemas de cambio, más que en el caso de que sea suficiente obtener un valor regularmente aproximado; porque no siendo costumbre considerar más que hasta las centésimas, la acumulación de errores puede ocasionar una última cifra bastante inexacta.

191. Otra de las cuestiones que pueden ofrecerse es la *determinación de los gastos* que ha ocasionado una operación de cambio, bien *en totalidad*, bien *en detalle*, tanto si se trata de *cambio directo* como *indirecto*, expresado *á tanto por* 100, ó *precio fijo*, y realizado con letras *de igual ó distinto plazo* que el de cotización.

Sea del modo que sea, el enunciado ha de contener entonces los valores del nominal comprado ó vendido, del efectivo que costó ó produjo y del cambio á que se hizo la negociación, ó por lo menos los medios de determinarlos, y entonces es evidente que, *restando del efectivo conocido el correspondiente al precio del cambio*, se tendrá *la totalidad* de los gastos, y *restando del total los conocidos*, se obtendrá el *conjunto de los restantes*, que será fácil, por las reglas sabidas, expresar á tanto por 100 de la cantidad que se desee.

Decimos *el conjunto*, porque es también evidente que el problema no será determinado mientras no se conozcan, en cualquier forma, *todos los gastos menos uno*, en cuyo caso siempre un sencillo *análisis*, y también frecuentemente el planteo de alguna *proporción ó conjunta*, bastará para calcularlo, si no quiere *despejarse de la fórmula correspondiente* á la cuestión, que tal vez será lo más largo, pero dará el valor buscado con toda seguridad.

Así, por ejemplo, si la adquisición encargada á un corresponsal de una letra de 5600*pts*, al cambio de $\frac{1}{2}$ °/₀ beneficio, costase 5651'60*pts* (184, problema 7.°), como por el precio del cambio debía sólo costar 5600. $\frac{100'5}{100}$ =5628, la totalidad de gastos habrá sido 5651'60—5628=23'60*pts*, ó si se quiere en otra forma, $\frac{2360}{5600}$ =0'42°/$_0$ del nominal (por defecto), $\frac{2360}{5628}$ =0'42°/$_0$ del importe (por exceso), ó $\frac{2360}{5651'6}$ =0'41°/$_0$ del efectivo (por defecto).

Sabiendo, pues, que el timbre y correo costaron 3'90*pts*, quedarían para el corretaje y comisión 23'60—3'90=19'70*pts*; y disminuyendo aún el 1°/$_{00}$ de 5628, valor legal del primero, resultaría 19'70—5'63=14'07*pts* de comisión, que es exactamente el $\frac{1407}{5628}$ =0'25= $\frac{1}{4}$ °/$_0$ del importe, conforme á lo establecido en el enunciado de dicho problema.

Otros procedimientos serían más dificultosos por su planteo y resolución, siendo, en nuestro concepto, lo más seguro y menos erróneo, como hemos indicado, despejar $g°/_0$ de nuestra fórmula (1), con lo cual tendríamos, siendo

$$d°/_0 = 0; \quad G°/_0 = 0 \quad \text{y} \quad 5651'60 - 3'90 = 5647'70$$

$$g°/_0 = \frac{10000E}{N(100+t)} - 100 = \frac{56477000}{5600.100'5} - 100 = 100'35 - 100$$
$$= 0'35°/_0$$

para valor del corretaje y comisión, y para ésta, por lo tanto, 0'35—0'1=0'25= $\frac{1}{4}$ °/$_0$.

En cuanto á los restantes problemas especiales que con el cambio pueden relacionarse, son, como en todas las demás cuestiones, innumerables, sin que puedan ofrecer dificultad ninguna á los que conozcan los diferentes medios de investigación empleados hasta aquí, pues generalmente serán mucho más fáciles que la mayoría de los precedentes.

Resolveremos uno como ejemplo.

Problema.—Un banquero se ve obligado á comprar una letra sobre Málaga de 5000*pts* á 30 días fecha, estando el cambio á la vista á $\frac{1}{4}$ °/$_0$ daño y el descuento en dicha población á 4°/$_0$ ¿A cómo debe vender otra de 4900 para que el efectivo de su caja no sufra alteración, suponiendo que en ambos intervenga corredor?

La primera le costará, tomando el corretaje y los intereses del importe, teniendo presente que ha de pagar un timbre de $3pts$, que hay dos días de correo y que, por consiguiente,

$$d^o/_o = \frac{100.4.28}{36500} = 0'3:$$

$$E = 5000. \frac{99'75}{100} \cdot \frac{99'7}{100} \cdot \frac{100'1}{100} + 3 = 4980'50 pts;$$

efectivo que, por tanto, debe producirle la venta de la otra, para lo cual es preciso que sea

$$\pm t = \frac{498050}{4900} \cdot \frac{100}{99'9} - 100 = 101'75 - 100 = 1'75$$

$$= 1\tfrac{3}{4}\,^o/_o\ b^o \text{ á la vista.}$$

VII.—Facturas de negociación.

192. A semejanza de los boletines de descuento (170), las FACTURAS DE NEGOCIACIÓN son *notas detalladas en que constan los valores que debiendo hacerse efectivos en plaza distinta de aquella en que la operación se verifica, se presentan simultáneamente para ser negociados.*

Su cálculo es, por consiguiente, análogo, pudiendo aplicarse á él los métodos abreviados que determinan el valor del descuento comercial, incluso el de Thoyer, fundado en los divisores fijos.

La única diferencia estriba, en que debiendo tenerse en cuenta *el precio del cambio*, hay que *calcular los vencimientos ó días durante los cuales corresponde añadir ó quitar intereses*, en *relación con el plazo de cotización*, siendo evidente que deberá hacerse lo primero ó lo segundo, según que éste sea *más largo* ó *corto* que los de las letras; que si están extendidas sobre el extranjero, hay que hacer además la *reducción del importe líquido á unidades nacionales;* y que además suele *pagarse una comisión*, que como siempre puede tomarse del importe líquido, que sería lo natural, ó de la totalidad de los nominales, que es lo acostumbrado.

Los casos algo distintos que se pueden presentar, serán, por lo tanto, aquellos en que se trate de *plazas nacionales ó* *extranjeras*, de *cambio determinado ó con beneficio ó daño* y de *vencimientos anteriores ó posteriores al plazo de cotización.*

Tratándose de plazas nacionales se podrá *calcular el líquido* del mismo modo que si la factura fuese de descuento, *agregar ó restar el beneficio ó daño de cada letra* determinado por el precio del cambio y *rebajar la comisión.*

Siendo extranjeras las plazas en que las letras deban cobrarse, se calculará *el líquido rebajando la comisión*, y se hallará *el equivalente en unidades monetarias de la plaza en que la operación se efectúe.*

Los días de intereses estarán siempre expresados en uno y otro caso por la *diferencia entre los vencimientos de las letras y el fijado en la cotización.*

Por lo demás, claro está que en el cálculo pueden seguirse muchos procedimientos, todos los cuales conocemos ya, aunque lo más común es emplear los divisores fijos.

La importancia que el estudio de tales facturas pueda tener, es más bien relativa á su forma ó modo de disponerlas y extenderlas, cuestión que no nos incumbe examinar, pues pertenece á la *Práctica de las operaciones comerciales.*

No obstante, resolveremos un caso indicando la modificación que los restantes exigirían prescindiendo de esa forma, para que ninguna duda pueda quedar con respecto al cálculo.

PROBLEMA.—Averiguar cuánto producirá la negociación de las siguientes letras, suponiendo que los cambios son á la vista, el descuento 4°/₀ y la comisión 2°/₀.

1500*pts*	sobre	Valladolid	á 8 días vista.	Cambio	$\frac{1}{2}$ °/₀ *b°*.
2000 »	»	Cádiz	» 90 » fecha.	»	$\frac{1}{4}$ °/₀ *d°*.
3000 »	»	Bilbao	» fin de año.	»	á la par.
4000 »	»	Zaragoza	» 30 de Octubre.	»	1°/₀ *b°*.

La segunda lleva la fecha de 1.° de Septiembre y la cesión se hace el 15.

Nominales.	Días.	Números.
1500.	8.	12000
2000.	73 (2 de correo)	146000
3000.	105 id. . .	315000
4000.	43 id. . .	172000
10500		645000

645000 | 9000
15 | 71'67
60

		10500
Menos	Intereses.	71'67
	Comisión.	210
		10218'33*pts.*
	Daño 2.ª letra. .	5 »
		10213'33 »
Mas	Beneficio 1.ª. . .	7'50 »
	» 4.ª. . .	40 »
	Líquido. . . .	10260'83*pts.*

Si los nominales de las letras representaran francos, á causa de estar giradas, por ejemplo, sobre París, Burdeos, Marsella y Lyon, y los cambios fuesen los mismos, es evidente que el cálculo en nada se diferenciaría del anterior; pero en la práctica no suele ocurrir este caso, porque para facilitarlo se presentan siempre agrupadas las letras giradas sobre una misma plaza.

Supongamos, pues, que todas estuvieran giradas sobre Marsella.

Como entonces el precio del cambio sería el mismo para todas, 2'25°/₀, por ejemplo, una vez rebajados los intereses y la comisión, es decir, determinado el líquido á la par, 10218'33 *frs*, deberíamos aumentarle en 2'25°/₀ á causa del diferente valor que por el cambio alcanzan las pesetas y los francos; luego tendríamos:

$$\text{Líquido} = 10218'33 frs. \frac{102'25}{100} = 10448'24 pts.$$

Por último, si la plaza fuera Manchester, por ejemplo, los nominales y el número 10218'33 representarían £, por lo que si el cambio estaba á 25'30, el resultado sería:

$$\text{Líquido} = 10218'33£.25'30 = 258523'75 pts.$$

Hemos supuesto en todos los casos que la cotización era á la vista, al cual puede referirse cualquier otro; pero como la reducción de los cambios á la vista origina, como ya dijimos, resultados bastante inexactos, lo mejor y lo que se hace en la práctica, según hemos indicado, es encontrar siempre la diferencia de vencimientos, *restando* los intereses correspondientes á las letras de *plazo más largo y añadiendo* los que se refieran á letras de plazo *más corto*, puesto que esos intereses pertenecerán al comprador en el primer caso y al vendedor en el segundo.

No creemos que la cuestión de cálculo necesite más detalles.

CAPÍTULO V

VALORES PÚBLICOS

I.—Generalidades.

193. Los principales valores públicos (172) son los títulos, láminas ó inscripciones de la Deuda pública, *contraida por los Gobiernos con la garantía de la nación.*

Esta deuda, como todo capital prestado, devenga intereses, que se cobran al terminar iguales períodos de tiempo previamente fijados, mediante la separación y entrega de los cupones, ó *divisiones que forman parte de dichos documentos* con el expresado objeto.

Esos intereses constituyen para el poseedor de los títulos una renta ó *serie de cantidades cobrables en determinados períodos de tiempo*, nombre que por esta causa se aplica también á los documentos de una misma clase emitidos simultánea ó sucesivamente, llamándose renta perpetua á la producida por *documentos representantes de una deuda que jamás hay obligación de extinguir*, y amortizable *á la que debe extinguirse en la forma y tiempo fijados por la Ley,* en cuya virtud se realizó la emisión.

En este sentido suele decirse que hoy existen en España tres clases de verdadera Deuda pública:

La perpetua interior, la exterior y la amortizable, todas las cuales devengan el interés de 4% anual, ó mejor dicho, 1% trimestral, pues al principiar cada trimestre del año es cuando se pagan los intereses.

La primera se compone de seis series principales de títulos, cuyo valor nominal es distinto, ŷ se designan abreviadamente por las seis primeras letras mayúsculas de nuestro alfabeto.

Hé aquí sus diferentes valores:

Serie	*A*.	500*pts*	nominales	cada	lámina.
»	*B*.	2500 »	»	»	»
»	*C*.	5000 »	»	»	»
»	*D*.	12500 »	»	»	»
»	*E*.	25000 »	»	»	»
»	*F*.	50000 »	»	»	»

Sus títulos son al PORTADOR, *con cupones cobrables por la persona que los presente*, ó NOMINATIVOS, es decir, *con el nombre de su legítimo poseedor* y reunidos en cantidades de 75000, 125000, 250000, 500000 y 1000000 de *pts*, pueden convertirse en inscripciones TRANSFERIBLES, ó *cuya propiedad puede traspasarse á otra persona*, siendo permitido DOMICILIARLAS, ó *expresar dónde han de cobrarse los intereses*, en cualquiera de las capitales de provincia y en Lisboa, París, Bruselas, Londres, Berlín y Amsterdán.

Estas láminas sustituyeron en 1882 á las antiguas del 3% interior y subvenciones de ferrocarriles, emitiéndose al cambio de 43'75% del primero y 87'50% de las segundas, y aunque la deuda que representan lleva el nombre de perpetua, como la análoga exterior, ambas deben ir siendo amortizadas, según la Ley, con la quinta parte por lo menos de los sobrantes que puedan ofrecer los presupuestos nacionales.

Hemos dicho que esas láminas son las principales, porque con el objeto de interesar en los empréstitos nacionales á todas las clases de la sociedad, se emitieron posteriormente otras dos series de títulos llamados *pequeños*, por tener sólo el valor nominal de 100 y 200*pts*, que tanto en la serie de la renta perpetua como en la amortizable, ofrecen naturalmente la anomalía de estar señalados con las dos letras siguientes, á pesar de su menor valor.

Los cupones de la perpetua exterior, compuesta también principalmente de seis series, que se distinguen con las mismas letras, llevan su valor impreso en pesetas, francos y libras esterlinas, en relacion á la equivalencia legal de peseta por franco y 25'20*pts* por libra esterlina, pudiendo domiciliarse en Barcelona, Lisboa, París, Londres, Berlin y Amsterdán.

Hé aquí los valores de cada título:

Serie.	Pesetas ó francos.	£, chelines y peniques.
A . . .	1000 lámina.. . .	39 — 13 — 7 lámina.
B . . .	2000 » . . .	79 — 7 — 2 »
C . . .	4000 » . . .	158 — 14 — 4 »
D . . .	6000 » . . .	238 — 1 — 6 »
E . . .	12000 » . . .	476 — 3 — 0 »
F . . .	24000 » . . .	952 — 6 — 0 »

Esta deuda sustituyó también en 1882 á la antigua del 3°/₀ exterior, emitiéndola á $\frac{7}{8}$ °/₀, con carácter de bonificación, sobre el nominal de aquélla, durante los dos primeros meses de los seis que se concedieron para la conversión.

194. La amortizable creada en 1881, que se debe ir extinguiendo en 40 años por sorteos trimestrales verificados un mes antes del vencimiento de cada cupón, se emitió á 85°/₀ de su valor nominal, sirviendo para canjear á los cambios indicados las antiguas

Obligaciones del Banco y del Tesoro, interiores y exteriores.	A la par.
Obligaciones del Tesoro sobre la renta de Aduanas..	A la par.
Bonos del Tesoro..	A la par.
Resguardos de la Caja de Depósitos.. . .	A la par.
Acciones de carreteras de 1850.. . . .	A la par.
Billetes y pagarés del material.	A la par.
Acciones de obras públicas.	A 76°/₀
Acciones de carreteras de 1852, 1855 y 1856.	A 80°/₀
Deuda del personal..	A 80°/₀
Deuda amortizable de 2°/₀ interior y exterior..	A 50°/₀

Sólo se compone de estas cinco series, además de los modernos títulos pequeños:

Serie *A*..	500*pts*	lámina.	
» *B*..	2500	»	»
» *C*..	5000	»	»
» *D*..	12500	»	»
» *E*..	25000	»	»

pudiendo el cobro domiciliarse en las mismas plazas que el 4°/₀ perpetuo.

Como el canje no fué obligatorio para todos los valores antedichos, todavía conservan algunos poseedores títulos de 2°/₀ y 3°/₀ amortizable exterior, cuyos intereses se pagan en 1.° de Enero y Julio, y de

Acciones de carreteras y obras públicas, á 6°/₀ anual, que también se paga en esas fechas.

Además de esta deuda nacional existe la llamada FLOTANTE, *compuesta de diferentes obligaciones temporales,* que procede de créditos reconocidos por el Gobierno y de las negociaciones particulares que efectúa por medio de letras, libranzas ó pagarés, cuyo interés es sumamente variable.

También nuestras Antillas tienen su deuda especial representada por

Billetes hipotecarios de Cuba, con la garantía de la renta de sus Aduanas, las demás existentes y que puedan crearse, y la de la nación misma, cuyos billetes son de 500*pts* nominales, devengando 6°/₀ pagadero al principio de cada trimestre en las capitales de provincia de la Península, Habana, París y Londres, y deben quedar amortizados en 20 años, á partir de 1880 en que se hizo la emisión á 85°/₀ y al cambio de peseta por franco y 25*pts* por libra esterlina.

En 1886 se crearon nuevos *billetes* amortizables en 50 años, por sorteos trimestrales como los anteriores, á los cuales son idénticos en todo lo demás, salvo el tipo de emisión, que fué 87°/₀.

Con ellos se unificaron todas las antiguas deudas.

Prescindiendo, pues, de las deudas de las naciones extranjeras, algunas de las cuales se cotizan en España; de las acciones y obligaciones de los Bancos, ferrocarriles, tranvías, obras públicas especiales, Sociedades mineras y análogas, Compañía de Tabacos, etc., cuya sola enumeración detallada ocuparía varias páginas sin que condujera á ningun fin práctico, pasaremos á ocuparnos ligeramente de las cuestiones que con ellas se relacionan, teniendo presente que los efectos públicos se cotizan siempre á tanto por 100 de su valor nominal, no de beneficio ó daño, sino expresando el precio determinado á que se compran ó venden 100 unidades nominales, tanto si es inferior como superior á este número.

Hé aquí en extracto las cotizaciones oficiales de Madrid y París del 28 de Septiembre del año actual (1889), que pueden servir de ejemplo para las de valores nacionales y extranjeros.

MADRID

Deuda perpetua 4°/₀ interior, al contado.	76'40
» » á plazo. .	76'85
» » pequeños. .	76'45
» exterior.	78'15
» » pequeños. .	78'50
Idem amortizable.	90'10
» pequeños.	90'10
Billetes hipotecarios de Cuba, 1886. . .	107'10
Cédulas 5°/₀ del Banco hipotecario. . .	105'25
Acciones del Banco de España.. . . .	410
Carpetas Compañía Arrendataria de Tabacos.	110
. . . .	. .
. . . .	. .

PARÍS

3°/₀ francés.	86'50
$4\frac{1}{2}$ ídem..	104'80
. . . .	. .
Deuda española 4°/₀ perpetuo interior y exterior.	75'35
Idem íd. 3°/₀ y 2°/₀ amortizable exterior..	75'35
Obligaciones de Cuba (antiguas). . . .	514
. . . .	. .
Consolidados ingleses $2\frac{3}{4}$ °/₀.	$96\frac{11}{16}$
. . . .	. .
. . . .	. .

II.—Pignoración y préstamos en general.

195. *El acto de dejar fondos públicos como garantía de un préstamo* recibe el nombre de PIGNORACIÓN, y las operaciones á que da lugar deben incluirse entre las de banca, aunque generalmente no se hace así, pues ciertos banqueros, Bancos y Sociedades análogas, especialmente entre nosotros, el Banco de España y el Monte de Piedad, son los que hacen estos préstamos y otros parecidos que se incluyen ó no bajo igual nombre.

La duración de los mismos varía *entre* 30 y 120 *días*, según las condiciones de los efectos entregados en garantía, y la pignoración se realiza, en su parte comercial, interviniendo un agente para ello autorizado que formaliza el contrato con la correspondiente póliza.

El citado Banco está autorizado para prestar sobre *valores de la Deuda ó del Tesoro*, *pastas de oro* y *plata*, *conocimientos de embarque, acompañados de las* correspondientes *facturas y pólizas de seguros*, y *sobre mercancías* también *aseguradas*, según se certifica *con los resguardos de depósito*, que ofrecen carácter legal; para admitir otras clases de valores comerciales necesita autorización especial del Gobierno.

Sabido es que diversos Bancos y Sociedades prestan *sobre bienes inmuebles*, y sobre muchos objetos el Monte de Piedad, que cobra los verdaderos intereses al vencimiento, mientras el Banco los retiene por adelantado, sin hacer préstamos inferiores á 500*pts.*

Los valores de la Deuda pública *se admiten* generalmente *al* 80°/₀ *de su valor*, calculado *por el precio medio de la cotización del dia anterior*, obligando además á mejorar la garantía cuando ese valor descienda en una décima parte; las pastas de oro y plata, por el 90°/₀ *de su valor* intrínseco; los conocimientos y resguardos *por el* 50°/₀ *del valor que* en la plaza *tengan los efectos.*

Estos datos son suficientes para resolver los sencillos problemas á que la pignoración da lugar, bien se trate de calcular el *efectivo, que se cambiará por cierto nominal*, bien el *nominal dado en garantía*, bien el *precio á que se cotizaban los efectos en el momento de pignorarlos,* tanto si se prescinde de los gastos accesorios de *póliza*, *corretaje* y *sello móvil*, como si se tienen en cuenta.

Para éstos, como para los demás, pudieran encontrarse fórmulas, que serían muy semejantes á las del cambio, y algunos dan reglas fijas, pero que no pueden ser aplicables á todos por cobrarse unas veces el interés por adelantado y otras no, como hemos dicho.

Esta circunstancia, el considerar como valor verdadero el 80°/₀, el 90°/₀, el 50°/₀ ú otro tipo distinto, según el efecto dejado en prenda, y lo conveniente que es calcular separadamente y conocer lo que se paga al corredor, lo que cuesta el interés, etcétera, hace preferible resolver por análisis estas cuestiones, teniendo presente que:

1.° *El* 80, 90 ó 50°/₀ *del nominal de la Deuda pública, valor intrínseco de las pastas, ó valor que en la plaza tengan los efectos, será el importe nominal del préstamo.*

2.° *Que de este nominal hay que deducir el importe del corretaje, póliza, sellos y descuento, si existen estos gastos accesorios.*

3.° *Que cuando se trata de pastas de oro y plata hay que ensayarlas antes en la casa de moneda para averiguar su ley, pagando la conducción y* 2'50*pts por barra como derechos de ensayo.*

4.° *Que el verdadero efectivo será igual al importe nominal del préstamo, disminuido en todos los gastos.*

5.° *Que dicho importe será igual al efectivo aumentado en todos los gastos, incluyendo entre ellos los intereses si se pagaran por adelantado, y el verdadero nominal, á dicho importe, multiplicado por* $\frac{5}{4} = 1'25$, $\frac{10}{9} = 1'11$, $\frac{10}{5} = 2$, etc., *según el efecto de que se trate.*

PROBLEMA 1.°—Cobrando el Banco un descuento de $4\frac{1}{2}$ °/₀, el corredor 1°/₀₀ y teniendo que gastar 2'55*pts* en póliza y sellos, ¿cuánto se obtendría por la pignoración de 20 títulos de la Deuda amortizable española de la serie *D*, con arreglo á la cotización precedente y plazo de 90 días?

Nominal de 20 títulos, serie *D*.		$20.12500 = 250000$	*pts.*
Valor real á 90'10 por 100. .		$2500.90'10 = 225250$	»
		$\times 0'80$	
	Nominal del préstamo.	180200	*pts.*
Menos	Corretaje $1^{\circ}/_{\circ\circ}$ de 180200. . . .	180'20	»
	Descuento $\frac{180200.4'5.90}{36000}$	2027'25	»
	Póliza y sellos.	2'55	»
	Se obtendrían.	177990	*pts.*

Escolios.—Tratándose de otros establecimientos, como el Monte de Piedad, por ejemplo, no habría que deducir el descuento por ser intereses lo que cobra, que por lo tanto se pagan al finalizar el vencimiento, é inútil nos parece añadir que además del abuso de decir que se cobran intereses, cuando se cobra descuento, en la práctica suele tomarse el corretaje del nominal primitivo y siempre se considera el año de 360 días, por lo que le hemos supuesto ese valor.

Al mismo resultado se llegaría evidentemente tomando el $80^{\circ}/_{\circ}$ del nominal y multiplicando después por el precio de cotización, así como también rebajando de este precio el $80^{\circ}/_{\circ}$, método que produciendo generalmente mayor error, es, sin embargo, el más usual.

Problema 2.°—Comprobar el anterior calculando el nominal que en títulos de la Deuda española amortizable, serie *D*, debería presentarse á la pignoración por 90 días para obtener 177990*pts* líquidas.

$$177990 + 2'55 \text{ de póliza y sellos} = 177992'55 pts;$$

que hay que aumentar en el descuento por 100,

$$d^{\circ}/_{\circ} = \frac{100.4'5.90}{36000} = 1'125$$

correspondiente á los 90 días, y en el $1^{\circ}/_{\circ\circ} = 0'1^{\circ}/_{\circ}$, ó en total 1'225 *del nominal desconocido* del préstamo, que por lo tanto será

$$177990 \cdot \frac{100}{98'775} = 180200 pts.$$
$$\times 1'25$$
$$225250 pts. \text{ (T. I, 194, 2.°)}$$

y como cada 100*pts* nominales valen, según la cotización, 90'10,

22525000	9 0'1
4505	2 5 0 0 0 0*pts.*
0000	

será el nominal que deberá presentarse á la pignoración, que en láminas de la serie *D*, ó de 12500*pts*, representan

$$250000 : 12500 = 20 \text{ títulos.}$$

PROBLEMA 3.º—Comprobarlo calculando el precio á que deben cotizarse los títulos serie *D* de la Deuda amortizable española, para que la pignoración de 20 por 90 días produzca 177990*pts* líquidas.

Nominal de 20 títulos serie *D*. . . . 20.12500 = 2 5 0 0 0 0*pts.*
× 0'8 0
2 0 0 0 0 0 »

Efectivo, mas gastos determinados:

$$177990 + 2'55 = 177992'55 pts;$$

que aumentado en el descuento por 100 y corretaje *del nominal desconocido* del préstamo, daría, como antes, 180200*pts,* que en virtud de la rebaja del Banco han de tener un valor real de 225250*pts*, número que es de 250000, el (84, 2.ª)

$$\frac{22525000}{250000} = 91'10\%$$

que será el precio pedido.

Los problemas de pignoración de barras de oro y plata y efectos comerciales, son idénticos á los de fondos públicos, sin más diferencias que las indicadas respecto á la rebaja que se hace en su valor efectivo y á los gastos de ensayo que ocasionan las primeras para conocer su ley, y por lo tanto, la cantidad de metal fino que contienen, cuyo valor se aprecia, no existiendo, como no existe en nuestra patria, mercado de oro y plata, por el precio que al kilogramo asigna la Casa de Moneda.

Como todo esto en nada modifica esencialmente la resolución, pudiendo variar las circunstancias del préstamo, según las condiciones para él impuestas por quien ha de entregar el dinero, y no escribimos para ningún establecimiento particular, nos parece excusado resolver más ejemplos, que habrían de ser análogos en todo á los anteriores.

III.—Créditos con garantía.

196. Una modificación que facilita las pignoraciones es la apertura de CRÉDITOS CON GARANTÍA, *contrato por cuyo medio se obliga un banquero á entregar á otra persona en cualquier momento y bajo las condiciones que se estipulan, cantidades cuya suma no exceda del valor atribuido á los efectos depositados como garantía.*

Si el banquero admite además la entrega de cantidades á cuenta, que devenguen ó no el mismo interés que las proporcionadas en concepto de préstamo, se economizan intereses en el primer caso y la operación origina también la apertura de una *cuenta corriente* (167) *con garantía y crédito*, de la que no nos corresponde ocuparnos.

Esto es lo que hace igualmente el Banco de España, entre otros, admitiendo en depósito por el 80°/₀ de su valor efectivo fondos públicos, con interés igual ó recíproco de las cantidades entregadas y recibidas, por 120 días generalmente, siempre que ese 80°/₀ del valor no sea inferior á 15000*pts* y mediante el abono á veces de una comisión sobre el mismo, que sustituye al corretaje de los préstamos.

Las cuestiones que pueden ocurrir son, por consiguiente, idénticas, y se resuelven *por análisis* del mismo modo, y *teniendo presentes las mismas reglas*, al averiguar el *nominal necesario para obtener un determinado crédito*, el *crédito que se obtendrá por un nominal conocido*, ó el *curso que el papel debe tener* para que cierto nominal produzca el crédito que se desee.

Aunque muy semejantes á las anteriores, son, sin embargo, más sencillas aún, puesto que nunca ha de tenerse en cuenta el descuento y ni aun es frecuente que se originen gastos, pues el mismo banquero ó establecimiento que abre el crédito suele facilitar gratis los libros talonarios á los interesados, para que giren contra su crédito las cantidades que vayan necesitando, pagando los intereses y comisión al finalizar ó renovar el contrato.

También nos parece, por lo tanto, inútil ocuparnos de ejemplos de esta clase, pudiendo servir de norma en su resolución la parte de los tres últimos, suficiente para contestar á estas preguntas:

¿Qué crédito podria obtenerse dejando en garantía 20 títulos de Deuda amortizable española de la serie *D*, con arreglo á la cotización precedente?

¿Qué nominal sería preciso dejar en garantía para obtener un crédito de 180200*pts?*

¿A qué precio deberían cotizarse los títulos del 4 °/₀ amortizable español, serie *D*, para que dejando en garantía 20 de ellos se pudiera obtener un crédito de 180200*pts?*

IV.—Trueque de efectos públicos.

197. Otra de las cuestiones que pueden ocurrir al poseedor de valores públicos, prescindiendo de las de compra y venta, que enseguida estudiaremos, es la permuta ó *trueque de unos títulos por otros,* atendiendo al precio á que se coticen ambas ó sea á su valor efectivo.

La resolución de todos estos problemas tiene por fundamento los tres siguientes:

¿Qué efectivo corresponde á un nominal y precio dados?

¿Qué nominal corresponde á un efectivo y precio conocidos?

¿Cuál ha de ser el precio á que se cotice el papel para que á un cierto nominal corresponda determinado efectivo?

Claro está que siendo, como siempre, N el nominal, E el efectivo, y llamando c al curso del papel ó precio de 100 nominales, á cada unidad corresponderá $\frac{c}{100}$, y á N,

$$E = N \cdot \frac{c}{100} = \frac{N}{100} \cdot c, \text{ de donde } N = \frac{100\,E}{c}\,;\ \text{y } c = \frac{100\,E}{N}\,,$$

de donde se deduce que:

1.° *El efectivo es igual á la centésima parte del nominal, multiplicada por su precio, ó al nominal por la centésima parte de éste;*

2.° *El nominal al cociente de dividir por el precio, el producto del efectivo por* 100;

3.° *El precio de cotización al cociente de dividir por el nominal, el producto del efectivo por* 100.

Escolio.—Con objeto de no tener que repetirlo en cada enunciado, advertimos una vez para siempre que en todos los problemas referentes á valores públicos, en que el precio de cotización deba ser conocido, supondremos que tiene el valor consignado en la que copiamos como ejemplo (194).

Problema 1.º—¿Cuánto costará adquirir 15 títulos de Deuda perpetua española 4°/₀ de la serie F interior?

$$N = 15.50000 = 750000 pts; \qquad E = 7500.76{`}40 = 537000 pts.$$

Problema 2.º—¿Qué valor podría adquirirse en cédulas del Banco hipotecario con 4210*pts*?

$$N = 421000:105{`}25 = 4000 pts.$$

Problema 3.º—¿A cómo ha de cotizarse en París el 3°/₀ español para adquirir 20000*pts* nominales con 1507*frs*?

$$c = 150700:20000 = 75{`}35.$$

Resueltas estas sencillas cuestiones, es evidente que el efectivo $E = \frac{Nc}{100}$, que se cambie por otro $E' = \frac{N'c'}{100}$, exige la condición

$$Nc = N'c', \quad \text{de donde} \quad N = \frac{N'c'}{c} \quad \text{y} \quad c = \frac{N'c'}{N},$$

luego,

4.º *El nominal que por otro puede cambiarse, es igual al producto del dado por su precio, dividido por el del que ha de recibirse en cambio.*

5.º *El precio que ha de alcanzar una clase de papel para que un nominal dado pueda cambiarse por otro, es igual al producto de éste por su precio, dividido por el nominal, cuyo precio se desconoce.*

La única particularidad que ocurre, siempre que se trata de encontrar el valor de un nominal es, ó que se halla un cociente inexacto, ó que aun siendo exacto, no es múltiplo del nominal de las láminas que se desean ó pueden darse, sucediendo en uno y otro caso que el resultado teórico no puede tener realidad práctica más que disminuyendo el efectivo en lo que sea preciso para obtener el mayor múltiplo de los nominales, si se trata de una adquisición, ó entregando la diferencia en metálico, si de un trueque ó permuta.

Así, por ejemplo, si quisiera averiguarse qué nominal de Deuda perpetua española exterior podría adquirirse con 25000 *pts* en títulos A, B, C, se hallaría

$$N = 2500000:78‘15 = 31989‘76,$$

pero como esos títulos tienen nominales de 1000, 2000 y 4000 *pts*, es evidente que sólo se podrían adquirir 31989‘76:1000 = 31 títulos de la serie A de menor valor, ó bien 7 de la C, 1 de la B y 1 de la A, que compondrían

$$\begin{array}{rl} 7.4000 = & 28000 pts \\ 1.2000 = & \ \ 2000 \text{ »} \\ 1.1000 = & \underline{\ \ 1000 \text{ »}} \\ & 31000 pts, \end{array}$$

quedando un resto de 989‘76*pts* nominales, que según la cotización valdría

$$E = 9‘8976.78‘15 = 773‘50 pts,$$

por lo que sólo podrían emplearse en la forma deseada, tratándose de una adquisición

$$25000 - 773‘50 = 24226‘50 pts,$$

valor efectivo de las 31000 nominales, como comprueba la igualdad

$$310.78‘15 = 24226‘50 pts.$$

Problema 4.º—¿Qué nominal debería entregarse en títulos de la Deuda perpetua interior, serie C, á cambio de 20 de la amortizable, serie D?

$$20.12500 = 250000 pts; \qquad 250000.90‘10 = 22525000 pts.$$

$$\begin{array}{r|l} 22525000 & 7\,6‘4\,0 \\ \cline{2-2} 7245 & 2\,9\,4\,8\,2\,9 \\ 3690 & \\ 6340 & \\ 2280 & \\ 7520 & \\ 644 & \end{array}$$

En realidad debería, pues, entregarse aproximadamente un nominal de 294829*pts*; pero como esto no es posible, porque los títulos de la serie *C* de la Deuda perpetua interior son de 5000*pts* y 294829 dividido por 5000 da un cociente entero 58 y un resto de 4829, que al precio de cotización equivale á 48·29.76'40=3690*pts*, habría que entregar esta cantidad en efectivo además de los 58 títulos, ó bien 59 de éstos, que valdrían 59.50.76'40=225380*pts*, y recibir en cambio los 20 títulos de la serie *D* y 225380—225250=130*pts* en metálico, resultado que también podría hallarse con más facilidad, restando las 3690*pts* del efectivo del título agregado á los 58,

$$50.76'40 - 3690 = 3820 - 3690 = 130 pts.$$

Problema 5.°—¿A qué precio debería cotizarse la Deuda perpetua interior española para poder cambiar, sin metálico, 58 láminas de la serie *C*, perpetua interior, por 20 de la serie *D*, amortizable?

Suponiendo conocido el precio 90'10 de esta última,

$$c = \frac{20.12500.90'10}{58.5000} = \frac{50.90'10}{58} = \frac{4505}{58} = 77'67.$$

Escolio.—Debería tomarse como resultado 77'70, pues los precios de cotización varían de 5 en 5 céntimos.

Cuando, como en estos ejemplos, no entran precisamente en los enunciados nominales indeterminados con respecto á la clase de papel, sino que se indica ésta, lo que siempre ha de encontrarse, en definitiva, es el número de títulos y la cantidad en metálico que deberán entregarse ó recibirse á cambio de cierto nominal de otra clase, y entonces es más sencillo calcular el efectivo total que ha de cambiarse y el correspondiente á uno de los títulos cuyo número se busca, pues evidentemente el primero, dividido por el segundo, dará este número por cociente entero, expresando el resto la cantidad en metálico que hay que añadir á ellos.

Así, pues,

6.° *El número de títulos de un cierto nominal que han de darse ó recibirse á cambio de otros, será el cociente entero de dividir el total efectivo de éstos por el de uno de aquéllos, y el resto indicará el metálico que debe añadirse.*

Problema 6.°—Resolver el 4.° por esta regla.

$$\text{Nominal total} = 20.12500 = 250000 pts.$$

$$\text{Efectivo} = 2500.90'10 = 225250 pts.$$

Efectivo de 1 lámina, serie C, perpetua interior

$$= 50.76'40 = 3820 pts.$$

$$\begin{array}{r|l} 225250 & 3820 \\ \hline 3425 & 58 \\ 3690 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 225250 & 3820 \\ \hline 3425 & 59 \\ \overline{1}870 = -130 & \end{array}$$

Habría que dar 58 títulos y 3690*pts*, ó 59, *recibiendo* 130.

Teniendo presentes las últimas reglas y las relaciones entre los valores nominales, efectivos y precios, *un sencillo análisis* bastará para resolver cualquier problema de trueque de fondos públicos, y hasta deducir, si se quiere, reglas especiales para cada uno de los casos particulares que con frecuencia, ó en un momento dado, tengan que resolverse, sin más que recordar las propiedades del dividendo, divisor, cociente y resto (T. I, 199, 2.ª).

Por ejemplo; de la 6.ª regla enunciada se desprende inmediatamente, para el caso en que se quisiera determinar el número de títulos cambiados por otros y una cierta cantidad en metálico, que

El valor efectivo entregado exactamente en papel, será igual al número de los títulos recibidos de otra clase, por el valor de uno, más el metálico;

pero, como vamos á hacer ver, es tan sencillo el análisis que para resolver estas cuestiones debe efectuarse, que no hay necesidad de cansar la memoria inútilmente aprendiendo el gran número de reglas que análogamente podrían enunciarse para cada una de las combinaciones que con los nominales, efectivos, precios, metálico y números de láminas de una y otra clase podrían hacerse.

Problema 7.°—¿Cuántos títulos amortizables de la serie D se habrán cambiado por 58 del perpetuo interior, serie C, y 3690 *pesetas*?

Nominal recibido en papel $= 58.5000. \ldots . = 290000$ *pts.*

Idem correspondiente al metálico $= 3690. \frac{100}{76'4} = 4829'84$ »

Nominal cambiado. . . . . $294829'84$*pts.*

Efectivo ídem. . . . . $= 2948'2984.76'40 = 225250$*pts.*

$$\text{Nominal á } 90'10 = 225250. \frac{100}{90'10} = 250000 pts.$$

Títulos de la serie $D = 250000:12500 = 20$,

ó lo que es igual, siguiendo la regla:

$$\text{Efectivo entregado} = 58.50.76'40 + 2320 = 221560 + 3690 = 225250 pts.$$

$$\text{Nominal á } 90'10 = 225250. \frac{100}{90'10} = 250000 pts.$$

Número de títulos $= 250000:12500 = 20.$ »

CAPÍTULO VII

OPERACIONES DE BOLSA

I. — Ideas generales.

198. Dáse el nombre de Bolsa al *lugar público y autorizado por la ley en que los comerciantes, banqueros y agentes se reunen para concertar las operaciones que aquéllos desean realizar, y en que los últimos deben intervenir,* dándoles fuerza y carácter legal al autorizarlas y garantizarlas.

Aunque cuanto es objeto de comercio lícito puede ser negociado en ella, sólo figuran en las cotizaciones oficiales los valores públicos, por lo que suelen llamarse únicamente operaciones de bolsa á *las que se refieren á estos efectos.*

En este sentido particular nos ocuparemos tambien de ellas, tanto porque en efecto forman el núcleo y principal objeto de las mismas, cuanto porque las cuestiones relativas á mercaderías en general, pastas de oro y plata y valores de comercio, como letras, pagarés, resguardos, seguros, transportes, etc., nos son ya conocidas en todos sus detalles.

Entendiendo, como entendemos, que nada absolutamente tienen que ver con el Cálculo los requisitos legales exigidos á los contratantes, la forma de redacción de los documentos, los derechos y deberes de los agentes intermediarios, ni aun los medios, más ó menos ingeniosos y legítimos, de que suelen valerse los especuladores para producir alzas ó bajas en los precios de cotización de los valores, ofreciendo ó pidiendo grandes cantidades de papel, haciendo circular noticias de mayor ó menor exactitud, etc., y creyendo, como creemos, que debemos concretarnos á la cuestión aritmética, empezaremos por decir que esas operaciones se hacen:

AL CONTADO, *cuando la entrega del objeto comprado é importe del mismo, según el precio de contratación, se efectúan al terminar ésta*, ó poco tiempo después, si así se ha convenido;

A PLAZO, *cuando se conviene una fecha más ó menos lejana para la entrega de lo comprado y de su importe*;

EN FIRME, *cuando se vende lo que se posee ó adquiere y se compra con intención de recibirlo*;

EN DESCUBIERTO, *cuando se vende lo que no se tiene*, con la esperanza de adquirirlo á más bajo precio antes de terminar el plazo en que deba entregarse, ó *se compra lo que no hay intención de adquirir*, con la de haberlo vendido antes á precio más elevado.

II.—Operaciones al contado.

199. Todas las operaciones al contado, por su propio carácter, lo han de ser en firme, y el que las lleva á cabo puede proponerse dos objetos:

Especular con la compra y venta, realizando la primera á menor precio que la segunda, ó bien

Adquirir papel que devengue interés, para obtener por su medio una renta.

En uno y otro caso servirán evidentemente de base á cuantas cuestiones puedan presentarse, la determinación del nominal del papel, del valor efectivo que tenga, según su precio de cotización, ó de este precio; problemas que ya sabemos resolver, pero que, al operar en Bolsa, se combinan con los gastos que forzosamente se originan.

Los principales son, como siempre, el corretaje y timbre, á los que suelen agregarse los de comisión y correo, cuando se obra por cuenta ajena ó se manda obrar á otro por cuenta propia, siendo las cuestiones que pueden originarse completamente análogas á las de cambio con letras de plazo igual al de cotización, pues bajo el punto de vista del cálculo es del todo indiferente que el papel comprado se llame letra, título, acción, obligación, cédula, carpeta, etc., mientras tenga un nominal, al que corresponderá un cierto importe efectivo, según el precio de cotización, y otro necesario para la compra, ó que producirá la venta, después de satisfacer los gastos.

Para que sea completa la analogía, el arancel de los agentes ó corredores de Bolsa españoles, establecido, según dijimos (184, III, primer caso), por Real decreto de 31 de Diciembre de 1885, fija sus derechos en $2^{\circ}/_{00}$ del EFECTIVO, que han de pagar por mitad los contratantes en las negociaciones, transferencias, cuentas de crédito y suscrición de emisiones de toda clase de efectos públicos, no obstante lo cual siguen *los prácticos* deduciéndolo del nominal, á juzgar por el modo como resuelven estas cuestiones los mismos autores á que aludimos en aquéllas, por haber publicado sus obras con posterioridad á la indicada fecha.

Idénticas inexactitudes, iguales errores y abusos semejantes vemos, pues, que se cometen en el cálculo de las operaciones de Bolsa, y como no hemos de repetir, por parecernos ya inútil, el análisis comparativo que al estudiar el cambio directo hicimos sobre los diversos procedimientos seguidos en la práctica y sobre esos abusos, errores é inexactitudes, nos limitaremos á prevenir á nuestros lectores, advirtiéndoles que en alguno de los más modernos y conocidos libros, se encuentran una porción de reglas en las que explícitamente se afirma debe tomarse «la comisión y el corretaje sobre el valor nominal», reglas que, por lo tanto, son falsas y conducen á resultados muy distintos de los verdaderos.

Bien se efectúen las operaciones por cuenta propia, bien por encargo, cóbrese el corretaje y la comisión del nominal, del efectivo que le corresponde antes ó después de los gastos, del sacado de caja ó entrado en ella, etc., todos los cálculos que se reducen á sumas, restas, multiplicaciones y divisiones, pueden hacerse sin necesidad de planteo ninguno por las fórmulas que dedujimos para cuando el precio á que se cotiza el nominal sea determinado (184, III, 4.° caso), *combinando los gastos expresados por cantidades fijas con el efectivo que deban modificar y reemplazando el precio por la centésima parte del de cotización*, puesto que en ellas representa p el de 1 de las unidades del nominal y éste se refiere siempre á 100.

Para que puedan servir de modelo enunciaremos, por consiguiente, algunos problemas, indicando el *análisis* que generalmente sirve para resolverlos tomado de diferentes libros, pero sin ocuparnos ni caer ya en los errores, inexactitudes y absurdos prácticos.

Problema 1.°—¿Cuánto costarian 40000*pts* nominales en acciones del Banco de España adquiriéndolas por medio de corredor y teniendo que satisfacer por timbre 0'50 de *pt*? (194)

Resolución usual:

$$100:410::40000:x$$

$$x = \frac{40000.410}{100} = 164000 \quad pts \text{ efectivas.}$$

$$\text{Más..} \begin{cases} 1\text{‰ corretaje de } 164000. & 164 \text{ »} \\ \text{Timbre.} \ . \ . \ . \ . \ . \ . & 0'50 \text{ »} \end{cases}$$

$$\text{Total.} \ . \ . \ . \ . \ . \quad 164164'50 pts.$$

Resolución por nuestra fórmula (**4**):

$$g\% = 0'1; \quad p = 4'10.$$

$$E = 40000.4'10.\frac{100'1}{100} + 0'50 = 1640.100'1 + 0'50$$
$$= 164164'50 pts.$$

Problema 2.°—¿Qué nominal será necesario vender, en títulos pequeños de la Deuda perpetua exterior española, para que, deducido el corretaje y 0'25 de *pt*, que es el valor de la póliza, queden 10000*pts* líquidas?

Resolución usual:

Producto deseado.. . .	10000 *pts.*
Más importe de la póliza.	10000'25 »
100*pts* nominales al cambio 78'50. . .	78'50*pts.*
Menos $1°/_{00}$ corretaje de 78'50. . . .	0'08 »
Equivale á un cambio de. . .	78'42*pts.*

$$78'42:100::10000'25:x$$

$$x = \frac{1000025}{78'42} = 12752 \text{ y una fracción.}$$

Deberían, pues, venderse 12800*pts*, que producirían algo más, puesto que el menor nominal de estos títulos es de 100*pts*, y 12700 no llegarían á producir las 10000 deseadas.

Resolución por nuestra fórmula (**5**):

$$g°/_0 = 0'1.$$

$$10000 + 0'25 = 10000'25; \quad p = 0'785$$

$$N = \frac{10000'25}{0'785} \cdot \frac{100}{99'9} = \frac{10000'25}{78'42} = 12752 pts \text{ y una fracción.}$$

Problema 3.°—¿A qué cambio debe estar la Deuda perpetua interior $4°/_0$ española, para poder adquirir 24 títulos de la serie *A* con 9244 *pts*, pagando corretaje y 0'25 de *pt* en concepto de timbre?

Resolución usual:

Nominal de los títulos = 24.500. . .	= 12000	*pts.*
Efectivo dfsponible.	9244	»
Menos 0'25 de timbre.	9243'75	»

Teniendo en cuenta el corretaje, se hallará el efectivo por la proporción

$$100'1:100::9243'75:x$$

$$x = \frac{924375}{100'1} = 9234'52 pts \text{ efectivas.}$$

Otra proporción, por último, dará el precio del cambio.

$$12000:9234'52::100:x$$

$$x = \frac{923452}{12000} = 76'95.$$

Resolución por nuestra fórmula (**6**):

$g\%_o = 0'1.$

$N = 24.500 = 12000; \quad E = 9244 - 0'25 = 9243'75 pts.$

$$p = \frac{9243'75}{12000} \cdot \frac{100}{100'1} \cdot \frac{924375}{1201200} = 0'7695; \quad p\%_o = 76'95.$$

PROBLEMA 4.°—Un banquero recibe orden de comprar 100000 *pts* en títulos del 4 % amortizable español. ¿Cuánto costarán al interesado, suponiendo 1*pt* de timbre, $\frac{1}{2}$ por 100 de comisión y 1'90 de correo y certificado, además del corretaje?

Resoluciones usuales:

Importe efectivo de las 100000*pts* $= \frac{100000.90'10}{100}. =$ 90100 *pts.*

Más...	1 ‰ corretaje de 90100.	90'10 »
	Timbre.	1 »
	Correo y certificado.	1'90 »
		90193*pts.*

Primera solución.—Comisión tomada del importe.

Gasto sin comisión..	90193 *pts.*
Más $\frac{1}{2}$ % de 90100.	450'50 »
TOTAL.	90643'50*pts.*

Segunda solución.—Comisión tomada del efectivo sacado de caja.

Gastos sin comisión.	90193 *pts.*
Más $\frac{1}{2}$ % de 90193..	450'96 »
TOTAL.	90643'96*pts.*

Tercera solución.—Comisión tomada del nominal.

Gastos sin comisión.	90193*pts.*
Más $\frac{1}{2}$ % de 100000.	500 »
TOTAL.	90693*pts.*

Resolución por nuestra fórmula (**4**):

1.ª Comisión tomada del importe.

$$g\%_0 = 0'1 + 0'50 = 0'60; \qquad p = 0'901$$

$$E = 100000.0'901.\tfrac{100'6}{100} + 2'90 \text{ de correo y timbre}$$
$$= 901.100'6 + 2'90 = 90640'6 + 2'90 = 90643'50 pts.$$

2.ª Comisión tomada del efectivo sacado de caja.

$$g\%_0 = 0'1; \qquad c\%_0 = 0'50$$

(y si se quiere con completa exactitud, $0'50 + \frac{1}{2}\ \%_0$ de los gastos determinados 2'90, 0'50+0'0145=0'5145)

$$E = 100000.0'901.\tfrac{100'1}{100}\cdot\tfrac{100'5}{100} + 2'90$$
$$= 9'01.100'1.100'5 + 2'90$$
$$= 90641'05 + 2'90 = 9643'95 pts.$$

$$E = 100000.0'901.\tfrac{100'1}{100}\cdot\tfrac{100'5145}{100} + 2'90$$
$$= 9'01.100'1.100'5145 + 2'90$$
$$= 90641'06 + 2'90 = 9643'96 pts.$$

En la fórmula **4** del cambio extranjero prescindimos de los gastos $G\%_0$ referidos al nominal, porque según hicimos ver no pueden existir en dicho caso; pero no tratándose de cambio, como en el presente, es fácil que haya esa clase de gastos, por lo cual acabaremos de hacer generales nuestras expresiones introduciendo esa condición, que en la compra ó venta convertirá el efectivo allí determinado, prescindiendo del descuento $d\%_0$ y la comisión $c\%_0$ de lo sacado ó ingresado en caja, en

$$E = Np.\tfrac{100\pm g\%_0}{100} \pm \tfrac{NG\%_0}{100} = N.\tfrac{p(100\pm g\%_0)\pm G\%_0}{100}$$

de donde si además existiera la comisión $c\%_0$ tomada del efectivo, antes ó después de pagar los demás gastos,

$$E = N.\frac{p(100\pm g\%_0)\pm G\%_0}{100}\cdot\frac{100\pm c\%_0}{100} \qquad (\mathbf{7})$$

$$N = \frac{100E}{p(100\pm g\%_0)\pm G\%_0}\cdot\frac{100}{100\pm c\%_0} \qquad (\mathbf{8})$$

$$p = \frac{100E}{N(100\pm g\%_0)\pm G\%_0}\cdot\frac{100}{100\pm c\%_0} \qquad (\mathbf{9})$$

á las que son aplicables las mismas observaciones que en el párrafo 184 hicimos para sus análogas las (**4**), (**5**) y (**6**).

3.ª Tomando la comisión del nominal.

$$g\%_o = 0'1; \quad G\%_o = 0'5; \quad c\%_o = 0.$$

$$E = 100000.\frac{0'901.100'1+0'5}{100} + 2'90$$

$$= 901.100'1 + 502'90 = 90693 pts.$$

200. Resueltas las cuestiones fundamentales, la determinación de la GANANCIA Ó PÉRDIDA se reducirá evidentemente á *restar del importe de lo vendido su coste*, la de la VARIACIÓN DEL CURSO, que á veces conviene averiguar, á *restar del precio de venta el de compra* y la del PRECIO necesario PARA OBTENER EN LA VENTA DETERMINADA GANANCIA, *al* del *que corresponda al efectivo, aumentado en la utilidad deseada.*

PROBLEMA 1.º—Un bolsista compra en diferentes días 25000 *pts* en cédulas del Banco Hipotecario á 105, 40000 á 104'90 y 60000 á 104'50, y más adelante las vende á 105'25. ¿Qué ganancia habrá obtenido, suponiendo que además del corretaje tuvo que satisfacer por timbre en las tres compras 0'25 de *pt*, 0'50 y 1*pt*?

Coste de los valores comprados:

$$25000.1'05.\frac{100'1}{100} + 0'25 = 250.105'105 + 0'25 = 26276'50 pts.$$

$$40000.1'049.\frac{100'1}{100} + 0'50 = 419'6.100'1 + 0'50 = 42002'46 \text{ »}$$

$$60000.1'045.\frac{100'1}{100} + 1 = 627.100'1 + 1 = 62762'70 \text{ »}$$

$$N = 125000 \qquad E \text{ (en la compra)} = 131041'66 pts.$$

$$E \text{ (en la venta)} = 125000.1'0525.\frac{99'9}{100} = 1250.105'14475 = 131430'94 pts.$$

Ganancia obtenida 131430'94 — 131041'66 = 389'28*pts*, que es del dinero empleado, el (85, 2.ª)

$$\frac{38928}{131430'94} = 0'30\%_o \text{ (por exceso)}.$$

PROBLEMA 2.º—Una persona compra en la Bolsa 125000*pts* nominales en cédulas del Banco Hipotecario á diferentes precios, costándole 131041'66*pts* y después las vende ganando 389'28*pts*.

¿A qué cambio medio las compró y cuál fué el precio de venta, suponiendo los mismos gastos del problema anterior?

131041'66 — 1'75 de gastos fijos = 131039'91*pts*; $g°/_{o} = 0$.

$$p = \frac{131039'91}{125000} \cdot \frac{100}{100'1} = \frac{13103991}{12512500} = 1'0473; \quad c = 104'73,$$

precio medio de la compra.

$$131041'66 + 389'28 \text{ de ganancia} = 131430'94 pts.$$

$$p = \frac{131430'94}{125000} \cdot \frac{100}{99'9} = \frac{13143094}{12487500} = 1'0525; \quad c = 105'25,$$

precio de la venta.

Este segundo resultado comprueba parte del problema precedente.

Comprobación del precio medio de compra por el procedimiento usual (190):

$$\left.\begin{array}{rl} 25000.105 & = 2625000 pts. \\ 40000.104'90 & = 4196000 \;» \\ 60000.104'50 & = 6270000 \;» \\ \hline 125000 & \quad 13091000 \end{array}\right\} 13091000:125000 = 104'73.$$

Problema 3.°—Habiéndose comprado 125000*pts* nominales, en cédulas del Banco Hipotecario, á 104'73, ¿á cómo deben venderse para ganar 0'30°/$_o$, suponiendo los mismos gastos?

E (de compra) = $125000.1'0473. \frac{100'1}{100} + 1'75 = 131045'16 pts$,

que excede en 3'50 al de los problemas anteriores, á causa de haber tomado por exceso el valor inexacto, 104'73, del precio medio, pero que no debe influir en el resultado.

$$131045'16. \frac{100'30}{100} = 131438'30 pts$$

deberán, por consiguiente, ser el importe líquido de la venta, y el precio

$$p = \frac{131438'30}{125000} \cdot \frac{100}{99'9} = \frac{13143830}{12487500} = 1'0525; \quad c = 105'25.$$

PROBLEMA 4.°—Para que 125000*pts* nominales en cédulas del Banco Hipotecario, compradas á 104'73, produzcan en la venta una ganancia de 389'28*pts*, ¿qué variación ha de sufrir el precio del cambio, suponiendo los mismos gastos anteriores?
ó bien:

Habiendo gastado 131041'66*pts* en la compra de 125000 nominales y ganado en la venta 0'30°/$_0$, ¿qué variación habrá sufrido el cambio?

Así como nos ha parecido inútil exponer la resolucióu usual de los precedentes problemas por *proporciones*, *conjuntas*, etc., en que los errores van acumulándose en cada operación particular, ni citar las fórmulas, tantas veces repetidas, de que hemos hecho uso en los cálculos parciales, también nos lo parece repetir éstos, puesto que ya están efectuados y responden á las dos últimas preguntas.

Fuesen cuales fuesen los datos, siempre tendríamos, repitiendo los que fuera preciso:

Precio de la compra..	=	104'73
Idem de la venta..	=	105'25
Variación del curso..	=	0'52

luego desde el momento de la compra al de la venta habrá sufrido, ó debería sufrir, un alza de 0'52, ó de 52 céntimos.

Si por la compra de papel se desea obtener una renta, puede quererse calcular el *valor de ésta*, el *efectivo necesario para obtenerla*, el *nominal que ha de adquirirse*, el *precio del papel*, ó *el tanto de interés que producirá*.

Supongamos que es i el tanto por 100 de interés, para que no se confunda con el t de beneficio ó daño de los cambios.

Este tanto, que nominalmente corresponde á 100, en realidad será producido por el efectivo, ó precio c, que cuesten esas 100 unidades; luego cada unidad producirá $\frac{i}{c}$, y otro efectivo cualquiera E, $\frac{Ei}{c}$; luego se percibirá anualmente el término de una renta representado por

$$R = \frac{Ei}{c},$$

expresión de la que se deducen inmediatamente

$$E = \frac{Rc}{i}\,; \quad c = \frac{Ei}{R}\,; \quad i = \frac{Rc}{E}\,;$$

y como el efectivo es igual á $\frac{Nc}{100}$ (197)

$$R = \frac{\frac{Nc}{100} \cdot i}{c} = \frac{Ni}{100}\,; \quad \text{de donde } N = \frac{100\,R}{i}\,; \quad i = \frac{100\,R}{N}\,;$$

por consiguiente, tendremos que, prescindiendo de los gastos,

1.° *La renta anual producida por la compra de valores públicos, será igual al efectivo, multiplicado por el tanto de interés, dividido por el precio del papel, y á la centésima parte del nominal por el tanto.*

2.° *El efectivo necesario para obtener una renta anual, podrá hallarse multiplicando el valor de ésta por el curso del papel y dividiendo por el tanto de interés.*

3.° *El nominal, multiplicando el valor de la renta por* 100 *y dividiendo por el tanto de interés.*

4.° *El tanto de interés, multiplicando la renta por el precio del papel y dividiendo por el efectivo, ó multiplicando por* 100 *y dividiendo por el nominal.*

5.° *El precio del papel, dividiendo por la renta anual el producto del efectivo por el tanto de interés.*

Estas reglas ó las fórmulas, y el aumento ó disminución del valor efectivo, en cuantos gastos accesorios puedan ocasionarse, bastan para resolver todas las cuestiones referentes á este asunto, que también pueden serlo por *análisis*, *proporciones*, etc.

Problema 5.°—¿Qué capital será necesario emplear en la compra de Deuda amortizable española para obtener una renta anual de 5000*pts*?

$$E = \frac{5000.90'10}{4} = \frac{450500}{4} \ldots = \quad 112625 \quad pts, \text{ sin gastos.}$$

Más..	Corretaje 1°/₀₀.	112'625 »
	Timbre.	2 »
	Total.. . . .	112739'625*pts.*

Problema 6.°—¿Qué nominal será preciso adquirir para ello?

$$N = \frac{500000}{4} = 125000pts.$$

Comprobación:

125000*pts* á 90'10, con 1°/$_{oo}$ de correiaje del importe y 2*pts* de timbre:

$$E = 125000.0'901.\ \frac{100'1}{100} + 2 = 112737'625 + 2$$
$$= 112739'625$$

Problema 7.°—Para obtener 5000*pts* de renta, pagando el papel á 91'10, ¿qué clase de Deuda ha de adquirirse?
ó bien:

Para obtener 5000*pts* de renta comprando papel con 112739'625*pts*, ¿qué clase de deuda ha de adquirirse?

$$E \text{ (deducidos los gastos)} = (112739'625 - 2).\ \frac{100}{100'1}$$
$$= 112625pts$$

$$i = \frac{5000.90'10}{112625} = \frac{450500}{112625} = 4°/_o$$

Problema 8.°—Para que 125000*pts* nominales produzcan 5000 de renta, ¿cuál ha de ser el interés del papel?

$$i = \frac{500000}{125000} = 4°/_o$$

Problema 9.°—¿Qué renta producirán 125000*pts* de Deuda española 4°/$_o$?

$$R = 1250.4 = 5000pts.$$

Problema 10.—¿Cuál ha de ser el precio de la Deuda amortizable española 4°/$_o$, para poder obtener 5000*pts* de renta con 12739'625 de que se dispone para la compra, incluyendo los gastos?

$$E = (12739'625 - 2).\ \frac{100}{100'1} = 112625pts$$

$$c = \frac{112625.4}{5000} = \frac{450500}{5000} = 90'10.$$

III.—Operaciones á plazo.

201. Cuando una operación se contrata á plazo, puede ser éste FIJO Ó LIBRE, según *que al vencimiento deba entregarse el papel é importe del mismo*, ó *que el comprador, el vendedor ó ambos, se reserven el derecho de anticipar el vencimiento* exigiendo la entrega cuando les convenga.

Tanto en un caso como en otro, dícese que la negociación es Á PRIMA *cuando se reconoce á uno de los contratantes la facultad de no recibir ó entregar el papel negociado mediante el pago de una* PRIMA ó *indemnización, que se estipula á tanto por* 100 *del valor nominal.*

Por último; la operación es *á prima contra prima*, cuando *ambos se reservan el derecho de anular el contrato*, mediante el pago de la prima igual ó distinta que se convenga.

El cálculo de las operaciones á plazo, que generalmente se contratan para fin del mes corriente ó próximo, no difiere, pues, en nada del de las que se hacen al contado, ya que la determinación del importe de la prima no es más que una sencilla cuestión de tanto por 100, y las diferencias que por la variación de precio haya que pagar ó cobrar, serán evidentemente las que haya entre los efectivos correspondientes.

Unicamente cuando se realiza una OPERACIÓN DOBLE, que consiste en *comprar al contado para vender á plazo*, ó *comprar á fin de mes para vender á fin del próximo*, obteniendo una ganancia igual á la diferencia entre el importe de la venta que se hace á mayor precio y el de la compra, puede ocurrir un problema algo nuevo, que consiste en calcular el tanto de interés que por esta operación corresponde al capital empleado.

Suponiendo que se compra papel al precio c y se vende á C, debiendo transcurrir n días entre el pago del primero y el cobro del segundo, la ganancia absoluta de cada c unidades desembolsadas será $C-c$, la de cada unidad $\frac{C-c}{c}$ y la de 100, $\frac{100(C-c)}{c}$ en n días y en un año, por consiguiente,

$$i = \frac{100(C-c)}{c} \cdot \frac{360, \text{ó } 365}{n} = \frac{100(C-c)(360, \text{ó } 365)}{cn} = \frac{(C-c)(36000, \text{ó } 36500)}{cn}$$

por consiguiente,

Para encontrar el tanto por 100 de interés anual que corresponde al capital empleado en una operación doble, se multiplica la diferencia de precios por 36000 ó 36500, según se considere el año comercial ó legal, y el producto se divide por el del precio de compra y los días que median entre ambos plazos.

Problema.—Comprando al contado el 10 de Noviembre carpetas de la Compañía Arrendataria de Tabacos á 110 y vendiéndolas á fin de mes á 110'25, ¿qué interés anual corresponde al capital empleado?

$$i = \frac{0'25 \cdot 36500}{110 \cdot 20} = \frac{9125}{2200} = 4'15\,\% \text{ (por exceso).}$$

IV.—Bolsas extranjeras, operaciones combinadas y cuestiones análogas.

202. Hasta aquí no hemos considerado más que los problemas que sirven de base y sus más sencillas combinaciones, como comprar y vender una sola vez al contado ó á plazos; pero el bolsista no se contenta generalmente con eso, sino que realiza varias operaciones sucesivas antes de la liquidación definitiva, y exigiendo alguna de las estudiadas, como la determinación de la ganancia ó pérdida, variación del curso, determinación del necesario para obtener cierta ganancia, etc., un análisis más ó menos sencillo que, como siempre, puede evitarse haciéndolo en general para encontrar reglas y fórmulas fijas, no queremos dar por terminado este asunto sin exponer las que pueden servir de base á todas las cuestiones de fondos públicos, aunque lo dicho hasta aquí sea todo lo que se encuentra en los autores nacionales más conocidos.

Desde luego podemos considerar como la más sencilla de estas combinaciones la compra y venta del papel fuera de nuestro país, en que hay que *tener en cuenta el correspondiente cambio*, pues la de papel extranjero en España sólo se podría diferenciar de las anteriores en alguna reducción de monedas.

Esta cuestión, de la que en el siguiente capítulo tendremos que resolver algún ejemplo, por lo que ahora lo suprimimos, no es más que el conjunto de otras dos que ya saben resolverse: la determinación del coste del papel que se mande comprar, con más ó menos gastos, en unidades extranjeras, y el pago ó reintegro de esa cantidad á quien la haya desembolsado por cuenta agena.

Hemos de hacer, no obstante, dos advertencias, que conviene tener presentes para evitar dificultades y errores:

1.ª *Que en las cotizaciones extranjeras*, según indicamos ya al hablar del cambio, á semejanza de lo que ahora se hace en España, y es natural se haga, *suelen considerarse las plazas de otras naciones como ciertas,* diciendo, por ejemplo, que el cambio con Madrid está á 4'90*frs* ó á 47'40 *dineros* por 5 *pts.*

Respecto á esta circunstancia, ya hemos visto varias veces que ninguna duda puede originar desde el momento en que se haga previamente, ó indique por lo menos, la reducción (190) $100frs = \frac{500}{4'90} = 102pts$, ó $\frac{240.5}{47'40} = 25'32pts$ por £, en virtud de la cual tendremos que esos cambios equivalen á 2°/₀ beneficio, ó 25'32.

2.ª *Que en la mayoría de los países extranjeros* no *se expresa,* como entre nosotros, *el valor del papel* por su nominal, sino *por la renta efectiva que produce.*

Por ejemplo; cuando se encargue á un corresponsal de París la compra ó venta de 16000*pts* nominales de nuestra Deuda, que al 4°/₀ producen 640 de renta anual, no se le debe decir lo primero, sino que compre ó venda 640*pts de renta* 4°/₀ española.

Sabido esto, claro es que será indiferente hacer el cálculo sobre el nominal ó sobre la renta, ya que conocida una de estas cantidades, el precio del papel y su interés, puede determinarse la otra inmediatamente (200).

Así, pues,

3.ª *Los valores del efectivo, renta anual, importe, tanto de interés y curso del cambio, cuando las operaciones se hagan en el extranjero, se calcularán del mismo modo que si se tratara de plazas nacionales, expresando el resultado en las unidades monetarias á que se refiera el curso del papel, y determinando luego su equivalente atendiendo al precio del cambio y gastos.*

En cuanto á la ganancia ó pérdida total experimentada al comprar á un precio c y vender á otro C, ya vimos el sencillo análisis que basta hacer para determinarla y la posibilidad de expresarla á tanto por 100 (200, P. 1.º); pero si se quiere evitar la acumulación de errores que produce siempre la sucesión de operaciones parciales inexactas, es también fácil encontrar expresiones que den directamente sus valores en una ú otra forma, conteniendo indicadas todas las que deben efectuarse.

Si por cada c unidades de gasto se ganan ó pierden $C—c$, lo que equivale á ganar ó perder $\frac{C-c}{c}$ en cada una, en 100 se ganarán ó perderán

$$x\,{}^0/_0 = \frac{100\,(C-c)}{c}$$

valor, por consiguiente, del tanto por 100 de ganancia ó pérdida, según resulte positivo ó negativo, prescindiendo de los gastos accesorios.

Respecto á la total, es evidente que, costando R unidades de renta (200) $\frac{Rc}{i}$, y produciendo su venta $\frac{RC}{i}$, la diferencia será

$$X = \frac{RC}{i} - \frac{Rc}{i} = \frac{R(C-c)}{i},$$

fórmula de la que, si se quiere, puede aún deducirse á simple vista

$$R = \frac{Xi}{(C-c)}; \quad C = \frac{Xi}{R} + c; \quad c = C - \frac{Xi}{R}; \quad i = \frac{R(C-c)}{X}$$

para valores de la renta, precios de venta y compra é interés.

PROBLEMA 1.º—Comprando 1620*frs* de renta $4\,\frac{1}{2}\,{}^0/_0$ francesa, á 104'80 y vendiéndola á 105'70, ¿qué ganancia se obtendría?

$$x\,{}^0/_0 = \frac{100(105'70-104'80)}{104'80} = \frac{90}{104'80} = 0'86 \text{ por } 100 \text{ (por exceso)}.$$

$$X = \frac{1620.0'90}{4'5} = \frac{1458}{4'5} = 324 pts,\ frs, \text{ etc.},$$

según la plaza en que se operara.

ESCOLIO.—De estos resultados deberían disminuirse los gastos, que se aumentarían en caso de pérdida.

Comprobación por análisis:

$$1620 frs \text{ de renta, costarían } \frac{1620.104'80}{4'5} = 37728 pts,$$

$$\text{y produciría su venta } \frac{1620.105'70}{4'5} = 38052 \text{ »}$$

$$\textit{Ganancia total} \ldots\ldots = 324 pts,$$

que es del dinero empleado 37728, el (85, 2.ª)

$$\frac{32400}{37728} = 0'86\%\ (\text{por exceso}).$$

PROBLEMA 2.º—Pudiendo vender en Madrid renta francesa del $4\frac{1}{2}\%$ á 105'70*pts* y cotizándose á 104'80, ¿qué cantidad debe comprarse para ganar 324?

$$R = \frac{324.4'5}{0'90} = 324.5 = 1620 frs.$$

PROBLEMA 3.º—Comprando 1620*frs* de renta francesa del $4\frac{1}{2}\%$ á 104'80, ¿á cómo debe venderse para ganar 324*pts*?

$$C = \frac{324.4'5}{1620} + 104'80 = 0'90 + 104'80 = 105'70.$$

PROBLEMA 4.º—¿A cómo deben comprarse 1620*frs* de renta francesa, $4\frac{1}{2}\%$, que se pueden vender á 105'70 para ganar 324*pts*?

$$c = 105'70 - \frac{324.4'5}{1620} = 105'70 - 0'90 = 104'80.$$

PROBLEMA 5.º—1620*frs* de renta francesa comprados á 104'80 y vendidos á 105'70, han producido 324 de ganancia, ¿con qué clase de papel se operó?

$$i = \frac{1620.0'90}{324} = 4'5. \quad \text{Con renta, } 4\frac{1}{2}\%.$$

203. También puede interesar para ciertas cuestiones conocer la relación que existe entre la variación del curso y el capital empleado ó la renta que produce.

Sean h y k las variaciones correlativas del capital E y el curso c, es decir, supongamos que á un aumento ó disminución k del curso, corresponde aumentar ó disminuir en h el efectivo correspondiente al papel.

Siendo éste igual á $\frac{Rc}{i}$ (200) deberá verificarse

$$E + h = \frac{R(c+k)}{i} = \frac{Rc}{i} + \frac{Rk}{i} = E + k.\frac{R}{i};$$

de donde

$$h = k.\frac{R}{i}; \quad R = i.\frac{h}{k}; \quad i = R.\frac{k}{h},$$

lo cual nos enseña que:

1.° *La variación del capital es igual á la del curso, multiplicada por la relación que exista entre la renta anual y el interés del papel.*

2.° *La renta anual, al interés del papel multiplicado por la relación que haya entre la variación del capital y la del curso.*

3.° *El interés del papel, á la renta multiplicada por la relación entre la variación del curso y la del capital.*

Puesto que en los problemas 1.°, 2.° y 5.° que acabamos de resolver puede suponerse que el papel se guardó hasta que el precio de compra sufrió un alza de 0'90, vamos á aplicarles estas reglas.

Problema 1.°—¿Qué ganancia corresponde á 1620*frs* de renta francesa, $4\frac{1}{2}$ %, cuando el precio sufre un alza de 0'90?

$$h = 0'90.\frac{1620}{4'5} = 0'90.360 = 324 frs.$$

Problema 2.°—¿Qué renta, $4\frac{1}{2}$ % francesa, es necesario adquirir para poder ganar 324 unidades monetarias de la plaza en que se opere, al sufrir el curso del papel un alza de 0'90?

$$R = 4'5.\frac{324}{0'90} = 4'5.360 = 1620 frs.$$

Problema 3.°—¿Qué interés debe devengar el papel que se adquiera, para que 1620*frs* de renta produzcan una ganancia de 324, cuando el precio sufra un alza de 0'90?

$$i = 1620.\frac{0'90}{324} = 5.0'90 = 4'5, \quad \text{ó} \quad 4\frac{1}{2} \text{ por } 100.$$

Combinemos ya las operaciones de compra y venta, empezando por averiguar en qué se convierte un efectivo E comprado á c y vendido á C.

El nominal que con E podrá comprarse, prescindiendo de los gastos, será, según sabemos, $N = E.\frac{100}{c}$, y este nominal, vendido á C, adquirirá un valor

$$V = E.\frac{100}{c}\cdot\frac{C}{100} = E.\frac{C}{c};$$

luego

4.° *El valor adquirido por un capital en virtud de una compra y venta, podrá hallarse multiplicándole por la relación entre el precio de ésta y el de aquélla.*

Problema 4.°—¿En qué se convertirían 10000*pts* empleadas en cualquier clase de papel comprado á 76‘50 y vendido á 78‘90?

$$V = 10000.\frac{78‘90}{76‘50} = 10000.1‘031372 = 10313‘72 pts.$$

Supongamos ahora que el capital E se emplea en comprar papel al precio c para venderlo á C, volver á comprar á c' para vender á C', etc.

En virtud de la primera compra y venta, E se convertiría en $E.\frac{C}{c}$; éste, en virtud de la segunda, en $E.\frac{C}{c}\cdot\frac{C'}{c'}$, y así sucesivamente; luego el nuevo valor adquirido en definitiva será

$$V = E.\frac{C.C'.C''.....}{c.c'.c''.....}$$

y la ganancia obtenida ó pérdida experimentada

$$X = E.\frac{C\,C'C''}{c\,c'c''} - E = E\left(\frac{C\,C'C''}{c\,c'c''} - 1\right),$$

según que el resultado sea positivo ó negativo.

Si se quisiera expresar á tanto por 100 se tendría, sustituyendo 100 en vez de E,

$$x°/_{\circ} = 100\left(\frac{C\,C'C''.....}{c\,c'c''.....} - 1\right)$$

y la total en función de la renta, puesto que $E = \frac{Rc}{i}$

$$X = \frac{Rc}{i}\left(\frac{C\,C'C''\dots}{c\,c'c''\dots} - 1\right) = \frac{R}{i}\left(\frac{C\,C'C''}{c'c''} - c\right).$$

PROBLEMA 5.°—Un bolsista destina 5000*pts*, además de los pequeños gastos inherentes á las operaciones, á comprar papel de la Deuda española interior á 76'80, que se ve obligado á vender á 75'20, empleando el producto en Deuda exterior á 76'40, que puede vender á 80'10, para invertir su capital en amortizable á 90'10 y venderlo á 90'25. ¿En cuánto se habrán convertido las 5000*pts* al fin de estas operaciones?

$$V = 5000.\ \frac{75'20.80'10.90'25}{76'80.76'40.90'10} = 5141'48 pts.$$

ESCOLIO.—Aun evitando el análisis, que acumularía los errores y exigiría mucho más tiempo y trabajo, las operaciones indicadas en las anteriores fórmulas suelen ser bastante pesadas, hasta empleando las reglas abreviadas que expusimos en el tomo I, por lo que esta clase de cálculos siempre se debe hacer por logaritmos.

Hé aquí el detalle, para que puedan compararse, de uno y otro procedimiento.

```
        7 5'2.8 0'1   (T. I, 196)
   6 0 1 6
   -------
   6 0 2 3'5 2
       9 0'2 5
  -----------
 1 5 0 5 8 8 0 0      (T. I, 194, 2.°)
5 4 2 1 1 6 8
-------------
5 4 3 6 2 2'6 8 0 0
-------------------
                  5   (T. I, 237, 2.°)
-------------------
2 7 1 8 1 1 3 4 0 0

        7 6'8
        7 6'4         (T. I, 197)
    ---------
    5 8 6 7'5 2.9 0'1 (T. I, 196)
5 2 8 0 7 6 8
-------------
5 2 8 6 6 3'5 5 2
```

$$
\begin{array}{r|l}
2718113400000 & 528663552 \quad \text{(T. I, 245,} \\
\cline{2-2}
747957 & 5141'48 \\
219294 & \\
7829 & \\
2543 & \\
429 & \\
7 &
\end{array}
$$

(Tomo I, 287, 1.° y 2.°; 282, 2.°; 285, 286, 2.°, y Tabla III.)

$$
V = \text{antlog}\ldots \left\{
\begin{array}{l}
\text{Log}\ldots \left\{
\begin{array}{ll}
5000 & = 3'6989700 \\
75'2 & = 1'8762178 \\
80'1 & = 1'9036325 \\
90'25 & = 1'9554472
\end{array}\right. \\[2ex]
\text{Colog.} \left\{
\begin{array}{ll}
76'8 & = \bar{2}'1146388 \\
76'4 & = \bar{2}'1169066 \\
90'1 & = \bar{2}'0452752
\end{array}\right.
\end{array}
\right\} = 5141'48 \, pts.
$$

$$
\begin{array}{r}
3'7110881 \\
476 \\
\hline
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{r|l}
4050 & 845 \\
\cline{2-2}
6700 & 0'47 \\
785 &
\end{array}
$$

Problema 6.°—Comprobar el anterior calculando la ganancia directamente.

$$
\frac{CC'C''}{cc'c''} - 1 = \text{antlog.} \left\{
\begin{array}{l}
\text{Log}\ldots \left\{
\begin{array}{ll}
75'2 & = 1'8762178 \\
80'1 & = 1'9036325 \\
90'25 & = 1'9554472
\end{array}\right. \\[2ex]
\text{Colog.} \left\{
\begin{array}{ll}
76'8 & = \bar{2}'1146388 \\
76'4 & = \bar{2}'1169066 \\
90'1 & = \bar{2}'0452752
\end{array}\right.
\end{array}
\right\} - 1 = 1'028296 - 1
$$

$$
\begin{array}{r}
= 0'028296 \\
\times\ 5000 \\
\hline
X = 141'48 \quad pts.
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{r}
0'0121181 \\
19931 \\
\hline
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{r|l}
12500 & 4223 \\
\cline{2-2}
40540 & 0'296 \\
25330 &
\end{array}
$$

Problema 7.°—Calcular el tanto por 100 de ganancia.

$$x\,\% = 100.0'02829 = 2'83 \text{ por } 100 \text{ (por exceso)}.$$

Problema 8.°—Si en lugar de operar en España se operase en Francia en iguales condiciones, ¿qué ganancia ó pérdida resultaría?

Con 5000*frs* se comprarían á 76'80

$$\frac{5000.4}{76'80} = \frac{20000}{76'80} = 260'42 frs \text{ de renta, } 4\% \text{ española,}$$

$$\frac{R}{i} = \frac{260'42}{4} = 65'105.$$

$$\frac{c\,C'C''}{c'c''} - c = \text{antlog.} \left\{ \begin{array}{l} \text{Log.}\,.\left\{ \begin{array}{l} 75'2 \;\; = 1'8762178 \\ 80'1 \;\; = 1'9036325 \\ 90'25 = 1'9554472 \end{array} \right. \\ \\ \text{Colog.}\left\{ \begin{array}{l} 76'4 \;\; = \overline{2}'1169066 \\ 90'1 \;\; = \overline{2}'0452752 \end{array} \right. \end{array} \right\} \begin{array}{l} - 76'80 \\ = 78'9731 - 76'80 \\ = 2'1731 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 1'8974793 & \\ 621 & \\ \hline 172 & 550 \\ \cline{2-2} 70 & 0'31 \end{array}$$

$$X = 65'105.2'1731 = 141'48 pts.$$

204. Consideremos, por último, los gastos accesorios, que son, según sabemos, principalmente los de corretaje y timbre, llamando T á la reunión por suma ó resta de todos los que tienen un valor fijo, aunque variable, según las leyes de cada país, y $g\%$ ó $G\%$, como siempre, al primero, referido al importe del papel ó á su nominal, según esas mismas leyes y las costumbres de cada plaza.

En el primer caso, que es el aplicable á España, comprar á c, dando además $\frac{cg\%}{100}$ de corretaje, equivale á comprar á $c.\frac{100+g\%}{100}$ y vender á C, pagando $g\%$, es lo mismo que vender á $C.\frac{100-g\%}{100}$, por lo cual el capital empleado se convertirá, según la expresión hallada anteriormente, en

$$V = E.\frac{C.\frac{100-g^\circ/_\circ}{100}.C'.\frac{100-g^\circ/_\circ}{100}.C''.\frac{100-g^\circ/_\circ}{100}\cdots}{c.\frac{100+g^\circ/_\circ}{100}.c'.\frac{100+g^\circ/_\circ}{100}.c''.\frac{100+g^\circ/_\circ}{100}\cdots}$$

$$= E.\frac{C.C'.C''\ldots(100-g^\circ/_\circ)^n}{c.c'.c''\ldots(100+g^\circ/_\circ)^n} = E.\frac{C.C'.C''\ldots}{c.c'.c''\ldots}\left(\frac{100-g^\circ/_\circ}{100+g^\circ/_\circ}\right)^n$$

suponiendo sean en número de n las compras y ventas que se efectúen; y como también quedará disminuído el resultado en todos los gastos fijos T, que además del timbre pueden ser los de correo, certificado, telegramas, etc., deberá tenerse, en definitiva,

$$V = E.\frac{C.C'.C''\ldots}{c.c'.c''\ldots}\left(\frac{100-g^\circ/_\circ}{100+g^\circ/_\circ}\right)^n - T,$$

del cual, restando E, se tendría la ganancia, fácil de expresar á tanto por 100, y sustituyendo en su lugar $\frac{Rc}{i}$, el mismo valor en función de la renta, por lo que juzgamos inútil deducir las fórmulas directas, muy fáciles de hallar, por otra parte, de igual modo que lo hicimos en el párrafo anterior.

En el segundo caso, es decir, cuando el corretaje tuviera que pagarse del nominal, como ocurre en muchas plazas extranjeras, cada precio quedaría aumentado ó disminuído en el valor de $g^\circ/_\circ$, según se realizara una compra ó una venta, por lo que el capital empleado se convertiría en

$$V = E.\frac{(C-g^\circ/_\circ)(C'-g^\circ/_\circ)(C''-g^\circ/_\circ)\ldots}{(c+g^\circ/_\circ)(c'+g^\circ/_\circ)(c''+g^\circ/_\circ)\ldots} - T.$$

PROBLEMA 1.°—Calcular los resultados de los problemas 5.°, 6.° y 7.° del párrafo anterior, teniendo en cuenta que en cada compra hay que pagar un timbre de 0'25 de pt.

Realizándose tres compras, los gastos de timbre serán T=0'75 de pt, y el corretaje en España $g^\circ/_\circ$=0'1.

$$\text{Log. } V = \left\{\begin{array}{l}\text{Log. } E.\frac{C.C'.C''\ldots}{c.c'.c''\ldots}\;.\;.\;.\;.\;.\;=3'7110881\\[4pt] +3\left\{\begin{array}{l}\text{Log. . } 99'9=1'9995655\\ \text{Colog. } 100'1=\overline{3}'9995659\end{array}\right\}=\overline{1}'9973942\end{array}\right\}=3'7084823$$

$$\overline{1}'9991314$$

$$\begin{array}{r|l} 209 & \\ \hline 614 & 850 \\ \cline{2-2} 190 & 0'72 \\ 20 & \end{array}$$

$$V = 5110'72 - 0'75 = 5109'97 pts.$$

$$X = 5109'97 - 5000 = 109'97 \text{ »}$$

$$x\%_0 = \frac{10997}{5000} = 2'20 \text{ por 100 (por exceso).}$$

Problema 2.°—Calcular el resultado del problema 8.° del párrafo anterior, suponiendo los mismos derechos de timbre y que el corretaje sea en Francia $\frac{1}{8}$ %$_0$ del nominal.

Log. (75'20 — 0'125) = Log. 75'075. . . .	1'8754664
$\frac{1}{2}$ diferencia tabular.	289
	1'8754953
Log. (80'10 — 0'125) = Log. 79'975. . . .	1'9029271
$\frac{1}{2}$ diferencia tabular.	272
	1'9029543
Log. (90'25 — 0'125) = Log. 90'125. . . .	1'9548212
$\frac{1}{2}$ diferencia tabular.	241
	1'9548453
Log. (76'80 + 0'125) = Log. 76'925. . . .	1'8860393
$\frac{1}{2}$ diferencia tabular.	282
	1'8860675
Log. (76'40 + 0'125) = Log. 76'525. . . .	1'8837750
$\frac{1}{2}$ diferencia tabular.	284
	1'8838034
Log. (90'10 + 0'125) = Log. 90'225. . . .	1'9553028
$\frac{1}{2}$ diferencia tabular.	241
	1'9553269

Log. 5000 = 3'6989700

$$V = \text{antlog.}\left\{\begin{array}{r} 3{'}6989700 \\ 1{'}8754953 \\ 1{'}9029543 \\ 1{'}9548453 \\ \bar{2}{'}1139325 \\ \bar{2}{'}1161966 \\ \bar{2}{'}0446731 \\ \hline 3{'}7070671 \\ 589 \\ \hline \end{array}\right\} - 0{'}75 = 5094{'}10 - 0{'}75 = 5093{'}35 frs.$$

$$\begin{array}{r|l} 8200 & 8\ 5\ 3 \\ \cline{2-2} 523 & 0{'}0\ 9 \end{array}$$

$$X = 5093{'}35 - 5000 = 93{'}35 frs.$$

Las dos últimas fórmulas se simplifican cuando las compras y ventas se hacen simultáneamente, como sucedería, por ejemplo, comprando renta perpetua interior y vendiéndola para con el producto que no llegara á salir de manos del corredor, comprar perpetua exterior, y vendiendo ésta más adelante para adquirir en igual forma deuda amortizable ó extranjera, acciones ú obligaciones de cualquier clase, etc., porque entonces sólo debe pagarse un corretaje por cada compra y venta simultánea, debiendo, por lo tanto, conservar únicamente los correspondientes á las compras y el de la última venta, con lo cual se convierten las expresiones de V, en

$$V = E.\ \frac{C.C'.C''.\ \ldots\ \frac{100-g\%}{100}}{c.\frac{100+g\%}{100}.c'.\frac{100+g\%}{100}.c''.\frac{100+g\%}{100}} - T$$

$$= E.\ \frac{C.C'.C''\ldots\ldots}{c.c'.c''\ldots\ldots} \cdot \frac{(100-g\%)100^{n-1}}{(100+g\%)^{n}} - T$$

$$V = E.\ \frac{CC'\ldots\ldots(C''-g\%)}{(c+g\%)(c'+g\%)(c''+g\%)\ldots\ldots} - T$$

Problema 3.º—Resolver el 1.º, suponiendo simultáneas cada compra y venta.

$$\text{Log. } V = \begin{cases} \text{Log. } E\frac{CC,C'}{cc'c''} \ldots\ldots\ldots\ldots = 3'7110881 \\ \text{Log. } 99'9 \ldots\ldots\ldots\ldots = 1'9995655 \\ 2 \text{ Log. } 100 = 2.2 \ldots\ldots\ldots\ldots = 4 \\ \text{Colog.}(3 \text{ Log. } 100'1) = \text{Colog. } 3.2'0004341. = \overline{7}'9986977 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 3'7093513 \\ 2700 \\ \hline 8130 \;|\; 848 \\ 4980 \;|\; 0'95 \\ 740 \end{array}$$

$V = 5120'95 - 0'75 = 5120'20 frs.$
$X = 5120'20 - 5000 = 120'20 frs.$
$x\,\% = \frac{12020}{5000} = 2'40$ por 100.

Problema 4.°—Resolver el 2.°, suponiendo simultáneas cada compra y venta.

$$V = \text{antlog.}\begin{cases} \text{Log.} \ldots \begin{cases} 5000 = 3'6989700 \\ 75'20 = 1'8762178 \\ 80'10 = 1'9036325 \\ 90'125 = 1'9548453 \end{cases} \\ \text{Colog.} \begin{cases} 76'925 = \overline{2}'1139325 \\ 76'525 = \overline{2}'1161966 \\ 90'225 = \overline{2}'0446731 \end{cases} \end{cases} - 0'75 = 5110'55 - 0'75 = 5109'80 frs.$$

$$\begin{array}{r} 3'7084678 \\ 209 \\ \hline 467 \;|\; 850 \\ 420 \;|\; 0'54 \\ 80 \end{array}$$

$$X = 5109'80 - 5000 = 109'80 frs.$$

No son las encontradas hasta aquí todas las fórmulas que podrían deducirse referentes á las operaciones de Bolsa, pues la infinidad de combinaciones á que se adaptan hace imposible preveerlas y estudiarlas en detalle; pero sí las que resuelven los casos más fundamentales é importantes, y las que bastan, en nuestro concepto, para facilitar el cálculo de cualquier otro, sobre todo no olvidando que, cuando no exista ó no se conozca fórmula ó regla que directa ó indirectamente señale con claridad las operaciones que deben hacerse para obtener el valor de la incógnita ó incógnitas, un detenido análisis de la cuestión, y el planteo y resolución de ecuaciones, es siempre suficiente para llegar al resultado apetecido.

Para cuanto no se encierra en lo dicho hasta aquí, nos limitaremos á presentar un ejemplo sencillo de operaciones á prima tomando el corretaje del efectivo, resolviéndolo por análisis; otro de prima contra prima que exija un análisis algo más complicado, tomándolo del nominal, y un tercero que haga necesario el planteo de ecuaciones, los cuales creemos podrán bastar para servir de norma en sus análogos y salvar las pequeñas dificultades que pudieran ofrecer los cálculos relacionados con los valores públicos.

PROBLEMA 5.º—Un especulador de Madrid compra á plazo papel de cualquier clase á 70'40 y 1°/₀ de prima. ¿Cuánto tendrá que bajar el curso de ese papel para que la prima deba ser pagada, desistiendo de la compra?

Agregando el corretaje, resulta que el banquero ha comprado, en realidad, á $70'40+0'07=70'47$, y no podrá venderlo, por consiguiente, llamando x al curso desconocido, más que á $x-0'001.x=(1-0'001)x=0'999x$; la pérdida correspondiente á cada 100 unidades nominales, cuando la haya, estará representada por $70'47-0'999x$, y al desistir de la operación perderá el banquero, por cada 100 nominales, 1*pt* y el corretaje pagado en el momento de la compra, es decir, 1'07, y para que convenga realizar la operación tendrá que ser la primer pérdida menor que la segunda, es decir:

$$70'47 - 0'999x < 1'07; \quad 70'47 - 1'07 < 0'999x;$$
$$69'40 < 0'999x.$$

$$x > \frac{69'40}{0'999} = 69'469;$$

ó recordando que el curso sólo se expresa en céntimos de 5 en 5,

$$x \geqq 69'50.$$

Para que haya interés en desistir de la compra pagando la prima, se necesita, por tanto, que el curso del papel baje $70'40-69'45=0'95$.

Comprobación.

Al bajar el papel á 69'50, el banquero habrá comprado á

70‘47 y se verá obligado á vender á 69‘50—0‘07=69‘43, perdiendo 70‘47—69‘43=1‘04 por cada 100 unidades nominales; luego si compró, por ejemplo, 25000*pts*, perderá al realizar la operación 250.1‘04=260*pts*, mientras que pagando la prima de 1°/$_0$ perdería solamente 250.

Por el contrario, al bajar á 69‘45, tendrá que vender el papel comprado á 69‘45—0‘07=69‘38, perdiendo en 100 nominales 70‘47—69‘38=1‘09, y en 25000, por consiguiente, 250.1‘09=272‘50, mientras el pago de la prima sólo le cuesta 250.

No deberá, pues, desistir de la operación mientras la baja del papel no llegue á 0‘95.

Problema 6.°—Un especulador de París compra á otro bolsista 6000*frs* de renta, 3°/$_0$ á fin de mes, al curso de 72‘50 con prima de 0‘50 por cada 3*frs* de renta, que equivale á $\frac{1}{2}$ °/$_0$ del nominal, y se los revende á 71 con prima de 1. Suponiendo los corretajes de $\frac{1}{8}$ °/$_0$ del nominal en las operaciones al contado y de $\frac{1}{20}$ en las contratadas á plazo, ¿cuál es el pensamiento ó conveniencia de ambos contratantes, con respecto á la variación del curso?

Con objeto de distinguirlos bien, les daremos como en el enunciado, los nombres de especulador al primero y bolsista al segundo.

No pueden ocurrir más que tres cosas: ó las primas son pagadas por ambos; ó el especulador paga la prima, reteniendo el bolsista la suya; ó los dos las retienen; pues, como vamos á ver, la suposición de que el primero la retuviese y el segundo la pagara sería absurda.

1.° Si las primas son pagadas por ambos, el especulador ganará la diferencia de ambas, mientras el bolsista sufrirá una pérdida de 0‘50. $\frac{6000}{3}$ =0‘50.2000=1000*frs*.

2.° Si el especulador paga su prima y el bolsista retiene la suya, éste habrá comprado á 71+$\frac{1}{20}$ °/$_0$=71+0‘05=71‘05, y venderá al contado á x— $\frac{1}{8}$ °/$_0$=x—0‘125, llamando x, como en el problema anterior, al precio del papel en el momento de la liquidación.

La ganancia del bolsista será, pues, teniendo en cuenta la prima,

$$x - 0'125 - 71'05 + 0'50 = x - 70'675$$

por cada $3frs$ de renta, ó en totalidad

$$(x - 70'675)2000,$$

trocándose la ganancia en pérdida cuando el primer factor sea negativo, por lo que sólo le convendrá pagar la prima, cuando se verifique

$$70'675 - x < 0'50,$$

que es la diferencia de las dos primas, ó cuando sea

$$x > 70'175.$$

En cuanto al especulador, vendió á $71-0'05=70'95$, y para entregar el papel deberá comprar á $x+0'125$, perdiendo, por lo tanto,

$$x + 0'125 - 70'95 + 0'50 = x - 70'325$$

por cada $3frs$ de renta, ó en totalidad

$$(x - 70'325)2000,$$

trocándose la pérdida en ganancia si

$$x < 70'325.$$

3.° Si ambos retienen sus primas, el especulador habrá vendido á 70'95 y comprado á $72'50+0'05=72'55$, y perderá

$$72'55 - 70'95 = 1'60$$

por cada $3frs$ de renta, ó en totalidad

$$1'60.2000 = 3200 frs.$$

Para que deba realizar la compra será preciso que

$$x - 70'325 > 1'60, \quad ó \quad x > 71'925.$$

El bolsista ganará, como antes, exceptuando la prima,

$$x - 0{'}125 - 71{'}05 = x - 71{'}175,$$

reduciéndose su ganancia total á

$$(x - 71{'}175)2000.$$

Precisemos ahora los resultados de todo cuanto puede ocurrir.

Si $x < 70{'}175$, las dos primas serán pagadas, ganando el especulador 1000*frs*, que perderá el bolsista, disminuyendo esta pérdida á medida que x aumente, hasta $70{'}675$; la pérdida se cambia en beneficio desde $x = 70{'}70$, y va aumentando con el valor de x hasta que sea $x = 71{'}925$.

Desde que llega x á este valor, el especulador insiste en su operación, y el beneficio del bolsista es

$$(71{'}95 - 71{'}175)2000 = 0{'}775.200 = 1550 frs.$$

Respecto al especulador, gana 1000*frs* mientras es $x < 70{'}175$, disminuyendo esta ganancia hasta $x = 70{'}325$, valor á partir del cual su beneficio se trueca en pérdida, desistiendo de la operación cuando llega á ser $x = 71{'}925$, desde cuyo momento hemos visto perderá 3200*frs*.

En resumen; los resultados varían para el bolsista desde 1000*frs* de pérdida hasta 1550 de ganancia, y para el especulador, por el contrario, desde 1000*frs* de beneficio hasta 3200 de pérdida, conviniendo al primero que el precio del papel aumente y al segundo que disminuya, ó como se dice en términos de Bolsa:

«El especulador jugaba á la baja y el bolsista al alza.»

Dijimos era absurdo suponer que aquél retuviese la prima y éste la pagase, y, en efecto, del presente análisis resulta que esto sólo podría ocurrir siendo $x < 70{'}175$ y $x > 71{'}925$, lo cual es imposible, por ser incompatibles ambas limitaciones.

Problema 7.º—Un capitalista tiene cierta cantidad de cédulas del Banco Hipotecario y de títulos del amortizable antiguo del 3 %, que le producen respectivamente 5000 y 4000*pts* de renta anual, que desea vender, y por las cuales le ofrecen 194000*pts* que necesita, prescindiendo de los gastos; pero cuando se decide á realizar la operación, por serle indispensable dicha suma, las primeras han sufrido una baja de 2 enteros y la segunda de 1'50, por lo cual se ve obligado á vender, para obtenerla, 3800*pts* nominales más en cédulas y 400 en amortizable. ¿Cuál era el curso de ambas clases de papel en el momento de proponerle la operación?

Sea x el precio de las cédulas, é y el del amortizable.

Produciendo las primeras 5°/₀ de interés, el valor de las 5000*pts* de renta será $\frac{5000.x}{5}=1000x$, y el de 4000*pts* de renta en amortizable $\frac{4000\,y}{3}$; luego si su venta había de producir 194000*pts*, tenía que verificarse

$$1000x+\frac{4000y}{3}=194000$$

ó simplificando

$$3x+4y=582.$$

El nuevo nominal de 3800*pts* en cédulas que se ve obligado á vender, equivale á una renta de $\frac{3800.5}{100}=190$*pts*, que junto con las 5000, componen 5190, que al curso $x-2$ tienen un valor de $\frac{5190(x-2)}{5}=1038(x-2)$ y las 400 en amortizable á $\frac{400.3}{100}=12$*pts* de renta, por lo que de ésta vende 4012, que al precio $y-1'50$, valen $\frac{4012(y-1'50)}{3}$, por lo que también deberá tenerse

$$1038(x-2)+\frac{4012(y-1'50)}{3}=194000;$$

de donde (113),

$$3114x-6228+4012y-6018=582000$$
$$3114x+4012y=594246;\quad 1557x+2006y=297123$$

y por consiguiente (119, 4.°),

$$\begin{array}{l|l|l} 3x+4y=582 & 3009x+4012y=583746 & \\ 1557x+2006y=297123 & 3114x+4012y=594246 & 105x=10500 \end{array}$$

$$x=\frac{10500}{105}=100;\quad 300+4y=582;\quad 4y=282;\quad y=70'50.$$

Las cédulas del Banco Hipotecario estaban, pues, *á la par* y el amortizable á 70'50.

CAPÍTULO VII

ARBITRAJES

I. — Ideas generales.

265. Se da el nombre de ARBITRAJES á los *cálculos que se efectúan para averiguar si conviene emprender una operación mercantil*, ó *cuál es el mejor medio de realizarla.*

Ni el Comercio, ni los autores, están, no obstante, acordes sobre el verdadero sentido de esta palabra, pues hay entre ellos quienes excluyen los que se hacen para ver si conviene emprender un negocio, y quienes dicen que «algunos llaman *impropiamente* arbitrajes» á los cálculos que se hacen sobre los precios y valores de las mercaderías, con el mismo objeto que sobre otros efectos de Comercio.

Para nosotros tiene el verbo *arbitrar* en castellano un significado claro y preciso que nadie desconoce, y cuantos estudian los diferentes medios que pueden conducir á un fin para decidirse por cualquiera de ellos practican un arbitraje, aun cuando no se trate de *mercaderías*, *materias de oro y plata*, *fondos públicos*, ni *letras de cambio*, que son aquellos á que se aplican más generalmente.

Ocuparse en particular de estas cuestiones es casi inútil, puesto que sabiendo, como sabemos, calcular el importe que por razón de los precios, gastos y forma de hacer el pago, corresponde á un efecto cualquiera en determinada plaza, claro está que comparándolo con el que corresponda al mismo, adquiriéndolo en otra distinta, se conocerá inmediatamente lo que más convenga en cada caso.

Los cálculos de arbitrajes, por otra parte, carecen de la importancia que algunos pretenden atribuirles dentro de la vida, progreso y actividad desarrollada en nuestros tiempos, porque los bruscos y continuos cambios que no sólo en un día, sino en cada parte de él, experimentan los precios de todos los valores comerciales; la rapidez y diversidad de comunicaciones y transportes; la actividad y competencia comercial, y otra infinidad de circunstancias más ó menos difíciles de preveer, hacen que el resultado de las combinaciones numéricas en esta clase de asuntos apenas tengan aplicación práctica, por la necesidad de efectuarlas con datos que, si son ciertos en el momento del cálculo, dejarán casi siempre de serlo en el instante de realizar la operación, siendo fácil que la ventaja teórica ofrecida por la diferencia de algunos céntimos en los precios se convierta en perjuicio práctico, en el intervalo de tiempo que forzosamente ha de transcurrir entre la concepción y la realización de un pensamiento, aun prescindiendo de que esa diferencia de algunos céntimos suele ser ilusoria, á causa de los errores que ya hemos visto se cometen en todos cuantos cálculos tienen por base el cambio y los gastos que origina.

Sin embargo, como no por eso dejan de ser precisos en determinadas circunstancias, resumiendo y completando además la resolución de todos los problemas hasta aquí examinados, al combinar esos precios é importes con las ganancias y pérdidas probables, curso de las diferentes clases de papel, formas de hacer los pagos y cobros, etc., no se debe tampoco prescindir en absoluto de ellos, por lo cual resolveremos algunas cuestiones de este género relativas á los principales casos que ocurren, añadiendo á lo ya conocido algunos detalles que terminarán lógica y naturalmente cuanto pueda referirse á las operaciones verdaderamente comerciales.

II. — Arbitrajes de banca.

206. Los ARBITRAJES DE BANCA son sin duda los más importantes, puesto que se da este nombre á los que se efectúan en virtud del curso de los cambios para *determinar el medio más conveniente de trasladar fondos de una plaza á otra,* y por lo tanto, de *satisfacer una deuda ó cobrar un crédito* con la mayor ventaja posible.

También puede ocurrir que el arbitrajista se proponga *especular* comprando letras para remitirlas á los corresponsales de las plazas en que deban hacerse efectivas ú ordenándoles giren á su cargo, para obtener un beneficio al reembolsar sus créditos ó pagar sus débitos; pero este caso es también más teórico que práctico, siendo como ha de ser muy raro que tal especulación, basada únicamente en el curso de los cambios, sea posible, no sólo por las razones dadas anteriormente, sino por las comisiones que á esos corresponsales han de satisfacerse y por los demás gastos que consigo llevan tales operaciones.

Dicha especulación exige, por otra parte, la conversión voluntaria del arbitrajista en acreedor ó deudor de sus corresponsales, que, por lo tanto, son los casos verdaderamente fundamentales, cuyo conocimiento puede interesar más.

Pasemos, pues, á considerarlos, advirtiendo que el arbitraje, como el cambio, se llama DIRECTO ó SIMPLE, *cuando sólo hay que tener en cuenta las cotizaciones de dos plazas*, é INDIRECTO ó COMPUESTO, *cuando intervienen más de dos.*

Tanto el deudor como el acreedor, pueden satisfacer su deuda ó cobrar su crédito por tres medios directos, que suelen considerarse como distintos, y que ya indicamos al ocuparnos del cambio.

1.° *Tomando el primero letras sobre la plaza en que habita el segundo, y remitiéndoselas* para que haga su valor efectivo, cobrando su importe, si son á la vista, ó descontándolas, si son á plazo, que es lo que en el comercio suele llamarse REMESA.

2.° *Girando el segundo letras sobre la plaza en que habite el primero, para que éste satisfaga su valor*, que es lo que suele distinguirse con el nombre de TRATA.

3.° *Comprando el primero letras sobre otra plaza cualquiera, y remitiéndolas al segundo para que las negocie*, operación que, en realidad, apenas se diferencia de la primera.

Así, por ejemplo, si un comerciante de Madrid debe á su corresponsal de París 2000*frs*, puede tomar en Madrid una ó varias letras sobre París, cuyo valor total sea esa cantidad, y remitirlas á dicho corresponsal; autorizar á éste para que gire contra él dicho valor, para satisfacerlo en Madrid; ó comprar letras sobre Londres, Amsterdán, Lisboa ó cualquier otra plaza que figure en la cotización de París, por el valor necesario y suficiente para que, negociadas allí, produzcan los 2000*frs*.

Por el contrario, si el corresponsal de París le debiese 2000 *pts*, podría ordenarle, para cobrar su crédito, que comprase papel sobre Madrid y se lo enviara para hacer efectiva dicha cantidad; podría girar contra dicho corresponsal, y podría ordenarle remesara papel sobre cualquier plaza con el objeto de negociarlo.

Los medios indirectos pueden originar una infinidad de combinaciones, según el número de plazas intermedias de que el arbitrajista quiera valerse; pero como los gastos aumentan con su número, nunca en la práctica se hace intervenir más de una.

En este caso puede principalmente apelarse á cuatro medios: *dos remesas*, *dos tratas*, *una remesa y una trata*, ó *una trata y una remesa*.

Siguiendo el ejemplo bajo el supuesto de que Londres es la plaza intermedia, cabrían las siguientes combinaciones para satisfacer una deuda:

Remitir al corresponsal de Londres papel sobre esta plaza, para que, haciendo efectivo su valor, lo invierta á su vez en letras sobre París, que deberá *remitir* al acreedor.

Ordenar á éste que *gire* á cargo del corresponsal de Londres, el cual, á su vez, podrá *girar* contra el deudor de Madrid para reembolsarse.

Hacer *remesa* á Londres para pagar el *giro* que hagan desde París.

Girar desde Londres sobre Madrid, *remitiendo* desde Londres á París.

Es evidente que análogos procedimientos servirían para cobrar un crédito, y creemos bastan estas ideas para hacer comprender la gran variedad de combinaciones que pueden imaginarse y lo imposible que es preverlas y detallarlas una á una.

207. Todos los problemas de arbitrajes de banca pueden, no obstante, resolverse fácilmente, *por reducción á la unidad,* por *equivalencias* ó por las *fórmulas* que para los cambios hemos deducido en cada caso, de dos modos diferentes:

1.° *Calculando lo que se cobrará ó desembolsará al recibir ó comprar letra, atendiendo al importe total de la deuda.*

2.° *Calculando igualmente lo que se embolsará ó satisfará, atendiendo únicamente al precio del cambio.*

Lo primero equivale á calcular el efectivo, cosa que sabemos hacer, cualquiera que sea el caso que se presente, y es el medio más seguro para no equivocarse; lo segundo, que es lo que constituye el verdadero arbitraje para el especulador, y se hace siempre en la práctica para operar con números más pequeños, y por no ser necesario conocer dicho importe, equivale *á determinar la par* del cambio (186), si el arbitraje es indirecto, pues siendo directo basta la *comparación de las cotizaciones*, haciendo, si es necesario, la *reducción del curso del cambio* (190), para tener resuelto el problema.

Para hacer la comparación deben expresarse, ante todo, en igual forma los cambios, verificando las reducciones ó calculando la par, sin olvidar los gastos que en cada plaza originen las operaciones; los intereses que haya que aumentar ó descuento que deducir por la diferencia de los plazos de cotización; así como cualquier otra circunstancia que pueda influir en los precios que en definitiva resulten para el cambio; y una vez determinados es preciso no equivocarse en la elección del más ventajoso para remitir fondos á una plaza ó retirarlos de ella.

Esto último se consigue por medio de reglas fijas.

En efecto; *si el cambio se expresa á tanto por* 100, y de las combinaciones que pueden hacerse resulta, por ejemplo, de Madrid sobre París á 2°/₀ y 3°/₀ beneficio, claro está que, para remitir fondos desde la primer plaza á la segunda comprando letra, será más conveniente el primer medio, en virtud del cual se pagarán 102*pts* por 100*frs*, que el segundo, pues éste exigiría, para remitir igual cantidad, el pago de 103.

Por el contrario, si hay que retirar dinero vendiendo letra, sería más ventajoso el segundo, porque la de 100*frs* girada sobre París produciría por su negociación 103*pts*, mientras por el primer medio solamente se obtendrían 102.

Lo mismo sucedería *si el cambio se expresara á precio determinado*, resultando á 25'30 y 25'40 sobre Londres, pues sería preferible, evidentemente, comprar 1£ por 25'30*pts* que por 25'40, y venderla por 25'40 que por 25'30.

En ambos casos Madrid es la plaza incierta; luego

3.° *Para remitir fondos desde plaza incierta conviene el cambio más bajo, y para retirarlos el más alto.*

Pero si la operación tuviera que verificarse en plaza cierta, la consecuencia sería contraria, porque los citados cambios sobre París equivaldrían á $100.\frac{100}{102}=98'04$*frs* y $100.\frac{100}{103}=97'09$*frs* por 100*pts* (y no 98 y 97, como muchos creen), siendo preferible también comprar, valiéndose del primer medio, 98'04*frs* por 100*pts* que solamente 97'09; pero ahora la ventaja correspondería al cambio más alto, así como para retirar sería favorable el segundo, ya que se obtendrían 100*pts* por la negociación de la letra retirando tan sólo 97'09*frs* en vez de 98'04, y éstos producirían evidentemente mayor cantidad.

Los cambios sobre Londres equivaldrían análogamente á $\frac{240}{25'30}=9'49$ peniques y $\frac{240}{25'40}=9'45$ por peseta, siendo preferible comprar los primeros, que corresponden al curso más alto, al tener que remitir dinero á Londres, y vender los menos posible, por igual cantidad, al tener que retirarlo; luego en cualquier caso,

4.° *Para remitir fondos desde plaza cierta conviene el cambio más alto, y para retirarlos el más bajo.*

Teniendo esto presente, no hay más que calcular el precio del cambio correspondiente á una ó varias unidades que se fijen como punto de partida; precio que será el efectivo ó nominal correspondiente á las mismas, que ya hemos calculado muchas veces por diferentes medios y en todas las combinaciones.

Para el cálculo de este precio se partía antiguamente en España de 5*pts* fijas y de 100 en la mayoría de las plazas extranjeras; hoy, que el cambio con un gran número de ellas se expresa á tanto por 100 y los restantes por las pesetas que equivalen á 1 unidad de cuenta de la otra plaza, nos parece lo más conveniente partir siempre de estos números, considerando aquella en que se supone hecha la operación como variable, es decir, calculando lo que en ella costará el remitir ó cobrar 1 ó 100 unidades de la otra.

El mismo cálculo pudiera hacerse de un modo inverso, ó sea determinando lo que se podría mandar desembolsando 1 ó 100*pts*, ó lo que costaría en la otra plaza una letra de esta cantidad, en cuyo caso aquella en que se hace el cálculo se consideraría como cierta; pero aun siéndolo, creemos el primer procedimiento más claro y menos susceptible de equivocación.

Como en realidad no es necesario resolver ejemplos numéricos después de las varias ocasiones en que hemos determinado toda clase de efectivos y nominales, nos limitaremos ahora para no oscurecer la explicación y hacer resaltar bien la esencia de las operaciones que han de efectuarse, así como también para no vernos precisados á insistir en los muchos errores que se cometen en las cuestiones de cambio al combinar los gastos accesorios y descuento con los demás datos, cosa que ya estudiamos detenidamente, á detallarlas para los diferentes medios prácticos que hemos indicado prescindiendo de unos y otro, cuya influencia sobre el valor de la incógnita conocemos sobradamente.

Además, la de los primeros sobre el curso del papel se determina mentalmente en la mayoría de los casos y la reducción cuando sea necesaria de todos los cursos á igual plazo, añadiéndoles ó quitándoles los intereses correspondientes á los días de diferencia, según el tanto de descuento que figure en la cotización, ni puede presentar dificultad, ni ofrecer más interés que el de una curiosidad teórica, pues aunque los prácticos suelen darle gran importancia en las obras que tratan esta materia, estableciendo datos á propósito, la verdad es que en todas las cotizaciones figuran los cambios á ocho días vista y los demás apenas se diferencian de los verdaderamente equivalentes, cuando no lo son con completa exactitud, en relación al tanto por 100 de descuento, por lo que es muy *poco práctico* efectuar con ellos operaciones ni comparación alguna.

Vamos, pues, á detallar algo los casos fundamentales, procurando en vez de esas hipótesis poco menos que inútiles, expresar el cambio en sus tres formas de tanto por 100, término variable y término fijo para la plaza en que se verifique cada operación, que es lo que pudiera ofrecer dudas si sólo se supiera operar con una de ellas, para lo cual supondremos la cotización siguiente:

Madrid. .	Papel sobre París. . . .	3 °/₀ premio.
	» » Londres.. .	26'10*pts* por £.
París. . .	» » Madrid. . .	4'85*frs* por 5*pts*.
	» » Londres.. .	25'40*frs* por £.
Londres.	» » Madrid. . .	46 peniques por 5*pts*.
	» » París. . . .	24'90*frs* por £.

Primer caso.—Envío de fondos.

Problema 1.º—¿Cuál sería el mejor medio de remitir dinero desde Madrid á París?

1.º *Una remesa.*—Envío de letra de 100*frs* sobre París adquirida en Madrid.

100*frs* costarían 103*pts*; $x = 103$.

2.° *Una trata.*—Giro desde París sobre Madrid por el número de *pts* necesario para que la negociación de la letra produzca 100*frs.*

Resolución usual:

$$x\,pts = 100frs \text{ en París}$$
$$4'85frs = 5pts \text{ en Madrid}$$
$$x = \frac{100.5}{4'85} = 103'09pts.$$

Por nuestras fórmulas:

$$p = \frac{4'85}{5}.$$

$$N \text{ (sobre Madrid)} = \frac{100.5}{4{\cdot}85} = 103'09pts; \quad x' = 103'09.$$

3.° *Una remesa y una negociación.*—Envío de letra sobre Londres, que negociada en París produzca 100*frs.*

Resolución usual:

$$x\,pts = 100frs \text{ en París}$$
$$25'40frs = 1£ \text{ en Londres}$$
$$1£ = 26'10pts \text{ en Madrid}$$

$$x = \frac{100.26'10}{25'40} = 102{\cdot}75pts.$$

Por nuestras fórmulas:

$$p \text{ (en Madrid)} = 26'10; \quad p \text{ (en París)} = 25'40.$$
$$N \text{ (sobre Londres)} = \frac{100}{25'40}.$$
$$E \text{ (en Madrid)} = \frac{100}{25'40}.26'10 = 102'75pts; \quad x'' = 102'75.$$

4.° *Dos remesas.*—Envío á Londres de cantidad suficiente para que allí adquieran y remitan á París una letra de 100*frs.*

Resolución usual:

$$x\,pts = 100frs \text{ nominales sobre París.}$$
$$24'90frs = 1£ \text{ efectiva en Londres.}$$
$$1£ = 26'10pts \text{ efectivas en Madrid.}$$

$$x = \frac{100.26'10}{24'90} = 104'82pts.$$

Por nuestras fórmulas:

$$p \text{ (en Londres)} = \frac{1}{24'90}\,; \quad p \text{ (en Madrid)} = 26'10.$$

$$E \text{ (en Londres)} = 100.\frac{1}{24'90}\,.$$

$$E \text{ (en Madrid)} = \frac{100}{24'90}.26'10 = 104'82 pts;$$

$$x''' = 104'82.$$

5.° *Dos tratas.*—Giro de París sobre Londres en cantidad suficiente para que la negociación de la letra produzca 100*frs*, y de Londres sobre Madrid para el reintegro.

Resolución usual:

$$\begin{aligned} x\,pts &= 100 frs \text{ efectivos en París} \\ 25'40 frs &= 1£ \text{ nominal sobre Londres} \\ 1£ &= 240 \text{ peniques} \\ 46 pn &= 5 pts \text{ sobre Madrid} \end{aligned}$$

$$x = \frac{100.240.5}{25'40.46} = 102'70 pts.$$

Por nuestras fórmulas:

$$p \text{ (en París)} = 25'30; \quad p \text{ (en Londres)} = \frac{46}{5.240}$$

$$N \text{ (sobre Londres)} = \frac{100}{25'40}$$

$$N \text{ (sobre Madrid)} = \frac{100}{25'40} \cdot \frac{5.240}{46} = 102'70 pts;$$

$$x^{IV} = 102'70.$$

6.° *Una remesa y una trata.*—Giro de París sobre Londres, y remesa desde Madrid de la cantidad necesaria.

Resolución usual:

$$\begin{aligned} x\,pts &= 100 frs \text{ efectivos en París} \\ 25'40 frs &= 1£ \text{ nominal sobre Londres} \\ 1£ &= 26'10 pts \end{aligned}$$

$$x = \frac{100.26'10}{25'30} = 102'75 pts.$$

Por nuestras fórmulas:

$$p \text{ (en París)} = 25`40; \quad p \text{ (en Madrid)} = 26`10$$

$$N \text{ (sobre Londres)} = \frac{100}{25`40}$$

$$E \text{ (en Madrid)} = \frac{100}{25`40} . 26`10 = 102`75 pts; \quad x^{\text{v}} = 102`75.$$

Escolio.—Este medio y el 3.° son, según se ve, uno mismo, como debía suceder, pues la letra sobre Londres que negociada en París produzca 100*frs*, tendría un cierto nominal en virtud del precio á que en París se coticen las libras esterlinas, y este nominal adquirido en Madrid costará evidentemente el mismo número de pesetas si la letra se ha de enviar á París que si se remite á Londres.

En realidad, pues, podrá ser el tercer medio otra forma de realizar la operación que en general ocasionará menos gastos, por lo que es otro error práctico perder el tiempo con el que nos ocupa haciendo un cálculo cuyo resultado ha de ser siempre igual ó mayor que el de aquél.

7.° *Una trata y una remesa.*—Giro desde Londres á Madrid de la cantidad necesaria para poder comprar y remitir desde allí á París una letra de 100*frs*.

Resolución usual:

$$\begin{aligned} x\,pts &= 100 frs \text{ nominales sobre París} \\ 24`90 frs &= 1£ \text{ efectiva en Londres} \\ 1£ &= 240 \text{ peniques} \\ 46 pn &= 5 pts \text{ nominales sobre Madrid} \end{aligned}$$

$$x = \frac{100.240.5}{24`90.46} = 104`77 pts.$$

Por nuestras fórmulas:

$$p \text{ (sobre Paris)} = \frac{1}{24`90}; \quad p \text{ (sobre Madrid)} = \frac{46}{5.240}$$

$$E \text{ (en Londres)} = 100 . \frac{1}{24`90}$$

$$N \text{ (sobre Madrid)} = \frac{100}{24`90} \cdot \frac{5.240}{46} = 104`77 pts \quad x^{\text{vi}} = 104`77.$$

Resumiendo los cálculos hechos, vemos, por consiguiente, que cada 100*frs* enviados á París costarían en Madrid, respectivamente, 103, 103 09, 102'75, 104'82, 102'70, 102'75 y 104'77 *pts*; y como el cambio más bajo corresponde al 5.° medio, lo más conveniente, por exigir menos desembolsos, sería ordenar al corresponsal de París que vendiese por 100*frs* la correspondiente letra sobre Londres, y al de esta plaza que girara sobre Madrid para reintegrarse.

Segundo caso.—RETIRADA DE FONDOS.

PROBLEMA 2.°—¿Cuál sería el mejor medio de retirar desde Madrid dinero de Londres?

1.° *Una remesa.*—Envío de letra sobre Madrid que costase en Londres 1£.

Resolución usual:

$$x\,pts = 1£ \text{ efectiva en Londres}$$
$$1£ = 240 \text{ peniques}$$
$$46pn = 5pts$$

$$x = \frac{240.5}{46} = 26'09pts.$$

Por nuestras fórmulas:

$$p \text{ (en Londres)} = \frac{46}{5.240}$$

$$N = \frac{5.240}{46} = 26'09pts; \quad x = 26'09.$$

2.° *Una trata.*—Giro desde Madrid de letra sobre Londres de 1£.

$$1£ \text{ costaría } 26'10pts; \quad x' = 26'10.$$

3.° *Una remesa y una negociación.*—Envío desde Londres de letra sobre París que costase 1£.

Resolución usual:

$$x\,pts = 1£ \text{ efectiva en Londres}$$
$$1£ = 24'90frs \text{ nominales sobre París}$$
$$100frs = 103pts \text{ efectivas en Madrid}$$

$$x = \frac{24'90.103}{100} = 25'65pts.$$

Por nuestras fórmulas:

p (en Londres) $= \frac{1}{24'90}$

N (sobre París) $= 24'90 frs$

E (en Madrid) $= 24'90. \frac{103}{100} = 25'65 pts; \quad x'' = 25'65.$

4.° *Dos remesas.*—Envío desde Londres á París de letra que cueste 1£, para que allí adquieran y remitan letra sobre Madrid.

Resolución usual:

$$\begin{aligned} x\, pts &= 1£ \text{ efectiva en Londres} \\ 1£ &= 24'90 frs \text{ nominales sobre París} \\ 4'85 frs &= 5 pts \end{aligned}$$

$$x = \frac{24'90.5}{4'85} = 25'67 pts.$$

Por nuestras fórmulas:

p (en Londres) $= \frac{1}{24'90}$; $\quad p$ (en París) $= \frac{4'85}{5}$

N (sobre París) $= 24'90 frs.$

N (sobre Madrid) $= 24'90. \frac{5}{4'85} = 25'67 pts; \quad x''' = 25'67.$

5.° *Dos tratas.*—Giro de París sobre Londres y de Madrid sobre París, por la cantidad que produjera la negociación de la primer letra.

Resolución usual:

$$\begin{aligned} x\, pts &= 1£ \text{ efectiva en Londres} \\ 1£ &= 25'40 frs \text{ efectivos en París} \\ 100 frs &= 103 pts \text{ efectivas en Madrid} \end{aligned}$$

$$x = \frac{25'40.103}{100} = 26'16 pts.$$

Por nuestras fórmulas:

$p = 25'40.$

E (en París) $= 25'40 frs.$

E (en Madrid) $= 25'40. \frac{103}{100} = 26'16 pts; \quad x^{IV} = 26'16.$

6.° *Una remesa y una trata.*—Envío desde Londres á París y giro de Madrid sobre París.

Resolución usual:

$$x\ pts = 1£ \text{ efectiva en Londres}$$
$$1£ = 24{'}90 frs \text{ nominales sobre París}$$
$$100 frs = 103 pts \text{ efectivas en Madrid}$$

$$x = \frac{24{'}90.103}{100} = 25{'}65 pts.$$

Por nuestras fórmulas:

$$p \text{ (en Londres)} = \frac{1}{24{'}90}.$$

$$N \text{ (en París)} = 24{'}90 frs.$$

$$E \text{ (en Madrid)} = 24{'}90.\frac{103}{100} = 25{'}65 pts; \quad x^{\text{v}} = 25{'}65.$$

Escolio.—También este valor ha de ser igual ó menor si hubiese gastos que el del 3.°, y el cálculo, por consiguiente, inútil, por las mismas razones indicadas en el Escolio del problema anterior.

7.° *Una trata y una remesa.*—Giro desde París sobre Londres de 1£ y remesa de la letra sobre Madrid que se pueda adquirir con el producto de la negociación.

Resolución usual:

$$x\ pts = 1£ \text{ efectiva en Londres}$$
$$1£ = 25{'}40 frs \text{ efectivos en París}$$
$$4{'}85 frs = 5 pts \text{ efectivas en Madrid}$$

$$x = \frac{25{'}40.5}{4{'}85} = 26{'}18 pts.$$

Por nuestras fórmulas:

$$p \text{ (sobre Londres)} = 25{'}30; \quad p \text{ (sobre Madrid)} = \frac{4{'}85}{5}.$$

$$E \text{ (en París)} = 25{'}40 frs.$$

$$N \text{ (sobre Madrid)} = 25{'}40.\frac{5}{4{'}85} = 26{'}18 pts; \quad x^{\text{VI}} = 26{'}18.$$

Observando los resultados, vemos que por cada £ retirada de Londres se cobrarían en Madrid 26'09, 26'10, 25'65, 25'67, 26'16, 25'65 y 26'18*pts*, por lo cual sería el último de los medios á que hemos aplicado el cálculo el que presentaría más ventaja, siendo como es el que corresponde al cambio más alto, es decir, que cada £ retirada de Londres produciría 26‘18*pts*, dando orden al corresponsal de París para que girase sobre Londres é invirtiera el producto de la letra en otra sobre Madrid.

Tercer caso.—Especulación.

Los negocios que pueden emprenderse, fundándolos tan sólo en los precios de los cambios, son rarísimos y muy aventurados, según dijimos, á causa de que los gastos anulan ó sobrepujan el pequeño beneficio que por su diferencia pudiera obtenerse, y las variaciones de dichos precios, en el intervalo de tiempo necesario para realizarlos, pueden trocar en pérdida la ganancia mejor calculada.

Estas razones obligan, caso de emprenderlos, á no usar generalmente más que los medios directos, casi siempre más rápidos y menos costosos.

No quiere decir esto, sin embargo, que no puedan hacerse infinidad de combinaciones; con los problemas resueltos á la vista, es, por ejemplo, evidente, que recibiendo de París lo que produzca al corresponsal el giro de una letra sobre Londres y enviando directamente á Londres el dinero necesario para pagarla, cada £ produciría 26‘18*pts* y podría comprarse en Madrid con 26‘10 según la cotización, lo que podría dejar un beneficio de 0‘08 de *pt* por cada £ que se enviara á la capital de Inglaterra, y empleando en la compra 5000*pts*, con las cuales se adquiriría letra de $N = \frac{5000}{26{\cdot}10} = 191{`}57£$, resultaría aparentemente una ganancia de 0‘08.191‘57=15‘32*pts*, que en este caso, ni compensaría la exposición del capital á las bruscas variaciones del cambio, ni sería tal ganancia después de pagar los gastos de correo y telegramas, los corretajes de Madrid y París y las comisiones de París y Londres.

De todos modos vemos que estas operaciones, sobre las cuales nos parece ocioso insistir, no son más que una combinación de las precedentes, que consisten en hacerse á la vez deudor y acreedor de los corresponsales, para procurarse un beneficio al pagar la deuda ó cobrar el crédito en otra forma.

Los medios de conseguirlo, la elección del más conveniente y los cálculos que se originen, en nada se diferenciarán, por consiguiente, de los que acabamos de examinar, que también serán idénticos en su forma, aunque más largos, cuando haya varias plazas intermedias.

III. — Arbitrajes sobre fondos públicos.

208. Fácil sería especular con los valores públicos, cuyos precios de cotización ofrecen en general diferencias más sensibles en las distintas Bolsas extranjeras, y hasta pagar y cobrar créditos comprando y vendiendo, previas las correspondientes remesas, esta clase de documentos en lugar de letras, si no fuera porque su venta suele ser bastante dificultosa, aun en las pocas plazas en que se cotizan las mismas clases de papel, lo que hace poco menos que imposible esta especie de arbitraje, en el sentido de remitir ó retirar fondos, aun prescindiendo de que las variaciones del curso son todavía mayores y más rápidas é inesperadas que las de los cambios.

No pudiendo, por consiguiente, tener seguridad ninguna de que los resultados teóricos corresponderán á los prácticos, aunque las órdenes para la compra y venta en otras plazas se envíen telegráficamente, no concederemos á esta cuestión más importancia de la que tiene, y que puede estribar únicamente en su combinación con el cambio, bien para saber, en virtud del precio de éste, qué curso resultará para cualquier valor público, bien para deducir el de aquél, cuando éste sea conocido.

Las demás cuestiones, en efecto, las hemos resuelto todas, aprendiendo á calcular, no sólo el efectivo necesario para realizar una compra de papel, y el que producirá su venta, sino también la ganancia ó pérdida total y por 100 que resultará del conjunto de ambas operaciones, y de su repetición sucesiva ó simultánea, haya ó no gastos accesorios, y sea cual sea la Bolsa en que se efectúen y la forma de expresión del nominal.

Verdad es que, para dar de las mismas más clara idea, en todos los problemas que resolvimos al tratar estos asuntos hallamos los valores de dichas cantidades para la misma plaza en que el papel se comprara ó vendiera; pero también lo es que, sobre el modo de calcularlos para otra, determinando lo que costaría pagarlo ó cobrarlo, nada nuevo podríamos decir después de la extensión que hemos procurado dar á todas las cuestiones de cambio.

El cálculo de la plaza en que convendría más comprar ó vender determinada clase de papel, y aun el de la ganancia ó pérdida que al efectuarlo podría resultar, no constituiría, por lo tanto, ningún problema nuevo para nosotros.

Los elementos de cálculo, ó datos sobre los cuales deberá operarse, serán los mismos de siempre: *precio del papel*, *nominal* ó *renta*, *efectivo* que le corresponde, *corretaje* y *comisión* en las compras y ventas, tanto de valores públicos como de letras, *intereses*, gastos de *correo*, *telegramas*, etc., y *precio del cambio*, que en lo que se relacione con los verdaderos fondos públicos estará reemplazado por los *cambios fijos*, ó equivalencias legales que, en cuanto á España y al papel español se refiere, insertamos en el párrafo 54, las cuales, ó las intrínsecas contenidas en la Tabla XII, y las que resulten de combinarlas entre sí, pueden reemplazar, sin gran error, á las que tal vez sean desconocidas cuando de papel extranjero se trate.

Repetiremos una vez más que el *método analítico*, aplicado generalmente al planteo de *proporciones*, y especialmente á las llamadas *conjuntas*, son los procedimientos empleados en la práctica para el cálculo de estos arbitrajes, así como para la determinación del PRECIO ARBITRADO, CAMBIO ARBITRADO y PAR ARBITRADA, nombres que dan algunos al *precio que para los valores públicos corresponde en una plaza, atendiendo al que tiene en otra nacional y al curso del cambio entre ambas; á este curso, en relación con los precios que dichos valores alcanzan en ambas*, y al *cambio* que por igual concepto resulta entre plazas extranjeras.

Un *análisis*, casi siempre más sencillo, permite igualmente aplicar á estos cálculos el método de *reducción á la unidad*, ó las *fórmulas* deducidas hasta aquí, como vamos á hacer ver por medio de tres problemas, que completarán, según hemos indicado, los conocimientos ya adquiridos.

PROBLEMA 1.º—Cotizándose en Madrid nuestra Deuda exterior 4°/₀ á 78'15, y estando el cambio á corto sobre Londres á 26'10, ¿á cómo debería cotizarse en esta plaza?

Resolución usual:

$$x\,£ = 100£ \text{ (nominales)}$$
$$1£ = 25'20 pts \text{ (cambio fijo)}$$
$$100 pts = 78'15 pts$$
$$26'10 pts = 1£$$
$$x = \frac{100.25'20.78'15}{100.26'10} = 75'45\,°/_o$$

Resolución por análisis:

$$N \text{ (título de } 100£) = 2520 pts,$$
$$\text{á } 0'7815 \text{ por } pt = 2520.0'7815 pts,$$
$$\text{á } \frac{1}{26'10}\,£ = \frac{2520.0'7815}{26'10} = 75'45£\,°/_o.$$

Escolios.—De este valor se deduce á simple vista que, si esos títulos se cotizaban en Londres á 75'60, y los gastos de comisión, corretaje, correo, etc., ocasionados por la compra, venta y remesa ó giro, no llegaban á 0'15 °/ₒ, convendría comprar papel en Madrid y hacerlo vender en Londres, mientras que, por el contrario, si se cotizaba en esta plaza á 75'30, sería ventajoso comprarlo en Londres y venderlo en Madrid, bien para remitir ó retirar dinero, bien para especular.

Estos resultados, sin embargo, dependen de la forma en que el comprador se reintegre de lo gastado, por lo cual si ha de tenerse completa seguridad, es indispensable examinar después todos los medios directos é indirectos que para el reembolso pueden emplearse y detallamos en el párrafo anterior, pudiendo suceder que hasta fuera posible realizar una ganancia comprando en Madrid y vendiendo en Londres, aun estando en esta plaza el curso del papel español exterior más bajo del valor 75'45 hallado para el precio arbitrado, según el del cambio que resultara al emplear cualquiera de esos medios; pero para ello es evidentemente indispensable operar en circunstancias extraordinarias, en que por una causa cualquiera presenten esos cambios grandes diferencias, saliéndose de la normalidad ordinaria, y como entonces la exposición aumenta con la dificultad de realizar las operaciones y la mayor facilidad de variaciones bruscas é imprevistas en los precios, disminuyendo siempre los gastos el pequeño beneficio que el cálculo arrojara, más bien pueden considerarse esos casos como hipotéticos que como reales, por lo que no nos detenemos en su examen, que por otra parte, ninguna duda puede ofrecer.

PROBLEMA 2.º—Cotizándose en Madrid nuestra Deuda exterior 4 % á 78'15 y en Londres á 75'45, ¿á cómo resulta el cambio entre ambas plazas?

Resolución usual:

$$
\begin{aligned}
x\,pts &= 1£\ \text{(efectiva)}\\
75'45£ &= 100\ \text{(nominales)}\\
1£ &= 25'20pts\ \text{(nominales)}\\
100pts &= 78'15pts\\
x &= \frac{25'20.78'15}{75'45} = 26'10pts\ \text{por £.}
\end{aligned}
$$

Resolución por análisis:

$$
\begin{aligned}
N\ \text{(título de 100£)} &= 2520pts.\\
E\ \text{(en Madrid)} &= 25'20.78'15pts;\\
N\ \text{(sobre Londres)} &= 75'45£.\\
p\ \text{(en Madrid)} &= \frac{25'20.78'15}{75'45} = 26'10pts\ \text{por £.}
\end{aligned}
$$

ESCOLIO.—Análogamente á lo que ocurre en el caso anterior, el hallarse la cotización de las letras sobre Londres á un curso más alto ó bajo, determinaría la ventaja ó desventaja de realizar los pagos ó cobros con valores públicos ó letras, salvo los inconvenientes que ya hemos señalado, y son siempre inherentes á la intervención de aquéllos en las operaciones de cambio, aun cuando ofrezcan poca diferencia los gastos ocasionados por unos y otras.

PROBLEMA 3.º—Cotizándose en París nuestra Deuda exterior á 75'35 y en Londres á 75'20, ¿á cómo resulta el cambio entre ambas plazas?

Resolución usual:

$$
\begin{aligned}
x\,frs &= 1£\ \text{(efectiva)}\\
75'20£ &= 100£\ \text{(nominales)}\\
1£ &= 25'20pts\ \text{(nominales)}\\
1pt &= 1fr\\
100frs &= 75'35frs\\
x &= \frac{25'20.75'35}{75'20} = 25'25frs\ \text{por £.}
\end{aligned}
$$

Resolución por análisis:

$$N \text{ (título de } 100£) = 2520pts = 2520frs.$$
$$E \text{ (en París)} = 25`20.75`35frs;$$
$$N \text{ (sobre Londres)} = 75`20£.$$

$$p \text{ (en París)} = \frac{25`20.75`35}{75`20} = 25`25frs \text{ por } £.$$

IV. — Arbitrajes sobre materias de oro y plata.

209. Si por las razones expuestas es difícil que los valores públicos puedan reemplazar con ventaja á los comerciales en las operaciones de cambio, la dificultad aumentaría extraordinariamente al querer sustituir estos últimos por barras de oro ó plata, tanto porque en Europa no existen verdaderos mercados de estos metales más que en París y Londres, siendo casi imposible sin gran pérdida, su inmediata compra ó venta en otras plazas, cuanto por tener que pagar el transporte y seguro, cuyos importes no admiten ni siquiera comparación con los pequeños gastos de correo.

Arbitrajes sobre materias de oro y plata sólo los origina, pues, la especulación, que hace necesaria ó conveniente la adquisición y venta de estas materias en diferentes plazas.

Los problemas que ocurren, por consiguiente, únicamente son dos:

1.° Averiguar lo que costará en una plaza el oro ó plata comprado en otra cuando haya precisión de adquiriria, ó cuando esto convenga por tener seguridad ó probabilidad siquiera de venderla, realizando una ganancia.

2.° Calcular si convendrá su compra en una plaza para proceder inmediatamente á su venta en otra.

Ambas cuestiones, según se ve, son en el fondo idénticas, no siendo la primera más que el caso particular de la segunda en que se suponga conocido el precio de venta, y ambas se saben ya resolver.

De aquélla son ejemplo el problema 3.° del párrafo 148 y el 2.° del 150, en los que determinamos el coste de $1kg$ de plata comprado en París y en Londres, introduciendo en los enunciados no sólo toda clase de gastos, sino también el precio del cambio para el pago por medio de letras, pues aunque no hablamos de éstas, por no habernos ocupado aún de ellas, dijimos en el del número 148 que la moneda francesa estaba á 2°/₀ premio y en el del 150 que cada £ costaba 25'30*pts*, lo que es exactamente igual á decir que el cambio sobre París y Londres está á 2°/₀ *b*° y 25'30.

La segunda cuestión la resolvimos también en el problema 1.° del último párrafo citado, incluyendo en ella el cambio, al hallar la ganancia que se obtendría comprando en Londres 5000 onzas Standart de plata y vendiéndolas en París, para lo cual calculamos los respectivos coste y producto.

Ya sabemos, por lo tanto, que en la práctica se llega á la resolución de todas por *análisis* ó *por* una serie de *equivalencias*, y que también se pueden obtener los resultados con más rapidez, aproximación y seguridad, aplicando las *fórmulas* que dedujimos para estos casos al ocuparnos de ellos.

No obstante, cuando se trata de un verdadero arbitraje, ó sea de si convendrá ó no emprender la especulación, aunque el cálculo pudiera hacerse como en dicho problema 1.°, suponiendo que debía adquirirse y enajenarse un peso arbitrario de plata ú oro y encontrando la ganancia ó pérdida que se experimentaría al proceder así, es mucho más sencillo operar como en los otros dos, hallando el precio de compra de 1*kg ó de* 1 *onza Standart*, cuya comparación con el de venta permite deducir la conveniencia ó desventaja de emprender la especulación.

Así es como en la práctica se procede por la semejanza que este método tiene con los referentes á los cambios y fondos públicos, cuando se opera sobre el curso y no sobre el importe total, y por la afición á emplear siempre equivalencias relacionadas entre sí; pero en el caso que estamos tratando no aconsejamos ni una cosa ni otra, pues lo primero es innecesario, sirviendo sólo para complicar las operaciones, y lo segundo puede dar lugar á muchos errores y equivocaciones.

A nosotros, por consiguiente, nos parece preferible otro método, tanto por su mayor facilidad si se usan nuestras fórmulas, como por hacer imposible toda duda: *calcular los precios determinados de compra y venta en las correspondientes plazas.*

El hacer ver sus ventajas completará cuanto hasta aquí llevamos dicho sobre ese procedimiento tan generalizado y á que tanta preferencia se da, pues ya hemos demostrado, ó intentado demostrar, al menos, que las equivalencias que se enlazan no siempre forman verdaderas conjuntas, ni tienen fundamento suficiente; que su planteo en ocasiones constituye otro problema tanto ó más difícil de resolver que el propuesto; que el dar igual denominación á cantidades esencialmente distintas origina multitud de errores; que su resultado es casi siempre más inexacto que el de cualquier otro método aplicable á igual cuestión, y que las personas más inteligentes, más prácticas y más autorizadas se equivocan á cada momento, por tantas causas reunidas, al plantear esas conjuntas para calcular el valor de la incógnita.

Réstanos sólo ver si su falta de claridad es tal, que esas mismas personas se equivoquen no sólo al plantearlas y resolverlas, sino también al interpretar su resultado, llegando á consecuencias completamente opuestas á las verdaderas.

Para ello, y puesto que ninguna otra novedad ofrecen estos arbitrajes, seguiremos el procedimiento de siempre resolviendo un problema por el método usual, que encontramos aplicado á otro del todo análogo en un libro muy moderno, conocido y justamente apreciado, al que ya muchas veces nos hemos referido, estableciendo para los datos arbitrarios que son el precio de la onza Standart y el cambio, valores tales, que casi conduzcan al mismo resultado, con objeto de que la comparación de la consecuencia que el autor deduce para contestar á la pregunta y la respuesta del todo opuesta que nosotros daríamos al resolverlo, como lo resolveremos inmediatamente por nuestras fórmulas, pueda hacerse con facilidad.

Recuérdese que los lingotes de plata se cotizan en París á un cierto tanto por 1000 de pérdida, sirviendo de base el tipo fijo de 218'89*frs el kg* de metal fino, y en Londres por los dineros ó peniques en que se aprecia 1 onza Standart, y recuérdense también nuestras fórmulas (150) del valor ó precio de compra del *kg* adquirido en Londres, y del efectivo correspondiente á cualquier valor que se cotice á tanto por 100 ó 1000 de beneficio ó pérdida.

Problema.—¿Convendría adquirir plata en Londres y venderla en París, prescindiendo de gastos accesorios, costando en la capital de Inglaterra $47\frac{1}{8}$ dineros la onza Standart, cotizándose el *kg* en París á 154°/$_{oo}$ de pérdida, y estando el cambio á la vista á 26‘12?

Resolución usual:

$$\begin{aligned} x\,frs &= 1000frs \\ 218‘89 &= 1000g \text{ finos} \\ 31‘1 &= 1 \text{ onza fina} \\ 37 &= 40 \text{ Standart} \\ 1 &= 47‘125 \text{ dineros} \\ 240 &= 26‘12frs. \end{aligned}$$

$$x = \frac{1000\times1000\times40\times47‘125\times26‘12}{218‘89\times31‘1\times37\times240} = 814‘52.$$

$$1000 - 814‘52 = 185‘48 \text{ por } 1000 \text{ de pérdida.}$$

El autor cuyo razonamiento acabamos de seguir encuentra, en virtud de los datos por él establecidos, 185‘53 por 1000, valor que, como se ve, únicamente excede en 0‘05 al que acabamos de encontrar, y como consecuencia de la resolución deduce que, cotizándose la plata en París á 154°/$_{oo}$ de pérdida, «desistiremos de realizar la operación por *no* convenirnos.»

Resolución por nuestras fórmulas:

$$V_k = \frac{47‘125.26‘12}{6‘90497} = 178‘27frs,$$

precio de compra en Londres del *kg* fino;

$$E = 218‘89.\frac{1000-154}{1000} = 218‘89.0‘846 = 185‘18frs,$$

precio de venta en París;
de donde nosotros deducimos que *sí* conviene la operación, pues nos parece evidente ofrecerá ventaja comprar á 178‘27*frs* y vender á 185‘18 la misma unidad.

Ambos resultados son idénticos, porque el cálculo de los precios determinados da, para la compra de la plata,

$$218‘89 - 178‘27 = 40‘62$$

de pérdida en el término fijo que sirve de base á la cotización, y 40'62 es, de 218'89, el

$$\frac{40'62.1000}{218'89} = 185'56 \text{ por } 1000$$

de pérdida, que sólo se diferencia del de la conjunta, suponiendo que lo fuese, en 0'08, á causa de que el denominador 6'90497 de nuestra fórmula es mucho más aproximado que la relación 31'1g=1 onza, la cual, multiplicada por los demás factores, puede originar errores, en otros casos, de mucha más consideración.

Lo opuesto de ambas consecuencias proviene únicamente de que existen dos medios de llegar al resultado, sea cual sea el método que se emplee; calcular los precios determinados, ó el tanto por 1000 de pérdida, y el empeño de escribir equivalencias, conduce á la mayoría de los *prácticos* á seguir el más difícil, largo, inexacto y oscuro, como lo prueba la facilidad que existe de equivocarse al sacar la consecuencia, tomando lo que es pérdida para la plata como pérdida para el especulador.

Todo esto suponiendo que las palabras transcritas no provengan de una errata de imprenta, pues donde dice «desistiremos de la operación por *no* convenirnos», tal vez escribió el autor «*no* desistiremos de la operación por convenirnos», y suponiendo también que los equivocados no seamos nosotros, á pesar de que, aun colocándonos bajo el punto de vista del autor, nos parezca no puede nadie dudar de que, si la plata comprada en Londres resulta á 185‰ de *pérdida*, expresando su precio en igual forma que en París, y en éste se cotiza á 154‰, también de *pérdida*, con relación á la base de 218'89*frs*, está más barata en el primer punto que en el segundo, y, por lo tanto, conviene realizar la operación.

V. — Arbitrajes sobre mercaderías.

210. No es fácil, según sabemos, reemplazar los valores comerciales por los públicos en el pago de deudas y cobro de créditos, pero es posible con alguna frecuencia; sustituirlos por materias de oro y plata no amonedadas, es bastante más difícil; efectuarlos con mercaderías puede considerarse como un caso

tan raro, que sólo en los países más atrasados tiene aún lugar, constituyendo una verdadera excepción en los que se hallan dentro de la esfera del progreso y la civilización moderna.

Si ocurriese, sin embargo, con el procedimiento expuesto al resolver el problema del párrafo 66 y lo dicho al estudiar el trueque de mercaderías (83), habría más que suficiente para calcular la cantidad que debía entregarse ó recibirse en compensación de otra, y aun de cierto numerario, eligiendo también el medio más conveniente de realizarlo, sin más que la repetición de cálculos análogos.

El verdadero arbitraje sólo tiene, pues, lugar, no cuando se trata de reemplazar por mercaderías los valores comerciales, sino, por el contrario, cuando hay que combinar unas con otros, para saber los precios á que aquéllas resultan en virtud de los cambios y forma de hacer el pago, lo cual, por consiguiente, no es más que el conjunto de dos cuestiones íntimamente relacionadas entre sí, hasta el punto de formar una sola, pero que ya se saben resolver: la determinación del importe total de la compra ó venta que quiere efectuarse, ó solamente del precio á que resultarán las mercaderías en virtud de los gastos generales que deban modificarlo, y la del nuevo valor que uno ú otro adquieran por la forma de realizar el pago.

Para lo primero es preciso conocer las *relaciones que existan entre las unidades de medida* de las plazas en que las compras y ventas se efectúen, y los gastos generales de *transporte*, *aduanas, seguro y comisión* si los hay, y *cuantas circunstancias puedan contribuir á alterar el primitivo precio* de la mercadería, que como es natural, constituye el dato más importante; lo segundo exige, según sabemos, el conocimiento de las *relaciones entre las monedas en que deba hacerse el pago*, ó por lo menos entre las unidades de cuenta de ambas plazas, *curso del cambio*, *corretaje* y *comisión*, *timbre*, *correo* y demás *gastos análogos*.

La principal diferencia que ofrecen estos arbitrajes y los anteriores, sólo consiste, por tanto, en el *mayor número de datos* que será necesario tener en cuenta y en hallarse entre éstos las *unidades de medida*, que jamás intervienen en los arbitrajes de banca y fondos públicos, aunque sí en los de materias de oro y plata, que no son más que una especie particular de mercaderías.

El cálculo, por lo tanto, será generalmente más largo y pesado, exigiendo relaciones que no suelen saberse de memoria, ni quizás sea tan fácil hallar, como los precios de cotización del papel y metales finos, pero no ofrecerá diferencia fundamental con los precedentes, y cuantos procedimientos se han expuesto hasta aquí servirán para llegar al resultado, siendo constantemente preferidos: un detenido *análisis* de la cuestión que permita ejecutar una á una todas las operaciones sin perjuicio de aplicar cuando se pueda las *fórmulas* conocidas que las abrevien y faciliten, y sobre todo el enlace de todas las relaciones por medio de una *conjunta* que permitirá indicarlas, y será ventajosa en ocasiones, á pesar de sus muchos y graves inconvenientes.

Nada nuevo enseñará un ejemplo; pero como en los arbitrajes de banca y fondos públicos prescindimos de los gastos accesorios para presentarlos con más claridad, y en los de materias de oro y plata solo introdujimos el cambio, terminaremos resolviendo otro que, por contenerlos en mayor número, pueda presentar un carácter general capaz de disipar cualquier duda.

PROBLEMA.—Un viajante de comercio ofrece á un negociante en géneros ultramarinos de Madrid, en nombre de la casa que representa, toda la manteca de Holanda que necesite, de superior calidad, á 3*pts* *kg* al contado, pagados todos los gastos.

El comerciante averigua, consultando precios y tablas, que una Compañía holandesa la vende á 24 dineros antiguos libra; que la libra de Holanda era $\frac{5}{6}$ % más pequeña que la francesa, compuesta de 9216 granos, siendo 18827 de éstos equivalentes á 1*kg*; que la citada Compañía concede un descuento de 4% sobre el importe de la compra, haciendo el pago al contado; pero que hecha esta rebaja aumenta un 2‰ para los pobres; que los gastos de transporte, aduana, etc., ascienden á 4% pagándolos la Compañía, que para reintegrarse, gira á la vista el importe total.

Estando el cambio de Amsterdán sobre Madrid á 2'25 *florines* por 5*pts*, y suponiendo equivalente el florín á 40 dineros antiguos de Holanda, ¿convendría admitir la proposición del viajante, ó hacer directamente los pedidos?

Resolución más usual:

$$\begin{aligned} x\ pts &= 1kg \\ 1 &= 18827 \text{ granos franceses} \\ 9216 &= 1 \text{ libra francesa} \\ 100 &= 99\tfrac{1}{6} \text{ holandesas} \\ 1 &= 24 \text{ dineros antiguos} \\ 100 &= 96 \text{ (por el descuento)} \\ 1000 &= 1002 \text{ (para los pobres)} \\ 100 &= 104 \text{ (por gastos)} \\ 40 &= 1 \text{ florín} \\ 2{`}25 &= 5pts. \end{aligned}$$

$$x = \frac{18827.99\,\frac{1}{6}.24.96.1002.104.5}{9216.100.100.1000.100.40.2{`}25} = 2{`}70pts.$$

Resolución por análisis, indicando todas las operaciones antes de efectuarlas:

$1kg$ es igual á 18827 granos, ó $\frac{18827}{9216}$ libras francesas, que equivaldrán á $\frac{18827}{9216}\cdot\frac{99\frac{1}{6}}{100}$ holandesas; y valiendo cada una 24 dineros antiguos, ó $\frac{24}{40}$ de florín, ese número valdrá

$$\frac{18827}{9216}\cdot\frac{99\frac{1}{6}}{100}\cdot\frac{24}{40}$$

florines, expresión que, disminuída en su 4%, pagando al contado, aumentando la diferencia en $2‰$ ó $0{`}2\%$ para los pobres y el resultado en 4% de gastos, se convierte en

$$\frac{18827}{9216}\cdot\frac{99\frac{1}{6}}{100}\cdot\frac{24}{40}\cdot\frac{96}{100}\cdot\frac{100{`}2}{100}\cdot\frac{104}{100}$$

florines, que al cambio de 2‘25 por $5pts$, ó $\frac{5}{2{`}50}\ pts$ por florín, adquirirá un valor definitivo

$$x = \frac{18827}{9216}\cdot\frac{99\frac{1}{6}}{100}\cdot\frac{24}{40}\cdot\frac{96}{100}\cdot\frac{102{`}2}{100}\cdot\frac{104}{100}\cdot\frac{5}{2{`}25} = 2{`}70pts.$$

Le conviene, pues, más al comerciante hacer el pedido directamente, ya que siendo sólo de 0'25 de *pt* el nuevo gasto de franqueo, que probablemente será insignificante con relación al total, le saldrá de este modo cerca de 3—2'70=0'30 de *pt* más barata.

Obsérvese que, aunque el análisis parece más largo, porque en la resolución por equivalencias nos hemos limitado á escribirlas, para esto es indispensable efectuarlo de todos modos, sin que en cambio sea necesario detallar, como hemos detallado después, los valores parciales que, en virtud de cada dato ó condición, correspondan á la incógnita; pues lo que debe hacerse en la práctica es ir escribiendo los números conocidos en numerador ó denominador, para tener desde luego el definitivo, según se hizo al aplicar el método de reducción á la unidad (63), cuando alguna regla ó fórmula conocida no permita, desde luego, encontrar el total, ó parte de él, con más rapidez aún.

Siendo común el análisis á los dos procedimientos, la escritura de las equivalencias es, por lo menos, inútil.

De todos modos, hemos estudiado hasta el presente las diferentes clases de efectos que en el mundo comercial son objeto de compras y ventas; los distintos modos de efectuar los pagos, expresar los precios y calcular las ganancias ó pérdidas; las combinaciones numéricas á que el verdadero Comercio da lugar; los procedimientos generalmente seguidos, y los que pueden seguirse, sin descuidar su comparación, para que sea posible, en cada caso, escoger los más exactos, breves, claros y seguros.

Es hora, pues, de entrar en la otra esfera de la especulación mercantil, ampliando los conocimientos hasta aquí adquiridos en los pocos casos en que, por su íntima relación con el Comercio, nos hemos visto obligados á tratar, aprendiendo á resolver ciertas cuestiones, cuyo último resultado es igualmente una ganancia ó pérdida, pero sin que sea preciso efectuar ninguna compra ni venta.

FIN DE LOS CÁLCULOS MERCANTILES ELEMENTALES

APÉNDICE

CUENTAS CORRIENTES CON INTERES

En el párrafo 167 resumimos en pocas palabras cuanto se refiere al cálculo de las cuentas corrientes con interés, en razón á que su detalle, como todos los pormenores que puedan darse sobre la manera especial de ir formando cualquier *cuenta* el comerciante, banquero ó dependiente encargado de la *Contabilidad*, pertenecen á la enseñanza de esta asignatura y á la de *Prácticas de Comercio*; pero la relación que esta clase de cuentas tiene con las Operaciones comerciales, la frecuente necesidad de su formación y la conveniencia de que todos conozcan los principales métodos de calcularlas, nos obligan, cumpliendo el ofrecimiento que en el Prólogo de esta obra hicimos, á entrar ahora en esos detalles, sobre todo en cuanto se relacionan con las operaciones de Cálculo.

Prescindiendo, pues, en lo posible, de la cuestión de forma, trataremos de que se comprendan los diferentes procedimientos que suelen seguirse, empezando por los más comunes, para lo cual supondremos que los banqueros Ordóñez y C.ª son los que han de formar la cuenta de Santiago Pérez, que, según es costumbre, supondremos ha de cerrarse el 31 de Diciembre, con arreglo á los siguientes datos:

1.º El 3 de Abril, Ordóñez y C.ª, han entregado á S. Pérez 10000*pts.*

2.º El 14 de Abril, S. Pérez ha remitido á Ordóñez y C.ª una letra de 4500*pts*, pagadera á su orden en 16 de Junio.

3.º El 2 de Junio, Ordóñez y C.ª entregan á S. Pérez 2600*pts.*

4.° El 11 de Agosto giran contra el mismo por valor de 8720*pts*.

5.° El 29 del mismo mes, S. Pérez remite á Ordóñez y C.ª un efecto de 600*pts* que debe cobrarse el 28 de Septiembre.

6.° El 4 de Octubre, Ordóñez y C.ª pagan, por cuenta de S. Pérez, 1800*pts*.

7.° El 18 del propio mes, S. Pérez remite á Ordóñez y C.ª un efecto de 1100*pts*, pagadero á su orden el 6 de Noviembre.

8.° El 15 de Noviembre, Ordóñez y C.ª entregan á S. Pérez 3000*pts*.

9.° Según el convenio establecido entre ambos, los valores dados por Ordóñez y C.ª devengan un interés de 5% anual, y los entregados por S. Pérez el de $4\frac{1}{2}$%.

I. — Método hamburgués.

211. El método HAMBURGUÉS, que también se llama POR ESCALAS, aunque no el más usado en nuestro país, donde sólo se conoce con este nombre una de sus formas especiales y particulares, es, sin embargo, el más lógico y el que naturalmente se desprende del análisis de la cuestión propuesta, pues consiste en *hacer el cálculo de los intereses, siguiendo una á una las variaciones del capital que se acredita ó adeuda.*

Estos intereses pueden calcularse por *cualquiera de los métodos conocidos*, y lo más conveniente será casi siempre hacerlo por el de partes alícuotas; pero generalmente se determinan por el de divisores fijos, que permite, según veremos, una nueva abreviación, aunque, por el pronto, prescindiremos de ella, para hacer más comprensible el razonamiento.

212. Observemos, ante todo, que las fechas de las remesas nada influyen en estos intereses, puesto que las cantidades correspondientes no se hallan en poder de cada persona hasta las de los vencimientos, que serán aquellas en que el capital de cada una aumentará ó disminuirá.

Fijándonos, pues, en éstas para el cálculo de aquéllos, y analizando el enunciado de la cuestión, tendremos que:

Del 3 de Abril al 16 de Junio, suponiendo el año corriente, 1889, van 74 días, durante los cuales las 10000*pts* dadas por Ordóñez y C.ª devengan el interés de 5%, cuyo valor será (158)

10000.74=740000, dividido por el divisor fijo 36000:5=7200, operando con el año comercial, es decir, 102'77*pts* que deberá por intereses S. Pérez.

El 16 de Junio queda esa deuda disminuída en 4500*pts*, reduciéndose á 10000—4500=5500, que devengarán igual interés hasta el 2 de Julio, ó sea durante 16 días, interés que será igual á (5500.16):7200=88000:7200=12'22, que también deberá S. Pérez.

La propia deuda de éste se aumenta dicho día en 2600*pts*, siendo de 5500+2600=8100 durante los 40 días que median entre el 2 de Julio y el 11 de Agosto, y lo que ha de pagar por intereses crece también, por lo tanto, en

$$(8100.40):7200 = 324000:7200 = 45 pts.$$

La remesa de 11 de Agosto extingue la deuda de 8100, y aún quedan á favor de S. Pérez 8720—8100=620*pts*, que al $4\frac{1}{2}$ %, durante los 48 días transcurridos hasta 28 de Septiembre, son 620.48=29760, que, dividido por el divisor fijo

$$36000:4\frac{1}{2} = 8000 \quad \text{(Tabla XIV)},$$

da 3'72*pts* para valor de los intereses que corresponden á dicho S. Pérez.

Del 28 de Septiembre al 4 de Octubre van 6 días, durante los cuales corresponderán al mismo los intereses de

$$620 + 600 = 1220 pts,$$

que serán

$$(1220.6):8000 = 7320:8000 = 0'91 pts.$$

Este último día vuelve S. Pérez á ser deudor de Ordóñez y Compañía por 1800—1220=580*pts*, hasta que transcurren 33 días y se llega al 6 de Noviembre; los intereses que por este concepto adeudará, serán, pues,

$$(580.33):7200 = 19140:7200 = 2'65 pts.$$

Vuelve á extinguir su deuda el 6 de Noviembre y aún quedan á su favor 1100—580=520*pts*, que hasta el 15 del propio mes, es decir, durante 9 días, le devengan de interés

$$(520.9):8000 = 4680:8000 = 0'58\,pts.$$

Por último, del 15 de Noviembre al 31 de Diciembre, ó sea durante 46 días, vuelve á ser deudor de Ordóñez y C.ª por 3000—520=2480*pts*, adeudando, por consiguiente, en concepto de intereses (2480.46):7200=114080:7200=15'84*pts*.

Resumiendo se tendrá, pues:

Suma de intereses debidos por S. Pérez en 31 de Diciembre:

$$102'77 + 12'22 + 45 + 2'65 + 15'84 = 178'48\,pts.$$

Suma de intereses que se le deben:

$$3'72 + 0'91 + 0'58 = 5'21\,pts.$$

Diferencia á favor de Ordóñez y C.ª:

$$178'48 - 5'21 = 173'27\,pts.$$

Suma de valores entregados por éstos:

$$10000 + 2600 + 1800 + 3000 = 17400.$$

Suma de valores entregados por S. Pérez:

$$4500 + 8720 + 600 + 1100 = 14920.$$

Total debido por éste:

$$17400 + 173'27 - 14920 = 2653'27\,pts.$$

Ahora bien; *lo que pertenece á una persona*, constituye su CRÉDITO; *lo que adeuda*, su DÉBITO; la *operación de adicionar los valores del crédito y del débito y restar de la suma mayor la menor*, se llama BALANCE, y la *diferencia que resulta*, SALDO.

Marcando las diferencias parciales con las iniciales C y D del crédito y débito, según correspondan á uno ú otro, las operaciones efectuadas pueden resumirse y disponerse así:

Vencimientos.	Capitales.		Días.	Intereses.	
				D	*C*
1889					
3 de Abril.	*D*	10000	74	102'77	
16 de Junio.	*C*	4500			
	D	5500	6	12'22	
2 de Julio.	*D*	2600			
	D	8100	40	45	
11 de Agosto.. . . .	*C*	8720			
	C	620	48		3'72
28 de Septiembre. .	*C*	600			
	C	1220	6		0'91
4 de Octubre. . . .	*D*	1800			
	D	580	33	2'65	
6 de Noviembre.. .	*C*	1100			
	C	520	9		0'58
15 de Noviembre.. .	*D*	3000			
	D	2480	46	15'84	
Intereses.	*D*	173'27		178'48	5'21
Saldo..	*D*	2653'27			

213. Hemos escrito los intereses para hacer patente que cualquiera de los métodos por los cuales pueden calcularse, es aplicable á las cuentas corrientes; pero empleando el de los divisores fijos se abrevia el procedimiento según indicamos, no escribiendo más que los productos de los capitales por los días, es decir, los numeradores de las fracciones que los determinan, porque como luego han de sumarse los del Débito y el Crédito, basta dividir cada suma por el divisor fijo correspondiente para tener el interés final, según demostramos al ocuparnos de la abreviación de Thoyer, en el cálculo de los boletines de descuento (170).

Lo que, por tanto, se hace en la práctica, es lo siguiente:

Suma de los *números* (161) del Débito:

$$740000 + 88000 + 324000 + 19140 + 114080 = 1285220.$$

Suma de los del Crédito:

$$29760 + 7320 + 4680 = 41760$$

Intereses del Débito.	1285220:7200 =	178'50
Intereses del Crédito.	41760:8000 =	5'22
Saldo correspondiente al Débito.		173'28

Esta abreviación, como se ve, es aún ventajosa para la exactitud del resultado, porque no se acumulan los errores de cada sumando; pero los prácticos suelen anular esta ventaja *suprimiendo las dos últimas cifras de los números comerciales y del divisor fijo,* con lo cual dicen no se altera el valor del cociente, sin tener en cuenta que esto sólo es cierto cuando dichas cifras son ceros. (T. I, 234. Esc.)

Aplicando esta nueva abreviación al ejemplo que nos ocupa, tendríamos:

$$7400 + 880 + 3240 + 191 + 1140 = 12851$$

$$297 + 73 + 46 = 416$$

	12851:72 =	1 7 8'5 0
	416:80 =	5'2 0
Saldo.		1 7 3'3 0

resultado erróneo en 0'02, á pesar de ser el minuendo igual y no concurrir más que tres números á la formación del sustraendo.

Suele ocurrir, en las cuentas corrientes, que *alguno de los vencimientos es posterior á la fecha de la liquidación* ó cierre de la cuenta, como sucedería, por ejemplo, si á los supuestos anteriores añadiéramos el de que en 20 de Noviembre hubiese remitido S. Pérez una letra de 1500*pts* que no debiera cobrarse hasta el 20 de Febrero de 1890.

Escribiendo esta cantidad como crédito de S. Pérez, se calcularían de más á su favor los intereses correspondientes á los 51 días que median entre el 31 de Diciembre y el 20 de Febrero; luego *deberían calcularse también estos intereses*, ó el número correspondiente, y *restarlos del Crédito* de S. Pérez, *ó añadirlos*, como suele hacerse, *al Débito*, puesto que, para el saldo definitivo, lo mismo da restarlos del minuendo que agregarlos al sustraendo. (T. I, 175, 2.° y 3.°)

Finalmente, *si el interés fuera recíproco*, ó igual para unos y otros capitales, podrían *restarse las sumas de números y dividir por el divisor fijo correspondiente al tanto común*, para tener el saldo de intereses, ya que á minuendo y sustraendo correspondería igual denominador; pero en este caso, y en los países del Mediodía de Europa, suelen más bien emplearse los dos procedimientos que inmediatamente vamos á exponer.

II. — Método directo.

214. Este segundo método, preferido por la generalidad de nuestros prácticos, y que también se llama ANTIGUO ó de MARCHA PROGRESIVA, consiste en *calcular los intereses*, *multiplicando cada capital por los días que faltan desde el de vencimiento hasta el de la liquidación, restar las sumas correspondientes al Débito y al Crédito, y dividir la diferencia por el divisor fijo que corresponda al tanto de interés convenido.*

El resultado será, efectivamente, igual al obtenido por análisis en el método hamburgués, como vamos á demostrar, suponiendo que a es un valor dado por Ordóñez y C.ª, b el entregado por S. Pérez, N y n los días que median desde los respectivos vencimientos hasta aquel en que la cuenta debe cerrarse, y D el divisor fijo correspondiente al tanto.

El saldo de intereses, calculado por el método hamburgués, sería

$$\frac{a(N-n)}{D} + \frac{(a-b)n}{D}, \text{ ó bien } \frac{a(N-n)}{D} - \frac{(b-a)n}{D},$$

según fuera $a>b$ ó $a<b$, ya que el número de días comprendidos entre la entrega de Ordóñez y C.ª y la de S. Pérez sería $N-n$, y efectuando las operaciones indicadas en cualquiera de las dos expresiones, resultará

$$\frac{aN}{D} - \frac{an}{D} + \frac{an}{D} - \frac{bn}{D} = \frac{aN}{D} - \frac{bn}{D} = \frac{aN-bn}{D};$$

lo cual demuestra la identidad del saldo, y la posibilidad, por tanto, de aplicar la regla enunciada al definir este método, puesto que aN y bn son los productos de los capitales por los días comprendidos entre el vencimiento de cada una y el cierre de la cuenta.

Obsérvese, sin embargo, que la demostración se funda en la igualdad de valores de los términos $-\frac{an}{D}$ y $+\frac{an}{D}$, uno de los cuales pertenece al Débito, y el otro al Crédito; de manera que, si el tanto de interés, y, por consecuencia, el valor de D, no fuese igual, los resultados de ambos métodos serían distintos.

El directo no es, por lo tanto, aplicable más que al caso en que el interés sea recíproco, y suponiéndole 5°/₀ en el ejemplo anterior daría origen á las siguientes operaciones:

De 3 Abril á 31 Diciembre,	272 días. .	10000.272	=	2720000
De 2 Julio » »	182 » . .	2600.182	=	473200
De 4 Oct. » »	88 » . .	1800. 88	=	158400
De 15 Nbre. » »	46 » . .	3000. 46	=	138000
	Suma de números del Débito.			3489600
De 16 Junio á 31 Diciembre,	198 días. . .	4500.198	=	891000
De 11 Agt. » »	142 » . . .	8720.142	=	1238240
De 28 Sbre. » »	94 » . . .	600. 94	=	56400
De 6 Nbre. » »	55 » . . .	1100. 55	=	60500
	Suma de números del Crédito.			2246140

$$(3489600 - 2246140):7200 = 1243460:7200 = 172{'}70,$$

saldo de intereses que, combinado con el de capitales, como en el método anterior, nos daría el definitivo (212)

$$17400 + 172{'}70 - 14920 = 2652{'}70 \mathit{pts},$$

0'57 más pequeño que el 2653'27, correspondiente al caso en que el interés no fuera recíproco.

Siendo costumbre práctica, según dijimos, suprimir dos cifras de la derecha de los números y del divisor fijo, y además dividir la cuenta en dos partes para escribir á la izquierda bajo la palabra DEBE *cuanto pertenece al Débito* y á la derecha, que se encabeza con la HABER, *todo lo que es Crédito*, las operaciones anteriores pueden disponerse así:

DEBE	Vencimientos.	Capitales.	Días	Números.	Vencimientos.	Capitales.	Días	Números.	HABER
	1889				**1889**				
	3 Abril.	10000	272	27200	16 Junio.	4500	198	8910	
	2 Julio.	2600	182	4732	11 Ag. . .	8720	142	12382	
	4 Octubre. . .	1800	88	1584	28 Sbre..	600	94	564	
	15 Noviembre.	3000	46	1380	6 Nbre.	1100	55	605	
	Intereses $\frac{12435}{72}$	172'70		34896		14920		22461	
		17572'70		22461					
		14920		12435					
	Saldo.	2652'70							

Escolio.—Debemos advertir una vez más que los modelos que presentamos son modelos de *Cálculo*, es decir, de disposición práctica de las operaciones, pero no modelos de *Contabilidad*, pues en ésta es costumbre suprimir algunas de las sumas y diferencias que hemos incluido para facilitar la comprensión, las cuales se hacen aparte, agregando en cambio algunos otros números que sólo sirven para comprobar los resultados, asi como varias columnas en las que á veces se detalla el carácter de cada partida, siendo también frecuente dedicar una especial al año, á los meses, á los días, á las fechas de entrada, á los céntimos, etc., cerrar la cuenta con palabras convencionales y atenerse, en fin, á multitud de particularidades variables, no sólo con la costumbre de la plaza en que se efectúan las operaciones, sino también según el gusto y criterio de cada cual, particularidades que, por lo mismo que son variables, en nada afectan á la cuestión aritmética.

Esto mismo nos impide enunciar, como hacen generalmente los autores, reglas de carácter fijo, sólo aplicables á determinado criterio, obligándonos á exponer únicamente las que se refieren á la esencia de cada procedimiento, haciendo resaltar sus diferencias y demostrando la identidad de los resultados.

215. Cuando alguno de los vencimientos es posterior á la fecha de la liquidación, ya sabemos que *si el correspondiente número comercial pertenece al Crédito, debe escribirse en el*

Débito ó al contrario; *pero* al aplicar el método directo en que cada uno de esos conceptos tiene su parte de cuenta, se escriben *también en la que les corresponde por su origen*, teniendo cuidado de hacerlo *con distinto carácter de letra ó tinta*, que haciéndolos resaltar, no permita se confunda con los que han de sumarse prescindiendo de ellos.

Lo frecuente que es escribirlos con tinta encarnada hace que se llamen NÚMEROS ENCARNADOS los *procedentes de vencimientos posteriores á la fecha del cierre.*

Si hay números encarnados en el Débito y en el Crédito, puede hacerse su balance *separadamente, escribiendo el resultado con carácter y tinta natural en la parte á que corresponda la menor suma.*

Con el fin de que se comprenda el modo de operar con ellos en la práctica y de que no pueda ofrecer dificultad ni la fecha del cierre, cualquiera que sea, ni la del año, resolveremos otro ejemplo suponiendo 6°/₀ el interés recíproco y que la cuenta quiera cerrarse el 31 de Octubre del año *bisiesto* 1888, con arreglo á los siguientes datos:

1.° El 11 de Enero pagaron Ordóñez y C.ª 1500*pts* por orden de Santiago Pérez.

2.° El 19 de Febrero le entregaron 2000*pts*.

3.° El 28 del propio mes S. Pérez remitió á los banqueros diversos valores de comercio, que sumaban en conjunto 3140 *pts*, cobrables en 31 de Marzo.

4.° El 11 de este mes les remitió otro de 850*pts*, cuyo vencimiento era el de 15 de Abril.

5.° El día 8 de éste pagaron los banqueros una letra de 2640*pts* girada contra ellos por S. Pérez.

6.° El 19 de Mayo, Ordóñez y C.ª giraron á su vez contra S. Pérez por valor de 3000*pts*.

7.° El 4 de Junio le entregaron 4600*pts*.

8.° El 17 de Julio pagaron por su orden 400*pts*.

9.° El 6 de Agosto, S. Pérez les remitió una letra de 1850 *pts* para que la cobraran el 30 de Septiembre.

10. El 29 de aquel mismo mes otra de 680*pts* que debía ser pagada á los 3 meses.

11. El 15 de Septiembre remitieron á S. Pérez un pagaré de 1000*pts* para que lo cobrase el 31 de Diciembre.

12. El 12 de Octubre les envió dos letras S. Pérez, pagaderas á la orden de Ordóñez y C.ª, el 12 de Enero, una de 900*pts* y otra de 480.

Según lo dicho anteriormente, podría resumirse el cálculo de este modo:

DEBE	Vencimientos.	Capitales.	Dias	Números.	Vencimientos.	Capitales.	Dias	Números.	HABER
	1888				1888				
	11 Enero. .	1500	294	4410	31 Marzo. .	3140	214	6720	
	19 Feb.. . .	2000	255	5100	15 Abril.. .	850	199	1691	
	8 Abril.. .	2640	206	5438	19 Mayo.. .	3000	165	4950	
	4 Junio.. .	4600	149	6854	30 Sbre. . .	1850	31	573	
	17 Julio. . .	400	106	424	29 Nbre.. .	680	29	**197**	
	31 Dbre.. .	1000	61	**610**	12 Enero. .	1380	73	**1007**	
	Intereses.	148'10		594					
						10900		13934	
		12288'10		22820				22820	
		10900			Diferencia de números.			8886	
	Saldo.. .	1388'10							

Hé aquí ahora el análisis detallado de las operaciones:

De 11 Enero á 31 Octubre (año bisiesto),	294 días. .	1500.294	=	441000
De 19 Feb. » » »	255 » . .	2000.255	=	510000
De 8 Abril » » »	206 » . .	2640.206	=	543840
De 4 Junio » » »	149 » . .	4600.149	=	685400
De 17 Julio » » »	106 » . .	400.106	=	42400
De 31 Oct. » Dbre. »	61 » . .	1000. 61	=	**61000**

Suma de números *negros* del Débito. 22226

prescindiendo, como es costumbre, de las dos últimas cifras.

De 31 Marzo á 31 Octubre,	214 días..	3140.214	=	671960
De 15 Abril » »	199 »	850.199	=	169150
De 19 Mayo » »	165 »	3000.165	=	495000
De 30 Sbre. » »	31 »	1850. 31	=	57350
De 31 Oct. á 29 Nbre.,	29 »	680. 29	=	**19720**
De » » á 12 Enero,	73 »	1380. 73	=	**100740**

Suma de números *negros* del Crédito. . . . . 13934 prescindiendo también de dos cifras, pero aumentando una unidad á la última, aunque en la práctica no sea costumbre hacerlo, para disminuir el gran error que de otro modo se cometería en la suma.

Balance de números *encarnados*

$$197 + 1007 - 610 = 1204 - 610 = 594$$
$$22226 + 594 = 22820; \quad 22820 - 13934 = 8886;$$
$$8886:60 = 148'10.$$

Suma de capitales del Débito.	12288'10*pts.*
Idem íd. del Crédito.	10900 »
Saldo..	1388'10*pts.*

Escolio.—Claro está que, *en lugar de efectuar aparte el balance de números encarnados, se podrían escribir todos con tinta negra en la parte opuesta de la cuenta*, como hemos dicho se hace cuando sólo los hay en una de ellas; pero á nosotros nos parece más sencillo y claro lo que hemos hecho.

Los inconvenientes que, durante mucho tiempo, se han encontrado á este método, consisten en que, para ir efectuando las operaciones á medida que se van escribiendo las partidas, es necesario conocer la fecha del cierre, y que si ésta se varía no parece, á primera vista, que los cálculos hechos puedan utilizarse.

El inconveniente, sin embargo, no lo es más que en apariencia.

Efectivamente; suponiendo que la cuenta quiera liquidarse n días después ó antes de la fecha primitivamente acordada, y que en el momento de cerrarla sea S el saldo de capitales, que podremos hallar *sumando las columnas de ambas partes de la cuenta y restando de la mayor suma la menor*, toda la dificultad consistirá en que los intereses $\frac{Sn}{D}$ de dicho saldo provisional se tendrán que añadir ó quitar al minuendo, ó bien, si no se quiere efectuar la resta en el segundo caso, agregarlos al sustraendo, lo que evidentemente será lo mismo.

Los cálculos hechos podrán, pues, utilizarse sin más que *determinar*, antes de cerrar la cuenta, *el saldo de capitales, multiplicarlo por los días de diferencia entre ambas fechas*, y *escribir el producto en la columna de números correspondiente á la mayor ó menor suma de capitales, según que la nueva fecha sea posterior ó anterior á la primitiva,* sin que en lo demás se diferencien en nada las operaciones que han de hacerse para encontrar el saldo definitivo.

III. — Método indirecto.

216. Ese inconveniente, tan fácil de salvar, fué, no obstante, la causa de que el banquero francés Laffite propagase otro procedimiento, que por esta causa lleva su nombre, y á que también se llama método INDIRECTO, MODERNO ó de marcha RETRÓGRADA, el cual consiste en *tomar como punto de partida una fecha cualquiera que no sea posterior al primer vencimiento, y contar los días desde ella hasta los respectivos vencimientos de cada partida; calcular los números comerciales como en el método antiguo; hacer un balance preparatorio de capitales al ir á cerrar la cuenta; multiplicar su resultado por el número de días que medien, desde la época fija, hasta el día de la liquidación; escribir el producto en la columna de números que corresponda á la parte de la suma menor; efectuar el de la suma de números, para deducir los intereses, que se deberán escribir también en la parte de cuenta á que el balance de números corresponda, y determinar, por último, el saldo definitivo*, como en el método *anterior*.

Para demostrar que el resultado será el mismo, supongamos que a y b sean los valores escritos en el Débito y Crédito, siguiendo el método directo, y m, n los respectivos días comprendidos entre sus vencimientos y el cierre de la cuenta.

Los números correspondientes serán am y bn; su balance $am-bn$, suponiendo que el Débito supera al Crédito y esta diferencia, dividida por el divisor fijo correspondiente al tanto de interés, dará los que deben agregarse al Débito para efectuar enseguida el definitivo balance que produce el saldo.

Llamando ahora m' á los días comprendidos entre la época arbitraria elegida para la aplicación del nuevo método y el vencimiento del valor a; n' á los correspondientes al valor b, y N á los comprendidos entre dicha época y el cierre de la cuenta, tendremos

$$m+m'=n+n'=N.$$

Ahora bien, el balance preparatorio de capitales será $a-b$, en el supuesto $a>b$, y el correspondiente número comercial ó producto por los días $(a-b)N$, que se deberá escribir en el crédito, según el supuesto hecho y la regla enunciada; luego el balance de números dará, si $bn'>am'$,

$$\begin{aligned}(a-b)N + bn' - am' &= aN - bN + bn' - am' \\ &= a(N-m') - b(N-n');\end{aligned}$$

y como por la primer igualdad

$$N - m' = m, \quad \text{y} \quad N - n' = n,$$

resultará, por último, sustituyendo

$$am - bn,$$

es decir, que el balance será el mismo que por el método antiguo, y por consiguiente, los intereses y el saldo definitivo.

En la práctica conviene tomar como punto de partida *la fecha del primer* vencimiento, que *evita la formación del primer producto* y nunca una posterior, que volvería á exigir la introducción de números encarnados ó negativos.

Apliquemos este método al ejemplo último.

Números del Débito:

De 11 Enero á 11 Enero,	0 días. . . .	1500. 0 =	0
De » » á 19 Feb.,	39 »	2000. 39 =	78000
De » » á 8 Abril,	88 »	2640. 88 =	232320
De » » á 4 Junio,	145 »	4600.145 =	667000
De » » á 17 Julio,	188 »	400.188 =	75200
De » » á 31 Dbre.,	355 »	1000.355 =	355000
		12140	14075

suprimiendo dos cifras de la derecha.

Números del Crédito:

De 11 Enero á 31 Marzo,	80 días	3140. 80 =	251200
De » » á 15 Abril,	95 »	850. 95 =	80750
De » » á 19 Mayo,	129 »	3000.129 =	387000
De » » á 30 Sbre.,	263 »	1850.263 =	486550
De » » á 29 Nbre.,	323 »	680.323 =	219640
De » » á 12 Enero (1889),	367 días.	1330.367 =	506460
		10900	19315

suprimiendo también dos cifras, pero aumentando una unidad á la última para disminuir el error, aunque repetimos que en la práctica no se acostumbra hacer así.

Balance preparatorio de capitales,

$$12140 - 10900 = 1240 pts.$$

De 11 de Enero á 31 de Octubre, 294 días,

$$1240.294 = 364560, \quad \text{ó bien} \quad 3646.$$

Balance de los números

$$19315 + 3646 - 14075 = 22961 - 14075 = 8886,$$

como en el método directo.

Los intereses serían también, por lo tanto, dividiendo por 60, 148'10; el saldo 1388'10, y las operaciones se podrían disponer *de un modo análogo*, que creemos inútil repetir.

IV. — **Método de los saldos.**

217. La mayoría de los autores nacionales suelen presentar modelos de este método, suponiendo es distinto de los anteriores; pero si se prescinde de la cuestión de forma, que en nada afecta al procedimiento, el método de los SALDOS no es otra cosa que el *hamburgués*, tal como lo aplicamos, ante todo, al primer ejemplo.

Más claro: el método HAMBURGUÉS se llama así *en España cuando se escriben los números,* ó productos de los capitales por los días, valiéndose para el cálculo de los intereses de los divisores fijos, procedimiento á que tan aficionados son nuestros calculistas, y se llama DE LOS SALDOS *cuando se escriben dichos intereses*; esto, como se ve, es completamente accidental, y en el extranjero no se hace tal distinción de nombres, que no tiene razón de ser.

La verdadera diferencia estriba, si acaso, en la forma que se suele dar á la cuenta, que, en lugar de ser la indicada en el párrafo 212, consiste en dedicar, además de las columnas de fechas, vencimientos, conceptos, etc., dos para los capitales, encabezadas con las palabras DEBE y HABER, otras dos análogas para los saldos sucesivos, otra para los días, y las dos que allí empleamos para los intereses del Débito y Crédito.

Claro es que, á simple vista, parecerán dos cosas distintas, y aun no dudamos que habrá quien lo crea así; pero nos parece que con lo dicho se comprenderá que, si esa diferencia puede admitirse bajo el punto de vista de la *disposición práctica*, no por eso constituye otro método.

De admitir este absurdo, tendríamos un número infinito de métodos, siendo, como es, evidente que, aun empleando idéntico cálculo é igual fundamento, la forma de disponer la cuenta puede variarse de indefinidas maneras.

Si hablamos de este método en particular, no es, por lo tanto, porque sea desconocido ó distinto, sino para hacer resaltar la ventaja de escribir los intereses, en vez de los productos de los capitales por los días.

Esta ventaja consiste, además de la que desde luego tiene el método hamburgués sobre el directo y el indirecto, que exigen reciprocidad de intereses, en que, si éstos son VARIABLES, por *cambiar el tanto por* 100 *acordado durante el período de tiempo que la cuenta abraza*, no hay más remedio, empleando dichos métodos, que *hacer una liquidación ó cierre provisional cada vez que ese tanto varía*, ó, lo que es lo mismo, dividir la cuenta total en tantas parciales cuantos sean los tantos diferentes, mientras que con el llamado método de los saldos, ó sea calculando los intereses para cada valor *saldado* en particular, es del todo indiferente que el tanto sea ó no el mismo que anteriormente, y basta dedicar, al lado de la columna de días, otra que indique los valores de esos tantos, para expresar claramente que el interés ha sido variable, sin necesidad de que la cuenta aparezca dividida en otras varias parciales.

V. — **Métodos y cuentas especiales.**

218. Ya lo dijimos al hablar en general de las cuentas corrientes (67).

Otro de los procedimientos analíticos que se desprende inmediatamente de la sola consideración de los datos en cuya virtud ha de calcularse la cuenta, consiste en *escribir*, no los números necesarios para el empleo de los divisores fijos, ni aun los intereses, sino *los valores que* realmente *tengan los capitales entregados y recibidos al sentarlos en la cuenta*, después de aumentarles ó disminuirles los correspondientes intereses, el beneficio ó daño, si lo hay, las comisiones y los demás gastos que su negociación y cobro exijan.

No es usual este método en la práctica, por lo que no entramos en más detalles, ni sabemos que tenga nombre propio, aunque se le suele llamar *cuenta á una sola columna*, haciendo, como siempre, depender el nombre, no del fondo ó esencia del procedimiento, sino de la forma en que se traslade al papel; esta *sola* columna no es tampoco *sola* más que para los capitales del Débito, por una parte, y los del Crédito por otra.

Dicho nombre se ha originado de la costumbre que algunos, aunque pocos, tienen de calcular los intereses por el procedimiento del divisor constante (162), más ó menos modificado, haciendo después la correspondiente corrección, en cuyo caso escriben en una columna los valores nominales y en otra los efectivos, bien lo sean por su propia naturaleza, bien porque provengan de la negociación de aquéllos.

Los que, atendiendo á la forma, creen también emplear así un método diferente, le llaman *del* 6 *por* 100, á causa de que, según dijimos, es el divisor 6000 el que suele considerarse, aunque lo mismo puede ser otro cualquiera (162).

Ahora que hablamos en general del cálculo de las cuentas, es ocasión de observar que todos los procedimientos particulares estudiados hasta aquí adolecen del mismo defecto: el de suponer siempre el año de 360 días, lo cual ni es legal ni exacto, aun prescindiendo de la anomalía y nuevo error que ya indicamos al combinar ese año comercial con las tablas que sirven para encontrar la diferencia de fechas calculadas para el año de 365 días, días que aún se modifican, según se vió en el segundo ejemplo que resolvimos, cuando es bisiesto el año de que se trata (215).

Si quieren, pues, llevarse las cuentas con la exactitud debida, lo mejor es no emplear las fórmulas directas del interés que originan los procedimientos abreviados, porque la división por 36500, y aun por 365, si se suprimen dos cifras, siempre es pesada, sino partir de la

$$y = cnM$$

de los multiplicadores fijos.

Esta expresión, calculada por logaritmos, se convierte en (T. I, 280, 1.°)

$$\text{Log.}y = \text{Log.}c + \text{Log.}n + \text{Log.}M;$$

cuyo último término es muy fácil de hallar, y aun se puede tener calculado de antemano; el segundo se determinará siempre á simple vista, por no tener n más que una, dos ó tres cifras; y como con el valor del capital sucederá lo propio en la mayoría de los casos, ni siquiera hay que multiplicar los valores de c por los días, y el método, por consiguiente, es tan rápido como cualquier otro, y mucho más exacto, por lo que nos parece deberían acostumbrarse á él los calculistas verdaderamente prácticos.

Otras muchas clases de cuentas existen, como las llamadas con *garantía y crédito*, llevadas en los Bancos en que figuran los valores nominal y efectivo de la garantía depositada en ellos; las que contienen *partidas que no devengan comisión* y se anotan también en columna separada; las que se llevan *por cuenta agena*, en las que es frecuente necesitar dos columnas para expresar los valores en monedas nacionales y extranjeras; las llamadas *en participación*, que deben contener lo recibido de cada partícipe y lo que le corresponda como resultado del negocio al fin de determinado período de tiempo, y otra multitud que con ellas guardan más ó menos analogía, pero que no diferenciándose en nada, por las operaciones y cálculos que exigen de las que hasta aquí hemos considerado, únicamente nos conducirían al estudio de sus formas, perfectamente ageno al objeto que nos hemos propuesto, que es de los Cálculos mercantiles, que vamos á proseguir en el siguiente volumen, dejando á la Contabilidad lo que por completo le pertenece.

FIN DEL APÉNDICE

TABLA PRIMERA

UNIDADES DE TIEMPO

Astronómicas.—Año SIDERAL = 365'256366 días solares = 365 *d*, 6 *h*, 9', 10''1.

ANOMALÍSTICO = 365'259598 días solares = 365 *d*, 6 *h*, 13', 50''.

Día SIDERAL = día solar medio — 3', 55''909 solares, ó — 3', 56''55 siderales.

Armenia. — Calendario *juliano*, pero refiriendo los días y años á la

ERA de su nombre, que principió en 9 de Julio de 552.

China.—Calendario *especial* muy complicado.

AÑO de igual duración que el juliano, pero contados por ciclos de 60 años, subdivididos en otros dos desiguales de 10 y 12 años, cuyo origen se remonta al 2637 antes de nuestra Era, llamados respectivamente *Kan* y *Tchi*, nombres genéricos de los años que comprenden.

Los 10 *Kan* son: *Kia*, *y*, *ping*, *ting*, *von*, *Ki*, *Keng*, *sin*, *gin* y *Koney*.

Los 12 *Tchi: tsé*, *tcheon*, *yn*, *mao*, *tchin*, *ssé*, *on*, *oney*, *chin*, *yeon*, *su* y *hay*.

Escribiendo en dos columnas, y en ese mismo orden, seis veces los *Kan* y cinco los *Tchi*, se tendrán, uniendo los correspondientes nombres de cada una, los de los 60 años que componen el gran ciclo desde el primero *Kia-tsé* hasta el último *Koney-hay*.

El ciclo 76.º empezó el 8 de Febrero de 1863 juliano.

Igual método hay que seguir para la formación de los nombres de sus 29220 *días*, que, como los nuestros, empiezan á media noche.

India.—Eras *de Salibahan* ó *de Tarik-Hanhi*, que empiezan en el equinoccio de primavera de los años julianos 109 y 1555. La segunda es poco usada.

Año solar, compuesto *de* 12 *meses* desiguales, pues comprenden cada uno exactamente el tiempo que el Sol tarda en atravesar, aparentemente, los correspondientes signos del Zodiaco, que previamente calculan los astrónomos.

Años civiles, en que se desprecian las fracciones.

Días, que empiezan á contarse desde la salida del Sol, dividiéndolos en 60 *ghurri*, el ghurri en 60 *pul*, el pul en 6 *pran* y el pran en 10 *Ka*, que corresponden al artificial, asignando á la noche otras tantas partes iguales.

Semanas, compuestas de los siete días: *Adaitié* (que corresponde á nuestro domingo), *Soum*, *Mulgol*, *Baondh*, *Borhusput*, *Chonkur* y *Chénécher*.

Persia. — Era *gelaneauna*, que empezó el 14 de Marzo de 1075.

Años solares *de* 12 *meses*, subdivididos en 30 días, añadiendo al final 5 en los comunes y 6 en los bisiestos de 4 en 4 años, exceptuando uno de éstos de cada 8 intercalaciones.

Carecen de semanas, y cada día tiene su nombre particular.

Siria.—Calendario *juliano*, pero refiriendo los días y años á la

Era *de los Seleucidas*, que hace comenzar el año 313 el 1.° de Septiembre de nuestro año 0.

TABLA II

UNIDADES DE LONGITUD

UNIDADES LLAMADAS DE CASTILLA

Comunes. . . .	LEGUA, subdividida en	20000	pies. . .	= 5'5727 *km.*
	VARA, » »	3	» . . .	= 0'8359 *m.*
	PIE, » »	12	pulgadas	= 2'7864 *dm.*
	PULGADA, » »	12	líneas. .	= 2'3220 *cm.*
	LINEA, » »	12	puntos. .	= 1'9350 *mm.*
	PUNTO.			= 0'16125 »
	PALMO, » »	12	dedos. .	= 2'0898 *dm.*
	DEDO = 0'75 pulgadas.			= 1'7415 *cm.*
Marinas.	LEGUA, subdividida en	3	millas. .	= 5'5671 *km.*
				= 0'05 de grado terrestre.
	MILLA, » »	10	cables. .	= 1'8557 *km.*
	CABLE, » »	111	brazas.	= 1'8557 *Hm.*
	BRAZA = 6 pies.			= 1'6718 *m.*
	CODO = 2 pies y 9 líneas.			= 5'7469 *dm.*
Para terrenos. .	ESTADAL = 4 varas.			= 3'3436 *m.*
Para maderas.	SEXMA = 6 pulgadas.			= 1'3932 *dm.*

La vara de BOLIVIA equivale á 0'8367 *m.*
La del PARAGUAY á 0'85 *m.*

UNIDADES PROVINCIALES

Alava

Alava. . . .	VARA.	= 0'835905	*m.*
Albacete. . .	Id.	= 0'837	»
Alicante. . .	Id.	= 0'912	»
Almería. . .	Id.	= 0'833	»
Avila.	Id.	= 0'835905	»
Badajoz. . .	Id.	Id.	
Baleares. . .	MEDIA CANA. . . .	= 0'782	»
	DESTRE lineal. . .	= 4'214	(para tierras).
Barcelona. .	CANA.	= 0'555	*m.*
Burgos. . . .	VARA.	= 0'835905	»
Cáceres. . .	Id.	Id.	
Cádiz. . . .	Id.	Id.	

Burgos

Canarias.. . .	Id.	= 0'842	*m.*
Castellón.. . .	Id.	= 0'906	»
Ciudad Real. .	Id.	= 0'839	»
Córdoba. . . .	Id.	= 0'835905	»
Coruña.. . . .	Id.	= 0'843	»
Cuba..	Id.	= 0'848	»
Cuenca.. . . .	Id.	= 0'835905	»
Filipinas. . . .	Id.	= 0'8475	»
Gerona.. . . .	Cana.	= 1'559	»
	Hora de camino. .	= 3'761572	*km.*
Granada. . . .	Vara.	= 0'835905	*m.*
Guadalajara. .	Id.	Id.	
Guipúzcoa. . .	Id.	= 0'837	»
Huelva.. . . .	Id.	= 0'835905	»
Huesca.. . . .	Id.	= 0'772	»
	Hora de camino. .	= 4'117	*km.*
Jaén.	Vara.	= 0'839	*m.*
León..	Id.	= 0'835905	»
Lérida.	Media cana.. . . .	= 0'778	»
Logroño. . . .	Vara.	= 0'837	»
Lugo.. . . .	Id.	= 0'855	»
Madrid.	Id.	= 0'843	»
Málaga.. . . .	Id.	= 0'835905	»
Murcia.. . . .	Id.	Id.	
Navarra. . . .	Id.	= 0'785	»
Orense. . . .	Id.	= 0'835905	»
Oviedo.. . . .	Id.	Id.	
Palencia. . . .	Id.	Id.	
Pontevedra. .	Id.	Id.	
Salamanca. . .	Id.	Id.	
Santander. . .	Id.	Id.	
Segovia. . . .	Id.	= 0'837	»
Sevilla.	Id.	= 0'835905	»
Soria..	Id.	Id.	
Tarragona. . .	Media cana.. . . .	= 0'780	»
Teruel.	Vara.	= 0'768	»
Toledo.. . . .	Id.	= 0'837	»
Valencia. . . .	Id.	= 0'906	»
Valladolid. . .	Id.	= 0'835905	»
Vizcaya. . . .	Id.	Id.	
Zamora. . . .	Id.	Id.	
Zaragoza.. . .	Id.	= 0'772	»

UNIDADES EXTRANJERAS

Abisinia. . . .	Pik.	= 0'686	*m.*
Afganistan.. .	Guz..	= 1'160	»

Alemania	KETTE	= 1	*Dm.*
	STAB	= 1	*m.*
	NEUZOLL	= 1	*cm.*
	STRICHT	= 1	*mm.*
	MEILE	= 7'5	*km.*
Annam	THUOK de 10 *thak* 10 de *fahn* de 10 *li* = 0'639 *m.*		
Arabia	GUZ	= 0'635 *m.*	
China	YIN de 10 *Chang* de 10 *Chi* de 10 *Tsun* de 10 *Fan* = 35'500 *m.*		
Grecia	MILLA	= 1	*Mm.*
	STADION	= 1	*km.*
	PIKI	= 1	*m.*
	PALME	= 1	*dm.*
	CENTIMETRON	= 1	*cm.*
	MILIMETRON	= 1	*mm.*
Guinea	PIK	= 1	*m.*
	JACKTAN	= 3'658	»
Haiti	ANA	= 1'188	»
Holanda	MIL	= 1	*km.*
	ROEDE	= 1	*Dm.*
	EL	= 1	*m.*
	PALM	= 1	*dm.*
	DUIM	= 1	*cm.*
	STREEP	= 1	*mm.*
Indostán	GUZ	= 0'686 *m.*	
Inglaterra	Además de la yarda	= 3	*Foot,*
	FATHOM = 2 YARDAS	= 1'829	*m.*
	CUBIT = 18 INCHES	= 0'457	»
	FOOT = 12 INCHES	= 0'305	»
	INCH (pulgada)	= 25'400	*mm.*
Japón	RANE-SASI = 0'303 *m.*	SASI = 10 *suns* = 100 *buns* = 1000 *rins.*	
	TSUNE-SASI = 0'379 »		
	KEN = 6 *rane-sasi* y 3 *suns* = 1'909 *m.*		
Marruecos	DREAC = 0'571 *m.*		
	CALA = 0'550 »		
	PIK = 0'661 »		
Noruega	ALEN = 2 *fod*	= 0'628	*m.*
	FOD = 12 *fommer*	= 0'314	»
	FOMMER = 12 *linier*	= 2'179	»
Persia	GUZ = de *Schasi* (para tejidos lana)	1'016	*m.*
	GUZ = de *Mokoessar* (para menudeo)	0'935	»
	GUZ = de *Fabris*	1'030	»
	GUZ = de *Teheran*	1'067	»
	ZER = 4 *Fscherek* de 8 *sirre* =	1'040	»

Rusia. . . .	Además de la ARCHINA de $2\frac{1}{3}$ pies,	
	PIE. . . . . = $6\frac{6}{7}$ *Werschok*. . =	30'479 *cm*.
	WERSCHOK. = 1'75 *pulgada*. . =	0'254 »
Servia.	ARCHINE. . = 2'5 *pies*. . . . . =	0'711 *m*.
Siam.	SEN de 20 *was*. . . . . =	39'600 »
	WA de 2 *kens*. . . . . =	1'980 »
	KEN de 2 *soks*. . . . . =	0'990 »
	SOK de 2 *kups*. . . . . =	4'950 *dm*.
	KUP de 12 *ninh*. . . . . =	2'475 »
	NINH. . . . . =	2'068 *cm*.
Suecia.	STANG de 10 *fot* de 100 *tum* de 10 *linier*. . . . . =	2'969 »
Suiza.	STAB de 2 *alles*. . . . . =	1'200 *m*.
	FUSS de 10 *zoll* = 10 *linie* de 10 *striche*. . . . . =	0'300 »
Trípoli.	PIK = para tejidos en general. .	0'671 »
	PIK = para cintas y otros géneros.	0'483 »
Túnez.	PIK = EUDASÉH, para telas de lana.	0'673 »
	PIK = TURCO, para sederías. .	0'637 »
	PIK = ARABE, para lienzos. . . .	0'488 »
Turquía. . . .	ZIRA'I-A'CHARY. . . . . =	1 »
	ENCHRY-ZIRA. . . . . =	1 *dm*.
	A'CHARY-ZIRA. . . . . =	1 *cm*.
	MI'CHARY-ZIRA. . . . . =	1 *mm*.

TABLA III

UNIDADES DE SUPERFICIE

UNIDADES LLAMADAS DE CASTILLA

Comunes.	LEGUA cuadrada, compuesta de 400000000 pies^2	= 31‘0550 *Km*^{2}
	VARA » » 9 »	0‘6987 *m*^{2}
	PIE » » 144 pulgadas^2	= 7‘7637 *dm*^{2}
	PULGADA » » 144 líneas^2	= 5‘3915 *cm*^{2}
	LINEA » » 144 puntos^2	= 0‘0260 *mm*^{2}
	PUNTO cuadrado.	=180‘5664 *micrones*^{2}
	PALMO » » 144 dedos^2	= 43‘8440 *cm*^{2}
	DEDO » = 0‘5625 pulgadas cuadradas	= 3‘0328 »
Agrarias..	FANEGA cuadrada, compuesta de 12 celemines	= 0‘6440 *Ha.*
	CELEMÍN » » 4 cuartillos	= 5‘3663 *a.*
	CUARTILLO » » 36 estadales^2	= 1‘3416 *a.*
	ARANZADA » » 400 »	= 0‘4472 *Ha.*
	ESTADAL » » 16 varas^2	= 11‘1798 *ca.*
Marinas. .	LEGUA cuadrada, compuesta de 9 millas^2	= 34‘2926 *Km*^{2}
	MILLA.	= 3‘8003 »
Para maderas.. .	SEXMA cuadrada = 36 pulgadas^2.	= 1‘9409 *dm*^{2}
	La vara cuadrada de BOLIVIA equivale á.. .	0‘7001 *m*^{2}
	La del PARAGUAY á.	0‘7225 »

UNIDADES PROVINCIALES (1)

Alava.	FANEGA de tierra.	= 25‘107956 *a.*
Albacete. . .	FANEGA de tierra..	= 70‘0569 *a.*
Alicante.. . .	JORNAL de tierra..	= 48‘041533 *a.*
Almería.. . .	TAHULLA para tierras de riego.	= 11‘182336 *a.*
	FANEGA para tierras de secano..	= 64‘395617 *a.*

(1) No incluimos, para abreviar, más que las agrarias, porque las generales ya se sabe son los cuadrados de las de longitud, cuyas equivalencias con las métricas pueden hallarse inmediatamente, multiplicando por sí mismas las consignadas en la Tabla II.

Avila.	FANEGA de tierra..	= 39'303966 a.	
	FANEGA de puño.	= 41'924230 »	
	ARANZADA de viña.	= 44'719179 »	
	PEONADA de prado.	= 39'129281 »	
	HUEBRA.	= 22'359589 »	
Badajoz.. . . .	FANEGA superficial = 9216 v^2.	= 64'395617 a.	
Baleares. . .	CUARTERADA superficial. .	= 71'031184 a.	
Barcelona.. .	MOJADA superficial.. . . .	= 48'965006 a.	
Burgos. . . .	FANEGA superficial.. . . .	= 64'395617 a.	
Cáceres. . . .	FANEGA superficial.. . . .	= 64'395617 a.	
Cádiz.	FANEGA superficial.. . . .	= 64'395617 a.	
Canarias. . .	FANEGA superficial.. . . .	= 52'482925 a.	
Castellón. . .	FANEGA superficial.. . . .	= 8'310964 a.	
Ciudad Real..	FANEGA superficial.. . . .	= 64'395617 a.	
Córdoba.. . .	FANEGA superficial.. . . .	= 61'212287 a.	
	ARANZADA idem.	= 36'727372 »	
Coruña. . . .	FERRADO superficial. . . .	= 6'395841 a	(tierra de secano).
	IDEM íd..	= 4'441556 »	(tierra de regadío).
Cuba.	CABALLERÍA = 10 *carros*..	= 13'420206 *Ha.*	
Cuenca. . . .	FANEGA superficial.. . . .	= 64'395617 a.	
Filipinas. . .	QUIÑONG = 10 *balitans*. .	= 48'764160 a.	
Gerona. . . .	VESANA de tierra.	= 21'874329 a.	
Granada.. . .	FANEGA superficial.. . . .	= 64'395617 a.	
Guadalajara..	FANEGA superficial.. . . .	= 31'054985 a.	
Guipúzcoa.. .	FANEGA superficial.. . . .	= 34'327881 a.	
Huelva. . . .	FANEGA superficial.. . . .	= 36'893323 a.	
Huesca. . . .	FANEGA superficial.. . . .	= 7'151808 a.	
Jaén..	FANEGA superficial.. . . .	= 62'627812 a.	
León.	EMINA superficial.	= 9'394133 a	(tierra de secano).
	IDEM íd..	= 6'262238 »	(tierra de regadío).
Lérida.. . . .	JORNAL superficial = 1800 *canas* cuadradas. . . .	= 43'580448 a.	
Logroño.. . .	FANEGA superficial = 2722 *varas* cuadradas. . . .	= 19'019626 a.	
Lugo.	FERRADO superficial = 625 *varas* cuadradas. . . .	= 4'367107 a.	
Madrid. . . .	FANEGA superficial (de marco).	= 34'238121 a.	
	IDEM id. (de Madrid).. . .	= 34'821801 »	
Málaga. . . .	FANEGA superficial.. . . .	= 60'370891 a.	

Murcia. . . .	FANEGA superficial..	= 67'078768 a.
Navarra.. . .	ROBADA superficial..	= 8'984560 a.
Orense. . . .	FERRADO superficial. . . .	= 6'288635 a.
	CAVADURA.	= 4'367107 a.
Oviedo. . . .	DIA DE BUEYES..	= 12'577269 a.
Palencia.. . .	OBRADA de tierra..	= 53'831876 a.
Pontevedra. .	FERRADO de sembradura .	= 6'288635 a.
Salamanca. .	FANEGA de tierra..	= 64'395617 a.
Santander.. .	FANEGA de tierra..	= 64'395617 a.
Segovia. . . .	OBRADA de tierra..	= 39'407006 a.
Sevilla.. . . .	FANEGA superficial..	= 59'447248 a.
	ARANZADA.	= 47'557799 a.
Soria.	FANEGA superficial..	= 22'359589 a.
Tarragona.. .	CANA DE REY superficial. .	= 60'84 a.
Teruel.. . . .	FANEGA de tierra..	= 11'179795 a.
Toledo. . . .	FANEGA superficial..	= 46'970665 a (para secano).
	IDEM íd..	= 37'576532 a (para regadio).
Valencia. . .	FANEGA superficial..	= 8'310964 a.
Valladolid.. .	OBRADA superficial..	= 46'582478 a.
Vizcaya.. . .	PEONADA superficial. . . .	= 3'804236 a.
Zamora.. . .	FANEGA superficial..	= 33'539384 a.
Zaragoza. . .	CUARTAL superficial = 400 *varas* cuadradas. . . .	= 2'383936 a.

UNIDADES EXTRANJERAS (1)

Alemania. . .	QUADRATSTAB.	= 1	m^2
Grecia.. . . .	STREMMA..	= 10	a.
Holanda.. . .	ROEDE.	= 1	a.
	BUNDER.	= 1	*Ha.*
Indostán.. . .	KHANI de 24 *mahnis*.	= 53'51	a.
Inglaterra. . .	HIDE..	= 40'467	*Ha.*
	YARDLAND.	= 12'140	»
	ACRE..	= 40'467	a.
	ROOD. . . . . ,	= 10'117	»
	CHAIN².	= 4'047	»
Japón.	TSJOR.	= 1'093	*Ha.*
	TAN.	= 10'933	a.
Marruecos.. .	La *fanega* de Castilla.		
Rusia.	DESAETINA..	= 1'093	*Ha.*

(1) Por la misma razón que en las provinciales, sólo incluimos las agrarias, debiendo entenderse que en las naciones ó pueblos suprimidos se usan también las generales, ó cuadrados de las de longitud, para la medición de los terrenos.

TABLA IV

ÁREAS DE LAS PRINCIPALES FIGURAS

TRIÁNGULO	$= \frac{1}{2} B.A.$
CUADRADO	$= l^2.$
RECTÁNGULO. PARALELÓGRAMO	$= B.A.$
TRAPECIO	$= \frac{1}{2} (B+b)A.$
POLÍGONO regular. SECTOR poligonal regular. Lateral PIRÁMIDE regular	$= \frac{1}{2}P.a.$
Id. PRISMA »	$= P.A.$
Id. TRONCO pirámide »	$= \frac{1}{2}(P+p)a.$
CÍRCULO	$= \pi R^2.$
SECTOR circular	$= \frac{1}{2}B.R.$
CORONA »	$= \pi(R+r)(R-r).$
TRAPECIO »	$= \frac{1}{2}(B+b)(R-r).$
ELIPSE	$= \pi Ee.$
Lateral CONO recto »	$= \pi Rl.$
Id. CILINDRO » »	$= 2\pi\, Rl.$
Id. TRONCO cono » »	$= \pi(R+r)l.$
Id. TRONCO cilindro » »	$= \pi RE.$
ESFERA	$= 4\pi R^2.$

$\pi =$ 3'14159265358979323846.....	$P =$ Perímetro único ó mayor.
$l =$ Lado.	$p =$ Perímetro menor.
$B =$ Base única ó mayor.	$R =$ Radio único ó mayor.
$b =$ Base menor.	$r =$ Radio menor.
$A =$ Altura.	$E =$ Eje único ó mayor.
$a =$ Apotema.	$e =$ Eje menor.

El área de una figura cualquiera se halla descomponiéndola en la suma de otras conocidas por medio de líneas interiores, exacta ó aproximadamente.

TABLA V

UNIDADES DE ESPACIOS

UNIDADES LLAMADAS DE CASTILLA

Comunes..	VARA	cúbica, dividida en	27 *pies cúbicos*	= 0'5141 m^3
	PIE	cúbico, dividido en	1728 *pulgadas cúbicas*	= 21'6326 dm^3
	PULGADA	cúbica, dividida en	1728 *líneas cúbicas*	= 12'5131 cm^3
De arqueo..	TONELADA	= 8 codos^3 =	70139 *pies*^{3}	= 1'5184 m^3
Capacidad.. (áridos)	CAHIZ,	compuesto de	12 *fanegas*	= 6'6601 *Hl.*
	FANEGA,	dividida en	12 *celemines*	= 5'5501 *Dl.*
	CELEMÍN,	dividido en	4 *cuartillos*	= 4'6251 *l.*
	CUARTILLO	....		= 1'5627 *dl.*
Capacidad.. (líquidos)	MOYO,	compuesto de	16 *cántaras*	= 2'5813 *Hl.*
	CÁNTARA,	dividida en	8 *azumbres*	= 1'6133 *Dl.*
	AZUMBRE,	dividida en	4 *cuartillos*	= 2'0166 *l.*
	CUARTILLO,	dividido en	4 *copas*	= 5'0416 *dl.*
	COPA..	....		= 1'2604 »
Especiales para ciertos líquidos. .	Medidas de			
	ARROBA.	.... =	25 *libras*	= 1'2563 *Dl.*
	LIBRA.	.... =	4 *panillas*	= 0'5025 *l.*
	PANILLA.	....		= 1'2563 *dl.*
Agua corriente. . .	REAL	fontanero	= 149 *pies*^{3} por dia.	
	PULGADA	de fontanero	= 26 *cuartillos* por minuto.	

La VARA cúbica de BOLIVIA equivale á 0'5853 m^3.
La BARRICA á 240 *l.*
La VARA cúbica del PARAGUAY, á 0'6145 m^3.
La FANEGA = 12 *almudes*, á 161'0237 *l.*
La PIPA = 195 *frascos*, á 4'771 *Hl.*

UNIDADES PROVINCIALES (1)

Alava......	MEDIA FANEGA..............	= 27'81 *l.*
	CÁNTARA................	= 16'365 *l.*

(1) Sólo incluimos las de capacidad, omitiendo las generales, por la misma razón dada en la nota de la Tabla III.

Albacete....	MEDIA FANEGA	=	28'325 *l.*
	MEDIA ARROBA (líquidos)	=	6'365 *l.*
Alicante....	BARCHINA (áridos)	=	20'775 *l.*
	CÁNTARO	=	11'55 *l.*
	LIBRA (medida de)	=	0'60 *l.*
Almería....	MEDIA FANEGA	=	27'531 *l.*
	MEDIA ARROBA	=	8'18 *l.*
Avila......	MEDIA FANEGA	=	28'20 *l.*
	MEDIA CÁNTARA	=	7'96 *l.*
Badajoz....	MEDIA FANEGA	=	27'92 *l.*
	MEDIA CÁNTARA	=	8'21 *l.*
	MEDIA ARROBA (aceite)	=	6'21 *l.*
Baleares....	MESURA para aceite	=	16'221 *l.*
	CUARTA para vino	=	1'026 *l.*
	LIBRA para aguardiente	=	0'41 *l.*
Barcelona...	MEDIA CUARTERA	=	34'759 *l.*
	BARRILÓN	=	30'35 *l.*
	CUARTÁN (aceite)	=	4'15 *l.*
Burgos.....	MEDIA FANEGA	=	27'17 *l.*
	MEDIA CÁNTARA	=	7'05 *l.*
Cáceres....	MEDIA FANEGA	=	26'88 *l.*
	MEDIO CUARTO (vino)	=	1'73 *l.*
	MEDIO CUARTO (aceite)	=	1'60 *l.*
Cádiz......	MEDIA FANEGA	=	27'272 *l.*
	MEDIA ARROBA (vino)	=	7'922 *l.*
	IDEM (aceite)	=	6'26 *l.*
Canarias....	MEDIA FANEGA (Santa Cruz)	=	31'33 *l.*
	MEDIO ALMUD (Las Palmas)	=	2'75 *l.*
	IDEM (La Guía)	=	2'84 *l.*
	ARROBA (Santa Cruz)	=	5'08 *l.*
	IDEM (Las Palmas)	=	5'34 *l.*
	CUARTILLO (La Guía)	=	0'995 *l.*
	IDEM (Lanzarote)	=	2'46 *l.*
Castellón...	BARCHINA	=	16'60 *l.*
	CÁNTARO	=	11'27 *l.*
	ARROBA (aceite)	=	12'14 *l.*
Ciudad Real..	MEDIA FANEGA	=	27'29 *l.*
	MEDIA ARROBA	=	8 *l.*
	IDEM (aceite)	=	6'22 *l.*
Córdoba....	MEDIA FANEGA	=	27'60 *l.*
	ARROBA	=	16'31 *l.*

Coruña	Ferrado (trigo)	= 16'15	l.
	Idem (maíz)	= 20'87	l.
	Cántara (vino)	= 15'58	l.
	Idem (aguardiente)	= 16'43	l.
	Arroba (aceite)	= 12'43	l.
Cuba	Cuerda de leña	= 3'6588	e.
	Fanega	= 109'60	l.
	Barril	= 17'943	l.
	Idem (vino) = 80 botellas	= 58	l.
	Idem (aguardiente) = 45 botellas	= 32'625	l.
Cuenca	Media fanega	= 27'10	l.
	Media arroba	= 7'88	l.
Filipinas	Cesto de 16 *gantas*	= 55	l.
	Caban de 25 *gantas*	= 98'30	l.
	Galón de 4'5 botellas	= 3'785	l.
Gerona	Cuartán	= 18'08	l.
	Mallal (vino)	= 15'48	l.
Granada	Media fanega	= 27'35	l.
	Media arroba	= 8'21	l.
Guadalajara	Media fanega	= 27'40	l.
	Media arroba	= 8'21	l.
	Idem (aceite)	= 6'35	l.
Guipúzcoa	Media fanega	= 27'65	l.
	Media azumbre	= 1'26	l.
Huelva	Media fanega	= 27'531	l.
	Media arroba	= 7'89	l.
Huesca	Fanega	= 22'46	l.
	Cántaro	= 9'98	l.
	Libra (aceite)	= 0'37	l.
	Idem (aguardiente)	= 0'36	l.
Jaén	Media fanega	= 27'37	l.
	Media arroba	= 8'02	l.
	Idem (aceite)	= 7'12	l.
León	Emina	= 18'11	l.
	Media cántara	= 7'92	l.
Lérida	Tres cuartanes	= 18'34	l.
	Cántara	= 11'38	l.
Logroño	Media fanega	= 27'47	l.
	Cántara	= 16'04	l.
Lugo	Ferrado	= 13'13	l.
	Cuartillo	= 0'47	l.

Madrid	Media fanega	=	27'67 l.
	Media arroba	=	8'15 l.
Málaga	Media fanega	=	26'97 l.
	Media arroba	=	8'33 l.
Murcia	Media fanega	=	26'64 l.
	Media arroba	=	7'80 l.
Navarra	Robo	=	28'13 l.
	Cántaro	=	11'77 l.
	Libra (aceite)	=	0'41 l.
Orense	Ferrado	=	13'88 l.
	Idem (maíz)	=	18'79 l.
	Cántara	=	15'96 l.
Oviedo	Media fanega	=	37'07 l.
	Cántara	=	18'41 l.
Palencia	Media fanega	=	27'7505 l.
	Media cántara	=	7'88 l.
	Media arroba (aceite)	=	6'12 l.
Pontevedra	Ferrado	=	15'58 l.
	Idem (maíz)	=	20'86 l.
	Medio cañado	=	16'35 l.
Salamanca	Media fanega	=	27'29 l.
	Medio cántaro	=	7'99 l.
Santander	Media fanega	=	27'42 l.
	Media cántara	=	7'90 l.
Segovia	Media fanega	=	27'30 l.
	Media arroba	=	8 l.
Sevilla	Media fanega	=	27'35 l.
	Arroba	=	15'76 l.
Soria	Media fanega	=	27'57 l.
	Media cántara	=	7'90 l.
Tarragona	Media cuartera	=	35'40 l.
	Armiña	=	34'66 l.
	Sinquena (aceite)	=	20'65 l.
Teruel	Media fanega	=	21'40 l.
	Cántaro	=	10'96 l.
Toledo	Media fanega	=	27'7505 l.
	Media cántara	=	8'12 l.
	Media arroba (aceite)	=	6'25 l.

Valencia....	Barchina...............	= 16'75	*l.*
	Cántaro...............	= 10'77	*l.*
	Arroba (aceite)...........	= 11'93	*l.*
Valladolid...	Media fanega............	= 27'39	*l.*
	Media cántara............	= 7'82	*l.*
Vizcaya....	Media fanega............	= 28'46	*l.*
	Media azumbre...........	= 1'11	*l.*
	Media arroba (aceite).......	= 6'74	*l.*
Zamora.....	Media fanega............	= 27'64	*l.*
	Medio cántaro...........	= 7'98	*l.*
Zaragoza...	Fanega...............	= 22'42	*l.*
	Cántaro (vino)..........	= 9'91	*l.*
	Arroba (aceite)..........	= 13'93	*l.*
	Idem (aguardiente).........	= 13'33	*l.*

UNIDADES EXTRANJERAS (1)

Abisinia...	Ardeb (trigo) = 10 *malegas*.........	= 4'4	*l.*
	Idem de Massua = 24 íd.	= 10'56	*l.*
	Cuba...........	= 1'016	*l.*
Afganistán.	Artaba..........	= 65'238	*l.*
Alemania..	Kubikstab........	= 1	m^3
	Fass...........	= 1	*Hl.*
	Scheffel.........	= $\frac{1}{2}$	»
	Kanne..........	= 1	*l.*
	Schoppen.........	= $\frac{1}{2}$	*l.*
Annam...	Hao............	= 28	*l.*
Arabia....	Tomand (áridos) de 40 *mekmedas*.......	= 5'676	*Hl.*
	Cuddy (líquidos) de 8 *nusfias* de 16 *vakias*....	= 7'570	*l.*
China.....	Covid..........	= 45	*l.*
Grecia....	Kotilo..........	= 1	*dl.*
	Mistron.........	= 1	*cl.*
	Kubus..........	= 1	*ml.*
Guinea....	Cantar..........	= 9'33	*Hl.*
Haiti.....	Barrica de 60 *gallones*..	= 2'271	»

(1) Suprimimos las generales por la razón indicada en las notas anteriores.

Holanda..	Mudde	= 1	*Hl.*	Para áridos.
	Schepel	= 1	*Dl.*	
	Kop	= 1	*l.*	
	Maatje	= 1	*dl.*	
	Vat	= 1	*Hl.*	Para líquidos.
	Kan	= 1	*l.*	
	Maatje	= 1	*dl.*	
	Vingerhoed	= 1	*cl.*	
	Last	= 30	*Hl.*	
Indostán..	Bala de 20 piezas de género.			
	Candy (arroz) de 25 *parahs* de 20 *adowlies*	= 8'810	*Hl.*	
Inglaterra..	Loat	= 29'078	»	
	Wey	= 14'539	»	
	Quarter	= 29'078	*Dl.*	
	Coom	= 14'539	»	
	Strike	= 7'270	»	
	Bushel	= 3'635	»	
	Pecks	= 9'087	*l.*	
	Gallón	= 4'543	*l.*	
	Pottle	= 2'272	*l.*	
	Quart	= 1'136	*l.*	
	Pinte	= 5'679	*dl.*	
	Gill	= 1'420	»	
Japón....	Bala (arroz) de 35 *schoo*	= 63'610	*l.*	
	Kokon	= 1'817	*Hl.*	
	To	= 1'817	*Dl.*	
	Schoo	= 1'817	*l.*	
	Ngoo	= 1'817	*dl.*	
	Siak	= 1'817	*cl.*	
	Sai	= 1'817	*ml.*	
Marruecos.	Caffiso (áridos) de 16 *webas* de 192 *saws* de 4 *muhds*	= 5'284	*Hl.*	
	Fanega de 12 *almudes*	= 5'480	*Dl.*	
	Kula (aceite)	= 15'155	*l.*	
Noruega...	Tonne	= 1'391	*Hl.*	Para áridos.
	Fierding	= 3'478	*Dl.*	
	Skeppe	= 1'739	»	
	Fierdingkar	= 0'435	»	
	Ottingkar	= 2'170	*l.*	
	Sextingkar	= 1'090	*l.*	
	Pott	= 0'966	*l.*	

Noruega	STIKTAD	= 11'230 *Hl.*	Para líquidos.
	FONDRE	= 8'984 »	
	PIPE	= 4'492 »	
	OXCHOVED	= 2'246 »	
	AIME	= 1'497 »	
	ANCRE	= 37'437 *l.*	
	VIERTEL	= 7'487 *l.*	
	STUBCHEN	= 3'743 *l.*	
	KANDE	= 1'932 *l.*	
	POT	= 0'966 *l.*	
	PEJEL	= 2'415 *dl.*	
Persia	ARTABA	= 65'238 *l.*	
	COLLOTHUN	= 8'155 *l.*	
Rusia	STANDART (para maderas)	= 4'672 m^3	
	SAC	= 2'624 *Hl.*	Para áridos.
	TSCHETWETS	= 2'099 »	
	OSMIN	= 1'049 »	
	PAJOCK	= 5'248 *Dl.*	
	TSCHETWERICK	= 2'624 »	
	FSCHETWERKA	= 6'559 *l.*	
	GARNETZ	= 3'280 *l.*	
	WEDRO (líquidos) de 10 *stoff* de 10 *tscharkeys*	= 12'299 *l.*	
Servia	OKE (áridos)	= 4 *l.*	
	IDEM (líquidos) de $1\frac{1}{4}$ *maas*	= 1'769 *l.*	
Siam	YOK para maderas	= 0'336 *e.*	
Suecia	RUBIKFOT	= 26'173 *l.*	
	KANNOR	= 2'617 *l.*	
	KUBIKFUM	= 2'617 *dl.*	
	KUBIKLINIER	= 2'617 *cl.*	
Suiza	MARTEL	= 1'50 *Hl.*	Para áridos.
	VIERTEL	= 1'50 *Dl.*	
	VIERLINGS	= 3'75 *l.*	
	MASSLEIN	= 9'375 *dl.*	
	SAUM	= 1'50 *Hl.*	Para líquidos.
	MAAS	= 1'50 *l.*	
	HALBEMAAS	= 0'75 *l.*	
	SCHOPPE	= 3'75 *dl.*	
	ACHTELMAAS	= 1'875 »	

Trípoli....	URBA (áridos) de 4 *temens* de 4 *orbach*. . . =	1'073 *Hl.*
	VARILLA (líquidos) de 24 *bozzes*.. . . . . =	64'390 *l.*
	ARBAJE (aceite). . . . . . =	11'640 *l.*
Túnez....	KAFFIS de 16 *huebas* de 12 *saas*. . . . . =	4'96 *Hl.*
	METTAR (líquidos).. . . . =	0'985 *Dl.*
	IDEM (aceite) de 2 *kollehs* de 8 *saas*. . . . . =	1'969 »
Turquía...	KILEI-a'*chary*. . . . . . . =	1 *Hl.*
	EULTSCHEK. . . . . =	1 *l.*
	ZART. . . . . =	1 *dl.*

En la mayoría de los países se venden á peso tanto los granos como los líquidos, y aun ciertas telas y otros efectos en los menos civilizados, razón por la cual en muchos no existen medidas de capacidad especiales.

TABLA VI

VOLÚMENES DE LAS PRINCIPALES FIGURAS

PARALELEPÍPEDO. . . . $= B.A.$

CUBO. . . . . $= l^3.$

PIRÁMIDE. . . . . $= \frac{1}{3} B.A.$

PRISMA recto. . . . . . $= B.A.$

TRONCO PIRÁMIDE regular. . . . . $= \frac{1}{3} A(B+b+\sqrt{Bb})$

POLIEDRO regular. . . . . $= \frac{1}{3}$ a.S.

CONO circular recto. . . . . $= \frac{1}{3} B.A.$

CILINDRO » » . . . . $= B.A.$

ESFERA. . . . . $= \frac{4}{3} \pi R^3.$

TRONCO CONO regular. . . . . $= \frac{1}{3} \pi A(R^2+r^2+Rr).$

» CILINDRO » . . . . $= \frac{1}{2} B.E.$

» TONEL. . . . . $= (2D^2+d^2)A.0'2618.$

$\pi = 3'14159265358979323846$.....	$E =$ Eje.
$B =$ Area de la base única ó mayor.	$R =$ Radio único ó mayor.
$b =$ » » menor.	$r =$ » menor.
$A =$ Altura.	$D =$ Diámetro mayor.
$S =$ Superficie.	$d =$ » menor.

El volumen de una figura cualquiera se halla descomponiéndola en la suma de otras conocidas por medio de planos interiores, exacta ó aproximadamente.

TABLA VII

UNIDADES DE PESO

UNIDADES LLAMADAS DE CASTILLA

Comunes....	*Tonelada*,	compuesta de	20	quintales	= 9'2018 *Qm.*
	Quintal,	» »	4	arrobas	= 4'6009 *Mg.*
	Arroba,	» »	25	libras	= 1'0502 »
	Libra,	» »	16	onzas	= 4'6009 *Hg.*
	Onza,	» »	16	adarmes	= 2'8756 *Dg.*
	Adarme,	» »	3	tomines	= 1'7972 *g.*
	Tomín,	» »	12	granos	= 5'9908 *dg.*
	Grano............................				= 4'9923 *cg.*
Para Farmacia.........	*Libra*,	dividida en	12	onzas	= 3'4506 *Hg.*
	Onza,	» »	8	dracmas	= 2'8756 *Dg.*
	Dracma,	» »	3	escrúpulos	= 3'5945 *g.*
	Escrúpulo,	» »	24	granos	= 1'1982 »
	Grano............................				= 4'9923 *cg.*
Para metales finos y piedras preciosas........	*Marco*,	compuesto de	8	onzas	= 2'3005 *Hg.*
	Onza,	» »	8	ochavas	= 2'8756 *Dg.*
	Ochava,	» »	6	tomines	= 3'5945 *g.*
	Tomín,	» »	3	quilates	= 5'9908 *dg.*
	Quilate,	» »	4	granos	= 1'9969 »
	Grano............................				= 4'9923 *cg.*

En Bolivia se usa también la carga = 6 arrobas = 6'3012 *Mg.*

En el Paraguay tiene la libra 4'9732 *Hg*; la pesada para las pieles 35 libras = 22'0542 *Kg.*

UNIDADES PROVINCIALES

Alava.........	Libra...........................	=	0'460093 *Kg.*
Albacete......	Idem...........................	=	0'458 »
Alicante.......	Idem...........................	=	0'533 »
Almería.......	Idem...........................	=	0'460093 »
Alava.........	Idem...........................		Id.
Avila.........	Idem...........................		Id.
Badajoz.......	Idem...........................		Id.
Baleares......	Idem...........................	=	0'407 »

Barcelona	Idem	= 0‘400	Kg.
Burgos	Idem	= 0‘460093	»
Cáceres	Idem	= 0‘456	»
Cádiz	Idem	= 0‘460093	»
Canarias	Idem	Id.	
Castellón	Idem	= 0‘358	»
Ciudad Real	Idem	= 0‘460093	»
Córdoba	Idem	Id.	
Coruña	Idem	= 0‘575	»
Cuba	Bocoy (azúcar)	= 6‘9014	Qm.
	Saco (café)	= 69‘0139	Kg.
Cuenca	Libra	= 0‘460093	»
Filipinas	Pikol	= 63‘0020	»
	Catti	= 0‘632	»
	Pico	= 63‘500	»
	Piastra	= 28‘750	g.
Gerona	Libra	= 0‘400	Kg.
Granada	Idem	= 0‘460093	»
Guadalajara	Idem	Id.	
Guipúzcoa	Idem	= 0‘492	»
Huelva	Idem	= 0‘460093	»
Huesca	Idem	= 0‘351	»
Jaén	Idem	= 0‘460093	»
León	Idem	Id.	
Lérida	Idem	= 0‘401	»
Logroño	Idem	= 0‘460093	»
Lugo	Idem	= 0‘573	»
Madrid	Idem	= 0‘460093	»
Málaga	Idem	Id.	
Murcia	Idem	Id.	
Navarra	Idem	= 0‘372	»
Orense	Idem	= 0‘574	»
Oviedo	Idem	= 0‘460093	»
Palencia	Idem	Id.	
Pontevedra	Idem	= 0‘579	»
Salamanca	Idem	= 0‘460093	»
Santander	Idem	Id.	
Segovia	Idem	Id.	
Sevilla	Idem	Id.	
Soria	Idem	Id.	
Tarragona	Idem	= 0‘400	»
Teruel	Idem	= 0‘367	»
Toledo	Idem	= 0‘460093	»
Valencia	Idem	= 0‘355	»
Valladolid	Idem	= 0‘460093	»
Vizcaya	Idem	= 0‘488	»
Zamora	Idem	= 0‘460093	»
Zaragoza	Idem	= 0‘350	»

UNIDADES EXTRANJERAS

Abisinia...	ROTTOLO de 12 *wakih*...... =	31'404	*Dg.*	
	MALEGA (granos)......... =	32'428	»	
Afganistán.	ALMAR de 100 *mahns* de 4 *okas* de 250 *miskals*..... =	448	*Kg.*	
Alemania..	CENTNER = *Tm* de 100 *libras*.................. =	50	»	
	LIBRA = 50 *neuloths*...... =	50	*Dg.*	
Annam....	KAHN de 10 *luong* de 10 *dong* de 10 *fahn* de 10 *li* de 10 *hao* de 10 *hot*.......... =	6'248	*Hg.*	
	KWAN de 5 *ta* de 2 *binh* de 5 *yen* de 10 *can* .... =	Id.		
Arabia....	BAHAR.................. =	36'996	*Mg.*	En Betelfaki.
	FÆRFEL................. =	9'249	*Kg.*	En Betelfaki.
	MAUND.................. =	9'249	*Hg.*	En Betelfaki.
	ROTTOLO................ =	46'245	*Dg.*	En Betelfaki.
	VAQUIA................. =	3'083	»	En Betelfaki.
	ROTTOLO (café)........... =	14'5	*vakias.*	En Betelfaki.
	FÆRFEL (id.)............ =	290	»	En Betelfaki.
	BALA (id.).............. =	14	*færfels.*	En Betelfaki.
	BAHAR.................. =	320	*Kg.*	En Maskate.
	CANDY.................. =	240	»	En Maskate.
	BAHAR.................. =	19'935	*Mg.*	En Moka.
	FARCELL................ =	1'329	»	En Moka.
	MAUND.................. =	1'329	*Kg.*	En Moka.
	VAKIA.................. =	33'225	*g.*	En Moka.
	ROTTOLO................ =	43'332	*Dg.*	En Moka.
	BALA (café)............. =	118	*Kg.*	En Moka.
	BEAK (metales finos)...... =	46'523	*g.*	En Moka.
China.....	TAEL de 10 *tsiens* de 10 *fen* de 10 *li* de 10 *hao* de 10 *sse*.................. =	37'799	»	
Grecia....	TONNE.................. =	1500	*Kg.*	
	TALENT................. =	150	»	
	MINE................... =	1'50	»	
	DRACMA................. =		*g.*	
	OBOLE.................. =		*dg.*	
	GRANO.................. =		*cg.*	
Guinea...	CANTAR................. =	933	*Kg.*	
Haiti......	LIBRA.................. =	4'895	*Hg.*	
	MARCO.................. =	2'448	»	
	ONZA................... =	3'059	*Dg.*	
	GROS................... =	3'824	*g.*	
	DINERO................. =	1'275	»	
	GRANO.................. =	5'311	*cg.*	

Holanda	Pond	=	1	*Kg.*	
	Ons	=	1	*Hg.*	
	Lood	=	1	*Dg.*	
	Wigtje	=	1	*g.*	
	Korrel	=	1	*dg.*	
Indostán	Candy	=	25'401	*Mg.*	En Bombay.
	Maund	=	12'700	*Kg.*	En Bombay.
	Seer	=	3'175	*Hg.*	En Bombay.
	Pice	=	1'058	*Dg.*	En Bombay.
	Tank	=	4'410	*g.*	En Bombay.
	Maund	=	37'322	*Kg.*	En Calcuta.
	Seer	=	9'331	*Hg.*	En Calcuta.
	Chittack	=	5'832	*Dg.*	En Calcuta.
	Tola	=	11'664	*g.*	En Calcuta.
	Masha	=	9'720	*dg.*	En Calcuta.
	Ruttee	=	1'215	»	En Calcuta.
	Dhan	=	3'038	»	En Calcuta.
	Candy	=	21'874	*Mg.*	En Madrás.
	Picul de 100 *catties* de 16 *taels*	=	60'479	*Kg.*	En Singapoore.
	Sack de 2 *maunds*	=	74'500	»	En Bengala.
Inglaterra	Ton	=	1'016	*Tm.*	Peso común *avoirdupuis.*
	Hundredweight	=	0'508	*Qm.*	Peso común *avoirdupuis.*
	Quarter	=	1'270	*Mg.*	Peso común *avoirdupuis.*
	Stone	=	6'350	*Kg.*	Peso común *avoirdupuis.*
	Pound	=	4'536	*Hg.*	Peso común *avoirdupuis.*
	Ounce	=	2'835	*Dg.*	Peso común *avoirdupuis.*
	Dram	=	1'772	*g.*	Peso común *avoirdupuis.*
	Grano	=	6'480	*cg.*	Peso común *avoirdupuis.*
	Libra	=	3'73241948	*Hg.*	Peso *troy* para metales finos
	Ounce	=	3'1103496	*Dg.*	Peso *troy* para metales finos
	Dinero	=	1'555175	*g.*	Peso *troy* para metales finos
	Grano	=	6'479895	*cg.*	Peso *troy* para metales finos
	Mite	=	3'239947	*mg.*	Peso *troy* para metales finos
	Ounce de 8 *dracmas*	=	31'103	*g.*	Peso medicinal.
	Dram de 3 *escrúpulos*	=	3'888	»	Peso medicinal.
	Escrúpulo de 20 *granos*	=	12'960	*dg.*	Peso medicinal.
	Grano	=	6'480	*cg*	Peso medicinal.
	192 onzas avoirdupuis	=	175	*onzas troy.*	
Japón	Kwan-me	=	1'75	*Kg.*	
	Kin	=	0'280	»	
	Fiakmé	=	0'175	»	
	Monmé	=	1'75	*g.*	
	Pun	=	1'75	*dg.*	
	Rin	=	1'75	*cg.*	
	Mon	=	1'75	*mg.*	

Marruecos.	KINTAR de 100 libras. .... =	500	g.	En el Norte.
		337	»	En el Sur.
	KINTAR (de Brabat y Salé). =	92	Kg.	Para la lana.
		52	»	Para la cera y cueros.
		112	»	Para el aceite.
	KINTAR (de 12 libras inglesas). .... =	50'8	»	En el comercio al por mayor.
		51	»	En las Aduanas.
Noruega...	SCHIFFPUND............. =	1'60	Qm.	
	QUINTAL................ =	5	Mg.	
	WOG.................... =	18	Kg.	
	LIESPUND............... =	8	»	
	BISRMERPUND............ =	6	»	
	LIBRA.................. =	5	Hg.	
	MARC................... =	25	Dg.	
	ONCE................... =	3'125	»	
	LOD.................... =	15'625	g.	
	QVINTIN................ =	3·906	»	
	ORT.................... =	9'766	dg.	
	AS..................... =	6'104	cg.	
	ESSCHEN................ =	5'745	»	
	GRANO.................. =	7'629	mg.	
Persia....	MAUND.................. =	2'880	Kg.	En Teheran y Tabris.
	Idem, ó BATMAN......... =	5'760	»	En Schachi, Chiras y Besht.
	Idem *rei*............. =	12·286	»	
	Idem................... =	46'08	»	En Heschei.
	KETTICH (arroz)........ =	23'04	»	
Rusia.....	POUND.................. =	16'381	»	
	LIBRA.................. =	4'095	Hg.	
	LANA................... =	3'413	Dg.	
	ONZA................... =	25'595	g.	
	LOTH................... =	12'797	»	
	SOLOTNIK............... =	4'266	»	
	DOLI................... =	4'444	cg.	
	LATT................... =	120	*pounds.*	Potasa, sebo, caviár, aceite, azúcar, hierro y cobre.
		100	»	Jabón, harina, pez.
		60	»	Algodón, crines, lino, cáñamo y tabaco.

Sandwich.	Ton de 20 *hundredweights*	=	9'072	*Qm.*	
Servia	Tovar de 100 *okes*	=	126'022	*Kg.*	
Siam	Picol	=	60'500	»	
	Catty	=	1'21	»	
	Tael	=	60'500	*g.*	
	Tical	=	15'122	»	
Suecia	Nilast	=	4'251	*Tm.*	
	Centner	=	42'508	*Kg.*	
	Skapund	=	42'508	*Dg.*	
	Ort	=	4'251	*g.*	
	Korn	=	4'251	*cg.*	
Suiza	Centner	=	50	*Kg.*	
	Pfund	=	50	*Dg.*	
	Unze	=	3'125	»	
	Loth	=	12'630	*g.*	
Tripoli	Kantar	=	46'760	*Kg.*	En Bengasi.
	Rottel	=	4'676	*Hg.*	
	Oke	=	1'244	*Kg.*	
	Metikal *mechmehni*	=	4'665	*g.*	Para oro labrado.
	Idem *aghis*	=	4'082	»	Para oro en polvo.
	Idem *egderi*	=	4'270	»	Para piedras finas.
	Idem	=	4'175	»	En El Ouad.
	Kantar de 200 *oke*				Para hierro y acero.
Túnez	Kantar	=	56'100	*Kg.*	
	Idem	=	61'710	»	Para algodón en bruto.
	Idem	=	84'150	»	Para algodón hilado y hierro.
	Rottel *attari*	=	5'61	*Dg.*	Para metales y drogas.
	Idem-*sucki* de 18 *uckies*	=	5'685	»	Para fruta, madera, jabón, aceite, etcétera.
	Idem-*Khaddari* de 20 id	=	6'395	»	Para legumbres.
Turquía	Kantar-*a'chary*	=	1	*Tm.*	
	Idem	=	50	*Kg.*	
	Vekiey-*a'chary*	=	1	»	
	Dirhem-*a'chary*	=	1	*g.*	
	Euchry-*dirhem*	=	1	*dg.*	
	A'chary-*dirhem*	=	1	*cg.*	
	Mi'chari-*dirhem*	=	1	*mg.*	
Zanguebar	Kiss de 7 *frasla* de 12 *mouns* de 3 *artal*	=	1'120	*Qm.*	
	Dschesla de 70 *pissi*	=	1'587	»	
	Ratul	=	4'536	*Hg.*	
	Wakiah	=	28'067	*g.*	

TABLA VIII

PESOS ESPECÍFICOS DE LOS CUERPOS MÁS INTERESANTES

PARA EL COMERCIO

Aceite de almendras dulces	0'917
Idem de adormideras	0'929
Idem de ballena	0'923
Idem de tabuco	0'917
Idem de linaza	0'940
Idem de nabina	0'919
Idem de nueces	0'923
Idem de oliva	0'916
Acero batido templado	7'818
Idem íd. sin templar	7'840
Idem sin batir, templado	7'816
Idem sin batir y sin templar	7'833
Idem recocido	7'720
Acido acético (vinagre puro)	1'070
Idem arsenioso	3'700
Idem azótico	1'220
Idem bórico	1'800
Idem clorhídrico líquido	1'210
Idem estánnico	6'640
Idem fluorhídrico	1'060
Idem hiponítrico	1'420
Idem muriático	1'294
Idem nítrico	1'522
Idem íd., 90 % agua	1'054
Idem íd., 50 íd.	1'295
Idem nitroso	1'550
Idem sulfúrico, 15°	1'848
Idem íd., 90 % agua	1'066
Idem íd., 50 íd.	1'387
Idem sulfuroso	1'850
Agata	2'650
Agua de mar	1'030
Idem destilada	1'000
Aguardiente de 18°	0'947
Idem de 19°	0'941
Idem de 22°	0'923
Aguardiente de 33°	0'863
Idem de 36°	0'848
Alabastro europeo	1'874
Idem oriental	2'730
Albayalde	6'700
Alcanfor	0'996
Alcohol puro	0'793
Alumbre	1'753
Aluminio fundido	2'560
Amatista oriental	3'920
Ambar	1'078
Amoniaco	0'897
Antimonio fundido	6'712
Arcilla	1'930
Arsénico	5'808
Asfalto	1'308
Asperón	1'933
Idem de empedrados	2'415
Avena	0'488
Azabache	2'259
Azúcar	1'606
Idem en panes	1'358
Azufre común	2'033
Idem cristalizado	2'080
Bismuto	9'822
Bronce de cañón antiguo	9'200
Idem de íd. (promedio)	8'831
Cal	2'300
Caliza	2'700
Carbón vegetal (máximo)	0'250
Idem íd. (mínimo)	0'150
Idem de piedra (hulla)	1'329
Caoutchouc	0'989
Cebada	0'633
Centeno	0'740
Cera virgen	0'950
Idem blanca	0'968
Idem amarilla	0'974
Cerveza	1'020

Cinabrio.	=	8'090	Hierro fundido, grano ordinario..	=	7'550
Cisco de horno..	=	0'400	Idem íd. atruchado. . . .	=	7'350
Cobalto.	=	8'712	Idem íd. gris negruzco.. .	=	6'800
Cobre (alambre)..	=	8'879	Idem íd. gris ordinario.. .	=	7'200
Idem fundido.	=	8'788	Idem laminado (palastro).	=	7'700
Idem forjado ó laminado.	=	8'950	Idem forjado..	=	7'890
Idem ordinario..	=	8'740	Idem íd. en barras.. . . .	=	7'788
Cok..	=	0'340	Hormigón (mínimo). . . .	=	2'485
Cristal común.	=	2'478	Idem (máximo).	=	2'650
Idem de roca.	=	2'683	Huesos (mínimo).	=	1'656
Idem de espejos, inglés. .	=	3'373	Idem (máximo).	=	1'799
Idem de íd., francés. . . .	=	3'200	Imán.	=	5'350
Idem de íd., alemán.. . .	=	3'779	Iodo.	=	4'948
Corcho bien seco.	=	0'240	Judías.	=	0'820
Cuarzo común.	=	2'600	Ladrillo ordinario.	=	1'560
Idem jaspeado.	=	2'710	Idem prensado..	=	2'170
Diamante (mínimo). . . .	=	3'501	Lápiz plomo	=	2'641
Idem (máximo).	=	3'531	Latón laminado.	=	8'540
Esencia de canela.	=	1'044	Idem fundido..	=	8'395
Idem de clavo.	=	1'036	Leche de vaca.	=	1'032
Idem de espliego.	=	0'893	Idem de oveja.	=	1'040
Idem de menta..	=	0'851	Idem de cabra	=	1'034
Idem de trementina. . . .	=	0'869	Idem de burra.	=	1'035
Esmeralda.	=	2'775	Idem de yegua..	=	1'034
Espato fluor (máximo).. .	=	4'426	Lentejas.	=	0'820
Espíritu de vino de 33°. .	=	0'836	Madera de abeto rojo. . .	=	0'820
Idem de íd. de 36°.	=	0'848	Idem de íd. blanco.. . . .	=	0'870
Espuma de mar.	=	3'050	Idem de acacia blanca.. .	=	0'890
Estaño batido (promedio).	=	7'303	Idem de acebo.	=	0'770
Idem sin batir.	=	7'293	Idem de álamo blanco. . .	=	0'540
Eter acético.	=	0'866	Idem de íd. de Italia.. . .	=	0'400
Idem clorhídrico..	=	0'874	Idem de íd. negro.	=	0'410
Idem nítrico.	=	0'908	Idem de íd. temblón.. . .	=	0'530
Idem sulfúrico.	=	0'711	Idem de alcornoque. . . .	=	0'240
Feldespato..	=	2'450	Idem de aliso.	=	0'800
Fosfato común.	=	1'770	Idem de arce común.. . .	=	0'730
Idem transparente.. . . .	=	1'830	Idem de íd. blanco.. . . .	=	0'750
Garbanzos.	=	0'790	Idem de boj común. . . .	=	0'950
Goma elástica.	=	0'933	Idem de íd. francés. . . .	=	0'912
Granate (promedio). . . .	=	3'640	Idem de íd. holandés.. . .	=	0'328
Granito ordinario.	=	2'716	Idem de caoba de Cuba. .	=	0'560
Idem gris.	=	2'727	Idem de peninsular. . . .	=	0'850
Idem rojo.	=	2'645	Idem de cedro.	=	0'596
Harina de trigo.	=	0'460	Idem de cerezo..	=	0'715
Idem (máximo).	=	1'035	Idem de ciprés.	=	0'644
Hidrato de potasa.	=	2'100	Idem de ciruelo.	=	0'785
Hielo..	=	0'930	Idem de ébano de América.	=	1'331
Hierro fundido, grano fino.	=	7'890			

Madera de id. de la India.	= 1'200	Plata de 0'951 fundida. . .	= 10'375
Idem de íd. (mínimo). . .	= 1'100	Idem pura íd..	= 10'474
Idem de fresno..	= 0'664	Idem id. forjada.	= 10'510
Idem de granado..	= 1'354	Idem roja.	= 5'500
Idem de guayaco..	= 1'333	Platino (alambre).	= 21'041
Idem de haya.	= 0'750	Idem batido.	= 23'000
Idem de palo campeche. .	= 0'913	Idem fundido..	= 21'400
Idem de peral.	= 0'661	Idem forjado..	= 20'336
Idem de pino..	= 0'657	Idem laminado..	= 22'700
Idem de roble común. . .	= 0'820	Plomo común.	= 11'352
Idem de sasafrás..	= 0'850	Idem rojo.	= 6'600
Idem de sauce.	= 0'482	Pólvora.	= 0'858
Idem de sauco..	= 0'585	Porcelana china.	= 2'380
Idem de tejo..	= 0'695	Idem de Sevres.	= 2'240
Idem de tilo.	= 0'807	Idem común..	= 2'340
Idem de vid.	= 0'604	Idem ordinaria..	= 2'030
Magnesia..	= 2'300	Potasio.	= 0'865
Mallechort (metal blanco).	= 8'610	Rejalgar.	= 3'600
Manteca común.	= 0'920	Rubí oriental..	= 3'910
Idem de vaca..	= 0'942	Sal común.	= 2'130
Marfil.	= 1'917	Salvado..	= 0'210
Mármol florentino.	= 2'520	Sebo.	= 0'941
Idem veteado (promedio).	= 2'721	Silice..	= 2'660
Idem de Carrara..	= 2'717	Sulfato de cobre.	= 2'190
Idem de Paros.	= 2'837	Sulfuro de antimonio.. . .	= 4'620
Mercurio.	= 13'598	Tierra arcillosa.	= 1'240
Miel.	= 1'450	Idem común.	= 1'110
Nafta.	= 0'758	Idem con grava.	= 1'650
Nikel.	= 8'510	Idem jabonosa..	= 1'578
Nitro..	= 1'900	Talco..	= 2'800
Nitrato de potasa.	= 1'933	Topacio.	= 3'500
Idem de sosa..	= 2'090	Turmalina.	= 3'150
Opalo..	= 2'200	Turquesa..	= 2'840
Oro fundido de 0'833.. . .	= 15'709	Vidrio común.	= 2'642
Idem forjado de íd.. . . .	= 15'774	Idem ordinario..	= 2'732
Idem fundido de 0'997.. .	= 17'486	Vinagre común.	= 1'019
Idem forjado de íd.. . . .	= 17'589	Vino de Borgoña..	= 0'922
Idem fundido puro.. . . .	= 19'258	Idem de Burdeos..	= 0'993
Idem forjado íd.	= 19'361	Idem de Champagne.. . .	= 0'962
Patatas..	= 0'940	Idem común..	= 0'990
Perlas comunes.	= 2'750	Idem de Madera.	= 1'030
Idem orientales.	= 2'684	Idem de Málaga.	= 1'022
Pez griega..	= 1'072	Idem de Oporto.	= 0'997
Petróleo.	= 0'800	Idem de Rhin.	= 0'999
Pizarra (mínimo).	= 2'110	Yeso..	= 0'960
Idem (máximo)..	= 2'853	Zafiro	= 3'980
Plata de 0'900.	= 10'120	Zinc fundido.	= 6'861
Idem de 0'951 forjada. . .	= 10'510	Idem forjado..	= 7'710

Estos pesos específicos sólo pueden ser aproximados, aunque bastan para las aplicaciones comerciales, porque dependen, en todo caso, de una multitud de circunstancias, como la latitud, altura, temperatura, estado higrométrico de la atmósfera, etcétera, no siendo constante ni aun para las piedras finas, según la localidad de que provienen.

Deben, pues, considerarse todos como promedios, aun cuando no hayamos fijado su máximo y mínimo, por existir distintas clases, ni hecho esa advertencia cuando las variaciones son considerables.

El de la madera, sobre todo, puede tener valores muy diferentes, según el mes en que se corta, terreno en que se ha criado, parte del árbol á que pertenece y cantidad de agua que contenga.

Los promedios que para éstas insertamos, las suponen perfectamente secas, para lo cual es preciso que haya pasado desde su corte, por lo menos, un año.

TABLA IX

CORRECCIÓN DE TEMPERATURAS PARA EL ALCOHÓMETRO CENTESIMAL

GRADOS DEL TERMÓMETRO CENTESIMAL °	GRADOS DEL ALCOHÓMETRO CENTESIMAL 35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
0	41‘1	45‘9	50‘7	55‘4	60‘2	65	69‘9	74‘7	79‘5	84‘3	88 9	93‘6
1	40‘8	45‘5	50	55‘1	59‘9	64‘7	69‘6	74‘3	79‘2	84	88‘7	93‘3
2	40‘4	45‘1	49‘9	54‘7	59‘5	64‘4	69‘3	74	78‘9	83‘7	88‘5	93‘1
3	40	44‘8	49‘6	54‘3	59‘2	64‘1	68‘9	73‘7	78‘6	83‘5	88‘2	92‘9
4	39‘5	44‘4	49‘2	54	58‘9	63‘7	68‘6	73‘4	78‘3	83·2	87‘9	92‘7
5	39‘1	44	48‘8	53‘6	58‘5	63‘4	68‘3	73‘1	78	82‘9	87‘7	92‘4
6	38‘7	43‘6	48‘4	53‘3	58‘1	63	68	72‘8	77 7	82‘6	87‘4	92‘2
7	38‘2	43‘2	48‘1	52‘9	57‘8	62‘7	67‘6	72‘5	77‘4	82‘3	87‘2	91‘9
8	37‘8	42‘8	47‘7	52‘6	57‘5	62‘4	67‘3	72‘2	77‘1	82	86‘9	91‘7
9	37‘4	42‘4	47‘3	52‘2	57‘1	62	67	71‘9	76·8	81‘7	86‘6	91‘5
10	37	42	46‘9	51‘8	56‘8	61‘7	66‘7	71‘6	76‘5	81‘5	86‘4	91‘2
11	36‘6	41‘6	46‘6	51‘5	56‘4	61‘4	66‘4	71‘3	76‘2	81‘2	86‘1	91
12	36‘2	41‘2	46‘2	51‘1	56	61	66	71	75‘9	80‘9	85 8	90‘7
13	35‘8	40‘8	45‘8	50‘8	55‘7	60‘7	65‘7	70‘6	75‘6	80‘6	85·5	90‘5
14	35‘4	40‘4	45‘4	50‘4	55‘3	60‘3	65‘3	70‘3	75‘3	80‘3	85‘3	90‘2
15	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
16	34‘5	39‘5	44‘6	49‘6	54‘6	59‘6	64‘7	69‘7	74‘7	79‘7	84‘7	89‘7
17	34‘1	39‘1	44‘2	49‘3	54‘3	59‘3	64‘3	69‘3	74‘3	79‘4	84‘4	89‘5
18	33‘7	38‘7	43‘8	48‘9	53‘9	58‘9	64	69	74	79‘1	84‘1	89‘2
19	33‘3	38‘3	43‘5	48‘5	53‘6	58‘6	63‘7	68‘7	73‘7	78‘8	83‘9	88‘9
20	32‘9	37‘9	43‘1	48‘2	53‘2	58‘2	63‘3	68‘4	73‘4	78‘5	83‘6	88‘7
21	32‘5	37‘5	42‘7	47‘8	52‘9	57‘9	63	68‘1	73‘1	78‘2	83‘3	88‘4
22	32‘1	37‘1	42‘3	47‘4	52‘5	57‘5	62‘7	67‘8	72‘8	77·9	83	88‘2
23	31‘7	36‘7	41‘9	47	52‘1	57‘1	62‘3	67‘4	72‘5	77‘6	82‘7	87‘9
24	31‘3	36‘3	41‘5	46‘6	51‘8	56‘8	62	67‘1	72‘2	77‘3	82‘4	87‘6
25	30‘9	35‘9	41‘1	46‘3	51‘4	56‘5	61‘6	66‘7	71‘8	77	82‘1	87‘4
26	30‘5	35‘5	40‘7	45‘9	51	56‘1	61‘3	66‘4	71‘5	76‘7	81‘8	87‘1
27	30‘1	35‘1	40‘3	45‘5	50‘7	55‘8	60‘9	66	71‘2	76‘3	81‘5	86‘8
28	29‘7	34‘7	39‘9	45‘1	50‘3	55‘4	60‘6	65‘7	70‘9	76	81‘2	86‘5
29	29‘3	34‘3	39‘5	44‘7	49‘9	55	60‘2	65‘4	70‘6	75·7	80‘9	86‘2
30	28‘9	33‘9	39‘1	44‘3	49‘6	54‘7	59‘9	65	70‘3	75‘4	80‘6	86

TABLA X

VOLÚMENES OCÚPADOS POR CADA LITRO DE ESPIRITU

SEGÚN SU GRADO Y TEMPERATURA

GRADOS DEL TERMÓMETRO CENTESIMAL °	GRADOS DEL ALCOHÓMETRO CENTESIMAL											
	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
0	1'009	1'011	1'011	1'012	1'012	1'013	1'013	1'014	1'014	1'014	1'014	1'015
1	1'009	1'010	1'010	1'011	1'011	1'012	1'012	1'013	1'013	1'013	1'013	1'014
2	1'008	1'010	1'010	1'010	1'010	1'011	1'011	1'012	1'012	1'012	1'012	1'013
3	1'007	1'009	1'009	1'009	1 010	1'010	1'010	1'011	1'011	1'011	1'011	1'012
4	1'007	1'008	1'008	1'009	1'009	1'009	1'010	1'010	1 010	1'010	1'011	1'011
5	1'006	1'007	1'007	1'008	1'008	1'008	1'009	1'009	1'009	1'010	1'040	1'010
6	1'005	1'007	1'007	1'007	1'007	1'008	1'008	1'008	1'008	1'009	1'009	1'009
7	1'005	1'006	1'006	1'006	1'006	1'007	1'007	1'007	1'007	1'008	1'008	1'008
8	1'004	1'005	1 005	1'005	1'006	1'006	1'006	1'006	1'006	1'007	1'007	1'007
9	1'004	1'004	1 004	1'005	1'005	1'005	1'005	1'005	1'005	1'006	1'006	1'006
10	1'003	1'004	1'004	1'004	1'004	1'004	1'004	1'004	1'005	1'005	1'005	1'005
11	1'002	1'003	1'003	1'003	1'003	1'003	1'003	1'004	1'004	1'004	1'004	1'004
12	1'002	1'002	1'002	1'002	1'002	1'002	1'002	1'003	1'003	1'003	1'003	1'003
13	1'001	1'002	1'002	1'002	1'002	1'002	1'002	1'002	1'002	1'002	1'002	1'002
14	1'001	1'001	1'001	1'001	1'001	1'001	1'001	1'001	1'001	1 001	1'001	1'001
15	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
16	0'999	0'999	0'999	0'999	0'999	0'999	0'999	0'999	0'999	0'999	0'999	0'999
17	0 999	0'998	0'998	0'998	0'998	0'998	0'998	0'998	0 998	0'998	0'998	0'998
18	0'998	0'998	0'998	0'998	0'998	0'997	0'997	0'997	0'997	0'997	0'997	0'997
19	0'998	0'997	0'997	0'997	0'997	0'997	0'997	0'996	0'996	0'996	0'996	0'996
20	0'997	0'997	0'936	0'996	0'996	0'996	0'996	0'996	0'995	0'995	0'995	0'995
21	0'997	0'996	0'996	0'995	0'995	0'995	0'995	0'995	0'994	0'994	0'994	0'994
22	0'996	0'996	0'695	0'995	0'994	0 994	0'994	0'994	0'993	0'993	0'993	0 993
23	0'996	0 995	0'994	0 994	0'993	0'993	0'993	0'993	0'992	0'992	0'992	0'992
24	0'995	0'994	0'994	0'993	0'992	0'992	0'992	0'992	0'992	0'991	0'991	0'991
25	0'995	0'994	0'993	0'993	0'992	0'991	0'991	0'991	0'991	0'991	0'990	0'990
26	0'994	0'993	0'992	0'992	0'991	0'990	0'990	0'990	0'990	0 990	0'989	0'989
27	0'994	0'993	0 992	0'991	0'990	0'990	0'990	0'989	0'989	0'989	0'988	0'988
28	0'993	0'992	0'991	0'990	0'989	9'989	0'989	0'988	0'988	0'988	0'987	0'987
29	0'993	0'992	0'991	0'990	0'989	0'988	0'988	0'988	0'987	0'987	0'986	0'986
30	0'992	0'991	0 990	0'989	0'988	0 987	0'987	0'987	0'986	0'986	0'985	0'985

TABLA XI

LITROS DE AGUA QUE HAY QUE AÑADIR

Á CADA DECÁLITRO DE UN ESPÍRITU PARA REBAJAR SU GRADO, Y CORRESPONDENCIA ENTRE LOS DE CARTIER Y LOS CENTESIMALES

GRADOS CENTESIMALES SUPERIORES	GRADOS CENTESIMALES INFERIORES											
°	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85
35	1‘67											
40	3‘35	1‘44										
45	5‘05	2‘90	1‘27									
50	6‘75	4‘36	2‘56	1‘14								
55	8‘46	5‘83	3‘85	2‘29	1‘03							
60	10‘17	7‘31	5‘14	3‘45	2‘08	0‘95						
65	11‘90	8‘79	6‘45	4‘61	3‘13	1‘90	0‘88					
70	13‘63	10‘28	7‘76	5‘78	4‘18	2‘86	1‘76	0‘81				
75	15‘36	11‘78	9‘08	6‘95	5‘24	3‘83	2‘65	1‘64	0‘76			
80	17‘11	13‘29	10‘40	8‘13	6‘31	4‘81	3‘54	2‘47	1‘53	0‘72		
85	18‘86	14‘80	11‘73	9‘33	7‘39	5‘79	4‘45	3‘30	2‘31	1‘45	0‘68	
90	20‘62	16‘33	13‘08	10‘53	8‘48	6‘79	5‘37	4‘15	3‘11	2‘19	1‘38	0‘66

10° Cartier = 0 centesimales.
11° » = 5‘3 »
12° » = 11‘6 »
13° » = 18‘8 »
14° » = 26‘1 »
15° » = 32‘6 »
16° » = 37‘9 »
17° » = 42‘5 »
18° » = 46‘5 »
19° » = 50‘1 »
20° » = 53‘4 »
21° » = 56‘5 »
22° » = 59‘5 »
23° » = 62‘3 »
24° » = 65 »

25° Cartier = 67‘7 centesimales.
26° » = 70‘2 »
27° » = 72‘6 »
28° » = 74‘8 »
29° » = 77 »
30° » = 79‘1 »
31° » = 81‘2 »
32° » = 83‘2 »
33° » = 85‘1 »
34° » = 86‘9 »
35° » = 88‘6 »
36° » = 90‘2 »
37° » = 91‘8 »
38° » = 93‘3 »
39° » = 94‘8 »

TABLA XII

PRINCIPALES UNIDADES MONETARIAS

Y MONEDAS EFECTIVAS
DE ORO Y PLATA DE TODOS LOS PAÍSES IMPORTANTES

ESPAÑA

MONEDAS ANTIGUAS DE ORO Y PLATA, EQUIVALENCIAS
CON LA UNIDAD ACTUAL, PESOS Y LEY

(*Gaceta* de 26 de Marzo de 1869.)

	MONEDAS	Ptas.	Gramos	Ley.
De oro.	Doblón de á 8, ú onza, desde 1730 á 1772.	85'47	27'060	0'917
	Idem de á 4, ó media onza, de íd. íd.	42'73	13'530	
	Idem de á 2, ú ochentín, de íd. íd.	21'36	6'765	
	Idem de un escudo de oro, ó cuarentén, de íd. íd.	10'68	3'383	
	Veintén de 21 $\frac{1}{4}$ rs. de 29 de Junio de 1742..	5'50	1'765	0'906
	Idem de 20 rs. posterior á 25 de Mayo de 1772.	5'37	1'750	0'894
	Doblón de 8, ú onza, de 1772 á 1786.	83'51	27'060	0'896
	Idem de á 4, ó media onza, de íd. íd..	41'75	13'530	
	Idem de á 2, ú ochentín, de íd. íd.	20'87	6'765	
	Idem de un escudo de oro, ó cuarentén, de íd. íd.	40'43	3'383	
	Idem de á 8, ú onza, posterior á 1786.	81'50	27'060	0'875
	Idem de á 4, ó media onza, de íd.	40'75	13'530	
	Idem de á 2, ú ochentín, de íd.. .	20'37	6'765	
	Idem de un escudo de oro, ó cuarentén, de íd.	10'18	3'383	
	Centén de 17 de Mayo de 1850 á 3 de Febrero de 1854.	25'47	8'215	0'900
	Idem de 10 escudos de plata de 26 de Junio de 1864.	25'99	8'387	
	Idem de 4 escudos de íd. íd. . . .	10'39	3'354	
	Idem de 2 escudos de íd. íd. . . .	5'19	1'677	

De plata. . .	Peseta columnaria anterior á 1772.	1'35	6'765	0'902
	Media peseta, íd.	0'67	3'382	
	Realito, íd.	0'33	1'691	
	Medio duro posterior á 1772. . . .	2'75	13'530	
	Escudo de plata de 25 de Junio de 1864.	2'59	12'980	0'900
	Peseta posterior á 1772.	1'05	5'814	0'813
	Media peseta, íd.	0'52	2'907	
	Real de vellón, íd..	0'26	1'453	
	Peseta de 1848 á 1864.	1'03	5'192	0'900
	Media, íd. íd.	0'51	2'596	
	Real, íd. íd..	0'25	1'298	

A estos datos oficiales, de los que hemos suprimido los que se refieren á las monedas de 5*pts* y á las de bronce anteriores á 1868 recogidas y retiradas ya de la circulación, creemos útil añadir que las pesetas, medias pesetas y reales, mandadas acuñar en 25 de Junio de 1864, debían tener igual peso que las de 1848, pero siendo su ley únicamente de 0'810.

PRINCIPALES UNIDADES

Y MONEDAS DE ORO Y PLATA EXTRANJERAS

Abisinia.

Unidad monetaria = ZEQUI. . . . . = 11'68*pts.* } *De oro.*
Barras sin acuñar que se pesan con el *wakih*.. . . . = 61 »
Pataka.. . . . . = 5'19 » *De plata.*

Afganistán.

Unidad monetaria = TOMAN. . . . . = 11'60*pts.* *De oro.*
Idem íd. . . . . . = RYAT. . . . . = 1'46 » } *De plata.*
Penebat. . . . . = 0'58 »

Alemania.

Unidad monetaria = MARK de 100 *pfennings* = 1'23457*pts.*

De oro:

Doble corona.. = 20 MARKS = 7'965 *g* de peso y 0'900 ley = 24'69 *pts.*
Corona.. . . . = 10 » = 3'982 » de » y » » = 12'35 »
Media corona. = 5 » = 1'991 » de » y » » = 6'17 »

De plata:

Pieza de. . . . = 5 MARKS = 27'777 *g* de peso y 0'900 ley = 5'56 *pts.*
Piezas de 2, 1, 0'5 y 0'2 *marks* de igual ley y peso proporcional.

Annam.

Unidad monetaria = KWAN = 1'05 *pts.* Se compone de 600 *sapeks* de zinc.
Barras de oro y plata en la relación de 17 á 1 en igualdad de peso.

Arabia.

Unidad monetaria = PIASTRA = 4'45*pts* dividida en 80 *kabiks*.
En Aden, la RUPIA. . . . . . = 2'50 » compuesta de 16 *annas*.

Austria.

Unidad monetaria = FLORÍN de 100 *kreutzers* = 2'4691*pts*.

De plata:

Pieza de 2 FLORINES. . .	= 24'691 *g* de peso	y 0'900 ley. . . .	=	4'94*pts*.
» de 1 » . . .	= 12'345 » de »	y » »	=	2'47 »
» de $\frac{1}{4}$ » . . .	= 5'341 » de »	y 0'520 »	=	0'62 »
» de $\frac{1}{5}$ » . . .	= 2'666 » de »	y 0'500 »	=	0'29 »
» de $\frac{1}{10}$ » . . .	= 1'333 » de »	y 0'400 »	=	0'15 »
Thaler de María Teresa.	= 28'075 » de »	y 0'833 »	=	5'20 »

De oro:

Cuádruple ducado. . . .	= 13'960 *g* de peso	y 0'986 ley. . . .	=	47'41*pts*.
Ducado..	= 3'490 » de »	y » »	=	11'85 »
Pieza de 8 FLORINES. . .	= 6'452 » de »	y 0'900 »	=	20 »
» de 4 » . . .	= 3'226 » de »	y » »	=	10 »

Bolivia.

De plata:

Unidad monetaria = PESO de 25 *g* de peso y 0'900 ley = 5*pts*.
Piezas de 50, 25, 12'5 y 6'25 *céntimos* de peso.

De oro:

Onza boliviana de 25 *g* de peso y 0'900 ley.. . . . . = 65'97 *pts*.

Brasil.

Unidad monetaria = MILREI. . . . . = 2'8316*pts*.

De oro:

Pieza de 20 MILREIS de 17'929 *g* de peso y 0'916 $\frac{2}{3}$ ley.. . . . = 56'63 *pts*.
Idem de 10 y de 5 íd., de peso proporcional é igual ley.

De plata:

Pieza de 2 MILREIS	de 25 *g* de peso	y 0'900 ley.	=	5	*pts*.
» de 1 »	de 12'50 » »	y » »	=	2'50	»
» de 500 *reis*	de 6'25 » »	y 0'835 »	=	1'25	»
» de 200 »	de 2'50 » »	y » »	=	0'31	»
» de 100 »	de 1'25 » »	y » »	=	0'16	»

Monedas portuguesas, *duros* españoles y *pesos* mejicanos.

Buenos Aires.

Unidad monetaria = *peso* de 100 *céntimos* = 4'85*pts.*

De oro:

Argentino de 5	PESOS	= 8'064 *g*	de peso	y	0'900	ley....	=	25	*pts.*
Medio id. de 2'50	»	= 4'032 »	»	y	»	»....	=	12'50	»

De plata:

Peso de 100 céntimos	= 25 *g*	de peso	y	0'900	ley......	=	5	*pts.*
Pieza de 50 »	= 12'5 »	»	y	»	»......	=	2'50	»

Idem de 20, 10 y 5 céntimos, de peso proporcional é igual ley.

Chile.

Unidad monetaria = PESO fuerte de 100 centavos = 5 *pts.*

De oro:

Condor de	10 PESOS	= 15'253 *g*	de peso	y	0'900	ley.....	=	47'28	*pts.*
Medio id. de	5 »	= 7'627 »	»	y	»	».....	=	23'64	»
Escudo de	2 »	= 3'050 »	»	y	»	».....	=	9'45	»
Peso de	1 »	= 1'525 »	»	y	»	».....	=	4'73	»

De plata:

Peso de 100 *centavos* = 25 *g* de peso y 0'900 ley........ = 5 »
Piezas de 50, 20, 10 y 5 centavos, de peso proporcional é igual ley.

China.

Unidad monetaria = TAEL de 10 *tsien* de 10 *fan* de 10 *casch* = 7'42*pts.*
El TAEL tiene, no obstante, diversos valores en las distintas plazas.
El anterior pesa 33'387 *g*; el de las Aduanas 37'799 *g*; el del Tesoro 38'246 *g*; el de Cantón 37'579 *g*; el de Shanghai 36'693 *g*.
El PESO comercial de 100 *céntimos* equivale á 0'72 *taels* = 5'34*pts.*
Como el *tael* es más bien un peso de plata que una moneda, las verdaderamente efectivas son lingotes de plata de diversos valores.

Colombia.

Unidad monetaria = PESO de 100 *centavos* = 4'85*pts.*

De oro:

Doble *condor*	de 20 *pesos*	= 32'258 *g*	de peso	y	0'900	ley....	=	100*pts.*
Condor	de 10 »	= 16'129 »	de »	y	»	»....	=	50 »
Medio *condor*	de 5 »	= 8'064 »	de »	y	»	»....	=	25 »
Pieza	de 2 »	= 3'225 »	de »	y	»	»....	=	10 »
Idem	de 1 »	= 1'613 »	de »	y	»	»....	=	5 »

De plata:

Peso de 10 *décimos*. . = 25 *g* de peso y 0'900 ley = 6 *pts.*
Medio *peso*....... = 12'50 » de » y » » = 2'50 »
Piezas de 2, 1 y 0'5 *décimos*, de peso proporcional é igual ley.

Costarica.

Unidad monetaria = PESO de 100 *centavos* = 4'85*pts.*
Las piezas acuñadas son iguales á las anteriores.

Dinamarca.

Unidad monetaria = KRONE de 100 *ores* = 1'389*pts.*

Pieza	de 20 KRONES. =	8'960 *g* de peso	y 0'900 ley	=	27'78*pts.*	De oro.
»	de 10 » . =	4'480 » de »	y » »	=	13'89 »	
»	de 2 » . =	15 » de »	y 0'800 »	=	2'67 »	De plata.
»	de 1 » . =	7'50 » de »	y » »	=	1'33 »	
»	de 50 *ores*.. . =	5 » de »	y 0'600 »	=	0'67 »	
»	de 40 » .. . =	4 » de »	y » »	=	0'53 »	
»	de 25 » .. . =	2'42 » de »	y » »	=	0'32 »	
»	de 10 » . . =	1'45 » de »	y 0'400 »	=	0'13 »	

Ecuador.

Igual unidad y monedas que Colombia.

Egipto.

Unidad monetaria = PIASTRA de 40 *paras* = 0'2561*pts.*

De oro:

LIBRA de 100 *piastras* = 8'50 *g* de peso y 0'875 ley.. . . = 25'61*pts.*
» de 50 y 25 » de peso proporcional é igual ley.

De plata:

Pieza de 10 *piastras* = 12'50 *g* de peso y 0'900 ley.. . . = 2'50*pts.*
» de 5, 2'5 y 1 » de peso proporcional é igual ley.

Estados Unidos.

Unidad monetaria = DOLLAR de 100 céntimos = 5'1825*pts.*

De oro:

Doble *águila* de 20 *dollars* = 33'436 *g* de peso y 0'900 ley. . = 103'65*pts.*
AGUILA, media y piezas de 5, 3, 2'5 y 1 *dollar* de peso proporcional é igual ley.

De plata:

TRADE dollar comercial. . . = 27'215 *g* de peso y 0'900 ley. . = 5'44*pts.*
DOLLAR de 100 *céntimos*. . = 26'729 » de » y » » . . = 5'34 »
Piezas de 50, 25, 20 y 10 íd. de peso proporcional é igual ley.
El *trade* dollar, ó STANDART dollar, se acuña solo para el comercio con China.

Guatemala.

Unidad monetaria = PESO dividido en 100 *centavos* = 5'05*pts.*
No se han acuñado las monedas de oro, que según la Ley deben ser de 20, 10 y 5 *pesos.*

Duro. . . . . =	25 *g* de peso	y 0'900 ley. . . .	= 5 *pts.*	De plata.
Pieza de $\frac{1}{10}$ *peso*. . =	250 » de »	y 0'835 »	= 0'50 »	

Guinea.

No hay verdadera unidad monetaria.
En la meridional *macutas* de 50 *reis* portugueses. . . = 0'25*pts.* De plata.
En Sierra Leona, *dollars* de 10 *macutas* de 10 *céntimos*, y piezas de 50 y 20 *céntimos.* De plata.

Haiti.

Unidad monetaria = GOURDE = 25 *g* de peso y 0'900 ley = 5*pts.*

De plata:

Piezas de 50 céntimos de GOURDE = 12'50 *g* de peso y 0'835 ley = 2'32*pts*
» de 20, 10 y 5 íd. de íd., de peso proporcional é igual ley.
No existen monedas de oro.

Holanda.

Unidad monetaria = FLORÍN de 100 *céntimos* = 2'08*pts.*

De oro:

Doble *ducado*. . . . . . . = 6'988 *g* de peso y 0'983 ley. . . = 23'66*pts.*
Ducado. . . . . = 3'494 » de » y » » . . . = 11'83 »
Pieza de 10 *florines*. . . = 6'720 » de » y 0'900 » . . . = 20'83 »

De plata:

Rixlader de 2 $\frac{1}{2}$ *florines* = 25 *g* de peso y 0'945 ley. . . = 5'25*pts.*
Florín de 100 *céntimos* = 10 » de » y » » . . . = 2'10 »
Pieza de 50 » = 5 » de » y » » . . . = 1'05 »
» de 25 » = 3'575 » de » y 0'640 » . . . = 0'51 »
» de 10 y 5 » de peso proporcional é igual ley.
» de $\frac{1}{4}$ *florín*. . . = 3'180 *g* de peso y 0'720 ley. . . = 0'51*pts.*
» de 0'1 y 0'05 íd., de peso proporcional é igual ley.

Honduras.

Unidad monetaria = DURO de 100 *céntimos* = 5'37*pts.*
No existe moneda propia.

Indostán.

Unidad monetaria = RUPIA de 16 *annas* = 2'3757*pts.*

De oro:

Mohur de 15 RUPIAS = 11'664 *g* de peso y 0'916 $\frac{2}{3}$ ley. . . . = 36'83*pts.*
Piezas de 10 y 5 íd. de peso proporcional é igual ley.

De plata:

Rupia de 1 *mohur* = 11'664 *g* de peso y 0'916 $\frac{2}{3}$ ley. . . . . = 2'38*pts.*
Piezas de 0'5, 0'25 y 0'125 de peso proporcional é igual ley.

Inglaterra.

Unidad monetaria = LIBRA ESTERLINA = 25'22*pts.*

De oro:

Soberano de	1	LIB. ESTERL.	= 7'988 *g* de peso y $0'916\frac{2}{3}$ ley	= 25'22*pts.*
Medio *íd.* de	$\frac{1}{2}$	» »	= 3'994 » de » y » »	= 12'61 »

De plata:

Corona de	5	CHELINES	= 28'276 *g* de peso y 0'925 ley	= 5'81*pts.*
Media *íd.* de	$2\frac{1}{2}$	»	= 14'138 » de » y » »	= 2'91 »
Florin de	2	»	= 11'310 » de » y » »	= 2'32 »
Chelin de	12	DINEROS	= 5'655 » de » y » »	= 1'16 »
Medio *íd.* de	6	»	= 2'828 » de » y » »	= 0'58 »

Piezas de 4, 3, 2 y 1 íd. de peso proporcional é igual ley.

Japón.

Unidad monetaria = YEN de 100 *sens* = 5'1664*pts.*

Pieza de 20 YEN = 33'333 *g* de peso y 0'900 ley.. . = 103'33*pts.* } *De oro.*
» de 10, 5, 2 y 1 íd. de peso proporcional é igual ley. }

YEN de 100 *sens* = 26'956 *g* de peso y 0'900 ley.. . = 5'39*pts.* }
Pieza de 50 » = 12'50 » de » y 0'800 ».. . = 2'22 » } *De plata.*
» de 20, 10 y 5 íd. de peso proporcional é igual ley. }

Liberia.

Unidad y monedas de los Estados Unidos.

Marruecos.

Unidad monetaria = METIKAL de 10 *ukias* = 4 *pts.*

BENDIKY, moneda que casi ha desaparecido.. . . . . = 10'50*pts.* *De oro.*

DURO marroquí de $13\frac{1}{2}$ *ukias*.. . . . . = 5'25*pts.* }
Ukia, dividida en 4 *blanquillos*. . . . . = 0'40 » } *De plata.*
Blanquillo, subdividido en 24 *flons*.. . . . . = 0'10 » }

Méjico.

Unidad monetaria = PESO de 100 *centavos* = 5'4308*pts.*

Pieza de 20 PESOS = 33'841 *g* de peso y 0'875 ley.. = 101'99*pts.* } *De oro.*
» de 10, 5, 2'5 y 1 íd. de peso proporcional é igual ley. }

Peso de 100 *centavos* = 27'073 *g* de peso y 0'9027 ley = 5'43*pts.* } *De plata.*
Pieza de 50, 25, 10 y 5 íd. de peso proporcional é igual ley. }

Nicaragua.

Unidad monetaria = PESO *macuquino* = 4'3556*pts.*

No existe moneda propia.

Noruega.

Unidad y monedas iguales á las de Dinamarca.

Paraguay.

Unidad monetaria = *peso* de 100 *centavos* = 5 *pts.*
También carece de moneda propia.

Persia.

Unidad monetaria = KRAN de 1000 *dinars* = 1'137*pts.*

Toman = 10 KRAN = 3'600 *g* de peso y 0'900 ley = 11'86*pts.*		*De oro.*
Medio *íd.* = 5 » = 1'800 » de » y » » = 5'93 »		
Sachib de 200 *dinars* = 10'40 *g* de peso y 0'900 ley = 2'08*pts.*		*De plata.*
Banabat de 100 » = 5'20 » de » y » » = 1'04 »		
Abassis de 40 » = 2'08 » de » y » » = 0'41 »		

También se cuenta por *bursas* de 50 *tomans* y por *schais* de 10 *dineros.*

Perú.

Unidad monetaria = SOL de 100 *céntimos* = 5*pts.*

Pieza de 20 SOLES = 32'258 *g* de peso y 0'900 ley. . = 100*pts.*	*De oro.*
» de 10, 5, 2 y 1 íd. de peso proporcional é igual ley.	
Sol de 100 *céntimos* = 25 *g* de peso y 0'900 ley = 5 *pts.*	*De plata.*
Pieza de 50 » = 12'50 » de » y » » = 2'50 »	
» de 20, 10 y 5 íd. de peso proporcional é igual ley.	

Portugal.

Unidad monetaria = MILREIS de 1000 *reis* = 5'60*pts.*

Corona de 10 MILREIS = 17'735 *g* de peso y 0'916 $\frac{2}{3}$ ley = 56*pts.*	*De oro.*
Media *íd.* y piezas de 2 y 1 íd. de peso proporcional é igual ley.	
Pieza de 500 *reis* = 12'50 *g* de peso y 0'900 ley = 2'55*pts.*	*De plata.*
» de 200 » = 5 » de » y » » = 1'02 »	
Foston de 100 » = 2'50 » de » y » » = 0'51 »	
Medio *íd.* de 50 » = 1'25 » de » y » » = 0'25 »	

Un *conto* son 1000 *milreis*, y 1000 *contos* 1 *conto de contos.*

Rusia.

Unidad monetaria = RUBLO de 100 *kopecks* = 4*pts.*

De oro:

Medio *imperial* de 5 RUBLOS = 6'545 *g* de peso y 0'916 $\frac{2}{3}$ ley = 20'66*pts.*
Ducado de 3 » = 3'927 » de » y » » = 12'40 »

De plata:

Rublo	de 100 *kopecks*.	= 20'736 *g* de peso	y 0'868	ley =	4	*pts.*
Poltiknik	de 50 »	= 10'368 » de »	y »	» =	2	»
Tchetvertak	de 25 »	= 5'184 » de »	y »	» =	1	»
Abassis	de 20 »	= 4'079 » de »	y 0'500	» =	0'45	»
Grevenik	de 10 »	= 2'039 » de »	y »	» =	0'23	»
Pietak	de 5 »	= 1'019 » de »	y »	» =	0'11	»

San Salvador.

Unidad monetaria = *duro* de 100 *céntimos* = 5'37*pts.*
No existen monedas propias.

Santo Domingo.

Unidad monetaria y monedas de Haiti.

Sandwich.

Unidad monetaria = PESO ó *dollar* plata, dividido en 100 *céntimos* = 5*pts.*
No existe moneda propia.

Senegambia.

No existiendo verdadera unidad ni monedas, como en muchos otros pueblos atrasados, cuentan por GUINEAS, representadas por piezas de algodón, cuyo valor en los trueques directos es bastante variable.

Siam.

Unidad monetaria = TIKAL de 4 *salung* de 2 *fuang* de 2 *songpai* = 3'25*pts.*

Tschang	de 80	TIKALS,	equivalente á. . .	26 *pts.*	*De oro.*
Tumlung	de 4	»	» á. . .	13'5 »	*De oro.*
Piezas	de 2 y 1	»	» á. . .	6'50 y 3'25*pts.*	*De plata.*
»	de 2 y 1	*salung*,	» á. . .	1'67 y 0'34 »	*De plata.*
»	de 1	*fuang*,	» á. . .	0'17 »	*De plata.*
»	de 1	*songpai*,	» á. . .	0'09 »	*De plata.*

El *tikal* de plata pesa 15'3128 *g*, con ley 0'928 = 3'55*pts.*

Suecia.

Unidades y monedas iguales á las de Dinamarca y Noruega.

Trípoli.

Unidad monetaria = GERSCH de 40 *paras* = 0'96*pts.*
Tienen medios GERSCH = 0'43*pts*, y piezas de 0'25 = 0'21, además de otras, también de plata, más antiguas, de ley sumamente bajas (0'241 á 0'262), por lo cual en las transacciones se suele contar por *piastras* turcas, *duro*, españoles ó *thalers* austriacos.
El MAHHUB equivale á 20 *gerschs* = 19'20*pts.*

Túnez.

Unidad monetaria = PIASTRA = 0'62*pts.*

De oro:

Boumia	de 100	PIASTRAS	= 19'450 *g*	de peso	y	0'900	ley	=	60'29*pts.*
Bou Kamsin	de 50	»	= 9'725	» de	»	y	»	» =	30'14 »
Bouachza	de 10	»	= 1'495	» de	»	y	»	» =	6'02 »

De plata:

Bou Kansa	de 5	PIASTRAS	= 15'650 *g*	de peso	y	0'900 ley	=	3'13*pts.*
Bouarba	de 4	»	= 12'520	» de	» y	»	» =	2'50 »
Boutleta	de 3	»	= 9'390	» de	» y	»	» =	1'87 »
Bourialin	de 2	»	= 6'260	» de	» y	»	» =	1'25 »
Bourial	de 1	»	= 3'130	» de	» y	»	» =	0'62 »

Turquía.

Unidad monetaria = PIASTRA de 100 *céntimos* = 0'222*pts.*

De oro:

Bolsa	de 500	PIASTRAS=36'082 *g* de peso y 0'916 $\frac{2}{3}$	ley=	113'92*pts.*
LIBRA	de 100	» = 7'216 » de » y »	» =	22'78 »

Piezas de 50 y 25 de peso proporcional é igual ley.

De plata:

Medjidie	de 20	PIASTRAS=24 055 *g* de peso y 0'830	ley=	4'45*pts.*
Onlik	de 10	» =12'028 » de » y »	» =	2'22 »
Bechlik	de 5	» = 6'014 » de » y »	» =	1'11 »

Piezas de 2 y 1 de peso proporcional é igual ley.
Pieza de 20 *paras* = 0'601 *g* de peso y 0'830 ley = 0'11*pts.*

Uruguay.

Unidad monetaria = PESO de 100 *céntimos* = 5*pts.*

Doblón de 10 PESOS = 16'97 *g* de peso y 0'917 ley. . = 53'57*pts.* Piezas de 5 y 2'5 de íd. de peso proporcional é igual ley.	*De oro.*
PESO de 100 *céntimos* = 25 *g* de peso y 0'900 ley.. . . = 5*pts.* Piezas de 50, 20 y 10 íd. de peso proporcional é igual ley.	*De plata.*

Venezuela.

Unidad monetaria = PESO venezolano de 100 *centavos* = 5*pts.*

Pieza de 20 PESOS = 32'260 *g* de peso y 0'900 ley. . . = 100*pts.* » de 10, 5 y 1 íd. de peso proporcional é igual ley.	*De oro.*
Peso de 100 *centavos* = 25 *g* de peso y 0'900 ley.. . . = 5*pts.* Piezas de 50, 20, 10 y 5 de peso proporcional y ley 0'835.	*De plata.*

Zanguebar.

Unidad monetaria = DOLLAR de 100 *céntimos* de los Estados Unidos, que dividen en 2 *nusu*, de 2 *ruba*, de 2 *toman*, de 2 *annas*, de 8 *biga*, de 4 *ruba*, *baisa*, contando también por *thalers* austriacos.

Para Bélgica, Francia, Finlandia, Grecia, Italia, Mónaco, Rumanía y Servia, véase el párrafo 55.

TABLA XIII

MULTIPLICADORES FIJOS PARA EL INTERÉS

Ó DESCUENTO SIMPLE

t °/o	1200	36000	36500
1	0'000833	0'000028	0'000027
1 $\frac{1}{2}$	0'00125	0'000042	0'000041
2	0'001667	0'000056	0'000055
2 $\frac{1}{2}$	0'002083	0'000069	0'000068
3	0'0025	0 000083	0'000082
3 $\frac{1}{2}$	0'00292	0'000097	0'000096
4	0'00333	0:000111	0'00011
4 $\frac{1}{2}$	0 00375	0'000125	0'000123
5	0 004167	0'000139	0'000137
5 $\frac{1}{2}$	0'004583	0'000153	0'000151
6	0'005	0'000167	0'000165
6 $\frac{1}{2}$	0'005417	0'000181	0'000179
7	0'005833	0'000194	0'000192
7 $\frac{1}{2}$	0'00625	0'000208	0'000205
8	0'006667	0'000222	0'000219
8 $\frac{1}{2}$	0'007083	0'000236	0'000233
9	0'0075	0'00025	0'000247
9 $\frac{1}{2}$	0'007917	0'000264	0'00026
10	0'008333	0'000278	0'000274
10 $\frac{1}{2}$	0'00875	0'000292	0'000288
11	0'009167	0'000306	0'000302
11 $\frac{1}{2}$	0'009583	0'000319	0'000315
12	0'01	0'000333	0'000329
12 $\frac{1}{2}$	0'010417	0'000347	0'000342
13	0'010833	0'000361	0'000356
13 $\frac{1}{2}$	0'01125	0'000375	0'00037
14	0'011667	0'000389	0'000384
14 $\frac{1}{2}$	0'012083	0'000403	0'000398
15	0'0125	0'000417	0'000411

TABLA XIV

DIVISORES FIJOS PARA EL INTERÉS

Ó DESCUENTO SIMPLE

$t^o/_o$	1200	36000	36500
1..........	1200	36000	36500
$1\frac{1}{4}$..........	960	28800	29200
$1\frac{1}{2}$..........	800	24000	
2..........	600	18000	18250
$2\frac{1}{4}$..........		16000	
$2\frac{1}{2}$..........	480	14400	14600
3..........	400	12000	
$3\frac{1}{8}$..........		11520	11640
$3\frac{1}{3}$..........		10800	10950
$3\frac{3}{4}$..........	320	96000	
4..........	300	9000	
$4\frac{1}{2}$..........		8000	
5..........	240	7200	7300
$5\frac{1}{3}$..........		6750	
$5\frac{5}{8}$..........		6400	
6..........	200	6000	
$6\frac{1}{4}$..........	192	5760	5840
7..........			
$7\frac{1}{2}$..........	160	4800	
$7\frac{3}{4}$..........		4645	
8..........		4500	
9..........		4000	
10..........	120	3600	3650
11..........			
12..........	100	3000	
$12\frac{1}{2}$..........	96	2880	2920
15..........	8‘0	2400	

TABLA XV

CORRECCIONES DEL RESULTADO PARA EL INTERÉS Ó DESCUENTO SIMPLE

CUANDO SE EMPLEAN LOS DIVISORES CONSTANTES 200, 6000 Ó 7300

$t\%$	200 ó 36000	36500	$t\%$	200 ó 36000	36500
1.		$-0'8$	8.	$+\frac{1}{3}$	$+0'6$
$1\frac{1}{2}$		$-0'7$	$8\frac{1}{2}$		$+0'7$
2.		$-0'6$	9.	$+\frac{1}{2}$	$+0'8$
$2\frac{1}{2}$		$-0'5$	$9\frac{1}{2}$		$+0'9$
3.	$-\frac{1}{2}$	$-0'4$	10.		$+1$
$3\frac{1}{2}$		$-0'3$	$10\frac{1}{2}$		$+1'1$
4.	$-\frac{1}{3}$	$-0'2$	11.		$+1'2$
$4\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	$-0'1$	$11\frac{1}{2}$		$+1'3$
5.	$-\frac{1}{6}$	0	12.	$+1$	$+1'4$
$5\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{12}$	$+0'1$	$12\frac{1}{2}$		$+1'5$
6.	0	$+0'2$	13.	$+1\frac{1}{6}$	$+1'6$
$6\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{12}$	$+0'3$	$13\frac{1}{2}$	$+1\frac{1}{4}$	$+1'7$
7.	$+\frac{1}{6}$	$+0'4$	14.	$+1\frac{1}{5}$	$+1'8$
$7\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{4}$	$+0'5$	$14\frac{1}{2}$		$+1'9$
			15.	$+1\frac{1}{2}$	$+2$

TABLA XVI

DÍAS COMPRENDIDOS ENTRE DOS DATAS IGUALES DE UN MISMO AÑO

Á	DE Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre
Enero	365	334	306	275	245	214	184	153	122	92	61	31
Febrero	31	365	337	306	276	245	215	184	153	123	92	62
Marzo	59	28	365	334	304	273	243	212	181	151	120	90
Abril	90	59	31	365	335	304	274	243	212	182	151	121
Mayo	120	89	61	30	365	334	304	273	242	212	181	151
Junio	151	120	92	61	31	365	335	304	273	243	212	182
Julio	181	150	122	91	61	30	365	334	303	273	242	212
Agosto	232	181	153	122	92	61	31	365	334	304	273	243
Septiembre	243	212	184	153	123	92	62	31	365	335	304	274
Octubre	273	242	214	183	153	122	92	61	30	365	334	304
Noviembre	304	273	245	214	184	153	123	92	61	31	365	335
Diciembre	334	303	275	244	214	183	153	122	91	61	30	365

TABLA XVII

DÍAS QUE FALTAN DESDE UNO CUALQUIERA

HASTA LA TERMINACIÓN DEL AÑO

DÍAS	Enero.....	Febrero	Marzo.	Abril......	Mayo......	Junio.	Julio......	Agosto....	Septiembre.	Octubre....	Noviembre.	Diciembre..
1......	364	333	305	274	244	213	183	152	121	91	60	30
2......	363	332	304	273	243	212	182	151	120	90	59	29
3......	362	331	303	272	242	211	181	150	119	89	58	28
4......	361	330	302	271	241	210	180	149	118	88	57	27
5......	360	329	301	270	240	209	179	148	117	87	56	26
6......	359	328	300	269	239	208	178	147	116	86	55	25
7......	358	327	299	268	238	207	177	146	115	85	54	24
8......	357	326	298	267	237	206	176	145	114	84	53	23
9......	356	325	297	266	236	205	175	144	113	83	52	22
10......	355	324	296	265	235	204	174	143	112	82	51	21
11......	354	323	295	264	234	203	173	142	111	81	50	20
12......	353	322	294	263	233	202	172	141	110	80	49	19
13......	352	321	293	262	232	201	171	140	109	79	48	18
14......	351	320	292	261	231	200	170	139	108	78	47	17
15......	350	319	291	260	230	199	169	138	107	77	46	16
16......	349	318	290	259	229	198	168	137	106	76	45	15
17......	348	317	289	258	228	197	167	136	105	75	44	14
18......	347	316	288	257	227	196	166	135	104	74	43	13
19......	346	315	287	256	226	195	165	134	103	73	42	12
20......	345	314	286	255	225	194	164	133	102	72	41	11
21......	344	313	285	254	224	193	163	132	101	71	40	10
22......	343	312	284	253	223	192	162	131	100	70	39	9
23......	342	311	283	252	222	191	161	130	99	69	38	8
24......	341	310	282	251	221	190	160	129	98	68	37	7
25......	340	309	281	250	220	189	159	128	97	67	36	6
26......	339	308	280	249	219	188	158	127	96	66	35	5
27......	338	307	279	248	218	187	157	126	95	65	34	4
28......	337	306	278	247	217	186	156	125	94	64	33	3
29......	336	»	277	246	216	185	155	124	93	63	32	2
30......	335	»	276	245	215	184	154	123	92	62	31	1
31......	334	»	275	»	214	»	153	122	»	61	»	»

ÍNDICE DEL CONTENIDO DE ESTE TOMO

Páginas.

CAPÍTULO IV

MEDIDA DE LOS ESPACIOS

CAPÍTULO V

MEDIDA DE LA PESANTEZ

CAPÍTULO VI

MEDIDAS RELACIONADAS CON LAS ANTERIORES

CAPÍTULO VII

MEDIDA DE LOS VALORES

LIBRO II

OPERACIONES COMERCIALES

CAPÍTULO PRIMERO

FUNDAMENTO DEL CÁLCULO COMERCIAL

CAPÍTULO II

PROCEDIMIENTOS DE CÁLCULO MÁS USUALES

Páginas.

CAPÍTULO VIII

AGRICULTURA É INDUSTRIA

CAPÍTULO IX

COMERCIO DE ORO Y PLATA

LIBRO III

OPERACIONES DE BANCA Y BOLSA

CAPÍTULO PRIMERO

FUNDAMENTOS

CAPÍTULO II

APLICACIONES INMEDIATAS

CAPÍTULO III

NEGOCIACIÓN DE LETRAS

APÉNDICE

CUENTAS CORRIENTES CON INTERÉS

FIN DEL TOMO SEGUNDO

Billeter

ANGULO

CALCULOS

MERCANTILES

2