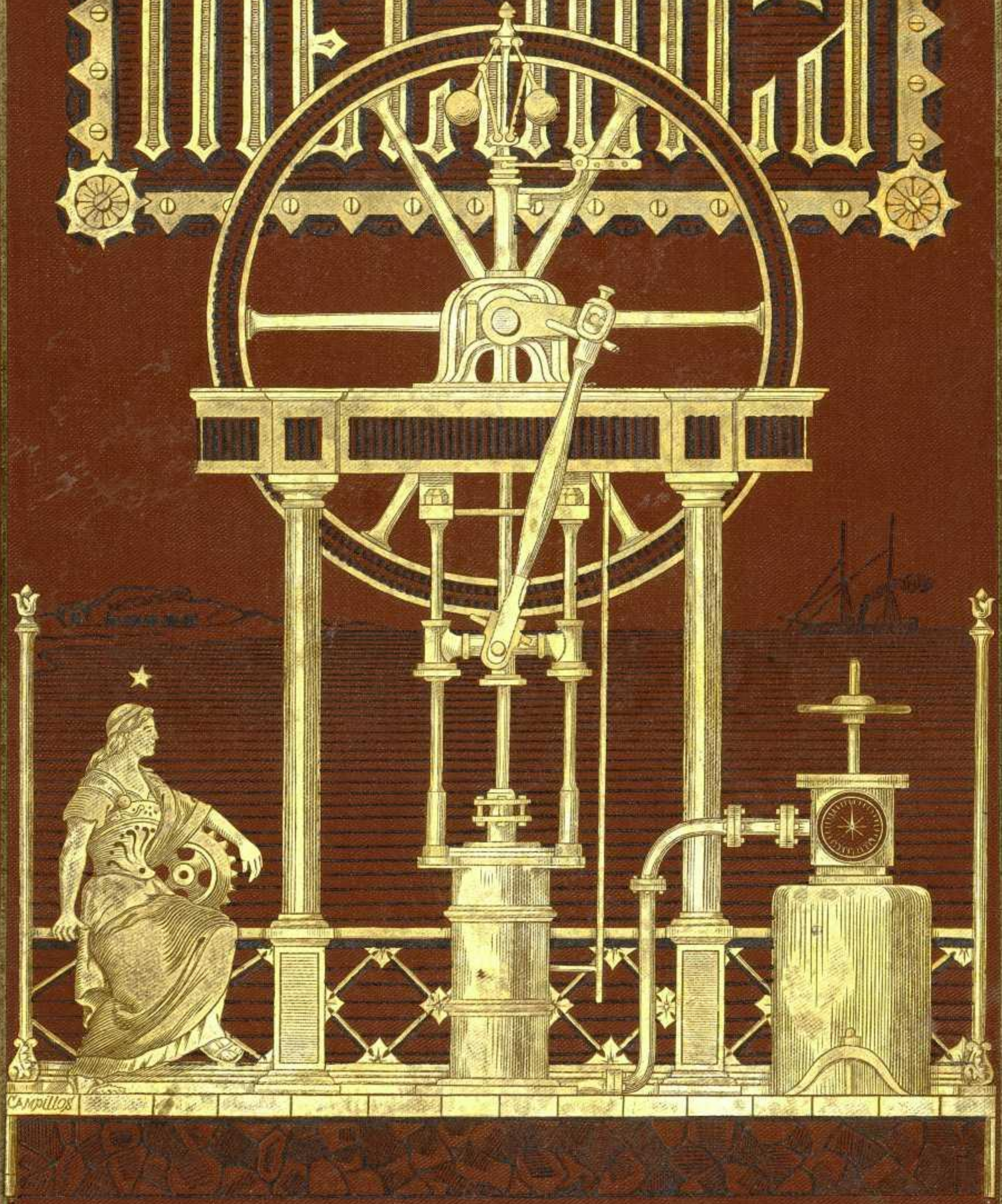
F. REULEAUX

MECÁNICA



TRATADO GENERAL

DE MECÁNICA

(MECÁNICA APLICADA)

TRATADO GENERAL
DE
MECÁNICA

PARA USO DE INGENIEROS, CONSTRUCTORES, MAQUINISTAS, ARQUITECTOS, &, &

COMPRENDE LAS OBRAS

CINEMÁTICA Y CONSTRUCTOR

DE

V. F. REULEAUX

CATEDRÁTICO DE LA ESCUELA POLITÉCNICA Y DIRECTOR
DE LA ACADEMIA INDUSTRIAL DE BERLIN, COMISIONADO IMPERIAL EN LAS EXPOSICIONES INTERNACIONALES DE
SYDNEY, MELBURNA, FILADELFIA &, &

TRADUCCION DE LAS ÚLTIMAS EDICIONES ALEMANAS

AUMENTADA CON LA

MECÁNICA PRÁCTICA Y APLICADA

MÁS MODERNA Y UNIVERSALMENTE ADOPTADA EN LAS NACIONES INDUSTRIALES

PUBLICADA BAJO LA DIRECCION DE

D. FRANCISCO NACENTE Y SOLER

AUTOR DE VARIAS OBRAS CIENTÍFICAS, EX-PRESIDENTE DEL «CENTRO INDUSTRIAL DE CATALUÑA,» PRESIDENTE
HONORARIO DEL «FOMENTO INDUSTRIAL» DE BARCELONA

Ilustrada con unas 7.000 á 8.000 figuras de maquinaria comprendidas
en mas de 800 láminas grabadas
primorosamente en la piedra é impresas con sumo esmero

TOMO SEGUNDO

BARCELONA
F. NACENTE, EDITOR: PASEO DE GRACIA, 149
1886

Imprenta y Litografía de F. Nacente.—Paseo de Gracia, 149.

MECÁNICA APLICADA

Ó

GUIA PRÁCTICA DEL MAQUINISTA.

INTRODUCCION.

La MECÁNICA es la ciencia de las *fuerzas* y del *movimiento;* estudia las leyes de éste y las causas que le originan, estableciendo las condiciones segun las cuales se neutralizan mútuamente las fuerzas.

Esponer los principios de esta ciencia y aplicarlos al estudio de las máquinas y de los fenómenos puramente mecánicos que observamos en torno nuestro, es el objeto de esta obra.

Haciendo abstraccion de las fuerzas que producen ó modifican los movimientos, pueden éstos estudiarse únicamente bajo su punto de vista geométrico, siendo dicho estudio objeto de una parte de la mecánica que se denomina *Cinemática*. Los elementos y los trazados prácticos que abraza esta ciencia ofrecen un gran interés, puesto que formulan las prácticas de los talleres; por ser así, al ocuparnos en este libro de las diferentes direcciones y distintas trasformaciones de los movimientos, los consideraremos bajo su punto de vista geométrico, dando á conocer las construcciones admitidas en los talleres para la solucion de los problemas que son objeto de la cinemática.

La *dinámica* establece las relaciones que enlazan los diversos movimientos con las causas que los producen. La *estática* estudia las fuerzas en sí mismas, y de una manera especial, las condiciones de su *equilibrio,* que es el caso particular en el cual las fuerzas no cambian el estado del cuerpo ó del sistema sobre el que actuan. La *cinemática,* la *estática* y la *dinámica* constituyen tres grandes divisiones de la *mecánica racional,* calificacion que se aplica á la mecánica cuando se contrae á un número de verdades que son consecuencias deducidas, por medio de razonamientos rigorosos, del estudio de ciertas leyes harto limitadas é hijas de la observacion.

Se denomina *hidráulica* la parte de la mecánica que trata del estudio teórico y esperimental de las leyes que presiden al equilibrio y al movimiento de los fluidos, comprendiendo á la par el exámen de las máquinas hidráulicas. La mecánica racional de los fluidos se divide igualmente en *hidrostática* é *hidrodinámica:* ésta se ocupa de su movimiento, y aquella del equilibrio de los mismos. La hidráulica es á la hidrostática y á la hidrodinámica lo que la mecánica aplicada á la mecánica racional.

La *mecánica industrial* ó *aplicada* reconoce por objeto el estudio de la accion de las fuerzas sobre los cuerpos, el de los movimientos que crean, y, por último, el de su empleo en las máquinas, teniendo en cuenta, por consiguiente, todas las propiedades de la materia y todas las resistencias que ocasionan las máquinas: así se enlazan los resultados teóricos con los prácticos, prestándose mútuo y constante apoyo.

Puesto que nos ocupamos de las subdivisiones de la mecánica, importa consignar que el *estudio de la resistencia de los materiales* es una parte de dicha ciencia, por más que guarde al mismo tiempo íntimas relaciones con la física, añadiendo á la par que aquel reconoce por objeto, como indica su nombre, el fijar las fórmulas que sirven para dotar á los diferentes órganos que constituyen una máquina, y á los distintos elementos que intervienen en las construcciones, con perfecta estabilidad si se encuentran fijos, ó con dimensiones adecuadas si son móviles, para que al funcionar no sufran ninguna alteracion, sin excedernos, por razones técnicas y económicas, de las dimensiones que el cálculo les asigna y que la esperiencia sanciona.

Antes de entrar en el estudio de la mecánica aplicada recordaremos con suma brevedad las propiedades generales de los cuerpos que importa tener presentes, así como la fórmula de Simpson, que nos ofrece un método tan sencillo como exacto para determinar, por medio del cálculo, las superficies limitadas por un contorno cualquiera, exponiendo al mismo tiempo todas las nociones y datos que importa conocer al dar comienzo al estudio de la mecánica.

Divisibilidad.—La materia, tal cual se encuentra en la naturaleza, es altamente divisible: todos los cuerpos pueden dividirse en partes muy pequeñas, y cada una de estas, á su vez en otras muchas; pero aunque se conciba constantemente que pueden de nuevo subdividirse las partes más pequeñas que se hayan obtenido, no por esto debe considerarse la materia como divisible hasta el infinito; por el contrario, existen razones poderosas que nos dan la creencia de que los cuerpos se encuentran constituidos por una multitud de partículas que no pueden dividirse nuevamente. Estas partículas indivisibles se denominan *átomos*.

Las dimensiones de los átomos deben ser excesivamente pequeñas: para formarnos una idea de este hecho, recordemos que existen ciertos animales infusorios tan diminutos que es indispensable, si queremos notar su existencia, recurrir al empleo de un fuerte microscopio, y que, sin embargo de ser así, poseen órganos que constan de una multitud de átomos.

Las espresiones de *moléculas* y de *partículas* se emplean para designar partes muy pequeñas de los cuerpos, si bien cada una de ellas puede contener un gran número de átomos.

Porosidad.—Las moléculas de los cuerpos no se tocan, puesto que existen entre ellas ciertas distancias: los intérvalos vacios de materia que median entre aquellas, se denominan *poros*. Los cuerpos, por muy compactos que parezcan, no se hallan exentos de poros. Los académicos de Florencia, en el año de 1661, al comprimir enérgicamente el agua que llenaba una esfera hueca de oro, vieron resudar el líquido al través de toda la superficie del metal, notando que el agua habia cruzado los poros del oro. La porosidad no puede evidenciarse en todos los cuerpos de una manera análoga á la que se empleó en el esperimento que acabamos de citar: el vidrio, por ejemplo, es impermeable respecto á los líquidos; sin embargo, las variaciones de volúmen que acompañan constantemente á los cambios de temperatura, solo pueden esplicarse admitiendo que las moléculas se alejan ó aproximan entre sí segun aumenta ó disminuye la temperatura; resultando forzosamente de este hecho, que no existe ningun cuerpo en la naturaleza en el cual se hallen en contacto sus moléculas.

Estado de los cuerpos.—Todos los cuerpos poseen la facultad de admitir tres estados distintos: estado sólido, estado líquido y estado gaseoso. El agua, que es uno de los cuerpos más comunes en la naturaleza, se presenta generalmente en estado líquido; pero adquiere el sólido al helarse, y pasa al gaseoso al convertirse en vapor. Otro gran número de cuerpos, además del citado, se han obtenido tambien en los tres estados que acabamos de indicar, y la analogia nos induce á admitir que aconteceria lo propio respecto á todos los demás, si poseyésemos medios bastante enérgicos para cambiar su estado.

Nuevos hechos vienen á confirmar diariamente estas ideas aceptadas por todos los físicos; y si respecto á su exactitud se abrigase alguna duda, se desvaneceria por completo ante el éxito alcanzado por M. Despretz en interesantes esperimentos, en los cuales ha llegado á fundir y á volatilizar el carbon, que es el cuerpo más refractario que se conoce.

Cuerpos sólidos.—Las moléculas, en los cuerpos sólidos, poseen entre sí posiciones determinadas, que si intentamos alterarlas deformando aquellos, presentan cierta resistencia. Sin embargo, el esfuerzo que se ejerce, cambia realmente la posicion de las moléculas y origina una modificacion en la forma del cuerpo, que es más ó ménos sensible, segun la constitucion de éste. Un débil esfuerzo, aplicado á una barra delgada de acero, ó á una lámina de vidrio, produce su flexion; pero al cesar el esfuerzo, los dos cuerpos vuelven á recobrar su forma primitiva. Esta propiedad que poseen los cuerpos sólidos de adquirir su forma primera cuando cesa de actuar sobre ellos la accion del esfuerzo que los ha deformado, constituye su *elasticidad*. Si el esfuerzo aplicado al cuerpo es muy intenso, podrá romperse éste ó deformarse de tal suerte, que le sea imposible de nuevo adquirir exactamente su forma primitiva, cuando cese el esfuerzo: en este caso se dice que se ha excedido el *límite de su elasticidad*. Todos los cuerpos sólidos son *elásticos*, si bien en grados muy diferentes; hay varios que poseen esta propiedad en proporciones tan exíguas, que es difícil aplicarles un esfuerzo por débil que sea, sin que éste exceda del límite al cual acabamos de contraernos; por cuya razon puede considerarse como desprovistos por completo de elasticidad: á esta clase corresponde, por ejemplo, el plomo. Otros cuerpos, por el contrario, son muy elásticos, tales como el acero y el cauchú.

Líquidos ó fluidos incompresibles.— Las moléculas, en los líquidos y en los gases, son estremadamente movibles entre sí, siendo suficiente el menor esfuerzo para obtener un cambio en su posicion. Esta propiedad es causa de que se fundan unidos, con la denominacion de *fluidos* los líquidos y los gases.

Si se comprime un líquido en un vaso cerrado, se esperimenta una resistencia muy intensa, siendo difícil, en cambio, notar la más pequeña disminucion en el volúmen del líquido. Esta disminucion es tan débil, que por mucho tiempo se ha dudado que existiese realmente, por lo cual se han designado los líquidos con la denominacion de *fluidos incompresibles*. Nosotros aceptaremos la idea de la incompresibilidad de los líquidos, siquiera se haya demostrado su inexactitud, porque no puede originar su admision error sensible en las aplicaciones.

Gases ó fluidos elásticos.—Si esperimentamos gran dificultad en disminuir el volúmen de un líquido de una cantidad insignificante por medio de la compresion, no sucede lo mismo respecto á los gases: basta un débil esfuerzo para comprimir de una manera muy sensible un gas contenido en un receptáculo cerrado. Una vejiga llena de aire, cuyo orificio se encuentra cerrado herméticamente, disminuye de volúmen de una manera visible al comprimirse con las manos. Si en un tubo de vidrio, cerrado por uno de sus extremos, fig. 130, se introduce un émbolo que llene completamente la seccion del tubo, el aire contenido en su interior no podrá escaparse; y al introducir el émbolo en aquél, ejerciendo cierta presion sobre su vástago, veremos disminuir sucesivamente el volúmen del aire, el cual se reducirá á una débil fraccion del que ocupaba primitivamente. Al cesar la presion sobre el émbolo, el aire le impelerá hácia el extremo del tubo, volviendo á recobrar su primer volúmen: este hecho nos demuestra que el aire es eminentemente compresible y elástico, al igual que los demás gases, por cuya razon se denominan *fluidos elásticos*.

Cuando el aire se comprime enérgicamente, como en el esperimento que acabamos de indicar, su temperatura se eleva de una manera notable, y si se situa un poco de yesca sobre la cara interior del émbolo, se calienta hasta el punto de encenderse. Por esta razon el aparato representado en la fig. 130 se denomina *eslabon neumático* ó *eslabon de aire*.

Un litro de agua al convertirse en vapor por medio de la ebullicion, en un vaso abierto, origina 1696 litros de vapor; es decir, que el vapor producido puede llenar un cubo cuyo lado sea aproximadamente de 12 decímetros (un cubo de 12 decímetros de lado contiene 1728 litros). Si la masa de agua hubiera poseido primitivamente la forma de un cubo, su lado hubiera sido de un decímetro. Al pasar del estado líquido al gaseoso, podemos suponer que las moléculas de agua se han alejado entre sí, conservando sus disposiciones relativas; y puesto que el lado del cubo se eleva aproximadamente á 12 decímetros, es evidente que en el vapor de agua las moléculas se encuentran aproximadamente doce veces más distantes unas de otras que cuando constituian el agua, de suerte que las dimensiones de cada molécula deben ser muy pequeñas con relacion á las distancias que las separan. Otro tanto acontece respecto á todos los cuerpos gaseosos.

Fórmula de Simpson.—Veremos muy en breve que los efectos producidos por las fuerzas pueden representarse geométricamente, siéndonos indispensable, por lo tanto, para medir aquellos, deducir directamente la superficie de figuras terminadas por líneas y contornos que no se encuentran sujetos á ninguna ley geométrica. Para obtener este resultado, importa recurrir á sistemas de cuadraturas aproximadas, ó bien á varios medios mecánicos.

Uno de los sistemas más sencillos y exactos para determinar aproximadamente, por medio del cálculo, la superficie limitada por un contorno cualquiera, compuesto de líneas curvas y rectas, ó bien tan solo por estas últimas, es el que vamos á esponer, del cual somos deudores al geómetra Simpson, cuyo nombre conserva y cuya demostracion puede verse en los tratados de mecánica de Poncelet, de Sonnet y en los de otros autores.

Principiemos por recordar lo que se entiende por *abscisas* y *ordenadas*. Supongamos que recurriendo á una construccion gráfica deseemos representar una relacion dada entre dos cantidades; por ejemplo, puesto que nos ocupamos de mecánica entre el espacio y el tiempo, es indudable que podremos cumplir nuestro intento por medio de dos líneas; en efecto, para representar el tiempo valiéndonos de una línea, bastará tan solo convenir en la medida longitudinal, bien sea el metro, el decímetro ó el centímetro, que ha de representar á su vez la unidad de tiempo, espresada en horas, minutos ó segundos. Bajo este punto, si dada una línea *AB*, fig. 131, trasportamos, á partir del punto *A*, las longitudes *Aa*, *ab*, *bc*... para representar intérvalos iguales de tiempo, y si despues elevamos las perpendiculares *aa'*, *bb'*, *cc'*... sobre cada uno de los puntos *a*, *b*, *c*, *d*... en representacion, segun la escala que se haya aceptado, de los espacios recorridos en el trascurso de los intérvalos de tiempo *Aa*, *Ab*, *Ac*... al trazar enseguida por los puntos *a'*, *b'*, *c'*... paralelas á la línea *AB*, obtendremos una série de pequeños triángulos *Aaa'*, *a'b'b''*, *b'c'c''*,... que serán iguales entre sí, y cuyos vértices se encontrarán sobre una misma línea. Uniendo los puntos *a'*, *b'*, *c'*, *d'*,... determinados por esta construccion, al trazar la línea *Ae'*, diremos que la relacion que media en la misma entre los espacios recorridos y los tiempos en recorrerlos, que viene á ser la *ley del movimiento*, se encuentra representada por una línea recta.

En la construccion que acabamos de presentar como ejemplo, lo propio que en las demás de índole igual que han de ocuparnos, la línea *AB*, sobre la cual hemos trasportado intérvalos iguales de tiempo, se denomina línea ó eje de las abscisas. Las longitudes *Aa*, *Ab*, *Ac*, *Ad*,... son las abscisas y las *ordenadas* las perpendiculares *aa'*, *bb'*, *cc'*,... siendo el eje de las ordenadas la línea levantada en *A* perpendicularmente á *AB*. Por último, las dos líneas que acabamos de considerar se denominan *coordinadas*, siendo su *orígen* el punto *A*.

Sentado esto, supongamos que en una de las construcciones gráficas que ha de procurarnos el estudio de los efectos de las fuerzas obtengamos el contorno de la figura 132, cuya superficie deseamos averiguar valiéndonos de la fórmula de Simpson. Para conseguirlo trazaremos al través de la figura el eje *AB* de las abscisas, dividiendo enseguida la distancia que media entre los dos puntos de su interseccion *A* y *B* con el contorno de la curva, en un número *par* de partes iguales, que distinguiremos con los números 1, 2, 3, 4... 9. En todos los puntos de division se elevarán perpendiculares al eje de las abscisas *AB*, con lo cual se obtendrán las longitudes de las ordenadas de $1'1''$, $2'2''$, $3'3''$... $9'9''$. Conocidas estas longitudes, el valor de la superficie *S*, terminada por la línea curva, reconocerá por valor aproximado el que indica la fórmula que sigue:

$$S = \frac{1}{3} 1,2 \Big(1', 1'' + 9', 9'' + 4\,(2', 2'' + 4, 4'' + \ldots 8', 8'') + 2\,(3', 3'' + 5', 5'' - \ldots\ldots 7', 7'') \Big);$$

es decir, que será igual al *tercio del intérvalo de dos ordenadas consecutivas equidistantes, multiplicado por la suma de las ordenadas extremas, más cuatro veces la suma de las ordenadas de situacion par, más dos veces la suma de las ordenadas de situacion impar*.

En algunas casos ciertas ordenadas son nulas, lo cual no impide el empleo de la fórmula. Al trazar el eje *AB* de las abscisas, debe procurarse que las ordenadas no corten la curva segun ángulos muy pequeños, para que no exista duda alguna respecto al punto de su interseccion. Cuanto mayor sea la aproximacion que desee obtenerse y más pronunciada é irregular la curva, más numerosas deben ser las divisiones sobre el eje *AB*.

Clasificacion de los esfuerzos á los cuales se hallan espuestos los órganos de las máquinas.—Como nos es indispensable dar á conocer, al ocuparnos de los órganos mecánicos y de los elementos que entran en las construcciones, las fórmulas prácticas que regulan y limitan las dimensiones de unos y otros, creemos conveniente indicar con suma brevedad la índole de los diferentes esfuerzos á los cuales han de resistir, esponiendo la base del estudio que se ocupa de la resistencia de los materiales.

Esfuerzos de compresion.—Se denominan así los que actuan sobre los cuerpos que reposan sobre su base y que tienden á aplastarlos, lo cual acontece, en efecto, si la carga ó presion que actua sobre aquellos no guarda relacion con las dimensiones de los mismos: como ejemplo de los sólidos que esperimentan estos esfuerzos, podemos citar los cimientos de todas las contrucciones, las columnas de hierro, los pilotes, los piés derechos, los vástagos de los émbolos de las bombas y de las máquinas de vapor, etc., etc.

Esfuerzos de traccion.—Son los que obran longitudinalmente sobre los cuerpos, determinando en un principio su alargamiento por efecto de la separacion de sus moléculas, para ocasionar despues de su rotura, si no cuentan con suficiente resistencia: tales son, por ejemplo, los cables de estraccion en las minas, las cadenas de las anclas en los buques, las correas que trasmiten los movimientos en las máquinas, etc., etc.

Esfuerzos de flexion.—Se califican así los que, actuando trasversalmente sobre los cuerpos, tienden á producir su rotura perpendicularmente á su longitud: los manubrios á los cuales se aplican distintos esfuerzos, los dientes de las ruedas de engranaje, los sólidos empotrados por uno ó por sus dos extremos, ó bien cuando reposan libremente sobre estos, al sufrir cargas ó al esperimentar presiones; los balancines de las máquinas de vapor y de las bombas, los muñones ó gorrones de los ejes de trasmision, etc., etc., nos ofrecen ejemplos repetidos de órganos mecánicos espuestos á esfuerzos de flexion.

Esfuerzos de torsion.—De esta suerte se denominan los que actuan sobre las barras prismáticas, cilíndricas ó de cualquier otra forma, espuestas á la accion de un sistema de fuerzas que obran en un plano perpendicular al eje del sólido y que tienden á originar su torsion haciendo girar las fibras del mismo alrededor de la que existe en su centro, que es la única que conserva invariablemente su forma y posicion. Al ponerse en marcha las máquinas de vapor, y las ruedas hidráulicas, por ejemplo, si observamos atentamente, se nota que entran en movimiento los órganos de los mecanismos motores, antes de que salgan las piezas de las trasmisiones, distantes de los mismos, de su estado de reposo; es decir, que efectuan cierto movimiento alrededor de su eje antes de vencer la resistencia que se opone á éste. Se encuentran espuestos á tales esfuerzos todos los ejes de las máquinas, los tornillos de las mismas, las barrenas, etc., etc.

En el capítulo especial que dedicamos al estudio de la *resistencia de los materiales,* además de ocuparnos de los diferentes esfuerzos que hemos apuntado, tratamos igualmente de la resistencia de las planchas reunidas por medio de roblones, de los esfuerzos á los cuales se hallan espuestas estas construcciones, y, por último, de los esperimentos efectuados recientemente en Inglaterra por el célebre ingeniero M. W. Fairbairn, con el objeto de estudiar la resistencia que oponen los tubos á las presiones interiores que se encuentran uniformemente repetidas sobre sus superficies.

Con el objeto de que puedan apreciarse desde luego las fórmulas que esponemos al ocuparnos de las dimensiones con que deben contar los órganos mecánicos, que son objeto de nuestro exámen, juzgamos oportuno esponer en esta *Introduccion* las principales condiciones de equilibrio que se contraen á los cuerpos espuestos á los esfuerzos que hemos dado á conocer, estudio que completa el artículo que se refiere á la resistencia de los materiales y las diferentes tablas que se insertan en esta obra.

Compresion.—Las condiciones de equilibrio de los cuerpos espuestos á la compresion se determinan por los principios generales que siguen.

Bajo la influencia de cargas iguales, la resistencia al aplastamiento, ó sea á los últimos efectos de la compresion, es proporcional á la seccion del cuerpo comprimido. Los efectos del aplastamiento dependen de la naturaleza y de la forma de los cuerpos: cuando se traspasan los límites de la elasticidad, las piedras se dividen en láminas y agujas; las maderas se rompen, aplastándose, cuando su altura no excede en mucho de las dimensiones de su escuadria; pero cuando dicha altura es diez ó doce veces mayor, las maderas se rompen doblándose; los metales se aplastan igualmente cuando las cargas que esperimentan son superiores á las que la práctica y el cálculo les asignan. Los efectos de la compresion son proporcionales á las cargas. Para que subsista el equilibrio en las construcciones, es indispensable que las cargas permanentes sean tan solo una fraccion, determinada por la experiencia, de la que puede originar la rotura. La resistencia en las pirámides truncadas es proporcional á la superficie de las bases, y la de los cilindros y de las esferas, al cuadrado de sus diámetros.

La resistencia de los soportes de madera disminuye desde el momento que principian á doblarse: las piedras solo resisten al aplastamiento, puesto que su fragilidad se opone á que se doblen ó estiren; sus cualidades físicas, tales como la dureza, el peso y el color no pueden servir para apreciar su resistencia. El máximo de resistencia corresponde á la forma cúbica: representando aquella por la unidad, la del cilindro inscrito apoyado sobre su base es de 0'80; la del mismo cilindro al descansar sobre su arista, es de 0'32, y de 0'26 la de la esfera inscrita. La relacion media de la resistencia del hierro fundido á la compresion es superior á la que ofrece á los esfuerzos de traccion; y de aquí que se emplee con justa preferencia para sufrir los esfuerzos de compresion. Las columnas huecas de fundicion, siendo iguales los diámetros esteriores, sustentan cargas más enérgicas que las columnas macizas.

En las construcciones de mamposteria de sillares debe considerarse como carga máxima el décimo del peso que puede romper el material de que consten, y en la mamposteria ordinaria el vigésimo. Las cargas permanentes que pueden hacerse que carguen sobre las piezas de madera, debe ser el décimo de las que producirian su rotura, y los pesos, igualmente constantes que deben esperimentar las piezas de hierrro, no deben exceder del quinto del que produzcan su rotura.

Tension.—Las condiciones de equilibrio de los cuerpos espuestos á la tension se determinan en virtud de los principios que esponemos.

Cuando un cuerpo sólido se estira en el sentido de su longitud, se alarga cierta cantidad, que varia segun la naturaleza del cuerpo que se considera; pero que es proporcional, dada una misma sustancia, á la longitud de la pieza y al esfuerzo de traccion; siendo, en cambio, inversamente proporcional á la seccion trasversal del sólido. Estos principios solo son exactos mientras los esfuerzos no originen un alargamiento que exceda del límite de la elasticidad del cuerpo que se considera.

Para calcular los esfuerzos, límites de traccion, que pueden esperimentar los cuerpos de una manera permanente, no basta aplicarles el límite de la carga que una pieza puede sufrir por cada unidad de su seccion, sino que deben tenerse en cuenta las sobre-cargas y todos los esfuerzos accidentales. Por lo tanto, la prudencia aconseja, apoyada en la práctica, que se cumpla la condicion de que la carga permanente sea tal que el alargamiento no exceda de la mitad del que corresponde al límite de la elasticidad; y para que suceda así, se acepta generalmente, respecto á los metales, un sexto de la carga de rotura, y un décimo respecto á los demás cuerpos, como valor de los esfuerzos permanentes y accidentales.

Flexion.—Las condiciones de equilibrio de los cuerpos espuestos á los esfuerzos que van á ocuparnos reconocen por base los principios que siguen, deducidos de numerosos y repetidos esperimentos y aquilatados por el cálculo: debemos observar, sin embargo, que aquellos solo deben aplicarse en el caso en que no se haya excedido el límite de elasticidad.

En un sólido empotrado ó reposando libremente sobre dos apoyos al surgir la flexion entre las fibras de que se compone, unas se estiran y otras se contraen ó comprimen; pero los alargamientos son iguales á las contracciones. La flexion de una pieza cargada en uno de sus estremos y empotrada por el otro, es proporcional á la carga y al cubo de la longitud, ó sea á la distancia ó brazo de palanca sobre la cual actua la carga. Si ésta se encuentra uniformemente repartida, solo produciria una flexion igual á los $^3/_8$ de la que originaria, si actuase segun el puesto anterior, ó sea al estremo de la pieza que se considera. La flexion de un sólido sustentado por *dos apoyos* y cargado en su centro, es proporcional á las cargas y á los cubos de las distancias que median entre los apoyos y el punto sobre el cual actua la carga: la flexion producida por una carga uniformemente repartida es los $^5/_8$ de la que originaria la misma carga situada en el centro de la distancia que medie entre los puntos de apoyo. Respecto á los sólidos empotrados por sus *dos estremos*, su resistencia es dos veces mayor que la que poseen cuando reposan libremente: este caso solo se presenta en las vigas empotradas en los muros, siendo indispensable en este caso que el empotramiento sea sólido. Si la carga se dispone en el centro, la presion es proporcional á la misma y al cubo de la mitad de la longitud que exista entre las paredes en las cuales se empotran sus estremos.

En los brazos de *palancas iguales*, las flexiones se encuentran en razon inversa del ancho de las piezas y de los cubos de sus alturas, siempre que se trate de piezas prismáticas, cualquiera que sea el sistema de empotramiento y la carga, siempre que sea idéntico en los sólidos que se comparen.

El *movimiento de la carga* influye notablemente sobre la flexion de los sólidos, por las razones que se exponen en el capítulo que se ocupa de la *resistencia de los materiales*, en el cual damos á conocer las cargas que pueden soportar las piezas espuestas á la flexion, sin que excedan los límites de la elasticidad; y las fórmulas prácticas que espresan las condiciones de equilibrio, dan las fuerzas que producen la flexion, respecto á los materiales que se emplean en las construcciones, y las formas más convenientes que deben aceptarse para sus secciones.

Cuando las piezas deben esperimentar en toda su longitud la misma resistencia, la teoria les asigna la forma parabólica, constituyéndose así los *sólidos de igual resistencia*, regla que no se observa rigurosamente en la práctica.

Torsion.—Las condiciones de equilibrio de los cuerpos espuestos á la resistencia de que tratamos, se determinan segun los principios que indicamos á continuacion.

Los desvios absolutos de cada seccion del cuerpo expuesto á la torsion son proporcionales á su distancia al eje de rotacion: todas las moléculas que se encontraban segun una misma línea ó radio, pasando al eje antes de la torsion, se hallan sobre el mismo radio despues de aquella: las piezas de las máquinas espuestas á la torsion deben resistir igualmente á la flexion, por lo cual se calculan separadamente las dimensiones relativas á cada una de estas fuerzas, y se adopta, como es natural, la mayor. La fórmula que establece las condiciones de equilibrio de la torsion de los ejes, es el resultado de la observacion, y por medio de sus datos se han establecido las ecuaciones que determinan sus secciones.

Los principios y datos que hemos espuesto en esta *Introduccion* son suficientes para que se comprendan las reglas y convenciones que se contraen á la resistencia de los diferentes órganos mecánicos que han de ocuparnos.—DELAUNAY.

MECÁNICA APLICADA

ó

GUIA PRÁCTICA DEL MAQUINISTA.

PRIMERA PARTE

Aritmética, álgebra, geometria práctica y definiciones trigonométricas

ARITMÉTICA

Significacion real de la unidad.

1. Tomada la unidad en su sentido más general es en aritmética la cosa de que se habla: cuando decimos 4 metros, el metro es la unidad, 100 decímetros cúbicos, el decímetro cúbico es la unidad; cuando enunciamos 40 caballos de vapor, el caballo de vapor es la unidad; y así mismo al escribir 50 obreros, se conceptua como unidad el obrero.

Debe considerarse el *órden* y la *especie* de las unidades. El órden es relativo á la numeracion de los números enteros y decimales. En el número 347 tenemos:

Orden de centenas de unidades.	Orden de decenas de unidades.	Orden de unidades simples.
3	4	7

En el número 475683 tenemos.

Orden de centenas de mil.	Orden de decenas de mil.	Orden de unidades de mil.	Orden de centenas de unidad.	Orden de decenas de unidad.	Orden de unidades simples.
4	7	5	6	8	3

En el número 76‘25 compuesto de 76 unidades enteras y 25 céntimos de unidad, tenemos:

Orden de decenas de unidad.	Orden de unidades simples.	Orden de décimos de unidad.	Orden de céntimos de unidad.
7	6	2	5

Se dice en aritmética que para sumar varios números han de ponerse las unidades de un mismo órden en una línea vertical, ó sea las unidades bajo las unidades, las decenas bajo las decenas, las centenas bajo las centenas, y añadir esas unidades unas á otras respectivamente, guardando para la columna superior inmediata las unidades que formase cada grupo de diez de las inferiores.

2. La *especie de las unidades* significa el objeto, la medida lineal, superficial ó de volúmen, de que se trata y cuya cantidad está espresada por el número escrito con la intencion del cálculo.

EJEMPLO. 32 pipas de vino. La pipa de vino es la especie de unidad.

— 18 metros cuadrados. El metro cuadrado es la especie de unidad.

En las reglas de sumar y restar siempre han de ser de una misma especie las cantidades de unidades. Seria por ejemplo absurdo querer sumar metros cúbicos con cuadrados ó longitudinales; pues la suma nada significaria.

Conviene además raciocinar lógicamente en las operaciones aritméticas: para saber cuanto gana al dia un operario sabiendo que 50 ganan 250 pesetas diarias, seria hacer un juicio exacto con calificaciones absurdas de unidades si dijéramos: Dividamos 250 pesetas por 50 operarios, ya que uno solo debe ganar 50 veces ménos. Se ha de decir: Ganando un operario 50 veces ménos que 50 operarios, dividamos 250 por 50. Este último número es abstracto, es decir, no designa realmente especie alguna de unidad.

¿Cuánto cuestan 7 metros á 12 pesetas el metro? Para obtener la solucion de ese problema se ha de hacer la multiplicacion de 12 por 7. Pero seria absurdo decir: Multiplico 12 pesetas por 7 metros. Debe discurrirse de este modo: Si 1 metro cuesta 12 pesetas, 7 metros costarán 7 veces más: repito, pues, el 12 pesetas 7 veces, esto es, multiplico 12 pesetas por 7= 84 pesetas.

En las fórmulas del § 3 se conservan á veces las indicaciones que recuerdan la procedencia de los números que en ellas figuran; pero es solamente para ayudar al lector á darse cuenta de las operaciones indicadas. Así podrá escribirse para los dos problemas anteriores.

$$\frac{250 \text{ ptas.}}{50 \text{ oper.}}=5 \text{ ptas.},$$

$$\text{y } 12 \text{ ptas.} \times 7 \text{ metr.}=84.$$

Significacion de las fórmulas.

Los cálculos dados como ejemplos en la presente obra se ofrecen bajo fórmulas generales ó con sus resultados. Son fáciles para toda persona que conozca las cuatro elementales reglas de aritmética. La vista de tales fórmulas espanta sin motivo á esa clase de personas; pero las esplicaciones que vamos á dar, desvanecerán todas esas dudas y dificultades, más aparentes que reales.

3. Se llama fórmula la combinacion de signos convencionales para espresar simplificadamente operaciones aritméticas que han de hacerse para hallar la solucion que se busca.

Así

$$\frac{6 \times 16}{2}=48,$$

da á comprender de una ojeada que *multiplicando* 6 por 16 y *dividiendo* el producto por 2 se obtendrá el número 48.

En muchos casos se escriben *letras* solas ó letras y cifras en las formulas; pero entonces el empleo de esas letras tiene por objeto dar á la fórmula un carácter general ó designar las partes de las figuras geométricas cuyas dimensiones habrian de sustituir á las letras cuando se debiese efectuar el cálculo. Escribiendo por ejemplo:

$$R=\frac{C \times 3'14}{2},$$

se entiende que R espresa el radio del círculo y C la longitud desarrollada de la circunferencia que cierra el círculo. La fórmula entonces es general, pues en toda circunferencia la longitud del radio se determina por las operaciones que indica. Si en un círculo propuesto, la longitud desarrollada de la circunferencia C es de 4 metros, para conocer la del radio R se reemplaza la letra C por su valor numérico y se tiene:

$$R=\frac{4^{m} \times 3'14}{2}=6'28$$

Pongamos como nuevo ejemplo otra fórmula escrita así:

$$D=\frac{P}{V}.$$

Ante todo conviene saber lo que se ha querido designar con cada una de las letras. D significa densidad de un cuerpo ó cuantas veces un volúmen de ese cuerpo pesa más ó ménos que el volúmen de agua; V designa el volúmen del cuerpo y P su peso; así la fórmula es general y espresa que dividiendo el peso de un cuerpo por su volúmen, el resultado de la operacion dará la densidad de dicho cuerpo. Calculemos una masa de hierro fundido que tenga un volúmen V de 4 decímetros cúbicos y un peso P de 28'828 kilos. La fórmula anterior, reemplazando las letras por sus valores, dará:

$$\text{Densidad}=\frac{28'828^{k}}{4}=7'207;$$

es decir, que el hierro fundido pesa 7 veces y 207 milésimas de vez más que el agua, ó en otros términos, que un decímetro cúbico pesa $7'207^{k}$.

Se suele esplicar la significacion ó el valor numérico de las letras colocadas en una fórmula inmediatamente antes ó despues de la misma. Se designa indistintamente un línea con una sola letra colocada en su mitad ó por dos letras colocadas una á cada estremo. En la figura 1 (lámina 1.ª) que representa un cuadrado, la fórmula que indica las operaciones aritméticas que han de hacerse para hallar su superficie puede escribirse así:

$$S=B\times A;$$

lo cual significa que la superficie S de ese cuadrado es igual á la longitud de la base B multiplicada por la altura A.

Se escribe tambien de ese modo $S=ab\times bc$; esto es, la superficie S equivale á la altura de la línea *ab* multiplicada por la longitud de la línea *bc*.

4. Se dice que una fórmula es *literal* cuando comprende letras solas ó letras y cifras y se dice *numérica* si comprende únicamente números.

Forma y valor de los signos empleados en las fórmulas.

5. La forma y significacion de los principales signos usuales en las fórmulas matemáticas son las siguientes:

SIGNOS.	SIGNIFICADO.	EJEMPLOS DE LECTURA.
$+$	Más.	$6+4$. *Léase* 6 más 4.
$-$	Ménos..	$8-3$. *Léase* 8 ménos 3.
$\times$	Multiplicado por.	5×8. *Léase* 5 multiplicado por 8.
$.$	Multiplicado por.	$5 . 8$. *Léase* 5 multiplicado por 8.
15 8	Multiplicado por.	*Léase* 15 multiplicado por 8. La falta de signos entre dos cifras, números ó letras *separados* por una distancia *marcada*, indica igualmente la multiplicacion (1).
$\div$	Dividido por.	$16\div8$. *Léase* 16 dividido por 8.
$:$	Dividido por, *ó* es á. . . .	16 : 8 :: 20 : 10. *Léase* 16 es á 8 como 20 es á 10, ó 16 dividido por 8 igual 20 dividido por 10.
$::$	Como..	
$\frac{16}{8}$	Dividido por.	*Léase* 16 dividido por 8. Una línea horizontal que separe dos números ó una série de varios números colocados unos sobre otros, indica que se han de dividir las cantidades de arriba por las de abajo (2).
$=$	Igual.	$6+4=10$. *Léase* 6 más 4 igual 10. $5\times8=40$. *Léase* 5 multiplicado por 8 igual 40. $\frac{16}{8}=2$. *Léase* 16 dividido por 8 igual 2.
8^{mt^2} ú 8^{mtc}	8 metros cuadrados. . . .	Las indicaciones $^{mt^2}$, etc., no deben confundirse con las que siguen luego, 8^2, y que se refieren á un número que ha de elevarse al cuadrado.
8^{dcmt^2} ú 8^{dcmtc}	8 decímetros cuadrados. . .	
8^{cmt^2} ú 8^{cmtc}	8 centímetros cuadrados.. .	
8^{mt^3} ú 8^{mtcub}	8 metros cúbicos.	Las indicaciones $^{mt^3}$, etc., no deben confundirse con las que siguen luego, 8^3, y que se refieren á un número que ha de elevarse al cubo.
8^{dcmt^3} ú $8^{dcmtcub}$	8 decímetros cúbicos. . . .	
8^{cmt^3} ú 8^{cmtcub}	8 centímetros cúbicos. . .	
8^2 ú $\overline{8}^2$ ú $\overline{8\times6}^2$ ú $(8\times6)^2$	Esponente ².	*Léase* 8 elevado al cuadrado ó 2.ª potencia, ó que ha de multiplicarse por sí mismo. Toda pequeña cifra puesta á la derecha y un poco arriba de una cifra grande se llama *esponente*. Las cantidades tambien tienen esponentes: así $(8\times6)^2$ indica que despućs de multiplicar 8 por 6 se eleve al cuadrado el producto 48.
8^3 ú $\overline{8}^3$ ú $\overline{8\times6}^3$ ú $(8\times6)^3$	Esponente ³.	*Léase* 8 elevado al cubo ó á la 3.ª potencia, ó que ha de multiplicarse dos veces por sí mismo. *Regla general.* El esponente marca que han de multiplicarse el número ó las cantidades que afecta, tantas veces por sí mismas, *ménos una*, como unidades tiene el esponente: 8^3 es igual, pues, á $8\times8\times8=512$.
$>$	Mayor que.	$12>8$. *Se lee* 12 mayor que 8.
$<$	Menor que.	$8<12$. *Se lee* 8 menor que 12.
x	Esta letra suele emplearse para indicar el resultado del cálculo, aun desconocido, y debe reemplazarse por ese resultado después de practicar las operaciones indicadas. Ejemplo $\frac{3\times4}{2}=x$. —Después de la operacion se buscará el valor de x y se escribirá entonces $\frac{3\times4}{2}=6$. En tal caso, el valor de x era 6.	
π	Letra griega que se pronuncia *pi*. Sirve para indicar la relacion que existe entre la circunferencia de un círculo y su diámetro; teniendo, pues, por valor 3'1415, ya que la circunferencia es 3 veces y 1415 diezmilésimas de vez más larga que el diámetro de tal círculo. Así la espresion $\frac{\pi\times6}{4}=x$ se lee después de la operacion $\frac{3'1415\times6}{4}=4'7122$.	

Los paréntesis $\Big(\ \Big)$ ( ) $\Big[\ \Big]$ indican que ante todo deben hacerse los cálculos señalados en los corchetes de igual forma y tamaño y que luego se ha de operar segun las indicaciones de los signos que siguen ó que preceden. La observancia de esa regla ha de ser rigurosa, conforme lo prueban los ejemplos siguientes.

---

(1) No se usará en este Tratado más que del signo $\times$ ó simplemente del *punto* para indicar la multiplicacion de números ó cantidades.
La falta de todo signo entre dos números ó cantidades puede dar márgen á errores.
Regla general.— En un libro ó en una série de fórmulas, no se ha de cambiar jamás ninguno de los tres signos de la multiplicacion después de adoptarlo una vez.

(2) No se usará aquí más que la fórmula convencional $\frac{2}{5}$ para esponer la operacion de dividir, salvo en los casos de fracciones.

Ejemplos de lectura de fórmulas.

1.er *Ejemplo.*

$$\frac{(14 \times 16) - (4 \times 3)}{5} = 42'4$$

1.°	Multiplicar 14 por 16.	= 224
2.°	Multiplicar 4 por 3.	= 12
3.°	Quitar 12 de 224 (ó restar).	= 212
4.°	Dividir 212 por 5.	= 42'4

2.° *Ejemplo.*

$$14 \times \frac{(16 - 4) \times 3}{5} = 100'8$$

6

$$\frac{14 \times [(16 - 4) \times 3]}{5} = 100'8$$

1.°	Quitar 4 de 16.	= 12
2.°	Multiplicar 3 por 12.	= 36
3.°	Multiplicar 36 por 14.	= 504
4.°	Dividir 504 por 5.	= 100'8

3.er *Ejemplo.*

$$\left(\frac{14 \times 16}{5}\right) - (4 \times 3) = 32'8$$

1.°	Multiplicar 14 por 16.	= 224
2.°	Dividir 224 por 5.	= 44'8
3.°	Multiplicar 4 por 3.	= 12
4.°	Quitar 12 de 44'8.	= 32'8

4.° *Ejemplo.*

$$\frac{[(14 \times 16) - 4] \times 3}{5} = 132$$

1.°	Multiplicar 14 por 16.	= 224
2.°	Quitar 4 de 224.	= 220
3.°	Multiplicar 224 por 3.	= 660
4.°	Dividir 660 por 5.	= 132

5.° *Ejemplo.*

$$\frac{20 \times 10 \times \overline{(2 \times 6)}^2}{5 \times 4^3} = 90$$

1.°	Multiplicar 20 por 10.	= 200
2.°	Multiplicar 2 por 6.	= 12
3.°	Elevar 12 al cuadrado (12 × 12).	= 144
4.°	Multiplicar 144 por 200.	= 28800
5.°	Elevar 4 á la 3.ª potencia.	= 64
6.°	Multiplicar 64 por 5.	= 320
7.°	Dividir 28800 por 320.	= 90

6.° *Ejemplo.*

$$\frac{\overline{20 \times 10 \times (2 \times 6)}^2}{(5 \times 4)^3} = 720$$

1.°	Multiplicar 20 por 10.	= 200
2.°	Multiplicar 6 por 2.	= 12
3.°	Multiplicar 200 por 12.	= 2400
4.°	Elevar al cuadrado 2400 (2400 × 2400).	= 5760000
5.°	Multiplicar 5 por 4.	= 20
6.°	Elevar 20 á la 3.ª potencia (20 × 20 × 20). . . .	= 8000
7.°	Dividir 5760000 por 8000.	= 720

7.° *Ejemplo.*

$$\frac{\sqrt{6 \times 4} \times (12 + 8)}{4} = 24'5$$

1.°	Multiplicar 6 por 4.	= 24
2.°	Extraer la raiz cuadrada de 24.	= 4'90
3.°	Añadir 12 á 8 (ó sumar 12 con 8).	= 20
4.°	Multiplicar 4'90 por 20.	= 98
5.°	Dividir 98 por 4.	= 24'5

8.° *Ejemplo.*

$$\sqrt{\frac{6 \times 4 \times (12 + 8)}{4}} = 10'954$$

1.°	Multiplicar 6 por 4.	= 24
2.°	Añadir 12 á 8.	= 20
3.°	Multiplicar 24 por 20.	= 480
4.°	Dividir 480 por 4.	= 120
5.°	Extraer la raiz cuadrada de 120.	= 10'954

9.° *Ejemplo.*

$$\frac{\sqrt{6 \times 4 \times (12 - 8)}}{\sqrt{(140)} - 8} = 2'556$$

1.°	Multiplicar 6 por 4.	= 24
2.°	De 12 quitar 8.	= 4
3.°	Multiplicar 24 por 4.	= 96
4.°	Extraer la raiz cuadrada de 96.	= 9'797
5.°	Extraer la raiz cuadrada de 140.	= 11'832
6.°	Quitar 8 de 11'832.	= 3'832
7.°	Dividir 9'797 por 3'832.	= 2'556

10 *Ejemplo.*

$$\sqrt[3]{\frac{6\times4\times(12+8)}{4}} = 4'932 \left\{ \begin{array}{lll} 1.^\circ & \text{Multiplicar 6 por 4} & = 24 \\ 2.^\circ & \text{Añadir 12 á 8} & = 20 \\ 3.^\circ & \text{Multiplicar 24 por 20} & = 480 \\ 4.^\circ & \text{Dividir 480 por 4} & = 120 \\ 5.^\circ & \text{Extraer la raiz cúbica de 120} & = 4'932 \end{array} \right.$$

11 *Ejemplo.*

$$\frac{\sqrt[3]{6\times4}+(12+8)}{4} = 14'40 \left\{ \begin{array}{lll} 1.^\circ & \text{Multiplicar 6 por 4} & = 24 \\ 2.^\circ & \text{Extraer la raiz cúbica de 24} & = 2'88 \\ 3.^\circ & \text{Añadir 12 á 8} & = 20 \\ 4.^\circ & \text{Multiplicar 20 por 2'88} & = 57'60 \\ 5.^\circ & \text{Dividir 57'60 por 4} & = 14'40 \end{array} \right.$$

Fracciones ordinarias.

6. Suponiendo una unidad cualquiera dividida en un número de partes iguales, la reunion de cierto número de estas partes es una *fraccion* de dicha unidad. De modo que suponiendo 1 peseta dividida en 15 partes iguales y no considerando más que 3 de esas partes, se escribirá $\frac{3}{15}$, leyendo tres quinceavos de peseta. Si se opera con números *abstractos* ó sea sin designacion de la unidad (§ 1) á la cual se refieren, ha de entenderse que esta unidad podrá designarse más tarde; pero nada cambia en lo tocante al valor de la fraccion y á las reglas de las operaciones que se pueden hacer con ella.

Las cifras que están colocadas una sobre otra y separadas por una línea horizontal, representan una fraccion, y se denominan los dos términos de la fraccion. Sea $\frac{3}{15}$.

La cifra de arriba (el número 3 del ejemplo) se llama *numerador:* indica las partes de la unidad que se toman ó consideran; y el de abajo, *denominador*, (el número 15) en cuantas partes se supone dividida la unidad.

Cuando el numerador es mayor que el denominador, la fraccion contiene enteros, y se le llama entonces *espresion fraccional* ó bien *número fraccionario*; $\frac{11}{4}$ es una espresion fraccionaria de la cual se separan los enteros que contiene y las fracciones de entero, dividiendo el numerador por el denominador, y añadiendo al cociente, que esprese los enteros, la fraccion que tenga por numerador el resto de la division y por denominador el divisor de esa misma division: en $\frac{11}{4}$ hay:

$$\begin{array}{r|l} 11 & 4 \\ \hline 3 & 2 \end{array} \quad \text{ó sean 2 enteros y } \frac{3}{4}$$

Un número entero puede considerarse como una fraccion cuyo denominador es la unidad; y así es como se escriben á veces los números enteros para facilitar la operacion en que han de multiplicarse ó dividirse por fracciones. 30 unidades se escribirán $\frac{30}{1}$ y se leerán *treinta unos.*

7. Multiplicando el numerador de una fraccion por un número entero se hace á ésta tantas veces mayor como unidades tiene el numero. Si en $\frac{4}{15}$ se hace $\frac{3\times4}{15}$ tendremos $\frac{12}{15}$, fraccion 3 veces mayor que $\frac{4}{15}$. Así tambien dividiendo el numerador se hace menor la fraccion. Si en $\frac{4}{15}$ se divide el numerador 4 por 2, tendremos $\frac{2}{15}$, fraccion 2 veces menor que $\frac{4}{15}$.

8. Dividiendo el denominador de una fraccion ó quebrado por un número, se hace la fraccion tantas veces mayor como unidades tiene el número tomado por divisor. Si en $\frac{2}{15}$ el denominador 15 se divide por 5, se obtiene $\frac{2}{5}$, fraccion 5 veces mayor que la primera.

Dividiendo el numerador de una fraccion por un número se hace el quebrado tantas veces menor como unidades contiene el número tomado por divisor. Dividiendo en $\frac{12}{15}$ el 12 por 4 se tiene $\frac{3}{15}$, quebrado 4 veces menor que el primero.

9. De lo que antecede resulta evidentemente esta regla: 1.° Un quebrado no cambia de valor si se multiplican sus dos términos por un mismo número; y 2.° un quebrado no cambia de valor si se dividen por un mismo número sus dos términos.

Reduccion de quebrados á un comun denominador y á su más simple espresion.

10. Reducir dos ó más quebrados á un mismo deno-

minador es encontrarles un denominador comun sin que ninguna de las fracciones aumente ó disminuya.

Para reduccir dos quebrados á un comun denominador se multiplican los dos términos de cada quebrado por el denominador del otro.

Por ejemplo $\frac{2}{5}$ y $\frac{3}{4}$.

Segun la regla indicada resulta

$$\frac{2\times4}{5\times4}=\frac{8}{20} \text{ y } \frac{3\times5}{4\times5}=\frac{15}{20},$$

$$\frac{8}{20},\ \frac{15}{20}=\frac{2}{5},\ \frac{3}{4}.$$

Para reducir más de dos fracciones á un mismo denominador se multiplican los dos términos de cada una de ellas por el producto de los denominadores de las demás.

Ejemplo: $\frac{5}{7}, \frac{3}{8}, \frac{3}{4}$, practicando la operacion se convierten en

$$\overset{1.^{o}}{\frac{5\times8\times4}{7\times8\times4}=\frac{160}{224}};\ \overset{2.^{o}}{\frac{3\times7\times4}{8\times7\times4}=\frac{84}{224}};\ \overset{3.^{o}}{\frac{3\times7\times8}{4\times7\times8}=\frac{168}{224}},$$

y así sucesivamente si hubiese más fracciones que debiesen reducirse á un comun denominador. Escribiendo esos resultados parciales tenemos $\frac{160}{224}, \frac{84}{224}, \frac{168}{224}$, fracciones iguales á las que hemos dado y que tienen el denominador comun 224.

11. Reducir un quebrado á su más simple espresion es hallar el *mayor número* que divida exactamente sus dos términos, operar la division por ese número y tener así en el numerador y en el denominador el número más pequeño posible sin que la fraccion propuesta cambie de valor. Este número se llama el *máximo comun divisor* de la fraccion de que se trata. Si en esa division no hay resíduo, el numerador es el máximo comun divisor que se buscaba.

Ejemplo: $\frac{23}{92}$ tiene por máximo comun divisor 23 porque

$$\begin{array}{r|l} 92 & 23 \\ \hline 0 & 4 \end{array}$$

no da resíduo de division. La reduccion de ese quebrado á su más simple espresion será:

$$\left.\begin{array}{l} 23 \text{ dividido por } 23 = 1 \\ 92 \text{ dividido por } 23 = 4 \end{array}\right\} \text{luego } \frac{1}{4}.$$

Si después de dividir el denominador por el numerador queda un resíduo, se divide el divisor por el resíduo y así sucesivamente hasta que el resíduo sea cero. El último divisor es entonces el máximo comun divisor que buscábamos.

Ejemplo: $\frac{168}{224}$ tiene 56 como máximo comun divisor. En efecto

$$\begin{array}{r|l} 224 & 168 \\ \hline 56 & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 168 & 56 \\ \hline 00 & 3 \end{array}$$

Dividiendo los dos términos del quebrado por 56 resulta

$$\left.\begin{array}{l} 168 \text{ dividido por } 56 = 3 \\ 224 \text{ dividido por } 56 = 4 \end{array}\right\}, \text{ luego } \frac{3}{4},$$

es la más simple espresion de $\frac{168}{224}$.

Dícese que una fraccion es irreductible 1.° cuando la division del denominador por el numerador da 1 por cociente; 2.° cuando la division sucesiva de los divisores por los resíduos llega á un resíduo igual á 1.

La fraccion $\frac{113}{471}$ es irreductible porque después de la 3.ª division de los resíduos por los divisores da 1 por cociente.

Asi tambien $\frac{3}{7}$ es irreductible porque 7 dividido por 3 da por residuo 1.

Caractéres de la divisibilidad de los números.

12. Un número es divisible

Por 2 si su última cifra es par ó un cero.

Por 3 si la suma de sus cifras es 3 ó puede dividirse por 3. Ejemplo 5394 da 5+3+9+4=21 que es divisible por 3. Luego esta cifra divide exactamente el número dado, y por tanto 5394 dividido por 3=1798.

Por 4 si la suma de las dos últimas cifras es divisible por 4. Ejemplo 17584 tiene las dos últimas cifras 84 divisible por 4 y por lo mismo 17584 dividido por 4 da 4396.

Por 5 si termina el número en 0 ó 5.

Por 6 si la última cifra es par y la suma que dan todas sus cifras es divisible por 3. Ejemplo 6738 acaba en cifra par, y la suma de las cifras da 6+7+3+8=

24, número divisible por 3; luego 6738 dividido por $6=1123$.

Por 7, 11, 13 si estando compuesto de seis cifras, son las tres últimas la repeticion de las primeras. Ejemplos 795795 dividido por $7=113685$, y dividido por $13=61215$, etc.

Por 8 si las tres últimas cifras forman un número divisible por 8. Ejemplo 897624 da con las tres últimas cifras 624 un número divisible por 8; y 897624 dividido por $8=112203$.

Por 9 si la suma de sus cifras es divisible por 9. Ejemplo 7857 da $7+8+5+7=27$ que es divisible por 9, y 7857 dividido por $9=873$.

Por 25 si termina por 25, 50, 75 ó 00.

Por 50 si termina en 50 ó 00.

Por 75 si termina por 25, 50, 75 ó 00, y la suma de las cifras que lo componen es divisible por 3.

Suma de quebrados.

13. La suma de quebrados se hace reduciéndolos primero á un mismo denominador (§ 10), si tienen denominadores diferentes, procediendo enseguida á la suma de los numeradores que formará el numerador de la fraccion total que se busca, y dando á esta el denominador comun á las fracciones sumadas.

EJEMPLO. Papa sumar $\frac{2}{3}$ con $\frac{3}{4}$ reducir las dos fracciones á un mismo denominador, lo cual da $\frac{8}{12}$ y $\frac{9}{12}$, sumar los numeradores 8 y $9=17$, y como fin de la operacion escribir $\frac{17}{12}$, que es el resultado que se buscaba.

Si el numerador es mayor que el denominador, el resultado espresado en forma de fraccion, contiene unidades enteras y se sacan dividiendo el numerador por el denominador. Ejemplo:

$$\begin{array}{r|l} 17 & 12 \\ \hline 5 & 1 \end{array} \quad ó\ 1+\frac{5}{12}$$

14. Para sumar entre sí números enteros seguidos de quebrados, se suman los enteros, y se añade á la suma las fracciones despues de sumarlas conforme se ha esplicado en el párrafo anterior

$$\begin{array}{r} 15\ y\ \frac{2}{3} \\ 7\ y\ \frac{3}{4} \\ \hline \text{Suma}\ 22\ +\frac{17}{12} \end{array}$$

Estrayendo los enteros contenidos en las fracciones (§ 6) resulta $22+1+\frac{5}{12}=23$ y $\frac{5}{12}$.

Susfraccion ó resta de las fracciones.

15. La resta de fracciones ó quebrados se efectua reduciéndolos á un comun denominador (§ 10) si tienen denominadores diferentes, y se quita enseguida el numerador menor del mayor. El número que espresa la diferencia así obtenida es el numerador de la fraccion que se busca, la cual tiene por denominador el que es comun á las dos fracciones propuestas.

De $\frac{3}{4}$ restar $\frac{1}{5}$. La reduccion á un comun denominador da de $\frac{15}{20}$ restar $\frac{4}{20}$, y operando conforme se ha dicho, tenemos:

$$\begin{array}{lr} \text{De} & 15 \\ \text{Quitar} & 4 \\ \hline \text{Resta} & 11 \end{array}$$

Luego los $\frac{11}{20}$ son la fraccion que espresa la diferencia entre las dos fracciones propuestas.

16. Para hacer la sustraccion de dos números que comprendan fracciones, ó de dos números uno de los cuales comprenda una ó varias fracciones, el mejor método (no siempre el más corto verdaderamente) es el que sigue:

1.ª Poner los enteros en forma de fraccion dándoles por denominador la unidad (el número 1);

2.ª Reducir á comun denominador cada uno de los dos números puestos en forma de fraccion y la fraccion á que está unido;

3.ª Reducir á comun denominador las dos fracciones dadas por la operacion 2.ª;

4.ª Hacer la sustraccion de las dos fracciones que resultan de la operacion 3.ª, y extraer los enteros si los hay, de la fraccion hallada como diferencia.

EJEMPLO. De $9+\frac{2}{3}$ restar $3+\frac{5}{7}$

1.ª $\frac{9}{1}+\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{1}+\frac{5}{7}$

2.ª $\frac{9}{1}+\frac{2}{3}=\frac{27}{3}+\frac{2}{3}$ ó $\frac{29}{3}$; y $\frac{3}{1}+\frac{5}{7}=\frac{21}{7}+\frac{5}{7}$ ó $\frac{26}{7}$;

3.ª $\frac{29}{3}$, $\frac{26}{7}$ reducidos á comun denominador dan $\frac{203}{21}$, $\frac{78}{21}$

4.ª $\frac{203}{21}-\frac{78}{21}=\frac{125}{21}$, y $\begin{array}{r|l} 125 & 21 \\ \hline 20 & 5 \end{array}$ ó $5+\frac{20}{21}$

Reduciendo la fraccion á su más simple espresion, resulta en definitiva $5+\frac{20}{21}$ como diferencia de los dos números propuestos (§ 11).

Multiplicacion de las fracciones.

17. En la multiplicacion de las fracciones puede ofrecerse uno de los casos siguientes, cuya solucion se obtiene como diremos:

Primer caso. Multiplicar una fraccion por otra: se multiplican entre sí los dos numeradores para formar el numerador de la fraccion que se busca, y se multiplican tambien entre sí los dos denominadores para formar el denominador buscado. Ejemplo:

$$\frac{4}{7}\times\frac{3}{5}=\frac{12}{35}$$

El producto de una multiplicacion de fracciones es siempre menor que la fraccion más pequeña de las dos propuestas.

Segundo caso. Multiplicar varias fracciones entre sí: se busca el producto de todos los numeradores, lo cual da el numerador de la fraccion buscada, á la cual se da por denominador el producto de todos los denominadores de las fracciones propuestas. Ejemplo.

$$\frac{3}{7}\times\frac{2}{3}\times\frac{4}{9}=\frac{3\times2\times4}{7\times3\times9}=\frac{24}{189}=\frac{8}{63}$$

Tercer caso. Multiplicar números enteros por una ó varias fracciones: se ponen los enteros en forma de fraccion dándole la unidad (el número 1) por denominador y se multiplican enseguida los numeradores entre sí, lo mismo que los denominadores, para formar los dos términos de la fraccion resultante. Ejemplo: $4\times\frac{2}{5}$. Se hace ante todo $\frac{4}{1}\times\frac{2}{5}$ y enseguida $\frac{8}{5}$ como producto de 4 por 2 y de 1 por 5. Se sacan los enteros (§ 6) y resulta $1+\frac{3}{5}$

Teniendo $4\times\frac{2}{5}\times\frac{2}{3}$ se pone igualmente el entero en forma de quebrado y se opera como en el segundo caso. Resulta:

$$\frac{4}{1}\times\frac{2}{5}\times\frac{2}{3}=\frac{16}{15}$$

Division de las fracciones.

18. Para dividir un quebrado por otro se invierten los términos de la fraccion divisor, que va siempre escrita á la derecha de la fraccion dividendo; se multiplican los numeradores uno por otro, lo mismo que los denominadores, y así se forma la fraccion que representa el cociente buscado.

Divídase $\frac{3}{5}$ por $\frac{2}{3}$, lo cual se escribe $\frac{3}{5}:\frac{2}{3}$. Se plantea

$$\frac{3\times3}{5\times2}=\frac{9}{10}$$

Para dividir un entero por un quebrado ó un quebrado por un entero, se pone el entero en forma de quebrado dando la unidad (el 1) por denominador; se invierten los términos de la fraccion divisor, escrita siempre á la derecha de la fraccion dividendo, se multiplican los numeradores uno por otro lo propio que los denominadores, para formar la fraccion que represente el cociente.

Ejemplo: $8:\frac{2}{3}$. Se escribe $\frac{8}{1}:\frac{2}{3}$ y luego:

$$\frac{8\times3}{1\times2}=\frac{24}{2}=12.$$

Si se tiene $\frac{2}{3}:8$ resulta:

$$\frac{2}{3}:\frac{8}{1}=\frac{2\times1}{3\times8}=\frac{2}{24}=\frac{1}{12}.$$

19. Para tomar una fraccion cualquiera de un número entero dado, se pone el entero en forma de fraccion dándole la unidad (el 1) por denominador, y se opera luego como para la multiplicacion de las fracciones (§ 17).

Ejemplo: Tomemos los $\frac{2}{3}$ de 4. Se escribe $\frac{2}{3}\times\frac{4}{1}$, y operando se obtiene $\frac{8}{3}$. La estraccion de los enteros en esta fraccion (§ 13) da:

$$\begin{array}{r|l} 8 & 3 \\ \hline 2 & 2 \end{array}=2+\frac{2}{3}.$$

La misma regla debe seguirse para sacar una fraccion cualquiera de una fraccion determinada.

Para obtener $\frac{4}{5}$ de $\frac{2}{3}$, se hace

$$\frac{4\times 2}{5\times 3}=\frac{8}{15}.$$

Sistema decimal y fracciones decimales.

20. La ley de numeracion de los enteros es que las cifras colocadas á la derecha unas de otras espresen un órden de unidades (§ 1) de diez en diez veces menor. Así en el número 245, la cifra 2 espresa centenas, la cifra 4 decenas, diez veces menores que las centenas, y en fin, el guarismo 5 unidades simples, diez veces menores que las decenas. Colocando una vírgula despues de las unidades simples y admitiendo que las cifras escritas después de ella espresarán fracciones de unidad de un órden de diez en diez veces menor que la unidad misma, se formará una *fraccion decimal*. Llámanse *números decimales* los que contienen enteros y fracciones decimales.

Adoptado el órden, las espresiones empleadas y el valor de los decimales son los siguientes:

Décima. $=\frac{1}{10}$ de unidad.

Centésima $=\frac{1}{10}$ de décima ó $\frac{1}{100}$ de unidad.

Milésima $=\frac{1}{10}$ de centésima, ó $\frac{1}{100}$ de décima ó $\frac{1}{1000}$ de unidad.

Diezmilésima, Cienmilésima, Millonésima } así sucesivamente para los órdenes inferiores.

EJEMPLO: 265'245 significa 265 unidades, 2 décimas, 4 centésimas, 5 milésimas y se lee 265 enteros 245 milésimas.

El órden de unidades espresadas por una cifra depende únicamente del lugar que ocupan á partir desde la vírgula, y por tanto sin cambiar el valor de un decimal pueden escribirse uno ó más ceros á su derecha: 4'2 que se lee 4 enteros 2 décimas, tiene exactamente igual valor que 4'20, que se lee 4 enteros 20 centésimas y que 4'200 que se lee 4 enteros 200 milésimas, etc.

21. Para hacer un número decimal diez, ciento ó mil veces mayor, esto es, multiplicarlo por 10, 100 ó 1000, basta correr la vírgula ó coma uno, dos, tres lugares á la *derecha*. Sea el número 52'314: colocando la coma despues del decimal 3, es decir, avanzando *un lugar* á la derecha, se tiene 523'14, número diez veces mayor que el primero; 5231'4 es cien veces mayor que 52'314, por haberse corrido la coma dos lugares á la derecha; y es únicamente diez veces mayor que 523'14 por no haberse corrido más que un lugar la coma con respecto á ese número.

22. Para hacer un número decimal diez, ciento, mil veces menor, esto es, para dividirlo por 10, 100 ó 1000, basta correr *á la izquierda* dicha coma uno, dos ó tres lugares: sea 864'6 que hemos de dividir por 100 se escribirá 8'646. Si se ha de correr la coma á la izquierda hasta fuera del número dado, han de añadirse uno ó más ceros á la izquierda de ese número. Así 7'45 lo hemos de dividir por 1000: se escribirá ante todo 0007'45 y corriendo la coma tres lugares como corresponde, resulta 0'00745 que se enuncia *setecientas cuarenta y cinco cienmilésimas*.

23. Para convertir un número decimal en fraccion comun se suprime la coma y se divide el número entero así obtenido por la unidad (el 1) seguido de tantos ceros como cifras hay despues de la coma:

$$6'425 \text{ es igual á } \frac{6425}{1000},$$

$$\text{y } 0'23 \text{ es igual á } \frac{23}{100}$$

Una fraccion ordinaria que tiene por denominador la unidad se escribe en forma de fraccion decimal separando con una coma á la derecha del numerador tantas cifras como ceros hay en el denominador:

Y si el numerador no tiene bastantes cifras se colocan á su izquierda uno ó varios ceros.

$$\frac{27}{10}=2'7 \text{ y } \frac{4}{1000}=0'004.$$

24. La trasformacion de un quebrado comun en fraccion decimal se obtiene escribiendo un cero á la derecha del numerador y dividiéndolo por el denominador (véase el párrafo referente á la division de los decimales). Se separa con una coma una cifra á la derecha del cociente; si hay resíduo se divide por el denominador, y el cociente de esotra division es la segunda cifra decimal. Se añade un cero al nuevo resíduo y se divide por el mismo denominador; el cociente es la tercera cifra decimal, y así sucesivamente hasta que el resíduo sea cero, si es posible ese resultado. En el caso contrario, es decir cuando las cifras obtenidas en el cociente se reproducen en série sucesiva, la fraccion comun no puede trocarse en decimal sino aproximadamente.

1.er Ejemplo.

$$\frac{4}{25}=40 \,|\, 25$$

150 0‘16
00

2.° Ejemplo.

$$\frac{58}{495}=580 \,|\, 495$$

850 0‘117171
3550
850
3550
850
355

La aproximacion será tanto mayor cuanto más se aumente el número de cifras en el cociente, más nunca el error será nulo.

Suma y resta de números decimales.

25. Esas dos operaciones se efectuan con los decimales del mismo modo que con los enteros procurando colocar los números dados de manera que las comas se correspondan; de la suma total se separan con una coma un número de cifras decimales, igual al de los números sumados que contiene más. Lo mismo se hace con la diferencia obtenida despues de hacer la operacion de restar.

Ejemplo de una suma:

7‘845
12‘35
4‘02
Suma. 24‘215

Ejemplo de una resta:

126‘424
— 0‘76
125‘664

Multiplicacion de números decimales.

26. La multiplicacion de los números decimales se hace como la de los enteros y como si no hubiese la coma; luego se separan á la derecha del producto tantas cifras decimales como hay en los dos números juntos.

Ejemplo: 25‘124×0‘05. Se escribe:

25‘124
0‘05
Producto 1‘25620

Multiplíquese 14‘05×3‘4. Se escribe:

14‘05
3‘4
5620
4215
Producto 47‘770

Division de los decimales.

27. Para efectuar la division de dos números decimales uno por otro, se procura que tengan el mismo número de cifras despues de la coma, y al efecto se escriben ceros á la derecha del que tenga ménos cifras; se prescinde luego de la coma y se opera como si fuesen enteros.

Ejemplo. Dividamos 156‘636 por 45‘8. Se escribe:

156‘636 | 45‘800
19236 3

El cociente es 3 y queda un resíduo de $\frac{19236}{45800}$.

Para evaluar ese resíduo en fracciones decimales se añade un cero á la derecha del resíduo tal como está escrito debajo del dividendo, se coloca una coma á la derecha del cociente obtenido y que representa las unidades enteras y luego se prosigue la division como de costumbre. Esa manera de operar es exactamente la indicada por la trasformacion de fracciones ordinarias en fracciones decimales (§ 24).

Tomemos otra vez el ejemplo anterior. Resulta:

156‘636 | 45‘800
192360 3‘42
91600
00000

Para trasformar la fraccion despues de obtener los números enteros del cociente, se puede quitar un cero á la derecha del divisor en vez de añadir uno al resíduo como acaba de decirse, y continuar así mientras haya ceros en el divisor. Cuando no hay más ceros y se desea apurar la aproximacion del resultado, se continua la division añadiendo un cero á la derecha del último resíduo.

Otro ejemplo. Dividamos 0‘947 por 0‘25

0‘947 | 0‘250
1970 0‘3788
2200
2000
000

Relaciones y proporciones geométricas.

28. Las proporciones llamadas geométricas son de un uso muy frecuente en la solucion de los problemas usuales, lo mismo de la aritmética que del álgebra.

Cuando se quiere conocer cuantas veces contiene una cantidad á otra, se dividen una por otra, y el cociente que resulta es la *relacion geométrica* entre ambas.

20 dividido por $5=4$; luego 4 es la relacion geométrica entre 4 y 20.

Se separan con el signo : las dos cantidades cuya relacion se busca, y cada una de ellas segun sean el dividendo ó el divisor, es decir, segun estén colocadas antes ó despues del signo : toman el nombre que vamos á indicar:

Antecedente consecuente.
20 : 4

Cada una de esas cantidades se denomina *término de la relacion.*

29. En una proporcion pueden multiplicarse ó dividirse los dos términos por un mismo número sin cambiar de valor, igual que en los términos de un quebrado.

En la relacion 20 es á $4=5$, si hacemos $20\times4 : 4\times4$ tendremos $80 : 16=5$, como antes.

30. Una *proporcion geométrica* está formada por la reunion de cuatro términos, en la cual los dos primeros están en la misma relacion que los dos últimos.

$$20 : 4 \text{ y } 40 : 8$$

forman una proporcion porque

$$\frac{20}{4}=5 \text{ y } \frac{40}{8}=5$$

Se escribe y se lee como sigue, y se da á los términos los nombres indicados.

Primer estremo.		Primer medio.		Segundo medio.		Segundo estremo.
20	:	4	: :	40	:	8
veinte	*es á*	cuatro	*como*	cuarenta	*es á*	ocho.

31. En toda proporcion geométrica el producto de los estremos es igual al de los medios

$$20\times8=160 \text{ y } 4\times40=160.$$

En virtud de esa propiedad el término desconocido de una proporcion se encuentra fácilmente; las operaciones que al efecto han de hacerse son muy sencillas. Pueden presentarse dos casos.

1.er caso. Siendo desconocido uno de los dos *estremos* se le encuentra multiplicando uno por otro los dos *medios* y dividiendo el producto de esa multiplicacion por el *estremo* conocido:

$$x : 4 : : 40 : 8, \text{ en donde } x=\frac{4\times40}{8}=20;$$

$$20 : 4 : : 40 : x, \text{ en donde } x=\frac{4\times40}{20}=8.$$

2.° caso. Siendo desconocido uno de los dos *medios* se le encuentra multiplicando uno por otro los dos *estremos* y dividiendo el producto de esa multiplicacion por el *medio* conocido.

$$20 : x : : 40 : 8, \text{ en donde } x=\frac{20\times8}{40}=4;$$

$$20 : 4 : : x : 8, \text{ en donde } x=\frac{20\times8}{4}=40.$$

32. Dada una proporcion se pueden hacer sufrir á los términos que la componen los cambios siguientes con los cuales habrá siempre proporcion, pero la relacion de los términos cambiará.

Sea la proporcion 25 : 5 : : 40 : 8. La relacion es 5.

Poner los estremos uno en lugar de otro. } 8 : 5 : : 40 : 25. La relacion es 1'6.

Poner los medios uno en lugar de otro. } 25 : 40 : : 5 : 8. Las relacion es 0'625.

Poner en cada término los antecedentes en lugar de los consecuentes. } 5 : 25 : : 8 : 40. La relacion es 0'2.

Multiplicadas dos proporciones término con término los productos forman una proporcion:

$$\text{Las dos proporciones } \begin{cases} 8 : 2 : : 20 : 5 \\ 8 : 5 : : 40 : 25 \end{cases}$$
$$\text{dan } 64 : 10 : : 800 : 125$$

Las potencias de las cantidades que formen una proporcion, son una proporcion tambien:

$$4 : 2 : : 6 : 3$$

da $4\times4 : 2\times2 : : 6\times6 : 3\times3$, ó $16 : 4 : : 36 : 9$

Las raices cuadradas de los términos de una proporcion forman tambien una proporcion:

En la proporcion. . . . . 16 : 4 : : 36 : 9
Las raices cuadradas dan. . 4 : 2 : : 6 : 3

De las cantidades directa ó inversamente proporcionales.

33. Dos cantidades son directamente proporcionales una á otra cuando dos valores cualesquiera de la primera tienen la misma relacion que los valores correspondientes de la segunda.

Ejemplo. 1.° El salario de un obrero *aumenta* con la cantidad de trabajo que produce; 2.°, si la cantidad de trabajo que produce un obrero, aumenta, su salario *aumenta* tambien. El salario y la cantidad de trabajo son pues directamente proporcionales, pues aumentan ó disminuyen el uno lo mismo que el otro.

Dos cantidades son inversamente proporcionales una á otra, cuando dos valores cualesquiera de la primera tienen una relacion inversa del de los valores correspondientes á la otra.

Ejemplo. Un barco tiene una cantidad determinada de víveres; la duracion del viaje que puede emprender es inversamente proporcional al número de hombres que componen su tripulacion; pues si este número *aumenta*, la duracion del viaje *disminuirá*, y si el número de hombres disminuye la duracion del viaje *aumentará*.

Esa cuestion de las cantidades directa ó inversamente proporcionales es muy importante para resolver los problemas por medio de la regla *de tres*.

Cuadrados y cubos. Raiz cuadrada y raiz cúbica.

34. Elevar un número al cuadrado ó á la segunda potencia es multiplicarlo por sí mismo. El cuadrado de 8 es $8\times8=64$, que se escribe como se ha dicho antes (§ 5) $8^2=64$.

35. Para elevar una fraccion comun al cuadrado, se multiplica cada uno de esos términos por sí mismo: El cuadrado de $\frac{2}{3}$ se escribe $\frac{2^2}{3^2}$ ó $\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{2\times2}{3\times3}=\frac{4}{9}$

El cuadrado de una fraccion es siempre una fraccion menor. En el ejemplo anterior $\frac{2}{3}=0'60$ y $\frac{4}{9}$ su cuadrado es igual $0'44$.

36. El cuadrado de una fraccion decimal ó de un número fraccionario se obtiene, como para un número entero, multiplicando el número fraccionario por sí mismo y separando en el producto un número de cifras decimales igual al número de decimales contenido en los dos factores. $2'25^2=2'25\times2'25=5'0625$ y $0'25^2=0'0625$. Como para la fraccion ordinaria el cuadrado de una fraccion decimal es una fraccion menor que ella.

37. Para elevar al cuadrado un número compuesto de enteros y de una fraccion ordinaria, se reduce la fraccion á decimales (§ 24) y se opera enseguida como se ha dicho en el § 35. Sea $\left(24+\frac{2}{3}\right)^2$ se hace ante todo $\frac{2}{3}=0'666$ y $24'66^2=608$.

Se puede lograr el mismo resultado poniendo los enteros en forma de quebrados teniendo el mismo denominador que la fraccion que acompaña, añadiéndole esta última y elevando enseguida el total á la 2.ª potencia. Sea el mismo número que antes: $\left(24+\frac{2}{3}\right)^2$ Primero se tiene $\frac{24\times3}{3}$ ó $\frac{72}{3}$ y $\frac{72}{3}+\frac{2}{3}=\frac{74}{3}$, espresion fraccionaria que elevada al cuadrado da: $\frac{74^2}{3^2}=\frac{5476}{9}=608$ cuadrado del número propuesto.

Raices cuadradas.

38. La raiz cuadrada de un número es el número que multiplicado por sí mismo reproduce el propuesto. Así la raiz cuadrada de 64 es 8, porque $8\times8=64$. Un número se dice que es cuadrado perfecto cuando tiene una raiz cuadrada que lo reproduce sin resíduo: 36 es un cuadrado perfecto: $6\times6=36$; 144 es un cuadrado perfecto, $12\times12=144$.

39. Un número no es cuadrado perfecto si su raiz es un número entero ó fraccionario que no puede reproducirlo exactamente, quedando siempre un resíduo sea cual fuere el número de cifras decimales á que se lleve la raiz. Así 26 no es cuadrado perfecto porque el mayor cuadrado que da es 25, cuya raiz es 5, pues $5\times5=25$: el resíduo es 1, y $6\times6=36$ cuyo escedente es 11. La raiz cuadrada de 26 está pues entre 5 y 6; y se espresará más aproximadamente por un número fraccionario comprendido entre $5'01$ y $5'9$; la raiz más próxima será $5'09\times5'09=25'9081$, mientras que $5'10\times5'10=26'01$ (Véase el § siguiente para la estraccion de las raices cuadradas). En tal caso se dice que la raiz se obtiene á $0'01$ de aproximacion, porque tiene dos cifras decimales. Si se tomase por raiz $5'099$ se tendria $5'099\times5'099=25'9998$ y la raiz se obtendria á $0'001$, milésima de aproximacion porque tendria tres decimales. De igual modo cuando un número no es un cuadrado perfecto y su raiz queda siendo un número entero, se dice que se ha obtenido á una unidad de aproximacion.

En la práctica basta obtener raices cuadradas á *una centésima de aproximacion* para los números propuestos que tengan ménos de tres cifras, y *á una milésima de aproximacion* para los que tienen más de tres cifras (Véase el § 42).

La tabla siguiente contiene la raiz cuadrada y la raiz cúbica de los números 1 á 340. Las operaciones aritméticas necesarias para obtener una de esas raices se hacen de la manera que sigue:

Estraccion de la raiz cuadrada.

40. Propongámonos estraer la raiz cuadrada del número 121637

Operacion.		*Prueba.*
12.16.37 | 348		348
9		348
31.6 | 64		2784
25 6 4		1392
6 03.7 | 688		1044
5 50 4 8		121104
	+ el resíduo	533
53 3		121637

A partir de la derecha del número propuesto se le separa por puntos en serie de dos cifras; se busca cual es el mayor cuadrado que contiene 12 formando la última série de la derecha, y es el cuadrado del número 3(3×3=9 y 4×4=16); se escribe el cuadrado de 3 ó 9 bajo la série 12 y se escribe la raiz de 9 ó sea el 3 á la izquierda del número total. Fórmase el cuadrado de ese número 3 que es la primera cifra de la raiz, lo cual da 3×3=9 y se escribe bajo la primera serie 12, restando 3 al lado de ese residuo; se baja la serie siguiente 16 y del número 316 asi formado, se separa con un punto la última cifra 6. Tómase el doble de la primera cifra encontrada de la raiz, lo que da 6; se escribe esta cifra 6 como divisor al lado del número 316; se busca cuantas veces el número 31 que está separado de 315 contiene el número 6, y se ensaya fuera de la operacion si ese número buscado colocado á la derecha del divisor 6 colocado enseguida como cociente, deja de dar un número mayor de 316 por la multiplicacion del dividendo por el cociente. Así, por más que 31 contiene 5 veces el número 6, tomando la cifra 5 se tendria $\begin{array}{l|l} 316 & 65 \\ \hline 325 & 5 \end{array}$, lo cual daria 325, número mayor que 316. Ahora bien, conviene que siempre el número procedente de la multiplicacion del divisor por el cociente en esa parte de la operacion pueda quitarse del dividendo y que el resíduo sea menor que el cociente. Siendo el número 5 demasiado grande se ensaya el número 4, que llena las dos condiciones espresadas; colóquese el guarismo 4: 1.° en divisor al lado de la cifra 6; 2.° en cociente debajo de la línea de division del número 64, y 3.° al lado de la cifra 3, primer número de la raiz, viniendo así á ser el segundo guarismo hallado de la raiz que se busca.

Se multiplica luego 64 por 4, se escribe el producto de esta multiplicacion que es 256 bajo 316 y se efectua la resta; queda 60, número inferior al divisor 64, cuya cifra 4 es buena. Al lado de ese resíduo 60 se baja la última série 37 del número propuesto y se separa con un punto la última cifra 7. Se duplica el número 34 dado por las cifras halladas de la raiz que se está buscando, lo cual da 68, se escribe 68 como divisor al lado de 6037 y se busca en operacion aparte, como antes, cual es la cifra que colocada como divisor al lado del 68 y como cociente debajo, da multiplicando el divisor así aumentado, por el cociente, un número que pueda quitarse de 6037 sin dejar un resíduo mayor que 688. (Ese número es 8 en el ejemplo). Se coloca pues el 8: 1.° al lado de 68=688; 2.° debajo del 688 como cociente, y 3.° á la izquierda de 34 como siendo la tercera cifra de la raiz. Se multiplica 688 por 8=5504; se escribe 5504 debajo de 6037 y se hace la sustraccion, quedando el resíduo 533. Bajadas todas las séries del número propuesto ha terminado la operacion y da como raiz cuadrada de 121637 el número 348, con un resíduo 533.

Si no hubiese quedado resíduo el número propuesto habria sido un cuadrado perfecto. El resíduo indica que el número hallado como espresion de la raiz cuadrada no es exacto á ménos de una aproximacion de unidad, es decir, que está entre 348 y 349; pero el segundo es demasiado grande. Con efecto

$$349 \times 349 = 121801$$

41. La prueba de la operacion se hace como lo indica el cálculo hecho poco ha (§ 40), multiplicando por sí misma la raiz obtenida y añadiendo al producto el resíduo hallado.

42. Para conseguir una aproximacion mayor, es decir para tener números decimales en la raiz, se ha de añadir al número cuya raiz se busca, tantas séries de dos ceros como cifras decimales se quieren tener en la raiz; se continua la operacion como si el número así aumentado fuese un número entero, y se separan á la derecha de la raiz obtenidas tantas cifras decimales como séries de dos ceros hay añadidos al número propuesto.

EJEMPLO. Buscar la raiz cuadrada del número precedente 121637 á menor aproximacion de $\frac{1}{10}$ de la unidad; escribir 12.16.37.00 y operar como en el ejemplo anterior. Se obtiene para el valor de la raiz cuadrada: 348'7.

Ahora bien, $348'7 \times 348'7 = 121591$

y $348'8 \times 348'8 = 121661$ número demasiado grande.

Luego el primero se acerca más á la raiz á $\frac{1}{10}$ de aproximacion.

43. Si ha de extraerse la raiz cuadrada de una fraccion ordinaria, conviene reducirla ante todo á número decimal (§ 22), y operar enseguida como si fuese un número entero, cuidando de separar los decimales en la raiz, de modo que para *dos* decimales del número propuesto, no se cuenta más que un decimal en la raiz.

Ejemplo. Propongámonos extraer la raiz cuadrada de $\frac{4}{7}$.

1.ª *Operacion.*

```
40     | 7
 50    0'571428
  10
   30
    20
     60
      4
```

2.ª *Operacion.*

```
0'57.14.28 | 755
 49
 81.4  | 145
 72.5    5
  892.8 | 1505
  7525     5
  1403
```

3.ª *Operacion.* $\frac{755}{1000} = 0'755$,

que es la raiz cuadrada que se buscaba y se ha obtenido á la aproximacion de 1 milésima.

44. La estraccion de la raiz cuadrada de una fraccion decimal se hace simplemente como lo indican las operaciones 2.ª y 3.ª del párrafo anterior, haciendo par el número de decimales, si no lo es. Cuando se utilizan tablas como las que se dan á continuacion de las raices cúbicas, se han de añadir á la fraccion decimal propuesta tantos ceros como cifras tiene, y considerarla como un número entero; buscar enseguida en la tabla la raiz de ese número y separar con una coma tantas cifras decimales como séries de dos cifras hay en la fraccion propuesta después de hacer par el número de cifras. El resultado espresa entonces la raiz de ese fraccion.

Ejemplo. ¿Cuál es la raiz cuadrada de 0'3?

1.ª *Operacion.* De 0'3 hacer 30.

2.ª *Operacion.* Buscar la raiz cuadrada de 30 en la tabla, y se encuentra 5'48.

3.ª *Operacion.* No comprendiendo la fraccion decimal más que una serie ó grupo de dos cifras, se ha de avanzar la coma en una sola serie hácia la derecha en el número hallado. Resulta entonces 0'548, que es la raiz cuadrada de la fraccion decimal 0'3.

45. La estraccion de la raiz cuadrada de un número decimal se hace del mismo modo que para un número entero, después de hacer par con ausilio de un cero el número de guarismos decimales, si fuese impar; se separan luego á la derecha de la raiz tantas cifras decimales como grupos de dos cifras hay en la parte decimal del número propuesto y despues de hacer par el número de cifras de esta parte.

Para hallar en las tablas numéricas que vamos á ver luego, la raiz cuadrada de un número fraccionario, se añaden á la fraccion decimal tantos ceros como se necesitan para hacer par el numero de sus cifras, si no lo es. Se suprime la coma, y se busca en la tabla la raiz del número así formado; se separan de esta raiz tantas cifras decimales como grupos de dos cifras hay en la parte decimal teniendo número par de cifras, y lo que resulta espresa la raiz buscada.

Ejemplo: Hallar la raiz cuadrada del número 1'9.

1.ª *Operacion.* Hacer de 1'9 el número 1'90 y luego 190.

2.ª *Operacion.* Buscar en la tabla la raiz cuadrada de 190, que es 13'784.

3.ª *Operacion.* Siendo el número propuesto 1'9 despues de la primera parte de la 1.ª *Operacion* 1'90, comprendia *un solo grupo* de dos cifras, importa correr la coma un solo grupo á la derecha en el número dado por la tabla, y así 13'784 da 1'378 que es la raiz buscada.

Cubo de un número y raiz cúbica.

46. El cubo de un número, ó su tercera potencia, es el producto que da ese número multiplicado dos veces por sí mismo: 3 elevado al cubo da $3 \times 3 \times 3 = 27$, y se escribe $3^3 = 27$ (Véase el § 5 y la tabla 1.ª de las próximas siguientes).

47. Para elevar una fraccion ordinaria al cubo ó 3.ª potencia se multiplican cada uno de sus términos dos veces por sí mismos. Sea $\frac{2}{3}$ el quebrado que hemos de elevar al cubo. Se escribe

$$\frac{2^3}{3^3} \text{ ó } \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2 \times 2 \times 2}{3 \times 3 \times 3} = \frac{8}{27}$$

El cubo de una fraccion es siempre inferior á la fraccion. El ejemplo anterior da $\frac{2}{3}=0'66$ y su cubo es $\frac{8}{27}=0'296$.

48. Para elevar á la 3.ª potencia una fraccion decimal se procede como si fuese un número entero, cuidando de separar en el producto de cada multiplicacion tantas cifras decimales como hay cada vez en los dos productos de la multiplicacion.

EJEMPLO. $0'25^3$

$$\begin{array}{r} 0'25 \\ 0'25 \\ \hline 125 \\ 50 \\ \hline 0'0625 \\ 0'25 \\ \hline 3125 \\ 1250 \\ \hline 0'015625 \end{array}$$

49. Conteniendo el cubo de un número enteros y decimales, se obtiene haciendo la multiplicacion de ese número dos veces por si mismo y separando en el producto de cada multiplicacion un número de decimales igual al que comprendian los dos factores.

EJEMPLO. $2'25^3$

$$\begin{array}{r} 2'25 \\ 2'25 \\ \hline 1125 \\ 450 \\ 450 \\ \hline 5'0625 \\ 2'25 \\ \hline 253125 \\ 101250 \\ 101250 \\ \hline 11'390625 \end{array}$$

50. El cubo de un número que comprende enteros y un quebrado comun, se obtiene reduciendo el quebrado á fraccion decimal (§ 23) y operando enseguida como en el caso anterior.

El cubo de $2+\frac{1}{5}=(2'2)^3=10'648$.

Puede tambien ponerse en la forma de una sola fraccion los enteros y la fraccion propuesta (véase § 6), y elevar ese número fraccionario al cubo como se ha hecho en el § 47, convirtiendo luego el resultado en enteros (véase § 6).

Sea $\left(2+\frac{1}{5}\right)^3$ tenemos:

$$\frac{10}{5}+\frac{1}{5}=\frac{11}{5},$$

y

$$\left(\frac{11}{5}\right)^3=\frac{1331}{125}=10'648$$

cubo del numero propuesto.

Extraer la raiz cúbica del número 12813246.

$$\begin{array}{l|l} 12.813.246 & 234 \\ \underline{8} & 2\times2\times2=8' \\ 4.8 \mid 12 & 2\times2\times3=12' \\ \underline{12167} & 23\times23\times23=12167' \\ 646.2 \mid 1587 & 23\times23\times3=1587' \\ \underline{12812904} & 234\times234\times234=12812904. \\ \quad 342 & \end{array}$$

A partir de la derecha del número propuesto separarlo en grupos de tres cifras. Buscar el mayor cubo contenido en el grupo de la izquierda, 12. Este cubo es de 8 (en efecto $2\times2\times2=8$, mientras que $3\times3\times3=27$). Escribir la raiz cúbica de 8 que es 2 en el lugar reservado para la raiz buscada, es decir á la derecha del número propuesto. Esta cifra es la primera de la raiz. Escribir 8 (el cubo de 2, que como decimos, es la primera cifra de la raiz) debajo de 12; hacer la resta, y queda 4. Bajar al lado de 4 la primera cifra del 2.º grupo, que es 8; triplicar el cuadrado de la primera cifra de la raiz que es 2; y se tiene $2\times2\times3=12$; dividir 48 por 12. El cociente es 4; más para la operacion de que se trata, esta cifra seria demasiado grande, como vamos á ver. Escribir 4 al lado de 2 (la primera cifra de la raiz obtenida), resulta 24; hacer el cubo de 24. Se obtiene $24\times24\times24=13824$ que se coloca debajo de los dos primeros grupos del número propuesto 12813 para hacer la resta. Pero siendo 13824 mayor que 12813, no puede efectuarse esta operacion; luego es una cifra inferior á 4 la que conviene como cociente de la division de 48 por 12 y que debe ser la segunda cifra de la raiz. Esa cifra es 3; se escribe al lado de 2 (en la raiz) lo cual da 23: se hace el cubo de 23=

12167; se escribe este último debajo y á la distancia que permitan las operaciones ya efectuadas con los dos primeros grupos de la izquierda del número propuesto: hácese la resta quedando 646. Se baja al lado la primera cifra 2 del tercer grupo y resulta 646.2.

Se hace el triple del cuadrado de 23 (las dos cifras de la raiz obtenida), resulta $23\times23\times3=1587$, que se ha de escribir como divisor al lado de 6462; se busca el cociente de esa division, recordando que debe ser la tercera cifra de la raiz buscada y que por consiguiente el cubo del número en que estará colocado pueda restarse del formado por todas las series que han dado ya una cifra á la raiz. Si el cubo asi hallado es mayor que el número 12813246 el cociente que haya de formar la cifra de la raiz es demasiado grande: si este cociente multiplicado por el divisor 1587 da un número que restado del dividendo 6462 da un residuo mayor que el divisor, es demasiado pequeño: en el ejemplo el número que conviene es 4.

Colocar 4 como tercer guarismo de la raiz que se busca, y resulta 234; cubicar la raiz, y da $234\times234\times234=12812904$; escribir debajo y á la distancia querida de 12813246 y hacer la resta. Queda 342. Si hubiese un cuarto grupo en el número propuesto se bajaria al lado de 342 la cifra de la izquierda de este grupo como se ha hecho con las demás y se continuaria la operacion como acaba de indicarse.

La raiz cúbica á la aproximacion de una unidad es en el ejemplo 234 y el residuo es 342. Es decir el número propuesto no es un cuadrado perfecto y el mayor cubo que contiene es el de 234, porque $234\times234\times234=12812904$ y $235\times235\times235=12977875$, mayor que el número propuesto.

51. Para obtener mayor aproximacion ó sea por ejemplo la raiz á $^1/_{10}$, seria forzoso añadir un grupo de 000 al número propuesto y separar en la raiz tantas cifras decimales como grupos de 000 se hayan agregado. Por consiguiente, separar *una sola* cifra en el caso de la aproximacion á $^1/_{10}$. Añadir 000,000 para la aproximacion á $^1/_{100}$ y separar dos cifras en la raiz y asi sucesivamente.

52. La estraccion de la raiz cúbica de una fraccion decimal se hace como para un número entero despues de hacer múltiple de 3, añadiendo ceros, el número de cifras decimales de que se compone la fraccion, si es necesario. Despues de la operacion se separan á la derecha de la raiz tantas cifras decimales como grupos de tres cifras hay en la fraccion decimal en que se opera.

Ejemplo. Extraer la raiz cúbica de 0'375271; operar como en un número entero sin añadir ceros á la fraccion, puesto que comprende 6 cifras, siendo el número 6 un múltiplo de $3(3\times2=6)$ y separar en la raiz obtenida *dos* cifras decimales, ya que el número propuesto contiene *dos* grupos de 3 cifras.

Extraer la raiz cúbica de 0'3752.

El número propuesto tiene 4 cifras. Pero 4 no ès múltiplo de 3 ni tampoco el 5: luego han de añadirse 00 para llegar á 6 cifras, siendo 6 múltiplo de 3. Escribir 0'375200. Operar como en un número entero y separar *dos* decimales en la raiz encontrada.

53. Para extraer la raiz cúbica de un número decimal se opera de igual modo que para extraer la de un número entero después de hacer múltiplo de 3 por uno ó dos ceros, si hay ocasion, el número de cifras decimales prescindiendo de los enteros. Separar enseguida á la derecha de la raiz tantas cifras decimales como grupos hay de 3 cifras en la parte decimal solamente.

54. La extraccion de la raiz cúbica de una fraccion ordinaria se hace convirtiendo la fraccion propuesta en fraccion decimal:

EJEMPLO. Extraer la raiz cúbica de $\frac{5}{7}$

1.ª *Operacion:*

$$\begin{array}{l|l} 50 & 7 \\ \hline 10 & 0'714 \\ \;\;30 & \\ \;\;\;20 & \end{array}$$

Extraer la raiz cúbica de 0'714 operando como se ha dicho en el § 52.

2.ª *Operacion.*

$$\sqrt[3]{0'714}=0'8938$$

Uso de las tablas para hallar la raiz cúbica.

55. La tabla que sigue da la raiz cúbica de los números 1 á 380. Propongámonos hallar la raiz cúbica de la fraccion decimal 0'24. Hacer el número de cifras contenido en la fraccion múltiplo de 3, es decir añadirle uno ó dos ceros para que contenga 3 ó 6 ó 9 cifras. En el caso presente añadir un solo cero y hacer 240 suprimiendo la coma. Buscar en la tabla la raiz cúbica de 240, que es 6'214; avanzar la coma en este número por tantos decimales como grupos de 3 cifras contenia la fraccion decimal despues de la supresion de la coma; contenia *uno* solo y resulta 0'6214, que es la raiz cúbica buscada.

La raiz cúbica de un número fraccionario se encuentra en la tabla elevando á 3, 6 ó 9 el número de cifras de la fraccion decimal solamente, suprimiendo la coma enseguida y buscando en la tabla de la raiz cúbica del número así modificado, como si fuese un número entero; avanzar la coma en el número hallado para la raiz en tantos grupos á la izquierda como grupos de 3 cifras contiene el número propuesto despues de añadir los ceros.

Ejemplo. Hallar la raiz cúbica de 3'63, hacer ante todo 3'630; enseguida 3630 y buscar la raiz cúbica de ese número que es 15'368; avanzar la coma en un grupo á la izquierda, puesto que el número 3'630 no tiene más que un solo grupo de tres cifras, resultando 1'5368 la raiz pedida.

Tabla de cuadrados y cubos.

La primera columna de la tabla que sigue, contiene los números cuyo cuadrado ó cubo está indicado en la misma línea horizontal en las dos columnas respectivas, la segunda y la tercera.

La primera columna está marcada con la palabra *lado*, porque un cuadrado que tiene por longitud de uno de sus lados el número de esa columna, contiene en su superficie tantos pequeños cuadrados que tengan por lado la *unidad* de que se trata, como lo espresa el número colocado en frente en la columna que dice *cuadrado*. Ejemplo: un cuadrado que tiene 21 centímetros de *lado*, comprende en su superficie 441 centímetros cuadrados.

El sólido de forma cúbica que tiene por medida de una de sus aristas el número de la columna *lado* contiene tantos pequeños cubos de la unidad de que se trata, como espresa el número colocado enfrente de la columna cubo.

Ejemplo. Un cubo que tiene 21 centímetros de largo en una de sus aristas contiene 9261 pequeños cubos cada uno de los cuales tenga 1 centímetro de lado.

Cuadrados y cubos.

LADO	CUADRADO	CUBO	LADO	CUADRADO	CUBO	LADO	CUADRADO	CUBO	LADO	CUADRADO	CUBO
1	1	1	31	9 61	29 791	61	37 21	226 981	91	82 81	753 571
2	4	8	32	10 24	32 768	62	38 44	238 328	92	84 64	778 688
3	9	27	33	10 89	35 937	63	39 69	250 047	93	86 49	804 357
4	16	64	34	11 56	39 304	64	40 96	262 144	94	88 36	830 584
5	25	125	35	12 25	42 875	65	42 25	274 625	95	90 25	857 375
6	36	216	36	12 96	46 656	66	43 56	287 496	96	92 16	884 736
7	49	343	37	13 69	50 653	67	44 89	300 763	97	94 09	912 673
8	64	512	38	14 44	54 872	68	46 24	314 432	98	96 04	941 192
9	81	729	39	15 21	59 319	69	47 61	328 509	99	98 01	970 299
10	1 00	1 000	40	16 00	64 000	70	49 00	343 000	100	1 00 00	1 000 000
11	1 21	1 331	41	16 81	68 921	71	50 41	357 911	101	1 02 01	1 030 301
12	1 44	1 728	42	17 64	74 088	72	51 84	373 248	102	1 04 04	1 061 208
13	1 69	2 197	43	18 49	79 507	73	53 29	389 017	103	1 06 09	1 092 727
14	1 96	2 744	44	19 36	85 184	74	54 76	405 224	104	1 08 16	1 124 864
15	2 25	3 375	45	20 25	91 125	75	56 25	421 875	105	1 10 25	1 157 625
16	2 56	4 096	46	21 16	97 336	76	57 76	438 976	106	1 12 36	1 191 016
17	2 89	4 913	47	22 09	103 823	77	59 29	456 533	107	1 14 49	1 225 043
18	3 24	5 832	48	23 04	110 592	78	60 84	474 552	108	1 16 64	1 259 712
19	3 61	6 859	49	24 01	117 649	79	62 41	493 039	109	1 18 81	1 295 029
20	4 00	8 000	50	25 00	125 000	80	64 00	512 000	110	1 21 00	1 331 000
21	4 41	9 261	51	26 01	132 651	81	65 61	531 441	111	1 23 21	1 367 631
22	4 84	10 648	52	27 04	140 608	82	67 24	551 368	112	1 25 44	1 404 928
23	5 29	12 167	53	28 09	148 877	83	68 89	571 787	113	1 27 69	1 442 897
24	5 76	13 824	54	29 16	157 464	84	70 56	592 704	114	1 29 96	1 481 544
25	6 25	15 625	55	30 25	166 375	85	72 25	614 125	115	1 32 25	1 520 875
26	6 76	17 576	56	31 36	175 616	86	73 96	636 056	116	1 34 56	1 560 896
27	7 29	19 683	57	32 49	185 193	87	75 69	658 503	117	1 36 89	1 601 613
28	7 84	21 952	58	33 64	195 112	88	77 44	681 472	118	1 39 24	1 643 032
29	8 41	24 389	59	34 81	205 379	89	79 21	704 969	119	1 41 61	1 685 159
30	9 00	27 000	60	36 00	216 000	90	81 00	729 000	120	1 44 00	1 728 000

LADO	CUADRADO	CUBO	LADO	CUADRADO	CUBO	LADO	CUADRADO	CUBO	LADO	CUADRADO	CUBO
121	1 46 41	1 771 561	181	3 27 61	5 929 741	241	5 80 81	13 997 521	301	9 06 01	27 270 901
122	1 48 84	1 815 848	182	3 31 24	6 028 568	242	5 85 64	14 172 488	302	9 12 04	27 543 608
123	1 51 29	1 860 867	183	3 34 89	6 128 487	243	5 90 49	14 348 907	303	9 18 09	27 818 127
124	1 53 76	1 906 624	184	3 38 56	6 229 504	244	5 95 36	14 526 784	304	9 24 16	28 094 464
125	1 56 25	1 953 125	185	3 42 25	6 331 625	245	6 00 25	14 706 125	305	9 30 25	28 372 625
126	1 58 76	2 000 376	186	3 45 96	6 434 856	246	6 05 16	14 886 936	306	9 36 36	28 652 616
127	1 61 29	2 048 383	187	3 49 69	6 539 203	247	6 10 09	15 069 223	307	9 42 49	28 934 443
128	1 63 84	2 097 152	188	3 53 44	6 644 672	248	6 15 04	15 252 992	308	9 48 64	29 218 112
129	1 66 41	2 146 689	189	3 57 21	6 751 269	249	6 20 01	15 438 249	309	9 54 81	29 503 629
130	1 69 00	2 197 000	190	3 61 00	6 859 000	250	6 25 00	15 625 000	310	9 61 00	29 791 000
131	1 71 61	2 248 091	191	3 64 81	6 967 871	251	6 30 01	15 813 251	311	9 67 21	30 080 231
132	1 74 24	2 299 968	192	3 68 64	7 077 888	252	6 35 04	16 003 008	312	9 73 44	30 371 328
133	1 76 89	2 352 637	193	3 72 49	7 189 057	253	6 40 09	16 194 277	313	9 79 69	30 664 297
134	1 79 56	2 406 104	194	3 76 36	7 301 384	254	6 45 16	16 387 064	314	9 85 96	30 959 144
135	1 82 25	2 460 375	195	3 80 25	7 414 875	255	6 50 25	16 581 375	315	9 92 25	31 255 875
136	1 84 96	2 515 456	196	3 84 16	7 529 536	256	6 55 36	16 777 216	316	9 98 56	31 554 496
137	1 87 69	2 571 353	197	3 88 09	7 645 373	257	6 60 49	16 974 593	317	10 04 89	31 855 013
138	1 90 44	2 628 072	198	3 92 04	7 762 392	258	6 65 64	17 173 512	318	10 11 24	32 157 432
139	1 93 21	2 685 619	199	3 96 01	7 880 599	259	6 70 81	17 373 979	319	10 17 61	32 461 759
140	1 96 00	2 744 000	200	4 00 00	8 000 000	260	6 76 00	17 576 000	320	10 24 00	32 708 000
141	1 98 81	2 803 221	201	4 04 01	8 120 601	261	6 81 21	17 779 581	321	10 30 41	33 076 161
142	2 01 64	2 863 288	202	4 08 04	8 242 408	262	6 86 44	17 984 728	322	10 36 84	33 386 248
143	2 04 49	2 924 207	203	4 12 09	8 365 427	263	6 91 69	18 191 447	323	10 43 29	33 698 267
144	2 07 36	2 985 984	204	4 16 16	8 489 664	264	6 96 96	18 399 744	324	10 49 76	34 012 224
145	2 10 25	3 048 625	205	4 20 25	8 615 135	265	7 02 25	18 609 625	325	10 56 25	34 328 125
146	2 13 16	3 112 136	206	4 24 36	8 741 816	266	7 07 56	18 821 096	326	10 62 76	34 645 976
147	2 16 09	3 176 523	207	4 28 49	8 869 743	267	7 12 89	19 034 163	327	10 69 29	34 965 783
148	2 19 04	3 241 792	208	4 32 64	8 998 912	268	7 18 24	19 248 832	328	10 75 84	35 287 552
149	2 22 01	3 307 949	209	4 36 81	9 129 329	269	7 23 61	19 465 109	329	10 82 41	35 611 289
150	2 25 00	3 375 000	210	4 41 00	9 261 000	270	7 29 00	19 683 000	330	10 89 00	35 937 000
151	2 28 01	3 442 951	211	4 45 21	9 393 931	271	7 34 41	19 902 511	331	10 95 61	36 264 691
152	2 31 04	3 511 808	212	4 49 44	9 528 128	272	7 39 84	20 123 648	332	11 02 24	36 594 368
153	2 34 09	3 581 577	213	4 53 69	9 663 597	273	7 45 29	20 346 417	333	11 08 89	36 926 037
154	2 37 16	3 652 264	214	4 57 96	9 800 344	274	7 50 76	20 570 824	334	11 15 56	37 259 704
155	2 40 25	3 723 875	215	4 62 25	9 938 375	275	7 56 25	20 793 875	335	11 22 25	37 595 375
156	2 43 36	3 796 416	216	4 66 56	10 077 696	276	7 61 76	21 024 576	336	11 28 96	37 933 056
157	2 46 49	3 869 893	217	4 70 89	10 210 313	277	7 67 29	21 253 933	337	11 35 69	38 272 753
158	2 49 64	3 944 312	218	4 75 24	10 360 232	278	7 72 84	21 484 952	338	11 42 44	38 614 472
159	2 52 81	4 019 679	219	4 79 61	10 503 459	279	7 78 41	21 717 639	339	11 49 21	38 958 219
160	2 56 00	4 096 000	220	4 84 00	10 648 000	280	7 84 00	21 952 000	340	11 56 00	39 304 000
161	2 59 21	4 173 281	221	4 88 41	10 793 861	281	7 89 61	22 188 041	341	11 62 81	39 651 821
162	2 62 44	4 251 528	222	4 92 84	10 941 048	282	7 95 24	22 425 768	342	11 69 64	40 001 688
163	2 65 69	4 330 747	223	4 97 29	11 089 567	283	8 00 89	22 665 187	343	11 76 49	40 353 607
164	2 68 96	4 410 944	224	5 01 76	11 239 424	284	8 06 56	22 900 304	344	11 83 36	40 707 584
165	2 72 25	4 492 125	225	5 06 25	11 390 625	285	8 12 25	23 149 125	345	11 90 25	41 063 625
166	2 75 56	4 574 296	226	5 10 76	11 543 176	286	8 17 96	23 393 656	346	11 97 16	41 421 736
167	2 78 89	4 657 463	227	5 15 29	11 697 083	287	8 23 69	23 639 903	347	12 04 09	41 781 923
168	2 82 24	4 741 632	228	5 19 84	11 852 352	288	8 29 44	23 887 872	348	12 11 04	42 144 192
169	2 85 61	4 826 809	229	5 24 41	12 008 989	289	8 35 21	24 137 569	349	12 18 01	42 508 549
170	2 89 00	4 913 000	230	5 29 00	12 167 000	290	8 41 00	24 389 000	350	12 25 00	42 875 000
171	2 92 41	5 000 211	231	5 33 61	12 326 391	291	8 46 81	24 642 171	351	12 32 01	43 243 551
172	2 95 84	5 088 448	232	5 38 24	12 487 168	292	8 52 64	24 897 088	352	12 39 04	43 614 208
173	2 99 29	5 177 717	233	5 42 89	12 649 337	293	8 58 49	25 153 757	353	12 46 09	43 986 977
174	3 02 76	5 268 024	234	5 47 56	12 812 904	294	8 64 36	25 412 184	354	12 53 16	44 361 864
175	3 06 25	5 359 375	235	5 52 25	12 977 875	295	8 70 25	25 672 375	355	12 60 25	44 738 875
176	3 09 76	5 451 776	236	5 56 96	13 144 256	296	8 76 16	25 934 336	356	12 67 36	45 118 016
177	3 13 29	5 545 233	237	5 61 69	13 312 053	297	8 82 09	26 198 073	357	12 74 49	45 499 293
178	3 16 84	5 639 752	238	5 66 44	13 481 272	298	8 88 04	26 463 592	358	12 81 64	45 882 712
179	3 20 41	5 735 339	239	5 71 21	13 651 919	299	8 94 01	26 730 899	359	12 88 81	46 268 279
180	3 24 00	5 832 000	240	5 76 00	13 824 000	300	9 00 00	27 000 000	360	12 96 00	46 656 000

LADO	CUADRADO	CUBO	LADO	CUADRADO	CUBO	LADO	CUADRADO	CUBO	LADO	CUADRADO	CUBO
361	13 03 21	47 045 881	366	13 39 56	49 027 896	371	13 76 41	51 064 811	376	14 13 76	53 157 376
362	13 10 44	47 437 928	367	13 46 89	49 430 863	372	13 83 84	51 478 848	377	14 21 29	53 582 633
363	13 17 69	47 832 147	368	13 54 24	49 836 032	373	13 91 29	51 895 117	378	14 28 84	54 010 152
364	13 24 96	48 228 544	369	13 61 61	50 243 409	374	13 98 76	52 313 624	379	14 36 41	54 439 939
365	13 32 25	48 627 125	370	13 69 00	50 653 000	375	14 06 25	52 734 375	380	14 44 00	54 872 000

La tabla siguiente es la inversa de la anterior; pues da las raices cuadradas y cúbicas de los números inscritos en la primera columna.

Raices.

NÚMERO	RAIZ CUADRADA	RAIZ CÚBICA	NÚMERO	RAIZ CUADRADA	RAIZ CÚBICA	NÚMERO	RAIZ CUADRADA	RAIZ CÚBICA	NÚMERO	RAIZ CUADRADA	RAIZ CÚBICA
1	1,000	1,000	51	7,141	3,708	101	10,049	4,657	151	12,288	5,325
2	1,414	1,260	52	7,211	3,733	102	10,099	4,672	152	12,328	5,336
3	1,732	1,442	53	7,280	3,756	103	10,148	4,687	153	12,369	5,348
4	2,000	1,587	54	7,348	3,780	104	10,198	4,702	154	12,409	5,360
5	2,236	1,710	55	7,416	3,803	105	10,246	4,717	155	12,449	5,371
6	2,449	1,817	56	7,483	3,826	106	10,295	4,732	156	12,489	5,383
7	2,646	1,913	57	7,550	3,848	107	10,344	4,747	157	12,529	5,394
8	2,828	2,000	58	7,616	3,871	108	10,392	4,762	158	12,569	5,406
9	3,000	2,080	59	7,681	3,893	109	10,440	4,776	159	12,609	5,417
10	3,162	2,154	60	7,746	3,915	110	10,488	4,791	160	12,649	5,428
11	3,316	2,224	61	7,810	3,936	111	10,535	4,805	161	12,688	5,440
12	3,464	2,289	62	7,874	3,957	112	10,583	4,820	162	12,727	5,451
13	3,605	2,351	63	7,937	3,979	113	10,630	4,834	163	12,767	5,462
14	3,741	2,410	64	8,000	4,000	114	10,677	4,848	164	12,806	5,473
15	3,873	2,466	65	8,062	4,020	115	10,723	4,862	165	12,845	5,484
16	4,000	2,520	66	8,124	4,041	116	10,770	4,876	166	12,884	5,495
17	4,123	2,571	67	8,185	4,061	117	10,816	4,890	167	12,922	5,506
18	4,242	2,621	68	8,246	4,081	118	10,862	4,904	168	12,961	5,517
19	4,359	2,668	69	8,306	4,101	119	10,908	4,918	169	13,000	5,528
20	4,472	2,714	70	8,366	4,121	120	10,954	4,932	170	13,038	5,539
21	4,583	2,759	71	8,426	4,141	121	11,000	4,946	171	13,076	5,550
22	4,690	2,802	72	8,485	4,160	122	11,045	4,959	172	13,114	5,561
23	4,796	2,844	73	8,544	4,179	123	11,090	4,973	173	13,152	5,572
24	4,899	2,884	74	8,602	4,198	124	11,135	4,986	174	13,190	5,582
25	5,000	2,924	75	8,660	4,217	125	11,180	5,000	175	13,228	5,593
26	5,099	2,962	76	8,718	4,236	126	11,224	5,013	176	13,266	5,604
27	5,196	3,000	77	8,775	4,254	127	11,269	5,026	177	13,304	5,614
28	5,292	3,037	78	8,832	4,272	128	11,313	5,039	178	13,341	5,625
29	5,385	3,072	79	8,888	4,291	129	11,357	5,052	179	13,379	5,635
30	5,477	3,107	80	8,944	4,309	130	11,401	5,065	180	13,416	5,646
31	5,568	3,141	81	9,000	4,326	131	11,445	5,078	181	13,453	5,656
32	5,657	3,175	82	9,055	4,344	132	11,489	5,091	182	13,490	5,667
33	5,745	3,208	83	9,110	4,362	133	11,532	5,104	183	13,527	5,677
34	5,831	3,240	84	9,165	4,379	134	11,575	5,117	184	13,564	5,687
35	5,916	3,271	85	9,220	4,397	135	11,618	5,129	185	13,601	5,698
36	6,000	3,302	86	9,274	4,414	136	11,661	5,142	186	13,638	5,708
37	6,083	3,332	87	9,327	4,431	137	11,704	5,155	187	13,674	5,718
38	6,164	3,362	88	9,381	4,448	138	11,747	5,167	188	13,711	5,728
39	6,244	3,391	89	9,434	4,464	139	11,789	5,180	189	13,747	5,738
40	6,325	3,420	90	9,487	4,481	140	11,832	5,192	190	13,784	5,748
41	6,403	3,448	91	9,539	4,498	141	11,874	5,204	191	13,820	5,758
42	6,481	3,476	92	9,592	4,514	142	11,916	5,217	192	13,856	5,768
43	6,557	3,503	93	9,644	4,530	143	11,958	5,229	193	13,892	5,778
44	6,633	3,530	94	9,695	4,546	144	12,000	5,241	194	13,928	5,788
45	6,708	3,557	95	9,747	4,562	145	12,041	5,253	195	13,964	5,798
46	6,782	3,583	96	9,798	4,578	146	12,083	5,265	196	14,000	5,808
47	6,856	3,609	97	9,849	4,594	147	12,124	5,277	197	14,035	5,818
48	6,928	3,634	98	9,899	4,610	148	12,165	5,289	198	14,071	5,828
49	7,000	3,659	99	9,950	4,626	149	12,206	5,301	199	14,106	5,838
50	7,071	3,684	100	10,000	4,641	150	12,247	5,313	200	14,142	5,848

NÚMERO	RAIZ CUADRADA	RAIZ CÚBICA	NÚMERO	RAIZ CUADRADA	RAIZ CÚBICA	NÚMERO	RAIZ CUADRADA	RAIZ CÚBICA	NÚMERO	RAIZ CUADRADA	RAIZ CÚBICA
201	14,177	5,857	246	15,684	6,265	291	17,059	6,627	336	18,330	6,952
202	14,212	5,867	247	15,716	6,274	292	17,088	6,634	337	18,357	6,959
203	14,247	5,877	248	15,748	6,282	293	17,117	6,642	338	18,385	6,966
204	14,282	5,886	249	15,779	6,291	294	17,146	6,649	339	18,412	6,973
205	14,317	5,896	250	15,811	6,299	295	17,176	6,657	340	18,439	6,979
206	14,352	5,905	251	15,842	6,307	296	17,205	6,664	341	18,466	6,986
207	14,387	5.915	252	15.874	6,316	297	17,234	6,672	342	18,493	6,993
208	14,422	5,924	253	15,905	6,324	298	17,263	6,679	343	18,520	7,000
209	14,456	5,934	254	15,937	6,333	299	17,292	6,687	344	18,547	7,007
210	14,491	5,943	255	15,968	6,341	300	17,320	6,694	345	18,574	7,014
211	14,525	5,953	256	16,000	6,349	301	17,349	6,702	346	18,601	7,020
212	14,560	5,962	257	16,031	6,357	302	17,378	6,709	347	18,628	7,027
213	14,594	5,972	258	16,062	6,366	303	17,407	6,717	348	18,655	7,034
214	14,628	5,981	259	16,093	6,374	304	17,436	6,724	349	18,681	7,040
215	14,662	5,990	260	16,124	6,382	305	17,464	6,731	350	18,708	7,047
216	14,696	6,000	261	16,155	6,390	306	17,493	6,739	351	18,735	7,054
217	14,730	6,009	262	16,186	6,398	307	17,521	6,746	352	18,762	7,061
218	14,764	6,018	263	16,217	6,406	308	17,549	6,753	353	18,788	7,067
219	14,798	6,027	264	16,248	6,415	309	17,578	6,761	354	18,815	7,074
220	14,832	6,036	265	16,278	6,423	310	17,607	6,768	355	18,842	7,081
221	14.866	6,045	266	16,309	6,431	311	17,635	6,775	356	18,868	7,087
222	14,899	6,055	267	16,340	6,439	312	17,663	6,782	357	18,894	7,094
223	14,933	6,064	268	16,370	6,447	313	17,692	6,789	358	18,921	7,101
224	14,966	6,073	269	16,401	6,455	314	17,720	6,797	359	18,947	7,107
225	15,000	6,082	270	16,431	6,463	315	17,748	6,804	360	18,974	7,114
226	15,033	6,091	271	16,462	6,471	316	17,776	6,811	361	19,000	7,120
227	15,066	6,100	272	16,492	6,479	317	17,804	6,818	362	19,026	7,127
228	15,099	6,109	273	16,522	6,487	318	17,832	6,826	363	19,052	7,133
229	15,132	6,118	274	16,552	6,495	319	17,860	6,833	364	19,079	7,140
230	15,165	6,126	275	16,583	6,502	320	17,888	6,840	365	19,105	7,146
231	15,198	6,135	276	16,613	6,510	321	17,916	6,847	366	19,131	7,153
232	15,231	6,144	277	16,643	6,518	322	17,944	6,854	367	19,157	7,159
233	15,264	6,153	278	16,673	6,526	323	17,972	6,861	368	19,183	7,166
234	15,297	6,162	279	16,703	6,534	324	18,000	6,868	369	19,209	7,172
235	15,329	6,171	280	16,733	6,542	325	18,028	6,875	370	19,235	7,179
236	15,362	6,179	281	16,763	6,549	326	18,055	6,882	371	19,261	7,185
237	15,394	6,188	282	16,792	6,557	327	18,083	6,889	372	19,287	7,192
238	15,427	6,197	283	16,822	6.565	328	18,111	6,896	373	19,313	7,198
239	15,459	6,205	284	16,852	6,573	329	18,138	6,903	374	19,339	7,205
240	15,491	6,214	285	16,881	6,580	330	18,166	6,910	375	19,365	7,211
241	15,524	6,223	286	16,911	6,588	331	18,193	6,917	376	19,391	7,218
242	15,556	6,231	287	16,941	6,596	332	18,221	6,924	377	19,416	7,224
243	15,588	6,240	288	16,970	6,603	333	18,248	6,931	378	19,442	7,230
244	15,620	6,248	289	17,000	6,611	334	18,276	6,938	379	19,468	7,237
245	15,652	6,257	290	17,029	6,619	335	18,303	6,945	380	19,493	7,243

Reglas de tres.

56. En la mayoria de los casos de la práctica, en los cuales se busca con el cálculo el valor de una cantidad en relacion con otras conocidas, la solucion puede hallarse por las reglas de tres, que no son más que una aplicacion de las proporciones geométricas (§ 28).

57. *Regla de tres simple.* La regla de tres simple se propone calcular lo que será un valor desconocido proporcional á otro conocido, si se cambia la magnitud numérica de éste.

Cuando las dos magnitudes son directamente proporcionales (§ 33), la regla de tres es directa.

Ejemplo. Un taller mecánico de aserrar da 900 tablas al dia haciendo trabajar 12 hojas; si trabaja con 15 hojas ¿cuántas tablas daria al dia?

Aumentando ó *disminuyendo* el número de tablas, *aumenta* ó *disminuye* el número de hojas: luego la regla de tres es directa. Representando por x el número de tablas que se busca tendremos la proporcion:

$$\begin{array}{ccccccc} \text{Hojas.} & & \text{Tablas.} & & \text{Hojas.} & & \text{Tablas.} \\ 12 & : & 900 & :: & 15 & : & x \end{array}$$

De donde resulta (§ 31):

$$x = \frac{15 \times 900}{12} = 1125.$$

Se establece una progresion como la espresada aquí, haciendo este razonamiento: 12 hojas son á 900 tablas como 15 hojas son á x tablas.

La costumbre de calcular da suma facilidad para plantear la regla de tres, que debe conducir á la solucion del problema que se busca; pero á falta de esa costumbre se pueden arreglar *mecánicamente*, por decirlo así, los términos de las relaciones ó razones como deben estar, bastando para ello usar el siguiente método práctico:

1.° Escribir en un órden cualquiera relativamente á las especies de unidades los dos términos de proporcion que solamente contienen cantidades conocidas;

2.° Escribir bajo los dos términos de la proporcion que contienen la incógnita, procurando poner las unidades de igual especie en una misma direccion vertical;

3.° Escribir enseguida la proporcion tal como la presentan los cuatro términos ordenados horizontalmente unos tras otros.

El problema que hemos planteado poco ha se pondrá numéricamente en este órden:

$$1.^\circ \text{ y } 2.^\circ \left\{ \begin{array}{llll} 12 \text{ hojas,} & 900 & \text{tablas} \\ 15 \text{ id.} & x & \text{id.} \end{array} \right.$$

$$3.^\circ \qquad 12 : 900 :: 15 : x.$$

58. Cuando las dos magnitudes propuestas son inversamente proporcionales la regla de tres se llama *indirecta* ó *inversa*.

Una máquina de vapor de 9 caballos de fuerza pasa diez dias en apurar un estanque de cierta cabida: ¿cuántos dias pasará una máquina de 5 caballos para hacer el mismo trabajo?

La regla de tres que ha de efectuarse, es aquí *inversa* porque si la potencia de la máquina *disminuye*, el número de dias de trabajo deberá *aumentar* y viceversa. Luego la proporcion debe ordenarse en sentido inverso de las relaciones, lo cual significa que si la regla de tres fuese directa, tendria que escribirse:

$$\overset{\text{caballos}}{9} : \overset{\text{dias}}{10} :: \overset{\text{caballos}}{5} : \overset{\text{dias}}{x};$$

más como es inversa habrá de escribirse:

$$\overset{\text{caballos}}{9} : \overset{\text{dias}}{x} :: \overset{\text{caballos}}{5} : \overset{\text{dias}}{10}, \text{ resultando } x = \frac{9 \times 10}{5} = 18.$$

Basta, como se vé, poner los dos últimos tèrminos de cada relacion uno en lugar de otro (ó sea el primer consecuente en lugar del segundo consecuente), para llegar al arreglo de los términos de la proporcion conforme se desea.

Pueden tambien escribirse uno debajo de otro ambos términos tal como se presentan en el enunciado de la regla de tres suponiéndola directa, y escribir luego la proporcion final comenzando por la izquierda y por arriba siguiendo en la direccion de abajo hasta el último número y arriba á la derecha.

EJEMPLO:

$$\left. \begin{array}{l} 9 \text{ caballos} : 10 \text{ dias,} \\ 5 \quad \text{id.} \quad : x \quad \text{id.} \end{array} \right\} \text{de donde } 9 : 5 :: x : 10 \text{ y } x = \frac{9 \times 10}{5} = 18.$$

59. El *razonamiento por la unidad* es mucho más sencillo y fácil que por la regla de tres. Tomando otra vez el problema del § 57, haremos este razonamiento escribiendo las conclusiones numéricas: si 12 hojas dan 900 tablas, 1 hoja sola dará 12 veces ménos ó $\frac{900}{12}$, y 15 hojas darán 15 veces más que una sola, ó $\frac{900}{12} \times 15$ x, y $x = 1125$.

El problema del § 58 que pertenece á las reglas de tres inversas, puesto en números con el razonamiento por la unidad será más fácil, pues se dirá: si 9 caballos pasan 10 dias en hacer el trabajo indicado, 1 solo caballo pasará 9 veces más dias ó 10×9, y 5 caballos pasarán 5 veces ménos tiempo que un solo caballo; luego $\frac{10 \times 9}{5} = x = 18$ dias.

60. *Reglas de tres compuestas.* En la regla de tres compuesta el enunciado de la pregunta abarca varias relaciones entre las cantidades de una misma especie, y han de reducirse estas relaciones á una sola para llegar á la solucion por medio de una regla de tres simple.

EJEMPLO 1.° Una rueda da 20 vueltas por minuto siendo su diámetro de 0'60^m, y recorre por tanto un espacio de 37 metros por minuto... ($3'14 \times 0'60 \times 20 = 37$, véase § 69). ¿Cuál será el espacio recorrido en el mismo tiempo por una rueda de 0'80^m de diámetro y qué dé 30 revoluciones por minuto?

La velocidad y el diámetro son á todas luces dos elementos que dependen uno de otro en un mismo número de vueltas de la rueda; y así podrá plantearse la proporcion:

$$0'60^c \times 20^t : 0'80^c \times 30^t :: 37^t : x.$$

$$\text{De donde } x = \frac{0'80 \times 30 \times 37}{0'60 \times 20} = 74 \text{ vueltas.}$$

El método de razonamiento por la unidad (§ 60) habria dado la solucion razonando de este modo:

1.ª rueda..	60^d	20^t	37^m
2.ª rueda..	80^d	30^t	x^u.

Si la 1.ª rueda no tuviese más que un centímetro de diámetro, andaria 60 veces ménos camino, ó sea $\frac{37}{60}$; si no diese más que una revolucion por minuto, recorreria aun 20 veces ménos camino ó $\frac{37}{60}\times 20$, lo cual representa la velocidad de una rueda de 1^{cmt} de diámetro, que da una revolucion por minuto.

La 2.ª rueda de 80^{cmt} de diámetro correrá pues 80 veces más camino ó $\frac{37\times 80}{60\times 20}$; y como está impulsada por una velocidad de 30 vueltas por minuto, su velocidad en metros será 30 veces mayor ó $\frac{37\times 80\times 30}{60\times 20}=74$ vueltas.

EJEMPLO 2.º Cuatro peones de albañil han elevado un peso de 8 kilógramos en 6 horas á una altura de 36 metros: ¿cual es el peso que elevarán 8 peones en 12 horas y á una altura de 18 metros?

Ese problema cuya solucion por la regla de tres compuesta seria bastante difícil, se resuelve sencillamente con el razonamiento por la unidad. Se ordenan primero los números para ayudar el razonamiento.

obr.	kil.	h.	m.
4	8	6	36
8	x	12	18.

1.ª *Operacion.* Si los 4 obreros hubiesen elevado el peso de 8 kilógramos á 1 metro de altura solamente, habrian podido elevar 8 veces más en igual tiempo, ó sea 8×36; si no hubiesen trabajado más que 1 hora, habrian alzado un peso total 6 veces menor, ó bien $\frac{8\times 36}{6}$; y si hubiese trabajado 1 solo obrero, habria elevado un peso 4 veces menor, ó sea $\frac{8\times 36}{6\times 4}=$ al peso levantado por un obrero en 1 hora de trabajo y á 1 metro de altura.

2.ª *Operacion.* Ocho obreros elevaron un peso 8 veces mayor que 1 obrero solo, es decir $\frac{8\times 36\times 8}{6\times 4}$.

Si trabajasen durante 12 horas en vez de una, el peso elevado seria 12 veces mayor, $\frac{8\times 36\times 8\times 12}{6\times 4}$; y por último, si la altura á que elevan el peso es 18 veces mayor, éste será 18 veces más pequeño, á saber: $\frac{8\times 36\times 8\times 12}{6\times 4\times 18}=x=64$.

Divisiones proporcionales.

61. Dividir un número en partes proporcionales á números dados es distribuirlo en un número de partes que sea el mismo que el de las partes dadas y que habiéndose tomado dos á dos las partes obtenidas despues de la operacion, guarden la misma relacion (§ 28) que los números correspondientes.

Sea el número 20 el que ha de dividirse en partes proporcionales á los números 2, 3, 5. Designando con x el número que se busca y que corresponde á 2; con y el número que debe corresponder á 3, y con z el que corresponde á 5 tendremos:

$$\left.\begin{aligned} x&=\frac{20\times 2}{2+3+5}=4\\ y&=\frac{20\times 3}{2+3+5}=6\\ z&=\frac{20\times 5}{2+3+5}=10\end{aligned}\right\}\ 20\ \left\{\begin{aligned}&\text{En efecto:}\\ &2:3::4:6\\ &3:5::6:10\\ &2:5::4:10,\ \text{etc.}\end{aligned}\right.$$

Regla. Multiplíquese el número dado por la primera parte proporcional espresada y divídase el producto por la suma de todas las partes dadas; y el resultado de esas operaciones es la primera parte proporcional dada.

La segunda parte proporcional que ha de hallarse se logra multiplicando la segunda parte proporcional propuesta con el número dado, y dividiendo ese producto por la suma de las tres partes proporcionales dadas.

Para las otras partes se opera de un modo análogo.

Las reglas de compañia, de mezclas y de aligacion son aplicaciones de las divisiones proporcionales.

Regla de compañia.

62. Por la solucion de una regla de compañia se intenta descubrir el beneficio de cada uno de los socios en una empresa que ha producido cierta suma, segun el capital de cada uno de ellos.

EJEMPLO. Tres socios han puesto en una empresa 10 pesetas el primero, 25 el segundo, 45 el tercero. Han beneficiado 100 pesetas. ¿Cuál es el beneficio individual?

La suma empleada es $10+25+45=80$;

La parte del 1.º$=\frac{100\times 10}{80}=12'50$

La parte del 2.º$=\frac{100\times 25}{80}=31'25$

La parte del 3.º$=\frac{100\times45}{80}=56'25$

$100'00$ pesetas.

Se vé que la parte de un socio es igual al beneficio entero multiplicado por el capital individual y dividido por el capital de todos.

Si el tiempo durante el cual ha estado el capital en la sociedad, no es el mismo para todos los socios, el beneficio personal debe estar en razon del capital individual y del tiempo.

EJEMPLO. Tres socios emplearon en una empresa el primero 10 pesetas por tres meses, que es como si hubiese puesto 30 pesetas por un solo mes;

	ó sea:	$3\times10=30$
El 2.º 25 pesetas 4 meses;	ó sea:	$25\times4=100$
El 3.º 45 pesetas 2 meses;	ó sea:	$45\times2=90$
	Total. . . .	220

El beneficio fué de 100 pesetas. ¿Cuál es la parte correspondiente á cada uno?

Aplicando la regla dada en el primer ejemplo hallaremos:

Beneficio del 1.º$=\frac{100\times30}{220}=13'65$

Beneficio del 2.º$=\frac{100\times100}{220}=45'45$

Beneficio del 3.º$=\frac{100\times90}{220}=40'90$

$100'00$ pesetas.

Reglas de interés.

La regla de interés tiene por objeto conocer el beneficio que reporta un capital empleado en determinadas condiciones.

El interés es *simple* cuando la suma empleada permanece igual en toda la duracion del empleo ó préstamo. Es *compuesto* cuando al fin de cada año el interés ganado se agrega al capital primero.

63. *Regla de interés simple.* EJEMPLO 1.º ¿Qué interés será el de 950 pesetas durante 5 años á razon de 5 °/₀ al año.

Solucion por la regla de tres. Representando x el interés buscado se tendrá por ser simple la regla de tres (§ 57):

$$100 : 5^{\text{Ptas.}} :: (950\times5^{\text{añ}}) : x.$$

$$x=\frac{5\times950\times5}{100}=237'50^{\text{Ptas.}}$$

Regla. Multiplicar la suma prestada con el interés anual; multiplicar el producto por la duracion del préstamo; y dividir por 100 el resultado de esas dos multiplicaciones.

EJEMPLO 2.º ¿Cuál ha sido el rédito de una suma de 950 pesetas que ha dado 237'50 de interés en 5 años?

Si la suma hubiese sido de 1 peseta habria dado 950 veces ménos ó $\frac{237'50}{950}$; si se hubiese retirado al cabo de 1 año habria reportado 5 veces ménos ó $\frac{237'50}{950\times5}$; y si la suma prestada hubiese sido de 100 pesetas en vez de 1, habria producido 100 veces más ó $\frac{237'50\times100}{950\times5}=$ $x=5$ °/₀.

Regla. Multiplicar por 100 la suma que representa el interés y dividir el producto por la suma prestada multiplicada por el número de años.

64. Cuando en el enunciado de la pregunta hay fracciones de año espresadas en meses ó dias, se reduce la duracion del tiempo á fraccion del tiempo de la especie más pequeña que se enuncia, y se divide el rédito por el valor de esa fraccion con respecto al año. Verbigracia: si la suma se ha prestado por 5 años y 5 meses al interés del 6 °/₀, se tendrá 5 años$\times$12 me$+$ 5 me$=$65 al rédito de $\frac{6}{12}=0'5$ °/₀ al mes. Las operaciones se harán enseguida como se ha indicado en los dos ejemplos anteriores.

EJEMPLO 3.º ¿Por cuanto tiempo habrá de prestarse una suma de 950 pesetas para que produzca un interés total de 237'50 pesetas al 5 p.°/₀ anual?

Si la suma prestada fuese de 100 pesetas, daria $\frac{950}{100}$ veces ménos ó 9'50 veces menos, es decir $\frac{237'50}{9'50}=25$; luego 100 pesetas darian 25 en 5 años, y como el interés es 5 p.°/₀, x años $=\frac{25}{5}=5$ años.

Regla. Dividir la suma que representa el interés total por la suma prestada dividida por 100 y multiplicada por el precio del interés anual.

65. *Interés compuesto.* ¿A cuanto se elevará un capital de 1000 pesetas colocado por 3 años á interés compuesto siendo el rédito anual el 5 p.°/₀?

$$1000\times\left(1+\frac{5}{100}\right)^3=1157'62 \text{ pesetas.}$$

Regla. 1.º dividir el interés anual por el número 100.

2.º Añadir al cociente el número 1.

3.º Elevar el producto de la operacion 2.ª á la potencia indicada por las cifras que marcan el número de años durante el cual se acumularan los intereses, es decir, multiplicar el producto tantas veces por si mismo como debe permanecer á interés compuesto el capital.

4.° Multiplicar el primer capital (el del enunciado) por el resultado de la operacion 3.ª. El número así hallado representará el capital aumentado con el interés compuesto.

¿Qué suma x ha de colocarse á interés compuesto al tipo anual de 5 p.°/₀ para tener 1157'62 pesetas despues de 3 años?

$$x = \frac{1157'63^3}{\left(1 + \frac{5}{100}\right)^3} = 1000 \text{ pesetas.}$$

Regla. 1.° Dividir el tipo anual por °/₀ por el número 100 y agregarle el número 1;

2.° Elevar el producto de la operacion 1.ª á una potencia indicada por el número que marque la duracion en la cual el capital esté á interés compuesto.

3.° Dividir el producto de la operacion 2.ª por el producto de la operacion 1.ª.

Regla de descuento.

66. Cuando se quiere percibir el importe de una letra de cambio ó documento análogo antes del dia del vencimiento, se ha de pagar un descuento que varia segun el tiempo y el premio convenidos. Generalmente el descuento es de 6 °/₀. La regla de descuento no es pues otra cosa que una regla de interés cuyo premio en vez de contarse por años se cuenta por meses ó por dias.

Una suma de 1800 pesetas pagadera á los 6 meses ¿á cuanto elevará el descuento del 5 °/₀ si hace el pago de la suma despues de los 4 meses?

Por un mes el descuento de 100 pesetas será 12 veces menor que por el año ó $\frac{5}{12}$; y por 1800 pesetas será 18 veces mayor ó $\frac{5 \times 18}{12}$. El tiempo durante el cual se ha debido el interés entre la época del vencimiento y la del pago reclamado, es decir 6—4=2 meses; y finalmente; $\frac{5 \times 18 \times (6-4)}{12} = 15$, importe del descuento.

Regla. Multiplicar el premio del descuento por la suma cobradera, dividida de antemano por 100; multiplicar ese producto por la diferencia entre la época del vencimiento y la del pago reclamado, y dividir en fin por 12 el resultado de todas esas operaciones.

Reglas de mezcla y de aligacion.

67. La regla de mezcla tiene por objeto hallar lo que costaria un peso dado de una mezcla hecha con diferentes metales, ó diferentes sustancias ó líquidos de un precio diverso, y entrando en cantidades desiguales en la mezcla considerada.

Ejemplo 1.° Se ha hecho una mezcla con 80 kilógramos de minio de á 2 pesetas el kilógramo, 25 kilógramos de ocre á 0'60 pesetas. ¿Cuál es el precio de ese producto?

$$x = \frac{80 \times 2 + (25 \times 0'60)}{105} = 1'66$$

Peso de la mezcla.
80
25
105^k

Regla. 1.° Sumar los números que representan el peso de cada una de las sustancias que componen la mezcla;

2.° Multiplicar el precio de cada sustancia por el número de kilógramos que de ella contiene la mezcla.

3.° Sumar los resultados de la operacion 2.ª

4.° Dividir la suma 3.ª por el número que representa el peso de toda la mezcla (operacion 1.ª).

Ejemplo 2.° Se quiere hacer una mezcla de aceite de á 0'55 pesetas el kilógramo con sebo de á 0'20 pesetas el kilógramo, de modo que compongan un engrase que solo cueste á 0'50 pesetas el kilógramo. ¿En qué proporcion habrán de entrar en ella el aceite y el sebo?

Para cada kilógramo de aceite se tendrá un precio más elevado que 0'50 pesetas, ó sea 0'55—0'50=0'05.

Para cada kilógramo de sebo se tendrá un precio ménos elevado que 0'50 pesetas, representado por 0'50—0'20=0'30: suma de las diferencias: 0'05+0'30 =0'35.

Sea x la cantidad de aceite que ha de tomarse é y la cantidad de sebo;

Habrá compensacion haciendo:

$$x \times 0'05 = y \times 0'30,$$

de donde puede sacarse la proporcion:

$$x : y :: 0'05 : 0'30.$$

La cuestion se reduce, pues, á dividir el número 1 en partes proporcionales á 0'05 y á 0'30 (§ 61), y se obtendrá:

$$x = \frac{1 \times 0'30}{0'35} = 0'8571^k \text{ cantidad de aceite}$$

$$y = \frac{1 \times 0'05}{0'35} = 0'1429^k \text{ cantidad de sebo}$$

Total. $1'0000^k$

En efecto, 0'8571 de aceite á 0'55 pesetas el kilo. . . . . = 0'4714
y 0'1429 de sebo á 0'20 ptas. el kilo. = 0'0285
Total. . . 0'50 ptas.

Si se hubiese pedido la cantidad de cada una de las sustancias para formar una mezcla de un peso mayor que 1 kilo, de 20 por ejemplo, habria debido sustituirse al número 1 del numerador de las fracciones el número 20, ó bien, multiplicar los resultados parciales por ese número.

Regla para el ejemplo II.—1.° Hacer la diferencia entre el precio del producto de cada una de las sustancias que han de mezclarse y el precio á que debe costar la mezcla;

2.° Hacer la suma de estas dos diferencias;

3.° Para tener la cantidad de la 1.ª sustancia, dividir la diferencia de su precio con el que debe tener la mezcla por el resultado de la operacion 1.ª y 2.ª;

4.° Para tener la cantidad de la 2.ª sustancia, dividir la diferencia de su precio con el que debe tener la mezcla por el resultado de las operaciones 1.ª y 2.ª.

En el caso en que la mezcla hubiese de componerse de 3, 4 ó 5 sustancias, la forma y el órden de las operaciones aritméticas serian los mismos que los espresados.

68. *Regla de aligacion.* Las reglas de aligacion no son en realidad más que reglas de mezcla; pero son más particulares para las ligas que se hacen entre varios metales, cuando se quiere conocer la cantidad °/₀ de tal ó cual metal que contienen los lingotes resultantes. Las reglas de las operaciones para las mezclas que hemos dado poco ha (§ 67), son aplicables á las cuestiones de aligacion.

EJEMPLO. Se quiere hacer una pasta de bronce que contenga 20 °/₀ de estaño y 80 °/₀ de cobre puro, y emplear dos calidades de bronce conteniendo la primera, *A*, el 83 °/₀ de cobre, 17 °/₀ de estaño; y la segunda, *B*, tiene 75 °/₀ de cobre y 25 °/₀ de estaño. ¿Qué cantidad habrá de ponerse de cada uno de esos bronces para obtener la aligacion pedida?

Llamemos x la cantidad de bronce A que será menester,
é y » » B »

Cada kilo de A dará de más en cobre. 83—80=3 °/₀
» B » de ménos » 80—75=5 °/₀
Suma de las dos diferencias. . . 8 °/₀

Aplicando la regla del § 67 se tendrá:

$$x = \frac{1 \times 5}{8} = 0'625\ \%$$

$$y = \frac{1 \times 3}{8} = 0'375\ \%$$

Con efecto, por 0'625^k de bronce A, habrá. . . 0'625×83=51'875^k cobre.
y por 0'375^k de bronce B habrá. . . . . . . 0'375×75=28'125^k »
Total. . . . 80^k ú 80 °/₀

Un cálculo de análoga forma nos indicaria la cantidad de estaño que seria á no dudar de 20^k ó 20 °/₀, admitiendo que el peso del decímetro cúbico de esos dos metales es el mismo.

ÁLGEBRA PRÁCTICA

69. El álgebra tiene por objeto generalizar las operaciones de la aritmética: en vez de discurrir sobre números se discurre sobre letras que representan valores ó cualesquiera cifras, y los resultados obtenidos, lo mismo que las operaciones en virtud de las cuales estos se obtienen, se aplican á todos los números que se hayan sustituido á las letras

$$4a\times 2=8a,\ \frac{4a\times 6}{8}=3a$$

La letra a no designa aquí ningun número particular, pero puesto en su lugar un número cualquiera, se tendria el mismo resultado.

Se sabe que la circunferencia c de un círculo desarrollada tiene una longitud igual á 3 veces y 14 centésimas de vez el diámetro d. Algebraicamente se escribirá $c=3'14\ d$ y la regla no cambiará sea cual fuere el valor numérico de d ó el diámetro del círculo considerado. La espresion anterior generaliza la indicacion de la operacion que ha de hacerse. Convenido está que esta razon ó relacion 3'14 está representada algebraicamente por la letra griega π que se pronuncia *pi*. Luego la fórmula general se escribirá:

Longitud de la circunferencia $c=\pi d$.

La mayor parte de signos empleados en álgebra han sido indicados anteriormente (§ 5).

Empléanse en álgebra las letras del alfabeto español desde la a hasta la v para designar habitualmente las cantidades conocidas en la operacion de que se trata; y las cantidades desconocidas ó que han de buscarse, suelen designarse con las letras x, y, z. Se emplean á veces las letras griegas para designar ó bien los factores usuales, es decir la relacion numérica constante entre dos cantidades, tal, por ejemplo, como la que hay entre el diámetro y la circunferencia como acaba de decirse poco há acerca del signo π, ó bien los ángulos de una figura geométrica. En este caso se escribe ángulo α que se lee ángulo *alfa*.

70. Todo número colocado delante de una letra para indicar cuantas veces debe añadirse á la misma el número representado por esa letra, se llama *coeficiente*. Así, en la espresion $4\,n$, el número 4 es el coeficiente que indica que el número representado por n debe añadirse cuatro veces al mismo ó multiplicado por 4. La unidad ó el número 1 es siempre el coeficiente de una cantidad representada por una letra que está escrita sin ir precedida de un coeficiente.

71. Todo número colocado un poco arriba y á la derecha de una letra ó de una cantidad numérica, se llama *esponente* de esa cantidad. Indica cuantas veces esa cantidad debe multiplicarse por si misma: d^2 significa $d\times d$; d^3 significa $d\times d\times d$. En el primer caso puede leerse d cuadrada ó elevada á segunda potencia (§ 34), y en el segundo, d cúbica ó elevada á la tercera potencia. Una cantidad ó su letra representativa, que no tiene esponente, debe tener la unidad ó el número 1 por esponente; d ó d^1 espresan la misma operacion.

72. Toda espresion de cantidades en que entran letras se denomina *espresion algebraica*. Las letras pueden reunirse de una manera cualquiera por los signos de sumar, restar, multiplicar ó dividir. Así,

$$2a^2b+\frac{3ad^3}{b^2}-\frac{3eb^3}{a}$$

es una espresion algebraica; y se compone de tantos términos como partes separadas hay entre sí por los signos $+$ ó $-$, es decir de *tres términos*.

Los términos precedidos de algun signo ó del signo $+$ se llaman *positivos*, y los precedidos del signo $-$, *negativos*.

73. Un *monomio* es una espresion algebraica compuesta de un solo término.

EJEMPLO.

mdl, ó bien rd.

Un *binomio* está compuesto de dos términos.

EJEMPLO.

$bc \times nl - ba$, ó simplemente $bc + ma$.

Un *trinomio* se compone de tres términos.

EJEMPLO.

$$cd + fg - ab \text{ ó } \frac{cd}{4a} be - \frac{c}{l} + d^2$$

El nombre general de *polinomio* se da á las espresiones algebraicas que tienen más de tres términos:

$$cd + lg - \frac{ab}{4} c^2 + 4l$$

es un *polinomio* de cuatro términos.

74. *Términos semejantes* son aquellos que no se diferencian más que por los signos y coeficientes, tienen las mismas letras y su coeficiente ó la suma de sus coeficientes es la misma. Pueden reunirse en un solo *Ejemplo*: $15\,ab - 5ab$.

Estos dos términos se reducen á $10\,ab$. Los términos $8a^2b + a^2b - 6a^2b$ son tambien semejantes y se reducen á $3a^2b$.

Suma algebraica.

75. La suma de cantidades semejantes se hace escribiendo delante de la letra comun un coeficiente que esprese el número de veces que debe añadirse la cantidad representada por esta letra: $b + b + b$ se escribirá pués $3b$, y $d + 2d + d + 4d = 8d$.

La suma de varias cantidades desemejantes se indica solamente por signos. Sea d la que ha de sumarse con l y con b: se escribirá $d + l + b$; sea d la que ha de sumarse con l y $2b$ y n y d: se escribirá $2d + l + 2b + n$.

La regla general para efectuar la suma de los polinomios puede enunciarse así:

Escribir los polinomios propuestos á continuacion unos de otros conservando á todos los términos sus respectivos signos; hacer enseguida la reduccion de los términos semejantes reuniendo por una parte todos los que están afectados por el signo $+$ y por otra todos los que llevan el signo $-$; quitar enseguida la menor suma de la mayor y dar al resultado el signo de la mayor.

EJEMPLO.

Han de sumarse:

$$11ab + 5b^2 - 8ab^2 + 3a^2b - 11a^2b^2 + 9b^2 - 5a^2b;$$

y $15ab - 8b^2 + 5a^2b + 9a^2b - 7ab^2 - c + d - 12b^2$.

Se dispone de este modo la suma:

$$\begin{array}{ll} & 11ab + 14b^2 - 8ab^2 - 2a^2b - 11a^2b^2 \\ & \underline{15ab - 20b^2 - 7ab^2 + 14a^2b \qquad\qquad -c + d} \\ \text{Suma.} & 26ab - 6b^2 - 15ab^2 + 12a^2b - 11a^2b^3 - c + d. \end{array}$$

Resta algebraica.

76. Para hacer la resta han de *cambiarse todos los signos* de la suma que ha de restarse, operando luego como si se tratase de una suma.

EJEMPLO.

Sea el polinomio siguiente el que ha de restarse.

$$5a^3b^2 + 2ab + 5ac + 8c + 4d - 3a^2b^2 - 3e$$

de estotro polinomio:

$$8a^3b^2 + 5ab - 3ac + 5a^2b^2 - c + d$$

Se dispone así la operacion:

$$\begin{array}{rl} & 8a^3b^2 + 5ab - 3ac + 5a^2b^2 - c + d \\ - & \underline{5a^3b^2 - 2ab - 5ac + 3a^2b^2 - 8c - 4d + 3e} \\ \text{Diferencia.} & 3a^3b^2 + 3ab - 8ac + 8a^2b^2 - 9c - 3d + 3e. \end{array}$$

Multiplicacion algebraica.

77. Para multiplicar dos monomios uno por otro basta multiplicar sus coeficientes y sumar los esponentes de las mismas letras.

Demos para multiplicar $5\,a$ por $3\,b$: podremos limitarnos á escribir $5\,a \times 3\,b$; ó bien invirtiendo el órden de los factores (lo cual conforme se ha practicado en la aritmética, no cambia los resultados) tendremos:

$$5 \times 3a \times b, \text{ ó bien } 5 \times 3 \times ab = 15\,ab.$$

Ha de multiplicarse el monomio $4a^3b^2$ por $3a^2b^4$. Podrá escribirse $4 \times 3a^3b^2a^2b^4$, y despues, segun la manera de operar antes indicada, resultará:

$$4 \times 3 \times a^5b^6 = 12a^5b^6.$$

78. Para la multiplicacion de los polinomios es preciso tener presente la regla de los signos así formulada:

1.ª Cuando los factores que han de multiplicarse están afectados por el mismo signo, esto es por el $+$ ó por el $-$, el producto es positivo y lleva el signo $+$

2.ª Cuando los factores multiplicaderos están afectados de signos contrarios, el resultado es negativo y lleva el signo $-$.

Las reglas anteriores se enunciam en compendio de la manera siguiente:

$+$ por $+$ da $+$
$+$ por $-$ da $-$
$-$ por $+$ da $-$
$-$ por $-$ da $+$

79. En suma, para multiplicar polinomios, ha de multiplicarse por separado cada uno de los términos del multiplicando por cada uno de los términos del multiplicador siguiendo la regla indicada más arriba (§ 77) para la multiplicacion de los monomios; seguir la regla de los signos como acaba de decirse y sumar enseguida todos los productos.

EJEMPLO.

Para multiplicar $a+b$ por $a+b$ se escribe:

$$\begin{array}{lr} & a+b \\ & a+b \\ \hline & a^2+ab \\ & ab+b^2 \\ \hline \text{Producto.} \;. & a^2+2ab+b^2 \end{array}$$

Para multiplicar $a-b$ por $a-b$ se escribe:

$$\begin{array}{lr} & a-b \\ & a-b \\ \hline & a^2-ab \\ & -ab+b^2 \\ \hline \text{Producto.} \;. & a^2-2ab+b^2 \end{array}$$

Para multiplicar $a+b$ por $a-b$ se escribe:

$$\begin{array}{lr} & a+b \\ & a-b \\ \hline & a^2+ab \\ & -ab-b^2 \\ \hline \text{Producto.} \;. & a^2-b^2 \end{array}$$

EJEMPLO más compuesto ó complicado. Sea el polinomio que ha de multiplicarse $4ab^2-a^2b+2b^3$ por el polinomio $3a^2b+a^3-2ab^2$.

Para facilitar la operacion se comienza por ordenar los polinomios, es decir, por escribir sus términos en el órden de las potencias descendentes de una misma letra, de a por ejemplo, y se procura, al escribir los productos parciales, poner uno debajo de otro los términos semejantes de todos los productos. En el caso propuesto la operacion se dispone del siguiente modo:

$$\begin{array}{l} -a^2b+4ab^2+2b^3 \\ a^3+3a^2b-2ab^2 \\ \hline -a^5b+4a^4b^2+2a^3b^3 \\ \qquad -3a^4b^2+12a^3b^3+6a^2b^4 \\ \qquad\qquad +2a^3b^3-8a^2b^4-4ab^5 \\ \hline -a^5b+a^4b^2+16a^3b^3-2a^2b^4-4ab^5. \end{array}$$

80. Cuando en una operacion varios valores en el mismo término se han de multiplicar por el mismo número, se les pone en *factor comun* al objeto de simplificar la operacion. La regla para ello es colocar en el mismo paréntesis los números que tienen un factor comun marcado con un esponente igual al número de veces que ese factor está escrito en el término, ó bien multiplicar ese factor por sí mismo tantas veces como está escrito en el término y colocar despues del paréntesis el número dado por esa multiplicacion.

EJEMPLO. $7\times4\times5\times4=560$: se hace $(7\times5)4^2=560$, ó bien $(7\times5)\,.\,16=560$.

Division algebraica.

81. Para dividir un monomio por un monomio se han de dividir los coeficientes uno por otro, poner á continuacion las letras comunes al dividendo y al divisor, dando por esponente á cada letra el esceso del esponente del dividendo sobre el del divisor, y poner por último á continuacion de cada una con su esponente, las letras que entran en el dividendo sin entrar en el divisor.

EJEMPLO I. Dividir $51a^5$ por $17a^3$:

$$51a^5 \;\; \underline{|\,17a^3} \qquad 3a^2 \text{ es el cociente.}$$

EJEMPLO II. Dividir $51a^5b^3c^5$ por $17a^3bc^2$:

$$51a^5b^3c^5 \;\; \underline{|\,17a^3bc^2} \qquad 3a^2b^2c^3$$

82. Para dividir un polinomio por otro es menester:

1.° Escribir los términos del dividendo y del divisor de modo que los esponentes de una misma letra vayan menguando de izquierda á derecha;

2.° Dividir el primer término del dividendo por el primer término del divisor;

3.° Multiplicar todos los términos del divisor por el cociente obtenido.

4.° Restar del dividendo el producto de la multiplicacion del divisor por el cociente obtenido;

5.° Dividir el primer término del resíduo obtenido por el primer término del divisor;

6.° Multiplicar todos los términos del divisor por el cociente que resulta de la precedente division parcial;

7.° Restar el producto que se obtiene de la operacion 6.ª, del resíduo alcanzado en la resta anterior (operacion 4.ª)

Continuar de igual modo hasta que se obtenga o por resíduo, ó bien un resíduo cuyo primer término no sea divisible por el primero del divisor.

Si se obtiene o como resíduo, se dice que la division es *exacta*.

Si se logra un resíduo cuyo primer término no sea divisible por el primero del divisor, puede limitarse la operacion á escribir á continuacion del cociente el último resíduo que ha podido dividirse por el divisor.

Ejemplo de una division algebraica exacta.

Supongamos que ha de dividirse $17ac-6b^2+20a^2+2ab+19bc-10c^2$ por $5a-2c+3b$.

Ordénese el dividendo con respecto de a, ó inscríbanse las cantidades del dividendo empezando por las mayores espresiones de a.

	divid. $20a^2+2ab+17ac-6b^2+19bc-10c^2$	$5a+3b-2c$ divisor.
Producto del divisor por el primer término del cociente.	$-20a^2-12ab+8ac$	$4a-2b+5c$ cociente.
Primer dividendo parcial.	$-10ab+25ac-6b^2+19bc-10c^2$	
Producto del divisor por el segundo término del cociente.	$+10ab \quad +6b^2-4bc$	
Segundo dividendo parcial.	$25ac \quad +15bc-10c^2$	
Producto del divisor por el tercer término del cociente.	$-25ac \quad -15bc+10c^2$	
Resíduo.	0	

Se escribe $-20a^2$ como producto de $5a$ por $4a$, aunque el producto sea $+20a^2$, y que segun la regla de los signos (§ 78) + por + dé +, pero aquí se cambia dicho signo á fin de poder hacer inmediatamente la resta: la regla de esa última operacion (§ 76) obliga á cambiar los signos de la cantidad que ha de restarse. En el ejemplo que acabamos de dar, todos los productos de los términos del divisor por los cocientes parciales han sufrido ese cambio antes de ponerse bajo el dividendo. Así $+4a$ por $+3b$ da $+12ab$ y se ha escrito bajo el segundo término del divisor $-12ab$, etc.

83. Varias veces la division puede parecer terminada por ser el primer término del dividendo indivisible por el primer término del divisor.

Ejemplo. Supongamos que ha de dividirse $a^5+a^4b-2a^3b^2+ab^4$ por a^2b-ab^2. Si se ordenan como se ha dicho, siguiendo el órden descendente de las letras, se escribirá:

$$a^5+a^4b\ldots \quad \Big| \; a^2b-ab^2$$

Parece entonces que es imposible la division porque a^5 no es divisible por a^2b. En tal caso se han de ordenar con respecto á la letra b y escribir los dos polinomios de la siguiente manera.

$$\begin{array}{l|l} ab^4-2a^3b^2+a^4b+a^5 & -ab^2+a^2b \\ \hline \ldots\ldots\ldots & -b^2-ab+a^2 \text{ cociente.} \end{array}$$

$$\frac{a^5}{-ab^2+a^2b} = \text{el resíduo.}$$

Cuando la division algebraica da un resíduo, ó sea cuando no es exacta, se escribe ese resíduo á continuacion del cociente y en forma de una fraccion que tenga por denominador el divisor.

$$\begin{array}{r|l} a^2-3ab+b^2 & a-b \\ -a^2+ab & \overline{a-2b} \text{ coci. obtenido.} \\ \hline -2ab+b^2 & \text{y con el resíduo:} \\ +2ab-2b^2 & a-2b-\dfrac{b^2}{a-b} \\ \hline -b^2 & \end{array}$$

Fracciones algebraicas.

84. Las operaciones que han de hacerse acerca de las fracciones algebraicas, son las mismas que en aritmética y han de aplicárseles idénticas reglas. La reduccion de varias fracciones algebraicas á un denominador comun se hará multiplicando sucesivamente el numerador de cada una por el producto de los numeradores de las demás fracciones, dando por denominador comun el producto de todos los denominadores.

Ejemplo. Reducir á un comun denominador $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$, $\frac{e}{f}$; y se obtendrá:

$$\frac{adf}{bdf}, \quad \frac{bcf}{bdf}, \quad \frac{bde}{bdf}.$$

Reducir á comun denominador $8a$, $\frac{b}{c}$, $4a^2$, $\frac{5b}{g}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3a\times 2c}{h}$ y se obtendrá:

$$\frac{48acgh}{6cgh}, \frac{6bgh}{6cgh}, \frac{24a^2cgh}{6cgh}, \frac{30bch}{6cgh}, \frac{5cgh}{6cgh}, \frac{36ac^2g}{6cgh}$$

La suma de fracciones algebraicas se hace sumando todos los numeradores despues de reducir las fracciones á un comun denominador.

85. *Resta de fracciones algebraicas.* De $\frac{a}{b}$ quitando $\frac{c}{d}$ resulta despues de reducir á comun denominador:

$$\frac{a}{d}-\frac{c}{d}=\frac{ad}{bd}-\frac{cb}{bd}$$

y despues de la resta $\frac{ad-cb}{bd}$.

De $8a+\frac{b}{c}$, si se quita $\frac{5}{b}-\frac{a}{d}$

resulta:

$$\frac{8abcd+b^2d-(5cd-abc)}{bcd}$$

86. *Multiplicacion de fracciones algebraicas.* Basta multiplicar numerador por numerador y denominador por denominador siguiendo las reglas indicadas para la multiplicacion de los monomios (§ 77) ó de los polinomios (§ 78).

EJEMPLO.

$$\frac{2a}{a-b}\times\frac{5a^2-2b^2}{3ab}=\frac{2a\times(5a^2-2b^2)}{3ab\times(a-b)}=\frac{10a^3-4ab^2}{3a^2b-3ab^2}$$

87. *Division de fracciones algebraicas.* Se hace exactamente como la de fracciones ordinarias (§ 18) invirtiendo los términos de la fraccion divisor, y multiplicando enseguida un numerador por otro y un denominador por otro.

Dividir $\frac{2a}{a-b}$ por $\frac{5a^2-2b^2}{3ab}$. La operacion se dispondrá así:

$$\frac{2a}{a-b}\times\frac{3ab}{5a^2-2b^2}$$

y se obtendrá:

$$\frac{2a\times 3ab}{(a-b)\times(5a^2-2b^2)}$$

Ecuaciones algebraicas.

88. Una ecuacion algebraica es una igualdad entre dos espresiones que contienen una ó varias incógnitas: $x+b=a$ es una ecuacion de una *sola incógnita*, porque la cantidad x (§ 5) es la única desconocida. Una ecuacion se compone de dos miembros llamados *miembros de la igualdad*, $x+b$ es el primer miembro y a el segundo miembro.

89. *Una ecuacion es de dos incógnitas* cuando contiene dos cantidades desconocidas en los miembros de la igualdad: $x+y+b=a$ es una ecuacion de dos incógnitas; pues y lo mismo que x designan comunmente las cantidades cuyo valor se busca. La ecuacion es *numérica*, si no contiene más que cifras, escepto las letras que designan las cantidades desconocidas; y es literal si contiene letras y cifras ó letras solamente.

90. Una ecuacion es de *primer grado* cuando la incógnita no tiene esponente (§ 5), es decir cuando está solamente á la primera potencia; si la incógnita tiene el esponente 2, ó en otros términos, si la incógnita entra en la ecuacion estando elevada á la segunda potencia, la ecuacion es de *segundo grado;* si la incógnita está elevada á la tercera potencia, la ecuacion es de *tercer grado*, y así sucesivamente.

EJEMPLO.

$25a-c+b=44a-3x$. . . Ecuac. de 1.^{er} grado.
$25a-c+x^2=12b$. . . . Ecuac. de 2.^{o} —
$x^3=d-14$. . . . . . . Ecuac. de 3.^{er} —

91. Por los cambios que se pueden dar á dos números de una igualdad que forman una ecuacion, ó en algunos casos muy sencillos, por el solo hecho de poner en números cantidades literales, se llega sin dificultad á la solucion de problemas que no podrian resolverse por aritmética sino á costa de largas y penosas operaciones. Si, por ejemplo, se quiere hallar un número tal, cuyo triplo aumentado de 6 sea igual á su quíntuplo disminuido de 10, se llamará x el número desconocido y se escribirá:

$$(x\times 3)+6=(5\times x)-10.$$

y más simplemente $3x+6=5x-10$.

Así ordenado el problema, *se pone en ecuacion* y no falta más que determinar el valor de x, haciendo las operaciones algebráicas necesarias sin necesidad de *razonar* la cuestion. Eso es lo que se llama resolver la ecuacion.

92. *Trasformacion de ecuaciones.* De diferentes maneras pueden trasformarse los dos miembros de una igualdad que formen ecuacion, sin que deje de existir ó se altere la igualdad entre los dos miembros. Las principales trasformaciones que dan ese resultado son las siguientes:

1.° Hacer pasar un término de un miembro de la ecuacion al otro. *Suprimir ese término en el miembro en que se encuentra, y escribirlo en el otro, haciéndole preceder de un signo contrario:*

$$6x-3=14.$$

haciendo pasar el término 3 del primer miembro al segundo, tendremos:

$$6x=14+3.$$

2.° Hacer pasar á un miembro una cantidad que multiplica al otro miembro. *Suprimir la cantidad que multiplica en el miembro en que se encuentra, y escribirla como divisor en el otro miembro:*

$$8\times x=16 \quad \text{Escribir } x=\frac{16}{8}$$

3.° Hacer pasar á un miembro la cantidad que divide al otro. *Suprimir la cantidad que divide en el miembro en que se encuentra, y escribirla en el otro con el signo de multiplicacion.*

$$\frac{x}{8}=16 \quad \text{Escribir } x=16\times 8$$

Observacion esencial acerca de los casos 2.° *y* 3.° No puede pasarse de un miembro á otro una cantidad que multiplica ó divide en uno de los dos, á ménos que esa cantidad multiplique ó divida todo el miembro en que se encuentra.

La igualdad $12\times x-8=40$ no puede escribirse $x-8=\frac{40}{12}$ con la intencion de hacer pasar el número multiplicador 12 al segundo miembro; pues así no se habria dividido por 12 más que una parte del primer miembro, y se alteraria la igualdad. Hemos visto (§ 9) que una fraccion no cambia de valor cuando se multiplican ó dividen sus dos términos por un mismo número: una ecuacion puede considerarse como una fraccion cuyos miembros forman el uno el numerador y el otro el denominador; y por tanto es preciso para que quede idéntica, que todas las cantidades que la componen, se multipliquen ó dividan por el mismo número. Pasando una cantidad de un miembro á otro con el signo contrario de la multiplicacion ó division, no se hace otra cosa en realidad que multiplicar ó dividir esos dos miembros por dicha cantidad.

Sea $\frac{x}{8}=16$: multiplicando los dos miembros por 8, se tiene $\frac{8\times x}{8}=16\times 8$. Mas en el primer miembro la cantidad 8 multiplica y divide; luego su accion es nula y puede suprimirse, resultando entonces como antes, $x=16\times 8$.

En el caso actual si escribiésemos, conforme se ha dicho, $12\times x-8=40$ es igual á $x-8=\frac{40}{12}$, se tendria erróneo el resultado : $x=\frac{40}{12}+8=11'33$.

Al paso que dividiendo todos los términos de la ecuacion por 12, resultará:

$$\frac{12\times x}{12}-\frac{8}{12}=\frac{40}{12},\ \text{y}\ x=\frac{40}{12}+\frac{8}{12}=4$$

4.° Hacer desaparecer los denominadores de una ecuacion. *Multiplicar el numerador de cada fraccion contenida en los dos miembros de la igualdad por el producto de los denominadores de las otras fracciones y multiplicar todos los enteros por el último producto. Si los denominadores contienen factores comunes* (§ 80), *reemplazar el producto de los denominadores por su mínimo múltiplo.*

EJEMPLO I. Sea la ecuacion $a+\frac{ax}{b}=c-\frac{cx}{d}$.

Multiplicando todos los términos de ambos miembros por bd (producto de los dos denominadores) se obtendrá:

$$\frac{abd}{bd}+\frac{adx}{bd}=\frac{bcd}{bd}-\frac{bcx}{bd};$$

y suprimiendo todos los denominadores, puesto que son iguales, resultará:

$$abd+adx=bcd-bcx,$$

ecuacion en la que todos los denominadores han sido eliminados sin cambiar la magnitud de la igualdad.

EJEMPLO II. Sea la ecuacion $\frac{2x}{3}-2=\frac{5x}{2}-13$; multiplicando todos sus términos por 6 (producto de los denominadores 3 y 2) la fraccion $\frac{2x}{3}$ será $\frac{12x}{3}$ ó $4x$; la fraccion $\frac{5x}{2}$ será $\frac{30x}{2}$ ó $15x$; el entero -2 será -12 y el entero -13 será -78. Y reuniendo los resultados parciales la ecuacion propuesta de la que se habrán sacado los denominadores, se escribirá:

$$4x-12=15-78.$$

Pasando x á un solo miembro (§ 92) se tiene:

$$78-12=15x-4x;$$

ó bien

$$66=11x,$$

y en fin

$$x=6.$$

EJEMPLO III. Si la ecuacion propuesta fuese:

$$a+\frac{c}{(bd)^2}=d-\frac{4}{(dg)^3},$$

se multiplicarian todos los términos de los dos miembros de la igualdad por $(bd)^2$ y por $(dg)^3$. Despues de esa multiplicacion todos los denominadores habrán desaparecido.

Ecuaciones de primer grado con una incógnita.

93. En todo problema presentado bajo la forma algebraica la primera operacion que ha de hacerse es la de ponerle en ecuacion (§ 91). Esta operacion es la ménos fácil de las que conducen á la solucion, pues no pueden precisarse las operaciones que han de seguirse, como se ha hecho para poder escribir una ecuacion propuesta, de modo que la incógnita, formando por sí sola un miembro de la igualdad, indique su valor sustituyendo á las letras el valor numérico que representan. El precepto más práctico es el siguiente:

«Considerar el problema como resuelto é indicar por medio de signos algebraicos en las cantidades conocidas representadas ya sea con letras, ya con números, y sobre la incógnita, representada siempre por una letra, hacer los mismos razonamientos y las mismas operaciones que habrian de efectuarse para verificar el valor de la incógnita, si este valor estuviese determinado.»

94. Planteada la ecuacion, si es de primer grado, la regla práctica para resolverla en los casos más compuestos, comprende las siguientes operaciones:

1.° Quitar los denominadores (§ 81);

2.° Pasar á un miembro todos los términos que contienen la incógnita (§ 79); reunirlos en un solo poniendo la incógnita en factor comun (§ 80);

3.° Pasar al otro miembro todos los términos conocidos y dividir este último miembro por el coeficiente de la incógnita.

El cociente de esa division es el valor de la incógnita.

EJEMPLO I. Sea $\frac{2x}{7}+14=15x-89$.

se obtiene:

1.° $2x+7\times14=7\times15x-7\times89$

2.° $2x+98=105x-623$

3.° $105x-2x=623+98$

4.° $x=7$.

EJEMPLO II. Repartir 44 entre dos personas, de modo que la segunda tenga tres veces más que la primera.

Para poner el problema en ecuacion, se dirá: Si x es la parte de la primera y debe ser tres veces mayor la de la segunda, será $3x$: luego $x+3x=44$. Sacando el valor de la incógnita, resultará $x+3x$ en el primer miembro de la igualdad$=4x$: luego $4x=44$ y $x=\frac{44}{4}$ $=11$. La parte de la primera será 11 y la de la segunda por ser tres veces mayor será $11\times3=33$. La comprobacion da $11+33=44$.

EJEMPLO III. Un metro de cobre se dilata con el calor n metros por 1° de temperatura, siendo la dilatacion proporcional al aumento de temperatura. ¿Cuál será la longitud de una barra de ese metal reducida por el enfrio á 0° sabiendo que á la temperatura de t° tiene una longitud L?

Sea l la longitud de la barra á 0°; su longitud L á t° será igual á la longitud $l+$ la dilatacion de 0° á t°. Ahora bien, puesto que 1 metro se dilata de n metros por 1°, por t° se dilatará nt, y una longitud l se dilatará de lnt. Así se tendrá la ecuacion:

$$L=l+lnt=l\,(1+nt),$$

y sacando el valor de l:

$$l=\frac{L}{1+nt}.$$

Ecuaciones de primer grado con dos ó más incógnitas.

95. En una ecuacion de primer grado con varias incógnitas, se han de plantear tantas ecuaciones como incógnitas hay en el problema que ha de resolverse.—Para que desaparezca una de las incógnitas en esas ecuaciones, puede emplearse el *método por sustitucion*, ó por *suma* ó por *resta* ó por *comparacion*.

Sean las ecuaciones:

$$8x+5y=60 \quad (\text{n.° } 1),$$
$$15x-3y=63 \quad (\text{n.° } 2).$$

96. *Método por sustitucion.* Tomar el valor de una de las incógnitas en una de las ecuaciones y pasarla á la otra ecuacion que no contendrá más que una sola especie de incógnita, y podrá entonces resolverse por el método ordinario.

En la ecuacion número 1 resulta primero despejando x, $x=\frac{60-5y}{8}$. Pasando ese valor al número 2 se obtendrá: $\left(\frac{60-5y}{8}\right)\times15-3y=63$ (n.° 3);

de donde: $\frac{900x-75y}{8}-3y=63$ (n.° 4),

y reduciendo nuevamente:

$$900-75y-24y=504;$$
$$-99y=-396.$$
$$y=4.$$

Sustituyendo $y=4$ en el número 1 ó en el n.° 2, se encontrará despues de la reduccion $x=5$.

97. *Método por suma ó resta.*—Se hacen iguales en las dos ecuaciones los coeficientes de una de las incógnitas empleando el método seguido para reducir las fracciones algebraicas á comun denominador (párrafo 84); luego se suma una ecuacion con otra, ó se resta una de otra, y así se obtiene una nueva ecuacion de la que está eliminada una de las incógnitas. El método por resta ó suma da el mismo resultado, pues sumando los términos $+5x$ y $-5x$ el resultado es o; y si de $+5x$ se resta $+5x$, resulta igualmente o.

Tratando las ecuaciones n.° 1 y n.° 2 (§ 95) por el método de suma, será menester ante todo multiplicar la primera por 3, coeficiente de y en el n.° 2, y multiplicar la segunda por 5, coeficiente de y en la fórmula número 1. Así se obtendrá:

$$24x+15y=180 \qquad (\text{n.° } 5);$$
$$75x-15y=315 \qquad (\text{n.° } 6).$$

Sumando esas dos nuevas ecuaciones resulta $x=5$ y sustituyendo $x=5$ en el n.° 1, se encontrará $y=4$.

98. *Método por comparacion.*—Se toman los valores de una de las incógnitas en cada una de las dos ecuaciones y se igualan los dos valores en una nueva ecuacion que no tiene más que una incógnita.

En la ecuacion n.° 1 el valor de $x=\frac{60-5y}{8}$.

En la ecuacion n.° 2 despues de simplificacion $x=\frac{63+3y}{15}$ puede, pues, escribirse: $\frac{60-5y}{8}=\frac{63+3y}{15}$ (número 7).

Despues de suprimir los denominadores (§ 92, cuarto caso) y simplificada en lo posible la ecuacion, se encuentra: $y=4$, sustituyendo $y=4$ en el n.° 1 ó en el n.° 2 se encuentra $x=5$, lo cual verifica ó prueba la operacion.

Ecuaciones de segundo grado.

99. Segun la definicion del § 90 en una ecuacion de segundo grado la incógnita x ó y está escrita con el coeficiente de la segunda potencia (§ 34); si esa incógnita no entra más que en la segunda potencia, es decir, si no se encuentra en la ecuacion más que bajo la forma x^2, se dice que la ecuacion es *incompleta*, y su solucion muy fácil.

Ejemplo. $ax^2=b$ es una ecuacion incompleta del 2.° *grado* con una incógnita; dividiendo por a resulta:

$$x^2=\frac{b}{a},$$

y puesto que x multiplicada por sí mismo da $\frac{b}{a}$, la raiz cuadrada de $\frac{b}{a}$ será igual á x. Así, pues, se tiene:

$$x=\sqrt{\frac{b}{a}}.$$

100. La ecuacion de 2.° *grado* es completa, si tiene tres términos de diferente naturaleza, es decir la incógnita á la segunda potencia, la incógnita á la primera potencia y cantidades conocidas:

$$6x^2\times 70x=b+40$$

es una ecuacion completa de 2.° *grado* con una incógnita. La regla para resolver las ecuaciones de ese género es la siguiente:

1.° Reunir en el primer miembro de la ecuacion todos los términos afectados de la incógnita;

2.° Trasformar la ecuacion dividiéndola, ó multiplicándola, hasta que se haya logrado despejar la incógnita x^2 de todo esponente y hacerla así positiva;

3.° Tomar la mitad del coeficiente de x simple, elevar esa mitad al cuadrado y añadirla á los dos términos de la ecuacion;

4.° Extraer la raiz cuadrada de cada número.

Ejemplo. Resolver la ecuacion $9x^2=585-72x$. Resultará sucesivamente:

$$9x^2+72x=585$$
$$x^2+8x=65$$
$$x^2+8x+4^2=65+4^2$$
$$(x+4)^2=81$$
$$x+4=\sqrt{81}=\pm 9$$
$$x=\pm 9-4$$
$$x=5 \text{ ó } -13.$$

101. En la 5.ª y última trasformacion, la cifra 9, raiz cuadrada de 81, va precedida del signo + ó—bajo esta forma $\pm$, porque segun la regla de los signos (párrafo 78), si el multiplicando y el multiplicador tienen cada uno el signo positivo (+) ó el signo negativo (—) el producto está siempre afectado del signo +. Por esa razon toda cantidad positiva tiene siempre dos raices, y así en el ejemplo $+9\times+9=81$, y $-9\times-9=$ tambien 81.

El número 5 que hay en el ejemplo anterior es un resultado exacto. El otro resultado -13 indica que este último número corresponderia á los datos del problema cambiando los signos; es decir, si la ecuacion se hubiese planteado $9x^2-72x=585$, el resultado habria sido $x=13$.

GEOMETRIA PRÁCTICA

LÍNEAS GEOMÉTRICAS.

102. *El punto.*—El punto es la señal que deja en el papel el estremo de un lápiz, de una punta de compás, etcétera, que se le aplica.

Un punto se enuncia con una sola letra: se dice el punto *a*.

103. *Línea que mide la distancia más corta de un punto á otro.*—La línea más corta que puede tirarse de un punto á otro, se llama *línea recta.*

EJEMPLO. Entre el punto *a* y el punto *b* la línea *ab* es la más corta de cuantas podrian trazarse.

En tal caso se lee la recta *ab* (fig. 1, lám. 1.ª, MECÁNICA PRÁCTICA Y APLICADA).

104. *Trazado de la línea recta.*—La línea recta es la huella que deja en el papel un lápiz, un tiralíneas, etcétera, etc., que se desliza á lo largo de una regla ó de una escuadra, pasando por un punto *a* (fig. 1, lámina 1.ª) ó por dos puntos *c* y *d* (fig. 2).

105. *Línea angulosa ó quebrada.*—La línea angulosa es una línea compuesta de varias rectas limitadas.

Sean (fig. 3) los puntos *a, b, c, d* y *e* aquellos por los cuales deba pasar esa línea. Júntense dos á dos los puntos *a* y *b, b* y *c, c* y *d, d* y *e* con las rectas *ab*, *bc*, *cd* y *de*.

Para enunciar esta línea se dice la línea angulosa ó quebrada *abcde*, es decir, se la enuncia con tantas letras como puntos de union hay.

106. *Línea curva.*—La línea curva es la que no es recta ni está compuesta de rectas. Sean los puntos *a, c, e*, *g*, por los que ha de pasar esta línea (fig. 4).

Pudiendo considerarse toda curva como la reunion de elementos de rectas infinitamente pequeñas, no es necesario emplear para enunciarla un gran número de letras.—La curva (fig. 4) se enuncia curva *aceg*.

107. *Línea mixta.* La línea mixta es la que está formada de porciones rectas y curvas (fig. 5). Esas diferentes porciones de rectas y de curvas que la componen, se trazan insiguiendo los principios relativos á esos dos géneros de líneas componentes. La línea mencionada se enuncia línea mixta *abcdef.*

108. *Arco de círculo.* El arco de círculo es una particularidad de las líneas curvas que pueden trazarse. Se define así: es una curva que tiene todos sus puntos equidistantes de otro interior llamado *centro del arco.* Tres puntos bastan para enunciar un arco de círculo

Se dirá (fig. 6) arco de círculo *amb.* Su centro está en el punto *o.*

Describir ó trazar un arco de círculo. Describir un arco de círculo es trazar una curva con el compás llamado de *circunferencias,* en el cual se reemplaza la punta que se desmonta, por un tiralíneas ó lapicero, segun el caso.

Supongamos que el arco de círculo cuyo centro está en *o* (fig. 7) deba pasar por los tres puntos *a, b* y *c*, y que las rectas *ao, bo* y *co,* sean iguales entre sí: abrir el compás en una cantidad igual á la distancia *ao*; dejar reposar su punta seca en el centro *o,* al propio tiempo que la punta del lapicero ó del tiralíneas reposa en *a*; en esa posicion imprimir al compás un movimiento circular: así se trazará el arco de círculo *abc* que pasará por los tres puntos *a*, *b* y *c* y que tendrá su centro en *o*.

109. *Radio de un arco de círculo* (fig. 7). El radio de un arco de círculo es la distancia de su centro á un punto cualquiera tomado en la curva. Entonces se dice que el arco *abc* está descrito desde un punto *o* como centro con un radio *oa*, ó bien con una abertura de compás igual á *oa*.

110. *Líneas rectas convergentes.* Si dos rectas trazadas en el papel se cortan en la hoja de papel, ó se cortarian fuera de ella suponiéndolas bastante prolongadas, se dice que esas rectas son convergentes. El punto en que se encuentran ó cortan, se llama punto de encuentro.

111. *Líneas paralelas.* Llámanse líneas paralelas las rectas que guardan siempre entre sí una distancia invariable, es decir, que aunque se prolonguen indefinidamente, nunca se encuentran.

112. *Angulos.* El ángulo es el espacio comprendido entre dos líneas que se encuentran. Asi, si del punto *a* (fig. 8) se trazan dos rectas cualesquiera *ay* y *az*, el espacio comprendido entre las dos formará un ángulo *yaz*, que se enuncia colocando siempre en medio la letra que marca su punto de encuentro. Se dice igualmente el ángulo *zay*.

El punto de encuentro se llama *vértice* del ángulo. Puede enunciarse un ángulo con su sola letra del vértice, pero solamente cuando no deba temerse que ese ángulo se confunda con otro.

Así, pues, podrá decirse ángulo *a*.

Lados del ángulo son las rectas *ay* y *az* que se encuentran.

113. *Magnitud ó valor de un ángulo.* La magnitud de un ángulo depende únicamente de la abertura de sus lados y no de su longitud, como se esplica luego.

Los lados de un ángulo cualquiera, partiendo de su punto de encuentro, se supone siempre que se estienden hasta el infinito. Asi el ángulo *o* es mayor que el ángulo *a* (fig. 9) en atencion á que los dos lados del primero tienen mayor abertura que los lados del segundo, por más que los lados del ángulo *a* tengan la misma longitud que los lados del ángulo *o*.

114. *Angulos iguales.* Los ángulos son iguales cuando sus lados tienen la misma abertura: los ángulos que tienen paralelos sus lados se hallan en este caso.

Ejemplo. Los dos ángulos *a* y *b* (fig 10) son iguales, porque colocándolos uno sobre otro de modo que el vértice *b* se aplique sobre el vértice *a* y el lado *bm* sobre el lado *ac*, el otro lado *bn* del primer ángulo coincide con el lado *ad* del segundo ángulo.

Angulos desiguales.—Los ángulos son desiguales cuando los lados no coinciden, colocándose un vértice sobre otro.

115. *Angulo recto.*—Un ángulo *aob* es recto (fig. 11) cuando si se prolongan sus lados *ao* y *bo*, son los cuatro ángulos *aob*, *boc*, *cod* y *doa*, formados en derredor del punto *o*, iguales entre sí. Dícese entonces que los lados *ao* y *bo* del ángulo recto son perpendiculares uno á otro.

116. *Angulo agudo.*—Todo ángulo *aoc* (fig. 12) menor que un ángulo recto *aob* se llama agudo.

117. *Angulo obtuso.*—Todo ángulo *aod* (fig. 12) mayor que el ángulo recto *aob* es obtuso.

118. *Angulos opuestos por el vértice.*—Cuando dos rectas *ab* y *cd* (fig. 13) se cortan en un punto de manera que formen alrededor del vértice cuatro ángulos desiguales dos á dos, la línea *cd* se dice que es oblícua á la línea *ab* y los ángulos *aoc* y *bod* opuestos por el vertice son iguales. Lo mismo sucede con los dos ángulos *aod* y *cob*.

Trazado de paralelas y perpendiculares.

119. *Trazar paralelas.*—Por un punto cualquiera *c* (fig. 16) tirar una recta paralela á otra recta dada *ab*.

1.° Operar con la regla y el cartabon. Colocar la regla en una posicion tal que haciendo deslizar el cartabon (ó escuadra) á lo largo de la regla, la arista de un lado *mn* del cartabon coincida con la recta *ab*; en esta posicion, mantener invariablemente la regla con la mano izquierda, luego deslizar otra vez el cartabon con la derecha de modo que la misma arista *mn* pase por el punto *c*, y en esa última posicion trazar la línea *cd* que será la paralela pedida.

2.° Operar con la regla y el compás. Sean *ab* (figura 17) la recta dada y *c* el punto por donde ha de trazarse la paralela *ab*: de un punto *o* como centro tomado como se quiera sobre la recta dada y con una abertura de compás *oc* describir un arco que encuentre en *d* la recta *ab*; desde el punto *c* y con el mismo radio *oc*, describir el arco *ox*; del punto *o* como centro con un radio igual á *dc* describir un tercer arco que corte en *g* el arco *ox*, juntar el punto dado *c* al punto *g*: la recta *cg* es la paralela pedida.

120. *Trazar perpendiculares con la regla y la escuadra.* Por un punto cualquiera *c* (fig. 14) tomado en una recta dada *ab*, 1.° elevar una perpendicular á esa recta; 2.° por un punto *d* tomado fuera de la recta dada bajar una perpendicular sobre esa recta.

Primer caso. Trazar arbitrariamente una recta *mn* paralela á la recta dada *ab*; colocar la regla de modo que coincida su arista con esa paralela; luego deslizar otra vez la escuadra hasta que su arista pase por el punto *d*; en esta posicion tirar la recta *ck* que será la perpendicular á la recta *ab* y elevada desde el punto *a*.

Segundo caso. Puesta la regla en la misma situacion que en el caso anterior, deslizar de nuevo el cartabon hasta que su arista pase por el punto *d*; en esta posicion trazar la recta *dg*, que será la perpendicular bajada del punto *d* á la recta *ab*.

121. *Trazar perpendiculares sin cartabon.*—Elevar una perpendicular á una recta dada *ab* (fig. 15) por un punto *c* tomado sobre una recta.

Por el punto dado *c* con una abertura arbitraria de compás, describir á cada lado de ese punto sobre la línea *ab*, dos arcos de círculo que la cortan en *d* y en *f*; de esos dos puntos como centros, con una abertura de compás mayor que *dc*, mitad de *df*, pero más pequeña que *df*, describir encima de esa recta otros dos arcos de círculo que se cortan en *k*, juntar enseguida los puntos *c* y *k*: la recta *ck* que pasa por el punto *c*, es la perpendicular pedida.

122. *Bajar una perpendicular á una recta dada* ab (*fig.* 18) *por un punto* o *tomado donde se quiera fuera de esa recta.*—Desde el punto *o* como centro trazar un arco de círculo con una abertura cualquiera de compás, que corte en dos puntos *c* y *d* la línea dada; de esos dos puntos como centros con un radio menor que *cd* describir debajo de *ab* dos arcos de círculo que se corten en *p*; tirar la recta *op* que, pasando por el punto *o*, será la perpendicular pedida.

123. *Trazar una perpendicular que pase por el medio de una recta* ab (*fig.* 19) *limitada en el punto* a *y* b.—De los dos puntos *a* y *b* como centros con una misma abertura de compás, menor que la distancia de *a* á *b*, describir cuatro arcos de círculo, los dos primeros de los cuales se cortan encima de *ab* en *c*, y los otros dos debajo de la misma recta en *d*; juntar los puntos *c* y *d*: la recta *cd* es la perpendicular pedida.

124. *Trazar una perpendicular al estremo* b (*figura* 20) *de una recta* ab *que no puede prolongarse más allá de su estremo* b.—En el punto *b* tirar una recta cualquiera *bx* que forme con la recta *ab* un ángulo agudo cualquiera; tomar sobre la recta *bx* un punto cualquiera *o*; de ese punto como centro con una abertura de compás *ob*, describir un arco de círculo que corte en un punto *c* la recta dada; trazar la recta *co* hasta encontrar en un punto *d* el otro lado del arco; tirar la recta *bd* que pasando por el estremo *b* de la recta *ab* será la perpendicular que se pedia.

Construccion de ángulos.

125. *Construir un ángulo igual á otro dado* (*figura* 21) *por un punto cualquiera* k.—Con ausilio de la regla y de la escuadra, trazar por el punto *k* dos paralelas á los lados del ángulo dado; los dos ángulos *gkh* y *o* formados por esas paralelas son ángulos iguales al ángulo dado, esten dirigidos en el mismo sentido ó no sus lados.

126. *Hacer un ángulo igual á un ángulo dado* a (*fig.* 24) *en un punto cualquiera* r *de una recta dada* cd, *formando uno de los lados del ángulo buscado.*—Del vértice *a* del ángulo dado y del punto *r* de la línea *cd* como centro, y con una misma distancia tomada como se quiera, describir dos arcos uno de los cuales *mn* corte en *m* y en *n* los dos lados del ángulo dado, y el otro *gx* encuentre la recta *cd* en *g*; del punto *g* como centro con la distancia *mn* describir un tercer arco que corte en *h* el arco *gx*: la recta *rh* formará el otro lado del ángulo *hrg* pedido.

127. *Construir un ángulo igual á un ángulo* o (*figura* 22) *por un punto* b *tomado fuera de una recta dada* cd *formando uno de los lados del ángulo que debe trazarse.*—Por el punto dado *b* tirar una paralela á *cd* (§ 119); hacer en ese punto y con la paralela un ángulo *xby* igual al ángulo dado *o*; el lado *by* corta la recta dada en *k* y el ángulo *bkd* (§ 114) es igual al ángulo *o* por ser igual á *xbk*. Luego el ángulo buscado es *bkd*, porque uno de sus lados está formado por la recta dada *cd*.

128. *Buscar el ángulo que pueden formar dos rectas convergentes* ab *y* cd (*fig.* 26) *que no pueden prolongarse.*—Trazar por un punto cualquiera *c*, tomado fuera ó dentro de las dos rectas convergentes dadas, dos paralelas á esas rectas. Los dos ángulos así formados, que salen del vértice *c*, satisfacen la peticion (párrafo 125).

129. La *bisectriz de un ángulo* es una recta que pasando por el vértice divide el ángulo en otros dos iguales.

Hallar la bisectriz de un ángulo cualquiera aob (*figura* 23).—Del vértice *o* como centro con una abertura de compás cualquiera describir un arco que corte los dos lados del ángulo dado en los puntos *c* y *d*: de esos dos puntos como centros, con un radio mayor (á ojo) que la mitad del arco *cd* describir debajo de este dos arcos de círculo que se cortan en *k*. La línea *ok* es la bisectriz del ángulo *aob* que se encuentra dividido en dos partes iguales *aok* y *kob*.

Por ese medio puede dividirse un ángulo en tantas partes iguales ó ángulos iguales como se quiera.

130. *Hallar la bisectriz de dos líneas convergentes que no pueden prolongarse hasta su punto de encuentro* (fig. 25). Sean las dos líneas convergentes *cd* y *ab*: tomar dos puntos cualesquiera, *m* y *n* sobre las líneas dadas; por esos dos puntos trazar á cada una de esas rectas una perpendicular; sobre esas perpendiculares y á partir de los mismos puntos señalar dos distancias iguales *mk* y *nk* tomadas como se quiera; las paralelas á las dos convergentes tiradas por los puntos *k* y *h* se cortarán en *o* y la bisectriz *xy* del ángulo *hok* será tambien la del ángulo formado por las dos rectas convergentes *cd* y *ab*.

131. *Averiguar si una curva es regular ó sea susceptible de trazarse con el compás.*—Tomar en esta curva tres puntos cualesquiera *a*, *b* y *c* (fig. 50) y formar la línea quebrada *abc*: en medio de cada una de las rectas *ab* y *bc* levantar una perpendicular (§ 123): se encontrarán en un punto dado *o*; y si de ese punto como centro con una abertura de compás igual á la recta *oc* ó á la recta *od* se describe un arco de círculo que coincida con el arco dado, éste será regular.

En caso contrario es una curva que no puede trazarse con el compás.

132. *Partir un arco en dos arcos iguales ó hallar el medio de un arco dado* amb (fig. 59).

Unir con una recta los puntos *a* y *b*, y trazar en su medio una perpendicular: esta cortará el arco dado *amb* en su medio *k*.

De las figuras geométricas.

133. Llámase *superficie* toda parte del espacio limitada por cualesquiera líneas que envuelvan por todas partes la porcion de espacio considerada. Asi toda figura geométrica es una superficie completamente dependiente de la forma de su contorno.

Las líneas que limitan una superficie y que determinen su contorno, se llaman *perímetro* de la figura. Perímetro y contorno son palabras sinónimas.

Una línea recta no tiene más que una dimension, la longitud.

Una superficie sólo tiene dos dimensiones, longitud y latitud. Por lo tanto ninguna superficie tiene espesor.

Las figuras 51, 52, 53, 55, etc., representan superficies.

134. *Plano.*—Se llama plano toda superficie plana, cualquiera que sea la superficie formada por su contorno, y sobre la cual puede aplicarse exactamente en todos sentidos una recta, por ejemplo, *ab* (fig. 53).

135. *Triángulo.*—Cuando en un plano se encuentran tres rectas *ab*, *bc* y *ca* (fig. 54) de manera que limiten una parte de ese plano, interceptan una superficie B llamada triángulo, que es la figura geométrica más simple. Se enuncia con tres letras dispuestas en órden cualquiera; y así se dirá indistintamente triángulo *abc*, *acb*, etc.

Los vértices de los ángulos de un triángulo son los puntos de encuentro *a*, *b* y *c* de las rectas *ab*, *bc* y *ac*, llamadas lados del triángulo. Los ángulos del triángulo son *abc*, *bac* y *bca*. Se lee igualmente los ángulos *a*, *b* y *c* del triángulo *abc*

136. *Cuadrilátero.*—Si cuatro rectas se encuentran en un plano de manera que limiten completamente un espacio determinado, la figura que resulta se llama cuadrilátero. El cuadrilátero se compone de cuatro lados *ab*, *bc*, *cd* y *da* (fig. 56) y de cuatro ángulos *a*, *b*, *c* *d*.

137. *Polígono.* Cuando se encuentran más de cuatro rectas en un plano y en las condiciones enunciadas acerca del cuadrilátero, la figura toma el nombre de polígono sea cual fuere el número de dichas rectas. La figura 57 *bcdafg* es un poligono de seis rectas que se llaman lados.

Se llama *pentágono* el polígono de cinco lados, *exágono* el de seis, *eptágono* el de siete, *octógono* el de ocho, *eneágono* el de nueve, *decágono* el de diez, etc., y en general polígono de 5, 6, 7, 8, etc., lados. Todo polígono tiene tantos lados como ángulos.

138. *Diagonales.*—Se llaman líneas diagonales ó simplemente diagonales en un cuadrilátero ó polígono, las rectas que unen los vértices de dos ángulos no consecutivos. Así en el cuadrilátero A (fig. 56) la recta *ca* es una diagonal; en el polígono D (fig. 57) las rectas *bf*, *gd*, etc, son diagonales de esa figura.

Cuando alguna de las figuras espresadas no puede confundirse con otra semejante, se enuncia con una sola letra colocada en su superficie.

Así puede decirse: triángulo B, cuadrilátero A, polígono D.

139. *Círculo.* Si de un punto cualquiera *o* (fig. 58) tomado en el plano, se traza con el compás abierto á una distancia arbitraria *oc* una curva contínua y dando al compás á lo ménos una vuelta completa, la curva así trazada será regular y el espacio que encierre en el plano una figura geométrica denominada *círculo*. La curva regular que limita ese espacio se llama *circunferencia*; y se dice la circunferencia de un círculo como se dice el contorno de un polígono. Todos los puntos de la circunferencia de un círculo están á igual distancia de un punto interior llamado *centro del círculo* ó centro de la circunferencia.

El radio de un círculo es cualquiera de las rectas *on*, etc., que pueden trazarse desde el centro á la circunferencia. Todos los radios son iguales entre sí. El diámetro de la circunferencia de un círculo es toda recta *dm* que pasando por el centro de éste *o* termina en la circunferencia.—Todo diámetro de una circuncia comprende dos radios *om* y *od*.

140. *Sector* es la porcion de superficie de círculo comprendida entre dos radios *om* y *or* (fig. 58).

141. El *segmento* es la porcion de superficie de círculo comprendida entre un arco *gfh* (fig. 58) y su *cuerda gh*.

142. La corona es la porcion de círculo comprendida entre dos circunferencias de un mismo centro *o* (fig. 60) y de radios desiguales *ob* y *oa*. La diferencia *ab* de los dos radios *ob* y *oa* mide el espesor ó ancho de la corona.

La *circunferencia media de la corona* seria la que se describiria del centro *o* con la distancia *oc*, siendo el punto *c* el medio del espesor *ab* de la corona.

Triángulos y su construccion.

Distínguense cuatro géneros de triángulos:

1.° El triángulo rectángulo;

2.° El triángulo isóceles;

3.° El triángulo escaleno;

4.° El triángulo equilátero.

143. *Triángulo rectángulo* es el que tiene un ángulo recto (§ 115). En el triángulo rectángulo *bac* (figura 61), *ac* y *ab* son los lados del ángulo recto *a*, que se llaman *catetos*. El lado *bc* se llama *hipotenusa*.

144. El *triángulo isóceles* es el que tiene dos lados iguales. El triángulo *abc* (fig. 62) es isóceles, porque el lado *ab* es igual al lado *cb*, y lo mismo puede decirse del triángulo *mnp* (fig. 63), cuyos dos lados *mn* y *np* son iguales.

En ese género de triángulos la igualdad de los lados acarrea la igualdad de los ángulos *a* y *c* que se llaman *ángulos opuestos*, porque están formados á los dos estremos de un mismo lado *ac*.

145. El *triángulo escaleno* es el que tiene los tres lados desiguales (fig. 64).

146. El *triángulo equilátero* es el que tiene los tres lados iguales (fig. 65). La igualdad de los tres lados de ese género de triángulo acarrea la igualdad de los tres ángulos. La *base* de un triángulo se dice de un lado cualquiera considerado como base.

La altura de un triángulo es la perpendicular bajada desde el vértice de un ángulo sobre el lado opuesto á ese ángulo, considerado como base. Si en un triángulo *mnp* (fig. 63) se toma por base el lado *mp* la perpendicular *no* que mide la distancia de esta base al vértice opuesto *n*, es la altura de dicho triángulo. La altura puede hallarse fuera del triángulo, pues tomando por base el lado *mnp* del mismo triángulo la perpendicular *pq* bajada del vértice *p*, opuesto al lado *mn* prolongado, es la altura del mismo triángulo.

Las tres alturas de un triángulo equilátero cualquiera son iguales, tomando alternativamente por base los tres lados de ese triángulo; y además esas tres alturas concurren á un mismo punto *o* (fig. 65) y dividen los lados en dos partes iguales.

En un triángulo rectángulo (fig. 61) la altura es uno de los dos lados del ángulo recto tomando por base el otro cateto.

147. *Construir un triángulo rectángulo* (fig. 67) *conociendo un lado* n *del ángulo recto y la hipotenusa* m.—En una recta indefinida cualquiera tomar *ab* igual á *n*; en el punto *a* elevar una perpendicular á esa recta, y del punto *b* como centro, describir un arco con la recta *m* por radio, que corta en *k* la perpendicular: juntar los dos puntos *k* y *b*, y el triángulo rectángulo *akb* corresponde á la peticion.

148. *Construir un triángulo rectángulo conociendo un lado* m (fig. 66) *del ángulo recto y un ángulo agudo* o.—En una recta indefinida tomar *ac* igual á *m*; en el punto *a* y con la recta *ac* trazar un ángulo igual al ángulo *o* (§ 125); en el punto *c* elevar una perpendicular que encuentre en *k* el lado *ax* del ángulo construido; tirar la recta *ck*: el triángulo *ack* es el triángulo pedido.

149. *Construir un triángulo conociendo un lado* m (fig. 68) *y los dos ángulos opuestos* v y n (§ 144).—En una recta indefinida tomar una distancia *ab* igual á *m*; en los puntos *a* y *b* hacer con el lado *ab* dos ángulos, uno de los cuales *bax* sea igual al ángulo *v*, y el otro *aby* igual al ángulo *n*: el encuentro en *k* de los dos lados *ax* y *by* determina el triángulo pedido.

150. *Construir un triángulo conociendo los dos lados* m y n (*fig.* 69) y *el ángulo* o *formado por esos dos lados.*—En un punto cualquiera *a* se forma un ángulo igual al ángulo *o*; tomar en ambos lados del ángulo así formado á partir del vértice *a*, dos distancias una de las cuales *ab* igual á *m* y la otra *ac* igual á *n*; y tirar la recta *bc* que determinará el triángulo pedido.

151. *Construir un triángulo conociendo sus tres lados* l, m y n (fig. 27).—En una recta *ad* tomar una distancia *ab* igual á uno cualquiera de los lados dados, *m*, por ejemplo; del punto *a* como centro con el lado *l* por radio describir un arco de círculo; del punto *b* como centro, con el otro lado *n* por radio, describir otro arco

de círculo que corte el primero en *k*, tirar *bk* y *ak*: el triángulo que se pedia, queda así construido.

152. En el problema propuesto en el § 149 y en el del § 151 podria acontecer que fuese imposible la solucion, en el primer caso á causa de la magnitud de los ángulos dados y en el segundo á causa de la longitud de los lados. Así (fig. 27) despues de trazar desde el punto *a* como centro con el lado *l* por radio el arco de círculo que corta en *d* la prolongacion de *ab*, si el otro lado *n* no fuese menor que la distancia *bd*, la interseccion de los dos arcos no seria posible y por tanto la solucion pedida no podria conseguirse.

Cuadriláteros más usuales y su construccion.

153. El *rectángulo* R (fig. 29) es un cuadrilátero (párrafo 136) que tiene sus lados perpendiculares é iguales dos á dos. Las diagonales *dd* y *d'd'* de un rectángulo son iguales.

154. El *cuadrado* C (fig. 28) es un cuadrilátero que tiene sus lados perpendiculares é iguales entre sí. Sus diagonales son iguales y perpendiculares una á otra.

155. El *rombo* L (fig. 30) es un cuadrilátero que tiene sus lados iguales entre sí, paralelos dos á dos; y dos ángulos agudos y dos obtusos. Las diagonales son desiguales y perpendiculares entre sí.

156. *El paralelógramo* P (fig. 33) es un cuadrilátero que tiene sus lados iguales y paralelos dos á dos. Las diagonales son desiguales. Tambien se llama *cuadrilongo*.

157. El *trapecio* T (fig. 31) es un cuadrilátero que solamente tiene dos lados paralelos. Sus lados son desiguales ó á lo ménos tiene dos iguales. Las diagonales pueden ser desiguales. El *trapezoide*, figura apenas mencionada en mecánica, es un cuadrilátero que no tiene ningun lado ni ángulo igual.

158. *Construir un rectángulo del que se conocen los dos lados perpendiculares* m y n (fig. 36).—Tomar en una recta indefinida una distancia *ab* igual á *m;* en el punto *a* levantar á *ab* una perpendicular *ao* igual á *n;* por el punto *o* trazar una paralela á *ab* y por el punto *b* una paralela á *ao*, y su punto de encuentro *d* determinará el rectángulo pedido.

159. *Construir un cuadrado del que se conoce el lado* m (fig. 35). En una recta indefinida tomar *cd* igual á *m;* á cada uno de los puntos *c* y *d* levantar una perpendicular á la recta *cd;* tomar en una de ellas *ck* igual á *cd;* por el punto *k* tirar una paralela á *cd* que corte la otra perpendicular en un punto *h;* y el cuadrado que se queria, queda así construido.

160. *Construir un rombo del que se conoce el lado* m (figura 34) *y el ángulo* o.—En una recta indefinida tomar *ac* igual á *m;* en el estremo *a* formar con *ac* un ángulo igual al ángulo *o* (§ 126); del punto *a* como centro con un radio *ab* describir un arco que corte el otro lado en *c;* por los puntos *c* y *b* tirar dos paralelas una *ab* y la otra *ca:* su encuentro en *d* determina el rombo pedido.

161. *Construir un paralelógramo del que se conocen los dos lados* m y n (fig. 32) y *el ángulo* o *comprendido entre esos dos lados.*—En una recta indefinida tomar *ac* igual á *m;* hacer en *a* y con *ac* un ángulo igual al ángulo *o;* tomar *ab* al lado del ángulo construido igual á *n;* por los puntos *b* y *c* tirar dos paralelas, la una á *ac* y la otra á *ab*, y su encuentro en *d* determinará el paralelógramo pedido.

162. *Construir un trapecio cuyos cuatro lados* l, m, n *y* p (fig. 37) *son conocidos.*—Deben indicarse ante todo los dos lados que han de ser paralelos: sean *l* y *n* esos dos lados. En una recta indefinida tomar *ab* igual á *l* la más larga de las dos paralelas; á partir del punto *a* en la línea *ab* tomar *ac* igual á la otra paralela *n*; con la porcion *cb* de la recta *ab* y las otras dos líneas dadas *m* y *p* construir un triángulo *cbo* (§ 151); tirar por el punto *o* una paralela á *ab* y por el punto *a* una paralela á *co*, y su encuentro en *k* determinará el trapecion pedido *abok*.

163. *Construir un polígono igual á otro polígono dado compuesto de un número cualquiera de lados.*—Sea *abcdef* (fig. 38) el polígono dado, compuesto de seis lados: ante todo se ha de descomponer en triángulos por medio de diagonales que partan de un mismo punto de encuentro *a*: en una recta indefinida tomar una distancia *mn* (fig. 39) igual á *ab*; sobre el lado *mn* formar un triángulo *mno* igual al triángulo 1 del polígono dado (§ 151); sobre el lado *mo* formar un triángulo igual al triángulo 2 del polígono dado y así sucesivamente. Se formará el polígono pedido que estará compuesto de los triángulos 1' 2' 3' y 4' iguales á los del polígono dado 1, 2, 3 y 4.

Tangentes y secantes á la circunferencia. Angulos inscritos y circunscritos en la circunferencia.

164. *Tangente.*—Una recta *mb* (fig. 40) es tangente á una circunferencia cuando toca á ésta en un solo punto *a*. Este punto se llama el *punto de contacto* ó *de tangencia*. Toda tangente *mb* en un punto cualquiera *a* de una circunferencia es perpendicular al estremo del radio *oa* que pasa por el punto de tangencia.

165. *Secante.*—Una recta *xy* (fig. 40) es secante á una circunferencia cuando la toca y la corta en dos puntos como *c* y *d*.

166. *Cuerda.*—Se llama cuerda de un arco toda parte *cd* de secante *xy* (figura 40) que sostiene un arco *ckd.*

167. *Cuerdas iguales.* En una misma circunferencia dos cuerdas iguales *ab* y *cb* (fig. 41) están situadas á una distancia igual del centro *o* de la circunferencia: los arcos sostenidos *amb* y *cnd* son tambien iguales.

168. *Sagita de un arco.* La sagita de un arco *cnd* (figura 41) es la recta *nk* que une el medio *d* de la cuerda con el medio *n* del arco. Toda sagita de un arco es perpendicular al medio de su cuerda.

169. *Circunferencias tangentes interior ó esteriormente.*—Dos ó más circunferencias son *tangentes* cuando se tocan en un solo punto (figs. 42, 44). Son *secantes* cuando se cortan (fig. 43).

170. *Circunferencias concéntricas.* Dos circunferencias son concéntricas cuando siendo interiores una á otra tienen el mismo centro *o* (fig. 46).

171. *Circunferencias escéntricas.* Dos circunferencias son escéntricas cuando siendo interiores una á otra, tienen centro distinto. Así (fig. 47) la circunferencia grande tiene su centro en *o* y la pequeña en *a.*

172. *Línea de los centros.* La línea de los centros es la que une los centros de dos circunferencias *o* y *a,* sean cuales fueren las posiciones respectivas de esas circunferencias (fig. 47).

173. *Radio de escentricidad.* La línea de los centros de dos circunferencias escéntricas toma el nombre de radio de escentricidad. Así la recta *oa* (fig. 47) es el radio de escentricidad de las dos circunferencias escéntricas *c* y *d.*

174. Si hacemos girar el círculo cuyo radio es *oa* (figura 47) alrededor del centro *a* del círculo *ac,* el centro *o* del primer círculo *d* describirá entorno del centro *a* del segundo círculo, otra circunferencia de un radio *oa.* Esta circunferencia llamada *circunferencia de escentricidad*, porque está descrita con el radio de escentricidad *oa,* será el lugar que ocupe sucesivamente el centro *o* del círculo *od* durante su revolucion alrededor del centro *a* del círculo *ac.*

175. *Circunferencias esteriores.*—Dos circunferencias se dicen esteriores una á otra cuando no se encuentran en ningun punto (fig. 45).

176. *Angulo inscrito en una circunferencia.*—El ángulo inscrito 1.° (fig. 48) es un ángulo que tiene su vértice *d* en la circunferencia y cuyos lados son cuerdas. Todos los ángulos que pueden inscribirse en un mismo arco *amb* (fig. 49) son iguales.

177. *Angulo circunscrito á la circunferencia.*—El ángulo 2.° circunscrito *xyz* (fig. 48) es aquel cuyos lados *xy* y *xz* son tangentes á la circunferencia.

178. *Angulo en el centro.*—El ángulo 3.° en el centro es el que tiene su vértice *o* en el centro de la circunferencia (fig. 48).

179. *Trazar una tangente á una circunferencia por un punto* c (fig. 70) *tomado en esta circunferencia.*—Juntar el punto *c* dado con el centro *o*; al estremo *c* de este radio tirar una perpendicular *xy* que será la tangente pedida.

180. *Tirar una tangente á una circunferencia por un punto* a (fig. 72) *tomado fuera de la circunferencia* oc.—Juntar por medio de una recta *oa* el centro de la circunferencia con el punto dado *a*; describir en esa recta como diámetro una circunferencia que corte en dos puntos *h* y *g* la circunferencia dada; juntar el punto dado *a* con esos dos puntos, y las rectas *ah* y *ag* satisfacen la demanda.

181. *Trazar una secante á la circunferencia* od (fig. 71) *que intercepte una longitud dada* m *y que tenga que pasar por un punto dado* k.—Tomar en la circunferencia *od* una distancia *ab* igual á *m*; juntar el medio *h* de la cuerda con el centro *o*; de ese punto y con *oh* por radio describir una circunferencia; por el punto *k* tirar á la circunferencia *oh* las dos tangentes *kf* y *kq* (§ 180); las partes interceptadas *ef* y *pq* en la circunferencia *od* corresponden á la peticion y pasan por el punto *k.*

Polígonos regulares. Figuras inscritas y circunscritas al círculo.

182. Llámase *polígono regular* toda figura geométrica compuesta de un número cualquiera de lados iguales que forman entre sí ángulos iguales. Aquellos cuya construccion se presenta más amenudo en el trazado gráfico son:

El triángulo equilátero (§ 146) ó polígono regular de tres lados (fig. 74).

El cuadrado (§ 154) ó polígono regular de cuatro lados (fig. 73).

El exágono ó polígono regular de seis lados (fig. 79).

El octógono ó polígono regular de ocho lados (figura 78).

Todo polígono regular puede siempre inscribirse en un círculo ó circunscribirse á él. Está inscrito cuando los vértices de todos sus ángulos están situados en la circunferencia; y está circunscrito cuando todos sus lados son tangentes á la circunferencia.

183. *Inscribir un cuadrado en la circunferencia* ok (fig. 73).—Por el punto *o,* centro de la circunferencia, pasar dos diámetros perpendiculares y unir sus estremos por medio de rectas.

184. *Circunscribir un cuadrado á la circunferencia* ok (fig. 73).—Tirar á los estremos de dos diámetros perpendiculares otras perpendiculares á esos diámetros.

185. *Inscribir un octógono en la circunferencia* or (figura 78).—Tirar dos diámetros perpendiculares, unir por otros dos diámetros los medios de los arcos opuestos á los ángulos rectos, lo cual da ocho puntos; y juntando estos puntos dos á dos con rectas, éstas determinarán el octógono.

186. *Circunscribir un octógono á la circunferencia* or (fig. 78).—Tirar perpendiculares á los estremos de cuatro diámetros dispuestos como en el problema anterior: son tangentes á la circunferencia (§ 180) y su conjunto determinará la figura propuesta.

187. *Inscribir un exágono en la circunferencia* od (fig. 79).

Nota.—En un exágono regular inscrito en un círculo, el lado del exágono es igual al radio de este círculo. Para resolver el problema antes espresado, elegir una abertura de compás *ok* igual al radio, señalarla seis veces seguidas en la circunferencia á partir del punto *k* ó de un punto cualquiera de esa circunferencia; juntar enseguida esos puntos dos á dos por medio de rectas; y así se habrá construido el exágono que se deseaba.

188. *Cirunscribir un exágono regular á la circunferencia* ok (fig. 79). Marcar seis veces como en el problema anterior la longitud del radio en la circunferencia, trazar los radios por esos seis puntos, y luego al extremo de cada uno de esos radios tirar una perpendicular: la figura geométrica que resulte, será el exágono pedido.

189. El *apotema* de un polígono regular cualquiera, es la recta que junta el centro del polígono al medio de uno cualquiera de sus lados. Así en el exágono inscrito (fig. 79) la recta *om* es el apotema; en el exágono circunscrito es el radio *ok* de la circunferencia inscrita, compuesto del apotema *om* del exágono inscrito y de la sagita *mb* (§ 168), pues $ob=ok$ como radio de una misma circunferencia.

190. *Inscribir un triángulo equilátero en la circunferencia* ob (fig. 79). Basta al efecto juntar los estremos de un arco *k'bk* doble del que sostiene el lado de un exágono inscrito en la circunferencia.

191. *Inscribir una circunferencia en un triángulo* abc (fig. 74)—Tirar las bisectrices de los tres ángulos de un triángulo (§ 129); se encontrarán en un mismo punto *o;* y de ese punto bajar á uno de los lados del triángulo la perpendicular *ok,* por ejemplo, que será el radio de la circunferencia inscrita en este triángulo y cuyo punto de encuentro *o* será el centro.

192. *Circunscribir un triángulo á la circunferencia* ob (fig. 180)—Si es un triángulo equilátero, se divide la circunferencia en tres arcos iguales, lo cual da tres puntos *k*, *k'* y *k''* separados á igual distancia; por esos tres puntos se tiran tangentes á la circunferencia (párrafo 179); el espacio encerrado por esas tres tangentes que se corten, será uno de los triángulos equiláteros circunscritos que se puedan construir. Si es un triángulo irregular cualquiera, se inscribe en la circunferencia *od* (fig. 80) un triángulo *abc* de la forma que se quiere; por el centro *o* se trazan radios perpendiculares á cada uno de los lados de ese triángulo; por los puntos *m*, *n*, *p*, se tiran paralelas á dichos lados, y el triángulo ABC circunscrito á la circunferencia *od* será semejante al triángulo inscrito. Esos dos triángulos tendrán iguales sus ángulos respectivos, ó sea el ángulo A será igual al *a*, B al *b* y C al *c*.

Medida y division de las líneas.

193. Medir una recta es buscar cuantas veces puede aplicarse á la misma una longitud tomada por unidad de medida: supongamos la longitud del metro ó sus subdivisiones.

194. *Partir ó dividir una recta en un número cualquiera de partes iguales.*—Sea la recta *pq* (fig. 75) que se ha de dividir en siete partes iguales.

Primer medio, que tiene el inconveniente de exigir una exactitud absoluta en el trazado de las paralelas.—A uno de los estremos de esa recta se tira una segunda recta indefinida *px* que forme con la primera un ángulo agudo cualquiera; se marcan en *px* á partir del punto *p* siete distancias iguales de una longitud tomada á capricho; se tira la recta *qe,* y por los otros puntos de division se trazan paralelas á esa recta que dividirán la línea dada en siete partes iguales.

Segundo medio, que no tiene el inconveniente del anterior y que como este, puede emplearse en el terreno ó en el papel. A uno de los estremos *p* de la recta *pq* (fig. 76) se traza á capricho una recta indefinida *px*, y se trazan á esa recta á partir del punto *p* ocho distancias iguales en vez de siete: se junta el último punto de division con el punto *q*; se prolonga la recta *zq* en una cantidad igual *qs*; se junta el punto *s* con el punto *o* de la penúltima division 6 por una recta *os,* que cortará en *a* la recta dada y la distancia *aq* será la séptima parte de esta recta.

Medida de los ángulos. Círculo graduado.

195. Hemos visto (§ 112) que cuando dos rectas

que se cortan son perpendiculares, forman alrededor de su punto de encuentro cuatro ángulos rectos. Tracemos una circunferencia (fig. 77, lám. 4.ª) con un radio tomado al antojo: tiremos por el centro *o* de esa circunferencia dos diámetros perpendiculares *ab* y *cd*; los cuatro ángulos rectos formados entorno del punto *o* serán iguales á la suma de todos los ángulos que puedan formarse alrededor de ese punto, sea cual fuere el radio de la circunferencia: es decir, la suma de todos los ángulos que puedan formarse alrededor de un punto es siempre igual á cuatro ángulos rectos.

196. *Medida de los ángulos.*—Se miden los ángulos por su arco; es decir, si se divide un ángulo recto *aoc* (fig. 77) en diez partes iguales, suponiendo *aok* una de las diez partes, cada una de ellas interceptará en el arco *amc* correspondiente á ese ángulo recto, un pequeño arco igual á una décima parte del arco *ac*; el ángulo recto *aoc* contendrá, pues, diez veces el ángulo *aok*, como el arco *amc* contiene diez veces el arco *ak*; de donde puede deducirse que si se divide el arco *amc* del ángulo recto en cierto número de partes iguales, ese arco podrá servir para medir todos los arcos más pequeños correspondientés á todos los ángulos que puedan formarse entre los dos lados del ángulo recto, salidos del mismo punto *o*. Este es á la vez el vértice del ángulo recto y el centro de la circunferencia.

197. *Division de una circunferencia en grados.*—Una circunferencia de un radio cualquiera (fig. 81, lámina 5.ª) se supone siempre dividida en 360 partes iguales llamadas *grados*, que se escriben 360°. El pequeño ° colocado arriba y al lado de la cifra, significa grado. El arco correspondiente á un ángulo recto es la cuarta parte de la circunferencia, y por lo tanto contiene el cuarto de las divisiones de la circunferencia ó $\frac{360^\circ}{4}=90^\circ$. La circunferencia así dividida podrá servir, pues, para medir todos los ángulos, sean menores ó mayores que un ángulo recto.

198. *Semicírculo graduado.* Como todo diámetro parte la circunferencia en dos partes iguales, una semicircunferencia didivida en 180 partes iguales ó grados, llenará el mismo objeto que una circunferencia entera dividida en dos veces 180 partes, ó 360 grados.

El semicírculo graduado, hecho de cobre, asta, etc. se compone de una semicircunferencia dividida en 180 grados, y sirve para medir el ángulo cuyo valor se quiere conocer.

EJEMPLO. Sea un ángulo *xoy* ó *xoz* (fig. 88) cuya magnitud quiere conocerse, ó sea la abertura de sus lados (§ 113).

Prolónguese uno de los lados del ángulo *xoy* más allá de su vértice, ó sea *ox* prolongado: se aplica el semicírculo sobre la figura de que se trata, de modo que el lado prolongado del ángulo se confunda con el diámetro *mn* del semicírculo graduado, y que el vértice *o* del ángulo coincida tambien con el centro del instrumento; la direccion del otro lado *oy* del ángulo permitirá leer el número de grados medidos por el ángulo mismo.

En el ejemplo el menor de los dos ángulos tiene 25° y el mayor 150.

De los sólidos.

199. *Cuerpo.*—Geométricamente hablando se da el nombre de cuerpo á todo objeto formado por el encuentro de tres ó más superficies rectas ó curvas. Luego, todo cuerpo geométrico tiene tres dimensiones: *longitud, latitud* y *espesor, profundidad* ó *grueso.*

200. *Sólidos.*—Se da el nombre de sólidos á los cuerpos terminados por todas partes por una figura geométrica cualquiera, un triángulo, un cuadrilátero, un polígono, etc. Bajo el punto de vista geométrico, los sólidos de diferentes formas son muy numerosos; pero no mencionaremos aquí sino los más usuales, concretándonos al cuadro de enseñanza de ese guia práctico.

201. *Pirámides.*—Una pirámide (fig. 89) es un sólido comprendido entre varias caras triangulares que arrancan de un mismo punto *o* y van á terminar en los vértices de un triángulo ó de un polígono llamado *base* de la pirámide.

Si la base es un triángulo, la pirámide se llama *triangular.*

Si la base es un polígono, la pirámide se dice que es *poligonal.*

El sólido representado (fig. 89) es una pirámide poligonal cuya base tiene cinco lados *ab, bc, cd, de* y *ea*, y cinco caras triangulares *aob, boc, cod, doe* y *eoa*. Estas dos últimas se indican en punteado en la figura, porque se ocultan á la vista del observador colocado enfrente, del lado *bc*.

Su base poligonal es *abcde*.

Su vértice ó *cúspide* está en el punto *o*.

Su altura se mide por la perpendicular *ok* bajada de ese vértice *o* á la base *abcde*.

Una pirámide es regular siempre y cuando la perpendicular *ok* bajada del vértice de esa pirámide pasa por el centro del polígono regular que le sirve de base.

202. *Tronco de pirámide de bases paralelas.*—Un tronco de pirámide de bases paralelas es una pirámide

que se supone truncada ó cortada paralelamente á su base.

Todo tronco de pirámide tiene dos bases *abcdef* y *mnpqrs* (fig. 90) y tantas caras cuadrilaterales como lados tiene la base. Esas caras cuadrilaterales son *afsm*, *fers*, *edqr*, *abmn*, *bcpn* y *pcdq*. Esas tres últimas están en punteado, porque se ocultan como en el caso anterior.

La altura del tronco de pirámide es la distancia *ok* de las dos bases, que es la perpendicular á esas dos bases. Cuando *ok* pasa por los dos centros de dos bases formadas por dos polígonos regulares, el sólido es un tronco de pirámide regular.

203. *Prisma.*—Un prisma triangular ó poligonal es un sólido de dos bases paralelas triangulares ó poligonales, comprendidas entre varias caras paralelográmicas. La figura 82 es un prisma triangular recto, y la figura 84 es un prisma triangular oblícuo.

204. *Paralelipípedo rectángulo.*—El paralelipípedo rectángulo es un prisma representado por la figura 85, cuyas seis caras *abcd*, *mnpq*, *amqd dcpq*, *bcpn* y *abnm* son rectángulos. Una recta *dq* cualquiera del paralelipípedo, que mida la altura de dos caras paralelas de ese sólido, se llama *arista* del paralelipípedo. La regla de dibujar es un paralelipípedo rectangular.

205. *Cubo.*—Cuando las seis caras de un sólido son cuadradas, toma el nombre de *cubo*. Un dado de jugar es un cubo.

206. *Paralelipípedo recto.*—El paralelipípedo recto es un prisma que tiene dos caras que forman cada una un cuadrilongo y sus otras cuatro son rectángulos.

207. *Paralelipípedo oblícuo.*—El paralelipípedo oblícuo (figura 83) es un prisma cuyas seis caras son paralelógramos y tiene aristas que forman ángulos agudos ú obtusos. Su altura es la perpendicular *ok* que mide la distancia de dos caras opuestas tomadas como bases.

208. *Cuerpos redondos.*—Llámanse cuerpos redondos los sólidos engendrados por la revolucion de una superficie de forma cualquiera que gire entorno de una recta llamada *eje del sólido.*

209. *Cilindro.*—Sea una superficie rectangular ó un rectángulo *abcd* (figura 91) que gire alrededor de su lado *da* como eje: los puntos *c* y *b* durante esa revolucion describirán dos circunferencias cuyos centros estarán en *d* y en *a*.

El sólido así engendrado ó cuerpo redondo es un cilindro que tiene por eje la recta *ad*; las superficies del círculo cuyos radios son *dc* y *ab* (§ 225) son las bases del cilindro, cuyo círculo *or* representa el contorno de las dos bases.

210. *Circunferencia desarrollada del cilindro.* Si se arrolla un hilo tendido alrededor del cilindro (figura 91) de manera que los dos estremos de aquel *m* y *n* se junten en un solo punto *m*, se deducirá que la distancia *mn* del hilo desarrollado en línea recta, será exactamente el contorno del cilindro que tiene por radio *cd* ó *ab*. Si se compara la longitud *mn* del hilo desarrollado con el diámetro de la circunferencia de ese círculo, se verá que esa distancia es igual á tres veces y un séptimo próximamente el diámetro del cilindro; ó lo que viene á ser lo mismo, la recta *mn* es igual con poca diferencia al diámetro *mk* de la circunferencia multiplicado por 3'14 ó bien

$$mk \times 3'14.$$

211. *Superficie desarrollada del cilindro.*—Si en la recta *mn* (fig. 91) como base y con la altura $mp = ad$ del cilindro se construye un rectángulo *mnpq* y se corta ese rectángulo trazado en el papel, se arrollará exactamente alrededor del cilindro; los dos estremos *mp* y *nq* del rectángulo se unirán en sentido de una recta paralela á *ad*, es decir, siguiendo una generatriz del cilindro. La superficie del rectángulo tiene por base la circunferencia desarrollada en sentido de una recta *mn* y por altura la *ad* del cilindro. Todas las rectas paralelas al eje de un cilindro y tiradas hácia la superficie son generatrices de ese cilindro.

212. *Cono.* Todo cuerpo redondo engendrado por la superficie de un triángulo rectángulo (fig. 92) que gire alrededor de un cateto *ab*, se llama cuerpo cónico ó simplemente cono.

La recta *ab* mide la altura del cono; la circunferencia cuyo radio es *bc*, es la circunferencia de la base del cono: el punto *a* es su vértice ó cúspide.

213. *Superficie desarrollada del cono.*—Suponiendo el cono envuelto exactamente del mismo modo como se ha dicho del cilindro (§ 211), si se desarrolla el pedazo de papel que lo envuelve, la superficie desarrollada *acts* representará (fig. 92) una porcion de círculo descrito con la hipotenusa *ac* del triángulo rectángulo teniendo por centro el punto *a*. Esa porcion de círculo será una figura geométrica llamada *sector* (§ 140) cuyo arco *cts* será igual á la circunferencia de la base *bc* desarrollada en sentido de un arco de radio *ac*.

214. *Tronco de cono.*—Un trapecio *abcd* (fig. 93) que gire alrededor del lado *ad* como eje, engendrará un cuerpo redondo *b'bcc'* llamado tronco de cono, cuyas dos bases paralelas *cc'* y *bb'* serian dos círculos que tendrian por radio el uno la distancia *cd* y el otro la distancia *ab*.

El desarrollo de la superficie de ese tronco de cono daria una porcion de corona (§ 118) comprendida entre dos arcos de círculo concéntricos que tendrian el centro en el vértice m del tronco de cono y por radios las rectas mb y mc. Las circunferencias desarrolladas de las bases segun los arcos que acabamos de mencionar, limitando su estension determinarian así la superficie lateral desarrollada del tronco de cono.

EJEMPLO. Un cangilon de azúcar es un cono; si se corta paralelamente á la base, se tiene un tronco de cono. El cono no tiene más que una base y un vértice; el tronco de cono tiene dos bases paralelas. Se obtiene en este caso el vértice prolongando como en la figura 93, sus dos generatrices hasta que se encuentren.

215. *Esfera.*—Se da el nombre de esfera á todo cuerpo redondo engendrado por la superficie de un semi-círculo que gire alrededor de su diámetro ab (figura 94). Una bola de billar es una esfera.

Medida de las superficies y de los volúmenes.

Area y superficie son palabras sinónimas.

216. *El area de un rectángulo* es igual al producto de su base B por su altura H (fig. 95). Si $B=2'30^{m}$ y $H=1'20^{m}$, la superficie será: $2'30^{m}\times 1'20=2'76$ metros cuadrados.

217. *El area de un paralelógramo* es igual al producto de su base B por su altura H (fig. 96). Si $B=2'30^{m}$ y $H=0'87^{m}$, la superficie será: $2'0010^{mc}$ ó $^{m^2}$.

218. La superficie de un triángulo es igual á la mitad del producto de su base B por su altura H. Si $B=2'30^{m}$ y $H=0'87^{m}$, la superficie será $\frac{2'30^{m}\times 0'87}{2}=1'0005^{m}$ (fig. 97).

219. *El area de un triángulo equilátero* es igual respecto de su lado c á $\frac{c^2\sqrt{3}}{4}$, ó $c^2\times 0'433$, puesto que $\frac{\sqrt{3}}{4}=0'433$. Si $c=2'30^{m}$ la superficie será: $5'29\times 0'433=2'2906^{m^2}$ (fig. 98).

220. *El area de un trapecio* es igual al producto de la semi-suma de sus bases $\frac{B+b}{2}$ por su altura H (fig. 99). Si $B=2^{m}$, $b=1'74^{m}$ y $H=0'67^{m}$, la superficie será: $\frac{2+1'74}{2}\times 0'67=1'2529^{m^2}$.

221. *El area de un trapecio* es tambien igual al producto de su altura por la recta que junta los medios de los lados no paralelos. Si esta línea $=1'87^{m}$ y la altura $0'67^{m}$ el área será igual á $0'67^{m}\times 1'87^{m}=1'2529^{m^2}$ (fig. 100).

222. *El area del exágono regular* construido sobre el lado C, que es siempre igual al radio R del círculo circunscrito, es igual á $\frac{3}{2}C^2\sqrt{3}$: como $\frac{3}{2}\sqrt{3}=2'598$: el area será igual á $C^2\times 2'598$. Si $C=2^{m}$, el area será: $4\times 2'598=10'392^{m^2}$ (fig. 101).

223. *El area del dodecágono regular inscrito en una circunferencia* de radio $R=3'5^{m}$, es igual á $3R^2$ ó $3\times 12'25^{m}=36'75^{m^2}$ (fig. 102).

224. El area de un cuadrilátero irregular (fig. 109) ó de un polígono irregular se encuentra trazando líneas que lo dividan en triángulos y sumando las superficies de esos triángulos (§ 218).

225. *El area de un círculo* es igual á su circunferencia $2\pi R$ multiplicada por la mitad (§ 69) del radio $=2\pi R\times\frac{R}{2}$, ó bien πR^2. Si $R=2^{m}$, A será igual á $2\times\frac{3'1416\times 2\times 2}{2}=12'5664^{m^2}$ (fig. 103).

El area A de un círculo de diámetro D es igual á $\frac{\pi D^2}{4}$.

EJEMPLO. Sea $D=4^{m}$; $A=\frac{\pi D^2}{4}=\frac{3'1416\times 4^2}{4}=12'5664^{m^2}$ (fig. 104).

226. Encontrar el radio x del círculo equivalente á una corona circular. Sean R r los radios de la corona: el radio que se busca será: $x=\sqrt{R^2-r^2}$; si $R=3^{m}$, y $r=2'3^{m}$, $x=\sqrt{9-5'29}=\sqrt{3'71}=1'90^{m}$ (fig. 105).

NOTA. Se ha de buscar la diferencia de los cuadrados antes de extraer la raiz.

227. *Area de una superficie comprendida entre una base rectilínea, dos perpendiculares á esa base y una curva cualquiera* (fig. 106).

Dividid la base ab en un número cualquiera de partes iguales, y por cada punto de division elevad una perpendicular. Si n representa el número de division y c, d, f, g, h las perpendiculares, la superficie será:

$$S=\left(\frac{c+h}{2}+f+d+g\right)\times\frac{ab}{n}.$$

228. El area de un segmento de círculo es igual al producto de la mitad del radio R por la mitad de la diferencia entre el desarrollo del arco $ancb$ y su cuerda ab (fig. 125).

Hallar la superficie S del segmento anc cuyo arco desarrollado $acb=2^{m}$. La cuerda $ab=1'50^{m}$ y el radio $R=0'85^{m}$.

$$R=\frac{1}{2}R\times\frac{1}{2}(acb-ab)-\frac{1}{2}.0'85\times\frac{1}{2}.(2-1'50)=0'1062^{m^2}.$$

229. *El area de un sector de círculo* es igual al desarrollo de su arc cmc multiplicado por la mitad del radio R (fig. 126).

Hallar la superficie de un sector *cmco* cuyo desarrollo del arco *cmc* es de 2^{m}, y el radio $0'80^{m}$.

$$S = cmc \times \frac{R}{2} = 0^{m^2}, 80^{dm^2}.$$

230. *El volúmen de un paralelipípedo* es igual al producto de la superficie de su base B por su altura H (fig. 107). Si $B = 2'3^{m} \times 4'5^{m}$ y $H = 7'15^{m}$.

$$V = 2'3^{m} \times 4'5^{m} \times 7'15^{m} = 74'002500^{m^3}.$$

231. *El volúmen de un prisma* es igual al producto de la superficie de su base B por su altura H (figura 108). Si $B = 5'1750^{m^2}$ y $H = 7'15^{m}$.

$$V = 5'1750^{m} \times 7'15^{m} = 37'001^{m^3}.$$

232. *El volúmen de un prisma* es tambien igual á una de sus caras paralelográmicas F multiplicada por la mitad de su distancia á la arista opuesta (fig. 110). Si $a = 2'30$ y $b = 2'25$ y $d = 7'15$,

$$V = a \times c \times \frac{d}{2} 6 = 2'3 \times 2'25 \times 3'575 = 18'500^{m^3}.$$

233. *El volúmen de una pirámide* (fig. 113) es igual al producto de su base B por el tercio de su altura H.

$$V = B \times \frac{H}{3}.$$

234. *El volúmen de un tetraedro regular*, cuyo lado es c, es igual á $\frac{c^3\sqrt{2}}{12}$ ó bien $c^3 \times 0'1178$. Si $c = 2'3^{m}$, el volúmen será (fig. 111):

$$V = 12'167 \times 0'1178 = 1'433272^{m^3}.$$

235. *El volúmen de un tronco de prisma triangular* es igual á la superficie de la base multiplicada por el promedio aritmético entre las tres alturas (fig. 114). Si $B = 2'30^{m}$, $h = 3'25^{m}$ $h' = 3'17^{m}$ y $h'' = 3'32^{m}$,

$$V = B \times \left(\frac{h \times h' \times h''}{3}\right) = 2'3^{m} \times \left(\frac{3'25 \times 3'17 \times 3'32^{m}}{3}\right) = 7'467^{m^3}.$$

236. *El volúmen* V *de un tronco de pirámide ó de un tronco de cono de bases paralelas* (fig. 115) B y b es igual á: Suponiendo $B = 3'25^{m}$, $b = 2'30^{m}$ y $H = 3'32^{m}$.

$$V = \left(B + b + \sqrt{b \times B}\right)\frac{H}{3} = \left(2'3 + 3'25 + \sqrt{2'3 \times 3'25}\right)\frac{3'32}{3} = 8'742^{m^3}.$$

Observacion. Cuando las bases B y b de un tronco de pirámide ó de un tronco de cono se diferencian poco, el volúmen es igual á la semi-suma de las bases multiplicada por la altura. Si $B = 3'20^{m^2}$, $b = 3'18^{m^2}$, $H = 2'10$, el volúmen será

$$V = \frac{3'20 + 3'18}{2} \times 2'10 = 6'699^{m^3}.$$

237. El *area lateral de un cilindro recto* es igual al contorno b de su base multiplicado por su altura. Si la circunferencia $= 2'3^{m}$ y la altura $= 3'25$, el area será: $A = C \times H$ (fig. 116).

$$A = 2'3 \times 3'25 = 7'475^{m^2}.$$

238. *El area lateral de un cono recto* es igual al perímetro ó contorno de su base multiplicado por la mitad del apotema. Si el perímetro $= 2'3^{m}$ y el apotema $3'25$, el area será: $A = \frac{C \times a}{2}$ (fig. 117)

$$A = 2'3 \times \frac{3'25}{2} = 3'737^{m^2}.$$

239. *El area lateral de un tronco de cono* es igual á la circunferencia trazada á igual distancia de las bases multiplicada por el apotema c (fig. 118).

$$A = 2\pi R \times c$$

Si el contorno $= 2'3^{m}$ y el apotema $c = 3'25^{m}$, el area será $7'475^{m^2}$.

240. *El area de una zona* ó de *un casquete esférico* (1) es igual á una circunferencia del círculo máximo multiplicada por su altura. $A = 2\pi r h$ (fig. 119). Si $2\pi r = 2'3^{m}$, y $h = 3'25^{m}$ el area será:

$$2'3 \times 3'25 = 7'475^{m^2}.$$

241. *El area de la esfera de radio* R es igual á $S = 4\pi R^2$. S $R = 0'5^{m}$.

$$S = 4 \times 3'14 \times 0'25 = 3'14^{m^2}.$$

El area de la esfera de diámetro D es tambien igual á πD^2.

242. *El area de un huso* es igual á su arco multiplicado por el diámetro (fig. 120).

$$S = a \times D.$$

Si $a = 0'53^{m}$ y $D = 1'5$, S será igual á

$$0'53 \times 1'5 = 0'7950^{m^2}$$

(1) Casquete esférico es el tronco de esfera comprendido desde el vértice ó punto culminante hasta el círculo ó base de ese tronco ó porcion esférica.

243. *El volúmen de la esfera* (fig. 121) es igual á $\frac{4\pi}{3}r^3 = 4{'}188 \times r^3$. Si $r=2$, la superficie será: $4{'}88 \times 8 = 33{'}504^{m\,3}$.

El volúmen de la esfera de diámetro D es tambien igual á $\frac{\pi D^3}{6}$.

244. *El volúmen de una cuña esférica* (fig. 122) es igual á $\frac{2}{3}\,ab \times r^3$. Si $r=2{'}5$, se tendrá para el volúmen: $V = \frac{2ab \times 6{'}25}{3}$ y si $ab = 1{'}5$

$$V = \frac{2 \times 1{'}5 \times 6{'}25}{3} = 6{'}250^{m\,3}.$$

245. *El volúmen de una seccion esférica* (fig. 123) es igual á

$$V = \frac{\pi R^2 + \pi r^2}{2} \times h + \frac{\pi h^3}{6}.$$

Siendo los radios R y r bases de la seccion y haciendo $R = 2{'}5^m$, $r = 1{'}40^m$ y $h = 0{'}75^m$, se tendrá:

$$V = \frac{3{'}14 \times 2{'}5^2 + 3{'}14 \times 1{'}4^2}{2} \times 0{'}75 + \frac{3{'}14 \times 0{'}75^3}{6} = 9{'}888^{m\,3}.$$

246. *El volúmen de un segmento esférico de una sola base* (fig. 124) es igual á

$$V = \frac{\pi R^2}{2} \times h + \frac{\pi h^3}{6}.$$

En las mismas condiciones que antes se tendrá

$$V = \frac{3{'}14 \times 2{'}5^2}{2} \times 0{'}75 + \frac{3{'}14 \times 0{'}75^3}{6} = 7{'}577^{m\,3}.$$

G.

LÍNEAS TRIGONOMÉTRICAS.

247. La trigonometria da los medios de hallar por cálculo algunas partes de un triángulo cuando las otras son ya conocidas. La solucion de las cuestiones de esa naturaleza puede ser dada por la geometria con auxilio de construcciones gráficas (§ 125 y sig.); pero las operaciones que han de hacerse para ello son demasiado largas ó necesitan la construccion de figuras muy grandes.

En la aplicacion de los principios matemáticos á las construcciones mecánicas, y particularmente á las máquinas hidráulicas, la resolucion de los triángulos por medio de la trigonometria, aunque no sea indispensable, abrevia las operaciones que hay que hacer y permite ponerlas en fórmulas de una lectura fácil.

248. En una circunferencia de círculo las líneas trigonométricas son las siguientes (fig. 128).

El *seno* y *de un arco* n *ó de un ángulo* a, es la perpendicular BS bajada de uno de los estremos del arco BB′ al radio aB′ ó x que pasa por el otro estremo. Se escribe BS ó y=seno n ó seno del ángulo en el centro a.

La *tangente* t *de un arco* n *ó de un ángulo* a, es la perpendicular BT tirada del estremo B′ de ese arco hasta el punto de encuentro T del radio aB prolongado que pasa por el otro estremo B del arco. Se escribe B′T ó t=tangente del arco n ó del ángulo a.

La *secante* aT *de un arco* n *ó de un ángulo* a, es la parte del radio r prolongado indefinidamente, comprendida entre el centro a de la circunferencia y la tangente t. Se escribe aT=secante del arco n ó del ángulo a.

El *coseno* DB ó c del arco n ó del ángulo a es la perpendicular tirada del estremo B del arco al radio aC paralelo al seno y: la línea aS que forma la base del triángulo rectángulo aBS, siendo igual por construccion al coseno c, se toma generalmente esta base por coseno. Se escribe aS ó x=coseno del arco n ó del ángulo a.

La *cotangente* CG ó g es la paralela al coseno x ó á la base del triángulo rectángulo aSB, trazada del estremo del radio aC hasta el encuentro del radio aB prolongado. Se escribe CG ó g=cotangente del arco n ó del ángulo a.

La *cosecante* aG ó s es la secante r prolongada hasta el encuentro de la cotangente. Se escribe aG ó s=cosecante del arco n ó del ángulo a.

249. En vez de considerar la longitud absoluta de las líneas trigonométricas, puede solamente considerarse su relacion entre sí, ó no considerar, para establecer dicha relacion, más que las líneas del triángulo rectángulo aBS inscrito en el círculo (fig. 128). En otros términos, el radio de círculo en que está inscrito el triángulo rectángulo se toma por unidad de las líneas trigonométricas, y á él se refieren dichas líneas para establecer su relacion. Entonces se tienen las siguientes significaciones empleadas en trigonometria.

Seno del ángulo a ó del arco n es la relacion de $\frac{y}{r}$

Coseno — — — $\frac{x}{r}$

Tangente — — — $\frac{y}{x}$

Cotangente — — — $\frac{x}{y}$

Secante — — — $\frac{r}{x}$

Cosecante — — — $\frac{r}{y}$

Esas relaciones ó razones dispensan de hacer una construccion gráfica y permiten hallar por cálculo el valor numérico de las líneas trigonométricas desconocidas en los diferentes problemas propuestos.

Las siguientes ecuaciones son las que generalmente se emplean para hallar el valor de las líneas de que se trata.

$$\text{Sen.}^2\ a+\text{Cos.}^2\ a=1 \qquad \text{Cos. } a=\frac{1}{\text{Sen. } a}$$

$$\text{Tang. } a=\frac{\text{Sen. } a}{\text{Cos. } a} \qquad \text{Cotang. } a=\frac{\text{Cos. } a}{\text{Sen. } a}$$

$$\text{Sec. } a=\frac{1}{\text{Cos. } a} \qquad \text{Sec.}^2\ a=1+\text{tang.}^2\ a$$

250. Se han hecho tablas que contienen los senos, tangentes, cosenos y cotangentes para ángulos dados, tomando al efecto por unidad el radio del círculo circunscrito (§ 176) ó la hipotenusa del triángulo rectángulo.

TABLA DE SENOS Y TANGENTES

EL RADIO DEL CÍRCULO=10 000 000.

Grados.	Senos.	Tangentes.	Grados.	Senos.	Tangentes.
0	0	0	90	10 000 000	Infinito.
1	174 524	174 551	89	9 998 477	572 899 620
2	348 995	349 208	88	9 993 908	286 362 530
3	523 360	524 078	87	9 986 294	190 811 370
4	697 565	699 268	86	9 975 640	143 006 660
5	871 557	874 887	85	9 961 947	114 300 520
6	1 045 285	1 051 042	84	9 945 218	95 143 645
7	1 218 693	1 227 846	83	9 925 462	81 443 464
8	1 391 731	1 405 408	82	9 902 680	71 153 697
9	1 564 345	1 583 844	81	9 876 883	63 137 515
10	1 736 482	1 763 270	80	9 848 077	56 712 818
11	1 908 090	1 943 803	79	9 816 271	51 445 540
12	2 079 117	2 125 565	78	9 781 476	47 046 301
13	2 249 511	2 308 682	77	9 743 701	43 314 759
14	2 419 219	2 493 280	76	9 702 957	40 107 809
15	2 588 190	2 679 492	75	9 659 258	37 320 508
16	2 756 374	2 867 454	74	9 612 617	34 874 144
17	2 923 717	3 057 307	73	9 563 048	32 708 526
18	3 090 170	3 249 197	72	9 510 565	30 776 835
19	3 255 682	3 443 276	71	9 455 185	29 042 109
20	3 420 202	3 639 702	70	9 396 926	27 474 774
21	3 583 679	3 838 640	69	9 335 804	26 050 891
22	3 746 066	4 040 262	68	9 271 839	24 750 869
23	3 907 311	4 244 749	67	9 205 049	23 558 524
24	4 067 366	4 452 287	66	9 135 454	22 460 368
25	4 226 183	4 663 077	65	9 063 078	21 445 069
26	4 383 712	4 877 326	64	8 987 940	20 503 538
27	4 539 905	5 095 254	63	8 910 065	19 626 105
28	4 694 716	5 317 094	62	8 829 476	18 807 265
29	4 848 096	5 543 090	61	8 746 197	18 040 478
30	5 000 000	5 773 503	60	8 660 254	17 320 508
31	5 150 381	6 008 606	59	8 571 673	16 642 795
32	5 299 193	6 248 694	58	8 480 481	16 003 345
33	5 446 390	6 494 076	57	8 386 706	15 398 650
34	5 591 929	6 745 085	56	8 290 376	14 825 610
35	5 735 764	7 002 075	55	8 191 521	14 281 480
36	5 877 853	7 265 426	54	8 090 170	13 763 819
37	6 018 150	7 535 540	53	7 986 355	13 270 448
38	6 156 615	7 812 856	52	7 880 107	12 799 416
39	6 293 204	8 097 840	51	7 771 460	12 348 972
40	6 427 878	8 390 996	50	7 660 444	11 917 536
41	6 560 590	8 692 868	49	7 547 096	11 503 684
42	6 691 306	9 004 041	48	7 431 448	11 106 125
43	6 819 984	9 325 151	47	7 313 537	10 723 687
44	6 946 584	9 656 888	46	7 193 398	10 355 303
45	7 071 068	10 000 000	45	7 071 068	10 000 000

En esa tabla el radio es 10.000,000, á fin de obtener una mayor aproximacion: si suponemos el radio=1 (suposicion que de todos modos se ha de hacer, ya que debe tomarse el 1 por unidad de comparacion) la razon ó relacion entre el radio y las líneas trigonométricas indicadas en las cabeceras de las columnas de la tabla, deberá dividirse por *diez millones*, es decir, se tomará la diezmillonésima parte del número indicado en la tabla, separando con una coma á la derecha de este número siete cifras decimales. El resultado espresará la relacion entre el radio del círculo ó la hipotenusa del triángulo, cuyo ángulo *a* se ha dado, y el seno ó la tangente de ese ángulo.

EJEMPLO. ¿Cuál es el seno de un ángulo de 20°? En la columna de los grados el número 20 corresponde al número 3.420,202 de la columna de los senos: separando siete cifras con una coma, á contar desde la derecha, resulta 0'3420202, luego esa relacion es 34 centésimas, despreciando los otros números decimales Así pues, si en el triángulo rectángulo de que se trata, la hipotenusa tiene 2 metros de longitud, el seno tendrá $2 \times 0'34 = 0'68^{m}$, y haciendo una operacion análoga para la tangente, se hallaria para su longitud $2 \times 0'36 = 0'72^{m}$. Se entiende que seria preciso tomar un número mayor de cifras decimales, ó de lo contrario el resultado no tendria un grado de aproximacion suficiente.

251. Los arcos y ángulos indicados en las dos columnas de la tabla y en una misma línea horizontal, son complementarios, es decir, su suma da 90°, número de grados contenidos en el cuarto de la circunferencia. Así el ángulo de 20° en la tabla está en la misma línea horizontal que el ángulo de 70°; de donde se sigue que los cosenos y cotangentes de un ángulo están indicados en la misma tabla y su valor es el mismo que el de los senos y tangentes de los ángulos complementarios.

EJEMPLO. El seno del ángulo de 20° será conforme se ha dicho, 0'34 y la tangente 0'36. El coseno será 9'39 ó el seno del ángulo de 70°, y la cotangente 2'70 ó la tangente de 70°; así como la tabla dará por cotangente de ese ángulo 0'36 (tangente del ángulo de 20°), y por coseno 0'34 (seno de este último ángulo).

252. La tabla de los senos puede además servir para trazar ángulos de un número dado de grados, conociendo el seno y la tangente; para lo cual se divide la suma que dan el seno y la tangente conocidos por la suma que dan el seno y la tangente del ángulo de 1°.

EJEMPLO. El seno de un ángulo es 0'34202 y su tangente es 0'36397. ¿Cuál es el número de grados de ese ángulo?

$0'34202 + 0'36397 = 0'70599$ es la suma del seno y de la tangente del ángulo buscado; segun la tabla, $0'017452 + 0'017455 = 0'03490$, suma del seno y de la tangente del ángulo de 1°; luego el valor del ángulo buscado será $\frac{0'70599}{0'03490} = 20^{\circ}$, ó ${}^{25}/_{100}$ ó 20 grados, 15 minutos, dividiéndose el grado en 60 minutos.

Hay tablas en que los ángulos y sus senos y tangentes están calculados de minuto á minuto: deben usarse cuando se trata de calcular los diferentes elementos de un triángulo de muy grandes dimensiones; pero en la mayoria de los casos de la práctica industrial, la tabla calculada grado á grado da una aproximacion suficiente.

NOTA. Se puede calcular el valor de un ángulo por el seno solamente, dividiendo el seno de este ángulo por el del ángulo de 1°; y en este caso el error es en *ménos*. El cálculo de la tangente, es decir, la division de la tangente del ángulo buscado por el del ángulo de 1° da un error en *más*.

Resolucion de los triángulos rectilíneos.

253. *Principios y fórmulas generales*. En *todo triángulo rectilíneo cualquiera*, 1.° los senos de los ángulos son como los lados opuestos á esos ángulos; 2.° el radio de las tablas supuesto=1, el cuadrado de un lado cualquiera del triángulo iguala la suma de los cuadrados de los otros dos lados, ménos dos veces el producto de esos mismos lados por el coseno del ángulo que comprenden; 3.° la suma de dos lados cualesquiera es á su diferencia como la tangente de la semi-suma de los ángulos opuestos á esos lados es á la tangente de la semicircunferencia de esos mismos ángulos.

Si el *triángulo es rectángulo* y se hace el radio de las tablas=1; 1.° un lado cualquiera del ángulo recto es el producto de la hipotenusa por el coseno del ángulo agudo comprendido; 2.° uno de los lados del ángulo recto es el producto del otro lado por la tangente del ángulo opuesto al primero.

Esos teoremas bastan para la resolucion de todos los triángulos rectilíneos, y las fórmulas que siguen, son su traduccion algebraica.

254. *Triángulos rectángulos*. Sean en general *b* la base, *h* la altura, *l* la hipotenusa de un triángulo, y B, H, L los ángulos respectivamente opuestos á esos lados; y se tiene (fig. 129).

$l = \sqrt{h^2 + b^2} = h \text{ sec. B} = b \text{ sec. H}.$

$b = \text{L cos. H} h = \text{cotang. H} = \sqrt{l^2 - h^2} = h \text{ tang.} = \text{B}.$

$h = b \text{ tang. H} = l \text{ sen. H} = l \text{ cos. B} = \sqrt{l^2 - b^2} = \sqrt{(l+b)(l-b)}$

$L=90^\circ=B+H$; tang. B cotang. $H=\frac{b}{h}$.

Cos. B=sen. $H=\frac{h}{l}$; $l-b=h$ tang. $^1/_2$ H.

Cos. H=sen. $B=\frac{b}{l}$; $l-h=h$ tang. $^1/_2$ B.

255. *Triángulos oblicuángulos.* Designando por A, B, C los ángulos de esos triángulos, y por a, b, c los lados respectivamente opuestos á esos ángulos, se tiene directamente partiendo de dichos principios (figura 127):

$$A+B+C=180^\circ.$$

$$a=\sqrt{b^2+c^2-2\,bc \text{ cos. } A}=\frac{b \text{ sen. } A}{\text{sen. } B}=\frac{c \text{ sen. } A}{\text{sen. } C}.$$

$$b=\sqrt{a^2+c^2-2\,ac \text{ cos. } B}=\frac{a \text{ sen. } B}{\text{sen. } A}=\frac{c \text{ sen. } B}{\text{sen. } C}.$$

$$c=\sqrt{a^2+b^2-2\,ab \text{ cos. } C}=\frac{a \text{ sen. } C}{\text{sen. } A}=\frac{b \text{ sen. } C}{\text{sen. } B}.$$

1.° *y* 2.° *casos.* Esas ecuaciones resolverán en general los casos en que se conocen dos ángulos y un lado, ó bien dos lados y el ángulo opuesto á uno de estos; si bien como para este último caso, uno de los ángulos buscados podrá no estar determinado más que por un seno, y como un seno corresponde á dos arcos suplementarios, habrá dos soluciones, á ménos que el enunciado ó las condiciones de la cuestion hagan inadmisible una de aquellas.

3.^{er} *caso.* Si no se conocen más que dos lados y el ángulo que comprenden, b, c y A, por ejemplo, el tercer principio dará inmediatamente la relacion:

tang. $^1/_2$ $(C-B)=\frac{c-b}{c+b}$ tang. $^1/_2$ $(C+B)=\frac{c-b}{c+b}$ cotangente $^1/_2$ A (1).

(1) Tambien se tendria sen. C—sen. $B=\frac{c-b}{c+b}$ (sen. C+sen. B). En general la suma, en todo triángulo rectilíneo, de dos lados es á su diferencia como la suma de los senos de los ángulos opuestos es á la diferencia de estos senos.

Or $\frac{C+B}{2}=\frac{180-A}{2}=90^\circ-{}^1/_2\,A={}^1/_2$ suma $^1/_2\,s$,

y haciendo $\frac{C-B}{2}={}^1/_2$ diferencia $={}^1/_2\,d$, resulta

$$C={}^1/_2\,s+{}^1/_2\,d \quad \text{y} \quad B={}^1/_2\,s-{}^1/_2\,d.$$

4.° *caso.* En fin, si no se conociesen más que los tres lados a, b, c, se hallaria un ángulo cualquiera, A, por ejemplo, con el empleo de la fórmula siguiente que se deduce del segundo principio y en la que se hace p el perímetro $a+b+c$ del triángulo$=2\,p$,

$$\text{sen. } {}^1/_2\,A=\sqrt{\frac{(p-b)\,(p-c)}{bc}};\quad \text{cos. } {}^1/_2\,A=\sqrt{\frac{p\,(p-a)}{bc}}.$$

$$\text{tang. } {}^1/_2\,A=\sqrt{\frac{(p-b)\,(p-c)}{p\,(p-a)}}.$$

Tambien se tendria observando que los dos segmentos x é y de la base determinados por la perpendicular tirada del ángulo que le es opuesto están indicados por:

$$x+y=b \text{ y } x-y=\frac{(a+c)\,(a-c)}{b},$$

de donde se deduce:

$$\text{cos. } A=\frac{y}{c};\ \text{cos. } C=\frac{x}{a} \text{ y } B=180^\circ-(A+C).$$

Siempre es más conveniente determinar el valor de los ángulos en virtud del de su *tangente,* y conviene sobre todo evitar el empleo del *seno* cuando el ángulo dista poco de tener 90°, y el del *coseno* cuando este ángulo es muy pequeño.

SEGUNDA PARTE

Mecánica elemental.—Trasformacion de movimientos.—Resistencia de materiales.

MECÁNICA

TIEMPO.—MOVIMIENTO.—VELOCIDAD.

256. La mecánica es la ciencia que trata de la accion de las fuerzas sobre los cuerpos. Se divide en dos partes, á saber:

La estática y la dinámica.

La estática comprende el estudio de las leyes de equilibrio.

La dinámica comprende el estudio de las leyes de movimiento de los cuerpos.

257. *Tiempo: su medida.* El tiempo es la série ó sucesion no interrumpida de movimientos idénticos. Su unidad de medida es *el dia*. El dia se divide en 24 horas; la hora en 60 minutos; el minuto en 60 segundos, etc.

El dia es el espacio que trascurre entre dos pasos sucesivos del centro del sol por delante de un mismo meridiano.

258. *Movimiento: reposo.*—El movimiento es el estado de un cuerpo que cambia de lugar; y el reposo es por el contrario su permanencia en el lugar que ocupa.

259. *Movimiento uniforme, movimiento variado.*—El movimiento de un cuerpo es uniforme cuando recorre espacios iguales en tiempos iguales; y variado cuando el cuerpo recorre en tiempos iguales espacios desiguales.

260. *Velocidad lineal.*—Llámase velocidad el espacio recorrido durante la unidad de tiempo adoptada. Segun esa definicion, el valor de la velocidad es constante, si el movimiento del cuerpo es uniforme; pero si el movimiento es variado, el valor de la velocidad puede cambiar á cada instante, si bien para simplificar los cálculos se considera la velocidad media, es decir la que tomaria el móvil si animado por movimiento uniforme, recorriese en el mismo tiempo el espacio que recorre cuando está animado de un movimiento variado.

Al objeto de establecer las relaciones que existen entre la velocidad, el espacio recorrido y el tiempo, representemos por v la velocidad lineal, por e el espacio recorrido, y por t el tiempo del espacio recorrido.

$$\text{la fórmula } v=\frac{e}{t} \qquad (\text{n.}^{\circ}\ 1)$$

espresará que la velocidad por segundo es igual al espacio recorrido dividido por el tiempo.

Ejemplo. Un espacio de 30 metros es recorrido en 5 segundos por un móvil: ¿cuál es su velocidad por segundo?

Segun la fórmula (n.° 1), la velocidad del móvil será:

$$v=\frac{30^{m}}{5}=6^{m} \text{ por segundo.}$$

De la fórmula precedente se deducen las dos siguientes:

$$e=vt \qquad (\text{n.}^{\circ}\ 2)$$

lo cual indica que el espacio es igual á la velocidad multiplicada por el tiempo del curso ó carrera que el móvil recorre.

$$t=\frac{e}{v} \qquad \text{(n.° 3)}$$

es decir que el tiempo es igual al espacio recorrido dividido por la velocidad.

261. *Velocidad angular: su medida.* Llámase velocidad angular de un cuerpo que gira alrededor de un eje, la velocidad de un punto de ese cuerpo que dista del eje una unidad de longitud.

Si n representa el número de vueltas por minuto, 2π representará el camino recorrido en una vuelta, y la velocidad angular por segundo será:

$$V_1=\frac{2\pi n}{60}=\frac{\pi n}{30}=\frac{3'14\times n}{30} \qquad \text{(n.° 4)}$$

OBSERVACION. Siendo los arcos descritos por los diferentes puntos del cuerpo proporcionales á su radio se obtendrá la velocidad de un punto cualquiera multiplicando la velocidad angular por la distancia del punto dado al eje de rotacion.

EJEMPLO. Una rueda da 18 vueltas por minuto ¿cuál es la velocidad de uno de esos puntos distando del centro $3'25^m$?

La velocidad angular $V_1=\frac{3'14\times 18}{30}=1'885^m$ por segundo (véase n.° 4), y la velocidad del punto considerado $V_1=1'885^m\times 3'45^m=6'50^m$ por segundo.

Caida de los cuerpos.

262. *Pesantez y ley de las velocidades.* La pesantez ó *gravedad* es la causa desconocida que atrae todos los cuerpos hácia el centro de la tierra.

Las diferentes leyes relativas á la caida de los cuerpos han sido comprobadas en virtud del plano inclinado de Galileo y con la máquina llamada de Atwood. Se ha reconocido: 1.° que un cuerpo pesante salido del reposo y abandonado á sí mismo adquiere una velocidad proporcional al tiempo trascurrido.

Esa velocidad es de $9'81^m$ al cabo de un segundo; de $9'81^m\times 2$ al cabo de 2 segundos; de $9'81\times 3$ á los tres segundos, etc... Luego, si designamos con v la velocidad adquirida al cabo del tiempo t, y con g la velocidad adquirida segun la primera unidad de tiempo, tendremos:

$$v:t::g:1; \text{ de donde } v=gt... \text{ (n.° 5)}.$$

En esta fórmula $g=9'81^m$.

EJEMPLO. ¿Cuál es despues de 5 segundos la celeridad alcanzada por un cuerpo que cae libremente?

$$v=9'81^m\times 5=49'05^m.$$

263. *Ley de los espacios.*—La esperiencia ha demostrado que un cuerpo que cae durante t segundos con una velocidad inicial=0 y una velocidad final $v=gt$, recorre el mismo espacio que si cayese con una velocidad media entre 0 y gt, es decir con la velocidad $\frac{gt}{2}$.

Se ve, pues, que el espacio recorrido durante t segundos es la mitad de la velocidad adquirida en el mismo tiempo.

Los espacios son entre sí como los cuadrados de los tiempos empleados en recorrerlos, es decir que si los tiempos son como los números

1, 2, 3, 4

los espacios recorridos serán como los cuadrados

1, 4, 9, 16.

De lo dicho resulta que si llamamos e el espacio recorrido durante el tiempo t

y $\frac{g}{2}$ el espacio recorrido durante la primera unidad de tiempo, tendremos:

$$e:\frac{g}{2}::t:21$$

y por consiguiente

$$e=\frac{gt^2}{2} \text{ .... (n.° 6).}$$

EJEMPLO. ¿Cuál es la profundidad p de un pozo, sabiendo que una bala de plomo, soltada, emplea 4 segundos para llegar al fondo?

$$e=\frac{9'81^m\times\overline{4}^2}{2}=78'48^m \text{ que es el valor de } p.$$

OBSERVACION. Puede espresarse la velocidad en funcion del espacio recorrido eliminando el tiempo t entre las dos fórmulas $v=gt$ y $e=\frac{g\overline{t}^2}{2}$. Notemos al efecto que de la fórmula (n.° 5) se deduce $t=\frac{v}{g}$, de donde $t^2=\frac{v^2}{g^2}$. Reemplazando t^2 por su valor en la fórmula (n.° 6) resulta: $e=\frac{gv^2}{2g^2}=\frac{v^2}{2g}$; y sacando el valor de v se obtiene $v=\sqrt{2ge}$.

Esa última fórmula permite calcular la velocidad adquirida por un cuerpo despues de recorrer un espacio dado.

EJEMPLO. ¿Cuál es la velocidad adquirida por un cuerpo despues de recorrer un espacio de 36^m?

$$v=\sqrt{2\times9'81^m\times36}=26'57^m.$$

Peso y densidad de los cuerpos.

264. *Peso de un cuerpo.* Llámase peso de un cuerpo la accion particular de la pesantez de este cuerpo.

La unidad de peso admitida generalmente es el gramo que equivale al peso de un centímetro cúbico de agua destilada, tomada á la temperatura de 4 grados centígrados.

El comercio ha adoptado el kilógramo como unidad de peso.

265. *Densidad.*—La densidad de un cuerpo es la relacion de su peso bajo cierto volúmen al de un volúmen igual de agua.

Esto sentado y á fin de establecer las relaciones que existen entre el peso, el volúmen y la densidad, consideremos un volúmen de agua v centímetros cúbicos: su peso será de v gramos, ya que cada centímetro cúbico de agua pesa 1 gramo.

Si consideramos un cuerpo d veces más denso su peso será d veces veces mayor, y por lo tanto igual al número de gramos espresado por el producto $v\times d$.

Designando por p este peso, tendremos:

$$p=v\times d \qquad \text{(n.° 7)}$$

Es decir, el peso de un cuerpo es igual al producto de su volúmen por su densidad.

EJEMPLO. ¿Cuál es el peso de un riel de oro cuyo volúmen es 15^{cm^3} y su densidad $19'3$?

$$p=15\times19'3=289'5^{gr.}$$

De la fórmula (n.° 7) se deduce $v=\frac{p}{d}$, fórmula que da á conocer el volúmen en *centímetros* ó *decímetros cúbicos*, segun esté espresado el peso en *gramos* ó *kilógramos*.

EJEMPLO. ¿Cuál es el volúmen v de una barra de hierro cuyo peso es 25^{kg} y la densidad $7'78$?

$$v=\frac{25}{7'78}=3'213^{dcm^3}.$$

266. *Masa de un cuerpo.*—Llámase masa de un cuerpo la cantidad de materias ó moléculas materiales que contiene. Fácil es comprender que un cuerpo cuya masa es doble, triple, etc. de otra, es tambien dos, tres, etc., veces más pesado, ó más generalmente dicho, que las masas de los cuerpos son proporcionales á su peso.

267. *Unidad de masa.* La unidad de masa es una cantidad que corresponde á un peso de $9'81^k$, número cuyo valor es abstracto y es el mismo que el de la gravedad.

La masa de un cuerpo se obtiene dividiendo el peso de ese cuerpo espresado en kilógramos por $9'81$.

EJEMPLO. ¿Cuál es la masa de un cuerpo cuyo peso es de 500 kilógramos?

Sean m la masa de un cuerpo

p, su peso en kilógramos.

Segun la anterior definicion tendremos:

$$m=\frac{p}{9'81}=\frac{500}{9'81}=50'9.$$

Esto es, la masa de un cuerpo que pesa 500 kilógramos equivale á 51 veces la unidad de masa.

268. *Inercia.* La inercia es la indiferencia de la materia al reposo y al movimiento. Es decir, la materia permanecerá en reposo mientras que una causa esterior no la saque de tal estado, así como seguirá un movimiento despues de habérselo dado, si causas de paro que estén fuera de ella no la detienen.

269. *Fuerza.* Se llama fuerza toda causa capaz de producir el movimiento ó modificarlo.

Entre los elementos que bastan para determinar una fuerza se distingue:

1.° Su intensidad que espresa su relacion con otra fuerza tomada por unidad;

2.° Su punto de aplicacion, que es aquel sobre el cual ejerce inmediatamente su accion;

3.° Su direccion que es la recta en cuyo sentido debe moverse el cuerpo.

Una fuerza es instantánea cuando no obra sobre un móvil más que durante un momento infinitamente corto. Los movimientos producidos por esplosiones, choques, etc., pueden conceptuarse debidos á fuerzas instantáneas.

Una fuerza es continua cuando sin cesar repite su accion sobre el móvil. Un cuerpo que caiga sobre nuestro globo está sometido á la accion de una fuerza contínua.

OBSERVACION. Una fuerza instantánea produce un movimiento uniforme rectilíneo, y una fuerza contínua produce un movimiento variado.

270. *Medida de las fuerzas.* Medir una fuerza es buscar cuantas veces contiene otra tomada por unidad.

Pueden las fuerzas apreciarse por su efecto, y pueden asimilarse al efecto producido por pesos espresados en kilógramos, y por tanto el kilógramo es unidad de fuerza.

271. *Dinamómetro.* Para evaluar la intensidad de una fuerza se usa una romana ó el dinamómetro (fig. 133). La parte principal de ese instrumento es un resorte de acero formado de dos hojas iguales y opuestas cuyos estremos están reunidos por chapas por medio de pernos. Un anillo está sujeto á una de las hojas y un garfio al otro. Se varian las dimensiones de tales resortes segun la presion que deben soportar.

Cuando se quiere graduar el dinamómetro se suspende por el anillo en un punto fijo; se va cargando de pesos cada vez mayores, y se marcan á cada peso los puntos en que se para la aguja.

En la figura 133 la hoja de acero encorvada y sensible se cierra tanto más cuanto mayor es la fuerza que obra en F. El peso 10^k suspendido en A cuando el instrumento está fijo por el anillo B, hace doblar la hoja hasta la division 10 marcada en la escala E.

Composicion de las fuerzas.

272. *Equilibrio.* Cuando varias fuerzas no modifican en modo alguno el estado de inmovilidad ó de movimiento de un cuerpo se dicen que hacen equilibrio.

273. *Resultante.* Se llama resultante la fuerza única capaz de producir en un cuerpo el mismo efecto que varias fuerzas dadas.

274. *Componentes.* Esas últimas toman el nombre de componentes.

La resultante de varias fuerzas de igual direccion es igual á la suma de las fuerzas ejercidas en un sentido, ménos la suma de las fuerzas ejercidas en el otro, y actua en el sentido de las fuerzas cuya suma es mayor.

275. *Fuerzas concurrentes.* Las fuerzas concurrentes son aquellas cuyas direcciones se cortan en un mismo punto, que puede ser considerado como siendo el punto de aplicacion de todas las fuerzas dadas.

276. *Resultante de dos fuerzas concurrentes.* Si dos fuerzas P y Q de magnitud y direcciones diferentes están representadas en magnitud y direccion por los dos lados de un paralelógramo, su resultante R está representada en magnitud y direccion por la diagonal de ese paralelógramo.

Supongamos que el móvil m (fig. 135) está sometido á la sola accion de la fuerza P: recorrerá en la direccion mP y los caminos ma, ab, bP. Si por el contrario el móvil no obedece más que á la sola accion de la fuerza, Q estará en movimiento segun la direccion mQ y recorrerá en los mismos tiempos los caminos mc, cd, dQ, tales que ma, ab, bP tengan con mP las mismas relaciones que mc, cd, dQ tienen con mQ. Supongamos ahora que se somete á la accion de la fuerza Q el móvil que llega á a; en el mismo tiempo recorrerá la distancia ar paralela é igual á mc.

Operando de una manera análoga cuando el móvil llega al punto b, al punto P, se nota que se encuentra despues de cada movimiento sobre la diagonal de los diversos paralelógramos construidos en la direccion de las dos fuerzas P y Q.

Además, si se consideran los triángulos mar, nPR, esos triángulos son semejantes como teniendo un ángulo igual comprendido entre lados proporcionales, pues $\frac{m}{m\text{P}} = \frac{ar}{\text{PR}}$ y por consiguiente los ángulos amr, PmR son iguales, y los lados mr, mR determinan la posicion en línea recta de los tres puntos m, r, R.

Luego, la diagonal mR representa en magnitud y direccion la resultante de las fuerzas P y Q.

277. 1.° Se puede descomponer una fuerza en otras dos que actuen en direcciones dadas.

2.° La resultante es menor que la suma de las componentes y mayor que su diferencia;

3.° Tres fuerzas concurrentes (fig. 136) situadas en el mismo plano forman equilibrio cuando cada una de ellas es igual y está directamente opuesta á la diagonal del paralelógramo construido con líneas que representan las otras dos fuerzas.

278. Cuando varias fuerzas concurrentes Pm, qm, tm, S (fig. 137) actuan en diversas direcciones situadas ó no en el mismo plano, se busca ante todo la resultante de dos de ellas; luego se compone esa resultante con otra fuerza, y así sucesivamente hasta que se hayan calculado todas las fuerzas. La última resultante obtenida mR es la resultante general.

Observacion. Cuando la última resultante mR y la última fuerza ym (fig. 138) son iguales y están directamente opuestas todas las fuerzas, forman equilibrio.

279. *Fuerzas paralelas.* Llámanse fuerzas paralelas aquellas cuyas direcciones son paralelas.

280. *Resultante de dos fuerzas paralelas.*—Teorema.—Si dos fuerzas paralelas y de una misma direccion se aplican á los dos estremos de una recta rígida ab (fig. 139), la resultante es igual á la suma de las componentes, les es paralela, actua en el mismo sentido, y su punto de aplicacion divide la recta ab en partes inversamente proporcionales á las dos fuerzas P y Q.

1.° Puede admitirse sin demostracion que la resultante de dos fuerzas paralelas es igual á su suma, que se mueve en el mismo sentido y que tiene la misma direccion.

2.° Para determinar el punto de aplicacion de esa resultante (fig. 139) supongamos la recta *ab* solicitada por dos fuerzas *m*, *m'* iguales y directamente opuestas; busquemos luego las resultantes de las fuerzas *m* y P, *m'* y Q. Esas resultantes convergen en un punto *o*, que puede considerarse como punto de aplicacion de las cuatro fuerzas *m*, *m'*, P, Q. Ahora bien, las dos fuerzas *m* y *m'* se destruyen, y las dos fuerzas P y Q se se añaden para actuar segun la línea *oc*, que es paralela y del mismo sentido que las líneas *a*P, *b*Q.

El punto *c* será el punto de aplicacion de la resultante R.

En efecto, los triángulos semejantes *oca*, *a*P*s*, dan:

$$\frac{oc}{ca}=\frac{Pa}{Ps}=\ldots\ldots\ldots\frac{P}{m}$$

y los triángulos semejantes *ocb*, *b*Q*s'*, dan:

$$\frac{oc}{cb}=\frac{Qb}{Qs}=\ldots\ldots\ldots\frac{Q}{m}.$$

Siendo iguales los estremos en esas dos proporciones, los medios son inversamente proporcionales, y resulta:

$$\frac{P}{Q}=\frac{cb}{ca}\ldots\ldots \text{(n.° 8)}.$$

EJEMPLO. Determinar con el cálculo la posicion del punto de aplicacion de la resultante de las dos fuerzas P y Q.

Utilicemos para esto (fig. 140) la fórmula (n.° 8), de la cual se deduce:

$$\frac{P+Q}{Q}=\frac{cb+ca}{ca}$$

Observando que $P+Q=R$, y $cb+ca=ab$, se escribirá:

$$\frac{R}{Q}=\frac{ab}{ca}$$

de donde:

$$ca=\frac{Q\times ab}{R}=\frac{9^k\times 1'38}{27}=0'46^m.$$

Por un cálculo semejante se encontraria $cb=0'92^m$.

281. *Composicion de un número cualquiera de fuerzas paralelas.*—Cuando las fuerzas son de igual sentido (fig. 141), se busca ante todo la resultante de dos de ellas, luego se compara esa resultante con otra fuerza, y así sucesivamente hasta operar sobre todas las fuerzas. La última resultante obtenida es la general.

Si las fuerzas actuan unas en un sentido y otras en el opuesto, se componen las de cada grupo á fin de reducir el sistema á dos fuerzas paralelas y de sentido contrario.

Centro de gravedad de los cuerpos sólidos.

282. Todos los cuerpos tienen la propiedad de ser pesados, es decir, todas sus partículas están constantemente sometidas á la accion de la pesantez.

De ahí se desprende que un cuerpo puede considerarse como solicitado por gran número de fuerzas paralelas.

La resultante de todas esas fuerzas es evidentemente el peso del cuerpo, y su punto de aplicacion toma aquí el nombre de *centro de gravedad.*

Determinacion práctica del centro de gravedad. Para encontrar el centro de gravedad de un cuerpo sólido se le puede suspender de un hilo por un punto de la superficie, y como se mantiene en equilibrio, es menester que su peso sea destruido por la resistencia del punto fijo, lo cual exige que la direccion del hilo pase por el centro de gravedad del cuerpo.

Repitiendo la misma operacion al suspenderle por otro punto de su superficie, tomará nueva posicion de equilibrio, y la prolongacion del hilo pasará por el centro de gravedad.

Ese punto que debe pertenecer á la vez á las dos líneas *ab* y *cd* (fig. 142), no puede encontrarse más que en su interseccion *g.*

283. *Centro de gravedad de figuras planas.* Cuando una superficie está cortada por una recta en partes simétricas, si se aisla con el pensamiento una molécula situada á un lado de esa recta, existe otra al otro lado colocada exactamente de la misma manera con respecto á esa recta.

Si se corta la superficie en partes simétricas por una segunda recta, se obtiene el mismo efecto, y la interseccion de esas dos rectas determina la posicion del centro de gravedad de la superficie.

De lo que antecede se deduce que el centro de gravedad de una recta está situada en medio de su longitud.

El centro de gravedad de un paralelógramo está situado en el encuentro de las líneas que le dividen en partes simétricas.

284. *Centro de gravedad de la superficie de un triángulo.*—Para obtener el centro de gravedad de un triángulo (fig. 143) se une un vértice en medio del

lado opuesto. La línea *cd* divide el triángulo en dos partes simétricas, pues si se designan secciones paralelas á la base *ab*, están divididas en dos partes iguales por la línea *cd*. Esa línea contiene pues el centro de gravedad.

Probaríase además que el centro de gravedad está situado en la línea *af* que junta el vértice *a* en el medio *f* por el lado opuesto. Luego se encuentra en la interseccion de las dos líneas *cd* y *af*. De ahí resulta que para obtener el centro de gravedad de un triángulo, se ha de buscar la interseccion de las dos líneas medias *cd*, *af*.

Se notará que ese punto está situado en una línea media en el tercio á partir de la base del triángulo, y en los dos tercios á partir del vértice.

285. *Centro de gravedad de la superficie de un trapecio.*—Por un razonamiento semejante al anterior se demuestra que el centro de gravedad de un trapecio (fig. 144) está situado en la línea *fh* que junta los medios de las bases paralelas; luego descomponiendo el trapecio en dos triángulos *abc*, *acb*, se buscan los centros de gravedad de cada uno de ellos y se juntan por la línea *mn*: el encuentro de esa recta con *fh* da el centro de gravedad del trapecio *abcd*.

286. *Centro de gravedad de la superficie de un polígono.*—Para determinar el centro de gravedad de un polígono (figs. 145 y 146) puede descomponerse ese polígono en triángulos, y suponer el peso de cada uno de ellos concentrado en su centro de gravedad. Siendo proporcional cada peso á la superficie correspondiente, se compondrán esas diferentes fuerzas por la teoria de las fuerzas paralelas (§ 280).

Del trabajo de las fuerzas y de su medida.

287. *Trabajo de una fuerza.*—El trabajo de una fuerza es el producto de la intensidad de esa fuerza por el camino que recorre su punto de aplicacion.

La intensidad de la fuerza empleada se mide en kilógramos y el camino ó trecho recorrido en metros.

288. *Kilográmetro ó unidad dinámica.*—Para espresar el trabajo de una fuerza ha sido menester compararlo con una unidad de igual naturaleza. Esa unidad lleva el nombre de kilográmetro y corresponde al trabajo necesario para elevar un peso de un kilógramo á un metro de altura. Se escribe K^{lgt}. ó K^{lmt}.

Ejemplo. ¿Cuál es el trabajo desarrollado por un caballo enganchado á un carruaje, haciendo un esfuerzo medio de 70^{k} en un trayecto de 50^{m}?

Si el esfuerzo fuera de 1^{k} y el trecho 1^{m} el trabajo seria de 1^{klmt}; para un esfuerzo de 70^{k} el trabajo seria de 70^{klmt}, y en un trecho de 50^{m}, el trabajo seria de $70 \times 50 = 3500^{klmt}$ (§ 287).

Por ese ejemplo se ve que el trabajo es proporcional al esfuerzo y al trecho recorrido, de suerte que puede tomarse el producto de esas dos cantidades para medir el trabajo. De donde resulta que si el esfuerzo ejercido es dos, tres... veces más pequeño y al propio tiempo el trecho recorrido es doble, triple..., la cantidad de trabajo será la misma.

Eso es lo que espresa este axioma:

Lo que se gana en fuerza se pierde en velocidad.

289. *Caballo de vapor.* El caballo de vapor es la especie de unidad que sirve para evaluar el trabajo de las máquinas. Corresponde á 75^{klmt} por segundo, ó 75_{k} elevados á 1^{m} en un segundo.

Para espresar en caballos de vapor el trabajo de una máquina evaluada en kilográmetros por segundo, basta dividir por 75 ese número de kilográmetros.

Ejemplo. Siendo la potencia de una máquina de 1950^{kmlt} por segundo, ¿cuál es su fuerza en caballos de vapor?

$$\text{El número de caballos buscado} = \frac{1950}{75} = 26^{\text{ cab}}.$$

290. *Fuerza viva.* La fuerza viva de un cuerpo en movimiento es el producto de la masa de ese cuerpo por el cuadrado de su velocidad.

Sea V la velocidad comunicada á la masa M.

La espresion de la fuerza viva será:

$$MV^2 \qquad (\text{n.}^\circ\ 9)$$

291. *Medida del trabajo desarrollado por la pesantez.* El trabajo T desarrollado por la pesantez es igual á la mitad de la fuerza viva.

$$T = \frac{MV^2}{2} \qquad (\text{n.}^\circ\ 10)$$

En efecto, cuando un peso P cae de una altura A desarrolla un trabajo representado por $P \times A$, y adquiere una velocidad $V = \sqrt{2gA}$ (véase el § 263). Ahora bien, si se espresa el peso P en funcion de su masa M y la altura A en funcion de la velocidad V se obtiene:

$$P = Mg \text{ y } A = \frac{V^2}{2g}.$$

Y el trabajo $P \times A$ desarrollado por la pesantez resulta:

$$\frac{MV^2}{2} \qquad (\text{n.}^\circ\ 11)$$

292. *Medida del trabajo absorbido por la inercia.*

Por lo dicho en el párrafo anterior se ve: 1.° que para hacer pasar un cuerpo de la velocidad o á la velocidad V, se ha de gastar una cantidad de trabajo igual á la mitad de la fuerza viva adquirida. El trabajo *i* absorbido por la inercia será pues:

$$i=\frac{MV^2}{2} \qquad \text{(n.° 11)}$$

2.° Que para hacer pasar un cuerpo de la velocidad V á la velocidad V', el trabajo absorbido por la inercia será igual á la diferencia de las cantidades de trabajo necesarias para producir separadamente cada una de las velocidades. El trabajo absorbido por la inercia es en tal caso:

$$i=\frac{M}{2}(V'^2-V^2)... \qquad \text{(n.° 12)}$$

EJEMPLO. Un vagon pesa 8000^k, tiene una velocidad de 3^m por segundo. Pregúntase cuál es la cantidad de trabajo necesaria para comunicarle una velocidad de 5^m. El trabajo buscado será:

$$\frac{8000}{2\times 9{,}81}\left(5^2-3^2\right)=6523^{klmt}.$$

Util es observar que el producto MV^2 espresa el efecto dinámico de una fuerza motriz y que es de igual naturaleza que el trabajo de esa fuerza.

293. *Fuerza centrífuga.* Se llama fuerza centrífuga la tendencia de un cuerpo á huir ó alejarse del centro alrededor del cual está obligado á girar.

Haciendo mover un cuerpo al cual se imprime una fuerza creciente, se comprende que seria posible aumentar bastante esa fuerza para que llegase á ser mayor que la fuerza de cohesion. Entonces las diversas partes del cuerpo que gira, serian proyectadas en sentido de la tangente del círculo descrito.

El valor de la fuerza centrífuga es proporcional á la masa del cuerpo, al cuadrado de la velocidad, y es inversamente proporcional al radio de la circunferencia descrita.

Se espresa con esta fórmula:

$$F=\frac{MV^2}{r}=\frac{P\times V^2}{9{,}81\times r}.... \qquad \text{(n.° 13)}$$

EJEMPLO. Una bala de 15^k colocada al estremo de un radio de $1{,}60^m$ tiene una velocidad de 5^m por segundo. Se desea saber con que intensidad actua la fuerza centrífuga.

$$F=\frac{15\times 25}{9{,}81\times 1{,}6}=23{,}8^k.$$

Condiciones de equilibrio en las máquinas simples.

294. *Principio de los trabajos elementales.* El principio de los trabajos elementales se enuncia de la manera siguiente:

Cuando una máquina está animada de un movimiento uniforme bajo la accion de fuerzas de intensidad y direccion diferentes, se dice que todas esas fuerzas se equilibran si el trabajo que produce la potencia durante cierto tiempo, es igual al trabajo producido por la resistencia durante el mismo tiempo.

Esa especie de equilibrio de una máquina en movimiento ha recibido el nombre de *equilibrio dinámico.*

Segun ese enunciado el problema general relativo al equilibrio de las máquinas consiste *en determinar las condiciones necesarias para que haya igualdad durante el mismo tiempo entre el trabajo de la potencia y el trabajo de la resistencia.*

295. *Equilibrio de la palanca.* La palanca es una barra rígida apoyada en uno de sus puntos, que se supone fijo alrededor del cual puede girar libremente. En general la palanca no es solicitada más que por dos fuerzas situadas en un mismo plano (fig. 147), siendo la potencia aquella que tiende á producir el movimiento, y la resistencia aquella que se le opone.

El *brazo de palanca de una fuerza* con respecto á un punto, se mide por la longitud de la perpendicular bajada de este punto sobre la direccion de la fuerza.

El *momento de una fuerza* con respecto á un punto, es el producto de la intensidad de esa fuerza por su brazo de palanca.

Propongámonos determinar las condiciones de equilibrio. Para que la potencia y la resistencia estén en equilibrio, es menester que las intensidades de esas dos fuerzas sean inversamente proporcionales á sus brazos de palança; es decir, llamando P la potencia, R la resistencia, *ab* la palanca de la resistencia y *bc* la palanca de la potencia, tendremos:

$$P\times ab=R\times bc..... \qquad \text{(n.° 14)}$$

Y segun el principio de los trabajos elementales, el trabajo de la potencia correspondiente al movimiento de la palanca debe siempre ser igual al trabajo de la resistencia correspondiente al mismo movimiento. Así se tendrá:

$$P\times aa'=R\times cc',\ \text{ó bien}\ \frac{P}{R}=\frac{cc'}{aa'}$$

Mas siendo los arcos semejantes proporcionales á sus radios resulta:

$$\frac{cc'}{aa'}=\frac{bc}{ab}$$

Luego:

$$\frac{P}{R}=\frac{bc}{ab}$$

ó $P\times ab=R\times bc$.

Ejemplo. Sean $ab=1'80^m$, $bc=0'60^m$, y $R=450^k$: se pregunta cual será la fuerza P capaz de mantener la palanca en equilibrio. Se tiene $1'80^m\times P=0'60^m\times 450$. De donde resulta:

$$P=\frac{0'60\times 450}{1'80}=150^k.$$

296. *Diversos géneros de palancas.* Existen tres géneros de palancas que se distinguen entre sí por la situacion de su punto de apoyo.

1.° La palanca del primer género (fig. 148), en la que el punto de apoyo está situado entre la potencia y la resistencia;

2.° La palanca de segundo género (fig. 149), que tiene la resistencia situada entre el punto de apoyo y la potencia;

3.° La palanca del tercer género (fig. 150), que tiene la potencia situada entre el punto de apoyo y la resistencia.

Sea cual fuere el género de palanca considerado, las condiciones de equilibrio son siempre las mismas y la ecuacion fundamental (n.° 14) sirve para resolver todos los problemas relativos á cada uno de dichos géneros.

Ejemplo I. En una palanca de segundo género (fig. 151) una resistencia $R=180^k$ y su brazo de palanca $bR=0'60^m$. Se pregunta cual será el valor de la potencia P aplicada al estremo de una palanca $bP=2'40^m$.

$$180\times 0'60^m=P\times 2'40^m.$$

De donde

$$P=\frac{180\times 0'60}{2'40}=45^k.$$

297. Con una palanca del segundo género la potencia vence la resistencia cuando las dos fuerzas aplicadas son iguales.

Ejemplo II. En una palanca del tercer género una resistencia $R=18^k$ con un brazo de palanca $bR=1'80^m$. Se quiere saber el valor de la potencia P aplicada al estremo de una palanca $bP=0'60^m$ (fig. 162).

Se tiene:

$$18\times 1'80^m=P\times 0'60^m;$$

de donde

$$P=\frac{18\times 1'80}{0'60}=54^k.$$

298. Con una palanca del tercer género la resistencia vence á la potencia cuando las dos fuerzas aplicadas son iguales.

Observacion. Suele suceder que la potencia y la resistencia se equilibran por medio de palancas combinadas, como en las balanzas de báscula, las máquinas de taladrar, etc.

En tal caso se tienen como condiciones de equilibrio las siguientes: el producto de la potencia por todos sus brazos de palancas es igual al producto de la resistencia multiplicada por todos los mismos brazos de palanca.

Ejemplo. Se quiere saber la relacion del peso P con el peso M colocado en el plato de una balanza de báscula (fig. 153), sabiendo que la relacion de las palancas es $\frac{kf}{df}=\frac{ab}{ac}$.

Sacaremos el valor del peso P observando que la resistencia R ejercida en el punto d da la condicion de equilibrio,

$$P\times fg=R\times df.$$

Esa misma resistencia R trasmitida á c nos da, suponiendo que el peso M está directamente colocado en el punto b,

$$R\times ac=M\times ab.$$

Multiplicando esas dos igualdades miembro por miembro, y suprimiendo el factor comun R, queda:

$$P\times fg\times ac=M\times ab\times df;$$

de donde

$$P=M\times\frac{ab\times df}{fg\times ac} \qquad \text{(n.° 15)}$$

Lo mismo se tendria suponiendo el peso M colocado directamente en k,

$$P\times fg=M\times kf;$$

de donde

$$P=M\times\frac{kf}{fg} \qquad \text{(n.° 16).}$$

Ahora bien, $\frac{kf}{fg}=\frac{ab\times db}{fg\times ac}$; y en efecto las relaciones $\frac{kf}{df}=\frac{ab}{ac}$ dan $kf=\frac{ab\times df}{ac}$, y dividiendo por fg los dos miembros de la igualdad se obtienen $\frac{kf}{fg}=\frac{ab\times df}{fg\times ac}$ Luego, el valor de P es el mismo en las dos fórmulas (números 15 y 16); y por tanto el peso M puede colocarse en un punto cualquiera del plato sin alterar la condicion de equilibrio.

Reemplazando las letras por su valor numérico resulta: segun la fórmula (n.° 15) $P=120\times\frac{0'12\times 0'50}{0'50\times 1'20}=12^{k}$, y segun la fórmula (n.° 16) $P=120\times\frac{0'05}{0'50}=12^{k}$.

Poleas.

299. *Condiciones de equilibrio en la polea móvil.* Las poleas son fijas ó móviles.

La polea fija (fig. 154) sirve para cambiar la direccion del movimiento sin dar ninguna ventaja mecánica.

La polea móvil (fig. 155) sirve para duplicar el esfuerzo de la potencia cuando los cordones son paralelos. Eso resulta de recorrer la polea móvil un espacio que es la mitad del que recorre la potencia P. Y segun el principio de los trabajos elementales (§ 294), el trabajo de la potencia debe ser igual al trabajo de la resistencia, es decir:

$$R\times ab=P\times cd \qquad \text{(n.° 17)}.$$

Pero $cd=2ab$, y se necesita pues para el equilibrio que $R=2P$; de donde.

$$P=\frac{R}{2}$$

Si representamos por V la velocidad de la potencia y por v la velocidad de la resistencia, siendo las velocidades directamente proporcionales á los trechos recorridos, se escribirá:

$$P\times V=R\times v;$$

de donde:

$$V=v\times\frac{R}{P}. \qquad \text{(n.° 18)}$$

Observacion. La potencia tendrá ventaja sobre la resistencia cuanto más formen los cordones un ángulo menor de 60°.

300. *Equilibrio del aparejo.* Un aparejo (fig. 156) está formado por la reunion de varias poleas *pp* montadas en una chapa ó caja comun.

Para determinar las condiciones de equilibrio del aparejo se tendrá presente que el peso R que ha de levantarse está sostenido por seis cordones ó *garantes* paralelos é igualmente tendidos. Luego, cada uno de ellos no sostiene más que la sexta parte del peso suspendido del garfio móvil, y la potencia P aplicada al estremo libre del garante tiene el mismo valor. De lo que antecede se deduce:

$$P=\frac{R}{N}\text{, y } R=P\times N \qquad \text{(n.° 19)}$$

es decir, la potencia es igual á la resistencia dividida por el número N de cordones que sostienen el peso que ha de levantarse.

Puede tambien escribirse:

$$P=\frac{R}{2n}\text{ y } R=P\times 2n;$$

lo cual indica que la potencia es igual á la resistencia dividida por dos veces el número n de poleas móviles p, p'.

Ejemplo. ¿Cuál es la potencia necesaria para levantar un peso de 270^{k} con un aparejo formado de tres poleas móviles?

$$P=\frac{270}{2\times 3}=45^{k}.$$

Si el peso que ha de levantarse sube en cierta cantidad, cada garante ó cordon se acorta en esa misma cantidad, y el estremo libre que debe comprender la suma de todos esos acortamientos, recorre seis veces más trecho. Ahora bien, siendo los trechos recorridos inversamente proporcionales á las fuerzas correspondientes (§ 288), si representamos por C el trecho recorrido por la potencia P y por c el camino recorrido por la resistencia R tendremos:

$$\frac{P}{R}=\frac{r}{C}\text{; dedonde } P\times C=R\times c. \qquad \text{(n.° 20)}$$

Se ve que el trabajo de la potencia es igual al trabajo de la resistencia producido durante el mismo tiempo, lo que vale decir que hay equilibrio.

Si representamos por V la velocidad de la potencia P, y por v la velocidad de la resistencia R, tendremos:

$$P\times V=R\times v\text{; de donde } V=v\frac{R}{P} \qquad \text{(n.° 21)}$$

En la exposicion de las fórmulas anteriores no se ha tenido en cuenta el frote ni la rigidez de las cuerdas, que originan una diferencia muy sensible en las condiciones de equilibrio (véase la tabla del § 315 sobre el frote de las cuerdas).

301. *Condiciones de equilibrio en el aparejo diferencial.* El aparejo diferencial sustituye con ventaja al ordinario en muchas circunstancias, mayormente cuando se dispone de poca fuerza. Compónese de dos ruedas R y r vaciadas en garganta á la circunferencia (figura 157) y unidas entre sí de una manera invariable, teniendo los diámetros diferentes en muy corta cantidad. Una cadena sin fin n se arrolla en un sentido por la rueda pequeña, pasa por una polea móvil m y va despues á arrollarse en sentido contrario por la polea grande.

Propongámonos establecer las condiciones de equilibrio del aparejo diferencial. Observaremos que con una vuelta de las ruedas R y r la cadena se acorta en la cantidad que diferencia á las dos circunferencias; y con la polea móvil la resistencia Q ha subido en la mitad de esa diferencia.

Ahora bien, segun el principio de los trabajos elementales (§ 294), el trabajo de la potencia debe ser igual al trabajo de la resistencia producido en igual tiempo. Luego tendremos:

$$P \times 2\pi R = Q \times \frac{2\pi R - 2\pi r}{2};$$

de donde $P \times R = Q \times \frac{R-r}{2}$.

Para saber el valor de la potencia P ha de multiplicarse la resistencia por la diferencia de los radios y dividir el producto por dos veces el radio mayor. Así se tiene:

$$P = Q \times \frac{R-r}{2R} \qquad \text{(n.° 22)}$$

y

$$Q = P \times \frac{2R}{R-r} \qquad \text{(n.° 23)}$$

Si se representa por V la velocidad de la potencia P y por v la velocidad de la potencia Q se escribirá:

$$P \times V = Q \times v,$$

ó bien reemplazando P y Q por su valor:

$$\left(Q \times \frac{R-r}{2R}\right) . V = \left(P \times \frac{2R}{R-r}\right) . v$$

De esa igualdad se deduce para el valor de V:

$$V = \frac{\left(P \times \frac{2R}{R-r}\right) . v}{\left(Q \times \frac{R-r}{2R}\right)} = v . \frac{P . (4R^2)}{Q . (R^2 - 2Rr + r^2)}$$

ó

$$V = \frac{P . 4R^2}{Q . (R-2)^2} \cdots \qquad \text{(n.° 24)}$$

EJEMPLO. ¿Cuál es la potencia necesaria para levantar un peso de 5000^k con un aparejo diferencial cuyos radios de las ruedas son de 15 y de 14^{cm}?

$$P = 5000^k \times \frac{15-14}{2 \times 15} = 166'666^k.$$

Cumple tener presente que en este aparato lo mismo que en todas las máquinas lo que se gana en fuerza se pierde en velocidad (§ 288).

Plano inclinado.

302. *Equilibrio del plano inclinado.* Cuando un cuerpo está en equilibrio sobre un plano inclinado puede suponerse que está sometido á la accion de dos fuerzas, una que es el peso del cuerpo y que actua en sentido vertical, y otra que puede ser paralela al plano inclinado.

Para establecer las condiciones de equilibrio tengamos presente que la resultante de las dos fuerzas que solicitan el cuerpo, debe ser perpendicular al plano.

Esa observacion nos induce á tomar un punto de la resultante y por ese punto trazar paralelas en la direccion de las componentes (§ 274). Las partes interceptadas tendrán entre sí la misma relacion que las fuerzas P y Q (fig. 158).

Pero los triángulos semejantes QRP, LBH dan la proporcion:

$$\frac{Q}{P} = \frac{H}{L}, \text{ ó bien } Q \times L = P \times H.$$

El producto $Q \times L$ espresa el trabajo de la potencia, y por tanto conviene que el producto $P \times H$ esprese el de la resistencia. Refiriéndonos al principio de los trabajos elementales (§ 294), podemos deducir que siendo igual el trabajo de esas dos fuerzas, hay equilibrio.

De la igualdad expresada $Q \times L = P \times H$ se deduce el valor de la potencia:

$$Q = \frac{P \times H}{L} \text{ y } P = Q \times \frac{L}{H} \cdots \qquad \text{(n.° 25)}$$

lo que indica que si L es dos, tres ó más veces mayor que H, Q será dos, tres ó más veces menor que P.

303. Si representamos por v la velocidad de la potencia Q, y por V la velocidad de la resistencia P, sien-

do proporcionales á los trechos recorridos las velocidades, se escribirá: $\frac{P}{Q}=\frac{L}{H}=\frac{v}{V}$.

Buscando el valor de v con respecto á las cantidades P, Q, L, H, V, se tendrá: $v=V\times\frac{P}{Q}$. Reemplazando por su valor las fuerzas P y Q resulta:

$$v=V.\frac{Q\times\frac{L}{H}}{P\times\frac{H}{L}}=V.\frac{Q\times L^2}{P\times H^2}.... \quad (n.^o\ 26)$$

Ejemplo. ¿Cuál es el esfuerzo Q capaz de hacer equilibrio á un peso de 450^k colocado en un plano inclinado largo de 12^m y alto de 3?

$$Q=450\times\frac{3}{12}=112'5^k.$$

Cuña.

304. *Equilibrio de la cuña.* La cuña de hierro ó de madera se emplea bajo diversas formas, ya sea para separar las partes de un cuerpo, ya para producir grandes presiones.

Puede asimilarse la ventaja mecánica de la cuña á la del plano inclinado, observando, sin embargo, que la potencia P actua en direccion perpendicular á la testa de la cuña.

Para determinar las condiciones de equilibrio en la cuña designamos por H su testa (fig. 159), por B la cara que le es perpendicular y por L la cara inclinada.

Si suponemos que está sometida á la accion de dos fuerzas, la una P que actua en sentido vertical, y la otra Q que obra horizontalmente y se opone á la separacion de las partes presionadas, la resultante R de esas dos fuerzas será perpendicular á la cara inclinada L, y los triángulos semejantes PQR, HBL darán:

$$\frac{P}{Q}=\frac{H}{B}, \text{ ó bien: } P\times B=H\times Q.$$

El producto P×B espresa el trabajo de la potencia, y por tanto se necesita para el equilibrio que el producto Q×H esprese el trabajo de la resistencia.

De la igualdad P×B=Q×H se deduce el valor de la potencia:

$$P=Q\times\frac{H}{B}, \text{ y } Q=P\times\frac{B}{H}.... \quad (n.^o\ 27)$$

Se ve que en la cuña la ventaja de la potencia sobre la resistencia depende de la relacion entre la anchura de la testa y la longitud de los lados.

Así, pues, será conveniente servirse de cuñas muy afiladas cuando se quiera producir un gran esfuerzo.

Ejemplo. La testa de una cuña es de $0'05^m$; la longitud de la base es de $0'40^m$. ¿Qué esfuerzo se ha de ejercer sobre la testa para hacer equilibrio á una resistencia de 1200^k?

$$P=1200\times\frac{0'05}{0'40}=150^k.$$

Cabrestante.

305. *Equilibrio del cabrestante.* Fácil es comprender que el equilibrio del cabrestante puede referirse al equilibrio de la palanca (§ 295). Siendo el trabajo de la potencia P igual tambien al trabajo de la resistencia Q producido durante el mismo tiempo, tendremos para una vuelta del cabrestante (fig. 160):

$$P\times 2\pi R=Q\times 2\pi r,$$

ó bien:

$$\frac{P}{Q}=\frac{r}{R};$$

de donde

$$P=Q\times\frac{r}{R} \text{ y } Q=P\times\frac{R}{r}... \quad (n.^o\ 28)$$

En tal caso la potencia tiene siempre ventaja sobre la resistencia, porque el radio del rodillo ó cilindro es siempre menor que la longitud de la barra. Si representamos por V la velocidad de la potencia P y por v la velocidad de la resistencia Q siendo las velocidades proporcionales á los trechos recorridos y á los radios, tendremos:

$$P\times V=Q\times v \quad \text{de donde } V=v.\frac{Q}{P}$$

Reemplazando las fuerzas P y Q por su valor se obtiene:

$$V=v.\frac{P\times\frac{R}{r}}{Q\times\frac{r}{R}}=v.\frac{P\times R^2}{Q\times r^2}.... \quad (n.^o\ 29)$$

Engranajes ó endentajes.

306. *Equilibrio de los engranajes.* Los engranajes sirven para trasmitir de una rueda á otra un movimiento circular contínuo ó alternativo.

Para establecer las condiciones de equilibrio de un engranaje, tengamos en cuenta que la relacion de los números de vueltas de dos ruedas endentadas una con otra es inversamente proporcional á los radios de los círculos primitivos de esas dos ruedas (véase el § 323 sobre el trazado de los engranajes).

Sean n el número de vueltas de la rueda de un radio R (fig. 161), y N el número de vueltas de la rueda de un radio r, tendremos:

$$\frac{n}{\mathrm{N}}=\frac{r}{\mathrm{R}}.$$

Por otra parte se espresará para N vueltas de la rueda r el trabajo de la potencia P aplicada al estremo de su palanca L:

$$\mathrm{P}\times 2\pi\mathrm{L}\times\mathrm{N}.$$

y para n vueltas de la rueda R el trabajo de la resistencia aplicada al estremo de su palanca l se espresará:

$$\mathrm{Q}\times 2\pi l\times n.$$

Ahora bien, segun el principio de los trabajos elementales (§ 294), esas dos cantidades deben ser iguales; y así resultará:

$$\mathrm{P}\times 2\pi\mathrm{L}\times\mathrm{N}=\mathrm{Q}\times 2\pi l\times n,$$

ó bien:

$$\frac{\mathrm{P}}{\mathrm{Q}}=\frac{l\times n}{\mathrm{L}\times\mathrm{N}}.$$

A causa de la relacion $\frac{n}{\mathrm{N}}=\frac{r}{\mathrm{R}}$, resta:

$$\frac{\mathrm{P}}{\mathrm{Q}}=\frac{l\times r}{\mathrm{L}\times\mathrm{R}},\ \text{de donde}\ \mathrm{P}=\mathrm{Q}\times\frac{l\times r}{\mathrm{L}\times\mathrm{R}}\ \text{y}\ \mathrm{Q}=$$

$$\mathrm{P}\times\frac{\mathrm{L}\times\mathrm{R}}{l\times r} \qquad (\text{n.° } 30)$$

Se encuentra una aplicacion de lo que acabamos de demostrar en la cabria compuesta y en la cabria simple (§ 308).

307. Siendo la velocidad inversamente proporcional á la intensidad de la fuerza puede escribirse representando por V la velocidad de la potencia P y por v la velocidad de la resistencia Q:

$$\frac{\mathrm{V}}{v}=\frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{P}}. \qquad \text{De donde } \mathrm{V}=v\,.\,\frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{P}}.$$

Reemplazando las fuerzas P y Q por su valor resulta:

$$\mathrm{V}=v\,.\,\frac{\mathrm{P}\times\frac{\mathrm{L}\times\mathrm{R}}{l\times r}}{\mathrm{Q}\times\frac{l\times r}{\mathrm{L}\times\mathrm{R}}}=v\,.\,\frac{\mathrm{P}\times\mathrm{L}^2\times\mathrm{R}^2}{\mathrm{Q}\times l^2\times r^2}\cdots \qquad (\text{n.° } 31)$$

EJEMPLO. ¿Cuál es el esfuerzo P que ha de ejercerse al estremo de un manubrio L de 0'36$^{\mathrm{m}}$ (fig. 162) para tener en equilibrio un peso Q de 420$^{\mathrm{k}}$ colgado al estremo de una cuerda que se arrolla por un cilindro de radio l=0'12$^{\mathrm{m}}$?

El radio R de la rueda es 0'63$^{\mathrm{m}}$ y el del piñon r= 0'09$^{\mathrm{m}}$.

$$\mathrm{P}=420^{\mathrm{k}}\times\frac{12\times 9}{36\times 63}=20^{\mathrm{k}}.$$

Cabrias ó gatos.

308. *Equilibrio de la cabria simple.* Siendo las condiciones de equilibrio de la cabria las mismas que las de los engranajes (§ 306), tendremos para una vuelta:

$\mathrm{P}\times 2\pi\mathrm{L}=\mathrm{Q}\times 2\pi r$, ó bien $\mathrm{P}\times\mathrm{L}=\mathrm{Q}\times r$ (fig. 163).

De esa igualdad se deduce la potencia:

$$\mathrm{P}=\mathrm{Q}\times\frac{r}{\mathrm{L}}\ldots\ldots$$

y

$$\mathrm{Q}=\mathrm{P}\times\frac{\mathrm{L}}{r}\ldots\ldots \qquad (\text{n.° } 32)$$

EJEMPLO. ¿Qué esfuerzo P se ha de hacer al estremo de un manubrio L de 28$^{\mathrm{cm}}$ para formar equilibrio con un peso Q de 168$^{\mathrm{k}}$, sabiendo que el radio r del piñon es de 4$^{\mathrm{cm}}$?

$$\mathrm{P}=\mathrm{Q}\times\frac{r}{\mathrm{L}},\ \text{ó}\ \mathrm{P}\times 168^{\mathrm{k}}\times\frac{4}{28}=24.$$

309. *Equilibrio de una cabria de doble nuez.* Sean (fig. 164).

L=21$^{\mathrm{cm}}$ el brazo de palanca de la potencia P;
$r=r'$=3$^{\mathrm{cm}}$ los radios de los piñones;
R=9$^{\mathrm{cm}}$ el radio de la rueda;
Q=315$^{\mathrm{k}}$ la resistencia.

Tendremos para la condicion de equilibrio designando por P la potencia:

$$\frac{\mathrm{P}}{\mathrm{Q}}=\frac{r\times r'}{\mathrm{L}\times\mathrm{R}};\ \text{de donde}\ \mathrm{P}=315\times\frac{3\times 3}{21\times 9}=15^{\mathrm{k}}.$$

Tornillo.

310. *Equilibrio del tornillo.* El tornillo suele emplearse para convertir un movimiento circular alternativo ó continuo en movimiento rectilíneo; y se usa más particularmente cuando deben obtenerse considerables presiones.

Para establecer las condiciones de equilibrio tengamos presente que si el tornillo da una vuelta en una tuerca fija, avanza en sentido de su eje por una cantidad igual al paso.

Ahora bien, designando por A la altura del paso (figura 165), el trabajo de la resistencia Q se espresará con $Q \times A$.

Al propio tiempo la potencia P aplicada al estremo de la palanca R recorre un espacio representado por $2\pi R$.

El trabajo de la fuerza P se espresa pues:

$$P \times 2\pi R \qquad (\text{n.}^\circ\ 33)$$

Y refiriéndonos al principio de los trabajos elementales resulta:

$$P \times 2\pi R = Q \times A, \text{ ó bien } \frac{P}{Q} = \frac{A}{2\pi R}.$$

Es decir la potencia es á la resistencia como la altura del paso es al trayecto descrito por el punto de aplicacion de la potencia.

De esa igualdad se deduce:

$$P = Q \cdot \frac{A}{2\pi R} \qquad (\text{n.}^\circ\ 34)$$

y

$$Q = P \cdot \frac{2\pi R}{A} \qquad (\text{n.}^\circ\ 35)$$

Siendo la velocidad proporcional inversaménte á la intensidad de la fuerza, se puede escribir representando por V la velocidad correspondiente á las fuerza P y por v la velocidad correspondiente á la fuerza Q:

$$\frac{V}{v} = \frac{Q}{P}, \quad \text{de donde } V = v \cdot \frac{Q}{P}.$$

Reemplazando las fuerzas P y Q por su valor se obtiene:

$$V = v \cdot \frac{P \times \frac{2\pi R}{A}}{Q \times \frac{A}{2\pi R}} = v \cdot \frac{P \times \overline{(2\pi R)}^2}{Q \times (A^2)} \qquad (\text{n.}^\circ\ 36)$$

Ejemplo. ¿Qué esfuerzo P ha de ejercerse al estremo de una barra de 1^m de longitud para producir una presion de 3925^k por medio de un tornillo cuyo paso A es de 4^{cm}?

$$P = 3925 \times \frac{4}{2\pi \times 1^m} = 25^k.$$

311. *Equilibrio del tornillo sin fin.* En el tornillo sin fin (fig. 166) se observará que en una vuelta del tornillo la circunferencia de la rueda r avanza en una cantidad igual al paso a, resultando que la relacion del número de vueltas n de la rueda con el número de vueltas del tornillo, es inversamente proporcional á la altura del paso a y á la circunferencia de radio r.

Representando con n el número de vueltas de la rueda, con N el número de vueltas del tornillo correspondiente á n y con a la altura del paso, se tiene la relacion:

$$\frac{n}{N} = \frac{a}{2\pi r}.$$

Para establecer la condicion de equilibrio busquemos el trabajo de la potencia P por N vueltas, y está representada por:

$$P \times 2\pi R \times N.$$

El trabajo de la resistencia producido al mismo tiempo es:

$$Q \times 2\pi r' \times n.$$

Y como segun el principio de los trabajos elementales el trabajo de la potencia debe ser igual al trabajo de la resistencia, tendremos:

$$P \times 2\pi R \times N = Q \times 2\pi r' \times r$$

ó bien:

$$\frac{P}{Q} = \frac{r' \times n}{R \times N};$$

y á causa de la relacion:

$$\frac{n}{N} = \frac{a}{2\pi r},$$

resulta:

$$\frac{P}{Q} = \frac{r' \times a}{R \times 2\pi r}.$$

De esa última igualdad se deduce:

$$P = Q \times \frac{r' \times a}{R \times 2\pi r} \qquad (\text{n.}^\circ\ 37)$$

y $$Q = P \times \frac{R \times 2\pi r \ldots}{r' \times a} \qquad (\text{n.}^\circ\ 38)$$

312. En el tornillo sin fin tendremos representando con V la velocidad correspondiente á P y con v la velocidad correspondiente á Q:

$$\frac{V}{v} = \frac{Q}{P}, \text{ de donde } V = v\,\frac{Q}{P}.$$

Reemplazando las fuerzas P y Q por su valor resulta:

$$V = v\,.\,\frac{P \times \dfrac{R \times 2\pi r}{r' \times a}}{\dfrac{r' \times a}{Q \times R \times 2\pi r}} = v\,.\,\frac{P \times R^2 \times (2\pi r)^2}{Q \times r'^2 \times a^2} \ldots (\text{n.}^\circ\ 39).$$

EJEMPLO. ¿Qué esfuerzo E hay que ejercer al estremo de un manubrio ó manivela de tornillo sin fin para hacer equilibrio con un peso de 4000^k (fig. 166)?

$R = 0'35^m$ el radio del manubrio.
$a = 0'05^m$ paso del tornillo.
$r = 0'50^m$ radio de la rueda.
$r' = 0'15^m$ radio del tambor.

$$P = Q\,.\,\frac{r' \times a}{R \times 2\pi r} = 4000 \text{ y } E = \frac{0'15 \times 0'05}{0'35 \times 3'14} = 27'6^k.$$

Prensa hidráulica.

313. *Equilibrio de la prensa hidráulica.* En la prensa hidráulica lo mismo que en las otras máquinas el trabajo de la potencia debe ser igual al trabajo de la resistencia producido durante el mismo tiempo.

Sean dos cilindros s y S (fig. 167) que comuniquen por abajo y en cada uno de los cuales se deslice un émbolo bien ajustado.

Si representamos por P y Q las presiones ejercidas en las superficies S y s de cada émbolo, tendremos segun el principio de Pascal:

$$\frac{P}{Q} = \frac{s}{S},$$

es decir, que las presiones son proporcionales á las superficies correspondientes.

Si el émbolo ó piston pequeño baja en una cantidad C habrá desalojado un volúmen de líquido representado por $s \times C$ y su trabajo será $P^k \times C^m$.

Es evidente que el volúmen de líquido impelido bajo el émbolo grande será espresado por $S \times c$. Ahora bien, á igual volúmen las alturas son inversamente proporcionales á las superficies correspondientes, por lo que se tendrá:

$$\frac{s}{S} = \frac{c}{C} = \frac{P}{Q}; \text{ ó bien } P \times C = Q \times c.$$

Pero el producto $P \times C$ espresa el trabajo de la potencia, y el producto $Q \times c$ espresa el de la resistencia. Luego hay equilibrio. De la anterior ecuacion se saca.

$$\frac{P}{Q} = \frac{s}{S} \text{ y } P = Q \times \frac{s}{S} \ldots \qquad (\text{n.}^\circ\ 40)$$

Lo que nos indica que si s es diez, cien veces más pequeña que S, la potencia será diez, cien veces más pequeña que la resistencia Q.

Siendo la velocidad inversamente proporcional á la intensidad de la fuerza correspondiente, se ve que si la fuerza es diez, cien veces mayor, la velocidad del émbolo será diez, cien veces más pequeña.

Frotes.

314. El frote ó frotamiento es la resistencia que ha de vencerse para hacer deslizar ó rodar dos cuerpos uno sobre otro.

La esperiencia ha demostrado que el frote es proporcional á la presion normal á las dos superficies en contacto; es independiente del tamaño de tales superficies sin contar la velocidad; pero varia mucho segun la naturaleza y grado de pulimiento que tienen las superficies frotantes.

Coeficiente de frote. Llámase coeficiente de frote la relacion del frote con la presion.

Se han hecho tablas que damos á continuacion, para indicar los diversos valores de coeficientes de frote, y sirven para calcular su intensidad y el trabajo que el frote absorbe.

Esas dos cantidades se espresan con las fórmulas:

$$R = fP; \quad T = fRE.$$

en las que se representa por

R la resistencia en kilógramos debida al frote;
T el trabajo en kilógramos absorbido por el frote;
P la presion normal á las superficies en contacto espresada en kilógramos.
E el desaloje ó desplazamiento de las superficies frotantes con respecto una de otra, espresado en metros
f el coeficiente de frote dado por las tablas.

315. *Frote de los émbolos en los barriletes ó cuerpos de bomba.* La resistencia R en kilógramos debida al frote depende mayormente del grado de pulimiento

de los cuerpos de bombas, sean cuales fueren las guarniciones del émbolo. Esa resistencia es el producto del diámetro D por la carga de agua H espresada en kilógramos y multiplicada por un coeficiente m:

Sea $R = DHm$.

Valores de m.

Superficie interna del barrilete en bronce pulido 7^k.

Superficie interna en fundicion de bronce simplemente 15^k.

Superficie interna en madera lisa 25^k.

Superficie interna en madera desgastada por el uso 50^k.

COEFICIENTE f DEL FROTE BAJO PRESIONES CONTÍNUAMENTE CRECIENTES HASTA QUE LAS SUPERFICIES ESTÉN EN CONTACTO.

Habiendo sancionado la esperiencia las cifras de esta tabla con pruebas ó ensayos en que el cuerpo frotante no ha recorrido más que espacios pequeños, pueden considerarse como relativos al caso del frote, al empezar ó al acabar el contacto de alguna duracion.

PRESIONES EN	VALORES DE f POR			
kilóg. por mét. cuadrado.	hierro con hierro.	hierro con fundicion.	acero con fundicion.	Cobre amarillo ó laton con fundicion.
k.	m.	m.	m.	m.
131220	0'250	0'275	0'300	0'225
157460	0'271	0'292	0'333	0'219
183700	0'285	0'321	0'340	0'214
209950	0'297	0'329	0'344	0'211
236200	0'312	0'333	0'347	0'215
262440	0'350	0'351	0'351	0'206
288688	0'376	0'353	0'353	0'205
314932	0'376	0'365	0'354	0'208
341176	0'395	0'366	0'356	0'221
367420	0'403	0'366	0'357	0'223
393664	0'409	0'367	0'358	0'233
419908	»	0'367	0'359	0'234
446152	»	0'367	0'367	0'235
472396	»	0'376	0'403	0'233
498640	»	0'434	»	0'234
524884	»	»	»	0'235
551128	»	»	»	0'232
577372	»	»	»	0'273

SIENDO $\alpha = \pi = 3'14159$, ES DECIR, ABARCANDO EL LAZO FLEXIBLE UNA SOLA SEMICIRCUNFERENCIA DEL CILINDRO FIJO, SE HAN ENCONTRADO PARA f LOS VALORES SIGUIENTES:

		f
Cilindro de pino y cuerda flexible. .	Segun Olinthus Gregory.	0'322
Cilindro de fresno y cuerda flexible.	Segun B. Bevan..	0'221
Igual cilindro y cuerda muy flexible.	*Idem*.	0'292
Cilindro de vidrio de $0'024^m$ diámetro con cuerda muy flexible.	*Idem*.	0'129
Igual cuerda y cilindro de vidrio con $0'10^m$ diámetro.	*Idem*.	0'178
Cilindro de vidrio de $0'024^m$ diámetro; cuerda nueva y rígida.	*Idem*.	0'129
Cilindro de madera tierna y blanda y cuerda ordinaria..	Esperimentos especiales del ingeniero *Lebas* le han demostrado que para ese caso f en las circunstancias menos propicias nunca pasaba de. . .	0'220
Cilindro de fundicion bruta y cuerda muy flexible.	B. Bevan.	0'570
Cilindro de fundicion torneada, mas no pulida, y cuerda muy flexible. . .	*Idem*.	0'258
El mismo cilindro y cuerda nueva y rígida.	*Idem*.	0'221
Cilindro de fundicion y correa de cuero duro.	Segun Morin f varia entre.	0'238 0'336
Cilindro de fundicion y correa de cuero empapado en agua.	*Idem*. *Idem*. . . . . . Si bien parece aumentar con la tension.	0'317 0'458
Cilindro ó barrilete de roble y correa seca de cuero recio poco untuoso.	Segun Morin f varia entre. . . . . La menor tension corresponde aquí al mayor coeficiente.	0'411 0'541

Orígen de las fuerzas que producen el movimiento en las máquinas.

316. La industria toma de los orígenes siguientes las fuerzas que emplea para dar movimiento á las máquinas y herramientas combinadas para fines especiales:

1.° Los motores animados en que se emplea la fuerza del hombre ó de los animales;
2.° La pesantez;
3.° La velocidad adquirida;
4.° El calor;
5.° Las acciones químicas;
6.° Las acciones eléctricas.

Los motores animados no pueden trabajar de una manera contínua, pues la *fatiga diaria* les hace indispensable el reposo periódico, y á igualdad de trabajo producido en un espacio de tiempo algo largo, cuesta mucho más que los otros motores. La sola ventaja que ofrecen es la de poder variar en caso necesario é instantáneamente en el triple y en el quíntuplo el esfuerzo medio que comunmente producen, y variar la velocidad del movimiento de cuatro á diez veces la velocidad usual.

En el cuadro que damos á continuacion del § 323 están indicados los promedios de las cantidades de trabajo que pueden dar los motores animados que más generalmente se utilizan.

Pesantez como orígen de fuerza motriz.

317. El peso de los cuerpos sólidos ó de los líquidos que pasan de cierto nivel á otro más bajo, es orígen natural de una fuerza motriz comunmente empleada. Sin embargo, el peso de los cuerpos sólidos es poco susceptible de dar un trabajo contínuo, ó lo que podria llamarse un trabajo directamente productivo y de una duracion contínua. Así es que casi no se emplea más que en los casos en que han de producirse choques, como en el aparato de hundir ó clavar estacas, pilotes, etc. en la tierra, llamado *martinete de clavar postes*; ó bien para volver á su lugar una pieza desalojada con la fuerza y cuando esa fuerza deja de obrar: tal es el trabajo de los contrapesos. La aplicacion mas notable de la pesantez de los sólidos es el peso cuyo descenso, muy lento, hace girar un cilindro por medio de la cuerda que le retiene y que está arrollada por el cilindro. Este trasmite el movimiento á las agujas de un reloj por medio de ruedas dentadas.

Los líquidos que pasan de un nivel elevado á otro inferior, producen un trabajo motor representado por $P \times A$, siendo P el peso del agua en kilógramos que cae por segundo y A la altura en metros de la caida. Es uno de los orígenes más abundantes de la fuerza natural y de uso más difundido, á lo ménos hasta poco ha y antes de que la máquina de vapor aportase á la industria las inmensas ventajas de un trabajo contínuo y regular, á la vez que un desplazamiento fácil de la máquina motriz.

Las norias y toda rueda de cangilones ó vasos, las ruedas de alabes ó paletas, las turbinas, etc. son las instalaciones que permiten trasportar la fuerza de una corriente ó salto de agua á los mecanismos ó aparatos dispuestos para preparar ó moderar la materia ó mover grandes masas. La parte tercera de esta obra (hidráulica, máquinas motrices) trata de estas aplicaciones.

Velocidad adquirida como fuente de fuerza motriz.

318. La naturaleza no tiene cuerpos sólidos en estado de movimiento como los líquidos ó el aire. De ahí que solamente á estos últimos se pida la fuerza necesaria para producir un trabajo.

El viento, ó sea el aire que se mueve en determinada direccion, puede mover aparatos ú órganos móviles colocados á su paso. Las velas de un barco, las aspas de un molino de viento, son los medios comunmente empleados para trasportar la velocidad adquirida del aire al barco, al molino ó á los aparatos destinados á un trabajo industrial. La accion de ese motor es muy variable, su duracion é intensidad están sometidas á causas imprevistas, de modo que la variedad de estension que puede darse á la superficie de las velas no atenua más que imperfectamente las irregularidades y cambios de direccion de la corriente motriz. Por lo tanto su empleo se limita forzosamente á las operaciones que no exijen una gran regularidad de movimiento y pueden soportar paros bastante largos. La molienda de los cereales, la aserradura de grandes maderos son casi los únicos trabajos industriales que pueden hacerse con los molinos de viento.

La pendiente del cauce de los rios ocasiona un movimiento en direccion misma de la pendiente, merced á la propiedad que tienen los líquidos de ponerse siempre á nivel cuando una masa se deja libre á su propio impulso. Cuando el agua sale por una abertura situada á la parte inferior de un recipiente que la contiene, la presion total que ejerce en el orificio de salida es igual en kilógramos á S decímetros cuadrados de superficie del orificio multiplicado por A, altura vertical de la columna líquida encima del orificio, ó sea $S \times A$. En ambos casos la velocidad adquirida es una fuente natural de fuerza motriz de que se saca gran partido. Las aplicaciones del cálculo á la instalacion de máquinas motrices hidráulicas se dan más adelante.

El calor como fuente de fuerza motriz.

319. El ejemplo más notable del calor como manantial de fuerza motriz es la máquina de vapor: el líquido vaporizado no es aquí sino el agente que del hogar en que arde el combustible, trasporta el calor al cilindro en que trabaja. No hay para que ocuparse de las teorias recientes sobre la cuestion del efecto mecánico que una cantidad dada de calor puede producir; pero hay hechos comprobados cuya importancia dista mucho de carecer de interés para la práctica. Nos limitaremos al enunciado de los puntos principales.

1.° El trabajo se produce, no por efecto de un consumo total del calor, sino porque este pasa de un cuerpo caliente á otro frio.

2.° En donde hay diferencia de temperatura hay produccion de fuerza motriz.

3.° La potencia motriz de una misma cantidad de calor es la misma, sea cual fuere la manera de producir ó trasportar ese calor. Así pues, la índole del líquido vaporizado no puede lograr que un grado de temperatura produzca más trabajo que el máximum constante acusado por los esperimentos. Ese máximum es el de 410 kilográmetros por *caloria*, es decir, que la cantidad de calor capaz de elevar en un grado centígrado la temperatura de 1^k de agua, no puede producir un trabajo mayor que el representado por 410^k elevados á la altura de 1^m (§ 288).

Las máquinas de vapor más perfectas consumen $0'900^k$ de carbon por hora, para producir la fuerza de un caballo de vapor (§ 289); luego 1^k de carbon da un trabajo de $75\times60\times60\times0'900=270000^{klm}$. Además, 1^k de carbon ardiendo por completo produce 7000 calorias, y por tanto 900 gramos producirán 6300 calorias susceptibles de desarrollar un trabajo de $6300\times410=2.583{,}000^{klm}$. La relacion del trabajo realmente producido en nuestras máquinas por 1^k de carbon quemado, al trabajo que esa misma cantidad de combustible podria producir, es, pues $\frac{270000}{2583000}=0'104$ ó sea $^1/_{11}$ próximamente.

En suma, con las máquinas de fuego actuales de 11^k de combustible quemado no se utiliza más que el calor suministrado por 1^k. Débese principalmente ese resultado á la imperfeccion de los aparatos generadores del vapor; pero por más que se haga, no se podrá conseguir mejor resultado. Una pérdida de calor sin provecho directo será siempre la consecuencia de la elevada temperatura á que han de mantenerse los gases que escapan por la chimenea (300° por término medio), y sino, el tiraje que atrae el aire al hogar seria nulo ó insuficiente y la combustion no se efectuaria; siendo por otra parte imposible impedir toda pérdida de calor á causa de la irradiacion de las superficies calientes colocadas en un sitio relativamente frio.

Los motores hidráulicos y los de viento tienen, pues, sobre los de fuego la inmensa ventaja de la economia. Pero si el empleo de los últimos se va generalizando más y más, es porque la facultad de establecerlos en cualquier parte donde es menester y de construirles grandes ó pequeños, sin contar la certeza sobre la continuacion ó la regularidad de su trabajo, son cualidades que les distinguen y que no suelen poseer los otros motores.

Como dato general puede contarse la compra de una máquina de vapor á razon de 1000 pesetas por caballo de fuerza y el gasto por hora de trabajo á 6 céntimos tambien por fuerza de un caballo.

Las máquinas de gas y las de aire caliente tienen como la máquina de vapor la fuente original de su fuerza en el calor; y especialmente las primeras para fuerzas reducidas van dando escelentes resultados.

El calor es en resúmen la fuente original de todas las fuerzas, sea cual fuere la manera con que se manifiesten. En la fuerza animal su accion es irrecusable, puesto que el fenómeno de la vida no se produce sin la respiracion, y esa no es otra cosa que una combustion del oxígeno del aire en el aparato respiratorio de los vivientes. Las corrientes atmosféricas ó los vientos son causados por el aumento ó disminucion de temperatura en las capas ó masas de aire situadas en puntos del globo terrestre sometidos á cambios de temperatura periódicos ó accidentales. Las corrientes de agua no existen sino porque el calor solar vaporizando una muy gran cantidad de agua en la superficie de los rios y oceanos da orígen á la formacion de nubes que impelidas por las corrientes atmosféricas, llevan á todos los puntos del globo el agua que la inclinacion del terreno hace bajar de nuevo al inmenso receptáculo primitivo. La fusion de las nieves y de los hielos que durante el verano alimenta el mayor número de rios, es igualmente una consecuencia del calor solar.

Los fenómenos eléctricos y las combinaciones químicas que en ciertos casos procuran una fuerza industrial, tienen tambien el calor como punto de partida, pues ninguno de ellos puede producirse á no mediar absorcion ó desprendimiento de calor.

Con el calor los cuerpos aumentan de volúmen, con el enfrio se contraen. Esos dos efectos *dilatacion y contraccion* dan orígen á una fuerza considerable que ningun obstáculo puede impedir que se desarrolle. Una barra de metal calentada se encorvará ó romperá, si está retenida de modo que no se pueda efectuar libremente el aumento de volúmen que *debe* adquirir.

Y desalojará el obstáculo ó se romperá si se cohibe la contraccion con el enfrio.

El fenómeno de la congelacion del agua da orígen á un aumento del volúmen primitivo del líquido, y ese aumento como el de la dilatacion por calor en los cuerpos sólidos produce una fuerza capaz de romper los obstáculos que se oponen á su manifestacion completa. La rotura frecuente de los conductos y de los recipientes de agua durante los frios rigurosos, no reconoce otra causa que el encarcelamiento del líquido al pasar al estado sólido; y los medios preventivos usados contra esas averias consisten en guarnecer el esterior de los conductos de materias aisladoras del calor, que por la misma razon son aisladoras del *frio*, como el fieltro, la paja, etc., ó en vaciarles completamente por medio de grifos de desagüe colocados en las partes más bajas que el líquido ocupa.

El empleo de la fuerza de dilatacion y de contraccion en el movimiento de una máquina, no es posible en la práctica industrial, porque esa fuerza se produce *muy despacio*. La sola aplicacion hecha con buen éxito de la contraccion de una barra metálica es la de enderezar grandes masas desviadas de su posicion, tales como fuertes piezas de carpinteria encorvadas ó paredes inclinadas. En tal caso se aplican tirantes de hierro á las partes que han de enderezarse y en puntos bastante rígidos fuera de las paredes, habiéndolos antes calentado; y á medida que el enfrio produce la contraccion, las tuercas ó planchas arrolladas á los estremos de las barras hacen de manera que todo el esfuerzo producido por el acortamiento de las mismas ejerza su accion sobre las piezas que han de enderezarse.

Acciones químicas empleadas como fuerza motriz.

320. La pólvora es una mezcla de materias sólidas que suele comprender en 100 partes 62 de salitre, 18 de carbon de leña y 20 de azufre. Pegando fuego á esa mezcla se convierte instantáneamente en un gas esplosible, cuya fuerza de dilatacion estraordinariamente poderosa hace saltar las rocas en que se ha encerrado la pólvora, ó arroja con una gran velocidad el proyectil colocado delante del obturador móvil que retiene la pólvora en la cámara de una arma de fuego. La esplosion de un kilógramo de pólvora da un trabajo de 35700 kilográmetros, es decir, que es capaz de elevar 35700 kilógramos á la altura de un metro, ó un kilógramo á la altura de 35700 metros (§ 228).

Si en el empleo de la dilatacion de los cuerpos por el calor nos detiene la lentitud del efecto producido, en el empleo de la fuerza esplosiva de la pólvora, se encuentra el obstáculo contrario, la instantaneidad de la accion y la imposibilidad de dominarla. Las tentativas practicadas para dar un movimiento de vaiven á un émbolo en un cilindro con esplosiones sucesivas logradas con una cantidad determinada de pólvora no han dado hasta ahora el menor resultado práctico. Además, está probado por el cálculo que el trabajo proporcionado por la pólvora es poco más ó ménos noventa veces más caro que el del vapor de agua.

Acciones eléctricas como orígen de fuerza motriz.

321. La electricidad, como el calor, el cual no es acaso más que una manifestacion particular de la electricidad, nos es conocida únicamente por sus efectos inmediatos. Todo lo que aquí podemos decir de ella es que se ha llegado á hacerle producir un trabajo industrial con el ausilio de máquinas llamadas electro-magnéticas. Si hacemos circular alrededor de una barra de hierro la corriente de una pila voltáica en actividad, arrollando varias veces por la barra el alambre conductor préviamente revestido de hilo de seda, á fin de evitar la diseminacion de la electricidad de una espira á otra, la barra queda inmediatamente imantada y viene á ser un *iman artificial:* desde entonces atraerá fuertemente un pedazo de hierro colocado á conveniente distancia. La imantacion cesa al instante, si se interrumpe la comunicacion de la pila con la barra y el pedazo de hierro atraido antes caerá ó recobrará su posicion primitiva. Así puede provocarse pues su elevacion y su caida, es decir, un movimiento de vaiven como el de un émbolo de una máquina de vapor y trasmitir el movimiento á un árbol motor. Tal es sucintamente esplicado el orígen del motor electro-magnético. Dos grandes obstáculos se oponen á su introduccion en la práctica industrial: 1.° se le ha de dar un peso enorme para una pequeña potencia; 2.° El gasto para una fuerza igual á la de una máquina de vapor tomada por comparacion es catorce veces mayor.

Máquinas en general.

322. Los principios y definiciones que vamos á recordar, pues ya se han mencionado en los capítulos

anteriores, nunca deben olvidarse, ya se trate de combinar una máquina, ó ya de apreciar sus resultados.

Tienen las máquinas por objeto trasmitir la fuerza y el movimiento modificándoles en direccion ó en intensidad. Se les considera bajo el punto de vista del *equilibrio*, es decir, cuando las fuerzas que actuan en los puntos opuestos del sistema se contrabalanzan formando equilibrio, y cuando una de esas fuerzas vence á la otra, ó sea cuando la máquina está en *movimiento*. El primero de ambos estados tiene sus reglas de aplicacion general, conforme se han dado antes (v. § 272 y siguientes). El segundo induce á cálculos particulares para cada caso. En el curso de este libro se dan ejemplos de aplicacion, á la par que la descripcion de los tipos principales de las máquinas compuestas movidas por una cualquiera de las fuerzas naturales enumeradas en el § 316.

Considerando superficialmente los resultados obtenidos con una fuerza empleada por medio de máquinas simples, tales como la palanca, el plano inclinado, etcétera, ó por medio de máquinas compuestas, como las de vapor, las ruedas hidráulicas, etc., se cae en el error generalmente acreditado entre las personas que no tienen los primeros elementos de mecánica: que la máquina empleada doblando ó triplicando la fuerza que se le ha aplicado, ha producido un trabajo doble ó triple.

Ejemplo de ese error. Un hombre no puede levantar más que un peso de 100 kilógramos directamente con la mano, y levanta un peso de 1000 con una palanca; luego la palanca dando la fuerza diez veces mayor, ha permitido hacer *en igual tiempo* un trabajo mecánico 10 veces más grande. Esa última conclusion es completamente falsa. Con efecto, el trabajo mecánico se espresa por el resultado de la multiplicacion del peso levantado por la altura á que ha sido levantado (§ 287), es decir, 100^k levantados con la mano á una altura de 2^m representan un trabajo de 100×2 ó de 200^k; de la misma manera que 1000^k levantados á la altura de $0'2^m$ por medio de una palanca representan el mismo trabajo de 200^k, pues $1000 \times 0'2 = 200$. Mas si para hacer ese trabajo de 200^k se ha tenido que emplear el mismo tiempo sirviéndose ó no de la palanca, es evidente que entonces esa máquina no ha aumentado el producto útil de la fuerza. Eso es lo que sucede siempre, sean cuales fueren el mecanismo, la máquina ó aparato puesto en accion.

En resúmen, nunca deben olvidarse estos principios absolutos de mecánica aplicada:

1.° *Las máquinas simples ó compuestas trasmiten la accion de la fuerza que se les aplica multiplicándola más ó ménos; pero no pueden jamás aumentar el trabajo total que podria hacer esa fuerza durante igual suma de tiempo si se aplicase directamente*. Por el contrario, las máquinas disminuyen más bien el trabajo útil por el frote de los árboles, cuerdas, poleas, puntos de oscilacion, etc., que componen el sistema, y con poner sus órganos en movimiento.

2.° *Lo que en el empleo de una máquina se gana en velocidad, se pierde en fuerza;*

3.° *Lo que en el empleo de una máquina se gana en fuerza, se pierde en velocidad.*

En las nociones muy elementales de mecánica que hemos dado (págs. 66 á 73) no se ha tratado más que de *establecer el equilibrio* de las máquinas simples, es decir, de indicar cual debia ser la *potencia*, la fuerza que ha de ejercerse para equilibrar una *resistencia* conocida. La palabra *equilibrio*, tomada en el sentido que aquí debe tener, significa que la accion de la fuerza ó del peso empleado como potencia es *igual* á la fuerza ó al peso que le hace resistencia; y por lo tanto no determina el *movimiento:* tales son dos pesos iguales que colocados en los dos platos de una balanza, se equilibran, es decir, la balanza está en reposo; pero basta añadir un pequeño peso á un lado para alterar ese equilibrio y producir el movimiento.

Cuanto más grande sea el peso añadido, más brusco será el movimiento de los platos, tomará mayor velocidad, y el trabajo así obtenido será más considerable: lo mismo sucede con las máquinas. Una vez establecido el principio de equilibrio el trabajo así alcanzado será proporcional al aumento de la potencia, siendo la resistencia una misma.

Fuerzas motrices. Fuerzas resistentes. Trabajo motor.

323. Las fuerzas que tienden á aumentar la velocidad del cuerpo á que se aplican, se llaman *fuerzas motrices*, y el trabajo que desarrollan toma el nombre de *trabajo motor*. Las fuerzas que tienden á disminuir la velocidad de un cuerpo se denominan *fuerzas resistentes*, y el trabajo que desarrollan se designa por *trabajo resistente*.

El trabajo resistente se compone de resistencias *pasivas* y de resistencias *útiles*.

Cuando funciona una máquina el trabajo motor es igual al trabajo resistente. El trabajo resistente se compone de dos partes muy distintas: 1.°, el *trabajo útil*, ó sea el efecto útil realmente gastado por el efecto que se quiere producir; 2.°, el trabajo debido á las resistencias pasivas, como el frote de unas piezas con otras, el peso de las piezas móviles, etc.

El trabajo útil es siempre menor que el trabajo motor, ya que el trabajo de las resistencias pasivas nunca puede ser nulo. En las mejores máquinas el efecto útil no alcanza más que á los $^3/_4$ ó $^4/_5$ del trabajo motor. Esa relacion se llama el *rendimiento* ó *producto* de la máquina.

Muy raro es que una máquina simple esté debidamente dispuesta para producir los efectos que se necesitan, y que las más de las veces no se logran sino en virtud de una combinacion mecánica que comprende varias máquinas simples, tales como palancas, planos inclinados, ruedas dentadas, etc. El órgano que recibe la fuerza es el *receptor de la fuerza*, verbigracia el ala de un molino de viento ó el émbolo de una máquina de vapor. El órgano que la recibe en último término es el *operador* ó el *útil*: tales son las ruedas de molino ó el émbolo de una bomba movida por una máquina de vapor. Siendo conocidas la direccion é intensidad del movimiento inicial (el que recibirá el operador, y una vez propuestas la direccion é intensidad del movimiento final el que deberá tener el útil), falta combinar la forma y juego de los órganos intermedios ó determinar lo que se llama *trasmision de movimiento*.

Los movimientos que suelen ofrecerse en las aplicaciones á las artes mecánicas son los siguientes:

Movimiento rectilíneo contínuo ó sea el que se efectua siguiendo una línea recta contínua en sentido horizontal, vertical ó inclinado con respecto á una direccion dada; la corriente de un rio, un cuerpo que resbala por un plano inclinado ó cae verticalmente.

Movimiento rectilíneo alternativo ó de vaiven que sigue una línea recta: los pilones de un molino de pólvora, el émbolo de una máquina de vapor ó de una bomba ordinaria.

Movimiento circular contínuo: una rueda que gira por un árbol ó con el árbol, dos ruedas que encajan una con otra, etc.

Movimiento circular alternativo llamado tambien *oscilatorio:* El balanceo de un péndulo, el balancin de una máquina de vapor.

Cualquiera de esos movimientos puede trasformarse, y por ejemplo de rectilíneo alternativo en una pieza hacerse circular contínuo en otra por mediacion de una biela y de un manubrio.

Esfuerzo medio en kilógramos que un hombre puede hacer en corto intérvalo de tiempo con diferentes útiles.

Utiles.	*kilógr.*	Utiles.	*kilógr.*
Una garlopa.	45	Un cepillo á mano.	23
Un taladro con ambas manos.. . . .	45	Un tornillo á mano.	20
Una llave de tuercas.	38	Una sierra á mano.	16
Un tornillo ordinario obrando sobre esa llave.	33	Un birbiquí.	7
Un escoplo ó barreno en sentido vertical. .	33	Un pequeño destornillador, ó el atornillar con el pulgar y los dedos.	3
Un manubrio.	30		
Tenazas ó pinzas obrando por compresion..	27		

TRABAJO DINÁMICO.

Cantidades de trabajo que pueden dar el hombre y los animales en diferentes circunstancias.

CLASE DE TRABAJO.	Peso elevado ó esfuerzo medio.	Velocidad ó camino por segundo	Trabajo por segundo.	Duracion del trabajo diario.	Cantidad del trabajo diario.
1.° *Elevacion vertical de los pesos.*	kilógramos.	metros.	kilómetros.	horas.	kilómetros.
Un hombre subiendo suave pendiente ó una escalera sin llevar fardos, consistiendo su trabajo en la elevacion del peso de su cuerpo. .	65	0'15	9'75	3	280800
Un peon albañil elevando pesos con cuerda y polea, lo cual le obliga á hacer bajar la cuerda descargada.	18	0'20	3'60	6	77760
Un peon albañil elevando pesos con solo las manos.	20	0'17	3'40	6	73440
Un peon albañil elevando pesos llevándolos al hombro ó á la espalda á lo alto de una pendiente suave ó de una escalera y volviendo descargado.	65	0'04	2'60	6	56160
Un peon albañil elevando materiales con una carretilla subiendo una pendiente de $^1/_{12}$ y volviendo de vacio.	60	0'02	1'20	10	43200
Un peon albañil elevando tierras con la pala á la altura de 1'60 metros.	2'7	0'40	1'02	10	38880
2.° *Accion sobre las máquinas.*					
Un peon albañil trabajando en una rueda de clavija ó de tambor al nivel del eje de la rueda.	60	0'15	9	8	259200
Hácia la parte baja de la rueda ó á 24 grados. .	22	0'70	8'4	8	251120
Un peon caminando y empujando ó tirando horizontalmente.	12	0'60	7'2	8	207360
Un peon trabajando en un manubrio. . . .	8	0'75	6	8	172800
Un peon práctico empujando y tirando alternativamente en sentido vertical.	10	0'75	4'5	10	162000
Un caballo enganchado á un carruaje ordinario yendo al paso.	70	0'9	63	10	2168000
Un caballo atado á un malacate yendo al paso. .	45	0'9	40'5	8	1166400
Un caballo atado á un malacate yendo al trote. .	30	2'0	60	4'5	972400
Un buey atado á un malacate yendo al paso. .	65	0'6	39	8	1123200
Un mulo atado del mismo modo yendo al paso..	30	0'9	27	8	777600
Un asno id. id. id. ..	14	0'8	11'6	8	334080
Un caballo enganchado á un coche yendo al trote.	44	2'20	96'8	4'5	1568160
Un hombre andando por un camino horizontal sin fardos y consistiendo su trabajo en el trasporte del peso de su cuerpo. . . .	65	1'50	97'5	10	3510000
Un peon trasportando materiales en un carreton de dos ruedas y volviendo de vacio.. . .	100	0'50	50	10	1800000
Un peon trasportando materiales en una carretilla y volviendo de vacio.	60	0'50	30	10	1080000
Un hombre trasportando de contínuo fardos á la espalda.	40	0'75	30	7	756000
Un hombre trasportando materiales á la espalda y volviendo de vacio.	65	0'50	32'5	6	702000
Un hombre trasportando fardos en angarillas y volviendo de vacio.	50	0'33	16'5	10	594000
Un peon empleado en echar tierra con la pala á cuatro metros de distancia horizontal. . .	2'7	0'68	1'8	10	64800
Un caballo trasportando fardos en un carro y marchando al paso contínuamente cargado. .	700	1'10	770	10	27720000
Un caballo enganchado á un coche caminando al trote y contínuamente cargado. . . .	350	2'20	770	4'5	12474000
Un caballo trasportando fardos en un carro yendo al paso y volviendo de vacio. . . .	700	0'60	420	10	15120000
Un caballo cargado al lomo y andando al paso..	120	1'10	132	10	4752000
Un caballo cargado al lomo y andando al trote..	80	2'20	176	7	4435200

TRASMISIONES Y TRASFORMACIONES

DE MOVIMIENTOS EN LAS MÁQUINAS.

Trasmisiones en los casos de ejes paralelos.

324. *Engranajes ó endentajes.* Cuando el árbol que trasmite el movimiento está próximo al árbol que le debe recibir, la trasmision se efectua por medio de ruedas dentadas llamadas ruedas de engranaje.

Para establecer ruedas de engranaje se necesitan tres datos: 1.°, distancia de los ejes; 2.°, número de vueltas de cada una de las ruedas; 3.°, esfuerzo que debe trasmitirse. De esos tres datos se deducen: 1.°, los radios de las ruedas; 2.°, el número de dientes; 3.°, el paso de la endentadura; 4.°, el espesor, altura y ancho de los dientes; 5.°, el espesor de la llanta ó correa y el número y seccion de los brazos; 6.° y último, el trazado geométrico que determina el útil que puede tallar los dientes.

325. *Radios de ruedas.* Designemos por D la distancia de los ejes, por R el radio de la rueda que da N vueltas en un tiempo dado, por R′ el radio del piñon cuyo número de vueltas en el mismo tiempo se representará con N′. Tendremos $R : R' :: N : N'$, de donde $R+R' : R' :: N+N' : N'$ y como $R+R'=D$: se tendrá

$$D : R' :: N+N' : N' \text{ ó } R'=\frac{D\times N'}{N\times N'} \quad (\text{n.° } 1)$$

es decir: el radio del piñon es igual á la distancia de los ejes multiplicada por el número de vueltas del piñon y dividida por la suma de vueltas de la rueda y del piñon en un tiempo dado. Es evidente que $R=D-R'$.

326. *Número de dientes de las ruedas.* El número de dientes debe llenar dos condiciones: 1.ª, que sean en bastante número para que dos de ellos cojan entre sí otro de la otra rueda; 2.ª, que tengan bastante espesor para resistir el esfuerzo que han de trasmitir, y se llenará la primera condicion siempre y cuando la relacion de $\frac{R'}{R}=\frac{d'}{d}$ (representando d' y d el número de dientes y siendo ambos números enteros).

Se hace el número de dientes d de la rueda mayor de $10\times\left(1+\frac{d'}{d}\right)$, notando que $\frac{d'}{d}$ debe ser menor que la unidad.

Paso del engranaje. Dividiendo la circunferencia de la rueda, espresada por $2\pi R$, por el número de dientes de esa rueda se obtiene el paso p que comprende un lleno y un vacio:

$$p=\frac{2\pi R}{d}\dots \qquad (\text{n.° } 2).$$

327. *Espesor de los dientes.* El espesor de los dientes en la circunferencia primitiva está indicado por el paso dividido por 2′1 para dejar un poco de juego, lo cual da $E=\frac{2\pi R}{d\times 2'1}$, y por tanto el vacio tiene por anchura en la misma circunferencia primitiva $p-\frac{p}{2,1}$.

En la práctica se hace concordar el número de dientes de modo que se obtengan para E los valores siguientes, designando por P el esfuerzo en kilógramos que ha de trasmitirse á la circunferencia de la rueda:

$$E=\begin{cases} 0'105\sqrt{P} \text{ para la fundicion;} \\ 0'131\sqrt{P} \text{ para el bronce ó el cobre;} \\ 0'138\sqrt{P} \text{ para el serbal ó el carpe.} \end{cases} \quad (\text{n.}^\circ\ 3).$$

Aumentando ó disminuyendo el número de dientes d, es fácil llegar á

$$E=\frac{2\pi R}{d\times 2'1}=0'105\sqrt{P}.$$

Se hace la anchura del diente cuatro veces igual al espesor, cuando la velocidad de la circunferencia no pasa de $1'50^{\,m}$ por segundo, y para las velocidades superiores se le da cinco veces el espesor al objeto de compensar el desgaste. La altura del diente ó su saliente sobre la llanta ó corona se indica prácticamente por el espesor $E\times 1'2$ para los grandes esfuerzos y $E\times 1'50$ para los pequeños.

328. *Espesor de la llanta, número y seccion de brazos.* La anchura de la llanta es la misma de los dientes, á ménos que se quiera aumentar la resistencia de los dientes encajándolos en la llanta. En cuanto al espesor de esta se hace igual á la altura del diente ó á los $^2/_3$ de esa altura, si hay nervadura interior que refuerce la llanta.

El número de brazos varia con el diámetro de la rueda, pudiendo seguirse casi en todos los casos las indicaciones siguientes:

Diámetro	de 1'25 m. y abajo		4	brazos.
id.	de 1'25	» á 2'50	6	»
id.	de 2'50	» á 5'00	8	»
id.	de 5'00	» á 7'00	10	»

Puede el brazo considerarse como un sólido encajado por uno de sus estremos, y la fórmula

$$P\times L=\frac{R\times b\times a^2}{6} \qquad (\text{n.}^\circ\ 4).$$

dará sus principales dimensiones de cerca del cubo de la rueda. En esa fórmula,

P es el esfuerzo tangencial á la rueda y que no actua sino sobre un brazo;

L la longitud del brazo á partir desde el cubo;

b el espesor no comprendida la nervadura que varia de $^1/_4$ á $^1/_5$ de a;

a la altura del brazo, y a' cerca de la llanta igual á $^2/_3$ de a;

R igual 7 millones, lo cual supone que los demás brazos compensan el esfuerzo de vibracion.

329. *Trazado de los dientes* (fig. 169). Dados los centros o y o' de las ruedas así como las circunferencias primitivas oA y o'A, tírese por el punto A una línea MN que forme con oo' un ángulo de 75° (§ 195); levántese en A una perpendicular PQ sobre MN y tómese AP=AQ; magnitud cualquiera, pero más pequeña que Ao', radio de la pequeña rueda; júntese el centro o con los puntos P y Q y esas líneas encuentran MN en G y D; por esos puntos, tomando o' por centro, se describen dos circunferencias que son los centros de curvatura de los dientes de la rueda o'. Las curvaturas se trazarán por medio de dos arcos de círculo; y los radios de esos arcos se obtendrán llevando del punto A la mitad del paso hasta el punto S y llevando el espesor de los llenos de S á R que está indicado por el paso dividiéndolo por 2'1. Continúense las divisiones sobre la circunferencia primitiva. El radio de curvatura de la cara será GS y el de los costados DI. Estos arcos de círculo están enlazados con la circunferencia oF, lo cual da mayor asiento á la base del diente. El arco de círculo de las caras y el de los costados deben enlazarse en una recta que junte los centros, y bastará describir desde el punto o' una circunferencia tangente á esa recta para tener los puntos de enlace de los costados con las caras.

Los dientes de la rueda o se obtendrán de la misma manera: júntese el centro o con los puntos P y Q, y así se encuentran en MN los puntos Y y Z, y con los radios Zo é Yo se describen las circunferencias que son los lugares de los centros de curvatura de los dientes o; tomando por radio ZI se tendrá la curvatura de las caras, é YS será el radio de la curva de los costados.

Fácil es ver que en los puntos de contacto S é I las curvaturas tienen por normal comun MN, condicion que deben llenar siempre dos curvas que se conduzcan.

330. *Utiles para la ejecucion de un endentaje.* Los engranajes suelen hacerse de hierro colado ó de bronce, y el modelo de madera se construye en dimensiones métricas algo agrandadas para compensar la contraccion. La madera empleada debe estar muy seca, para que no se deforme con el tiempo ó si se calentara accidentalmente. La llanta reclama precauciones particulares para evitar la deformacion y facilitar la talla de los dientes. Para evitar deformaciones se ajustan con cuidado los pedazos de madera que componen la llanta, de suerte que un primer aro esté cubierto por otro y que las superficies de juntura estén cruzadas del uno con respecto al otro círculo. La madera que

haya de recibir la talla se ajustará por partes iguales al paso de la rueda, y la fibra de la madera se colocará en el sentido de la generatriz de la rueda misma.

Los dientes se tallan sobre los modelos de madera por medio de una máquina de dividir. La rueda está fija á un eje vertical gobernado por un plato dividido, y el útil recibe el movimiento de un motor cualquiera. Una vez escogida la division necesaria de la circunferencia, se hace morder el útil sobre la llanta que hace así los vacios y deja sobresalir los dientes. Para tallar las ruedas de madera se usa un útil que tenga la forma hueca ó buída, implantado perpendicularmente á un eje animado de grandísima celeridad. Las ruedas de metal se tallan con un útil que tenga un movimiento vertical y actue como en las máquinas de burilar.

A falta de máquina de dividir propiamente tal, puede servir para tallar los engranajes un simple torno de carro, dotado de plato dividido.

Dispuesta la rueda sobre las puntas de las muñecas y gobernada por un *toc*, recibirá un movimiento á mano cuyos paros correspondan á las divisiones del plato. Una fresa montada en el carro recibiendo un movimiento muy rápido del motor tallará entonces la rueda avanzando paralelamente al eje del torno por medio del tornillo destinado á conducir el carro.

331. *Endentaje interior* (fig. 179). A veces hay necesidad para trasmitir el movimiento circular de un árbol á otro, de hacer rodar el esterior de un cilindro por el interior de otro más grande y emplear el engranaje que se denomina interior. Los dientes de la rueda grande se tallan por medio de un útil de movimiento vertical, y generalmente hasta despues de esta operacion no se fija firmemente en las otras partes la corona que lleva los dientes.

El engranaje interior y su trazado se ejecutan en virtud de los principios dados acerca del engranaje esterior (§ 329): júntese el centro O de la rueda con los puntos T y Q de la línea TQ tirada perpendicularmente á MN, que forma con OA un ángulo de 75°; y así se tendrá y y z por las cuales se harán pasar circunferencias que serán los lugares de los centros de curvatura de la rueda; marcando en la circunferencia de la rueda una distancia AR igual al paso y Ag igual al espesor del diente, se tendrá V por radio de curvatura de las caras y zR por radio de curvatura de los costados. Juntando O′ con los puntos T y Q, se obtendrán los puntos I y D por los cuales se harán pasar circunferencias del centro O′, y llevando á la circunferencia primitiva AO′ los espesores y los vacios de los dientes, el radio DK describirá la curvatura de las caras y el radio IL describirá el arco de los costados.

332. *Comunicacion del movimiento circular por medio de órganos flexibles* (fig. 171 y 172). Los intermediarios flexibles suelen emplearse para trasmitir el movimiento circular contínuo, cuando seria demasiado embarazoso ó caro el empleo de engranajes. Compónense de una cuerda ó correa de cuero, sin fin; la cuerda se encaja en gargantas de seccion triangular practicadas en el contorno de las poleas, y las correas pasan por cilindros ligeramente bombeados en sentido de la generatriz. Una y otras deben tener suficiente tension para que el deslizamiento no se efectue sin una trasmision normal del esfuerzo que ha de trasmitirse. Se aumenta su adherencia sobre la superficie de las poleas ó tambores salpicándolas con resina ó recargándolas con un peso como lo indica la figura 171.

333. En los casos en que es menester cambiar, cuando se quiera, la velocidad del árbol que en definitiva trasmite el movimiento á la máquina trabajadora ó al útil, se emplean poleas de diferentes diámetros clavadas en el mismo árbol ó hechas de una sola pieza en la fundicion (fig. 173). Para que la misma correa pueda servir en cada uno de los cambios de velocidad es preciso que la suma de los diámetros de las poleas colocadas en frente una de otra sea la misma para cada gradacion. Si el diámetro de A + diámetro de B = 30, es forzoso que diámetro de C + diámetro de D = 30, y así sucesivamente. Se aplicará la fórmula de los números 5 y 6 (§ 336) para determinar el diámetro de cada una de las poleas estremas de un tambor truncado cónico.

El paso de la correa de una polea á otra no puede hacerse gradualmente; el árbol que recibe el movimiento se pararia. Este inconveniente se evita empleando la instalacion representada por la fig. 175. Consideremos una línea AB (fig. 174) cuya longitud sea la suma de los radios de dos cilindros de altura BC formando el rectángulo ABCD; y trazando en ese rectángulo una curva PQR, podria tomarse por límite de dos rodillos (figura 175) que tendrian, segun la vertical, radios cuya suma seria constante; y si sobre estos dos rodillos se coloca una correa cruzada, será fácil hacerla marchar paralelamente por medio de una barra M, y por tanto hacer variar el movimiento de una manera contínua.

334. Cuando se trata de trasmitir el movimiento á gran distancia, á 200 ó 300 metros, por ejemplo se emplean cables de alambre que se arrollen por poleas de gran diámetro, á fin de que la elasticidad natural del alambre no sea sobrepujada ni haya rotura. Cuando la distancia es muy grande, se sostiene el cable por medio de rodillos debidamente dispuestos. Véase más

adelante el cuadro relativo á las anchuras que deben darse á las correas.

335. *Cadenas de Vaucanson* (fig. 170). Cuando se trasmiten de un eje á otro grandes esfuerzos y la velocidad debe ser lenta ó moderada, suelen usarse cadenas llamadas de Vaucanson. Este aparato se compone de una cadena sin fin formada de cilindros pequeños C, C ó husos ligados entre sí por planchas de hierro *p*, *p*, *p*, robladas sobre dos cilindros, si bien que pudiendo girar libremente y formar una cadena articulada. Las planchas de hierro encajan sucesivamente los costados de dos ruedas de fundicion dotadas de dientes A; los dientes penetran uno tras otro en el espacio libre que queda entre dos husos ó rodillos consecutivos de la cadena, y el movimiento de ésta, tomado de una rueda, se trasmite á la otra. Los costados de los dientes de la rueda están formados de una semi-circunferencia que tiene por diámetro el del cilindro que se encaja multiplicado por 1'1, lo cual da suficiente juego; y los costados se trazan por medio de un arco de círculo cuyo radio pase un poco del diámetro de la circunferencia que ha servido para trazar los planos. Se entiende que el centro del arco del círculo de las caras debe hallarse sobre una perpendicular en el punto A de la circunferencia primitiva, para que sea perfecto el enlace de los arcos de círculo.

336. *Cálculo de una velocidad de una rueda conducida.* Dos ruedas dentadas que encajan una con otra giran en sentido contrario. Si tienen igual número de dientes, lo cual indica forzosamente el mismo diámetro, giran con la misma velocidad, y si ese número es diferente, el número de vueltas que da la rueda pequeña en un mismo tiempo, está en razon inversa del número de dientes que tiene la rueda grande (§ 56). Sea una rueda de 100 dientes que engrana con otra de 25; teniendo esta $\frac{100}{25}=4$ veces *ménos* de dientes, dará 4 veces *más* vueltas que la primera al mismo tiempo.

En cuanto al número de revoluciones sucede lo mismo entre dos ruedas que entre dos tambores puestos en comunicacion por medio de cuerdas ó correas (§ 332). La direccion del movimiento será en igual sentido, si la correa está cruzada entre las dos ruedas, y será contrario, si la correa va directa.

Representando por

D, el número de dientes de una rueda ó su diámetro;

N, el número de revoluciones que da por minuto;

d, el número de dientes ó el diámetro de otra rueda que engrana con la primera.

n, el número de revoluciones que da en el mismo tiempo que la anterior;

se tienen en la práctica las relaciones siguientes:

$$D=\frac{d.n}{N} \ldots (\text{n.}^{\circ}\ 5);\quad d=\frac{D.N}{n} \ldots (\text{n}^{\circ}.\ 6),$$

$$N=\frac{d.n}{D} \ldots (\text{n.}^{\circ}\ 7);\quad n=\frac{D.N}{d} \ldots (\text{n.}^{\circ}\ 8).$$

EJEMPLO. Una rueda de diámetro $D=2^{m}$ da un número de vueltas N=80 por minuto. ¿Qué diámetro *d* habrá de darse á otra rueda conducida para que en tiempo igual dé un número de vueltas $n=160$?

Aplicando la fórmula n.° 6 resulta:

$$d=\frac{2\times 80}{160}=1^{m}.$$

Una rueda tiene el número de dientes $d=180$; da por minuto un número de revoluciones=800. ¿Qué número de dientes D ha de tener otra rueda conducida por la primera, si se le quiere dar al mismo tiempo un número de revoluciones N=240?

Aplicando la fórmula n.° 5 tendremos:

$$D=\frac{180\times 800}{240}=600.$$

¿Cuántas vueltas *n* por minuto daria una rueda que tiene *d* dientes=180, siendo conducida por una rueda que tiene un número de dientes $d=600$ y que da por minuto N revoluciones=240?

Aplicando la fórmula núm. 8 tenemos:

$$n=\frac{600\times 240}{180}=800.$$

¿Qué diámetro *d* ha de darse á una rueda para que dé un número de vueltas $n=20$, en tanto que la rueda conductora y que tiene un diámetro $D=1'80^{m}$ da una vuelta ó N=1?

Poniendo en números la fórmula núm. 6 se obtiene:

$$d=\frac{1\times 1'80}{20}=0'09^{m}.$$

337. *Cálculo de la velocidad de una rueda conducida por un sistema de varias ruedas conjugadas.* En un sistemas de varias ruedas de diferentes tamaños, si encajan directamente, la velocidad relativa de las dos últimas es exactamente la misma que la que existiria si no hubiese ruedas intermedias. De modo que si la rueda conductora tiene 2^{m} de diámetro y la última $0'50^{m}$, esta dará un número de vueltas *n* veces mayor que el de la primera, espresado por $\frac{2}{0'50}=4$, y esto sean cuales fueren los tamaños y el número de las ruedas intermedias.

En el caso en que la trasmision del movimiento que debe hacerse por ruedas dentadas ó por tambores y correas haya de dar muy grande diferencia del número de dientes entre la rueda conductora y la conducida, y sea imposible colocar un solo par de ruedas de un diámetro conveniente, se combina un sistema de varias ruedas y piñones que conduzcan cada uno una rueda intermedia. La figura 314 nos da un ejemplo de ello. Para hallar el número de vueltas N que dé el último piñon *d* cuando la rueda conductora A haya dado una vuelta, se escribe en relacion de las anotaciones de la figura 314.

$$N = \frac{A \times B \times C \times D}{a \times b \times c \times d}$$

y poniendo los números

$$\frac{36 \times 56 \times 48 \times 24}{12 \times 7 \times 8 \times 6} = 576 \text{ vueltas.}$$

La regla consiste, pues, en multiplicar entre sí el número de dientes ó el diámetro de cada una de las ruedas conducidas, comprendiendo aquella de donde parte el movimiento, y dividir ese producto por el que nos da multiplicar el número de dientes ó del diámetro de todos los piñones conductores incluso el último.

Para determinar el número de dientes de cada una de las ruedas, á fin de que la última dé un número dado de vueltas cuando la primera da una, se descompone ante todo en tantos factores como ruedas se quiera tener, el número que espresa cuantas vueltas debe dar la última con relacion á la primera. Sean tres ruedas, la última de las cuales dé 400 vueltas por 1 de la primera: podrá elejirse entre estos factores:

$$50 \times 4 \times 2 = 400, \text{ ó } 40 \times 5 \times 2 = 400,$$
$$\text{ó } 16 \times 5 \times 5 = 400.$$

Supongamos la última combinacion: se fija enseguida arbitrariamente el número de dientes de cada uno de los piñones y se establece el número de dientes de las ruedas segun el cálculo siguiente:

1.^{er} piñon, 8 dientes 1.^{a} rueda $16 \times 8 = 128$ dientes.
2.^{o} piñon, 6 dientes 2.^{a} rueda $5 \times 6 = 30$ dientes.
3.^{er} piñon, 4 dientes 3.^{a} rueda $5 \times 4 = 20$ dientes.

Esa tercera rueda dará 400 vueltas, mientras que la primera de 128 dientes dará 1. Para comprobar la operacion se podrá emplear el método siguiente:

$$\frac{\text{Ruedas... } 128 \times 30 \times 20}{\text{Piñones.. } 8 \times 6 \times 4} = 400 \text{ vueltas.}$$

En el caso en que la trasmision de movimiento deba efectuarse por medio de poleas y tambores, los números que espresan los diámetros reemplazarian en el ejemplo anterior los que espresan el número de dientes de los engranajes.

338. *Ejes en cuya prolongacion puede haber desvios* (figura 176). Muy amenudo sucede que la accion de un motor se trasmite al receptor por una larga série de árboles sostenidos por soportes espuestos á bajarse; y de ahí se sigue que hay entonces violencia en los cojinetes, ó apoyos falsos; y por consiguiente se calientan las articulaciones y se pierde trabajo. Se obvian esos inconvenientes fraccionando los árboles en porciones de 10 á 12^{m} y sosteniéndolos con soportes ó silletas cuyo número esté en relacion con la longitud y el diámetro de los árboles; pero el problema no quedaria enteramente resuelto, si la accion del desvio de un árbol se trasmitiera á otro, y esto es lo que se evita instalándolos de la manera siguiente:

1.° A y B son dos manubrios ó brazos elevados á los estremos de los árboles; S es una espiga de hierro con un mango cónico que se mantiene fijo en virtud de la tuerca E; el otro cabo afecta la forma de una oliva con dos secciones planas paralelas al eje; esa parte está encajada libremente en el segundo brazo A y le comunica el movimiento del primer árbol apoyándose por la parte plana sobre topos de bronce sujetos con tornillos en el brazo A. De ese modo ni siquiera un desnivel sensible gasta inutilmente los cojinetes.

2.° La figura 184 representa dos manubrios dobles colocados en árboles en la prolongacion del uno al otro. Los dos llevan A y B terminadas por un boton esférico; las espigas se juntan entre sí y de un árbol á otro por medio de bielas F, cuyos cojinetes son de igual forma que los botones de las espigas. La apretura de los cojinetes de las bielas, que son muy cortas, se logra por medio de una clavija comun F representada en la figura. Es evidente que ese movimiento de rótula permite el desvio de uno de los árboles sin arrastrar al otro.

339. La juntura llamada de *Cardan* (fig. 182) tiene por objeto como las dos instalaciones descritas más arriba aislar del desvio los dos árboles que enlaza: el estremo de cada árbol lleva una horquilla de hierro forjado C y D, y el estremo de las horquillas lleva espigas de hierro K, que se enmangan á frote suave en una masa central D'D', guarnecido de dados ó topos de bronce en el interior. Las espigas están fijas en las horquillas por medio de tornillos *v* metidos la mitad en la horquilla y la otra mitad en la espiga. La masa central debe tener ménos anchura que la separacion de la horquilla, y se evitan sus oscilaciones colocando entre las dos piezas rondelas R de cauchú.

340. *Ejes perpendiculares que se encuentran. Ruedas de ángulo.* Cuando los ejes son perpendiculares y se hallan en un mismo plano, la comunicacion del movimiento se efectua por medio de ruedas de ángulo ó de engranaje cónico. En esta clase de engranajes los dientes en vez de colocarse en el contorno de una rueda ó cilindro se colocan en las superficies laterales de dos troncos de cono; siguiéndose naturalmente de ahí que no pueden tener el mismo espesor en toda su estension con formar cada una de ellas un tronco de pirámide de bases curvilíneas.

Los diferentes elementos de construccion de los engranajes cónicos se encuentran empleando el mismo método que para el engranaje de costado (§ 329); la sola diferencia está en la forma del diente y el trazado de esa parte se limita á encontrar la forma cónica de las ruedas y las bases de los troncos de pirámide que constituyen los dientes.

Dados los ejes AB y BC (fig. 177) y conociendo el número de vueltas de cada una de las dos ruedas en un tiempo dado, dividir el ángulo ABC formado por los dos ejes en dos partes proporcionales á los números de vueltas de las ruedas (§ 61).

Se traza el radio medio de la rueda, de B á D, y el del piñon, de B á E; se tiran DF y EF perpendiculares á los ejes, debiendo encontrarse forzosamente en F estas líneas; se marcan del punto F longitudes FM y FN iguales á media anchura de los dientes, y se tiran AMC y ONP perpendiculares á MB. Los puntos M y N que giran alrededor de los ejes AB y BC, describirán circunferencias que bajadas al plano horizontal serán las circunferencias MV y MK para las grandes bases y NQ y NS para las pequeñas bases. En estas circunferencias primitivas así trazadas en el plano horizontal se harán todas las construcciones descritas antes para el engranaje de costado (§ 329), teniendo en cuenta que siendo los dientes de forma piramidal, ha de repetirse dos veces la misma operacion, una para determinar la base pequeña y otra para determinar la grande.

341. *Dientes de engranajes cónicos.*—El tallado de los dientes de engranajes cónicos ofrece dificultades que no hay en los engranajes cilíndricos. Con efecto, en estos, teniendo el útil la forma del espacio vacio comprendido entre dos dientes, arranca la materia en una ó dos veces; pero en los engranajes cónicos el vacio entre dos dientes va estrechándose, por lo que no es posible cortar con un solo útil la materia necesaria para dejar bien formados los dientes.

El medio que da un resultado satisfactorio, es el siguiente: se talla el útil siguiendo la forma rectangular cuya base es igual al fondo del vacio L; y estando la rueda colocada en una máquina de dividir, se da al útil en movimiento una carrera paralela al fondo de los vacios RT, y á cada division traza una ranura que tendrá la profundidad deseada sin tener la anchura necesaria en todas sus partes. Lo que faltará que hacer se trabajará con el buril y la lima, y al efecto se harán dos calibres de palastro sobre los modelos de los dientes de los grandes radios y sobre los de los pequeños y se conformarán con estos calibres los estremos de los dientes. Enseguida no deberá hacerse más que quitar el escedente de materia que hay en el medio del diente. Esa operacion, bastante fácil de ejecutar con los modelos de madera, es muy larga, y por lo tanto costosa, con las ruedas de metal.

Pero las ruedas de ángulo tambien se funden, si bien que con esmero tal, que no sea necesario repasarlas con útiles cortantes.

Si en vez de tener dos ejes AB y BC que formen entre sí un ángulo recto, dejase éste de serlo, el trazado de los engranajes seria análogo al que acaba de indicarse.

(Véase el cuadro que da los diámetros de las ruedas de engranaje en relacion del número de dientes).

342. *Ejes en planos diferentes* (fig. 178). Para trasmitir el movimiento circular entre dos ejes no situados en el mismo plano, el medio más sencillo de llegar á la solucion es hacer pasar un plano por cada uno de los ejes dados; la interseccion de esos dos planos estará forzosamente en cada uno de los planos de los dos ejes dados, y esa interseccion servirá como de eje intermedio para marcar una rueda dentada cónica que engrane con las ruedas colocadas en los dos ejes dados. Los intermedios flexibles son de suma utilidad para trasportar el movimiento circular de un eje á otro, sea cual fuere la manera de estar colocados los dos en el espacio. Sean A y B (fig. 178) dos ejes no situados en el mismo plano y dotados de poleas cuyos planos se corten en sentido de la recta MN. En dos puntos P y Q de esa recta, debidamente escojidos, se sujetan dos *poleas guias* de esmerejon, es decir, que giren sobre su punto de fijacion: una cuerda sin fin que abarque una parte de la polea A, pasará por cada una de las poleas pequeñas *r* y *q*, y se arrollará enseguida por la polea B.

Como se vé, podrá efectuarse el movimiento en ambos sentidos bastando para ello cruzar los ramales. El objeto de las poleas *r* y *q* es mantener los ramales en los planos de las poleas A y B. Haciéndose el cambio de plano por las gargantas de las poleas pequeñas, se presta fácilmente á ello la flexibilidad de la cuerda.

343. *Ejes de ángulo recto que no se encuentran. Tornillo sin fin* (fig. 180). Si se hace girar un perno roscado dentro de su tuerca y se mantiene la tuerca fija haciendo girar el tornillo, éste avanzará cada vuelta en una cantidad igual al paso; y si al contrario el tornillo está fijo y la tuerca gira, ésta será la que avance un paso por cada vuelta. Supongamos un tornillo sustentado por dos soportes que no le permitan el movimiento en sentido de su eje, aunque dejando libre el movimiento rotatorio: es evidente que un punto de una rueda encontrado por el filete del tornillo será desalojado por una vuelta de este en una cantidad igual al paso.

Comprendido bien este punto, será fácil establecer la relacion de velocidad entre la rueda y el tornillo. Debiendo cada vuelta del tornillo hacer avanzar la rueda en una cantidad igual al paso del mismo, es evidente que cuantas veces esté contenido éste en la circunferencia de la rueda, otras tantas dará vueltas el tornillo por cada vuelta de la rueda.

Propongámonos ahora determinar los elementos de semejante máquina. No entrando para nada en cuenta el diámetro del tornillo, bastará dar á la barra suficiente resistencia para soportar el esfuerzo de torsion á que esté sujeta. El cálculo de la resistencia se hará únicamente para los gorrones, y se aumentará en $^1/_{10}$ poco más ó ménos la parte media con más el espesor ó saliente del filete del tornillo. Para los tornillos sin fin de hierro, que son los más usados, tenemos la relacion siguiente:

$$d^3 = \mathrm{K} \times \frac{\mathrm{A}}{n},$$

en la que d es el diámetro en centímetros, K el coeficiente igual á 1'50, A el trabajo trasmitido y espresado en kilográmetros y n el número de vueltas que el tornillo da en un minuto. Luego

$$d = \sqrt[3]{\mathrm{K} \times \frac{\mathrm{A}}{n}}.$$

Las dimensiones de la rueda y de sus dientes se deducen aplicando las mismas reglas que para el engranaje de costados (§ 329); y la construccion se hace de la manera siguiente:

El paso del tornillo, el espesor de los dientes y los vacios que dejan entre sí, una vez conocidos, nos permiten suponer un plano vertical indicado en la figura 180 por rayados, que corta la rueda y el tornillo. Sea OC el radio primitivo de la rueda; tiremos la recta AB tangente á la circunferencia OC, y para terminar el cilindro primitivo del tornillo tracemos DE paralela á AB. Operemos entonces en este plano de corte la division de los dientes y busquemos su forma; para lo cual tiraremos por el punto C una recta MN que forme con OC un ángulo de 75°; en el punto C tracemos PQ perpendicular á MN, y tomemos OP=OQ y más pequeña que OC. Juntando el centro O con los puntos P y Q se obtendrán los puntos K y L, por los cuales se harán pasar circunferencias desde el punto O que darán los centros de las curvaturas de los costados y caras de la rueda. Llevando de C á I la anchura de los vacios, el radio KI describirá el arco de círculo de los costados, y de C á Y se indicará el espesor: el radio LY describirá el arco de las caras de la rueda.

Para el trazado de los filetes en el plano de corte operamos de un modo análogo, admitiendo que el centro de la circunferencia que pasa por los puntos A,C,B tiene su centro al infinito. Bajemos, pues, de los puntos P y Q perpendiculares á AB, que encuentren MN en los puntos S y R; por esos puntos tiremos rectas paralelas á AB y tendremos así rectas que serán los centros de curvatura de los costados y caras de los dientes.

En el plano de corte tracemos sobre AB las divisiones correspondientes á los llenos y vacios de los dientes; SI será el radio de las caras y RY el de los costados.

La operacion que acabamos de describir, dará la forma del útil apropósito para formar los filetes y tallar la rueda. El tornillo se tallará en un torno ordinario de filetear. Los dientes de la rueda se tallarán con un útil montado en un árbol que tenga movimiento rotativo y que deba avanzar á cada paso en el sentido de su eje y en una cantidad igual al paso.

El resto de la figura 180 no tiene utilidad sino para indicar un diseño del sistema cuyo trazado se hace de este modo: bajar los dos cilindros del tornillo en sentido de las circunferencias VX y VZ; dividirlas en totalidad ó solamente su mitad en partes iguales, proyectando los puntos 1, 2, 3... 8 en los dos cilindros; dividir la mitad del paso en cada uno de estos cilindros en igual número de partes que las semi-circunferencias, y tirar las perpendiculares por los puntos de division: las intersecciones de esas perpendiculares con las horizontales de los puntos correspondientes darán los puntos necesarios para construir la proyeccion vertical de las curvas en hélice.

Es obvio que los dientes de la rueda no pueden ser perpendiculares al plano mismo de la rueda; y su inclinacion se obtendrá desarrollando la circunferencia primitiva del cilindro en HG y marcando el paso en la perpendicular GJ. La inclinacion de los dientes con el plano de la rueda se marcará con la inclinacion de HJ sobre JG.

Comunmente los dientes de la rueda están truncados en sentido de los planos Vu y VF que pasan por el eje del tornillo, siendo así los dientes ménos susceptibles de romperse bajo el esfuerzo ejercido por el tornillo.

Las proyecciones de los dientes se obtienen marcando uF y u'F' en Jf y J'u, y rebajando los puntos J y u en GJ.

En ese sistema de trasmision de movimiento siempre es el tornillo el que conduce, y la rueda la que es conducida: la débil inclinacion de los dientes de esta demuestra que seria difícil, por no decir imposible, hacerle comunicar el movimiento al tornillo.

Trasformacion del movimiento circular en movimiento rectilíneo alternativo.

344. *Cremallera* (fig. 168). La cremallera es una barra rígida y recta de metal, provista de dientes en los que van á encajar los de un piñon. Las condiciones de velocidad en este aparato estriban en que á cada vuelta del piñon avance la cremallera en cantidad igual á la circunferencia primitiva del engranaje del piñon. La determinacion del espesor así como de los demás elementos de los dientes, es idéntica á lo que se hace para los engranajes de flanco ó de costado (párrafo 329).

Sea OC la circunferencia primitiva de la rueda: por el punto C se tira la tangente AB y se marcan en esa recta á partir del punto C los llenos y los huecos de los dientes: trácense igualmente los llenos y los huecos en las circunferencias OC. Limítese la saliente de los dientes dándole una vez y media el espesor, y trácese la curvatura de los dientes por medio de dos arcos de círculo, como se ha hecho antes (§ 329); es decir, por el punto C tírese la recta MN que forme con OC un ángulo de 75°. Levántese PQ perpendicular á MN y tómese CP=CQ y más pequeña que OC. De los puntos P y Q bájense perpendiculares á AB que encuentren MN en los puntos R y S. El radio de curvatura de las caras y de los flancos será RF y SG. Júntese el centro O con los puntos P y Q, determinándose así los puntos D y E y el radio de curvatura de los flancos DF; el de las caras es EG. Para tener las curvaturas de los dientes de la cremallera, es preciso trazar por los puntos R y S dos paralelas á AB, y por D y E dos circunferencias que tengan por centro el punto O.

El movimiento dado á la rueda debe ser forzosamente alternativo en razon de la longitud limitada de la cremallera, y ésta debe hallarse sujeta por medio de guias á moverse tangencialmente á la rueda.

La recíproca de ese movimiento es posible: si la cremallera está animada de un movimiento rectilíneo alternativo, cada uno de sus dientes chocará con los de la rueda y ésta recibirá un movimiento rotatorio alternativo.

345. *Torno.* Uno de los medios más sencillos empleados para trasformar el movimiento circular en movimiento rectilíneo es el empleo del torno compuesto de un cilindro ab (fig. 185) montado sobre gorrones y que recibe su movimiento de un motor cualquiera que actue sobre la rueda d.

La cuerda se arrolla por el cilindro soportando un peso á su estremo inferior. La relacion de las velocidades de la rueda d y del peso p se establece así designando por r el radio del cilindro y por R el de la rueda; durante una revolucion entera un punto de la rueda recorre 2πR, y el peso p' asciende en una cantidad igual á 2πR. Durante esa misma revolucion un punto del cilindro recorre $2\pi r$ y el peso p asciende en una cantidad representada por ese último producto. Llamando V la velocidad de la rueda y v la del cilindro, ó lo que es lo mismo la velocidad de los pesos p' y p, bajando el uno y subiendo el otro, se tendrá:

$$\frac{V}{v}=\frac{2\pi R}{2\pi r}=\frac{R}{r}$$

Así, pues, las velocidades están en razon directa de los radios de las ruedas y segun los principios espuestos en el § 294 la intensidad de las fuerzas que actuan en p' y p está en razon inversa de los mismos radios.

346. *Biela* (fig. 186). La biela es una barra rígida é inflexible comunmente de hierro llevando á cada uno de sus estremos un gorron. Tomemos un eje o que gire sobre sí mismo arrastrando en su movimiento el manubrio ob: sea a un punto que obliguen unas guias á moverse en sentido de la recta xy. El eje de la biela será ab que junta el punto a con el punto b. Viniendo del punto o el movimiento, el punto b tendrá que recorrer todos los puntos de la circunferencia ob, y como ab no puede estenderse y el punto a tiene que seguir á xy, resulta que el punto a marchará sucesivamente de x á y y de y á x, y la amplitud de su movimiento será la línea xy igual al diámetro de la circunferencia ob.

Veamos ahora cuales serán las velocidades de los dos estremos de a y b de la biela. Teniendo el punto b un movimiento uniforme recorrerá arcos iguales en tiempos iguales. No sucederá lo mismo con el punto a, que debiendo pararse á cada estremo de su curso, tendrá su máximun de velocidad en el punto *a* y pasará del punto *a* á los puntos *x* é *y* por degradaciones de velocidades que bajarán hasta cero.

Además, si el punto *b* se mueve siempre con movimiento uniforme resultará que el punto *a* marcando el semi-curso del pié de la biela, hará obtener *ab*=*ao*, y el arco *bnf* mayor que el arco *bmf*. Por consiguiente, el tiempo empleado en recorrer la línea *ax* será mayor que el empleado en recorrer la línea *ay*.

Si suponemos ahora que el punto *a* sea el que conduzca la biela y que se trasporta á *a'* el punto *b* ligado invariablemente al eje *o*, describirá una circunferencia alrededor de ese punto. Examinemos lo que pasa acerca del esfuerzo trasmitido por esa pieza. Es evidente que el esfuerzo trasmitido por la biela estará en su máximun cuando sea perpendicular al manubrio, es decir, en la mitad de su curso; ya que suponiendo el punto *b* llegado á *b'*, el esfuerzo que tiende á mover ese punto se descompondrá en dos cuya resultante será *b'a'*; el uno *b'k* tangente á la circunferencia será el esfuerzo útil, el otro *b'p* el esfuerzo inútil ó el frote del cojinete sobre el gorron.

El máximo de la fuerza útil se producirá sin duda en el momento en que el ángulo sea mayor en lo posible, es decir, cuando el manubrio y la biela sean perpendiculares; al paso que *b'k* será nula cuando esas dos piezas tengan sus ejes en el mismo plano, ó sea, cuando el punto *b* esté en los puntos *n* y *m*, llamados por esa razon *puntos muertos* y que no pueden estar sobrepujados por la accion del esfuerzo ejercido en el punto *a*. Los puntos muertos se salvan con ayuda de un *volante* fijado al árbol.

347. *Construccion de la biela.* La biela soporta alternativamente esfuerzos de traccion y de compresion: y resistiendo ménos los metales el esfuerzo de compresion que el otro, bastará construirla para resistir el esfuerzo de compresion. La longitud de la biela debe ser la mayor posible, pero se comprende que el aumento de esa dimension acarrea la del espesor. Por eso es comun darle una longitud cinco ó seis veces mayor que el radio del manubrio: más bajo de esa proporcion el ángulo de frote aumenta y por lo tanto éste se hace mayor en detrimento del trabajo (párrafo 323).

No es indiferente la forma de la biela: por regla general se hace redonda y bombeada hácia su mitad para darle más resistencia. Para una longitud de cinco ó seis veces el radio del manubrio, la seccion del cuerpo de una biela de hierro fundido debe soportar á lo sumo por cada centímetro cuadrado de superficie 28 kilógramos en la mitad y 35 kilógramos en cada estremo, y la biela de hierro forjado de 50 á 60 kilógramos en la mitad y de 90 á 100 kilógramos en los estremos.

348. *Volante.* La accion de la biela sobre el manubrio no es regular, y se necesita colocar en el árbol del manubrio un volante para salvar ó vencer los puntos muertos (§ 346).

Segun la manera de obrar la biela sobre el manubrio, se dice que este es de simple efecto ó doble. El manubrio es de simple efecto cuando el empuje por el boton *b* se efectua durante el curso del arco *mbn* y cuando el resto de la circunferencia es recorrido en virtud de la velocidad adquirida (fig. 186). Es de doble efecto cuando la accion directa de la biela sobre el boton de manubrio se ejerce durante toda la revolucion de esta última.

Para un manubrio de simple efecto el peso P de la corona del volante es:

$$P=\frac{24324n}{m\times V^2}\times K;\ldots \qquad (\text{n.° } 10)$$

n, trabajo trasmitido en kilógramos;
m, número de vueltas del volante, por minuto;
V, velocidad media de la llanta de un volante;
K, coeficiente de regularidad=5'60 en promedio.

Para un manubrio doble se toma:

$$P=\frac{46'45\,n}{mV^2}\times K,\ldots \qquad (\text{n.° } 11)$$

$$V=R\times\sqrt{\frac{46'45\,n}{mP}}\ldots \qquad (\text{n.° } 12)$$

Por esas fórmulas se ve que aumentando el radio del volante, se aumenta la velocidad de la llanta, y disminuye el peso del volante; pero la esperiencia ha demostrado que no es cuerdo pasar de una velocidad de 30 metros por segundo.

349. *Escéntrico* (fig. 187). Llámase así un plato circular *a* que gira alrededor de un centro *c*, que no es el suyo y está rodeado de un círculo en dos partes *df* unido á una biela *m*. El escéntrico suele emplearse para trasformar un movimiento circular contínuo en rectilíneo alternativo; y su juego es el mismo que el del manubrio al cual sustituye, porque se tendria que cortar el árbol para colocar allí el manubrio. El trabajo del manubrio es más económico, pues el escéntrico, lo mismo que la biela, da un frote en proporcion directa con el desarrollo de la circunferencia del gorron del manubrio; y un escéntrico puede considerarse como un manubrio cuyo boton tiene un diámetro igual al del plato, y por lo tanto mucho mayor que el diámetro del árbol á que está fijo.

El escéntrico no se emplea jamás para convertir el movimiento rectilíneo en circular; pues lo dicho hasta aquí lo demuestra á todas luces. Llámase *radio de escentricidad* la distancia del centro *c* del árbol al centro *a* del plato: y tiene exactamente la misma longitud que la de un manubrio cuyas funciones puede reemplazar. El escéntrico no debe emplearse más que para trasmitir pequeños esfuerzos; comunmente sirve para dar el movimiento á las cajas de distribucion en las máquinas de vapor.

Si un mismo escéntrico debe en tal caso dirigir la marcha adelante y la marcha atrás de la máquina, ha de ser móvil en el árbol, y entonces es menester que se le aplique un contrapeso, para que el peso del plato no arrastre el mecanismo al pasar por ciertas posiciones. El plato está en dos partes para que pueda aplicarse al árbol.

Cuando se emplea un solo escéntrico en una máquina de vapor para comunicar el movimiento del árbol de reposo á las cajas de distribucion, y esa máquina tiene que marchar en ambos sentidos, es evidente que un calado fijo no corresponde á esa necesidad. En tal caso el escéntrico está movil en el árbol durante el curso de determinado arco (fig. 190) y el árbol lleva un pujavante *ab* que va á chocar con un *topo* que forma parte del escéntrico.

Propongámonos determinar la longitud del pujavante *ab* para que chocando cada uno de los estremos del *topo c* esté el escéntrico alternativamente calado para la marcha adelante y para la marcha atrás. Se pone el émbolo exactamente al cabo de curso (ó carrera) y la caja de distribucion en la posicion que debe ocupar para admitir el vapor (abierto de antemano para la introduccion); enseguida se hace girar el escéntrico con la mano en el sentido de la marcha adelante, hasta encajar el pié de biela con el vástago ó árbol de la caja de distribucion. En el punto *a*, estremo del topo del escéntrico, se traza una línea en el árbol. Se hace enseguida girar el escéntrico hacia atrás con la mano hasta que la biela se encaje de nuevo: el otro estremo del topo dará entonces el punto *b*. Luego el pujavante tendrá por longitud *arb*, y el escéntrico podrá moverse en el espacio libre *afb* para pasar de una á otra marcha de la máquina.

Se comprende que cuantas veces el pujavante encuentre el topo, hay choque; por lo que no puede emplearse este sistema de cambio de marcha más que con los árboles que no pasen de veinte y cinco vueltas por minuto; y cuando hayan de pasar, será mejor emplear dos escéntricos que encajen alternativamente con la caja de distribncion.

350. *Corredera ó colisa circular* (fig. 188). Uno de los sistemas más ingeniosos para el cambio de marcha de una máquina es la corredera llamada de *Stephenson* ó colisa circular. *ab* y *bc* son los ejes de dos bielas escéntricas caladas al árbol *o* para obtener la marcha adelante y la marcha atrás: *cd* es un arco hendido por el cual resbala el estremo *p* del árbol de la caja de distribucion. Por medio de un sistema cualquiera de palancas *t* se puede bajar ó levantar el arco segun se quiera, y por consiguiente poner una ú otra de las bielas en comunicacion con la caja de distribucion para obtener la marcha que se quiera, ó bien poner el sector en la posicion media para detener la marcha de dicha caja.

351. *Construccion práctica de la colisa de Stephenson.* Los diferentes puntos de la colisa determinan cierto desplace del vástago de la caja de distribucion, de lo cual damos varios ejemplos en las láminas que ilustran esta obra acerca de las máquinas de vapor tratadas especialmente en la 5.ª parte.

En los talleres de construccion se emplea el medio práctico representado en la fig. 189 para determinar la forma y longitud de la colisa: *ok* es un plato circular que puede girar sobre un eje *o*. Trázanse en este plato los dos radios de los escéntricos, uno de los cuales afecta á la marcha adelante y el otro á la marcha atrás, de modo que los radios *ob* y *oa* pueden considerarse como manubrios á que van á articularse las dos bielas *bd* y *ac* figuradas por medio de dos latas de madera que tengan la misma longitud que las bielas reales. Un sector de madera *mn* descrito desde el centro *o* figura la colisa y se enlaza por el punto *r* con las palancas de suspension hechas de tamaño natural. Se hace igualmente de madera un corte sumario de la caja de distribucion y de sus orificios, así como de su vástago (fig. 191), que se enlaza con el sector en el punto *f*. Una vez hechos estos modelos se da un movimiento circular al plato *ok* y se escogen las mejores posiciones que han de darse á los puntos de enlace *d* y *c* de las bielas con el sector. Despues de algunos tanteos es fácil realizar las combinaciones siguientes: Si suponemos el émbolo al estremo de su curso, la caja de distribucion deberá marchar en todo el cubrimiento con más el avance, es decir, será preciso que bajando el punto *r*, el punto *d* vaya á *f* para que la arista *i* del cajon (fig. 191) sea rechazada hácia *j*, y si observamos que el cajon estaba á la mitad de su curso, se verá que para pasar de una marcha á otra, es menester que el trayecto de la barra del cajon (ó caja de distribucion) le haga mover en la colisa dos veces el espacio del cubrimiento con más el avance.

Es evidente que la barra (vástago) del cajon tendrá siempre movimiento, hasta en el caso en que se enlace con el medio del sector, y eso en razon de que los radios *oa* y *ob* no están directamente opuestos uno á otro; pero la amplitud de ese movimiento no será suficiente para descubrir los orificios, y por tanto la máquina permanecerá en reposo no penetrando el vapor en el cilindro.

352. *Brazos* (fig. 192). Suelen emplearse los *brazos* para trasformar el movimiento circular contínuo en movimiento rectilíneo alternativo y hasta en movimiento circular alternativo. No citaremos más que algunos ejemplos referentes á los órganos de espansion del vapor y á los martinetes.

Cuando el cierre de la introduccion del vapor en un cilindro se hace por medio de una válvula ó de una mariposa, es preciso que á una vuelta del árbol de reposo correspondan dos cierres del obturador. Este movimiento se obtiene de una manera muy sencilla: *abcd* es un carro que abarca el árbol de la máquina y está atravesado por un eje *m* que lleva un galete *o* apoyado en brazos descentrados y clavados en el árbol de reposo. Cuando las partes salientes de estos dos brazos se apoyan en el galete, le levantan á la vez que levantan el carro al que está unido por una biela el obturador que produce la espansion ó disparo de la espansion; cuando el galete rueda por los declives de los brazos el peso del aparato basta para hacer caer todo el mecanismo y operar el cierre del obturador. Con un eje *k* que lleve una horquilla atornillada á ese eje y que abrace el galete puede hacerse pasar este por uno cualquiera de los brazos, y así se obtienen cierres en diversos puntos del curso del émbolo.

353. *Construccion de un brazo de disparo (ó de espansion)* (fig. 193). Haciéndose la distribucion del vapor de una manera fija por medio del cajon, el órgano de espansion variable no tiene otro objeto que operar el cierre del obturador antes que el cierre del cajon, y abrirlo un poco antes ó al propio tiempo que el cajon se abre para admitir el vapor en el cilindro. Sea *ab* una longitud proporcional al curso del émbolo; *ac* la circunferencia desarrollada del árbol estando dividida en un número cualquiera de partes iguales: envolvamos el árbol de la máquina con una cinta de papel dividida como *ac* y paremos el aparato en los puntos de division o, 1, 2, 3, etc.: marquemos estos puntos en una regla paralela al vástago del émbolo. Señalando en la línea *ab* perpendicular á *ac* las longitudes obtenidas (ó cantidades proporcionales) se obtendrá fácilmente la curva *amnopc* que dará la relacion entre la marcha del émbolo y el desplace angular del manubrio. Supongamos ahora que el cajon cierra en los o'05 de su curso y á media distancia entre el punto 6 y el punto 7 (en el punto *k*) y que nos proponemos obtener cierres en los puntos 6, 5, 4, 3, 2, lo cual dará 4 brazos: para los puntos 3, 4, 5 y 6 tirar horizontales que encuentran la curva en los puntos 3_1, 4_1, 5_1, 6_1 de esos puntos, bajénse perpendiculares á *ac*; y los puntos 3_2, 4_3, 5_2, 6_2 darán los límites en la circunferencia del árbol en que deben terminar los brazos. Mientras el cajon está cerrado, es indiferente que el disparo de espansion esté abierto. En consecuencia podrá ponerse el arranque del brazo en el punto 7 haciéndole elevar en pendiente suave, mientras que en los puntos de cierre 3, 4, 5 y 6 la caida será brusca para producir la obturacion inmediata.

354. *Martinetes* (fig. 194). El martinete es un pesado martillo de hierro A enmangado en una pieza que oscila en un eje B; su movimiento es circular alternativo, y con su caida libre sobre el yunque descarga fuerte golpe al hierro colocado bajo su accion. El movimiento procede de un eje C, en el cual está fija una rueda dentada que encaja en el estremo D del mango del martillo. Produciendo cada diente la elevacion del martillo, y efectuándose la caida durante el intérvalo del paso de un diente á otro, es necesario que la velocidad de rotacion alrededor del eje C esté combinada de manera que la caida del martillo haya terminado antes que otro diente se encaje.

La curvatura lo mismo que la cara de los dientes derivan del trazado de los engranajes. Es ventajoso usar la epicicloide; para trazarla (fig. 195) se hará girar sobre el círculo primitivo *c*D el círculo DB, y se obtendrá la curva tal como indica la figura. Divídase la circunferencia primitiva CD en cierto número de partes iguales 1, 2, 3...; trácense los radios *c*1, *c*2, *c*3, y descríbase la circunferencia *c*B que los radios encuentran en los puntos B', B'', B'''... En los puntos B, B', B'', con BD por radio descríbanse circunferencias que indiquen el arrollo de la circunferencia DB sobre la circunferencia *c*D; márquense luego en estas circunferencias á partir del punto de contacto 1, 2, 3, 4... divisiones hechas en la circunferencia *c*D y júntense los puntos estremos así obtenidos por medio de una curva, que no es sino una *epicicloide* que conviene perfectamente á la curvatura de los dientes.

El martinete de brazos actua con choques, lo cual es siempre defectuoso para la buena utilizacion del trabajo del motor. Así es que el sistema siguiente (figura 196), compuesto de un escéntrico, es muy preferible. El martillo oscila alrededor del eje A, y un eje B colocado debajo del mango lleva una fraccion de círculo descentrado, que durante su rotacion entorno del punto B levanta el punto D en una cantidad igual á la diferencia de los radios DO y EO.

355. *Pilon* (fig. 197). El pilon se compone de un fuerte madero encajado en guias A y B que le obligan á seguir una direccion vertical rectilínea. El estremo está armado de una masa de hierro que sirve de ariete. En un eje horizontal está fija una rueda de dientes que levantan todo el aparato por medio del topo D. El trazado de la curva es el mismo que el de una cremallera, ó sea una desarrollante de círculo que se obtiene conforme está indicado en la figura 198. El espacio que queda entre diente y diente debe ser bastante grande para permitir la caida sin choque.

356. Para trazar la desarrollante de círculo se ha de dividir la circunferencia *o*M en cierto número de partes iguales 1, 2, 3, 4...: se tiran por los puntos de division tangentes á la circunferencia *o*M; se marca en la tangente del punto 1 una division de la circunferencia *om*; en la tangente 2 se marcan dos divisiones, y así sucesivamente; y reuniendo los puntos estremos se tendrá la curva llamada desenvolvente ó desarrollante de este círculo.

Para evitar los choques podrá tambien emplearse la fraccion de escéntrico representada en la figura 196.

357. *Tornillo* (fig. 199).—El movimiento circular contínuo puede convertirse en movimiento rectilíneo por medio del tornillo. Supongamos un cilindro AB animado de un movimiento uniforme de rotacion, sobre cuyo contorno se eleva tambien un movimiento uniforme en el punto P: ese punto describirá una curva llamada hélice. Si ahora suponemos que el punto P sea un útil que abra un surco en todo el contorno del cilindro, tendremos formado un tornillo. La misma operacion efectuada en el interior de un cilindro hueco, de diámetro conveniente, dará la *tuerca*, y esas dos piezas podrán encajar las salientes de la una en los huecos de la otra. Si entonces la tuerca está fija y se dá al tornillo un movimiento de rotacion, un obstáculo colocado al estremo del tornillo describirá un movimiento rectilíneo y avanzará por cada vuelta una cantidad igual al paso del tornillo, paso que está medido por la altura de una saliente y de un *hueco*, tomado sobre una de las generatrices del cilindro.

358. *Construccion del tornillo*. La construccion de tornillos y tuercas por medio de hileras de taladrar y por medio de taladros, ó con el auxilio de máquinas es tan familiar á los obreros, que podemos dispensarnos de esplicarla aquí, pero en el caso en que para una dimension de perno ó para un paso dado, no tuviese el obrero á su disposicion cojinetes convenientes, podrá servirse del método siguiente.

Sea ABCD (fig. 200) la proyeccion vertical de un cilindro que deba taladrarse: desarróllese el cilindro, es decir, rodéese con una hoja de papel que le cubra exactamente y que al desarrollarse dé como desarrollo de la superficie cilíndrica el rectángulo A′ B′ B″ A″. El paso del tornillo que se ha de construir, si es conocido, se marca en A′ B′ y A″ B″ tantas veces como pueda contenerlo. Así se formarán en el ejemplo que nos ocupa, 7 pequeños rectángulos; júntense el punto P con el punto 1′, el punto 1 con el punto 2′... y se tendrán las diagonales de estos pequeños rectángulos. Ahora bien, esas diagonales marcan los vértices de un filete triangular cuando la hoja de papel está arrollada por el cilindro, y si se ha tenido el cuidado de desarrollar igualmente el cilindro de los fondos de los filetes M N O P repitiendo la construccion anterior, ó sea pegando la hoja de papel al cilindro que se ha de filetear, podrán seguirse con el buril ú otra herramienta las líneas RJ, TU, que se borrarán á medida que el trabajo avance; pero quedarán las líneas que marquen los vértices de los filetes y servirán de norma para la direccion y profundidad del filete. La operacion que ha de hacerse para un tornillo de filetes cuadrangulares es análoga á la que sirve para un filete triangular. Solo falta dar al filete regularidad despues del primer trabajo y esa operacion se hace al torno por medio de un peine tallado conforme al dibujo obtenido (fig. 200).

359. *Tornillo á la derecha y tornillo á la izquierda*. Se dice que un tornillo A es á la derecha cuando su filete va subiendo de izquierda á derecha considerando su eje en la posicion vertical (fig. 183), y se dice á la izquierda cuando el filete sube de derecha á izquierda B.

Si un árbol A (fig. 181) que lleva un tornillo á la derecha D y otro á la izquierda G se pone en movimiento de rotacion por un medio cualquiera, verbigracia, por el manubrio *m*, las tuercas 1 y 2 cuyo pié resbala por una ranura *r r* á fin de no tener que girar con el árbol, marcharán en sentido contrario una de otra, es decir, se alejarán una de otra ó se aproximarán segun gire el árbol A en un sentido ó en otro opuesto. Por ese medio puede obtenerse la trasmision de un movimiento circular contínuo en un movimiento rectilíneo de direccion opuesta sobre dos móviles. A veces se emplea para los obturadores de espansion en las máquinas de vapor.

La confeccion de un tornillo á la derecha ó á la izquierda exije cojinetes cortantes que tengan el filete en la direccion que se desea. En el caso de faltarle al obrero semejantes útiles puede salir del paso empleando el medio indicado á continuacion.

A (fig. 201), masa de hierro ajustada á una hilera como un cojinete ordinario.

B, pieza de acero que tiene dientes *b* labrados á la lima; y deben tener una profundidad igual á la del filete que ha de obtenerse y una separacion igual á su paso.

C, pieza de hierro que termina por una parte fileteada y provista de una tuerca que tiene por objeto fijar el peine B que la atraviesa cuando la inclinacion de los dientes de ese peine en un sentido ó en otro, segun se quiera hacer un tornillo á la derecha ó un tornillo á la izquierda, tiene la inclinacion proporcional á la altura del paso que se quiere obtener.

D, semi-cojinete de metal blando (estaño ó plomo y estaño) ó de madera semi-dura, colocado en la hilera por el lado de la pieza P que debe taladrarse; está opuesto al peine.

f, hendidura practicada en el eje del peine y perpendicular á los dientes, que sirve para hacer el peine cortante y permite que se desprenda el metal arrancado.

Antes de taladrar la pieza con ese útil se regula la inclinacion con un cilindro de madera ó de hierro de igual diámetro que el de la pieza ó del taladro que debe practicarse.

Trasformacion del movimiento rectilíneo alternativo en movimiento circular alternativo ó contínuo.

(Véanse tambien los ejemplos del párrafo 371).

360. Al utilizar el vapor de agua como fuerza motriz se da el movimiento á un émbolo que se agita en sentido de la longitud del cilindro con un movimiento rectilíneo alternativo; y ese movimiento se trasmite á fuera por medio de una barra sujeta á una biela que convierte el movimiento rectilíneo alternativo en movimiento circular contínuo. Todos los ensayos practicados hasta ahora para obtener inmediatamente por el vapor un movimiento rotatorio contínuo, no han dado más que resultados muy mediocres, lo cual se debe principalmente á la falta de ajuste en los órganos. Así, pues, tan solo nos ocuparemos de la máquina con émbolo de movimiento rectilíneo para demostrar cuales son los medios que pueden emplearse para convertir ese movimiento alternativo rectilíneo en circular contínuo.

De dos maneras se hace en las máquinas de vapor la trasformacion del movimiento rectilíneo del émbolo en movimiento circular contínuo del árbol motor: llámase la primera de conexion directa, y de conexion indirecta la segunda.

361. *Máquinas de conexion directa* (fig. 202). P es un émbolo dotado de un vástago que pasa á una caja de estopas practicada en la cubierta; el estremo S del vástago lleva una traviesa guiada por dos ranuras que pertenecen á las armazones de la máquina; SM es la biela *ahorquillada* en el punto S y simple en el punto M. Ese último punto pertenece al manubrio y debe estar animado de un movimiento circular contínuo. Lo que hemos dicho de la biela (§ 346) es aplicable á todos los casos en que se emplea.

362. Cuando no se dispone más que de un espacio reducido y se quiere tener una conveniente longitud de biela á fin de evitar las grandes oblicuidades (párrafo 347), el émbolo está dotado de dos vástagos (figura 203) cuyo plano de los ejes está inclinado en 45°, y estos vástagos pasan el uno por encima y el otro por debajo del árbol yendo á juntarse con la traviesa S guiada por resbaladeras. Entonces la biela SM se dice que es de retorno.

363. En el caso de un espacio limitado puede suprimirse el vástago del émbolo (fig. 205) ó á lo ménos emplear un vástago hueco llamado vaina. El émbolo procede de fundicion con el cilindro *s'*, y el cilindro *s* ha sido agregado. En el punto del paso de estos cilindros huecos por las tapas del cilindro grande hay cajas de estopas; la biela tiene su punto de union en un gorron empernado al piston en el punto *k*. En esa especie de máquina no parece á primera vista justificado el empleo de dos vainas; mas debe tenerse presente que el esfuerzo trasmitido á la biela, tiende á inclinar el émbolo sobre el cilindro, y que un punto de apoyo hácia atrás le es de absoluta necesidad para que vaya guiado de una manera conveniente. En segundo lugar la presion obra en esas máquinas sobre un émbolo en forma de corona: si se suprime una de las vainas, la presion obrará entonces sobre superficies desiguales, y resultará un trabajo intermitente en la máquina y choques que es preciso evitar siempre.

364. La biela que se emplea forzosamente en los tres sistemas que hemos examinado, se suprime en el sistema llamado de cilindro oscilante (fig. 206). AB es un cilindro sostenido por dos gorrones huecos C, uno de los cuales sirve para la introduccion del vapor y otro para la evacuacion: el émbolo P está armado de un vástago CS articulado con el manubrio SO, émbolo que en su movimiento de vaiven arrastra el vástago y por lo tanto el manubrio y su árbol O, pero con la condicion de que el cilindro pueda tomar diversas inclinaciones al girar sobre sus gorrones, lo que ocasiona un trabajo de flexion en el vástago, que por esa razon debe ser un poco más récio en estas máquinas que en las otras. Recibiendo además la caja de estopas

mayor frote deberá tener dimensiones mayores que en los casos ordinarios.

365. *Conexion indirecta.* Las primeras máquinas de vapor estaban esclusivamente consagradas al agotamiento de minas, y el movimiento del émbolo se trasmitia por medio de un balancin; pero más adelante cuando las máquinas tuvieron que actuar sobre árboles en el sentido de un movimiento rotatorio, se utilizó el mismo dispositivo, añadiendo al estremo del balancin opuesto al cilindro, una biela articulada con un manubrio sujeto á un árbol (fig. 204). El émbolo P y su vástago PI no pueden, por tener movimiento rectilíneo, estar sujetos al estremo A del balancin animado por un movimiento de rotacion entorno del punto fijo *o*; colocóse un intermedio que es la biela I; pero si aquí no se hubiese guiado el punto I, se habria trasladado ora á la derecha ora á la izquierda, lo cual hubiera cansado el vástago y hecho imposible la hermeticidad del prensa-estopas. Guiando el punto I por resbaladeras se habria resuelto en parte el problema, pero con el frote se perdiera una cantidad notable de fuerza. Watt resolvió la dificultad por medio de un paralelógramo articulado, tres ángulos del cual A, B y C están obligados á describir arcos de círculo, de suerte que el cuarto ángulo I describe sensiblemente una línea recta. En efecto esta línea no es perfectamente recta y tiene la forma de un 8 muy alargado por la razon de que si el punto I describiese una recta, el punto C no describiria un arco de círculo.

366. *Paralelógramo.* Fácil es de entender el funcionamiento del paralelógramo de Watt: la figura 204 lo representa en posicion media y en sus dos posiciones estremas con punteado. El establecimiento de un paralelógramo exige algunas precauciones para que la curva descrita por el punto S se aproxime todo lo posible á la línea recta: 1.°, la direccion de la línea PS′ del vástago del émbolo debe dividir en dos partes la flecha del arco de círculo descrito por el estremo A del balancin; 2.°, la cuerda A′A″ que es casi igual al curso del émbolo, no debe esceder de mucho á la mitad ó los dos tercios del semi-balancin AO; 3.°, la horizontal AO debe dividir en dos partes iguales el ángulo descrito por el balancin; 4.°, la longitud de la biela IA está determinada por la distancia del punto A″ (posicion estrema alta del cabo del balancin) al punto I del vástago colocado en la horizontal AO; 5.°, la longitud del brazo KC es arbitraria y dependerá de la longitud dada al lado AB del paralelógramo.

367. *Trazado geométrico del paralelógramo* (figura 204). Dado el balancin AD tomar la mitad en el punto O y describir desde el centro del balancin los arcos A′AA″ y D′DD″; levantar en el punto A una perpendicular á AO y marcar desde el punto A longitudes AS y AS′ iguales á la mitad del curso del émbolo. Trácense las horizontales SA″ y S′I, con lo cual se tendrán las posiciones estremas del balancin y se juntarán los puntos A′ y A″ con el centro O; prolongando esas líneas se tendrá el arco D′DD″ descrito para el otro estremo del balancin. Juntando el punto A con el punto A″ se tendrá la flecha AV del arco descrito por el estremo del balancin; por la mitad de esa flecha pasa el eje del vástago del émbolo que estará obligado á seguir sensiblemente una vertical. Construyamos ahora el paralelógramo en las tres posiciones del balancin que están determinadas por las operaciones anteriores: la biela que une el vástago del émbolo al balancin, tomada segun la cuarta condicion enunciada más arriba, será VA″ para la posicion alta, AI la posicion media y A′I′ la posicion baja. Sea B el punto de union del paralelógramo en el balancin y R′ y R″ las posiciones estremas del mismo punto: por los puntos B′ B B″ se trazan paralelas á las bielas AI, A′V, A″V, y para completar el paralelógramo se tiran por los puntos I, I′, V paralelas á las posiciones AO, A′O, A″O del balancin. Los tres paralelógramos así obtenidos tendrán sus lados respectivos iguales, pues son las mismas piezas en distintas posiciones; pero los ángulos habrán cambiado de valor, y los vértices C, C′, C″ serán conducidos por una barra rígida CK, cuyo punto de rotacion K se hallará fácilmente. Para ello bastará buscar el centro de la circunferencia que pase por los tres puntos C, C′, C″ (§ 131). Cumple notar: 1.°, que el eje de la brida KI y del brazo de paralelógramo IC deben encontrarse en el mismo plano horizontal; 2.°, que el punto I no es el único en este aparato que describa una línea recta, pues el punto R de la biela B″C″ (lugar del encuentro de esa biela en su posicion baja con el balancin AO en la posicion inferior AO), describe tambien una línea recta y suele utilizarse la propiedad de ese punto para suspender de él, el vástago de la bomba de aire.

Para terminar el movimiento geométrico del mecanismo se tira en el medio de la saeta DF la vertical F*g* en la cual deberá encontrarse el eje del árbol, y la longitud de la biela grande será D*g*.

Si se trasporta el vástago IP del émbolo á R (figura 207), punto que hemos dicho que se mueve en línea recta, podrá tenerse una guia más sencilla que derivándose del paralelógramo ABCI no se compondrá mas que de la biela BC y del brazo KC. Se obtendrá esa guia operando como antes y suponiendo al balancin una longitud AO y al eje del cilindro situado en IP.

En el ejemplo dado por la fig. 208 AB es un vástago de émbolo que debe conservar un movimiento en sentido vertical y A*o* un semi-balancin articulado en el punto A y movil en *o*. El brazo *cf* está articulado en *c*, en el tercio de AO y gira alrededor del punto *f*; de lo que resulta que cuando el punto A ocupa la posicion *f*, el punto *c* está en *c'*, y el punto *o* ha retrocedido en una cantidad *oo'*; volverá á la posicion *o* cuando el balancin haya tomado la direccion de *oc''*A'. Practicando una corredera de *o* á *o'* en la que resbale el eje del balancin, se tendrá asegurado el movimiento rectilíneo del vástago del émbolo. En la práctica se prefiere emplear un soporte *o*K que oscile alrededor del punto K; el punto *o* describe entonces un arco de círculo de *o* á *o'* y el punto A ya no describe una línea recta, si bien la diferencia es tan pequeña, que se desprecia en la mayoria de los casos.

368. *Construccion del balancin* (fig. 209). — La construccion del balancin se deduce de la del sólido de igual resistencia: llámase así una pieza de metal ó de madera que estando empotrada por uno de sus estremos soporta en el otro un peso dado. Es evidente que el peso soportado por la pieza tiende á romperla con una fuerza tanto mayor cuanto más se aproxima al punto en que está empotrada; y por esa razon la materia debe estar repartida de modo que la pieza empotrada ofrezca la misma resistencia á la rotura en todos los puntos de su longitud. Se logra este resultado dando al cuerpo un espesor uniforme en toda su longitud y limitando la altura por una parábole que se construye de la manera siguiente: sean AB la longitud del sólido y CD su altura, divídase BC en cierto número de partes iguales 1, 2, 3, 4... y AB en igual número de partes 1', 2', 3'... Júntese el punto D con los puntos 1', 2', 3', 4'.... prolongando más allá de AB, y por los puntos 1, 2, 3, 4... se tiran paralelas á AB, que por su encuentro con las líneas antes descritas darán los puntos 1'', 2'', 3'', 4''... de la parábole. Una construccion análoga determinará una curva igual debajo de AB.

Para calcular el esfuerzo que puede soportar semejante sólido empléase la fórmula

$$P \times L = \frac{K \times b \times a}{6} \qquad (\text{n.}^\circ\ 13)$$

en la que:

P espresa el peso en kilógramos que ha de soportar el estremo del sólido;

L, longitud del mismo;

b, base horizontal del rectángulo, en el empotramiento;

a, altura vertical del rectángulo en el empotramiento.

En las piezas de fundicion suele hacerse:

$$b = \frac{1}{8} a;$$

K coeficiente de resistencia á la flexion que se conceptua igual á

600,000 para madera
6.000,000 para el hierro forjado
7.500,000 para la fundicion.

La forma del sólido de igual resistencia conviene perfectamente á los balancines, si bien el medio M y el estremo E (fig. 210) se aumentan en espesor para compensar la fuerza quitada por el eje de oscilacion y la espiga de que está suspendida la biela. En un balancin de fundicion debe haber nervaduras de consolidacion; y segun los casos se da á los estremos la forma E ó E'.

Ejemplos sumarios de trasmision y trasformacion de movimiento.

369. Las figuras 217 á 341 representan movimientos cuya direccion está indicada por las flechas, y los puntos de partida y la trasformacion definitiva del movimiento se espresan por las cifras que afectan á esas flechas. En la mayoria de los ejemplos dados podrá tomarse el punto de partida por punto de llegada y viceversa. Unicamente con el objeto de ejercitar la inteligencia en la lectura y combinacion de los mecanismos se han trazado y esplicado estas figuras. Carecen de las proporciones relativas que habrian de tener sus partes componentes.

370. *Movimiento rectilíneo contínuo ó alternativo trasmitido en rectilíneo ó contínuo alternativo.*

Fig. 217. Fijando debidamente las dos poleas *a b* se cambia el movimiento rectilíneo, que se efectua en sentido de la recta *a* 1, en otro movimiento rectilíneo cualquiera, siguiendo la recta *b* 2 que no está situada en el mismo plano de la primera.

Fig. 218. Las reglas *a b* se moverán siempre paralelamente una á otra, dando el boton *c* un movimiento rectilíneo en un sentido cualquiera. Empujando por ejemplo ese boton en sentido de la biela 1, las flechas *d*, *d* se aproximarán una á otra deslizándose su estremo á la derecha por la ranura *ee*, y entonces harán aproximar las reglas.

Fig. 219. Si se tiene fija la regla *a* y se empuja la regla *b* en sentido de la flecha 1, la regla *b* marchará hácia delante y paralelamente á la primera en sentido de las flechas 2 y 3.

Fig. 220. Variedad del sistema de la figura 218. Las reglas *a b* se desplazan paralelamente á sí mismas sin que la una pase más allá de la otra en sentido horizontal, si estando fija la pieza *c* se empujan igualmente.

Fig. 221. La cuerda que pasa por una polea fija *a* lleva en uno de sus estremos el peso que ha de levantarse *b* y en el otro estremo el cántaro *c*, que una vez lleno de agua, baja haciendo subir la carga *b;* llegado abajo el cántaro se vacia por sí solo, merced á un sistema cualquiera de válvula, y el contrapeso *d* que permanece al otro estremo de la cuerda, basta para volver á subir el botijo. La caida de agua *e* se interrumpirá cuando se quiera.

Fig. 222. *Instalacion empleada en los telares para guiar el carro a.* Este lleva dos poleas *b c* alrededor de las cuales se arrollan dos cuerdas *dd*, *ff* formando cada una, una Z al pasar de una polea á otra. Esas cuerdas están rígidamente fijas y tendidas en la direccion que debe seguir el carro, y ya que no le den el movimiento, le guian con suma exactitud, la cual no podria obtenerse haciéndola marchar por un carril de hierro.

371. *Movimiento rectilíneo contínuo ó alternativo trasmitido en circular contínuo ó alternativo.*

Fig. 248. La corriente de agua rectilínea en *a* al chocar en las aletas *b* encajadas en el arbol *c*, y escapando por el estremo de esas alas, determina el movimiento circular contínuo. Este sistema se llama *rueda de cuchara.*

Fig. 249. El salto de agua *a* que cae en los alabes curvos de la rueda *b* hace girar á ésta.

Fig. 250. La rueda de cangilones *a* trasmite el movimiento al tornillo de Arquímedes *b* por mediacion de las ruedas angulares *c*.

Fig. 251. La corriente de agua *a* cae en la columna hueca *b* y la llena; el agua al escapar por los conductos *c* actua sobre esos conductos por reaccion y hace de ese modo girar el árbol *b* en sentido contrario á la direccion de la salida. Esa instalacion lleva el nombre de *torniquete hidráulico.*

Fig. 252. La corriente de agua *a* da contra las paletas rectas *b* clavadas en la rueda, y como el líquido no puede escapar por los lados de las paletas que están encajadas lateralmente en un saetin (canal), hace presion sobre ellas haciendo así girar la rueda. Este sistema de motor hidráulico lleva el nombre de rueda de costado (véase el capítulo *Hidráulica, máquinas motrices*). Las paletas son á veces curvas y entonces la rueda gira con ménos choque.

Fig. 258. La corriente de agua que entra por *a*, da en las palas ó tabiques verticales clavados en el cilindro *b* y éste gira entonces con el árbol *c* en el cual está fijo (sistema turbina).

Fig. 261. La corriente de agua que entra por *a*, cae en una cubeta oscilante *b* que está dividida en dos partes iguales por el tabique trasversal *c*: cuando el lado *d* está bastante cargado, la cubeta se inclina hácia la izquierda, el líquido se corre, y durante ese tiempo se llena el lado *e*; la oscilacion se efectua enseguida en el lado *e*, que á su vez se vacia, y así sucesivamente: los muñones *f* de la cubeta reciben de ese modo un movimiento circular alternativo é intermitente que puede trasmitirse á un manubrio, etc.

Fig. 262. El movimiento rectilíneo alternativo impreso con la mano al arco flexible *a* se convierte en circular contínuo en la bobina *b* por medio de la cuerda que da una vuelta en esa bobina. Con este útil llamado *arco de taladrar*, se abren agujeros en el metal; y para esto se fija un taladro en el centro de la bobina y el estremo opuesto á su punta cortante se apoya en una placa de hierro, colocada en el pecho del obrero.

Fig. 263. La traviesa *a* puede subir y bajar á lo largo del vástago *b;* la cuerda atada á los estremos de la traviesa pasa por el agujero situado al estremo del vástago ó árbol, y cada una de sus partes se arrolla alrededor de ese árbol haciendo girar la traviesa. Hecho el arrollo en todo lo posible, si se coloca una punta metálica cortante *c* en una parte que sirva para taladrar, y se obliga la traviesa á bajar á lo largo del árbol *b*, la cuerda se desarrollará haciendo girar el árbol y se arrollará en sentido contrario haciendo subir de nuevo la traviesa. La continuidad del movimiento rectilíneo dado á *a* determinará un movimiento circular alternativo del árbol *b*. La masa *d* hace las veces de volante (§ 348). En grandes dimensiones ese instrumento que lleva el nombre de *taladro* ó de trépano, se emplea para perforar terrenos y piedras calcáreas.

Fig. 265. Estando la lata *a* animada de un movimiento de vaiven hace oscilar la pieza de corredera *b* alrededor del eje fijo *c*. La figura 223 está dispuesta de la misma manera para la trasmision del movimiento circular alternativo á otro rectilíneo alternativo.

372. *Movimiento circular contínuo ó alternativo á rectilíneo contínuo ó alternativo.*

Fig. 223. La pieza dotada de ranura *a* oscila alrededor de un perno fijo en *b;* empuja la pieza B por el brazo *d* que lleva un boton fijo *c*, haciéndola marchar horizontalmente sostenida por las dos guias fijas *e*, *e*. La direccion 1 determina la direccion 2 y puede ocurrir lo contrario. En todo caso el camino recorrido es muy pequeño.

Fig. 224. Una rueda *a* lleva una corona cuyos bordes están tallados en espiral y forma dientes ó salientes de forma oportuna: en uno de los dientes va á apoyarse la pieza deslizante *c* sostenida entre dos guias y empujada hácia la rueda por el resorte *d*. Girando la rueda á impulsos del manubrio *b* toma la pieza *e* un movimiento rectilíneo alternativo, porque está empujada hácia el resorte, cuando á medida que gira la rueda hace subir el cabo de la pieza por un diente, y el resorte empuja ese mismo cabo hácia la rueda cuando el diente ha pasado. La estension del movimiento está indicada por la altura de uno de los dientes medida á contar desde el hueco. En la figura la direccion del manubrio en sentido de la flecha núm. 1 determina el movimiento de la pieza *c* en sentido de la flecha 2.

Fig. 225. En una rueda *a* que pueda girar en opuestos sentidos está clavado ó tallado en saliente un brazo *b*, cuyo contorno limitado por curvas de diferentes formas, determina la elevacion ó descenso de la pieza *c:* ésta se halla en contacto con el contorno del brazo; y como está sostenida por dos guias fijas *d*, *d*, sube ó baja segun la parte del brazo que pasa por debajo de ella en una ú otra de esas direcciones. (Véase el § 352).

Fig. 226. Un bastidor *aa* puede resbalar horizontalmente yendo guiado entre galetes *b*, *b;* otro bastidor *c* dentado por dentro puede resbalar verticalmente por el primero: si por ejemplo, el piñon *d* gira en sentido de la flecha 1, los dos bastidores están empujados en sentido de la flecha 2, y cuando el piñon engrane con los dientes 3 del bastidor *c*, será solicitado á bajar (flecha 4); y entonces los dientes de la cremallera de arriba estarán cojidos con la parte superior del piñon y los dos bastidores marcharán en la direccion contraria á la precedente, es decir en sentido de la flecha 5. Con esa instalacion se logra, pues, convertir el movimiento circular contínuo del piñon *d* en rectilíneo alternativo y horizontal respecto al bastidor *a*, y en rectilíneo alternativo y vertical por lo tocante al bastidor *c*.

Fig. 227. En un plato *a* móvil entorno de un eje fijo que le atraviesa están retenidos y guiados brazos *b*, *b* dispuestos en radio, pudiendo marchar hacia el centro de la rueda ó bien hácia la circunferencia. A cada uno de sus estremos y en su longitud está practicada una ranura longitudinal *c*, en la que pasa un boton fijo en el plato (boton que los guia en el sentido del desplace convergente y divergente); una espira metálica rígida *dd* está clavada en el árbol alrededor del cual puede guiar el plato, penetra en saliente en ese último y entra en ranuras circulares practicadas debajo de los brazos *b b*. Si damos al plato un movimiento circular alternativo de magnitud determinada, los radios, obedeciendo á la direccion de la espiral que recorren en cierta estension, se acercarán y alejarán alternativamente del centro; y haciéndose así el movimiento del plato en el sentido de la saeta 1, los radios marcharán hácia la circunferencia (saeta 2).

Fig. 228. Una masa de metal ó *ariete a* de fundicion está izado por medio de un cabrestante *b* y en virtud de una cuerda que pasa por las poleas *c*, *d;* la última polea *d* está colocada de modo que pueda cambiar la direccion de la cuerda que viene verticalmente de *c* (véase la fig. 217). Estando el ariete bastante levantado se desampara el gatillo articulado *e* que retiene la cuerda entorno del cabrestante, y esta se desarrolla entonces tirada por el ariete que cae sobre una pieza que ha de hundirse ó sobre una masa de fundicion *f* por romper.

Fig. 229. Instalacion análoga á la representada por la figura 226.

Fig. 230. Girando el plato *a* por medio del manubrio *b* la pieza *cd*, móvil entorno del eje fijo *d*, oscila alrededor de ese eje, y el arco dentado que la termina, da un movimiento de vaiven á la cremallera *e* guiada por muescas en *f*, *f*; al propio tiempo la traviesa *g*, en cuya corredera marcha un boton fijo en *cd*, se mueve de arriba abajo guiada por los montantes *g'*, *g'*. Un contrapeso *h* sube ó baja segun el sentido de la inclinacion de la pieza *cd*. Las flechas y las cifras marcan en la figura con su gradacion el punto de partida y las resultas de los diversos movimientos.

Fig. 231. Girando el manubrio *a*, la biela *b* articulada en el plato *c* y en el carro *d* guiado por una corredera, da á este carro un movimiento rectilíneo alternativo.

Fig. 232. Ejemplo de un movimiento rectilíneo alternativo dado por un escéntrico (V. § 349). El carro *b* sujeto al árbol gira con frote suave en el collar *c*; el desplace del radio de escentricidad en este cuello determina un movimiento rectilíneo alternativo en la biela *h*, por mediacion de la biela de escéntrico *d* y de los brazos de palanca *f* y *g*.

Fig. 234. El manubrio *a* hace girar el plato pequeño móvil alrededor de un eje fijo en la traviesa *cc;* los brazos *d*, *d* que pertenecen al plato, van á encontrar alternativamente los topos *e*, *e* que corresponden al cuadro, y éste se halla entonces empujado una vez arriba y otra abajo guiado por la traviesa fija *cc*.

Fig. 235. En un árbol *a* puesto en movimiento con ausilio del manubrio *b* está clavado oblícuamente un plato *c* que tiene en la superficie esterior una garganta circular; por la garganta pasa un rodete, cuyo eje de rotacion está fijo en una pieza *d* que se mueve en el soporte *e:* esa pieza recibe un movimiento rectilíneo alternativo cuya estension depende del grado de oblicuidad del plato *e* sobre el árbol *a*.

Fig. 236. Esta figura representa sucintamente el conjunto del mecanismo que tiene por objeto regularizar el movimiento de la máquina de vapor abriendo más ó ménos la válvula de admision de vapor *f*, segun tienda ese movimiento á retardarse ó acelerarse por una causa cualquiera. La instalacion lleva el nombre de regulador *de fuerza centrífuga*. La cuerda sin fin *a* puesta en movimiento por una polea calada en el árbol de la máquina hace girar el árbol pequeño; éste obliga á girar el mecanismo formado con la birola engargantada *e*, bielas *c'* y bolas *d*, *d*. Ese mecanismo puede al mismo tiempo que gira, subir y bajar á lo largo de *b;* si el movimiento de la máquina tiende á acelerarse, el árbol *b* gira más aprisa y por lo tanto las bolas *d*, *d* se apartan en virtud de la fuerza centrífuga que con la velocidad de rotacion aumenta (§. 293); entonces todo el sistema se remonta á lo largo del árbol y abarcando la palanca *l* la birola *e* por medio de la horquilla con que termina, hace cerrar más la válvula *f*, y la celeridad del movimiento ya no persiste. Ocurre el efecto contrario cuando la velocidad de rotacion del árbol *b* disminuye.

Fig. 237. Si se da á la rueda *a* un movimiento circular contínuo, la biela *b* dará un movimiento oscilante alternativo á la palanca *cd* articulada en el eje fijo *d*; entonces la biela *f* imprimirá un movimiento circular alternativo á la rueda *g* que por medio de la cuerda *h* ligada á un árbol guiado *i* dará á este un movimiento rectilíneo en el sentido de la elevacion. La carga ó el piston fijo en el vástago *i* habrá de bajar en virtud de su propio peso, cuya accion podrá moderarse como se quiera con el contrapeso *p*.

Fig. 238. En una rueda *a* que gira alrededor de un eje inmóvil *b* está clavada una hoja vaciada en forma de garganta para recibir el boton *f* que hay en la palanca *ed*. Esta se halla articulada en el punto fijo *e*, y su estremo describe un arco de círculo durante una revolucion entera de la rueda *a*: luego su movimiento es circular alternativo.

Fig. 239. En un cuadro inmóvil *a* está fija una rueda grande de endentaje interior *b*, con la cual engrana otra rueda *c* de un diámetro la mitad más pequeño. La rueda *c* gira alrededor del eje fijo al estremo del manubrio *d*, y el manubrio *d* puede girar alrededor del eje fijo *o* arrastrado por el manubrio *g* movido á brazos. Despues de una vuelta entera de *g* cada uno de los puntos de la circunferencia primitiva de *c* habrá recorrido un trecho en sentido horizontal é igual al diámetro de la rueda grande *a*. Luego podrán utilizarse en la rueda *c* un movimiento circular contínuo y otro rectilíneo alternativo.

Fig. 240. La articulacion en *a* de la palanca superior *b* se hace sobre un eje clavado en el soporte inmóvil *c*. Las ruedas *d*, *d* giran en árboles fijos en que están caladas en árboles que entonces deben girar. Las diferentes direcciones de movimientos de ese mecanismo están indicadas por las flechas.

Fig. 241. El piñon *a* que gira en un árbol que puede desplazarse de izquierda á derecha y de derecha á izquierda, engrana sucesivamente con una ú otra de las cremalleras del cuadro *bb*; el cual por lo mismo tiene un movimiento rectilíneo alternativo que le da el piñon dotado de un movimiento circular contínuo y de un movimiento rectilíneo alternativo en sentido horizontal. Por medio de la rueda *c* se mueve el piñon ó su árbol.

Fig. 242. El brazo *a* que gira con el plato *b* en que aquel está fijo, pasa por debajo del galete *c*; y este que es móvil alrededor de su eje fijo en la pieza *d* guiada entra dos traviesas *e*, *e*, sube arrastrando la pieza cuando la direccion de la curva se aleja del centro *o*, y baja por la accion del peso del sistema *ed* cuando la direccion de la curva se acerca al centro *a* (Véanse los §§ 352 y 355).

Fig. 244. El movimiento circular contínuo dado al cilindro por el manubrio se convierte en movimiento rectilíneo contínuo en virtud del peso atado á la cuerda que se arrolla por el cilidro. (Sistema de cabria simple).

Fig. 245. El movimiento circular contínuo dado á la rueda cuyos dientes son agudos, se trasmite en movimiento rectilíneo á la cadena formada de dientes igualmente agudos y articulados cada uno con el anterior y el siguiente. Así la cadena es flexible y puede formar una conduccion sin fin pasando por dos tambores *b*, *b*.

Fig. 246. Igual sistema de trasmision que en el caso precedente. La cadena está formada de mallas de hierro entrelazadas de manera que presenten partes trasversales en virtud de los que puedan los dientes de la rueda arrastrar la cadena.

Fig. 253. Este sistema se llama *diferencial*: está basado en el mismo principio que la polea diferencial (§ 300). La cuerda arrollada en un sentido por el cilindro *a* pasa á una polea fija *c*, coje la polea móvil *d* de la cual está suspendido el peso *e* que ha de levantarse, pasa á la segunda polea fija *c'* y va á arrollarse por el pequeño cilindro *o* en sentido contrario al del arrollo por el cilindro *a*. Si la cuerda estuviese arrollada solamente por el cilindro *a* y el diámetro de éste fuese de 24 centímetros, el peso *e* subiria $24 \times 3'1474$ centímetros á cada vuelta del cilindro; mientras que suponiendo en el sistema anterior el diámetro del pequeño cilindro igual á 12 centímetros, el trecho recorrido por el peso en una vuelta completa de los dos cilindros será igual á $\frac{3'14 \times (24-12)}{2} = 18'5^{m}$. Siendo pues así este trecho cuatro veces mayor en un mismo tiempo, la fuerza empleada para levantar el peso será *cuatro veces menor* (§ 294).

Fig. 254. Esta figura representa un tornillo de Arquímedes que ofrece una sola espira completa. El paso está medido por la longitud de la línea *a*. Girando en el agua y estando colocado á la popa de la nave la hace avanzar en una cantidad igual poco más ó ménos al paso *a* por cada vuelta entera que da. Por consiguiente el movimiento se ha trasformado de circular contínuo en rectilíneo contínuo.

Fig. 255. Hélice marina ó propulsiva aplicada á dar marcha á un barco. Se comprende que un tercio de la espira sea la parte *b* de la figura 254. Esa parte está dividida en dos, tres ó cuatro fracciones iguales que están ordenadas alrededor del árbol ó cubo de manera que formen las aletas *a*, *b*, *c* (fig. 255). (Véase las *máquinas de vapor de la marina).*

Fig. 256. Una rueda de paleta recta *a* clavada en un tornillo de Arquímedes elevatorio (Véase *máquinas hidráulicas elevatorias*), gira bajo la accion de la corriente de agua y hace girar el tornillo de Arquímedes pasando así el líquido de *c* á *d*.

Fig. 259. El balancin *aa* engrana cada uno de sus arcos dentados con una cremallera *b* que es continuacion de los vástagos de émbolo *cd*, uno de los cuales, *c* por ejemplo, es el émbolo motor, y el otro *d* el de una bomba. La trasmision por una cremallera no admite sino una pequeña velocidad en el movimiento. En vez de una cremallera suele usarse á veces una cadena de Vaucanson (§ 335) por el lado del piston de la bomba, y en este caso el piston ó émbolo debe bajar por su propio peso ó ayudado por una carga colocada en el brazo del balancin que actua sobre la cadena.

Fig. 260. Haciendo oscilar el balancin *aa* entorno del eje fijo *b* y siguiendo la direccion de la flecha 1 por ejemplo, el gancho *d* sube llevándose la pieza *c* por el diente de la cremallera que la tiene cojida, y al propio tiempo el garfio *g* ha bajado yendo á cojer un diente debajo del que antes tocaba. La corredera guiada por el boton que pasa por la otra corredera *f*, sube en consecuencia la distancia de un diente á otro á cada oscilacion del balancin: los garfios *g* y *d* actuan alternativamente.

Fig. 264. Al girar el piñon motor *a* en sentido de la flecha 1, hace marchar el cuadro ó bastidor *b* por la cremallera en sentido de la flecha 2 y el piñon *c* en direccion de la flecha 3. Ese último actua entonces, como *a*, para desalojar el cuadro en sentido de la flecha 2. Una vez llegado al fin de su carrera arriba, el cuadro vuelve al final de su curso hácia abajo por cambiar el sentido de la rotacion del piñon motor.

Fig. 266. El plato *a* gira y cada vez que una de sus brochas *b* levanta la palanca acodillada *cd* articulada en *e*, el brazo *d* empuja la pieza *f* por medio de clavijas clavadas en esta pieza; y la palanca vuelve á caer tan pronto como el dedo de la rueda que le ha levantado pasa del radio horizontal.

Fig. 274. El plato *a* lleva una corona dentada; los dientes tienen por el lado de los huecos una cara recta, y la otra está inclinada á fin de que pueda cogerlos un linguete que se encuentra en la biela *c*, cuando se abran las bielas *c b*. El linguete se cierra y resbala por los dientes cuando se cierran esas bielas: la biela *b* no lleva linguete. Si entonces se da un movimiento de vaiven al árbol *f*, el rombo articulado *bced* se abrirá y cerrará alternativamente, y el linguete *c* obligará cada vez la rueda *a*, en virtud de un diente de la corona, á marchar en sentido de la flecha n.° 2. De consiguiente el movimiento rectilíneo alternativo de *f* se convertirá en *a* en circular intermitente.

Fig. 275. La rueda *a* hace girar la rueda *b*: en esta está clavada una corredera ó colisa curvilínea *c* que arrastra la palanca *df*, cuyo boton *d* se mueve oscilando en esta colisa.

La oscilacion del boton de articulacion *d* con el cual están articulados los brazos *fd* y *de*, se trasmite al manubrio *fg*; por mediacion de una biela ó de un escéntrico, etc., está ligado al manubrio el útil *h* que va guiado en una deslizadera. Ese útil recibe pues un movimiento rectilíneo alternativo, cuya estension está medida por la diferencia que existe entre la distancia del centro de la rueda *b* al punto de la colisa *c*, el más próximo de ese centro, y la distancia de ese mismo centro al punto más lejano de la colisa ó corredera.

Fig. 277. Practicada una ranura elíptica en el contorno de la rueda circular *b*, el espigon *c* de la pieza móvil *d* se encaja en ella; y haciendo girar la rueda por medio del manubrio *a* recibirán el espigon y por consiguiente la pieza *d* un movimiento de vaiven horizontal. La extension de ese movimiento en una vuelta de la rueda será igual al mayor desplace horizontal que haya sufrido el punto del fondo de la ranura más cercano al borde de la rueda.

Fig. 281. Sistema cabria (§ 307) añadido á un balancin, adecuado para levantar pesados fardos á corta altura. Por la cuerda *a* ó por un manubrio colocado en uno de los radios de la rueda *b* se da á esta un movimiento circular, cuya estension está limitada por el curso del balancin, al trasportar el punto *f* al punto *e*: el tambor *c* hace oscilar el balancin á causa de la cuerda que va del uno al otro, y el peso *g* se eleva con el lado *ef* del balancin. Se obtiene la repeticion de la oscilacion actuando por el lado de *ef* por medio de la cuerda que allí está atada.

Fig. 282. Otro sistema cabria (§ 307), puesto en movimiento por el balancin *ab* que oscila alrededor de un eje fijo *e*. El gancho *e* del balancin obliga á la rueda á girar en sentido de la flecha 3 obrando sobre uno de los dientes, un linguete *h* retiene la rueda contra la accion del peso levantado *g* cuando el balancin pasa de un diente al que sigue. El movimiento oscilante alternativo del balancin se convierte en movimiento rectilíneo intermitente para el peso *g*.

Fig. 288. Sistema cremallera (§ 345). El movimiento se trasmite siguiendo la direccion de las flechas. La cremallera y no la rueda debe recibir el movimiento para trasmitirlo.

Fig. 300. Acercando los brazos *a b*, los rombos *c d e* formados por las bielas articuladas cambian la abertura de los ángulos opuestos, es decir los ángulos agudos de los lados de la figura se hacen obtusos y los del medio agudos. Quedando entonces el punto *c* en el lugar que ocupaba, se desplazan verticalmente en línea recta los otros puntos *d, e, f, g;* y la pieza *c* guiada por una colisa recibe un movimiento rectilíneo. La separacion de los brazos *a b* produce el acortamiento de la figura y la atraccion de la pieza *c'*.

Si se actua sobre la pieza *c'* en vez de obrar sobre los brazos *a b*, éstos se aproximarán; un cuerpo resistente colocado entre ellos será cogido, y cuanta más resistencia á la elevacion presente el cuerpo, más firmemente será apretado por los brazos cuyos estremos tienen la forma de pinzas ó de pico. Con un instrumento de ese sistema es como se cojen en el fondo del agua los cuerpos pesados que han de elevarse, cuando no es posible ir á ligarlos fuertemente para el logro de la operacion.

373. *Movimiento circular contínuo ó alternativo trasmitido en circular contínuo ó alternativo.*

Fig. 243. Ese mecanismo convierte el movimiento circular contínuo del piñon *e* en circular alternativo en la rueda *a* y en el piñon *g*. Esas dos últimas piezas giran siempre en sentido opuesto una á otra: el piñon *e* engrana con el anillo cortado *cd* fijo en un disco que puede girar entorno del centro *b;* puede desplazarse en la direccion de *eb* resbalando por su eje á lo largo de una ranura *f*; la ranura está practicada en la pieza fija colocada bajo el disco y en el disco mismo; cuando el anillo cortado haya girado bajo la accion de *e* hasta que éste engrane con los dientes del estremo *d*, el piñon marchará por la ranura *f* é irá á cojer los dientes interiores del anillo cortado, y entonces el anillo y el disco girarán en sentido contrario al precedente, mientras que el piñon motor no habrá cambiado la direccion de su movimiento circular contínuo.

Fig. 247. Sistema de rueda elevatoria llamada *tímpano* y empleada en los trabajos de irrigacion. En un tambor de madera *a*, y mejor aun de palastro, cerrado por ambos lados, hay tabiques ó divisiones dispuestas en S; los tabiques forman cámaras abiertas por el lado de la circunferencia de la rueda y taladradas en el fondo con un orificio de escape *b*. La rueda puesta en movimiento por un medio cualquiera toma el agua de un canal *c*, á donde van á parar tubos desaguadores, y la deja escapar por las aberturas *b* á un conducto de desagüe que toma nacimiento en el centro de la rueda. A veces se añaden al sistema contrapesos *d* que llenan el oficio de volante.

Fig. 257. Por el manubrio *a* el cilindro *b* puesto en movimiento hace girar la rueda *c* en un sentido y la rueda *d* en el opuesto; y estos efectos están producidos porque la cuerda *e* se cruza al ir del cilindro á la polea, mientras que la cuerda *e'* es directa. Las ruedas dentadas *c*, *d* giran en el árbol fijo *f* que sirve de punto de apoyo al árbol vertical *g*. Este gira bajo la accion de dos ruedas angulares.

Por las poleas *p*, *p'* se obtendrian velocidades menores de la rueda *d;* pero entonces no tendria que obrar sobre *g* más que una sola rueda de ángulo, *c* ó *d*, y para ello emplear un sistema de destrabazon de esas ruedas que las haria deslizarse guiadas por el árbol *f*, de manera que se alejasen ó apartasen de *g*.

Fig. 267. Con el mecanismo representado por esta figura pueden obtenerse diferentes velocidades de la rueda *b* con la misma velocidad de la rueda *a*. Al efecto la superficie lateral de la rueda *a* está tallada regularmente en toda su elevacion como una rueda de ángulo ordinaria. En la rueda *b* hay practicadas séries de orificios redondos ó rectangulares, en los que pueden hacerse entrar y retener firmemente dientes de madera ó de metal. Cada série está distribuida segun la misma circunferencia y representa así una rueda dentada cuyo diámetro es sin duda el de la circunferencia que ocupa en la rueda *b* (en la figura no se indica más que un orificio de cada série). Si se guarnece de dientes la série de abajo, la rueda *b* será arrastrada por la rueda *a* con la mayor velocidad proporcional, puesto que el mayor diámetro de la primera engranará con el más pequeño de la segunda. Si se desguarnece esta série de agujeros y se guarnece la más alta, la relacion de las velocidades será inversa á la primera. Las séries intermedias darán velocidades intermedias entre los dos estremos. Ese mecanismo lleva el nombre de *rueda de Roëner.*

Fig. 268. El movimiento circular contínuo dado al manubrio *a* se trasmite á las otras ruedas, que comprende el sistema en la direccion indicada por las flechas.

Fig. 269. En el tambor hueco *a* está alojado un resorte que se arrolla sobre sí mismo cuando dicho tambor gira y que luego obra haciéndolo girar al desarrollarse. La cuerda ó la cadenita *c* préviamente arrollada por entero en la rueda *b* que lleva una garganta en espira, teniendo uno de sus estremos fijo en el tambor *a*, es arrastrada por este último; y así el tambor *b* gira siempre con la misma velocidad, por más que la energia del resorte vaya disminuyendo, porque á medida que se efectua esa disminucion, es más pequeño el diámetro sobre el cual obra la cuerda. Tal es, someramente indicado, el principio del movimiento en los relojes de cadenilla (sistema antiguo).

Fig. 270. Con ese mecanismo la velocidad de los dos ejes *a*, *b* es la misma mientras están en juego las dos ruedas A y B; y la velocidad de la rueda A es mayor en la proporcion inversa del radio *bd* al radio *ac*, es decir cuando el sector *d* engrana con el piñon *c*. Prodúcese el efecto contrario al anterior siempre y cuando el sector *af* está en juego con el piñon *gb*. El movimiento circular contínuo y de velocidad uniforme dado á la rueda A, se convierte, pues, en circular contínuo y de velocidad variable en la rueda B: las dos velocidades son iguales en tanto que A y B estén en juego por su engranaje. La velocidad de B es menor cuando *c* y *d* están en juego, y es mayor cuando *f* gobierna á *g*. Ese mecanismo funciona con choques bastante fuertes á cada paso de un engranaje á otro.

Fig. 271. El cuadro en que está fija la rueda *d*, recibe un movimiento circular intermitente, si se imprime al manubrio *a* un movimiento circular contínuo: el birbiquí *b* hace entonces subir y bajar la biela *c*, que á cada caida obliga á girar la rueda *d* actuando sobre uno de los dientes de esa rueda.

Fig. 272. El eje en que está calada la rueda *a*, si está dotado de un movimiento circular contínuo y de velocidad regular, hará que la rueda *b* gire en sentido contrario con una velocidad variable en la relacion inversa de los radios en juego. Así, en la posicion figurada la rueda *b* gira con la menor velocidad que puede tener para una velocidad dada de la rueda *a*, porque el menor radio de *a* actua sobre el mayor de *b*. Las ruedas elípticas empleadas deben tener regularmente la misma forma, la misma superficie, y su centro de rotacion rigurosamente situado en el centro de la figura.

Fig. 273. La rueda *a* tiene un movimiento de rotacion alrededor de su eje fijo, y un movimiento de traslacion sobre la pieza fija *c* que la sostiene: la rueda elíptica *b* gira alrededor de su eje fijo *d* al propio tiempo que el resorte *f* atrae constantemente á formar contacto á la rueda circular con la rueda elíptica: las flechas indican el sentido del movimiento de las piezas.

Con ese mecanismo el movimiento circular contínuo y uniforme de *a* se convierte en elíptico contínuo, si *b* gira alrededor de su eje, y en movimiento circular contínuo variable, si el movimiento proviene de la elipse que gira con su eje en el cual está entonces calada. El cambio de velocidad de *a* en este último caso se esplica como en el ejemplo anterior.

Fig. 276. Sistema de cábria. El movimiento circular contínuo de la rueda *b* se le da por el tornillo sin fin; la rueda está clavada al árbol que lleva el rodillo arrollador *c* (Véase § 307).

Fig. 278. La máquina, indicada aquí someramente, está destinada á medir las variaciones que sufre el esfuerzo ejercido por un mismo peso sobre una rueda que gira con velocidades diferentes. La rueda *b* se pone en movimiento por una máquina cualquiera y por mediacion de la correa que pasa por el tambor *a*: un carro *c* cuya carga puede hacerse variar á voluntad, se apoya en la rueda y está retenido de modo que no sea arrastrado por el movimiento de esa última: por la varilla *d* el carro actua en virtud de su peso sobre un resorte que gobierna la aguja *a*. Luego si esta aguja queda inmóvil con velocidades diferentes dadas á la rueda *b* y bajo la misma carga de *c*, se deducirá que el frote con los ejes de una rueda no varia con la velocidad, etc. etc.

Fig. 279. Movimiento oscilatorio del balancin trasformado en movimiento circular intermitente de igual direccion en la rueda *c*. Si sube el lado *a* del balancin, el linguete *d* actua sobre la rueda de encliquetaje *c* y la hace girar; á la vez que el linguete *e* resbala por los dientes que bajan por su lado, y queda en juego con uno de ellos cuando el movimiento de elevacion impreso al lado *a* se ha detenido. El peso levantado por la oscilacion del balancin no puede arrastrar la rueda *c*, si el linguete *d* baja para engranarse otra vez.

Fig. 280. Mecanismo que constituye el *escape libre* de un reloj marino ó de gran exactitud. La rueda de escape *a* tiende á girar bajo la influencia del resorte del reloj y por mediacion de una série de ruedas dentadas: el balancin *b* que lleva el plato *e*, oscila sobre un eje en el sentido de la flecha 2 y en el de la 3; un resorte *h*, fijo en *i*, lleva una saliente *j* con la cual van á dar sucesivamente los dientes de la rueda de escape; otro resorte *l*, muy flexible, está fijo en el talon *m* que pertenece al primer resorte y pasa bajo el estremo encorvado de un garfio que termina el resorte *h*, de modo que *l* puede bajar libremente bajo el garfio, al paso que si se eleva arrastra el resorte *h*: entonces el talon *j* deja el diente de la rueda y ésta gira hasta que el talon vuelve á formar obstáculo al diente, que sigue por efecto de bajarse el resorte *h*. El eje del balancin circular *b* tiene un dedo *o* que oscilando con el balancin encuentra á cada oscilacion el resorte *l*. Cuando el movimiento se efectua en sentido de la flecha 1, el dedo *o* baja el pequeño resorte al pasar, pero como éste puede bajar libremente en el garfio *n*, el resorte *h* y la rueda *a* permanecen inmóviles: en la oscilacion contraria (flecha 2) el dedo *o* levanta el resorte *h*, el diente parado por la saliente *j* pasa, mas el resorte, volviendo á caer al punto en virtud de su elasticidad, detiene el diente que sigue. El movimiento oscilatorio del balancin *b* se mantiene por el de la rueda *a*, pues todo diente antes de dar con la saliente *j* toca el disco *e* por el estremo del escote de *n* y da nuevo impulso al balancin.

Fig. 283. Instalacion dispuesta segun el principio de la trasmision de un movimiento circular lento á circular acelerado y *vice-versa* por mediacion de ruedas y piñones (§ 337). Está alojado en el tambor *a* un resorte, y aquel está dotado de una rueda de encliquetaje y de un linguete *b* para impedir el desarrollo inmediato en sentido opuesto al del montaje: el resorte hace girar un piñon *d* y por el engranaje de las ruedas y piñones, como lo indica la figura, la rueda *c* recibe el movimiento circular contínuo. La velocidad de esa rueda con respecto á la del piñon está determinada por el principio espuesto en el § 337.

Fig. 284. Trasmision del movimiento circular contínuo y vertical de las ruedas *a* y *b* á movimiento de igual clase, si bien que horizontal en el árbol *c*. La corona *d* lleva en una mitad solamente de su circunferencia dientes tallados en espiral; los dientes *a* y *b* uno tras otro con esa corona y le dan un movimiento circular contínuo. Si la corona estuviese tallâda en toda su circunferencia, el movimiento del piñon estaria contrariado por el movimiento del otro y el sistema quedaria en reposo.

Fig. 285. El árbol *a* lleva de *a* á *c* y de *b* á *d* una parte fileteada; el paso del tornillo es el mismo en ambas partes que tienen por tuercas las traviesas fijas *f* y *f*. La parte del árbol situada entre *c* y *b* está tambien fileteada; pero el paso es allí más pequeño que el de los estremos; ese tornillo pasa por una tuerca *g* que puede deslizarse paralelamente asimismo en la ranura de la pieza fija *h*, y por consiguiente no puede girar. Si entonces se hace girar al árbol *a* actuando sobre el manubrio *i*, ese árbol marchará en tuercas fijas en una cantidad igual al paso del tornillo de los estremos; la pieza móvil *g* marchará verticalmente en el mismo sentido que el árbol, pero en una cantidad que será solamente igual á la *diferencia entre el paso de tornillo* de los estremos *ac*, *bd* y de la parte intermedia *cb*.

Fig. 286. Las dos ruedas de ángulo *a* y *b* que giran en el mismo sentido con el árbol que recibe su movimiento por la polea *c*, no podrán continuar su revolucion si están engranadas las dos con la rueda *d*, es decir que todo el sistema quedará en reposo; pero si las ruedas verticales obran una despues de otra sobre la rueda horizontal, esta girará unas veces en un sentido y otras en el contrario. Este último resultado se obtiene así: haciendo bajar el pedal *e* articulado á *f*, su cara vertical *g* hará oscilar la palanca *h* retenida en un eje fijo de oscilacion *n*, y el estremo de esa palanca trasportado entonces de izquierda á derecha hará marchar el manguito de trabazon *m* en esa última direccion: el manguito que gira con el árbol de la polea *c*, puede resbalar horizontalmente por ese árbol, y obligará una ú otra de las ruedas *a* y *b*, locas en el árbol, á girar consigo, segun esté trabado con la una ó con la otra. La trabazon alternativa de las ruedas *a* y *b* se efectuará bajando el pedal *e* y alzándolo enseguida. La rueda vertical no trabada girará loca en el árbol.

La direccion de los movimientos cuando la rueda *a* está trabada se efectua como lo indican las flechas.

Fig. 287. Una cuerda sin fin pasa por poleas de diámetros diferentes y colocadas á distintas distancias las unas de las otras, pero en el mismo plano. El arranque del movimiento está en la polea central *a*: las direcciones de las flechas indican el sentido de rotacion contínua en que se mueve cada una de las poleas.

Fig. 289. Trasmision de un movimiento circular contínuo ó alternativo del cilindro *a* á las poleas *b*, *c*, por mediacion de órganos flexibles.

Fig. 290. Sistema martinete (§ 354). El movimiento circular contínuo de la rueda *a* se ha trasformado en movimiento circular alternativo en el martillo *c* que oscila alrededor del eje *b*.

Fig. 291. El movimiento circular contínuo dado al piñon *a* se convierte en rectilíneo alternativo en las piezas *g*, *h*. La rueda *d* no tiene otro objéto que el de trasmitir el movimiento de *b* á *e*. El brazo *c* clavado en la rueda *b* empuja la traviesa *h*, cuyo estremo está siempre en contacto con el brazo por efecto de los resortes elípticos fijos *o*, *o*: Estos conducen, pues, la traviesa hácia el brazo durante el paso de la parte entrante de la curva sobre el estremo de la traviesa, y el brazo empuja la traviesa hácia los resortes durante el paso de las partes salientes. Un efecto semejante se verifica en la pieza *g* con la accion del brazo *f* y los resortes *q*.

Fig. 292. Sistema de torno para trazar ó abrir espiras ó tornillos en un cilindro. La herramienta cortante *a* está sujeta al carro que forma la tuerca del tornillo *b*; sostenido éste dentro de una deslizadera, baja sin girar siguiendo la espira del cilindro *b*. El cilindro *a* gira al mismo tiempo sobre un espigon *c*, y la herramienta *ag* abre entonces un tornillo cuyo peso es igual al de la espira del cilindro *b*, si ambos cilindros marchan con igual velocidad. Si *a* marcha más aprisa que *b*, el paso del tornillo trazado será menor, y sucederá lo contrario si *b* marcha más aprisa que *a*. Por medio de ruedas de trasmision *d*, *e*, *f* se puede establecer una diferencia de velocidad tal como se quiera entre *d* y *f*, teniendo presente que la rueda intermedia *e* no tiene ninguna accion sobre las diferencias de velocidad entre la rueda *d* y la rueda *f* si engrana con estas dos (V. § 336).

Fig. 293. Dispositivo que permite acercar la rueda *a* á la rueda *b* conservando la rueda intermedia *c*.

Fig. 294. Sistema de volante (§ 348) para un mecanismo de poca potencia. La biela *a* que pone en movimiento el mecanismo á que se aplica el volante, hace girar la rueda *b*; esta actua sobre el tornillo sin fin que lleva el volante de bola *e*. La rueda *b* puede desplazarse en la colisa *d*, y está fija en ella despues en conveniente posicion.

Fig. 295. Torno horizontal para hacer tornillos de gran diámetro y semejante al torno de la fig. 292. Por el manubrio *an* se da al propio tiempo movimiento al cilindro de filetear *a* y á la herramienta *b* (Véase la descripcion de la fig. 292).

Fig. 296. Instrumento destinado á trazar en el papel curvas llamadas *epicicloides* (§ 354) (1): lleva el nombre de pluma geométrica de *Suardi*. La rueda *a* está fija en un eje montado sobre el trípode *b*, *b*, *b* que soporta el instrumento: entorno de este eje puede girar la barra de colisa *c*, que lleva dos ruedas dentadas *d*, *e*; las tres ruedas *a*, *d*, *e* engranan unas con otras. Si se mueve la barra *c* alrededor del eje de la rueda *a*, la rueda *e* girará como si rodase por una circunferencia; un lápiz conducido por un punto de la rueda *c* describirá entonces una epicicloide *xx*, y otro lápiz colocado al estremo de una barra *gh* describirá una epicicloide prolongada, cuya forma variará en razon de los diámetros respectivos de las ruedas *a*, *d*, *e*.

Fig. 297. Instrumento llamado *Pantógrafo* destinado á copiar un dibujo geométrico á una escala reducida ó aumentada: dos reglas *b*, *c* están articuladas en *a*, otras dos *d*, *e* lo están en *f*, y sobre las dos primeras forman los dos lados de un cuadrilátero *adfe*. Todo el sistema gira alrededor de un espigon colocado en *e*. Si se hacen seguir con el lápiz fijo en *g* las líneas rectas ó curvas de una figura geométrica, otro lápiz colocado en *b* trazará una figura exactamente semejante, pero reducida ó aumentada á una escala de dimension proporcional á la distancia de *be* á *eg*. A voluntad puede hacerse deslizar el calcador *g* sobre la regla *c* y fijarle luego en ella en el punto que se quiera.

Fig. 298. Un plato que tiene una cara oblícua *a* gira alrededor de un árbol *b*, y en razon de la oblicuidad de esa cara da un movimiento de oscilacion al balancin *c*, cuyo estremo lleva una rodaja que se apoya constantemente en *a*.

Fig. 299. Sistema basado en la fuerza centrífuga para cerrar completamente el registro de una máquina de vapor en el caso en que por efecto de la rotura del árbol motor fuese repentinamente escesiva la velocidad del movimiento de la máquina. Por la polea colocada en el árbol pequeño *a* y por medio de una cuerda, el movimiento tomado del árbol motor se trasmite al sistema; un manguito de garganta *b* fijo en el árbol *c* gira sin frote alrededor del árbol *a*, al que abarca en una pequeña longitud; por ese manguito la rueda *h* está obligada á desengranar de la rueda *d*, cuando la palanca *f* está empujada por el brazo *g*, que sube tanto más cuanto mayor es la velocidad trasmitida á la rueda *d* (efecto de la fuerza centrífuga que obrando sobre las bolas *i i* las hace subir y con ellas la vaina que encierra el brazo *g*); la rueda *h* desengranada de la rueda *d* y empujada por la palanca *f* actua sobre el manubrio *lm*; este manubrio actuando entonces sobre un sistema de palancas ó varillas, cierra completamente el registro ó válvula de la entrada del vapor en la máquina, y el movimiento de esta se detiene despues de algunas vueltas dadas en virtud de la fuerza de inercia (§ 268).

Fig. 301. El movimiento oscilatorio dado alternativamente á las palancas *a b* se convierte en circular intermitente en la rueda *d*. Bajando el pedal *a* se hace bajar su biela *m*; el linguete *e* que le está adherido baja tambien empujando la rueda de encliquetaje *d* al girar en el sentido de la flecha 1; durante ese tiempo el pedal *b* ha sido levantado por la cuerda que, pasando por la polea *e*, va de un pedal á otro, el linguete *f* ha subido con la biela *n* y ha ido á ponerse en juego con otro diente de la rueda. Bajando el pedal *b* se continuará haciendo girar la rueda, y esta vez por medio del linguete *f*, mientras que el linguete *e* subirá para ponerse nuevamente en juego con un diente de la rueda de encliquetaje ó de trinqueteo.

(1) Epicicloide es la curva engendrada por un punto de una circunferencia de círculo que rueda sin deslizarse por otra circunferencia. Se emplea á veces para trazar la forma de los dientes de engranaje.

RESISTENCIA DE MATERIALES

Mucho se ha escrito sobre la resistencia de materiales; pero en el gran número de obras que han tratado este asunto, y entre las cuales las hay muy notables, no hay ninguna que llene las condiciones necesarias para ser útil ó provechosa en la práctica.

Casi todas estas obras tienen por base el cálculo diferencial é integral, lo cual exige un estudio largo y difícil, amen de los conocimientos matemáticos estensos que de antemano deben poseerse; y los hombres prácticos que se dedican á la construccion y á la mecánica no pueden sacar de tales obras todo el fruto que están en el derecho de esperar.

Por lo tanto juzgamos de suma utilidad dar á luz un tratado de la resistencia de materiales, que sea á la vez sencillo y elemental, que esté al alcance de todas las personas que aun careciendo de ciertos conocimientos superiores de matemáticas, están consagrados á tareas que reclaman muy amenudo el conocimiento de dicha resistencia.

El pequeño trabajo que aquí publicamos no exige más que nociones de geometria elemental y de aritmética primaria, por lo cual será accesible á todas las inteligencias, y llenará á la vez un vacio que se hacia sentir sin duda alguna.

No quiere esto decir que por ser un trabajo práctico, deje de ser completo ó de llenar las condiciones necesarias. Todos los problemas que puedan ofrecerse en la cuestion de la resistencia de los materiales, pueden resolverse con auxilio de nuestro trabajo; y nos atrevemos á decir que este es muy superior á cuantos se han publicado; pues no hay dificultad que en esta materia se ofrezca, que no pueda dilucidarse con toda la sencillez que hemos indicado.

374. *Consideraciones generales.*—Los arquitectos, los ingenieros, los mecánicos necesitan á cada paso conocer la resistencia que deben tener los materiales á fin de dar á las piezas de construccion las dimensiones convenientes. Y los obreros mecánicos en ciertas especialidades, tales como en el ajuste, la forja, la armazon, etc., á más de la habilidad que consiste en trabajar pronto y bien, desarrollan igualmente en la práctica, pero sin principio científico, ciertos conocimientos intuitivos acerca de las dimensiones que han de dar al objeto que confeccionan.

Esa aptitud no comprende solamente las piezas que han fabricado ya, sino que por su analogia puede estenderse á muchas otras, y en general á todo lo que debe someterse á esfuerzos de apreciacion diaria, como por ejemplo, las fuerzas musculares, ó á todo lo que puede compararse con tipos conocidos; mas cuando se trata de fuerzas que por su intensidad ó por su índole dejan de fijarse en la mente, ó más bien de despertar la memoria, el golpe de vista adquirido por la práctica del oficio viene á ser insuficiente: los esfuerzos debidos á pesos considerables, la fuerza del aire en movimiento, la de una cascada ó salto de agua, la del vapor actuan sobre los cuerpos sólidos con mucha intensidad y de una manera sobrado abstracta para permitir al obrero más esperto apreciar *á priori* las dimensiones de las piezas; y sopena de graves errores ha de recurrir al estudio de la resistencia de materiales.

375. *Definiciones de las resistencias.*—Las fuerzas obran sobre los cuerpos sólidos y tienden á deformarlos ó romperlos, considerándolas segun su modo de accion bajo cinco aspectos diferentes.

Cuando la fuerza solicita el cuerpo en sentido de su eje ó de la longitud de sus fibras y en un sentido esterior se llama fuerza de *traccion;* el esfuerzo igual y contrario que opone el sólido, recibe el nombre de *resistencia á la traccion.*

La fuerza toma el nombre de *fuerza de compresion* cuando el sentido del esfuerzo es inverso al de la traccion quedando todo lo demás en el mismo estado: la reaccion del sólido en tal caso se denomina *resistencia á la compresion* ó al *aplastamiento.*

Cuando la fuerza solicita el cuerpo perpendicularmente á sus fibras toma el nombre de *fuerza de flexion.*

Si obra de una manera que tuerza las fibras entorno del eje del cuerpo se dice *fuerza de torsion.*

Llámase *resistencia al cizallamiento* el obstáculo que dos planchas juntas por medio de robladuras presentan á la fuerza que tiende á desunirlas.

376. *Coeficientes de resistencia.*—Las fuerzas que acaban de designarse pueden, al solicitar un cuerpo, obrar sobre él de dos maneras diferentes: 1.° alterando su forma y sus dimensiones en una corta cantidad y de modo tal que, una vez suspendida la accion de la fuerza, recobre el cuerpo exactamente su forma y dimensiones primitivas, en cuyo caso la resistencia que el cuerpo ofrece al desplace molecular, se llama su *resistencia elástica*, y el número que la espresa *coeficiente de resistencia elástica* ó de *seguridad;* 2.° si la fuerza opera totalmente la separacion molecular del cuerpo, el obstáculo que éste le presenta á la separacion, se denomina *resistencia á la rotura*, y el número que la espresa, *coeficiente de resistencia á la rotura.*

Para llegar al conocimiento de esos coeficientes para todos los cuerpos se comprende que han debido practicarse tres órdenes de esperimentos sobre cada uno de ellos:

1.° Para comprobar en el límite de elasticidad natural los diferentes cambios para diferentes cargas;

2.° Para dejar sentado cuál es la carga *máxima* que no altera la elasticidad y que por lo tanto señala su límite; ó en otros términos, para buscar la mayor deformacion que puede sufrir un cuerpo bajo la influencia de una fuerza sin que deje de poder recobrar exactamente sus dimensiones primitivas, si la accion de la fuerza se interrumpiese.

3.° Para hallar la carga de rotura.

Ahora bien, por lo que dejamos consignado los materiales empleados en la construccion de las máquinas, edificios, puentes, etc. están sujetos á uno ó más esfuerzos que tienden á deteriorarlos ó romperlos.

Tales esfuerzos, como se ha indicado pueden comprenderse en cinco divisiones, á saber:

1.° Esfuerzos de traccion;

2.° Esfuerzos de compresion;

3.° Esfuerzos de cizalla ó deslizamiento trasversal;

4.° Esfuerzos de flexion;

5.° Esfuerzos de torsion.

Varios cálculos y operaciones pertenecientes al cálculo diferencial é integral se han hecho para resolver las cuestiones relativas á dichos esfuerzos; pero nosotros hemos podido resolverlos de una manera práctica; mas antes de pasarlos en revista diremos algunas palabras tocante á la composicion íntima de los materiales.

Un cuerpo sólido puede considerarse formado de fibras elásticas yuxtapuestas y adheridas una á otra. Cuando se tiende á prolongar el cuerpo, éste opone una resistencia tanto mayor cuanto más considerable es el alargamiento; y en cambio cuando se le quiere comprimir, opone tambien resistencia, si bien ésta aumenta con la disminucion de longitud.

En Bélgica se ha inventado una máquina que tiene la administracion de los ferro-carriles del Estado, y que permite hacer con una exactitud pasmosa todos los esperimentos relativos á la resistencia de los materiales. Ese aparato que se halla instalado en Malinas y que se debe al ingeniero Kirkaldi, es el que representamos con las láminas 1.ª y 2.ª (RESISTENCIA DE MATERIALES).

Esa maravillosa máquina permite verificar con precision esfuerzos que pueden variar desde tres kilos á cien mil ó más.

El aparato está á disposicion de todas las personas que desean averiguar la naturaleza de ciertos materiales.

Es lástima que la mayor parte de las naciones industriales no se hayan apresurado á introducir esta máquina, que está destinada á prestar grandes y señalados servicios sin necesidad de los cálculos y operaciones que cuando ménos por omision ó error involuntario pueden dar márgen á sensibles equivocaciones.

Mas ya que no nos sea posible utilizar á cada paso las escelentes condiciones de dicho aparato, tracemos aquí los principios prácticos para conocer la resistencia de los materiales, principios que en su mayor parte se fundan en los resultados obtenidos en gran número de esperimentos practicados con inteligente celo y paciencia por ingenieros belgas con el aparato de Kirkaldi.

A la vez incluiremos en este escrito todas las reglas prácticas que la esperiencia ha sancionado, dadas por sabios autores que se han ocupado de esa importantísima materia.

377. *Fuerza de traccion.*—La esperiencia ha demostrado que, en los límites en que no se altera la elasticidad, la resistencia que un cuerpo prismático ofrece á la traccion, es proporcional á la superficie de su seccion trasversal S y á la relacion del alargamiento K de una longitud L de ese prisma con esta longitud L. Si designamos por C la carga para producir un alargamiento de un metro sobre un prisma que tenga 1 metro de lado y 1 metro de base (hipótesis irrealizable) y se llama P el esfuerzo necesario para producir el alargamiento K, tenemos la fórmula:

$$P = C \times S \times \frac{K}{L}, \qquad (\text{n.}^{\circ}\ 1)$$

Se da á C el nombre de *coeficiente* ó *módulo de elasticidad.*

Cuando $L = 1^{m}$ y $S = 1^{m.m}$, $P = K.C$ y $C = \frac{P}{K}$.

Luego C es la relacion constante (en el límite de elasticidad del esfuerzo P) que tiende á alargar el prisma con el alargamiento de éste.

378. Aun cuando un poco más adelante vamos á dar principios y reglas del todo indudables acerca de la resistencia de los materiales, nos permitiremos aquí presentar algunas indicaciones debidas á esperimentos de varios autores. Segun Poncelet, los valores medios de C para diferentes cuerpos son los valores correspondientes de P y de K así como los coeficientes de ruptura y resistencia con una gran seguridad. Algunos tienen la costumbre de tomar por coeficiente de seguridad el décimo de la carga de rotura para la madera y el tercio para los metales; pero en las construcciones duraderas y en los aparatos en que puedan ocurrir choques se toma el cuarto, el quinto, y hasta el sexto de la carga de rotura.

ESFUERZOS DE TRACCION

Valores del coeficiente de elasticidad C, del alargamiento relativo al límite de elasticidad natural K, y de la carga correspondiente P á este límite.

DESIGNACION DE LOS CUERPOS.	Valor de K	correspondiente.	Valor de P para una seccion de 1 milímetro cuadrado.	Valor de C para una seccion de 1 milímetro cuadrado.	Coeficiente de rotura por milímetro cuadrado.	Coeficiente de seguridad por milímetro cuadrado.
		m.	kilóg.	kilóg.	kilóg.	kilóg.
Roble.	$\frac{1}{600}$	0'00167	2'000	1200	8'000	0'800
Abeto.	$\frac{1}{850}$	0'00117	2'170	1854	6 á 7	0'6 á 0'7
Pino.	$\frac{1}{470}$	0'00210	3'150	1500	»	»
Alerce.	$\frac{1}{520}$	0'00192	1'730	900	»	»
Haya roja.	$\frac{1}{570}$	0'00175	1'630	930	6'990	0'699
Fresno.	$\frac{1}{885}$	0'00113	1'270	1120	12'000	1'200
Olmo.	$\frac{1}{414}$	0'00242	2'350	970		
Hierro blando pasado por la hilera de poca dimension.	$\frac{1}{1250}$	0'00080	14'750	18000		
Hierros forjados ó estirados en barras. — El más fuerte, pequeña muestra.					60'000	10'000
Hierros forjados ó estirados en barras. — El más débil, muestra muy grande.					25'000	4'160
Hierros forjados ó estirados en barras. — Mediano.	$\frac{1}{1520}$	0'00066	12'205	20000	40'000	6'660
Hierros del Berry. — Estirados.				20869		
Hierros del Berry. — Recocidos.				20784		
Hierro ó palastro laminado. — Estirados en sentido del laminaje.					41'000	7'000
Hierro ó palastro laminado. — Estirados en sentido perpendicular al laminaje.					36'000	6'000
Palastros fuertes batidos en ambos sentidos.					35'000	6'000
Hojalata ó cinta de hierro muy blando.					45'000	7'500
Alambre no recocido. — De Laigle, de 0'23mm de diámetro.					90'000	15'500
Alambre no recocido. — El más fuerte, de 0'5 á 1mm de diámetro.					80'000	13'330
Alambre no recocido. — El más débil, de 1mm gran diámetro.					50'000	8'330
Alambre no recocido. — Mediano, de 1 á 3mm de diámetro.					60'000	10'000
Alambre en haz ó cable.					30'000	5'000
Cadenas de hierro blando de mallas oblongas.					24'000	4'000
Cadenas de hierro blando apuntaladas.					32'000	5'380
Acero aleman de muy buena calidad recocido en aceite.	$\frac{1}{835}$	0'00120	25'000	21000	»	»
Acero fundido muy fino, templado, recocido en aceite.	$\frac{1}{4500}$	0'00222	66'000	30000		el acero mejor 15'000
Acero colado. — Estirado.				19549		
Acero colado. — Recocido.				19561		
Acero inglés en alambre. — Estirado.				18809		el acero más malo 6'000
Acero inglés en alambre. — Recocido.				17278		
Acero comun recocido hasta el blanco.				18045		

DESIGNACION DE LOS CUERPOS.	Valor de K	correspondiente.	Valor de P para una seccion de 1 milímetro cuadrado.	Valor de C para una seccion de 1 milímetro cuadrado.	Coeficiente de rotura por milímetro cuadrado.	Coeficiente de seguridad por milímetro cuadrado.
		m.	kilóg.	kilóg.	kilóg.	kilóg.
Fundicion de grano fino	$\frac{1}{1200}$	0‘00083	10‘000	1200		
Fundicion gris inglesa de buena calidad	$\frac{1}{1400}$	0‘00078	6‘000	9096		
Fundicion de hierro, la más fuerte, colada verticalmente					13‘500	2‘250
Fundicion de hierro, la más flaca, colada horizontalmente					12‘500	2‘080
Bronce de cañones, mediano	$\frac{1}{1590}$	0‘00063	2‘000	3200	23‘000	3‘830
Laton fundido	$\frac{1}{1320}$	0‘00076	4‘800	6450	»	»
Cobre rosa laminado en el sentido de su longitud				12000	21‘000	3‘500
Cobre rosa de superior calidad					26‘000	4‘330
Cobre rojo batido					25‘000	4‘170
Cobre rojo fundido					13‘400	2‘330
Cobre amarillo ó laton, fino					12‘600	2‘100
Cobre rosa en alambre no recocido, mediano de 1 á 2^{mm} de diámetro					50‘000	8‘330
Cobre rojo el más fuerte, de ménos de 1^{mm} de diámetro					70‘000	11‘670
Cobre rosa, el peor					40‘000	6‘670
Laton en alambre, no recocido: El más fuerte, de ménos de 1^{mm} de diámetro					85‘000	14‘160
Laton en alambre, no recocido: Mediano, de más de 1^{mm} de diámetro					50‘000	8‘330
Alambre de laton recocido	$\frac{1}{742}$	0‘00135	15‘000	10000		
Alambre de platino batido no recocido, de $0‘117^{mm}$ de diámetro					116‘000	19‘330
Alambre de platino recocido segun la medida directa del diámetro				15518	34‘000	5‘670
Estaño fundido				3200	3‘000	0‘500
Zinc fundido				9600	6‘000	1‘000
Zinc laminado					5‘000	0‘833
Plomo fundido	$\frac{1}{477}$	0‘00210	1‘000	500	1‘280	0‘213
Alambre de plomo de copela, estirado en frio, de 4^{mm} de diámetro	$\frac{1}{1490}$	0‘00067	0‘400	600		
Plomo laminado					13‘500	0‘225
Plata estirada				7358		
Plata recocida				7100		
Oro estirado				8131		
Oro recocido				5585		
Cuerdas de cáñamo superior, de 13 á 14^{mm} de diámetro					8‘800	4‘40
Cuerdas de cáñamo de 2.ª clase, de 13 á 17^{mm} de diámetro					6‘500	3‘250
Cuerdas de 1.ª clase de 27^{mm} de diámetro					6‘000	3‘000
Cuerdas de cáñamo de 1.ª clase, de 40 á 54^{mm} de diámetro					5‘500	2‘750
Cables alquitranados					4‘400	2‘200
Cables viejos de 23^{mm}					4‘200	2‘100
Correa de cuero negro						0‘200

Nótese que para las cuerdas el coeficiente de seguridad puede ser la mitad del coeficiente de rotura; pero pronto daremos otras tablas cuyas indicaciones serán más claras y exactas.

La rotura va precedida de un alargamiento igual á $^1/_6$ de la longitud primitiva; y ese alargamiento se reduce á $^1/_{10}$ cuando el esfuerzo no es más que la mitad de la carga máxima.

A fin de hacer el uso del anterior cuadro más fácil, vamos á hacer aplicaciones para buscar las dimensiones que deben darse á piezas que hayan de soportar determinados esfuerzos.

Si llamamos P, la carga, S la superficie y R el coeficiente de seguridad, los problemas relativos á la traccion podrán resolverse por las fórmulas siguientes:

$$S=\frac{P}{R} \qquad (\text{n.}^{\circ}\ 2).$$

$$P=S\times R \qquad (\text{n.}^{\circ}\ 3).$$

El cociente de la carga dividida por la cifra que indica el coeficiente de seguridad para la unidad de superficie considerada, dará sin duda el número de unidades de superficie necesaria para colocar el cuerpo en las mismas condiciones cuando esté bajo la influencia de la fuerza P. Luego, para tener el área de la seccion de una pieza que haya de soportar una carga dada, es preciso dividir el esfuerzo por el coeficiente de resistencia.

379. *Ejemplos de cálculo para resistencias á la traccion.*

Ejemplo I. El vástago de una bomba elevatoria ha de soportar un peso de 3000^k. Se pregunta cuál ha de ser su diámetro haciéndolo de madera de roble débil y el que tendria si se construyese de bronce.

Primer caso. Refiriéndonos á la tabla anterior vemos que sin pasar el límite de elasticidad, se puede tomar $0'60^k$ para el roble débil, y si se divide el esfuerzo de 3000^k por 0'60 para 1^{m^2}, ó para tener el resultado en metros, por 600000, tendremos un cociente que indicará en metros cuadrados la seccion del vástago de roble débil colocada exactamente en las mismas condiciones que las que han dado el coeficiente de seguridad. Ahora bien, la superficie de la seccion de vástago es (§ 225) igual á $\frac{\pi D^2}{4}$;

luego

$$\frac{\pi D^2}{4}=\frac{3000}{600000},$$

de donde

$$D^2=\frac{12000}{3'14\times600000}=0'0069,$$

$$D=\sqrt{0'0063}=0'080^m,$$

Luego, $0'080^m$ es el diámetro buscado.

Segundo caso. Basta en la fórmula n.° 2,

$$S=\frac{P}{\text{coeficiente de seguridad}},$$

reemplazar el coeficiente de roble débil por el de bronce, y se tiene:

$$\frac{\pi D^2}{4}=\frac{3000}{3830000},$$

de donde: $D=0'03146^m$.

Ejemplo II. Una biela es solicitada por un émbolo de vapor siendo evaluada en 7000^k la resistencia. ¿Cuál debe ser el diámetro de los cuatro pernos de hierro que unen la cabeza de la biela con la traviesa del vástago del émbolo?

Tenemos:

$$\frac{\pi D^2}{4}=\frac{7000^k}{6660000\times4},$$

de donde:

$$D=\sqrt{\frac{4\times7000}{6660000\times4\times3'14}}=0'018^m.$$

Ejemplo III. Una cadena apuntalada debe soportar una carga de 10000^k y ha de ser de hierro redondo forjado. ¿Cuál será el diámetro de ese hierro?

$$\frac{\pi D^2}{4}=\frac{10000}{5330000},$$

de donde: $D=0'047^m$.

Ejemplo IV. Una balanza que puede pesar hasta 2500^k está colgada del estremo de una barra de hierro cuadrada. ¿Cuál es el lado del cuadrado de esa barra suponiéndola firmemente empotrada en la pared ó en el techo y siendo el hierro de primera calidad?

$$X^2=\frac{2500}{10000000},$$

de donde:

$$X=\sqrt{\frac{25}{100000}}=0'005^m,$$

Ejemplo V. ¿Qué peso puede ponerse al cabo de un alambre de laton de 2 milímetros cuadrados para cargarlo con toda seguridad?

$$\frac{\pi \,.\, (0'002)^2}{4} = \frac{X}{8330000}.$$

Para obtener el resultado puede tambien plantearse:

$$\frac{\pi 2^2}{4} = \frac{X}{8'33}, \text{ y } X = 3'14 \times 8'33 = 26.$$

Luego el peso es 26 kilógramos.

EJEMPLO VI. ¿Qué esfuerzo se necesita para romper un haz de alambres que tenga de diámetro 5^{mm^2}?

Denominando R el coeficiente de rotura, la fórmula (n.° 3) es:

$$P = S \,.\, R = 0'00001962^{m^2}, \times 30000000 = 588'600^{k}$$

EJEMPLO VII. Supongamos que ha de determinarse el alargamiento k de una barra cuadrada de cobre roseta ó rosa de $3^{cm.}$ de lado y de una longitud de cinco metros siendo de 2000^k el esfuerzo de traccion.

Para resolver ese problema se utiliza la fórmula:

$$P = C \,.\, S \,.\, \frac{k}{L};$$

y buscando en la tabla precedente el valor de C, ó sea el módulo de elasticidad de cobre rosa, deduciendo á la vez el valor de k, se tiene:

$$k = \frac{P \,.\, L}{C \,.\, S}.$$

y reemplazando las letras por su valor:

$$k = \frac{2000 \times 5}{12000 \times 900} = 0'00055^{m}.$$

380. *Tornillo de madera.* Los tornillos de madera suponiéndolos de $0'050^m$ de longitud y $0'0056^m$ de diámetro fuera de los filetes, $0'0028^m$ en el cubo, y encajados por 12 filetes en planchas de $0'027^m$ de espesor pueden con toda seguridad cargarse:

En el abeto ó pino de 35 kilógramos,
— roble — 68 —
— fresno seco — 71 —
— olmo — 59 —

Pero prescindiendo de otros problemas de más difícil resolucion entremos ahora en la parte práctica, exacta y utilísima de la resistencia de los materiales á la traccion.

Numerosos esperimentos han demostrado que los alargamientos ocasionados por las fuerzas esteriores son proporcionales á tales fuerzas. Así, pues, llamando n el alargamiento producido por 1 kilo, el alargamiento producido por 2 kilos será $2n$, por 3 kilos $3n$, y por K kilos Kn.

Si tomamos n por unidad de medida de los alargamientos, podemos decir que estos son iguales á las fuerzas espresadas en kilos, y en adelante representaremos siempre los alargamientos por las fuerzas que los producen.

La proporcionalidad de las fuerzas á los alargamientos deja de ser, á partir de cierto límite, llamado *límite de elasticidad;* mas como los cuerpos empleados en las construcciones nunca deben soportar los esfuerzos límites, la ley que acabamos de indicar, puede considerarse como total y escesivamente rigurosa.

Se ha procurado con los esperimentos buscar el límite de elasticidad de los diferentes cuerpos empleados en las construcciones y se ha convenido en no hacer soportar á los materiales más que el $^1/_3$, el $^1/_4$ ó el $^1/_6$ de ese límite, segun estén las piezas en reposo ó en movimiento, ó estén sujetas á choque ó sacudidas. Así se ha formado la siguiente tabla:

DESIGNACION DE MATERIALES.	Esfuerzo por centím. cuad. que se puede hacer soportar para llegar al límite de elasticidad.	Esfuerzo por centím. cuad. que se puede hacer soportar con seguridad para piezas			Carga por centímetro cuadrado que produce la rotura.
		en reposo 1/3	en movimiento 1/4	con choque 1/6	
Hierro forjado..	1500^k	500^k	375^k	250^k	4000^k
Palastro.	1500	500	375	250	3300
Alambre para cables.. .	1800	600	450	300	5000
Fundicion gris..	600	200	150	100	1350
Acero fundido muy fino. . .	6600	2200	1650	1100	10000
Acero cementado.	2400	800	600	400	3600
Roble y abeto. .	210	70	50	35	850
Cuerdas de cáñamo ó pita. .	340	113	85	57	600
Cobre roseta.. .	1200	400	300	200	3000
Bronce.	480	160	120	80	2300

Todos esos coeficientes son aplicables en la práctica á los materiales ordinarios del comercio; y en ciertos casos podrian aumentarse en mucho, y hasta doblarse, si bien entonces convendria escoger materiales de primera calidad.

Llamando K el peso que puede soportar una barra de un centímetro cuadrado de seccion cuando está sometida á la traccion una barra de igual materia que tenga dos centímetros cuadrados de seccion, soportará 2K, una barra de tres centímetros 3K, y en fin, una barra de seccion S centímetros cuadrados soportará un peso P=SK.

De donde resulta que una fuerza de traccion cualquiera tiene por medida el volúmen que abarca como base la seccion del cuerpo sometido á la estension y que tiene por altura la recta que representa el peso en kilógramos soportado por cada centímetro cuadrado.

Con objeto de simplificar el lenguaje designaremos en adelante ese volúmen por la espresion del volúmen de dilatacion.

En las aplicaciones esa fórmula es:

1.° Para una seccion rectangular $P=Kab$ (fig. 4);
2.° — — cuadrada $P=Ka^2$ (fig. 5);
3.° — — circular $P=\frac{K\pi d^2}{4}$ (fig. 6);

Aplicacion. ¿Cuál es la seccion mínima de una barra de hierro que ha de soportar de una manera permanente una carga en reposo de 4000 kilógramos?

La tabla última nos indica que se pueden hacer soportar 500 kilógramos por centímetro cuadrado de seccion; y así tendremos tantos centímetros cuadrados como veces hay 500 kilogramos en 4000; luego

$$S=\frac{4000}{500}=8^{cm^2}.$$

Caso en que se ha de tener en cuenta el peso de la pieza.

Cuando una pieza de gran longitud está colocada verticalmente y lleva una carga P á su extremo inferior, hay que añadir á esa carga el peso propio de la pieza para calcular su seccion en el punto de enlace que es el más fatigado. Sean:

L la longitud de la pieza en centímetros;
S la seccion en centímetros cuadrados;
δ el peso de un centímetro cúbico de la materia de que está formada la barra.

El volúmen de la barra es V=SL y su peso $q=SL\delta$.

La parte superior de la barra soportará pues:

$$P+SL\delta.$$

y como 1^{cm^2} sostiene K kilógramos, para sostener $P+SL\delta$ será precisa una seccion:

$$S=\frac{P+SL\delta}{K},$$

de donde:

$$S(K-L\delta)=P,$$

y

$$S=\frac{P}{K-L\delta}.$$

Aplicacion. Determinar la seccion de una barra de hierro de 300 metros de longitud que ha de llevar á su estremo una carga de 4000 kilóg., estando en reposo la barra.

En tal caso

$$K=500;\ p=4000^k;\ L=30000^{cm}.$$

El metro cúbico de hierro pesa por término medio 7700 kilóg. Luego el centímetro cúbico pesará:

$$\frac{7700}{100000}=0'0077^k;$$

y así $\delta=0'0077^k$ y el valor de S será:

$$S=\frac{4000}{500-30000\times0'0077}=\frac{4000}{269}=14'86^{cm^2}.$$

Comprobacion. El peso de la pieza es:

$$q=SL\delta=14'86\times30000\times0'0077;$$

$$q=3432 \text{ kilos.}$$

El peso total que ha de soportar se eleva á 7432 kilógramos.

Como 1 centímetro cuadrado puede soportar 500 kilógramos, 14'86 centímetros cuadrados soportarán 7430 kilógramos que es la carga aproximada que acabamos de indicar. La fórmula general $S=\frac{P}{K-L\delta}$ para las barras de seccion constante permite calcular los límites máximos de grueso á que se puede llegar en diferentes materiales. Con efecto para $K=L\delta$, la seccion es infinita y por consiguiente $L=\frac{K}{\delta}$ es el límite de longitud de la barra.

Aplicaciones. Calcular la longitud máxima de una barra de hierro que no ha de soportar más que su propio peso.

$$K=500;\ \delta=0'0077.$$

$$L=\frac{500}{0'0077}=64935^{cm}=649'35^{m}.$$

Calcular la longitud máxima de una cuerda de aloes que no debe soportar más que su peso.

$$K=113;\ \delta=\frac{1000}{1000000}=0'001^{km}.$$

de donde:

$$L=\frac{113}{0'001}=113000^{cm}=1130^{m.}$$

Observaciones sobre las barras de hierro.

HIERRO. Se emplea en barras redondas, cuadradas ó rectangulares, en T, en U, en L etc.

La resistencia varia algo segun el grueso, lo cual dimana de ser de mejor calidad el hierro de la superficie.

La tabla siguiente indica las cargas de rotura para diversas muestras.

DESIGNACION DE LOS HIERROS.	CARGA DE ROTURA POR CENT. CUADR.
Hierro grueso redondo ó cuadrado de más de 50 milímetros de diámetro ó de lado.	3000
De 50 á 15 milímetros.	4000
De 15 á 5 milímetros.	5000
Alambres y hojas de 5 á 1 milímetros.	6000
Alambres más pequeños que 1 milímetro.	8000

Observaciones sobre las cuerdas de cáñamo.

Nunca deben someterse las cuerdas á un esfuerzo mayor que la mitad que la carga de rotura, y en tal caso sufren un alargamiento igual á un décimo de su longitud. Si se prosigue cargándolas, sus elementos constitutivos resbalan unos sobre otros, y en el momento de la rotura el alargamiento es igual á $^1/_6$ de la longitud de la cuerda.

Por lo dicho se infiere que esos alargamientos son bastante grandes para que en ciertos casos se tengan muy en cuenta, como por ejemplo, al tratarse de elevar un fardo p á una altura A. Ha de contarse con la necesidad de arrollar una longitud de cuerda $A+{}^1/_{10}$ de A.

Para hacer las cuerdas fuertes suele emplearse cáñamo blanco embreado.

La brea resguarda el cáñamo de los agentes esteriores, el aire y la humedad que deteriorarian la cuerda; mas como favorece el deslizamiento de las fibras unas sobre otras, la resistencia de los cables embreados no pasa de los $^2/_3$ ó $^3/_4$ de la resistencia de los cables blancos. Cuando las cuerdas blancas están mojadas, su resistencia disminuye en la mitad. La resistencia de las cuerdas por unidad de seccion disminuye á medida que aumenta el diámetro de las cuerdas.

Cierto número de cuerdas cargadas hasta la rotura han suministrado el cuadro siguiente:

CLASE DE CUERDA.	DIÁMETRO EN CENTÍMETROS.	CARGA DE ROTURA EN KILOS POR CENTÍMETRO CUADRADO.
Cuerda blanca. .	Inferior á 1'4.	880
Idem. . .	De 1'4 á 1'7.	650
Idem. . .	De 1'7 á 2'3.	600
Idem. . .	De 4'0 á 5'4.	550
Cuerda embreada.	Cualquiera.	440

Se hacen cables hasta de 100 milímetros de diámetro, pero tienen el inconveniente de ser sobrado recios.

Para los usos de la mineria en la que los cables de estraccion tienen mucha longitud y se tiene que arrollar esa longitud, se hacen cables planos á fin de que tengan mayor flexibilidad; pues la rigidez seria no solamente causa de destruirse mucho cordámen, sino que tambien absorberia en pura pérdida sobrada parte del trabajo motor.

Un cable plano se compone de cuerdas redondas colocadas al lado unas de otras y cosidas en conjunto por medio de bramantes pasados oblícuamente en dos direcciones diagonales. Es preciso que la torsion de los cables elementales esté dirigida alternativamente en sentido inverso en los cables yuxtapuestos para que el cable plano no se retuerza sobre sí mismo (fig. 7).

ENSAYOS CON CABLES DE CÁÑAMO.

Efectos producidos por el embreado en la resistencia á la traccion.

DESIGNACION DE LA MATERIA EMPLEADA.	Cable no embreado.			Cable embreado en hilos.			Cable embreado cuando hecho.		
	Alargamiento % bajo una carga de 3000 kilos.	CARGA DE ROTURA Total.	CARGA DE ROTURA por cent. cuadrado.	Alargamiento % bajo una carga de 3000 kilos.	CARGA DE ROTURA Total.	CARGA DE ROTURA por cent. cuadrado.	Alargamiento % bajo una carga de 3000 kilos.	CARGA DE ROTURA Total.	CARGA DE ROTURA por cent. cuadrado.
	%	kil.	kil.	%	kil.	kil.	%	kil.	kil.
Cáñamo fuerte superior. . . .	16'6	6175	873'5	15'4	4562'5	645'4	14'4	378'0	334'7
Cáñamo fuerte de Riga. . . .	15'4	6250	884'1	16'2	4352'5	615'7	14'4	394'5	358'2
Cáñamo de Bombay. . . .	15'6	4105	580'7	14'4	2985	422'2	14'8	2782'5	393'6
Cáñamo de Manila.	13'6	4867'5	688'6	15'8	4777'5	675'8			

Las cifras correspondientes á cada ensayo son promedios tomados cada uno sobre dos cables de la misma especie y de la misma fabricacion.—Todos esos cables tenian un diámetro de 3 centímetros ó sea una seccion de 7'07 ^{cm}.

ENSAYOS SOBRE LA TRACCION DE CABLES METÁLICOS.

Designacion del acero.	Dimension del cable en centímetros.	Número de hilos.	Diámetro de los alambres en centím.	Carga de rotura en kilos.	Carga de rotura por cent. cuad. de seccion de alambre en kilos.	Hilos ensayados separadamente. Carga de rotura por centím. cuadrado de seccion de alambre en kilos.	Número de ensayos hechos sobre el mismo cable.
Acero fundido..	Cable plano: 9'5×1'7.	192	0'18	50920	10540	10630	3
Acero especial..	Cable plano: 10×2'0.	192	0'2	64775	10740	12480	3
Acero fuerte...	Cable redº.: 2'5 diám.	42	0'27	33624	14240	14560	3
Acero especial fundido. . . .	Cable redº.: 4'3 diám.	114	0'27	88208	15510	No pudo ensayarse.	3
Acero fundido..	Cable redº.: 3'2 diám.	56	0'25	31900	11600	12270	1

RESISTENCIA DE LOS CABLES REDONDOS A LA TRACCION.

DIÁMETRO	**Hierro.**		**Acero.**		**Cobre.**	
de los cables en centímetros.	Peso del cable por metro lineal.	Esfuerzo de rotura en kilógramos.	Peso del cable por metro lineal.	Esfuerzo de rotura en kilógramos.	Peso del cable por metro lineal.	Esfuerzo de rotura en kilógramos.
0'45	0'072	502	0'073	832	0'082	420
0'54	0'104	724	0'105	1199	0'118	606
0'63	0'142	985	0'142	1631	0'160	723
0'72	0'185	1286	0'186	2131	0'210	1075
0'81	0'234	1628	0'235	2697	0'265	1361
0'90	0'289	2010	0'290	3330	0'328	1680
0'99	0'350	2432	0'351	4020	0'396	2033
1'08	0'417	2894	0'418	4799	0'472	2420
1'17	0'489	3397	0'491	5624	0'566	2840
1'26	0'567	3940	0'569	6527	0'642	3294
1'35	0'651	4523	0'653	7496	0'737	3784
1'44	0'741	5146	0'743	8522	0'839	4302
1'62	0'938	6513	0'941	10784	1'062	5445
1'80	1'158	8041	1'162	13318	1'311	6722
1'98	1'401	9729	1'406	16119	1'586	8133
2'16	1'667	11579	1'673	19176	1'888	9679
2'43	2'110	14655	2'117	24279	2'389	12250
2'70	2'605	18092	2'614	29964	2'950	15124
3'06	3'345	23239	3'358	38498	3'789	19426
3'51	4'402	30576	4'418	50642	4'985	25559
3'96	5'603	38919	5'623	64466	6'346	32533
4'41	6'948	48267	6'974	79944	7'870	40347
4'86	8'439	58620	8'470	97068	9'558	49001
5'31	10'074	69979	10'111	115909	11'410	58496

Casos de barras de secciones decrecientes.

En los diferentes casos que se acaban de examinar la pieza puede disminuir de seccion de arriba abajo, ya que su tension disminuye á medida que se baja á su pié. Para ello se dividirá la longitud total en cierto número de partes, á cada una de las cuales se dará una seccion constante: la parte inferior se calcula ante todo para llevar la carga y más su propio peso; la segunda parte, subiendo, se calcula enseguida para soportar la carga con más el peso de la parte inferior y su propio peso, y así sucesivamente hasta la parte superior.

En esas condiciones si la carga llegase á punto de romper la pieza, esta se romperia en todos los puntos calculados, y si estuviesen infinitamente aproximados, la barra presentaria la forma llamada de igual resistencia y se romperia á la vez en todos los puntos de su longitud quedando reducida á polvo.

Bajo esa forma las barras ó vástagos exigen el menor peso para sostener á su pié una carga determinada.

Esas nociones se aplican al cálculo de las dimensiones de los vástagos en los aparatos de agotamiento de las minas, lo mismo que para los cables de estraccion; y lo propio puede decirse de los cables de los globos cautivos.

Aplicaciones. Determinar la seccion de una barra de hierro de 300 metros de largo que ha de llevar á su pié una carga de 4000 kilos, debiendo ser de secciones decrecientes la barra que está en reposo.

Dividamos la longitud en 3 partes de 100 metros y tenemos para la parte de abajo:

$$S_1 = \frac{P}{K - L\delta}.$$

Y como:

$$P = 4000^k.$$
$$\delta = 0'0077^k \text{ peso del }^{cm^3}\text{ de hierro,}$$

resultará reemplazando las letras por su valor:

$$S_1 = \frac{4000}{500 - 77} = \frac{4000}{423} = 9'45^{\,cm^2}.$$

Luego el peso de la parte inferior será:

$$q = S_1 \times 10000 \times \delta = 94500 \times 0'0077 = 724'650^k$$
$$\text{ó sea } 725^k.$$

El peso que ha de soportar la segunda parte, remontando, será: $4000 + 725 = 4725$ kilóg. $+$ su propio peso, y tendremos:

$$S_2 = \frac{4725}{423} = 11'17^{\,cm^2}.$$

$q_2 = 11 \,.\, 17 \times 10000 \times 0'0077 = 860'09$ ó sea 860^k.

El peso que ha de llevar la parte superior será $4000 + 725 + 860 = 5585$ kilóg. $+$ su propio peso y

$$S_3 = \frac{5585}{423} = 13'19^{\,cm^2}.$$

$q_3 = 13 \,.\, 19 \times 10000 \times 0'0077 = 1015'63$ ó sea 1016^k.

El peso total de la pieza será:

$$q = q_1 + q_2 + q_3 = 725 + 860 + 1016 = 2601^k,$$

mientras que en seccion constante la misma pieza pesaba 3432 kilos.

—Calcular las dimensiones de un cable de pita en seccion decreciente de 100 en 100 metros para sacar cargas de 4000 kilos que están á la profundidad de 500 metros (fig. 8).

Una cuerda de 100 metros de longitud y de $1^{\,cm^2}$ de seccion tiene un volúmen de $10000^{\,cm^3}$;

$$1^{\,m^3} \text{ ó } 1000000^{\,cm^3} \text{ pesan } 1000 \text{ kilos,}$$

luego:

$$1^{\,cm^3} \text{ pesará } \frac{1000}{1000000} = \frac{1}{1000} \text{ de kilo,}$$

y

$$10000^{\,cm^3} \text{ pesarán } \frac{10000}{1000} = 10 \text{ kilos.}$$

Así pues una cuerda de 1 centímetro cuadrado de seccion y de 100 metros de longitud pesa 10 kilógramos.

Pudiendo esa cuerda sostener (en movimiento) 80 kilógramos por centímetro cuadrado no soportará más que 75 de carga útil $+$ 10 kilógramos que proceden de su peso. Por consiguiente serán menester tantos centímetros cuadrados como veces 75 haya en 4000; y así:

$$\frac{4000}{75} = 53^{\,cm^2}.$$

El peso de la porcion inferior de la cuerda será:

$$53 \times 10 = 530 \text{ kilógs.}$$

Para calcular la segunda parte de 100 metros se ha de observar que debe sostener á su pié $4000 + 530$, peso de la parte inferior. Ahora bien, cada seccion de $1^{\,cm^2}$ puede soportar 75 kilógs. de carga útil, y por tanto se necesita una seccion de

$$\frac{4530}{75} = 60^{\,cm^2}.$$

De la misma manera se continuará para formar la siguiente tabla:

ALTURA desde abajo.	CARGA al pié de la parte cuya seccion se calcula.	SECCION en $^{cm^2}$.	PESO de la parte calculada.
100^m	4000^k	53	530^k
200	4530	60	600
300	5130	68	680
400	5810	77	770
500	6580	87	870
	Peso total del cable. . .		3450^k

—Calcular las dimensiones de un cable de seccion de creciente destinado á tener cautivo un globo que tiene una fuerza ascencional de 4000 kilógramos y puede elevarse á 500^m de altura.

Acabamos de ver que una cuerda de un centímetro cuadrado y de 100 metros de longitud pesa 10 kilógramos. Pudiendo esta cuerda sostener (en movimiento) 85 por centímetro cuadrado, no soportará más que 75 kilógramos de carga útil, más 10 kilógramos procedentes de su propio peso. Luego serán menester tantos centímetros cuadrados como veces 75 haya en 4000, ó bien

$$\frac{4000}{75}=53^{cm^2}.$$

La parte superior del cable, ó sea, la que toca al globo, tendrá por consiguiente una seccion de 53^{cm^2} y su peso será de 530 kilos.

Para calcular el diámetro de la segunda parte téngase presente que ha de soportar en su parte superior la fuerza ascencional de 4000 kilógramos disminuida del peso de la parte superior 530 kilógramos, es decir 4000 —530=3470 kilógramos.

Ahora bien, cada centímetro cuadrado puede llevar 75 kilógramos de carga útil, y por tanto se necesita una seccion de

$$\frac{3470}{75}=46^{cm^2}.$$

Se continuará de la misma manera para formar la siguiente tabla:

Longitud de la cuerda desde el globo.	Fuerza ascencional arriba de la parte cuya seccion se calcula.	Seccion en centímetros cuadrados.	Peso de la parte calculada.
100^m	4000	53	530
200	3470	46	460
300	3010	40	400
400	2970	38	380
500	2590	33	330
Peso total del cable. . . .			2100^k

El cable destinado á tener cautivo el grandioso globo de Giffard en la exposicion de 1878 en Paris (figura 9) media una longitud de 600^m, pero con el alargamiento alcanzó hasta 660.

El cable era levemente cónico y su diámetro superior media 85^{mm}, en tanto que el diámetro inferior no tenia más de 65.

Véase ahora cuales eran los datos del problema:

Peso del globo.	13850 kilóg.
Sacos de lastre, guia, ropas, garfios colocados en la nave.	3350 »
40 viajeros y dos aereonautas.	2800 »
Cable, longitud alzada. . .	2500 »
Peso total.	22500 kilóg.

Como la fuerza ascencional del gas era de 25000 kilógramos, restaba un escedente de 2500 kilos.

—Se quiere construir por medio de alambre de 2^{mm} de diámetro un cable de seccion decreciente de 100 en 100^m para sacar cargas de 4000^k que están á la profundidad de 500^m. Calcúlese el número de alambres que entran en cada seccion del cable.

La longitud de los hilos que están arrollados en hélice en cada una de las pequeñas cuerdas de que se compone el cable plano, varia con el grado de torsion; pero en término medio se necesita $1'30^m$ de longitud de alambre para hacer 1^m de cuerda.

Además, cuando los cables han servido durante cierto tiempo y están impregnados de brea, pesan 10 por ciento más.

La seccion de un hilo ó alambre es$=0'314^{cm^2}$ y su volúmen en 100^m de cuerda será $0'314^{cm^2}\times13'000^{cm}$ $=408^{cm^3}$. Ahora bien, 1^{cm^3} pesa $0'0077^k$, y por lo tanto cada alambre para formar 100 metros de cuerda pesará.

$$408\times0'0077^k=3'142^k.$$

El peso, aumentado en 10% á causa de la brea, será pues:

$$3'142+0'314=3'456^k.$$

Pero sabemos que un alambre puede soportar 450 kilos por centímetro cuadrado en el estado de movimiento. Luego, el alambre de esta parte soportará:

$$450\times0'0314=14'13^k.$$

Empleando alambres de primera calidad puede doblarse este peso ó sea elevarlo á $28'26^k$.

Siendo el peso del alambre de $3'456^k$, la carga útil que podrá estar atada á su pié será:

$$28'260-3'456=24'804^k.$$

Luego para sostener 4000^k se habrá de menester un número de alambres igual á:

$$\frac{4000}{24'804}=162 \text{ próximamente.}$$

El peso total de los 100^m de la parte inferior será, pues, de $162\times3'456=560^k$.

La segunda seccion del cable deberá llevar á su pié $4000+560=4560^{k}$ y el número de alambres se calculará siguiendo la misma marcha de antes. Continuando de ese modo para las demás partes se formará la tabla siguiente:

Altura desde abajo.	Carga al pie de la parte cuyo número de alambres se calcula.	Número de alambres.	Peso en kilos de la parte calculada.
100	4000	162	560
200	4560	184	640
300	5200	210	726
400	5926	240	830
500	6756	273	944

Sólidos de igual resistencia.

Si en vez de hacer variar la seccion de las barras ó cables de 100 en 100 ^{m}, se la hace crecer de una manera contínua, obtiénese un sólido de igual resistencia.

—Calcúlense las dimensiones de una barra de seccion circular de longitud L, que haya de soportar una carga uniformemente repartida de p kilos por metro lineal sin tener en cuenta el peso de la pieza.

La carga en la seccion d será p L, y la resistencia de esa seccion es $\frac{\pi d^2}{4}\times K$.

De consiguiente se tendrá para el equilibrio:

$$\frac{\pi d^2}{4}\times K=pL. \qquad (1)$$

de donde

$$d=\sqrt{\frac{4pL}{\pi K}}.$$

Tal es la fórmula que da el diámetro de la seccion superior. Se encontrará el diámetro de una seccion y situada á una distancia x del pie de la barra por medio de la ecuacion siguiente:

$$\frac{\pi y^2}{4}K=p\,x. \qquad (2)$$

Dividiendo miembro por miembro la ecuacion (2) por la ecuacion (1) tendremos:

$$\frac{y^2}{d^2}=\frac{x}{L}$$

Y estrayendo las raices de los dos miembros:

$$\frac{y}{d}=\sqrt{\frac{x}{L}}$$

Es la ecuacion de una parábola. *Reuleaux* indica como forma aproximada la de un tronco de cono cuyo diámetro pequeño fuese $\frac{d}{2}$.

—Calcular la seccion de una barra de corte circular sometida á la accion de una carga que aumenta proporcionalmente al cuadrado de la altura arriba del punto inferior.

Sea p la carga á la altura 1 (fig. 11).

La carga en una seccion MN á la altura x encima del punto O será:

$$p\,x^2$$

La resistencia de esa seccion es

$$\frac{\pi\, y^2\, K.}{4}$$

Luego tendremos como ecuacion de equilibrio:

$$\frac{\pi\, y^2\, K}{4}=p\,x^2$$

Lo mismo se tendrá para determinar el diámetro d de la parte superior:

$$\frac{\pi\, d^2\, K}{4}=p\,L^2.$$

Dividiendo miembro por miembro esas dos ecuaciones tendremos:

$$\frac{y^2}{d^2}=\frac{x^2}{L^2}$$

y por último:

$$\frac{y}{d}=\frac{x}{L}$$

que es la ecuacion de una recta.

La forma del sólido es, pues, cónica.

Resistencia de un cilindro á la rotura por efecto de la presion interior.

Sean (fig. 12):

p. Presion por centímetro cuadrado que se ejerce de dentro á fuera en el interior del cilindro.

D. Diámetro esterior.

d. Diámetro interior.

K. Resistencia del metal á la rotura por estension.

En un elemento ab que tenga un centímetro de altura, cuya superficie es $ab\times 1^{cm}$, la presion será $p\times ab\times 1^{cm}$. Ahora bien, para cada elemento ab hay en la mitad de la circunferencia otro elemento $a'b'$ igual y simétricamente colocado sobre el cual la presion normal será:

$$p \times a'\ b' \times 1^{cm}.$$

y si se descomponen las presiones normales cada una en otras dos paralelas la una al plano EM y la otra perpendicular á ese plano, es evidente ante todo que las dos componentes paralelas son iguales de sentido contrario y directamente opuestas una á otra, y que por consiguiente se destruyen.

En cuanto á las componentes perpendiculares al plano EM serán evidentemente iguales á

$$p\ .\ ab_1\ .\ 1^{cm},\ p\ .\ a'\ b'_1\ .\ 1^{cm}.$$

En efecto, los dos triángulos abb_1 y G H b_1 son semejantes y dan b_1 H : b_1 H$=ab_1 : ab$, de donde:

$$b_1\ \mathrm{H} = \frac{b_1 \mathrm{G} \times ab_1}{ab}$$

Ahora bien, b_1 G$=$P$=p \times ab \times 1^{cm}$. Luego reemplazando b_1 H$=p \times ab_1 \times 1^{cm}$,
se tendrá de igual modo b'_1 H'$=p \times a' b'_1 \times 1^{cm}$.

En la semicircunferencia se tendrá una presion total de

$$p \times d \times 1^{cm}.$$

La superficie que resiste al arranque es igual á (AB $+$CD)$\times 1^{cm}$ de altura. Por consiguiente:

$$(\mathrm{D}-d) \times 1^{cm} = 2\ e \times 1^{cm}.$$

llamando e el espesor del metal en centímetros.

Su resistencia al arranque será:

$$\mathrm{K} \times 2\ e$$

y por tanto se tiene como forma de equilibrio:

$$p\ d = 2\ \mathrm{K}\ e,$$

de donde

$$e = \frac{p\ d}{2\ \mathrm{K}.}$$

siendo n el número de atmósferas efectivas, se tiene:

$$p = n \times 1033$$

luego

$$e = \frac{1033\ n\ d}{2\ \mathrm{K}.}$$

Aplicacion. Calcular el espesor de una caldera de palastro de 0'80^{m} de diámetro que debe resistir á una presion efectiva de 7 atmósferas.

Se tiene

$$e = \frac{1033nd}{2\mathrm{K}}$$

En esta fórmula se ha de hacer:

$$n=7 \text{ y } d=80.$$

Se tomarán 500^{k} para el valor de K, si el palastro no estuviese un poco debilitado por efecto de la robladura.

Como los palastros están sometidos á un esfuerzo de traccion, los roblones y los palastros mismos tendrian propension á cizallarse si no se procurase dar un apretamiento muy fuerte, apretamiento que da orígen á un frote que segun los esperimentos puede estimarse de 1370 á 1770^{k} por centímetro cuadrado de la seccion de la robladura.

Sea como fuere, la clavazon es siempre un punto débil y el valor de k casi no puede pasar de 300 á 400^{k} por centímetro cuadrado en la parte perforada.

Véanse ahora las prescripciones que últimamente se han dictado en las principales ciudades acerca de las máquinas de vapor.

«Cuando los cuerpos cilíndricos están formados, como suele suceder, de palastros unidos entre sí por robladuras, se tendrá presente que el metal está sometido entre los roblones á una tension más fuerte, debida á que la suma de las tensiones tangenciales, siguiendo una parte determinada de una generatriz, se reparte en una seccion total de metal disminuida de una cantidad correspondiente al número de los agujeros de los roblones.

Además, no hallándose los palastros unidos en la prolongacion de unos á otros, subsisten esfuerzos de flexion que aumentan sensiblemente su tendencia á la rotura.

Es de notar tambien que el abrir los agujeros de los roblones altera el metal en una zona anular concéntrica más ó menos estensa, de donde proviene tambien una disminucion de resistencia del palastro.

A consecuencia de los esperimentos que se remontan á 1858, Fairbairn evaluaba esa fraccion en 0'50 para las simples robladuras y en 0'70 para las robladuras dobles; pero recientes esperimentos han demostrado que esos coeficientes son demasiado elevados, y es prudente reducirlos respectivamente á 0'40 ó 0'55 y 0'60, á ménos que el constructor demuestre que las robladuras que practica tienen completa seguridad.»

Por otra parte casi en todas esas ciudades está prohibido el funcionamiento de calderas de vapor que en cualquiera de sus partes no pueda resistir, sin romperse, una presion superior al cuádruplo de su presion de marcha.

Siendo la carga de rotura del palastro n.° 4 de 3300 kilos el $\frac{1}{4}=\frac{3300}{4}=825^{k}$.

Pero á causa de la robladura no puede tomarse para K más que los valores siguientes:

Robladura simple : $K=0'40\times825=330$ kilos.

Robladura doble : $K=0'60\times825=495$ —

Sustituyendo en la fórmula encontrada antes los valores á las letras, tendremos:

$$\text{Robladura simple : } e=\frac{1033\times7\times80}{2\times330}=0'87.$$

$$\text{Robladura doble : } e=\frac{1033=7=80}{2=495}=0'58.$$

El espesor que debe darse, pues, es á lo ménos de 9 milímetros para la robladura simple y de 6 milímetros para la robladura doble.

Como se ha de tener en cuenta la disminucion de espesor por el desgaste ó por el orin, será cuerdo añadir 3^{mm} á los espesores encontrados.

El arqueo de los palastros de las calderas que pueden disminuir en cierta medida la resistencia del metal, el ingeniero Boussel hizo en Malinas cierto número de esperimentos, de los cuales resulta que para diámetros de $0'50^{m}$ ó más, la disminucion es insensible.

El cuadro siguiente da el resúmen de dichos esperimentos:

Influencia del arqueo de los palastros sobre la resistencia á la traccion.

CARGAS DE ROTURA POR CENTÍMETRO CUADRADO.

ESPESOR de LA PROBETA en centímetros.	PROBETAS no arqueadas.	PROBETAS ARQUEADAS SEGUN UN DIÁMETRO DE — UN METRO.		50 CENTÍMETROS.		NÚMERO DE ENSAYOS.
		en caliente.	en frio.	en caliente.	en frio.	
1'0	3990	4050	4040	3980	4030	4
1'3	4180	4140	4180	4070	4140	4

Influencia del calor sobre la resistencia de los palastros y del hierro de los roblones.

Estando sometidos los palastros de las calderas á una temperatura bastante elevada era necesario buscar cuál es la influencia del calor sobre la resistencia del metal. Fairbairn emprendió en 1858 una série de esperimentos para dilucidar la cuestion. Practicó con el palastro diez y seis clases de esperimentos comprendiendo en total 141 pruebas, y sobre el hierro de los roblones catorce séries de esperimentos de traccion elevándose en conjunto á 76 pruebas.

Los tres cuadros que siguen dan el resúmen del trabajo de este insigne ingeniero.

Resistencia de los palastros á la traccion en sentido del laminaje.

NÚMERO de la SÉRIE.	Temperaturas.	CARGA DE ROTURA por centím. cuadrado EN KILÓGR.	NÚMERO de PRUEBAS.
1	0	3350	10
2	16	3420	14
3	44'4	2880	7
4	48'9	2760	14
5	100	2730	2
6	100	3380	14
7	133	3000	8
8	171	3400	7
9	200	3140	13

Resistencia de los palastros á la traccion en el sentido del laminaje.

NÚMERO de la SÉRIE.	Temperaturas.	CARGA DE ROTURA por centím. cuadrado EN KILÓGR.	NÚMERO de esperimentos.
1	16	2750	6
2	16	2950	13
3	43'3	3020	3
4	100	3100	10
5	171	3380	8
6	rojo claro	2590	10
7	rojo oscuro	2080	2

Resistencia del hierro de los roblones á la traccion.

NÚMERO de LA SÉRIE.	TEMPERATURAS.	CARGA DE ROTURA por centím. cuadrado EN KILOS.
1	—35	4300
2	+16	4220
3	16	4350
4	46	4840
5	100	5650
6	100	5060
7	100	4600
8	121	5600
9	132	5850
10	154	5500
11	163	5950
12	215	5480
13	224	5860
14	rojo oscuro	2450

Examinando los resultados de las tres tablas anteriores se nota que la resistencia aumenta con la temperatura hasta un máximum colocado entre 163 y 171 grados.

Así, pues, se tiene la certidumbre de que los hierros de las calderas ofrecen más seguridad en la práctica que en el ensayo en frio.

Cumple observar tambien que la resistencia de un palastro es mayor en el sentido del laminaje que en el sentido trasversal.

—Determinar el espesor de una campana de prensa hidráulica, de fundicion, que deba resistir una presion de 200 atmósferas, siendo el diámetro interior de 0'30 m.

Siendo de calidad muy superior la fundicion se tiene

la costumbre de doblar el valor de K, que es de 200 kilos; luego se hará K=400 y el espesor será:

$$e = \frac{1033 \times 200 \times 30}{2 \times 400} = 7'74^{\text{cm}}.$$

OBSERVACION. La fórmula $e = \frac{pd}{2K}$ permite calcular la presion p que puede soportar una caldera cuyas dimensiones están determinadas. En efecto se deduce:

$$p = \frac{2Ke}{d}.$$

Reemplazando K, e y d por sus valores se tendrá la presion por centímetro cuadrado á que podrá someterse la caldera.

Resistencia de un cilindro en sentido de una seccion anular.

La presion total para rajar un cilindro en sentido de una seccion recta es:

$$p_1 \times \frac{d^2}{1273}$$

siendo p_1 la presion por centímetro cuadrado; y la resistencia de la superficie anular del metal tiene por valor:

$$K \times \frac{D^2 - d^2}{1273}$$

Para el equilibrio entre esos dos esfuerzos se tiene la ecuacion:

$$\frac{p_1 d^2}{1273} = K \times \frac{D^2 - d^2}{1273}$$

de donde:

$$p_1 = K \times \frac{D^2 - d^2}{d^2}$$

Si comparamos la resistencia en sentido de una seccion recta con la que hemos encontrado antes en sentido de dos generatrices $p = \frac{2Ke}{d}$, tendremos:

$$\frac{p_1}{p} = \frac{D^2 - d^2}{2ed} = \frac{(D-d)(D+d)}{(D-d)\,d}$$

y

$$p_1 = p \times \frac{D+d}{d} = \left(1 + \frac{D}{d}\right) p.$$

Se ve que p_1 es mayor que $2p$; y por esa razon no debe tenerse en cuenta más que p para determinar las dimensiones de un cilindro.

Conviene además colocar los palastros de manera que el sentido del laminaje sea perpendicular á las generatrices de la caldera.

Si el fondo está clavado con roblones, la presion en el fondo es $p\dfrac{d^2}{1'273}$, y si se designa por x el número de roblones y por δ el diámetro de esos roblones, se tendrá:

$$p\frac{d^2}{1'273}=x\frac{\delta^2}{1'273}.K,$$

de donde:

$$x=\frac{pd^2}{\delta^2 K}=\frac{p}{K}\left(\frac{d}{\delta}\right)^2.$$

Aplicacion. Calcular el número de roblones de dos centímetros de diámetro necesarios para mantener el fondo de una caldera de un metro de diámetro interior, que deba estar sometida á una presion de 6 atmósferas efectivas.

Se tiene (fig. 13):

$$p=6\times 1'033=6'198^k.$$
$$d=100^{cm}.$$
$$\delta=2^{cm}.$$
$$K=500^k.$$

y

$$x=\frac{6'198}{500}\times(50)^2=30'990, \text{ ó sea } 31.$$

Por consiguiente se necesitarán 31 roblones.

Resistencia de una esfera hueca á la rotura.

La esfera se romperá en sentido de una seccion anular.

Si se llama D el diámetro esterior y d el diámetro interior, la presion total para romperla será (fig. 14).

$$p_2\frac{d^2}{1'273};$$

siendo p_2 la presion por centímetro cuadrado, y la resistencia de la superficie anular.

$$K\frac{D^2-d^2}{1'273}.$$

Para el equilibrio entre esas dos fuerzas se tiene:

$$p_2\, d^2=K\,(D^2-d^2)$$

ó bien:

$$p_2=\frac{K\,(D^2-d^2)}{d^2}.$$

En consecuencia la presion necesaria para romper una esfera es igual á la que rompe un cilindro en sentido de una seccion anular, y por lo tanto más que el doble de la que rompe un cilindro en sentido de una generatriz.

Una esfera de igual diámetro y espesor que un cilindro tendrá, pues, más del doble de resistencia que este último.

Tirantes.

La caja de fuego interior de una locomotora está unida á la caja de fuego esterior por medio de un gran número de barras cilíndricas de cobre que llevan el nombre de *tirantes*.

Estos forman los vértices de los cuadros pequeños, y por consiguiente cada uno debe soportar la presion en uno de esos cuadros.

Sean d el diámetro en el fondo del filete;
a el lado del cuadrado,
p la presion por centímetro cuadrado.

La presion total que soporta el tirante es:

$$p\,a^2.$$

Por otra parte la resistencia de ese tirante tiene por valor:

$$\frac{\pi\, d^2}{4}\times K,$$

que es igual á:

$$\frac{d^2}{1'273}.K$$

Así, pues, se tendrá por ecuacion de equilibrio:

$$p\,a^2=\frac{d^2\,K}{1'273}$$

de donde:

$$d=a\sqrt{\frac{p\times 1'273}{K}}.$$

Se vé pues que el diámetro de los tirantes es proporcional á la separacion de ellos.

Aplicacion. Se $a=10^{cm}$.

$$p=n\times 1'033.$$
$$K=400^k.$$

Tendremos:

$$d=10\sqrt{\frac{n\times 1'033}{400}}.$$

Para una caldera que marcha á 8 atmósferas efectivas se tiene $n=8$ y d es:

$$d=10\sqrt{\frac{8\times 1'033}{400}}=1'44^{cm}.$$

Luego es necesario que los tirantes tengan cerca de 15^{mm} de diámetro en el fondo del filete.

Resistencia de las correas á la traccion.

Tresca hizo sobre las correas una série de esperimentos cuyo resúmen damos en la tabla siguiente:

CLASE DE LA CORREA.	CARGA POR CENTÍM. CUAD. PRODUCIENDO UN ALARGAMIENTO DE			LA ROTURA.
	$^1/_{20}$	$^1/_{10}$	$^1/_{15}$	
Cuero. . . .	17	77	166	212
Gutapercha. .	18	25	35	—
Cauchú.. . .	17	28	—	46
Tela y cauchú..	25	70	252	276

Las correas de cuero no pueden mojarse, porque se alargan considerablemente, pero gozan de la propiedad notable de que los alargamientos crecen ménos aprisa que las cargas.

La gutapercha puede emplearse con ventaja en todos aquellos casos en que las correas están espuestas á mojarse con agua fria, pero se ha de evitar el esponerlas á un calor de 20 grados, porque entonces se alargan indefinidamente.

El cauchú vulcanizado se altera especialmente cuando la correa no funciona, y además se rompe con cargas demasiado pequeñas para emplearla como correa.

El tejido formado de tela y cauchú es tan conveniente como el cuero.

Recipientes.

En los ferro-carriles se construyen recipientes de palastro destinados á contener el agua de alimentacion de las calderas ó el aceite de engrase de las máquinas y vagones.

Tales recipientes son cilíndricos con el fondo esférico ó en arco de círculo.

Las hojas de palastro empleadas en la construccion de los recipientes tienen de 1 á $1'50^{m}$ de ancho y se calcula el espesor de los anillos sucesivos por medio de la fórmula que hemos hallado para las calderas.

$$e=\frac{p\,d}{2\,K};$$

añadiéndole una constante de $0'25^{cm}$ para tener en cuenta la disminucion de resistencia consecuente de la herrumbre.

Se tiene:

$$e=\frac{p\,d}{2\,K}+0'25.$$

Si a es la altura del líquido arriba de la base del anillo considerado, y δ la densidad de ese líquido, tendremos la presion siguiente:

1 centímetro cúbico de agua pesa un gramo, y por consiguiente si se trata de depositar agua, se dividirá por 1000 la altura en centímetros, y se tendrá la presion p en kilógramos.

$$p=\frac{a}{1000}$$

Si se trata de otro líquido, tendremos:

$$p=\frac{a\,\delta}{1000}.$$

—Calcular el espesor que se ha de dar á las paredes verticales de un recipiente cilíndrico de palastro de $4'50^{m}$ de altura y 4 de diámetro que está destinado á llenarse de agua.

Formaremos el cilindro por medio de tres anillos ó zonas de $1'50^{m}$ de altura cada una (fig. 15).

Para la zona A el espesor será:

$$e=\frac{p\,d}{2\,K}+0'25.$$

$$p=\frac{450}{1000}=0'45.$$

$$d=400.$$
$$K=500.$$

Luego reemplazando las letras por sus valores se tendrá:

$$e=\frac{0'05=400}{1000}+0'25=0'43^{cm}.$$

De igual modo se encontrará el espesor de la zona B:

$$e'=0'37^{cm},$$

y el de la zona C:

$$e''=0'31^{cm}.$$

Tubos de conduccion.

Para los tubos de conduccion de aguas, gas y vapor se emplea la fórmula que hemos hallado para las calderas, añadiendo cierto número de milímetros, destinados á poner los tubos al abrigo de accidentes y choques que resultan del trasporte y de la colocacion.

Si este espesor adicional es de 8 milímetros, se tendrá para el espesor buscado:

$$e = \frac{1'033\, n\, d}{2\,K} + 0'8.$$

Luego:

$$K = 200;$$

y por consiguiente la fórmula se convierte en:

$$e = \frac{1'033\, n\, d}{400} + 0'8,$$

y por último en:

$$e = 0'00253\, n\, d + 0'8.$$

—Encontrar el espesor de un conducto de hierro colado (ó fundicion) de 30 centímetros de diámetro debiendo resistir una presion de 10 atmósferas.

En este caso:

$$n = 10.$$
$$d = 30,$$

y:

$$e = 0'00253 \times 10 \times 30 + 0'8$$
$$e = 0'759 + 0'8 = 1'559^{cm}.$$

El servicio de las aguas de Paris emplea tubos de fundicion de buena calidad y hace:

$$K = 300 \text{ kilógramos.}$$

En tal caso la fórmula es:

$$e = 0'0017\, n\, d + 0'8.$$

Ensayos á la traccion de aceros para resortes.

PROCEDENCIA de los ACEROS.	PRUEBAS.	Límite de elasticidad. Carga por centímetro cuadrado.	Valor medio de E en el límite de elasticidad en kilógramos.	Carga de rotura por centímetro cuadrado en kilógramos.	Alargamiento por centímetros á la rotura.	OBSERVACIONES.
Gran central belga.	no templado.	4890	2034050	7870	15'31	Promedio de 2 ensayos
id.	templado y recocido	10790	2194950	12310	5'26	Id.
Norte francés.	id.	6080	2099800	9000	5'4	Promedio de 3 ensayos
Sociedad John Cockerill. .	id.	8670	1946450	11090	5'04	Promedio de 4 ensayos
id.	no templado.	4324	1987850	7252	8'5	Id.
Ferro carriles del Estado. .	id.	4530	2151000	7910	11'15	
id.	templado y recocido	9120	2133800	11060	3'64	Promedio de 8 ensayos

Ensayo del laton á la traccion.

COMPOSICION DEL LATON. Clase de metales.	Cantidades en peso p. %.	Carga de rotura en kilos por centímetro cuadrado.	Alargamientos p. %.
Cobre. . .	75	14'25	25'20
Zinc. . . .	25		

Ensayos de bronces á la traccion.

COMPOSICION DE LOS BRONCES. Clase de metales.	Cantidades en peso p. %.	Carga de rotura en kilos por centímetro cuadrado.	Alargamientos p. %.
Cobre. . . .	90	1650	3'39
Estaño.. . .	9		
Plomo.. . .	1		
Cobre. . . .	88	1584	2'42
Estaño.. . .	11		
Plomo.. . .	1		
Cobre. . . .	80	1230	0'37
Estaño.. . .	19		
Plomo.. . .	1		

OBSERVACIONES.—Por ese cuadro vemos que la carga de rotura y los alargamientos disminuyen á la vez que disminuye la cantidad de cobre de la aleacion.

Deformaciones.—Alargamientos.

Sabemos que el *módulo ó coeficiente de elasticidad* es el peso E que deberia suspenderse al estremo de una barra de longitud L que tenga por seccion la unidad para doblar su longitud, suponiendo que la rotura no se efectua antes y que los alargamientos quedan elásticos.

Hubiera sido más razonable llamar esa cantidad *coeficiente de rigidez*, porque cuanto mayor es esta, más resistencia opone el cuerpo al alargamiento.

Se ha calculado E para los diversos materiales de construccion y se ha formado la siguiente tabla:

Tabla de los coeficientes de elasticidad de diversas sustancias formadas arriba del límite de elasticidad y por centímetro de seccion.

Hierro forjado.	2000000
Alambre.	2000000
Palastro..	1700000
Fundicion (hierro colado)..	1000000
Acero para resortes..	2000000
Cobre rosa batido.	1100000
Alambre rosa ó roseta..	1300000
Roble y pino..	125000
Cuerda de cáñamo..	5000
Correa de cuero..	1500 á 2000

—Calcular el alargamiento que un cuerpo de una longitud L sufre bajo una tension K por centímetro cuadrado.

Sea l el alargamiento buscado. Siendo proporcionales á las fuerzas los alargamientos se tiene:

$$E : K = L : l.$$

de donde:

$$l = \frac{K\,L}{E}.$$

OBSERVACION. Si en vez de dar la tension K por centímetro cuadrado se diese la seccion S del cuerpo y el esfuerzo total P que debe soportar, se tendria:

$$P = S\,K,$$

de donde:

$$K = \frac{P}{S}$$

y por tanto:

$$l = \frac{P\,L}{E\,S}.$$

Esa fórmula permite igualmente calcular el esfuerzo cuando se conoce el alargamiento. Con efecto.

$$P = S\,E\,\frac{l}{L}$$

APLICACION. El tirante de hierro de una cercha ó cuchillo tiene 35 metros de longitud y ha de sostener 500 kilógramos por centímetro cuadrado. ¿Cuál será su alargamiento?

$$K = 500\ ;\ L = 3500\ ;\ E = 2000000.$$

$$l=\frac{500\times3500}{2000000}=\frac{175}{200}=0'87^{cm}.$$

Luego el alargamiento es casi de 9 milímetros.

La fórmula $l=\frac{K\,L}{E}$ conviene tambien para los sólidos de gran resistencia, porque en este caso el valor de K es constante en toda la longitud de la pieza. No sucede lo mismo con los sólidos en que el valor de K varia de un trozo á otro.

Casos en que se tiene en cuenta el peso de la pieza.

Un cable de seccion uniforme y de longitud L (figura 16) sostiene el peso p á su estremo inferior. ¿Cuál será su alargamiento si se exije que el esfuerzo por centímetro cuadrado sea K en la seccion superior, que es la más fatigada?

Sea p el peso por unidad de longitud.

Dividamos el cuerpo en un número n de pequeños trozos ó secciones de longitud u.

La primera seccion sostiene el peso:

$$P.$$

la segunda:

$$P+p\,u,$$

la tercera:

$$P+2\,p\,u;$$

y así sucesivamente.

Los alargamientos se obtienen por medio de la fórmula:

$$l=\frac{P\,L}{E\,S};$$

luego, para la primera:

$$l_1=\frac{P\,u}{E\,S},$$

para la segunda:

$$l_2=\frac{(P+p\,u)\,u}{E\,S},$$

para la tercera:

$$l_3=\frac{(P+2\,p\,u)\,u}{E\,S}$$

y así sucesivamente.

Por lo tanto tendremos para el alargamiento total:

$$l=l_1+l_2+l_3+\ldots\ldots+l^n.$$

$$l=\frac{P\,u}{E\,S}+\frac{(P+p\,u)\,u}{E\,S}+\frac{(P+2\,p\,u)\,u}{E\,S}+\ldots+$$

$$+\frac{\{P+(n-1)\,u\}\,u}{E\,S}$$

$$l=\frac{P\,u\,n}{E\,S}+\frac{p\,u^2}{E\,S}\left\{1+2+3+\ldots\ldots+(n-1)\right\}.$$

Ahora bien:

$$1+2+3+\ldots\ldots+(n-1)=\frac{n^2-}{2}$$

$$l=\frac{P\,u\,n}{E\,S}+\frac{p\,u^2}{E\,S}\times\frac{n^2}{2}-\frac{p\,u^2\,n}{2\,E\,S}.$$

Ahora bien:

$$u\,n=L,$$

luego:

$$l=\frac{P\,L}{E\,S}+\frac{p\,L^2}{2\,E\,S}-\frac{p\,L\,u}{2\,E\,S}.$$

Si hacemos u muy pequeño, puede despreciarse el último término y queda:

$$l=\frac{P\,L}{E\,S}+\frac{p\,L^2}{2\,E\,S}.$$

Para determinar la seccion superior S se tiene:

$$S\,K=P+p\,L,$$

de donde:

$$P=S\,K-p\,L,$$

y:

$$l=\frac{(S\,K-p\,L)\,L}{E\,S}+\frac{p\,L^2}{2\,E\,S}.$$

$$l=\frac{K\,L}{E}-\frac{p\,L^2}{2\,E\,S}.$$

Esa fórmula demuestra que el alargamiento es más pequeño en este caso que en el de los sólidos de igual resistencia.

Esto no tiene nada de estraño, porque en el caso del sólido de igual resistencia el esfuerzo por centímetro cuadrado es K en cada seccion, mientras que aquí dicho esfuerzo es más pequeño en todas las secciones, salvo la más peligrosa en la que K llega á su máximum.

—Determinar el trabajo T necesario á alargar de l un prisma AB cuya longitud y seccion primitiva son L y S.

Hemos encontrado la fórmula:

$$l=\frac{K\,L}{E}$$

de donde deducimos:

$$K=\frac{lE}{L}.$$

Es decir que los esfuerzos K^{I}, K^{II}, K^{III}, K^{IV}, etcétera, (fig. 17) crecen proporcionalmente á los alargamientos desde el punto B, en que el esfuerzo es nulo, hasta el punto D, en que el esfuerzo es:

$$K=\frac{lE}{L}.$$

El trabajo para dar al prisma AB la longitud AD será la superficie del triángulo BDC.

$$t=\frac{BD\times DC}{2}=\frac{l}{2}\times\frac{lE}{L}=\frac{l^2E}{2L}$$

Este es el trabajo para una varilla de un centímetro de seccion; para una seccion S el trabajo será:

$$T=tS=\frac{l^2ES}{2L}$$

Ahora bien, de la fórmula:

$$l=\frac{PL}{ES}$$

se deduce:

$$ES=\frac{PL}{l},$$

sustituyendo á T resulta:

$$T=\frac{l^2PL}{2Ll}=\frac{Pl}{2}$$

P que es igual á KS, es el peso total que seria preciso suspender á la varilla para mantener el alargamiento l. Pero este peso, al descender, daria un trabajo Pl.

Quedará pues disponible:

$$Pl-\frac{Pl}{2}=\frac{Pl}{2}.$$

Luego si aplicamos súbitamente al estremo inferior de una varilla un peso P capaz de alargarla con la longitud l, este peso descenderia debajo del punto D, luego volveria á subir en virtud de la elasticidad de la varilla más arriba del mismo punto D, y solo se detendria en D despues de una série de oscilaciones.

Coeficiente de resistencia viva de elasticidad.

La ecuacion:

$$T=\frac{l^2ES}{2L}=\left(\frac{l}{L}\right)^2\frac{E}{2}\times SL,$$

demuestra que para un mismo alargamiento $\left(\frac{l}{L}\right)$ por unidad de longitud, los trabajos que hay que hacer en prismas de la misma sustancia, son proporcionales á los volúmenes de estos prismas (SL).

Imaginemos que dos prismas han esperimentado un alargamiento ε por metro lineal y correspondiente á un comun límite de elasticidad:

$$T=\frac{1}{2}E\varepsilon^2SL,$$

$$T'=\frac{1}{2}E\varepsilon^2S'L'.$$

Sea:

$$S'=1 \text{ metro cuadrado.}$$
$$L'=1 \text{ metro longitudinal.}$$

Tendremos:

$$T'=\frac{1}{2}E\varepsilon^2,$$

y por lo tanto:

$$T=T'SL.$$

El trabajo T' que sirve de medida á la resistencia elástica que un prisma opone á la accion de un choque dirigido en el sentido de su longitud, es lo que Poncelet llama *coeficiente de resistencia viva de elasticidad.*

Determinacion práctica de T'.

Para determinar el *coeficiente de resistencia viva de elasticidad* de una sustancia dada, nos podremos limitar á buscar por la observacion el peso P estrictamente suficiente para mantener el alargamiento límite ε por metro lineal de un prisma de la sustancia dada y de una seccion S.

En efecto:

$$T=\frac{Pl}{2},$$

y

$$T=T'SL.$$

Igualando los segundos miembros tendremos:

$$T'SL=\frac{Pl}{2},$$

de donde:

$$T'=\frac{Pl}{2SL}=\frac{P\varepsilon}{2S}.$$

Ahora bien:

$$P = SE\frac{l}{L} = SE \, . \, \varepsilon;$$

y por lo tanto, en fin:

$$T' = \frac{1}{2} E\varepsilon^2.$$

Esfuerzos de compresion.

381. *El esfuerzo de compresion* ó la fuerza de compresion obra en la misma direccion que la de traccion pero en sentido inverso; y en lugar de producir el alargamiento del prisma sólido comprime sus moléculas y tiende á aplastarlas.

Las reglas para determinar la resistencia á la compresion son las mismas que para el esfuerzo de traccion; si bien que en la fórmula n.° 3:

$$S = \frac{P}{R},$$

se reemplaza R por los coeficientes de seguridad de compresion. Si solo se conoce el coeficiente de rotura, se toma el décimo para las maderas y los materiales y el quinto para los metales; y para las construcciones que no necesitan dar grandes garantias de duracion, se desciende al cuarto ó tercio.

Para el mismo cuerpo, el coeficiente de resistencia varia con la relacion de su altura al lado de su base, como lo indica el cuadro siguiente relativo á las maderas. Este cuadro es debido á Rondelet.

RELACION DE LA ALTURA con el lado DE LA BASE.	1	12	24	36	48	60	72
Resistencia.	1	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{24}$

Antes del cuadro de los coeficientes de compresion damos varias fórmulas para el cálculo de las columnas de fundicion, segun M. Love.

382. *Columnas de fundicion.* Columnas cuya altura varia de 4 á 120 veces el diámetro:

$$P = \frac{R}{1'45 + 0'000337\left(\frac{l}{d}\right)^2} \qquad \text{(n.° 4)}$$

en la cual:

P es la carga de rotura,

R, la resistencia del pilar supuesto muy corto y tomado por consiguiente el más fuerte coeficiente de rotura;

l y d las dimensiones del pilar en centímetros.

Para los pilares cuya altura l varia de 5 á 30 veces el diámetro d se tiene:

$$P = \frac{R}{0'68 + 0'010\left(\frac{l}{d}\right)}. \qquad \text{(n.° 5)}$$

En ningun caso la carga permanente debe exceder el quinto de la de rotura. Suponiendo la resistencia *máxima* de la fundicion igual á 8000^k por centímetro cuadrado y haciéndola trabajar al sexto de esta carga, se deduce de las fórmulas anteriores el cuadro siguiente:

RELACION $\frac{l}{d}$.	<5	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Carga en kilóg. por cmt. cuad.	1333	746	476	297	195	169	98	74	58	46	38

De los esperimentos de Hodgkinson resulta:

1.° Que la relacion media de la resistencia á la rotura por compresion con la resistencia á la rotura por traccion es de 6'595.

2.° Que la resistencia á la rotura de un pilar está reducida al tercio, cuando el esfuerzo que soporta, está dirigido segun la diagonal y no segun el eje.

3.° Que la resistencia de los pilares largos es tres veces mayor cuando los estremos son planos y perpendiculares al eje y á la direccion del esfuerzo, que cuando son redondos.

4.° Que un pilar largo, de seccion uniforme, cuyos estremos están sólidamente fijados por discos, bases ó de otra manera, presenta la misma resistencia que un pilar de la misma seccion y de una longitud la mitad menor, pero cuyos estremos estuviesen redondeados, aun cuando el esfuerzo estuviese dirigido en la direccion del eje:

5.° El bombeo de las columnas en su medio no aumenta la resistencia más que en un séptimo ú octavo.

383. *Columnas de hierro.* El mismo autor da las fórmulas siguientes para las columnas de hierro:

1.° Para alturas comprendidas entre 5 y 30 veces el diámetro:

$$P = \frac{R}{0'85 + 0'04\left(\frac{l}{d}\right)^2}. \qquad \text{(n.° 6)}$$

Para alturas comprendidas entre 80 y 100 veces el diámetro:

$$P = \frac{R}{1'55 + 0'0005 \left(\frac{l}{d}\right)^2} \cdot \qquad (\text{n.}^\circ\ 7)$$

Admitiendo que la resistencia *máxima* del hierro sea 4000^k haciendo trabajar este metal al quinto de la resistencia á la rotura, se tiene el cuadro siguiente:

RELACION $\frac{l}{d}$.	<5	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Carga en kilóg. por cmt. cuad.	800	500	457	400	340	285	239	200	168	143	122

Tabla de la resistencia á la fuerza de compresion.

Resistencia calculada para una seccion de 1 milímetro cuadrado.

DESIGNACION DE LOS CUERPOS.	COEFICIENTES DE SEGURIDAD CUANDO LA RELACION DE LAS DIMENSIONES ES:				
	Inferior á 12.	De 12.	De 24.	De 48.	De 60.
	k	k	k	k	k
Roble fuerte	0'300	0'250	0'150	0'050	0'025
Roble flojo.	0'190	0'084	0'056	»	»
Pino amarillo ó rojo.	0'375	0'310	0'187	0'075	»
Pino blanco..	0'097	0'082	0'049	»	»
Hierro forjado.	10'000	8'350	5'000	1'670	0'840
Fundicion.	20'000	16'700	10'000	3'330	1'670
Cobre fundido.	8'230	»	»	»	»

384. Dos fuertes planchas unidas por cantoneras y formando células rectangulares se aplastan bajo cargas de 2500^k por centímetro cuadrado.

Se puede tambien adoptar esta cifra para las columnas de hierro.

Para las bielas de hierro forjado, la carga puede variar de 50 á 60^k en el medio y 90 á 100^k en los estremos.

Los arcos de fundicion de los puentes están sometidos generalmente á un esfuerzo de 257^k por centímetro cuadrado de seccion.

El coeficiente de seguridad de compresion por milímetro cuadrado de seccion es:

Para el cobre batido. . . .	$14'490^k$
— el cobre amarillo. . . .	$20'317^k$
— el estaño fundido. . . .	$2'174^k$
— el plomo fundido. . . .	$1'080^k$

Estas cifras son aplicables solamente en el caso en que la relacion de la altura al lado de la base es inferior á 12.

Véase ahora el siguiente cuadro relativo á los materiales ordinarios en la edificacion:

Cuadro de los coeficientes de resistencia á la compresion por centímetros cuadrados de seccion, y ofreciendo mucha seguridad si la relacion de las dimensiones del sólido es inferior á 12 (1).

DESIGNACION DE LOS CUERPOS.	COEFICIENTES DE SEGURIDAD.
Pórfido.	247,000
El granito más duro..	170,000
Asperon muy duro.	87,000
Asperon blando.	80,000
Asperon de Fontainebleau.	89,500
Mármol negro de Flandes..	79,000
Mármol blanco veteado.	31,000
Ladrillo recocido.	15,000
Ladrillo cocido.	6,000
Ladrillo mal cocido..	4,000
Ladrillo inglés blando.	1,800
Ladrillo recocido de España.	15,000
Yeso muy pastado, 30 horas despues de empleado.	5,200
Yeso pastado con lechada de cal. . .	7,300
Mortero usual de cal y arena.. . . .	3,500
Mortero en cimento ó polvo de tejas. .	4,800
Mortero con asperon molido..	2,900
Mortero con puzzolana de Nápoles ó de Roma.	7,600
Mortero con cimento de Vassy, con la mitad de arena, 15 dias despues de pastado.	15,500
Hormigon de argamasa hidráulica á los seis meses.	4,100
Mamposteria de sillares á los 5 meses. .	20,000
Mamposteria de piedras colocadas de plano con argamasa semi-hidráulica.	4,000
Mamposteria de bóveda con pedruscos unidos con hormigon.	0,500
Mamposteria de bóveda con pedruscos *pendientes*.	1,000
Mamposteria de bóveda con sillarejos escuadrados y bien puestos. . . .	2,000
Mamposteria de bóveda con sillarejos aparejados en corte ó talla.. . . .	3,000
Mamposteria de bóveda con sillares aparejados.	5,000

(1) Se ha notado que las piedras sometidas al aplastamiento resisten tanto más cuanto más se aproxima su seccion á la forma circular. Asi es que dos piedras de igual altura que tengan secciones iguales, si bien cuadrada la una y circular la otra, tienen la relacion de las resistencias como 8 á 9. Y se ha notado tambien que siendo la resistencia de un cubo como 1, la del cilindro inscrito es de 0'80, cuando este descansa en su base, y 0'32 cuando descansa en una arista. La resistencia de la esfera inscrita es de 0'26.

385. *Ejemplos de cálculo sobre la fuerza de compresion.*

EJEMPLO I. ¿Cuál es la carga que puede soportar con toda seguridad una pieza de madera de encina fuerte, cuya seccion es un cuadrado que tiene 0'50^{m} de lado y la altura 3^{m}?

La fórmula n.° 2:

$$S=\frac{P}{C}$$

da inmediatamente:

$$0'50^{m^2}=\frac{x}{300000}.$$

(Tomamos 300000 porque tenemos la superficie en metros cuadrados). De donde:

$$x=0'50^{m^2}\times 300000=150000^{k}.$$

EJEMPLO II. Una pilastra de madera de encina fuerte, cuya seccion es un cuadrado de 2'05^{m} de altura, debe soportar una carga de 50000^{k} ¿cuál será la longitud x del lado de su seccion?

$$x^2=\frac{50000}{300000}=0'166^{m^2};$$

de donde:

$$x=0'408^{m}.$$

EJEMPLO III. ¿Cuál es la carga que puede soportar con seguridad una columna maciza de fundicion, cuyo diámetro es 16^{cm} y la longitud 48 veces este diámetro? El coeficiente de la fundicion en el caso en que la relacion de las longitudes da 48, es 3'33^{k} ó 333^{k} si se quieren centímetros; y la fórmula

$$S=\frac{P}{C}$$

se convierte en:

$$P=S\,.\,C=\frac{3'14}{4}\times 16^2\times 333=66897'480^{k}.$$

EJEMPLO IV. ¿Cuál será el diámetro de una columna de fundicion 48 veces más larga que este diámetro y debiendo soportar una carga de 66897'480^{k}?

Se tiene:

$$\frac{\pi D^2}{4}=\frac{66897'480}{3330000},$$

$$3330000\times\pi D^2=4\times 66897'480.$$

$$D=\sqrt{\frac{4\times 66897'480}{3330000\times 3'14}}=0'160^{m}.$$

La rapidez con la cual los valores numéricos de los coeficientes de resistencia decrecen cuando la relacion entre la altura del sólido y el lado de su base aumenta, muestra la desventaja que hay en servirse de columnas macizas en ciertos casos. Siendo la resistencia de las columnas huecas, en los límites prácticos, proporcional á la superficie llena, cualquier forma que esta afecte, hay una gran economía de peso en servirse de columnas huecas, puesto que siendo mayor su diámetro esterior, la relacion de dimensiones que determina los coeficientes se hace más pequeña.

Para hacer muy notable esta diferencia, supongamos el caso en que cada género de columnas sufra alternativamente la misma compresion:

EJEMPLO V. Una columna de 5^{m} de altura debe soportar una carga de 40000 kilógramos. ¿Cuáles serian sus dimensiones si se construyese maciza?

Es preciso buscar primero cual de las relaciones de la altura al diámetro de la base es aplicable aquí. Tomando la relacion 24 cuyo coeficiente correspondiente es de 1000^{k} la superficie determinada por el cociente $\frac{40000^{k}}{1000^{k}}$ da 40$^{cm^2}$ para seccion de la columna. El diámetro es entonces de 0'071^{m} y la relacion es 70, cifra demasiado elevada evidentemente.

Tomando la relacion 48, el coeficiente correspondiente resulta 333 kilógramos.

y $$\frac{4000}{333}=120 \text{ ó } 12^{cm^2}$$

cuyo diámetro correspondiente es de 0'123^{m}. La relacion con la altura 41 demuestra cual es el que hay que tomar. El diámetro buscado es pues 0'123^{m} y el peso de la columna, tomando 7200 por densidad, es de 432 kilógramos.

Si se construyese la columna hueca doblando, por ejemplo, el diámetro exterior, la relacion seria 21 y el coeficiente de resistencia 1000 kilógramos. Dividiendo 40000 kilógramos por 1000 el cociente 40$^{cm^2}$ será la superficie maciza resistente y el peso de la columna quedará reducido á 144 kilógramos.

Para tener el diámetro D' de la seccion interna y por consiguiente el espesor de la corona de fundicion es preciso buscar primero la superficie total S para el diámetro 0'246^{m}, que es 0'0475$^{m^2}$, restar la superficie maciza S'=0'0040$^{m^2}$, y deducir el valor de D' en la ecuacion siguiente:

$$D'=\sqrt{\frac{4\times(S-S')}{\pi}}=\sqrt{\frac{4\times(0'0475^{m^2}-0'040^{m^2})}{3'14}}$$

$$=0'235^{m}.$$

Acordémonos de que estando S y S′ espresados en metros cuadrados, dos cifras despues de la coma no espresan más que decímetros, cuatro espresan centímetros, etc. No habia que separar pues al producto de la multiplicacion de 4 por S—S′ más que la mitad del número de cifras contenidas en S—S′.

El diámetro de la parte hueca D′ es pues $0'235^{m}$, y puesto que el diámetro D de la columna es de $6'246^{m}$, el espesor de fundicion de la corona será igual á la mitad de la diferencia entre D y D′ ó $\frac{0'246^{m}-0'0235^{m}}{2}$ $=5'50^{m}$, ó sea 11^{m} sobre un mismo diámetro.

Los acortamientos ó compresiones son proporcionales á las fuerzas que las producen, y si llamamos:

P, la resistencia total á la compresion,

K, la resistencia por $^{cm^2}$.

S, la seccion en $^{cm^2}$.

tenemos aquí, como para la estension:

$$P=K_1 S,$$

es decir, que la resistencia que una pieza opone á un esfuerzo de compresion, es igual al volúmen que tiene por base la seccion de la pieza, y por altura la recta que representa la fuerza en kilógramos que puede soportar cada centímetro cuadrado. A fin de simplificar el lenguaje, llamaremos en adelante á este volúmen *volúmen de compresion*.

Aquí, como para la estension, se ha buscado por esperiencia el límite de elasticidad de los diferentes materiales empleados en las construcciones y se ha formado el cuadro siguiente, tomando el $^1/_3$ el $^1/_4$ ó el $^1/_6$ de este límite, segun que los cuerpos estén *en reposo*, *en movimiento* ó sometido á choques.

Designacion de los materiales.	Límite de elasticidad.	Cargas prácticas. Reposo. $^1/_3$	Movimiento. $^1/_4$	Choque. $^1/_6$	Cargas por centím. cuadr. que producen el aplastamiento.
Hierro. .	1500	500	375	250	2200
Fundicion.	3600	1200	900	600	6300
Acero. .	2500	800	600	400	
Roble y abeto.	150	50	37	25	
Bronce. .	480	160	120	80	

Observaciones sobre el cuadro anterior. *Madera.*—Segun Rondelet, la resistencia al aplastamiento de las maderas prensadas en el sentido de las fibras disminuye con la altura de la pieza.

Si llamamos K_1 la resistencia de la madera, cuando la altura es igual al lado menor de la base para las piezas prismáticas, ó al diámetro para las piezas cilíndricas, se podrá formar el cuadro siguiente:

Relacion de las alturas al lado pequeño de la base $\frac{h}{a}=$ ó al diámetro.	1	12	24	36	48	60	72
Resistencias	K^1	$^5/_6K_1$	$^1/_2K_1$	$^1/_3K_1$	$^1/_6K_1$	$^1/_{12}K_1$	$^1/_{24}K$

Aplicacion. Calcular la carga que puede llevar en estado de reposo un poste que tenga 20 centímetros de cuadratura y 4 metros de altura.

$$\frac{h}{a}=\frac{400}{20}=20.$$

Para:

$$\frac{h}{a}=12,\ \text{se tiene como resistencia}\ \frac{5}{6}K_1,$$

y para:

$$\frac{h}{a}=24,\ \text{»} \quad \text{»} \quad \text{»} \quad \text{»} \quad \frac{1}{2}K_1.$$

Si para una diferencia de 12 en la relacion de $\frac{h}{a}$ se tiene una diferencia de resistencia espresada por $\frac{5}{6}-\frac{1}{2}=\frac{1}{3}$, para una diferencia de 8 en la relacion $\frac{h}{a}$ tendremos una diferencia de resistencia espresada por:

$$\frac{1\times 8}{3\times 12}=\frac{2}{9};$$

la resistencia del poste por centímetro cuadrado será, pues:

$$K_1\left(\frac{5}{6}-\frac{2}{9}\right)=K_1\frac{15-4}{18}=K_1\frac{11}{18}.$$

Ahora bien, segun la tabla última, se tiene:

$$K_1=50\ \text{kilos}.$$

luego:

$$K'_1=\frac{11}{18}\,50=\frac{550}{18}=30^{k}.$$

Luego el poste podrá soportar:

$$20 \times 20 \times 30 = 12000^k.$$

Si la pieza fuese cilíndrica y de 20 centímetros de diámetro, la relacion de la altura al diámetro seria 20 como arriba, y la pieza podria soportar 30 kilos por centímetro cuadrado; y así tendríamos para la resistencia total:

$$\frac{\pi D^2}{4} \times 30 = 0'785\,(20)^2 \times 30 = 9420^k.$$

Hierros y palastros.

Cuando el sólido sometido á la compresion alcanza una longitud igual á 5 veces su diámetro, el cuerpo se rompe por flexion y hay necesidad de disminuir los coeficientes indicados en el cuadro de arriba.

El coeficiente K'_1 se obtiene entonces por la ecuacion empírica siguiente:

$$K'_1 = \frac{K_1}{1'55 + 0'0005 \left(\frac{h}{d}\right)^2}$$

la relacion $\frac{h}{d}$ está comprendida entre 5 y 180, que es el caso más ordinario en la práctica.

Aplicaciones. Calcular la carga que puede llevar una columnita de hierro forjado de 8 cent. de diámetro y $4'32^m$ de altura.

Para el hierro en reposo $K_1 = 500$, luego la resistencia K'_1 por $^{cm^2}$ será:

$$K'_1 = \frac{500}{1'55 + 0'0005 \left(\frac{4'32}{8}\right)^2} = \frac{500}{1'55 + 1'45};$$

$$K'_1 = \frac{500}{3} = 166^k.$$

Ahora bien:

$$S = \frac{\pi d^2}{4} = 50'27^{cm^2} \text{ porque } d = 8^{cm^2};$$

luego el peso que la columnita podrá soportar será:

$$P = K'_1\,S = 166 \times 50'27 = 8344^k.$$

—Hallar el diámetro de una columna de hierro de $4'32^m$ de altura, pudiendo soportar una carga permanente de 8344 kilos.

Tenemos:

$$p = SK'_1;$$

luego:

$$8344 = \frac{\pi d^2}{4} \times K'_1,$$

pero:

$$K'_1 = \frac{500}{1'55 + 0'0005 \left(\frac{h}{d}\right)^2}.$$

De donde:

$$8344 = 0'785\, d^2 \times \frac{500}{1'55 + 0'0005 \left(\frac{h}{d}\right)^2}.$$

Efectuando los cálculos, la ecuacion resulta:

$$392'5 d^4 = 12933 d^2 + 4'172 h^2,$$

ó bien como $h = 432^{cm}$, tendremos:

$$d^4 = \frac{12933}{392'5}\, d^2 = \frac{4'172 \times (432)^2}{392'5}$$

$$d^4 - 32'9\, d^2 = 1983,$$

$$d^2 = 16'45 \pm \sqrt{1983 + (16'45)^2};$$

$$d^2 = 16'45 \pm 47,$$

$$d = \sqrt{63'45} = 8 \text{ próximamente.}$$

Fundicion.

Aquí, como para el hierro, el coeficiente de resistencia disminuye al mismo tiempo que la relacion de la altura con el diámetro va aumentando.

El coeficiente K'_1 se obtiene por la fórmula:

$$K'_1 = \frac{K_1}{1'45 + 0'00337 \left(\frac{h}{d}\right)^2},$$

para pilares cuya altura varia entre 4 y 120 veces el diámetro.

Aplicaciones. Calcular la carga que puede llevar una columna de fundicion de 10 centímetros de diámetro y de 3 metros de altura.

Para la fundicion en reposo, $K_1 = 1200$; luego K'_1 será:

$$K'_1 = \frac{1200}{1'45 + 0'00337 \left(\frac{300}{10}\right)^2},$$

efectuando los cálculos se tiene:

$$K'_1 = \frac{1200}{1'45 + 3'033} = \frac{1200}{4'483} = 267^k.$$

La superficie S de la seccion es:

$$S=\frac{\pi d^2}{4}=\frac{\pi 100}{4}=78'5^{cm^2};$$

luego la carga que la columna podrá soportar será:

$$p=78'5\times 267=20959^k$$

—Hallar el diámetro de una columna de fundicion de 3 metros de altura que pueda soportar una carga permanente de 20959 kilos.

Tenemos: $p=SK'_1$; sustituyendo los valores, resulta:

$$20959=\frac{\pi d^2}{4}K'_1,$$

pero:

$$K'_1=\frac{1200}{1'45+0'00337\left(\frac{h}{d}\right)^2}=\frac{1200d^2}{1'45d^2+0'00337h^2};$$

luego:

$$20959=\frac{\pi d^2}{4}\times\frac{1200d^2}{1'45d^2+0'00337\times 90000}.$$

Quitando los denominadores, tenemos:

$$d^4 .\, 300\pi-20959\times 1'45\, d^2=20959\times 0'00337\times 90000.$$

$$d^4-\frac{30390}{942}d^2=\frac{20959}{942}\times 303'3$$

$$d^4-32'15d^2=6745'39.$$

$$d^2=16'07\pm\sqrt{(16'07)^2+6745'39}\,.$$

$$d^2=16'07\pm\sqrt{258'24+6745'39}\,.$$

$$d^2=16'07\pm 83'68=99'75.$$

$$d^2=\sqrt{99}=40^{\text{ cm}} \text{ próximamente.}$$

La barra deberá tener pues 10^{cm} de diámetro.

—Hallar el diámetro interior de una columna hueca de fundicion de 4 metros de altura y de 25 centímetros de diámetro exterior, que soporte 50000 kilos.

Tendremos:

$$K'_1=\frac{1200}{1'45+0'00337\left(\frac{400}{25}\right)^2}.$$

$$K'_1=\frac{1200}{1'45+0'86}=519^k.$$

Habrá pues en la seccion tantos $^{cm^2}$ como veces 519 está contenido en 50000, luego:

$$S=\frac{50000}{519}=96^{\text{ cm}^2}.$$

Llamado d al diámetro exterior y x el diámetro interior, tendremos:

$$S=\frac{\pi(d^2-x^2)}{4}=\frac{\pi}{4}[(25)^2-x^2],$$

pero:

$$\frac{3'1416}{4}[625-x^2]=96,$$

luego:

$$x^2=625-96\times 1'273;$$

de donde:

$$x=\sqrt{625-122}=\sqrt{503}=22^{\text{ cm}}.$$

Es preciso, además, tener en cuenta que $d-x=2e$, siendo e el espesor del metal que en la práctica no puede bajar de $2^{\text{ cm}}$; y así tendremos entonces:

$$25-x=4 \text{ de donde } x=21^{\text{cm}}.$$

el diámetro pedido será, pues, de 21^{cm}.

Ensayos de los bronces á la compresion y á la dureza.

Composicion de los bronces. Clase de metales.	Cantidades en peso p. %.	Cargas de aplastamiento por centímetro cuadrado en kilos.	Disminucion de la altura en la probeta p. %.	Ensayos de dureza.	OBSERVACIONES.
Cobre..	90				Las cifras de la última columna indican la longitud de las muescas producidas por un cuchillo circular de acero sobre el cual se ha dado un choque producido por un ariete de 19 kilos cayendo de una altura de 1'10^m.
Estaño.	9	12860	67'7	38	
Plomo..	1				
Cobre..	88				
Estaño.	11	10930	56'4	36	
Plomo..	1				
Cobre..	80				
Estaño.	19	8360	39'8	32'75	
Plomo..	1				

Se vé por la inspeccion de este cuadro que las cargas de aplastamiento, los acortamientos, así como la dureza van disminuyendo á medida que la cantidad de cobre disminuye.

La fig. 18 es el croquis del cuchillo que ha servido para probar la dureza.

Ensayo del laton á la compresion y á la dureza.

Composicion del laton. Clase de metales.	Cantidades en peso p. %.	Cargas de aplastamiento por centímetro cuadrado en kilos.	Disminucion de la altura en la probeta p. %.	Ensayo de dureza
Cobre..	75	1425	76'7	39'83
Zinc. .	25			

Resistencia de los tubos interiores de las calderas.

Los tubos de humo de las locomotoras, así como los tubos gruesos de las calderas, de hogar interior, están comprimidos exteriormente por la presion del vapor y resisten por consiguiente al aplastamiento.

Como se hallan en un estado de equilibrio instable, desde el momento en que el tubo pierde su forma circular, queda inmediatamente aplanado.

W. Fairbairn ha hecho en 1858 numerosos esperimentos sobre tubos de esta especie.

Estaban compuestos de planchas de espesor uniforme robladas y martilladas para impedir las fugas. Se han ensayado tubos de 11 milímetros de espesor y cuyos diámetros eran de 0'102^m, 0'152^m, 0'204^m, 0'254^m, 0'305^m y 0'382^m.

El cuadro siguiente da los resultados de los ensayos sobre los tubos de palastro de 0'204^m de diámetro.

Ensayos á la compresion de tubos de palastro de 0'204^m de diámetro.

LONGITUD DE LOS TUBOS.	Presion que produce el aplastamiento en kilos por centímetro cuadrado.
0'763^m	38'3
0'990^m	23'2
1'020^m	22'5

Este cuadro demuestra que la presion está sensiblemente en razon inversa de la longitud.

Esta influencia de la longitud se esplica por el hecho de que la fuerza principal de los tubos reside en la rigidez de las secciones trasversales estremas que se pueden considerar como indeformables.

La fórmula de interpolacion siguiente es el resultado de estos esperimentos:

$$P = \frac{3677 (10\,e)^{2'19}}{LD}$$

P es la presion de aplastamiento en kilos por centímetro cuadrado.

e el espesor del tubo en centímetros.

L la longitud del tubo en centímetros.

D el diámetro del tubo en centímetros.

En la colocacion de calderas se toma el $^1/_6$ de esta presion, es decir:

$$P=\frac{735(10e)^{2'19}}{LD}$$

De aquí se deduce:

$$(10e)^{2'19}=\frac{PLD}{735},$$

fórmula que permite calcular el espesor.

Algunas veces se aumenta la resistencia de estos tubos colocando de distancia en distancia anillos rígidos.

Piedra de edificar.

Los últimos esperimentos ejecutados por varios ingenieros sobre los materiales de edificar han demostrado:

1.° Que en una misma cantera las piedras que provienen del techo ó del muro son ménos resistentes que las del medio.

2.° Que para figuras semejantes, la resistencia es proporcional á la superficie de la seccion trasversal.

3.° Que para una misma area de la seccion, la forma cúbica es la más resistente.

4.° Que siendo la resistencia del cubo. . . 1
la del cilindro inscrito puesto sobre su base será. 0'80
la del mismo cilindro puesto sobre una arista. . 0'32
y la de la esfera inscrita. . . . . 0'26

5.° Que la resistencia de los soportes disminuye á medida que el número de partes que están formados aumenta.

6.° Que las mamposterias en piedra de talla no puedan cargarse más que el décimo del peso que produce la rotura y que para las mamposterias de morrillos ó sillarejos no hay que contar más que un $^1/_{20}$.

Resistencia al aplastamiento y peso de los materiales de edificacion más empleados.

CLASE DE LOS MATERIALES.	PESO del metro cúbico en kilos.	CARGAS EN KILOS por cent. cuad. que producen el aplastamiento.
Pórfido.	2800	2000
Granito.	2600 á 2800	400 á 800
Caliza, 1.ª calidad. .	2500 á 2800	500 á 750
id. 2.ª id. .	2000 á 2500	250 á 500
id. 3.ª id. .	2000 á 2500	100 á 250
Asperon..	2000 á 2500	300 á 600
Ladrillos, 1.ª calidad.	1600 á 2200	100 á 150
id. 2.ª id. .	1500 á 2000	50 á 100

Ese cuadro es más exacto que el de la pág. 229, col. 2.ª

Pruebas de compresion con diversos materiales de construccion.

DESIGNACION DE LOS MATERIALES.	Carga por centím. cuadrado: al aparecer las primeras grietas	Carga por centím. cuadrado: en el aplastamiento.	Sentido en que se ha hecho el ensayo acerca de su relacion con el lecho de la cantera.	OBSERVACIONES.
	Kilos.	Kilos.		
A) PIEDRAS BLANCAS.				
Piedra de Gobertange.. . .	282'3	461'9	perpendicular	Promedio tomado de 5 pruebas.
Id. id. . . .	194'4	456'8	paralela	id. 5 id.
Id. de Marley dura.. . .	81'9	262'6	perpendicular	id. 5 id.
Id. id. id. . . .	255'9	323'4	paralela	id. 4 id.
Id. id. semi-dura. .	103'0	157'2	perpendicular	Prueba única.
Id. id. id. .	264'6	264'0	paralela	id.
Id. id. blanda. . .	72'6	99'9	perpendicular	Promedio tomado de 2 pruebas.
Id. id. id. . .	228'0	273'0	paralela	id. 2 id.
Id. de Luxemburgo. . .	»	321'5	id.	id. 2 id.
Id. de la Savonniere. . .	102'9	106'9	perpendicular	id. 5 id.
Id. id. . .	85'6	99'1	paralela	id. 6 id.
Id. de Vendresse. . . .	404'4	533'3	perpendicular	Prueba única.
Id. id.	484'3	484'3	paralela	id.
Id. de Breuil..	120'0	381'5	perpendicular	id.
Id. id.	226'3	433'1	paralela	Promedio tomado de 2 pruebas.
Id. de Chamison rosada. .	256'3	375'8	perpendicular	Prueba única.
Id. id. .	199'8	392'0	paralela	Promedio tomado de 2 pruebas.
Id. de Banc Royal.. . .	51'5	123'7	id.	Prueba única.
Id. de Chanvigny. . . .	285'3	341'8	id.	id.
Id. id. . . .	245'9	305'0	perpendicular	id.
Id. de Tircé.	142'2	249'0	paralela	Promedio tomado de 2 pruebas.
Id. id.	142'2	182'9	perpendicular	Prueba única.
Id. de Lérouville. . . .	226'5	233'4	paralela	id.
Id. id. . . .	231'7	231'7	perpendicular	id.
Id. de Roché d'Enville. .	381'5	381'5	paralela	id.
Id. id. . .	192'4	287'3	perpendicular	id.
Id. de Vergelée.. . . .	75'4	119'1	paralela	id.
Id. de Chateau Landore. .	405'1	438'1	id.	id.
Id. id. .	319'7	491'7	perpendicular	id.
Id. de la Roché d' Enville (Paris).	261'0	320'4	desconocida	id.
Id. del Taller de Belvoye.	64'9	221'6	id.	Promedio tomado de 2 pruebas.
B) PIEDRAS AZULES.				
Granito de Havelange.. . .	638'3	736'7	paralela	Prueba única.
Id. id. . . .	724'3	804'2	perpendicular	Promedio tomado de 2 pruebas.
Id. de las Ecausines. . .	500'9	651'1	paralela	id. 4 id.

DESIGNACION DE LOS MATERIALES.	Carga por centím. cuadrado al aparecer las primeras grietas	en el aplastamiento.	Sentido en que se ha hecho el ensayo acerca de su relacion con el lecho de la cantera.	OBSERVACIONES.
	Kilos.	Kilos.		
Granito de las Ecausines. . .	506'5	728'9	perpendicular	Promedio tomado de 3 pruebas.
Pequeño granito de Roberive. (Aywaille.)	594'6	720'5	desconocido	id. 4 id.
c) LADRILLOS.				
Ladrillos del Alto Escalda. .	66'7	104'2	colocados de plano	id. 4 id.
Id. id. . .	33'4	83'6	colocados de canto	id. 2 id.
Id. id. . .	14'9	18'4	colocados de pié	id. 2 id.
Id. id. . .	29'5	44'2	ensayados colocando 3 ladrillos uno sobre otro é interponiendo entre ellos un pedazo de paño	id. 2 id.
Id. de San Leonardo.. .	100'8	136'2	colocados de plano	id. 6 id.
Id. id. . .	89'6	166'5	colocados de canto	id. 2 id.
Id. id. . .	143'0	206'2	colocados de pié	id. 2 id.
Id. id. . .	90'7	116'5	ensayados colocando 3 ladrillos uno sobre otro é interponiendo un pedazo de paño entre dos ladrillos sucesivos colocados de plano.	Prueba única.
Id. taladrados para tabique	33'8	44'1	colocados de plano	id.
Id. id. .	38'3	73'3	colocados de canto	id.
Id. id. .	84'4	148'7	colocados de pié	id.
Id. mecánicos de la Sociedad de los dos Nethes (calidad inferior).	37'8	183'0	colocados de plano	Promedio tomado de 2 pruebas.
Id. id. .	92'5	147'1	colocados de canto	id. 2 id.
Id. id. .	43'4	65'3	colocados de pié	id. 2 id.
Id. mecánicos de la Sociedad de los dos Nethes (calidad superior).	62'7	196'8	colocados de plano	id. 2 id.
Id. id. .	207'4	212'9	colocados de canto	id. 2 id.
Id. id. .	196'4	209'6	colocados de pié	id. 2 id.
Id. de Boom.	69'0	159'6	colocados de plano	id. 3 id.
Id. id.	33'5	43'6	colocados de canto	id. 2 id.
Id. id.	46'9	51'7	colocados de pié	Prueba única.

Ensayo á la compresion de ladrillos mecánicos de Ruppel hecho con diferentes morteros y secado durante seis meses.

INDICACIONES DE LAS ARGAMASAS POR MEDIO DE LAS CUALES SE EDIFICABAN LAS MAMPOSTERIAS.	CARGAS AVERIGUADAS por centímetro cuadrado — al aparecer las primeras grietas	al aplastamiento.	OBSERVACIONES.
	Kilos.	Kilos.	
3 ladrillos uno sobre otro juntados con yeso.	*a*) 51‘0	56‘4	*a*) grietas estallando.
Id. id.	*a*) 49‘0	110‘9	*a*) disgregacion de la argamasa.
Id. id.	*a*) 15‘8 *a'*) 53‘5	94‘5	*a*) id. id. *a'*) grietas notadas en uno de los ladrillos.
Id. id.	*a*) 35‘2	94‘6	*a*) disgregacion de la argamasa.
3 ladrillos uno sobre otro juntados con cimento.	*a*) 105‘9	151‘3	*a*) id. id.
Id. id.	*a*) 100‘0	201‘0	*a*) grietas estallando. Aplastamiento completo se ha producido sin disgregarse la argamasa.
Id. id.	*a*) 103‘2	123‘7	*a*) estallido de uno de los ladrillos, siendo mal cocido uno de ellos.
3 ladrillos uno sobre otro juntados con mortero hidráulico.	*a*) 83‘3	96‘3	*a*) disgregacion de la argamasa.
Id. id.	*a*) 31‘2	79‘8	*a*) id. id.
4 ladrillos uno sobre otro juntados con cimento hidráulico.	*a*) 51‘5 *a'*) 58‘4	78‘7	*a*) id. id. *a'*) grietas en uno de los ladrillos.
Id. id.	*a*) 78‘7	»	*a*) disgregacion de la argamasa. El ensayo no se llevó hasta el completo aplastamiento.
Masa formada de 6 ladrillos (dispuestos como lo indica el dibujo de la figura 19) agregados con la argamasa hidráulica.	*a*) 65‘8 *a'*) 110‘2	125‘8	*a*) grietas en uno de los ladrillos. *a'*) disgregacion completa de la argamasa.

Deformaciones.—Acortamientos.

Una misma fuerza obrando sobre un cuerpo único, primero por traccion, luego por compresion, da un alargamiento igual al acortamiento. Resulta que las deformaciones por compresion se calculan por medio de las mismas fórmulas que las de traccion.

Así la fórmula:

$$l = \frac{KL}{E} = \frac{PL}{ES},$$

da los acortamientos producidos por las fuerzas K y P.

—Calcular el acortamiento de una columna de hierro de 4‘32^{m} de altura bajo una carga de 166 kilos por centímetro cuadrado.

Se tiene:

$$l = \frac{K\,L}{E}.$$

$$K = 166.$$

$$L = 432^{cm.}$$

$$E = 2000000.$$

Por consiguiente:

$$l = \frac{166 \times 432}{2000000} = 0‘0360^{\,cm}.$$

El acortamiento es, pues, de $\frac{3}{10}$ de milímetro.

—Calcular el acortamiento de una columna de hierro de $4'32^{m}$ de altura y de 8 centímetros de diámetro bajo una carga de 8344 kilos.

$$l=\frac{P\,L}{E\,S}.$$

$$P=8344.$$

$$L=432^{cm.}$$

$$E=2000000.$$

$$S=0'785\,d^2=0'785\times8^2=50.$$

Reemplazando las letras por su valor tendremos:

$$l=\frac{8344\times432}{2000000\times50}=0'03^{cm}.$$

—¿Cual será el acortamiento de la columna anterior teniendo en cuenta el peso de la pieza?

Se tiene la fórmula:

$$l=\frac{P\,L}{E\,S}+\frac{p\,L^2}{2\,E\,S}.$$

que puede ponerse bajo la forma:

$$\frac{L}{E\,S}\left(P+\frac{pL}{2}\right).$$

es decir, que por tener en cuenta el peso de la pieza, se añade la mitad de este peso al peso P.

$$L=432^{cm.}$$

$$E=2000000.$$

$$S=50.$$

$$p=50\times0'0077^{k},$$

superficie de la seccion multiplicada por el peso del centímetro cúbico de hierro.

$$P=8344.$$

Reemplazando las letras por su valor numérico tendremos:

$$l=\frac{432}{2000000\times50}\left(8344+\frac{50\times0'0077\times432}{2}\right),$$

$$l=\frac{432\times(8344+83)}{2000000\times50}=0'0364^{\,cm}.$$

ESFUERZOS DE CIZALLAMIENTO.

386. El esfuerzo de cizallamiento es la fuerza necesaria para cortar un cuerpo perpendicularmente á su longitud y muy cerca de su punto de apoyo.

La cizalla que corta una hoja metálica, el punzon ó taladro que hace agujeros, la traccion que tiende á desunir dos hojas de palastro ensambladas por sus roblones, ejercen esfuerzos de cizalla.

La resistencia al cizallamiento se dice del obstáculo que presentan las moléculas de un cuerpo metálico ó de cualquier otra naturaleza al esfuerzo trasversal que tiende á hacer una seccion perpendicularmente á su longitud próxima al punto de apoyo del cuerpo. Se puede considerar una fuerza de cizallamiento como una fuerza de flexion cuya palanca sea cero.

El coeficiente de resistencia al cizallamiento se ha hallado igual á 0'70 en medio del de la resistencia á la traccion, pero en las fórmulas, para aventajar la potencia, se la considera como igual.

Las esperiencias de Fairbairn han dado la resistencia de dos hojas de palastro ensambladas por una sola fila de roblones, igual á $29'67^{k}$. Con dos filas de roblones dispuestos en esconce, se ha encontrado $38'33^{k}$, es decir, próximamente la misma resistencia de la misma plancha.

387. *Esfuerzo ejercido por una cizalla.* La resistencia total que ofrece un cuerpo sometido á un esfuerzo de cizalla es evidentemente proporcional 1.°, al espesor del cuerpo; 2.°, á la estension de la parte encentada, es decir, á la longitud del corte del instrumento; 3.°, á la resistencia molecular del cuerpo.

Si el corte del instrumento es horizontal, lo que sucede cuando se quieren disminuir las probabilidades de rotura, se tiene R la resistencia$=F.a.b$, llamando F al coeficiente de rotura, a el espesor del cuerpo y b la longitud del corte.

Si el corte del instrumento está inclinado sobre el horizonte y designamos por h la proyeccion vertical de este plano inclinado, la cizalla para el mismo trabajo deberá recorrer además del espesor a del palastro la altura h. Ahora bien, como los esfuerzos están en razon inversa de los caminos recorridos, tendremos llamando R′ la nueva resistencia:

$$R : R' :: a+h : a, \text{ de donde } R'=\frac{R\,a}{a+h}.$$

Reemplazando R por su valor F . a . b, se tiene:

$$R'=\frac{F.b.a^2}{a+h} \qquad (\text{n.° } 34).$$

Ejemplo. Supongamos que hay que cortar una hoja de palastro que tenga 1^{cm} de espesor, con una cizalla que tenga 20^{cm} de longitud; en este caso

$$R=F\,.\,a\,.\,b=3400\times1\times20=68000^{k},$$

y

$$R'=\frac{F\,.\,b\,a^2}{a+h}.$$

Suponiendo h igual á 4^{cm} se tiene:

$$R=\frac{3400\times 20^{cm}\times 1^{cm^2}}{5^{cm}}=13600^k.$$

388. *Esfuerzo ejercido por un punzon ó taladro.* Designando por a el espesor del palastro igual á $1'5^{cm}$, por D el diámetro igual á $2'5^{cm}$ siendo plano el punzon, tendremos:

$$R=F.\pi.D.a=3400\times 3'14\times 2'25\times 1'5 \text{ ó } 40035^k.$$

La resistencia total de un cuerpo sometido al cizalle es proporcional:

1.° Al espesor e del cuerpo,

2.° A la longitud l del corte,

3.° A la resistencia molecular K′ de la materia.

Observaciones. Se toma para K′ los $^4/_5$ del menor de los dos coeficientes de rotura á la traccion y á la compresion.

Si el filo del instrumento es horizontal, su longitud es la misma que la del corte; y si al contrario el filo del instrumento es de guillotina, la longitud del corte se calcula como sigue:

Sean A B C D (fig. 20) la seccion de la plancha de espesor e y F G H I la forma del instrumento cuyo filo tiene una longitud L.

Solo cuando el cuchillo esté en la posicion F G′ H′ I se alcanzará el máximo esfuerzo y entonces G′ M será la longitud del corte.

Los triángulos G′ M N y G′ H′ K son semejantes y dan:

$$G'M : G'H' = MN : H'K,$$

pero:

$$G'M=l;\ G'H'=L;\ MN=e;\ H'K=h,$$

luego reemplazando:

$$l : L = e : h,$$

$$l=\frac{Le}{h}.$$

Cizalla.

—Calcular el esfuerzo necesario para cortar una hoja de palastro de un centímetro de espesor con una cizalla de 20 centímetros de longitud cuya lámina tiene una inclinacion total de 4 centímetros.

Sea R el esfuerzo,

K′ la resistencia del metal por centímetro cuadrado,

l la longitud del corte.

Tendremos:

$$R=K'.el.$$

En el caso arriba indicado:

$$l=\frac{L.e}{h}=\frac{20}{4}=5^{cm}.$$

$$e=1^{cm}.$$

Para el palastro:

$$K=K_1=4000,$$

por consiguiente:

$$K'=\frac{4}{5}\times 4000=3200.$$

Reemplazando cada letra por su valor en la fórmula, se tiene:

$$R=3200\times 1\times 5=16000^k.$$

Punzon ó taladro.

Designando por R′ la resistencia, por e el espesor del metal, por d el diámetro del agujero, se tiene:

$$R'=K'\,\pi\,d.\,e.$$

Aplicacion. Hallar el esfuerzo necesario para hacer un agujero de 2 centímetros de diámetro en una plancha de hierro, de un centímetro de espesor:

$$K'=3200$$
$$d=2^{cm.}$$
$$e=1^{cm.}$$

Tendremos pues:

$$R'=3200\times 3'14\times 2\times 1=21352^k$$

Cadenas.

El hierro en estado de cadenas resiste ménos que en barras á causa de la curvatura de los eslabones; el hierro puede considerarse como trabajando en cizallamiento y entonces no se toman más que los $^4/_5$ de K.

Si P es el peso que hay que levantar, d el diámetro de la seccion del hierro de los eslabones, se tendrá por ecuacion de equilibrio:

$$2.\frac{\pi d^2}{4}\times\frac{4}{5}\times K=P.$$

$$1'25\,d^2\,K=P,$$

de donde:

$$d=\sqrt{\frac{P}{1'25\,K}}$$

Si queremos tener en cuenta el peso de la cadena, se observa que este peso es 4 veces el de una barra rectilínea del mismo diámetro; y por consiguiente, si l es la longitud de la cadena y δ el peso específico del hierro, tendremos:

$$2\left(\frac{\pi d^2}{4} \times \frac{4}{5} K\right) = P + 4\left(\frac{\pi d^2}{4} \cdot l \cdot \delta\right).$$

$$d^2 \left\{\frac{2 \pi K}{5} - \pi l \delta\right\} = P.$$

$$d = \sqrt{\frac{P}{\frac{2 \pi K}{5} - \pi . l . \delta}}$$

Cuando se hacen cadenas apuntaladas, se pueden considerar como resistentes á la traccion y el coeficiente K' se convierte en K.

Ensayos comparativos de cizallamiento hechos sobre probetas de encina y pinabete.

CARGA DE ROTURA POR CENT. CUAD. DE SECCIONES CIZALLADAS.

CADENA.	PINABETE.
69'00 kil.	44'27 kil.
66'91	40'65
58'23	37'64
71'47	30'57
265'61	153'13
Promedio 66'40 kil.	Promedio 38'28 kil.

El esfuerzo se ejercia en el sentido de las fibras.

ESFUERZOS DE FLEXION.

CAPÍTULO PRIMERO

Resistencia de los sólidos de diferentes formas.

389. Obrando la fluerza de flexion perpendicularmente á la longitud del sólido y á la de las fibras, una parte de estas fibras se alarga como bajo el esfuerzo de traccion, y las otras se acercan como bajo la influencia de una especie de compresion. Una cierta parte, situada en la zona intermedia, queda invariable. El límite de la carga de flexion debe estar determinado de manera que los alargamientos y los acortamientos que produce no sean capaces de alterar la constitucion física del sólido, es decir, que una vez sustraida la pieza al esfuerzo de flexion pueda recobrar su forma natural. En este límite se pueden considerar como iguales las resistencias simultáneas de traccion y de compresion.

390. Para hallar la espresion general de la resistencia de un cuerpo á la flexion consideremos un sólido de forma prismática, sólidamente empotrado por uno de sus estremos, y apliquemos á una cierta distancia L del punto de empotramiento una fuerza P perpendicular á la longitud del prisma: el cuerpo se inclinará; las fibras situadas al lado convexo se alargarán, mientras las situadas al lado cóncavo se acortarán y ciertas fibras del interior quedarán invariables. Supongamos ahora una seccion hecha en el prisma normalmente al eje y consideremos el momento de inercia de esta figura con relacion á un eje horizontal situado en el plano de las fibras invariables: se ha encontrado esperimentalmente que la resistencia del sólido era proporcional á este momento de inercia, que llamaremos I, é inversamente proporcional á la distancia vertical de la fibra más lejana de la fibra invariable. Llamemos f esta distancia (es visible que la longitud del sólido está en sentido inverso de la resistencia), designando por F el coeficiente de resistencia, con seguridad, tendremos la fórmula:

$$P^{k} = \frac{F^{k} \times I}{L^{m} \times f^{m}}.$$

391. Antes de establecer las fórmulas particulares á cada género de seccion del prisma, daremos los coeficientes de resistencia á la flexion para varios cuerpos (por metro cuadrado).

DESIGNACION DE LOS CUERPOS.	COEFICIENTES DE SEGURIDAD con materias de calidad ordinaria. (Por metro cuadr.)		COEFICIENTES DE SEGURIDAD con materias de primera calidad ó en construcciones lijeras. (Por metro cuadrado).
Roble.	550000^{k}	hasta	750000^{k}
Abeto amarillo ó blanco. . . .	600000	—	800000
Arcos en planchas.	250000	—	300000
Hierro forjado. .	6000000	—	10000000
Hierro laminado en barras y tubos de palastro.	4700000	—	7800000
Acero de primera calidad. . . .	16660000	—	22000000
Acero fundido. .	16600000	—	—
Acero de Alemania. . . .	12500000	—	16000000
Fundicion gris de granos finos. .	7500000	—	10000000
Fundicion gris ordinaria inglesa.	5600000	—	7000000

392. De la fórmula general n.° 8:

$$P=\frac{F \cdot I}{L \cdot f}$$

se deducen, segun la forma del prisma, los diferentes valores de P.

Para una accion rectangular:

$$I=\frac{a \cdot b^3}{12}, \qquad (\text{n.° } 9)$$

llamando a la base y b la altura

$$f=\frac{b}{2}. \qquad (\text{n.° } 10)$$

Reemplazando I y f se tiene

$$P=F \cdot \frac{a \cdot b^2}{6L}. \qquad (\text{n.° } 11)$$

Para una seccion cuadrada, que descansa en un lado,

$$a=b \text{ y } P=F\times\frac{b^3}{6L}. \qquad (\text{n.° } 12)$$

Para una seccion cuadrada que tenga la diagonal horizontal

$$f=\frac{1}{2}b\sqrt{2}, \text{ é } I=\frac{b^4}{12}, \qquad (\text{n.° } 13)$$

y sustituyendo se tiene:

$$P=F \cdot \frac{b^3}{6L\sqrt{2}}. \qquad (\text{n.° } 14)$$

Para una seccion circular se tiene:

$$f=r, \text{ é } I=\frac{\pi r^4}{4}, \qquad (\text{n.° } 15)$$

de donde:

$$P=F \cdot \frac{\pi r^3}{L4}. \qquad (\text{n.° } 16)$$

r es el radio del círculo figurado por la seccion.

Estas fórmulas pueden traducirse por las reglas siguientes:

Para un prisma de seccion rectangular que descansa sobre la base:

La resistencia es igual al producto de la dimension horizontal de la seccion por el cuadrado de la dimension vertical, dividida por 6 veces la longitud: multiplicado todo por el coeficiente de resistencia del cuerpo.

Para un prisma de seccion cuadrada que tenga la diagonal horizontal:

La resistencia es igual al coeficiente del cubo del lado por el producto de 6 veces la longitud, multiplicado por $\sqrt{2}$; multiplicado todo por el coeficiente de resistencia.

Para un prisma de seccion cuadrada que descansa sobre un lado:

La resistencia es igual al cociente del cubo del lado por 6 veces la longitud multiplicada por el coeficiente de resistencia.

Para un cilindro:

La resistencia es igual al producto de π por el cubo del radio, dividido por 4 veces la longitud; y multiplicado todo por el coeficiente de resistencia.

Nota. Todas las dimensiones lineales son métricas.

Si reemplazamos ahora F por su valor para la madera de encina, la fundicion y el hierro, haciendo la reduccion de ciertos factores numéricos, tendremos las fórmulas siguientes que comprenden el n.° 17:

Seccion rectangular: madera. . $P=\frac{100000\, ab^2}{L}$,

teniendo a altura y b base.

Seccion rectangular: fundicion. $P=\frac{1250000 ab^2}{L}$,

Id. hierro.. . $P=\frac{1000000 ab^2}{L}$,

Seccion cuadrada descansando en una arista: madera. . $P=\frac{100000\, b^3}{L\sqrt{2}}$,

teniendo b altura.

Id. fundicion. $P=\frac{1250000\, b^3}{L\sqrt{2}}$,

Id. hierro.. . $P=\frac{1000000\, b^3}{L\sqrt{2}}$,

Seccion cuadrada descansando en un lado: madera. . $P=\frac{100000\, b^3}{L}$,

Id. fundicion. $P=\frac{1250000\, b^3}{L}$,

Id. hierro.. . $P=\frac{1000000\, b^3}{L}$,

Seccion circular teniendo D *por diámetro*: madera. . $P=\frac{58905\, D^3}{L}$,

Id. fundicion. $P=\frac{736310\, D^3}{L}$,

Id. hierro.. . $P=\frac{589050\, D^3}{L}$.

Nota. Siempre habrá ventaja en apoyar una pieza de seccion rectangular sobre su menor lado, pues la resistencia es proporcional al cuadrado de la dimension vertical, y simplemente proporcional á la dimension horizontal; pues, no temiendo la inversion de la pieza, siempre debe tomarse por base la menor dimension.

Hay desventaja en apoyar sobre su arista un prisma de seccion cuadrada, es decir, en tener la diagonal horizontal; pues en este caso, multiplicando el divisor por $\sqrt{2}$, el resultado es más pequeño.

Los coeficientes ordinarios del cuadro (pág. 243) se convierten en coeficientes de rotura multiplicando por 10 los de la madera, por 4 los de la fundicion y por 3 los de los hierros y aceros.

Si la carga estuviese uniformemente repartida en su longitud, en lugar de estar aplicada á su estremo la fuerza de flexion, deberia considerarse como si obrara en medio de la longitud L, y la resistencia seria doble. Si llamamos p la carga en kilógramos por metro lineal del sólido, $p \times L$ será la carga total; reemplazando P por $p \, . \, L$ en las fórmulas n.° 17 y sacando el valor de las dimensiones de los prismas en lugar del de la resistencia y teniendo en cuenta el cambio de valor de esta última, tenemos:

En seccion rectangular: La madera, $a \, . \, b^2 = \frac{p \, . \, L^2}{200000}$,

Id. La fundicion, $a \, . \, b^2 = \frac{p \, . \, L^2}{2500000}$,

Id. El hierro, $a \, . \, b^2 = \frac{p \, . \, L^2}{2000000}$.

Seria fácil modificar en este sentido las fórmulas anteriores n.° 17.

393. *Ejemplos de cálculo de la resistencia á la flexion.*—Ejemplo I. ¿Cuales deberian ser las dimensiones de una pieza de madera de encina rectangular empotrada por uno de sus estremos y debiendo sostener una carga de 1500^k á 3'50^m de su punto de encaje, siendo los lados del rectángulo como 7 : 5?

La fórmula primera del n.° 17

$$P = \frac{100000 \, . \, a \, . \, b^2}{L}$$

se convierte, colocando $a \, . \, b^2$ en el primer miembro, P en el segundo y reemplazando:

$$a \, . \, b^2 = \frac{1500^k \times 3'50^m}{100000}, \quad b =$$

$$\sqrt[3]{\frac{7 \times 1500^k \times 3'50^m}{5 \times 100000}} = 0'390^m,$$

y como

$$a = \frac{5}{7} d - b$$

por hipótesis, se tiene

$$a = 0'279.$$

Ejemplo II. Se pregunta qué esfuerzo soportaria una pieza de madera de encina empotrada por un estremo á 1'50^m del empotramiento, siendo el lado del cuadrado 0'28^m.

$$x = \frac{100000 \, (0'28)^3}{1'50} = 1644^k.$$

Ejemplo III. Una barra de fundicion rectangular cuyos lados son $a = 0'07$ y $b = 0'09$ está empotrada por un estremo: ¿qué carga x podremos poner con seguridad á 3'00^m del punto de encaje?

$$x = \frac{1250000 \times 0'07 \times (0'09)^2}{3} = 236'25^k.$$

Ejemplo IV. ¿Cuál debe ser el diámetro D de un perno de hierro espuesto á un esfuerzo de 500^k á 0'50^m de su punto de encaje, siendo r su radio?

$$P = \frac{1500000 \, . \, \pi \, . \, r^3}{L};$$

de donde:

$$D^3 = \frac{500 \times 0'50}{589050};$$

$$D = \sqrt[3]{\frac{250}{589050}} = 0'034882^m.$$

394. *Seccion elíptica.*—Si el sólido empotrado es de forma elíptica, llamando b el eje mayor colocado verticalmente y a el eje menor, se tiene la fórmula:

$$P = F \times \frac{\pi a b^2}{4L} \qquad \text{(n.° 18)}.$$

395. *Secciones huecas.*—En general la resistencia de un sólido hueco empotrado es igual á la diferencia entre la resistencia del sólido supuesto macizo y la que tendria un sólido macizo de las mismas dimensiones que la parte vaciada: esto implica naturalmente la simetria y un mismo centro de figura para las dos secciones.

396. *Hierro en doble* T (fig. 211).—La resistencia de un hierro de doble T, de un espesor uniforme é igual al tercio de la base, está espresado por la fórmula:

$$P = F \, . \, \frac{(a \, . \, b^3 - a' \, . \, b'^3)}{6L \, . \, b} \qquad \text{(n.° 19)}$$

a y b espresan la base y la altura exterior, a' es igual á a ménos el espesor del montante vertical; y b' espresa la distancia interior vertical entre dos T.

397. *Hierro en doble* T *reforzado por cuatro cantoneras* (*fig.* 212).—Si los ángulos interiores estuviesen reforzados por cuatro cantoneras, la fórmula seria:

$$P=F\cdot\left(\frac{a\cdot b^3-(a'\cdot b'^3+a''\cdot b''^3+a'''\cdot b'''^3)}{6\cdot b\cdot L}\right), \quad (\text{n.}^\circ\ 20)$$

llamando b la altura vertical esterior;

b' la distancia interior entre las TT;

b'' la distancia interior precedente ménos los espesores de las dos cantoneras;

b''' la distancia b' ménos las dos alturas verticales exteriores de las cantoneras;

a la amplitud exterior de T.

a' la diferencia entre la dimension precedente y la parte análoga reforzada por cantoneras;

a'' la longitud del lado horizontal de la cantonera tomada debajo;

a''' el espesor del lado vertical de la cantonera.

398. *Hierro en simple* T (*fig.* 213).—Para un hierro en T simple la fórmula se hace más complicada; pues el centro de gravedad no se encuentra ya en el medio de la dimension vertical, y la distancia entre la fibra exterior más distante y la fibra invariable, no puede espresarse ya en funcion de la altura de la seccion.

Si llamamos n la distancia vertical del centro de gravedad ó la parte del perímetro más distante, la resistencia será:

$$P=\frac{F}{3}\cdot\left(\frac{a\cdot n^3-(a-a')\cdot(n-b')^3+a'\cdot(b-n)^3}{L\cdot(b-n)}\right), \quad (\text{n.}^\circ\ 21)$$

399. *Sólido de igual resistencia.*—La resistencia de un sólido empotrado, siendo inversamente proporcional á la distancia del empotramiento al punto de aplicacion de la carga, es evidente que la rotura solo puede efectuarse en este punto, puesto que ahí es donde la carga obra con más intensidad. Despues de haber determinado segun las fórmulas anteriores, las dimensiones que pueden afianzar la seguridad de la construccion, se puede, para disminuir el peso y economizar la materia, disminuir progresivamente las dimensiones hasta el estremo libre. La forma que mejor llena estas condiciones, es la curva parabólica. Su trazado se ha dado (§ 368).

400. *Brazo de ruedas hidráulicas y de ruedas de engranaje.*—Las dimensiones de estos brazos están dadas por la fórmula:

$$a\cdot b^2=\frac{b\cdot L\cdot P}{F}, \quad (\text{n.}^\circ\ 22)$$

designando b el espesor que es preciso dar cerca del eje, á la llanta; y bastará que el espesor de los brazos, en el sentido del esfuerzo ejercido, sea los $\frac{4}{5}$ del que tendrán cerca del eje. La anchura a es igual á $\frac{1}{5}$ ó $\frac{1}{6}$ de b y permanece la misma en toda la estension de los brazos.

401. *Dientes de engranajes.*—Los dientes de los engranajes deben considerarse como sólidos empotrados, aunque la direccion del esfuerzo sea variable. Para los dientes bien conservados y cuyo círculo primitivo no tenga una velocidad que esceda de 1'50^m por segundo, es $a=4b$, llamando a la anchura del diente en el sentido del eje y b su espesor medido sobre la circunferencia primitiva; si la velocidad escede á 1'50^m, $a=5b$; si el engrase no puede efectuarse bien, $a=6b$. La saliente de los dientes, en el sentido del radio, no deberá esceder 1'5 de b. (Repetimos aquí las indicaciones del párrafo 327).

El espesor b podria calcularse por la fórmula general; pero, á causa del desgaste, de los choques, del defecto de paralelismo de los ejes, etc., etc., se han compuesto fórmulas particulares para los engranajes. El resultado se obtiene en centímetros.

Para la fundicion se tiene: $b=0'105\sqrt{P}$;
Para el bronce $b=0'131\sqrt{P}$;
Para la madera $b=0'138\sqrt{P}$.

P representa el esfuerzo en kilógramos.

Ejemplo. Una rueda hidráulica de la fuerza de 25 caballos, tiene su radio de 2'20^m y una velocidad de 2^m; trasmite su accion á una rueda de engranaje de dientes de madera cuyo radio es de 1'60^m. Se pide el esfuerzo soportado por los dientes, y su espesor.

El esfuerzo en la circunferencia de la rueda hidráulica está medido por el trabajo en kilográmetros, dividido por la velocidad, ó:

$$\frac{25\times 75}{2}=937'500^k.$$

Los esfuerzos de la rueda hidráulica y de la rueda de engranaje están en razon inversa de sus radios; y llamando x al esfuerzo buscado, tendremos:

$$x : 937'500 :: 2'20 : 1'60,$$

de donde:

$$x=\frac{937'500\times 2'20}{1'60}=1289^k.$$

El espesor b de los dientes, medido sobre la circunferencia primitiva es:

$$b=0'145\sqrt{1289}=5'2^{cm};$$

como la rueda está mojada, la anchura $a=6b=31'2^{cm}$ y la saliente de los dientes es de $7'8^{cm}$.

402. *Sólidos que descansan libremente sobre apoyos por sus estremos, estando la carga colocada en medio.* —Consideremos una pieza que descanse sobre dos puntos de apoyo A y B y esté cargada en un punto C' igualmente distante de A y de B, en una fuerza P; esta carga, no cabe duda, se trasmitirá igualmente á los puntos A y B con valores iguales cada uno á $\frac{P}{2}$.

Si por otra parte consideramos la misma pieza empotrada en su medio C' soportando en sus estremos la suma de dos esfuerzos iguales á P cada uno de ellos, trabajando con brazos iguales de palanca, tiene por valor $\frac{P}{2}$.

Es, pues, indiferente suponer la carga en el medio y los estremos apoyados ó el centro apoyado y los estremos libres: en los dos casos, la resistencia se hace 4 veces mayor que si un sólido de la misma longitud estuviese empotrado por uno solo de sus estremos. En efecto, la potencia P, repartiéndose en cada estremo, se convierte en $\frac{P}{2}$ y como obra con un brazo de palanca la mitad ménos largo, la resistencia total es 4 veces mayor; y la fórmula es:

$$P=\frac{4F \, . \, a \, . \, b^2}{6L}, \qquad \text{(n.° 23)}$$

de donde, para el hierro:

$$a \, . \, b^2=\frac{P \, . \, L}{400000} \qquad \text{(n.° 24)}.$$

En esta fórmula y en los números anteriores, á partir del número 19, P es la fuerza ejercida, expresada en kilógramos; F, el coeficiente de seguridad segun el cuadro de la página 243; a el lado menor de la seccion de la pieza, en metros; b el lado mayor, y L la longitud de la pieza en metros.

Ejemplo. ¿Qué peso podria soportar una viga rectangular teniendo sus estremos apoyados y midiendo 4^m de distancia entre los puntos de apoyo, siendo las dimensiones de su perfil $0'382^m$ y $0'283^m$?

$$P=\frac{4F \, . \, a \, . \, b^2}{6L}=\frac{400000a \, . \, b^2}{L}=\frac{400000\times 0'283\times(0'382)^2}{4}$$
$$=4130^k.$$

403. *Sólidos que tienen los dos estremos apoyados y la carga uniformemente repartida.*—Si la carga está uniformemente repartida sobre la longitud, llamando p la carga por metro lineal y L la longitud del sólido, el peso P será igual á p . L; y como la carga uniformemente repartida sobre una cierta longitud obra como la misma carga apoyada en un solo punto con una palanca la mitad mayor, el factor P . L será reemplazado por $\frac{P \, . \, L^2}{2}$, y la fórmula número 24 se convertirá para el hierro:

$$a \, . \, b^2=\frac{p \, . \, L^2}{2\times 400000}.$$

Ejemplo. ¿Cuál seria el espesor de una viga de encina apoyada por sus estremos, distantes 6^m y cargada con 1000^k por metro teniendo $a=5$? Se tiene desde luego $\frac{5}{7}\,b\times b=0'714b^2$, y:

$$b^2=\frac{p \, . \, L^2}{2\times 400000\times 0'714};$$

de donde:

$$b=\sqrt{\frac{1000\times 36}{800000\times 0'714}}=0'397^m.$$

404. *Caso en que la carga dista desigualmente de los puntos de apoyo del sólido.*—Si la carga en lugar de hallarse en el medio de la longitud de la pieza, se hallase á una distancia l de uno de sus puntos de apoyo y á una distancia l' del otro, de suerte que $l+l'=L$, escribiríamos para hallar la carga en los puntos de apoyo x y x':

$$P:L::x:l' \quad \text{para la primera distancia}$$

y

$$P:L::x':l \quad \text{para la segunda.}$$

Las presiones serian $x=\frac{P \, . \, l'}{L}$ y $x'=\frac{P \, . \, l}{L}$. Deberiamos considerar el sólido como empotrado en el punto de aplicacion de la fuerza P y los estremos como solicitados por las dos fuerzas x, x'. Reemplazando en la fórmula P por $\frac{P \, . \, l'}{L}$ y L por l y dando á a y á b los mismos valores que en la fórmula n.° 24, se tiene:

$$\left.\begin{array}{lll} \textit{Seccion rectang.} \text{ Madera.} & a\,.\,b^2 = \dfrac{P\,.\,l\,.\,l'}{100000\,L}, \\ \text{Id.} \quad \text{Hierro.} & a\,.\,b^2 = \dfrac{P\,.\,l\,.\,l'}{1000000\,L}, \\ \text{Id.} \quad \text{Fundicion.} & a\,.\,b^2 = \dfrac{P\,.\,l\,.\,l'}{1250000\,L}. \end{array}\right\} (\text{n.}^\circ\ 26)$$

Para las secciones cuadradas se reemplaza $a\,.\,b^2$ por b^3. Para las secciones circulares, se tiene, reduciendo los factores numéricos:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Madera.} & D^3 = \dfrac{P\,.\,l\,.\,l'}{58905\,L}, \\ \text{Hierro.} & D^3 = \dfrac{P\,.\,l\,.\,l'}{589050\,L}, \\ \text{Fundicion.} & D^3 = \dfrac{P\,.\,l\,.\,l'}{736310\,L}. \end{array}\right\} (\text{n.}^\circ\ 27)$$

Ejemplo I. Hallar el lado del cuadrado de un árbol de hierro, de una longitud de $2'40^m$, soportando un esfuerzo de 1200^k, obrando á distancias $l = 0'60$ y $l' = 1'80$ de los puntos de apoyo.

$$b = \sqrt[3]{\frac{1200 \times 0'60 \times 1'80}{1000000\ L}} = 0'0814^m$$

Ejemplo II. ¿Cuál es la carga que puede soportar un árbol de hierro forjado de $1'500^m$ de longitud, de $0'061^m$ de diámetro, obrando esta carga á $0'70^m$ y $0'80^m$ de los puntos de apoyo?

$$D^3 = \frac{P\,.\,l\,.\,l'}{589050\,L} \text{ da } P = \frac{(0'061^m)^3 \times 589050 \times 1'50}{0'70 \times 0'80} = 360^k.$$

Arboles cilíndricos huecos de fundicion.—1.° La carga en medio de la longitud:

$$D^3 - d^3 = \frac{P\,.\,L}{368000}.$$

D es el diámetro del árbol mismo y d el diámetro de la parte hueca.

2.° Obrando la carga en los estremos l y l' de los puntos de apoyo:

$$D^3 - d^3 = \frac{P\,.\,l\,.\,l'}{368000\,L}. \qquad (\text{n.}^\circ\ 29).$$

3.° Estando repartida la carga por mitad en dos puntos situados á una misma distancia l de los puntos de apoyo:

$$D^3 - d^3 = \frac{P\,.\,l}{368000}. \qquad (\text{n.}^\circ\ 30).$$

4.° Estando repartida la carga en una longitud igual á 2C en el sentido del eje, el centro de 2C hallándose á distancias l y l' de los puntos de apoyo:

$$D^3 - d^3 = \frac{P\,.\left(\dfrac{l\,.\,l'}{C} - \dfrac{C}{2}\right)}{368000}. \qquad (\text{n.}^\circ\ 31).$$

Sólidos empotrados por los dos estremos.—En este caso la fórmula para el hierro es:

$$a\,.\,b^2 = \frac{P\,.\,L}{8000000}. \qquad (\text{n.}^\circ\ 32)$$

pues la resistencia es 8 veces mayor que para un sólido empotrado por un solo estremo.

Observacion. Cuando el peso p de las piezas cuyas dimensiones se calculan, es bastante considerable, es preciso tenerlas en cuenta: y en este caso, si la carga obra en un solo punto, la fórmula, para el hierro, se modifica tomando, por ejemplo, el caso del sólido apoyado por sus estremos y cargado en el medio de su longitud (n.° 24).

$$a\,.\,b^2 = \frac{\left(P \times \dfrac{p\,.\,l}{2}\right).\,L}{1000000}. \qquad (\text{n.}^\circ\ 33)$$

En el caso de cargas uniformemente repartidas seria preciso añadir el peso de la pieza á la carga P.

Pieza prismática empotrada en su estremo.

Primer caso. Sea ABCD (fig. 24) un cuerpo rectangular empotrado en uno de sus extremos y sometido en el otro á la accion de una fuerza P, que obra normalmente á su longitud y cuyo punto de aplicacion se halla en el medio de la anchura de la pieza.

Sean:

a la anchura horizontal de la pieza en centímetros,

b la altura vertical,

L la longitud sin apoyo,

P el peso que obra en el estremo sin apoyo,

K y K_1 los esfuerzos de traccion y de compresion que puede soportar una varilla de 1 $^{cm^2}$ de la misma materia que la pieza.

Para una seccion cualquiera MN el esfuerzo de P será P . x y este esfuerzo irá aumentando con x, de suerte que el momento será máximo para $x = L$; es decir, que la seccion peligrosa se halla en el punto de encaje.

Veamos ahora cual será la resistencia de la pieza.

Apenas obra el peso P, la pieza se inclina; y la esperiencia demuestra que las fibras de la parte superior se alargan y las de la parte inferior se acortan. Debe pues haber fibras intermedias que no esperimenten ninguna variacion en su longitud.

Para una seccion cualquiera A D E F (fig. 25) el conjunto de las fibras invariables forma lo que se llama el eje neutro. El conjunto de los ejes neutros constituye el plano de los ejes neutros ó el plano de las fibras invariables. Vamos á empezar por calcular la posicion de este eje neutro, y al efecto designemos por z su distancia á la línea A E.

Sea Q (fig. 26) la reaccion de las fibras alargadas y Q′ la de las fibras acortadas: esas dos fuerzas son horizontales y de sentido contrario.

Como las fibras invariables no se alargan, tenemos una simple rotacion de la seccion de encaje, y no hay traslacion. Las fuerzas horizontales deben pues destruirse; pero como P es vertical, su componente horizontal es nula, y no tenemos en presencia más que las dos fuerzas Q y Q′. Es preciso, pues, tener la igualdad:

$$Q=Q'.$$

Pero Q es igual al volúmen dilatado, que es un prisma triangular que tiene por base el triángulo A O I y por altura la anchura a de la pieza. Pero el triángulo:

$$AOI=\frac{AO\times AI}{2}=\frac{z\times K}{2}$$

luego

$$Q=\frac{a\,z\,K}{2}$$

Del mismo modo Q′ es igual al volúmen comprimido, que es tambien un prisma triangular que tiene por base el triángulo ODR y por altura a; tenemos pues:

$$ODR=\frac{OD\times DR}{2}=\frac{(b-z)\,K_1}{2}$$

y

$$Q'=\frac{a\,(b-z)\,K_1}{2}$$

Tendremos para hallar el eje neutro Q=Q′, es decir:

$$\frac{a\,z\,K}{2}=\frac{aK_1\,(b-z)}{2}$$

Se admite que, en los límites de seguridad adoptados, los alargamientos y acortamientos de un mismo prisma son iguales para las mismas cargas.

La seccion AD continuará, pues, siendo plana, convirtiéndose en IR, y por consiguiente, los 2 triángulos AOI y ODR son semejantes y dan:

$$K:K_1=z:b-z$$

de donde:

$$K_1=\frac{K\,(b-z)}{z}.$$

Reemplazando K_1 por su valor en la ecuacion de equilibrio, tendremos:

$$\frac{azK}{2}=\frac{a(b-z)^2}{2z}$$

y en fin:

$$z^2=(b-z)^2$$

de donde:

$$z=\frac{b}{2}.$$

El eje neutro pasa, pues, por el medio de la pieza.

Buscando la posicion del eje neutro para diferentes perfiles se halla la siguiente ley:

En la flexion la recta alrededor de la cual se efectua la rotacion de una seccion cualquiera, pasa siempre por el centro de gravedad.

Pero todos los esfuerzos de tension que van decreciendo, segun una progresion aritmética, desde el punto A en que son iguales á K, hasta el punto O, en que se reducen á cero, pueden estar representados por las líneas trazadas paralelamente á la base del triángulo AOI y son proporcionales al peso de cada una de estas líneas, si se consideran formadas de puntos materiales que componen la superficie del triángulo. Ahora bien, si la gravedad obrase sobre estos puntos materiales paralelamente á AI, la resultante de estas acciones pasaria por el centro de gravedad de la superficie del triángulo. Luego la resultante de los esfuerzos de tension debe tambien pasar por el centro de gravedad, es decir, debe estar aplicada á la seccion superior de la pieza á una distancia del eje neutro igual á $\frac{2}{3}$ AO ó $\frac{2}{3}$Z.

El momento de esta fuerza será, pues:

$$Q=\frac{2}{3}z;$$

y del mismo modo el momento de la fuerza de compresion será:

$$Q'\times\frac{2}{3}OD \text{ ó } \frac{2}{3}Q'\,(b-z).$$

Estos dos momentos deben equilibrarse al momento PL de la fuerza exterior P, y tendremos la ecuacion:

$$PL = Q \times \frac{2z}{3} + \frac{2Q'}{3}(b-z)$$

pero tenemos $Q=Q'$, y luego:

$$PL = \frac{2Q}{3}(z+b-z) = \frac{2}{3}Qb.$$

Si reemplazamos ahora Q por su valor $\frac{Kaz}{2}$ tendremos:

$$PL = \frac{2}{3}\ \frac{Kazb}{2} = \frac{1}{3}Kazb$$

pero:

$$z = \frac{b}{2}.$$

Luego, haciendo la sustitucion, tendremos por ecuacion de equilibrio:

$$PL = \frac{Kab^2}{6}$$

Es de notar que K no puede esceder al menor de los dos coeficientes de la estension y de la compresion.

A fin de tener en cuenta esta observacion tomaremos para la flexion la fórmula:

$$PL = \frac{K_2 ab^2}{2}.$$

De las condiciones que anteceden se derivan varias consecuencias importantes:

1.° Se podrian aserrar las piezas por debajo hasta el eje neutro sin disminuir sensiblemente su resistencia, con la condicion de arrojar en el surco de la sierra un cuerpo duro tan capaz como la materia quitada de soportar los efectos de compresion.

2.° Las piezas de una misma naturaleza se plegan tanto ménos cuanto más altas son. En efecto, si llamamos α el ángulo de rotacion AOI, tendremos la disposicion de la figura 28.

De donde:

$$AI : \alpha = AO : 1$$

$$\alpha = \frac{AI}{AO}$$

AI es el alargamiento de las fibras superiores, es decir:

$$K \text{ y } AO = z = \frac{b}{2}$$

luego

$$\alpha = \frac{2K}{b}$$

y

$$\alpha b = 2K.$$

Para una segunda pieza B el coeficiente K tiene el mismo valor y tenemos:

$$\alpha' b' = 2K.$$

Dos cantidades iguales á una tercera son iguales entre sí. Luego:

$$\alpha b = \alpha' b' \text{ ó bien } \alpha : \alpha' = b' : b.$$

Lo que demuestra que los ángulos de rotacion de las secciones están en razon inversa de las alturas de las piezas.

Pero como las secciones permanecen sensiblemente normales al plano de los ejes neutros, la curvatura de esté aumenta con el ángulo de rotacion de las secciones, y disminuye, por consiguiente, con las alturas.

Resulta de aquí que las piezas muy altas pueden romperse sin que la rotura esté precedida como advertencia de una flexion muy sensible.

3.° Creciendo la resistencia de las piezas como el cuadrado de la altura y simplemente como su anchura, hay una enorme economia de materia en aumentar la primera dimension en lugar de la segunda para obtener más resistencia; y así, doblando la altura de una pieza, se obtiene 4 veces más resistencia con dos veces más materia, mientras que doblando su espesor, lo que puede hacerse con la misma cantidad de materia que si se hace la altura 2 veces mayor, doblaríamos solamente la resistencia.

Así tambien, la resistencia de una pieza de madera teniendo 20^{cm} sobre 10^{cm} de cuadratura, será:

(fig. 29, A) $$R = \frac{K_2}{6} \times 20 \times 10^2.$$

si suponemos la pieza plana y

(fig. 29, B) $$R_1 = \frac{K_2}{6} \times 10 \times 20^2$$

presentándola de canto.

La relacion de las resistencias será, pues:

$$\frac{R}{R_1} = \frac{20 \times 10^2}{10 \times 20^2} = \frac{1}{2}.$$

Hay, pues, una enorme ventaja, bajo el punto de vista de la resistencia de las piezas, en aumentar la altura más bien que la anchura, siempre que la naturaleza de la materia lo permita, como por ejemplo, cuando las piezas son de metal.

Cuando las piezas son de madera y tomadas de árboles más ó ménos cilíndricos, no se es dueño de adoptar la relacion que se quiere entre las dos dimensiones.

Entonces hay que resolver el problema siguiente:

—Sacar de un árbol cilíndrico la pieza de seccion rectangular más resistente posible á los esfuerzos transversales.

Se tiene:

$$PL=\frac{K_2\,ab^2}{6}$$

de donde:

$$P=\frac{K_2}{6L}\times ab^2.$$

P variará con a y b (fig. 30).

Si hacemos

$$BD=d,\ P=y,\ a=x,\ b=z$$

y

$$\frac{K_2}{6L}=A,$$

resultará:

$$y=Axz^2.$$

Pero:

$$z^2=d^2-x^2 \text{ y } y=Ax\,(d^2-x^2)=A(d^2x-x^3).$$

Esa es la ecuacion de una curva de 3.^{er} grado.

Para $x=o$ y $x=d$ se tiene $y=o$. La curva pasa, pues, por los puntos O y A (fig. 31). Entre estos dos valores de x existe uno para el cual y es máximo, y este valor de x será tal, que si aumentamos en una cantidad muy pequeña n, el valor de y será:

$$y'=H(d^2x+d^2n-x^3-3x^2n-3xn^2-n^3)$$

y no aumentará.—Deberemos tener, pues:

$$y'-y=O,$$

luego:

$$A(d^2n-3x^2n-3xn^2-n^3)=O.$$

Podemos tomar la cantidad n bastante pequeña para poder despreciar los términos en n^2 y n^3, y quedará:

$$A(d^2n-3x^2n)=O;$$

de donde:

$$x^2=\frac{d^2}{3}, \qquad (1)$$

Reemplazando este valor de x^2 en $z^2=d^2-x^2$ resultará:

$$z^2=\frac{2}{3}d^2, \qquad (2)$$

Como tenemos evidentemente:

$$d^2=\frac{3d^2}{3}, \qquad (3)$$

podemos escribir

$$x^2:z^2:d^2=1:2:3:$$

tales son las condiciones que hay que llenar para que el rectángulo presente el máximum de resistencia.

Para construir este rectángulo se divide el diámetro BD en 3 partes iguales, y por los puntos F y G se trazan CG y FE perpendiculares á BD y en sentido inverso. Si unimos enseguida los puntos C y E á los estremos D y B del diámetro BD, la figura CBED será el rectángulo buscado.

En efecto, los dos triángulos semejantes CDG y DCB dan:

$$DG:DC=DC:d,$$

de donde:

$$DG=\frac{\overline{DC}^2}{d}$$

del mismo modo los dos triángulos DFE y DBE dan:

$$DF:DE=DE:d$$

de donde:

$$DF=\frac{\overline{DE}^2}{d}$$

Como por otra parte BD es evidentemente igual á $\frac{d^2}{d}$, tendremos:

$$DG:DF:BD=\overline{DC}^2:\overline{DE}^2:d_2,$$

pero

$$DG:DF:BD=1:2:3;$$

luego:

$$\overline{CD}^2:\overline{DE}^2:d^2=1:2:3$$

lo que indica que los lados CD y DE resuelven bien la cuestion.

4.° En fin, cuando para sostener una fuerte carga se colocan dos piezas semejantes una sobre otra, es preciso ensamblarlas sólidamente por medio de pernos ó estribos para que se computen bajo la carga como una sola pieza.

Así el ensamble de dos vigas A y B presenta una resistencia 4 veces próximamente mayor que la resistencia de cada una de ellas, porque el eje neutro se establece en O, mientras que las 2 mismas vigas A y B superpuestas (fig. 33) no representan juntas más que la suma de sus resistencias aisladas, porque han podido resbalar una sobre otra y entonces se han producido dos ejes neutros O′ y O″.

La fórmula $PL = \frac{K_2}{6} ab^2$ conviene á las piezas de seccion rectangulares y cuadradas, y por consiguiente, á casi todos los casos empleados en la práctica. Permite calcular las dimensiones de una pieza para resistir á un esferzo dado P, que obra perpendicularmente á su estremo.

En efecto, se tiene $ab^2 = \frac{6PL}{K_2}$ lo que da el valor de ab^2. Atribuyendo entonces á a cierto valor se deduce b y recíprocamente.

Cuadro A.—Valores de *ab*.

	Piezas en reposo.		Piezas en movimiento.		Piezas espuestas á choques.	
	K_2		K_2		K_2	
Hierro . .	500	$\frac{PL}{83}$	375	$\frac{PL}{62}$	250	$\frac{PL}{42}$
Fundicion.	(1) 343	$\frac{PL}{57}$	257	$\frac{PL}{43}$	171	$\frac{PL}{29}$
Madera.. .	50	$\frac{PL}{8}$	37	$\frac{PL}{6}$	25	$\frac{PL}{4}$

(1) Empleando fundicion de buena calidad podemos tomar para la fundicion K=343 en vez de 200.

Cálculo de las dimensiones de los dientes de ruedas de engranaje.

Los dientes de engranaje pueden considerarse como sólidos de seccion rectangular empotrados en la corona de la rueda.

Cuando dos dientes se ponen en contacto, el diente M se pone en contacto con M′ (fig. 34) por su base, y obra sobre el estremo de éste; luego á medida que se conducen, la accion de la potencia se aleja de la base del diente motor y se acerca á la base del diente receptor; de suerte que cada diente obra á su vez sobre otro por su estremo.

Como es el instante en que un diente recibe el esfuerzo en su estremo cuando tiende á romperse, hay que calcular su resistencia, para esta posicion.

Los dientes serán, pues, calculados como sólidos rectangulares empotrados en la corona recibiendo en su estremo un esfuerzo igual al esfuerzo tangencial ejercido por el diente motor.

Siendo P la presion total de una rueda de engranaje sobre otra, las dimensiones de la seccion de empotramiento estarán dadas por la fórmula:

$$ab^2 = \frac{6PL}{K_2} \quad \text{(Véase fig. 35)}$$

Se hace en general:

$$a = b\left(3 + \frac{P}{1000}\right)$$

de donde:

$$b^3\left(3 + \frac{P}{1000}\right) = \frac{6PL}{K_2}$$

y en fin:

$$b^3 = \frac{6PL}{K_2\left(3 + \frac{P}{1000}\right)}$$

Se hace enseguida $L = 1'2b$ para los engranajes que trasmiten grandes esfuerzos, y $L = 1'5\,b$ para los que no trasmiten más que débiles cargas.

Si suponemos un engranaje que deba trasmitir grandes esfuerzos, resultará:

$$b^3 = \frac{6P \times 1'2\,b}{K_2\left(3 + \frac{P}{1000}\right)}$$

de donde, en fin:

$$b = \sqrt{\frac{7 \cdot 2\,P}{K_2\left(3 + \frac{P}{1000}\right)}}$$

En ciertas máquinas espuestas á choques se aumenta amenudo la resistencia de los dientes, empotrándolos á la mitad de su altura. Los carrillos ó caras de los dientes son casi tangentes á la línea de los centros (fig. 36).

En las comunicaciones espuestas á choques, cuando una rueda muy grande engrana con un piñon, se empotra completamente el diente de la rueda mayor entre los lados y no se encajan completamente los dientes del piñon, cuya corona es entonces de la misma anchura que los dientes. Resulta que sobre la línea de los centros los dientes del piñon desaparecen enteramente entre los vacios de los dientes de la gran rueda (figura 37.)

OBSERVACION. Cuanto mayor es la velocidad para la trasmision del mismo trabajo, menores son las dimensiones de los dientes. En efecto, si doblamos la velocidad de un engranaje trasmitiendo la misma cantidad de trabajo, el esfuerzo tangencial queda reducido á la mitad, y los dientes no necesitan tener las mismas dimensiones.

APLICACION. *Determinar las dimensiones de los dientes de un engranaje de fundicion de* 1 *metro de radio y que trasmita un trabajo de* 30 *caballos con la velocidad de* 15 *vueltas por minuto.*

Si los dientes de engranajes están sometidos á choques tendremos para la fundicion:

$$K_2 = 171 \text{ kilos.}$$

Nos falta buscar el valor de P.

El camino recorrido por la fuerza P, es 2π por vuelta y $2\pi \times 15$ por minuto y en fin $\frac{2\pi \times 15}{60}$ por segundo.

El trabajo es, pues, $P \cdot \frac{2\pi \times 15}{60}$. Pero el trabajo de la máquina es igual á 30×75 kilográmetros, luego:

$$P \cdot \frac{2\pi \times 15}{60} = 30 \times 75,$$

de donde:

$$P = \frac{60 \times 75}{\pi} = 1433 \text{ kilos.}$$

La fórmula:

$$b = \sqrt{\frac{7'2\,P}{\left(3 + \frac{P}{1000}\right) K_2}}$$

se convertirá reemplazando P y K_2 por sus valores:

$$b = \sqrt{\frac{1433 \times 7'2}{(3 + 1'433)\,171}} = \sqrt{\frac{10317'6}{758'04}}$$
$$= \sqrt{13'61} = 3'7^{cm};$$

la longitud será:

$$L = 1'2 \times 3'7 = 4'44^{cm}$$

y

$$a = (3 + 1'433)\,3'7 = 16'40^{cm}.$$

SEGUNDO CASO. Evaluacion del momento de la potencia que proviene del peso de las piezas.

Se podria tener en cuenta el peso de la pieza que obra con la potencia P para romperla en el punto de encaje.

Sea p el peso de esta pieza; podrá ser considerado como aplicado al centro de gravedad de la parte saliente, es decir, á una distancia $\frac{L}{2}$ del punto de rotura y se tendrá la ecuacion:

$$p \cdot \frac{L}{2} + PL = \frac{K_2\, a\, b^2}{6}.$$

El volúmen de la pieza es ab L en centímetros cúbicos y si se designa por δ el peso del centímetro cúbico, se tendrá:

$$p = a\, b\, L\, \delta,$$

reemplazando p por su valor, la ecuacion de equilibrio será:

$$\frac{a\, b\, L^2\, \delta}{2} + P\, L = \frac{K_2\, ab^2}{6},$$

dándose L, P, K_2 y δ, tendremos una ecuacion que no contenga más incógnitas que a y b, y si se espresa a en funcion de b, podremos hallar la incógnita b y por consiguiente a.

Si la pieza sin apoyo no fuese de la misma seccion de un estremo al otro, seria preciso buscar la posicion de su centro de gravedad y suponer el peso p aplicado á este punto.

Así, por ejemplo, si la pieza fuese un brazo de palanca parabólico de espesor a constante, el centro de gravedad se hallaria sobre el eje AB en un punto situado á los $^3/_5$ á partir del vértice y á $^2/_5$ á partir de la base (fig. 38). Seria, pues, el punto C tal como AC $= ^3/_5$ AB $= ^3/_5$ L.

Se tendrá, pues, para el momento del peso del brazo de palanca:

$$p\, \frac{4}{3} + PL = \frac{K_2 ab^2}{6}.$$

Pero la superficie parabólica es igual á los $^2/_3$ del rectángulo construido sobre la altura MN$=b$ y sobre la longitud AB=L: luego esta superficie tiene por medida $^2/_3\, b$L, y como el espesor es a, el volúmen del brazo será $^2/_3\, a\, b$L y el peso $p = \frac{2}{3} ab\, L\, \delta$; siendo siempre δ el peso del ^{cm3}.

Reemplazado p por su valor la ecuacion queda definitivamente:

$$PL + \frac{2}{9}\, ab\, L^2 \delta = \frac{K_2\, ab^2}{6}.$$

Dándose como arriba L, P, K_2 y δ tendremos una ecuacion que no contendrá más incógnitas que a y b, y si se expresa a en funcion de b, se podrá deducir el valor de b y por consiguiente el de a.

Tercer caso.—La fuerza P está reemplazada por un peso Q uniformemente repartido en toda la longitud de la pieza.

El centro de gravedad del peso Q (fig. 39) será en c el medio de la pieza, y su momento con relacion á la seccion de empotramiento será:

$$Q \cdot \frac{L}{2}$$

tendremos así para la ecuacion de equilibrio:

$$Q\frac{L}{2} = \frac{K_2\, ab^2}{6}$$

Cuarto caso.—La pieza está solicitada en su estremo libre por una fuerza P, como en el primer caso, y un peso Q uniformemente repartido en toda su longitud, como en el tercer caso.

El momento de las fuerzas esteriores es evidentemente:

$$PL + Q\frac{L}{2}$$

y la ecuacion de equilibrio:

$$PL + Q\frac{L}{2} = \frac{K_2 ab^2}{6}.$$

Quinto caso.—La carga Q está uniformemente repartida y la fuerza P obra en sentido inverso (figura 40). El momento de las fuerzas que tienden á hacer romper es:

$$PL - Q\frac{L}{2} = \frac{K_2 ab^2}{6}.$$

Se puede tener, en este caso, $PL >=$ ó $<$ que $Q\frac{L}{2}$. La pieza está sacada hácia arriba ó hácia abajo segun que sea el 1.° ó el 3.er caso que se presente.

Para $PL = Q\frac{L}{2}$ la curvatura es nula en el encaje.

Sexto caso. El prisma está sometido á la accion de varias fuerzas perpendiculares distribuidas de una manera cualquiera (fig. 41).

Tendremos:

$$PL = QL' = \frac{K_2\, ab^2}{6}.$$

CAPÍTULO II

RESISTENCIA DE LAS PIEZAS DE DIVERSOS PERFILES.

Si nos referimos á la seccion rectangular, la posicion del eje neutro se obtiene por la fórmula $a=\frac{b}{2}$, lo que indica que el eje neutro se halla en medio de la pieza.

Lo mismo sucede para todas las piezas cuya seccion presenta un eje de simetria horizontal, pues la rotacion alrededor de este eje engendrará volúmenes iguales y por consiguiente dará orígen á fuerzas iguales.

Resistencia de una pieza rectangular hueca.

Considerando la pieza como maciza se tiene para el momento:

$$\frac{K_2\, a\, b^2}{6},$$

pero entonces es preciso restar el momento de la parte hueca, que será:

$$\frac{K'_2\, a' b'^2}{6}.$$

K_2 representa el esfuerzo máximo AB (fig, 43).
K'_2 representa el esfuerzo máximo CD.

Pero tenemos:

$$K_2 : K'_2 = \frac{b}{2} : \frac{b'}{2},$$

de donde:

$$K'_2 = \frac{K_2\, b'}{b},$$

$$\frac{K_2\, a\, b^3}{6} - \frac{K'_2\, a'\, b'^3}{6} = \frac{1}{6}\left(K_2\, a'\, b_2' - \frac{K_2\, a' \cdot b'^3}{b}\right) =$$

$$\frac{K_2}{6}\left(\frac{ab^3 - a'b'^3}{b}\right).$$

Se tiene, pues, por ecuacion de equilibrio:

$$PL = \frac{K_2}{6} \times \frac{ab^3 - a'b'^3}{b}$$

El cuadro (A) (pág. 252) da los valores de:

$$\frac{ab^3 - a'b'^3}{b}$$

cuando se trata de tubos rectangulares huecos.

Tubo de seccion cuadrada.

En este caso $a=b$ y $a'=b'$.

Queda así para fórmula de equilibrio:

$$PL=\frac{K^2}{6}\times\frac{a^4-a'^4}{a}$$

y si a difiere poco de a' se tendrá aproximadamente:

$$PL=\frac{K_2}{6}(a^3-a'^3)$$

Pieza en doble T (fig. 44).

La resistencia de una pieza de doble T se calcula como la de una pieza rectangular hueca.

Y así tendremos la ecuacion:

$$PL=\frac{K_2}{6}\left(\frac{ab^3-a'b'^3}{b}\right)$$

El cuadro (A) (pág. 252) da los valores de:

$$\frac{ab^3-a'b'^3}{b}$$

Hierro en doble T en piezas de palastro ensambladas por cantoneras (fig. 45).

En este caso tendremos:

$$PL=\frac{K_2}{6}\times\frac{ab^3-(a'b'^3+a''b''^3+a'''b'''^3)}{b}.$$

El cuadro (A) da los valores de:

$$\frac{ab^3-(a'b'^3+a''b''^3+a'''b'''^3}{b}.$$

Perfil en cruz (fig. 46).

Tendremos para el rectángulo central:

$$\frac{K_2ab^2}{6}$$

y para los otros dos rectángulos:

$$\frac{2K'_2a'b'^2}{6}$$

pero se tiene:

$$K_2:K'_2=b:b'$$

de donde:

$$K'_2=\frac{K_2b'}{b}$$

y resulta para la fórmula de equilibrio:

$$PL=\frac{K_2ab^2}{6}+\frac{2K_2b'}{b}\times\frac{a'b'^2}{6}=\frac{K_2}{6b}(ab^3+2a'b'^3).$$

El cuadro (A) da los valores de:

$$\frac{a\,b^3+2\,a'\,b'^3}{b}.$$

Resistencia de una pieza cilíndrica (fig. 47).

Sea AB (fig. 48) el eje neutro de la seccion de encaje; es evidente que es un diámetro de la seccion del cilindro.

Las fibras superiores pueden alargarse hasta que el punto D llegue á E recorriendo el camino K, es decir, que el semicírculo ADB que representa la mitad superior de la seccion de encaje, vendrá á ocupar la posicion AEB.

Nos falta hallar ahora el momento del ángulo de 45° esférico ADBE engendrado por la rotacion del semicírculo ADB alrededor del diámetro AB.

Un sector Cab, por ejemplo, engendra por su rotacion la pequeña pirámide C$abb''a''$ que tiene por base el elemento de superficie $aa''b''b$; pero el volúmen de esta pirámide es:

$$V=aa''b''b\times\frac{R}{3}=ab\times i\,i''\times\frac{1}{3}R,$$

uniendo la línea ii'' los medios de los lados opuestos del trapecio $aa''b''b$.

Sabemos que el centro de gravedad de una pirámide está á los $\frac{3}{4}$ de la altura á partir del vértice; luego el centro de gravedad del volúmen C$abb''a''$ (fig. 48) estará en un punto G (fig. 49), tal como $GC=\frac{3}{4}Ci$. Si bajamos desde los puntos G é i dos perpendiculares sobre el diámetro AB, los dos triángulos CG'G y Cii' son semejantes y dan:

$$CG:Ci=GG':ii'.$$

pero:

$$CG=\frac{3}{4}iC$$

luego:

$$GG'=\frac{3}{4}ii'.$$

Así pues, el momento de la pirámide será:

$$V.GG'=ab\times i''i\times\frac{1}{3}R\times\frac{3}{4}ii'.$$

Si designamos por M este momento, tendremos:

$$M=ab\times ii''\times ii'\times\frac{R}{4}$$

Los arcos descritos por los diferentes puntos ADB que giran alrededor del diámetro AB son proporcionales á sus distancias á este eje (fig. 43), luego:

$$ii'':ii'=K:DC$$

de donde:

$$ii''=\frac{Kii'}{DC}=\frac{Kii''}{R}$$

y

$$M=\frac{ab\times ii'\times ii'\times K}{4}$$

De los puntos a y b (fig. 49) bajemos dos perpendiculares aa' y bb' sobre AB y tracemos ad paralela á AB, los dos triángulos semejantes abd y Cii' dan:

$$ab:ad=Ci:ii'$$

de donde:

$$ab\times ii'=ad\times Ci=ad\times R$$

Reemplazando en M el producto $ad\times ii'$ por su valor $ad\times R$ resulta:

$$M=\frac{ad\times Rii'\times K}{4}=\frac{a'b'\times ii'\times KR}{4}=\frac{KR}{4}\times$$
superficie del trapecio $abb'a'$.

Si consideramos de la misma manera todos los volúmenes engendrados por los diferentes sectores de la semicircunferencia y hacemos su suma, veremos que:

$$M+M'+M''.....=\frac{KR}{4}\times \text{superficie de la } {}^1/_2 \text{ circunferencia}=\frac{KR}{4}\times\frac{\pi R^2}{2}=\frac{K\pi R^3}{8}.$$

Tal es el momento de resistencia de las fuerzas de extension.

El de las fuerzas de compresion será igual á:

$$\frac{K_1\pi R^3}{4};$$

y como $K=K_1=K_2$, tendremos para el momento de resistencia de la pieza cilíndrica:

$$\frac{K_2\pi R^3}{4},$$

y la ecuacion de equilibrio será:

$$PL=\frac{K_2\pi R^3}{4};$$

de donde resulta:

$$R^3=\frac{PL}{0'785K_2}.$$

Cuadro B.—Valores de R^3.

DESIGNACION.	REPOSO. K_2—500.	MOVIMIENTO. K_2—375.	CHOQUE. K_2—250.
Hierro. . . .	$\frac{PL}{393}$	$\frac{PL}{294}$	$\frac{PL}{196}$
Fundicion. . .	$\frac{PL}{269}$	$\frac{PL}{201}$	$\frac{PL}{134}$
Madera. . . .	$\frac{PL}{39}$	$\frac{PL}{29}$	$\frac{PL}{19}$

Resistencia de una pieza cilindrica hueca.

Tomemos la resistencia de la seccion cuyo radio es R (fig. 50) y restemos la resistencia de la seccion R'.

Tendremos:

$$\frac{K_2\pi R^3}{4}-\frac{K'_2\pi R'^3}{4}=PL;$$

pero se tiene:

$$K_2:K'_2=R:R';$$

de donde:

$$K'_2=\frac{K_2R'}{R},$$

y así reemplazamos en la fórmula superior K'_2 por su valor, resulta:

$$\frac{K_2\pi R_3}{4}-\frac{K_2\pi R'^4}{R}=PL,$$

de donde:

$$\frac{K_2\pi}{4}\left(\frac{R^4-R'^4}{R}\right)=PL.$$

Esta es la fórmula de equilibrio de un cilindro hueco; y se deduce:

$$\frac{R^4-R'^4}{R}=\frac{P\,L}{K_2\frac{\pi}{4}}=\frac{P\,L}{0'785\,K_2}.$$

El cuadro B da igualmente los valores de $\frac{R^4-R'^4}{R}$ cuando se trata de secciones cilíndricas huecas.

Comparacion de un cilindro macizo y de un cilindro hueco bajo la relacion de la resistencia.

Sean r el radio del cilindro macizo y R y R' los rádios esterior é interior del cilindro hueco.

La resistencia del cilindro lleno será:

$$\frac{K_2\pi r^3}{4},$$

y la del cilindro hueco:

$$\frac{K_2\pi}{4}\left(\frac{R^4-R'^4}{R}\right).$$

luego:

$$\frac{\text{Cilindro lleno}}{\text{Cilindro hueco}}=\frac{K_2\pi r^3}{4}:\frac{K_2\pi\,(R^4-R'^4)}{4R}=\frac{r^3R}{R^4-R'^4}.$$

Si suponemos que las superficies de las secciones son las mismas en los dos casos, lo que dará el mismo volúmen de materia para los dos sólidos, tendremos:

$$\pi r^2=\pi\,(R^2-R'^2),$$

ó

$$r^2=R^2-R'^2;$$

$$\frac{\text{Cilindro lleno}}{\text{Cilindro hueco}}=\frac{Rr\,(R^2-R'^2)}{R^4-R'^4}=\frac{Rr}{R^2+R'^2}.$$

Si hacemos:

$$R'=\frac{4}{5}R,$$

resultará:

$$\frac{\text{Cilindro lleno}}{\text{Cilindro hueco}}=\frac{Rr}{R^2\left(1+\frac{16}{25}\right)}=\frac{r}{\frac{41}{25}R}.$$

Y

$$r^2=R^2\left(1-\frac{16}{25}\right)=\frac{9}{25}R^2,$$

de donde:

$$r=\frac{3}{5}R;$$

sustituyendo este valor en la fórmula de arriba resultará:

$$\frac{\text{Cilindro lleno}}{\text{Cilindro hueco}}=\frac{\frac{3}{5}}{\frac{41}{25}}=\frac{3\times25}{5\times41}=\frac{15}{41}.$$

Lo que demuestra que un cilindro hueco de seccion igual es cerca de 3 veces tan resistente como un cilindro lleno.

Tubo cilíndrico de paredes delgadas.

Este es el caso que se presenta en los tubos de estufa.

La fórmula de equilibrio para cilindro hueco:

$$PL=\frac{K_2\pi}{4}\left(\frac{R^4-R'^4}{R}\right)$$

puede ponerse bajo la forma:

$$PL=\frac{K_2\pi}{4}\left(\frac{R^2+R'^2}{R}\right)\left(R^2-R'^2\right).$$

Si hacemos $\pi\,(R^2-R'^2)=A$, siendo A el área de la seccion del tubo, tendremos:

$$PL=\frac{K_2A}{4}\times\frac{R^2+R'^2}{R}=\frac{K_2A}{4}\left(R+\frac{R'^2}{R}\right).$$

Pero puesto que R es próximamente igual á R^2 resultará $\frac{R'^2}{R}$=aproximadamente á R, y tendremos:

$$PL=\frac{K_2A}{4}\times2\,R=\frac{K_2AD}{4}.$$

siendo D el diámetro del tubo, y por fin:

$$\frac{AD}{\pi}=\frac{PL}{K_2\frac{\pi}{4}}=\frac{PL}{0'785\,K_2}.$$

El cuadro B da los valores de $\frac{AD}{\pi}$.

Pieza de seccion cuadrada que descansa sobre la arista. (Fig. 51)

Apenas se emplean para la madera más que los sólidos de seccion rectangular.—La fórmula general que hemos dado anteriormente, conviene, pues, á la mayoria de los casos empleados en la práctica.

Solamente en las construcciones rurales hay la costumbre de reemplazar las vigas de los pisos por piezas de seccion cuadrada colocados sobre una arista á fin de dar un asiento á las pequeñas bovedillas de ladrillos que forman techo al nivel de la calle.

Conviene, pues, poder calcular la resistencia de las piezas de madera colocadas en estas condiciones.

Sea ABDF (fig. 52) el cuadrado de la superficie de encaje; el eje neutro será la diagonal AD. Durante la flexion, la superficie ABD gira alrededor de AD hasta que el punto B haya venido á C (fig 53), de suerte que BC=K.

El volúmen engendrado será una pirámide que tenga por base ABD y por altura K.

Su volúmen será entonces:

$$V=\frac{1}{3}K\times\text{superficie ABD}.$$

Pero:

$$ABD=\frac{b^2}{2},$$

luego:

$$V=\frac{b^2K}{6}.$$

Busquemos ahora el centro de gravedad de esta pirámide. Para esto tomaremos el centro de gravedad de la base ABD, que se halla sobre la bisectriz BM en un punto O situado al tercio de esta recta á partir del punto M; uniremos este punto al vértice C, y llevaremos:

$$GO=\frac{1}{4}OC.$$

El punto G será el centro de gravedad buscado.

Falta ahora determinar la distancia de este último al eje neutro.

El triángulo ABM da (fig. 53):

$$b^2=BM^2+AM^2=2BM^2,$$

de donde:

$$BM=\frac{b}{\sqrt{2}},$$

y

$$OM=\frac{1}{3}BM=\frac{b}{\sqrt{2}};$$

$$MG=MN+GN=OM+GN=\frac{b}{3\sqrt{2}}+GN.$$

Para calcular GN (fig. 54) se consideran los dos triángulos semejantes OGN y EGC, que dan:

$$GN : GE=GO : GC$$

y como la suma de los dos primeros términos es al primero como la suma de los dos últimos es al tercero, podremos poner:

$$GN+GE : GN=GO+GC : GO$$

ó bien:

$$NE : GN=OC : GO,$$

pero:

$$GO=\frac{OC}{4};$$

luego:

$$GN=\frac{1}{4}NE=\frac{1}{4}BO,$$

y como:

$$BO=2OM,$$

$$GN=\frac{1}{4}\times 2\times\frac{b}{3\sqrt{2}}=\frac{1}{2}\times\frac{b}{3\sqrt{2}},$$

luego en fin:

$$MG=\frac{b}{3\sqrt{2}}+\frac{1}{2}\times\frac{b}{3\sqrt{2}}=$$
$$\frac{b}{3\sqrt{2}}\left(1+\frac{1}{2}\right)=\frac{b}{2\sqrt{2}}.$$

El momento de la pirámide será por tanto:

$$M=V\times MG=V\times\frac{b}{2\sqrt{2}}=\frac{b^2K}{6}\times\frac{b}{2\sqrt{2}}=\frac{b^3K}{12\sqrt{2}}.$$

Tendremos del mismo modo para el momento de compresion:

$$M_1=\frac{b^3K_1}{12\sqrt{2}},$$

y como $K=K_1=K_2$ resultará para el momento de resistencia de la pieza:

$$M+M_1=\frac{b^3K_2}{6\sqrt{2}};$$

y la ecuacion de equilibrio es en este caso particular:

$$PL=\frac{b^3 K_2}{6\sqrt{2}}.$$

Comparacion de la resistencia de una pieza de seccion cuadrada, colocada sobre una cara, con la de la misma pieza colocada sobre una arista.

La fórmula general de las piezas cuadradas da para el peso que hay que aplicar en el estremo:

$$P'L=\frac{K_2\, b^3}{6}.$$

Y como la fórmula de arriba da para el valor del que hay que aplicar al estremo de una pieza colocada sobre una arista:

$$PL=\frac{K_2 b^3}{6\sqrt{2}},$$

tendremos:

$$\frac{P'}{P}=\sqrt{2};$$

luego:

$$P'=P\sqrt{2}.$$

La pieza colocada sobre una cara tiene, pues, una resistencia mucho mayor que la pieza colocada sobre una arista.

Pieza en forma de T.

Como la figura no tiene eje de simetria horizontal es preciso primero determinar la posicion de la línea de las fibras invariables que no se conoce *à priori*.

Pero pueden presentarse tres casos:

Si tenemos:

$$\frac{Kab}{2}=\frac{K_1\, a'b'}{2}$$

es porque el eje coincide con la línea HC, borde de la tabla; y si por el contrario el primer miembro es menor que el segundo, corta el eje neutro la nervadura, y si es mayor corta el eje neutro la tabla.

Primer caso. El eje neutro coincide con HC, es decir, se tiene:

$$\text{(A)}\qquad \frac{Kab}{2}=\frac{K_1\, a'b'}{2}. \qquad \text{(fig. 55)}$$

La parte superior que está sometida á la estension dará para momento:

$$\frac{Kab}{2}\times\frac{2}{3}b=\frac{1}{3}Kab^2,$$

y la parte inferior que está comprimida dará el momento:

$$\frac{K_1 a'b'}{2}\times\frac{2}{3}b'=\frac{1}{3}K_1 a'b'^2.$$

Tendremos así para la ecuacion de equilibrio:

$$PL=\frac{1}{3}Kab^2+\frac{1}{3}K_1 a'b'^2$$

y

$$Kab=K_1 a'b';$$

luego:

$$PL=\frac{1}{3}Kab^2+\frac{1}{3}Kabb',$$

de donde:

$$\text{(B)}\qquad PL=\frac{1}{3}Kab\,(b+b').$$

Segundo caso. El eje neutro corta la nervadura (figura 56) es decir, que:

$$\frac{Kab}{2}<\frac{K_1 a'b'}{2}.$$

Sea ABCDEFGH la seccion de encaje, xy el eje neutro. Como las fibras situadas en la capa xy no esperimentan variacion en su longitud, resulta que la seccion no esperimenta más que una rotacion y ninguna traslacion, y por consiguiente, todas las fuerzas horizontales deben equilibrarse; debemos tener, pues:

$$Q=Q'$$

siendo Q la fuerza de traccion de la parte superior y Q' el empuje de la parte inferior.

Ahora bien, son iguales estas fuerzas, la primera al aumento de volúmen de la parte superior, la segunda á la disminucion de volúmen de la parte inferior.

Para tener la dilatacion de volúmen de la parte superior, tomaremos el volúmen engendrado por la seccion ABNM y restaremos los volúmenes engendrados por las secciones DCN y GHM: y así tendremos:

$$\frac{Kaz}{2}-\frac{K'(a-a')\,(z-b)}{2}=\frac{K_1 a'(b+b'-z)}{2}$$

pero tenemos:

$$K_1 : K=b+b'-z : z$$

de donde:

$$K=\frac{K_1 z}{b+b'-z}$$

y

$$K_1 : K'=b+b'-z : z-b$$

de donde:

$$K'=\frac{K_1(z-b)}{b+b'-z}$$

Reemplazando K' y K por sus valores, resulta:

$$(A')\quad \frac{K_1 a z^2}{2(b+b'-z)}-\frac{K_1(a-a')(z-b)^2}{2(b+b'-z)}=\frac{K_1 a'(b+b'-z)}{2}$$

y si quitamos los denominadores y dividimos el todo por K_1:

$$az^2-(a-a')(z-b)^2=a'(b+b'-z)^2$$

y efectuando los cálculos:

$$az^2-(a-a')(z^2-2bz+b^2)=a'\left[(b+b')^2-2z(b+b')+z^2)\right]\ az^2-az^2+2abz-ab^2+a'z^2-2a'bz+a'b^2= a'(b^2+2bb'+b'^2-2zb-2zb'+z^2)\ 2abz+ 2a'zb'=ab^2+a'b'^2+2a'bb',$$

de donde se deduce el valor de:

$$z=\frac{ab^2+a'b'^2+2a'bb'}{2(ab+(a'b')}.$$

Hecho esto, si multiplicamos los volúmenes de que se trata (ecuacion A') por los $^2/_3$ de su altura, tendremos los momentos de las fuerzas que deben hacer equilibrio á la fuerza P.

Tendremos, pues:

$$PL=\frac{K_1 a z^2}{2(b+b'-z)}\times\frac{2}{3}z-\frac{K_1(a-a')(z-b)^2}{2(b+b'-z)}\times\frac{2}{3}(z-b)$$
$$=\frac{K_1(b+b'-z)}{2}\times\frac{2}{3}(b+b'-z)$$

$$(B')\quad PL=\frac{K_1\left\{az^3-(a-a')(z-b)^3+a'(b+b'-z)^3\right\}}{3(b+b'-z)}.$$

Se puede obtener una ecuacion más sencilla observando que:

$$Q=Q'$$

ó bien:

$$q-q'=Q'.$$

Siendo Q la diferencia de los dos volúmenes.

Tenemos por ecuacion de equilibrio:

$$PL=q\times\frac{2}{3}z-q'\times\frac{2}{3}(z-b)+Q'\times\frac{2}{3}(b+b'-z).$$

Siendo:

$$q-q'=Q'$$

resulta:

$$q=Q'+q';$$

y

$$PL=\frac{2}{3}Q'z+\frac{2}{3}q'z-\frac{2}{3}q'(z-b)+\frac{2}{3}Q'(b+b'-z)$$

$$PL=\frac{2}{3}Q'z+\frac{2}{3}q'z-\frac{2}{3}q'z+\frac{2}{3}q'b+\frac{2}{3}Q'b+\frac{2}{3}Q'b'-\frac{2}{3}Q'z.$$

$$PL=\frac{2}{3}q'b+\frac{2}{3}Q'(b+b').$$

luego:

$$q'=\frac{K_1(a-a')(z-b)^2}{2(b+b'-z)},$$

y

$$Q'=\frac{K_1 a'(b+b'-z)}{2}.$$

Reemplazado q' y Q' por su valor, resulta:

$$PL=\frac{K_1(a-a')(z-b)b^2}{3(b+b'-z)}+\frac{K_1 a'(b+b'-z)(b+b')}{3},$$

$$(C')\,PL=\frac{K_1\left\{(a-a')(z-b)^2b+a'(b+b'-z)^2(b+b')\right\}}{3(b+b'-z)}$$

Tercer caso. El eje neutro corta la tabla ó mesa, es decir que se tiene:

$$\frac{Kab}{2}>\frac{K_1 a'b'}{2}$$

Sea xy (fig 57 y 58) el eje neutro: procediendo como arriba tendremos:

$$\frac{Kaz}{2}=\frac{K_1 a'(b+b'-z)}{2}+\frac{K'_1(a-a')(b-z)}{2}.$$

$$K : K'_1=b+b'-z : b-z,$$

$$K_1 : K=b+b'-z : z;$$

de donde:

$$K'_1=\frac{K_1(b-z)}{b+b'-z},$$

y

$$K=\frac{K_1 z}{b+b'-z}.$$

Reemplazando K y K', por sus valores la ecuacion se convierte en:

$$(A'')\quad \frac{K_1 a z^2}{2(b+b'-z)}=\frac{K_1 a'(b+b'-z)}{2}+\frac{K_1(a-a')(b-z)^2}{2(b+b'-z)}$$

Quitando denominadores y dividiendo por K_1 tendremos:

$$az^2-a'(b+b'-z)^2+(a-a')(b-z)^2$$
$$az^2=a'\{(b+b')^2-2z(b+b')+z^2\}+(a-a')(b^2-2bz+z^2)az^2=a'b^2+2a'bb'+a'b'^2-2a'bz-2a'b'z+a'z^2$$
$$+ab^2-2abz+az^2-a'b^2+2a'bz-a'z^2$$
$$2z(ab+a'b')=2a'bb'+a'b'^2+ab^2,$$

de donde:

$$z=\frac{ab^2+a'b'^2+2a'bb'}{2(ab+a'b')}.$$

Multiplicando los volúmenes de la ecuacion A″ por los $\frac{2}{3}$ de su altura tendremos la ecuacion de equilibrio:

$$PL=\frac{K_1 a z^2}{2(b+b'-z)}\times\frac{2}{3}z+\frac{K_1 a'(b+b'-z)}{2}\times\frac{2}{3}(b+b'-z)$$
$$+\frac{K_1(a-a')(b-z)^2}{2(b+b'-z)}\times\frac{2}{3}b-z).$$

$$(B'')\quad PL=\frac{K_1\{(az^3+a'(b+b'-z)^3+(a-a')(b-z)^3\}}{3(b+b'-z)}$$

Se obtiene una ecuacion más sencilla observando que:

$$Q=Q',$$

ó bien:

$$Q=q+q',$$

siendo Q′ la suma de los dos volúmenes q y q'

En efecto:

$$PL=Q\times\frac{2}{3}z+q\times\frac{2}{3}(b+b'-z)+q'\times\frac{2}{3}(b-z).$$

Reemplazando Q por $q+q'$ tendremos:

$$PL=\frac{2}{3}zq+\frac{2}{3}zq'+\frac{2}{3}qb+\frac{2}{3}qb'-\frac{2}{3}qz+\frac{2}{3}q'b-\frac{2}{3}q'z.$$

$$PL=\frac{2}{3}q(b+b')+\frac{2}{3}q'b.$$

luego:

$$q=\frac{K_1 a'(b+b'-z)}{2},$$

$$q'=\frac{K_1(a-a')(b-z)^2}{2(b+b'-z)}.$$

Tendremos pues:

$$(C'')\quad PL=\frac{K_1\{a'(b+b'-z)^2(b+b')+b(a-a')(b-z)^2\}}{3(b+b'-z)}$$

Nota. Vemos que la posicion del eje neutro se determina por la misma fórmula:

$$z=\frac{ab^2+a'b'^2+2a'bb'}{2(ab+a'b')},$$

ya sea que este eje corte la nervadura, ya que corte la mesa. Esa fórmula conviene hasta en el caso en que este eje coincida con el borde de la mesa.

En efecto, tenemos en este caso:

$$\frac{Kab}{2}=\frac{K_1 a'b'}{2}$$

Y como:

$$K:K_1=b:b'$$

luego

$$K=\frac{K_1 b}{b'}$$

Reemplazando K por $\frac{K_1 b}{b'}$ en la ecuacion:

$$Kab=K_1 a'b'$$

resultará:

$$\frac{K_1 ab^2}{b'}=K_1 a'b'$$

de donde:

$$ab^2=a'b'^2$$

La ecuacion z se convierte en:

$$z=\frac{2ab^2+2a'bb'}{2(ab+a'b')}=\frac{b(ab+a'b')}{(ab+a'b')}=b.$$

Las ecuaciones B′ ó C′ pueden servir igualmente para calcular el momento de flexion en los tres casos.

Aplicaciones. 1.° Calcular la carga que puede llevar en su estremo libre una pieza en forma de T y de fundicion, que tenga las dimensiones signientes:

$$a=12'7$$
$$a'=0'9$$
$$b=0'8$$
$$b'=3'2$$
$$L=9'9.$$

Se busca primero la posicion del eje neutro por medio de la fórmula:

$$z=\frac{ab^2+a'b'^2+2a'bb'}{2(ab+a'b')}$$

$$z=\frac{12'7\times(0'8)^2+0'9\times(3'2)^2+2\times0'9\times0'8\times3'2}{2(12'7\times0'8+0'9\times3'2)}$$

$$z=\frac{8'128+9'216+4'608}{2(10'16+2'88)}$$

$$z=\frac{21'952}{26'08}=0'84.$$

Siendo el valor de z mayor que b, el eje neutro corta la nervadura.

La ecuacion B′ ó mejor la ecuacion C′ nos permitirá calcular el peso P que se puede aplicar sin peligro al estremo de la pieza. En efecto da:

$$P=\frac{K_1\{(a-a')(z-b)^2 b+a'(b+b'-z)^2(b+b')\}}{L\times3(b+b'-z)}$$

Tenemos:

$$K_1 : K=b+b'-z : z;$$

luego:

$$K_1=\frac{K(b+b'-z)}{z}$$

Como K=343, resulta:

$$K_1=\frac{343(0'8+3'2-0'84)}{0'84}$$

$$K_1=\frac{343\times3'16}{0'84}=1084.$$

Reemplazando todas las letras por su valor numérico tendremos:

$$P=1084\frac{\{(12'7-0'9)(0'84-0'8)^2\times0'8+0'9(0'8+3'2-0'84)^2(0'8+3'2)\}}{9'9\times3(0'8+3'2-0'84)}.$$

$$P=\frac{1084\{11'8\times\overline{0'04}^2\times0'8+0'9\times\overline{(3'16)}^2\times4\}}{9'9\times3\times3'16}$$

$$P=\frac{1084\{0'015104+35'94816\}}{938'52}$$

$$P=\frac{1084\times35'9632}{938'52}=\frac{38984'1088}{938'52}$$

$$P=41'53 \text{ kilos.}$$

Observacion. Si la pieza fuese de hierro se romperia por debajo, y por esto no se puede hacer más que K_1=500.

Si se invierte la pieza, es decir, si se coloca como indica la fig. 59, los tres casos que acabamos de examinar pueden presentarse, y bastará cambiar en las fórmulas halladas K por K_1 y recíprocamente, para poder determinar todas las condiciones del problema.

Hierro en escuadra (fig. 60).

La resistencia del hierro en escuadra se calcula como la del hierro en T; y así se tendrá la línea de las fibras invariables por la fórmula:

$$z=\frac{ab^2+a'b'^2+2a'bb'}{2(ab+a'b')},$$

y la ecuacion de equilibrio:

$$PL=\frac{K_1}{3(b+b'-z)}\{az^3-(a-a')(z-b)^3+a'(b+b'-z)^3\}$$

dará la resistencia.

Hierro en U (fig. 61).

La resistencia de una pieza en U se calcula de la misma manera que la del hierro en T; y así hallaremos la línea de las fibras invariables por la fórmula:

$$z=\frac{ab^2+a'b'^2+2a'bb'}{2(ab+a'b')},$$

y la resistencia será dada por la ecuacion siguiente:

$$PL=\frac{K}{3(b+b'-z)}\left\{az^3-(a-a')(z-b)^3+a'(b+b'-z)^3\right\}$$

Hierro en doble T de boceles desiguales. (fig. 62)

Calcular primero la línea de las fibras invariables igualando el volúmen de dilatacion al volúmen de compresion. Tendremos:

$$\frac{azK}{2}-\frac{(a-a')(z-b)K'}{2}=\frac{a''(2b+b'-z)K_1}{2}-\frac{(b+b'-z)(a''-a')K''}{2}.$$

$$K_1 : K'=b'+2b-z : z-b;\ K'=\frac{K_1(z-b)}{b'+2b-z}$$

$$K_1 : K=b'+2b-z : z;\ K=\frac{K_1 z}{b'+2b-z}$$

$$K_1 : K'' = b' + 2b - z : b' + b - z;\ K'' = \frac{K_1 (b + b' - z)}{b' + 2b - z}.$$

$$\text{(A)} \frac{K_1 a z^2}{2(b' + 2b - z)} - \frac{K_1 (a - a')(z - b)^2}{2(b' + 2b - z)} = \frac{K_1 a''(b' + 2b - z)}{2} - \frac{K_1 (a'' - a')(b + b' - z)^2}{b' + 2b - z}.$$

$$K_1 a z^2 - K_1 (a - a')(z^2 - 2bz + b^2) = K_1 a'' \left\{ (b' + 2b)^2 - 2(b' + 2b) z + z^2 \right\} - K_1 (a'' - a') \left\{ (b + b')^2 - 2(b + b') z + z^2 \right\}$$

$$az^2 - az^2 + 2abz - ab^2 + a'z^2 - 2a'bz + a'b^2$$
$$= a'' \left\{ b'^2 + 4bb' + 4b^2 - 2b'z - 4bz + z^2 \right\}$$
$$-(a'' - a') \left\{ b^2 + b'^2 + 2bb' - 2bz - 2b'z + z^2 \right\}$$

$$abz - ab^2 + a'z^2 - 2a'bz + a'b^2 = a'' \left\{ b'^2 + 4bb' + 4b - 2b'z - 4bz + z^2 \right\}$$
$$- a'' \left\{ b'^2 + 2bb' + b^2 - 2b'z - 2bz + z^2 \right\}$$
$$+ a' \left\{ b^2 + b'^2 + 2bb' - 2bz - 2b'z + z^2 \right\}$$

$$2abz - ab^2 + a'z^2 - 2a'bz + a'b^2 = 2a''bb' + 3a''b^2 - 2a''bz + a'b^2 + a'b'^2 + 2a'bb' - 2a'bz - 2a'b'z + a'z^2$$

$$-2abz - ab^2 = 2a''bb' + 3a''b^2 - 2a''bz + a'b'^2 + 2a'bb' - 2a'b'z$$

$$-2z(ab + a''b + a'b') =$$
$$\left\{ ab^2 + a'b'^2 + 2a'bb' + 2a''bb' + 3a''b^2 \right\}$$

$$z = \frac{1}{2} \cdot \frac{ab^2 + a'b'^2 + 2a'bb' + 2a''bb' + 3a''b^2}{ab + a'b' + a''b}.$$

Multiplicando los volúmenes de la ecuacion (A) por los $^2/_3$ de su altura tendremos por ecuacion de equilibrio:

$$PL = \frac{K_1 a z^2}{2(b' + 2b - z)} \times \frac{2}{3} z - \frac{K_1 (a - a')(z - b)^2}{2(b + 2b - z)} \times \frac{2}{3}(z - b)$$
$$+ \frac{K_1 a''(b' + 2b - z)}{2} \times \frac{2}{3}(b' + 2b - z)$$
$$- \frac{K_1 (a'' - a')(b + b' - z^2)}{b' + 2b - z} \times \frac{2}{3}(b + b' - z)$$

y en fin:

$$PL =$$
$$\frac{K_1 \left\{ az^3 - (a - a')(z - b)^3 + a''(b' + 2b - z)^3 - (a'' - a')(b + b' - z)^3 \right\}}{3(b' + 2b - z)}$$

Doble T de fundicion.

Siguiendo la marcha indicada más arriba, se llegará fácilmente á determinar la línea de las fibras invariables, así como el peso que la pieza puede soportar en su estremo libre. No entraremos, pues, en ningun detalle sobre este punto.

No obstante, como importa en las construcciones obtener la mayor resistencia empleando la menor materia posible, vamos á calcular el perfil de doble T para que presente la resistencia máxima.

Si suponemos que el espesor de la parte mediana sea bastante pequeña para que su resistencia pueda despreciarse, es escesivamente fácil calcular la seccion de la mayor resistencia para una pieza de fundicion en doble T. En efecto, sean A y A′ (fig. 58) las áreas de las secciones sometidas á la extension y á la compresion y S y S_1 las secciones vacias EDIF, GHMQ.

Para que no haya traslacion, el volúmen dilatado debe ser igual al volúmen contraido.

Consideremos primero la simple T, BCIHNPGF, y nos dará:

$$\left(\frac{A + S}{2}\right) K = \frac{(A_1 + S_1) K_1}{2},$$

y como:

$$K = 200$$

y

$$K_1 = 1200;$$

luego:

$$A + S = (A_1 + S_1)\, 6 \quad . \ . \ . \ . \quad (1).$$

Para que la parte S equilibre á S_1, tendremos igualmente, de una manera aproximada:

$$\frac{SK}{2} = \frac{S_1 K_1}{2};$$

de donde:

$$S = 6\, S_1.$$

Reemplazando S por 6 S_1 en la fórmula (1) de arriba resultará:

$$A + 6\, S_1 = 6\, A_1 + 6\, S_1,$$

de donde:

$$A = 6\, A_1$$

La superficie de la mesa ó tabla sometida á la estension debe, pues, ser seis veces mayor que la de la mesa comprimida.

CAPITULO III

SÓLIDOS DE IGUAL RESISTENCIA.

Cuando un sólido empotrado en un estremo está cargado en el otro por su peso P que tiende á romperlo, el momento de esta carga, con relacion á una seccion cualquiera de la pieza, va aumentando desde el punto de aplicacion del peso hasta el punto de encaje. De aquí se deduce que para no emplear materia inútil, las secciones deben ir aumentando al mismo tiempo que los esfuerzos á los cuales deben resistir.

Si concebimos un sólido de seccion rectangular, podemos hacer variar la seccion suponiendo a constante y b variable y recíprocamente, ó bien suponiendo estas dos cantidades variables á la vez.

PRIMERA HIPÓTESIS.

$$a \text{ constante.}$$

$$b \text{ variable} = y.$$

Se tiene, con relacion á la seccion de encaje:

$$\mathrm{PL} = \frac{\mathrm{K}_2\, ab^2}{6} \ldots\ldots\ldots (1)$$

con relacion á una seccion cualquiera MN (fig. 64):

$$\mathrm{P}x = \frac{\mathrm{K}_2\, ay^2}{6} \ldots\ldots\ldots (2)$$

De esta última ecuacion se deduce:

$$y^2 = \frac{6\mathrm{P}x}{\mathrm{K}_2\, a};$$

y, segun la ecuacion (1):

$$\frac{6\mathrm{P}}{\mathrm{K}_2\, a} = \frac{b^2}{\mathrm{L}},$$

luego:

$$y^2 = \frac{b^2}{\mathrm{L}} x.$$

Esta es la ecuacion de una parábola cuyo vértice está en C.—El sólido de forma ABC resiste con la misma energia en cada una de las secciones MN y se puede suprimir la parte CBE de la pieza que, sin añadir nada á su fuerza, aumenta el peso.

Se pueden emplear indiferentemente las formas ABC, ABD ó ABE (fig. 65) cuyas ordenadas están indicadas por la misma ecuacion.

APLICACIONES. *Calcular las dimensiones de una manivela ó manubrio.*

Se puede considrar una manivela como un sólido de seccion rectangular empotrado por uno de sus estremos y sometido por el otro á la accion de una fuerza P.

Se le da una forma de igual resistencia suponiendo a constante y b variable.—Solamente que, como el mango sobre el cual obra la potencia P está en vago y tiende á ocultar la manivela, se hace el espesor bastante fuerte relativamente á la altura b. Se hace generalmente $a=\frac{1}{5}$ ó $\frac{1}{6}$ b. Se añaden tambien muy amenudo detrás varias nervaduras que se oponen á los cambios de forma de la manivela. Como no se puede aplicar la potencia al vértice de la parábola más que por el intermedio de una cierta cantidad de materia, se traza desde el punto D (fig. 66) como centro, una circunferencia con un radio $r'=2r$ ó $2'5r$. Se une enseguida por medio de líneas esta última circunferencia con la curva parabólica.—Si llamamos R al radio del árbol motor, el radio esterior del manguito ó birola de este árbol será:

$$R'=1'8R \text{ á } 2R,$$

el aro ó manguito está tambien unido á los arcos de parábola por arcos de círculo tangentes unos á otros.

EJEMPLO. *Tomemos como ejemplo una manivela de hierro que trasmite la accion de un émbolo de* 45^{cm} *de diámetro y de* 60^{cm} *de carrera, bajo una presion de* 8 *atmósferas.*

$$P=S\times 8\times 1'033=1590\times 8'264=13139 \text{ kilos.}$$

$$L=30.$$

Conociendo P se calcula la seccion de encaje por la fórmula:

$$PL=\frac{K_2\, ab^2}{6}.$$

Poniendo $a=\frac{1}{5}b$ resulta:

$$PL=\frac{K_2 b^3}{30},$$

de donde:

$$b=\sqrt[3]{\frac{30\,PL}{K_2}}$$

y como:

$$P=13139,\ L=30\ {}^c/_m \text{ y } K_2=500;$$

luego:

$$b=\sqrt[3]{\frac{30\times 13139\times 30}{500}}=\sqrt[3]{23650}=28^{cm},$$

$$a=\frac{1}{5}\times 28=5'6^{cm}.$$

La ecuacion $y^2=\frac{b^2}{L}x$ ó $y=b\sqrt{\frac{x}{L}}$ nos permite construir la curva por puntos. Tomaremos algunos como ejemplos:

$$x=L \text{ dá } y'=b=28^{cm}.$$

Marcaremos encima y debajo del punto C una distancia $AC=CB=14^{cm}$, y tendremos los puntos estremos de la seccion de encaje.

Para $x=\frac{L}{4}$ tendremos:

$$y''=b\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{b}{2}=14$$

Tomaremos á partir del punto dado por $OD=\frac{L}{4}$ dos ordenadas la mitad de y'', es decir, de 7 centímetros cada una; y obtendremos dos puntos M y N de la curva.

Para $x=\frac{9}{16}L$ tendremos:

$$y'''=b\sqrt{\frac{9}{16}}=\frac{3\times 28}{4}=21$$

Marcaremos de D á R una longitud de:

$$z=\frac{9}{16}L=\frac{9\times 30}{16}=\frac{270}{16}=16'8^{cm.}$$

y en el punto R elevaremos una perpendicular sobre la cual marcaremos encima y debajo de CP distancias iguales.

$$\frac{y'''}{2}=\frac{21}{2}=10'5^{cm.}$$

y tendremos dos nuevos puntos G y H de la curva.—Se reunirán enseguida todos los puntos hallados por una curva que nos dará el cuerpo de la manivela. Entonces se trazarán los manguitos ó birolas como hemos dicho más arriba.

Calcular las dimensiones de los brazos de un engranaje.

Los brazos de engranaje son sólidos empotrados en el cubo.—El esfuerzo tangencial al engranaje tiende á hacer girar la corona alrededor del eje de rotacion y esta corona está retenida simultáneamente por todos los brazos cuando el engranaje está bien construido.—Luego, para calcular cada brazo es preciso suponerlo solicitado en su estremo por un esfuerzo igual al esfuerzo tangencial dividido por el número de brazos. Pero es preciso observar que, á causa de ligeras flexiones de la corona ó de su enderezamiento parcial en la proximidad del punto de engranaje, el brazo que se halla sobre la línea de los centros puede tener que soportar un esfuerzo más considerable que los otros y es bueno aumentar la potencia P hallada más arriba.

En cuanto á la relacion entre la altura y la anchura de un brazo, es bastante variable y amenudo se da la altura *à priori* de modo que todos los brazos puedan hallar lugar sobre la circunferencia del cubo que las lleva. Se calculará enseguida la anchura por medio de la fórmula:

$$PL = \frac{K_2 a b^2}{6}$$

Cuando hay sobre el cubo bastante espacio, se invierte el problema; se da la anchura del brazo igual al $^1/_4$ de la anchura de la corona y se calcula la altura.

En los grandes engranajes cuya corona está hecha de varias piezas ensambladas por armaduras de hierro, es preciso admitir que el ensamble puede deshacerse y que el esfuerzo tangencial á una parte de la corona no se manifiesta más que en el estremo de los brazos que se unen á esta parte. Así, por ejemplo, si un engranaje llevase 8 brazos y estuviese formado por 4 partes ensambladas por armaduras de hierro, cada cuarto de circunferencia solo estaria unido á dos brazos y estos deben poder soportar todo el esfuerzo tangencial al engranaje.

Se da al brazo de engranaje la forma de un sólido de igual resistencia, y se calcula la curva parabólica, como se ha hecho para la manivela por medio de la ecuacion:

$$y = b\sqrt{\frac{x}{L}}$$

La parábola se detiene en la corona y se une á esta por dos líneas curvas.

Cuando la altura b es bastante considerable relativamente al espesor a de la pieza, se da á ésta dos nervaduras laterales para impedir que se doble, como demuestra el corte MN (fig. 67).

En la práctica se reemplaza bastante amenudo la curva parabólica por un trapecio circunscrito á la parábola, cuyo lado menor es igual á los $^2/_3$ del gran lado paralelo.

SEGUNDA HIPÓTESIS:

$$b \text{ constante,}$$

$$a \text{ variable} = z.$$

Tomemos una seccion cualquiera MN, y nos dará:

$$Px = \frac{K_2 b^2}{6} z,$$

de donde:

$$z = \frac{6P}{K_2 b^2} x;$$

y:

$$\frac{6P}{K_2 b^2} = \frac{a}{L},$$

segun la ecuacion (1). Luego:

$$z = \frac{a}{L} x.$$

Esta es la ecuacion de una recta DC (fig. 68) que pase por el orígen C de los ejes de las coordinadas; luego la proyeccion horizontal del sólido seria el triángulo ADC.—Se pueden tomar igualmente las otras dos formas AED y AFD.

TERCERA HIPÓTESIS. En fin, podemos suponer que todas las secciones rectangulares son semejantes, es decir, que la relacion de sus dos dimensiones es constante $\frac{b}{a}$=constante C.

Hagamos:

$$b = y,\ a = z,$$

tendremos:

$$Px = \frac{K_2 ab}{6} = \frac{K_2 z y^2}{6};$$

Y como:

$$\frac{y}{z} = c,$$

de donde:

$$y = cz;$$

luego reemplazando:

$$Px = \frac{K_2 c^2 \cdot z^3}{6}.$$

Este es el perfil de la pieza en plano; este perfil es una parábola cúbica.

Si reemplazamos en la primera ecuacion z por $\frac{y}{c}$ tendremos:

$$Px = \frac{K_2 y^3}{6c},$$

que es el perfil vertical ó sea otra parábola cúbica. (figura 69)

Aplicacion. Calcular la forma de igual resistencia en el caso en que la fuerza P esté reemplazada por una carga uniformemente repartida en toda la longitud de la pieza (fig. 70).

Hemos hallado para la fórmula de equilibrio en la seccion de encaje:

$$(2) \qquad P:\frac{L}{2}=\frac{K_2ab^2}{6}.$$

Para una seccion M á una distancia x tendremos el peso de M en C, que será $\frac{Px}{L}$, y su brazo de palanca $\frac{x}{2}$; luego el momento de la fuerza que tiende á romper la pieza es $\frac{Px^2}{2L}$ y se tiene la ecuacion:

$$\frac{Px^2}{2L}=\frac{K_2a'b'^2}{6}.$$

Primera hipótesis. Supongamos a' constante$=a$ y b' variable$=y$; resultará:

$$\frac{Px^2}{2L}=\frac{K_2ay^2}{6},$$

de donde:

$$y^2=\frac{3Px^2}{K_2aL};$$

y como la fórmula (2) da:

$$\frac{3P}{K_2a}=\frac{b^2}{L};$$

luego reemplazando:

$$y^2=\frac{b^2}{L^2}\times x^2,$$

tendremos:

$$y=\frac{b}{L}\times x,$$

ecuacion de una recta.—En este caso la parábola se convierte en triángulo.

Segunda hipótesis. Supongamos a' variable$=z$ y b' constante$=$b la fórmula será:

$$\frac{Px^2}{2L}=\frac{K_2b^2}{6}z,$$

y

$$x^2=\frac{LK_2b^2}{3P}\times z.$$

Para la seccion de encaje se tiene:

$$\frac{PL^2}{2L}=\frac{K_2ab^2}{6},$$

de donde:

$$\frac{LK_2b^2}{3P}=\frac{L^2}{a}.$$

Sustituyendo la ecuacion de la curva se convierte en:

$$x^2=\frac{L^2}{a}\times z.$$

que es la ecuacion de la parábola.

Sólido de igual resistencia para una seccion circular.

Supongamos que el sólido empotrado en uno de sus estremos y cargado en el otro por un peso P tenga una seccion circular de radio y (fig. 71).

Es preciso tener en cada punto la ecuacion de equilibrio:

$$Px=\frac{K_2\pi y^3}{4};$$

de donde:

$$y^3=\frac{4Px}{K_2\pi}.$$

Esta es la ecuacion de una parábola cúbica; y vemos que y va aumentando desde el estremo A hasta el punto de encaje CD.

CAPÍTULO IV

SÓLIDO COLOCADO SOBRE UN APOYO Y SOLICITADO EN SUS DOS ESTREMOS POR FUERZAS QUE SE EQUILIBRAN.

Si consideramos el sólido CB (fig. 72) colocado sobre un punto de apoyo A y solicitado por dos fuerzas P y P′ que se equilibran, veremos fácilmente que la parte AB bajo la influencia del esfuerzo P′ se comportará como si la parte AC estuviese empotrada, y el momento que tiende á romper la pieza en el punto A será: $P \times AB$; del mismo modo la potencia P′ tiende á romper la pieza en A, como si la parte de AB estuviese empotrada, y el momento de esta potencia es $P' \times AC$.

Como las dos fuerzas P y P′ se equilibran, tenemos:

$$P' \times AC = P \times AB,$$

de suerte que el momento de rotura en A es el mismo para las dos fuerzas.—Este es el caso que se produce en los balancines de las máquinas de vapor.

Dimensiones de balancines. Supongamos que el punto de apoyo esté colocado en medio de la longitud del balancin, entonces los dos brazos serán iguales y simétricos y nos bastará calcular las dimensiones de una de las partes, AB por ejemplo (fig. 73).

Tendremos para calcular las dimensiones en el punto A la fórmula:

$$PL = \frac{K_2 a b^2}{6}$$

El espesor a varia de $^1/_{12}$ á $^1/_{16}$ de b.

Si tomamos $a = {}^1/_{16} b$ resulta:

$$PL = \frac{K_2 b^3}{96}$$

de donde:

$$b = \sqrt[3]{\frac{96PL}{K_2}}$$

Se da generalmente á los balancines la forma de igual resistencia de espesor constante que se calcula por el método indicado para las manivelas. Cada brazo de balancin tiene entonces la forma parabólica, y los diferentes puntos se obtienen por la fórmula:

$$y = b\sqrt{\frac{x}{L}}$$

Pero con más frecuencia se recurre al procedimiento gráfico indicado que sigue.

Sea AB (fig. 74) el eje de la parábola y AC perpendicular á AB la semi-altura en el centro del balancin. Prolonguemos CA debajo de AB una cantidad AC′= AC y dividamos AC y AB en un mismo número de partes iguales, 5 por ejemplo; por los puntos de division de AC se tiran paralelas al eje; luego, uniendo el punto C′ á los puntos de division 1, 2, 3 y 4 de AB y prolongando estas rectas hasta su encuentro con las paralelas respectivas 1, 2, 3 y 4, los puntos de encuentro pertenecen á la parábola. Se obtienen los puntos simétricos debajo del eje bajando desde los puntos dados perpendiculares sobre AB y prolongándolas hasta su encuentro con las paralelas al eje trazadas por los puntos de division de AC′.

Uniendo todos los puntos obtenidos se obtiene una parábola.

Se trata entonces de fijar en el estremo un árbol con dos gorrones, á los cuales se articulan chapas de un paralelógramo ó bien la horquilla de una biela.

Para esto se traza en el estremo de la parábola una circunferencia de diámetro igual al del árbol que debe fijarse en el balancin, despues una segunda circunferencia distante de la primera una cantidad igual á los $^3/_4$ del diámetro de ésta.—El intérvalo entre las circunferencias representa el rodete de materia que se deja en el estremo del balancin para fijar el árbol sólidamente. Además, se aumenta el espesor de la pieza alrededor del árbol, y este aumento se hace amenudo con molduras.

En el centro del balancin y algunas veces en otros puntos de su longitud, nos vemos obligados á practicar una abertura para introducir un árbol. Para precaver la disminucion de resistencia que resulta del vacio, se aumenta el espesor del balancin alrededor del árbol.

Como los balancines son ordinariamente muy altos relativamente á su espesor, se aumenta su tension guarneciéndolos de una nervadura en todo el contorno. En fin, con frecuencia una nervadura central une los diferentes rodetes ó cubos que rodean los árboles.

Por medio de estas precauciones se pueden obtener balancines que, sin peligro de plegarse tienen una altura igual á 12 ó 16 veces su espesor.

El corte de un balancin por un plano que pase por su centro presenta la forma de la fig. 75.

Cuando los balancines están formados de dos piezas paralelas llamadas gualderas y cuando estas se hallan mantenidas á una distancia invariable por forros, se puede aumentar la relacion de la altura al espesor y llevarlo hasta 20 ó 25.

Los brazos de los balancines tienen generalmente dimensiones bastante considerables y vamos á indicar la manera de tener en cuenta su peso para el cálculo de las dimensiones de la seccion central.

Cálculo de los balancines teniendo en cuenta su propio peso.

Hemos visto que si se quiere tener en cuenta el peso de una pieza parabólica, tenemos para fórmula de equilibrio en la seccion central A (fig. 76):

$$PL + \frac{2}{9} b L^2 a \delta = \frac{K_2 a b^2}{6}.$$

Por otra parte:

$$a = \frac{1}{16} b$$

luego:

$$PL + \frac{2}{144} b^2 L^2 \delta = \frac{K_2 b^3}{96};$$

y:

$$b^3 = \frac{96 \times 2 L^2 \delta}{144 K_2} . b^2 + \frac{96 PL}{K_2} = \frac{4}{3} \times \frac{L^2 \delta}{K_2} . b^2 + \frac{96 PL}{K_2}.$$

Para resolver esta ecuacion se hace:

$$b^3 = \frac{96 PL}{K_2},$$

y se halla un valor de b demasiado pequeño, que se aumenta hasta que el primer miembro sea igual al segundo.

Aplicacion.—Calcular las dimensiones de un balancin de fundicion que recibe la accion de una fuerza de 25 caballos, dando su volante 20 vueltas por minuto y siendo la carrera del émbolo 1'50^m.

Se toman generalmente por brazos dos veces la carrera del émbolo ó sean 3 metros. El trabajo trasmitido por segundo será: 25×75 kilográmetros.

El camino recorrido en una vuelta por el estremo del balancin es 2×1'50, y si se designa por P el esfuerzo ejercido en ese estremo, tendremos para el trabajo durante una vuelta:

$$P \times 2 \times 1'50,$$

y por minuto:

$$P \times 2 \times 1'50 \times 20,$$

y por segundo:

$$\frac{P \times 2 \times 1'50 \times 20}{60} = 25 \times 75,$$

de donde se deduce el valor de P:

$$P = \frac{25 \times 75 \times 60}{60} = 25 \times 75 = 1875 \text{ kilos}.$$

Para la fundicion en movimiento se tiene:

$$K = 257$$

y:

$$\delta=\frac{7200}{1000000}=0'0072^k.$$

Reemplazando todas las letras por su valor en la ecuacion se tiene:

$$b^3=\frac{4}{3}\times\frac{90000\times0'0072}{257}b^2+\frac{96\times1875\times300}{257}=$$

$$3'36\,b^2+210116.$$

La raiz cúbica de $210116=59$, pero esta cifra es demasiado pequeña, pues:

$$b=\sqrt[3]{210116+3'36b^2}=\sqrt[3]{210116+11696}\ (1)$$

$$b=\sqrt[3]{221812}=60 \text{ es valor más aproximado.}$$

Tendremos, pues, todavia reemplazando b por 60 en (1):

$$b=\sqrt[3]{210116+3'36b^2}=\sqrt[3]{210116+12096},$$

$$b=\sqrt[3]{222212}=60 \text{ y una fraccion.}$$

Tomaremos:

$$b=61;$$

de donde:

$$a=\frac{61}{16}=3'8.$$

COMPROBACION.— $226981=210116+3721\times3'36$,

$$226981=210116+12502,$$

$$226981=222618.$$

El valor de b es, pues, bastante grande, puesto que el primer miembro escede un poco al segundo.

CAPÍTULO V

PIEZAS QUE DESCANSAN EN DOS APOYOS.

PRIMER CASO.—Estando apoyada la pieza en sus dos estremos y cargada por un peso P en un punto cualquiera de su longitud (fig. 77).

Tomando las piezas la posicion (fig. 78) la rotura tiende á hacerse en A, estando las fibras alargadas debajo y las fibras comprimidas arriba.

Podemos suponer la pieza empotrada en A y solicitada en B y C por dos fuerzas P′ y P″ que son las reacciones de los puntos de apoyo y tal que:

$$P = P' + P''.$$

Tenemos:

$$P' : P'' = AB : AC,$$

pero:

$$P' = P - P'';$$

luego:

$$P - P'' : P'' = AB : AC$$

$$(P - P'')\ AC = P''AB$$

$$P''\ (AB + AC) = P\ .\ AC$$

$$P'' = \frac{P\ .\ AC}{BC} = \frac{Pa}{L};$$

del mismo modo:

$$P' = \frac{P\ .\ AB}{BC} = \frac{Pa'}{L}.$$

El momento de la reaccion P″ para romper la pieza en A será:

$$P'' \times AB = \frac{Paa'}{L},$$

y el de P′:

$$P' \times AC = \frac{Paa'}{L}.$$

Los momentos son, pues, iguales, de modo que tendremos para la ecuacion de equilibrio:

$$\frac{Paa'}{L} = M,$$

siendo M la resistencia de la pieza.

El producto aa' cambia con la posicion de A sobre la pieza, y su valor máximo dará el máximo de esfuerzo para romper la pieza.

Si trazamos (fig. 79) sobre la longitud BC una semicircunferencia cuyo diámetro sea BC, y elevamos en el punto A una perpendicular AD que designaremos por x, tendremos $x^2=aa'$. Pero x^2 es máximo cuando el punto A está en el centro; si bien entonces:

$$a=a'=\frac{L}{2},$$

y

$$P''=P'=\frac{P}{2};$$

la fórmula será pues:

$$\frac{P}{2}\times\frac{L}{2}=M,$$

y en fin:

$$\frac{PL}{4}=M.$$

Como hemos visto anteriormente el valor de M es:

$$\frac{K_2ab^2}{6}$$

para una seccion rectangular:

$$\frac{K_2}{6}\times\frac{ab^3-a'b'^3}{b}$$

para una seccion rectangular hueca ó para un hierro de doble T.

$$\frac{K_2}{6}\times\frac{ab^3-(a'b'^3+a''b''^3+'''b'''^3)}{b}$$

para una pieza de doble T formada de palastros ensamblados por cantoneras.

En fin:

$$\frac{K_2\pi R^3}{4}$$

para una seccion circular.

Aplicacion. Como aplicacion de las fórmulas anteriores vamos á calcular las dimensiones de un árbol cargado en un punto A (fig. 80) con un peso P. Los datos son la longitud L del eje entre los dos gorrones y el peso P.

Las reacciones sobre los gorrones son:

$$P'=\frac{Pa'}{L}$$

$$P''=\frac{Pa}{L}$$

Los ejes giratorios están generalmente terminados en sus estremos por partes cilíndricas, llamadas gorrones que descansan sobre cojinetes que presentan (fig. 80) una cavidad semi-cilíndrica.

Calcularemos primero el diámetro de los gorrones.

Cuando el gorron descansa sobre el cojinete cerca del cuello, el brazo de palanca de la potencia que tiende á romperlo es muy débil; pero puede suceder que á causa de un desplazamiento del árbol ó del cojinete, el gorron solo se apoye por su estremo. El brazo de palanca de la potencia que tiende á romperle en el cuello es el máximum, y para este caso es preciso calcular el diámetro del gorron. Sea l' la longitud del gorron de la izquierda, r' su radio. El momento de la potencia que tiende á romper el gorron en el cuello es $P'l'$ y el momento de la resistencia es:

$$\frac{K_2\pi r'^3}{4}$$

de suerte que tenemos para la ecuacion de equilibrio:

$$P'l'=\frac{K_2\pi r'^3}{4}$$

En la práctica se hace $l'=n\times 2r'$ y $n=1$ á 1'3 para los gorrones de movimientos lentos, como los de las ruedas hidráulicas, balancines, cábrias, cabrestantes, etc., y $n=1'5$ para gorrones que giren más rápidamente, y en fin $n=2$ á 2'5 para gorrones animados de un movimiento rápido, como en ciertas máquinas-herramientas ó para los ejes de los coches de los ferro-carriles.

Reemplazando l' por su valor $n\times 2r'$, la ecuacion de equilibrio será:

$$P'\times n\times 2r'=\frac{K_2\pi r'^3}{4};$$

de donde se deduce:

$$r'^2=\frac{8P'n}{K_2\pi};$$

pero:

$$P'=\frac{Pa'}{L};$$

luego podemos calcular r', y conociendo r' tendremos l'.

E.—Cuadro que da los valores de r'^2.

	REPOSO.		MOVIMIENTO.		CHOQUE.	
	K_2		K_2		K_2	
Gorrones de hierro.	500	$\frac{P'n}{196}$	375	$\frac{P'n}{147}$	250	$\frac{P'n}{98}$
Id. de fundicion.	343	$\frac{P'n}{134}$	257	$\frac{P'n}{100}$	171	$\frac{P'n}{67}$

Tendremos el radio y de una seccion cualquiera MN por la fórmula:

$$P'x = \frac{K_2 \pi y^3}{4};$$

de donde:

$$y^3 = \frac{4P'x}{K_2 \pi}.$$

F.—Cuadro que da el valor de y^3.

	REPOSO.		MOVIMIENTO.		CHOQUE.	
	K_2		K_2		K_2	
Eje de hierro.	500	$\frac{P'x}{392}$	375	$\frac{P'x}{294}$	250	$\frac{P'x}{196}$
Eje de fundicion.	343	$\frac{P'x}{268}$	257	$\frac{P'x}{200}$	171	$\frac{P'x}{134}$

El radio del cuerpo del árbol va aumentando desde la raiz de cada gorron hasta P, en que toma un valor R dado por las fórmulas de arriba cuando se hace:

$$x = a + \frac{1}{2} l'.$$

Se vé que la forma de igual resistencia es una parábola cúbica y tendremos otra parábola para el lado derecho.

Ejemplo.—Calcular el árbol de hierro forjado de un balancin de fundicion teniendo el árbol una longitud de 0'80^{m} y debiendo llevar en su centro una carga de 14000 kilos añadiendo al peso del balancin la suma de las acciones ejercidas en los estremos de este (figura 81).

Las reacciones sobre los gorrones serán pues iguales cada una á 7,000 kilos.

Tomemos $n = 1'2$, y tendremos, segun el cuadro E:

$$r'^2 = \frac{P'n}{147} = \frac{7000 \times 1'2}{147} = 57'14;$$

luego:

$$r' = \sqrt{57'14} = 7'5^{cm}.$$

El diámetro será, pues: 15^{cm} y la longitud $l' = 1'2 \times 2r' = 18^{cm}$. Para tener el radio de la longitud de calado haremos: $P' = 7000$ y $x = 40 + 9 = 49$ en la fórmula:

$$y^3 = \frac{P'x}{294},$$

deducida del cuadro F, resultará:

$$y = \sqrt[3]{\frac{7000 \times 49}{294}} = \sqrt[3]{1166} = 10'5^{cm}.$$

El diámetro será pues de 21^{cm}.

Cuando los dos gorrones de un mismo árbol no están igualmente cargados, deben tener teóricamente diámetros diferentes; pero en la práctica se da generalmente á los dos gorrones el diámetro hallado para el gorron más cargado.

En el cálculo de los gorrones es preciso tener en cuenta la rotacion de los árboles giratorios. Así, por ejemplo, supongamos que un engranaje M (fig 82) reciba el movimiento de un engranaje N para trasmitirlo al engranaje O, y que el movimiento tenga lugar en el sentido indicado por las flechas; los 2 gorrones Z del árbol M tendrán que soportar el peso de este árbol, luego el peso del engranaje fijado en este árbol, y en fin si N ejerce de arriba abajo su esfuerzo P, este esfuerzo P será trasmitido de abajo arriba al engranaje O, que reaccionará sobre M haciéndole soportar de abajo arriba el mismo esfuerzo, de suerte que los gorrones Z estarán cargados como si se hubiesen colgado dos puntos P á los estremos del diámetro AB.—Así pues, si Q es el peso del árbol central, q el peso del engranaje M, los dos gorrones Z deberán soportar:

$$Q + q + 2P.$$

Si el movimiento tuviese lugar en sentido contrario, las dos fuerzas P obrarian de abajo arriba y los gorrones no tendrian que soportar más que el esfuerzo:

$$Q + q - 2P.$$

Cuando 2P sea mayor que $Q + q$ el esfuerzo será negativo y el árbol tenderá á levantarse; y será preciso entonces colocar un sombrero en cada cojinete y el frotamiento se hará contra el sombrero con una intensidad igual á $2P - (Q + q)$. Sin embargo, es preciso observar que con mucha frecuencia los engranajes pueden girar ya en un sentido, ya en otro, y que en la mayor parte de los casos conviene calcular sus gorrones como si los esfuerzos que han de trasmitir se añadiesen al peso de las piezas.

—Calcular el diámetro de los gorrones de un árbol de fundicion que soporta un engranaje de 1'20^{m} de radio y que trasmite una fuerza de 30 caballos, siendo el peso del árbol 150 kilos y estando colocado el engranaje á $^1/_3$ del árbol y pesando 300 kilos.—El engranaje da 15 vueltas por minuto.

Cada gorron soporta la mitad del peso del árbol ó 75 kilos. Como el engranaje está colocado al $^1/_3$ del árbol, el gorron más cargado soportará los $^2/_3$ del peso de este engranaje, ó sea 200 kilos.

luego: $Q'=75$: $q'=200$ kilos.

El engranaje N trasmite una fuerza de 30 caballos. La longitud de la circunferencia M es $2\pi R=2\pi\times 1'2$ y como da 15 vueltas por minuto, dara $\frac{15}{60}$ vueltas en $1''={}^1/_4$ de vuelta, cantidad que es igual á:

$$\frac{2\pi\times 1'2}{4}=\pi\times 0'60=3'14\times 0'60=1'884^m.$$

La fuerza P multiplicada por el camino recorrido da para trabajo 30 caballos ó 30×75 kilográmetros= 2250; luego:

$$P=\frac{2250}{1'884}=1200 \text{ kilos próximamente.}$$

El gorron más cargado soporta los ${}^2/_3$ de P ú 800 kilos luego:

$$P'=800 \text{ y } 2P'=1600;$$

tenemos pues en todo:

$$Q'+q'+2P'=74+200+1600=1875 \text{ kilos.}$$

Si suponemos que el engranaje da lugar á choques, tendremos, segun el cuadro E, para determinar el radio r' del gorron más cargado:

$$r'^2=\frac{P'n}{67}.$$

Haremos:

$$P'=1875 \text{ y } n=1'2;$$

y resultará:

$$r'^2=\frac{1875\times 1'2}{67}=33'58;$$

de donde:

$$r'^2=\sqrt[3]{33'58}=5'8^{cm}.$$

OBSERVACION. Cuando un cuerpo colocado sobre dos apoyos está cargado en su medio por un peso P, hemos visto, pág. 273, que el momento de la potencia:

$$M=\frac{PL}{4},$$

que tiende á romper la pieza es 4 veces menor que si el peso estuviese aplicado al estremo de la pieza; y por consiguiente, dividiendo por 4 los valores de ab^2 dados por el cuadro A, pág. 252, tendremos los valores de:

$$ab^2$$

para una pieza rectangular;

$$\frac{ab^3-a'b'^3}{b}$$

para una pieza rectangular hueca ó un hierro en doble T;

$$\frac{ab^3-(a'b'^3+a''b''^3+a'''b'''^3)}{b}$$

para una pieza en doble T formada de palastros ensamblados por cantoneras:

$$\frac{ab^3+2a'b'^3}{b}$$

para una pieza en cruz;
y en fin:

$$\frac{b^3}{\sqrt{2}}$$

para una pieza cuadrada que descanse sobre una arista.

Tendremos del mismo modo, dividiendo por 4 los valores de R^3 dados por el cuadro B, pág. 257, los valores de:

$$R^3$$

para piezas circulares;

$$\frac{R^4-R'^4}{R}$$

para piezas cilíndricas huecas; y en fin:

$$\frac{AD}{\pi}$$

para los cilindros de paredes delgadas.

SEGUNDO CASO.—El sólido colocado sobre dos apoyos está sometido perpendicularmente á su longitud á una carga q uniformemente repartida en toda su longitud. (fig. 83)

Se supone la pieza empotrada por el medio y se introducen las reacciones de los puntos de apoyo que obran en sentido inverso de la carga.—Cada mitad de la pieza podrá, pues, considerarse como un sólido empotrado en un estremo M y solicitado por dos fuerzas contrarias, una q aplicada á su estremo, y la otra $\frac{q}{2}$ uniformemente repartida.

El momento de las fuerzas esteriores será, pues:

$$\frac{q}{2}\times\frac{L}{2}-\frac{q}{2}\times\frac{L}{4}=M,$$

ó

$$\frac{qL}{8}=M.$$

Pero:

$$M=\frac{K_2 ab^2}{6}$$

para una seccion rectangular, y tendremos por fin la ecuacion:

$$\frac{qL}{8}=\frac{K_2 ab^2}{6}.$$

Para una pieza de doble T simétrica de hierro, se tiene:

$$M=\frac{K_2}{6}\left(\frac{ab^3-a'b'^3}{6}\right),$$

y

$$\frac{qL}{8}=\frac{K_2}{6}\left(\frac{ab^3-a'b'^3}{b}\right).$$

Aplicacion.—Calcular las dimensiones de las vigas y de los cabrios de un suelo, teniendo las vigas de encina 6 metros de longitud y estando separadas $3'25^{m}$ de eje á eje y los tirantes igualmente de encina estan separados de medio en medio $0'35^{m}$. (fig. 84)

Se tiene la fórmula:

$$\frac{qL}{8}=\frac{K_2 ab^2}{6}.$$

Para la encina se tiene:

$$K_2=58 \text{ kilos}.$$

Resulta pues:

$$\frac{qL}{8}=\frac{58\, ab^2}{6};$$

de donde:

$$ab^2=\frac{6qL}{8\times 58}=\frac{3qL}{4\times 58}.$$

Suponemos que la altura de las vigas y de los tirantes es doble del espesor y que la carga mayor que debe soportar el suelo es de 800 kilos por metro cuadrado.

La superficie del suelo soportado por cada viga será:

$$3'25\times 6=19'50^{m},$$

cuya carga será:

$$19'5\times 800=15600 \text{ kilos}=q,$$

y la ecuacion:

$$ab^2=\frac{3qL}{4\times 58},$$

se convertirá en:

$$\frac{b^3}{2}=\frac{3\times 15600\times 600}{4\times 58}=\frac{28080000}{4\times 58},$$

pues:

$$a=\frac{b}{2},$$

y:

$$L=600.$$

$$b^3=\frac{28080000}{116}=242068$$

$$b=\sqrt[3]{242068}=62^{cm};$$

de donde se deduce el valor de a:

$$a=\frac{b}{2}=\frac{62}{2}=31^{cm}.$$

La superficie del suelo soportada por cada tirante será:

$$0'35\times 2'94=1'029^{m^2},$$

y la carga total por tirante:

$$1'029\times 800=823 \text{ kilos}.$$

$$ab^2=\frac{3qL}{4\times 58},$$

$$b^3=\frac{3qL}{2\times 58}=\frac{3\times 823\times 294}{116}=\frac{725886}{116}=6257,$$

$$b=\sqrt[3]{6257}=18^{cm},$$

y:

$$a=\frac{b}{2}=\frac{18}{2}=9^{cm}.$$

Nota.—En la flexion de las vigas las fibras comprimidas se hallan en la parte superior, y se puede, sin disminuir sensiblemente la resistencia, practicar hácia arriba las muescas destinadas á recibir las puntas de los tirantes con la condicion de que estos esten muy fuertemente apretados en las cortaduras, que no deben descender más abajo del eje neutro de la viga.

—Se quiere construir el suelo de que se trata más arriba por medio de viguetas de hierro laminado en doble T, espaciados á un metro de eje á eje y teniendo toda la longitud de 6 metros entre los puntos de apoyo como las vigas anteriores. Se piden las dimensiones del perfil de doble T.

Se tiene:

$$\frac{qL}{8}=\frac{K_2}{6}\left(\frac{ab^3-a'b'^3}{b}\right);$$

de donde:

$$\frac{ab^3-a'b'^3}{b}=\frac{6qL}{8K_2}$$

Admitamos que la forma de las viguetas sea tal que se tenga:

$$b'=0'875b;\ a'=0'235b;\ a=0'315b,$$

que es una relacion frecuentemente adoptada, y resultará:

$$\frac{0'315b^4-0'235\,(0'875)^3\,b^4}{b}=\frac{3qL}{4K};$$

de donde:

$$(0'315-0'157)\,b^3=\frac{3qL}{4K};$$

la carga en cada vigueta es $800\times6\times1=4800$ kilos; luego:

$$b^3=\frac{3\times4800\times600}{4\times0'188\times500}=\frac{8640000}{316}$$

$$b=\sqrt[3]{27341}=30^{cm},$$

y por tanto:

$$a=9'4^{cm}$$

$$a'=7^{mc}$$

$$b'=26'2^{mc}.$$

Tercer caso.—El sólido está colocado sobre dos puntos de apoyo y carga en dos puntos G y D por dos pesos G y G′ (fig. 86).

Calculemos las presiones P y P′ sobre los dos puntos de apoyo A y B.

$$G \text{ da } \left\{ \begin{array}{l} g=\dfrac{G\,(L-a)}{L} \\ g_1=\dfrac{Ga}{L} \end{array} \right.$$

$$G' \text{ da } \left\{ \begin{array}{l} g'=\dfrac{G'a'}{L} \\ g'_1=\dfrac{G'\,(L-a')}{L} \end{array} \right.$$

luego:

$$P=\frac{G'a'}{L}+\frac{G\,(L-a)}{L};$$

y:

$$P'=\frac{G\,a}{L}+\frac{G'\,(L-a')}{L}$$

Una seccion cualquiera M se calcula suponiendo la pieza empotrada en G′ y solicitada en A y C por dos fuerzas P y G que obran en sentido inverso.

Resultará:

$$P\,(a+z)-G\,z=M$$

si:

$$a=a'$$

y:

$$G=G'$$

resulta:

$$P=\frac{Ga}{L}+G-\frac{Ga}{L}=G$$

y la fórmula se reduce á:

$$Ga=M$$

En este caso la accion es, pues, constante entre G y D.

Con relacion á una seccion N, tendremos $Px=M$ suponiendo la pieza empotrada en G y sometida en el estrèmo A á una fuerza P.—La seccion va, pues, aumentando de A hácia C.

Eje cargado en dos puntos (fig. 87).

Las reaciones en el centro de cada coginete son:

$$P=\frac{G'a'+G\,(L-a)}{L}$$

$$P'=\frac{Ga+G'\,(L-a')}{L}$$

Para calcular el diámetro de los gorrones supondremos que P y P′ obran en los estremos del eje.

Tendremos para el gorron de la izquierda:

$$\frac{G'a'+G\,(L-a)}{L}\times l=\frac{K_2\pi R^3}{4}$$

Como hemos visto anteriormente, $l=n\times2R$, luego:

$$\frac{G'a'+G(L-a)}{L}n\times 2R=\frac{K_2\pi R^3}{4}$$

de donde:

$$R_2=\frac{8n\{G'a'+G(L-a)\}}{K_2\pi L}$$

y

$$R=\sqrt{\frac{G'a'+G(L-a)}{L}\times\frac{8n}{K_2\pi}}$$

Una seccion cualquiera mn de la parte central se calculará suponiendo la pieza empotrada en D y solicitada por dos fuerzas de sentido contrario, G y P.

Tendremos:

$$P(\frac{1}{2}l+a+z)-Gz=\frac{K_2\pi R^3}{4}$$

$$P(\frac{1}{2}l+a)+(P-G)z=\frac{K_2\pi R^3}{4}$$

Lo que nos dará el radio R de la seccion mn.

Caso particular.—Si $a=a'$ y $G=G'$ se tiene:

$$P=\frac{Ga}{L}+\frac{G(L-a)}{L}=G$$

$$P'=\frac{Ga}{L}+\frac{G(L-a)}{L}=G$$

y el radio de una seccion central mn estará dado por la fórmula:

$$P\frac{1}{2}(l+a)=\frac{K_2\pi R^3}{4}$$

El radio es, pues, constante, y la parte central entre C y D es cilíndrica.

Ejemplo.—Calcular el eje de fundicion de una rueda hidráulica con dos sistemas de brazos, uno de los cuales lleva una corona dentada que sirve para la trasmision del movimiento.—Se da $L=3'85^{cm}$; $a=50^{cm}$; $a'=35^{cm}$; $G=8500$ kilos; $G'=6600$ kilos (fig. 88).

Hallaremos el diámetro del gorron izquierdo por la fórmula:

$$R=\sqrt{\frac{G'a'+G(L-a)}{L}\times\frac{8n}{K_2\pi}}$$

Reemplazando todas las letras por su valor resulta:

$$R=\sqrt{\frac{6600\times 35+8500(385-50)}{385}\times\frac{8n}{K_2\pi}}$$

Pero K_2 para la fundicion$=257$; y $n=1'2$ para las ruedas hidráulicas; luego

$$P=\sqrt{7996\times\left(\frac{8\times 1'2}{257\times 3'1416}\right)}=\sqrt{82^{cm}},$$

y D=diámetro=2R=18.

Sólidos de igual resistencia.

Cuarto caso.—Cuando un sólido colocado sobre dos puntos de apoyo está cargado en su medio por un peso P, hemos visto que cada mitad puede considerarse como empotrada en un estremo y sometida en el otro á la accion de un peso $\frac{P}{2}$. Obtendremos pues los sólidos de igual resistencia reemplazando en las fórmulas de las págs. 241 y 242, P y L por $\frac{P}{2}$ y $\frac{L}{2}$.

En el caso en que la carga está uniformemente repartida, acabamos de ver que cada mitad de la pieza puede considerarse como un sólido empotrado por un estremo y solicitado por 2 fuerzas contrarias, una $^1/_2\, q$ que obra en el estremo y otra $^1/_2\, q$ uniformemente repartida.

Para una seccion rectangular la cuadratura del medio está dada por la fórmula:

$$\frac{qL}{8}=\frac{K_2ab^2}{6} \qquad (1).$$

Primera hipótesis.

a constante,
b variable$=y$.

Tendremos para una seccion M (fig. 89).

$$\frac{q}{2}x-\frac{qx}{L}\times\frac{x}{2}=\frac{K^2ay^2}{6} \qquad (2).$$

de (1) se deduce:

$$\frac{Ka}{2}=\frac{qL}{8b^2};$$

luego reemplazando letras por su valor en (2) resultará:

$$q\left(\frac{x}{2}-\frac{x^2}{2L}\right)=\frac{qL}{8b^2}\times y^2;$$

de donde:

$$y^2=\frac{8b^2}{L}\left(\frac{x}{2}-\frac{x^2}{2L}\right)$$

$$y^2 = \frac{b^2}{L^2} \times 4x(L-x).$$

Esta es la ecuacion de una elipse que tenga su vértice en el punto B.

SEGUNDA HIPÓTESIS.

a variable$=z$
b constante.

$$y\left(\frac{x}{2} - \frac{x^2}{2\,L}\right) = \frac{K_2 b^2}{6} \times z.$$

de la ecuacion (1) se deduce:

$$\frac{K_2 b^2}{6} = \frac{qL}{8a};$$

luego:

$$q\left(\frac{x}{2} - \frac{x^2}{2\,L}\right) = \frac{qL}{8a} \times z,$$

de donde:

$$z = \frac{4a}{L^2}(xL - x^2).$$

Esta es la ecuacion de una parábola cuyo vértice está en B.

CAPÍTULO VI

PIEZA CIRCULAR QUE DESCANSA SOBRE UN APOYO CILÍNDRICO.—RESISTENCIA Á LA COMBADURA.

Una placa primitivamente plana y circular descansa sobre un apoyo cilíndrico en su circunferencia esterior; si se carga esta placa con un peso p por centímetro cuadrado, se bombeará tanto más fuertemente cuanto más considerable sea el peso p, y si pasamos del límite de elasticidad K del metal, la placa permanecerá bombeada despues de quitada la carga. Tendremos un palastro combado.

El trabajo de combadura de los palastros entra en la teoria de la flexion; pero como se trata en este caso de deformaciones permanentes, nos contentaremos con dar algunos resultados obtenidos por medio de la máquina Kirkaldy.

1.° Un disco de palastro de 305^{mm} de diámetro y de 16^{mm} de espesor ha sido combado en frio bajo una carga de 106750 kilos.

El casquete esférico así obtenido tenia 235^{mm} de cuerda y 88^{mm} de flecha.

2.° Un disco de palastro de 305^{mm}de diámetro y de $16'5^{mm}$ de espesor ha sido bombeado en frio bajo una carga de 113000 kilos. El casquete esférico así obtenido tenia 230^{mm} de cuerda y 86^{mm} de flecha.

3.° Un palastro de 310^{mm} de diámetro y de 15'5 milímetros de espesor ha sido combado bajo un esfuerzo de 125500 kilos. Este palastro ha sido combado en forma de semi-esfera.

Los tres palastros indicados más arriba han sido combados sin que haya aparecido ninguna rotura.

Piezas empotradas por sus dos estremos.

En la práctica, pocas veces se presentan piezas empotradas en sus dos estremos; y así, no examinaremos más que un solo caso que es aquel en que tiene aplicado un peso en su medio (fig. 90).

Reemplazando el peso P por un empotramiento que se mueva en la direccion de la flecha CP, se producirán en los empotramientos A y E reacciones en sentido inverso.

Si el punto B está en el medio de AC, es evidente que la curva BC es igual á la curva AB; luego el punto B será el punto de inflexion ó de curvatura cero.

La fuerza puede entonces reemplazarse por dos fuerzas $\frac{P}{2}$ colocadas en el punto B y D, situadas á $^1/_4$ y á los $^3/_4$ de la longitud AE. El momento que tiende á romper la pieza en C es:

$$\frac{P}{2}\times\frac{L}{4}=M.$$

Si se trata de una pieza rectangular tendremos, pues:

$$\frac{PL}{8}=\frac{K_2ab^2}{6}.$$

Como todo es idéntico relativamente á los tres empotramientos A, C, E, la pieza tenderá á romperse simultáneamente en estos tres puntos.

Vemos, pues, que cuando un cuerpo empotrado en sus dos estremos está cargado en su medio por un peso P, el momento de la potencia:

$$M=\frac{PL}{8},$$

que tiende á romper la pieza es 8 veces menor que si el peso estuviese aplicado al estremo de la pieza; y por consiguiente, dividiendo por 8 los valores de ab^2 dado por el cuadro A, pág. 252, tendremos los valores de:

$$ab^2$$

para una pieza rectangular;

$$\frac{ab^3-a'b'^3}{b}$$

para una pieza rectangular hueca ó de un hierro de doble T;

$$\frac{ab^3-(a'b'^3\times a''b''^3\times a'''b'''^3)}{b}$$

para una pieza de doble T formada de palastro ensamblado por cantoneras;

$$\frac{ab^3+2a'b'^3}{b}$$

para una pieza en cruz; y en fin:

$$\frac{b^3}{\sqrt{2}}$$

para una pieza cuadrada que descanse sobre la arista.

Del mismo modo tendremos dividiendo por 8 los valores de R^3 dados por el cuadro B, pág. 257, los valores de:

$$R^3$$

para piezas circulares:

$$\frac{R^4-R'^4}{R}$$

para piezas cilíndricas huecas; y en fin:

$$\frac{AD}{\pi}$$

para los cilindros de paredes delgadas.

Ensayos de madera á la flexion.

Todas las piezas ensayadas tenian una seccion de $10^{cm}\times 10^{cm}$. *Estaban colocadas sobre dos apoyos separados en un metro, y el esfuerzo que producia la flexion estaba á igual distancia de estos.*

Designacion de la madera.		Carga que precede á la rotura á que ha subido la flecha.	Flecha correspondiente.	Carga total de rotura.	OBSERVACIONES.
		KILOS.	mm.	KILOS.	
Roble..	(*A*)	3000	21'1	3452	Los ensayos marcados con (*A*) se han hecho con el plano de flexion normal á los círculos anulares. Los de (*B*) con el plano de flexion paralelo á los círculos anulares.
	(*B*)	3000	24'0	3270	
Fresno.	(*A*)	5000	25'0	5220	
	(*B*)	4000	27'5	4500	
Pino.	(*A*)	3500	23'6	3840	
	(*B*)	4000	24'9	4360	
Abeto..	(*A*)	4500	24'4	4510	
	(*B*)	4000	28'1	4490	
Pino de Flandes..	(*A*)	8500	29'5	8800	
	(*B*)	8500	39'0	9000	
Caoba..	(*A*)	6000	27'7	6295	
	(*B*)	5000	21'3	5420	

Ensayos á la flexion de aceros para resortes.

PROCEDENCIA de los ACEROS.	PROBETAS.	Distancia entre los apoyos en centímetros.	Tension por cent. cuad. al límite de elasticidad.	Valor medio de E en el límite de elasticidad.	OBSERVACIONES.
Norte Francés. .	Templado y cocido	40	8510	17753'6	Promedio de 3 ensayos.
Sociedad J. Coc-keril.	id.	40	10740	18015	id. 4 id.
id.	no templado	40	5300	16316'5	id. 4 id.
Ferro-carril del Estado..	templado y cocido.	24'8	11580	17957	id. 4 id.

Ensayos para determinar el coeficiente de elasticidad que entra en el cálculo de los resortes de hojas de acero.

Ensayos de aceros que han servido para hacer resortes.				Coeficiente de elasticidad en los límites de la misma por la flexion de los resortes de hojas habiendo 1 metro de separacion entre los ojos ó gazas.				
		Coeficiente de elasticidad.			Resortes nuevos.		Resortes cuyas hojas se han pulido y engrasado.	
N.º de la fusion.	Tipo % en carbono.	Acero templado y recocido.	Acero sin templar.	N.º de la fusion.	Ensayados sin batirlos.	que han sufrido un batido despues de cada carga de 500 kilos.	Ensayados sin batirlos.	que han sufrido un batido despues de cada carga de 500 kilos.
8647	0'350	18925	18594	8647	24428	23859	21862	19922
5139	0'438	18584	18417	5139	22153	22056	20152	18840
5125	0'513	18507	18477	5125	23724	22906	21351	19529
		56020	55488		70305	68821	63365	58291
	Promedio. .	18673	18496		23435	22940	21121	19430

Cambio brusco de seccion trasversal.

Segun M. Bellangé, «una condicion de la teoria de las piezas dobladas es que sus dimensiones trasversales solo varien por grados poco sensibles comparativamente á su longitud. Un hecho esperimental que prueba la importancia de esta condicion es que el peligro de rotura que se manifiesta en una pieza cuyo corte pasa por su línea media presenta ángulos vivos (*a*), peligros que se atenuan haciendo desaparecer estos ángulos por curva de union llamados cantones. (*b*) Esto parece provenir de que las capas de la parte bruscamente comprimida, los más próximos ángulos entrantes, capas planas antes de la deformacion, no quedan tales en el estado de flexion.»

ESFUERZOS DE TORSION.

405. *Fuerza de torsion.*—Cuando el árbol tendido de una máquina está en movimiento, está sometido á dos esfuerzos que obran en sentido contrario, tangencialmente á su superficie, uno es la fuerza que lo pone en movimiento, y otro igual al primero, es la resistencia que hay que vencer. El obstáculo que las moléculas oponen á este doble esfuerzo se llama resistencia á la torsion.

Un árbol está con frecuencia sometido á los esfuerzos combinados de torsion y de flexion; en semejantes casos se opone la resistencia al más considerable de los dos.

Expresion de la resistencia á la torsion.

Las moléculas de un cuerpo sometido á un esfuerzo de torsion esperimentando clases de desplazamiento, uno en el sentido de las fibras, es decir, paralelo al eje, otro en el plano de la accion, es decir, perpendicularmente al eje: en este último caso las moléculas colocadas en una misma generatriz, son desplazadas por cantidades decrecientes á partir del punto de aplicacion de la fuerza, de manera que figuran una curva helicoidal, de suerte que después de haber esperimentado un esfuerzo de torsion, la generatriz ha tomado una nueva posicion; el ángulo formado por las dos posiciones de esta generatriz ántes y despues de la torsion se llama *ángulo de torsion.*

El ángulo de torsion depende de la longitud del árbol; pero varios esperimentos han demostrado que este ángulo y por consiguiente la longitud del árbol, no tenia ninguna relacion con la resistencia á la rotura. En el desplazamiento molecular paralelo al eje hallaremos los elementos de esta resistencia.

Varios esperimentos han demostrado, además, que el desplazamiento molecular llegaba á su máximo en la circunferencia, y que iba disminuyendo hasta el centro, donde era nulo: todas las moléculas situadas sobre el eje son pues invariables.

Asi mismo se ha observado que la rotura de los árboles sometidos á la torsion se verificaba siempre cerca del punto de aplicacion de la fuerza. Si consideramos ahora dos capas próximas cd, ab (fig. 95), entre las cuales se verifica esta separacion, pero bastante próximas una á otra para que una molécula colocada en c pueda llegar á a bajo la influencia de la torsion, disminuyendo el desplazamiento molecular ac hasta el punto o en que es nulo, podemos racionalmente suponer que la resistencia desarrollada es proporcional al desplazamiento. Si $ca{=}t$ representa la resistencia á la circunferencia, los rayados del triángulo aoc representarán las resistencias sucesivas para los radios correspondientes. La suma de las fuerzas moleculares en un plano que pase por el eje, estará, pues, medida por la superficie del triángulo y la de las fuerzas desarrolladas en toda la seccion estará representada por un sólido de revolucion que tenga por generador el triángulo *aoc*. La espresion del sólido es la superficie del triángulo multiplicado por el círculo de radio r que describe su centro de gravedad, es decir, por

$$\frac{t.r}{2}\times 2\pi\frac{2}{3}r=\frac{2}{3}\pi.t.r^2.$$

El brazo de palanca con el cual obra la suma de estas resistencias, es igual á los 2/3 del radio y reemplazando r por su valor en funcion del diámetro D esta espresion $=0'52.t.D^3\times\frac{D}{3}$; llamando P la potencia ó brazo de palanca, se tiene:

$$P.R=0'52.t.D^3\times\frac{D}{3};\text{ de donde: } t=\frac{P.R}{0'17\,D^3}.$$

Pero hemos hallado esperimentalmente que t es igual á dos veces la resistencia á la traccion para la fundicion y 1'66 para el hierro y el acero: tenemos, pues, llamando C al coeficiente del cuerpo, ya sea para la rotura, ya para obrar con seguridad.

$$D^3=\frac{P.R}{0'34\,C}\text{ para la fundicion (n.° 35).}$$

$$D^3=\frac{P.R}{0'17\times 1'66\times C'}\text{ para el hierro y acero (n.° 36).}$$

Tal es la fórmula teórica para la resistencia á la torsion; pero las dimensiones de los gorrones están calculadas por las fórmulas prácticas que dan dimensiones mucho más considerables.

406. *Fórmula práctica de la resistencia á la torsion.*—El diámetro de los gorrones es proporcional á la fuerza del motor é inversamente proporcional á la velocidad del árbol, y llamando

D, el diámetro en centímetros,

F, la cantidad de accion trasmitida por el árbol en un minuto, en kilográmetros,

K, un coeficiente variable,

V, el número de vueltas por minuto, tendremos:

$$L^3=\sqrt[3]{\frac{F}{V}}\times K. \qquad \text{(n.° 37)}$$

407. Para la fundicion el valor de K varia de 1'10 á 1'86 y en promedio 1'60, con velocidades variables, pero sin choque. Es prudente, sin embargo, no descender más abajo de 1'25. Con choques considerables se podria llegar á 2'3.

Para el hierro el límite máximo, con hierro de calidad inferior, es de 1'03. Con materiales de buena calidad y segun el género de trabajo de la máquina, se puede hacer variar K de 0'760 á 0'405.

Para trasmisiones no sometidas á choques K varia de 0'50 á 0'35.

Ejemplo. Supongamos que se quiere hallar el diámetro de los gorrones del árbol tendido de una máquina de buque de vapor de 30 caballos que dé 25 vueltas por minuto.

Suponiendo el hierro de buena calidad como suele serlo el de esta clase de árboles, tomemos, sin embargo, K=0'760 por máximum, pues un árbol motor está espuesto á choques violentos.

Reduciendo los caballos á kilográmetros tenemos: (§ 288):

$$D=\sqrt[3]{\frac{30\times 75\times 60}{25}}\times 0'760=16^{cm}.$$

Espesor de los muros.

408. La solidez de un muro depende de su estabilidad, de la resistencia del terreno sobre el cual está edificado y de la resistencia de los materiales con los cuales está construido. Esta última resistencia dimana de la cualidad de las materias y del cuidado con que están agregadas.

Para obtener la estabilidad, es preciso que la vertical que pase por el centro de gravedad del muro (§ 282) pase por uno de los puntos de su base; sin esta condicion, su peso tenderia á hacerle girar sobre una de las aristas de su base. Además por poco compresible que sea el terreno, es preciso que la proyeccion del centro de gravedad se confunda con el centro de figura de la base, pues la presion, siendo mayor en el lado en que la vertical se inclina hácia la base, el muro tendria tendencia á girar.

Las bóvedas y las vigas que se apoyan en las paredes tienden á derribarlas. Se aumenta la resistencia dando á los muros del lado opuesto al empuje una ligera inclinacion llamada declive ó un espesor mayor en la base llamado zócalo. Este tiene tambien por objeto aumentar la superficie de la base y dividir la fuerza de empuje, y por consiguiente disminuir la presion sobre el terreno.

El terreno mismo debe ofrecer cierta resistencia que se obtiene por la acumulacion producida, ya sea por presion con un rodillo, ya por percusion por medio de un ariete. La resistencia del terreno debe ser uniforme; y en caso contrario la solidez del muro queda comprometida por las grietas que aparecen cuando la pared trabaja desigualmente.

409. La anchura de los cimientos es de $1/4$, $1/3$, $1/2$ además de la del muro.

Para determinarla hay que considerar el empuje horizontal y la naturaleza del terreno; algunas veces las fundaciones descansan sobre un lecho de maderos para aumentar el asiento. La profundidad depende de la distancia á la cual se halla el buen terreno, pero lo menos que puede darse, es $0'50^{m}$, aun cuando el suelo sea muy sólido.

410. La estabilidad de un muro que aumenta con el espesor, disminuye á medida que la altura aumenta, pues el centro de gravedad se aleja del plano horizontal. El espesor depende, pues, de la altura para los muros aislados, y la relacion entre las dos dimensiones varia de $^1/_8$ á $^1/_{12}$.

411. Los muros de habitacion que se sostienen mútuamente tienen una relacion entre la altura y el espesor menor que $^1/_8$ á $^1/_{12}$.

Numerosos esperimentos han hecho estimar en $^1/_{24}$ de su distancia de eje á eje el espesor mínimo de dos muros de habitaciones paralelas. Llamando D la distancia entre ejes de dos muros de cara, a su altura, se tiene para los cuerpos de habitacion simples, siendo e e espesor:

$$e=\frac{D+\frac{a}{2}}{24}. \qquad (\text{n.}^\circ\ 38).$$

Para un edificio doble, es decir, dividido por un muro paralelo á los muros de cara:

$$e=\frac{\frac{D}{2}+\frac{a}{2}}{24}, \qquad (\text{n.}^\circ\ 39).$$

y para los muros intermedios ó de division, llamando d la anchura de este muro y a su altura,

$$e=\frac{d+a}{36}. \qquad (\text{n.}^\circ\ 40).$$

Segun observaciones prácticas y segun las fórmulas de los números 38 á 40, se ha construido el cuadro siguiente:

Cuadro del espesor que ha de darse á las paredes.

GÉNERO DE EDIFICIOS.	DESIGNACION DE LAS PARTES DE LAS PAREDES.	ESPESOR DE LAS PAREDES DE FACHADA.	MEDIANERAS.	DE TABIQUE.
		m.	m.	m.
Casas particulares	En los cimientos	0'75 á 1'00	....	0'70 á 0'85
	Al nivel del suelo de los sótanos	0'55 á 0'80	....	0'50 á 0'65
	Al nivel del piso bajo	0'50 á 0'65	0'43 á 0'54	0'35 á 0'40
	Arriba del piso 1.°	0'45 á 0'55	»	»
	Id. » 2.°	0'40 á 0'50	....	0'30 á 0'35
	Id. » 3.°	0'32 á 0'40	....	0'25 á 0'30
Edificios más importantes que las casas particulares	....	0'65 á 1'00	0'55 á 0'65	0'40 á 0'35
Edificios con bóvedas en el piso bajo	....	1'20 á 2'50	1'00 á 1'50	0'70 á 1'20

412. *Ejemplo de cálculo de los muros.* EJEMPLO I. ¿Cuál debe ser el espesor de un cuerpo de division simple que tenga su piso de 6 metros de altura y 10 metros de ancho? La fórmula n.° 38 es:

$$e=\frac{D+\frac{a}{2}}{24}=\frac{10+3}{24}=0'54^{m}.$$

EJEMPLO II. ¿Cuáles son los espesores de los muros de frente de un edificio doble, de 3 pisos, teniendo el suelo 5^{m}, el primer piso 3^{m}, el segundo 3^{m} y el tercero $2'50^{m}$ comprendiendo el espesor de los techos, siendo la anchura 12^{m}?

La fórmula $e=\dfrac{\frac{D}{2}+\frac{a}{2}}{24}$ del n.° 40 da:

para el piso bajo, $$e=\frac{\frac{12}{2}+\frac{13'50}{2}}{24}=0'53,$$

para el primer piso, $e=\dfrac{\dfrac{12}{2}+\dfrac{8'50}{2}}{24}=0'44;$

para el segundo piso, $e=\dfrac{\dfrac{12}{2}+5'50}{24}=0'36;$

para el tercer piso, $e=\dfrac{\dfrac{12}{2}+\dfrac{2'50}{2}}{22}=0'30.$

Tabiques de madera, paredes, suelos y techos.

413. Cuando se reemplaza un muro por un tabique de madera, tabicado con yeso, é inclinado hácia los dos lados para no formar más que una sola pieza se le da la mitad del espesor que, segun las reglas, deberia tener el muro. Para un tabique de madera de la altura de 3 ó 4 pisos, el espesor es generalmente de 20 á 25^{cm}. Cuando los tabiques interiores llevan piso, los postes de aplomo deben tener un espesor igual á $^1/_{11}$ de su altura; los descargos y vigas maestras son 27^{mm} más espesas y más anchas. Si la longitud del tabique está en el mismo sentido que los tirantes, un solo tirante soporta todo el peso del tabique y entonces es necesario colocar descargos que lleven una parte de este peso en los estremos de la pieza de madera ó sobre los muros.

Para un tabique ligero que no lleve piso, el cuarto del espesor del muro reemplazado es suficiente. (Véase el cuadro siguiente.

414. *Suelos.*—Las principales piezas de armazon de un suelo son los tirantes, vigas y en ciertos casos las carreras.

Se espacian los tirantes $0'33^m$ de eje á eje haciendo la altura igual á dos veces la anchura; y algunas veces se hace esta altura tres veces la anchura con $0'30^m$ de vacio.

Cuadro de dimensiones de diferentes piezas de tabique de madera.

	ESPESOR.	ESCUADRIA.
	m.	m.
Tabiques de fachadas de ($3'90^m$)	0'217 á 0'244	»
Postes angulares y postes de fondo		0'244 á 0'271
Postes de apoyo		2'217 á 0'244
Vigas maestras (altas ó bajas)		0'217 á 0'244
Postes de ensamblaje		0'189 á 0'217
Postes de rellenar con ripio		0'162 á 0'217
Separacion de los postes de rellenar		0'271 á 0'225
Descargos, aspas, cruz de S. Andrés		0'162 á 0'217
Balaustres y pilares		0'135 á 0'217
Tabiques interiores ó de 3'90 metros	0'162	»
Tabiques de más de 3'90 metros	0'189	»
Postes que sostienen pavimentos		0'135 á 0'162
Postes que no sostienen carga		0'108 á 0'135
Tabiques de madera en vago		0'081 á 0'135

Segun Rondelet, los tirantes deben estar espaciados por un vacio igual al lleno, siendo la altura dos veces la anchura y siendo esta altura el $^1/_{24}$ de la longitud. Las vigas deberian tener $^1/_{18}$ de su longitud como cuadratura y estar á una distancia de $3'50^m$ á 4^m.

El ingeniero inglés Tredgold da la fórmula siguiente para calcular las dimensiones de las vigas y de los tirantes:

$$a=K=\sqrt{\frac{L^2}{b}} \qquad \text{(n.° 41)}$$

en la cual a es la altura transversal, b la base ó anchura, L la longitud de la pieza y K un coeficiente variable cuyos diferentes valores son:

Suelos simples, con una sola fila de tirantes b que no puede ser inferior á $0'05^m$:

madera de pino $K=0'0363$
madera de encina $K=0'0376$

Suelos ensamblados 1.° Para las vigas principales que tienen á lo más 3^m de distancia:

madera de pino $K=0'0688$
madera de encina $K=0'0711$

2.° Para las vigas pequeñas ensambladas á las vigas principales y que tengan á lo sumo $1'30^{m}$ á 2^{m} de distancia:

madera de pino K=0'0560
madera de encina K=0'0578

Las dimensiones de los tirantes son las mismas que para los suelos simples.

En lugar de tener tirantes empotrados en los muros se les hace á veces soportar por una pieza de madera empotrada por la mitad en los muros llamada viga maestra.

Las vigas maestras están sostenidas de distancia en distancia por repisas de hierro; cuando están ensambladas en cola de golondrina con los tirantes, el sistema tiene una gran solidez.

Si la dimension vertical de los tirantes es 1, la dimension correspondiente de las vigas maestras es 1'5 y la anchura 1.

415. *Techos.*—Se llama techo la armazon que termina la altura de un edificio y que soporta su cubierta. Este armazon se compone de cierto número de cuchillos (fig. 93) colocados á 3 ó 4^{m} unos de otros y los cuales están fijos, en el sentido de la longitud de la armazon, de largas piezas de madera *a a*, llamadas carriolas, distantes de 2^{m} á $2'30^{m}$ y sobre las cuales descansan los cabrios, las latas y la cubierta.

Los cuchillos se componen de dos piezas de madera inclinadas *b b* llamadas *pares* que están ensambladas en la parte superior de una pieza de madera *c* vertical, llamada *punzon*, y hácia abajo, en una pieza de madera horizontal *d* llamada *solera* ó *tirante.*

Otras piezas de madera, los contrapuntales *f* y las pares de linterna *j* fortifican los pares.

Cuando se quieren establecer boardillas, el punzon descansa sobre una solera remangada *h*, en lugar de descender hasta el tirante *d*, y está fortificado entonces por ejes *k*. Los cabrios *m* se prolongan por un lado hasta *l*, pieza de madera que termina la armazon y por la otra hasta las vigas *maestras m'*.

El esfuerzo P al cual deben resistir las diferentes partes de una bóveda, de un par de cuchillo, por ejemplo, se compone: 1.° del peso de las materias que soporta; 2.° del peso accidental de nieve, y 3.° de la presion de los vientos. El cuadro siguiente indica las cantidades con las inclinaciones segun las materias empleadas.

Cuadro de la inclinacion que hay que dar á los tejados.

CLASE DE CUBIERTA.	Inclinacion del techo sobre el horizonte.	Peso del metro cuadrado de cubierta (sin comprender la madera)	Cubo de la madera por metro cuadrado.	Peso máximo de la nieve por metros cuadrados.	Presion máxima del viento, haciendo el tejado un ángulo de 42° con su direccion.
		kl.	m.	k.	k.
Tejas planas de gancho.	43° á 33°	60	0'054	50	93
Tejas huecas con mortero. . . .	31° á 27°	136	0'068	»	suponiendo la velocidad del viento de 30m. por segundo.
Tejas huecas en seco..	27° á 21°	75 á 90	0'058	»	
Pizarras.	45° á 33°	38	0'056	»	
Zinc n.° 14 y palastro galvanizado.	21° á 18°	8'50	0'042	»	

Las fórmulas para los pares, observando que la pieza está apoyada por sus estremos y la carga uniformemente repartida, se hace, llamando *l* la mitad del vuelo del cuchillo:

$$a.\,b^2 = \frac{P.\,l}{700000},$$

efectunado $a.\,b^2 = 0'00000107\ P.\,l$, tomando 700.000 para coeficiente de flexion. Para el tirante ó solera, que trabaja por traccion, llamando *m* la altura del cuchillo y tomando 0'0600001 por coeficiente,

$$a.\,b = 0'000000833\ P.\frac{l}{m}.$$

Cuadro de las dimensiones de diferentes partes de la cercha ó cuchillo.

DESIGNACION del género de CERCHAS Ó CUCHILLOS.	Longitud en obra.	Circuito sin llevar piso.	Circuito llevando piso.	Tirante reforzado	Jambas de fuerza.	Riostras.	Puntales.	Cantoneras.	Pares de apoyo.	Contrapuntales.	Caballetes.	Carriolas.	Vigas.	Cabrios ó latas.
	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.
Cercha simple.	6'00	0'27	0'32	»	»	0'22	0'19	»	0'16	0'16	0'19	0'19	0'23	0'09
	9'00	0'33	0'40	»	»	0'26	0'24	»	0'19	0'19	0'20	0'20	0'25	0'10
	12'00	0'40	0'47	»	»	0'32	0'30	»	0'21	0'21	0'22	0'22	0'28	0'11
Cercha de tirante.	6'00	»	0'42	0'21	»	0'22	0'19	0'19	0'15	0'15	0'19	0'19	0'23	0'09
Riostra y refuerzo.	9'00	»	0'52	0'27	»	0'26	0'24	0'24	0'18	0'18	0'20	0'20	0'25	0'10
Traviesa del vértice al tirante.	12'00	»	0'63	0'33	»	0'32	0'30	0'30	0'22	0'22	0'22	0'22	0'28	0'11
Cercha con tirante.	6'00	»	0'42	0'21	0'24	0'18	0'19	0'19	0'14	0'14	0'10	0'19	0'23	0'09
Refuerzo y jambas ó piés de fuerza.	9'00	»	0'52	0'27	0'12	0'22	0'24	0'24	0'16	0'16	0'20	0'20	0'25	0'10
	12'00	»	0'63	0'33	8'35	0'22	0'30	0'30	0'18	0'18	0'22	0'22	0'28	0'11

Si suponemos que una pieza cilíndrica (fig. 94) sólidamente empotrada por uno de sus estremos, reciba en el otro estremo la accion de una fuerza P obrando por intermedio de una palanca de longitud L y perpendicular al eje de la pieza, esta girará alrededor de su eje de figura, y la palanca OB tomará la posicion OB'. Se dice entonces que la pieza está sometida á un esfuerzo de torsion.

Influencia de la longitud sobre el ángulo de torsion.

Dividamos el cilindro en cierto número de rodajas de igual longitud, y admitamos por un instante que todas las rodajas sean de una rigidez absoluta, salvo la rodaja 1: bajo la accion de la potencia PL esta va á torcerse de tal manera que la molécula m llegue á m'. Volviendo la elasticidad á la rodaja 2, ésta se tuerce igualmente en cierta cantidad y la molécula n irá á n' y tendremos evidentemente $mm'=nn'$, y así sucesivamente, de suerte que los arcos descritos son proporcionales á la longitud de la pieza y una fibra rectilínea MN se hace una porcion de hélice MN'.

Si llamamos Θ el ángulo de torsion de una pieza de un centímetro de radio, se tendrá para una pieza del mismo diámetro pero de longitud L el ángulo de torsion $=\Theta L$.

El ángulo de torsion BOB' será, pues, tanto mayor cuanto más larga sea la pieza; de suerte que si esta tiene una longitud suficiente, la generatriz, al convertirse en hélice, podrá dar una ó más vueltas sobre el cilindro antes de que la pieza se rompa.

He aquí como podemos suponer que se verifica el fénomeno de la torsion.— La rodaja (2) procura girar sobre la rodaja (1) con un esfuerzo PL (siendo L la longitud del brazo de palanca OB) y la pieza solo se detiene cuando la reaccion del alargamiento de las fibras en el plano de separacion es igual á PL. Se obtendrá lo mismo para el plano de separacion entre (3) y (2) entre (4) y (3) y así secesivamente.

Cada seccion soporta, pues, el mismo esfuerzo PL, y si la pieza fuese de una perfecta homogeneidad, en el momento de la rotura, se pulverizaria completamente. De aquí sacaremos una consecuencia: que la resistencia de las piezas á la torsion es independiente de su longitud y que todas las que presentan de un estremo al otro la misma seccion, son sólidos de igual resistencia.

Influencia del diámetro sobre el ángulo de torsion.

Dados dos cilindros de radios R y R' formados de la misma materia, si suponemos que K sea el alargamiento máximo trasversal que puedan soportar las moléculas en el plano de contacto de las dos capas consecutivas antes de separarse definitivamente, la separacion tendrá lugar para el cilindro mayor cuando MN (figura 95) sea igual á N ó cuando el ángulo de torsion sea MON, y para el segundo cilindro, cuando M'N' (figura 96) sea igual á K ó el ángulo descrito sea M'O'N'. Ahora bien, $MN=R\,\alpha$ y $M'N'=R'\,.\,\alpha'$. Como es la misma materia, se tiene: $K=MN=M'N'$ y resulta:

$$R\alpha = R'\alpha',$$

de donde:

$$R : R' = \alpha' : \alpha.$$

Luego, para producir la rotura de dos piezas de la misma longitud y de la misma materia, los ángulos de torsion son inversamente proporcionales á los radios de esas piezas. De la proporcion anterior se deduce:

$$\alpha = \frac{R'\alpha'}{R},$$

si $R'=1$, α' es el alargamiento de una fibra situada á un centímetro del eje de la pieza; y en este caso $\alpha'=\Theta L$, luego:

$$\alpha = \frac{\alpha'}{R} = \frac{\Theta L}{R}.$$

El ángulo de torsion de una pieza cilíndrica cualquiera es, pues, proporcional á su longitud y en razon inversa del radio de la pieza.

Para las piezas huecas, el ángulo de torsion es el mismo que para la piezas macizas del mismo diámetro; de suerte que para una misma cantidad de materia, la rigidez de las piezas es mayor empleando piezas huecas que árboles llenos.

Más lejos veremos que hay igualmente aumento de resistencia absoluta.

El esfuerzo de torsion se produce constantemente para los árboles de trasmision de movimiento que reciben en un estremo la accion de la potencia y en el otro estremo la accion de la resistencia, que obra en sentido inverso de la primera fuerza.

Como el esfuerzo PL permanece constante de un estremo al otro de la pieza, vamos á calcular la resistencia de una seccion cualquiera. Si consideramos por ejemplo, la seccion de encaje, veremos que las fibras se alargan en sentido trasversal proporcionalmente á su distancia del eje, y si los enderezamos, tendremos para volúmen de dilatacion, el volúmen de un cilindro que tenga por base la seccion de la pieza, y por altura K ó la resistencia máxima de las fibras esteriores, menos el volúmen de un cono que tenga la misma base y la misma altura.

Podremos pues hacer:

$$\pi R^2 K - \frac{1}{3}\pi R^2 K = \frac{2}{3}\pi R^2 K = \text{volúmen de dilatacion}.$$

Si se considera en este volúmen una pequeña capa (figs. 97 y 98). SMN*nm*, veremos que este volúmen elemental es una pirámide y por consiguiente que su centro de gravedad está á los $^3/_4$ á partir del vértice S; luego á los $^3/_4$ R.—El momento será, pues, con relacion al eje, pasando por S:

$$\frac{2}{3}\pi R^2 K \times \frac{3}{4} R = \frac{\pi R^3 K}{2},$$

y

$$PL = \frac{K\pi R^3}{2},$$

de donde

$$R = \sqrt[3]{\frac{2PL}{K\pi}}$$

G. Cuadro que da los valores de R^3.

	REPOSO.	MOVIMIENTO.	CHOQUE.
Hierro. . . .	$\frac{PL}{785}$	$\frac{PL}{588}$	$\frac{PL}{392}$
Fundicion. . .	$\frac{PL}{314}$	$\frac{PL}{235}$	$\frac{PL}{157}$
Encina y pino. .	$\frac{PL}{109}$	$\frac{PL}{81}$	$\frac{PL}{54}$

ARBOL HUECO. (fig. 99). Si el árbol fuese macizo, tendríamos:

$$PL = \frac{\pi R^3 K}{2};$$

y como es hueco, tendremos:

$$PL = \frac{\pi R^3 K}{2} - \frac{\pi r^3 K'}{2} \quad \ldots\ldots\ (1).$$

Ahora bien:

$$K : K' = R : r;$$

luego:

$$K' = \frac{Kr}{R}$$

Si reemplazamos K' por este valor en la fórmula (1), resulta:

$$PL = \frac{\pi R^3 K}{2} - \frac{\pi r^3 K r}{2R}$$

$$PL = \frac{\pi R^4 K - \pi r^4 K}{2R} = \frac{K\pi}{2} \times \frac{R^4 - r^4}{R}$$

El cuadro último da los valores de:

$$\frac{R^4-r^4}{R}$$

Comparacion de la resistencia de un cilindro macizo con un cilindro hueco de la misma cantidad de materia.

Sea R' el radio del cilindro macizo, R y r los del cilindro hueco.

Para el primero la resistencia será:

$$\frac{K\pi R'^3}{2}$$

y para el segundo

$$\frac{K\pi}{2}\left(\frac{R7-r^4}{R}\right)$$

luego tendremos para la relacion M de las resistencias:

$$M=\frac{R'^3R}{R^4-r^4}$$

Como los dos cilindros contienen la misma cantidad de materia:

$$\pi R'^2=\pi(R^2-r^2);$$

luego

$$R'^2=R^2-r^2,$$

y

$$M=\frac{(R^2-r^2)RR'}{(R^2-r^2)(R^2+r^2)}=\frac{RR'}{R^2+r^2}.$$

Si suponemos que:

$$r=\frac{R}{2},$$

la relacion será:

$$M=\frac{RR'}{R^2+\frac{R^2}{4}}=\frac{4RR'}{5R^2}=\frac{4R'}{5R}.$$

Ahora bien:

$$R'^2=R^2-r^2=R^2-\frac{R^2}{4}=\frac{3R^2}{4};$$

luego:

$$R'=\frac{R}{2}\sqrt{3},$$

y finalmente resulta:

$$M=\frac{4R\sqrt{3}}{10R}=\frac{2\sqrt{3}}{5}=\frac{2\times1'73}{5}=\frac{3'46}{5}.$$

$$M=\frac{7}{10},$$

próximamente, lo que indica que la pieza hueca es mucho más resistente que la pieza maciza.

Si en lugar de hacer:

$$r=\frac{R}{2},$$

hacemos:

$$r=\frac{4}{5}R,$$

la relacion será:

$$M=\frac{RR'}{R^2+\frac{16R^2}{25}}=\frac{25RR'}{41R^2}=\frac{25R'}{41R}.$$

Ahora bien:

$$R'=\sqrt{R^2-r^2}=\sqrt{R^2-\frac{16}{25}R^2}=\sqrt{\frac{9R^2}{25}}=\frac{3}{5}R,$$

luego:

$$M=\frac{25\times3R}{41\times5R}=\frac{15}{41}.$$

Comparando los dos resultados hallados más arriba, vemos que la ventaja de la pieza hueca aumenta á medida que su espesor disminuye ó bien que su diámetro aumenta.

Arboles de trasmision (fig. 100 y 101).

Aproximando suficientemente los soportes se puede hacer abstraccion de la flexion de los árboles y calcularlos simplemente para que resistan á la torsion.

Generalmente se da el número C de caballos que debe producir la máquina y el número de vueltas m que debe dar por minuto. Es preciso entonces calcular como sigue el momento de torsion PL, siendo L el radio del engranaje y P el esfuerzo que obra en el extremo del radio.

Para una vuelta el trabajo es $2\pi L\times P$ y para m vueltas $2\pi L\times P\times m$. Tal es el trabajo por minuto.

El trabajo por segundo será:

$$\frac{2\pi LPm}{60}$$

y el número de caballos será 75 veces menor: luego:

$$\frac{2\pi LPm}{60\times75}=C$$

De esta ecuacion se deduce:

$$PL=\frac{C}{m}+\frac{75\times60}{2\pi}=716'3\frac{C}{m}$$

tomando el metro por unidad de longitud.

Como para la torsion se toma el centímetro por unidad de longitud, tendremos:

$$PL=71630\frac{C}{m}$$

Vemos, pues, que para un mismo número de caballos C y un mismo número de vueltas *m* por minuto el momento que tiende á romper la pieza permanece constante, de suerte que podremos decir:

«Que el momento de esfuerzo de rotura es independiente del radio de los engranajes y que es directamente proporcional al número de caballos y en razon inversa del número de vueltas por minuto.»

De aquí resulta que para un trabajo dado, el diámetro del árbol disminuye á medida que se aumenta el número de vueltas y que se pueden trasmitir cantidades considerables de trabajo con un árbol de pequeño diámetro haciéndole girar muy deprisa.

Así, por ejemplo, para trasmitir un trabajo de C caballos con un número de vueltas *m* tendremos cierto valor del momento de la potencia PL; y si doblamos *m*, PL no será mas que la mitad de lo que era anteriormente, y podremos disminuir el diámetro del árbol de modo que no ofrezca mas que la mitad de la resistencia que deberia tener en el primer caso.

Así todavia cuando un engranaje trasmite cierto trabajo con cierto número de vueltas y un cierto esfuerzo tangencial, es claro que, si doblamos el numero de vueltas ó el camino recorrido por la potencia en el mismo tiempo, la potencia podrá disminuir hasta la mitad por el mismo trabajo trasmitido, y el momento del esfuerzo de rotura que es igual al producto del esfuerzo tangencial por el radio del engranaje disminuirá la mitad en el segundo caso.

Aplicacion.—Calcular el diámetro de un árbol de trasmision de hierro forjado para una fuerza de 10 caballos dando el volante de la máquina 50 vueltas por minuto.

El cuadro G pág. 289 da para R^3 el valor:

$$\frac{PL}{588};$$

Ahora bien:

$$PL=\frac{71620\times10}{50}=14326.$$

luego:

$$R^3=\frac{14326}{588}=24'3,$$

y

$$R=\sqrt[3]{24'3}=3^{cm} \text{ próximamente.}$$

luego:

$$D=6^{cm}.$$

—Calcular el diámetro de un árbol cilíndrico de fundicion que lleve dos engranajes, uno de los cuales reciba la accion de la potencia y el otro obre sobre la resistencia, de modo que la porcion del árbol comprendida entre los engranajes, trasmita el trabajo por torsion. La máquina da 30 vueltas por minuto y trasmite un trabajo de 25 caballos.

Tenemos:

$$PL=71630\frac{c}{m}$$

$$PL=71630\times\frac{25}{30}=59691;$$

Ahora bien:

$$R^3=\frac{PL}{235} \text{ para la fundicion en movimiento:}$$

luego:

$$R^3=\frac{59691}{235}=250;$$

de donde:

$$R^3=\sqrt[3]{250}=6'3^{cm}.$$

y el diámetro:

$$D=12'6^{cm}.$$

Cuando el momento de la potencia que tiende á romper la pieza es variable, lo que se verifica en la trasmision del movimiento por biela y manivela, el árbol debe calcularse para resistir al momento máximo.

APÉNDICES

I

Observacion sobre el cálculo de las prensas hidráulicas.

El método que hemos empleado en la pág. 221 para el cálculo de una prensa hidráulica, solo es exacto cuando el espesor del metal es pequeño; pues para grandes espesores contiene una causa de error.

En efecto, está basada en la suposicion de que el metal soporta un esfuerzo K en todo su espesor. Pero si imaginamos la fundicion dividida en un cierto número de anillos concéntricos de igual espesor, cuando el anillo interior está sometido á la accion de la presion, se alarga, y acabaria por romperse si los anillos consecutivos no detuviesen su alargamiento.

Si r y R son los radios internos y esternos, siendo el alargamiento l el mismo para los 2 círculos, el alargamiento por unidad de longitud será:

$$\frac{l}{2\pi r}$$

para el círculo interior, y

$$\frac{l}{1\pi R}$$

para el círculo esterior.

Siendo los esfuerzos proporcionales á los alargamientos, si designamos por K y K′ los esfuerzos respectivos de los 2 círculos tendremos:

$$K : K' = \frac{l}{2\pi r} : \frac{l}{2\pi R}$$

de donde:

$$K' = \frac{K\,r}{R}$$

Si:

$$R = 2\,r,$$

$$K' = \frac{K}{2}$$

Siendo K el esfuerzo del anillo interior, el del anillo esterior será la mitad.

Sin embargo, la fórmula es todavia aplicable, pues á medida que el espesor aumenta, se usa fundicion de la mejor calidad, y se acerca más al límite de elastidad. K = 400 no es en este caso mas que un promedio de los diferentes esfuerzos.

Aplicacion.—Calcular la potencia de una prensa hidráulica de fundicion, de 30 centímetros de diámetro interior y de 32 centímetros de espesor siendo el diámetro del émbolo 26 centímetros.

$$p = \frac{2Ke}{d}$$

$$K = 400$$

$$e=30$$

$$d=30$$

$$p=\frac{2\times400\times30}{30}=800.$$

Siendo la superficie del émbolo 530 centímetros cuadrados, la potencia del aparato será:

$$800\times530=424 \text{ toneladas.}$$

En el caso anterior, ¿cuál es la fatiga de la fibra interna?

Admitamos que la fundicion se compone de 6 anillos concéntricos de 5 centímetros de espesor cada uno.

Si K es el esfuerzo medio, el esfuerzo del 1er anillo será K_1.

Para el 2.° tendremos: $K_2=\frac{K_1 r}{r+5}$

Para el 3.° tendremos: $K_3=\frac{K_1 r}{r+10}$

Para el 4.° tendremos: $K_4=\frac{K_1 r}{r+15}$

Para el 5.° tendremos: $K_5=\frac{K_1 r}{r+20}$

Para el 6.° tendremos: $K_6=\frac{K_1 r}{r+25}$

el esfuerzo medio será:

$$K=\frac{K_1 r}{6}\left\{\frac{1}{r}+\frac{1}{r+5}+\frac{1}{r+10}+\frac{1}{r+15}+\frac{1}{r+20}+\frac{1}{r+25}\right\}$$

como $r=15$ centímetros:

$$K=\frac{15\,K_1}{6}\left\{\frac{1}{15}+\frac{1}{20}+\frac{1}{25}+\frac{1}{30}+\frac{1}{35}+\frac{1}{40}\right\}$$

$$K=\frac{15\,K_1}{6}\times\frac{1023}{4200}=0'60\,K_1.$$

Ahora bien:

$$K=400,$$

luego:

$$K_1=\frac{400}{0'60}=666 \text{ kilos.}$$

Nos hallamos así en buenas condiciones para las prensas hidráulicas.

Morin aconseja que no se pase de 400 para el coeficiente medio, pero los ingleses llegan algunas veces hasta 600.

Creemos que no es preciso esceder los valores siguientes para la fibra más fatigada:

$K_1=600$ para la fundicion,

$K_1=1200$ para algun metal,

$K_1=1500$ para el hierro.

Con todo, se puede aumentar mucho la resistencia de las prensas de fundicion poniéndoles birolas de acero.

II

Máquina de ensayos, sistema Kirkaldy, de la fuerza de 500,000 kilos, construida por la casa Greenwood y Batley, de Leeds (1).

Este aparato obra horizontalmente y comprende dos partes principales. La primera que sirve para trasmitir el esfuerzo que hay que ejercer sobre las piezas de prueba, se compone de un plato de fundicion fijado directamente al émbolo de la prensa hidráulica y unido á un clavijero, tambien de fundicion, por cuatro tirantes de hierro, cada uno de los cuales lleva un paso de rosca en una longitud de 6'700 metros. El clavijero sobre el cual se fijan las piezas que trasmiten el esfuerzo producido á las piezas que hay que ensayar, forma cuerpo con las cuatro tuercas que se mueven en la parte fileteada de los tirantes por medio de engranajes.

Todo este sistema está por ruedas que descansan sobre rails y el conjunto forma un carro que es arrastrado por el émbolo de la prensa hidráulica. Con esta disposicion se puede utilizar el esfuerzo producido en un punto cualquiera del aparato en un sentido ó en otro, segun las necesidades de los esperimentos. Así es que en los ensayos de traccion y torsion las probetas están unidas en la parte anterior del clavijero; para las pruebas de flexion y compresion el esfuerzo obra sobre la cara opuesta. Cuando la presion del agua no obra ya, un contrapeso vuelve el carro al principio de su carrera.

La segunda parte del aparato, que sirve para medir el esfuerzo ejercído en la pieza sometida al ensayo, se compone de una palanca que se mueve en sentido horizontal y que está mantenida en una posicion normal al banco; y el brazo pequeño está unido á una romana que se conserva paralelamente al eje de la máquina, estando sólidamente unida á la armazon de esta. Todas las palancas que forman la balanza, están suspendidas por varillas, sobre aristas vivas; y de este modo, los frotamientos son nulos, por decirlo así, y se

(1) Es la máquina que representamos en las figuras 1.ª, 2.ª y 3.ª de esta obra (láminas 1.ª y 2.ª) de la Mecánica (Resistencia de Materiales).

puede pesar desde 3 ó 4 kilógramos á 425000 con una exactitud y una sensibilidad notables, aún bajo cargas muy elevadas.

La graduacion de la romana indica la relacion de los brazos de palanca y se hace variar el peso de los cursores segun los esfuerzos que hay que hacer. Los cursores se mueven en los brazos de la romana, por pequeños carritos arrastrados por cuerdas sin fin.

Este movimiento permite seguir la carga ejercida de una manera muy suave y sin la menor sacudida.

Así, en toda la duracion del esperimento es fácil mantener sensiblemente en la posicion de equilibrio á los brazos.

Los probetas ponen en conexion estas dos partes del aparato por medio de diversas piezas de union que difieren segun el género de prueba que hay que efectuar.

Se ha publicado una série de planos que dan las disposiciones generales y particulares de la máquina para los diferentes géneros de ensayos que pueden ejecutarse.

La presion hidráulica se efectua en virtud de dos aparatos que pueden funcionar simultánea ó separadamente.

Uno se compone de tres bombas de retroceso ordinarias, instaladas en un mismo árbol á 120°, de modo que atenuen todo lo posible el efecto de los puntos muertos. Dos de estas bombas pueden quitarse, á fin de poder repartir toda la potencia en una sola, en los grandes esfuerzos. El segundo aparato es un compresor Thomasset.

Para la medida de los alargamientos tiene la máquina un cuadrante multiplicador en espiral y un catetómetro horizontal. El primero de estos aparatos se compone de un disco de bronce que forma cuerpo con una pequeña rueda dentada, la cual gira alrededor de un eje fijo. Esta rueda engrana con una cremallera cuya prolongacion es una regla que está fija al clavijero del carro de la máquina Kirkaldy. Una aguja está sujeta por un tornillo de presion sobre el eje alrededor del cual gira el cuadrante. Como este tiene un diámetro cerca de diez veces mayor que la rueda dentada que le arrastra, los desplazamientos del carro pueden leerse muy fácilmente hasta el veintavo de milímetro.

Cuando á causa de una pequeña tension no es necesario tener en cuenta el juego de las piezas de la máquina, se puede admitir sin error apreciable que el desplazamiento del carro corresponde á la deformacion de la probeta. En la ranura espiral que lleva el plato de bronce se halla un pequeño índice de hierro que, estando detenido por la aguja, indica el número de revoluciones hechas por el cuadrante. En los ensayos de traccion, de compresion y de flexion, este aparato presta muchos servicios cuando no se pide gran exactitud.

Cuando se trata de esperimentos de precision, se emplea el catetómetro horizontal construido por Dumoulin Froment, de Paris. El desplazamiento relativo de las lentes se efectua por un tornillo micrométrico ejecutado de un modo notable; y así se puede hacer la lectura hasta un $^{1}/_{200}$ de milímetro.

La máquina Kirkaldy permite ejecutar los esperimentos más diversos de traccion, de compresion, de combadura, de flexion, de cizallamiento y de torsion; pero tambien se usa para probar piezas enteramente confeccionadas. Así podemos darnos cuenta á la vez de la calidad de materiales empleados y buscar tambien por via esperimental cuales son las formas más ventajosas y las disposiciones de ensamble que deben preferirse.

Queriendo permitir á los ingenieros é industriales hacer los esperimentos necesarios á sus estudios ó asegurarse de la calidad de sus productos, el Gobierno belga ha fijado las condiciones en que deben hacerse estos ensayos en un decreto de 3 de Junio de 1882.

El ministro de Obras Públicas.

Considerando que se ha reconocido ser útil el reglamentar las condiciones que hay que imponer para los ensayos de piezas y de material en el banco de pruebas Kirkaldy en Malinas:

DECRETA:

Artículo primero. La administracion de los ferrocarriles del Estado pone á disposicion de las compañías y de los particulares el banco de pruebas Kirkaldy, instalado en una dependencia de la estacion de Malinas.

Art. 2.° Los aparatos permiten la evaluacion de la fuerza de resistencia de los materiales, sobre todo á la traccion, á la compresion, á la flexion, á la torsion, á la combadura y á la cizalla.

Art. 3.° El esfuerzo máximo ejercido por los aparatos es de:

200000 kilog. para la traccion,
400000 » para la compresion,
225000 » para la flexion en una longitud máxima de 2'580^{m}.
150000 » para la flexion en un alcance de 2'580^{m} á 7'400^{m} (el esfuerzo está aplicado á igual distancia de los dos puntos de apoyo),
20000 » para la torsion, con brazo de palanca de 0'305 ^{m}.,

400000 kilóg. para la combadura,
225000 » para el cizallamiento.

Art. 4. Los ensayos se efectuan en las condiciones siguientes:

a) Ensayos á la traccion:

Aceros, hierros, palastros, bronces, etc. Las piezas sometidas al ensayo deben medir en longitud á lo menos 350 milímetros. La seccion redonda ó poligonal debe tener como mínimo 30 milímetros en el diámetro mayor ó en el lado más largo.

Tirantes de puente ó de cercha, longitud mínima 1'250^{m}; diámetro máximo 65 milímetros.

Correas. Anchura máxima 120 milímetros, longitud mínima 1'250^{m}.

b) Ensayos á la compresion:

Aceros, hierros, bronces, etc. Longitud mínima 35 milímetros.—Columnas, longitud máxima 5'120^{m}.

c) Ensayos á la flexion:

Todas las piezas en una estension de 300 milímetros á 7'400.

d) Ensayos á la torsion:

Longitud mínima de la pieza en la cual la probeta debe cortarse, 635 milímetros Diámetro mínimo de la seccion redonda 71 milímetros. Lado mínimo de la seccion poligonal 50 milímetros.

e) Ensayos de combadura:

Los palastros deben cortarse segun un círculo del diámetro mínimo de 310 milímetros.

f) Ensayos al cizallamiento:

Longitud mínima de las piezas, 155 milímetros.

Art. 5. Las probetas están confeccionadas, si es posible, por los agentes de la Administracion y las piezas de ensayo preparadas de manera que puedan adaptarse con la precision necesaria á los aparatos de union del banco de pruebas.

Art. 6. Toda demanda de ensayos debe dirigirse al presidente de la Comision de Recepcion en Malinas.

Art. 7. Las piezas y los materiales que hay que someter á los ensayos deben ser enviados francos de porte al local del banco de pruebas en Malinas.

Art. 8. Los ensayos se efectuan bajo la direccion de los ingenieros de la Administracion y por sus agentes á espensas de los interesados.

Estos reciben aviso del dia y hora fijados para las pruebas, y pueden asistir ó enviar representantes.

Art. 9. El dictámen de los esperimentos está redactado por el jefe de los ensayos, y este dictámen menciona la naturaleza de las pruebas y los resultados observados, mas no da ninguna apreciacion sobre la calidad de los materiales ensayados.

Art. 10. Los ensayos efectuados dan lugar á la percepcion por la administracion de los impuestos siguientes:

a) Para la confeccion de las probetas y la preparacion de las piezas: subiendo del precio real de mano de obra aumentado en ciento por ciento para los gastos generales.

b) Para los ensayos propiamente dichos: subiendo del precio de la mano de obra de funcionamiento de los aparatos, aumentado una suma de 10 francos para la primera hora de duracion de los ensayos, y de 5 francos para cada una de las medias horas siguientes sin reduccion, para gastos generales de instalacion.

Art. 11. Los impuestos deben entregarse por los interesados en manos del contador de la estacion de Malinas, entregándoles una factura el jefe de los ensayos.

Art. 12. Las piezas cargadas que están señaladas con una marca de autenticidad y acompañadas del certificado de prueba, no son restituidas sin devolver el correspondiente recibo ó resguardo.

Los funcionarios cuyo servicio aquí se indica, están encargados, cada uno en los límites de sus atribuciones, de asegurar y velar la ejecucion de la presente órden.

Bruselas 3 Junio de 1882.

TERCERA PARTE

MÁQUINAS MOTORAS DE AIRE É HIDRÁULICAS

Molinos de viento.—Máquinas de fuelles.—Sierras mecánicas.

416. Los movimientos del aire ó de la atmósfera dan la fuerza motriz á las máquinas de que nos ocupamos, ó bien estas máquinas están destinadas á imprimir á un cierto volúmen de aire una velocidad determinada.

La naturaleza, la temperatura y el peso del aire no son elementos cuya variacion tenga influencia apreciable en los resultados prácticos de las máquinas cuyo principio motor es la fuerza del aire. Los *vientos* son debidos á que ciertas partes de la atmósfera, dilatándose por el calor ó contrayéndose por el enfriamiento, no pueden mantenerse en equilibrio en la masa atmosférica y se ponen en movimiento hasta que este estado de equilibrio quede restablecido.

417. Es útil á veces medir la velocidad de una corriente de aire y conocer la presion que ejerce sobre una superficie dada. Se consigue por medio de instrumentos llamados anemómetros. La fig. 302 (MECÁNICA APLICADA) da la disposicion del anemómetro inventado por J. Salleron.

Un árbol vertical termina en su parte inferior por una duela menos elevada; el otro estremo soporta cuatro radios horizontales terminados cada uno por una semi-esfera hueca a, a', a'', a''', la parte cóncava de una cualquiera de las semi-esferas mira á la parte convexa de la siguiente: de esta manera, el viento, cualquiera que sea su direccion, encuentra siempre las caras convexas de las otras dos; pero la accion ejercida por las primeras es mayor y el molinete adquiere un movimiento de rotacion alrededor de su eje. El número de vueltas del molinete es siempre proporcional á la velocidad del viento, cualquiera que ésta sea. En el instrumento Salleron, el camino recorrido por el centro de una semi-esfera es tres veces menor que el recorrido por el viento en el mismo tiempo, y como la longitud de la circunferencia descrita por una semi-esfera durante una vuelta entera es de $1'46^m$, se deduce que para cada vuelta que da el molinete, hay un camino recorrido igual á $1'66^m \times 3 = 4'98^m$ ó sea 5^m en número redondo.

La unidad de tiempo habitualmente empleada es el *segundo* para la velocidad del viento, y el *minuto* para la velocidad del molinete; por tanto, si el molinete da 84 vueltas por minuto, el viento tendrá una velocidad de $\frac{84 \times 5}{60} = 7^m$ por segundo, que es la velocidad más conveniente á los molinos.

La parte del aparato destinada á registrar el número de revoluciones de las bolas, consiste en una caja que atraviesa verticalmente el eje AB del molinete y donde se encuentra una rueda dentada C, que hace girar el tornillo sin fin tallado sobre el eje AB. La rueda lleva 200 dientes y cada vez que el molinete da una vuelta entera, avanza un diente, de donde se infiere que una vuelta entera de esta rueda corresponde á 200 vueltas de molinete. En la superficie de la rueda se halla un pequeño pasador de platino, que á cada revolucion completa de la rueda encuentra un resorte fijo en la caja; y de esta parten dos hilos metálicos que van al contador, instalacion compuesta de un mecanismo de relojeria y de electro-imanes, cuya comunicacion con la pila que los imanta, se establece é interrumpe, segun que el pasador de platino toque el resorte ó lo deje. Por este medio un lápiz escritor se aplica sobre un papel á cada vuelta de la rueda; y deja marcas aparentes cuyo número sirve para calcular la velocidad del viento con los elementos que hemos indicado y que nos da el mismo instrumento. El diámetro de la circunferencia descrita por las bolas y la relacion de la velocidad de estas con la del viento.

418. Con un aparato de esta clase y una tela muy tendida que reciba directamente la accion del viento para trasmitirla á un dinamómetro (§ 271) convenientemente dispuesto, se han hallado esperimentalmente los números del cuadro siguiente:

Cuadro de las presiones ejercidas por el viento á diferentes velocidades contra una superficie de un metro cuadrado, herida directamente.

DESIGNACION DE LOS VIENTOS.	VELOCIDAD EN KILÓMETROS POR HORA.	VELOCIDAD EN METROS POR SEGUNDO.	PRESION EJERCIDA SOBRE UN METRO CUADRADO.
	klm.	m.	k.
Viento débil..	7'20	2'00	0'54
Viento fresco ó brisa (tiende bien las velas).	21'60	6'00	4'87
Viento más conveniente á los molinos.	25'20	7'00	6'64
Buen fresco conveniente para la marcha en el mar . .	32'40	9'00	10'97
Gran fresco (hace quitar las velas altas.).	43'20	12'00	19'50
Viento muy fuerte.	54'00	15'00	30'47
Viento impetuoso.	72'00	20'00	54'16
Tempestad.	86'40	24'00	78'00
Tempestad violenta. . . .	108'18	30'05	122'28
Huracan.	130'14	36'15	176'06
Gran huracan.	163'08	45'30	277'87

MÁQUINAS MOVIDAS POR EL VIENTO.

MOLINOS DE VIENTO.

419. *Empleo del viento como fuerza motriz.*—Si el viento sopla perpendicularmente á una superficie plana, ejerce sobre ella una presion tanto más fuerte, cuanto mayor es su velocidad. La velocidad del viento más conveniente á los molinos es la de 7^{m} por segundo, que da por 1^{m2} de superficie chocada una presion de $6'640^{k}$. Cuando la velocidad del viento desciende á 4^{m}, no ejerce más que una presion de $2'170^{k}$ por metro cuadrado, lo cual no es suficiente para moler trigo. Pasando de 8^{m} se debe disminuir progresivamente la estension de la tela.

420. *Molinos de viento.*—Las mejores condiciones para montar un molino de viento en lo concerniente á las aspas, son las siguientes:

1.° La longitud del aspa debe estar comprendida entre 10 y 12^{m}.

2.° Si el aspa es rectangular, su anchura debe ser igual al $^1/_5$ ó al $^1/_6$ de la longitud; si tiene la forma de un trapecio, el lado mayor, es decir, el que forma el estremo superior, es el $^1/_3$ de la longitud y es igual á 1'6 veces el lado menor.

3.° El esfuerzo ejercido sobre el aspa está mejor aprovechado cuando esta es una superficie alabeada cuyas generatrices estremas forman con la direccion del viento ó del eje del árbol ángulos de 72 y 83°, estando medida esta última inclinacion en el estremo del aspa.

4.° Los dos lados mayores del rectángulo ó del trapecio están reunidos entre sí por escalones sobre los cuales se aplica la tela; el más próximo al eje de rotacion está ordinariamente á 2^m; y aquí empieza el velámen. La distancia de este punto al estremo comprende ordinariamente 25 escalones que distan entre sí $0'40^m$.

421. Los escalones pueden considerarse como generatrices de la superficie alabeada del aspa y se obtendrá la disposicion de esta superficie calculando el ángulo que debe tener tal ó cual escalon con la direccion del eje ó del viento. Si designamos por r la distancia del escalon considerado al eje del árbol y por a el ángulo que hay que determinar, se obtendrá por la fórmula:

$$\text{tang}\, a = 0'29\, r\sqrt{0'084 r^2 + 2} \quad \text{(V. §§ 248 y 252) (n.° 1).}$$

La velocidad de la rueda aspada debe ser próximamente igual á $1'85^m$ de la del viento.

422. La esperiencia ha demostrado que el esfuerzo de empuje crece en la misma relacion que los cuadrados de las velocidades del viento; y por consiguiente, el efecto producido aumenta próximamente como los cubos de estas velocidades. Podemos, pues, representar el trabajo dinámico T (§ 287) por la espresion

$$T = n \,.\, s \,.\, v^3, \qquad \text{(n.° 2)}$$

representando n un coeficiente igual á 0'03; s la superficie de las 4 aspas en metros cuadrados, y v la velocidad del viento por segundo.

423. Un molino de viento en lo concerniente á su estructura esterior, está generalmente dispuesto de la manera siguiente:

Sobre una especie de cono de mamposteria se coloca una pieza de madera vertical F (fig. 303), á la cual se fija la armazon de una torre T. En las bóvedas de esta torre se establecen los soportes del árbol A, que forma con el horizonte un ángulo de unos 15° próximamente, de modo que tenga su eje colocado en la direccion de las corrientes que encuentran el suelo bajo este ángulo. Dos brazos colocados en cruz sobre la cabeza del árbol constituyen las 4 aspas del molino, que se dispone como anteriormente hemos indicado. Una palanca L, fija en la torre, sirve para orientar el molino, es decir, para hacerlo girar hasta que el plano de las aspas tome una posicion perpendicular á la direccion del viento. Nos servimos para esto de un pequeño cabrestante portátil que se fija á piquetes clavados en tierra que forman una cintura á la mamposteria cónica. En fin, una escala fija en la torre y sostenida además por la palanca sirve para dar acceso al interior del molino.

424. Existen molinos de viento en que la tela está reemplazada por planchas móviles que se pueden maniobrar más fácilmente que la tela del velámen ordinario. Este procedimiento se ha aplicado algunas veces á molinos destinados á producir un trabajo mayor que el que se requiere generalmente de estos aparatos.

Las planchas que forman el aspa tienen generalmente las dimensiones siguientes:

$$\begin{aligned} &\text{Longitud} = 8'00^m, \\ &\text{Latitud} \;\; = 0'25^m, \\ &\text{Espesor} = 0'01^m. \end{aligned}$$

Su conjunto constituye una superficie plana de 2 á $2'50^m$ de anchura, que forma un ángulo de cerca 18° con el plano del movimiento. Se puede, cuando es preciso, hacer variar la anchura, y por consiguiente la superficie: basta para esto disponer las planchas de una manera análoga á la indicada por la fig. 304 (MECÁNICA APLICADA). En lugar de estar fijos invariablemente en los escalones están simplemente articulados, de suerte que basta hacer tomar al rectángulo la forma de un paralelógramo cuya anchura y por consiguiente la superficie se disminuya á voluntad.

425. Un molino dispuesto de esta manera y con las dimensiones indicadas más arriba, puede moler anualmente 2000 á 2500^k de trigo, sin perjuicio del trabajo que puede dar á una sierra mecánica, una máquina de machacar, golpear ó cualquier otro aparato de este género. Cualquiera que sea el uso de un molino de viento, su rendimiento, es decir, el efecto útil que produce es fácil de calcular.

Sea, para una velocidad de viento de $3'50^m$ antes determinada una velocidad de la rueda de aspas de 5 vueltas por minuto. Supongamos al árbol provisto de brazos que tenga que levantar verticalmente á $0'58^m$ cuatro pilones que pese cada uno 600^k.

Si los brazos están dispuestos de tal manera que dos pilones se elevan una sola vez en cada revolucion de las aspas, el peso desplazado será $600 \times 2 = 1200^k$.

Por otra parte, el camino recorrido por segundo es $\frac{5 \times 0'58^m}{60}$ y el trabajo útil (§ 323) verificado durante este tiempo estará espresado por:

$$\frac{1200 \times 5 \times 0'58^m}{60} = 54'07^{kgmt}.$$

426. *Ventajas é inconvenientes de las máquinas de viento.*—1.° Los molinos de viento utilizan un motor que no cuesta nada.

2.° Su instalacion, aunque bastante complicada en la apariencia, es ménos costosa que la de los molinos de ruedas, de turbinas ó aparatos movidos por una máquina de vapor.

Al lado de estas ventajas, los molinos de viento presentan el inconveniente de no poder funcionar más que el $^1/_3$ del tiempo próximamente. Su accion es muy irregular y con una suave brisa no se pueden emplear, mientras las piedras no tengan más que un diámetro de 1'40^m próximamente, y amenudo solo nos servimos de un solo par de muelas.

Máquinas de fuelles.

427. La salida de los gases por tubos ó tuberias, se verifica segun ciertas leyes que es indispensable conocer para comprender los principios de la instalacion de máquinas sopladoras ó de fuelles.

Cuando un gas se escapa por un orificio de una capacidad donde se comprime, sale con una velocidad teórica v, que es

$$v=\sqrt{2g\,.\,h.}$$

Esta fórmula es la misma que se adopta para la salida de los líquidos por paredes delgadas (§ 322); pues, si en este último caso llamamos a la altura de la caida ó la carga, es decir, la altura generatriz de la velocidad, se puede tambien en el que nos ocupa, designar por a la altura generatriz de la velocidad v espresada en la salida del gas. Siendo el valor $2g$ constante é igual á 19'62 (V. § 262), basta determinar a que depende evidentemente de la densidad del gas comprimido.

Si nos servimos para medir la presion de un manómetro de mercurio, la relacion variable entre la densidad d de este líquido y la d' del gas, será $\frac{d}{d'}$, y si designamos por a' la presion en el manómetro en altura de mercurio tendremos evidentemente:

$$a=a'\times\frac{d}{d'}$$

y por consiguiente:

$$v=\sqrt{2g.a'.\frac{d}{d'}}.$$

Si en la salida del aire por un orificio no se tiene en cuenta la contraccion de la vena y del frotamiento sobre las paredes, la cantidad teórica del gas consumido estará dada por la fórmula:

$$Q=s\,.\,v=s\,.\sqrt{2g\,.\,a'.\frac{d}{d'}},\qquad \text{(n.° 3)}$$

siendo s la seccion del orificio de salida.

428. El gasto efectivo es siempre menor que el gasto teórico dado por la ecuacion de arriba. Si la salida se efectua por un solo orificio, sin añadidura, el coeficiente de correccion K que se emplea, es por término medio 0'65, resultado de numerosos esperimentos. Para el caso en que se emplea un ajuste bien dispuesto, el coeficiente K es 0'92. La fórmula así modificada será pues:

$$Q=K\,.\,s.\sqrt{2g\,.\,a'.\frac{d}{d'}},$$

ó

$$Q=0'92\,.\,s\,.\sqrt{2g\,.\,a'.\frac{d}{d'}}$$

429. Serias observaciones han demostrado la necesidad de no emplear ajustes cortos y cuyo ángulo de convergencia entre sus paredes no esceda de 10 á 12°; y en estas condiciones se puede llegar á un valor del coeficiente K=0'94.

Siendo Q el volúmen efectivo del aire salido á la presion p correspondiente á la densidad d', podremos convertir este gasto en volúmen q, salido á la presion atmosférica p', por medio de la fórmnla:

$$q=Q\frac{p'+p}{p'},\qquad \text{(n.° 4)}$$

Supongamos el volúmen Q=20$^{m^3}$ de aire para un tiempo dado, y la presion correspondiente p espresada en altura de mercurio igual á 3'80^m; tendremos por valor de q:

$$q=20\times\frac{3'80\times0'76}{0'76}=20\times6=120^{m^3}.$$

Tromba.

430. La tromba es un aparato que se encuentra todavia en algunas fábricas para la alimentacion de los altos hornos. Solo se puede emplear con ventaja cuando hay esceso de fuerza motriz.

Se compone (fig. 305) de un tubo vertical T que desemboca en su parte superior en una caja A, constantemente llena de agua y en su parte inferior en un depósito B. En la parte superior del tubo está adaptada una especie de embudo C, encima del cual se halla suspendido un tapon móvil D destinado á regular la entrada del aire. Un poco más abajo del depósito A el árbol hueco está lleno de agujeros, llamados aspiradores y por los cuales penetra el aire en el interior.

Cuando el embudo está abierto, el agua se precipita de arriba abajo, arrastra consigo el aire que llega por los aspiradores, luego cayendo sobre un fuerte madero M llamado *tablero*, permite el desprendimiento del aire arrastrado, el cual se escapa por el conducto vertical gh llamado el *hombre*, y de ahí se escapa por el ajuste ij.

El agua que se halla en la caja B, pasa por el agujero K, llena el espacio detrás del árbol hueco, hasta que su nivel ha llegado á la altura del tabique nl, y se escapa por el agujero o.

Esta clase de aparatos solo da medianos resultados. El trabajo útil ó el rendimiento no escede en 10 por 100 del trabajo motor. La mayor parte del aire permanece en suspension en la masa de agua y se escapa con ella por el orificio o.

Si h es la distancia del tablero á la parte superior del depósito, el agua llega hácia abajo con una velocidad $v=\sqrt{2g \cdot h}$ (§ 226); el aire es, pues, arrastrado con esta misma velocidad. Pero el choque que se produce sobre el madero y la resistencia que se opone al desprendimiento, disminuyen considerablemente la intensidad de la corriente y el aire, llegado al ajuste, no está ya sometido más que á una débil presion.

Fuelle ordinario.

431. Este aparato, uno de los más antiguos entre las máquinas de comprimir aire, es el más sencillo de todos; y se emplea todavia hoy en un gran número de talleres de forja. Se compone de una plancha fija ab (figura 306) y de otra plancha móvil fd reunidas por una banda de cuero de modo que forme una caja C. Las dos caras de madera disminuyen de anchura y van á reunirse en su estremo por medio de una tobera de cuero K, de la cual parte el tubo t. Un contrapeso P tiende á levantar constantemente el platillo móvil, mientras que un estilete n fijo en el estremo de la cadena del contrapeso, sirve para imprimir el movimiento contrario. Una válvula s colocada sobre el platillo inferior y abriéndose de fuera á dentro, permite la entrada del aire en la caja durante el movimiento de dilatacion de esta; y luego se cierra cuando se acercan las platillos por medio de la varilla n.

El volúmen de aire rechazado por la tobera á la presion atmosférica, no es más que la mitad del de la caja del fuelle. Es pues necesario, si se desea un poco de continuidad en la salida del gas, combinar dos de estos fuelles, de modo que obren alternativamente.

Fuelles de émbolo.

432. Los fuelles de émbolo son de dos clases. En unos, que son los más sencillos, el émbolo P (fig. 307) es de madera, así como la caja cuadrada c en la cual se mueve. Cada uno de los fondos de la caja está provisto de una válvula s formada por un cuadrado de cuero flexible, clavado en los cuatro ángulos, que se deja bastante grande para permitirle levantar una insignificante cantidad al paso del aire. La parte de los fondos colocada bajo las válvulas está taladrada por pequeños agujeros, á fin de dejar al cuero un sitio ó punto de apoyo. Al lado de la caja que forma cilindro, se halla un depósito c', que recibe el aire rechazado por el émbolo, y cuyo objeto es establecer la regularidad de la corriente por la tobera b.

Dos válvulas s' s'' que se abren al lado del depósito, permiten entrar el aire, y se cierran enseguida bajo la accion de la presion interior. El émbolo es macizo y lleva una varilla que atraviesa los dos fondos en medio de dos prensa-estopas que están destinadas á evitar las fugas.

433. Los esperimentos hechos con aparatos de esta clase han demostrado que:

1.° La velocidad más ventajosa para el émbolo es próximamente $0'75^m$ por segundo.

2.° La seccion de las válvulas de aspiracion debe ser $^1/_{15}$ por lo menos y $^1/_{20}$ á lo más de la de la caja.

3.° La seccion de la válvula de rechazo es igual al $^1/_{22}$ de la de la caja.

4.° La carrera del émbolo es igual á $^3/_4$ próximamente de la altura del lado de la caja.

5.° Un fuelle de madera instalado en estas condiciones nos da un volúmen de aire igual á 0'55 del engendrado por el émbolo.

Sentado esto, propongámonos determinar el tamaño que ha de tener el lado C de la caja para una longitud de carrera l y un número de vueltas n, de modo que forme un volúmen V de aire á la presion atmosférica y á 0° de temperatura.

Si t es la temperatura del aire y a el coeficiente de dilatacion para 1° (es igual á 0'003675 que se hace 0'004), el volúmen de aire gastado á esta temperatura será evidentemente:

$$V\times(1+a \cdot t). \qquad \text{(n.° 5)}$$

Por otra parte, el volúmen engendrado por el émbolo en un minuto, es $C^2 \cdot l \cdot n$, y el del aire arrojado será $0'55 \cdot C^2 \cdot l \cdot n$, de donde sacamos la ecuacion:

$$V\times(1+at)=0'55 \cdot C^2 \cdot l \cdot n.$$

De donde se deduce

$$C=\sqrt{\frac{V\times(1+a \cdot t)}{0'55 \cdot l \cdot n}}. \qquad \text{(n.° 6)}$$

Supongamos $n=37'5$ vueltas;

$$l=0'60^{m};$$
$$t=20^{\circ};$$
$$V=7^{m^3}.$$

a el coeficiente de dilatacion del aire que es 0'004 y tendremos:

$$C=\sqrt{\frac{7\times1'08}{0'55\times0'60\times37'5}}=\sqrt{0'6109}=0'78^{m^3}.$$

Por la misma fórmula se puede determinar el volúmen de aire producido tomando los datos suficientes del aparato. Haríamos en este caso:

$$V=\frac{0'55.C^2.l.n}{(1+a.t)}.$$

Máquinas sopladoras de cilindro.

434. Se han hecho numerosos perfeccionamientos en el aparato de que acabamos de hablar en el párrafo anterior. Se ha reemplazado la caja por un cilindro de fundicion bien recortado; las válvulas de cuero se han sustituido por válvulas metálicas bien ajustadas en sus asientos, y las guarniciones del émbolo y de su varilla se han podido hacer con más cuidado.

Las guarniciones del émbolo determinan en la pared interior del cilindro un frotamiento bastante considerable y se ha intentado suprimirlo totalmente.

Con este objeto, se ha usado un émbolo macizo, torneado esteriormente, de diámetro un poco menor que el del cilindro, y se han hecho varias gargantas ó ranuras paralelas en el sentido del contorno. Durante la marcha se produce en estas ranuras un remolino que se opone al paso del aire detrás del émbolo. Generalmente el émbolo recibe su movimiento por intermedio del balancin de una máquina de vapor ó por una rueda hidráulica.

435. Para que los fuelles de émbolo se instalen en buenas condiciones es preciso:

1.° Que la velocidad del émbolo sea próximamente de 1^{m} á $1'10^{m}$ por segundo;

2.° Que la seccion de las válvulas de aspiracion sea igual á $^1/_{10}$ de la seccion del cilindro;

3.° Que la secccion de las válvulas de rechazo sea igual á $^1/_{22}$ de la del cilindro;

4.° Que la carrera del émbolo sea igual á su diámetro.

Cuando el aire se calienta á una temperatura t, la seccion de salida aumenta en la relacion de 1 á $1+0'004.t$.

En estas condiciones el volúmen de aire salido por la tobera ú orificio que le sustituye, es próximamente los 0'75 del engendrado por el émbolo.

Como hemos visto en los fuelles de caja (§ 432) el volúmen de aire gastado á la temperatura t es igual á:

$$V\times(1+a.t).$$

Por otra parte, el volúmen de un cilindro está representado por:

$$\frac{\pi.D^2.}{4}$$

de donde:

$$\frac{0'75.\pi.D^2.l.n}{4}.$$

De aquí proviene la ecuacion siguiente:

$$\frac{0'75.\pi.D^2.l.n}{4}=V\times(1+a.t)$$

Si buscamos, por ejemplo, el valor de D, resulta:

$$D=\sqrt{\frac{4V\times(1+a.t)}{0'75.\pi.l.n}},$$

ó

$$D=\sqrt{1'84.\frac{V}{l.n}} \qquad (n.^{\circ}\ 7)$$

436. En un fuelle cilíndrico que haya de dar un volúmen de aire conocido, nos podemos proponer determinar el trabajo motor, es decir, el que absorbe la máquina sopladora por su propio movimiento. Este trabajo se compone evidentemente de dos partes, el utilizado y el empleado en vencer las resistencias pasivas. Para determinar cada una de estas partes, designemos por t_u el trabajo utilizado en cada cilindro de aire aspirado, y sean:

P, la presion del aire comprimido;

p, la presion detrás del émbolo que es casi igual á la presion atmosférica;

q, el volúmen de un cilindro;

n, el número de volúmenes de aire q en un minuto.

$$t_u=q.p.\frac{P-p}{0'50.(P+p)}. \qquad (n.^{\circ}\ 8)$$

Para un metro cuadrado de superficie,

$p=0'76 . 13596^{k}.$
$P=(0'76\times a) . 13596^{k},$

siendo a la altura dada por el manómetro de mercurio colocado en el aparato.

Sustituyamos estos valores á P y p en la ecuacion n.° 8 y resultará:

$$t_u = q \times 13596 \frac{1'52 \times a}{1'52 + a}.$$

Si V′ es el volúmen engendrado por el émbolo en un minuto, el del aire producido V″ será:

$$V'' = 0'75 \cdot V'.$$

Por otra parte, el volúmen de aire gastado á la presion atmosférica y á 0° de temperatura es:

$$V \cdot (1 + 0'004 \cdot t),$$

se puede formar la ecuacion:

$$V \cdot (1 + 0'004 \cdot t) = 0'75 \cdot V',$$

de donde:

$$V' = \frac{V}{0'75} \cdot (1 + 0'004 \cdot t).$$

Como

$$n \cdot q = V', n \cdot t_u = T_u = V' \times 13596 \cdot \frac{1'52 \cdot a}{1'52 + a};$$

lo que da para el valor del trabajo utilizado por T_u:

$$T_u = \frac{V}{0'75} \cdot (1'004 \cdot t) \cdot 13596 \cdot \frac{152 \cdot a}{1'52 + a}. \quad \text{(n.° 9)}$$

El trabajo resistente T_r está determinado por la fórmula:

$$T_r = n \cdot \pi \cdot D \cdot e \cdot a \cdot f \cdot l, \quad \text{(n.° 10)}$$

en la cual n y a significan lo mismo que más arriba (n.° 8); D es el diámetro del émbolo, e su espesor que debe ser en término medio de 0'04^{m}; l la altura de carrera del émbolo y f un coeficiente de frotamiento igual en el caso á 0'35.

Basta para tener el trabajo motor T_m, añadir las dos espresiones n.° 9 y n.° 10; ó sea $T_m = T_u + T_r$.

Ventilador de alas.

437. El ventilador de alas es frecuentemente empleado hoy, á causa de su poco precio, de su facilidad de instalacion y del poco lugar que ocupa. Se compone de un tambor de fundicion A (fig. 308) que tenga en sus dos caras aberturas circulares op, qr por las cuales se efectua la aspiracion del aire. Un árbol B que gira sobre dos pequeños pilares c, c lleva 8 travesaños k, l, m, n sobre los cuales se fijan las aletas a. El tambor está agujereado en su contorno por un orificio O, dispuesto convenientemente y por el cual debe escaparse el aire.

Las alas son de palastro y ligeramente encorvadas en el sentido del movimiento de rotacion. Este movimiento está generalmente trasmitido al árbol por una correa. La velocidad es con frecuencia de 800 á 1000 vueltas por minuto y á veces alcanza 1500. Como estos aparatos se emplean solamente cuando no se necesita gran presion de aire, debemos tener cuidado para facilitar la salida, de que el orificio O sea bastante grande, es decir, de 12^{cm}. de diámetro próximamente, ó sea la seccion de los orificios de aspiracion.

438. El rendimiento del ventilador es menor que el de los fuelles de cilindro (§ 434) y disminuiria en grandes proporciones, si se conservase una fuerte presion.

La influencia de la curvadura de las alas no está perfectamente demostrada. Concienzudos esperimentos parecen probar que las aletas planas dan los mismos resultados.

La gran velocidad de rotacion del árbol en el ventilador de alas hace difícil el estudio de su modo de funcionar, y los cálculos hechos para determinar la relacion del trabajo motor al trabajo útil no han dado hasta aquí más que resultados aproximados que es difícil discutir.

439. Además de los aparatos sopladores que hemos descrito se usa desde hace algun tiempo un sistema de fuelles llamado *tímpano de La Faye.* La disposicion del conjunto es próximamente la de la figura 325.

El tornillo de Arquímedes (§ 484) se ha empleado tambien como máquina sopladora; se ha aplicado por primera vez por Cagnard de Latour.

SIERRAS

Láminas de sierras.—Datos generales sobre el corte.

440. Las láminas ú hojas de sierra están formadas por una cinta de acero laminado, templado, muy duro, y sobre uno de cuyos lados se practica, por medio de varios procedimientos, una dentadura que varia segun el uso del instrumento.

Para las sierras empleadas por los serradores de largo y que solo debe obrar en un sentido, los dientes son ganchudos é inclinados, con una anchura de 5^{mm} próximamente en la base.

Los dientes de la sierra de contornear y generalmente de todas las que obran en ambos sentidos con bastante velocidad, presentan la forma de un triángulo equilátero.

Cuando esta clase de sierra se usa para cortar madera verde y leña, se cortan los dientes á bisel, conservando siempre la misma forma.

En las sierras empleadas para las maderas duras y secas, los metales, el marfil, etc., se da á los dientes la forma de triángulo rectángulo inclinado sobre el lado mayor del ángulo recto.

La dentadura de las sierras que sirven para hender la piedra blanda y el chapado, es la misma que en el caso anterior, con la única diferencia de que se deja entre cada diente una parte plana igual á la anchura de dos de ellas.

Para ayudar al desprendimiento del serrin, se separan alternativamente los dientes á uno y otro lado del plano de la lámina: que es lo que se llama *dar la via á la sierra*. Se llega al mismo resultado empleando una lámina cuyo espesor va disminuyendo, desde los dientes al lado opuesto.

Sierras mecánicas.

441. Vamos á dar una idea de las varias clases de sierras puestas en movimiento por medio de un mecanismo cualquiera. Unas están animadas por un movimiento alternativo y otras por un movimiento contínuo: estas últimas se llaman sierras circulares.

La disposicion primitiva de las sierras de movimiento alternativo consiste en una armazon porta-sierra formado por dos travesaños horizontales unidos entre sí por dos piezas verticales que conservan su separacion. Los estremos de los lados de la armazon resbalan en los bastidores verticales formados por cuatro montantes de madera dura y pueden guarnecerse de metal en la parte sometida al frotamiento.

Los montantes que forman resbaladera están reunidos en su parte superior por una fuerte traviesa sobre la cual se fijan los soportes del árbol motor de la sierra. Este está provisto de una polea destinada á recibir la correa que sirve de intermedio entre la sierra y el motor. En fin, dos bielas pendientes están articuladas por una parte á la armazon de la sierra y por otra parte á dos pequeñas manivelas que terminan el árbol de que acabamos de hablar.

La pieza que se ha de cortar está fija sobre un plano de madera colocada entre los montantes de las resbaladeras. Este plano es móvil y su avance, que está regulado convenientemente, está producido por un mecanismo regular ó por la accion del mismo motor.

Si el motor es bastante poderoso, se pueden fijar varias láminas paralelas á la misma armazon y disponerlas de tal manera que puedan separarse ó aproximarse á voluntad segun el espesor de las piezas ó tablas que hay que cortar.

Se da al movimiento alternativo de la sierra una regularidad suficiente encajando en el árbol de trasmision un volante de 1^{m} á $1'30$ de diámetro y cuyo peso depende en gran parte de la velocidad que hay que dar á la sierra. Generalmente se determina este peso por medio de la fórmula

$$P=\frac{25000^{k}.}{V^{2}} \qquad (\text{n.}^{\circ}\ 11)$$

La velocidad V en la circunferencia del volante es siempre fácil de determinar; y en efecto:

Sea $1'10^{m}$ el diámetro del volante;

y 135 el número de vueltas por minuto.

Tenemos evidentemente:

$$V=\frac{135\times1'10\times3'1416}{60}=7'77^{m}.$$

Luego:

$$P=\frac{25000}{7'77^{2}}=413^{k}.$$

442. Para las maderas duras, tales como la encina y el olmo, el curso de la sierra debe ser próximamente $0'40^{m}$ y el avance de la pieza de madera para cada golpe debe estar regulada á 2^{mm}. Para el serraje de maderas blandas, el curso más conveniente de la sierra es de $0'60^{m}$ y el avance de la madera en cada golpe 5^{mm} próximamente. La velocidad de las sierras de movimientos alternativos debe estar comprendida entre 120 y 150 golpes por minuto, para el serraje de las piezas grandes, y entre 250 y 300 para el enchapado; y en este último caso el avance no es muy superior á $^{1}/_{2}$ milímetro por golpe de sierra.

443. *Superficie aserrada.*—Sea $0'45^{m}$ el espesor del árbol. Si es de encina, tendremos segun los datos anteriores y suponiendo la velocidad de 120 golpes, la superficie aserrada en un minuto:

$$0'45\times0'002\times120\times60=6'48^{m^{2}}.$$

444. *Sierras circulares ó de movimiento contínuo.*—Son de varias clases que difieren entre sí, por la forma de la sierra primeramente y enseguida por el modo como obra ó como está producido el movimiento circular.

En la mayor parte de los casos, la sierra es un círculo de acero del espesor de las láminas ordinarias y cuyo diámetro puede variar desde algunos centímetros á 1^{m} y más. Está provista en su contorno de dientes semejantes á los de las sierras de movimiento alternativo. Para que el montaje de la sierra sobre el árbol que debe comunicarle el movimiento de rotacion esté tan bien hecho como sea posible, es decir, para que el plano del disco sea perpendicular al eje de rotacion, se practica sobre el árbol un cuello regularmente torneado en el cual se apoya una de las caras de la sierra; y si esta es de pequeño diámetro nos contentamos con detenerla por medio de una tuerca. Si, por el contrario, es de grandes dimensiones, se lleva á la parte libre una rodaja del mismo diámetro que el cuello y se cepilla con este haciendo atravesar el disco por los roblones.

El árbol gira algunas veces sobre cojinetes; otras veces está agujereado en cada estremo por un orificio cónico, perfectamente en el centro y que sirve para colocarlo sobre puntas de acero, análogas á las de un torno ordinario. El rápido movimiento de rotacion que debe tener, se comunica por medio de una polea sobre la cual se arrolla la correa de trasmision.

Cuando la sierra es de gran diámetro, se practica en el carro ó plano porta-madera una ranura provista de cuerno ó de madera muy dura, en la cual gira con frotamiento suave, sin poder separarse del plano de rotacion.

En varias sierras de esta clase se coloca la pieza sobre una tabla fija y apoyada por uno de sus lados á un guia longitudinal, cuya distancia á la sierra regula el espesor que hay que dar al madero que se ha de aserrar. Si el trabajo no exige gran precision y principalmente en el caso en que la madera es corta, el madero es empujado hácia la sierra por un obrero. Otras veces se arregla el avance por un mecanismo. En fin, el carro ó platillo que lleva la pieza puede ser móvil.

445. La fig. 309 representa una sierra circular muy ingeniosamente instalada. Los rodillos *a a* están montados libremente sobre sus ejes, y estos llevan broches *b*, sobre los cuales pueden correr los rodillos segun la dimension de la pieza de madera que hay que aserrar. El movimiento lateral de los rodillos sobre los broches se efectúa por medio de un tornillo *f* y manguito *gg*. Los rodillos *hh'*, llamados rodillos de retorno, están montados sobre los ejes *i*, *l;* y están destinados á llevar la pieza de madera á su posicion primitiva, cuando la sierra *p* ha desprendido una plancha: el movimiento se comunica por una correa que pasa del pequeño tambor fijado al árbol de la sierra, á un tambor mayor *n*, llevado por el árbol *l;* y una cadena sin fin *o* trasmite el movimiento del árbol *l* al árbol *i*.

Los soportes á los cuales están fijos los rodillos de retorno *i*, *i'* forman parte de dos aparatos verticales móviles *p* colocados en los dos estremos de la máquina, y susceptibles de bajarse ó elevarse; de manera que pueden hallarse debajo del nivel del banco *r* de la sierra durante el movimiento de la pieza de madera, y elevarse despues encima de este nivel cuando esto es necesario á fin de levantar la pieza de madera y volverla por su movimiento de rotacion á la posicion conveniente por un nuevo golpe de sierra.

Un rodillo de carga, montado sobre un soporte *t*, con pernos en la parte superior del bastidor *r*, está colocado en frente de la sierra; lleva una palanca articulada *u*, en cuyo estremo obra un peso *u'*; pesa sobre la pieza de serrar, y la sostiene suficientemente para que no recule cuando los dientes de la sierra muerden la madera.

El movimiento se comunica á la sierra circular por medio del tambór fijado sobre el árbol que la lleva y colocado al lado de la polea tronco-cónica *m:* una correa sin fin que parte del motor pasa por el tambor.

Al mismo tiempo que la sierra gira, el rodillo *a*, que soporta la pieza y que es móvil sobre el árbol *b*, gira tambien y la empuja hácia adelante; y este movimiento se verifica por una cuerda sin fin que va desde el tambor tronco-cónico *m* al tambor de la misma forma, situado á la derecha, y por dos ruedas de engranaje.

446. La velocidad de las ruedas circulares varia de 5 á 10^{mt} por segundo en la circunferencia y el número de vueltas de 300 á 500 por minuto. Solo la práctica puede indicar la velocidad más conveniente, segun las diferentes clases de madera, y hasta aquí no se han podido establecer reglas absolutas sobre este punto.

447. *Sierras de cinta.*—Las sierras circulares comprenden las llamadas *de cinta:* la lámina es muy delgada y perfectamente templada; se arrolla sobre dos poleas del mismo diámetro, empotradas sobre dos árboles horizontales y paralelos, uno de los cuales recibe su movimiento de rotacion por medio de una correa. En este caso la sierra no obra en el sentido del movimiento de rotacion; su plano es por el contrario paralelo á este movimiento. La pieza que hay que aserrar avanza paralelamente á los árboles porta-sierra, sobre un plano dispuesto horizontalmente, casi de la misma manera que en el caso anterior.

Desde algunos años se han construido sierras por medio de las cuales se gasta la madera segun superficies alabeadas, como las que presentan ciertas contexturas de navios. En este sistema la sierra obra como en el sistema de cinta y el resultado solo se obtiene por medio de un doble ó triple movimiento dado al carro sobre el cual está fija la pieza que hay que aserrar.

HIDRÁULICA

NOCIONES ELEMENTALES SOBRE LA ACCION DEL AIRE Y DEL AGUA.

En las máquinas llamadas hidráulicas, el aire ó gas atmosférico y los líquidos colocados en ciertas condiciones, producen la fuerza motriz. Estos dos cuerpos, en razon de su naturaleza, obedecen á leyes que es indispensable conocer, si queremos aplicar con inteligencia los efectos mecánicos consecutivos.

448. La presion del aire es por término medio de $1'033^k$ por centímetro cuadrado de superficie (V. Preliminares, *Máquinas de vapor*), pero es susceptible de variar más ó menos bajo la influencia de ciertos fenómenos atmosféricos, como las nieblas, los vientos violentos, las tempestades, etc. Siendo la primera causa de esta presion la acumulacion de las capas de aire unas encima de otras, es evidente que cuanto más nos elevemos en las regiones atmosféricas menor será la presion. Se cuenta una disminucion de $0'122^k$ por 100^m de elevacion; lo que corresponde á un descenso de 9^{mm} de la columna de mercurio del barómetro. Este descenso solo es exacto para pequeñas alturas.

El barómetro es el instrumento que sirve para medir la presion atmosférica: se compone esencialmente de una cubeta A (fig. 310 y 311) abierta en su parte superior y conteniendo mercurio en un tubo cilíndrico de cristal B, sumergido en el metal líquido despues de hecho el vacio en toda la longitud de este tubo, es decir, despues que se ha estraido completamente el aire ó los demás gases. La parte superior N está cerrada y la parte inferior O está abierta para dar paso al mercurio, que, empujado por la atmósfera sobre la superficie M se vé obligada á subir por el tubo hasta una altura suficiente para equilibrar la presion ejercida, es decir, hasta que el peso de esta columna de mercurio sea igual al peso de una columna de aire de la misma base que tenga por altura la de la atmósfera. Pero elevándose esta columna de metal líquido á una altura de 76^{cm} en el barómetro, siendo su superficie de base un centímetro cuadrado y la densidad del mercurio $13'6$, su peso es igual á $0'01^{dcm}\times 7'6^{dcm}\times 13'6=1'033^k$. Si el mercurio se eleva solamente á la altura de 70^{cm}, la presion del aire en este momento será $0'01\times 7'6\times 13'6=0'952^k$; y aplicando la regla de tres (§ 57) á la solucion de este pequeño problema se tiene:

$$76 : 1'033^k :: 70 : x$$

y

$$x=\frac{1'033\times 70}{76}=0'952^k.$$

Si la cubeta A del barómetro estuviese en comunicacion con una capacidad cerrada, en la cual reinase una presion menor que la de la atmósfera, el descenso del mercurio en el tubo marcaria esta *depresion*, y si el nivel en el tubo descendiese hasta cero, el *vacio perfecto* existiria en la capacidad cerrada. La fig. 311 representa un barómetro para este último uso (V. *Máquinas de vapor*).

449. Sabemos que el barómetro al indicar las variaciones de la presion atmosférica, indica en cierto límite el buen tiempo, el tiempo variable y el malo. Las variaciones de esta presion, debidas á causas naturales, no esceden de 78^{cm} ni bajan de 70, y los instrumentos particulares destinados á indicarlas, tienen una gran sensibilidad, que se obtiene construyéndolos muy ligeros. Son, pues, poco apropósito para las operaciones industriales en que se necesita hacer constar grandes depresiones y algunas veces el vacio completo. Desde algunos años se ha sustituido el barómetro llamado *metálico* ó *aneroide* al de mercurio. Se compone de un tubo hueco K de cobre muy delgado (fig. 312 y 313) cuya seccion es elíptica ó chata; está arrollado sobre sí mismo y cerrado en el estremo que lleva la articulacion destinada á obrar sobre el arco dentado D. Cuando abriendo la llave colocada en el conducto T se pone el interior del tubo arrollado en comunicacion con la capacidad cerrada en que existe una presion menor que la atmosférica, se manifiesta la depresion en el tubo y la presion de fuera, siendo mayor que la de dentro, y el tubo se cierra tanto más cuanto mayor es la diferencia entre las dos presiones. El arco dentado D puesto en movimiento por el desplazamiento del estremo del tubo hace girar más ó ménos el piñon P sobre el cual está fija la aguja A. Esta marcha entonces sobre un cuadrante en que están señaladas las graduaciones correspondientes á las alturas de la columna mercurial, espresadas en centímetros, que se hallan equilibradas por el gas, cuya presion, menor que la atmosférica, se mide de esta manera. Si la aguja que parte de o llega á 20, la presion del gas que obra en el instrumento, es $76'60=16^{cm}$ de mercurio, y como 76^{cm} de mercurio corresponden á $1'033^k$ de presion por 1 centímetro cuadrado de superficie, á 60^{cm} será igual á $\frac{16}{76}\times 1'033^k=0'276^k$. Tal es la forma del cálculo que hay que hacer para traducir las presiones espresadas en centímetros de mercurio, en kilógramos. Para generalizar la indicacion, llamemos n el número señalado por el barómetro en el vacio y por x la presion en kilógramos correspondiente. Tendremos:

$$x=\frac{(76-n)\times 1'033^k}{76}.$$

El barómetro metálico representado por la fig. 312 se usa en las máquinas de vapor; el destinado á señalar las variaciones del tiempo atmosférico está representado por las fig. 313 y 314; y se llama barómetro aneroide.

450. El barómetro aneroide se compone de una caja circular B, de metal batido, de paredes muy delgadas y cuyas caras están onduladas á fin de ofrecer mayor elasticidad. Cada caja, en la cual se ha hecho al principio el vacio, está fija sobre una placa de metal que sirve de base al aparato; y para evitar que se aplaste completamente por la presion del aire que obra sobre las paredes esteriores, lleva en su parte superior una pequeña masa de cobre m (fig. 314) unida á un resorte R; éste está retenido por una traviesa llevada por dos soportes roblados á la placa de la base. La presion atmosférica tiende á aplanar la caja acanalada, puesto que el vacio existe en esta, haciendo inclinar el resorte R la pequeña masa de cobre; y como dicho resorte comunica con la palanca l, se comunica el movimiento á la aguja del instrumento por medio de esta palanca y de la $l'l'$: si la presion atmosférica disminuye, las paredes de la caja B que forman resorte, se elevan sensiblemente y con ellas la masa m; las palancas obran entonces en sentido opuesto al que les da el aplanamiento de la pared ondulada y por consiguiente el aumento de presion. La aguja marcha sobre el cuadrante en sentido contrario al movimiento producido por la disminucion de la presion.

451. El aire tiene la propiedad de dilatarse, de aumentar de volúmen cuando se ensancha el espacio donde está encerrado ó cuando se calienta, y la propiedad de comprimirse, de disminuir de volúmen cuando se comprime ó se enfria despues que se ha elevado sensiblemente su temperatura.

Sea d (figs. 315 y 316) un cilindro cerrado por su base y en el cual puede moverse un émbolo que cierra herméticamente el cilindro. Supongamos el émbolo bajo, y levantémoslo hasta la parte superior; el espacio comprendido entre la cara inferior del émbolo y el fondo del cilindro quedará entonces perfectamente vacio y la cara inferior del émbolo, el fondo y la superficie interior del cilindro no soportaran ya ninguna presion. Supongamos ahora el émbolo en la parte alta del cilindro y el cilindro lleno de aire á la presion atmosférica: empujemos el émbolo hácia abajo: el espacio comprendido entre la cara inferior del émbolo y el fondo del cilindro disminuirá al mismo tiempo; pero siendo siempre igual la cantidad de aire, la presion sobre la cara inferior del émbolo, sobre el fondo y sobre la superficie interior del cilindro, comprendida entre el fondo y el émbolo, aumentará en la relacion de la disminucion del volúmen. Así, si el volúmen ocupado por el aire á la presion atmosférica se reduce á la mitad, la presion será doble ó igual á dos atmósferas, ó á $2\times 1'033^k=2'066^k$ por centímetro cuadrado. La presion será triple ó igual á 3 atmósferas, si el volúmen se reduce al tercio; será cuádruple ó igual á 4 atmósferas, si se reduce al cuarto, etc. Recíprocamente, si el volúmen ocupado por el aire á la presion atmosférica aumenta, la presion del aire disminuye en la misma relacion. Así, si el volúmen se hace doble, la presion se reduce á media atmósfera$=0'5\times1'033^k=0'516^k$; si el volúmen se hace triple, la presion es igual á $^1/_3$ de atmósfera$=0'344^k$; si es cuádruple, la presion es igual á $^1/_4$ de atmósfera$=0'258^k$, etcétera.

452. Esta propiedad del aire está espresada por la siguiente ley llamada ley de Mariotte, nombre del físico que la descubrió: *Para la misma cantidad de aire la presion está en razon inversa de los volúmenes ocupados.* Esta ley se estiende á todos los gases y aun á los vapores, con tal que estos cuerpos no se liquiden en parte por la compresion y que no varie su cantidad.

Si el cilindro B estuviese provisto de una válvula que se abriese de dentro á fuera, el aire empujado por el émbolo durante su ascenso, en lugar de comprimirse en la capacidad B levantaria la válvula colocada en *f* y se escaparia fuera mientras su presion fuese mayor que la de la atmósfera.

Si la parte inferior *d* no estuviese provista de válvula, el aire encerrado en el espacio M se *dilata*, se ensancha á medida que este espacio aumenta durante la subida del émbolo. Segun la ley de Mariotte, la presion disminuye proporcionalmente al aumento de volúmen ocupado y la dilatacion puede ser tal, que el esfuerzo ejercido por el aire dilatado sobre las caras inferiores del émbolo y sobre las paredes del cilindro sea casi nulo. Una cantidad de agua, en forma de chorro, se introduciria en el espacio M, en que el aire estaria así rarificado, con tanta más velocidad cuanto menor fuese la resistencia ó el vacio más perfecto. El efecto de las bombas de *aspiracion* ó *impulsion*, es la consecuencia de estos dos principios: dilatacion, compresion del aire.

453. La densidad del mercurio es, como hemos dicho, 13'60, es decir, que es 13 veces y seis décimas de vez mayor que la del agua; luego, para equilibrar la presion media de la atmósfera, será necesaria una columna de agua igual á $0'76^m\times13'6=10'33^m$; y de ahí se deduce que una bomba aspirante (la que hace el vacio del aire en un tubo llamado de aspiracion) no podrá nunca elevar más allá de $10'33^m$ en este tubo la columna de agua aspirada.

454. Si el aire encerrado en el cilindro (fig. 314) debajo del émbolo M está caliente, tenderá á dilatarse y empujará la parte baja del émbolo con una fuerza tanto mayor cuanto más elevada sea su temperatura. Si nada se opusiese á la dilatacion, el aumento de volúmen del aire calentado seria 0'00367, cerca de las 4 milésimas de su volúmen primitivo para cada grado de temperatura añadido á su temperatura primitiva: 1^m cúbico de aire tomado á $0°$ de temperatura y llevado á $100°$ habrá ganado $100°$ y su volúmen será $0'00367\times100=0'367$ milésimas de veces mayor, ó sea un poco más de $^1/_3$; y esto se verificará si la dilatacion del aire es libre, pero si un obstáculo se opone á su manifestacion, la presion de este aire calentado aumentará como habria aumentado su volúmen; y así, en el caso anterior, si el aire contenido en la parte baja del cilindro ha esperimentado un aumento de temperatura de $100°$ y el émbolo se opone á la dilatacion libre que es su consecuencia, la presion de este aire calentado aumentará en $0'00367\times100$ y se elevará de $1'033^k$ á $1'033^k\times1'367=1'412^k$ sobre 1^m cuadrado de superficie.

Tal es el principio sobre el cual está fundado el movimiento de las máquinas llamadas de aire caliente ó de gas dilatable. Es evidente que en estos aparatos es preciso que el aire esté constantemente mantenido á la temperatura correspondiente al esfuerzo que hay que ejercer en el émbolo, y á medida que este se eleva va aumentando el volúmen del gas que le empuja; sino, la presion va disminuyendo en la misma proporcion que el volúmen aumenta, pues todo aumento de este último corresponde á un descenso proporcional de presion.

455. El agua contenida en un vaso ejerce en el fondo y contra las paredes de este una presion en kilógramos espresada multiplicando la superficie considerada por la altura vertical del agua á partir de la superficie hasta el nivel del líquido. Todas estas dimensiones deben tomarse en *decímetros* porque el peso de 1^{dcm} cúbicos de agua es de 1^k.

La presion total P sobre el fondo del vaso A (figura 317) será:

$$P=2'5^{dcm}\times2'5^{dcm}\times50^{dcm}=312'500^k.$$

La presion *p* por 1^{cm} de superficie, en el fondo de este vaso, será:

$$p=0'1^{dcm}\times0'1^{dcm}\times50=0'500^k.$$

En un punto *b* de la pared lateral y sobre una superficie de 1^{cm} cuadrado, la presion total *p'* será:

$$0'1^{dcm}\times0'1^{dcm}\times30^{dcm}=0'300^k,$$

La presion total P' que empujará el lado *cc'* del vaso á separarse del conjunto, se hallará multiplicando la superficie de este lado, espresada en decímetros cuadrados, por la altura en decímetros de agua, á partir del medio *m* de la longitud *cc'* hasta el nivel del líquido; y esta altura mide la columna de agua media entre el fondo y el nivel. Tendremos pues $2'5^{dcm} \times 50^{dcm} = 125^{dcm}$ para la superficie del lado y $125^{dcm} \times 25^{dcm} = 3125^{dcm}$ cúbicos. Es, pues, como si el peso de 3125 decímetros cúbicos estuviese soportado por la pared vertical y $P' = 3125^k$, puesto que 1^{dcm} cúbico de agua pesa 1^k.

456. Se quiere hallar la presion total que tiende á separar la compuerta ó el tabique inclinado *ab* (figura 318), que cierra un conducto de agua ó forma la pared de un vaso: 1.° hallar la superficie de esta compuerta en decímetros cuadrados (§ 217): se tiene $50^{dcm} \times 30^{dcm} = 1500^{dcm}$ cuadrados; 2.°, multiplicar esta superficie por la altura media, espresada en decímetros, del agua que empuja la compuerta, es decir, por la altura medida del medio *m* de la compuerta al nivel del líquido, se obtiene $1500^{dcm} \times 25^{dcm} = 37500^{dcm}$ cúbicos ó 37500^k.

457. La forma del vaso no influye de ninguna manera en la presion ejercida por el líquido contra el fondo ó contra las paredes de dicho vaso: así en los recipientes A, B y C (fig. 319) los fondos *ab*, *a'b'* y *a''b''* teniendo la misma superficie y la altura vertical del agua *ac*, *a'c'* y *a''c''* siendo la misma para los tres, el fondo de cada uno de ellos soporta la misma presion que es igual á la que ejerce el peso del cilindro de agua *cabd* ó *c'a'b'd'* ó *c''a''b''d''*.

Esta consecuencia singular de los principios de la presion de los fluidos se enuncia así: *La presion ejercida sobre un punto cualquiera del líquido se nota con la misma intensidad en todos los puntos de la masa líquida.* La esperiencia comprueba el hecho de la manera siguiente:

Un recipiente (fig. 320) de forma circular colocado horizontalmente y completamente lleno de agua, lleva 4 cilindros provistos de émbolos calafateados 1, 2, 3, 4; sobre el émbolo 1 que tiene 1^{cm^2} de superficie, se ejerce una presion de 10^k; el émbolo 2 tiende entonces á salir de su cilindro y para retenerlo es necesario una presion de 10^k en sentido contrario á la ejercida sobre el émbolo 1; ahora bien, teniendo el émbolo 2 la misma superficie que este último, la presion añadida por unidad de superficie es igual en estos dos puntos del líquido; el émbolo 3 cuya superficie es doble del 1, solo está retenido por un esfuerzo de 2 veces 10 ó 20^k, y el émbolo 4 que solo tiene una superficie igual á la mitad del émbolo 1 está retenido por un esfuerzo igual á la mitad de 10 ó de 5^k; por consiguiente, todos los puntos del líquido han recibido el mismo aumento de presion, á causa del empuje ejercido en uno de los puntos de la masa líquida.

Segun el principio de igualdad de presion en las masas líquidas, hecha abstraccion del peso del líquido mismo que se añade evidentemente á la presion soportada por los puntos considerados, no es necesario aumentar un recipiente de agua en todas sus proporciones, para aumentar la carga sobre sus paredes ó sobre el fondo, ya sea para probar la resistencia ya para cualquier otro objeto que se consiga por este medio. Para someter el fondo *a''b''* del vaso C (fig. 319) á una presion 4 veces mayor que la de la carga cuando la cámara C está llena de agua, bastará ajustar encima un tubo *c''* de un diámetro tan pequeño como se quiera, cuya altura sea 4 veces mayor que *a''* C y llenarla de agua. Para cada $10'33^m$ de altura de columna líquida, la presion por centímetro cuadrado del fondo del vaso será $1'033^{kg}$ (§ 453). En virtud de este mismo principio, llamado de *Pascal, sobre la igualdad de presion en los fluidos,* está basado el modo de funcionar la prensa hidráulica.

458. Los líquidos colocados en vasos abiertos al aire libre y que comuniquen entre sí, se colocan siempre á nivel, cualquiera que sea su forma y la de los conductos de comunicacion: en los tres vasos (fig. 321) el líquido se mantiene al mismo nivel AB, y este es paralelo al plano horizontal. Si hacemos inclinar el sistema en un sentido cualquiera, la altura respectiva del agua en cada uno de los vasos cambiará, pero la línea AB determinada por el conjunto de los niveles será siempre paralela al horizonte.

459. Si en los dos vasos que se comunican A y B (fig. 322) abiertos primero al aire libre, vertemos agua, se establecerá el nivel en A y B á la misma altura y estará, por ejemplo en *cb*; si despues de esto cerramos la parte superior B y continuamos vertiendo agua en A, el nivel en cada uno de los vasos no permanecerá más sobre el prisma horizontal, y subirá mucho más en A que en B, porque el aire entonces comprimido en B aumentará de presion segun la ley de Mariotte (§ 452) y esta presion añadida al peso de la columna de agua *h* que señala en altura la diferencia de los niveles primitivos *cb*, será igual á la presion de la columna de agua añadida en A cuando los niveles eran *c... b*.

Llamada H la longitud de la cámara de aire cuando se ha cerrado la parte superior de B;

h la diferencia en altura del nivel primitivo *ab* con el que ha tomado el líquido en B despues de añadir agua en A (*h* espresa, pues la cantidad que H se ha comprimido).

P, la presion en centímetros de columna de mercurio (§ 453) que posee el aire comprimido en B.

Tendremos:

$$P=\frac{(2\times h\times 13'59)+10'33\times\frac{H}{H-h}}{13'59} \qquad (n.^o\ 1)$$

P espresará la presion total en centímetros de mercurio, del aire comprimido, sobre una superficie de $1'2^m$; y para obtenerlo en atmósferas, bastaria dividir P por $0'76^m$, puesto que esta altura de columna de mercurio corresponde á la presion atmosférica; y para espresarla en kilógramos haríamos, llamando P_g esta presion:

$$P_g=\frac{P}{0'76}\times 1'033^{kg}$$

Conociendo P en centímetros de mercurio podemos conocer h por medio de la fórmula:

$$h=\frac{P}{4}+\frac{H}{2}-\sqrt{\left(\frac{P}{4}+\frac{H}{2}\right)^2-H\,\frac{P-0'76}{2}} \qquad (n.^o\ 2)$$

Si el líquido vertido en los vasos que se comunican no fuese agua, seria preciso buscar cual es la relacion de la densidad de este líquido con la del mercurio y sustituir el número que espresa esta relacion al número 13'59 que en la fórmula n.° 1 indica que el agua es 13 veces 5 décimas de vez más ligera que el mercurio. Será preciso además, buscar á que altura del líquido empleado corresponde la presion atmosférica y reemplazar el número $10'33^m$ (representa en la misma fórmula la altura del agua que equilibra con la atmósfera) por el número que espresare la altura del líquido empleado, capaz de equilibrar la presion atmosférica.

Supongamos que sea aceite y que se vierta en los vasos que se comunican: siendo la densidad de este cuerpo graso 0'90 y la del mercurio 13'60 la relacion será:

$$\frac{13'60}{0'90}=15'1$$

será preciso pues reemplazar 13'60 por 15'1 en la ecuacion n.° 1 y reemplazar $10'33^m$ por 11'476.

Este último número se obtiene por el siguiente razonamiento: siendo la densidad del mercurio 15 veces y 1 décimo de vez mayor que la del aceite, se necesitará una columna de este último 15 veces y 1 décimo de vez más alta para equilibrar la presion del aire libre, es decir, $0'76^m\times 15'1=11'476^m$.

460. Si empleamos el mercurio metal que no se solidifica más que á una temperatura de 13° bajo cero, la fórmula n.° 1 se convierte en:

$$P=(2\times h)+0'76\times\frac{H}{H-h} \qquad (n.^o\ 3).$$

Que es la que sirve para establecer la graduacion del manómetro llamado de aire comprimido (véase el capítulo *Máquina de vapor*).

461. El agua en estado natural contiene en disolucion en su masa una cantidad de aire igual á $\frac{1}{20}$ de su volúmen; y el gas se escapa en todo ó en parte por la superficie del líquido, si este último está sometido á la vaporizacion ó si se halla contenido en un vaso en que existe una presion inferior á la atmosférica. En el cálculo riguroso del efecto teórico de las bombas, hay que tener en cuenta este hecho.

462. Un cuerpo abandonado en la superficie de un líquido se hunde en parte ó completamente en este líquido, segun que su densidad es mayor ó menor y pierde de su peso un peso igual al volúmen de líquido desalojado: esto es lo que se llama *principio de Arquímedes* que se enuncia así: *Un cuerpo sumergido en un líquido pierde de su peso el peso del volúmen de agua que desaloja.*

Un pedazo de hierro de un volúmen de $1'3^{dcm}$ pesa por término medio $7'500^k$; sumergido en el agua no pesará mas que $7'500^k-1=6'500^k$, puesto que desplazará un decímetro cúbico de agua y el peso de este líquido es de 1^k por litro ó por decímetro cúbico.

Un pedazo de madera de pino de $1'3^{dcm}$ pesa por término medio $0'550^k$; sobrenada en parte si se sumerje en el agua, por ser más ligera que este líquido: el volúmen de agua desalojada tendrá el mismo peso que el pedazo de madera; es decir, que este volúmen será de $0'550^{dcm^3}$ y que el volúmen de la madera no sumergida será $1000^{cm^3}-550=450^{cm^3}$ ó $0'450^{dcm^3}$; podremos, pues, colocar sobre este cuerpo flotante un peso de $0'450^k$ para sumergirlo á flor de agua.

463. Por su forma, un vaso formado por un cuerpo más denso, más pesado que el agua, no se sumerjerá por completo: Sea un vaso abierto A (fig. 323) de palastro, de un espesor de $0'01^m$; la forma general es la de un cubo, y las 5 superficies, es decir, los cuatro lados y el fondo tienen cada uno un metro de lado ó sea 100^{dcm^2} de superficie; el peso total será $100^{dcm^2}\times 0'1\times 5\times 7'500^k=375^k$ siendo el peso del palastro 7'500 por decímetro cúbico; y teniendo el fondo 100^{dcm^2}, para cada centímetro que se hunda el vaso en el agua, el peso del líquido desplazado será de $100^{dcm^2}\times 0'1^{cm}\times 1^k=10^k$, puesto que $1'3^{dcm}$ de agua pesa 1^k. Siendo el

peso total del vaso 375^k, su inmersion en centímetros será, pues, $\frac{375}{10}=37'5^{cm}$ y la parte no inmergida será de $1^m-0'375^m=0'625^m$.

464. Para los vasos de forma rectangular, la altura x de inmersion en el agua está dada con bastante exactitud por la fórmula:

$$x=\frac{P\times V}{S\times H} \quad (n.^o\ 4)$$

designando por P el peso en kilógramos del decímetro cúbico de la materia del vaso.

V el volúmen total del decímetro cúbico de la sustancia del vaso.

S la superficie exterior del fondo en decímetro cúbicos.

H la altura del vaso en decímetros.

Para los vasos de otra forma, los cálculos llamados de desplazamiento están indicados en libros especiales sobre la construccion de los barcos y embarcaciones.

Aparatos y máquinas de elevar agua.

465. Los sistemas de máquinas destinados á elevar el agua, son muy numerosos y aunque el principio de su accion sigue siendo el mismo para gran número de ellos, la forma difiere con frecuencia. La parte de la hidráulica que trata especialmente de los aparatos destinados á la elevacion de las aguas comprende:

1.° Las máquinas simples, como el achicador, el cazo, el cubo, la cuba, etc.

2.° máquinas de agotamiento y elevatorias diferentes de las bombas,

3.° bombas de émbolo,

4.° bombas rotatorias y de fuerza centrífuga.

5.° el ariete hidráulico.

Máquinas simples de elevar agua.

466. La fuerza muscular del hombre se emplea frecuentemente en el manejo de estas máquinas. Conviene, pues, buscar segun el caso, el mejor medio utilizable, á fin de evitar la fatiga producida por un movimiento incesante de los órganos que sostienen la carga que hay que mover.

Las máquinas simples se usan para los desecamientos de poca duracion, cuando la cantidad de agua que hay que desecar no es muy grande y su poca profundidad impide la instalacion de una bomba. Pocas veces nos valemos para elevar el agua más de un metro. Los instrumentos de esta clase más generalizados son: el achicador, el cubo, el cazo, el cántaro.

467. *Achicador de mano* (fig. 324).—Es una especie de pala hueca, ordinariamente de pequeñas dimensiones, de palastro ó madera provistos de un mango; el estremo que penetra en el líquido forma un ángulo muy agudo. El achicador se llena haciéndole resbalar en el agua con la punta hácia abajo, luego se eleva este estremo proyectando el líquido al esterior y á la altura conveniente. Con este instrumento un hombre puede elevar en una hora de 6 á 8 metros cúbicos de agua, lo que constituye un trabajo útil de 6 á 8000 kilográmetros (§ 288).

Escurrimiento.—El procedimiento conocido con el nombre de escurrimiento consiste en agotar el agua por medio de cubos, á pequeñas profundidades; y se usa frecuentemente en los trabajos de fundacion.

468. *Cazo* (fig. 325).—El cazo es una especie de gran achicador manejado por dos hombres, sus formas curvas facilitan la entrada del líquido y atenuan el efecto de los choques durante el manejo.

469. *Cazo móvil* (fig. 326).—Es una especie de canal cerrada por uno de sus extremos, abierta y ligeramente redondeada por el otro, se apoya por su estremo abierto sobre el borde del declive hácia el cual debe verificarse el derrame, se baja el otro estremo hasta que esté cubierto por el agua y elevando luego ésta parte que lleva una ó dos agarraderas, y el agua se escurre por la parte abierta. Algunas veces se va de la parte cerrada, y en el fondo de la caja se coloca una válvula que abriéndose de fuera á dentro deja penetrar el líquido cuando se baja la parte cerrada, y se cierra así que se levanta el cubo para producir el desagüe. A menos de dar una forma curva á este instrumento, es fácil reconocer que solo puede elevar el agua á una pequeña altura.

470. *Cubo de báscula* (fig. 327).—En muchas localidades rurales, para elevar el agua de un pozo cuya profundidad no es más que de 2 á 3 metros, se emplea una palanca, conocida con el nombre de percha, suspendido en un punto O de su longitud: uno de sus estremos A está provisto de un contrapeso, el otro B lleva una cuerda á la cual se ata el cubo; sobre esta cuerda hay que obrar para producir el ascenso ó descenso del cubo. Se puede regular el contrapeso de modo que haya que hacer pocos esfuerzos para producir la ascension del cubo sin aumentar mucho el esfuerzo necesario para operar su inmersion, siendo menor la fatiga para obrar de arriba abajo que para levantar de abajo arriba.

Supongamos que el brazo de la palanca del lado del cubo tenga $3'40^m$ de longitud y que del lado del contrapeso tenga 2^m, siendo el peso del cubo 3^k y el del agua que hay que elevar 15^k.

La relacion de equilibrio será, durante la subida, llamando x el peso equilibrante:

$$3'40 \cdot (15+3) = 2 \times x,$$

ó

$$x = \frac{61'2}{2} = 30'6^k,$$

y el del descenso será:

$$3'40 \times 3 = 2 \times x$$

$$x = \frac{10'2}{2} = 5'1^k.$$

El peso x necesario para que haya igualdad de esfuerzos será, pues:

$$x = 30'6 + 5'1 = \frac{35'7}{2} = 17'05^k.$$

Y si se quiere que el esfuerzo E necesario para elevar el cubo lleno O sea la mitad del que produce la inmersion del cubo vacio, se tiene:

$$E = \frac{17'85}{4} = 4'462^k.$$

Añadiendo este peso al que ya hemos encontrado para la igualdad de esfuerzos, tendremos 22'312 para el peso propio para satisfacer esta última condicion.

Se calcula que por medio de la percha un hombre puede elevar en una hora cerca de 7000^k de agua á 1^m de altura.

Achicadera holandesa.—Se da este nombre á grandes achicaderas suspendidas por su mango á una especie de cabria que oscila bajo la accion de la mano alrededor de un punto de suspension: al trabajo útil de estos achicadores hay que añadir que el hombre que los maneja no soporta el peso del agua que contiene y toda su fuerza se emplea en elevar el líquido.

471. *Sifon.*—Con frecuencia nos valemos del sifon para el trasiego de líquidos; es un instrumento de vidrio (fig. 328) ó de metal, compuesto simplemente de un tubo encorvado que forma las dos ramas I, S. Para *cebarlo* se llena de líquido, directamente y manteniendo las dos ramas hacia arriba, luego se sumerge en el vaso; la salida se verifica por el lado S que es el más largo y continua hasta que se vacia el lado I ó hasta que la altura del nivel del agua en el vértice del sifon sea de $10'33^m$.—Es necesario para que el instrumento funcione, que el nivel del líquido en el vaso sea siempre más elevado que el orificio de la rama mayor. A fin de obtener una salida constante por el sifon, se instala como lo indica la fig. 329: el flotador I conservado por el sifon está equilibrado y el peso del mismo sifon por el contra-peso p cuya cuerda pasa sobre las poleas nn', desciende con el nivel del agua I arrastrando el sifon; la distancia entre I y el vértice del instrumento permanece entonces constante.

Se ceba el sifon, como acabamos de decir, llenándole de líquido ó bien haciendo el vacio por aspiracion y por la rama V. Se han instalado sifones de gran potencia para trabajos de desecacion ó como máquinas motoras hidráulicas, tales como los aparatos que sirven para dar fuerza á las máquinas que taladraron las rocas en el túnel de Mont-Cenis.

Máquinas de agotamiento y máquinas elevatorias que no sean bombas.

472. *Cubos y poleas.*—Cuando los pozos tienen poca profundidad, se usa amenudo una polea por cuya garganta pasa una cuerda con un cubo en cada uno de sus estremos (fig. 330). La chapa de esta polea está casi siempre dispuesta de manera que puede girar alrededor de su punto de suspension O, á fin de que no sea necesario dar la vuelta al pozo cada vez que haya que obrar sobre uno de los estremos de la cuerda.

Uno de los cubos sobre los cuales obra la cuerda sube lleno, mientras el otro desciende vacio; no hay que elevar, pues, más que el peso del agua del cubo lleno; pero á causa de la desigual longitud de los dos estremos de la cuerda, cuando los dos cubos no están á la misma altura, es preciso añadir á este peso el de la longitud de la cuerda que se halla comprendida encima de los dos cubos. La mayor longitud de esta cuerda es igual á la distancia comprendida entre el brocal y el nivel del agua en el pozo. La desigualdad del peso influye necesariamente más cuando el pozo tiene una gran profundidad; en cuyo caso se ata debajo de cada cubo una cuerda cuya longitud es igual á la distancia comprendida entre los dos cubos cuando uno de ellos está en el fondo del pozo, de este modo, se evita un gasto de fuerza inútil restableciendo el equilibrio.

473. *Sistema de cabria* (fig. 331).—Es más ventajoso hacer uso de la cabria que de la percha cuando los pozos tienen una gran profundidad. Se compone de un rodillo A dispuesto encima del orificio del pozo; una cuerda fija sobre este rodillo por uno de sus estremos se lleva un cubo en el estremo opuesto: obrando sobre la manivela M, la cuerda se arrolla y el cubo sube;

cuando está vacio se le deja descender y la cuerda de la cabria se desarrolla bajo la accion de su peso.

474. Se usa la cabria de engranajes cuando el peso de agua que hay que elevar es muy grande y el esfuerzo de un hombre que obre sobre la manivela de la cábria simple es insuficiente para vencer las resistencias útiles. Es prudente, en este caso, á fin de evitar los accidentes, el colocar sobre el árbol de la cábria una rueda de roquete con un gatillo de resorte.

El sistema de cábria es ventajoso para utilizar el trabajo del hombre; le permite sacar en una hora cerca de 20^{m} cubicos de agua á 1^{m} de altura, el doble próximamente del resultado obtenido con el sistema de doble cubo ó de percha, lo que corresponde casi al máximum del trabajo producido por medio de la manivela. Este trabajo está representado por 172^{kgm} por dia trabajando durante 8 horas (§ 288).

475. *Noria de los campesinos.* (fig. 332). Esta máquina elevatoria se usa casi únicamente para el riego de las cercanias de Paris; es muy sencilla: una cábria vertical T sobre la cual se arrolla una cuerda, cada uno de cuyos estremos lleva un cubo, está movido alternativamente por medio de una palanca L, sobre la cual obra generalmente un caballo; cuando uno de los cubos está alto y vacio, el caballo habituado á este ejercicio marcha en sentido contrario y hace subir el otro cubo. En 8 horas de trabajo, con ayuda de este aparato, se puede elevar á 1^{m} de altura haciendo obrar:

1 hombre.	200^{m^3}	de agua.
1 caballo.	1166	—
1 buey.	1120	—
1 asno.	334	—

476. *Rosario* (fig. 333).—El rosario se compone de una especie de cadena cada uno de cuyos eslabones lleva un disco perpendicular á su eje; dos poleas provistas de salidas sobre su circunferencia le comunican el movimiento: este aparato se coloca frecuentemente vertical y algunas veces con una inclinacion variable de 30 á 40° hácia el horizonte. El rosario inclinado (fig. 333) se mueve en una caja de seccion rectangular MN cuya anchura es generalmente doble de la altura; el canal formado por la caja está abierto en los dos estremos: la parte superior sirve de vertedero. Los discos siguen el movimiento de cadena bajo la accion de las poleas de dientes A y A′, dispuestas en los dos estremos de la caja y elevan el líquido hasta la parte superior del canal, de donde se escurre en reguero.

A fin de facilitar el paso de los discos en la caja, se hacen 3 ó 4^{mm} más estrechas que esta seccion. Esta obligacion de dejar cierto juego en la circulacion de los discos determina una pérdida de líquido tanto más considerable cuanto mayor es el juego y más lento el movimiento, de suerte que pareceria ventajoso acelerar la velocidad de los discos; pero la experiencia demuestra que más allá del límite de $1'10^{m}$, las pérdidas de trabajo ocasionadas por el choque de los discos sobre el agua son superiores á la cantidad de trabajo correspondientes á las pérdidas de agua por los lados de los discos.

Segun varias observaciones, la cantidad de agua que puede elevar un hombre por medio de un rosario es igual á 85^{m} cúbicos, á 1^{m} de altura en 10 horas de trabajo; pero para apreciar el trabajo utilizado bajo el punto de vista de la elevacion del agua, es preciso recordar que el máximo de trabajo desarrollado por el hombre que obra sobre una manivela, es igual en un dia de trabajo de 10 horas, á 216000^{kgm}, de suerte que el rendimiento de esta máquina, es decir, la cantidad de trabajo que utiliza será igual á $\frac{85000}{216000}$ ó á los $0'393$ del trabajo motor.

El trabajo producido por un caballo que conduce una noria durante el mismo tiempo es igual á 1458000^{kgm}; unido á una noria destinada á conducir un rosario inclinado, puede el caballo elevar cerca de $57'300^{m^3}$ en 10 horas á 1^{m}, es decir, verificar un trabajo útil igual á 57300^{kgm}. El rendimiento será:

$$\frac{57300}{1458000} = 0'393$$

Además de las desventajas comparativas que se originan de este escaso rendimiento, el rosario inclinado tiene el inconveniente de su difícil instalacion y de ocupar mucho sitio, por lo cual se le prefieren la mayor parte de las máquinas elevatorias.

477. El rosario vertical (fig. 334) se compone generalmente de un tubo cilíndrico AB ensanchado en su parte inferior á fin de facilitar la entrada de los discos P, P que están formados en este caso de un pedazo de cuero prensado entre dos rodajas de metal; y forman así una especie de émbolo suficientemente ajustado, cuando el cuero se halla en buen estado y el movimiento del rosario es bastante rápido.

Las ventajas del rosario vertical sobre el rosario inclinado hacen que sea preferible en todos los casos: ocupa menos sitio, es fácil de trasportar y su rendimiento es igual á los $0'67$ del trabajo motor.

Un hombre que obre sobre la manivela puede elevar con esta máquina á 1^{m} de altura 140^{m} de agua en 10 horas de trabajo.

478. *Norias ó cadenas de cangilones* (fig. 335).—

Desde largo tiempo se usa en el mediodia de Francia y en España, para elevar el agua destinada á los riegos, un aparato conocido con el nombre de *noria*. Se compone de una rueda R sobre la cual se hace obrar por medio de un engranaje de linterna L un caballo ó un asno; la rueda está destinada á hacer mover un ensamble de dos cuerdas sin fin, paralelas, sobre las cuales están fijos varios potes de tierra *p;* la longitud del sistema depende de la profundidad del pozo. Cuando se comunica á la rueda un movimiento de rotacion, arrastra á los potes que se llenan durante su inmersion y que, llegados cerca de la parte superior de la rueda vierten el agua que contienen en un conducto de madera C dispuesto tan cerca como sea posible del vértice de la rueda. Resulta de esta disposicion que el agua debe elevarse á una altura mayor que la distancia comprendida entre el nivel del pozo y el del desagüe. A esta primera causa de pérdida de trabajo, se añade lo que proviene del balanceo de los potes durante la subida; se calcula que la cantidad de agua que cae en el pozo, bajo la influencia de este balanceo al cual se da el nombre de *escurrimiento,* es igual al $^1/_{10}$ de la capacidad del pote.

La altura de elevacion no utilizada varia entre o'50^m y o'80^m; depende del diámetro de la rueda y tiene tanta menor influencia cuanta mayor sea la diferencia de los niveles entre el agua del pozo y el vertedero.

La cantidad de agua elevada durante una jornada de trabajo de 10 horas por un caballo es, con la noria, de cerca de 60000 litros elevados á 8^m de altura; de donde se puede deducir que su rendimiento es igual á $\frac{60000 \times 8}{1166400} = 0'411$ próximamente del trabajo motor; admitiendo que este divisor represente el trabajo, en 10 horas, de un caballo unido á una noria.

Aunque sea pequeño este rendimiento, la facilidad de conservacion y reparacion de las norias las hace preferibles, para ciertos trabajos de riego y jardineria, á otras máquinas de mejor aprovechamiento.

479. *Noria de M Gateau* (fig. 336).—Se han construido varios sistemas de norias con objeto de evitar los inconvenientes del sistema primitivo descrito más arriba. Los constructores han procurado especialmente disminuir el escurrimiento y hacer verter el agua tan cerca como se pueda de la altura total á la cual se ha elevado. En la noria representada (fig. 336), los cubos S son de palastro y están provistos de una cubierta de charnela que se halla cerrada durante la subida y que se abre bajo la accion de su peso así que por la posicion del cubo en el tambor T, pasa de la vertical; el líquido se escurre en una artesa A unida debajo del tambor superior, tan cerca como se pueda del punto de derrame; un rodillo fuerza la cadena á separarse de la artesa cuando el agua se ha vaciado. Una válvula que se abre de fuera á dentro está colocada en el fondo de cada recipiente á fin de dejar salir el aire mientras se llena; el peso del agua, en cuanto obra sobre esta válvula, la cierra y en el mismo momento en que la parte superior del cubo se halla arriba.

Se calcula el rendimiento R de las norias del sistema Gateau por medio de la fórmula siguiente:

$$R = 0'80 . \frac{H}{H \times 0'75^m} \qquad (n.^o\ 5)$$

H designa la profundidad del pozo debajo de la pila y o'75^m la pérdida de altura.

Ejemplo. Sea H=5^m.

Se tiene:

$$0'80 \times \frac{5}{5'75} = 0'69$$

Generalmente solo se usan las norias para elevar agua á alturas superiores á 4^m.

480. *Rueda china* (fig. 337).—Esta rueda está formada por una corona anular C lijeramente cónica, sobre cuya superficie exterior están colocados los canjilones *p*, *p* que tienen la forma de un tronco de cono de base cuadrangular y cerrado por la base más ancha. Los canjilones forman con la generatriz de la superficie tronco-cónica de la rueda un ángulo de 30° á 40°, y vierten el líquido en un conducto D colocado cerca de la parte superior de la rueda.

La inclinacion de los canjilones facilita su entrada en la masa de agua, y el desprendimiento de aire que contienen. La rueda está colocada en la mejor condicion de aprovechamiento, cuando el nivel del agua es tangente á la superficie exterior de la corona.

El rendimiento de esta máquina puede variar segun el diámetro de la rueda y por consiguiente la altura de elevacion entre o'55 y o'60 del trabajo empleado en hacerla girar.

La velocidad de la rueda en la circunferencia exterior no debe esceder de o'30^m en un segundo.

481. *Rueda de tímpano.* (fig. 338).—Esta rueda, de uso frecuente entre los antiguos para elevar el agua á pequeñas alturas, está formado por dos planos circulares reunidos por un envoltorio cilíndrico C: está dividida interiormente en 8 ó 10 compartimentos por tabiques S colocados en el sentido del radio; el cilindro que sirve de envolvente tiene tantas aberturas O como sectores. El cubo de la rueda está formado por un árbol de madera sobre el cual existen tantos canalo-

nes o^1 como compartimentos hay en la rueda; y los orificios así formados comunican todos con el sector correspondiente.

Cuando la rueda está en movimiento, el agua se introduce por las aberturas hechas en el envoltorio y luego se estiende por cada radio y llega á la altura de los canalones: se escapa por el orificio o^1 en una pila colocada debajo del árbol. Algunas veces el árbol sirve de cubo en lugar de estar tallado como acabamos de decir: está formado por un segundo envoltorio hueco c', unido por la prolongacion de los radios de la rueda al eje de rotacion (fig. 339); las aberturas *a* practicadas en este cilindro hueco, en frente de cada sector, lo ponen en comunicacion con los demás y el agua se escurre por las aberturas *a* practicadas en uno de los platillos.

La velocidad en la circunferencia exterior de la rueda es generalmente igual á 1^m.

Es de notar que, para elevar el agua á una altura dada, el diámetro del tímpano debe ser el doble del de la rueda china (§ 480) y que á causa de la pequeñez relativa de los orificios de introduccion del agua, nos vemos obligados á dar mucha amplitud á esta máquina, lo cual origina inconvenientes.

482. El efecto útil E del tímpano puede deducirse de la fórmula empírica:

$$E = 0'80 \times \frac{H}{H + 0'50}, \qquad (\text{n.}^\circ\ 6)$$

En la cual H designa la altura comprendida entre el nivel del agua y el punto de derrame y 0'50 la pérdida de altura sobre la elevacion total.

Si $H = 2^m$, tendremos por valor del rendimiento E,

$$E = 0'80 \times \frac{2}{2'50} = 0'64.$$

483. Hácia principios del último siglo un académico francés, Lafaye, encorvó los tabiques del tímpano en envolventes del círculo del cubo, probablemente con el fin de obtener mayor regularidad en el movimiento á causa de una mejor distribucion de la carga que hay que elevar en cada posicion de la rueda; y suprimió desde entonces el envoltorio exterior. La figura 346 representa esta disposicion.

La ventaja de este cambio es pequeña en cuanto al gasto de trabajo motor. Como rendimiento el tímpano de envolventes es inferior al de los antiguos; por otra parte los inconvenientes de estas pesadas máquinas que solo elevan el agua á pequeñas alturas y ocupan un gran espacio, son de tal naturaleza que hacen limitar su uso á casos particulares.

484. *Tornillo de Arquímedes.* (fig. 340).—El actual tornillo de Arquímedes difiere poco del que se empleaba hace 4000 años. Se compone de dos cilindros concéntricos C y C', uno de los cuales C' está macizo y forma el núcleo del tornillo; el núcleo está ahuecado en su superficie de modo que forme uno ó varios surcos helicoidales que dan varias veces la vuelta: en estos surcos se hallan empotradas duelas de madera ó de palastro que están tambien fijas al cilindro exterior, el cual está amenudo formado de planchas estrechas ajustadas por medio de círculos de hierro y formando un conducto hermético.

La inclinacion del filete ó el paso de hélice (§ 310) varia segun la inclinacion bajo la cual obre el aparato, cuya inclinacion se halla entre 45° y 80°; el tornillo funciona bajo un ángulo de 30° á 50° en el horizonte.

Esta máquina se emplea con frecuencia para el agotamiento en los sitios donde se quieren sentar los fundamentos de una construccion; su forma y escaso volúmen permiten colocar muchos que obren casi en el mismo punto.

La influencia que la altura de inmersion y el número de vueltas de este aparato ejercen sobre el rendimiento del tornillo, puede deducirse del cuadro siguiente que contiene los resultados de esperimentos hechos sobre un pequeño aparato construido con cuidado.

El diámetro del tornillo era. . .		$0'156^m$,
Longitud	» » . .	$1'10^m$,
Diámetro del cubo	» . .	$1'072^m$,

El tornillo estaba formado por dos filetes helicoidales que forman con la genetratriz del cilindro un ángulo de 78'21°; y la inclinacion de este tornillo era 50° sobre el horizonte, de suerte que la altura de elevacion del agua era $0'75^m$.

INFLUENCIA de la altura de inmersion encima ó debajo DEL EJE.		INFLUENCIA DEL número de revoluciones sobre LOS PRODUCTOS.		
Altura del nivel.	Producto por revolucion.	Número de revoluciones.	Agua elevada por revolucion.	Agua elevada por 1º.
m.	lit.		lit.	lit.
+ 0'109	0'230	(1) 22	0'283	6'226
+ 0'042	0'260	41	0'267	10'947
+ 0'012	0'276	51	0'252	12'852
+ 0'002	0'297	74	0'230	17'020
0'000	0'344	121	0'195	23'595
— 0'003	0'387	(2) 56	0'322	18'032
— 0'008	0'315	60	0'337	20'220
— 0'019	0'306	73	0'344	25'112
»	»	85	0'351	29'835
»	»	98	0'351	34'388
»	»	120	0'337	40'440

(1) Estando enteramente sumergida la base del cilindro.
(2) Estando el nivel del agua á 0'003 debajo del eje del tornillo.

Resulta de las cifras de este cuadro, que el mayor producto corresponde á la inmersion del tornillo hasta 0'003 debajo de su eje y á la velocidad media de 90 vueltas por minuto.

Se comunica el movimiento al tornillo de Arquímedes por medio de una manivela ó de una polea, segun sus dimensiones y la cantidad de agua que hay que elevar. La longitud es casi siempre igual á 12 veces el diámetro, el cual es igual á 3 veces el del cilindro interior ó núcleo. El rendimiento varia de 0'65 á 0'70 del trabajo motor.

485. *Bomba en espiral* (fig. 341).—En esta bomba la elevacion del agua se produce por medio de un tubo T arrollado sobre un cilindro C, de modo que forme tantas espirales helicoidales como vueltas hay y al cual se comunica un movimiento de rotacion. El cilindro está sumergido hasta algunos centímetros debajo de su eje; el tubo está encorvado al fin de la última espira en la direccion del eje, y comunica con el tubo de impulsion R, al cual está unido por medio de un prensa-estopas *p*; sirve así de árbol hueco al aparato, por el lado del tubo de impulsion.

Obrando sobre la manivela M y suponiendo que el nivel del líquido se halle á la altura del eje, para cada revolucion de la bomba, se introducirá en el tubo una cantidad de agua igual al volúmen de aire que penetra á causa del movimiento del líquido en las espiras cuando el estremo abierto del tubo se halla fuera del agua: al cabo de un número de revoluciones igual al número de espiras, el tubo contendrá cantidades iguales de agua y aire, pero á partir del momento en que el líquido empieza á elevarse en el tubo de ascension; la presion que ejerce en el aire de la última espira irá creciendo con la altura de ascension; trasmitiéndose esta presion de una espira á otra, el espacio ocupado por el aire, en la parte superior de las espiras, disminuirá al mismo tiempo que crecerá su fuerza elástica; y cuando esta última sea mayor que la presion ejercida por la columna de agua del tubo de ascension, la presion obligará á elevarse á esta agua; el aire contenido en la última espira, cediendo á la accion de la presion, así producida, pasará al tubo de ascension y su fuerza elástica se empleará en favorecer la elevacion del líquido bajo la presion del cual se ha producido.

El límite de altura de elevacion del agua por medio de la bomba espiral es igual á $1'20^{m}$ y el diámetro del tubo $0'040^{m}$; el diámetro medio de las espiras será $1'24^{m}$ y la mayor altura de elevacion será igual, si hay 8 espiras, á $8 \times 1'24 - 0'62 = 9'30^{m}$.

La velocidad más conveniente para esta máquina es la de $0'40^{m}$ en la superficie de las espiras. Su rendimiento, segun los esperimentos hechos, seria 0'64 del trabajo motor.

La bomba espiral es poco costosa y podria prestar buenos servicios en gran número de casos y particularmente cuando el agua que hay que elevar está casi al nivel del suelo. La prensa-estopa *p* está provista de una guarnicion de cuero fácil de reemplazar, y esta pieza es la única parte de la bomba que reclama algun cuidado.

BOMBAS ELEVATORIAS.

486. Las bombas difieren de la mayor parte de las demás máquinas elevatorias por obrar bajo la influencia del esceso de presion atmosférica sobre la del aire rarificado debajo de un émbolo, á causa de la elevacion de este en un cilindro hueco; ó bien por la rarefaccion del aire y el choque del líquido por paletas que giran con gran velocidad en un tambor; tal es el caso de las bombas llamadas rotativas. Una demostracion (párrafo siguiente) completará la definicion elemental dada en el § 451.

Las bombas cuya accion se debe al movimiento rectilíneo alternativo de un émbolo se dividen en tres categorias:

1.° Bomba aspirante;
2.° Bomba impelente;
3.° Bomba aspirante impelente.

487. *Bomba aspirante* (fig. 342).—La bomba aspirante, cuyo cilindro ó cuerpo de bomba C comunica por su parte superior con el tubo de desagüe R, lleva en su parte inferior una válvula *s'* destinada á establecer ó interrumpir su comunicacion con el tubo de aspiracion A; el émbolo P de esa bomba está provisto igualmente de una válvula *s* que se abre como la primera, de abajo arriba. Funciona de la manera siguiente:

Supongamos que el émbolo P esté en la parte inferior de su carrera, es decir, todo lo más cerca posible del fondo del cilindro; si levantamos este émbolo, el aire contenido en la parte inferior del cilindro aumentará de volúmen (§ 451) y su presion será, pues, menor; la válvula *s*, bajo la cual la presion es igual á la atmosférica, se elevará y á medida que el émbolo empieze á subir, la presion disminuirá en el cuerpo de bomba y en el tubo de aspiracion; entonces la presion disminuirá en el cuerpo de bomba y en el tubo de aspiracion; y la presion atmosférica, obrando sobre la superficie del agua, obligará al líquido á elevarse en el tubo de aspiracion, hasta una altura tal que, cuando el émbolo haya llegado al fin de su carrera, el peso de esa agua sumado con el de la presion del aire rarificado del cuerpo de bomba está comprimido, la válvula s' se cerrará y así que la presion ejercida por el émbolo sea superior á la presion atmosférica, la válvula s se abrirá para dar paso al aire comprimido por el descenso del émbolo; es fácil comprender que despues de cierto número de carreras del émbolo, el agua podrá llegar al cuerpo de bomba, aunque siempre con la condicion de que la altura de la válvula de aspiracion encima del nivel del líquido no esceda á la columna de agua que equilibra á la presion del aire libre, puesto que bajo la influencia de esta presion se eleva el agua en la bomba (la altura de la columna de agua que equilibra á la presion atmosférica es de 10'33^m al nivel del mar); en cuanto el émbolo se apoye sobre la superficie del agua aprisionada en el cuerpo de bomba, el aire será completamente espulsado debajo del émbolo y la válvula s al abrirse, dará paso á una cierta cantidad de líquido que podrá escurrirse por el tubo R durante la carrera ascendente; de esta manera, en cada carrera el émbolo elevará un volúmen de agua igual á su carrera multiplicada por su superficie, es decir, al volúmen que engendra en el interior del cilindro.

488. *Con bombas aspirantes* se puede elevar el agua á grandes alturas; el límite de ascension depende de la fuerza disponible; las salinas de Baviera ofrecen el ejemplo de bombas que llevan su agua á 370 metros de elevacion.

La fig. 375 representa un corte hecho por el eje de una bomba aspirante.

P, émbolo.
s, válvula articulada sobre el émbolo.
s' válvula de aspiracion.
A, tubo de aspiracion.
R, desagüe.
C, válvula que detiene el agua del vertedero, durante el descenso.

489. *Bomba impelente* (fig. 343).—La bomba impelente difiere de la bomba aspirante en que no tiene tubo de aspiracion; la parte inferior del cuerpo de bomba que recibe tambien una válvula s' está colocada debajo del nivel del depósito; el émbolo P está lleno y la elevacion del agua se verifica por un tubo de impulsion R, fijo en la parte inferior del cuerpo de bomba con el cual comunica, cuando la válvula s está levantada.

La presion atmosférica no desempeña ningun papel en esta bomba, puesto que el cilindro está en parte sumergido en el agua; la elevacion del líquido en el tubo de impulsion se verifica por la accion directa dél émbolo que al descender comprime el nivel en el cilindro y hace cerrar la válvula de llegada s'.

490. *Bombas de incendios* (fig. 344).—Las antiguas bombas de incendios de las ciudades eran impelentes. Se componian en general de dos cilindros C, C, provistos de una válvula s' destinada á impedir que el agua elevada durante el curso ascendente del émbolo, vuelva al depósito R; las válvulas s, s establecen la comunicacion con un recipiente comun K, de donde el agua se escurria por el tubo de impulsion g; el manejo de los émbolos se efectuaba por medio de una doble palanca, cuyo centro estaba sostenido por montantes roblados sobre la placa que soporta el aparato.

Supongamos uno de los émbolos en lo bajo de su carrera; así que lo hagamos subir por el manejo de la palanca, el peso del agua del depósito obrando de abajo arriba sobre la válvula s' la levantará; una parte de esta agua penetrará en el interior del cuerpo de bomba hasta una altura poco diferente de la del nivel del depósito; cuando el émbolo descienda, la fuerza elástica del aire contenido entre el nivel del agua del cuerpo de bomba y la parte baja del émbolo aumentando con la presion, obligará á la válvula s á abrirse y á la válvula e' á caer en su sitio; así el aire y una parte del agua del cuerpo de bomba serán rechazados al recipiente K; al movimiento ascendente siguiente del émbolo, la válvula s se cerrará y la válvula s' se levantará para dejar paso á una nueva cantidad de agua sobre la cual obrará esta vez directamente el émbolo durante el descenso.

El depósito K tiene por objeto hacer todo lo uniforme posible el derrame por el tubo g y esto por la fuerza elástica del aire contenido en su parte superior, fuerza que se acumula durante los períodos de impulsion para reaccionar enseguida sobre el nivel del líquido, cuando cesa la compresion. Si el movimiento de la bomba es bastante acelerado, el derrame será contínuo, aunque con diferentes velocidades, dependientes de la cabida del depósito y de la velocidad del movimiento de los émbolos; otro resultado obtenido por medio de éste regulador de aire, es evitar los choques bruscos producidos por los cambios de direccion del movimiento y las variaciones de velocidad del agua en los conductos. Estas ventajas solo se obtienen en detrimento de una parte de la fuerza necesaria para el funcionamiento de la bomba, á causa de la pérdida de fuerza viva, es decir, de una parte de la velocidad del volúmen de agua rechazada que es casi nula llegando al depósito, velocidad que es preciso comunicarle de nuevo á fin de elevar el líquido. Sin embargo, esta pérdida de trabajo no es tan grande como parece, puesto que ha provoca-do la fuerza elástica del aire del depósito, la cual, obrando sobre el agua, restituye una parte del trabajo necesario para la compresion del gas.

491. Del efecto producido en el recipiente de una bomba, compuesta de un solo cilindro, se puede deducir la capacidad del regulador teniendo en cuenta la variacion que esperimenta el aire que se halla encerrado durante cada período de impulsion: si suponemos la seccion del tubo determinada de modo que deje escapar una cantidad igual durante cada uno de los movimientos de subida y bajada del émbolo, será preciso que el aire esté comprimido á la mitad del volúmen del agua introducida durante el segundo de estos períodos; y como la presion de este gas varia en razon inversa del volúmen que ocupa, las variaciones de estas presiones son tanto menores, cuanto más considerable sea el volúmen relativamente al engendrado por el émbolo.

Es, pues, necesario aumentar todo lo posible, en este caso, la capacidad del recipiente: en la práctica nos contentamos con el límite de 23 veces el volúmen engendrado por el émbolo. Cuando la bomba es de doble cilindro, como la que aquí hemos tomado por ejemplo, operando uno de los émbolos la impulsion las irregularidades de velocidad del líquido se reducirán suficientemente haciendo el volúmen del depósito igual á 12 ó 15 veces el volúmen engendrado por uno de los émbolos durante una carrera sencilla.

492. *Bomba aspirante é impelente* (fig. 345).—La bomba aspirante é impelente reune, como su nombre lo indica, las condiciones de los dos sistemas (§ 487 y § 489); su émbolo P es macizo, está provisto de un tubo de aspiracion A, y sus válvulas están dispuestas casi de la misma manera que en la bomba impelente; funciona exactamente como la primera durante los períodos de elevacion, y rechaza el agua hácia debajo de su émbolo durante el descenso, como se verifica en la bomba impelente. La fig. 377 representa un corte longitudinal de una bomba aspirante é impelente.

s, válvula de aspiracion;

s', válvula de impulsion;

P, émbolo.

493. La fig. 347 (MEC. APL.) representa en corte vertical la bomba aspirante é impelente, sistema Castraise; el cilindro A, de bronce, está fijo al cuerpo del aparato que es de fundicion de hierro; las válvulas esféricas D, D′ de cauchú macizo son en número de cuatro (el corte vertical figurado solo muestra dos) sus asientos E, E′ son de bronce; los de las válvulas de aspiracion se prolongan hácia abajo en la cubierta de fundicion, para formar depósito de aire en la aspiracion; encima de cada válvula se halla un tope formado por una varilla de hierro empotrado en las paredes de la cubierta: M y M′ son las puertas de inspeccion. El tubo de aspiracion se adapta á H; el tubo de impulsion se ramifica en G sobre el depósito F.

Los depósitos de aire establecidos tanto para la aspiracion como para la impulsion, permiten dar grandes velocidades á estas bombas, sin ocasionar golpes de ariete que trastornan los aparatos más sólidamente construidos, y la velocidad, en las condiciones normales, es $0'25^m$ por segundo, y la del agua en los tubos 1^m: puede hacerse doble sin inconvenientes.

La complicacion de la parte interior no es más que aparente; y por otra parte produce un resultado importante: el agua aspirada no pasa al cilindro más que en parte, de suerte que los detritus que pudiera tener no impedirian el perfeccionamiento. En efecto, la cantidad de líquido almacenado en el envoltorio CC es casi igual al engendrado por el émbolo, y al cilindro no llega más que una pequeña cantidad de la *nueva agua aspirada.* La flexibilidad de las bolas de cauchú además de facilitar el cierre hermético y sin choques, permite la obturacion aun cuando la grava, los detritus, etc., permanezcan sobre los asientos.

La bomba Castraise es ejemplo de un escelente aparato.

494. El límite estremo de $10'33^m$ de altura de aspiracion del agua por medio de las bombas, no puede alcanzarse en la práctica; existe siempre entre el émbolo al principio de su carrera y el fondo del cuerpo de bomba un espacio perjudicial, en el cual el aire enrarecido no puede estar sin presion del tamaño relativo de este espacio con relacion á la carrera del émbolo, y depende en gran parte la longitud del tubo de aspiracion: el peso de la válvula durmiente y la disposicion de los pasos del líquido, influyen igualmente sobre la altura á la cual puede aspirarse el agua.

Es fácil darse cuenta de la influencia del espacio perjudicial: designemos por l su altura (fig. 345) suponiendo el émbolo debajo de su carrera y ocupando la posicion P′ y por L la carrera del émbolo; sea H la altura de la columna de agua que equilibra á la presion atmosférica del lugar y S la superficie del émbolo; el volúmen de aire contenido debajo de su carrera, y cuya fuerza elástica es poco superior á la presion atmosférica, estará espresada $S \times l$ y se convertirá, cuando el émbolo se halle en la parte superior de su carrera:

$$S \times (L + l).$$

Su fuerza elástica F disminuyendo proporcionalmente al aumento de volúmen, será, pues, al fin de la carrera ascendente, segun la ley de Mariotte:

$$F=H\times\frac{S\times(L+l)}{S.l}.$$

Suprimiendo el factor comun S,

$$F=H\times\frac{L+l}{l}. \qquad (\text{n.}^\circ\ 7)$$

El agua no podrá, pues, elevarse en los tubos de aspiracion, más que á una altura H′ igual á la diferencia entre el resultado numérico de esta presion y la presion atmosférica del momento, medida su columna de agua; y tendremos pues:

$$H'=H-\left(H\times\frac{l}{L+l}\right). \qquad (\text{n.}^\circ\ 8)$$

Ejemplo: si L=o'60 y l=o'05 tendremos:

$$H'=10'33-10'33\times\frac{0'05}{0'65}=9'54^{m};$$

Si hiciésemos L=o'30 y l=o'30, es decir, si el espacio perjudicial fuese igual á la carrera del émbolo, tendríamos para la altura H′ de la columna de agua elevada:

$$H'=10'33-\frac{10'33\times0'30}{0'60}=10'33-5'165=5'165^{m}.$$

Estos dos resultados bastan para hacer ver cuanto importa el hacer llegar al émbolo todo lo cerca posible del fondo del cuerpo de bomba y demuestran la ventaja de las grandes carreras del émbolo, á fin de disminuir la proporcion de la altura de la carrera con relacion al espacio perjudicial.

La altura de ascension que el agua puede alcanzar, depende á más del peso de la válvula durmiente, que debe ser todo lo ligera posible, al mismo tiempo que asegura el cierre hermético del orificio; se puede comparar el peso de esta válvula al de una columna de agua H″ cuya base seria igual á la superficie del orificio que tapa. Sean S la superficie de esta base y P el peso de la válvula, siendo 1000^{k} el peso de un metro cúbico de agua, tendremos

$$1000\,S.H''=P \qquad (\text{n.}^\circ\ 9)$$

de donde:

$$H''=\frac{P}{1000.S} \qquad (\text{n.}^\circ\ 10)$$

Esta espresion deberá restarse del valor ya encontrado para la altura de ascension, de suerte que para el primer ejemplo tendríamos, suponiendo $P=1'200^{k}$ y que el diámetro de la válvula sea igual á $0'08^{m}$:

$$H'=10'33-\frac{10'33\times0'05}{0'65}-\frac{1200}{1000\times0'005024},$$

ó

$$H'=9'54-0'23=9'31^{m}$$

y para el segundo ejemplo:

$$H'=5'165-0'23=4'935^{m}$$

Los valores obtenidos por medio de estas fórmulas son mayores que los que espresan las longitudes que hay que dar á los tubos de aspiracion; la contraccion que esperimenta el agua y el frotamiento en los tubos, obligan á estar un poco debajo del límite señalado por el cálculo; disponiendo los paros del agua de manera que su velocidad no sea muy grande, y redondeando convenientemente los codos nos acercaremos á los mejores resultados.

495. El diámetro del tubo de aspiracion varia generalmente de los $^{2}/_{3}$ á los $^{3}/_{4}$ del del cuerpo de bomba segun la velocidad del émbolo; la superficie del orificio de la válvula de aspiracion es con frecuencia igual á la mitad de la del cuerpo de bomba.

496. *Rendimiento y trabajo de las bombas.*—La presion ejercida por un líquido en un vaso es igual al producto de su densidad (§ 455) por la altura vertical que existe entre el nivel superior de este líquido y el fondo del vaso y por la superficie del fondo de este vaso.

La aplicacion de este principio que resulta de la igualdad de las presiones de un líquido en todas las direcciones (§ 457), hará fácil el cálculo de la presion ejercida por la columna líquida sobre el émbolo de las bombas y por consiguiente la determinacion del esfuerzo necesario á su funcionamiento.

Sea p la presion del agua que obra directamente sobre el émbolo cuando la bomba está en marcha;

p' la presion de la columna de agua que actua por debajo;

H la presion atmosférica.

La presion total ejercida sobre el émbolo será $H+p$ y la presion ejercida debajo será:

$$(H+p)-(H-p') \text{ ó } p+p';$$

es decir, la carga total de la columna de agua sobre el émbolo (que designaremos por P) espresará el esfuerzo que hay que vencer: si h representa la altura de esta columna de agua en metros, r el radio del cuerpo de bomba en metros, tendremos en kilógramos:

$$P=1000\pi \, . \, r^2 \times h \ldots\ldots \qquad (\text{n.}^\circ \ 11)$$

Siendo el trabajo igual al producto de la carga de agua que hay que elevar multiplicado por la velocidad de salida, si v designa esta velocidad por minuto, será igual al número de carreras dobles ó n multiplicado por la longitud de la carrera c espresado en metros.

$$v=\frac{2 \, . \, n \, . \, c}{60};$$

por consiguiente, el trabajo útil teórico en segundos, estará espresado en kilógrametros por

$$T=1000 \times \pi \, . \, r^2 \, . \, h \times \frac{2 \, . \, n \, . \, c}{60} \cdot \qquad (\text{n.}^\circ \ 12)$$

497. En esta investigacion del trabajo de las bombas sólo se ha tratado del trabajo resistente debido á la accion de la carga útil sobre el émbolo; pero, además del peso del agua que hay que elevar, el trabajo motor debe vencer todavia las resistencias debidas al frotamiento de las diversas piezas que forman el conjunto del aparato y particularmente del émbolo sobre las paredes del cilindro (§ 315), y su varilla en la caja de estopas; á esta primera causa de aumento de resistencia es preciso añadir la accion del peso propio de la válvula de aspiracion, el trabajo consumido por el frotamiento del agua en los conductos y en el cuerpo de bomba, el debido á la contraccion que el agua esperimenta á su paso por los orificios de aspiracion y de impulsion y el que resulta de los cambios de direccion y de velocidad que esperimenta en su movimiento. Estas varias resistencias perjudiciales aumentan $^1/_5$ próximamente la fuerza motriz que se emplea, de suerte que la espresion del trabajo es en realidad:

$$T=1200 \, . \, \pi \, . \, r^2 \, . \, h \times v \ldots\ldots \qquad (\text{n.}^\circ \ 13)$$

La cantidad de agua que dá una bomba es teóricamente igual á $\pi \, . \, r^2 \, . \, c$, es decir, al cilindro de agua elevado por carrera; pero en las bombas ordinarias este producto debe reducirse próximamente á los 0'7 ó á los 0'8 del rendimiento teórico. Esta diferencia proviene del paso del agua entre el cuerpo de bomba y el émbolo y la cantidad de líquido que se escurre por la válvula durmiente, cuando no cae sobre su sitio en el instante preciso en que el émbolo empieza á descender.

El producto práctico de las bombas toscamente fabricadas es amenudo inferior á los 0'6 del volúmen teórico, sobre todo cuando las guarniciones de los émbolos están envejecidas y el interior de los cuerpos de bomba es rugoso; en cuyo caso el frotamiento aumenta considerablemente en detrimento de una parte de la fuerza motriz.

Segun estos datos, para tener una cantidad Q de agua dada por una bomba durante un tiempo definido, tendremos:

$$Q=0'8 \, . \, \pi \, . \, r^2 \times c \times n \times t \ldots\ldots \qquad (\text{n.}^\circ \ 14)$$

espresando t el tiempo en minutos, y n el número de golpes dobles del émbolo por minuto.

El coeficiente 0'8 se refiere al caso en que la bomba se halle en muy buen estado.

498. *Ejemplos de cálculos sobre las bombas:*

¿Cuál será la fuerza necesaria para hacer mover una bomba de las siguientes dimensiones?

r, radio del cilindro $=0'12$ metros;

h, altura vertical de la columna de agua$=20$ metros;

n, número de carreras para $1'=16$ metros;

c, carrera del émbolo$=0'45$ metros.

La carga sobre el émbolo ó la fórmula n.° 11, da:

$$P=1000 \times \pi \, . \, r^2 \, . \, h$$

ó

$$P=1000 \times 3'14 \times 12^2 \times 20=906'60^k,$$

y el trabajo ó $T=1200\pi \, . \, r^2 \, . \, h \times v$;

recordando que $v=\frac{2n \, . \, c}{60}$ se escribe:

$$T=1200 \times 3'14 \times 0'12^2 \times 20 \times \frac{2 \times 16 \times 0'45}{60},$$

$$T=1085'184 \times 0'24=260'444^{kgm},$$

ó en fuerza de caballos de 75 kilográmetros (§ 289):

$$T=3'472.$$

Supongamos ahora que haya que determinar la cantidad de agua Q' elevada por medio de la misma bomba, en 8 horas de trabajo. Aplicando la fórmula (n.° 14),

$$Q'=0'8\pi \, . \, r^2 \times c \times n \times t,$$

se tiene:

$$Q'=0'8 \times 3'14 \times 12^2 \times 0'45 \times 16 \times 480,$$

y finalmente:

$$Q'=156'266^{m^3}.$$

El diámetro del cuerpo de bomba puede deducirse de la misma fórmula: en efecto, la cantidad de agua Q que debe elevar la bomba en cada carrera del émbolo está representada por

$$Q=0'8 . \pi . r^2 \times c;$$

de donde:

$$r^2=\frac{Q}{0'8 . \pi \times c},$$

y

$$r=\sqrt{\frac{Q}{0'8 . \pi \times c}}.$$

Tomando las cifras del ejemplo anterior, podremos comprobar la exactitud de la fórmula; resultará:

$$r=\sqrt{\frac{0'016277}{0'8 \times 3'14 \times 0'45}}.$$

Siendo 0'016277 el valor de Q,

$$r=\sqrt{0'0144}=0'12^{m},$$

y c, carrera del émbolo de la bomba es:

$$c=\frac{Q}{0'8 . \pi . r^2}=0'45.$$

499. *Metal de las bombas.*—Diferentes materias se han usado en la construccion de los cuerpos de bomba, segun el uso á que se destinen estas máquinas; nos servimos amenudo, para los trabajos agrícolas, de cilindros de madera de una sola pieza toscamente labrada y en los cuales se mueven émbolos con guarniciones de cuero construidas con la mayor sencillez, ó bien una reunion de cuatro planchas ensambladas por medio de ranuras y clavadas ó atornilladas entre sí; la fig. 348 representa una de estas últimas bombas. El frotamiento es muy grande en estos aparatos primitivos (§ 315). La fundicion y el bronce ofrecen las mejores condiciones para los trabajos de larga duracion y son casi las únicas materias que se usan en la industria. El bronce es preferible por no ser oxidable. En muchos casos, se reviste la parte del cilindro de las bombas de fundicion, con una camisa de bronce fija en el interior del cuerpo de bomba.

500. *Embolos de las bombas.*—Los émbolos de las bombas ofrecen mucha variedad en su forma. Se usan como guarniciones destinadas á impedir el paso del agua de un lado á otro del piston de cuero, las trenzas de cáñamo, el cauchú, ó bien anillos metálicos, aplicándose por medio de resortes ó en razon de su elasticidad sobre la pared interior del cuerpo de bomba. Las figs. 360 á 366 representan una vista de los sistemas de émbolos más comunmente usados.

Figuras 360 y 362. Embolos con guarniciones en trenza de cáñamo.

p, cuerpo de émbolo unido á la varilla por medio de una tuerca;

a prensa guarniciones;

s válvula del émbolo (fig. 362) abriéndose de abajo arriba: esta válvula está guiada por la varilla del émbolo.

Figuras 361 y 366. Émbolos formados por tres discos de bronce *a*, *b*, *c* que sirven para fijar las guarniciones de cuero embutido *g* y *g'*.

Fig. 363. Embolo de las bombas Le Testu.

a, cuerpo del émbolo, cono de metal lleno de agujeros, fijo por medio de una tuerca á la varilla *t* y sirviendo de asiento al cono de cuero *g* que se aplica por su parte superior á las paredes del cuerpo de bomba durante los movimientos de ascenso y que se separa para dejar pasar el líquido por los agujeros *u*, cuando el émbolo desciende y produce la impulsion.

Fig. 364 y 365. Embolo hueco formado por una corona de metal reunida por seis brazos á la duela que recibe el vástago.

c, guarnicion de cuero sostenida por medio del prensa-guarnicion *p*;

s, válvulas inclinadas formadas por una lámina de cuero *a*, sostenidas por una placa de metal *m*, destinadas á cerrar los tres grandes orificios paralelos del émbolo;

b tope de las válvulas *s*.

La válvula *ma* está abierta y las otras cerradas. (Esta nueva disposicion aplicada por M. Farcot, deja anchos pasos para la salida del líquido).

Fig. 367. Ensamble de dos émbolos P y P' destinado á producir una impulsion contínua.

P émbolo sumergible reunido á la varilla del segundo émbolo por medio de la varilla *t* y sostenido por la clavija *c*.

P' émbolo hueco con guarniciones de cáñamo;

g válvula flexible de cauchú, análoga á las de la bomba Le Testu: está apoyada en el asiento *s* durante la aspiracion y acercándose al centro en todo su contorno mientras se verifica la impulsion, deja pasar el líquido por el orificio *o*.

Fig. 368. P émbolo.

a ranuras circulares en las cuales se colocan anillos elásticos de bronce ó de acero. Casi todas las bombas destinadas á ejercer fuertes presiones, tales como las que producen el agua de alimentacion de las calderas de vapor y las de las prensas hidráulicas están provistas de un émbolo de forma particular llamado émbolo sumergible (fig. 382): es un cilindro P cuyo diámetro difiere poco del cuerpo de bomba C, que resbala en una prensa-estopa para cuya guarnicion se usa el cáñamo ó el cauchú. Esta forma particular permite que no se pulimente el cilindro de la bomba y ejerce presiones superiores á las que se podrian obtener con los émbolos ordinarios sin correr el riesgo de deteriorarlos rápidamente; permite tambien mantener en marcha la union hermética entre el interior del cilindro y el aire libre, lo que no puede obtenerse con los émbolos en forma de disco, sin detener el movimiento ó sin desmontar el órgano. Cuando las bombas de émbolo sumergible están hechas con precision, se estima que su rendimiento es superior á los 0'90 del volúmen engendrado por el émbolo.

501. *Velocidad del émbolo.*—La velocidad del émbolo de las bombas bien acondicionadas varia entre $0'16^m$ y $0'25^m$ por segundo; esta velocidad puede aumentar cuando la circulacion del agua no está obstruida en diversos pasos y su movimiento ascensional no está sometido á cambios de direccion que influyen en la velocidad que puede comunicársele.

502. Los obturadores difieren de las válvulas en que están articulados á charnela en una seccion de su contorno, mientras que estos últimos, guiados por una varilla central, suben verticalmente hasta el encuentro del tope destinado á limitar su carrera.

Las figura 349 y la esplicacion siguiene bastan para dar á conocer las principales formas usadas.

Fig. 350. S, S obturadores, uno rectangular y otro circular oscilan alrededor del gorron *o;* la base *b* de estos obturadores perfectamente levantada, se aplica al asiento del orificio, que están destinados á cerrar: *n* es una nervadura de consolidacion.

Figs. 351, 352, 353, 356 y 357. Válvulas S guiadas por una varilla central *t*, hasta el encuentro del tope *b*. Las diversas formas dadas á los asientos están representadas en estas figuras (es conveniente dar á estas válvulas una superficie de trasporte tan pequeña como sea posible en su asiento; 1 ó 2 milímetros bastan).

Fig. 354. S válvula de bola ó esférica.

a, sitio de la válvula.

Fig. 355. S válvula de cauchú.

b, tope de la válvula;

a, asiento.

Fig. 358. S válvula formada por una placa de cuero y por los discos lenticulares de metal; la placa de cuero, fija por pernos cerca del sitio *a*, sirve de charnela.

La válvula de doble asiento (fig. 359) de invencion inglesa, está construida con objeto de facilitar el paso del agua limitando todo lo posible su velocidad, á fin de evitar ó atenuar los choques resultantes de los momentos de abertura ó cierre de los obturadores; y cuando esta válvula se levanta, el agua pasa al mismo tiempo por las aberturas *ef* y *e'f* encima de cada uno de los asientos S y S' entre las nervaduras N que sostienen el asiento superior. Se usa esta clase de obturador en las bombas destinadas á elevar grandes cantidades de agua.

503. *Bombas de doble efecto* (fig. 372).—Las bombas de doble efecto son las que, bajo la accion de un solo émbolo, aspiran é impelen el agua al mismo tiempo en cada uno de los períodos de la carrera del émbolo: tal es la disposicion de las bombas de aire usadas en gran número de máquinas marinas. La figura indicada representa el corte hecho por el eje de una de estas bombas: durante uno de los períodos de la carrera del émbolo, los obturadores de cauchú *a* y *b'* están abiertos, los primeros para dejar pasar el agua aspirada, los otros para la evacuacion del agua impelida por el émbolo en el recipiente; durante el período siguiente de la carrera, los obturadores *b* y *a* se abrirán, *b* para la aspiracion en el condensador y *a'* para dejar pasar el agua aspirada durante la primera parte de la carrera, de suerte que por un lado del émbolo hay aspiracion, y por el opuesto hay impulsion y así alternativamente.

504. *Bomba de los frailes.*—Se designa con el nombre de bomba de los frailes una bomba aspirante, en la cual el émbolo está reemplazado por un pedazo de cuero ó de cauchú *ab* de forma tronco-cónica, fijo en el interior de un cilindro y que desarrollándose bajo la accion de una varilla T' produce la aspiracion y la impulsion. La fig. 370 representa una bomba de este género perfeccionada por Nillus; la parte de la varilla que guia el émbolo está construida en forma de horquilla de tres ramas y sirve de tope al obturador esférico A del émbolo. Este sistema es conveniente para aspirar las aguas cenagosas ó mezcladas con arena á profundidades moderadas; y su efecto útil comparado al trabajo motor es próximamente los 0'50 de este trabajo.

505. *Bombas Le Testu* (fig. 373).—Los obturadores y los émbolos de estas bombas ofrecen una disposicion particular. Los émbolos P se componen de un cono de metal lleno de agujeros y de un diámetro un poco menor que el del cuerpo de bomba; el vértice de este cono vuelto hácia abajo, está fijo en la varilla por medio de una tuerca *e*; un segundo cono de cuero *c*, en dos partes, está adaptado al interior del cono de metal que escede en 0'04 á $0'05^m$ y se apoya sobre las paredes del cuerpo de bomba durante la aspiracion, bajo la accion del peso del agua que levanta; el obturador de aspiracion C es igualmente cónico, está fijado por la base del cono de metal en la parte inferior del cuerpo

de bomba. Durante el período de aspiracion las dos partes de cono de cuero que forman el obturador, se separan del cono metálico que le sirve de asiento y dejan así penetrar el líquido en la parte inferior del cuerpo de bomba; en cuanto empieza el movimiento inverso, estas dos partes se aproximan y dejan paso libre al líquido de entre ellas y la pared del cilindro. Durante este período del movimiento, la presion del émbolo ejercida sobre el agua obliga al cuero que forma la válvula de aspiracion á apoyarse en su asiento, hasta el momento en que empieza una nueva carrera ascendente.

Los émbolos de estas bombas aspirantes é impelentes están formados por dos de estos conos reunidos por su vértice y de esta manera uno de los cueros está siempre aplicado contra la superficie interior del cilindro. Aquel cuya base está vuelta hácia el obturador de aspiracion verifica la impulsion y la otra produce la aspiracion durante la subida del émbolo.

Los choques y las conmociones que ocasionan los obturadores metálicos, en las otras bombas, se evitan en esta.

La relacion entre el volúmen engendrado por el émbolo y el volúmen de agua dado por carrera se ha encontrado igual para una bomba aspirante é impelente á o'843. El efecto útil de la bomba Le Testu medido en el dinamómetro, es de o'45 del trabajo motor.

506. *Bombas de doble émbolo* (fig. 374).—Estas bombas cuyo orígen es muy antiguo, tienen la gran ventaja de producir el derrame contínuo del líquido con un solo cuerpo de bomba. Varios dispositivos se han imaginado para llegar á este resultado y uno de los más sencillos está representado en la fig. 374. Los dos émbolos P y P′ marchan en sentido contrario y reciben su movimiento de un árbol de manivelas. Durante la parte de la carrera en la cual los dos émbolos se aproximan, el agua comprimida entre ellos levanta la válvula *s* del émbolo superior y se escurre abriendo el obturador C colocado sobre el tubo de impulsion R, mientras que el émbolo inferior P′ cuya válvula *s′* se conserva cerrada por la presion, aspira el agua del depósito por medio del tubo A; durante el segundo período de la carrera (la indicada por la figura) los émbolos se separan, la válvula *s* del émbolo superior se cierra bajo la accion del peso del agua que rechaza, y haciéndose el vacío entre los dos émbolos, la válvula *s′* del émbolo inferior se levanta y deja pasar entre ambos el agua aspirada durante la carrera anterior: de esta manera, la impulsion es contínua, lo mismo que la aspiracion.

El frotamiento considerable al cual da lugar el movimiento de los émbolos en estas bombas y el estrechamiento forzoso de los orificios de las válvulas, influyen mucho en el rendimiento, que no escede mucho de o'21 del trabajo motor. Esto hace preferibles las bombas ordinarias á este sistema. Otro dispositivo de bomba de doble émbolo está representado en la fig. 376. Se emplea todavia en la marina; los dos émbolos P y P′ cuyas bielas conductoras *b* y *b′* de las varillas *t* y *t′* están encorvadas para articularse en los estremos de la doble palanca L, están provistos de válvulas *s* y *s*., Cuando se levanta el estremo *a′* de la palanca L el émbolo P′ sube y produce la aspiracion; la válvula *q* se levanta, las válvulas *s′* quedan entonces cerradas; el émbolo P desciende y el agua comprimida entre los dos émbolos levanta las válvulas *s* y penetra en la parte superior del cuerpo de bomba. Si el movimiento es inverso, el émbolo P sube y al mismo tiempo que eleva en el tubo de impulsion el agua contenida en su parte superior, efectúa la aspiracion debajo de él; el émbolo P′ cuyas válvulas *s′* se abren, desciende y deja penetrar entre los dos émbolos el agua que durante la carrera anterior ha penetrado debajo del cuerpo de bomba. Como vemos, la impulsion y aspiracion se verifican de una manera continua en esta bomba como en la anterior; el objeto de la válvula *q* es impedir que el agua durante las paradas de la bombas caiga en el pozo. La accion de esta agua es más bien perjudicial que útil á causa de su peso, puesto que cuando el émbolo P′ desciende, el agua no puede volver á caer en el tubo de aspiracion, arrastrándole el émbolo P por los orificios abiertos de las válvulas *s′* hácia la parte superior del cuerpo de bomba.

507. *Bomba de agotamiento y de compresion de los gases* (fig. 378).—Las bombas se usan no solamente para producir la elevacion de los líquidos, sino que sirven tambien para aumentar ó disminuir la presion de un gas contenido en un espacio cerrado, tal es el objeto de las bombas de compresion y de la máquina llamada *neumática;* una disposicion particular de las válvulas es el único cambio que necesitan estas dos nuevas aplicaciones.

La bomba de compresion se compone de un émbolo P provisto de una guarnicion *g* de trenzas de cáñamo ó algodon; su válvula *s* se abre de arriba abajo y se halla en los bordes del orificio *o* por medio de un pequeño resorte; la válvula *s′* provista igualmente de un resorte, está colocada en la parte inferior del cuerpo de bomba y está destinada á poner este último en comunicacion con el tubo de impulsion *r*, que va al recipiente en el cual debe estar comprimido el gas.

Cuando se levanta el émbolo, la válvula *s′* se cierra y así que la tension del aire debajo del émbolo se hace inferior á la presion atmosférica, la válvula *s* se abre y el aire esterior penetra en el cuerpo de bomba. Si bajamos el émbolo, la válvula *s* se cierra y cuando la tension ejercida debajo del émbolo es superior á la del gas contenido en el recipiente, la válvula *s'* se abre y deja paso á una nueva cantidad de aire ó de gas; la tension se añade á la que existia en el recipiente. Así se llega, despues de cierto número de golpes de émbolo, á acumular en el recipiente un volúmen de gas, cuya tension puede elevarse hasta 25 ó 30 atmósferas.

508. La bomba neumática produce el efecto contrario de la anterior; funciona de la misma manera que una bomba aspirante é impelente y con ella se llega á hacer un vacío de aire más ó menos perfecto debajo de una campana puesta en comunicacion con los dos cilindros en que obran los émbolos. Semejante aparato forma parte de los instrumentos de un gabinete de física. Su empleo en los trabajos industriales solo puede ser escepcional. La fig. 371 representa la disposicion de un émbolo de bomba neumática.

BOMBAS ROTATORIAS Y DE FUERZA CENTRÍFUGA.

509. El orígen de las bombas en las cuales se ha intentado utilizar las ventajas que resultan del empleo del movimiento rotatorio por medio de paletas que giran en el interior de un cilindro corto, es muy antigua: hácia el año 1600 se conocia ya el aparato representado fig. 386. Aunque los medios de construccion de que se disponia en esa época estaban lejos de alcanzar la actual perfeccion, los diversos sistemas que hoy se emplean son poco más ó menos la reproduccion de las pruebas hechas anteriormente y no parecen ofrecer mayores ventajas que las que se han abandonado á causa del poco provecho que daban.

La bomba representada (fig. 386) se compone de cuatro paletas P ajustadas en las ranuras de un cilindro; se aplican constantemente por medio de un resorte *r* sobre la superficie interior de un segundo cilindro bien pulimentado, cuyo eje se halla colocado á cierta distancia del del primer cilindro, de suerte que hay contacto en un punto C de la superficie de los dos cilindros; el que lleva las paletas es móvil alrededor de su eje, el otro está fijo y representa en su parte inferior una abertura O por la cual se introduce el agua del depósito: uno ó dos orificios más están dispuestos frente al primero; y el tubo de impulsion *rr* va á parar á él.

Si el movimiento se comunica en el sentido de la flecha al cilindro que lleva las alas, sea por medio de una manivela, sea por medio de una polea fija sobre el árbol, cada vez que las paletas encuentren el orificio O arrastrarán hácia el tubo de impulsion el agua que, á causa de la diferencia de nivel, haya penetrado en el interior del cuerpo de bomba, y como á medida que las paletas se acercan al tubo de impulsion, el espacio se estrechará, obligarán al agua á elevarse en el conducto. La accion de este aparato es la misma que la de una bomba impelente.

Se han construido numerosos sistemas, pero nos limitaremos á describir el representado en la fig. 381.

El anillo esterior A que forma el cuerpo de bomba, se aproxima en una parte de la circunferencia del cilindro interior C, con el cual está puesto en contacto, por medio de una guarnicion ordinariamente de cauchú; las paletas están dispuestas de la misma manera que en el aparato anteriormente descrito, pero obedecen aquí á la accion de un resorte *r* que provoca su adherencia contra la superficie interior del cuerpo de bomba: dos aberturas *a* y *a* practicadas á cada lado de la parte del cilindro que está aplanado, corresponden una *a* al tubo de aspiracion y la otra *a'* al tubo de impulsion, segun el sentido del movimiento de la bomba. Si el movimiento se verifica en el sentido de la flecha A, á medida que las paletas se separan del punto de contacto de los dos cilindros, tenderán, aumentado el espacio por su desplazamiento, á producir la aspiracion por *a*; despues de haber determinado la rarefaccion del aire en el tubo de aspiracion, arrastraran el agua de que se habrá impregnado pasando delante del orificio *a*: la accion continua de este movimiento tendrá por resultado la impulsion del líquido en el tubo *a'*, hasta una altura que siempre depende de la fuerza empleada y de la solidez de los órganos de la bomba.

510. Varios motivos impiden que se generalice el uso de las bombas rotatorias: ofrecen grandes dificultades de ejecucion y pocas garantias de una accion activa y prolongada, sobre todo para la elevacion de las aguas fangosas y las que contienen arena, á causa de las degradaciones que esperimentarian las partes frotantes; se deteriorarian rápidamente y llegando á un grado de desgaste correspondiente á un tiempo de marcha bastante corto, solo producen escasos resultados.

511. *Bombas oscilantes* (fig. 369).—La bomba oscilante difiere de la bomba llamada rotatoria en que la paleta que forma el émbolo está animada de un movimiento alternativo alrededor de un eje *a*; una abertura *e* situada cerca del tabique vertical del cuerpo de bomba, está destinado á dejar penetrar el líquido que bajo la influencia de la presion ejercida por la paleta P levanta la válvula *s* y se eleva en el tubo de impulsion.

Este sistema tiene los mismos inconvenientes que las bombas rotatorias: gasto rápido de las guarniciones de la paleta y débil rendimiento cuando estas guarniciones no son perfectamente herméticas.

512. La fig. 379 representa la bomba oscilante *de Bramah*. El cuerpo de bomba C es esférico y dividido en dos compartimentos por un tabique *a* que sostiene el eje del émbolo compuerta P, el cual está provisto de dos válvulas *s*, *s*; las válvulas de aspiracion s' están articuladas á charnela en la parte baja del cuerpo de bomba; el movimiento se trasmite por medio de una manivela encorvada M que obra sobre la varilla T del émbolo compuerta, para venir á articularse en el punto O al lado de la válvula *s*.

El juego de esta bomba es fácil de comprender; es de doble efecto con un solo cuerpo.

513. Otro dispositivo de la bomba oscilante está representado en la fig. 380. El émbolo P cuyo eje es el mismo que el del cuerpo de bomba cilíndrico C, recibe un movimiento alternativo; las válvulas de aspiracion s', s', están fijas al soporte del émbolo que con este objeto está dividido en dos partes inclinadas *a* y a'.

El juego de esta bomba es el mismo que el de la anterior y es tambien de doble efecto.

Las principales causas que impiden la propagacion del uso de las bombas oscilantes, provienen del émbolo cuya guarnicion se deteriora rápidamente con las aguas turbias y no ofrece *hermeticidad* suficiente al poco tiempo de funcionar; la ejecucion de la guarnicion es muy difícil en la práctica, y por consiguiente, aunque los primeros resultados obtenidos con el uso de estos aparatos cuando se hallan en buen estado, sean satisfactorios, solo se pueden usar cuando tenemos á nuestro alcance los medios de reparacion necesarios, limitándose al mismo tiempo á elevar aguas claras, de suerte que su uso está limitado á casos particulares.

514. *Bombas de fuerza centrífuga.*—Las bombas de este nombre tienen por objeto elevar el agua que se acumula hácia su centro de rotacion, bajo la accion de un movimiento rápido comunicado al sistema.

Uno de los más antiguos modelos está representado en la fig. 385. El sistema se compone de un tubo inclinado T encorvado en su parte superior y lleva un obturador en el estremo inferior que se sumerje en este líquido; este tubo está fijo por dos brazos *b* y b' á un árbol vertical A, al cual se comunica un movimiento de rotacion.

Si suponemos el tubo T lleno de agua, la accion de la fuerza centrífuga (§ 293) tenderá á vaciarlo alejando el líquido del eje de rotacion; la aspiracion se producirá en este tubo y el agua se escurrirá con movimiento contínuo en la balsa circular dispuesta para recibirla.

El rendimiento de semejante máquina es ciertamente muy débil á causa de la pérdida de velocidad comunicada inútilmente al líquido á su salida del tubo.

515. *Bomba de Appold* (fig. 383).—Nos limitaremos á describir la bomba de Appold entre los diversos sistemas de bombas de fuerza centrífuga en uso, como una de las que, bajo el punto de vista del rendimiento han producido mejores resultados.

Se compone de una rueda vertical R de paletas curvas *p* reunidas por dos planos laterales C y C', fig. 381; un tabique que forma el cubo de la rueda la divide en dos partes distintas é iguales; las dos coronas esteriores están agujereadas para la admision del agua en O y comunican con los tubos de aspiracion A provistos de obturador de pié.

Las paletas curvilíneas *p* son seis y están dispuestas de manera que reciban el agua sin que ocasione choques á su entrada y la envien casi tangencialmente á la circunferencia esterior y de modo que se eviten las pérdidas de velocidad.

La rueda se mueve en su envoltorio anular ó tambor que lo encaja exactamente sobre sus dos caras laterales y que comunica con el tubo de impulsion R.

Los tubos de aspiracion están provistos de válvulas de detencion.

Si suponemos la bomba cebada, es decir, la rueda enteramente cubierta por el agua y animada de un movimiento circular contínuo, la accion de la fuerza centrífuga, al rechazar el líquido hácia la circunferencia de la rueda, producirá hácia el eje una disminucion de presion en virtud de la cual el agua del depósito se elevará en los tubos de aspiracion, para ser devuelta á la circunferencia de la rueda y de allí al tubo de impulsion. La altura del tubo de impulsion y la potencia de aspiracion dependen necesariamente de la velocidad comunicada á la rueda.

Estas bombas son, como se ve, aspirantes é impelentes, pero conviene colocar la rueda tan cerca como sea posible del nivel del agua que hay que elevar, á fin de que sea fácil cebarla en caso de detencion y se le pueda imprimir una velocidad tan grande como sea necesario. La gran velocidad aumenta forzosamente el producto de la bomba y hace evitar la detencion que resulta amenudo de que la velocidad del agua, en el tubo de aspiracion, no pueda ser tan grande como la que le imprime el tubo de impulsion.

516. Resulta de los esperimentos hechos en una bomba centrífuga, que á la velocidad de 800 vueltas por minuto, su rendimiento varia entre 0'65 y 0'70 del

trabajo motor; el diámetro de la rueda que comunica el movimiento á las paletas era 0'35^{m} y su anchura 0'079^{m}; la cantidad de agua elevada por minuto á esta velocidad ha sido en promedio de 6000 litros á 5'40^{m} de altura. Estos resultados, superiores á los que se obtienen empleando la mayor parte de las demás máquinas elevatorias, hacen de esta bomba, cuya instalacion es fácil, uno de los más ventajosos medios de agotamiento: con todo es conveniente limitar su uso á elevaciones inferiores á 10 metros, á causa de la escesiva velocidad que exigiria la rueda para elevar el agua á alturas más considerables.

517. El único inconveniente del uso de las bombas centrífugas es la obligacion de dar á las paletas una gran velocidad: la máquina de vapor es casi indispensable para mover este aparato.

La figura 386 representa la instalacion general de una bomba centrífuga movida por una locomóvil.

518. *Ariete hidráulico* (fig. 387). — El ingenioso aparato conocido con el nombre de ariete hidráulico se inventó en 1796 por Montgolfier. Tiene por objeto elevar el agua empleando la reaccion producida á causa de una brusca interrupcion del movimiento de este líquido que se escurre por un conducto.

El ariete hidráulico se compone de un largo conducto C que forma el cuerpo del ariete, destinado á conducir el agua de un depósito superior con una velocidad dependiente de la altura de la caida; una válvula S llamada válvula de detencion, abriéndose de fuera á dentro está dispuesta hácia el estremo de este conducto; tiene por objeto detener el escurrimiento del líquido por el orificio O; en el estremo del cuerpo del ariete se halla un recipiente A que puede ponerse en comunicacion con él por medio de la válvula p, colocada en la base de este depósito de aire; el tubo de elevacion g está fijo hácia la base del recipiente A. Este conjunto de piezas colocadas al extremo del cuerpo del ariete lleva el nombre de *cabeza del ariete*.

Cuando el aparato está en reposo, la valvula de detencion S descubre el orificio O y la válvula de ascension p está cerrada; si el agua se introduce en el cuerpo del ariete, se escurre primero por el orificio O, pero á medida que la velocidad de escurrimiento aumenta, la presion aumenta debajo de la válvula S, y pronto esta válvula cuya densidad es poco superior á la del agua, es rechazada de su sitio y cierra bruscamente el orificio bajo la accion de la velocidad de la masa del líquido, la válvula de ascension p se abre y el agua penetra en el recipiente A y en el tubo de elevacion. Pero á partir del momento en que el líquido penetra en el recipiente, su velocidad disminuye á causa de la resistencia que debe vencer, resistencia producida por la altura de la columna de agua que se ha elevado en el tubo de ascension y por el aumento de la fuerza elástica provocada por la del aire del recipiente A, comprimido durante la llegada del líquido. Así que la presion ejercida sobre la válvula de detencion S por la velocidad de escurrimiento del líquido no obra ya con bastante energia para apoyarla en su sitio, esta válvula cae por su peso, la válvula p se cierra bajo la accion de la presion ejercida por el aire en el depósito A y el escurrimiento vuelve á empezar por el orificio O, hasta el momento en que, bajo la influencia de la velocidad creciente del líquido, la válvula S se cierra de nuevo; entonces los fenómenos anteriores se renuevan, y una nueva cantidad de agua penetra en el tubo de elevacion. El intérvalo comprendido entre dos interrupciones del escurrimiento por el orificio O se llama *golpe del ariete*.

Segun la descripcion anterior se compréndе que el agua se eleve en el tubo de ascension bajo la accion de la velocidad del líquido en el cuerpo del ariete, despues del cierre de la válvula S, accion que aumenta al mismo tiempo que la fuerza elástica del aire del recipiente A; pero el trabajo resultante de este aumento de fuerza elástica está en parte restituido para producir la elevacion del agua en esceso en el recipiente, despues del cierre de la válvula p, no sin que haya arrastre mecánico á cada golpe de ariete de una parte del aire del recipiente A; y se llega á restituir á este depósito la cantidad que se escapa así á cada golpe de ariete, por medio de un segundo depósito a, alimentado por la pequeña válvula r: he aquí como se obtiene este resultado:

En el momento del cierre de la válvula p, una reaccion correspondiente á la abertura de la válvula se opera en la masa del líquido, de suerte que en virtud del vacio que se establece en el espacio a, la válvula r sometida exteriormente á la presion atmosférica deja penetrar en el depósito a una pequeña cantidad de aire, que arrastrado al siguiente golpe de ariete, reemplaza en el gran recipiente el aire que se escapa por el tubo de elevacion; de esta manera el funcionamiento del ariete es automático aunque sometido, bajo el punto de vista del rendimiento, á ciertas condiciones relativas al peso y á la carrera de las válvulas segun la altura de la caida.

En los buenos aparatos de este género el efecto útil puede llegar á los 0'65 del trabajo motor, es decir, que por 100 litros de agua motriz, un ariete convenientemente instalado puede elevar 65.

El número de golpes de émbolo por minuto varia de 30 á 60; la altura de la caida, la del depósito superior y en fin la carrera de la válvula de detencion influyen en el número de golpes.

519. Felices modificaciones que tienden á asegurar el buen funcionamiento del ariete hidráulico, se han ejecutado por Bollée, mecánico de Mans: los cambios que ha operado este constructor consisten en la adicion de un balancin compensador, el cual permite regular á voluntad, segun la altura de la caida, el curso de la válvula de detencion que está dispuesta de manera que disminuyen los choques violentos que se producen en el momento del cierre de la válvula de detencion de los antiguos arietes. Con este objeto la válvula de detencion tiene por asiento un canal circular, en el cual forma el agua un barrilito que amortigua la violencia de los choques. La válvula *r* está reemplazada, en el ariete de Bollée, por un largo tubo fijo al cuerpo del ariete; en este tubo se producen las variaciones de nivel del líquido á continuacion de la reaccion de que acabamos de hablar; la aspiracion que resulta, se utiliza para distribuir, por medio de una válvula colocada al estremo de un largo tubo que desemboca cerca de la válvula de ascension, el aire necesario al buen funcionamiento del aparato.

MÁQUINAS MOTORAS HIDRÁULICAS

SALIDA DE LAS AGUAS.

520. *Velocidad con la cual sale el agua por un orificio de paredes delgadas.*

Primer caso. El orificio desemboca al aire libre en una pared lateral (fig. 397).

La fórmula

$$V=\sqrt{2g.a} \qquad (\text{n.}^\circ\ 1)$$

da la velocidad de salida; V es la velocidad buscada, g la gravedad (§ 262) y a la altura del centro de gradad del orificio al nivel superior del agua en el vaso. Esta fórmula que solo es aproximada, porque las moléculas del agua no tienen todas la misma velocidad, se acercará tanto más á la verdad cuánto menores sean las dimensiones del orificio con relacion á la altura a.

EJEMPLO.—*Primer caso.* Hallar la velocidad de salida por un orificio, cuya altura del centro de gravedad debajo del nivel superior del vaso es 3'80^{m}.

La fórmula del n.° 1 puesta en números dá:

$$V=\sqrt{2\times 9'81^{m}\times 3'80}=8'63^{m}.$$

g la gravedad, que es igual á 9'81^{m} (§ 262).

Segundo caso. El orificio está colocado en el fondo del vaso (fig. 398).

La misma fórmula (n.° 1) da la velocidad de salida; a representa la altura del fondo del vaso al nivel superior. Como en el caso anterior, solo se tiene una aproximacion.

Tercer caso. El orificio está cerrado. La velocidad está dada por la mismá fórmula n.° 1. Pero aquí a la altura es igual á H—H', es decir, la diferencia de nivel en los dos vasos.

En los tres casos se sobreentiende que el nivel es siempre el mismo en los recipientes, ó en otros términos que llega tanta agua como sale.

521. *Gastos de agua en los diferentes casos de la práctica.*—Es imposible calcular exactamente el gasto de agua por un orificio cualquiera, pues los filetes de agua que forman la vena fluida no conservan su paralèlismo; y se obtiene de un modo aproximado multiplicando la velocidad de salida por la superficie del orificio. La fórmula que dá este gasto es:

$$Q=S.\sqrt{2.ga\ldots\ldots} \qquad (\text{n.}^\circ\ 2)$$

en la cual Q representa la cantidad de agua gastada en un segundo de tiempo; S la superficie del orificio en metros cuadrados; a la altura en metros de la caida y $\sqrt{2.g.a}$ (n.° 1) la velocidad de salida. El gasto así calculado es lo que se llàma *gasto teórico,* que difiere tanto más del gasto práctico cuánto más se contrae la vena fluida á su salida del orificio.

Se corrige esta fórmula por medio de un coeficiente práctico m, que varia segun que la forma de los vasos ocasione una contraccion más ó ménos grande de la vena fluida.

Así, en el vaso A (fig. 400 á 403) la vena fluida se contrae mucho más que en el vaso B; en el vaso C la contraccion es casi nula, y es la más grande posible en el vaso D.

Los valores de m están dados en el párrafo siguiente.

La fórmula de aplicacion es finalmente:

$$Q=m.S.\sqrt{2.g.a}\ldots\ldots \qquad (\text{n.}^\circ\ 3)$$

522. Los valores de m en los diferentes casos de la práctica son los siguientes.

Primer caso. Orificio de paredes delgadas $m=0'61$ próximamente y la fórmula n.° 3 resulta:

$$Q=0'61\ .\ S\ .\sqrt{2.g.a}\ldots.. \qquad (\text{n.}^\circ\ 4)$$

Ejemplo.—Hallar el gasto Q de agua en un segundo, por un orificio de paredes delgadas, siendo las dimensiones del orificio $0'20^{m}$ sobre $0'08^{m}$ y la altura del centro de gravedad de este orificio al nivel del agua superior del vaso de $3'80^{\ m}$.

Puesta en números la fórmula n.° 4 se convierte en esta aplicacion

$$Q=0'61\times0'20^{m}\times0'08^{m}\times\sqrt{2\times9'81\times3'80}$$

y efectuando los cálculos $Q=0^{m^3},\ 084^{dcm^3},\ 228^{cm^3}$.

Tres circunstancias pueden presentarse:

1.° Si el orificio toca á una de las caras del vaso (fig. 404), la contraccion solo se verifica en tres lados y el coeficiente se hace $1'035\times m$ y se tiene:

$$Q=1'035\times0'61\times S.\sqrt{2\times9'81\times a}. \qquad (\text{n.}^\circ\ 5)$$

2.° Si el orificio toca á dos lados del vaso (fig. 405) la contraccion solo se verifica en un lado y el coeficiente es: $1'072\times m$ y se tiene:

$$Q=1'072\times0'61\times S.\sqrt{2\times9'81\times a}\ldots.. \qquad (\text{n.}^\circ\ 6)$$

3.° Si el orificio toca á tres lados del vaso (fig. 406), la contraccion solo se verifica en un lado y el coeficiente se hace $1'125\times m$ y se tiene:

$$Q=1'125\times0'61\times S\sqrt{2\times9'81\times a}\ldots.. \qquad (\text{n.}^\circ\ 7.)$$

Segundo caso. Orificio de paredes espesas escediendo el espesor de estas á la menor dimension del orificio (fig. 407) ó bien contra la pared en el orificio hay un tubo adicional (fig. 408); el coeficiente m es entonces igual á 0'815. El gasto Q de agua por segundo resulta:

$$Q=0'815\times S\times\sqrt{2\times9'81\times a}\ \ldots. \qquad (\text{n.}^\circ\ 8)$$

Si el espesor de las paredes ó los tubos adicionales están comprendidos entre una vez y media y 3 veces la menor dimension del orificio, el coeficiente m es igual á 0'82 y el gasto Q resulta:

$$Q=0'82\times S\times\sqrt{2\times9'81\times a}\ldots.. \qquad (\text{n.}^\circ\ 9)$$

Tercer caso. El tubo adicional tiene forma cónica ó piramidal (fig. 409).

En este tercer caso el coeficiente $m=0'90$ y la fórmula resulta:

$$Q=0'90\times S\times\sqrt{2\times9'81\times a}\ldots.. \qquad (\text{n.}^\circ\ 10)$$

Cuarto caso. El tubo adicional tiene la forma indicada (fig. 410), que es la que más se parece á la forma de la vena fluida.

En este cuarto caso, el coeficiente $m=0'96$ y la fórmula resulta:

$$Q=0'96\times S\times\sqrt{2\times9'81\times a}\ldots.. \qquad (\text{n.}^\circ\ 11)$$

Quinto caso. El orificio es de vertederas como indica la fig. 411.

En este quinto caso el gasto práctico está dado por la fórmula:

$$Q=m'.L.a.\sqrt{2g.a}\ldots..$$

y poniendo en números las cantidades conocidas:

$$Q=0'424\times L\times a\times\sqrt{2\times9'81a}\ldots.. \qquad (\text{n.}^\circ\ 12)$$

en la cual L es la anchura del edificio; a la altura del nivel del agua encima del suelo del vertedero, en un sitio del depósito en que el líquido no está deprimido, y m', el coeficiente que varia segun las alturas del líquido encima del suelo.

Así: para

$a=0'01^{m}$,	se tiene	$m'=0'424$
$a=0'02$,	—	$m'=0'417$
$a=0'03$,	—	$m'=0'412$
$a=0'04$,	—	$m'=0'407$
$a=0'06$,	—	$m'=0'401$
$a=0'08$,	—	$m'=0'397$
$a=0'10$,	—	$m'=0'395$
$a=0'15$,	—	$m'=0'393$
$a=0\ 20$,	—	$m'=0'390$
$a=0'22$,	—	$m'=0'385$

523. Si tuviésemos un dispositivo como el representado (fig. 412) que se emplea con bastante frecuencia en las ruedas de canjilones, se tomaria el gasto para cada orificio y se haria la suma.

Así, para los dos orificios A y B., llamando L la anchura comun, representado ab por l y cd por l' y las alturas debajo del nivel del agua por a y a', se tendria para los gastos de agua parciales Q′ y Q″ y por segundo:

$$Q' = l \times L . \sqrt{2 . g . a}$$

$$Q'' = l' \times L . \sqrt{2 . g . a'}$$

y para el gasto teórico total:

$$Q = l \times L . \sqrt{2 . g . a} + l \times L . \sqrt{2 . g a'} ..... \quad (\text{n.}^{\circ}\ 13)$$

el coeficiente m' que hay que usar en este caso es o'75 y el gasto práctico resulta:

$$Q = 0'75 \times (l \times L . \sqrt{2 . g . a} + l' \times L \sqrt{2 . g . a'}) \quad (\text{n.}^{\circ}\ 14)$$

En esta fórmula $l \times L$ da la superficie S′ del orificio A (§ 216), y $l' \times L$ da la superficie S″ del orificio B; reemplazando estos factores l, l', L en la fórmula n.° 14 resulta:

$$Q = 0'75 . (S' . \sqrt{2 g . a} + S'' . \sqrt{2 . g . a'}) ..... \quad (\text{n.}^{\circ}\ 15)$$

Lo mismo haríamos en el caso en que se tuviese mayor número de orificios.

524. Si tuviéremos un dispositivo como el de la fig. 413, es decir, para una rueda R que recibe el agua por medio de un tabique de valvula C, el coeficiente m seria o'59 y el gasto práctico Q estaria dado por la fórmula:

$$Q = 0'59 . S . \sqrt{2 . g . a} ..... \quad (\text{n.}^{\circ}\ 16)$$

525. Si el orificio estuviese completamente sumergido como en la fig. 399, el coeficiente m seria o'625 y la fórmula del gasto práctico resultaria:

$$Q = 0'625 . S . \sqrt{2 . g . (H - H')} ..... \quad (\text{n.}^{\circ}\ 17)$$

en la cual H y H′ son las alturas medidas desde el centro de gravedad del orificio debajo del nivel superior en cada uno de los vasos.

Si el orificio sólo estuviese sumergido en parte, seria preciso suponerle dividido en dos: la parte sumergida y la parte que desemboca en el aire libre; tomar el gasto para cada uno de estos casos segun las fórmulas dadas en el n.° 4 y n.° 17 y hacer la suma de los gastos.

526. *Gasto de agua en el estremo de un canal* (figura 414).— El fluido se contrae primero á su salida del orificio, se dilata enseguida y llena todo el canal.

La velocidad en metros por segundo V′ en los puntos *cd*, es decir, en los puntos en que la contraccion de la vena fluida cesa, está dado por la fórmula:

$$V' = \frac{\sqrt{2 g . H}}{1 + \left(\frac{1}{m} - 1\right)^2}, \quad (\text{n.}^{\circ}\ 18)$$

en la cual H es la altura del líquido tomado desde el centro de gravedad del orificio al nivel superior del depósito y m el coeficiente práctico.

La velocidad V, al extremo del canal, es mayor que la velocidad V′ en razon de la pequeña altura de caida, a, que produce un aumento de velocidad representado por $\sqrt{2 . g . a}$, y está dada por la fórmula:

$$V = \sqrt{V'^2 + 2 . g . a}, \quad (\text{n.}^{\circ}\ 19)$$

en la cual V′ es la velocidad dada por la fórmula n.° 18 y a la altura de caida *cd* en O.

Esta velocidad V, multiplicada por la seccion de agua en el estremo del canal, dá el gasto Q que está entonces espresado por la fórmula:

$$Q = S \sqrt{V'^2 + 2 . g . a.} \quad (\text{n.}^{\circ}\ 20)$$

y reemplazando V'^2 por su valor dado en el n.° 18 resulta.

$$Q = S \sqrt{\frac{2 . g . H}{1 + \left(\frac{1}{m} - 1\right)^2} + 2 . g . a.} \quad (\text{n}^{\circ}\ 21)$$

La pequeña pérdida de la velocidad, ocasionada por el frotamiento del agua en el canal, se desprecia generalmente en la práctica.

527. *Gasto de agua por los vertederos.*— El gasto de agua con los vertederos fijos de mamposteria, ó móviles por medio de compuertas que se hacen bajar voluntariamente debajo del nivel, puede calcularse de una manera muy aproximada conociendo la altura a de la lámina de agua que pasa por encima, el coeficiente de gasto y la anchura L del vertedero.

La tabla siguiente contiene el valor de los coeficientes para las diversas magnitudes de a.

Valores de	Coeficientes de gasto	Valores de	Coeficientes de gasto	Valores de	Coeficientes de gasto	Valores de	Coeficientes de gasto	Valores de	Coeficientes de gasto
a	*a*	*a*	*a*	*a*	*a*	*a*	*a*	*a*	*a*
0'01m	0'00179	0'29m	0'2801	0'57m	0'7720	0'85m	1'406	1'65m	3'802
0'02	0'00507	0'30	0'2947	0'58	0'7925	0'86	1'431	1'70	3'977
0'03	0'00932	0'31	0'3096	0'59	0'8129	0'87	1'458	1'75	4'153
0'04	0'01435	0'32	0'3247	0'60	0'8337	0'88	1'481	1'80	4'332
0'05	0'02005	0'33	0'3400	0'61	0'8547	0'89	1'506	1'85	4'514
0'06	0'02636	0'34	0'3556	0'62	0'8757	0'90	1'532	1'90	4'598
0'07	0'03322	0'35	0'3714	0'63	0'8970	0'91	1'557	1'95	4'885
0'08	0'04035	0'36	0'3874	0'64	0'9184	0'92	1'583	2'00	5'074
0'09	0'04849	0'37	0'4037	0'65	0'9401	0'93	1'609	2'05	5'265
0'10	0'05672	0'38	0'4202	0'66	0'9618	0'94	1'635	2'10	5'459
0'11	0'06544	0'39	0'4369	0'67	0'9839	0'95	1'661	2'15	5'655
0'12	0'07457	0'40	0'4538	0'68	1'006	0'96	1'687	2'20	5'854
0'13	0'08408	0'41	0'4709	0'69	1'028	0'97	1'714	2'25	6'054
0'14	0'09397	0'42	0'4882	0'70	1'051	0'98	1'740	2'30	6'257
0'15	0'10420	0'43	0'5058	0'71	1'073	0'99	1'767	2'35	6'463
0'16	0'11481	0'44	0'5235	0'72	1'095	1'00	1'794	2'40	6'669
0'17	0'12574	0'45	0'5415	0'73	1'119	1'05	1'930	2'45	6'882
0'18	0'13699	0'46	0'5596	0'74	1'142	1'10	2'069	2'50	7'091
0'19	0'14857	0'47	0'5780	0'75	1'165	1'15	2'212	2'55	7'305
0'20	0'16045	0'48	0'5965	0'76	1'189	1'20	2'358	2'60	7'521
0'21	0'1726	0'49	0'6153	0'77	1'212	1'25	2'501	2'65	7'738
0'22	0'1851	0'50	0'6342	0'78	1'236	1'30	2'659	2'70	7'959
0'23	0'1979	0'51	0'6533	0'79	1'260	1'35	2'814	2'75	8'181
0'24	0'2109	0'52	0'6726	0'80	1'283	1'40	2'971	2'80	8'405
0'25	0'2242	0'53	0'6921	0'81	1'308	1'45	3'132	2'85	8'611
0'26	0'2378	0'54	0'7118	0'82	1'332	1'50	3'295	2'90	8'860
0'27	0'2516	0'55	0'7317	0'83	1'357	1'55	3'462	2'95	9'089
0'28	0'2657	0'56	0'7517	0'84	1'383	1'60	3'630	3'00	9'321

APLICACION.— ¿Cuál es el gasto para un vertedero cuya longitud L = 0'50m siendo la altura *a* del nivel del vertedero al del canal de 0'20 m? Buscar en la tabla columna *a*, el coeficiente de gasto que corresponde á 0'20m; es 0'16045; multiplíquese este coeficiente por la anchura L y se obtiene 0'16045×0'50m, =0'080m³, ú 80 litros por segundo.

La tabla está arreglada para los vertederos de mampostería; para los de paredes delgadas, es preciso aumentar el producto de la operacion indicada mas arriba de los 0'012. Así el gasto, en el caso de un depósito de paredes delgadas y en las condiciones del ejemplo anterior, seria 80lit. +(80×0'012)=81 en número redondo.

528. *Gasto de agua para una abertura practicada en el fondo de un canal y cuya altura está regulada por una compuerta.*—Llamando *a* la altura del orificio cuya compuerta V (fig. 420) puede hacer variar el tamaño, H la altura de agua en metros ó la carga de agua en el centro del orificio *h*, L la longitud del orificio en sentido horizontal y Q el volúmen de agua en metros cúbicos que se escurre por este orificio, en un segundo de tiempo, se tiene muy aproximadamente:

$$Q=0'625\times h\times L.\sqrt{19'62\times H}.$$

La tabla III se ha calculado para la práctica en el caso de que se trata: multiplicar la anchura L del orificio por su altura *a*, lo que da su superficie; multiplicar esta superficie por el coeficiente de gasto *k* que corresponde á la carga H sobre el centro del orificio, el producto dá Q, número de metros cúbicos gastados en un segundo.

EJEMPLO.—La altura *a* del orificio es de 0'50m; la anchura L es de 1'20m y la carga en el centro del orificio á la altura H es de 3 metros: ¿cuál es el gasto Q del agua?

$$Q=h\times L\times k=0'50\times 1'20^{m}\times 4'795=2'877^{m^3}$$

ó 2877 litros.

TABLA III.

CARGA en el centro del orificio.	COEFICIENTE de gasto.	CARGA en el centro del orificio.	COEFICIENTE de gasto.	CARGA en el centro del orificio.	COEFICIENTE de gasto.
a	*k*	*a*	*k*	*a*	*k*
0'05m	0'6187	0'11m	0'9182	0'17m	1'141
0'06	0'6781	0'12	0'9590	0'18	1'174
0'07	0'7325	0'13	0'9982	0'19	1'205
0'08	0'7831	0'14	1'034	0'20	1'238
0'09	0'8306	0'15	1'072	0'21	1'269
0'10	0'8754	0'16	1'107	0'22	1'298

CARGA en el centro del orificio.	COEFICIENTE de gasto.	CARGA en el centro del orificio.	COEFICIENTE de gasto.	CARGA en el centro del orificio.	COEFICIENTE de gasto.
a	*k*	*a*	*k*	*a*	*k*
0'23^m	1'327	0'76^m	2'413	2'45^m	4'334
0'24	1'356	0'77	2'429	2'50	4'377
0'25	1'384	0'78	2'445	2'55	4'420
0'26	1'411	0'79	2'463	2'60	4'464
0'27	1'439	0'80	2'476	2'65	4'507
0'28	1'468	0'81	2'491	2'70	4'549
0'29	1'491	0'82	2'507	2'75	4'591
0'30	1'516	0'83	2'522	2'80	4'633
0'31	1'541	0'84	2'537	2'85	4'674
0'32	1'566	0'85	2'552	2'90	4'715
0'33	1'593	0'86	2'567	2'95	4'755
0'34	1'614	0'87	2'582	3'00	4'795
0'35	1'637	0'88	2'597	3'05	4'835
0'36	1'661	0'89	2'611	3'10	4'875
0'37	1'684	0'90	2'626	3'15	4'913
0'38	1'706	0'91	2'641	3'20	4'953
0'39	1'729	0'92	2'655	3'25	4'991
0'40	1'751	0'93	2'669	3'30	5'029
0'41	1'772	0'94	2'684	3'35	5'067
0'42	1'797	0'95	2'705	3'40	5'104
0'43	1'817	0'96	2'713	3'45	5'142
0'44	1'838	0'97	2'726	3'50	5'179
0'45	1'857	0'98	2'740	3'55	5'216
0'46	1'877	0'99	2'754	3'60	5'252
0'47	1'897	1'00	2'768	3'65	5'289
0'48	1'918	1'05	2'836	3'70	5'325
0'49	1'938	1'10	2'904	3'75	5'361
0'50	1'958	1'15	2'968	3'80	5'397
0'51	1'977	1'20	3'033	3'85	5'432
0'52	1'996	1'25	3'095	3'90	5'467
0'53	2'015	1'30	3'157	3'95	5'502
0'54	2'034	1'35	3'216	4'00	5'536
0'55	2'053	1'40	3'275	4'05	5'571
0'56	2'072	1'45	3'334	4'10	5'615
0'57	2'090	1'50	3'390	4'15	5'639
0'58	2'108	1'55	3'446	4'20	5'673
0'59	2'126	1'60	3'501	4'25	5'707
0'60	2'144	1'65	3'556	4'30	5'741
0'61	2'162	1'70	3'610	4'35	5'774
0'62	2'179	1'75	3'662	4'40	5'807
0'63	2'197	1'80	3'714	4'45	5'839
0'64	2'215	1'85	3'766	4'50	5'872
0'65	2'232	1'90	3'816	4'55	5'905
0'66	2'249	1'95	3'866	4'60	5'937
0'67	2'266	2'00	3'915	4'65	5'969
0'68	2'282	2'05	3'964	4'70	6'001
0'69	2'299	2'10	4'012	4'75	6'033
0'70	2'316	2'15	4'060	4'80	6'065
0'71	2'333	2'20	4'106	4'85	6'096
0'72	2'349	2'25	4'153	4'90	6'127
0'73	2'365	2'30	4'198	4'95	6'158
0'74	2'381	2'35	4'244	5'00	6'190
0'75	2'397	2'40	4'289		

529. *Gasto de agua en un canal de gran longitud de pendiente uniforme* (fig. 415).

La velocidad V en metros por segundo está dada por la fórmula práctica debida á Prony.

$$V = 0'07185 + 56'86 \cdot \sqrt{R.I} \ldots\ldots \quad (\text{n.}^\circ\ 22)$$

en la cual R representa la relacion $\frac{a}{c}$ del area de la seccion del agua en el canal en su *perímetro mojado;* é I la relacion $\frac{H}{L}$ de la pendiente total á la longitud del canal.

La velocidad multiplicada por la seccion del agua en el canal da el gasto Q: y se tiene pues:

$$Q = S.\left(0'07185 + 56'86 . \sqrt{R.I}\right) \ldots\ldots \quad (\text{n.}^\circ\ 23)$$

El perímetro mojado es el desarrollo del contorno líquido que toca el fondo y las orillas del canal ó del rio; asi, si la superficie de la capa de agua ó el área de su seccion vertical es de 3 metros cuadrados y el desarrollo de la curva que forma el fondo del canal remonta á cada lado hasta que el nivél del agua sea de 6 metros, R será igual á:

$$\frac{3}{6} = 0'50.$$

Si, en este caso, la longitud L del canal, es de 50 metros y la altura total H de 0'02^m, el valor de I será:

$$\frac{0'02}{50} = 0'0004.$$

y el valor de R . I $= 0'50 \times 0'0004 = 0'0002$.

En su *tratado de la construccion de las ruedas hidráulicas*, Laffineur ha insertado una tabla que da las velocidades medias de las corrientes de agua cuyo valor R . I es conocido.

Supongamos que hay que determinar por medio de esta tabla la corriente de agua cuyos datos son los anteriores, es decir, cuyo perímetro mojado es de 6 metros, el área de la seccion media del agua de 3 metros cuadrados, la longitud de 50 metros y la pendiente total de 0'02^m; siendo R . I como acaba de calcularse de 0'0002, se buscará en la tabla este número ó el que más se aproxime, y el número escrito frente á frente, en la otra columna, espresará la velocidad media v del agua. En el ejemplo se hallará 0'75^m.

530. *Medida de las corrientes de agua.*—Para medir un curso de agua, se puede medir la velocidad por medio de un cuerpo flotante y mutiplicar esta velocidad por el área de la seccion del agua; ó bien construir una empalizada, practicar un orificio, sea de paredes delgadas, sea de vertedero, etc., etc.. aumentar poco á poco las dimensiones de este orificio, hasta que su gasto sea igual al del canal y servirse de una de las

fórmulas dadas más arriba, desde el n.° 4 al 7, segun la naturaleza del orificio practicado en la empalizada.

Laffineur en su excelente *Tratado de las ruedas hidráulicas*, da un medio muy práctico y espedito. Para hacer la medicion de un riachuelo, se establece al través de la corriente de agua, una empalizada de planchas delgadas, en la parte superior de la cual se practica una hendidura rectangular; la salida se efectuará en el vertedero y el gasto real Q estará dado por la fórmula:

$$Q = 1‘77\, b \,.\, h^{2/3} \text{ ..... (n.° 24)}$$

eu la cual b indica la anchura de la ranura y h el espesor de la lámina de agua que sale, suponiendo que $b = 1$, es decir, que la anchura de la ranura sea de un decímetro ó un metro, estando el espesor h espresado en unidades de la misma especie. El cuadro siguiente, compuesto por Laffineur, hace el cálculo escesivamente sencillo.

EJEMPLO.—Supongamos que se haya de determinar el gasto real de una corriente de agua cuya anchura de depósito es de 0‘60^{m} y cuya altura a de la lámina de agua se sabe es de 0‘25^{m} de espesor; bastará multiplicar el número 0‘22125 que corresponde en la tabla á la altura a dada, es decir, á 0‘26^{m} para la longitud 0‘60^{m} resultará:

$$Q = 0‘22125 \times 0‘60 = 0‘132^{m3}$$

ó 132 litros próximamente por segundo.

531. *Fuerza de las corrientes de agua*.—Hemos visto como se calculaba el gasto de agua en los diversos casos que pueden presentarse en la práctica (§§ 520 á 529). Si llamamos ahora Q este gasto de agua por segundo de tiempo, y espresado en metros cúbicos, 1000 . Q representará el peso de esta agua, en metros cúbicos. Este peso de agua, descendiendo del canal de llegada al canal de salida, habrá desarrollado un trabajo que estará representado por 1000 Q×H; siendo H la diferencia de los niveles ó la altura de caida (fig. 416). Dividiendo esta espresion por 75 se tiene la fuerza en caballos en un segundo (§ 289), y designando por F esta fuerza espresada en caballos kilogramétricos, resultará:

$$F = \frac{1000 \,.\, Q \,.\, H}{75}. \qquad \text{(n.° 25)}$$

Esta fórmula da lo que se llama *trabajo absoluto* espresado por una corriente de agua.

TABLA V,

VALORES DE		VALORES DE		VALORES DE	
a	$1‘77a^{3}/_{5}$	a	$1‘77a^{3}/_{3}$	a	$1‘77a^{5}/_{3}$
0‘01	0‘00177	0‘35	0‘36651	0‘68	0‘9925
0‘02	0‘00499	0‘36	0‘37361	0‘69	1‘0145
0‘03	0‘00918	0‘37	0‘39836	0‘70	1‘0366
0‘04	0‘01416	0‘38	0‘41414	0‘71	1‘0589
0‘05	0‘01965	0‘39	0‘43109	0‘72	1‘0792
0‘06	0‘02601	0‘40	0‘44778	0‘73	1‘1039
0‘07	0‘03274	0‘41	0‘46467	0‘74	1‘1268
0‘08	0‘04000	0‘42	0‘48178	0‘75	1‘1496
0‘09	0‘04779	0‘43	0‘49909	0‘76	1‘1727
0‘10	0‘05593	0‘44	0‘51659	0‘77	1‘1959
0‘11	0‘06443	0‘45	0‘53431	0‘78	1‘2193
0‘12	0‘07345	0‘46	0‘55222	0‘79	1‘2428
0‘13	0‘08284	0‘47	0‘57032	0‘80	1‘2666
0‘14	0‘09257	0‘48	0‘58862	0‘81	1‘2904
0‘15	0‘10283	0‘49	0‘60711	0‘82	1‘3143
0‘16	0‘11328	0‘50	0‘62579	0‘83	1‘3384
0‘17	0‘12390	0‘51	0‘64465	0‘84	1‘3627
0‘18	0‘13505	0‘52	0‘66371	0‘85	1‘3871
0‘19	0‘14656	0‘53	0‘68295	0‘86	1‘4116
0‘20	0‘15824	0‘54	0‘70237	0‘87	1‘4363
0‘21	0‘17009	0‘55	0‘72197	0‘88	1‘4612
0‘22	0‘18231	0‘56	0‘74175	0‘89	1‘4861
0‘23	0‘19594	0‘57	0‘76170	0‘90	1‘5112
0‘24	0‘20797	0‘58	0‘78184	0‘91	1‘5365
0‘25	0‘22125	0‘59	0‘80214	0‘92	1‘5619
0‘26	0‘23452	0‘60	0‘82263	0‘93	1‘5875
0‘27	0‘24813	0‘61	0‘84327	0‘94	1‘6131
0‘28	0‘26225	0‘62	0‘86409	0‘95	1‘6389
0‘29	0‘27642	0‘63	0‘88508	0‘96	1‘6649
0‘30	0‘29084	0‘64	0‘90624	0‘97	1‘6910
0‘31	0‘30553	0‘65	0‘92756	0‘98	1‘7172
0‘32	0‘32041	0‘66	0‘94905	0‘99	1‘7436
0‘33	0‘33554	0‘67	0‘97070	1‘00	1‘7700
0‘34	0‘35091				

532. *Receptores hidráulicos*.—Se dá el nombre de receptores hidráulicos á las máquinas en las cuales el agua obra como fuerza motriz y que están destinadas á trasmitir una parte del trabajo absoluto del agua (§ 287) en la mayor proporcion posible.

Los receptores hidráulicos más comunmente empleados son:

1.° Las ruedas de paletas planas, que reciben el agua por debajo y se mueven en una garganta: se les llama ruedas por debajo.

2.° Las ruedas de paletas planas, encajadas en canales circulares en una parte de la caida total y que reciben el agua por el lado superior.

3.° Las ruedas de paletas planas, encajadas en canales circulares en toda la longitud de la caida: se les dá el nombre de ruedas de lado.

4.° Las ruedas de canjilones curvos llamadas á la Poncelet que reciben el agua por su lado inferior.

5.° Las ruedas de canjilones que reciben el agua por su vértice.

6.° Las ruedas inclinadas que se mueven en una corriente contínua.

7.° Las ruedas de eje vertical llamadas turbinas.

533. *Movimiento de los receptores. Fórmula general.*—Supongamos que el agua llegue sobre el receptor A (fig. 416) con una velocidad V; tiene entonces una fuerza viva representada por $M . V^2$ (véase § 290); despues de su introduccion el agua sigue el movimiento del receptor y llega abajo habiendo recorrido la altura h; el trabajo del agua, debido á esta altura de caida h, es igual á P, con su peso en kilógramos, multiplicado por h, espacio recorrido; se tiene $P . h$; luego $P = M . g$; siendo g la gravedad (§ 262) é igual á 9'81, de donde:

$$P . h = M . g . h. \qquad (\text{n.° } 26)$$

La fuerza viva $M . V^2$ que posee el agua al llegar al receptor, representa un trabajo igual á $\frac{1}{2} M . V^2$.

El trabajo total desarrollado por el agua llegada á la salida del receptor está, pues, representado por:

$$\frac{1}{2} . M . V^2 + M . g . h. \qquad (\text{n.° } 27)$$

Por otro lado, el agua encuentra los órganos del receptor animados de una velocidad generalmente menor; hay, pues, choque y por consiguiente, pérdida de fuerza viva; la disminucion de velocidad es u y la pérdida de fuerza viva ocasionada por el choque será $M . u^2$, que corresponde á un trabajo igual á $\frac{1}{2} . M . u^2$.

El agua que abandona el receptor está todavia animada por cierta velocidad W que corresponde á una fuerza viva $M . W^2$ y que representa un trabajo igual á $\frac{1}{2} . M . W^2$.

El trabajo útil, es decir, el trabajo trasmitido al operador y el trabajo de frotamiento de la trasmision del movimiento pueden representarse por un peso P kilógramos, aplicado tangencialmente á la rueda ó al receptor y moviéndose con una velocidad v igual á la de la rueda: este trabajo estará representado por:

$$P . v. \qquad (\text{n.° } 28)$$

Establezcamos ahora la ecuacion de equilibrio. Tenemos, segun el n.° 27, como suma de trabajo desarrollado por el agua:

$$\frac{1}{2} . M . V^2 + M . g . h;$$

este trabajo debe equilibrar al de la resistencia $P . v$ (n.° 28), á la pérdida $\frac{1}{2} . M . u^2$ ocasionada por el choque del agua al llegar al receptor, y al trabajo $\frac{1}{2} . M . W^2$ debido á la velocidad que posee todavia el agua á la salida del receptor: tendremos, pues, para la relacion de equilibrio (§ 294):

$$P . v + \frac{1}{2} . M . u^2 + \frac{1}{2} . M . W^2 = \frac{1}{2} . M . V^2 + M . g . h$$

y desprendiendo de esta espresion $P . v$, que, como acabamos de decir, espresa el trabajo disponible del operador, más el debido á los frotamientos, resultará:

$$P . v = \frac{1}{2} . M^2 + M . g . a - \frac{1}{2} . M . u^2 - \frac{1}{2} . M . W^2 \qquad (\text{n.° } 29)$$

que es la fórmula general que espresa el trabajo total desarrollado por las ruedas ó receptores hidráulicos.

Se debe instalar una rueda hidráulica de manera que se obtenga el mayor trabajo útil posible; y el producto $P . v$ es, pues, el que se debe hacer lo mayor posible, disminuyendo el valor de los términos sustractivos $\frac{1}{2} . M . W$ y $\frac{1}{2} . M . u^2$; si se consiguiesen anular estos dos últimos términos, la rueda utilizaria todo el trabajo desarrollado por el agua.

Para producir el mayor trabajo útil posible, es preciso que el agua llegue sobre el receptor sin choque y lo deje sin velocidad.

En la fórmula general (n.° 29) reemplazando V^2, la velocidad de llegada del agua sobre el receptor, por su valor $2 . g . h'$ debida á la altura de caida h' (fig. 416) se tendrá:

$$P . v = \frac{1}{2} . M \times 2 . g . h' + M . g . h - \frac{1}{2} . M . u^2 - \frac{1}{2} . M . W$$

y eliminando el factor 2:

$$P . v = M . g . h' + M . g . h - \frac{1}{2} . M . u^2 - \frac{1}{2} . M . W^2;$$

y reemplazando $M.g$ por su valor P igual á 1000 Q (siendo Q el volúmen de agua gastada, espresado en metros cúbicos), resulta:

$$P.v = 1000Q.h' + 1000Q.h - \frac{1}{2}.M.u^2 - \frac{1}{2}.M.W^2;$$

y colocando 1000 . Q, factor comun (§ 80), se tiene en último lugar la fórmula general n.° 29 así simplificada:

$$P.v = 1000Q.(h'+h) - \frac{1}{2}.Mu^2 - \frac{1}{2}.M.W^2 \quad \text{(n.° 30)}.$$

Representado por T el segundo miembro de la igualdad en la fórmula n.° 30 se tiene para valor de P y de v:

$$P = \frac{T}{v} \text{ y } v = \frac{T}{P} \qquad \text{(n.° 31)}$$

534. En la fórmula número 30, la espresion $1000.Q.(h'+h)$ representa el trabajo absoluto del agua; pero la altura h' del nivel superior del agua al receptor (fig. 416) es mayor que la verdadera altura que hay que considerar, pues la contraccion de la vena líquida cuando el agua pasa por el orificio y el frotamiento en el canal, ocasionan siempre cierta pérdida de fuerza viva. Debemos, pues, procurar por buenas disposiciones de orificios y canales disminuir estas pérdidas en todo lo posible ó en otros términos, hacer aproximar todo lo posible la suma de las alturas $(h+h')$ que se llama altura disponible, de la altura total H.

535. *Velocidad perdida á la entrada del agua sobre las ruedas hidráulicas.*—Sean (fig. 417) V la velocidad de llegada de la vena fluida sobre el cubo que encuentra; a el ángulo que forma la direccion de esta vena fluida con el cubo; v la velocidad con que gira el cubo y b el ángulo que forma la direccion de esta velocidad con el cubo: descomponiendo cada una de estas velocidades en otras dos, una de las cuales sea perpendicular á la direccion del cubo, la otra será tangente, y tendremos para la velocidad V las dos componentes Vn y mn y para la velocidad v las dos componentes mr y rv.

La componente $Vn = V.\text{sen}\,a$,
— $mn = V.\cos a$,
— $mr = v.\text{sen}\,b$,
— $rv = v.\cos b$.

Las dos componentes V sen a y v sen b están dirigidas en el mismo sentido, y su diferencia V sen $a - v$ sen b espresa la velocidad normal con la cual la vena fluida choca con el cubo: toda esta velocidad normal se encuentra destruida y el efecto útil de la rueda disminuye.

Para que no haya velocidad perdida es preciso que las dos componentes sean iguales ó que V sen $a - v$ sen $b = 0$.

Se puede llegar á este resultado de varias maneras, segun que se conozcan las cantidades v ó a y b y la direccion del cubo, siendo conocida siempre la velocidad V del agua.

EJEMPLO I. Supongamos que se den las velocidades de direccion, ó en otros términos, que los ángulos a y b estén determinados y que sea preciso hallar v.

Siendo conocida la velocidad V, tomemos en la direccion $mc = V$ (fig. 417), tracemos cd paralela á la direccion mk del cubo, y md ó ck representará la velocidad que debe tener el cubo para que no haya choque á la llegada del agua. En efecto, la perpendicular cq representa la componente de V, que es normal al cubo, y es igual á V . sen a: la perpendicular xd representa la componente de v, que es tambien normal al cubo é igual á v sen b; pero estas dos perpendiculares son iguales y por consiguiente.

$$V.\text{sen}\,a = v.\text{sen}\,b.$$

de donde:

$$V.\text{sen}\,a - v.\text{sen}\,b = 0.$$

EJEMPLO II. Supongamos que las velocidades V y v estén dadas por su tamaño y direccion y que se haya de buscar la direccion del cubo. Conociendo la velocidad V tomemos en su direccion (fig. 418) $mp = V$; siendo conocida la velocidad v, tomemos en su direccion $mq = v$; unamos los puntos p y q, tracemos mn paralela á pq; mn será la direccion que deberá tener el cubo para que no haya choque normal. En efecto, las dos componentes perpendiculares al cubo pp' y qq' ó V . sen a y v . sen b son iguales y resulta:

$$V.\text{sen}\,a = v.\text{sen}\,b,$$

de donde

$$V.\text{sen}\,a - v.\text{sen}\,b = 0.$$

536. *Velocidad con la cual el agua llega al cubo* (fig. 417).—Las dos componentes de V y v en el sentido del cubo son mn y r, v ó V . cos a y V . cos b; y la diferencia V . cos $a - v$. cos b es la velocidad con la cual el agua resbala por el cubo.

537. *Velocidad de salida del agua cuando deja los cubos.*—Cuando el agua se ha introducido en los cubos de ciertos receptores, cuyas formas no alteran bruscamente su velocidad, circula por ellos y llega al estremo de esos cubos estando todavia animada de una velocidad u' (fig. 419) en el sentido de la tangente al último elemento; está además animada de la velocidad del cubo alrededor del eje: si representamos, pues, por mu' la velocidad del agua sobre el cubo y por mv' la veloci-

dad del cubo tangencialmente á la circunferencia de la rueda y construimos el paralelógramo de las velocidades, tendremos mw que representará la velocidad absoluta con la cual el agua abandonará la rueda.

Fácilmente se ve en la figura, que la velocidad w será tanto menor cuanto más se acerque el elemento del cubo á la tangente de la circunferencia de la rueda; ó en otros términos, cuanto más obtuso sea el ángulo de las dos velocidades u' y v'.

Por otro lado cuanto más débiles son las componentes más lo será la resultante.

Ruedas de paletas planas que reciben el agua por debajo.

538. Para aplicar la fórmula general de los receptores hidráulicos (n.° 28) á las ruedas de *paletas planas* que reciben el agua por debajo (fig. 420) es preciso observar que la altura h recorrida por el agua con la rueda es nula, puesto que esa recibe el líquido por debajo; la velocidad perdida por el choque del agua que encuentra la paleta es evidentemente $V-v$, es decir, la velocidad del agua menos la de la rueda, pues, despues del choque, el agua marcha con la rueda y por consiguiente con la misma velocidad que ella; la velocidad de salida w es la misma que la del agua próximamente; y la ecuacion general n.° 28 resulta, pues, para el caso que nos ocupa y despues de simplificar:

$$P \,.\, v = M \,.\, (V-v) \,.\, v.$$

Reemplazando M por su valor $\frac{P}{g}$ ó $\frac{1000Q}{g}$, siendo Q el volúmen de agua gastado en un segundo, tendremos para fórmula definitiva de las ruedas de debajo de paletas plamas, el trabajo total T en kilográmetros por segundo ó $P \,.\, v$:

$$Pv = \frac{1000 \,.\, Q}{9'81} (V-v) \,.\, v. \qquad (\text{n.° } 32)$$

en la cual P es el peso en kilógramos aplicado tangencialmente á la rueda y debido á la accion del agua sobre la paleta; v la velocidad de la rueda por segundo ó el camino recorrido por una paleta en un segundo; y V, la velocidad en metros por segundo con la cual el agua llega á la paleta, está dada por la fórmula n.° 19.

Para espresar este trabajo en caballos de vapor seria preciso dividirlo por 75, número de kilográmetros desarrollados por segundo que representa esta unidad dinámica (§ 289). Tendremos, pues, la fuerza en caballos de vapor F:

$$F = \frac{1000\,Q}{9'81 \times 75} \times (V-v) \times v \qquad (\text{n.° } 33)$$

539. En las fórmulas números 32 y 33 es fácil ver que el trabajo $P \,.\, v$ ó la fuerza F serán tanto más grandes cuanto mayor sea el producto $(V-v) \,.\, v$, pues el factor $\frac{1000\,Q}{g}$ es constante; y $P \,.\, v$ será un máximo cuando el producto $(V-v) \,.\, v$ sea lo mayor posible. Y este producto será lo más grande posible cuando $V-v$ sea igual á v.

En efecto, dada una suma que se tenga que descomponer en dos factores cuyo producto sea un máximum, es preciso que los dos factores sean iguales; es preciso, pues, que $V-v=v$ ó que $V=2v$ para que $P \,.\, v$ sea máximo.

Se puede por una construccion gráfica demostrar que esta conclusion es exacta. Tomemos la línea AB (fig. 421) igual á V, la velocidad del agua, y BC igual á v, la de la rueda; elevemos la perpendicular CD hasta el encuentro de la semi-circunferencia descrita sobre AB como diámetro; y tendremos evidentemente:

$$AC : CD :: CD : BC;$$

de donde:

$$AC \times BC = \overline{CD}^2.$$

Ahora bien:

$$AC = V-v \text{ y } BC = v,$$

luego:

$$(V-v) \,.\, v = \overline{CD}^2,$$

y $\overline{CD}^2$ será un máximo cuando CD sea igual al radio de la semi-circunferencia descrita sobre AB como diámetro y tendremos tambien:

$$V = 2v.$$

Si ahora reemplazamos v por su valor $\frac{V}{2}$ en la fórmula n.° 32, que es:

$$P \,.\, v = \frac{1000\,Q}{g} (V-v) \,.\, v,$$

tendremos:

$$P \,.\, v = \frac{1000\,Q}{g} \left(V - \frac{V}{2}\right) \,.\, \frac{V}{2},$$

y despues de la simplificacion,

$$P \,.\, v = \frac{1}{4} \,.\, \frac{1000\,Q}{g} \,.\, V^2;$$

ahora bien:

$$V^2=2gh',$$

y reemplazando en la fórmula, tenemos:

$$P.v=\frac{1}{4}.\frac{1000\,Q}{g}\times 2.g.h',$$

y simplificando:

$$Pv=\frac{1}{2}\,1000Q.h';$$

luego h' es aquí la altura total H y por consiguiente:

$$P.v=\frac{1}{2}.1000Q.H \qquad (\text{n.}^\circ\ 34)$$

540. En resúmen de lo espuesto en los párrafos anteriores se deduce que la fuerza en caballos de vapor F desarrollados por una rueda de paletas planas (figura 448) debe espresarse teóricamente por:

$$F=\frac{\frac{1}{2}.1000.Q.H}{75} \qquad (\text{n.}^\circ\ 35)$$

representando Q el volúmen del agua escurrido en un segundo y espresado en metros cúbicos, y H la altura en metros, desde la superficie del canal al centro del orificio.

Las fórmulas núms. 34 y 35 hacen ver que con este sistema de rueda, el mayor trabajo posible es igual á la mitad del trabajo absoluto del agua.

El uso de este sistema de motor hidráulico, es, pues, muy desventajoso teóricamente, y todavia más desventajoso en la práctica, pues hay que tener en cuenta las pérdidas ocasionadas por el juego que hay que dejar á los cubos en el canal, juego que varia de 0'01^m á 0'03^m.

541. Se han hecho numerosos esperimentos para establecer la relacion entre el trabajo teórico y el trabajo práctico, y pueden resumirse así:

1.° El coeficiente, cuya fórmula teórica n.° 32 debe estar afectada para espresar el trabajo práctico, varia de 0'64 á 0'65 para las ruedas que tienen poco juego en su carrera.

2.° La velocidad de la rueda, para el máximum de efecto, debe ser próximamente los 0'45 de la velocidad del agua afluente y puede variar entre límites bastantes estensos, sin que el efecto útil disminuya sensiblemente.

3.° Las pérdidas de fuerza viva en los canales de arriba son muy considerables y es preciso emplear todos los medios posibles para disminuirlas, tales como la inclinacion de las compuertas, su aproximacion á las ruedas y la disminucion de la contraccion del orificio.

De las observaciones anteriores se deduce que para las ruedas que tienen poco juego en su canal, la fórmula de aplicacion resulta, designando por T el trabajo, en kilográmetros, desarrollado en un segundo de tiempo:

$$T=66'2\times Q.(V-v).v \qquad (\text{n.}^\circ\ 36)$$

espresando V y v los mismos elementos que en la fórmula n.° 32.

La fuerza F en caballos de vapor seria:

$$F=\frac{66'2\times Q.(V-v).v}{75}\ldots. \qquad (\text{n.}^\circ\ 37)$$

Para las ruedas que tienen de 2 á 3 centímetros de juego en su canal, se toma 0'60 para coeficiente práctico y la fórmula de aplicacion resulta:

$$T=61.Q.(V-v).v \qquad (\text{n.}^\circ\ 38)$$

y en caballos de vapor F:

$$F=\frac{61.Q.(V-v).v}{75} \qquad (\text{n.}^\circ\ 39)$$

542. *Caso en que la rueda tiene un juego considerable en su canal* (fig. 422).—Sean L la anchura del canal; l la anchura de la rueda; h la altura del agua en el canal; i el juego debajo de la rueda; Q el volúmen de agua en metros cúbicos, gastado por el orificio en un segundo; A la superficie de la seccion mojada del canal espresada en metros cuadrados y V la velocidad de llegada del agua en metros por segundo.

Tenemos:

$$A.V=Q,$$

de donde:

$$A=\frac{Q}{V};$$

y el área de la seccion mojada es todavia igual á $L\times h$ y por consiguiente:

$$L\times h=\frac{Q}{V},$$

de donde:

$$h=\frac{Q}{VL};$$

h es pues conocida y por lo demás se podria hallar esta altura sin cálculos, por el sondeo. Se puede entonces determinar la altura i, debajo de la rueda en el fondo del canal; la altura mojada de los cubos es, pues, $h-i$; y $(h-i).l$ es el área mojada que designaremos por a. Una vez determinada esta cantidad a, el volúmen de agua que obrará útilmente en la rueda será a . V, y la fórmula teórica resultará:

$$P.v = \frac{1000}{9'81} a . V . (V-v) . v \qquad (n.^o\ 40)$$

543. En la práctica se afecta la fórmula teórica número 40 del coeficiente de correccion 0'75 y se tiene para espresar el trabajo T en kilográmetros por segundo:

$$T = 0'75 . \frac{1000}{9'81} a . V . (V-v) . v \qquad (n.^o\ 41)$$

siendo a la superficie de la parte sumergida en los cubos espresada en metros cuadrados.

Y en caballos de vapor F:

$$F = 0'75 . \frac{1000}{9'81 \times 75} . a . V . (V-v) . v \qquad (n.^o\ 39)$$

544. *Resúmen de las condiciones que debe llenar una rueda de paletas planas:*

1.° Velocidad en la circunferencia de la rueda igual á los 2/5 de la velocidad de afluencia del agua.

2.° Caida máxima de agua 1'50^m; debajo de este límite: el choque es violento y hay gran pérdida de fuerza.

3.° El diámetro de la rueda puede variar de 3 á 10 metros sin que el rendimiento (§ 323) haya disminuido de una manera muy sensible.

4.° La velocidad al tercio próximamente de la anchura de las paletas á partir del borde de la pala, debe ser por lo menos de un metro por segundo.

5.° La pala, en la parte vertical, debe sumergirse una cantidad igual por lo menos á los dos tercios del espesor de la lámina de agua.

6.° La altura de las palas más conveniente se halla entre dos y tres veces la altura del orificio dejado al escurrimiento del agua del canal, para levantar la compuerta medida verticalmente.

7.° La distancia de una pala á otra, medida entre la línea de inmersion sobre una y otra, no debe ser mayor que una vez y media la altura de la misma pala.

8.° Un juego de dos centímetros entre el fondo del canal y la pala y el mismo juego en los lados de la pala, dan una condicion de buena utilidad.

9.° Por la inclinacion de la compuerta conducir el agua lo más cerca posible del tercio de la anchura de la pala á partir de la circunferencia esterior.

545. *Ruedas de paletas planas encajadas en canales circulares ó ruedas de lado* (fig. 423).—Estas ruedas están construidas como las anteriores, únicamente que el canal encaja una parte de la rueda y el juego sobre los lados y en el fondo del canal varia de 4 á 10 milímetros; varia de 4 ó 5 milímetros para las ruedas de madera, y de 1 milímetro para las ruedas de fundicion y de hierro. El canal circular en el cual está encajada la rueda está terminado por una especie de grada ó resalto de 0'25 á 0'30^m de altura para facilitar la salida del agua en el canal de huida cuando ha producido su efecto en la rueda. Es preferible prolongar el canal por un plano inclinado de cerca 1/12.

546. Hay dos clases de ruedas de lado en cuanto á la manera de recibir el agua; las unas están cargadas por el agua, escapándose por un orificio cuya abertura está graduada por medio de una compuerta V (fig. 420), y las otras están cargadas por el líquido que cae de A en las palas cuando se baja la compuerta V por medio de un sistema cualquiera gV, sistema llamado de vertedero (fig. 423). Las ruedas de lado al recibir el agua del vertedero dan mejores resultados que las que la reciben cuando llega por debajo del canal, porque entonces el agua obra no solamente por impulsion, sino tambien en virtud de su peso hasta debajo del canal. Las caidas varian entre 1'25 y 2'50^m; y se utilizan perfectamente con este sistema de motores hidráulicos. Se obtiene el trabajo útil T de las ruedas de lado, aplicando la fórmula práctica muy aproximada:

$$T = 0'75 . Q . h . 1000 \qquad (n.^o\ 43)$$

indicando h la altura de caida total espresada en metros, Q el número de metros cúbicos de agua gastada por segundo y espresada en metros cúbicos.

547. *Influencia de la direccion de las palas.*—Las ruedas tienen las palas ya en sentido del radio ya inclinadas, de manera que se presenten casi horizontalmente delante del orificio. La esperiencia ha demostrado que esta última disposicion no ofrecia ninguna ventaja bajo la relacion del trabajo utilizado, y complicaba únicamente la construccion.

En ciertas ruedas motrices se coloca en el fondo de las paletas un plano inclinado, que forma un ángulo obtuso con la paleta y con el fondo de la rueda, con objeto de disminuir la pérdida de fuerza viva que se produce al introducir el agua; en cuyo caso, como en el anterior, se ha complicado inútilmente la construccion.

548. *Hallar la velocidad de llegada del agua sobre los receptores hidráulicos. Construccion de la curva parabólica descrita por el filete fluido medio.*—El filete fluido medio (fig. 424) es el que parte del punto m, centro de figura del orificio. Sigue una direccion mn paralela á ut y llega á n; cada una de sus moléculas se halla animada por una velocidad V en la prolongacion de

mn. Tomemos nk=V y descompongamos esta velocidad en otras dos nr y np, la primera horizontal y la otra vertical; designemos estas dos velocidades por H y H'; por α el ángulo que forma el fondo ut del canal con el horizonte, por h la inclinacion total us, y por L la longitud ut del canal.

Considerando el triángulo rectángulo ust, tenemos $h=\mathrm{L}$ sen α, de donde: sen $\alpha=\frac{h}{\mathrm{L}}$, y por consiguiente, el ángulo α queda determinado, conociendo este ángulo que es igual á los ángulos knr y pkn, tendremos, considerando el triángulo pnk:

$$nr \text{ ó } pk \text{ ó } \mathrm{H}=\mathrm{V}.\cos\alpha$$

y:

$$np \text{ ó } \mathrm{H}'=\mathrm{V}.\operatorname{sen}\alpha.$$

Supongamos ahora que una molécula de agua, parte del punto n, se mueve horizontalmente durante un tiempo elemental T; el movimiento en este sentido podrá considerarse como uniforme, y tendremos x ó el camino recorrido durante el tiempo T que será:

$$x=\mathrm{V}.\cos\alpha.\mathrm{T}, \qquad (\text{n.}^\circ\ 41)$$

de donde se deduce:

$$\mathrm{T}=\frac{x}{\mathrm{V}.\cos\alpha}.$$

Designemos por y el camino recorrido por la misma molécula de agua en el sentido de la vertical y durante el mismo tiempo elemental T, y busquemos el valor de y; en cuyo caso, á la velocidad H' se añadirá la gravedad, el movimiento será uniformemente acelerado y tendremos:

$$y=\mathrm{H}'.\mathrm{T}+\frac{1}{2}g.\mathrm{T}^2.$$

Ahora bien:

$$\mathrm{H}'=\mathrm{V}.\operatorname{sen}\alpha; \quad \mathrm{T}=\frac{x}{\mathrm{V}.\cos\alpha},$$

luego:

$$y=\mathrm{V}.\operatorname{sen}\alpha.\frac{x}{\mathrm{V}.\cos\alpha}+\frac{1}{2}g.\frac{x^2}{\mathrm{V}^2.\cos^2\alpha};$$

simplificando y reemplazando $\frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha}$ por su valor tang α, tendremos:

$$y=x.\operatorname{tang}\alpha+\frac{1}{2}.\frac{gx^2}{\mathrm{V}^2.\cos^2\alpha} \qquad (\text{n.}^\circ\ 45)$$

Con las fórmulas n.° 44 y n.° 45 se puede construir la curva que describe el filete fluido, procediendo de la manera siguiente:

Se busca el valor de x durante un tiempo cualquiera con la fórmula n.° 44; se lleva este valor de n al punto 1 y se eleva una perpendicular á nr; se busca el valor correspondiente de y y se lleva esta longitud del punto 1 al punto 1'; este punto 1' es uno de los puntos de la curva; se hace lo mismo con los puntos 2, 3, etc. y se obtienen los puntos 2', 3', etc.; se hace pasar una curva por todos los puntos así obtenidos, y se tiene la curva descrita por el filete de agua medio. Esta curva es una parábola, como indica la ecuacion n.° 45, en la cual y es proporcional al cuadrado de x; encuentra á la circunferencia exterior de la rueda en el punto O, que es el punto de introduccion del agua en la rueda. Se mide la distancia de este punto O al nivel superior del agua en el depósito, y esta altura sirve para hallar la velocidad de llegada del agua sobre la rueda hidráulica por la fórmula $\mathrm{V}=\sqrt{2g.h}$.

Si el orificio fuese de vertedero, lo que sucede más amenudo, el ángulo α seria nulo, tang α igualaria á cero y cos $\alpha=1$; y reemplazando en las fórmulas n.° 44 y n.° 45 tendríamos:

$$x=\mathrm{V}\times 1\times\mathrm{T}=\mathrm{VT}$$

de donde:

$$\mathrm{T}=\frac{x}{\mathrm{V}};$$

$$y=x\times o+\frac{gx^2}{2\mathrm{V}^2\times 1},$$

y reduciendo:

$$y=\frac{gx^2}{2\mathrm{V}^2},$$

Dése ahora una rueda cuyo centro sea O (fig. 425); la curva parabólica descrita por el filete medio es xx', el punto a será el punto de introduccion del agua: llamemos V la velocidad de introduccion del agua y representémosla por la longitud am sobre la tangente á la parábola en el punto a; descompongámosla enseguida en otras dos, an tangente á la circunferencia de la rueda, ak en la direccion del centro O y llamemos α el ángulo formado por la tangente á la rueda y por la tangente á la parábola: considerando el triángulo rectángulo mna, tenemos:

$$na=\mathrm{V}.\cos\alpha, \text{ y } ak=\mathrm{V}.\operatorname{sen}\alpha.$$

Esta última componente V sen α queda destruida por la resistencia del punto fijo O: siendo V . cos α la componente en el sentido de an, y v la velocidad de la rueda, resulta que el agua marchando con la misma velocidad que la rueda, habrá perdido una parte de su velocidad propia, representada por $V \cdot \cos\alpha - v$; la velocidad perdida por el agua al entrar será, pues, la resultante de las velocidades componentes $V \cdot \cos\alpha - v$ y $V \cdot \operatorname{sen}\alpha$ ó la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos lados son estas dos componentes. Tenemos pues:

$$u^2 = (V \cdot \cos\alpha - v)^2 + (V \cdot \operatorname{sen}\alpha)^2.$$

El agua deja enseguida la rueda con la velocidad v, después de haber recorrido con la rueda la altura a y desarrollado el trabajo $M \cdot g \cdot h$.

549. Tomemos primero la fórmula general n.° 28:

$$P \cdot v = \frac{1}{2} M \cdot V^2 + M \cdot g \cdot h \cdot \frac{1}{2} M \cdot u^2 - \frac{1}{2} M w^2,$$

y apliquémosla al caso que nos ocupa. El agua llega con una velocidad V y una fuerza viva $M \cdot V^2$, que representa un trabajo $\frac{1}{2} M \cdot V^2$; marcha enseguida con las ruedas dando un trabajo $M \cdot g \cdot h$; á su introduccion pierde en velocidad $V \cdot \operatorname{sen}\alpha + V \cos\alpha - v$ y sale con la velocidad v.

La fórmula general n.° 28 aplicada á este caso se convierte despues de la simplificacion y efectuando los cálculos indicados:

$$P \cdot v = M \cdot g \cdot h - M \cdot v^2 + M \cdot V \cdot v \cdot \cos\alpha.$$

y colocando M y v en factor comun en los dos últimos miembros se tiene:

$$P \cdot v = M \cdot g \cdot h + M \cdot (V \cdot \cos\alpha - v) \cdot v.$$

Esta ecuacion sólo difiere de la de las ruedas de debajo por el término $M \cdot g \cdot h$, debido al trabajo desarrollado por el agua desde el punto de introduccion al punto de salida.

Remplazando M por su valor $\frac{P}{g}$ ó $\frac{1000\,Q}{g}$, resulta finalmente para expresion teórica del trabajo T en kilográmetros, desarrollado en un segundo de tiempo:

$$T = 1000\,Q \cdot h + \frac{1000 \cdot Q}{g} (V \cdot \cos\alpha - v) \cdot v.$$

Como para las ruedas inferiores, es preciso, para las ruedas de lado, á fin de que el trabajo sea lo mayor posible, que el producto $(V \cdot \cos\alpha - v) \cdot v$ lo sea tambien, ó en otros términos, que $v = \frac{1}{2} V \cdot \cos\alpha$.

Si se pudiese hacer nulo el ángulo α, se tendria $\cos\alpha = 1$ y $V = \frac{1}{2} V$, y la fórmula seria entonces:

$$T \text{ ó } Pv = 1000\,Q \cdot h + \frac{1000\,Q}{g} \cdot \left(V - \frac{V}{2}\right) \cdot \frac{V}{2},$$

ó

$$P \cdot v = 1000\,Q \cdot h + \frac{1000\,Q}{g} \cdot \frac{V^2}{4};$$

y V es la velocidad debida á la altura h' medida del nivel del depósito al punto en que el agua encuentra la rueda, y es igual á $\sqrt{2\,g \cdot h}$. Reemplazando, en la fórmula, V^2 por su valor $2\,gh'$, resultará:

$$P \cdot v = 1000\,Q \cdot h + \frac{1000\,Q}{g} \cdot \frac{2gh'}{4},$$

ó bien

$$P \cdot v = 1000\,Q \cdot h + 1000\,Q \cdot \frac{h'}{2}.$$

Poniendo 1000 Q factor comun, se tendrá en último lugar:

$$P \cdot v = 1000\,Q \cdot \left(h + \frac{h'}{2}\right).$$

Esta fórmula demuestra que, aun en las condiciones más ventajosas, el trabajo teórico es siempre menor que el trabajo absoluto del agua, pues la suma $h + \frac{h'}{2}$ es siempre menor que H. Si admitimos que no haya ninguna pérdida de fuerza viva, en el trayecto del agua del orificio al punto de llegada sobre la rueda, lo que daria $h + h' = H$, seria preciso, para llegar al trabajo absoluto del agua, que $h' = h$, pues entonces la fórmula seria $P\,v = 1000\,Q \cdot h$; pero si $h' = 0$, se tiene tambien $V = 0$ y por consiguiente $v = 0$, es decir, que la rueda no daria vueltas. La condicion $h' = 0$, es pues, imposible de satisfacer.

550. Es fácil deducir de lo que antecede que el trabajo teórico aumentará á medida que la altura h' disminuya, ó en otros términos que para una rueda llamada de lado se debe tomar el agua lo más cerca posible de la superficie del depósito; y por consiguiente tener una compuerta de vertedero y dar á la rueda una pequeña velocidad. La velocidad media de ruedas de lado debe ser un metro por segundo.

551. Numerosos esperimentos se han hecho para hallar la relacion entre el trabajo teórico y el trabajo práctico de las ruedas de lado; los resultados obtenidos son los siguientes:

1.° Para las ruedas con carga en el vértice del orificio por el cual se verifica el desagüe (fig. 420) el coeficiente de correccion á que debe estar afecta la fórmula del trabajo teórico es o'756, y por consiguiente para la fórmula práctica se tiene T trabajo en kilográmetros por segundo:

$$T=756\,Q\,.\left(h+\frac{(V\cos\alpha-v)v}{9'81}\right)\qquad (n.^{\circ}\ 46)$$

Divídase por 75 para tener la potencia en caballos de vapor.

2.° Para las ruedas con compuerta de vertedero (fig. 423) el coeficiente de correccion es o'797 y por consiguiente la fórmula práctica es:

$$T=797\,Q\,.\left(h+\frac{(V\cos\alpha-v)v}{9'81}\right)\qquad (n.^{\circ}\ 47)$$

Dividir por 75 para tener la potencia en caballos de vapor.

552. Se ha reconocido que la velocidad en la circunferencia esterior podia sin inconveniente alcanzar $1'50^{m}$ y 2 metros, mientras que otras veces se limitaba esta velocidad á un metro ó $1'30^{m}$ á lo más.

Las dos fórmulas prácticas de arriba solo son aplicables cuando los cangilones están llenos hasta su mitad ó á los dos tercios á lo más; si se escede de este límite, el coeficiente de correccion solo debe ser o'60, y el coeficiente debe disminuir á medida que el volúmen de agua gastada aumenta.

553. *Hallar la cantidad de agua comprendida entre dos paletas consecutivas.*—Sea v la velocidad de la rueda, e la separacion entre dos paletas consecutivas, Q el volúmen de agua gastada en un segundo, n el número de paletas que pasan delante del orificio durante este mismo tiempo y q la cantidad buscada.

Si v es la velocidad por segundo y e la separacion de las paletas, tenemos:

$$n=\frac{v}{e};$$

ahora bien, q es la cantidad de agua que sale en un segundo, y n el número de paletas durante el mismo tiempo, luego:

$$\frac{Q}{n}=q;$$

reemplazando n por su valor $\frac{v}{e}$, se tiene:

$$\frac{Q}{\frac{v}{e}}=q \text{ ó } q=\frac{Q\,.\,e}{v}.$$

554. *Resúmen de las condiciones que deben tener las ruedas de paletas planas encajadas en un canal circular.*

1.° Los saltos de agua de $1'25^{m}$ á $2'50^{m}$ son muy convenientes.

2.° La velocidad en la circunferencia esterior, es decir, el camino recorrido en un punto de esta circunferencia durante un segundo, debe permanecer entre 1 metro y $1'50^{m}$.

3.° El radio debe ser tal, que el árbol de la rueda esté situado á 40 centímetros por lo ménos encima del nivel en el canal de llegada.

4.° La anchura de una paleta ó de la rueda debe calcularse segun el volúmen de agua Q gastado por segundo, y la altura h ó espesor de la lámina de agua que cae del depósito, es decir, por el descenso de la compuerta debajo del nivel de arriba, aumentado en $^1/_4$. Para esto se divide por el coeficiente de gasto dado por las tablas para una altura a de la lámina de agua (véase el cuadro pág. 330) el volúmen de agua Q en metros cúbicos, gastado por segundo.

Ejemplo. El volúmen de agua Q es de 400 litros; el descenso b de la compuerta debajo del nivel de arriba es de $0'32^{m}$ ¿cuál es la anchura L de la pala ó de la rueda?

$$b=0'32^{m}+\frac{1}{4}\text{ de }0'32^{m}=0'40^{m}.$$

K el coeficiente de gasto, segun la tabla, es de o'4538 para una altura de o'40.

Se tendrá pues:

$$L=\frac{Q}{K}=\frac{0'400}{0'4538}=0'88^{m}.$$

5.° La separacion de los cubos debe ser de o'30 á $0'40^{m}$ si la corriente de agua no está sujeta á grandes variaciones, y de 40 á 50 en el caso contrario.

6.° La profundidad de los cubos debe ser igual á su separacion, y deben colocarse agujeros hechos en el fondo de la corona para el escape del aire.

555. *Ruedas inferiores de paletas curvas, llamadas ruedas á la Poncelet* (fig. 426).

Las ruedas de paletas planas reciben el agua por debajo, solo utilizan una pequeña parte del trabajo absoluto del motor, y bajo este punto de vista son de uso muy desventajoso. Pero por otro lado tienen gran velocidad y necesitan poca anchura.

El escaso rendimiento de estos motores hidráulicos es debido á la pérdida de fuerza viva á la llegada de la masa líquida sobre los cubos y á la velocidad que conserva esta masa líquida á su salida.

La rueda á la Poncelet (fig. 426) corrije en gran parte estos defectos sin sacrificar la ventaja de una marcha rápida.

En la primera disposicion adoptada por Poncelet, el canal, á partir de la compuerta, está formado por un plano inclinado de $\frac{1}{10}$ á $\frac{1}{12}$; este plano inclinado CD es tangente á una porcion de circunferencia CK concéntrica con la rueda y cuyo desarrollo es un poco mayor que la distancia entre dos paletas consecutivas.

El canal se termina por un resalto de 0'25 á 0'30^{m} para facilitar la salida del agua en el canal de salida.

La compuerta está inclinada y aproximada todo lo posible á la rueda, para evitar la pérdida de fuerza viva en el canal. Esta inclinacion de la compuerta es de 1 de base por 2 de altura ó de 1 de base por 1 de altura segun las disposiciones locales.

La parte inferior del orificio está al nivel del fondo del depósito y los lados laterales están unidos á las paredes del depósito, por curvas que tienden á disminuir todo lo posible la contraccion de la vena fluida.

556. *Teoría de las ruedas á lo Poncelet.*—Tomemos la ecuacion general n.° 29:

$$P.v=\frac{1}{2}M.V^2+M.g.h-\frac{1}{2}M.u^2-\frac{1}{2}M.w^2.$$

Desde luego, el término $M.g.h$ desaparece, puesto que la rueda recibe el agua por debajo y queda:

$$P.v=\frac{1}{2}M.V^2-\frac{1}{2}M.u^2-\frac{1}{2}M.w^2.$$

Supongamos ahora que el cubo es tangente á la circunferencia de la rueda y tomemos tambien el filete fluido que llega tangencialmente á la rueda y al cubo por consiguiente.

La velocidad V de afluencia y la velocidad v de la rueda y del cubo, están dirigidos en el mismo sentido, puesto que la tangente es comun al cubo y á la circunferencia de la rueda; no hay, pues, choque y la velocidad $u=0$.

El agua se introduce, pues, en el cubo sin choque y la velocidad en el cubo es $V-v$.

En virtud de esta velocidad $V-v$, el agua resbalará en el cubo, elevándose; pero la gravedad y la fuerza centrífuga disminuirán esta velocidad y acabarán por destruirla completamente; entonces, en virtud de estas mismas fuerzas, el agua volverá á descender sobre el cubo con movimiento uniformemente acelerado, y llegado al estremo, habrá adquirido la misma velocidad que tenia á su entrada, salvo la pérdida por la resistencia del frotamiento sobre el cubo. La velocidad de salida del agua sobre el cubo será, pues, $V-v$ en sentido opuesto al movimiento de la rueda. Pero la rueda tiene una velocidad v, y por consiguiente, la verdadera velocidad de salida del agua es $V-v-v=V-2v$.

En estas condiciones, relativas á un solo filete que sube y baja durante un pequeño movimiento de la rueda, el efecto teórico estará dado por la fórmula

$$P.v=\frac{1}{2}M.V^2-\frac{1}{2}M.(V-2v)^2$$

que se reduce á

$$P.v=2M(V-v).v=2000Q\left(\frac{(V-v).v}{g}\right) \quad (\text{n.° } 48)$$

es decir, que para estas ruedas el trabajo teórico será doble del trabajo teórico desarrollado por las ruedas inferiores de paletas planas.

Para obtener el máximum de efecto, es preciso todavia como para las ruedas inferiores de paletas planas, que el producto $(V-v)\,v$ sea la mayor posible, ó en otros términos, que $V-v=v$ ó $V=2v$ ó $V=\frac{V}{2}$.

Reemplazando en la fórmula n.° 48 v por $\frac{V}{2}$, se tiene:

$$P.v=2M.\left(V-\frac{V}{2}\right).\frac{V}{2},$$

ó efectuando los cálculos indicados:

$$P.v=2M.\left(\frac{V^2}{2}-\frac{V^2}{4}\right),$$

y reduciendo:

$$P.v=M.V^2-\frac{1}{2}M.V^2=\frac{1}{2}M.V^2.$$

Ahora bien

$$V^2=2g.H,$$

y reemplazando se tiene:

$$P.v=\frac{1}{2}M\times 2g.H=M.g.H;$$

$$M=\frac{P}{g}; \quad P=1000Q,$$

Siendo Q el volúmen de agua gastado en 1 segundo, reemplacemos, en la última fórmula, M por su valor $\frac{P}{g}$ ó $\frac{1000Q}{g}$, y tendremos:

$$P.v=\frac{1000Q}{g}.g.H=1000Q.H; \quad (\text{n.° } 49)$$

Lo que demuestra que si consideramos solamente un filete tangente á la rueda, el efecto teórico es igual al trabajo absoluto del motor.

Pero considerando una vena fluida de cierto espesor, es evidente que las cosas no pasan de la misma manera que para un solo filete; y además es imposible hacer los cubos tangentes á la circunferencia de la rueda, pues su convexidad chocaria con la vena fluida atravesándola, y entre dos cubos consecutivos el paso seria demasiado estrecho para la introduccion y salida del agua. Así se da al ángulo de los cubos con la circunferencia de la rueda una abertura de 25 á 30°.

Por otro lado, los filetes fluidos entran sucesivamente en los cubos, siendo los primeros empujados por los segundos, y el descenso del agua no puede hacerse regularmente más que cuando el agua cesa de afluir entre las paletas.

557. *Trazado de las paletas de las ruedas á lo Poncelet* (fig. 427).—Para facilitar la entrada y la salida del agua, se trazan las paletas de la manera siguiente:

Por el centro de figura *o* del orificio por el cual debe verificarse la salida del agua del canal, se traza *op* paralela al fondo del canal, y á partir del punto *m*, en que esta línea encuentra la circunferencia exterior de la rueda, se lleva una longitud *mp* igual á la velocidad V de afluencia del agua; por este mismo punto *m*, se marca sobre la tangente á la circunferencia de la rueda, una longitud *mq* igual á la velocidad de la rueda que debe ser ordinariamente los 0'55 de *mp*; se termina enseguida el paralelógramo *mqpn* y el lado *mn* da la direccion que debe tener el último elemento de la curva de la paleta para que el agua penetre sin choque. Por el punto *m*, se traza *mk* perpendicular á *mn* y el centro del arco del círculo que forma el cubo se halla sobre esta perpendicular *mk*; se toma el radio de este arco de círculo tal que el ángulo formado por la paleta y la circunferencia de la rueda, es decir el ángulo α sea igual á 25 ó 30° á lo más.

De este modo no hay choque á la entrada del agua en las paletas más que por el filete que hemos considerado, pues los otros filetes encuentran á la rueda bajo ángulos que difieren tanto más del formado por este filete, cuanto más alejados están de este.

558. *Nuevo trazado de las ruedas de paletas curvas* (fig. 428).—Poncelet ha introducido varias modificaciones en el trazado de las ruedas de paletas curvas, adoptado primitivamente. El canal sobre todo ha esperimentado notables cambios; así, el resalto AR debajo de la rueda en lugar de estar colocado arriba de la vertical *o*N pasando por el centro *o*, se halla arriba á una distancia RN tanto más considerable cuanto mayores sean el radio de la rueda y la altura de caida; y esta distancia puede ser de 0'30^m para las ruedas de 1'50^m de radio y los pequeños saltos de agua, y de 0'40^m ó 0'45^m para los radios mayores que 1'50^m y para las caidas de 1 metro ó más.

Determinado el borde A del resalto, se traza el arco de círculo AB, cuya longitud escede de 0'05^m próximamente, la distancia entre dos paletas consecutivas. Del punto B hasta el orificio, en lugar de tener un plano inclinado como en el primer trazado, se tiene una curva que se traza de la manera siguiente (fig. 428).

Por el punto B tracemos una línea BC que forme con el radio *o*B un ángulo de 25° por el lado de arriba; por el mismo punto B tracemos una tangente B*b* á la circunferencia exterior de la rueda y tomemos sobre esta tangente una longitud cualquiera B*b*.

Por el mismo punto B tracemos una perpendicular B*d* á BC y desde este mismo punto B como centro, con un radio igual á 2B*b* tracemos un arco de círculo que cortará *be* paralelo á B*d* en el punto *e;* unamos el punto B al punto *e* y ésta línea B*e* será la direccion que es preciso dar á la velocidad V del agua afluente para que el líquido llegue sin choque sobre el primer elemento de la curva de la paleta, que tiene su centro colocado en la línea BC.

559. *Trazado del canal.*—La direccion del filete fluido que alcanza el primer elemento de la curva una vez determinado, es preciso llegar á que todos los filetes que forman la vena fluida vayan á encontrar la circunferencia exterior de la rueda bajo el mismo ángulo, lo que no sucede dando al canal forma plana. He aquí como se procede:

Por el punto B se traza una recta BE perpendicular á B*e*; sobre esta recta y desde el centro *o* se baja una perpendicular *o*E y se describe la circunferencia cuyo radio es esta línea *o*E; se desarrolla esta circunferencia partiendo del punto E y el punto B de la tangente EB describe la curva del fondo del canal. Este canal se llama envolvente de círculo (§ 356).

Es evidente que todos los filetes de la vena fluida describirán envolventes de círculo paralelos á la curva del fondo y que encontrarán á la circunferencia de la rueda, y por consiguiente el borde de las paletas bajo el mismo ángulo.

560. Despues de haber trazado el fondo del canal veamos como se une con la base del orificio.

Tomemos sobre la circunferencia de radio *o*E y á partir del punto E un arco EF igual en longitud á la altura del orificio ó al espesor de la vena fluida; tracemos la tangnte FG al círculo de radio *o*E, esta tangente determina el punto G donde el filete superior encuentra la circunferencia exterior de la rueda; y para que esto sea, es preciso que el fondo del canal esté bastante prolongado por el lado de arriba á fin de que la vena fluida haya tomado la direccion de la envolvente antes de llegar á este punto G; es preciso, pues, que el canal se prolongue de H á I, de 0'20^m á 0'25^m al menos. A partir del punto I se hace la union con la base del orificio.

He aquí como se procede:

Por el punto I tracemos la tangente al círculo desarrollado de radio oE; tracemos IK perpendicular á ésta tangente MI, que encuentra el fondo KL del radiario en el punto K; dividamos el ángulo IKL en dos partes iguales por la recta KM que encuentra la tangente MI en el punto M. Este punto M es el centro del arco del círculo que, descrito con el radio MI, une el fondo del canal con el radio de arriba.

561. *Trazado del canal en espiral de Arquímedes* (fig. 429).—Tracemos una tangente á la circunferencia exterior de la rueda que esté inclinada $^1/_{10}$ sobre la horizontal y tracemos una paralela á esta tangente, á una distancia igual al espesor que se quiere dar á la lámina de agua; sea *ca* la tangente cuyo punto de contacto está en *a* y *br* la paralela á esta tangente; unamos el centro *o* al punto *b* y prolonguemos hasta el encuentro de *ca*, en el punto *c*.

Los puntos *c* y *a* son los dos extremos de la espiral, y para tener los puntos intermedios, he aquí como se procede: dividamos el arco *ab* y la línea *bc* en un mismo número de partes iguales, en 4 partes por ejemplo; unamos el centro *o* á los puntos 1′ 2′ y 3′; estas lineas prolongadas encuentran los arcos de círculo descritos desde el punto *o* como centro, y pasando por los puntos 1, 2 y 3 á los puntos 1″, 2″ y 3″, que son puntos de la espiral; haciendo pasar una curva por todos estos puntos se tiene el trazado del fondo del canal. Se une el canal con el radiario de arriba de la misma manera que en la fig. 428. Hecho esto, falta trazar el cubo ó las paletas de modo que se evite el choque del agua al introducirse en la rueda.

Sabemos que para el máximum de efecto es preciso que v, la velocidad de la rueda, sea 0'55 de V, la velocidad del agua afluente. Tracemos la tangente á la espiral en el punto *a*. (Para trazar esta tangente *g′i*, tomemos sobre *ac* una longitud *ag* igual al arco *ab* rectificado, tracemos *gg′* perpendicular á *ac* é igual en longitud á *bc*; unamos el punto *g′* al punto *a*, y *g′a* es la tangente á la espiral).

Tomemos sobre la tangente ai=V; es decir la velocidad del agua afluente, sobre la tangente á la rueda; tomemos $ak=v=0'55$. V y terminemos el paralelógramo *akik′*; el lado *ak′* representará la velocidad con la cual el agua se introducirá en las paletas y por consiguiente el primer elemento de las paletas debe tener la direccion *ak′*; tracemos *ao′* perpendicular á *ak′* y sobre esta perpendicular tomemos, como centro del cubo un punto *o′* tal, que el ángulo formado por el cubo y la circunferencia interior de la rueda sea muy poco menor que el ángulo recto.

562. *Otro trazado de paletas.*—El centro de las paletas por el método anterior, se obtiene por tanteos; vamos ahora á determinar este centro de una manera exacta. El problema que hay que resolver es este: Inscribir entre dos circunferencias concéntricas un arco de círculo que forme con estas dos circunferencias ángulos dados.

Supongamos el problema resuelto y sean *ab* (fig. 430) el arco buscado, *d* su centro, α el ángulo formado con la circunferencia exterior, β el ángulo formado con la circunferencia interior, R y R′ los radios de las circunferencias concéntricas y r el radio del arco *ab*.

Unamos el centro o á los puntos *a*, *b* y *d* y el punto *d* á los puntos *a* y *b*.

El triángulo *oda* nos da:

$$\overline{od}^2=r^2+R^2-2R\,.\,r\,.\cos\alpha,$$

pues el ángulo *dao*=ángulo *qat* ó α. (Estos dos ángulos tienen en efecto sus lados perpendiculares entre sí).

El triángulo *odb* nos dá tambien:

$$\overline{od}^2=r^2+R'^2-2R'.\,r\cos obd;$$

y el ángulo *obd* tiene sus lados perpendiculares entre sí con el ángulo β, y la abertura de estos ángulos, siendo de sentido contrario, son suplementarios y *obd*=2 rectos—β; por consiguiente,

$$\cos\beta=-\cos obd;$$

reemplazando tendremos:

$$od^2=R'^2+r^2+2R'.\,r\cos\beta.$$

Dos cantidades iguales á una tercera son iguales entre sí; luego:

$$R^2+r^2-2R\,.\,r\cos\alpha=R'^2+r^2+2R'.\,r\cos\beta;$$

y simplificando, se tiene:

$$R^2-R'^2=2r.\,(R'\cos\beta+R\,.\cos\alpha),$$

de donde:

$$r=\frac{R^2-R'^2}{2.(R'\cos\beta+R\cos\alpha)},\qquad \text{(n.° 50)}$$

valor del radio del arco que forma la paleta.

Apliquemos esta fórmula á una construccion gráfica: Desde luego $R^2-R'^2$ es el cuadrado del lado de un triángulo rectángulo cuya hipotenusa es R, y R′ el otro lado; si trazamos, pues, del punto *a* la tangente *am* á la circunferencia interior, tendremos, considerando el triángulo rectángulo *amo*:

$$\overline{am}^2=\overline{ao}^2-\overline{mo}^2=R^2-R'^2.$$

R cos α es el lado de un triángulo rectángulo cuya hipotenusa es R y α el ángulo adyacente; si, pues, del punto *o* se baja la perpendicular *ou* sobre *ax*, el triángulo rectángulo *auo* dá la relacion

$$au=R\cos\alpha.$$

Para tener el valor de R′cos β, hagamos á partir del punto *u*, con *ux* un ángulo *xux′* igual á β; tomemos *un* igual á R′ y desde el punto *n* bajemos la perpendicular *nk* sobre *xa*; el triángulo rectángulo *kun* nos dá: $ku=R'\cos\beta$.

Luego:

$$au+uk=R\cos\alpha+R'\cos\beta,$$

$$au+uk=ak=R\cos\alpha+R'\cos\beta,$$

hemos hallado:

$$\overline{am}^2=R^2-R'^2;$$

por consiguiente:

$$r=\frac{\overline{am}^2}{2ak}.$$

Si del punto *a* como centro, describimos el arco de círculo de radio *ak*, este arco de círculo corta la circunferencia interior de la rueda en el punto *s*; si unimos este punto *s* al punto *a* por la línea *as* que corta la circunferencia interior en el punto *v*, tendremos:

$$as : am :: am : av, \text{ ó } ak : am :: am : av;$$

pues la tangente es media entre la secante y su parte exterior; y de la última proporcion se deduce:

$$\overline{am}^2=ak\times av, \qquad av=\frac{\overline{am}^2}{ak}.$$

Hemos hallado para valor de $r=\frac{\overline{am}^2}{2ak}$, y reemplazando $\frac{\overline{am}^2}{ak}$ por *av*, tenemos $r=\frac{a.v}{2}$, y por consiguiente el centro del cubo está determinado llevando sobre la línea *ax* que forma con el radio *oa* un ángulo igual al ángulo α que debe hacer la paleta con la circunferencia exterior, una distancia *ad* igual á $\frac{av}{2}$; el punto *d* es el centro del cubo que hará forzosamente con la circunferencia interior un ángulo igual á β.

Si el ángulo β fuese de 90°, tendríamos cos β = 0, y la fórmula resultaria:

$$r=\frac{R^2-R'^2}{2R\cos\alpha};$$

para hallar el centro del cubo, hágase por el punto *a* (fig. 431) con el radio *ao*, el ángulo *xao* de 30°; se bajaria la perpendicular *ob* sobre *ax*; con *ab* por radio se describiria el arco de círculo *bb′* que corta la circunferencia interior en el punto *b′*; se uniria el punto *b′* al punto *a*, se dividiria *ac* en dos partes iguales y *af* seria el radio de la paleta; se llevaria *ad* = *af* y el punto *d* seria el centro del cubo.

563. *Resúmen de las condiciones que debe tener una rueda á lo Poncelet y de las ventajas que presenta sobre las ruedas de paletas planas.*

1.° Con una pequeña anchura *gasta útilmente* mucha más agua, puede tener una velocidad mayor que cualquier otra rueda vertical y marcha con choques pequeños.

2.° A la salida de la rueda, la velocidad del agua es los 0′50 de la velocidad de introduccion y la velocidad en la circunferencia es los 0′55 de la del agua.

3.° El diámetro D de la rueda está dado por $D=16\times h\times m$ y $D=20'34\times h\times m$ en el caso en que la rueda está sometida accidentalmente á las crecidas de agua hácia arriba; fórmulas en las cuales *h* es la altura en metros del orificio de llegada del agua, y *m* el coeficiente de contraccion, variando de 0′65 á 0′80 (v. § 521) segun la forma del conducto.

4.° La anchura L de la rueda es $h+(h\times0'05)$ para las ruedas de palastro y $h+(h\times0'8)$ para las de madera.

Los numerosos esperimentos hechos sobre las ruedas de paletas curvas han demostrado que la anchura de las coronas debe ser igual al cuarto del diámetro ó á la mitad del radio y que el radio debe estar determinado de manera que la relacion de la capacidad de los cubos al volúmen máximo de agua, sea igual á 1′5 para las corrientes de agua de escasa crecida y á 2 para las corrientes de agua espuestas á grandes crecidas.

5.° La anchura de la corona C medida en el sentido del radio R de la rueda está calculada por la fórmula $C=0'25\times D$.

6.° El trazado de las paletas y el resalto del canal están instalados en condiciones indicadas anteriormente (§ 557). La separacion de una á otra paleta varia de 0′25 á 0′35; en ningun caso debe ser mayor que la menor abertura del orificio de llegada del agua á la rueda.

Rueda de canjilones.

564. Las ruedas de canjilones (fig. 432 á 434) están destinadas á utilizar grandes caidas; se componen de dos coronas C, C′ entre las cuales están intercalados los canjilones G; en el interior un tambor cilíndrico B B′ impide que el agua salga hácia el centro de la rueda.

La distancia entre cada canjilon es de 0'30^{m} á 0'40^{m}. El número de canjilones es siempre un múltiplo del número de los brazos de la rueda. La rueda (fig. 434) tiene 8 brazos y podria tener $8\times12=96$ canjilones ú $8\times4=32$ canjilones.

565. Para trazar los canjilones se divide la circunferencia exterior en tantas partes iguales como canjilones debe haber, y se unen todos los puntos de division en el centro: sean los dos puntos de division a y b (fig. 432) unidos en el centro o; dividamos la parte ad comprendida entre las dos circunferencias en dos ó tres partes iguales, unamos el punto c al punto b y la línea cb es la cara del canjilon, cd es el fondo. Los constructores toman con más frecuencia cd fondo del canjilon, doble de ca, ó en otros términos dividen ad en tres partes iguales, dos de las cuales son para el fondo del canjilon.

566. *Teoria de las ruedas de canjilones.*—El razonamiento que se ha hecho sobre las ruedas de lado encajadas en un canal circular, se aplica á las ruedas de canjilones, y la fórmula que hay que emplear es todavia la del § 549.

$$P.v=1000\,Q.\left(h+\frac{(V.\cos\alpha-v).v}{g}\right).$$

Discutiendo esta fórmula como para las ruedas de lados de paletas planas, reconoceremos que para el máximum de efecto es preciso establecer la relacion $v=\frac{1}{2}V.\cos\alpha$ y que para el máximum de efecto útil absoluto, seria preciso hacer $v=0$, lo que no puede obtenerse, pero indica que el agua debe tomarse todo lo cerca posible del nivel superior del depósito.

567. Los numerosos esperimentos hechos sobre las ruedas de canjilones han demostrado que, para las ruedas cuyos canjilones no están llenos más allá de la mitad de su capacidad y que marchan á pequeña velocidad, es decir, aquellas en que la fuerza centrífuga no tiene bastante influencia para hacer verter el líquido, el coeficiente de correccion era 0'78 y por consiguiente la fórmula resultaba:

$$P.v=780\,Q.\left(h+\frac{(V.\cos\alpha-v).v}{g}\right) \quad (\text{n.° } 51)$$

Si los canjilones estuviesen llenos más allá de la mitad de su capacidad, seria preciso tomar para coeficiente de correccion 0'65 y aun 0'60, y la fórmula seria:

$$P.v=600\,Q.\left(h+\frac{(V.\cos\alpha-v).v}{g}\right); \quad (\text{n.° } 52)$$

la velocidad de la rueda puede variar entre 0'25 y 0'80 de la velocidad del agua afluente, sin que haya diferencia notable en el efecto útil. La velocidad ha podido alcanzar 2'30^{m} sin que la fuerza centrífuga influyese en el trabajo útil de una manera sensible. Si la rueda tuviese gran velocidad, seria preciso tener en cuenta la fuerza centrífuga y en este caso, hé aquí como se calcula el trabajo desarrollado por las ruedas del sistema (fig. 434).

Por efecto de la fuerza centrífuga el nivel del agua en cada canjilon, toma la forma cilíndrica y el centro de curvatura se halla sobre el radio vertical o K de la rueda; la distancia del punto K al punto o está dada por la relacion:

$$oK=\frac{g}{V_1^{2}},$$

siendo V_1 la velocidad angular de la rueda; y si n es el número de vueltas por minuto, tenemos:

$$V_1=\frac{2\pi.n}{60}=\frac{\pi.n}{30},$$

y

$$V_1^{2}=\frac{\pi^2.n^2}{900},$$

luego,

$$oK=\frac{g}{\frac{\pi^2n^2}{900}}=\frac{g\times900}{\pi^2n^2}.$$

siendo g igual á 9'81, tenemos:

$$oK=\frac{9'81\times900}{3'14^{2}\times n^{2}}.$$

El punto K está, pues, determinado, y si desde este punto con K1 por radio, se describe un arco de círculo $1r$, la seccion $1mnpgr$ dará la cantidad de agua contenida en el primer cangilon; describiendo arcos semejantes de círculos con K2, K3, etc., por radio, se tendria la cantidad de agua contenida en cada cangilon.

Como se conoce el gasto de agua y la cantidad que llega á cada cangilon, se puede hallar el punto de la circunferencia de la rueda en que el agua empieza á derramarse fuera; pues si q es la cantidad de agua contenida en un cangilon, y L la anchura de la rueda, el cociente $\frac{q}{L}$ representa la superficie $1mnpgr$ del perfil del cangilon; se buscará por tanteos el punto de la circunferencia en que la superficie $1mnpgr$ sea justamente igual á $\frac{q}{L}$, y este será el punto en que el agua empiece á derramarse.

Se puede hallar por una construccion gráfica el punto en el agua que empieza á derramarse de un canjilon:

Sobre una línea de abcisas (fig. 435) desarrollemos la circunferencia exterior de la rueda é indiquemos los puntos 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, etc., que son los puntos de division 1, 2, 3, 4, etc., de la figura 434; tomemos la ordenada 1-1′ que representa la superficie $1\,mnpgr$ de la misma figura y sobre las ordenadas de los puntos 2, 3, etcétera, tracemos las alturas 2 2′, 3-3′, 4-4′ etc., que representan los perfiles de los cangilones ó las superficies $2m'n'nm1$, etc. En el punto 8 el cangilon no contiene ya agua y la ordenada es nula; unamos los puntos 1′, 2′, 3′, 4′, 5′, 6′, 7′ y 8. La curva así obtenida nos da la ley de derrame del agua.

Si tomamos la altura 1-g (fig. 435) igual á la altura de agua contenida en cada cangilon inmediatamente despues de su paso delante del orificio y trazamos la paralela gx', el punto x' será el punto de la circunferencia exterior de la rueda en que empieza el derrame, y llevando sobre la circunferencia de la rueda (fig. 434) á partir del punto 4 la longitud 4-x, el punto u así obtenido será el punto buscado, y la altura h' será la altura recorrida por el agua, desde el momento en que empiece el derrame hasta aquel en que no haya más agua en el cangilon.

Hecho esto es fácil ver que el trabajo desarrollado por estas ruedas se divide en varias partes:

1.° El trabajo desarrollado antes de que los cangilones empiecen á verterse;

2.° El trabajo variable desarrollado durante el derrame de los cangilones;

3.° El trabajo debido á la variacion de fuerza viva esperimentado por el agua, desde el instante en que llega á la rueda hasta su salida.

568. Este trabajo es, como para las ruedas de pequeña velocidad, el valor

$$\frac{1000\,Q}{g}.(V.\cos\alpha - v)v.$$

Sea q la cantidad de agua que recibe cada cangilon á su paso delante del orificio; este peso de agua habrá desarrollado antes que el cangilon se derrame, un trabajo espresado por $1000\,q.\,h$:

Vamos á buscar el trabajo desarrollado, mientras el agua recorre la altura h', por el peso q que varia, puesto que el cangilon se vacia mientras el agua recorre esta altura h'.

Para esto dividamos la altura h' en un número par de partes iguales, en 6 por ejemplo (fig. 434); proyectemos estos puntos en la circunferencia exterior de la rueda en b', c', d', e', f'; llevemos sobre el desarrollo de la circunferencia exterior (fig. 434) las distancias xb'', $b''c''$, $c''d''$, $d''e''$ $e''f''$, $f''8$ iguales á los arcos ub', $b'c'$, $c'd'$, $d'e'$, $e'f'$, $f'8$ de la fig. 434, y tracemos las ordenadas g_1, g_2. g_3, g_4. g_5, que representarán la cantidad de agua que queda en el cangilon en los puntos b', c', d', e', f', de la fig. 434. Ahora (fig. 436) tomemos una línea $x6$ que sea igual á h' y dividamos esta línea en seis partes iguales: por los puntos de division tracemos las ordenadas iguales á g, g_1, g_2, g_3, g_4, g_5, de la fig. 435: el teorema de Tomás Simpson nos dará enseguida el trabajo buscado y estará espresado por:

$$1000\,\frac{1}{3}\times\frac{h'}{6}.\left[g+2.(g_2+g_4)+4.(g_1+g_3+g_5)\right]; \qquad (\text{n.° } 53)$$

añadiendo el trabajo $1000\,q.\,h$ desarrollado antes que el cangilon empiece á verter, tendremos para suma del trabajo desarrollado por la gravedad:

$$1000\,q.h + \frac{1000}{3}\times\frac{h'}{6}.\left[g+2.(g_2+g_4)+4.(g_1+g_3+g_5)\right].$$

Si n es el número de cangilones que pasan por delante del orificio en un segundo, tendremos para espresion del trabajo T′ desarrollado por la gravedad y por el gasto total de agua Q:

$$T = 1000n.\left[qh + \frac{h'}{3\times 6}.\left(g+2.(g_2+g_4)+4.(g_1+g_3+g_5)\right)\right]$$

y añadiendo á este trabajo el debido á la variacion de fuerza viva, tendremos, en fin, para espresion del trabajo de las ruedas de cangilones á gran velocidad:

$$T = 1000n.\left[qh + \frac{h'}{3 \times 6}.\left(g + 2(g_2 + g_4) + 4.\right.\right.$$
$$\left.\left.(g_1 + g_3 + g_5)\right)\right] + \frac{1000Q}{g}.(V \cos \alpha + v)v.$$

Esta fórmula supone que el agua gastada es admitida en los cangilones superiores de la rueda; y si se satisface esta condicion, dará el efecto útil total comprendiendo los frotamientos.

569. *Resúmen de datos prácticos sobre las ruedas de cangilones.*—Se puede hacer llegar el agua al vértice de una rueda de cangilones ó hacerla llegar entre el eje y el vértice de la rueda. Hay, pues, dos sistemas de ruedas de cangilones. En el primero la rueda gira en el sentido de la corriente; en el segundo gira en sentido contrario.

Los datos prácticos para el caso del agua que llega al vértice son los siguientes:

1.° El diámetro de la rueda debe ser igual á la altura total de la caida, menos la de la lámina de agua que cae, menos la pendiente total del canal, y menos tambien el juego que queda debajo de la rueda para el escape del agua vertida por los cangilones.

2.° La anchura de la rueda debe esceder en 0'10^m á la del orificio de la caida.

3.° La distancia más conveniente entre el borde de un cangilon y el borde del siguiente, distancia medida verticalmente en la circunferencia de la rueda, es de 0'30^m á 0'40^m; la altura de cada cangilon medido segun el radio de la rueda, es decir, *da* (fig. 432), es igual á *ab* (véase el trazado de los cangilones, § 565).

4.° El espesor de la lámina de agua que cae en los cangilones puede variar entre los límites estremos de 0'6^m á 0'12^m.

5.° La velocidad de la rueda ó el camino recorrido por uno de sus puntos no debe ser menor de 1 metro por segundo y puede llegar hasta dos metros.

570. Para el caso en que la rueda reciba el agua entre el eje y el vértice no hay más diferencia con la rueda anterior que el diámetro de la rueda: se determina dividiendo por 0'75 la caida total disminuida de 0'46^m, y el cociente da en metros el diámetro buscado.

571. *Disposicion de las compuertas y de los canales usados con las ruedas de cangilones.*—En el caso de una rueda de cangilones que recibe el agua por el vértice el orificio de derrame en los cangilones debe llegar lo más cerca posible del punto de admision para un canal muy corto (de 1 á 1'50^m) unido con el canal por contornos redondeados; entre la rueda y debajo del orificio, un juego de un centímetro es suficiente; el canal debe tener una inclinacion de 0'8^m á 0'10, y su orificio ha de ser de paredes delgadas (§ 521). El orificio de salida graduado por una compuerta vertical, tendrá el asiento á 0'50^m más abajo del nivel de las aguas medias para una altura de caida de 2'60^m á 3 metros y descenderá á 0'10^m próximamente por metro, con el aumento de 1 metro en la altura de caida.

Para las ruedas que reciben el agua por el lado, el mejor dispositivo de compuerta que hay que adoptar es el indicado (fig. 412); y para que los ajustes A y B dirijan el agua á los cangilones, nos debemos conformar en la disposicion que hay que darles, á lo que se ha dicho anteriormente (§ 522).

572. *Ruedas pendientes.*— Se llaman ruedas pendientes de paletas planas las que se han instalado en las riberas un poco rápidas, montadas, sea entre dos barcos sea fuera de un barco y cuyas paletas se sumerjen en una corriente indefinida.

Si V es la velocidad de la corriente en metros por segundo;

v la velocidad del medio de la parte sumergida de la paleta;

A, la superficie de esta parte;

g, la gravedad igual á 9'80^m (§ 262).

Veamos ahora como el agua produce su accion:

El volúmen de agua que llega sobre la paleta en 1$''$ es A . V, y su masa es $\frac{1000 \, A \, . \, V}{g}$; esta masa encuentra la paleta, choca con ella y pierde una parte de su velocidad igual á $V-v$: la cantidad de movimiento perdida por el choque es pues:

$$\frac{1000 \, A \, . \, V}{g}.(V-v).$$

Siendo la accion igual á la reaccion el esfuerzo P trasmitido á la paleta, desarrolla la cantidad de movimiento $P \times 1''$ en el mismo tiempo y se tiene:

$$P \times 1'' \text{ ó trabajo } T = \frac{1000 \, A \, . \, V}{g}.(V-v),$$

y el trabajo trasmitido por el agua en un segundo á la paleta chocada es:

$$T = \frac{1000 \, A \, . \, V}{g}.(V-v)v.$$

Esta teoria solo tiene en cuenta una sola paleta y la supone inmergida en la misma cantidad durante todo el tiempo de la accion del agua, mientras que en realidad hay varias paletas sumergidas á la vez y en cantidades variables.

573. Los resultados de la esperieneia sobre la po-

tencia que podria desarrollar una rueda pendiente en una corriente de velocidad conocida, nos ha conducido á reglas bastante exactas. La fórmula que más se acerca á la verdad dá para P potencia efectiva de la rueda en caballos de vapor:

$$P = \frac{81{,}56\ A \,.\, V \,.\, (V-v) \,.\, v}{75} \qquad (\text{n.}^\circ\ 54).$$

A, es la superficie en metros cuadrados de la paleta vertical;

V, la velocidad en metros, por segundo, de la corriente, en la superficie;

v la velocidad del medio de la parte mojada de la paleta vertical, es decir, el camino que recorre el punto en un segundo con la velocidad que tiene la rueda y que se quiere darle.

El diámetro de una rueda pendiente se deduce de la velocidad de la corriente y del número de vueltas que debe dar por minuto. Un ejemplo hará más comprensible la marcha que es preciso hacer seguir al cálculo en un caso semejante. La rueda debe dar dos vueltas por minuto cualquiera que sea su diámetro D, sabiendo que V, la velocidad de la corriente, es de 1'50^{m} por segundo, y por consiguiente 60 veces más por minuto; *h* la altura de la pala 0'40^{m}, y que la velocidad de la rueda en este sistema de motor hidráulico no es más que 1/3 de la de la corriente.

$$D = \frac{V \,.\, 60}{3 \cdot \pi} + \frac{h}{2} \qquad (\text{n.}^\circ\ 55).$$

Poniendo en números:

$$D = \frac{1'50^{m} \,.\, 60}{3 \cdot 3'14} + 0'20 = 9'75.$$

La altura de la pala en el sentido del radio de la rueda debe ser de 0'40^{m} al menos y 0'80^{m} á lo más, y la separacion de una á otra, casi igual á su altura.

La longitud L de la pala está dada poniendo en números la fórmula siguiente, en la cual T es el trabajo en kilográmetros por segundo desarrollado por la rueda; *l* la altura de inmersion de las paletas; V, la velocidad de la corriente en la superficie; *v* la velocidad del centro de la parte mojada de la paleta vertical.

$$L = \frac{T}{81'56 \,.\, l \,.\, V \,.\, (V-v) \,.\, v} \qquad (\text{n.}^\circ\ 56)$$

Recuérdese que para tener el trabajo T basta dividir por 75 el número que espresa la fuerza en caballos de vapor desarrollada por la rueda (§ 289).

En ningun caso la rueda pendiente debe sumergirse más de $^{1}/_{3}$ del radio, ni la paleta vertical debe estar inmergida más de 0'50^{m} encima de la arista vuelta hacia el centro de la rueda.

Las palas oscilantes sobre los radios, es decir que puedan girar sobre dos gorrones colocados á cada uno de sus estremos, son preferibles á las palas fijas porque entran en el agua y salen casi perpendicularmente.

Una inclinacion de pala de 15 á 30° de lado de arriba es faborable al rendimiento.

Turbinas.

Se da generalmente el nombre de turbinas á las ruedas hidráulicas verticales; y se dividen en dos clases:

1.° Turbinas que reciben el agua á cierta distancia del eje y que la dejan escapar á una distancia mayor.

2.° Las turbinas que reciben y dejan escapar el agua á la misma distancia del eje.

La turbina Fourneyron pertenece á la primera categoria; las turbinas Fontaine-Baron y Jonval pertenecen á la segunda categoria.

Turbina Fourneyron.

574. Se compone de (fig. 437) dos ruedas concéntricas AÁ y BB que dejan entre sí un espacio libre de algunos centímetros; la rueda BB está claveteada sobre el árbol hueco *cc* que está fijo y que envuelve un árbol lleno *dd*, sobre el cual está claveteada la rueda móvil AA'; este árbol *dd* lleva en su parte superior una rueda dentada que comunica el trabajo á las herramientas. En la rueda fija BB se han establecido compartimentos formados por cajas verticales que sirven de directrices á la introduccion del agua en la rueda móvil; estas directrices son cilíndricas, de base circular y encuentran la circunferencia interior de la rueda móvil bajo un ángulo de 25 á 35° pasando algunos centímetros más allá del centro de la rueda; y deben ser bastante numerosas para que la abertura horizontal que ofrecen al agua no esceda de 8^{cm}. De aquí se deduce que para no estorbar la mitad solamente de estas directrices se prolonga hasta el núcleo de la rueda fija, mientras que la otra mitad no se estiende más que hasta la circunferencia media.

La rueda móvil AA está tambien provista de cajas circulares y el agua que llega de la rueda fija á la movil, produce el movimiento de esta última, movimiento trasmitido por medio de la rueda dentada montada sobre el árbol. El número de cajas ó cubos de la rueda móvil debe ser el doble del número de directrices de la rueda fija, para que la turbina se halle instalada en buenas condiciones.

La figura 440 da los ángulos que deben formar las paletas con las circunferencias.

El agua llega por un canal *op* á una cámara *rstu* de armazon ó mamposteria; el fondo de esta cámara está atravesado por una abertura circular en la cual se ajusta un cilindro ordinariamente de fundicion *mnn'm'* que conduce el agua sobre la rueda fija BB. En el espacio dejado libre entre las dos ruedas se mueve un cilindro anular movido por los ejes x, x, x, x; impide que el agua llegue sobre la rueda móvil, cuando descansa en el fondo de la rueda fija; para esto, está dispuesto de tal suerte que el agua no puede pasar entre el y el cilindro *mnn'm'*; si se levanta, el agua se escapa por el espacio anular que oculta, va á producir su efecto en la rueda móvil y se escurre enseguida por el conducto *zy*.

575. *Trabajo útil teórico de la turbina Fourneyron.*—Tomemos la fórmula general de las ruedas hidráulicas n.° 29 y veamos en que se convierte aplicada á la turbina Fourneyron. Esta fórmula es:

$$P.v=\frac{1}{2}M.V^2+M.g.h-\frac{1}{2}M.u^2-\frac{1}{2}M.w^2.$$

En la turbina Fourneyron, el agua no obra sobre la rueda móvil por la gravedad; por consiguiente, el término $M.g.h$ desaparece y queda:

$$P.v=\frac{1}{2}M.V^2-\frac{1}{2}M.u^2-\frac{1}{2}M.w^2.$$

Sean (fig. 441) *ab* y *bc* una directriz y una paleta; R el radio de la rueda movil y R' el radio de la rueda fija; el agua llega al punto *b* de la directriz, con una velocidad V debida á la altura de caida y cuya direccion es la tangente *bm*; esta velocidad se descompone en otras dos, una tangente á R' y otra en el sentido del radio *be*; *bk* y *be* representan estas dos componentes cuyos valores son:

$$bk=V\cos\alpha \text{ y } be=V\,\text{sen}\,\alpha.$$

El choque sobre la paleta está evidentemente producido por la componente *bk*, y si v es la velocidad de la rueda móvil en la circunferencia interior, la pérdida de velocidad ocasionada por el choque será evidentemente $bk-v$, puesto que el agua se mueve con una velocidad v de la rueda; ahora bien $bk=V\cos\alpha$, luego la pérdida de velocidad ocasionada por el choque es $V.\cos\alpha-v$. Resultará entonces:

$$u=V.\cos\alpha-v \text{ y } u^2=(V.\cos\alpha-v)^2;$$

reemplacemos u^2 por su valor en la fórmula general que es:

$$P.v=\frac{1}{2}M.V^2-\frac{1}{2}M.(V\cos\alpha-v)^2-\frac{1}{2}M.w^2$$

efectuando los cálculos y simplificando se tiene:

$$P.v=\frac{1}{2}M.V^2-\frac{1}{2}MV^2.\cos^2\alpha-\frac{1}{2}M\,v^2+$$
$$M.V.v\cos\alpha-\frac{1}{2}M.W^2.$$

Hay que hallar todavia el valor de w^2.

El agua, llegada sobre el cubo *bc*, al punto *b*, está animada por dos velocidades iguales como hemos visto á $V.\cos\alpha-v$ en el sentido de la tangente *bk* y $V\,\text{sen}\,\alpha$ en el sentido del radio *be*; estas dos componentes siendo de ángulo recto, tendremos llamando v' la resultante:

$$v'^2=(V.\cos\alpha-v)^2+V^2.\text{sen}^2\alpha;$$

y efectuando los cálculos:

$$v'^2=V^2\cos^2\alpha+v^2-2Vv\cos\alpha+V^2\,\text{sen}^2\alpha;$$

poniendo V^2 factor comun, se tiene:

$$v'^2=V^2(\cos^2\alpha+\text{sen}^2\alpha)+v^2-2Vv\cos\alpha;$$

ahora bien:

$$\overline{\cos}^2\alpha+\overline{\text{sen}}^2\alpha=1,$$

luego:

$$v'^2=V^2+v^2-2V.v.\cos\alpha.$$

Si llamamos ahora v'' la velocidad del agua sobre la paleta en el punto c, es evidente que la velocidad v'' es mayor que la velocidad v' (1), y la variacion de fuerza viva estará representada por:

$$\frac{1}{2}M(v''^2-v'^2),$$

y si V_1 es la velocidad angular, esta variacion está todavia representada por:

$$\frac{1}{2}M.V_1^2.(R^2-R'^2)$$

por consiguiente,

$$\frac{1}{2}M.(v''^2-v'^2)=\frac{1}{2}MV_1^2.(R^2-R'^2);$$

de ahí se deduce:

$$v''^2-v'^2=V_1^2.(R^2-R'^2);$$

(1) Este aumento es debido á la fuerza centrífuga que obra sobre el agua mientras recorre la paleta *bc*.

y

$$v''^2 = V_1^2(R^2 - R'^2) + v'^2;$$

reemplazando v'^2 por su valor hallado más arriba, se tiene:

$$v'^2 = V_1^2 \cdot (R^2 - R'^2) + V^2 + v^2 - 2V \cdot v \cdot \cos \alpha.$$

Ahora bien el agua llegada al punto *c* de la paleta está sometida á dos velocidades, la velocidad v'' en el sentido de la tangente *cn*, al último elemento de la paleta (figura 441), y la velocidad v''' de la circunferencia exterior de la rueda que está dirigida segun la tangente *cp* á la circunferencia exterior. La resultante *cq* representa, pues, la velocidad de salida W; busquemos su valor.

Sea β el ángulo de las dos tangentes: consideremos el triángulo *cpq* que nos da:

$$\overline{cq}^2 = \overline{cp}^2 + \overline{pq}^2 = 2cp \times pq \cdot \cos cpq,$$

ó

$$W^2 = v'''^2 + v''^2 - 2v''' \cdot v'' \cdot \cos cpq;$$

ahora bien el ángulo *cpq* y el ángulo β son suplementarios, luego $\cos \beta = -\cos cpq$ y por consiguiente se tiene:

$$W^2 = v'''^2 + v''^2 + 2v''' \cdot v'' \cdot \cos \beta,$$

y reemplazando en la fórmula general se tiene por fin:

$$P \cdot v = \frac{1}{2} M \cdot V^2 - \frac{1}{2} M \cdot (V \cdot \cos \alpha - v)^2 - \frac{1}{2} M \cdot (v'''^2 + v''^2 + 2v''' \cdot v'' \cdot \cos \beta). \quad \text{(n.° 57)}$$

Ahora bien $\alpha = 25$ á $30°$ y β ó más bien su suplemento (que es lo mismo en cuanto al valor real de $\cos \beta$) es igual á $30°$ próximamente.

El valor $P \cdot v$ está, pues, perfectamente determinado.

576. *Resultados de esperimentos de la turbina Fourneyron.*—Numerosos esperimentos se han hecho para hallar la relacion entre el trabajo útil y el trabajo absoluto del agua; resulta, segun Morin:

1.° Que si se designa por *n* el número de vueltas de la rueda móvil por segundo; por V la velocidad debida á la altura total de caida y por R el radio exterior de la rueda, cada vez que el número de vueltas se halle comprendido entre $\frac{3'3V}{R}$ y $\frac{5'6V}{R}$ y que al levantar la compuerta no escederá los 2/3 de la altura de la rueda, el trabajo útil T estará comprendido entre los dos límites siguientes:

$$T = 0'650\, Q \cdot H \text{ y } T = 0'700\, Q \cdot H;$$

Siendo Q . H el trabajo absoluto del motor. Si la altura de la compuerta estuviese comprendida entre 1/2 y 2/3 de la altura de la rueda es preciso tomar entre los límites siguientes:

$$T = 0'600\, Q \cdot H \text{ y } T = 0'650\, Q \cdot H \ldots\ldots \quad \text{(n.° 58)}$$

2.° Que estas ruedas son tambien favorables para las grandes caidas lo mismo que para las medias y pequeñas.

3.° Que pueden marchar con velocidades muy diferentes en más ó en menos de la que corresponde al máximum de efecto, sin que el efecto útil se aleje notablemente del valor máximo.

4.° Que estando estas ruedas sumergidas en las aguas más bajas, la altura mayor ó menor á la cual se encuentran debajo del nivel de abajo no influye sensiblemente en los resultados.

Y si se une á esto la ventaja del poco espacio ocupado por estas ruedas y de la gran velocidad con la cual andan, velocidad que permite no tener que recurrir á una trasmision de movimiento complicada, se ve que con razon se han colocado entre los mejores motores hidráulicos.

Turbina Fontaine-Baron.

577. En esta turbina, el agua entra y sale á la misma distancia del eje (fig. 438).

Se compone de dos ruedas AA y BB; la rueda BB está fija y recibe el agua en compartimentos directores, que están formados por superficies helicoidales, engendradas por una generatriz horizontal que pasa por el eje de la rueda apoyándose sobre una curva directriz cuyo elemento superior es casi vertical, mientras que el elemento inferior forma con la horizontal un ángulo que varia de 12 á 25°.

La rueda móvil AA está colocada debajo de la rueda fija BB; se compone de una rueda anular de fundicion que lleva paletas curvas, de superficies helicoidales, cuya generatriz es una recta horizontal pasando por el eje vertical de la rueda y que tiene por directriz una curva, cuyo elemento superior es casi vertical, mientras que el elemento inferior forma con la horizontal un ángulo que varia de 20 á 30°; la anchura de esta zona anular es ordinariamente igual á 1/10 ó 1/12 del diámetro de la rueda. La separacion de las paletas en la circunferencia media varia de 0'06 ó 0'07 á $0'15^m$, y la altura de la corona es igual á cerca dos veces la separacion de las paletas. El número de compartimentos directores de la rueda fija BB es la mitad del número de paletas de la rueda móvil. La rueda móvil AA está fija por medio de chavetas en un árbol hueco *aa* que tiene su pivote mucho más arriba del agua y descansa sobre el vértice de un árbol fijo *cc*, que pasa al interior del árbol hueco. El movimiento se comunica al manejo ó la herramienta que se trata de hacer funcionar por una rueda dentada colocada en la prolongacion del árbol hueco *aa* arrastrado por el movimiento de la rueda móvil AA; el árbol hueco está ajustado á frotamiento suave en la rueda fija BB. El agua llega por el canal *op* al compartimento *mnrs* colocado encima de la rueda fija BB. Pequeñas compuertas v, v cada una de los cuales lleva una varilla, están ajustadas en los conductos formados por las directrices de la rueda fija; las varillas de estas compuertas están reunidas por un círculo de manera que pueda maniobrarse siempre al esterior por las varillas t, t. Los cabos superiores de estas compuertas así como los bordes de los compartimentos directores, deben estar redondeados para evitar la escesiva contraccion del agua. El agua despues de haber producido su efecto en la rueda móvil se escapa por el orificio xy.

578. *Teoria de la turbina Fontaine-Baron.*—Tomemos la fórmula de las ruedas hidráulicas (n.° 29) representada por h la distancia vertical entre los puntos b y c (fig. 442):

$$P . v = \frac{1}{2} M . V^2 + M . g . h - \frac{1}{2} M . \alpha^2 - \frac{1}{v} . M . W^2.$$

Sean *ab* y *bc* los perfiles de una directriz y de una paleta. El agua llegada al punto b está animada de una velocidad V, debida á la altura de caida, es decir, á la altura comprendida entre este punto b y el nivel superior; esta velocidad es tangente al último elemento de la curva (representémosla por la longitud *bm*); se descompone en otras dos, una horizontal y otra vertical que están representadas por *be* y *bd*; esta última es tangente á la curva *bc*.

Si representamos por α el ángulo que forma este último elemento de la curva *ab* con la horizontal tendremos, considerando el triángulo rectángulo *bme*:

$$me \text{ ó } bd = V . \operatorname{sen} \alpha,$$

y

$$be = V . \cos \alpha.$$

Ahora bien la componente *bd* no produce choque á su entrada en la paleta, puesto que la direccion es tangente al último elemento de *bc*; la componente *be* produce solo el choque encontrando la paleta y si llamamos v la velocidad de la rueda, la pérdida de velocidad será $be - v$ y reemplazando *be* por su valor $V . \cos \alpha$, resulta:

$$V . \cos \alpha - v;$$

Colocando $V . \cos \alpha - v$ en lugar de u en la fórmula general se tiene:

$$P . v = \frac{1}{2} M . V^2 + M . g . h - \frac{1}{2} M . (V . \cos \alpha - v)^2 - \frac{1}{2} M W^2.$$

Busquemos ahora el valor de W: el agua, entrando sobre la paleta *bc* está animada por la velocidad $V . \operatorname{sen} \alpha$ en el sentido de *bd* y de la velocidad $V . \cos \alpha - v$ en el sentido de *be*; las direcciones de estas velocidades forman un ángulo de 90°, si designamos por v' la resultante, tendremos evidentemente:

$$v'^2 = (V . \cos \alpha - v)^2 + V^2 . \operatorname{sen}^2 \alpha;$$

y descendiendo sobre la curva *bc* el agua adquiere una velocidad mayor que en el punto b en razon de la altura h, y si llamamos v'' esta velocidad en el punto de salida c de la rueda tendremos:

$$\frac{1}{2} M . v''^2 - \frac{1}{2} M . v'^2 = M . g . h.$$

y deduciendo el valor de v'' resulta despues de la simplificacion:

$$v'' = \sqrt{2 g . h + v'^2}.$$

Llegada al punto c el agua está animada en la paleta por la velocidad v'' en el sentido de la tangente *cg* al último elemento y además en el sentido de *cs* de la velocidad v de la rueda; la velocidad de salida W es, pues, la resultante de estas dos velocidades.

Tomemos $cg = v''$ y $cs = v$ y construyamos el paralelógramo *cgrs*; *cr* representa esta resultante ó la velocidad W.

En el triángulo *rcs* tenemos:

$$rc = W; \quad rs = v'';$$

y:

$$sc = v;$$

ahora bien este triángulo nos dá:

$$\overline{rc}^2 = \overline{rs}^2 + \overline{sc}^2 - 2 rs - sc . \cos rsc,$$

ó:

$$W^2 = v''^2 + v^2 + 2 v . v'' . \cos rsc.$$

Llamemos β al ángulo formado por el último elemento de la curva *bc* con la horizontal; el ángulo β y el ángulo *rsc* son suplementarios, los cosenos de estos dos ángulos tienen el mismo valor real, pues $\cos \beta = -\cos rsc . (180° - \beta) = -\cos rsc$ podemos, pues, reemplazar $\cos rsc$ por $\cos \beta$ y tendremos:

$$W^2 = v''^2 + v^2 + 2v \cdot v'' \cdot \cos\beta;$$

luego en fin, reemplazando W^2 por su valor, se tiene para fórmula definitiva del trabajo:

$$P \cdot v = \frac{1}{2} M \cdot V^2 + M \cdot g \cdot h - \frac{1}{2} M \cdot$$

$$(V \cdot \cos\alpha - v)^2 - \frac{1}{2} M \cdot (v''^2 + v^2 + 2v \cdot v'' \cos\beta). \quad \text{(n.° 59)}$$

Hemos dicho anteriormente que el ángulo α variaba de 12° á 25° y que el ángulo β variaba de 20° á 30°.

579. *Conclusion de los esperimentos de la turbina Fontaine-Baron.*—Segun Morin, resulta de los numerosos esperimentos de que han sido objeto las turbinas Fontaine-Baron que:

1.° Cuando las compuertas están completamente levantadas ó poco menos, estas turbinas utilizan los 0'65 ó 0'70 del trabajo absoluto T del motor ó sea,

$$T = 0'65 Q \cdot H \text{ ó } T = 0'70 Q \cdot H \quad \text{(n.° 60)}$$

2.° Para elevaciones de compuerta menores que reducen el gasto de agua en la relacion de 3 á 2, el efecto útil no desciende más allá de los 0'55 á 0'60 del trabajo absoluto producido por la corriente de agua;

3.° Pueden estar sometidas, sin inconvenientes para el rendimiento á la accion de un regulador que obre sobre las compuertas;

4.° La velocidad de la rueda puede variar entre límites muy estensos sin que influya esto mucho en el rendimiento.

5.° Conviene instalarlas encima del nivel de las aguas más bajas á pesar de la propiedad que tienen de andar sumergidas;

6.° Esta clase de turbina, fácil de instalar, cuyos pivotes, fuera del agua, pueden revisarse y engrasarse fácilmente, puede ser clasificada entre los mejores motores hidráulicos.

Turbina Jonval.

580. Como la turbina Fontaine-Baron, la turbina Jonval (fig. 439), recibe y deja escapar el agua á la misma distancia del eje.

Se compone de un recipiente vertical *mnop*, que comunica con un tubo *xy* cuyo eje es horizontal y la seccion rectangular; este tubo *xy* está provisto de una compuerta que regula el gasto del líquido. La parte superior de *mnop* está perfectamente alisada sobre cierta altura para recibir la rueda móvil AA; está luego desbocada para recibir la corona BB invariablemente fija sobre este recipiente. La rueda móvil AA solo debe tener 1 á 2 milímetros de juego en este gran tubo y la rueda fija BB no deja ningun juego entre su superficie exterior y el interior del tubo. El árbol *cc*, claveteado sobre la rueda móvil, trasmite el movimiento á las herramientas; pasa al través de la rueda fija BB y una guarnicion *hh* impide que el agua se escape entre el árbol y la rueda. Las directrices de la rueda fija y las paletas de la móvil, son superficies helicoidales, engendradas por el movimiento de una recta horizontal, que se apoya sobre una curva trazada sobre el núcleo cilíndrico de las ruedas y que pasa por el eje; las curvas sobre las cuales se apoya la recta generatriz tienen su elemento superior que forma con la horizontal un ángulo de 70 á 75° y su elemento inferior un ángulo que varia de 30 á 34°. La compuerta colocada en el tubo *xy* regula el gasto de agua, cuando el mínimum no es considerable.

Cuando la disminucion debe ser considerable y debe durar cierto tiempo se forma guarneciendo de esquinas obturadoras los intérvalos de las paletas de la rueda; estas esquinas disminuyen la capacidad de los canales de circulacion del líquido y por consiguiente el gasto de este líquido. Se les coloca y se quitan poniendo el depósito en seco.

El agua llega sobre la rueda fija BB por el tubo T que desemboca en el cilindro *rstu*.

581. *Teoria de la turbina Jonval.*—Tomemos la fórmula general de las ruedas hidráulicas (n.° 23):

$$P \cdot v = \frac{1}{2} M \cdot V^2 + M \cdot g \cdot h - \frac{1}{2} M \cdot u^2 - \frac{1}{2} M \cdot W^2.$$

y sean *ab* y *bc* los perfiles de una directriz y de una paleta (fig. 443). En la fórmula de arriba V, es la velocidad debida á la altura de cabida del nivel superior en el punto *b* y *h* la altura vertical entre los puntos *b* y *c*: estos dos términos son perfectamente conocidos y falta hallar el valor de *u*, velocidad perdida por el choque del agua que llega sobre la rueda móvil y el valor de W, velocidad con la cual el agua sale de la rueda móvil.

Busquemos primero el valor de *u*; el agua llegada al punto *b* está animada por una velocidad V en el sentido de la tangente *bm* al último elemento de la curva *ab*; esta velocidad se descompone en dos, una horizontal *bd* y la otra *be* tangente al primer elemento de la curba *bc*. La componente *be* que obra en el sentido del primer elemento de *bc* no produce choque; solo la componente *bd* produce un choque y por consiguiente una pérdida de velocidad y de fuerza viva; si designamos por *v* la velocidad de la rueda en el punto *b*, la pérdida de velocidad por el choque será evidentemente $bd-v$; busquemos el valor de bd y para esto tracemos mn y bs perpendiculares á bd y á em, y tendremos:

$$bd=bn+nd,$$

ó bien

$$bd=bn+es.$$

Llamemos β el ángulo ebs, tendremos, considerando el triángulo ebs:

$$es=bs \text{ tang } \beta;$$

y considerando el triángulo bmn, tendremos:

$$bn=\text{V} \cdot \cos \alpha.$$

Reemplazando bn y nd por los valores hallados en la ecuacion de arriba, tenemos $bd=\text{V} \cdot \cos \alpha+bs$ tang β; y bs ó $mn=\text{V} \cdot \text{sen } \alpha$, luego:

$$bd=\text{V} \cdot \cos \alpha+\text{V} \cdot \text{sen } \alpha \cdot \text{tang } \beta.$$

La pérdida de velocidad ocasionada por el choque es por consiguiente $\text{V} \cdot \cos \alpha+\text{V} \cdot \text{sen } \alpha \cdot \text{tang } \beta-v=u$; reemplazando u por su valor en la fórmula general, se tiene:

$$\text{P} \cdot v=\frac{1}{2}\text{M} \cdot \text{V}^2+\text{M} \cdot g \cdot h-\frac{1}{2}\text{M} \cdot (v \cos \alpha+v \sin \alpha \cdot$$

$$\text{tang } \beta-v)^2-\frac{1}{2}\text{MW}^2.$$

Falta hallar el valor de W^2; el agua llega sobre la paleta bc con una velocidad representada por la componente be de V; el valor de esta componente que llamaremos v' está dado por la relacion $\overline{be}^2=\overline{bs}^2+\overline{es}^2$; esta velocidad aumenta del punto b al punto c en virtud de la gravedad y si llamamos v'' la velocidad del agua sobre la paleta en el punto c, tendremos el trabajo $\text{M} \cdot g \cdot h$ desarrollado por el agua pasando de b á c que será igual á la mitad del aumento de fuerza viva, es decir á $\frac{1}{2}\text{M} \cdot v''^2-\frac{1}{2}\text{M} \cdot v'^2$; luego:

$$\text{M} \cdot g \cdot h=\frac{1}{2}\text{M} \cdot (v''^2-v'^2),$$

ó

$$2g \cdot h=v''^2-v'^2.$$

De ahí se deduce:

$$v''^2=2gh+v'^2 \text{ ó } v''=\sqrt{2g \cdot h+v'^2};$$

Conocemos, pues, v'', la velocidad del agua sobre la paleta en el punto de salida c; en este punto c, el agua está animada primero por la velocidad v'' y de la velocidad v de la rueda en el punto c; representando estas velocidades por cf y cg en el sentido de la tangente al último elemento de la curva bc y en el sentido horizontal, tenemos como resultante ó W la diagonal cr.

Conocemos cf y cg y por consiguiente cr, pues considerando el triángulo rcg, se tiene:

$$\overline{cr}^2=\overline{cg}^2+\overline{rg}^2-2cg\times rg \cdot \cos \alpha,$$

llamando α el ángulo cgr ó el formado por el último elemento de la curva bc con la horizontal.

Reemplazando, resulta:

$$\text{W}^2=v^2+v''^2-2v \cdot v'' \cdot \cos \alpha.$$

Luego la fórmula general se convierte, reemplazando W^2 por su valor:

$$\text{P} \cdot v=\frac{1}{2}\text{M} \cdot \text{V}^2+\text{M} \cdot g \cdot h-\frac{1}{2}\text{M} \cdot (\text{V} \cdot \cos \alpha+v \text{ sen } \alpha \cdot$$

$$\text{tang } \beta-v)^2-\frac{1}{2}\text{M}(v^2+v''^2-2v \cdot v'' \cdot \cos \alpha). \qquad (\text{n.}^\circ\ 61)$$

En esta fórmula, todas las cantidades están perfectamente determinadas.

582. *Resultados de esperimentos sobre la turbina Jonval.*—Segun Morin resulta de los numerosos esperimentos que se han hecho:

1.° Que la turbina Jonval funcionando en su estado normal, la compuerta enteramente abierta y no teniendo obturador las paletas, da un efecto útil igual á 0'72 del trabajo absoluto del motor, de tal suerte que el trabajo útil T es:

$$\text{T}=0'720\text{Q} \cdot \text{H}.$$

2.° Que cuando la mitad solamente de los canales de circulacion formados por las paletas están provistos con sus obturadores el efecto útil es aun de cerca 0'70 á 0'71 del trabajo absoluto del motor, de suerte que:

$$\text{T}=0'70\text{Q} \cdot \text{H} \text{ ó } \text{T}=0'71\text{Q} \cdot \text{H}.$$

3.° Que cuando todas las paletas están provistas de obturadores, el efecto útil es todavia igual á 0'63 del trabajo absoluto del motor, de suerte que:

$$\text{T}=0'63\text{Q} \cdot \text{H}.$$

Por aquí se ve que el gasto de agua puede variar entre límites bastante estensos, sin que el motor cese de funcionar ventajosamente.

4.° Que para cada gasto de agua y para cada caida, la velocidad de la rueda puede variar entre límites bastante estensos, sin que la relacion del efecto útil al trabajo absoluto del motor disminuya sensiblemente;

5.° Que el estrechamiento del orificio de evacuacion inferior produce siempre una disminucion en la relacion del efecto útil al trabajo absoluto del motor y que esta disminucion es tanto más considerable, cuanto más pronunciado es el estrechamiento; de donde resulta que la compuerta de este orificio no puede usarse sin desventaja como medio de hacer variar el gasto y por tanto la velocidad.

En resúmen, la turbina Jonval es de fácil instalacion y puede colocarse como la anterior, entre los mejores motores hidráulicos.

583. *Rueda de nivel constante* (fig. 388).—Se da este nombre á las ruedas hidráulicas que funcionan por la simple presion del agua cuyo nivel, en la paleta ó caja que recibe el líquido debe ser el mismo que en la parte de arriba; y para que se cumpla esa condicion es preciso que la caja ó paleta que recibe el líquido forme en su plano superior un ángulo de 135° con la superficie del agua en la parte superior. Hay evidentemente beneficio en emplear semejante sistema puesto que se trata *sin choque* y que su salida del agua se efectua con la misma velocidad que su entrada: estas dos condiciones no existen ya, si la rueda anda más deprisa que la corriente; el rendimiento disminuye entonces sensiblemente.

Los datos y los cálculos prácticos relativos á las paletas planas encajadas en canales concéntricos ó ruedas de lado son aplicables á las ruedas de nivel constante (véase § 551). El mejor tipo de estas ruedas es el que lleva el nombre del inventor *Sagebien*; la fig. 388 da la disposicion general.

Una rueda de 8^{m} de diámetro, de 6^{m} de anchura gastando 4^{m^3}'500^{dcm^3} de agua por minuto con una velocidad de 0'60^{m} ha dado un rendimiento de 86 por 100. Los esperimentos de acuerdo con la teoria han demostrado que el trabajo útil mayor corresponde á la menor velocidad de la rueda.

584. *Ruedas de admisiones interiores.*—Bajo esta denominacion *Millot* ha inventado un motor hidráulico cuyas felices disposiciones dan resultados muy notables (fig. 389).

La parte superior prolongada dentro de la rueda por medio de un encaje de madera ó mamposteria deja un paso á este, de suerte que la admision del agua en cangilones curvos A, C, D se efectua en vertedera por la abertura situada en la circunferencia interior y por medio de la compuerta buzo I I maniobrada desde el exterior. La corona y los cangilones son de palastro de hierro y los radios B de hierro plano; sobre el árbol motor está fijo cuando hace falta una rueda dentada para trasmitir el movimiento al manejo de la fábrica.

Las ventajas del uso que presenta la rueda Millot se enumeran como sigue: por Laffineur, ingeniero civil muy competente en materia de máquinas hidráulicas: «Participa de la rueda inferior por el tamaño arbitrario de su radio; de la rueda Poncelet por la forma curvilínea y la propiedad de sus paletas; de las ruedas de lado porque toma el agua hácia la altura de su eje, ya sea encima, ya enfrente, ya debajo; desde la rueda hácia arriba porque sus paletas hacen el oficio de cangilones; en fin de la turbina por el doble orificio de su paletaje que admite el agua en el interior y la devuelve exteriormente.

»Los primeros elementos de sus paletas hácia el centro forman la prolongacion del hilo medio y de la lámina líquida, de modo que no se produzca ningun choque que perjudique á la introduccion del agua y al movimiento de la máquina.

»La profundidad de las paletas en el sentido del radio puede tener un gran desarrollo sin que resulte ninguna pérdida en el rendimiento: de aquí se deduce que es fácil dar á cada cangilon con poca separacion, la capacidad necesaria al volúmen de agua que debe contener. La admision del agua por vertedera por medio de una compuerta buzo disminuye la velocidad de introduccion del agua en el receptor y anula por decirlo así el choque del líquido contra la superficie curvilínea de la paleta.

»La curvadura de la paleta, cuyo último elemento es tangente á la superficie del agua en la parte de abajo, está dispuesta de modo que el agua que entre en los cangilones sin agitacion ni hervor se vierta sin velocidad en el canal de abajo, despues de haber cumplido con todos los principios exigidos para la instalacion de un buen receptor hidráulico.

»Esa rueda puede estar anegada en una cantidad próximamente igual al espesor de la llanta de la corona. Eso estriba en que por una parte las paletas se deslizan por el líquido sin levantarlo como sucederia con una rueda de paletas planas, y por otra, en que el agua que está en los cubos ó cajas obra todavia cuando esta agua que está en las cajas, actua aun cuando esta caja esté sumergida en parte. Además, la doble abertura de los cangilones neutraliza la accion comprensiva del aire que forma obstáculo al escape del agua en tiempe oportuno, lo mismo que sucede en tal caso con la rueda anterior.

»La facultad que tiene la rueda Millot de poder marchar cuando el nivel de las aguas del canal de abajo varia entre límites bastante estensos sin que el efecto útil se altere sensiblemente, presenta una gran ventaja bajo el doble punto de vista que se puede utilizar toda la altura de caida que es tanto más preciosa cuanto menos considerable y que la rueda puede funcionar en una corriente de agua en que estando muy próximas las fábricas, funcionan unas cuando las otras descansan.

»La condicion de poder marchar sumergido se verifica tambien para las crecidas que no son muy considerables y es la mejora más importante que se puede pedir para una rueda hidráulica. En efecto, desde el momento que no hay que ocuparse de los inconvenientes de la sumersion, se puede dar á la rueda el diámetro que conviene para su velocidad de rotacion y para satisfacer á las condiciones de desagüe.

»Por otra parte, la propiedad que tiene de poder construirse con diferentes diámetros para la misma caida depende tambien de la ventaja que posee de dejar elegir la posicion del punto de introduccion del agua por encima, frente á frente ó debajo del eje y por consiguiente de poder marchar á una velocidad determinada. Tambien tiene una velocidad muy variable lo que le hace preciosa en gran número de casos.»

La rueda de Millot únicamente, entre las ruedas verticales, recibe el agua por un lado para verterla por otro. Se ve, pues, que las condiciones que facilitan la entrada ó retardan su derrame no se perjudican mútuamente como por ejemplo en ciertas ruedas de cangilones.

La corona puede tener gran profundidad en el sentido del radio sin perder la menor parte de la caida, es capaz de utilizar fuerzas hidráulicas susceptibles de grandes cambios y gastar tanto como una turbina sin ver como para esta disminuir su rendimiento bruscamente cuando la alimentacion no es suficiente.

El receptor inventado por Millot puede aplicarse á todas las caidas. La rotacion puede hacerse en un sentido ó en otro, puede sustituirse á todas las ruedas de otro sistema sin cambiar nada á los movimientos interiores de la fábrica.

En las pequeñas corrientes de agua sobre todo y en las grandes sequedades está su superioridad, cuando hay necesidad de sacar el mayor partido posible de la poca fuerza que se dispone.

Tomamos al mismo autor el cuadro siguiente en que se hallan resumidas las condiciones esenciales de los motores hidráulicos, sea bajo el punto de vista de su instalacion sea bajo el de su rendimiento.

DESIGNACION DE LA RUEDA.	RENDIMIENTO.	CAIDAS á las CUALES CONVIENEN.	Cantidades de agua que pueden contener.	VELOCIDAD NORMAL.	OBSERVACIONES.
Ruedas de paletas planas llamadas *inferiores*. . .	0'10 á 0'35	de cero á 1'00^{m}	grandes	$\frac{2}{5}$ V	(1) Las ruedas de esta clase de madera cuestan poco.
Ruedas colgantes.	$=20AV^2$	marchan á la corriente de agua.	»	$\frac{1}{3}$ V	»
Ruedas de paletas planas llamadas *de lado*.. . . .	0'65 á 0'75	entre 1'20^{m} y 2'50^{m}	medias	entre 0'30 y 0'70 de V	(2) Estas ruedas cuestan relativamente mucho á causa del trabajo de albañileria que exije.
Ruedas de paletas curvas de Poncelet.	0'55 á 0'65	de cero á 1'50^{m}	grandes	0'55V	(3) Estas ruedas no ocasionan gastos considerables. Pueden reemplazar ventajosamente las ruedas inferiores.
Ruedas superiores de cangilones.	0'65 á 0'75	de 2'50^{m} á 10^{m} y más	pequeñas	de 1^{m} á 2^{m} por segundo	(4) Estas ruedas no cuestan más caras que una rueda Poncelet.
Turbinas.	0'60 á 0'70	á todas caidas	grandes	0'60 á 0'70V	(5) Este receptor cuesta generalmente muy caro.
Rueda Sagebien.	0'70 á 0'80	entre cero y 2'50^{m}	grandes	Velocidad de la rueda igual á la del agua en el canal de arriba	(6) Esta rueda da lugar á un gasto casi igual al de una rueda lateral.
Rueda Millot..	0'84 á 0'88	á todas caidas	pequeñas, medias y grandes	marcha lenta y media	(7) El gasto que ocasiona esta rueda no es mucho más importante que la instalacion de una rueda de cangilones.

585. *Prensas hidráulicas* (fig. 390).—La prensa hidráulica es la máquina más poderosa de las usadas para ejercer fuerzas de compresion ó de traccion. Segun los principios de mecánica espuestos en el § 313 vemos que, si por ejemplo, la superficie del émbolo p es 100 veces mayor que la del émbolo P, la fuerza trasmitida á este último aumentará en esta misma proporcion. La multiplicacion de la fuerza inicial por el sistema de palanca L, l (§ 296), por medio del cual se obra sobre el émbolo p, se añade á la debida á la diferencia de las superficies.

EJEMPLO. Una prensa hidráulica tiene las dimensiones siguientes:

L, longitud del brazo mayor de palanca en que se ejerce el esfuerzo.	$0'42^m$
l, longitud del brazo menor.	$0'07^m$
S, superficie del émbolo P, para un diámetro de $0'17^m$.	$226'98^{cm^2}$
s, superficie del émbolo p, para un diámetro de $0'04^m$.	$12'56^{cm^2}$
e, esfuerzo ejercido en el estremo de L. .	50^k
K, coeficiente de correccion por efecto del mucho frote de los émbolos con sus guarniciones..	$0'80^k$
n, peso del émbolo P y de su plato A. . .	300^k

El esfuerzo E trasmitido al plano que empuja el émbolo P será:

$$E = \frac{e.L.S}{l.s.K} - n \qquad \text{(n.° 62)}$$

y poniéndolo en números

$$E = \frac{50 \times 42 \times 226'98}{7 \times 12'56 \times 0'80} - 300 = 6476^k.$$

La superficie S del émbolo P es $226'98^{cm^2}$, la fuerza F que le empuja es por centímetro cuadrado:

$$F = \frac{E}{S} = \frac{6476}{226'98} = 28^k.$$

Si el cuerpo prensado X tiene una superficie Q en contacto con el plano A igual á la del émbolo P, la presion que recibe por centímetro cuadrado será igual á F; si, por ejemplo, esta superficie es la mitad menos estensa que la del émbolo, contendrá evidentemente la mitad menos de centímetros cuadrados y cada uno de ellos soportará una presion doble de la presion F. En otros términos las presiones por unidad de superficie en P y en Q están en razon inversa del tamaño de estas superficies; lo mismo sucede sobre la superficie Q′.

Designando por F′ el esfuerzo ejercido en cada centímetro de Q; por S′ la superficie total de Q en contacto con A y suponiendo esta superficie de $56'745^{cm^2}$, resulta:

$$F' = \frac{F.S}{S'} = \frac{28 \times 226'98}{56'745} = 112^k\ldots.. \qquad \text{(n.° 63)}$$

Descripcion.—Una pequeña bomba aspirante é impelente C toma el agua de un depósito O y la rechaza al cilindro D haciéndola pasar por la válvula durmiente s', la válvula de detencion s y el tubo t; una guarnicion de cuero forjada (fig. 390 y 391) forma alrededor del émbolo P una union tanto más hermética cuanto más aumenta la presion del líquido; una válvula de seguridad f cargada por un resorte cuya compresion está graduada á voluntad por medio de tuercas, se levanta cuando la carga ha llegado al punto máximo, y la salida del líquido hace caer inmediatamente la presion; una válvula de descarga de la presion s'' puede abrirse á mano. La presion en el cilindro D se mide por un manómetro metálico construido para este uso especial ó por medio del aparato H. Este consiste en una varilla metálica de 1 centímetro cuadrado de base, formando émbolo en un pequeño cilindro y llevando un plano donde se hallan colocados pesos que la presion debe equilibrar para satisfacer el resultado propuesto; un prensa estopa de tornillo forma union hermética á la salida de la varilla émbolo.

La prensa hidráulica destinada á ejercer esfuerzos de traccion, no difiere de la anterior más que en la disposicion de la parte exterior del émbolo: al platillo se hallan fijas dos varillas segun las líneas de eje ab (figura 390) y dirigidas hácia debajo del émbolo; el cilindro es horizontal; una traviesa guiada en una ranura y corriendo por un ferro-carril por medio de rodetes une las dos varillas y lleva en su medio el émbolo ó la brida en la cual se fija el cuerpo que hay que someter á un esfuerzo de traccion. Este está sólidamente sujeto en un punto fijo tomado fuera de la prensa hidráulica.

Se dá un espesor de 2^{mm} y medio al cilindro de la prensa para cada 1000 kilógramos de esfuerzo que hay que ejercer en el émbolo.

586. *Aparato esterhidráulico.*—El aparato así llamado llena el mismo objeto que la prensa hidráulica. Se ha inventado con objeto de obtener una presion gradual, sin sacudida, por medio de un líquido herméticamente encerrado en un recipiente que llena y por la introduccion forzosa de un cuerpo sólido en este recipiente. Una cuerda C se halla arrollada en la polea exterior P y en la polea P′ colocada en el interior de un recipiente lleno de aceite y herméticamente cerrado;

haciendo girar las manivelas *m* y *m'* en el sentido que se desea, la cuerda se desarrolla de la polea P y se arrolla sobre la polea P'. Desplaza entonces el líquido y obliga á salir al émbolo prensa S; el cuerpo que se quiere comprimir está colocado entre el platillo del émbolo y la traviesa fija T. Una válvula *s* cargada con un peso cuya accion está graduada á voluntad por medio de la palanca R se abre en el momento en que la presion ha llegado al límite previsto. En el macizo y alrededor del émbolo S se hallan colocadas guarniciones de cuero *g*, dispuestos como las de la prensa hidráulica (fig. 391). Designando por E el esfuerzo en kilógramos ejercido en el estremo de la manivela *m*; por R el radio de esta manivela; por *r* el radio del cilindro alrededor del cual se arrolla la cuerda C en la polea P'; por D el diámetro del émbolo S; por *d* el de la cuerda C; por *p* el peso del émbolo, se tiene para valor de la fuerza de compresion F sobre el cuerpo X:

$$F = \frac{E \cdot R \cdot D^2 \cdot 0'80}{r \cdot d^2} - p. \qquad \text{(n.° 64)}$$

Prensas.

587. Los aparatos mecánicos destinados á ejercer presiones enérgicas no han de ser precisamente del sistema llamado hidráulico. A causa de las diversas circunstancias que pueden presentarse en la práctica industrial se debe elegir la prensa más sencilla en su instalacion y que puede producir el efecto deseado. Los diferentes sistemas usados se acercan más ó menos á los tipos cuya descripcion sumaria sigue.

588. *Compresion por carga directa.*—Se carga la materia que hay que prensar con objetos pesados, piedras, agua, masas metálicas, etc. No hay pérdida de trabajo motor, puesto que no hay órganos metálicos entre el trabajo motor y el trabajo final. Pero el efecto así obtenido es muy limitado y exige mucho tiempo para el trasporte ó elevacion á brazo de los pesos motores.

589. *Prensa de palanca sencilla* (fig. 393).—El esfuerzo motor F ejercido en el estremo de la palanca L por los pesos F, produce una presion $P = F \times \frac{L}{l}$ (§ 297) y teniendo en cuenta el frotamiento:

$$P = \frac{F \times L \times 0'97}{l}. \qquad \text{(n.° 65)}$$

590. *Prensa de cuña* (fig. 394).—En el párrafo 304 página 71 se hallan los principios del cálculo de la potencia mecánica obtenida por intermedio de la *cuña*; la aplicacion de estos principios conviene al caso actual. El motor en la prensa de cuña es casi siempre un peso que cae de cierta altura; hay gran parte de trabajo perdido por el choque. El máximum de rendimiento se verifica cuando el ángulo que forma la cuña se halla entre 84 y 90°.

591. *Prensa de tornillo sencillo* (fig. 395 y 396).—Aplicando los principios espuestos en el párrafo 310 se reconoce que el efecto útil en las dos prensas de que aquí se trata es independiente del radio del tornillo y sólo depende de la *inclinacion* del filete ó del *paso de tornillo* y de la longitud de la palanca con la cual se acciona sobre la tuerca ó sobre el mismo tornillo.

La prensa de tornillo móvil sencillo (fig. 395) da un efecto útil de 5 á 6 centímetros mayor que la de tornillo fijo y á tuerca móvil (fig. 396). Este efecto útil varia entre 0'35 y 0'40, es decir, que el trabajo final representado por el esfuerzo ejercido sobre la palanca, multiplicado por el camino recorrido por la palanca, no es más que los 0'40 del trabajo representado por el esfuerzo medio que se ha ejercido en el cuerpo prensado, multiplicado por la diferencia de altura de este cuerpo antes y despues de la compresion.

592. *Prensa de tornillo de encliquetage.*—En el caso en que la prensa, por hallarse colocada cerca de una pared ó de un pilar, el hombre que empuja la palanca no pueda girar alrededor de la carga, se usa una palanca de encliquetage; una corona que forma parte de la tuerca lleva dientes de detencion contra los cuales se apoya la palanca; esta puede descender y girar libremente alrededor del tornillo fijo atravesando el eje que lo termina; puede, pues, ser impelido y llevado en ambos sentidos de la rotacion y obrar así por repeticion sobre los dientes de la corona de la tuerca.

593. *Prensa de tornillo, de palanca, de encliquetaje y cábria.*—Haciendo obrar una cábria en el estremo de una palanca de encliquetaje se obtiene un esfuerzo de compresion multiplicado á voluntad por la relacion mayor ó menor entre el diámetro de la gran rueda y el del cilindro en que se arrolla la cuerda que obra sobre la palanca de encliquetaje. En este dispositivo la cábria está montada sobre un macizo de fundicion y la cuerda obra sobre la palanca. Dando á las diversas partes del mecanismo las dimensiones siguientes, se tiene el resultado final así indicado:

d, diametro del piñon de la cábria. .	$= 5^{cmt}$
D, diámetro de la rueda de ángulo. .	$=30$
r, radio del manubrio.	$=50$
r', radio del cilindro de la cábria. .	$=10$

f, fuerza aplicada al manubrio. . . . $=10^k$

F', fuerza trasmitida por la cábria á la palanca.

$$F'=\frac{D}{d}\times\frac{r}{r'}\times f=\frac{30}{5}\times\frac{50}{10}\times 10=300^k. \quad (n.^o\ 66)$$

En el estremo de la palanca, hay, pues, una fuerza de 300^k que se multiplicará de nuevo, segun las reglas del equilibrio del tornillo espuestos en el párrafo 310.

Designando por $R=1^m$ el radio de la circunferencia descrita por la palanca ó la longitud de esta palanca á partir del centro del tornillo y por $H=0'03^m$ la altura del paso del tornillo, el esfuerzo teórico F bajo la tuerca será:

$$F=\frac{\pi\,.\,2R}{H}\times F'=\frac{3'14\times 2\times 1}{0'03}\times 300=62800^k. \quad (n.^o\ 67)$$

No siendo el esfuerzo real más que los 0'75 del esfuerzo teórico á causa de los frotamientos de la instalacion, el resultado final será:

$$62800\times 0'75=47100^k.$$

Luego el esfuerzo aplicado á la manivela será $\frac{47100}{10}$ $=4710$ veces mayor y el camino que recorrerá el tornillo será el mismo número de veces menor que el formado por el estremo de la manivela (véase § 294).

594. *Prensa hidráulica.*—Sobre una plataforma de madera sólidamente fijada al suelo está clavada una pieza de fundicion cuya parte inferior lleva dos cilindros de prensa hidráulica; un tornillo central atraviesa longitudinalmente todo el aparato, su cabeza de detencion se halla situada entre los dos cilindros. Por la tuerca de radio y una rodaja de apoyo se obra primero sobre la carga para regularizarla; esta se halla contenida en una cuba de círculos desmontables, cuyo fondo está formado por la tabla de madera fijada á la placa de fundicion que levantan los émbolos. Las piezas de madera forman la superficie resistente sostenida por la tuerca, cuando por el levantamiento de los émbolos de las bombas la carga está comprimida. El centro de rotacion del balancin de la bomba puede colocarse en tres puntos diferentes, de modo que dé al hombre que maneja el balancin un brazo de palanca tanto mayor cuanto más fuerte es la presion que tiene que vencer (§ 295).

Las prensas hidráulicas (1) en uso tienen una cabida de orujo para 27 á 112 hectólitros de vino y dan una presion de 175,000 á $300,000^k$. Referirse á los párrafos 313 y 585 para calcular la presion bajo el plato para una presion conocida, ejercida sobre el brazo de la bomba impelente.

(1) La cuestion de las prensas se halla estensamente tratada en la publicacion los *Archivos de la Industria*. Paris, Libreria Lacroix, 1867-1868.

CUARTA PARTE

MÁQUINAS DE VAPOR

La produccion del vapor, la utilizacion de la fuerza que proviene de este nuevo agente mecánico, el establecimiento de los aparatos necesarios para alcanzar los mejores resultados, exigen para ser comprendidos el conocimiento al menos sucinto de ciertos fenómenos físicos.

Pueden esplicarse sin el recurso de la demostracion matemática y solamente en vista de la práctica inmediata inteligente y esclarecida. Con este objeto vamos á recordar algunas propiedades del aire atmosférico, del calor y la medida y la trasmision de este último.

595. *El aire atmosférico.*—El aire es un cuerpo gaseoso; rodea la superficie de la tierra formando un envoltorio concéntrico de una altura de 40 á 50 kilómetros que se llama *atmósfera terrestre.*

Un litro de aire, tomado en las circunstancias habituales de temperatura (10° próximamente) y cerca de la superficie de la tierra, pesa próximamente 1'3 gramos, cerca de 770 veces menos que el agua destilada; este peso disminuye á medida que nos elevamos encima de la superficie de la tierra, de suerte que un litro de aire tomado á una altura de 3000 metros próximamente no pesa más que la mitad, es decir o'65.

596. *Presion admosférica.*—Una columna de aire de la misma altura que la atmósfera (40 á 50,000 metros) que tenga por base una superficie de un centímetro cuadrado, pesa 1'033^k. Todo cuerpo que se halla en contacto con el aire atmosférico soporta este peso por cada unidad de su superficie (centímetro cuadrado); es, pues, prensado por un peso total igual á tantas veces 1'033^k como centímetros cuadrados contiene su superficie.

Que el cuerpo esté colocado en pleno aire ó que se halle contenido en una cámara que comunique con el aire exterior, estará siempre sometido á una misma presion, porque en el aire como en los gases y en todos los líquidos, la presion, en un punto cualquiera, se trasmite en todos sentidos (§ 457).

La *presion atmosférica*, es, pues, el efecto ejercido por la atmósfera sobre todos los cuerpos en contacto con él; no debe confundirse con la gravedad del aire considerada como un cuerpo aislado.

597. *Vacio.*—Se dice que existe el vacio en un espacio herméticamente cerrado (caja, tubo, recipiente, ecétera) cuando este espacio no contiene ningun cuerpo gaseoso que produzca una presion. En las máquinas de vapor, el barómetro cuya cámara superior comunica con el condensador indica el estado del *vacio* en esta parte; así se llama la presion existente en esta region de la máquina de vapor, porque en las peores condiciones, esta presion es siempre una mitad inferior á la de la atmósfera.

598. *Vacio en las máquinas de vapor.*—Se efectua el vacio ya sea por medio de una bomba (§ 506) ya in-

troduciendo en el vaso que se quiere purgar de aire un chorro de vapor á una presion más elevada que la de la atmósfera; este vapor arroja el aire y los gases contenidos en el vaso; está liquidado por enfriamiento y se quita por medio de una bomba. Este último sistema se usa en las máquinas de vapor.

Del calor.

599. *Calórico.*—El *calor*, esa sensacion que experimentamos al aproximarnos á un cuerpo caliente como la llama de una vela y de un fuego, se debe á la presencia en este cuerpo de una cantidad mayor ó menor de *calórico.* El modo más sencillo de darse cuenta del calórico, es considerarlo como un fluido escesivamente sútil, sin gravedad y penetrando en todos los cuerpos como el agua penetra una esponja. Las palabras *calor* y *calórico* se usan contínuamente una por otra.

600. *Trasmision del calor.*—El calor se trasmite por *contacto* cnando los cuerpos se tocan; por *radiacion* cuando están alejados.

Cuando dos cuerpos se hallan en presencia ó en contacto ó mezclados como dos líquidos, el calórico contenido en estos cuerpos, tiende contínuamente á ponerse en equilibrio, es decir, que el menos caliente se calienta á expensas del que lo está más hasta que los dos se hallen igualmente calientes. Y estando dos cuerpos igualmente calientes, no porque contengan la misma *cantidad de calórico* ó de calor, sino porque el calor de que están penetrados, cualquiera que sea su cantidad, tiene una intensidad igual, una *tension* igual. Dos cuerpos igualmente calientes pueden, pues, contener cantidades de calor muy diferentes. Esta importante distincion entre la *cantidad* y la *intensidad* del calor contenido en un cuerpo no debe nunca perderse de vista. Los cuerpos son más ó menos buenos *conductores* del calórico, segun que trasmiten más ó menos prontamente en su masa el calor aplicado á una cualquiera de sus partes. Esta propiedad, que distingue todos los metales, se utiliza notablemente en las calderas de vapor.

601. *Dilatacion* y *contraccion de los cuerpos.*—La *dilatacion* es el nombre dado al aumento de volúmen de los cuerpos penetrados por el calor que, al introducirse en su interior, separa las moléculas. La *contraccion* es lo contrario de la dilatacion. Se verifica cuando por una causa cualquiera, el calor sale de un cuerpo; entonces las moléculas de éste, que el calor mantenia separadas, se acercan á medida que el calor se escapa del cuerpo, y el volúmen de este último disminuye.

Estos dos efectos, dilatacion y contraccion, son particularmente sensibles en los metales y su accion es de una potencia considerable; si un obstáculo insuperable se opone á la retirada de una barra de hierro calentada, despues sometida al enfriamiento, la misma barra se romperá. Esta potencia se utiliza algunas veces en la construccion de las máquinas.

Otro efecto del calor es el cambio de estado que hace esperimentar á los cuerpos cuando está acumulado en cierta cantidad; así el agua calentada pasa del estado líquido al estado gaseoso y el plomo del estado sólido al estado líquido.

602. *Temperatura. Termómetro.*—La intensidad del calor contenido en un cuerpo, se llama la *temperatura* de este cuerpo.

La temperatura se mide por medio del instrumento llamado termómetro, cuya construccion está basada en la dilatacion del mercurio ó del espíritu de vino.

Un tubo AB (fig. 449) perfectamente cilíndrico, completamente purgado de aire, cerrado en los dos estremos y terminado por un rehenchimiento B lleno de mercurio ó de espíritu de vino, está fijo sobre una plancheta P que se ha graduado de la manera siguiente: estando el termómetro sumergido en el hielo fundente, el punto de elevacion del mercurio se señala o en la plancheta; si se sumerge enseguida el instrumento en el agua hirviendo, la dilatacion hace subir el nivel y este nuevo punto debe señalarse 100 en la plancheta; dividiendo en 100 partes iguales llamados *grados* el espacio comprendido entre el hielo fundente y el agua hirviendo, se tiene la escala termométrica sobre la cual se ven las variaciones de temperatura indicados por la dilatacion del mercurio. Para apreciar las temperaturas más bajas que el cero del hielo fundente se han establecido grados debajo de esta cifra.

603. *Propiedades generales del calor.*—Hemos dicho ya que el estado de los cuerpos estaba modificado por el calor; podemos, pues, resumir así las dos principales propiedades:

1.° El calor dilata los cuerpos y puede hacerlos pasar del estado sólido al estado líquido y del estado líquido al estado gaseoso.

2.° Todos los cuerpos en presencia unos de otros tienden á ponerse en equilibrio de temperatura.

Del vapor.

604. *Definicion.*—Cuando se calienta un líquido cualquiera contenido en un vaso que comunica al aire libre por una abertura situada encima del nivel, este líquido disminuye poco á poco y desaparece enteramente al cabo de cierto tiempo. No está por tanto des-

truido; ha cambiado de estado solamente y se ha trasformado en gas ó *vapor*. El vapor se ha diseminado en la atmósfera; al enfriarse ha vuelto á su primer estado líquido y como se habrá *diseminado* mucho en el aire, los gotas de líquido así formadas son tan sumamente pequeñas, que han quedado en suspension en la atmósfera en estado de niebla ó han vuelto á caer á tierra en un espacio tan grande, que han dejado apenas un ligero rastro de humedad. Las nieblas no son otra cosa más que grandes masas de vapor que provienen del agua evaporada en la superficie de los mares y rios y que se condensan en forma de lluvia sumamente fina. Las corrientes y los vientos que reinan en la atmósfera llevan amenudo estas masas de niebla á puntos muy lejanos de aquellos en que se forman.

En las máquinas de vapor el líquido más generalmente usado es el agua y la palabra *vapor*, por si sola, designa siempre *vapor de agua*.

605. El vapor está elementalmente compuesto por los mismos cuerpos que el agua que lo ha producido.

En estado de pureza (vapor seco) es incoloro, insípido y sin olor. Cuando es aparente en forma de humo blanco ó de niebla, como cuando sale de los tubos de escape de las calderas, es que contiene partículas del agua que ha arrastrado ó que ha esperimentado un principio de condensacion. Se dice entonces que el vapor es *vesicular, globuloso, acuoso, mojado*, empleado en uno de estos estados da un trabajo menor para un gasto mayor de líquido y calor. Se adquiere la prueba de que el vapor seco es incoloro, mirando el tubo de nivel de cristal de una caldera que funciona; la mitad próximamente de este tubo contiene agua visible; la otra mitad parece vacio, aunque esté lleno de vapor.

El vapor posee una *fuerza elastica*, proveniente de que sus moléculas tienden á rechazarse sin cesar, y por consiguiente á ocupar un espacio mayor que aquel en el cual están encerradas. Apretando en la mano una pelota de goma elástica, nos damos cuenta materialmente del efecto del vapor contenido en un cilindro, por ejemplo, y bajo un émbolo móvil que empujará con más ó menos velocidad, segun que sea más ó menos elástica y que el émbolo resista más ó menos.

La *presion del vapor* es el resultado del esfuerzo ejercido por el vapor en la superficie de los vasos que lo contienen (calderas, cilindros, etc.)..... La *fuerza elástica*, es, pues, la causa y la *presion* el efecto.

Esta presion se mide como la presion atmosférica (§ 597), apreciando la altura de la columna de mercurio que puede equilibrar ó tener en suspension; se evalua en kilógramos por centímetro cuadrado. Cuando el vapor ejerce sobre una superficie un esfuerzo igual á $1'033^k$, $2'066^k$, $3'099$, etc.... se dice entonces que su presion es igual á 1, 2, 3 atmósferas.

606. La *caloria* es la cantidad de calor necesaria para elevar 1° centígrado la temperatura de 1 kilógramo de agua. La caloria se ha tomado como unidad para medir las cantidades de calor absorbidas ó desprendidas por los cuerpos, cuando su temperatura aumenta ó disminuye. Segun esta definicion, para elevar la temperatura de un kilógramo de agua 1, 2, 3, 4..... grados se necesitan 1, 2, 3, 4 calorias, Luego para conocer el número de calorias necesarias para elevar ó bajar cierto número de grados una cierta cantidad de agua, es preciso multiplicar el peso de esta agua por el número dado de grados.

Ejemllo. Se pide el número de calorias necesario para elevar 25 litros de agua de la temperatura de 12° á la de 45°.

Siendo el aumento de temperatura pedido $45°—12° =33°$ y pesando los 25 litros de agua 25 kilógramos, el número de calorias buscado será $25 \times 33 = 825$.

Pero para elevar un mismo número de grados la temperatura de un mismo peso de cuerpos diferentes, se necesitan cantidades de calor diferentes. Para medir las cantidades de calor absorbidas ó desprendidas en las variaciones de temperatura de un cuerpo cualquiera; es, pues, esencial conocer el calor específico de este cuerpo.

607. El *calor específico* de un cuerpo es la cantidad de calor necesaria para elevar un grado centígrado la temperatura de 1 kilógramo de este cuerpo.

Así el calor específico del hierro es 0'1 caloria ó en otros términos, 1 caloria basta para elevar 1 grado la temperatura de 10 kilógramos de este metal. Una caloria basta igualmente para elevar 1° la temperatura de 4 kilógramos de aire.

En resúmen, para conocer el número de calorias absorbidas ó desprendidas durante la elevacion ó durante el descenso de la temperatura de un cuerpo, es preciso multiplicar primero el peso de este cuerpo espresado en kilógramos por el calor específico dado por las tablas, cuyas cifras ha proporcionado la esperiencia, y multiplicar luego el producto obtenido por el número de grados que ha variado la temperatura.

Ejemplo. Se pide el número de calorias desprendidas por el descenso de la temperatura de 20 kilógramos de hierro, siendo el descenso de 55° á 15° ó sea 40°.

Siendo el calor específico del hierro 0'1 y la diferencia de 55° á 15° de 40° el número de calorias desprendidas será $20 \times 0'1 \times 40 = 80$ calorias.

En las mismas circunstancias 20 kilógramos de agua habrán desprendido $20\times40=806$ calorias y 20 kilógramos de aire $20\times0'4\times40=320$ calorias.

608. *Ebullicion.*—La temperatura de 1 kilógramo de agua calentado en un vaso descubierto y de una manera contínua se eleva gradualmente hasta que el agua entra en ebullicion; en este momento, el termómetro que se sumerge indica 100°, pero, llegado á este punto, el termómetro no sube más; y nos hace ver por su inmovilidad que la temperatura permanece invariable durante la vaporizacion del kilógramo de agua, á pesar del calor evidentemente recibido y absorbido por él. Este esperimento nos demuestra que la cantidad de calor necesaria que puede hacer pasar un cuerpo del estado líquido al estado gaseoso, no aumenta la intensidad del calor contenido en este cuerpo; el escedente del calor gastado, no teniendo accion ninguna sobre el termómetro (escedente llamado *calor latente* ó calor de *vaporizacion*) se emplea enteramente para el cambio de estado del cuerpo, que conserva la misma temperatura durante toda la trasformacion.

609. *Vaporizacion.*—A cualquier temperatura el agua se vaporiza; pero el vapor emitido solo se emplea como potencia motriz cuando está formado á 100°; á esta temperatura, su fuerza elástica ó su presion es igual á la de la atmósfera ó sea $1'033^{k}$, sobre cada centímetro cuadrado de las superficies de los cuerpos en contacto con ella; equilibra entonces una columna de mercurio de $0'76^{m}$ de altura sobre una base de 1^{cm^2} ó de $3'14^{cm}$ de circunferencia. A 100° la ebullicion se manifiesta en la masa líquida y se continua hasta la completa vaporizacion si el vaso continente está descubierto al aire libre, ó si el vapor se escapa en cantidad proporcional á la cantidad formada.

En un vaso cerrado, como una caldera de máquina, la ebullicion cesa al mismo tiempo que el vapor, acumulado encima del agua, ejerce sobre la masa una presion igual ó superior á la presion del vapor que se forma en las regiones calentadas directamente; ó mejor que se forma en las capas del líquido en contacto con las superficies de caldeo. Todos los líquidos no entran en ebullicion á la misma temperatura que el agua:

El aceite y el sebo á.	316°
El alcohol del comercio á.	80°
El cloroformo á.	72°
El éter á..	38°

El punto de ebullicion del agua no es invariablemente 100°: depende del estado de pureza del líquido, de la naturaleza y de la cantidad de las sustancias estrañas que contiene. Los cuerpos que se hallan en estado de suspension, como la arena, el serrin de madera etc., no ejercen ninguna influencia en la ebullicion; los que se hallan en disolucion ó químicamente combinados avanzan el punto de ebullicion si son más volátiles que el agua (el eter, cloroformo, etc., se hallan en este caso); los que son ménos volátiles que el agua retardan su ebullicion (el aceite, las esencias, etc.).

El agua de mar hierve á.	100°7
El agua saturada de sal marina á.. .	110°
El agua saturada de sosa á..	124°
El agua saturada de cloruro de cal á.	140°

El punto de ebullicion depende tambien de la presion ejercida sobre la superficie del líquido y por consiguiente de la variacion de la presion atmosférica, segun los lugares y segun el estado de humedad de la atmósfera.

Al nivel del mar el agua pura hierve á	100°
En Paris.	99°8
En el Mont Blanc (á 4930^{m} encima del nivel del mar) á	85°

En un vaso cerrado que no contenga aire, la ebullicion se adelanta; en una caldera que produce vapor á 3 ó 5 atmósferas se retrasa mucho.

610. *Calor latente y calor total de vaporizacion.*—La cantidad de calor necesario para vaporizar completamente 1 kilógramo de agua á la temperatura de 100°, es suficiente para elevar 1° la temperatura de 537 kilógramos de agua; se necesitan, pues, 537 calorias para vaporizar 1 kilógramo de agua á la temperatura de 100° Si este kilógramo de agua estuviere á 12° por ejemplo, ántes de calentarse, habia sido preciso gastar primero 100°—12° ó 88° más 537 calorias para vaporizarlo, en suma 625 calorias, § 606.

En este ejemplo 537 calorias es el *calor latente de vaporizacion* y 625 calorias el *calor total de vaporizacion.* El calor total de vaporizacion aumenta con la temperatura del vapor, pero en escasas proporciones, mientras que el calor latente casi no cambia.

Las máquinas usadas en la industria ó en la navegacion funcionan bajo una presion de 1 á 7 atmósferas, de donde se puede tomar para la práctica el calor total de vaporizacion como constante y no variando más que entre los límites de 637 á 655.

610. *Composicion del vapor.*—El vapor se compone elementalmente de los mismos cuerpos que el agua que lo ha producido: ó sea para 100 partes en peso 89 partes de hidrógeno y 11 partes de oxígeno.

La temperatura del vapor es, segun los esperimentos más exactos, constantemente igual á la del agua que lo ha formado si el agua y el vapor permanecen en contacto.

612. *Vapor al aire libre y en vasos cerrados.*—Al aire libre la temperatura del agua ó del vapor no escede nunca de $100°$ el punto de ebullicion; del mismo modo que la presion del vapor no escede nunca de 1^{atm} cualquiera que sea la cantidad de calor dada al líquido; todo nuevo calor añadido se emplea en continuar ó activar la vaporizacion.

En un vaso herméticamente cerrado ó del cual no se escapa más que una cantidad de calor mucho más pequeña que la cantidad producida en un mismo tiempo, la temperatura y la presion aumentan rápidamente bajo la influencia del calor añadido.

613. *Relacion entre la temperatura y la presion del vapor.*—Las variaciones de presion están directamente ligadas á las variaciones de temperatura; pero no en una relacion constante. Ejemplo:

A 100° la presion es de. . .	1 atmósfera.
A 130° es de	2 —
A 200° es de	15 —

No se conoce la ley que espresa la relacion entre las tensiones del vapor y las temperaturas correspondientes; solo esperimentalmente se han establecido las tablas que con ellos se relacionan.

Entre todas las fórmulas empíricas propuestas para unir de una vez los resultados de la observacion, la fórmula más sencilla que da con bastante exactitud para la práctica la presion y la que da la temperatura son las siguientes de Arago y Dulong,

T, temperatura en grados centígrados:

N, presion espresada en atmósferas:

$$T = 100 + \frac{\sqrt[5]{N-1},}{0'007153} \qquad (n.^o\ 1)$$

$$N = (0'007135T + 0'2847)^5. \qquad (n.^o\ 2)$$

Los números de la tabla de las presiones y de las temperaturas tienen un grado de exactitud un poco más riguroso que el que se alcanza con la fórmula de arriba (véase pág. 365.)

614. El aumento de la presion, cuando la temperatura aumenta, no es el mismo para el vapor en contacto con el líquido que para el vapor aislado. Cuando hay contacto entre el agua y el vapor, si se continua calentando el agua ya á $100°$ y el gasto de vapor es nulo ó menor que la produccion basta aumentar la temperatura sensible un poco menos de $^1/_3$ para obtener una presion doble y aumentarla el doble para obtener una presion 15 veces mayor. Ejemplos:

á T	temperatura	=100°,	P	presion=	1 atmósfera.
á T	—	=130°,	P	— =	2 —
á T	—	=200°,	P	— =	15 —

Seria un grave error deducir de la comparacion de estas cifras que el $^1/_3$ en esceso de gasto de calor y por consiguiente de combustible da una presion doble, ó que el doble de gasto de calor da una presion 15 veces mayor; los hechos y la teoria demuestran que una misma cantidad de calor no puede producir más que una misma cantidad de trabajo, cualquiera que sea la presion del vapor empleado.

Cuando el vapor se calienta aisladamente del líquido generador y que en el vaso que lo contiene no puede aumentarse su volúmen, el aumento de presion se espresa por la fórmula:

$$P' = P \,.\, (1 + 0'00367t), \qquad (n.^o\ 3)$$

en la cual P es la presion antes del caldeamiento; P', la nueva presion despues del recalentamiento; t, la temperatura en esceso que le ha dado el recalentamiento; y 0'00367 una cantidad constante que representa el coeficiente de dilatacion para cada grado de temperatura. (Este es el coeficiente de dilatacion de los gases permanentes).

Ejemplo. 1^k de vapor está aislado del agua de generacion; está contenido en un vaso resistente que se opone á su dilatacion; su temperatura es $100°$ y como todavia no está sobrecalentada, su presion es de 1 atmósfera. El vaso está calentado hasta que el vapor que contiene alcanza $130°$: el volúmen del vapor permanece invariable, ¿cuál será su presion P'?

$$P' = 1^{atm} \,.\, (1 + 0'00367 \times 130) = 1'477^{atm}.$$

¿Cuánto será preciso aumentar la temperatura de un vapor tomada á $100°$ de temperatura inicial, lo que produce 1^{atm} de presion P para llevarla por recalentamiento á la presion $P' = 3^{atm}$?

Del n.° 3 se deduce:

$$t = \frac{P' - P}{0'00367 \,.\, P} = \frac{3-1}{0'00367 \times 1} = 545°. \qquad (n.^o\ 4)$$

La comparacion de las cifras del cuadro que sigue hace resaltar la diferencia de presion entre dos vapores á la misma temperatura, estando uno en contacto con el líquido y habiendo estado aislado el otro para sufrir un recalentamiento.

TEMPERATURA DEL VAPOR CALENTADO ESTANDO		PRESION DEL VAPOR CALENTADO ESTANDO	
en contacto con el líquido.	separado del líquido y elevado de 100° á	en contacto con el líquido.	separado del líquido.
100°	»	1^{atm}	»
130°	130°	2'67	$1'1101^{atm}$
200°	200°	15'38	$1'367^{atm}$

Las fórmulas n.° 3 y n.° 4 son las de los gases permanentes. En la práctica, se admite que son aplicables á los vapores separados del agua de formacion.

615. *Calor total de vaporizacion.*—Para trasformar 1^k de agua tomada á 0° de temperatura en vapor á 100°, se han de gastar primeramente 537 calorias, lo cual constituye el calor *latente* ó calor de vaporizacion: el termómetro no la manifiesta. En segundo lugar 100 calorias ó calor sensible indicada por el termómetro suma 637 calorias.

El calor latente del vapor aumenta con su temperatura sensible, pero en muy exíguas proporciones.

Segun Regnault ese aumento se espresa con la fórmula:

$$C=606'5+0'305T; \qquad (n.° 5)$$

C calor total del vapor;

T temperatura sensible del vapor segun las tablas ó la fórmula de Arago y Dulong (n.° 1).

Inútil es recordar aquí lo que hemos dicho en el párrafo 610: las máquinas de vapor empleadas en la industria ó en la navegacion que funcionan bajo una presion de 1 á 7 atmósferas, se puede admitir sin error sensible en la práctica, que el calor total de vaporizacion sea constantemente de 637 calorias, porque no varia más que entre los límites de 637 á 655.

616. *Densidad del vapor* (§ 265).—La densidad del vapor de agua á la presion atmosférica es igual á 0'0005883 cerca de los 0'454 de la densidad del aire. Tomando el metro cúbico por unidad de volúmen, el peso del vapor á 1 atmósfera es, pues, de $0'5883^k$. La densidad D aumenta con la presion, pero no absolutamente en la misma relacion:

A 1 atmósfera. . . . . . . D=0'0005883
A 2 atmósferas. . . . . D=0'001115
(Véase la tabla, pág. 365)

617. *Densidad del vapor saturado* (§ 621).—La densidad D del vapor saturado está dada por la fórmula:

$$D=\frac{0'0008043579 \cdot P}{1+(0'00367 \cdot T)}, \qquad (n.° 6)$$

en la cual P es la presion del vapor en atmósferas y T la temperatura correspondiente á esta presion. Para las necesidades de la práctica, la densidad del vapor se refiere siempre al peso del metro cúbico; basta para esto adelantar la coma del número constante 0'00367 (número 6) tres filas hácia la derecha, puesto que el metro cúbico contiene 1000 decímetros cúbicos y la densidad se dice de la relacion entre el peso de un decímetro cúbico de agua al peso de un decímetro cúbico del cuerpo apreciado (véase la tabla, página 365).

618. En muchas circunstancias de la práctica es necesario conocer el peso total del vapor que ha trabajado en el cilindro de una máquina para empujar el émbolo y así podemos deducir por comparacion conociendo la potencia efectiva desarrollada por el aparato cual es su rendimiento y apreciar cual es la potencia evaporatoria de la caldera.

Peso del vapor saturado (§ 621). El peso Q_v del vapor saturado es sensiblemente igual al peso del agua de formacion; varia como la presion, pero no de una manera exactamente proporcional (véase la tabla, página 365). Como para todos los cuerpos, es el producto de V . D (el volúmen V por la densidad D, § 264).

Las tablas calculadas del peso del vapor ó formadas segun los esperimentos no se estienden á todas las presiones y particularmente á las fracciones de la unidad; se suple por la fórmula empírica siguiente, llamada *fórmula de Indret:*

$$Q_v = 0'66p + 90 \text{ gramos}, \qquad (n.° 7)$$

estando p espresado en metros de mercurio y Q_v en kilógramos.

Ejemplo numérico del gasto de vapor.—¿Cuál es el peso Q_v de vapor ó de agua gastado en una hora por una máquina que funciona en las condiciones siguientes?

D, el diámetro del cilindro. . . . . $=0'20^m$
C, carrera del émbolo ó longitud del camino que recorre en una ida ó vuelta. . . . $=0'40^m$
h, altura de cada libertad de cilindro. . . $=0'01^m$

Se llama libertad de cilindro ó espacio neutro el espacio que deja el émbolo á fin de carrera entre él y el estremo del cilindro del cual se halla más próximo; cada golpe de émbolo da $2h$.

N, número de golpes de émbolo por minuto. 100
El golpe de émbolo comprende una ida y vuelta de este órgano en el cilindro y por consiguiente. . . . . N=2C

P, presion absoluta del vapor al final de la carrera del émbolo. . . . . $4^{\text{amt.}}$

q, peso en kilógramos de 1 $^{m^3}$ de vapor á P presion. . . . . $=2'1082^k$

V, volúmen de vapor en metros cúbicos gastado por hora.. . . . . . $=\dfrac{\pi D^2}{4}\times(2C+2h).N\times 60$

$$Q_v = V.q = \frac{\pi.D^2}{4}.2(C+2h).N.60.q \qquad (\text{n.}^{\circ}\ 8)$$

y númericamente:

$$Q_v = \frac{3'1416\,(0'20)^2}{4}.2.(0'40^m + 0'02)\,100.60\times$$

$2'1082^k = 325^k$ de vapor ó 325 litros de agua.

619. *Volúmen relativo del vapor.*—El volúmen relativo del vapor se dice de la relacion entre el volúmen de este vapor y el volúmen del agua que lo ha producido. Para el vapor saturado está dado por la fórmula:

$$V = \frac{1+(0'09367\,T)}{0'8043579.P}. \qquad (\text{n.}^{\circ}\ 9)$$

T temperatura; P presion en atmósferas. (Véase la tabla siguiente).

Temperaturas del vapor saturado.	PRESIONES en atmósferas.	en milímetros de mercurio.	en kilog. por cent. cuadrado.	Volúmen del kilóg. de vapor en metros cuadrados.	Peso en kilóg. de 1 metro de vapor.
1	2	3	4	5	6
100	1'000	760	1'033	1'699	0'588
101	1'036	787	1'070	1'644	0'607
102	1'073	816	1'108	1'592	0'627
103	1'112	845	1'148	1'540	0'649
104	1'151	875	1'188	1'492	0'670
105	1'192	906	1'231	1'444	0'692
106	1'234	938	1'274	1'399	0'714
107	1'277	991	1'319	1'355	0'737
108	1'321	1005	1'364	1'314	0'760
109	1'367	1040	1'412	1'273	0'785
110	1'415	1075	1'461	1'233	0'810
111	1'463	1112	1'511	1'195	0'836
112	1'512	1149	1'561	1'160	0'861
113	1'563	1188	1'614	1'125	0'888
114	1'616	1228	1'669	1'091	0'916
115	1'670	1269	1'725	1'058	0'944
116	1'725	1311	1'781	1'027	0'973
117	1'782	1354	1'840	0'997	1'002
118	1'840	1400	1'900	0'968	1'032
119	1'900	1444	1'962	0'940	1'063
120	1'962	1491	2'026	0'912	1'095
120'60	2'000	1520	2'066	0'896	1'115

Temperaturas del vapor saturado.	PRESIONES en atmósferas.	en milímetros de mercurio.	en kilóg. por cent. cuadrado.	Volúmen del kilóg. de vapor en metros cuadrados.	Peso en kilóg. de 1 metro de vapor.
1	2	3	4	5	6
121	2'025	1539	2'091	0'886	1'127
122	1'090	1588	2'158	0'861	1'161
123	2'156	1639	1'227	0'836	1'194
124	2'225	1690	2'298	0'813	1'229
125	2'294	1744	2'369	0'790	1'264
126	2'366	1798	2'444	0'768	1'301
127	2'439	1854	2'519	0'747	1'338
128	2'515	1911	2'597	0'726	1'376
129	2'592	1970	2'677	0'706	1'414
130	2'671	2030	2'759	0'687	1'454
131	2'752,	2092	2'842	0'668	1'494
132	2'835	2155	2'928	0'650	1'536
133	2'920	2200	3'016	0'633	1'578
133'91	3'000	2280	3'099	0'618	1'617
134	3'007	2286	3'106	0'616	1'621
135	3'097	2354	3'199	0'600	1'665
136	3'188	2423	3'293	0'584	1'710
137	3'281	2494	3'389	0'569	1'756
138	3'377	2567	3'488	0'554	1'803
139	3'475	2641	3'589	0'540	1'850
140	3'576	2717	3'694	0'526	1'900
141	3'678	2795	5'799	0'512	1'949
142	3'783	2875	3'907	0'499	2'000
143	3'890	2957	4'018	0'487	2'052
144	4'000	3040	4'132	0'475	2'104
145	4'112	3125	4'247	0'463	2'158
146	4'227	3213	4'366	0'451	2'213
147	4'344	3302	4'487	0'440	2'269
148	4'464	3393	4'611	0'429	2'326
149	4'587	3486	4'738	0'419	2'385
150	4'712	3581	4'867	0'409	2'444
151	4'840	3678	4'999	0'399	2'504
152	4'970	3778	5'134	0'389	2'566
152'22	5'000	3800	5'165	0'387	2'580
153	5'104	3879	5'272	0'380	2'629
154	5'240	3982	5'412	0'371	2'692
155	5'379	4088	5'556	0'362	2'757
156	5'521	4196	5'703	0'354	2'824
157	5'666	4307	5'852	0'345	2'891
158	5'815	4419	6'006	0'337	2'960
159	5'966	4534	6'162	0'329	3'030
159'22	6'000	4560	6'198	0'328	3'046
160	6'121	4651	6'322	0'322	3'102
162'37	6'500	4940	6'714	0'305	3'276
163'88	6'750	5130	6'972	0'293	3'413
165'33	7'000	5326	7'231	0'285	3'504
168'15	7'500	5700	7'747	0'263	3'756
170'81	8'000	6080	8'264	0'253	3'955
173'35	8'500	6460	8'780	0'240	4'161
175'77	9'000	6840	9'297	0'227	4'400
178'08	9'500	7220	9'813	0'217	4'600
180'31	10'000	7600	10'330	0'207	4'840
184'50	11'000	8380	11'363	0'189	5'275
188'41	12'000	9120	12'396	0'175	5'706
192'08	13'000	9880	13'429	0'163	6'133
195'53	14'000	10640	14'462	0'151	6'556
198'80	15'000	11400	15'495	0'143	6'975

620. *Cantidad de agua gastada para producir un caballo de vapor de fuerza.*—El agua y el vapor no son más que un mismo cuerpo en diferente estado; se deduce, en tésis general, que un peso de agua produce un peso igual de vapor seco. Se puede, pues, determinar de antemano cual será el peso Q_e de agua por vaporizar en un tiempo dado t_m espresado en horas y en fracciones decimales de hora, para alimentar con vapor una máquina cuya potencia efectiva F_e en caballos de vapor es conocida. Se admite que un caballo de vapor gasta 30^{lt} ó 30^k de agua vaporizada por hora (1). Este peso de líquido será igual al peso Q_v del volúmen de vapor gastado en el tiempo t_m. Tendremos, pues, de una manera general

$$Q_e = Q_v.$$

y en el caso particular propuesto:

$$Q_e = 30 . F_e . t_m. \qquad \text{(n.}^\text{o}\text{ 10)}$$

Si se quiere calcular el consumo total de agua, al consumo directo así obtenido, es preciso añadir los consumos accidentales debidos:

1.° A la cantidad de agua arrastrada en los cilindros por el mismo vapor, cantidad no menor de los 0'2 de la del agua vaporizada en las mejores calderas;

2.° A la pérdida accidental de agua y de vapor por las uniones y las grietas;

3.° A la condensacion en los conductos, en los cilindros, en los codos de los tubos y en los pasos estrechos.

4.° A la cantidad de agua que hay que extraer del generador para evitar las incrustaciones calcáreas ó los depósitos salinos.

621. *Vapor saturado.*— Cuando en una caldera el vapor ha alcanzado una presion y una densidad que corresponden á la temperatura determinada por la esperiencia, para esta presion y esta densidad (sea como ejemplo: Presion una atmósfera; densidad 0'0005883; temperatura 100°) hay equilibrio entre estas cantidades, y se dice entonces que el espacio está saturado de vapor á tal ó cual presion ó que el vapor está en saturacion. En este caso y con tal que no haya aumento ó disminucion de calor total, la densidad y la presion del vapor y la temperatura del agua y del vapor permanecen estacionarias; la vaporizacion cesa y el equilibrio está perfectamente determinado entre todas estas cantidades.

(1) Este número no es exacto para todas las presiones: se admite para la presion de una atmósfera usada en las máquinas de Watt. Se dice, en este caso, que la potencia de la máquina está espresada en caballos de baja presion ó caballos de 30 litros.

El vapor puede estar saturado, estando en contacto ó aislado del líquido generador.

622. El vapor saturado en contacto con el agua por vaporizar, no obra como los gases permanentes, cuya presion está en razon inversa del volúmen ocupado por una misma cantidad de gas. Se verifica entonces el fenómeno siguiente: si el espacio en que el vapor esta encerrado disminuye, siendo la misma la temperatura, cierta cantidad de vapor se liquida y el volúmen que queda no cambia de presion, la saturacion no cesa; si el espacio aumenta sin que haya cambio de temperatura, la vaporizacion se renueva y produce una nueva cantidad de vapor saturado, que conserva la misma presion y que llena el espacio á medida que este último se agranda.

La espontaneidad de vaporizacion es tan grande en esta circunstancia, que se puede decir que el equilibrio no se ha roto entre los diversos elementos que constituyen el vapor saturado. Si el calor producido por los hogares es menor que el calor gastado y por consiguiente si la temperatura baja, la presion del vapor disminuye y *el espacio permanece todavia saturado pero de un vapor que tiene una presion más débil.* Si por el contrario, el calor proporcionado es mayor que el calor gastado, la temperatura, la densidad y la presion del vapor aumentan y la saturacion se verifica todavia, pero á una temperatura más elevada.

623. *Causas de las irregularidades de presion en una caldera.*—De los hechos espuestos en los párrafos anteriores resulta para la práctica que las irregularidades de presion en una caldera dependen:

1.° De la irregularidad del caldeamiento, ya sea por que la combustion queda momentáneamente retardada por falta de tiraje ó por la introduccion en el hogar de una cantidad de aire frio demasiado grande ó de combustible fresco, ya porque los tubos y las calderas están obstruidas por el hollin ó por las cenizas, ya en fin porque el vacio entre las barras de la parrilla está lleno en parte por los residuos de la combustion, y la cantidad de aire necesario para producir una buena combustion no puede penetrar en la masa del combustible.

2.° De un gasto de vapor accidentalmente mayor que la produccion, ya sea á causa de la aceleracion súbita de la marcha de la máquina, ya á causa de las fugas que se declaran en la caldera ó en los tubos de conduccion de vapor.

3.° De una pérdida de calor por estracciones demasiado abundantes y muy aproximadas;

4.° De un enfriamiento brusco en una masa líquida, ocasionada por una alimentacion de agua demasiado fuerte.

En las cuatro circunstancias anteriores, hay descenso de la presion normal, bajo la cual trabaja una máquina.

Hay incremento de esta presion:

1.° Si se activa el caldeamiento sin disminuir proporcionalmente el gasto de vapor, disminuyendo la velocidad de la máquina, y si se disminuye esta velocidad dejando al fuego toda su intensidad.

2.° Si se baja notablemente el nivel del agua en la caldera;

3.° Si estando parada la máquina, las válvulas de seguridad no dejan salir de la caldera una cantidad de vapor igual á la cantidad consumida por la máquina durante la marcha;

4.° Si una superficie de caldeamiento espuesta al descubierto á la accion del fuego y cubierta por el agua despues de haber sido recalentada, ocasiona la produccion inmediata de una gran cantidad de vapor.

Esta última circunstancia puede determinar la esplosion del aparato generador.

Al empezar, cuando se recalienta el vapor separado de la caldera, el agua arrastrada se vaporiza y durante cierto tiempo conserva el vapor recalentado en estado de saturacion.

624. *Vapor desaturado.*—El vapor está desaturado cuando entre su densidad, su temperatura y su presion, no existen las mismas relaciones que las que ha dado la esperiencia ó las fórmulas establecidas segun los esperimentos (véase la tabla pág. 365).

Sea por ejemplo:

	Temperatura.	Densidad.	Presion.
Vapor saturado. .	152'26°	0'002584	5^{atm}
Vapor desaturado elevado á. . .	200°	0'002584	$5'5875^{atm}$

En este ejemplo á un volúmen de vapor saturado á 5 atmósferas de presion correspondientes á 152'26° de temperatura y el peso á $2'584^k$ por metro cúbico, se ha añadido 47'74° de temperatura despues de haber aislado el vapor del líquido por vaporizar, y se ha impedido el aumento de volúmen durante y despues de esta adicion de calor: el peso, pues, ha permanecido el mismo; la temperatura se ha elevado á 200° y la presion se ha convertido en $5'5875^{atm}$, es decir, que ha aumentado $\frac{1}{11}$ próximamente. Si el mismo volúmen de vapor en contacto con el líquido por vaporizar (vapor saturado) se hubiese elevado á 200°, su presion se habria hecho cerca de 3 veces mayor y su peso 3 veces mayor tambien ($7'317^k$). En todos los casos semejantes se dice con preferencia que el vapor está recalentado.

El vapor recalentado ó desaturado obra de modo diferente que el vapor saturado, y la fórmula de Arago y Dulong (n.° 1) que dá la relacion entre la presion y la temperatura, no le es aplicable. Las fórmulas relativas á los gases permanentes le convienen. Para las variaciones de presion y de temperatura, véase la fórmula n.° 4 (§ 614).

La variacion del volúmen V está indicada por la espresion:

$$V=V'\frac{1+0'00367\,.\,t\,.\,p'}{1+0'00367\,t'\,.\,p}. \qquad (n.^o\ 11)$$

La variacion de la densidad D está determinada por la fórmula:

$$D=D'\frac{1+0'00367\,.\,t'\,.\,p}{1+0'00367\,.\,t\,.\,p'}. \qquad (n.\ 12)$$

625. *Ejemplos de la proporcionalidad entre el calor gastado y el trabajo obtenido.*—Olvidando los principios fundamentales espuestos anteriormente, caeríamos en grandes errores resultantes de la anomalia aparente que se ofrece á la vista cuando se comparan superficialmente los resultados obtenidos. En efecto, por el ejemplo dado antes (§ 624) se vé que para un incremento de temperatura sensible de 47'74°, la presion del vapor desaturado no ha aumentado más que de $^1/_{11}$ próximamente, mientras que el vapor saturado habria adquirido con el mismo incremento de temperatura una presion 3 veces mayor. Por otra parte, comparando los números del cuadro de las presiones relativamente á las temperaturas, podríamos admitir que en la práctica hay una gran economia en usar altas presiones, puesto que á 100° tendríamos 1 atmósfera de presion; á 120°, 2 atmósferas; á 198'80° 15 atmósferas; es decir, que 1/5 más de temperatura sensible daria una presion 15 veces mayor, etc.

Pero no nos asombremos de esta anomalia aparente recordando: 1.° que la temperatura de un cuerpo indica solamente la intensidad del calor contenido en este cuerpo, cualquiera que sea por otra parte la cantidad retenida en estado latente; 2.° que cantidades iguales de vapor no pueden producir más que cantidades iguales de trabajo; 3.° que la cantidad de fuerza producida por el vapor es proporcional al punto de agua vaporizado bajo cualquiera presion.

EJEMPLO. Tomemos primero 1^{m^3} de vapor saturado á 200°; por medio de las tablas ó de las fórmulas anteriores, tendremos los valores siguientes:

V, el volúmen. . . . . = 1000^{dcm^3}
D, la densidad . . . . = 0'007134

P, la presion en atmósferas á 15^{atm},
380 en k^{os}, ... = $15'887^k$
T, temperatura sensible. . . . . = $200°$
Q, el peso de agua vaporizada=V . D = $7'134^k$
C, el calor total gastado =Q (606'5 +0'305 T). . . . . = $4762^{cal.}$

Tomemos enseguida un volúmen V′ de vapor saturado á 100° igual á V; aislemos este vapor del líquido generador y elevemos su temperatura á 200° sin cambiar su volúmen; y obtendremos un vapor desaturado en las condiciones siguientes:

V′, el volúmen. . . . . = 1000^{dcm^3}
D′, la densidad, que es la misma que cuando la presion era á 100°. . . = 0'0005883
P′, la presion en kilógramos (segun la ley de la dilatacion de los gases, fórmula (n.° 3) anterior). . . . = $1'412^k$
T′, la temperatura sensible del vapor recalentado. . . . . = 200°
Q′, el peso del agua vaporizada = V′D′. . . . . = $0'5883^k$
S′, el calor específico del vapor con relacion al del agua (1). . . . . = 0'847°
C′, el calor total del volúmen V′ de vapor desaturado, dado por la suma de los productos siguientes:
1.° calor gastado para vaporizar Q′ á 100°= Q′ × 637. . . . . . = $374^{cal.}$
2.° calor gastado para recalentar á 100° el volúmen V′ del vapor cuya presion es ya de $1^{atm.}$ y cuyo peso es Q′ (0'5883×0'847×100°). . . = $50^{cal.}$
luego C′. . = $424^{cal.}$

Comparando los resultados de estas dos operaciones, vemos que existe aproximadamente la relacion P : P′ : : C : C′ y numéricamente:

$$\frac{15'887^k}{1'412^k} = 11'25 \text{ y } \frac{4762^{cal.}}{424^{cal.}} = 11'23$$

De modo que siendo igual en ambos casos la temperatura sensible, el vapor saturado ha dado una presion 11'25 veces mayor que el vapor recalentado; pero ha ocasionado un gasto de calor cerca de 11'25 mayor. El calor gastado es, pues, de una manera general casi proporcional al trabajo obtenido, cualquiera que sea la presion del vapor empleado.

(1) Es la cantidad de calor necesaria para elevar 1° la temperatura de 1 kilógramo de vapor. Los autores no están acordes sobre el valor numérico: segun Delaroche y Berard, es de 0'848; segun Regnault, de 0'4803.

Es preciso reconocer pues la ventaja de usar presiones elevadas empleadas con espansion y condensacion.

En resúmen, el vapor solo sirve para trasportar el calor del hogar al cilindro de la máquina, y cuanto más denso es (§ 265) más calor puede contener bajo un mismo volúmen. De ahí la ventaja de las altas presiones bajo el punto de vista de la reduccion del volúmen de las máquinas de fuego.

626. *La presion absoluta* en la caldera es la que mide el manómetro cuyo punto de partida es 0; es la que se ejerce par el vapor en el interior de la caldera sin restar la presion atmosférica, que obra en el exterior en sentido opuesto.

627. *La presion efectiva en la caldera* se mide por el manómetro, cuyo punto de partida es 1. Es el que efectivamente tiende á desgarrar las planchas de dentro á fuera; y es en verdad igual á la presion absoluta — 1, si se cuenta por atmósferas, y — 76, si se cuenta por centímetros de mercurio.

628. Sobre el émbolo de una máquina la presion absoluta es siempre más débil que en la caldera, á causa de las pérdidas de calor en los tubos de conduccion y de las condensaciones en los espacios estrechos. La presion efectiva es igual á la presion absoluta, menos la presion de resistencia, ya sea en el condensador ya al aire libre.

629. *Velocidad de formacion y de escape del vapor.*—En una máquina bien acondicionada la velocidad de formacion del vapor en la caldera es tan rápida como el gasto. La velocidad de escape es de 584 metros por segundo, en el vacio. Designando por V la velocidad del vapor en metros por segundo; por P, la presion del vapor en kilógramos, por metro cuadrado de superficie; por p, la presion en kilógramos por metro cuadrado que se opone á la salida ó escape, y por Q, el peso del metro cúbico de vapor, se tiene:

$$V = \sqrt{11'772 \frac{P-p}{Q}} \qquad \text{(n.° 13)}$$

630. *Calificacion de la presion del vapor.*—Baja presion: el manómetro varia entre $0'15^m$ y $0'50^m$ de mercurio. (Presion efectiva, § 627);

Presion media: el manómetro varia entre $0'40^m$ y $1'50^m$ de mercurio. (Presion efectiva) ó sea $2'5^{atm}$ de presion efectiva;

Alta presion: de $2'5^{atm}$ á 7 atmósferas de presion efectiva. Rara vez se usan los motores de vapor que trabajan á mayor presion.

631. *Trabajo de un peso de vapor.*—La intensidad de una fuerza puede representarse por la longitud de

una línea; si se ha convenido, por ejemplo, que la longitud de 1 metro represente el esfuerzo de 1^k, la longitud de 3 metros representará un esfuerzo de 3^k. Si representamos de la misma manera la longitud del camino recorrido por el cuerpo empujado por la fuerza apreciada, es decir, si cada metro recorrido está representado por una línea de 1 metro de longitud, y se coloca perpendicularmente al estremo uno de otro, la línea que representa la intensidad del esfuerzo y la que mide el camino recorrido (fig. 447) se formaran los dos lados de un rectángulo A, cuya superficie espresará el trabajo. En efecto, $3^k \times 3^m = 9^{km}$ y 3^m de longitud $\times\ 3^m$ de anchura $= 9^m$, número que espresa la superficie del rectángulo A.

Segun la definicion del trabajo mecánico (§ 287) es evidente que para que la superficie esprese este trabajo como acaba de decirse, es preciso que la unidad elegida para medir la intensidad de la fuerza y la que debe medir el camino recorrido, sean de un órden correspondiente (§ 2); es decir, que si el *centímetro* representa el kilógramo, la longitud del camino de 1 metro, recorrido por el cuerpo, estará igualmente representada por 1 centímetro. En este caso, se verificará un trabajo de un kilográmetro tantas veces como centímetros cuadrados contenga el rectángulo.

Sea AB′ la intensidad de la presion absoluta P bajo el émbolo (fig. 445) y supongamos que haya sido constante en toda la duracion de la carrera de este (de A á B); sea A, A′ la intensidad de la resistencia debida á la presion que obra sobre el émbolo, es decir, la contra-presion; el trabajo útil, desenvuelto durante una carrera entera, será $(AB'-AA')\times AB$. O bien $AA' \times AB$ representaria el trabajo resistente y $A'B'\times AB$ el trabajo útil.

Sean tambien, de otra manera, P la presion en kilógramos bajo el émbolo y p la contrapresion sobre este órgano; la presion efectiva será $P-p$, y el trabajo efectivo será $(P-p)\times C$, espresion equivalente á $(AB'-AA')\times AB$.

632. *Peso y volúmen del vapor que hay que gastar para producir un trabajo dado*, designando por

V el volúmen en metros cúbicos del vapor que hay que gastar por hora.

Q el peso en kilógramos que hay que gastar por hora.

P la presion absoluta en atmósferas en el cilindro (párrafo 626)=4 atm.

p, la presion de resistencia debida al vapor evacuado en el condensador, igual á $0'06^{atm}$, lo que equivale á 715^{mm} de vacio en el condensador (§ 597).

d, el peso de 1^{m^3} de vapor á P presion (véase la tabla página 365)$=2'119^k$.

T el trabajo en kilográmetros que hay que producir en un segundo de tiempo es igual á 1 caballo de vapor.

Tendremos sucesivamente:

$T=75^{klm}\times 3600$ segundos$=270000^{klm}$ por hora.

$P=4$ atm.$\times 10330^{klm}=41320^{klm}$ por metro cuadrado de superficie.

$p=0'06$ atm.$\times 10330^k=620^k$ id.

$$V=\frac{T}{P-p}=\frac{270000}{41320-620}=6'634^{m^3} \text{ por hora.} \quad (\text{n.}^\circ\ 14)$$

$$Q=Vd=\frac{270000\times 2'119^k}{41320-620}=14^k \text{ por hora.}$$

Teniendo el vapor el mismo peso que el agua que lo ha producido, será preciso gastar por hora 14^k ó 14^l de agua, para producir el trabajo de 1 caballo de vapor. A esta cantidad será preciso añadir el líquido arrastrado por el vapor, de la caldera al cilindro; las pérdidas por la condensacion en los tubos de conduccion, por las fugas, por las estracciones periódicas para impedir los depósitos calcáreos en el generador, etc.; en resúmen, se cuenta al máximum, un gasto de agua de 28 á 30^k por hora y por fuerza de caballo. El uso de recalentadores de vapor, en las condiciones indicadas y el empleo de la espansion, hacen descender el consumo á 12^k. Para el cálculo de las calderas se toma de 12 á 25^k de agua consumida por caballo, segun que se quiera emplear el vapor á media ó alta presion.

633. *De la espansion y uso del vapor.*—Cuando en el cilindro de una máquina, se introduce el vapor durante toda la carrera del émbolo, su presion final es sensiblemente igual á la presion inicial; se dice entonces que el vapor obra por afluencia. Cuando el vapor solo se introduce durante una fraccion de la carrera del émbolo, al final, la presion inicial ha disminuido casi proporcionalmente al aumento del volúmen introducido (ley de Mariotte, § 452). Se dice en este caso que el vapor obra por *espansion*.

En un cilindro C (fig. 446) se ha introducido vapor durante $\frac{1}{7}$ de la carrera del émbolo, y su tension inicial está representada por la longitud bc; cuando el émbolo ha llegado al punto b' á una distancia ab' doble de ab, la presion, representada por $b'c'$, ha disminuido en la misma proporcion de la longitud $b'c'$ con respecto á la longitud bc, es decir, un poco menos que la mitad de la presion inicial. Si en vez de introducir vapor en el cilindro, hubiéramos introducido un gas permanente tomando las precauciones convenientes para que su temperatura permaneciese constante, las tensiones sucesivas habrian estado representadas por las longitudes be, $b'e'$ menores que $b'c'$, $b''c''$, etc. Estas longitudes habrian decrecido en razon inversa del aumento de volúmen del gas, segun la ley de Mariotte.

La curva C, C', C'',...C^vi, etc., que tiene por abcisas las líneas $b'c'$, $b''c''$, que representan las presiones sucesivas del vapor, se confunden, casi hácia su orígen, con la curva c' c''.... c^{vi} resultante de la aplicacion de la ley de Mariotte; luego se conserva encima constantemente, alejándose más y más á medida que el volúmen aumenta.

634. La alta presion usada en espansion es más favorable que la presion media, y esta es más favorable que la baja presion, porque el calor constitutivo del vapor aumenta con el calor total, por más que este aumento sea muy pequeño.

En el caso del vapor á 6 atmósferas se dilata el doble de su volúmen, el calor hecho libre$=7'733^{\text{calorias}}$; en el caso del vapor á dos atmósferas se dilata igualmente el doble de su volúmen, el calor hecho libre$=6'29^{\text{calorias}}$; el volúmen del vapor dilatado habria, pues, estado menos recalentado con la presion media que con la alta presion. Podríamos llevar más allá de 3 atmósferas la dilatacion del vapor á 6 atmósferas, y por ejemplo, haciendo su volúmen 4 veces mayor, conservar en el cilindro una presion final de $\frac{6}{4}$ de atmósferas$=1'50^{\text{atm}}$; y el beneficio seria entonces mayor con el mismo volúmen de vapor, y su evacuacion podria tener lugar directamente en la atmósfera; mientras que no podríamos dilatar el vapor á 2 atmósferas más que en el triple de su volúmen, á fin de conservar bastante presion para que pudiera evacuarse fuera del cilindro, en un medio menos resistente que la fuerza de presion á la salida $\left(\frac{2^{\text{atm}}}{3}=0'66^{\text{atm}}\right)$. Sea, por ejemplo, en el condensador de una máquina de vapor. El límite del beneficio que puede dar la espansion es tanto más estenso cuanto más elevada es la presion del vapor. Esto resulta todavia con evidencia de la forma de la curva representada (fig. 446): cuanto mayor es la fraccion de espansion, mas aumenta la ordenada de la presion del vapor con respecto á la presion de un gas permanente que se dilatase en las mismas proporciones de volúmen que el vapor.

635. El uso de la espansión en el cilindro procura un beneficio real, es decir, es un medio de utilizar mejor el calor que el hacer afluir el calor en toda la duracion de la carrera del émbolo y evacuar enseguida, ya sea en un condensador, ya en la atmósfera.

EJEMPLO. En un cilindro D (fig. 444) hagamos afluir el vapor durante toda la carrera ac del émbolo; y estando representado por 1 el gasto de vapor, lo mismo que el trabajo obtenido durante una semi-carrera ab ó bc, tendremos para la carrera entera á todo vapor:

$$\text{Gasto}\ldots\ldots \begin{cases}\text{de } a \text{ á } b=1\\ \text{de } b \text{ á } c-1\end{cases}=2$$

$$\text{Trabajo}\ldots \begin{cases}\text{de } a \text{ á } b=1\\ \text{de } b \text{ á } c=1\end{cases}=2$$

En el cilindro D', de las mismas dimensiones que el cilindro D, no introduzcamos el vapor más que durante la primera semi-carrera $a'b'$; de b á C'; el émbolo marchará bajo la accion de la dilatacion y cuando haya llegado á su punto muerto C', el volúmen del vapor introducido se habrá hecho doble; la presion final será, en este caso, la mitad menor que la presion inicial y por consiguiente, el trabajo obtenido de b' á C' será por lo menos igual á la mitad del trabajo obtenido durante la afluencia del vapor de a' á b'; y tendremos entonces:

$$\text{Gasto}\ldots\ldots \begin{cases}\text{de } a' \text{ á } b'=1\\ \text{de } b' \text{ á } C'=0\end{cases}=1.$$

$$\text{Trabajo}\ldots \begin{cases}\text{de } a' \text{ á } b'=1\\ \text{de } b' \text{ á } C'=0'5\end{cases}=1'5.$$

Así, con el vapor que obra por afluencia, hemos obtenido trabajo 2 por gasto 2, mientras que haciendo uso de la espansion, 1 de gasto ha dado 1'5 de trabajo.

En este ejemplo se ha supuesto que la presion sobre el émbolo durante todo el período de dilatacion, era siempre igual á la presion final; pero no sucede así realmente, pues antes de llegar á la presion final y á medida que el volúmen del vapor aumenta, el vapor introducido pasa por fases de depresiones sucesivas, cuya suma debe dar un trabajo total un poco mayor que el que se ha apreciado en el último ejemplo. La media de las ordenadas bc, $b'c'$, $b''c''$ (fig. 446) que representa diferentes presiones del vapor en espansion, da la presion media que obra sobre el émbolo durante toda la carrera, refiriendo la longitud de cada una de estas líneas á una medida de convencion.

636. *Problemas sobre la aplicacion de la espansion.*—Sea 1 la carrera del émbolo; f, la fraccion decimal de la carrera del émbolo en que la espansion comienza; P, la presion inicial; p, la presion final. La proporcion $1 : f :: P : p$ es verdadera, segun la ley de Mariotte, y da el medio muy facil de hallar uno de los tres últimos términos que seria desconocido.

1.° Hallar la fraccion de carrera f, cuando $p=1'20$ atmósferas y P=6 atmósferas.

$$f=\frac{p}{P}=\frac{1'20^{\text{atm}}}{6^{\text{atm}}}=0'20 \text{ de la carrera del émbolo.} \quad (\text{n.° } 15)$$

Relacion del trabajo del vapor con espansion ó sin ella.

Punto de la carrera total del émbolo en el cual empieza la espansion.	Valor de $\frac{C}{c}$.	Trabajo debido á la sola espansion siendo 1 el trabajo á todo vapor.	Trabajo total, siendo 1 el trabajo á todo vapor.	Relacion del trabajo total con la espansion al trabajo total sin espansion, durante la carrera completa.	Punto de la carrera total del émbolo en el cual empieza la espansion.	Valor de $\frac{C}{c}$.	Trabajo debido á la sola espansion siendo 1 el trabajo á todo vapor.	Trabajo total, siendo 1 el trabajo á todo vapor.	Relacion del trabajo total con la espansion al trabajo total sin espansion, durante la carrera completa.
1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
0‘01	100‘000	4‘6052	5‘6052	0‘056	0‘51	1‘9607	0‘6733	1‘6733	0‘854
0‘02	50‘000	3‘9120	4‘9120	0‘098	0‘52	1‘923	0‘6539	1‘6539	0‘860
0‘03	33‘333	3‘5066	4‘5806	0‘135	0‘53	1‘8867	0‘6348	1‘6348	0‘866
0‘04	25‘000	3‘2189	4‘2189	0‘179	0‘54	1‘8518	0‘6162	1‘6162	0‘873
0‘05	20‘000	2‘9958	3‘9958	0‘200	0‘55	1‘818	0‘5978	1‘5978	0‘879
0‘06	16‘666	2‘8134	3‘8134	0‘229	0‘56	1‘7857	0‘5798	1‘5798	0‘885
0‘07	14‘285	2‘6703	3‘6703	0‘257	0‘57	1‘754	0‘5621	1‘5621	0‘890
0‘08	12‘500	2‘5277	3‘5257	0‘282	0‘58	1‘724	0‘5447	1‘5447	0‘896
0‘09	11‘111	2‘4080	3‘4080	0‘307	0‘59	1‘695	0‘5276	1‘5276	0‘901
0‘10	10‘000	2‘3036	3‘3036	0‘330	0‘60	1‘666	0‘5103	1‘5108	0‘906
0‘11	9‘999	2‘2073	3‘2073	0‘353	0‘61	1‘639	0‘4948	1‘4943	0‘912
0‘12	8‘333	2‘1203	3‘1303	0‘374	0‘62	1‘6129	0‘4780	1‘4780	0‘916
0‘13	7‘692	2‘0400	3‘0400	0‘389	0‘63	1‘587	0‘4620	1‘4620	0‘921
0‘14	7‘143	1‘9671	2‘9661	0‘415	0‘64	1‘564	0‘4467	1‘4467	0‘925
0‘15	6‘666	1‘8971	2‘8971	0‘435	0‘65	1‘538	0‘4300	1‘4300	0‘9299
0‘16	6‘250	1‘8326	2‘8326	0‘453	0‘66	1‘515	0‘4155	1‘4155	0‘9342
0‘17	5‘882	1‘7720	2‘7720	0‘471	0‘67	1‘4925	0‘4012	1‘4012	0‘9388
0‘18	5‘555	1‘7148	2‘7148	0‘489	0‘68	1‘4705	0‘3853	1‘3853	0‘9420
0‘19	5‘263	1‘6607	2‘6607	0‘506	0‘69	1‘449	0‘3718	1‘3718	0‘9465
0‘20	5‘000	1‘6094	2‘6094	0‘522	0‘70	1‘4285	0‘3563	1‘3563	0‘9494
0‘21	4‘762	1‘5607	2‘5607	0‘538	0‘71	1‘4084	0‘3424	1‘3424	0‘9531
0‘22	4‘545	1‘5207	2‘5207	0‘555	0‘72	1‘3883	0‘3284	1‘3284	0‘9564
0‘23	4‘347	1‘4697	2‘4697	0‘569	0‘73	1‘3698	0‘3147	1‘3147	0‘9597
0‘24	4‘166	1‘4271	2‘4271	0‘583	0‘74	1‘3513	0‘3011	1‘3011	0‘9628
0‘25	4‘000	1‘3863	2‘3863	0‘597	0‘75	1‘333	0‘2877	1‘2877	0‘9658
0‘26	3‘846	1‘3471	2‘3471	0‘610	0‘76	1‘3157	0‘2723	1‘2723	0‘9669
0‘27	3‘703	1‘3003	2‘3093	0‘624	0‘77	1‘2985	0‘2614	1‘2614	0‘9713
0‘28	3‘571	1‘2730	2‘2730	0‘636	0‘78	1‘282	0‘2466	1‘2466	0‘9723
0‘29	3‘448	1‘2378	2‘2378	0‘649	0‘79	1‘2658	0‘2357	1‘2357	0‘9762
0‘30	3‘333	1‘2040	2‘2042	0‘661	0‘80	1‘250	0‘2231	1‘2231	0‘9785
0‘31	3‘225	1‘1712	2‘1912	0‘673	0‘81	1‘2341	0‘2107	1‘2107	0‘9807
0‘32	3‘125	1‘1394	2‘1394	0‘685	0‘82	1‘2195	0‘1984	1‘1984	0‘9827
0‘33	3‘0303	1‘1087	2‘1087	0‘696	0‘83	1‘2048	0‘1863	1‘1863	9‘9846
0‘34	2‘941	1‘0788	2‘0788	0‘707	0‘84	1‘1904	0‘1743	1‘1743	0‘9864
0‘35	2·857	1‘0498	2‘0498	0‘717	0‘85	1‘176	0‘1625	1‘1625	0‘9881
0‘36	2‘777	1‘0217	2‘0217	0‘729	0‘86	1‘1627	0‘1507	1‘1507	0‘9896
0‘37	2‘702	0‘9943	1‘9943	0‘738	0‘87	1‘149	0‘1392	1‘1392	0‘9911
0‘38	2‘631	0‘9676	1‘9676	0‘748	0‘88	1‘136	0‘1278	1‘1278	0‘9925
0‘39	2‘564	0‘9416	1‘9416	0‘757	0‘89	1‘1206	0‘1164	1‘1164	0‘9936
0‘40	2‘500	0‘9163	1‘9163	0‘767	0‘90	1‘111	0‘1054	1‘1054	0‘9949
0‘41	2‘439	0‘8917	1‘8910	0‘776	0‘91	1‘0989	0‘0943	1‘0943	0‘9959
0‘42	2‘3809	0‘8674	1‘8674	0‘781	0‘92	1‘0869	0‘0833	1‘0833	0‘9966
0‘43	2‘325	0‘8440	1‘8440	0‘793	0‘93	1‘0752	0‘0725	1‘0725	0‘9974
0‘44	2‘272	0‘8209	1‘8209	0‘801	0‘94	1‘0638	0‘0618	1‘0618	0‘9981
0‘45	2‘222	0‘7985	1‘7985	0‘810	0‘95	1‘0526	0‘0513	1‘0513	0‘9987
0‘46	2‘173	0‘7765	1‘7765	0‘817	0‘96	1‘0416	0‘0408	1‘0408	0‘9992
0‘47	2‘127	0‘7750	1‘7550	0‘825	0‘97	1‘0300	0‘0307	1‘0307	0‘9998
0‘48	2‘083	0‘7340	1‘7340	0‘832	0‘98	1‘0274	0‘0202	1‘0202	0‘9998
0‘49	2‘0408	0‘7133	1‘7133	0‘840	0‘99	1‘0101	0‘0110	1‘0110	1‘0000
0‘50	2‘000	0‘6932	1‘6932	0‘846	1‘00	1‘000	0‘0011	1‘0010	1‘0000

2.° Hallar la presion final p, cuando P=6 atmósferas y f=0'20 atmósferas.

$$p=f\,.\,P=0'2\times6=1'20^{\text{atm}}. \qquad \text{(n.° 16)}$$

3.° Buscar la presion inicial P, cuando f=0'20 atmósferas y p=1'20 atmósferas.

$$P=\frac{p}{f}=\frac{1'20}{0'20}=6^{\text{atm}}. \qquad \text{(n.° 17)}$$

637. *Límite práctico de la espansion.*—La tabla anterior es muy útil en la práctica, cuando se trata de calcular el trabajo del vapor de agua en las varias espansiones. Vemos que el trabajo se hace doble cuando la espansion comienza á los 0'33 ó $^1/_3$ de la carrera del émbolo, es decir, cuando $\frac{C}{c}$=0'33; que se hace triple cuando empieza á los 0'13 ó $^1/_8$ próximamente $\left(\frac{C}{c}=7'692\right)$. Estas ventajas no son tan grandes en la práctica como parece; y el mejor uso de la dilatacion ó espansion es hacerla empezar á los 0'20 ó á los 0'15 de la carrera del émbolo con el vapor á alta presion, y á los 0'40 ó 0'50 con el vapor á media presion, y á una menor fraccion la regularidad de la marcha de la máquina solo se obtiene usando volantes muy pesados (§ 348) ó aumentando la velocidad del émbolo.

Condensacion del vapor.

638. La propiedad que tiene el vapor, de condensarse, de volver al estado líquido, es de uso general en las máquinas de fuego, cuando se dispone de una cantidad de agua suficiente para operar la condensacion mezclando el vapor con el agua.

639. *Calor abandonado por la condensacion.*—Al vaporizarse 1^k de agua absorbe: 1.° 550 unidades de calor que permanecen en estado latente; 2.° una cierta cantidad de calor que permanece sensible y que varia segun la presion del vapor formado: al condensarse el vapor que proviene de este kilógramo de agua abandona los 550° de calor de formacion y una cantidad más ó ménos grande de calor sensible, segun que el agua que provenga de la condensacion esté más ó menos caliente (1).

(1) Aunque los esperimentos de Regnault hayan establecido que el calor de vaporizacion era 537, nos servimos todavia en las aplicaciones, del número 550.

640. La condensacion da un medio fácil de establecer el vacio de aire en un recipiente metálico. Las dos llaves A, R (fig. 448) están abiertas; el vapor llega de A á C, arroja por R el aire contenido en C; y cuando sale con abundancia por esta misma abertura, las dos llaves están cerradas, y si se condensa el vapor que ha quedado en el recipiente, introduciendo cierta cantidad de agua fria, ó enfriando por una corriente de agua las superficies exteriores, se obtendrá, sino un vacio perfecto, á lo menos suficiente para alcanzar el resultado que nos proponemos usando este método.

La pequeña cantidad de vapor que emite el agua aun á las temperaturas más próximas á la congelacion, no permite decir que el vacio obtenido por la condensacion es un vacio perfecto, del mismo modo que si el enfriamiento se verifica por una inyecccion interior, el agua introducida desprende una parte del aire que contiene en disolucion $\left(\frac{1}{20}\right.$ de su volúmen próximamente$\left.\right)$ y éste llena el vaso con una presion apreciable.

641. *Medida del vacio relativo á un condensador.*—El medio ordinario de medir la intensidad del vacio en un condensador, consiste en colocar un barómetro especial b (fig. 448) en comunicacion con este recipiente. El interior del tubo barométrico de vidrio comunica con C por la abertura tubular t provista de una espita; si el vacio es perfecto, el mercurio contenido en la cubeta b abierta al aire libre, se eleva en el tubo á una altura de $0'76^m$; si el vacio no es perfecto, se eleva á una altura que mide la diferencia entre el vacio perfecto y la presion que queda en el condensador. Supongamos que el nivel del mercurio en el tubo de vidrio indica 60, la tension de resistencia será $\frac{60}{76}$ de 1 atmósfera, y la presion en kilógramos, en el condensador será $\frac{16}{76}$ de $1'033^k$ por centímetro cuadrado de superficie, ó sea $0'022^k$.

642. *Condensacion por presion.*—La condensacion se efectua por presion, por contacto ó por mezcla ó inyeccion.

Comprimiendo el vapor en un cilindro, por medio de un émbolo móvil con frotamiento hermético contra la pared interior del cilindro, la licuefaccion se verifica progresivamente. Este método no se usa jamás en las máquinas motoras, por ser mayor el trabajo que hay que gastar para comprimir el vapor, que el que provendria del uso de la condensacion.

643. *Condensacion lenta por contacto.*—Se con-

densa por contacto enfriando las superficies exteriores del aparato condensador. Si la operacion há de ser lenta nos contentamos con el enfriamiento que resulta de la esposicion de las superficies exteriores al aire. Sabemos por esperiencia que la condensacion del vapor á 100° por hora y por metro cuadrado de superficie, en contacto con el aire á 15°, se verifica en los límites siguientes:

Vaso de fundicion de hierro de un espesor de 5 á 6^m.	1'80^k
— de palastro de 2 á 3^m.	1'820^k
— de cobre de 2 á 3^m.	1'400^k
— de hojalata.	1'070^k

Estos números espresan el valor de a en las fórmulas siguientes y para cada clase de metal, tomando el aire refrigerante á 15°.

Llamemos t, la temperatura del vapor á 100°.

t', — de un nuevo vapor que hay que condensar.

t'', la temperatura del producto de la condensacion.

Q, cantidad de calor á dispersar por hora para obtener t''.

q, cantidad de calor que podrá dispersar por hora 1$^{m^2}$ de superficie del metal empleado.

P, peso de vapor á t', á condensar en una hora.

S, superficie total del aparato condensador.

Tendremos:

$$Q = P \times (550 + t' - t''). \quad \text{(n.° 18)}$$

$$q = a \times (550 + t), \quad \text{(n.° 19)}$$

$$S = \frac{Q}{q} = \frac{P.(550 + t' - t'')}{a.(550 + t)}. \quad \text{(n.° 20)}$$

Si la temperatura del aire ambiente fuese menor ó mayor que 15°, el poder dispersante del calor a aumentaria ó disminuiria en la relacion de 100°—15 á 100 —x°.

EJEMPLO

Si la temperatura del aire es de 15°, se obtiene 100° —15° ó 85°, y a=1'800^k.

Si la temperatura del aire es de 10°, se obtiene 100° —10° ó 90°, y $a = 1'80^k . \frac{90}{85} = 1'905^k$

Si la temperatura del aire es de 30°, a=100°—30° ó 70°, y $a = 1'80^k . \frac{70}{85} = 1'482^k$.

EJEMPLO. Para condensar en una hora 100^k de vapor formado á 120°, siendo 15° la temperatura del aire ambiente, ¿cual será la superficie total S de un aparato de cobre? La cantidad de calor que hay que dispersar será de 100×550+120—40, y como 1$^{m^2}$ de cobre condensa 1'40^k de vapor á 100°, se dispersa por hora 1'40×550+100 calorias; y la superficie pedida será:

$$S = \frac{100 \times 550 + 120 - 40}{1'40 \times 550 + 100} = 53'854^{m^2}.$$

644. *Condensacion pronta por contacto.*—En todos los casos en que la condensacion por contacto debe ser rápida, se enfria la superficie exterior del aparato por el contacto del agua. Sabemos que por este medio, 1$^{m^2}$ de cobre, teniendo 2 á 3^{mm} de espesor, condensa, por hora 107^k de vapor á 100° llevando el agua refrigerante de 20 á 30°. Por un cálculo análogo al anterior resolveríamos todas las cuestiones propuestas en cada caso particular.—Ejemplo: Designemos por

a', poder condensante de 1$^{m^2}$ de cobre, para un aumento de 10° de la temperatura de agua refrigerante.	=107^k
t, temperatura del vapor á 1 atm.	=100°
t' — por condensar. . .	=120°
t'', temperatura del agua procedente de la condensacion.	= 40°
t_0, temperatura del agua refrigerante en el momento en que debe ser espulsada.. .	= 25°
t_1, temperatura del agua refrigerante en el momento de su contacto con las superficies que hay que enfriar..	= 15°
550, calor latente de vaporizacion.	
P, peso de vapor á t' temperatura.	=100^k
Q, cantidad de calor que hay que quitar á P para obtener t''.	
Q', cantidad agua refrigerante llevada de t_1 á t_0 despues de la condensacion de P. .	
S, superficie total del condensador en metros cuadrados.	

$$Q = P.(550 + t' - t''); Q' = \frac{Q}{t_0 - t_1}; \text{ y } S = \frac{Q}{a'.(550 + t)}; \quad \text{(n.° 21)}$$

sustituyendo los números:

$$Q = 100 \cdot (550 + 120 - 40) = 63000 \text{ calorias.}$$

$$Q' = \frac{100 \cdot (550 + 120 - 40)}{25 - 15} = \frac{63000}{10} = 6300 \text{ kil.}$$

$$S = \frac{100 \cdot (550 + 120 - 40)}{107 \cdot (550 - 100)} = 0'9058^{m^2}.$$

Será preciso, pues, quitar todas las horas 6300^{lt} de agua del cubo que contiene el condensador é introduciendo una cantidad igual, si se quiere continuar la operacion en vista del resultado antes indicado.

En vez de dejar todo el volúmen de agua en el cubo, hasta que se haya alcanzado la temperatura despues de la cual es preciso evacuarlo, es preferible dejar escaparse continuamente fuera de este recipiente la parte superior del volúmen del agua que se halla muy caliente, mientras que la de abajo está casi fria; y de esta manera, la pequeña cantidad de agua que se escapa arrastra una cantidad considerable de calor, la temperatura media no se eleva más y la cantidad de agua gastada es mucho menor. Así es, por lo demás, como se opera en las aplicaciones.

645. *Medio de aumentar las superficies refrigerantes en un pequeño espacio.*—Cuanto más dividido está el volúmen del vapor que hay que condensar, más activa es la condensacion, lo que se reduce al aumento de las superficies refrigerantes. Para esto, se usa el serpentin Glumber (fig. 450).

El tubo S, arrollado en hélice, está alojado en la cuba CC, el vapor se introduce por V y el agua destilada sale por E; el agua refrigerante, llevada por una corriente contínua ó por una bomba que rechaze en D, rodea el serpentin; y las capas superiores más calentadas caen fuera por el tubo de desagüe *t*.

646. *Condensacion por mezcla.*—Inyectando agua dividida en lluvia ó filetes delgados en una masa de vapor á condensar, la liquefaccion de esta es inmediata; pero los productos de la condensacion están formados por la mezcla del vapor condensado y del agua condensatriz. Este es el sistema usado en los condensadores de las máquinas marinas, salvo en algunos casos particulares en que es preciso tener agua dulce, para alimentar el aparato evaporatorio.

Determinar el peso del agua Q en kilógramos, necesario á la condensacion por mezcla de un peso dado de vapor, en las condiciones siguientes:

Q', peso del vapor á condensar$=1^k$.

T, temperatura sensible del vapor$=112'5°$, correspondiente á $1'5^{at.m}$, de presion absoluta.

t, temperatura de la mezcla despues de la operacion $=35°$.

t', temperatura del agua de inyeccion$=12°$.

Tendremos:

$$Q = \frac{Q' \cdot (550 + T - t)}{t - t'} = \frac{1 \cdot (550 + 112'5 - 35)}{35 - 12} = 27^k.$$

En término medio, la condensacion en las máquinas de vapor exige de 25 á 30^{lt} de agua por hora por cada kilógramo de vapor á condensarse, siendo el resultado de la condensacion agua á la temperatura de 30 á 40°.

CALDERAS DE VAPOR

Definicion.—Calificaciones.—Funcionamiento del conjunto.

647. El aparato en el cual se forma vapor para las necesidades industriales se llama indiferentemente generador de vapor, caldera de vapor ó aparato evaporatorio. Comprende cuatro partes principales.

1.° El *cuerpo de caldera propiamente dicho* formando el conjunto indivisible que contiene el agua y el vapor comprendiendo ó nó el hogar y las corrientes de llamas, segun el sistema. En el primer caso, se dice que la caldera es de hogar interior; en el segundo caso, que es de hogar exterior. Las máquinas de gran potencia están casi siempre alimentadas con vapor por dos ó varios cuerpos de caldera que no tienen comunicacion interior más que por el conducto de vapor á la máquina y por una chimenea que les es comun.

EJEMPLO: *Fig.* 473 y 474. Un cuerpo de caldera cilíndrica horizontal, de hervideros y de hogar exterior.

Fig. 455. Un cuerpo de caldera cilíndrica vertical, de tubos y de hogar interior.

Fig. 481, 482 y 483. Dos cuerpos de caldera cilíndrica, de tubos horizontales, de hogar interior y de llama directa teniendo la chimenea H comun.

Fig. 485 y 486. Dos cuerpos de caldera representados uno en elevacion y otro en corte vertical. Caldera llamada de caras planas, tubular, de vuelta de llama y de hogares interiores. El conjunto forma el aparato evaporatorio de un barco de vapor.

Algunas veces se da el nombre de cuerpo de caldera á la parte más voluminosa del aparato y así diremos el cuerpo de caldera B y los hervideros *b*, *b* (fig. 473).

2.° El *hogar* exterior ó interior, como hemos dicho anteriormente, donde se produce la combustion; comprende el hornillo F, el ara A, la parrilla G, el cenicero C (1).

3.° Los *canales* ó corrientes de llamas, ó galerias, ó conductos ó tubos, etc.: Partes que recorren la llama y los gases calientes desde el ara A hasta la chimenea H.

4.° La *chimenea* H que, desde los canales, da salida á la atmósfera á los gases y al humo.

648. Las calderas se denominan de baja, media ó alta presion segun la intensidad de la presion del vapor que producen (§ 630). Su calificacion designa tambien su forma ó su colocacion interior: se dice, por ejemplo, que una caldera es cilíndrica, horizontal, de hogar exterior y de hervideros (fig. 473). Para comprender fácilmente las diversas disposiciones adoptadas, es preciso primero reconocer en detalle un tipo cualquiera, pues cualquiera que sean la forma y colocacion que caracterizan una caldera, comprende siempre superficies calentadas, un recipiente de vapor, un depósito de agua, accesorios para medir la presion del

(1) Las mismas letras designan los detalles de las calderas en los dibujos de las figuras 451 y siguientes.

vapor y limitarla, para la alimentacion de agua, para la limpieza interior. La descripcion que sigue responde á esta obligacion.

649. Las figuras 473 y 474 representan una caldera de alta presion llamada de hervideros. El horno F, en el cual se verifica la combustion del carbon, se compone de barras de parrilla G, espaciadas de 1 á 2 ^{cm} una de otra, para permitir al aire, que contiene uno de los primeros elementos de la combustion (el gas oxígeno, § 677), penetrar en la masa del combustible en ignicion; y por el vacio de la parrilla caen en el cenicero C los productos sólidos de la combustion, cenizas, escorias, etc. La abertura del cenicero debe ser bastante grande y bastante libre para que el aire penetre abundantemente bajo la parrilla. Las barras de parrilla están sostenidas por la hoja ó suelo *s*, que forma una plataforma llena á la entrada del horno y por un soporte *s'* colocado en el fondo. El ara A es un macizo de ladrillos refractarios sobre la parrilla y destinado á impedir que el carbon se esparza en la galeria ó canal R: su forma es generalmente la de un plano inclinado, á fin de facilitar la direccion de la llama en la longitud del canal. En los canales R, R formados por el cuerpo de caldera y por el macizo de mamposteria MC en el cual está contenido, pasan la llama á la salida del horno, los gases calientes y el humo; los canales van á parar á la chimenea H.—*pf* es la puerta del horno; hay amenudo una puerta en el cenicero C, la cual permite disminuir la llegada del aire al horno, cuando se quiere disminuir el fuego. Se coloca algunas veces un registro *g* (fig. 451) en la chimenea; es una especie de compuerta ó mariposa que cierra más ó menos el conducto.

Todas las partes de la caldera tocadas por la llama se llaman *superficies directas de caldeo;* en el ejemplo, se cuenta como superficie directa de caldeo la parte exterior de los dos hervideros *b*, *b* y un tercio de la superficie del gran hervidero B. Las partes tocadas por los gases de la combustion notablemente enfriados, tales como las superficies situadas cerca del nacimiento de la chimenea, se llaman superficies de *caldeo indirecto*.

El agua por vaporizar está contenida en los hervideros *b*, *b* y en el gran hervidero B, en que su nivel se eleva hasta los dos tercios proximamente del diámetro vertical. Los pequeños hervideros comunican con el grande por cuatro aberturas tubulares ó manguitos de union *e*, *e*; el conjunto de estas capacidades ocupadas por el líquido, se llama *caja del agua* ó *depósito de agua*. El agua llega á la caldera por el tubo *tl* uno de cuyos extremos van á parar al fondo del gran hervidero y otro á la bomba alimenticia movida por la máquina y á la bomba de brazos. Por el tubo *ex* provisto de una espita, se practica la *extraccion* en la caldera cuando está bajo vapor, es decir, que se arroja por la presion del vapor una cierta cantidad de agua cuya corriente arrastra en parte los depósitos térreos ó calcáreos acumulados en los hervideros. Por este mismo tubo se vacia completamente la caldera en frio. La altura del agua en el gran hervidero está constantemente indicada por el tubo nivelador *n* de vidrio, y á la voluntad del fogonista por las espitas de aforo *j*, *j;* si el nivel del líquido ha descendido accidentalmente al límite extremo que no se debe descubrir sin que haya peligro de esplosion de la caldera, por el pito de alarma *sf*, el vapor se escapa con ruido y llama la atencion del fogonista. A estos tres diferentes indicadores del nivel del agua, se une algunas veces *un flotador fl* (fig. 451) que por el grado de inclinacion de los brazos de palanca, en el exterior, marca la posicion del nivel. La multiplicidad de indicadores del nivel del agua, da á comprender cuán importante es, para la seguridad, el velar á este importante detalle del funcionamiento de la caldera.

La parte V, comprendida entre el nivel del agua y el cielo del gran hervidero, es la *caja de vapor*; y en algunas calderas hay una parte aneja V' llamada *deposito de vapor;* se llama indiferentemente al conjunto ó á alguna de estas partes el depósito, la caja ó la cámara de vapor. Sobre el depósito V' sale el tubo de *alimentacion de vapor pv*, destinado á conducir el vapor en la caja de distribucion de la máquina. Una válvula de detencion K permite, si es necesario, aislar ó poner en comunicacion dos cuerpos de caldera que deben dar juntos ó por separado el vapor á la máquina. Por la *válvula de seguridad s* cargada con un peso P, el vapor se evacua fuera de la caldera cuando su presion escede aquella por la cual se ha ensayado el generador. La intensidad de la presion del vapor está indicada de un modo permanente por el *manómetro m* cuyas indicaciones guian al fogonista para amortiguar ó avivar el fuego. Sobre las calderas de caras planas (figs. 485 á 487) se coloca una válvula *a*, llamada *atmosférica*, que se abre en sentido contrario de la válvula de seguridad, de fuera á dentro de la caldera: tiene por objeto abrirse, á fin de que la presion atmosférica penetre en el aparato, cuando la presion del vapor es menor que la del aire. Así nos proponemos evitar el *aplastamiento* de una caldera cuya forma es poco resistente y que solo está consolidada contra la presion interior.

Se puede penetrar en el interior del gran hervidero B, por el *agujero de hombre th* que está cerrado por medio de un *autoclave* ó placa de hierro, que la presion del vapor tiende á hacer aplicar contra los bordes de la abertura del agujero, de dentro á fuera de la caldera; los pernos y patas ayudan á cerrarla en este sentido. Cada uno de los hervideros *b* está cerrado en la parte delantera por un autoclave *v*, quitando el cual se puede penetrar en el hervidero si su diámetro es bastante grande ó en el caso contrario, limpiarlo por medio de raspadores y escobas.

650. *Leyenda descriptiva referente á los diversos tipos de calderas*, fig. 451 á 487.

A. Ara. Limita la longitud de la parrilla y rechaza la llama á los canales.

a. Válvula atmosférica. Se abre de fuera á dentro para dejar penetrar el aire en la caldera, cuando la presion que existe es inferior á la de la atmósfera; así se evita la deformacion de la caldera por aplastamiento.

B. fig. 451 y 473. Gran hervidero que contiene una parte del agua y todo el vapor formado, en el caso es que no hay anejo ó caja de vapor V′ como en la figura 451.

b,b. Pequeños hervideros (fig. 451 y 473) que contienen una parte de agua; son tocados por la llama ó los gases calientes en toda sn superficie exterior.

C Cenicero. Se estiende desde la entrada debajo de la parrilla hasta el ara.

E Caja de agua ó depósito que contiene el líquido sometido á la vaporizacion.

ex. Tubo de estraccion provisto de una llave. Por este tubo se echa fuera de la caldera periódicamente, una cierta cantidad de agua, á fin de disminuir la cantidad de materias, terreas ó calcáreas dejadas por el agua gastada en vapor. El reemplazo del agua estraida que está cargada de materias por una agua menos cargada se hace bastante deprisa para evitar un gran descenso de nivel.

et. Tirantes para consolidar las superficies de la caldera que están muy próximos.

e. Manguito de comunicacion de los pequeños hervideros con el grande.

F. Horno en que se verifica la combustion.

fl. Flotador que indica por fuera la altura del agua en la caldera.

G. Parrilla formada de barras móviles ó fijas espaciadas de 10 á 12 milímetros.

g. Registro de la chimenea destinado á estrechar la abertura de la chimenea por la cual se verifica la salida del humo y de los gases calientes, cuando se quiere mitigar la intensidad del fuego.

H. Chimenea de palastro ó albañilería.

j, j. Espitas de aforo que el fogonista consulta á voluntad para asegurarse aproximadamente de la altura del agua en la caldera.

K. Válvula de paro que aisla en caso necesario la caldera de la máquina ó dos calderas una de otra.

L. Válvula y tubo que dirigen el agua de alimentacion debajo de la region superior del agua contenida en el gran hervidero (fig. 451).

MC. Macizo de mamposteria, cuyas disposiciones interiores forman el horno y los canales.

m. Manómetro (Indicador de la presion).

n. Tubo de vidrio, llamado tubo de nivel de agua.

P. Peso de carga de las válvulas de seguridad.

P*e*, P*e*. Placas en que se hallan roblados los tubos, llamadas placas de cabeza de los tubos.

p. Puerta de los ceniceros.

pf. Puerta de los hornos.

pv. Toma de vapor ó pipa; conducto que va á parar á la máquina.

R. Canales ó corrientes de llama.

R*f*. Caja de fuego.

R*m*. Caja de humo.

S. Válvula de seguridad cargada con un peso calculado de tal manera, que se abra para dejar escapar el vapor, cuando la presion de este escede el límite previsto.

s, *s′*. Suelo y seporte de la parrilla.

sf. Pito de alarma que se abre y funciona cuando el nivel del agua ha bajado demasiado, y el flotador 1 en el interior de la caldera está ya aforado y obliga entonces el contrapeso 2 á subir.

T. Tubos rodeados de agua y recorridos en el interior por el humo y los gases calientes.

t. Tirantes de consolidacion de palastros muy distantes unos de otros.

th. Agujero de hombre ó de paso al interior de la caldera.

tl, L. Tubo de alimentacion en comunicacion con la bomba que envia el agua á la caldera.

V, V′. Cofre ó caja y depósito de vapor.

v. Puertas para vaciar y limpiar, llamadas tambien *autoclaves*.

De los diversos sistemas de calderas.

651. *Calderas de hervideros*.—La descripcion se halla en los §§ 649, 650 y la fig. 451 representa en

corte longitudinal una caldera de este sistema cuya disposicion de conjunto es la misma que la figurada en las figs. 473 y 474. La caldera de hervideros se usa desde hace mucho tiempo; la forma cilíndrica de sus partes continentes le da una gran solidez. Es más voluminosa y más embarazosa que la caldera de tubos y de hogar interior (§ 654, figs. 481, 482 y 483) y que la llamada vertical de tubos (fig. 455). Pero conviene mucho mejor que estas últimas para las grandes presiones.

652. *Caldera cilíndrica, de hogar interior, tubular y de llama directa.*—Dado el volúmen de una caldera cilíndrica de un solo hervidero para una potencia de máquina determinada, hallar una disposicion tal que este volúmen sea mucho menor. Tal es el problema propuesto en algunos casos de instalacion de un generador de vapor: por ejemplo, en las máquinas locomotoras, locomóviles ó de los vapores. La caldera tubular sirve al efecto. En este sistema, los canales ó corrientes de llama están formados por tubos de diámetro variable entre 50 á 80^{mm} y de una longitud de 1 á 3^{m}. Las figs. 481, 482 y 483 representan tres vistas de una caldera cilíndrica tubular llamada de llama directa, porque la llama continua la direccion que tiene á su salida del horno. En efecto, pasa á la caja de fuego R*f*, á los tubos T, á la caja de humo R*m*, y los gases calientes y el sebo se escurren por la chimenea H. (Véase la leyenda esplicativa general (§ 650) para la designacion de las demás letras).

653. Para una misma potencia productora de vapor, la disminucion del volúmen de la caldera tubular, comparada á la caldera cilíndrica de una sola corriente de llama, puede demostrarse de la manera siguiente:

Llamemos D el diámetro de un cilindro, l su longitud, supongamos que forme un conducto de llama interior y busquemos la relacion de su superficie á la suma de la superficie de varios cilindros de menor diámetro d; supongamos igualmente que cada pequeño cilindro es un conducto de llama y que la suma de sus secciones es igual á la seccion del cilindro único. Designando por x el número indeterminado de estos pequeños tubos ó cilindros, tendremos por primera relacion:

$$\frac{\pi \times D^2}{4} = \frac{\pi \times d^2}{4} \times x;$$

de donde:

$$d = \frac{D}{\sqrt{x}}. \qquad \text{(n.° 22)}$$

Llamemos S, la superficie total de los tubos pequeños y resultará:

$$S = \pi \times d \times l \times x = \pi \times D \times l \times \sqrt{x}.$$

Lo que demuestra que esta superficie es igual á la superficie del conducto único multiplicado por la raiz cuadrada del número de tubos pequeños. Si por ejemplo, nos detenemos en un diámetro de tubos pequeños tal que se necesiten 100 tubos para representar la suma de su seccion la de un gran tubo propuesto, estos 100 tubos representarán una superficie 10 veces mayor que el conducto único. La distancia del centro de un tubo á los tubos próximos debe ser igual al diámetro de estos conductos, y por consiguiente tomando pequeños tubos de 70^{mm} de diámetro (que parece lo más conveniente en las aplicaciones), una caldera tubular presenta bajo el mismo volúmen que una caldera cilíndrica, una potencia calorífica tres veces mayor próximamente.

654. *Caldera de hogar interior, de tubos y de retroceso de llama.*—En esta clase de caldera tubular, los tubos que forman los conductos de los gases calientes y del humo están colocados paralelamente y sobre los lados ó encima del horno. Comunican con la caja de fuego que está á continuacion del aro y con la caja de humo que se encuentra delante de la caldera alrededor del horno. Con esta disposicion, se disminuye la longitud de la caldera y se aumenta su diámetro. El uso de estos generadores no ha dado ningun beneficio sobre los de llama directa; la preferencia que se les puede dar no es pues más que una cuestion de colocacion más cómoda en ciertos casos.

La fig. 452 representa en corte longitudinal una caldera tubular de retroceso de llama, sistema Chevalier de Lion, dispuesta de tal manera que deshaciendo la union AB, se puedan sacar el hogar y los tubos para efectuar reparaciones ó limpieza completa, todo lo cual es entonces muchísimo más fácil de hacer que en los generadores en que estas partes no son móviles. La curvatura de los tubos, al lado de la caja de fuego es favorable á la solidez de la robladura, porque pueden obedecer á la dilatacion sin forzar la robladura.

655. *Caldera cilíndrica vertical con hervideros.*—La disposicion de este sistema está representada en las figs. 452 y 453: A, gran autoclave de la parte superior de la caldera; — B, autoclaves de los hervideros; — C, autoclaves de abajo; — D, toma de vapor en la parte alta en que está más seco;—E, cuadro y puerta del hogar;—F, zócalo de la caldera formando el cenicero;—G, parrilla;—H, soporte de la parrilla;—N, nivel del agua en la caldera;—O, chimenea;—V, V, hervideros llenos de agua y en comunicacion con la cámara de agua circular Y; X cuerpo de la caldera.

El uso de esta caldera está muy generalizado. No se esplica por la economía de combustible que es negativa comparada al consumo de las máquinas de largos hervideros horizontales y de lugar exterior (§ 651), sino por la comodidad de trasporte y de instalacion. Para una fuerza superior á 10 caballos es más ventajoso el uso del sistema de tubos directos ó indirectos y sobre todo del hogar exterior y de grandes hervideros.

Como quiera que sea, Hermann y Lachapelle que construyen estos generadores, han introducido en la práctica un tipo muy cómodo de motor á vapor, de fácil conservacion y cuyo cuidado puede confiarse á un fogonista de mediana inteligencia.

656. *Caldera cilíndrica vertical, tubular y de hogar interior* (figs. 455 y 456).—Esta caldera como la descrita en el párrafo anterior, es poco conveniente para las máquinas de una fuerza superior á 10 caballos. Bajo pequeño volúmen representa gran estension de superficie de caldeo. Desde el hogar F, la llama y los gases de calefaccion pasan al interior de los tubos T, T, y van á V′ donde nace la chimenea. En la caja de vapor V, el vapor está seco, por la parte alta de los tubos que la atraviesan, Una cámara circular R, formada alrededor del cuerpo de caldera por una placa delgada, está llena de arena y por un cuerpo cualquiera aislador del calor. Los dos grandes inconvenientes de este sistema son la deteriorocion rápida de la parte de los tubos que no toca el agua y la de la placa de abajo en que están roblados los tubos. Esta parte recibe el golpe de fuego más enérgico, el vapor reforma en abundancia y los depósitos calcáreos ó selenitosos que deposita el agua vaporizada, se acumulan prontamente; sobreviene el recalentamiento del metal y el destornillamiento de las robladuras de los tubos.

657. *Calderas llamadas inexplosibles.*—Los aparatos llamados así por su inventor, no son menos susceptibles de hacer esplosion, de desgarrarse por un esceso de presion del vapor ó por el desgaste de sus partes, pero como contienen mucha menos agua que las otras, las esplosiones son sumamente raras y mucho ménos desastrosas. El gasto de combustible no es menor en estos sistemas. La duracion puede asegurarse mejor, pero la conduccion exige mayor vigilancia bajo el punto de vista de la regularidad de la produccion de vapor; y en efecto las subidas y descensos de presion son tanto más bruscas con la amortiguacion ó avivamiento del fuego, cuanto menor es el volúmen de agua calentada.

658. Uno de los tipos más notables de calderas llamadas inesplosibles es el que lleva el nombre del inventor Belleville.

Una série de tubos generadores *a*, *a* (fig. 457 y 458) se halla dispuesta encima del hogar, y están retenidos entre sí por codos ó trabazones de comunicacion *b*, *b*. Cada série está en comunicacion con el colector inferior *c*, donde se termina la alimentacion, y con el colector superior *d* en que se vierte el vapor. Para cada tubo hay un tapon de limpieza á tornillo *i*. Un cilindronivel *e*, dispuesto en el exterior ya sea longitudinalmente, ya verticalmente (fig. 458), está en comunicacion con el colector superior *d* y con el colector inferior *c*. La bomba de alimentacion envia el agua á este recipiente, en que la altura del líquido está regulada por un flotador que pone en movimiento la llave de admision y de esceso. El vapor pasa del colector *d* al depurador *f* que comunica con él en *j*. En este último están colocadas las válvulas de seguridad, el manómetro y el conducto de vapor á la caldera.

En una cubierta *gg*, formada de palastro, de ladrillos y de arena está colocado el generador; el hogar se halla instalado en la parte inferior de esta cubierta. La fig. 458 representa el conjunto exterior.

Un servicio muy prolongado, si el agua de alimentacion es muy pura, un ascenso de vapor casi inmediato (10 á 15 minutos) y una gran seguridad contra las esplosiones caracterizan el generador Belleville.

659. La caldera representada en la fig. 459, de la invencion de Maulde y Wibart, ha sido llamada inesplosible por los inventores, pero con menos propiedad que la caldera Belleville. La seguridad de su uso proviene particularmente de que el vapor no encuentra ningun obstáculo, pues, formado en las partes directamente calentadas, se dirige á la caja ó cubo de vapor V. Su disposicion por otra parte es muy sencilla y el conjunto presenta mucha solidez. Desde el hogar F, la llama y los gases se dirigen á la chimenea H, despues de haber lamido el hervidero vertical B, y las paredes cilíndricas de las láminas de agua; L, L, son depósitos de agua caliente para la alimentacion. La máquina está fija sobre una columna ó macizo G, que rodea la caldera, lo que hace de estos aparatos un sistema locomóvil ó de máquina fija muy cómoda.

660. *Caldera de cara plana, de hogar interior, tubular, y de retroceso de llama* (figs. 485, 486 y 487).—Esta caldera se usa casi esclusivamente en la navegacion marítima. Despues de haber penetrado en la caja de fuego R, la llama *vuelve* en la direccion del horno F, para pasar á los tubos T; los gases calientes y el humo pasan de la caja de humo R′, al conducto D, llamado *calzon* de la chimenea, desde donde llegan á la chimenea H. Las cajas de humo están cerradas al aire exterior por las puertas *d*. Las letras *et*, *et′*, *k*, se-

ñalan los diferentes sistemas de tirantes que se usan para la consolidacion de las láminas de agua.

661. Como el agua del mar que es el líquido usado para la alimentacion de la caldera marina, contiene en disolucion una mayor cantidad de sales de diferente naturaleza que no se vaporizan y que no existen en el agua dulce, es indispensable arrojar fuera del generador una cierta cantidad de agua cargada de estas sales y reemplazarla por una misma cantidad menos cargada. Se dice que se hace la *extraccion* á mano, cuando se arroja el agua de la caldera abriendo la llave colocada en el conducto *ex* que desemboca fuera del barco. La *extraccion contínua ex'* puede permanecer abierta mientras funciona la caldera, con la condicion de dejar igualmente abierta hasta cierto grado, la llave de alimentacion L; este es el medio en uso para mantener el grado de salazon del agua en el punto que conviene á la economia de combustible y á la conservacion de la caldera. El escaso diámetro del tubo de estraccion contínua y la altura á la cual toma el agua en la caldera hacen que ésta no se pueda vaciar por ahí ó que se vaciaria lentamente si la toma de agua estuviese situada en la parte baja de la caldera, como lo es la estraccion *á mano ex* (Véase para el significado de las demás letras la esplicacion general § 670).

662. *Calderas de caras planas, de hogar interior, de tubos horizontales y verticales.*—Este sistema da un buen rendimiento y presenta una solidez relativamente grande; la fig. 460 es un croquis del conjunto. La llama pasa del hogar á la cámara de combustion F, despues de haber lamido los tubos verticales T, llenos de agua y en comunicacion directa con la masa líquida que contiene el aparato; penetra enseguida en los tubos horizontales T', que están rodeados de agua y el humo se escapa por la chimenea H, despues de haber pasado á la caja de humo F'. Una puerta colocada en esta caja como en la caldera descrita en el párrafo anterior, permite hacer la limpia del interior de los tubos horizontales. Los tubos verticales son productores abundantes de vapor; y consolidan al mismo tiempo las superficies prolongadas, que forman el fondo y el cielo de la caja de combustion F.

El ara, llena de agujeritos, deja pasar corrientes de aire que, mezclándose con la llama á la salida de la parrilla, activan la combustion y le llevan oxígeno. Los agujeros de la puerta del horno tienen el mismo objeto.

663. *Caldera de láminas de agua* (fig. 461).—Los tubos del sistema de caldera tubular de retroceso de llama, están reemplazados aquí por canales muy estrechos, separados por láminas de agua igualmente estrechas. Los tirantes que hay en los canales hacen oficio de potentes conductores de calor: la llama los hiere, el calor se detiene en ellos por decirlo así y se trasmite rápidamente al líquido, en las láminas de agua, porque esta trasmision se verifica en el sentido de las fibras del metal del perno que forma tirante. La caldera de láminas de agua es ventajosa para la navegacion. Las cifras de la fig. 461 señalan las dimensiones en metros del cuerpo de caldera que puede dar una potencia de 300 caballos de vapor.

664. *Calderas de las locomotoras.*—Son tubulares, de llama directa y hogar interior. La seccion de la parte que contiene los tubos es cilíndrica; la del hogar y de la caja de fuego es rectangular y está fija por numerosos tirantes. La fig. 462 representa el plan de un generador de esta categoria y la fig. 463 muestra las principales disposiciones especiales.

Las llamas y los gases calientes producidos por el combustible en ignicion sobre la parrilla *i*, pasan á los tubos horizontales, rodeados de agua, y se escurren en parte, á fuera, por la chimenea *j*. El vapor ocupa el espacio *ge'eg* y la pequeña cúpula que corona la parte delantera de la caldera; desciende por el tubo ensanchado á la cámara *l l*, en que se halla una válvula, cuya abertura ó cierre, á voluntad del mecánico, lo envia á la máquina ó suprime la comunicacion para detener el funcionamiento de los émbolos. La corriente de vapor se verifica por el tubo M, entre el cofre de vapor y los tirantes de la máquina. La evacuacion, despues del trabajo en los cilindros, se verifica en la chimenea por el tubo vertical curvo, cuyo eje del orificio es el de la misma chimenea. Así se obtiene un tiro forzado en el hogar.

665. *Caldera de las locomóviles.*—La fig. 484 representa una locomovil, cuya caldera está enteramente dispuesta lo mismo que la de una locomotora. Es el sistema más conveniente, para las máquinas de vapor destinadas al servicio agrícola ó susceptibles de ser desplazadas con frecuencia y de recorrer grandes distancias. La caldera vertical (§ 655 y 656) se emplea con preferencia en los demás casos.

666. *Calderas de hogar y tubos móviles.*—Por las estracciones (§ 660 y 661) no se pueden evitar completamente los depósitos salinos calcáreos ó térreos que dejan las aguas de mar ó las agua dulces vaporizadas en las calderas de vapor. Es, pues, indispensable quitar de cuando en cuando estos depósitos que se adhieren fuertemente á las superficies de caldeo interiores. Con este objeto se han inventado hogares de calderas desmontables, por ejemplo (fig. 397) la caldera Farcot, la de Tomás y Laurens, que como la de Chevalier, están generalizadas en la industria.

Para los generadores del sistema tubular la amovilidad de los tubos es preferible á la del hogar, porque la solidez del conjunto del generador está mejor asegurada, dejando suficiente facilidad para las operaciones de limpieza interior.

Los tubos desmontables del sistema Berendorff están provistos en sus estremos de un anillo tronco-cónico exterior que forma union en el agujero de las placas porta-tubos, igualmente tronco-cónicas.

El sistema no tiene robladura.

Los tubos desmontables Langlois llevan en un estremo tres filetes de tornillo, cuya placa de cabeza forma la tuerca; el otro estremo se hace hermético por medio de un anillo tronco-cónico interior.

Ambos sistemas se han estendido en la práctica

Dimensiones de los palastros y roblones.

667. *Naturaleza del metal de las calderas.*—Se han construido calderas de fundicion de hierro y de fundicion de cobre, pero sin éxito; pues á más de que era insuficiente su resistencia, eran muy pesadas, por el gran espesor que necesitaban sus paredes y ofrecian dificultades de construccion insuperables, cuando el conjunto de sus dimensiones exigia cierto tamaño para alimentar con vapor una caldera de gran potencia. La plancha de cobre rojo se usa algunas veces; y las ventajas que ofrece consisten: 1.° en un trabajo de fácil confeccion; 2.° en la mayor duracion del servicio, por ser este metal menos oxidable que el hierro; 3.° en la mejor utilizacion del calor producido por el combustible, siendo el cobre mejor conductor del calor que el hierro; 4.° en la menor pérdida en el precio de coste, despues que la caldera está fuera de servicio, porque está mucho menos gastada por la oxidacion y porque el valor del cobre viejo, proporcionalmente al precio del cobre nuevo, es mucho más elevado que el valor del hierro viejo, comparado con lo que cuesta el hierro nuevo. Los inconvenientes son el tener menos resistencia á la deformacion y rotura que las calderas de palastro de hierro; el tener abundantes fugas en las costuras de union á causa de la mayor dilatacion y de la mayor contraccion á las mismas temperaturas del hierro y quemarse prontamente á una temperatura mucho menos elevada que la de este último metal. En la actualidad solo se hacen calderas de cobre para las máquinas de escasa potencia y presiones poco elevadas, pero este metal se usa algunas veces en ciertas partes del horno de las locomotoras. Los tubos de las calderas llamadas tubulares son generalmente de laton de un espesor de 2 á 3^{mm}, y de un diámetro de 30 á 90^{mm}.

El palastro de hierro y el palastro de acero se usan hoy casi esclusivamente en la construccion de las calderas de todas dimensiones.

668. *Espesor de los palastros.*—El escesivo espesor del palastro de los hogares es causa de la pronta deterioracion del metal, pues el calor no la atraviesa bastante aprisa, y lo quema en poco tiempo. Esto es lo que sucede á los palastros que tienen más de 14^{mm} de espesor.

Las dimensiones que hay que dar á los palastros de las calderas cilíndricas se determinan con la fórmula:

$$E = 1'8 \,.\, D \,.\, (n-1) + 3, \qquad \text{(n.° 23)}$$

en la cual E espresa el espesor en milímetros, D el diámetro del cilindro formado por el cuerpo de la caldera, y n la tension absoluta del vapor en atmósferas en la caldera (§ 626).

Pero basta que la caldera construida pueda soportar una presion de ensayo doble que podria soportar en servicio y que se limite por la carga de la válvula de seguridad. Como quiera que sea, no ha parecido prudente al mayor número de constructores y á los más hábiles, el no tener en cuenta la esperiencia y exponerse á caer en la exageracion contraria á la que los reglamentos gubernamentales habian en cierto modo inmovilizado. Con esta intencion se continua haciendo uso de la fórmula de arriba, con un coeficiente de correccion que es 0'70, es decir, disminuyendo el resultado de 1/4 próximamente.

Conviene, pues, determinar el valor del espesor E del palastro poniendo en números la fórmula empírica:

$$E = [1'8D \,.\, (n-1) + 3] \,.\, 0'70 \text{ ó } E = 1'26 \times D \,.\, (n-1) + 2'1. \qquad \text{(n.° 24)}$$

Esta espresion hace ver que no es necesario aumentar el espesor E del palastro, para dar á la caldera mayor resistencia; basta disminuir el diámetro D casi proporcionalmente al aumento de la presion n.

EJEMPLO I. ¿Cuál será el espesor E en milímetros del palastro de una caldera cilíndrica, de diámetro $D = 0'95^m$ debiendo dar vapor á n, presion de 4 atmósferas?

La fórmula n.° 24 dá:

$$E = 1'26 \times 0'95^m \times 2 + 2'1 = 5'69^{mm}.$$

Límite de la presion que hay que producir.—Conservando las mismas anotaciones que en la fórmula número 23, tenemos por valor de n (número de atmósferas):

$$n = \frac{E - 2\text{‘}1}{1\text{‘}26 . D} + 1. \qquad (\text{n.}^\circ\ 25)$$

EJEMPLO II. ¿Cuál será la presion absoluta n en atmósferas que dará con seguridad una caldera cilíndrica, de diámetro D=0‘95^{m} y de espesor E=5‘95^{m}?

$$n = \frac{5\text{‘}95 - 2\text{‘}1}{1\text{‘}26 \times 0\text{‘}95} + 1 = 4^{\text{atm}}.$$

669. *Número de la marca que hay que poner en la caldera.*—La ordenanza francesa de 1843 prescribia que se fijase en la caldera una marca que llevase la cifra de la presion absoluta (§ 626) de la cual no podia pasar el vapor de la caldera. El decreto de 1865 dice que la marca no ha de indicar más que la presion efectiva (§ 627). En ese caso la cantidad 1 debe desaparecer de las fórmulas n.° 24 y n.° 25.

EJEMPLO III. ¿Cuál será el espesor E del palastro de una caldera cilíndrica, de diámetro D=0‘95^{m}, la cual debe contener vapor á la presion n de 3 atmósferas efectivas?

$$E = (1\text{‘}26 \times D \times n) + 2. \qquad (\text{n.}^\circ\ 26)$$

Sustituyéndola por números.

$$E = (1\text{‘}26 \times 0\text{‘}95^{m} \times 3) + 2\text{‘}1 = 5\text{‘}69^{\text{ mm}}.$$

Para esta misma caldera, conociendo el diámetro D y el espesor del palastro E, ¿cuál será la presion efectiva n en atmósferas?

$$n = \frac{E - 2\text{‘}1}{1\text{‘}26 \times D} \text{ y en números } E = \frac{5\text{‘}69^{\text{ mm}} - 2\text{‘}1}{1\text{‘}26 \times 0\text{‘}95^{m}} = 3^{\text{atm}}.$$

Para esta misma caldera ¿cuál será el diámetro D en centímetros, conociendo la presion efectiva n en atmósferas que deba contener y el espesor del palastro E en milímetros?

$$D = \frac{E - 2\text{‘}1}{1\text{‘}26 \times n} \text{ y en números } D = \frac{5\text{‘}69^{\text{mm}} - 2\text{‘}1}{1\text{‘}26 \times 3} = 0\text{‘}95^{\text{ m}}$$

670. *Espesor de los palastros de las calderas de caras planas*, figs 485, 486 y 487.—Ninguna regla representada por la fórmula es aplicable á las calderas planas, que por otra parte no deben usarse para producir vapor superior á 2 atmósferas efectivas. La experiencia ha fijado el espesor como sigue:

Hogar, cajas de fuego y humo.. . .	11$^{\text{mm}}$
Placas de tubo.	16
Cubierta exterior y conducto de humo	10
Fondo de la caldera.	14
Tirantes de hierro de 40$^{\text{mm}}$ de lado.	

671. *Maneras de reunir los palastros.*—Conjunto llamado de cruzamiento ó superposicion (fig. 475). Es el más generalmente usado, aunque ofrece menos solidez que el siguiente, y es menos costosa su mano de obra.

Ensamble con cubre-juntas (fig. 476) adoptado para las partes que debe presentar una superficie plana, es decir, sin relieve en las robladuras.

Ensamble de cantonera (fig. 478) para obtener las formas deseadas del cuerpo de la caldera y de algunas de sus partes. No exige como el siguiente, palastros de superior calidad y especial habilidad en el obrero; pero hace la caldera más pesada. No se aplica ventajosamente á las partes del aparato generador tocadas por las llamas, á causa de los espesores de metal que reune en una pequeña estension (doble fila de roblones, espesor del ángulo de la cantonera) (§ 668). La oxidacion se efectua con mayor rapidez, y es más abundante en el caso de humedad permanente.

Ensamble por curvadura y cruzamiento de los palastros (fig. 477) preferible al anterior. Exige palastros de primera calidad de hierro llamado *nervudo*, susceptibles de ser amartillados y encorvados sin rajarse (1).

672. *Roblones.*—Los roblones han de ser de hierro *granuloso*, de primera calidad, que no se hienda ó raje por aplastamiento cuando se hace la robladura, como lo haria el hierro nervudo. Las dimensiones adoptadas son las siguientes:

Diámetro del cuerpo del roblon, igual al espesor de los dos palastros que hay que unir.

Diámetro de la cabeza del roblon, dos veces el del cuerpo.

Intérvalo del eje de un roblon al otro ó del centro de un agujero al centro del inmediato, 2 veces $^1/_2$ el diámetro de la cabeza.

Distancia e del centro de un roblon al borde del palastro y al borde de la pinza d (fig. 475), 2 veces $^1/_2$ el espesor de los palastros reunidos. Lo que da para el cruce de los palastros, es decir, para la anchura l, 5 veces el espesor E.

---

(1) A fin de hacer perfectamente herméticas las costuras de union de los palastros, cuando el ajuste con los roblones no ha bastado, se *traba* el palastro á las partes de escape; es decir, por medio de un trabador de acero se arreglan los bordes del palastro que formen labio sobre el palastro de arriba. Ese trabajo, frecuentemente repetido ó ejecutado por un obrero inhábil, es la causa frecuente de las rasgaduras en la línea de union de los palastros; el choque del martillo comprime, aplasta, la fibra del palastro inferior y algunas veces la rompe sin que el mal sea aparente. En todo caso en la parte trabada el metal resulta ágrio, quebradizo, susceptible de oxidarse pronto y profundamente. A esta causa se debe á veces la rotura de los palastros que han originado esplosiones en las calderas, despues de una reparacion que ha preparado el mal en lugar de evitarlo.

673. Algunos constructores aplican la fórmula siguiente para determinar la anchura del cruzamiento de los palastros.

$$l=\frac{0'52\times T\times d^2}{T'\times E'}+d. \qquad (\text{n.}^\circ\ 27)$$

l, anchura del cruce de los palastros, en centímetros.

d, diámetro del roblon en centímetros.

E', espesor en centímetros de los palastros reunidos.

T', resistencia del palastro á la traccion; y está espresada por el número constante 3000, que se refiere, segun los esperimentos, al esfuerzo que se necesitaria para romper, estirándola, una barra de palastro de un centímetro cuadrado de seccion.

T, resistencia del roblon al cizallamiento, y está espresada por el número constante 4000.

Ejemplo. ¿Cuál será el cruzamiento de los palastros cada uno de los cuales tenga 6 milímetros de espesor E?—En ese caso el diámetro del roblon será $1'2^{cm}$ (párrafo 672), y tendremos:

$$l=\frac{0'52\times 4000\times 1'44}{3000\times 0'6^{cm}}+1'2=2^{cm}\,'86^{mm}.$$

Aplicando la regla del n.° 27 tendríamos para valor de l en este ejemplo:

$$l=E\times 5 \text{ ó } 0'6\times 5=3^{cm}.$$

Los agujeros de los roblones 1, 2, hechos en el palastro, en los bordes bb', cuya línea límite es perpendicular al sentido del laminado del palastro (fig. 479) deben hallarse á mayor distancia del borde que los agujeros 3, 4, practicados cerca de la línea de limitacion bd, paralela á las fibras del metal. Siendo la resistencia del palastro á la traccion generalmente un quinto menor cuando el esfuerzo se ejerce perpendicularmente á las fibras, es decir, en la direccion de las flechas AB que cuando se ejerce en el sentido de las fibras, ó sea de las flechas CD, conviene practicar los agujeros 1, 2, á una distancia del borde del palastro 0'20 veces mayor que la distancia de los agujeros 3, 4, al borde que se aproximan.—Así, si los agujeros 3, 4 están colocados, segun los datos del párrafo anterior, á 3 centímetros del borde, los agujeros 1, 2 lo estarán á una distancia $3\times 1'20=3^{cm}\,'6^{mm}$.

Segun los esperimentos, la resistencia á la traccion del palastro roblado se disminuye una mitad en su union, si no hay más que una fila de roblones y solo se disminuye un tercio si hay dos hileras.

674. El roblon de cabeza redonda (fig. 475) obtenido con la rodaplanchas ó la máquina de roblar, es menos sólido que el de cabeza cónica (fig. 476) hecho á martillo. La robladura de cabeza hundida (fig. 477) es superior á los otros dos.

Cuando los agujeros están hechos con punzon, su forma es tronco-cónica por efecto del instrumento; y el mayor diámetro está en el lado en que el palastro se apoyaba en la matriz. Dos palastros así agujereados y superpuestos, para ser roblados entre sí, pueden colocarse de manera que los agujeros se correspondan segun uno de los tres modos indicados (fig. 480).

Evidentemente la mejor disposicion es la de la correspondencia A, obtenida superponiendo los palastros por el lado en que ha entrado el punzon: el aplastamiento del roblon, cuando se trabaja para hacer la robladura, hace llenar los agujeros, y los grandes diámetros que se hallan en los dos orificios forman un fresamiento favorable á la accion de retroceso del roblon, con relacion á la aproximacion de los palastros.

675. *Resistencia de la caldera cilíndrica.*—A fin de estender todo lo posible la superficie de caldeo de estas calderas y aumentar la resistencia á la presion interior, se les da gran longitud y pequeño diámetro. La longitud es ordinariamente igual á 5 veces el diámetro.

Con el mismo espesor de metal, la resistencia del hervidero cilíndrico, en un solo punto de su circunferencia, está en razon inversa de su diámetro ó de su radio.

Sea un tubo cilíndrico (fig. 464) cuya rotura se supone que se ha verificado por ab, es decir, en dos generatrices que pasan por los dos límites del mismo diámetro ab; supongamos además que la rotura sea debida al efecto de las resultantes iguales y opuestas F, F' de las fuerzas normales que obran en la superficie interior del cilindro. En un líquido ó en un fluido la presion se trasmite en todos sentidos y se puede suponer que la parte nn se ha solidificado: y entonces la presion sobre el plano ab será igual á la ejercida en la superficie circular nFn del cilindro; la accion de las fuerzas interiores sobre las semicircunferencia F y F' no habrá cambiado. Llamemos ahora P la presion efectiva por unidad de superficie que obra en el interior del cilindro, D el diámetro de este, E el espesor del metal, T su resistencia por centímetro cuadrado de accion, y tomemos la unidad de longitud por longitud del cilindro; y entre la presion interior total y la resistencia del cilindro á la rotura en la direccion ab, podremos establecer la relacion siguiente:

$$2.E.T.1=P.D.1.$$

de donde:

$$E = \frac{PD}{2T}, \text{ y } P = \frac{2TE}{D}.$$

Sustituyendo el radio R al diámetro D, resulta:

$$P = \frac{TE}{R} \qquad \text{(n.° 28)}$$

Esta última espresion demuestra que la presion P que tiende á desgarrar el cilindro segun dos generatrices diametralmente opuestas, es igual al coeficiente T de la resistencia del metal, multiplicado por el espesor del metal E, dividiendo este producto por R, radio del cilindro. Demuestra, además, que la presion P, bajo la cual resiste sin romperse el cilindro, será tanto mayor, cuanto menor sea el radio del cilindro, siendo el espesor del metal siempre igual, así como su resistencia T' á la rotura, por centímetro cuadrado.

El valor de T' es en promedio de 3000 kilógramos.

676. *Resistencia de las calderas de caras planas.*— La presion que obra en el interior de un vaso de caras planas, cuyo conjunto forma un cubo, tiende á hacer tomar á ese vaso la forma esférica. Si el vaso tiene la forma de un paralelipípedo rectángulo, los lados tienden á tomar la forma cilíndrica y los fondos el de una semi-esfera. Cuanto mayores son las superficies, menor será la presion que determine el principio de cambio de forma. Pero cediendo al empuje interior, el palastro que forma los lados no *trabaja* igualmente en todas sus partes. Las que están más alejadas de los apoyos formados por el cuadro, se encorvan más, las fibras del metal se alteran y la rotura se produce bajo una presion muy inferior á la que rajaria el palastro del mismo espesor de una caldera cilíndrica. Es, pues, indispensable la consolidacion de las caras planas de las calderas. Los medios usados son colocar tirantes *t, t'* y trabadores *e, e'* entre las caras opuestas y colocar armaduras *m, m* (fig. 482) en las partes espuestas á un gran calor.

La obligacion de dar superficies planas á la forma de conjunto de las calderas, solo se encuentra en la aplicacion del vapor á la navegacion. Ejemplo: la caldera marina representada por las fig. 488 á 495. Las formas del buque y el poco espacio disponible son sus causas. Se redondean todo lo posible los ángulos de union de las superficies y se dá á estos una curvatura que, aproximándolos á la forma cilíndrica, aumenta sensiblemente su resistencia.

Se puede citar como resultado de la esperiencia un vaso cilíndrico de fondo semi-esférico, de palastro de 12^{mm}, de un diámetro de 25^{cm} y de una longitud de 1^{m}, que ha resistido á una presion 6 veces mayor que la que ha roto un vaso de forma paralelipipédica de palastro de 12^{mm} igualmente, teniendo por seccion un cuadrado de $22'155^{cm}$, de lado y 1^{m} de longitud, lo que le da la misma longitud y el mismo volúmen que los del cilindro.

Combustion y calefaccion.

677. No se pueden apreciar útilmente las diversas combinaciones que los constructores han adoptado en la disposicion de los hogares de las calderas, sin tener algun conocimiento de los principios de la combustion y de un buen caldeo.

La combustion y el caldeo son dos operaciones distintas, por decirlo así, aunque la segunda depende únicamente de la primera.

Para calentar es preciso primero elevar los cuerpos que calientan á una temperatura mas alta que la de los cuerpos que hay que calentar, resultado obtenido por la combustion. Es preciso enseguida poner y conservar los cuerpos en combustion, ó los cuerpos calentadores que provienen de la combustion, en contacto ó en presencia de los cuerpos que hay que calentar. Esa es la calefaccion propiamente dicha.

En la práctica industrial se produce la combustion cuando se pone en contacto el oxígeno del aire atmosférico con el hidrógeno y el carbono que contienen los cuerpos llamados combustibles (leña, hulla, etc.), y se eleva todo á la alta temperatura que conviene. Para que el fenómeno se verifique, se necesita, pues, un combustible que contenga carbono é hidrógeno, aire que contenga oxígeno, y mucho calor. Esta se obtiene por la aproximacion ó contacto de un cuerpo que arda ó por los gases muy calientes de una combustion anterior ó por el frotamiento, ó por la radiacion del calor solar concentrado por medio de espejos convexos.

Cuanto más compacto es el *tejido* de un combustible, menos fácilmente se enciende este combustible, porque sus partes elementales se separan menos prontamente, y se calientan menos aprisa; lo que esplica porqué el cáñamo, el papel, las virutas de madera se encienden más fácilmente que la hulla, etc.

678. *Cantidad de aire necesaria á la combustion.*— Un kilógramo de carbono por arder, exige teóricamente $2'5^{k}$ de oxígeno. Este se halla en el aire en la proporcion de $^{1}/_{5}$ de su peso solamente; luego se necesitarán $2'5 \times 5 = 12'5^{k}$ de aire para quemar un kilógramo de carbono. Pero no utilizándose completamente este aire en los hogares, hay que aumentar su gasto dos tercios en la práctica ó sean 20^{k}, pudiendo moderar su acceso estrechando los pasos y los con-

ductos por puertas móviles ó registros. Si admitimos ahora que la hulla contiene en carbono 0'70 de su peso, para quemar 1^k de combustible se necesitará $20^k \times 0'70 = 14^k$ de aire, y como el peso de 1^{m3} de aire es de $1'300^k$, se necesitará hacer llegar al horno $1'300^k \times 14 = 18^{m3}$ de aire próximamente por cada kilógramo de carbon que hay que quemar, y tales son las condiciones que ha de llenar un aparato perfecto. Pero en la práctica diaria, no es posible todavia conseguirlo, y se disponen las cosas de manera que puedan llegar al horno de 32 á 36^{m3} de aire en el tiempo que se emplea en quemar 1^k de hulla.

679. *Tiro en los hornos.*—La cantidad del aire que llega al horno depende: 1.°, de la seccion de abertura del cenicero; 2.°, de la separacion de las barras de la parrilla, 3.°, de la intensidad del tiro de la chimenea.

El tiro es natural ó artificial y forzado.

El tiro natural se produce en los hogares por la diferencia de temperatura entre el aire exterior y los gases calientes que provienen de la combustion, llegados á la chimenea. Siendo estos gases más ligeros que el aire tienden á elevarse y son tanto más ligeros cuanto más elevada es su temperatura. Es preciso, pues, disponer las corrientes de la llama y los canales de una caldera de suerte que los gases no se enfrien demasiado permaneciendo largo tiempo en contacto con las partes de la caldera que forman las superficies de caldeo; y para eso la estension de esas superficies debe ser de ciertos límites. Si la temperatura de los gases que han de salir por la chimenea es inferior á 130° cuando han llegado á ese conducto, el tiro natural es insuficiente; si es superior á 200°, el calor que así se escapa al esterior de los hogares, es escesivo y se utiliza incompletamente el combustible.

680. *Tiro artificial ó tiro forzado.*—El tiro artificial ó forzado se obtiene por medio de un chorro de vapor en la chimenea ó por medio de un ventilador (§ 437) arrojando el aire á los hogares por el cenicero, ó aspirando el aire en la chimenea; permite regular la intensidad de la corriente en los canales segun las necesidades del momento y puede usarse solamente en caso de insuficiencia de tiro natural.

El tiro forzado por un chorro de vapor no tiene efecto útil más que á la presion de 3 atmósferas. Para las calderas de media presion, el ventilador es preferible al tiro natural. Tambien se usan para evitar el ruido que hace el ventilador al funcionar, las máquinas sopladores de émbolo (§ 432).

Por el tiro forzado, ya sea por medio de un chorro de vapor ya por medio de máquinas sopladoras que inyecten aire en los ceníceros ó que lo aspiren por la chimenea, se puede quemar en cada unidad de superficie de parrilla, tres ó cuatro veces más carbon que con el tiro natural. El volúmen y el peso de la caldera pueden, pues, disminuir notablemente.

El trabajo ejecutado por la máquina sopladora; los gases combustibles no quemados, del mismo modo que las porciones de combustible infinitamente divididas, arrojados unos y otros al esterior por una corriente violenta; el enfriamiento de las superficies de calefaccion por la cantidad de aire fresco que entra en el horno á causa de la aspiracion ó insuflacion mecánicas son evidentemente las causas de pérdida de calor.

681. La ventilacion es más económica que el chorro de vapor. Claudel (*Fórmulas é instrucciones prácticas*), cita el ejemplo de una caldera en la cual un ventilador que absorbe el efecto de 6 caballos, basta en una hora para la combustion de 1000^k de hulla, cuyo $^1/_4$, es decir 250^k, se habria absorbido por el tiro de vapor, si nos hubiésemos servido con esclusion del otro; y en ese caso reemplazan 6 caballos de 50 á 60, contando que un caballo de vapor consume 5^k de carbon por hora, lo cual es exagerado (§ 685).

Los esperimentos hechos con el tiro de un ventilador aspirante han demostrado que el tiro no solamente habia aumentado el poder de evaporacion de la caldera por hora, en la relacion de 703 á 1112, sino tambien que cada kilógramo de carbon habia aumentado su efecto útil en la proporcion de 7 á 9.

682. *Hogares exteriores y hogares interiores.*—Un principio general confirmado por la práctica, es que la combustion sufre siempre por el contacto de una superficie metálica sin cesar enfriada por el agua que contiene el vaso de que forma parte esta superficie. Los diversos elementos cuya combinacion da lugar á la produccion del calor luminoso, no se combinan hasta que alcanzan altísima temperatura y la combustion es tanto más perfecta cuanto más alta es esa temperatura. Si la cámara de combustion, el horno, deja escapar por contacto ó radiacion, escesiva cantidad de vapor en beneficio del cuerpo que le rodea, desciende la temperatura y la combustion de los cuerpos combustibles es incompleta. Y se tiene por indispensable que los hogares puedan llegar á la misma temperatura que el combustible, para que el carbon arda con toda la actividad necesaria á un gran efecto útil. Los hornos de ladrillos son los que más se aproximan á estas condiciones, y son generalmente exteriores á la caldera, como representan las figuras 451 y 473. Los canales están en parte formados por la mamposteria y en parte por las superficies de caldeo del generador.

Los hornos interiores de la caldera (figuras 482 y

483) no se hallan en las mejores condiciones, segun las esplicaciones anteriores. Las calderas en que se hallan instalados, compensan un poco su inferioridad bajo este concepto, por la mayor estension de las superficies de caldeo, siendo menor el volúmen del aparato.

683. *Hogares de combustion lenta, hogares de combustion activa y de combustion forzada.*—El método más económico de quemar el combustible es la combustion lenta, la cual se obtiene con un tiro natural no dando á la salida de los gases por la chimenea más que una velocidad de 1'50^m por segundo de tiempo y una temperatura de 120 á 150° á estos gases. La intensidad del calor producido en una superficie dada de la parrilla es entonces menor que con la combustion activa, lo cual obliga á dar mayor superficie de parrilla al horno dispuesto para esa clase de combustion. Se queman de 20 á 25^k de hulla por hora y por metro cuadrado de superficie de parrilla.

684. La combustion activa es la que se obtiene atizando frecuentemente el fuego en el horno por medio de instrumentos de fogonero y disponiendo la cámara de combustion, los canales y la chimenea de manera que resulte un tiro bastante enérgico, cuya velocidad sea de 2 á 3^m por segundo de tiempo, y la temperatura en la chimenea de 150 á 300°, que es el caso de las calderas de los barcos de vapor. Este método parece el menos económico de los tres empleados; con él se queman de 60 á 90^k de carbon por metro cuadrado de superficie de parrilla por hora. La combustion forzada se obtiene determinando un tiro forzado en el hogar, por un medio mecánico: con su ayuda se puede quemar en una misma estension de superficie de parrilla, tres veces más combustible que con la combustion activa y cinco veces más que con la combustion lenta. La velocidad de salida de los gases por la chimenea varia de 5 á 8^m por segundo de tiempo. La temperatura de estos gases es de 300 á 450°. A pesar de las apariencias, la combustion forzada utiliza muy bien el combustible. Se emplea forzosamente en las calderas de locomotoras y en las máquinas de alta presion, á causa de los pesos y estorbos que necesitan.

Consumo de agua y de carbon por fuerza de caballo y dimensiones de las partes de las calderas destinadas á la formacion y almacenamiento del vapor y á depósito de agua.

685. *Consumo de agua y de carbon.*—En las calderas fijas y locomóviles que funcionan en muy buenas condiciones, se vaporizan 12^{lt} ó 12^k de agua por hora y por fuerza de caballo (§ 289). La vaporizacion de 1^k de agua tomada á 0° de temperatura absorbe 637 calorias (§ 615); suponiendo que la temperatura de agua de alimentacion tomada al exterior sea de 10°, un caballo de vapor costará por hora $(637-10) \times 12 = 7524$ calorias. 1^k de carbon de tierra de cualidad media desarrolla 7500 calorias en los esperimentos de laboratorio, pero en los hogares de las calderas de vapor, el líquido sometido á la vaporizacion no recibe más que 3600 calorias para este mismo peso de hulla consumido. Una combustion incompleta, la radiacion del calor fuera de los hogares, la salida de los gases y del humo arrastrando en la atmósfera por la chimenea una porcion notable del calor producido en el horno; tales son las principales causas de esta diferencia. Así, pues, puesto que un caballo de vapor gasta 7524 calorias y que 1^k de hulla no dá por este trabajo más que 3600, el caballo de vapor quema por hora $\frac{7524}{3600} = 2^k$ de hulla, en números redondos.

Con los diversos sistemas de caldera y de máquinas la diferencia varia de 1^k hasta 5^k; más allá de 2^k el rendimiento es malo, más abajo de 1'200 es muy bueno.

686. *Cálculos de las dimensiones de los hogares y de las cajas de agua y de vapor.*—Entre los diversos métodos de cálculo que pueden usarse para la solucion de estos diversos problemas, el más lógico, sino el más sencillo, es tomar por base la cantidad de carbon que hay que quemar en la parrilla, por hora, para producir la cantidad de vapor deseada, contando un consumo de 3^k de carbon por hora para un caballo de vapor.

Esa cifra de consumo es más elevada que la media, es cierto (§ 685), pero los resultados que se deducen en el cálculo de las partes del hogar se aproximan más á los que la experiencia ha hecho adoptar en los generadores de vapor más acreditados.

Cálculo de una caldera de diez caballos.

687. Supongamos que se quieran determinar las dimensiones de una caldera de hervideros, para una potencia de 10 caballos con tiro ordinario. En ese último caso, se parte de la hipótesis, verificada por lo demás en la práctica, que la cantidad de carbon que se quema útilmente por metro cuadrado de la superficie de parrilla y por hora es de 70^k.

Peso del carbon consumido por hora:

Peso del carbon consumido por caballo $\times$ por la fuerza de la máquina $= 3 \times 10 = 30^k$ (máximum), como se ha dicho más arriba.

Superficie de la parrilla en metros cuadrados:

$$\frac{\text{Peso del carbon consumido por hora}}{\text{Peso del carbon quemado por met. cuad. de parrilla}}=$$

$$\frac{30}{70}=0'43^{m^2}.$$

Longitud de la parrilla:

$$\text{Raiz cuadrada de}=\frac{\text{Superficie de la parrilla}}{\text{Superficie de la parrilla}\times 0'35}$$

$$=\sqrt{\frac{0'43}{0'43\times 0'35}}=1'11^{m}.$$

Anchura de la parrilla:

Raiz cuadrada de la superficie de la parrilla $\times 0'35=$

$$\sqrt{0'43\times 0'35}=0'39^{m},$$

es decir, que la anchura es los 0'39 de la longitud. En ningun caso debe esceder la longitud de 3 metros.

Espacio entre cada barra de la parrilla:

1/4 de la anchura de una barra, lo que evidentemente da á la parrilla 3/4 de lleno y 1/4 de vacio.

Altura entre la parrilla y el cielo del horno:

de $0'30$ á $0'35^{m}$.

Para calderas de un poder superior á 40 caballos, esa altura alcanza $0'40^{m}$, pero nunca más.

Altura del ara encima de la parrilla:

de $0'11$ á $0'16^{m}$.

Abertura del cenicero:

Superficie de la parrilla $\times 0'90=0'43^{m^2}\times 0'90=0'38^{m^2}$.

Superficie total de calefaccion:

30 veces la superficie de la parrilla $=0'43^{m^2}\times 30=$ 13 metros cuadrados.

ó bien:

el peso del carbon que hay que consumir por hora $\times 0'43=30\times 0'43=13$.

Superficie de la seccion de los canales:

$$\frac{\text{Peso del carbon consumido por hora}}{300}=\frac{30}{300}=0'10^{m^2}$$

ó bien:

$$\frac{\text{la superficie de la parrilla}}{4}=\frac{0'43}{4}=0'1075^{m^2}.$$

Superficie de la seccion de la chimenea:

igual á la de los canales $=10^{m^2}$.

Altura de la chimenea:

de 8 á 10 metros en ladrillo, de 6 á 8 metros en palastro.

Volúmen de la cámara de vapor en litros ó decímetros cúbicos:

Peso del combustible quemado por hora $\times 8=30\times 8=240$ litros ó sea el doble de la cantidad de agua que hay que vaporizar por hora.

Volúmen de la cámara de agua:

Volúmen de vapor $\times 3=240\times 3=720$ litros.

Ese volúmen se impone por lo demás por la superficie de la calefaccion que debe presentar la caldera. Puede variar de 10^{lt} hasta 100^{lt} por fuerza de caballo sin que el rendimiento de la caldera esté afectado sensiblemente. La regla mencionada da un contenido medio que es de 72^{lt} de agua por cada caballo de fuerza.

688. *Cálculo de una caldera de locomóvil.*— Las calderas de las locomóviles son de tiro forzado por la evacuacion del vapor del cilindro en la chimenea. Es una necesidad que proviene de la imposibilidad de dar gran altura á la chimenea y gran volúmen á la caldera. Se deben poder quemar por lo menos 85^{k} de hulla, por metro cuadrado de superficie de parrilla, en lugar de 70 como en las calderas fijas; el consumo por hora y por fuerza de caballo, se cuenta al máximum, como para estos últimos, de 3^{k}. El sistema más conveniente es el tubular (§§ 654 y 652).

EJEMPLO. Propongámonos determinar las principales dimensiones de una caldera de locomóvil, de 5 callos de fuerza.

Peso del carbon consumido por hora:

Potencia de la máquina $\times 3=5\times 3=15$ kil.

Superficie de la parrilla:

$$\frac{\text{Peso del carbon consumido por hora}}{85}=\frac{15}{85}=0'17^{m^2}.$$

Superficie total de caldeo:

Superficie de la parrilla $\times 30=0'17^{m^2}\times 30=5'10^{m}$.

Número de tubos:

$$\frac{\text{Peso del carbon consumido por hora}}{700\times\pi\times\text{radio de un tubo elevado al cuadrado}}$$

$$=\frac{15}{700\times 3'14\times 0'25^2}=10.$$

Los tubos que son de mejor uso tienen de 25 á 30^{mm}

de radio; los primeros se han tomado del ejemplo de arriba. Su longitud no debe esceder de 3^m; y es preferible no darle más que $2'50^m$.

Superficie de calefaccion representada por los tubos:

$\pi \times 2 \times$ radio de un tubo $\times$ longitud de un tubo $\times$ número de tubos$=3'14 \times 2 \times 0'025 \times 2'50^m \times 10=3'90^{m^2}$.

Midiendo la superficie total de caldeo $5'10^{m^2}$, quedaria, pues, $1'20^{m^2}$ para el cielo del horno y las cajas de fuego y de humo. Esas dimensiones pueden aumentar sin inconveniente, de modo que satisfagan la colocacion que nos proponemos establecer en el interior ó en la forma esterior que hay que dar á la caldera.

Seccion de la chimenea:

$$\frac{\text{Peso del carbon que arde}}{600}=\frac{15}{600}=0'0250^{mm^2}. \text{ ó sea}$$

6 centímetros de diámetro.

689. *Datos numéricos para determinar las dimensiones de una caldera marina.*—La potencia de estas máquinas se dice nominal ó efectiva (véase el artículo *Fuerzas de las máquinas de vapor*). El cálculo de una caldera en uno ú otro de los casos considerados puede basarse en los datos siguientes:

	Potencia nominal.	Potencia efectiva.
Superficie de parrilla. . . .	$0'06^m$	$0'002$
— de calefaccion. .	$1'56^m$	$0'522$
Volúmen de agua.	126^{lit}	42^{lit}
— de vapor.	120	40

Tubos: seccion, los $0'156$ de la superficie de la parrilla.

Longitud. . . . . 2^m

Diámetro interior. . . . . $0'70^m$

Seccion de abertura de los ceniceros, los $0'220$ de la superficie de la parrilla.

Seccion de la chimenea, los $0'140$ de la superficie de la parrilla.

Longitud de la parrilla, al máximum $2'50^m$

Anchura de $0'70^m$ á $0'80^m$

Número de hogares: 1 por 60 ú 80 ^{cab} con 60 ú 80 tubos que tengan las dimensiones arriba indicadas.

Las calderas marinas que se alimentan con agua que contiene 32^{gr} de sal por litro, no pueden hallarse á alta presion, porque los depósitos se forman instantáneamente desde que el líquido alcanza la temperatura que corresponde á las grandes presiones. La mayor presion usada en esas calderas es de 150^{cm} de mercurio de manómetro (§ 630).

690. *Dimensiones principales de una caldera de locomotora.*—Para la construccion de los generadores de esa categoria se puede tomar por base el consumo de agua vaporizada por toneladas trasportada á 1^{km}, lo que se llama *tonelada kilométrica;* es en promedio de $1'08^k$; pero la cantidad de agua realmente gastada es $0'45$ veces mayor, á causa del líquido arrastrado por el vapor (§ 620).

Peso de cok P á gastar por hora:

$$P=\frac{\text{Peso del agua á vaporizar por hora}}{8}.$$

Superficie G de la parrilla en metros cuadrados:

$$G=\frac{\text{Peso del agua á vaporizar por hora}}{280}.$$

Esa dimension de la parrilla corresponde á una combustion de 280^k de cok por hora y por metro cuadrado, usando el tiro forzado para la evacuacion del vapor en la chimenea.

Superficie total de calefaccion S, en metros cuadrados:

$$S=\frac{\text{Peso del agua á vaporizar por hora}}{3'800}$$

Lo que corresponde á un consumo de $3'800^k$ de combustible por metro cuadrado de superficie de calefaccion y á una estension de esta última 73 veces mayor que la superficie de parrilla ó $\frac{280}{3'800}=73$

Seccion total de los tubos S':

$$S'=\frac{\text{Peso del agua á vaporizar por hora}}{2000}.$$

Número de tubos n, tomando á voluntad el radio r de un tubo (Habitualmente se hace este radio igual á 2 centímetros).

$$n=\frac{\text{Peso del agua á vaporizar por hora}}{200 \times 3'14 \times \text{radio del tubo elevado al cuadrado}}$$

Longitud de un tubo l,

$$l=\text{radio del tubo} \times 242,$$

dando $0'02^m$ de radio al tubo, $l=4'84^m$, que es la longitud media de las calderas, más la de la caja de fuego y la caja de humo.

Diámetro esterior de la caldera, D:

$D=1'25^m$ á $1'30^m$, de modo que quede una cámara ó depósito de vapor comprendiendo el techo, igual á 2 veces el volúmen que representa el peso de agua á vaporizar por hora.

Diámetro de la chimenea d:

$$d = \text{la raiz cuadrada de } \frac{\text{peso de agua á vaporizar por hora}}{2800 \times 3'14}$$

691. *Recalentadores del agua de alimentacion y recalentadores del vapor.*—Los gases calientes y el humo tienen una temperatura de 350 á 400° cuando llegan á la base de la chimenea; una temperatura de 120 á 150° es suficiente para llamar el aire fresco al horno, es decir, para un buen tiro; seria, pues, pura pérdida el dejar evacuar así á la atmósfera una parte de los productos gaseosos de la combustion. Conviene hacer pasar esos gases alrededor de depósitos que contengan el agua de alimentacion, antes de su introduccion en la caldera y alrededor de depósitos de circuitos atravesados por el vapor, antes de la llegada de este á las máquinas. Una parte del calor de los gases evacuados es entonces absorbido por el agua y el vapor, en provecho del rendimiento de la caldera.

La disposicion de los recalentadores del agua y su emplazamiento no están sujetos á reglas fijas; con todo, los gases no deben encontrarlos hasta despues de haber tocado lás superficies de calefaccion de la caldera. La práctica ha dado conocer que para las altas presiones y dando una estension de superficie tocada por los gases, igual á 24 veces la superficie de la parrilla se elevaba á 40° de temperatura el agua de alimentacion tomada fuera á 10°.

A los recalentadores ó secadores de vapor, basta darles 9 veces la superficie de la parrilla ó $^1/_2$ vez la superficie total de calefaccion. El vapor que los atraviesa gana entonces 7 p. 100 de temperatura, siendo su presion de 4 atmósferas á la salida de la caldera; y no debe esceder 240° de temperatura sensible, porque las superficies frotantes de los émbolos, de los tiradores y las guarniciones de los prensa-estopas se deterioran.

En las calderas de media presion y particularmente en las calderas marinas no se da á la superficie del calentador más que 2 veces la estension de la superficie de la parrilla.

En resúmen, el uso simultáneo del recalentador de agua y del secador del vapor procura un beneficio de 20 por 100. Pero en ningun caso el calor que toman á los gases evacuados de los canales de la caldera, debe bajar la temperatura de esos gases mas allá de 130°.

Accesorios de las calderas.

692. *Alimentacion de agua.*—En el funcionamiento de las calderas es indispensable una vigilancia rigurosa y contínua del nivel del agua; un nivel demasiado elevado hace bajar la presion del vapor y da lugar á arrastres del líquido en el cilindro de la máquina. La rotura de ese recipiente ó del émbolo motor puede ser el resultado. Si el nivel desciende más abajo de las partes tocadas por las llamas y los gases muy calientes, espone las partes descubiertas á ser quemadas, á que se enrojezcan: entonces su resistencia disminuye muchísimo y se rompen por la presion del vapor; ó bien cuando el agua los cubre de nuevo se produce una vaporizacion instantánea y abundante que puede ocasionar la esplosion de la caldera.

Entre los diversos sistemas de bombas de alimentacion que se usan, es preferible el llamado de émbolo sumerjible (fig. 382).

La cantidad de agua que una bomba de esta clase debe poder gastar en un tiempo dado, debe ser igual al doble de la consumida por la caldera en el mismo tiempo. Por medio de un sistema de válvulas ú obturadores el agua rechazada vuelve totalmente ó en parte al depósito de donde salió si se estrecha ó se cierra la comunicacion con la caldera.

693. *Inyector Giffard.*—Este aparato de alimentacion, que lleva el nombre del inventor, reemplaza á la bomba de alimentacion ó bien se halla adherido á ella que es lo más conveniente. La fig. 465 representa de un modo muy comprensible el modo de funcionar: una corriente de vapor llega por A y desemboca en forma de chorro contínuo en el tubo B, arrastra consigo el aire que se halla en *cc*; la presion atmosférica que obra sobre el líquido en el cual está sumergido el aparato, hace subir este líquido en el tubo B, donde recibe el choque, el *empuje* del vapor: este se condensa y sale del aparato por B′, con el agua así rechazada.

Los inyectores instalados como indica la fig. 465 se usan algunas veces en el lugar y sustituyendo á las bombas en los agotamientos. Los usados para la alimentacion de las calderas son menos sencillos. Uno de los sistemas más favorecidos es el inyector Turck, representado en la fig. 466. El vapor llega por el tubo *t* al conducto V, y se escapa al conducto D por la abertura de la tobera T, cuya seccion se aumenta ó disminuye á voluntad remontando ó haciendo descender la brocha llena *aa*: esta última maniobra se hace por medio de la manivela *n*. El agua atraida por el vacio ó mejor por el desplazamiento de aire que se efectua en el estremo de la tobera, llega por el conducto E; su paso de E á D aumenta ó disminuye á voluntad á causa de la elevacion ó descenso de un tubo RR, que contiene á frotamiento hermético el primer tubo terminado por la tobera T; el tubo RR está terminado tambien por un tronco de cono; por el juego de la manivela *m* que hace girar el piñon P, se comunica el movimiento deseado al tubo RR. Las demás partes del aparato están fijas, escepto la válvula de impulsion F. Un agujero de inspeccion, colocado entre D y O, permite vigilar la marcha del aparato: la impulsion á la caldera se verifica por H. En resúmen, se regula la entrada del vapor por la manivela *n* y la entrada del agua por la manivela *m*.

694. *Tubo de nivel ó niveles de agua y espitas de medida.*—Los tubos de nivel *n* (fig. 451 á 487) son de vidrio espeso ó de cristal unidos á prensa-estopa en dos guarniciones ó cajas de bronce puestas en comunicacion, la de arriba con el vapor y la de abajo con el agua; una espita colocada en medio entre cada una de ellas y la caldera, permite establecer ó interrumpir á voluntad la comunicacion entre el tubo y la caldera. Una tercera llave directamente á continuacion de la caja inferior está destinada á purgar el instrumento, dejando salir fuera el agua del tubo prensada por el vapor de arriba abajo. Para establecer convenientemente un tubo de nivel se necesita: 1.° Evitar todo lo posible el fijar directamente las guarniciones en el hervidero ó en la cara de las calderas, las deformaciones causadas por la dilatacion y el retroceso de esas partes desplaza sensiblemente el eje de las cajas y producen la rotura del tubo; es preferible fijar las guarniciones en una columna hueca, de bronce, puesta en comunicacion por dos tubuladuras con la caldera. 2.° Dirigir la alimentacion de agua á la parte baja de la caldera, la del vapor á la varte alta, á fin de sustraer el agua del tubo de las perturbaciones producidas por ebulliciones momentáneas (fig. 473). 3.° Dar al tubo la menor longitud posible con objeto de que sea menos susceptible de romperse y poner las guarniciones de tal suerte que el medio de la altura del tubo corresponde al nivel medio del agua en la caldera. (Véase § 701, Indicadores magnéticos del nivel).

Los grifos de aforo (fig. 473) deben colocarse sobre una línea oblícua á la vertical, uno debajo de otro; se ponen ordinariamente tres; el más alto comunica con el vapor, el intermedio con la línea de nivel medio del agua en la caldera, y el más bajo corresponde á la zona más baja que puede alcanzar el agua en la caldera, sin correr el riesgo de quemar el palastro, uno de cuyos lados está tocado por la llama ó por los gases muy calientes.

695. *Flotadores y pitos de alarma.*—En uno de los estremos de una palanca *fl* (fig. 451) obra un flotador que sube ó baja con el nivel del agua en la caldera; en el otro estremo establece el equilibrio un contrapeso, y la inclinacion del brazo en que está fijado indica la altura del líquido en la caldera. El cálculo del volúmen de agua desplazado por el flotador y por consiguiente su accion sobre la palanca es fácil de calcular refiriéndose á los § 462 y 463. En las aplicaciones, basta colocar en el exterior el peso capaz de retener la palanca en la posicion horizontal, cuando el nivel del agua se halla á la altura media.

El pito de alarma *sf* (fig. 451) funciona cuando el contrapeso 2 es arrastrado por la accion del peso 1; este, siendo más pesado que el agua, se sumerge enteramente, pero está retenido á una cierta distancia del nivel normal por el contrapeso exterior; si desciende el nivel hasta descubrir en parte el peso 2, el esfuerzo que ejerce este último sobre la varilla que forma el silbato aumenta, y el vapor sale con ruido por *sf* (§4 62). Lo mismo que para el flotador se halla sin dificultades el valor del contrapeso 2 por tanteo. (Véase § 701, *Sistema de silbato de alarma con un flotador de usos múltiples*).

696. *Manómetros.*—El manómetro de mercurio, de aire libre yde una sola rama (fig. 467) es el más sencillo y exacto de los instrumentos de esa clase: por un tubo T′ llega el vapor á la cubeta cerrada al aire exterior y ejerce presion sobre el nivel N del mercurio que contiene; ese se eleva entonces en el tubo de cristal T abierto al aire libre, y la altura de columna de mercurio, indicada en centímetros sobre la escala E, mide la presion del vapor (§ 605). La fragilidad del tubo de vidrio y la gran altura que debe tener para presiones de 3 á 6 atmósferas (de 2^{m} á 10^{m}), hacen imposibles la aplicacion de ese manómetro á los usos industriales.

El *manómetro de mercurio*, de dos ramas y al aire libre (fig. 468), tan exacto como el anterior, exige una altura la mitad menor para la misma presion que este último y ofrece gran solidez. La rama *a* comunica con el vapor, la rama *a′* con el aire libre; un pequeño flotador, que lleva una pequeña varilla indicadora *d*, sube y baja con el nivel en *d′*, y el estremo de su varilla marca la presion sobre la escala *e* graduada en semicentímetros para espresar presiones de 1 centímetro. En efecto, si el nivel del mercurio en *a* desciende de 1 á 2, se eleva esta misma cantidad en la columna *a′*; la diferencia entre los dos niveles es entonces 1‘2 de descenso en *a*, más 1‘2 de elevacion en *a′* ó 2 veces 1‘2. Ese manómetro se usa en las máquinas de navegacion que no usan el vapor más que á 2 atmósferas de presion efectiva (§ 627).

El *manómetro de aire comprimido* es semejante en todo al de aire libre de una sola rama, salvo que la altura del tubo está herméticamente cerrada, ya sea por el vidrio soldado, ya por la adicion de un tapon B, como representa la fig. 467. El aire encerrado entre la parte alta del tubo y el nivel del mercurio se comprime cada vez más á medida que la presion del vapor obrando sobre el nivel N en la cubeta, obliga á subir al mercurio en el tubo. El aire comprimido opone, pues, una resistencia creciente á la elevacion de la columna de mercurio, y por la aplicacion de la ley de Mariotte á la compresion de los gases (§ 452), se gradua el instrumento (§ 460). Con un tubo de 0'30^m de altura se pueden medir hasta 8 atmósferas de presion efectiva. Ese manómetro, además de que no da indicaciones exactas, está espuesto al estañado interior del tubo por el mercurio cuyo nivel no es ya entonces visible; se usa para medir los grandes esfuerzos de presion efectuados por las prensas hidráulicas.

El *manómetro metálico* (fig. 469) es el que se usa ahora casi esclusivamente: por el tubo T, entra el vapor en el tubo encorvado, aplanado y cerrado K, que solo está fijo á la caja EE′ por la parte de abajo K; ejerce una presion total mayor contra la pared de la curva envolvente que contra la pared de la curva evoluta, porque la primera tiene evidentemente mayor superficie que la segunda; de ese modo el tubo tiende á enderezarse arrastrando la aguja A; esta puede oscilar alrededor de un pequeño gorron fijado sobre la caja EE′ é indicar la intensidad de la presion sobre un cuadrante graduado por presiones en centímetros de mercurio ó en atmósferas. La seccion del tubo encorvado es aplanada ó elíptica y la presion del vapor tiende á hacerle tomar la forma cilíndrica, para lo cual se agrega al primero para hacer más sensible el instrumento. Es preferible dejar el tubo encorvado lleno de agua más bien que vacio (§ 457), á fin de evitar los efectos de la dilatacion y de la contraccion que produciria el vapor más ó menos caliente introducido en el instrumento. A la larga el tubo encorvado pierde de su elasticidad y es prudente someterlo de cuando en cuando á un ensayo comparativo con un manómetro patron de mercurio.

El manómetro metálico, llamado manómetro Ducomet, representado en la fig. 470 es tan exacto como el anterior y de mayor duracion. El vapor se introduce por el conducto A en una cápsula metálica B de paredes muy delgadas; la parte superior de esta, comprimida por el vapor, tiende á tomar la forma convexa y aprieta el resorte de acero DEFG, por intermedio del boton C; sobre el boton se halla articulada una pequeña biela *b* que obra sobre un berbiquí *c*, y este último lleva la aguja *hg*, cuyo desplazamiento sobre un cuadrante indica la intensidad de la presion que comprime el gran resorte fijado en H sobre la caja que contiene el instrumento I cuando baja la presion, la aguja está llamada por un hilo de acero *d*, que se contornea, arrastrado por el berbiquí cuando la presion sube. El uso de este instrumento se generaliza mucho en la industria.

698. Las válvulas de seguridad de las calderas tienen formas varias y se colocan de varias maneras como demuestran las fig. 489, 490, 492, 494 y 495.

Válvula de vástago (fig. 492).—El disco S se halla asentado en el lugar S′S′, cuya vista de plano está representada en la fig. 493; la zona de sosten del sitio *jj*, así como la de contacto de la válvula, no debe esceder en anchura $^1/_{30}$ del diámetro interior del disco, á fin de que haya menos incertidumbre en la medida real de la superficie de la válvula en contacto con el vapor y de la espuesta á la presion del aire. Por el vástago inferior *n* se guia la válvula á la duela central; los travesaños KK′, S″ unen estas dos partes entre sı. La carga se efectua por medio de un peso *r* que obra por medio de una palanca de 2.ª clase (§ 29) A*o*R sobre el vástago superior *m*.

Válvula de aletas (fig. 490).—El vástago director de la válvula (fig. 492) está reemplazado aquí por aletas *e, e, e*, que marchan con frotamiento suave en la parte cilíndrica que corona el asiento SS. El disco de la válvula *ss* tiene su acarreo plano, lo cual es preferible el acarreo inclinado como en la válvula fig. 492. Un talon *a*, que forma cuerpo con la palanca de carga L, P, limita la altura de alzada de la válvula. Esa altura debe ser igual á la *mitad del radio del disco* que cierra el orificio, á fin de que todo el vapor que pase por ese orificio pueda desprenderse por los lados.

Válvula de carga directa y de superficies diferentes (fig. 494).—El vapor tiende á hacer subir el émbolo *p*; este hace levantar entonces el disco encorvado *i, s, s, i* cargado con un peso directo P, y apoyado en el asiento de acarreo *ii*. La parte *aa, bb*, está fija y forma union móvil y hermética con el interior del disco encorvado *ss*; el vapor que se escapa segun la direccion de las flechas 2, 3 — 2, 3 no obra nunca, pues, bajo el gran disco; la superficie del émbolo *p* es la única sobre la cual se ejerce el esfuerzo de levantamiento y como es muy pequeña, basta poquísimo peso para cargarla, aún á grandes presiones, mientras que la abertura de evacuacion en *ii* es muy grande.

Válvula usada en las calderas marinas (fig. 495).—El disco de cierre está formado por el fondo de un cilindro hueco DD y lleva en el centro un vástago inferior y otro superior T; este está atravesado por la palanca de carga que se apoya en una viga alargada 1 de acero;

el morrillo que se halla encima de la palanca gira sobre un eje fijo en el estremo de la varilla y sirve de punto de partida á la palanca de carga cuando se le levanta con intencion de abrir la válvula. El contrapeso es un cilindro *cc*, en el cual se hallan colocadas las rodajas de plomo P'; por medio de un mecanismo de palanca, se puede levantar obrando debajo del vástago *g*. Varias rodajas de plomo P, colocadas en el cilindro válvula, completan el peso que forma la carga total del aparato. Por el tubo *i*, se escapa fuera de la caja el vapor condensado, de cuya acumulacion podria resultar un esceso de carga en la válvula.

Válvula de resorte ó de balanza (fig. 489).—En el vástago *d* de la válvula S se apoya una palanca C cargada por la compresion de un resorte RR contenido en el estuche *ee;* un vástago en forma de T en *f* y á tornillo en *b*, sube comprimiendo el resorte RR cuando se comprime la rueda de manecilla *a* que forma la tuerca del tornillo; el esfuerzo ejercido en la palanca *c*, puede, pues, graduarse á voluntad maniobrando la rueda de manecilla. Ese sistema solo se usa en las calderas de locomotoras en que el mecánico tiene siempre á mano el mecanismo de incremento y disminucion de carga; el inconveniente que le caracteriza es aumentar la resistencia de elevacion de la válvula á medida que esta última sube con objeto de dejar la válvula abierta durante corto tiempo.

Por el orificio de una válvula de seguridad debe poder salir todo el vapor que puede producir la caldera á la tension máxima, bajo la influencia del fuego más activo. La esperiencia ha demostrado que esta condicion se verifica calculando el diámetro D del orificio, por la fórmula siguiente, n.° 25, en la cual D se halla espresado en centímetros; *s* superficie de calefaccion de la caldera, comprendiendo las partes que forman los canales ó corrientes de llama y de humo, está espresado en metros cuadrados; y K representa el número de kilógramos indicado por el timbre ó marca de la caldera.

En virtud de la ordenanza francesa de 1843, el timbre que hay que colocar en las calderas llevaba la cifra que indicaba en atmósferas la presion *absoluta* de la cual no debia esceder el vapor (§ 626); la fórmula para calcular el diámetro de la válvula de seguridad era la siguiente:

$$D=2'6\sqrt{\frac{S}{n-0'412}}. \qquad \text{(n.° 29)}$$

en la cual *n* espresa el número de atmósferas de la presion absoluta; las otras letras designan los mismos elementos que en la fórmula de más arriba. El decreto de 25 enero 1865 que ha derogado la ordenanza anterior, prescribe que se coloque un timbre que indique en kilógramos la presion *efectiva* máxima que debe soportar el generador (§ 627). Con objeto de acomodar la antigua fórmula á las nuevas prescripciones, se reemplaza *n* por $\left(\frac{K}{1'033}+1\right)$.

$$D=2'6\sqrt{\frac{s\times1'033}{K+0'6074}} \qquad \text{(n.° 30)}$$

EJEMPLO. Una caldera tiene la superficie de calefaccion $S=10^{m}$.

La presion efectiva máxima, ó la marca del timbre $K=5'165^{k}$.

Lo que corresponde á 5 atmósferas de presion efectiva ó á 6 atmósferas de presion absoluta (§ 626).

D, diámetro de la válvula en centímetros, será:

$$D=2'6\sqrt{\frac{10\times1'033}{5'165\times0'6074}}=4'654^{cm}$$

Orden de las operaciones indicadas:

1.° Multiplicar 10 por 1'033=10'33.

2.° A 5'165 añadir 0'6074=5'7724.

3.° Dividir el resultado 1.° por el resultado 2.°; esto es $\frac{10'33}{5'7724}=1'79$.

4.° Extraer la raiz cuadrada del resultado de la operacion 3°, lo que da 1'337 raiz cuadrada de 1'79 (párrafo 45).

5.° Multiplicar la raiz cuadrada obtenida por 2'6 ó sea 1'79×2'6=4'654.

Las aletas de la válvula (fig. 490) ó los travesaños de la duela no deben ofrecer una seccion mayor que los 0'14 de la superficie de la válvula, á fin de no dificultar demasiado la salida del vapor.

Cálculo de la carga de una válvula.—Determinar el peso P, en kilógramos, de una válvula en las condiciones siguientes:

D, diámetro. . . . . =5 cent.
K, timbre de la caldera marcada á.. . =$5'165^{k}$
O sean 5 atmósferas de presion efectiva (§ 627).
p, peso de la válvula. . . . . . . =2^{k}

La fórmula general es $P=\left(\frac{\pi}{4}.D^{2}.K.\right)-p.$ (n.° 31)

Tendremos para el ejemplo anterior $P=\left(\frac{3'14}{4}\times5\times5\times5'165\right)-2^{k}=99'388^{k}$.

Regla: Multiplicar el número que espresa los centímetros cuadrados de superficie de la válvula medida sobre el diámetro menor, por la presion efectiva espresada en kilógramos, que debe hacerla abrir; restar de este resultado el peso propio de la válvula.

La válvula representada en la fig. 494 está cargada directamente por el peso P; su diámetro es el de debajo del pequeño émbolo *p*.

Determinar el diámetro D, conociendo el peso P y el timbre K.

Se deduce de la fórmula n.° 30.

$$D=\sqrt{\frac{P+p}{K\,.\,0'785}},$$

y reemplazando las letras por números:

$$D=\sqrt{\frac{99'388+2}{5'165\times 0'785}}=5^{cm}.$$

Determinar el timbre K, conociendo el peso P y el diámetro D. De la fórmula n.° 30 se deduce:

$$K=\frac{P+p}{0'785\times D^2},$$

y en números:

$$K=\frac{99'388+2}{0'785\times 5\times 5}=5'165^k.$$

699. Cargar por intermedio de una palanca de segundo género (§ 296). Cargar con una palanca que lleva un peso, la válvula S (fig. 471) en las condiciones siguientes:

D, diámetro de la válvula.. . . . . $=5^{cm}$
R, timbre de la caldera marcada á.. . $=5'165^k$
p, peso de la válvula. . . . . . . $=2^k$
p', accion ejercida por la palanca sola sobre la válvula (1). . . . . . . $0'388^k$
L, longitud en centímetros de brazo mayor de palanca *l*+L, medida desde el centro de rotacion ó de la charnela al punto de suspension del peso P. . $=0'40^m$
l, longitud del pequeño brazo de palanca *l*. . . . . $=0'10^m$
P, peso buscado, espresado en kilógramos.

La fórmula general es:

$$P=\frac{\pi\times D^2\times K\times l}{L}-(p+p') \qquad (n.° 32)$$

(1) Con el corchete de una romana se toma la palanca no cargada todavia en el punto preciso que se apoya en la válvula y el esfuerzo que entonces se necesita hacer para levantarla, señalado en kilógramos sobre el instrumento, es la carga sobre la válvula debida á la accion de la palanca.

Sustituyendo números á las cantidades dadas en el ejemplo, resulta:

$$P=\frac{3'14\times 5\times 5\times 5'16\times 0'10}{0'40}-(2+0'388)=24'720^k$$

Regla general: Multiplíquese el número que espresa en centímetros cuadrados la superficie de la válvula, por el que lleva el timbre; réstese del resultado de esta operacion, el peso de la válvula junto al de la accion de la palanca; multiplíquese el nuevo producto por el cociente de la division de la longitud del pequeño brazo de la palanca por la longitud del gran brazo. Ese último producto espresa el valor del contrapeso.

Verificacion práctica de la carga de la válvula (figura 472).—Despues de haber determinado por la fórmula de arriba, n.° 27, el peso que debe soportar la válvula S, se coge el vástago con el gancho de una romana ó de un dinamómetro N (§ 271), y se levanta todo; el número de kilógramos marcado por el instrumento debe ser exactamente el mismo que el hallado por la fórmula n.° 26 del peso directo. Por este medio se obtiene una indicacion muy exacta, porque el peso de las palancas, los frotamientos de los vástagos y los de las articulaciones son esfuerzos de resistencia que el dinamómetro acusa al mismo tiempo que el esfuerzo debido al peso P.

Podemos cargar la válvula con mucha precision, limitándonos á calcular su superficie en centímetros cuadrados, conociendo su diámetro (§ 225), y á multiplicar el número que espresa esa superficie por el número que indique el timbre de la caldera y sin tener en cuenta la palanca en este cálculo. Colocando en su estremo una sucesion de pesos, hasta que se cierre la válvula S, estando primero levantada por el dinamómetro fijado al anillo N.—A falta de dinamómetros, una balanza de palanca *b* puede servir para ambas operaciones (fig. 471). En el estremo de uno de los brazos de la palanca, se suspende el estremo de la palanca *l* L, al cual se hace arrastrar la válvula S, y se equilibra la accion ejercida por ese conjunto colocando la cantidad de pesas deseada sobre el otro brazo de palanca; así se tiene el esfuerzo de cierre ejercido por la palanca, la válvula y la resistencia de los frotamientos. Se coloca enseguida directamente, en la válvula, el peso calculado que debe llevar (n.° 26), menos el peso hallado por la primera pesada antes indicada. La palanca *l* L se ata entonces á un estremo del fiel de la balanza y el peso Q, que, colocado en el otro estremo, equilibra la válvula así cargada y unida á la palanca por su vástago, es exactamente el que se necesita colocar en el estremo de *l* L, es decir en P, El peso que se coloca en la válvula para esa operacion es claro que no debe quedar despues.

700. *Carga por resortes.*—El procedimiento más exacto y más sencillo consiste en cargar el resorte con pesos sucesivos, tan pequeños como sea posible y á señalar en el cilindro *ee* (fig. 488) todas las divisiones determinadas por la adicion de pesos. Si el resorte ha de estar colocado directamente en la válvula, se calcula con la fórmula n.º 26 cual es la carga total correspondiente á la presion que debe tener el vapor para levantar la válvula y se comprime el resorte sobre esta hasta la division obtenida anteriormente y correspondiente á la carga así determinada.

Si la carga se efectua por intermedio de una palanca, como en la instalacion (figuras 488 y 489), se procede como sigue:

1.º Unir la válvula S á la palanca y al punto preciso de partida *d*; unir el volante *a* á la palanca C en la posicion respectiva de esas piezas, cuando el resorte R está enteramente aflojado, unir con el corchete de una romana el estremo del vástago terrajado *b* y levantar así sensiblemente la válvula; el esfuerzo acusado por la romana, para efectuar esa maniobra, espresará en kilógramos la presion total que soporte la válvula, cuando se comprima el resorte la cantidad indicada en el caso actual por la subida de la escuadra *f*. Sea K, kilógramos indicados,$=103'305^k$, y S, superficie de la válvula en contacto con el vapor$=20$ centímetros cuadrados, y 4 centímetros la altura de subida de *f* ó *h* compresion del resorte; tendremos en ese punto *h* de la graduacion de la escala un número *n* de atmósferas de presion efectiva, correspondiente al levantamiento de la válvula, que será $n=\frac{K}{S}=\frac{103'305}{20}=5$ atm.

Para la graduacion *g* de la escala en cuartos de atmósfera, tendremos:

$$g=\frac{h}{n\times 4}=\frac{4}{5\times 4}=0^{cm}'2^{mm}.$$

Así, pues, en este ejemplo, si el resorte R está construido de manera que se comprima la misma cantidad por cada adicion de un mismo peso, cada graduacion de 2^{mm} en la escala indicará una presion de $^1/_4$ de atmósfera en la válvula.

701. El aparato representado (fig. 491) reune el conjunto de las instalaciones cuyo funcionamiento garantiza la seguridad contra los peligros de esplosion de las calderas. El flotador A, subiendo y descendiendo con el nivel *n* en la caldera, hace cerrar ó abrir la llave C por la cual el conducto de alimentacion D puede restablecerse ó interrumpirse con la caldera. Un boton M, fijo á la varilla del flotador, puede moverse en el bastidor EB fijo á la palanca F de la llave C; es fácil comprender que el bastidor, obligado á girar alrededor del eje de la espita, imprimirá á este un movimiento de rotacion cuando tenga que subir ó bajar por efecto del descenso ó elevacion del flotador A.

Un dedo ó taco H toca el brazo P de la palanca POK y hace abrir el pito de alarma S′, si el nivel *n* desciende demasiado bajo; el descenso del flotador con su vástago esplica la maniobra de la palanca.

Un iman T, fijado á la varilla del flotador y apoyado en una placa de cobre, obra sobre una aguja de hierro I, colocada delante de la placa, por el lado visible exterior; los desplazamientos del nivel del agua *n* se indican de esa manera.

Un manómetro metálico *m* (§ 696) se halla colocado en el vértice de la placa indicadora del nivel del agua. Una válvula de seguridad S de palanca (§ 700) completa el aparato que lleva el nombre del inventor Lethuillier-Pinel.

702. La pérdida de calor por radiacion en un metro cuadrado de superficie de una caldera en actividad es de 1200 calorias por hora (§ 606); para 10 metros cuadrados será 12000, y como un kilógramo de carbon produce prácticamente 4000 calorias habremos perdido por hora $\frac{12}{4}=3^k$ de carbon. El envolver las superficies exteriores de las calderas con cuerpos aisladores del calor, es, pues, una precaucion muy útil. Las calderas de hervideros se hallan ordinariamente alojadas en un macizo de mamposteria, con lo cual se hallan protegidas contra el enfriamiento exterior (§ 600). Los de otro sistema deben estar rodeadas de arena, de fieltros ó de ladrillos refractarios. En la industria se usa un betun aislador aplicado directamente al palastro y cuyos efectos son muy apreciados; lleva el nombre de *Plástico-Pimont*.

703. El ensayo de calderas antes de entregarse al servicio está prescrito por el decreto dado en Francia en 25 Enero 1865, en las condiciones siguientes, especificando tres categorias:

Primera categoria.—Si la presion efectiva del vapor en el servicio (§ 627) ha de ser inferior á $^1/_2$ kilógramo por centímetro cuadrado de superficie ó sea 0'48 de atmósfera, se procede al ensayo cargando la válvula con $0'500^k$ por cada centímetro cuadrado de superficie y rechazando el agua á la caldera por medio de una bomba (§ 457), hasta que la presion así obtenida haga abrir la válvula recargada. Esa presion debe conservarse durante el tiempo necesario al exámen de todas las partes del generador.

Designando por S, la superficie de la válvula en centímetros cuadrados.

n, número de atmósferas efectivas del cual no debe esceder el vapor.

p, peso propio del vapor.

P, peso que hay que colocar directamente en la válvula para satisfacer la prueba.

Tenemos $P = S \times (n \times 1'033^k + 0'500) - p$. (n.° 33)

Para la carga P', por medio de una palanca, tendremos:

$$P' = [S \times (n \times 1'033 + 0'500) - (p + p')] \times \frac{l}{L}, \quad \text{(n.° 34)}$$

designando *p'* la accion de la palanca sobre la válvula (§ 699), *l* la longitud del brazo menor y L la del brazo mayor.

Para hacer numérica esta fórmula hay que seguir el órden indicado en el párrafo 5, pág. 15 que es el siguiente:

1.° Añadir $1'033^k$ á $0'500^k$;—2.° multiplicar el número de atmósferas que representa *n* por el total obtenido 1.°;—3.° multiplicar el producto obtenido 2.° por la superficie S en centímetros cuadrados de la válvula; 4.° añadir el peso propio de la válvula *p* al de la palanca *p'*;—5.° restar el total de la adicion 4.° del producto de las operaciones anteriores;—6.° dividir la longitud *l* del pequeño brazo de palanca por la del brazo mayor L;—y 7.° multiplicar el cociente de esa division por el resultado de todas las operaciones anteriores: el producto será el valor del peso que hay que colocar en el estremo de la palanca.

Segunda categoria.—Cuando la presion efectiva del vapor no ha de esceder en el servicio de 6 kilógramos por centímetro cuadrado ó sean $5'8^{atm}$, ó cuando no ha de ser inferior á $0'500^k$ ó sea $0'48^{atm}$, se hace la prueba al doble de la presion efectiva, es decir, que se aumenta en doble el peso de carga de la válvula de seguridad (párrafo 698), y se obra en la caldera por presion hidráulica hasta que se levante la válvula así cargada.

Tercera categoria.—Si la presioñ efectiva escede de 6 kilógramos por centímetro cuadrado ó sea $5'8^{atm}$, la sobrecarga de prueba es de 6 kilógramos por centímetro cuadrado de superficie de la válvula de seguridad. El peso directo P y el peso P' que obran por intermedio de una palanca están determinados por las fórmulas anteriores, n.° 31 y n.° 32, en las cuales basta reemplazar en esta última el valor $0'500^k$ por el valor 6^k.

704. La potencia de vaporizacion de una caldera depende de la magnitud de la superficie de la parrilla, de la de la superficie de calefaccion y de la clase de tiro del aire en los hogares.

Designando por P, la potencia evaporatoria en caballos de vapor.

F, la superficie de calefaccion en metros cuadrados;

G, la superficie de la parrilla en metros cuadrados;

Para una caldera de baja presion y de tiro natural se tiene:

$$P = \frac{F}{1'40} \text{ ó } P = \frac{G}{0'047}. \quad \text{(n.° 35)}$$

Para una caldera de media ó alta presion de tiro natural:

$$P = \frac{F}{1'30} \text{ ó } P = \frac{G}{0'043}. \quad \text{(n.° 36)}$$

Con un tiro forzado $P = \dfrac{F}{0'90}$ ó $P = \dfrac{G}{0'03}$. (n.° 37)

Las reglas arriba indicadas son aplicables á los generadores de vapor cuyas proporciones se establecen en virtud de las relaciones indicadas en el § 687, es decir, que tienen una superficie de 25 á 30 veces mayor que la superficie de la parrilla. Esto es lo que sucede con las calderas fijas.

Máquinas de vapor propiamente dichas.

705. El vapor formado en una caldera instalada conforme á las condiciones indicadas anteriormente es conducido á la máquina propiamente dicha por medio de tubos cubiertos con cuerpos aisladores del calor (párrafo 600), á fin de conservar esta última á la mayor temperatura posible.

Las figuras 496 y 497 representan el armazon de una máquina de vapor del tipo más sencillo. Suponemos que el movimiento de la caja ó del distribuidor de vapor se hace á mano. Por el conducto F (fig. 496) penetra el vapor en la caja de tirador J. La *caja* formada por dos émbolos *p'*, *p'*, se halla en ese momento colocada de tal manera, que el vapor se introduce en el cilindro C por el orificio *o*, y empuja el émbolo P de derecha á izquierda, en el sentido de la flecha; por su vástago T y por la biela G, el émbolo marchando en el sentido indicado, hace girar de derecha á izquierda la manivela M y el árbol motor A, sobre el cual está fijo. Cuando el émbolo haya llegado al fondo del cilindro á la izquierda, es decir, á su punto muerto de abajo limitado por la arista interior del orificio *o'*, la caja *pp'* empujada entonces hácia la izquierda como indica la fig. 497 colocará el orificio del fondo *o'* en comunicacion con el vapor que contiene la caja de distribucion J que viene de la caldera, mientras que el orificio *o* se pondrá en comunicacion con el aire libre, ó el vapor que ha empujado el émbolo de derecha á izquierda, se evacuará, á fin de no ofrecer resistencia al movimiento retrógrado del émbolo. El movimiento de los órganos y la direccion del vapor se verificarán entonces como demuestra la fig. 497 y continuando el movimiento alternativo de la corredera, obtendremos el movimiento contínuo del árbol motor. La máquina se detendrá ó estará *parada*, segun la espresion usada, si se detiene el movimiento de la corredera, pues la distribucion alternativa de la fuerza producida por el vapor en las dos caras del émbolo P, no tendrá ya lugar. El objeto del volante V es regularizar el movimiento del árbol motor, quitando á la máquina cierta cantidad de fuerza en el instante en que el émbolo se halla á media carrera, cuando su accion es máxima y restituyendo una parte de esa fuerza, cuando el émbolo se encuentra en uno de los estremos de su carrera ó de sus *puntos muertos* (§ 346).

Todas las máquinas mueven por sí mismas la correderas de tal suerte que el movimiento general se continua despues de haber sido determinado por el primer desplazamiento de la corredera hecho á mano, y por el mecanismo llamado *disparo.*

706. *Espresiones y términos especiales relativos á las máquinas de vapor.*—Las espresiones poco usuales, aún en los talleres y que se refieren especialmente á las máquinas de vapor, están sucintamente resumidas á continuacion:

Admision.—Se dice de la llegada del vapor al cilindro; se cuenta habitualmente en funcion de la carrera del émbolo. Las máquinas de alta presion tienen una admision de 0'40, lo que significa que el vapor llega de la caldera sin el cilindro durante los 0'40 de la carrera del émbolo; los 0'60 que faltan para verificar la carrera completa, son proporcionados por la accion del vapor ya introducido, obrando entonces por dilatacion ó espansion (§ 633).

Angulo de avance, ángulo de recubrimiento, ángulo de calado (Véase § 713).—Se dice de ciertos puntos de la regulacion de la corredera de vapor, segun los cuales el ángulo formado por el radio de escéntrico que conduce la corredera y por el radio de la manivela motriz, permite á la corredera abrirse al vapor de admision antes del fin de la carrera del émbolo (fig. 508). a'' es el ángulo de recubrimiento, a el ángulo de avance y $a''' + a' + a$ el ángulo de calado.

Avance á la evacuacion.—Se dice de la fraccion de la carrera del émbolo á la cual empieza á salir del cilindro el vapor que ha empujado el émbolo; tiene por objeto disminuir la fuerza de inercia que tendrá el émbolo en llegando al término de su carrera y disminuir la resistencia que esperimentaria ese órgano á volver sobre sí mismo, si encontrase el vapor de la admision anterior.

Avance á la admision.—Se dice de la fraccion de la carrera del émbolo durante la cual afluye el vapor en sentido contrario al movimiento del émbolo á fin de disminuir la fuerza de inercia de ese órgano cuando haya de tomar un movimiento retrógrado, (§ 268). En las máquinas de presion media, el avance es de 0'02 á lo más de la carrera del émbolo; en las de alta presion, es algunas veces nulo.

Toldo a (fig. 500). — Recipiente generalmente abierto al aire libre por su parte superior, destinado á recibir el agua que proviene de la condensacion y rechazado por la bomba de aire P. Esa agua es echada fuera pasando por el tubo E.

Armazon b (fig. 500).—Armazon de fundicion de hierro que sirve de punto de apoyo á las diversas partes fijas ó móviles de la máquina.

Caja de distribucion ó corredera J (fig. 499).—Compartimento que recibe el vapor que viene de la caldera, antes de que el tirador T la distribuya al cilindro.

Caja de espansion b' (fig. 498).—Compartimento en que se aleja el vapor que llega de la caldera. antes de ir á la caja de corredera *b*, desde donde se distribuye al cilindro por la corredera X.

Condensacion (Véase § 709). *Condensador.*—Capacidad C_2 (fig. 500), en que se verifica la condensacion del vapor evacuado del cilindro, despues de haber impulsado el émbolo.

Carrera del émbolo.—Se mide por la longitud máxima que recorre el órgano en el cilindro, y esta longitud es evidentemente igual al diámetro de la circunferencia descrita por la manivela; luego el radio de la manivela es la mitad de la carrera del émbolo, y se necesitan dos carreras de émbolo para efectuar un *golpe de émbolo* ó *una revolucion de manivela.*

Cilindro de vapor C (fig. 496 á 501).—En el cilindro se mueve el émbolo con frotamiento suave y hermético; lleva una parte plana y lisa FF (fig. 511), llamada *espejo del cilindro* ó *placa de friccion,* sobre la cual marcha la caja de distribucion de vapor *t* (figuras 510, 511 y 513); en el cristal están practicadas las aberturas A A' que comunican, una con la parte alta y otra por la parte baja del cilindro por los conductos D, D (fig. 511). Esas aberturas se llaman *orificios del cilindro.* La abertura B es el *conducto de evacuacion;* pone en comunicacion la parte alta ó baja del cilindro, segun la posicion de la corredera con el esterior por el tubo E. La fig. 514 representa un cilindro y una corredera en corte longitudinal: o y o' son los orificios del cilindro, o'' es el conducto de evacuacion.

Espansion fija.—Se dice de la fraccion de la carrera del émbolo que se verifica despues que la corredera de vapor ha suprimido la llegada de este al cilindro. Varia entre o'40 y o'50 de la carrera del émbolo en las máquinas de media presion (§ 630) y entre los o'50 y los o'80 en las de alta presion. Una vez establecida solo puede cambiarse desmontando la corredera de vapor.

Espansion variable.—Se dice de la espansion que se puede aumentar ó disminuir en el cilindro por la disposicion del mecanismo exterior, como por ejemplo, cambiando el ángulo que forma el radio conductor del filete xf (fig. 498) en la rueda dentada n, en el radio de la excéntrica E (§ 714). (Véase los brazos de espansion variable, § 353).

Espacios muertos.—Así se llaman todos los conductos y espacios que se llenan de vapor, desde el orificio del conducto al cilindro, á partir del espejo del cilindro hasta el émbolo llegado al fin de su carrera. Así, el espacio muerto en la parte delantera del émbolo (fig. 506), comprende el conducto o y la cámara cilíndrica comprendida entre la cara delantera del émbolo y la posterior de la cubierta derecha del cilindro. Se hacen esos espacios tan pequeños como sea posible, para economizar el vapor. Se les dá generalmente el nombre de *espacios neutros.*

Evacuacion.—Se dice de la salida del vapor del cilindro despues que este vapor ha hecho marchar el émbolo en una direccion. La evacuacion se verifica al aire libre en las máquinas sin condensacion, y en un condensador en las de condensacion.

Espejo del cilindro.—Parte enclavada por la caja de corredera J (fig. 499). (Véase *Cilindro de vapor*).

Inyeccion.—Chorro de agua introducido en el condensador por el conducto j, y graduado por la espita que hace mover el filete m''. El agua así mezclada al vapor produce la condensacion de esta última (figura 500).

Manivela motora ó del árbol motor A M (fig. 500). —Es la que estando fija al árbol motor A, recibe el movimiento por el mecanismo del émbolo P.

Libertad de émbolo ó libertad de cilindro.—Es el espacio comprendido entre la cara del émbolo en el término de su carrera y el fondo del cilindro más próximo. Ese espacio es necesario para permitir la llegada del vapor al émbolo, á fin de determinar el retroceso de ese órgano. La libertad de émbolo es en promedio de 6^{mm}; forma parte de los espacios muertos.

Placa de fundamento (fig. 500).—Tabla de fundicion de hierro, sobre la cual el cilindro C, las construcciones, los apoyos de soporte, etc., están sólidamente sujetos. La placa de fundacion está pegada á una plataforma de piedra ó á un macizo de mamposteria.

Punto muerto.—El émbolo está en el punto muerto cuando se halla en uno de los dos estremos de su carrera; en ese momento, la manivela, la varilla y la biela se hallan en la misma recta. El émbolo P, en el cróquis de movimiento representado (fig. 506) está en el punto muerto delantero y la fuerza, aplicada al mismo émbolo, no le haria pasar de ese punto; el volante es aquí indispensable (§ 348).

Número de golpes de émbolo en un tiempo determinado.—Se cuenta habitualmente por minuto en la máquina; se reduce enseguida á segundos para calcular la fuerza de la máquina (§ 724). Dos carreras constituyen un golpe de émbolo. (Véase *Carrera del émbolo*).

Bomba de agua fria.—Es la que conduce el agua necesaria para la condensacion, en un depósito ó recipiente desde donde va á parar al condensador. El tubo t_1 en el ejemplo (fig. 500) es el tubo de aspiracion y el t_2 el tubo de impulsion.

Bomba de aire C_1 (fig. 500).—Toma el agua y el aire del condensador C_2 y los rechaza al esterior; su émbolo P lleva un obturador circular que se abre durante el período de impulsion y se cierra durante el de aspiracion. El agua y el aire pasan por la cámara y el tubo de derrame E.

Bomba de alimentacion L (fig. 500).—Toma el agua de la cámara por el tubo j' y la envia á la caldera para conservar el nivel. Una válvula cargada por una palanca y un peso se levanta y deja evacuar el derrame ó sobre-lleno de la bomba, cuando la caldera toma menos agua de la que gasta la bomba.

Embolo de vapor P (fig. 498).—Es un disco formado por el cuerpo del émbolo, en el cual se halla sólidamente sujeta la varilla K, y de dos ó más anillos ó *guarniciones metálicas* alojadas en su contorno; su elasticidad permite que el émbolo haga juego hermético con la pared del cilindro.

Regulador RNN (fig. 498).—Mecanismo destinado á obrar en la válvula de vapor a para regularizar la marcha de la máquina, permitiendo introducir un peso de vapor mayor ó menor en el cilindro, segun que la presion de este sea mayor ó menor (v. § 716).

Corredera de espansion P' (fig. 498).—Es el órgano que, suprimiendo la llegada del vapor á la caja de corredera b, la suprime de hecho en el cilindro C, cualquiera que sea la regulacion del movimiento de la caja de distribucion X. Desde el exterior y sin desmontar nada se puede hacer variar el período de abertura y cierre de la corredera de espansion con relacion á la carrera del émbolo; el mecanismo lleva entonces el nombre de *espansion variable*.

Caja de distribucion de vapor T (fig. 499).—Es el órgano esencial del movimiento de la máquina; su juego regula la llegada del nuevo vapor al cilindro y la salida del que ha impulsado el émbolo en su carrera (v. § 712).

Escape de la cámara ó tubo de descarga E (fig. 500). Tubo por el cual el agua de condensacion rechazada por la bomba de aire en la cámara *a* se evacua hácia fuera.

Traviesa del émbolo ó T *del mismo*, dd (fig. 499).—Brazo fijo al vástago sobre el cual se articula la gran biela B; por la traviesa pasan generalmente las guias *g*, *g* del vástago del émbolo.

Válvula ó registro a (fig. 498).—Obturador móvil colocado entre el tubo de vapor C_1 y la caja de espansion *b'* ó la caja de corredera *b*, en las máquinas que no tienen espansion variable. Por la abertura y cierre de la válvula, se aumenta ó disminuye la marcha de la máquina, ya por manejarse á mano esa válvula, ya porque la mueva el regulador NRN para conservar la velocidad adquirida y regulada.

Vacio en el condensador ó contrapresion en el émbolo.—Se dice de la rarefaccion de los gases y vapores contenidos en el condensador, producida por la inyeccion ó aspiracion de la bomba de aire (v. § 370).

707. *Recorrido del vapor y movimiento de los órganos en una máquina sin condensacion, de espansion variable y de bielas colgantes* (fig. 498).—La máquina se instala en la placa de fundicion P_1P_1.—Las columnas C' sostienen el cilindro de vapor C.—En el zócalo B_1 están instalados los árboles de movimiento de las cajas X y P y el cuadro de las deslizaderas G.—El árbol motor A está sostenido por el soporte P_3; el soporte P_3 lleva la rueda dentada *n* del movimiento de espansion variable cuya caja es P (§ 714).

El vapor llega á la máquina por el tubo C_1; penetra en la caja de espansion fija *b'*, despues de haber pasado por el registro *a*, cuya mayor ó menor abertura regula la cantidad que hay que gastar en el cilindro, segun que se quiera aumentar ó disminuir la velocidad del movimiento de la máquina; de la caja de espansion *b'* llega á la caja de corredera *b*, despues que la corredera de espansion P ha descubierto el orificio 7. Suponiendo la máquina en movimiento y observada en el momento en que las diversas piezas móviles se hallan en la posicion representada en la fig. 498 se vé desde luego que la corredera de espansion variable está regulada á los 0'50 de la carrera del émbolo (§ 636). Se ve igualmente que la caja de distribucion X, habiendo descubierto en grande el conducto 4 al vapor de admision, este vapor contenido en la caja de corredera *b* ha penetrado en el cilindro sobre el émbolo C y éste debe descender; en ese mismo momento vista la posicion de la corredera, la parte inferior del émbolo está en comunicacion con la evacuacion del vapor por el conducto 5; luego el vapor que habia hecho subir el émbolo P ha debido evacuarse fuera del cilindro, á la atmósfera, no teniendo la máquina condensador.

El movimiento de vaiven del émbolo ó movimiento rectilíneo alternativo es trasmitido al árbol motor A, por intermedio del vástago K, de dos bielas colgantes *b* articuladas en cada uno de los estremos de la traviesa *d* del émbolo y de dos manivelas M, fijadas en el árbol motor (1).

El vástago del émbolo está guiado entre las deslizaderas G por dos ruedecitas *g* móviles en cada uno de los estremos de la traviesa *d*. En el árbol motor A, se encuentra fijo el carro de escéntrico E, destinado á comunicar el movimiento á la corredera X por intermedio del filete *z*, de la palanca acodada *koq*, de dos bielas *i* articuladas á la traviesa *d'* del vástago *t* de la corredera. (Véase *Excéntrica*, § 350). La corredera P de la espansion variable recibe su movimiento del árbol motor A; una rueda dentada *m* está fija en el árbol, y engrana con el piñon *n* sobre el cual está articulado el filete *x* cuyo estremo se asienta en las palancas acodadas *f*, *o*, *e*; dos bielas *j*, articuladas en el estremo de los brazos *e* y en el estremo de las traviesas *d'* hacen mover el vástago *t'* de la corredera P. Para detener el movimiento de esa corredera, es decir, para que la máquina funcione sin otra espansion que la comunicada por la corredera de distribucion X, basta desunir el filete *x* del brazo *f*. Para cambiar el periodo de espansion, se procede como se ha dicho en el § 714. El funcionamiento del regulador LNN está descrito en el § 716.

La máquina de biela directa, llamada igualmente biela de aire (fig. 499), es sin condensacion, como la anterior y no tiene espansion fija. A, árbol motor.—B, gran biela.—*b*, filete del regulador.—C, cilindro de vapor.—*dd*, traviesa del vástago del émbolo.—E, tablado que sostiene los soportes del árbol motor.—*e*, escéntrica que comunica el movimiento a la corredera T.—*e'*, excéntrica que comunica el movimiento á la bomba de

(1) Como la máquina en cuestion está figurada segun un corte vertical por el eje del cilindro, solo se puede ver una biela colgante, una manivela, un cuadro de la deslizadera y la mitad del mecanismo de arrastre de las correderas del lado de la palanca.

alimentacion P.'—F, tubo de llegada del vapor á la máquina.—*f*, tubo de impulsion de la bomba de alimentacion, que va á parar á la caldera.—*g*, *g*, guias de la varilla del émbolo por la traviesa *dd*.—*h*, *h'*, ruedas angulares que comunican el movimiento al regulador. —*i*, vástago de la corredera.—J, caja de distribucion.—K, vástago del émbolo de vapor.—M, manivela motora. —*n*, soporte de las guias *g*, *g* del vástago del émbolo. —N, N, columnas que sostienen el tablado E.—P, émbolo de vapor.—P', émbolo sumergible de la bomba de alimentacion.—P_1, placa de fundacion.—Q, regulador de fuerza centrífuga.—R, bomba de alimentacion. —S, soporte del regulador.—T, corredera de distribucion del vapor.—*t*, caja de obturadores de la bomba de alimentacion.—*t'*, *t''*, conductos de vapor del cilindro.—V, volante.—*x*, soporte del árbol motor.—*z*, biela de la corredera.—*z'*, biela de la bomba de alimentacion.—3, evacuacion del vapor.

708. *Máquina de condensacion con balancin aéreo* (figura 500).—En las máquinas de condensacion el vapor se evacua á un condensador C_2, en lugar de ser arrojado directamente á la atmósfera ó pasando por la chimenea de la caldera á fin de aumentar el tiro en los hogares (§ 680). Suponiendo la máquina en movimiento y observada en el momento en que los órganos móviles están en la posicion representada en la figura 500, se vé que la caja de distribucion X ha descubierto el conducto 1 por el lado de la caja de corredera J, llena del vapor llegado de la caldera por el tubo *t*; por tanto se hace la admision en el cilindro G, sobre el émbolo P y este órgano se vé entonces obligado á descender; el vapor que anteriormente la ha hecho subir, pasa entonces al conducto 2, al interior de la corredera X, al conducto 3 en que termina el tubo de evacuacion *t*, *t'*, y por allí llega al condensador C_2. En el condensador C_2, una inyeccion de agua fria conducida por el tubo *j* y regulada por la *llave de inyeccion* que puede hacer maniobrar el filete *m''*, encuentra el vapor evacuado, lo condensa y desde entonces se establece el vacio en el condensador (§ 640). El agua que proviene de la inyeccion y del vapor condensado se quita con la *bomba de aire* C_1, cuyo émbolo P lleva obturadores que se abren de abajo arriba, ó un disco móvil como representa la fig. 500.

En la parte baja del cilindro de la bomba de aire, hay tambien obturadores llamados *obturadores de pié*, que se abren hácia dentro en esa bomba, cuando el émbolo sube y hace *aspiracion* en el condensador, y que se cierran cuando el émbolo, al descender, rechaza el agua llegada del condensador y la hace pasar encima de él para ser arrojada enseguida fuera por el tubo E de la cámara *a*; entre el cuerpo de bomba y la cámara, en el plano que los separa, se hallan colocados los *obturadores de cabeza* que se abren por el lado de ese último recipiente; tienen por objeto impedir que el agua que ha subido á la cámara durante la ascension del émbolo, vuelva al émbolo durante el descenso de este órgano.

El movimiento del conjunto, en la máquina en cuestion, se produce de esta manera: en el vástago T del émbolo está articulada la *manecilla* ó pequeña biela E articulada igualmente en el estremo del balancin B, en el gorron *m*; el balancin, al oscilar sobre el gorron central A' por el movimiento vertical de vaiven del émbolo P, da un movimiento circular contínuo al árbol motor A por el intermedio de la gran biela G y de la manivela M; la biela está articulada en m_1 en el balancin y por el otro estremo en la manivela. El émbolo de la bomba de aire P toma su movimiento en K, del balancin, por la manecilla E' y el vástago T_1. El vástago de corredera X lleva una traviesa *d* sobre la cual y por ambos lados, se articula una biela *i* y se prolonga hasta la palanca acodada *a'*, cuyo brazo *r* lleva el boton de union destinado á recibir la biela *a* de la escéntrica *e* (§ 349); la escéntrica, fija al árbol motor, comunica de esta manera el movimiento á la corredera X.

La bomba de alimentacion L se hace funcionar por la biela T_2, al mismo tiempo que esa biela hace marchar el émbolo de la gran bomba de agotamiento, cuyos tubos de aspiracion t_1 y de impulsion t_2 indican la posicion.

La varilla del émbolo de vapor T está guiada por el paralelógramo articulado *nghq* (véase § 366).

708. *Condensador; inyeccion.*—El empleo de un condensador permite el uso del vapor á baja presion (§ 630), y proporciona una economia que se puede calcular tomando para elementos de ese cálculo: 1.° la resistencia debida al vapor evacuado en el condensador y que habitualmente no es más que de $^{15}/_{76}$ á $^{20}/_{76}$ de atmósfera (§ 596), mientras que es por lo menos de una atmósfera en la máquina sin condensacion; 2.° el trabajo absorbido por la bomba de aire que quita el agua y el aire del condensador, trabajo evaluado en promedio en $^1/_5$ del desarrollado por la máquina; 3.° la temperatura del agua de alimentacion tomada en la cámara que comunmente es de 55° á 65°, es decir, de 45° á 50° más elevada que la del agua tomada en un depósito ó en un pozo de alimentacion. El primero y el último elemento prestan un beneficio, que el segundo disminuye.

La capacidad del condensador no tiene nada de absoluto; varia de $^1/_8$ á $^1/_8$ del volúmen del cilindro. Hay que colocarlo abajo y enfrente de este último y alejarlo suficientemente para que el vapor que trabaja en el émbolo no se enfrie, por ejemplo, por un tabique comun á estos dos recipientes.

La inyeccion de agua fria ha de ser bastante abundante para mantener la temperatura del condensador entre 45° y 55°. La cantidad de agua que hay que inyectar está calculada por la fórmula del § 646. La superficie del círculo que tiene por diámetro el tubo de inyeccion se calcula en 1 centímetro cuadrado por fuerza de caballo de la máquina de media presion, y $1'2^{cm}$ para las de alta presion (§ 630). Es preciso, para estar en buenas condiciones, que la altura del agua medida entre la superficie del depósito que contiene el agua que hay que inyectar, y el centro del orificio de la llegada del agua al condensador, esté comprendido entre 3 y 4 metros; para alturas menores ó mayores, la seccion del tubo aumentará ó disminuirá proporcionalmente:

Sean D el diámetro del tubo de inyeccion en centímetros, F la potencia de la máquina en caballos de vapor =10 caballos, tendremos:

$$D = \sqrt{\frac{F}{0'785}} = \text{raiz cuadrada de } \frac{10}{0'785} = 3'56^{cm}.$$

La intensidad del vacio en el condensador y la presion de resistencia que resulta, están indicadas por los barómetros especiales descritos en las págs. 306 y 372 y calculados como se ha dicho en el § 641. En las máquinas bien acondicionadas, el vacio en el condensador se mantiene entre 65 y 70 centímetros.

Los obturadores de pié ú obturadores de aspiracion, aquellos cuya abertura establece la comunicacion entre el fondo de la bomba de aire y el condensador, deben estar colocados, en cuanto sea posible, abajo y enfrente del fondo de este último, ó por lo menos un poco encima de ese fondo á fin de ser fácilmente levantados por el peso del agua contenida en ese recipiente; por la misma razon se hacen muy ligeros; los de cauchú son muy ventajosos.

La superficie de la abertura que queda libre al levantar todos los obturadores de pié, debe ser de 10 centímetros cuadrados por fuerza de caballo, si la bomba de aire es de simple efecto, y de 5 centímetros cuadrados si es de doble efecto (§ 503).

710. La bomba de aire C' (fig. 500) está destinada á quitar del condensador el agua resultante de la inyeccion y del vapor condensado y el aire que lleva el agua inyectada (§ 461).

Su volúmen debe calcularse de manera que á cada golpe de émbolo el líquido y el gas introducidos en el condensador hayan desaparecido, despues de una revolucion completa de la manivela motora de la máquina. Estas condiciones se satisfacen poniendo las cosas de manera que, en el mismo tiempo, el volúmen engendrado por el émbolo de una bomba de aire de simple efecto sea $^1/_6$ del engendrado por el émbolo de vapor, y $^1/_{12}$ si la bomba es de doble efecto.

En ningun caso se debe dar más de 2^m de velocidad por segundo al émbolo de la bomba de aire, sino los gases y el agua puestos en movimiento no tienen tiempo de pasar por los orificios de aspiracion ó de evacuacion.

Designando por D, el diámetro del émbolo de vapor.
C, la carrera del émbolo de vapor.
N, el número de golpes del émbolo de vapor por minuto (un golpe de émbolo comprende siempre una ida y vuelta en el cilindro).
d, el diámetro del émbolo de la bomba de aire de simple efecto;
c, la carrera del émbolo de la bomba de aire de simple efecto;
n, el número de golpes de émbolo por minuto de la bomba,

tendremos:

$$d = D \cdot \sqrt{\frac{C \cdot N}{6 \cdot c \cdot n}}; \quad c = \frac{D^2 \cdot C \cdot N}{6 \cdot d^2 \cdot n}; \quad n = \frac{D^2 \cdot C \cdot N}{d^2 \cdot c \cdot 6}.$$

En el caso de una bomba de aire de doble efecto, seria preciso reemplazar el número 6 en las fórmulas anteriores por el número 12.

Los obturadores del émbolo de la bomba de aire de simple efecto deben presentar una misma abertura que los del condensador ú obturador de pié.

La cámara *a* (fig. 500) es el recipiente en el cual la bomba de aire envia el agua que se evacua fuera por el tubo de sobrelleno ó de evacuacion E. Su volúmen está más bien subordinado al espacio disponible que á cualquier otra consideracion; únicamente es preciso evitar colocar la descarga E á una altura mayor que 1^m, á fin de evitar el dejar una carga de agua en los *obturadores de cabeza*. Estos obturadores hacen comunicar la parte alta del cuerpo de bomba de aire con el fondo de la cámara; la abertura que dejan libre al levantarse puede ser un poco menor que la de los obturadores de pié.

711. *Descripcion de una máquina horizontal de biela directa sin condensacion* (fig. 501).—Este sistema de máquina está en boga, más bien por la facilidad

que ofrece de poder colocarse en un pequeño espacio que por las ventajas que tenga sobre el sistema de cilindro vertical (§ 707). A, bomba de alimentacion movida por una escéntrica colocada en el árbol motor y cuyo vástago es *a*.—B, gran biela; su pié está articulado en el bastidor G guiado por la deslizadera *rr*; su cabeza lleva una articulacion de soporte B' en la manivela motora M.—El cilindro de vapor C, fijado sobre la placa de fundicion FF, lleva la caja de corredera T en el lado; la corredera recibe su movimiento del árbol motor por intermedio de la escéntrica fija *n* cuya biela es *t*. E y *e* son las prensa-estopas de la varilla del émbolo y de la varilla de la corredera.—V, volante fijado al árbol motor.—El conjunto está fijo sobre un macizo de mamposteria P, y lo que es preferible en una piedra de base ó de betun aglomerado. (Véase §§ 726 á 741, para el valor comparativo de ese sistema con los demás en uso).

712. *Cajas de distribucion de vapor en el cilindro.* —La caja de distribucion de vapor es generalmente del sistema llamado de concha (fig. 510 y 513). Comprende la barrita delantera *eabf*, la posterior *cghd*, la concha *abcd* y el vástago *t*. Aplicándola sobre el espejo del cilindro, como se indica en la fig. 513, las barritas forman union hermética sobre este espejo, y ponen los orificios *o o'* del cilindro unas veces en comunicacion con la caja de corredera en que está contenido el vapor llegado de la caldera y otras con el interior de la concha que comunica con la evacuacion *o''*; el movimiento de vaiven que le comunica la escéntrica (§ 349) determina sus diferentes efectos. En las máquinas verticales cuyo tirador tiene pequeña superficie, se asegura su aplicacion constante sobre el espejo del cilindro por medio de un resorte colocado entre el dorso de la concha y la parte inferior de la cubierta de la caja de corredera: Ejemplo, la corredera X (figura 500). Si tiene gran superficie, la presion total que recibe del vapor es muy grande, el manejo á mano muy penoso y su frotamiento exagerado sobre el espejo del cilindro es una perdida de fuerza al mismo tiempo que una ocasion de gasto y deterioro de las partes frotantes; en ese caso, se aisla del contacto del vapor una cierta estension de la superficie del dorso de la corredera, por medio de una instalacion llamada *compensadora*.

En las máquinas cuyo cilindro tiene mucha altura, se usa con preferencia la corredera larga en D, representada en las figs. 518 y 519. Se compone de dos partes de seccion semicircular (fig. 519), cuya superficie plana *ab* y *a'b'*, forman las barritas; esas partes se hallan fijas en el mismo vástago. La caja de corredera, en ese caso, lleva una instalacion que permite hacer una union hermética alrededor y encima de cada una de las partes de la corredera, á fin de aislar el vapor de admision del de evacuacion.

Se distinguen en una corredera las *aristas de admision ef* y *gh* (las que toca el vapor que va al cilindro) y las *aristas de evacuacion ab* y *cd* (las que toca el vapor que sale del cilindro). Se les distingue tambien por la calificacion de aristas exteriores y aristas interiores. Las correderas en forma de concha hacen la admision por las aristas exteriores y la evacuacion por las interiores; lo contrario se verifica con un tirador en D.

Recubrimiento de la corredera.—Si estando colocado un tirador exactamente á la mitad de su carrera, sus barritas no esceden por ningun lado los orificios del cilindro, se llama sin recubrimiento; en el caso contrario, tiene recubrimiento. La corredera representada en la fig. 517 tiene un recubrimiento medido por *ab* del lado de la admision de derecha y un recubrimiento *a'b'* del lado de admision de izquierda; hay *arista por arista*, en *d* y *d'*, es decir, en la evacuacion. La corredera (fig. 516) tiene un descubierto de admision por el orificio de *o*; un recubrimiento *dc* para este mismo orificio á la evacuacion; un descubierto *d'c'* para la evacuacion por el orificio de *o'* y están arista por arista para la admision por este mismo orificio. Este último ejemplo tiene mala aplicacion en las máquinas; la regla es instalar un tirador como representa la fig. 517.

El recubrimiento por el lado de la admision tiene por objeto producir la espansion fija (§ 713), dejando el orificio del cilindro menor y por menos tiempo abierto al vapor que penetra en el cilindro. Ese recubrimiento no impide dar avance á la admision, pues esta se obtiene por el *ángulo de calado*. (Véase más adelante página 402).

Se llama suspension de la corredera á la posicion en la cual se detiene esta con relacion á los orificios del cilindro, cuando está á la mitad de su carrera. La suspension de ese órgano de distribucion es buena, cuando, llegado al punto medio de su carrera, recubre una misma cantidad los dos orificios del cilindro, ó que se halle entre ellos arista por arista en ambos lados, segun que se halle con ó sin recubrimiento. Ejemplo, figura 517.

713. *Establecimiento de la regulacion de la caja.*— Para obtener una distribucion de vapor económica y que de al émbolo un movimiento tan regular como sea posible, se necesita:

1.° Que la afluencia de vapor al cilindro se verifique solo durante una fraccion determinada de la carrera del émbolo: *periodo de admision;*

2.° Que el vapor introducido produzca una cierta cantidad de trabajo por espansion: *periodo de espansion fija;*

3.° Que la evacuacion del vapor introducido en el cilindro, empieza antes de terminar la carrera del émbolo: *periodo de avance á la evacuacion;*

4.° Que una cierta cantidad de vapor se introduzca en el émbolo, en sentido contrario de su movimiento, es decir, que un instante antes de la llegada del émbolo á uno de sus puntos muertos, el orificio de introduccion de este lado esté ya descubierto una pequeña cantidad, para dar paso al vapor que debe comunicar el movimiento retrógado: *periodo de avance á la admision.*

El objeto del avance á la admision es amortiguar la velocidad del émbolo al llegar al fin de su carrera, y permitirle retrogadar sin choque y sin detencion sensible bajo la accion del vapor avanzado; y ese efecto está ausiliado por el avance á la condensacion y por el juego de la biela y manivela (§ 346).

El avance á la admision empieza en la proximidad de los 0'98 de la carrera del émbolo, es decir, que este tiene todavia los 0'02 de su carrera que recorrer antes de llegar al punto muerto hácia el cual camina; se puede decir igualmente que el avance se verifica durante los 0'02 de la carrera total del émbolo. Cuando el émbolo llega á su punto muerto, el orificio de admision está ya abierto una cantidad igual, en promedio á los 0'30 del máximum de abertura en las máquinas de media presion y de 0'10 en las de alta presion.

Aumentando en las máquinas verticales el peso propio del émbolo la resistencia general cuando este órgano sube en el cilindro, se aumenta un poco el avance á la admision de abajo.

El objeto del avance á la evacuacion es hacer nula en lo posible la presion del vapor en el sentido del movimiento del émbolo, á fin de dejar á este órgano que termine su carrera bajo la accion de la fuerza de inercia de las piezas en movimiento, y disminuir todo lo posible la resistencia que ejerceria el vapor para su evacuacion permaneciendo en el cilindro, durante el movimiento que debe volver á tomar el émbolo.

En las máquinas poderosas que introducen durante los 0'75 ó 0'80 de la carrera del émbolo, el avance á la evacuacion empieza entre los 0'90 y 0'95 de esta carrera, es decir, cuando falta recorrer al émbolo un camino comprendido entre los 0'10 y 0'05 de su carrera para llegar al punto muerto hácia el cual marcha; y cuando llega á ese punto muerto, el orificio de evacuacion está ya abierto en una cantidad igual, en promedio á los 0'20 de su máximum de abertura.

La compresion ó impulsion es el efecto que se produce en el cilindro, cuando el orificio por el cual se verifica la evacuacion está completamente cerrado por la placa ó barrita de la caja ó corredera. La duracion de ese cierre es muy corta, pero no es menos cierto que, durante todo su periodo, el vapor que queda en el cilindro en la parte del émbolo opuesta á la que recibe el empuje por la admision, disminuye de volúmen á medida que el émbolo marcha, y crea así una contrapresion sin resultados útiles. Es, pues, necesario disminuir todo lo posible el periodo de compresion.

Corredera sin avance y sin recubrimiento.—Sea una máquina horizontal (fig. 506) cuya corredera esté conducida por una escéntrica fija al árbol A′ y cuyo radio sea *m* (§ 349). El árbol A′ recibe el movimiento del árbol motor A por las dos ruedas dentadas del mismo diámetro R, R′ fijadas á esos árboles; tomemos el émbolo P al fin de su carrera hácia delante, esto es, al punto muerto de arriba; la manivela M estará igualmente en su punto muerto, su eje se confundirá con los ejes de la gran biela B y del vástago K; la corredera estará á la mitad de su carrera y como está regulada sin avance y no tiene recubrimiento, sus barritas *b, b′* estarán arista por arista con los orificios de los conductos *o, o′* del cilindro. En esa posicion, el radio *m* de la escéntrica que conduce la corredera estará como éste á media carrera, es decir, vertical, despreciando la oblicuidad de las bielas (§ 346). Ahora bien, si el émbolo P camina en el sentido de la flecha 1 y la manivela M pasa de su punto muerto por la fuerza de inercia ó por la accion de un volante, las dos ruedas R, R′ girarán en la direccion de las flechas 2, 3, y la posicion relativa de los ejes prolongados M, M′ y *m, m′* permanecerá igual en toda la duracion del movimiento. A fin de agrupar los elementos de la demostracion, refiramos la posicion del eje M M′ á A′ M″ y veremos que el radio de la manivela forma con el de la escéntrica *m* un ángulo *a*; y este es el ángulo llamado de *calado*. El ángulo de calado es, pues, el que forman entre sí el rádio de la manivela del árbol motor y el radio de la escéntrica.

Corredera con avance y sin recubrimiento.—La figura 507 representa una corredera con avance á la introduccion, puesto que ha abierto el orificio *o* al vapor, en la cantidad 1, 2, cuando el émbolo estaba en la parte alta de su carrera. En esa posicion, el radio de escéntrica se halla en *m′* en lugar de hallarse en *m* como en la figura 506, y el ángulo *a′* comprendido entre los radios *m* y *m′* es el *ángulo de avance.* Luego el ángulo de avance es el que se halla comprendido entre el radio de la escéntrica determinado en el momento en que, estando el émbolo en el punto muerto, la corredera está arista por arista á la admision, y el radio de la misma escéntrica determinado cuando el émbolo está en el mismo punto muerto, cualquiera que sea el movimiento efectuado por la corredera. En el ejemplo, el ángulo de calado se ha aumentado con el ángulo de avance y se ha convertido en $a+a'$ ó a''.

Es útil observar en la fig. 507 que al mismo tiempo que la corredera ha dado el avance 1, 2 á la admision, ha dado un mismo avance 3, 4 á la evacuacion. Luego, si nos hubiésemos propuesto regular la corredera de suerte que pudiese dar avance á la admision, sin cambiar nada de la evacuacion, hubiera sido preciso añadir á las barritas de la corredera, por el lado de la evacuacion, una cinta de metal de la misma altura que la del avance á la admision.

Corredera con avance y recubrimiento.—Tomemos la corredera (fig. 506) y aumentemos sus barritas por el lado de la admision, es decir, demos un recubrimiento r (fig. 508) á todas las barritas; y cuando esté á media carrera, siendo entonces el radio de la escéntrica $m\,m$, los orificios o y o' estarán desbordados por las barritas en toda la altura del recubrimiento; luego la admision solo podrá tener lugar con la condicion de hacer retroceder la corredera en todo el camino medido por la altura del recubrimiento; esto es, en efecto, lo que se ha obtenido en la fig. 508. Para esto, se hace pasar el radio de escéntrica de m á m'; y el ángulo a'' que forman los dos radios m, m' es lo que llamamos *ángulo de recubrimiento.* La corredera así regulada no daria avance á la admision; y para obtener ese efecto, seria preciso hacerle recular para que descubriese el orificio o' en toda la magnitud que se quiere dar al avance á la introduccion, y de la posicion T, por ejemplo, hacerle pasar á la posicion T' figurada en punteado en la fig. 508. Para llegar á esta nueva posicion de la corredera habrá sido preciso hacer pasar el radio de escéntrica de m' á m'', y el ángulo a será entonces el ángulo de avance. El ángulo de calado se habrá hecho a''' y comprenderá en ese caso el ángulo de recubrimiento a' y el de avance a.

Resúmen de los principios de la regulacion de las correderas.—Segun las indicaciones que preceden, los principios generales en los cuales nos apoyamos para regular una corredera son los siguientes.

1.° Mientras dura la carrera del émbolo, se verifican por órden de sucesion:

El período de admision,
— de espansion fija;
El período de avance á la evacuacion;
— de avance á la admision;
— de compresion.

2.° La corredera está á media carrera, cuando el rádio de su escéntrica forma un ángulo recto con el eje de la biela de escéntrica, prescindiendo de la oblicuidad de esa última; y está en uno de sus puntos muertos, cuando el radío y el eje se hallan en la misma recta.

3.° Cuanto más cortas son las bielas, mayores son las diferencias de la regulacion en los dos orificios del cilindro.

4.° El aumento del recubrimiento por el lado de la admision disminuye el período de admision y aumenta el de espansion fija, sin cambiar nada por el lado de la evacuaçion.

5.° Todo aumento ó disminucion del ángulo de calado aumenta ó disminuye más ó menos el avance á la admision y á la evacuacion, y esos efectos se producen igualmente en uno y otro orificio.

6.° El aumento del recubrimiento por el lado de la evacuacion disminuye el avance á la evacuacion: lo contrario sucede por el aumento del recubrimiento negativo ó *descubrimiento.*

7.° El aumento ó disminucion de la carrera de la corredera ó caja de distribucion aumenta ó disminuye igualmente en ambos orificios los diversos períodos de la regulacion.

8.° La prolongacion de la varilla de la corredera produce en el cilindro por el lado del orificio superior, los efectos siguientes: aumento de avance á la admision; disminucion del período de espansion fija; disminucion del avance á la evacuacion y de la duracion de la evacuacion; aumento del período de compresion por el lado del orificio de abajo. El mismo alargamiento produce en el orificio de abajo efectos contrarios á los de arriba.

9.° El acortamiento de la varilla del émbolo produce en los orificios efectos contrarios á los del alargamiento.

10.° Los cambios de posicion en la varilla de la corredera de una de las barritas de la misma, la disminucion ó aumento de altura de una de las barritas, no introducen ningun cambio en los efectos producidos por la otra barrita.

Verificacion práctica de la corredera ó caja de distribucion.—En una plancheta AB (fig. 502), de 0'20^{m} de altura próximamente y de una longitud por lo menos igual á la altura del cilindro, se traza una ancha faja negra R, en que están marcados en blanco los orificios o y o' del cilindro, y el conducto E de evacuacion; en la regla 1, que se apoya sencillamente en el lado de la faja negra, se marca un espesor P, igual al espesor del émbolo; en la regla 2 que se apoya en el otro lado de la faja R, se trazan en magnitud natural las alturas de las barritas P, P′ de la corredera y su distancia respectiva; y así se tiene, para estas dos reglas y para la línea R, una especie de corte del cilindro, del émbolo y de la corredera. Haciendo marchar la regla 1 en el sentido del movimiento del émbolo y la regla 2 en el sentido del movimiento de la corredera, y la misma cantidad de la marcha al mismo tiempo que recorren cada uno de esos órganos, tenemos á la vista los diversos grados de abertura ó cierre de los orificios del cilindro indicados por el trazo negro R. Pero para apreciar bien esos grados de abertura, es preciso, cuando la máquina está bien regulada, colocar el émbolo debajo de su carrera, descubrir la caja de distribucion; medir la cantidad del orificio abierto al vapor; abrir en esta misma cantidad el mismo orificio marcado en la banda negra R, y tomar una señal de ese punto, que más tarde ha de servir para comprobar cual ha sido la variacion de la corredera.

El lado práctico de esta comprobacion consiste en que, si la corredera de la máquina se mueve y se ha tenido cuidado de hacerse cargo por un señal fijo, marcado en un punto de los bastidores y en la línea de la corredera cuando la regulacion era buena, se lleva esa separacion á la regla 1 del émbolo en la posicion que corresponde al punto de la carrera en que ese último órgano vuelve á la máquina en el momento de la comprobacion, y manejando las reglas como se ha dicho más arriba, se tienen á la vista los cambios sobrevenidos á la admision ó á la evacuacion durante una carrera completa del émbolo.

Mecanismo de arrastre de las correderas.—Los sistemas más usados son: 1.° La escéntrica fija (§ 349) en las máquinas que no están sujetas á una inversion de marcha, es decir, cuyo movimiento del árbol motor debe ser siempre en el mismo sentido. El carro *e* (fig. 500) está entonces chaveteado en A, en la posicion determinada por la regulacion que se desea dar á la corredera.

2.° La escéntrica de calado variable (§ 349) en las máquinas cuya direccion de marcha del árbol motor debe variar de sentido: máquinas de barco y de locomóviles especiales, etc.

3.° El bastidor circular ó bastidor de *Stephenson* (§ 350) en las máquinas de cambio rápido en la direccion de la marcha; locomotoras, barcos de vapor rápidos, locomóviles de cábria, etc.

Es necesario instalar á vaiven el movimiento de la corredera en las máquinas de fuerza superior á 4 caballos: ejemplo: el boton y la muesca *r* del estremo de la biela de escéntrica *d* (fig. 500).

Ejemplos de los efectos del desplazamiento del sector. —Siguiendo con atencion el trazado geométrico de las figs. 513 y 515 nos damos cuenta de los efectos que producen en la caja de distribucion los diversos desplazamientos del sistema. La fig. 513 demuestra que estando desplazado el sector de su posicion media S por el movimiento del árbol motor *a* que ha llevado el radio del primer escéntrico o á o_1 y el del segundo escéntrico de o' á o_2, de manera que formen un ángulo recto con su posicion primitiva, la corredera ha pasado de la posicion dd á la d_1 d_2 ó de S á S′; y su punto medio ha venido entonces de m á m', la caja de distribucion ha marchado hácia delante en esa cantidad, es decir, que ha pasado de la posicion t á la t'. Pero como $m\ m'$ ó ab (camino recorrido) no es mayor que el recubrimiento v de la caja de distribucion á la admision del vapor, la distribucion no se ha verificado en el cilindro y la máquina no ha continuado su marcha.

Así sucede cuando se para una máquina cuya caja de distribucion está gobernada por el sector de Stephenson. En efecto, si bien que por las palancas de mano, se lleva vivamente el vástago de la corredera al punto medio del sector, la máquina no se detiene instantáneamente, la fuerza de inercia (§ 208) lo arrastra hasta hacerle dar una ó dos vueltas completas sin vapor y el sector se mueve entonces como indica el plano en la posicion tomada por ejemplo. Cambiando las posiciones de los radios de escentricidad para cada punto de la circunferencia entera, tendremos el plano del movimiento completo y hallaríamos en suma, que el mayor desplazamiento de la caja de vapor, despues que se ha colocado el centro del sector enfrente del vástago de la corredera ha sido mm'.

La fig. 515 representa el modelo del movimiento de todo el sistema, cuando estando el sector en la posicion S, se le hace pasar á la posicion S′ para marchar hácia atrás, y á la posicion S″ para marchar hácia delante.

Si por medio de la palanca *abc* y de la biela de suspension *g*, levantamos el sector que en reposo se hallaba en S, tomará la posicion S′; las palancas vendrán á $a'b'c'$, la biela de suspension vendrá á g' la biela de escéntrica t á t_1, y la biela t' á t_2. El estremo d de la correderita se hallará en d_1, y el estremo d' en d_2. La varilla de la caja de distribucion habrá retrocedido en la cantidad Sd_2 y éste pasará de la posicion T á la posicion T′ abriendo al vapor el orificio *o* (encima del émbolo); la máquina partirá entonces hácia atrás y la escéntrica *c′* gobernará la corredera por su biela *t′* cuando llegue á t_2.

Si el sector ha bajado de la posicion S′ ó de S hasta la posicion S″, el vástago de la corredera marchará hácia delante hasta *a″* y esta tomará la posicion T″ abriendo al vapor el orificio *o′* (debajo del émbolo). Entonces la máquina marchará adelante y la escéntrica *c* gobernará la corredera por su biela *t* que pasará á *t″*. Los cambios de posicion que sufrirán las demás partes del mecanismo, se seguirán fácilmente en la figura 315 por medio de las líneas punteadas de la misma manera y por los índices que afectan á las letras de señal.

714. *Cajas y obturadores de espansion; su mecanismo.*—La espansion variable (§ 706) se obtiene por cajas de distribucion ó registros de mariposa ó válvulas colocadas entre el registro de vapor *a* y la caja de distribucion de vapor X (fig. 498). La caja ó corredera es el obturador más comunmente usado y el más regular en su funcionamiento. El mecanismo que mueve las cajas de distribucion, debe permitir hacer variar la duracion de la introduccion del vapor en la caja de distribucion del cilindro, sin que sea preciso detener la marcha de la máquina más que algunos instantes. En la máquina vertical (fig. 498) el piñon *n* conduce la caja de espansion P′, como se ha esplicado en él párrafo 707. Si, por ejemplo, se quiere regular la espansion variable por una introduccion hasta los 0′50 de la carrera del émbolo, se hace llegar el émbolo P á esa fraccion de su carrera manejando el volante V, despues de haber separado la biela *x*, se coloca la corredera de espansion P′ de manera que su arista de arriba ó abajo cerrase el orificio 7 arriba ó abajo, segun que el émbolo tenga movimiento de ascenso ó descenso; se desmonta el piñon *n* por su árbol 1 y se remonta haciéndolo engranar con la rueda *m* en la posicion que permite enlazar la biela *x* con el boton de la palanca *f*. Se vé, en suma, que la operacion consiste en obtener con el eje de la manivela motora M y de la recta que une el centro de la articulacion de la biela *x* sobre el piñon, un ángulo correspondiente al cierre del orificio 7, en el momento de la llegada del émbolo al punto de su carrera en que debe empezar la espansion.

Cuando el obturador de espansion variable es una válvula ó una mariposa, se emplea comunmente el mecanismo de brazos (§ 352).

La fig. 503 representa la instalacion de una caja de distribucion de espansion de barritas amovibles; la corredera de distribucion de vapor está atravesada por dos conductos A, A que ponen los conductos de vapor del cilindro en comunicacion con el vapor contenido en la caja de distribucion T; la corredera de espansion está formada por dos placas B, B que se pueden acercar ó alejar á voluntad una de otra, haciendo girar la ruedecilla G fijada en el vástago T′. Esta varilla lleva un tornillo á su derecha en las partes que pasan á las placas (§ 359), y estando estas últimas más ó menos próximas á los orificios de la corredera, interrumpen más ó menos tiempo, durante una carrera, la comunicacion entre la caja de vapor y el cilindro, cualquiera que sea la regulacion de la corredera. La deslizadera de Stephenson (pág. 404) hace variar la espansion con mucha prontitud.

715. *Espansion en un cilindro aparte. Sistema Woolf.*—La espansion operada en el mismo cilindro en que se ha efectuado la admision del vapor llegado directamente de la caldera, enfria las paredes de ese recipiente y ocasiona de ese modo pérdidas de fuerza apreciables; y se producen además irregularidades de presion mayores que si la espansion se verifica en un cilindro aparte. Esas consideraciones han devuelto el favor á la máquina Woolf, cuya aplicacion se hizo por vez primera hace más de treinta años.

El vapor que llega de la caldera es conducido por un tubo *t* (fig. 504), á la caja de distribucion *d;* la corredera *r* la distribuye al cilindro de pleno vapor C, como en una máquina del sistema ordinario. La evacuacion se hace del cilindro C al cilindro de espansion C′; el vapor evacuado de C pasa para llegar á C al interior de la caja *r* por los conductos *o* y *x*, y á la caja de distribucion *b* en que se mueve la corredera de concha *r′* que la distribuye al cilindro C′; y del cilindro C′ se evacua á un condensador ó á la atmósfera, pasando por el interior de la concha y por el conducto *o′*.

Si el mecanismo que comunica el movimiento á las correderas las hace marchar en el mismo sentido con relacion una de otra, es decir, si suben ó bajan juntas y al mismo tiempo (en la máquina figurada más arriba las cosas pasan así), los dos émbolos suben ó bajan igualmente en el mismo tiempo y como tienen la misma carrera, obran juntos para vencer una resistencia y producir su trabajo.

La disposicion de los cilindros y de las correderas representada en la fig. 504 hace suponer que los dos vástagos de los émbolos van á parar á la misma distancia del brazo de un balancin, es decir, á los estremos de una traviesa fijada en un brazo de balancin están unidas las bielas que parten de los vástagos de los émbolos, y ese balancin seria, en tal caso, perpendicular al plano vertical de los cilindros figurado aquí y pasando por el eje de las correderas. Si disponemos las cosas de tal manera que el eje longitudinal del balancin A*a* esté situado encima de los dos vástagos, la carrera de cada uno de los émbolos P, P′ deberá ser igual á la cuerda del arco descrito por el punto de union de la biela al balancin, es decir, la carrera de P será á la de P′ como la cuerda del arco D es á la cuerda del arco D′.

En el cilindro C el vapor, como hemos dicho, llega de la caldera y obra por afluencia durante la carrera completa ó casi completa del émbolo y se evacua enseguida en el cilindro de espansion C′; la superficie de este es doble de la del primero, y como las carreras de los émbolos son iguales, el vapor evacuado trabaja dilatándose en un espacio doble del primero: su presion final es entonces la mitad menor que la que ha impulsado al pequeño émbolo (§ 636). Pero como el gran émbolo tiene una superficie doble que el pequeño, la presion efectiva total en cada uno de ellos deberá ser igual, si la contrapresion es la misma (§ 705). No sucede así en la práctica, lo cual se comprenderá con un ejemplo.

Por suposicion hagamos:

S. Superficie del émbolo á pleno vapor$=100^{cm^2}$
s. — — á espansion $=200^{cm^2}$.

Teniendo ambos émbolos la misma marcha, el volúmen V del cilindro á pleno vapor será 1, y el V′ del cilindro de espansion será $V'=\frac{s}{S}=2$.

P. Presion absoluta del vapor en el pequeño émbolo por centímetro cuadrado de superficie $=4$ atmósferas y en kilógramos $4'132^k$.

P′. Presion absoluta del vapor por centímetro cuadrado de superficie del gran émbolo $=4'132^k\times 0'58 =2'395^k$.

La relacion $\frac{V}{V'}$ es $0'50$, y P′ será igual á $P\times 0'50$, si no se tiene en cuenta que en el cilindro de espansion las depresiones son sucesivas y que por consiguiente la presion media que obra sobre el gran émbolo debe ser mayor de lo que indica el número que espresa la relacion del volúmen á pleno vapor al volúmen de espansion. Las depresiones sucesivas, para un aumento doble del volúmen del vapor, dan un promedio de $0'58$ de la presion inicial (véase la tabla pág. 371); P′ es, pues, igual, como hemos dicho anteriormente, á $P\times 0'58$.

P_r. Presion de resistencia en el pequeño émbolo por centímetro cuadrado $=P'$, puesto que la evacuacion se hace primero del pequeño cilindro al grande.

P'_r. Presion de resistencia en el gran émbolo $=1'5$ atmósferas $=1'600^k$ en números redondos. Verificándose la evacuacion del gran cilindro á la atmósfera, es preciso conservar al vapor dilatado una presion suficiente para su evacuacion en este medio resistente.

Con los datos que proporciona la mayoria de los casos en la práctica resulta:

P_e $\left.\begin{array}{l}\text{Presion efectiva}\\ \text{sobre un émbolo}\\ \text{á pleno vapor.}\end{array}\right\}$ $P_e=(P-P')\times S=(4'132-2'395)\times 100=183'700^k$.

P'_e $\left.\begin{array}{l}\text{Presion efectiva}\\ \text{en el émbolo de}\\ \text{espansion.}\end{array}\right\}$ $P'_e=(P'-P'_r)s=(2'395-1'600)\times 200=159^k$.

La presion total seria en tal caso mayor de 24^k sobre el émbolo á pleno vapor, y el esfuerzo de impulsion de este seria un $0'15$ mayor próximamente que el del émbolo de espansion. La regularidad del trabajo producido por una máquina de ese sistema está mucho menos afectada por esta diferencia de la impulsion de los émbolos que en las máquinas en que la espansion se efectua en el mismo cilindro que recibe directamente el vapor de la caldera.

Si las presiones empleadas son elevadas (de 4 á 5 atmósferas), hay economia con el sistema de Woolf; y en el caso contrario, la espansion en el cilindro de admision es preferible.

En algunos casos, y particularmente en el de las máquinas de navegacion, el aparato motor comprende en general dos cilindros de vapor, á fin de regularizar el movimiento del árbol motor, cuyo resultado se obtiene con una sola máquina y un volante (§ 348) cuando se dispone de espacio suficiente para colocar este último aparato. Una máquina obra en las manivelas colocadas en ángulo recto sobre el árbol, con relacion á las manivelas de la otra máquina; y así, un émbolo está á la mitad de su carrera cuando el otro está en uno de sus estremos. Se obtiene mayor regularidad en la rotacion del árbol empleando tres cilindros, ya sea por verificarse la espansion en los tres igualmente, ya tan solo en dos, como se vé en la fig. 505.

El vapor de la caldera que llega al tubo 1, sigue las direcciones 2, 2; penetra en la camisa circular 3, 3, que rodea los dos cilindros de espansion *c*, *c*, pasa de allí á la caja de distribucion 4, 4 del cilindro de vapor afluente *c*′; y la corredera de ese cilindro la distribuye encima y debajo del émbolo y la evacua por los conductos 5, 5 á las cajas 5′, 5′, de los cilindros de espansion: en esos cilindros trabaja con presion evidentemente la mitad menor que en el cilindro *c*′, puesto que el volúmen de este último es solamente igual al de cada uno de los dos cilindros estremos. Despues de haber trabajado de nuevo en estos dos últimos recipientes, se evacua el vapor en los condensadores por los grandes conductos 6, 6.

La posicion respectiva de las manivelas del árbol motor A, está indicada en la circunferencia superior: V manivela del cilindro del centro que fórma un ángulo de 135° con cada una de las manivelas V', V'' de los cilindros estremos: estos últimos forman entre sí un ángulo de 90°.

716. *Reguladores.*—A pesar de la accion del volante (§ 721) el régimen de una máquina de vapor no puede conservarse á velocidad invariable; mas los reguladores, al establecer una comunicacion entre el árbol motor y la válvula que puede aumentar ó disminuir el paso de vapor á la caja de distribucion, obran eficazmente bajo la accion de las variaciones de velocidad que empieza á tomar el árbol motor. La máquina imprime un movimiento de rotacion al árbol L (figura 498) por intermedio de una cuerda sin fin, de tripa, *y* que pasa á la garganta de una polea fijada al árbol motor A, y sobre una polea *h* perteneciente al regulador; los brazos *l*, *l*, que llevan las bolas N, N, están articulados en la parte superior en una pequeña traviesa que gira con el árbol L y hácia el cuarto de su longitud en los brazos *l'*, *l'* articulados á su vez en un manguito R, loco en el árbol vertical; la palanca *rvs* está dominada por el manguito R; una varita *d*, en combinacion con el brazo *s*, hace mover el registro *a* por medio del vástago vertical *c*. Segun las leyes de la fuerza centrífuga (§ 293), cuanto mayor sea la velocidad de rotacion de L, ó de la máquina, mayor será la separacion de las bolas N, N; y como su separacion hará subir forzosamente el manguito R, y por consiguiente el brazo *r* de la palanca *rvs*, se origina la marcha de la varita *d* hácia la derecha y el estrechamiento del conducto C_1 por el registro *a*. La disminucion de velocidad hará aproximar las bolas, descender el manguito, impulsar la palanca *d* hácia la derecha y abrir más en grande el registro *a*. El volante de fuerza centrífuga hará que la máquina tenga una marcha determinada, desde que haya empezado á marchar más aprisa ó más lentamente. Deteniendo la varita *d* en uno de los agujeros del brazo de palanca *s*, se arregla por tanteo la carrera que conviene dar á esa varita para que el registro esté suficientemente abierto cuando la velocidad determinada por la máquina ha producido la separacion de las bolas del regulador.

Sea P, el peso de una bola N;

d, la distancia del brazo de palanca *l* entre el centro de la bola y el de la articulacion en la traviesa de arriba;

d' la longitud del brazo *l'*;

R, la resistencia que opone el manguito loco R á ser desplazado, estando en su lugar todo el sistema. Esa resistencia se mide fácilmente por medio de un peson ó de un dinamómetro que obre en el estremo de la palanca *r*;

n, el número previsto de vueltas por minuto del árbol L: cuando la máquina ha alcanzado la marcha de régimen, varia de 25 á 40;

n', número de vueltas por minuto que es preciso dar al árbol L, para producir una fuerza centrífuga capaz de hacer subir sensiblemente la duela R;

a, ángulo formado por el brazo *ll* y el eje del árbol L, cuando se alcanza el número *n* de vueltas.

Se tiene: $n=\frac{60}{2\pi}.\sqrt{\frac{P}{d.\cos.a}}$, y $P=R\,\frac{\frac{d'}{d}}{\left(\frac{n'}{n}\right)^2-1}$.

Cálculo de la potencia de las máquinas y de las dimensiones de las piezas principales.

717. En un proyecto de máquina de vapor, se supone primero que todas las principales dimensiones son conocidas y se pone la fórmula n.° 38 siguiente, que da la potencia de esta máquina; y de esta fórmula se deducen entonces las cantidades desconocidas que se buscan. Es de notar que dos máquinas pueden tener la misma potencia, con dimensiones parciales diferentes, tales como la carrera del émbolo, el diámetro del cilindro, y un movimiento de rotacion del árbol más menos acelerado, empleado el vapor á diferente presion. En la práctica, cuando nos proponemos instalar un motor de vapor se necesita, segun el uso á que se destina, que se den cuatro de las cinco cantidades siguientes y determinar la quinta, la incógnita, por el cálculo.

1.° La presion del vapor á la llegada al cilindro ó á la caldera;

2.° El diámetro del cilindro;

3.° La longitud de la carrera del émbolo;

4.° El número de revoluciones por minuto que deberá efectuar el árbol motor;

5.° La potencia de la máquina en caballos de vapor.

Cuatro cualesquiera de esas cantidades se imponen ó dejan á eleccion, entre ciertos límites, por el resultado particular que se desea obtener: ejemplo, se quiere que una bomba eleve 4500 litros de agua por minuto á 10 metros de altura, á partir del nivel del pozo;

exigirá teóricamente una fuerza de $\frac{4500 \times 10}{75 \times 60} = 10^{\text{cab}}$ (§ 290) y en realidad $^1/_5$ más, á causa de las resistencias perjudiciales (§ 497) ó sea doce caballos; el árbol motor de la máquina deberá dar 30 vueltas por minuto para satisfacer el número de golpes de émbolo de la bomba. Si por una razon cualquiera se desea emplear vapor á 4 atmósferas con espansion á la mitad de la carrera del émbolo; por los resultados de la esperiencia sabemos que hay ventajas en dar una carrera de émbolo entre 0'90$^{\text{m}}$ y 1'10$^{\text{m}}$ á una máquina comprendida entre 10 y 16 caballos de fuerza (véase la tabla siguiente); y falta determinar rigurosamente la cantidad desconocida, que en este caso es el diámetro de los émbolos.

Aplicando un razonamiento semejante en otras circunstancias, llegamos siempre á la obligacion de calcular el valor *muy exacto* de la cantidad completamente desconocida. Las fórmulas muy sencillas y los ejemplos que siguen nos dan el medio de hacerlo.

718. *Cálculo de la fuerza de una máquina de baja, media ó alta presion, sin espansion y con ó sin condensacion.*—Las letras que figuran en las fórmulas siguientes designan:

C, la carrera del émbolo en metros;

D, el diámetro del émbolo en metros;

F, la fuerza de la máquina en caballos de vapor;

N, el número de revoluciones del árbol, por minuto, ó el número de dobles golpes de émbolo;

P, la presion absoluta del vapor de la caldera (§ 626), espresado en atmósferas; es decir, la presion indicada por el manómetro menos una atmófera, si este indicador marca 0 en reposo, y el número total de atmósferas que indica si su punto de partida es una atmósfera.

p, la contra-presion en atmósferas que se opone al movimiento del émbolo; y es igual á 1'6$^{\text{atm}}$ si el vapor se evacua en el aire, porque este opone entonces una resistencia de 1$^{\text{atm}}$ y es preciso dejar al vapor que hay que evacuar 0'6$^{\text{atm}}$ más de presion, á fin de que su velocidad de salida del cilindro sea suficientemente rápida. Se hace igual á 0'79$^{\text{atm}}$ en el caso de una máquina de condensacion, suponiendo un vacio de 60$^{\text{cm}}$ de mercurio en el condensador (§ 640);

P′ la presion efectiva (§ 627) que obra en el émbolo, espresado en atmósferas: es igual á P—p:

V, volúmen en metros cúbicos del vapor que hay que emplear por minuto á la presion efectiva P′, para producir el trabajo representado por la potencia F.

Las fórmulas del n.° 38 al 44 provienen de la simplificacion de las espresiones siguientes:

$$V = \frac{F \times 75 \times 60}{10330 \times (P - p) \times 6{\cdot}40}$$

y

$$F = \frac{\frac{1}{4}\pi . D^2 . 2 . CN . (P - p) . 10320}{75 \times 60} . 6'60$$

Esa última fórmula se aplica á las máquinas sin espansion. Para las máquinas de espansion se tiene:

$$F = \frac{\frac{1}{4} . \pi . D^2 . 2 . C . N\left[\left(\frac{P . T}{\frac{C}{c}}\right) - p\right]}{75 . 60} . 0'60.$$

Las cantidades que aquí se espresan numéricamente y que por simplificacion han dado las igualdades del n.° 38 al 44 tiene por orígen:

$\frac{1}{4}\pi D^2$, espresion de la superficie de base de un cilindro.

10330, presion en kilógramos del vapor á 1$^{\text{atm}}$, en una superficie de 1 centímetro cuadrado.

75, número de kilográmetros á producir por segundo de tiempo, para la fuerza de un caballo de vapor.

60, número de segundos en un minuto de tiempo.

0'60, coeficiente de rendimiento de una máquina de vapor en buen estado, teniendo en cuenta las resistencias perjudiciales y las diferencias de presion entre la caldera y el cilindro, en el momento de la llegada del vapor á ese último.

0'40, número decimal, factor en el denominador de la primera fórmula de arriba, por la introduccion del coeficiente 0'60 en los últimos. Las letras designan los mismos elementos del cálculo que en los números de 38 á 44.

Se tiene:

$$F = D^2 \times 1'442343 \times G \times n \times (P - p). \quad (\text{n.° } 38)$$

La fuerza de la máquina = al diámetro del cilindro elevado al cuadrado $\times$ 1'442343 $\times$ por la carrera del émbolo $\times$ número de revoluciones del émbolo motor por minuto $\times$ (presion en la caldera — la contra-presion espresadas en atmósferas).

$$D = \sqrt{\frac{F}{1'442343 \times C \times n \times (P - p)}} \quad (\text{n.° } 39)$$

Que se lee:

Diámetro del émbolo. = raiz cuadrada de $\dfrac{\text{La fuerza de la máquina}}{1'442343 \times \text{carrera del émbolo} \times \text{número de revoluciones del árbol por minuto} \times (\text{la presion en la caldera} - \text{la contra-presion espresadas en atmósferas})}$.

Si hay que proceder por el volúmen V de vapor que hay que gastar, se tiene:

$$D = \sqrt{\frac{V}{1'5708 \times C \times n}} \quad (n.^\circ 40)$$

$$V = \frac{F \times 4500}{4132 \times (P - p)} \quad (n.^\circ 41)$$

que se lee:

Volúmen de vapor = $\dfrac{\text{Fuerza de la máquina} \times 4500}{4132 \times (\text{La presion en el manómetro} - \text{la contra-presion espresadas en atmósferas})}$.

$$C = \frac{V}{1'5708 \times D^2 \times n}.$$

ó bien

$$C = \frac{F}{1'442343 \times D^2 \times n \times (P - p)} \quad (n.^\circ 42)$$

que se lee:

Carrera del émbolo = $\dfrac{\text{La fuerza de la máquina}}{1'442343 \times \text{diámetro del émbolo elevado al cuadrado} \times \text{número de revoluciones del árbol por minuto} \times (\text{presion en el manómetro} - \text{contra-presion espresadas en atmósferas})}$.

$$n = \frac{V}{1'5708 \times D^2 \times C}'$$

ó bien:

$$n = \frac{F}{1'442343 \times D^2 \times C \times (P - p)} \quad (n.^\circ 43)$$

que se lee:

El número de revoluciones por minuto = $\dfrac{\text{La fuerza de la máquina}}{1'442343 \times \text{diámetro del émbolo, elevado al cuadrado} \times \text{carrera del émbolo} \times (\text{la presion en el manómetro} - \text{la contra-presion espresadas en atmósferas})}$.

$$P = \frac{F \times 4500}{V \times 4132} + p,$$

ó bien:

$$P = \frac{F}{1'442343 \times C \times n \times D^2} + p \quad (n.^\circ 44)$$

que se lee:

La presion en la caldera = $\dfrac{\text{La fuerza de la máquina}}{1'442343 \times \text{la carrera del émbolo} \times \text{el número de revoluciones del árbol por minuto} \times \text{el diámetro del émbolo, elevado al cuadrado}}$.

Añadir al resultado de esas últimas operaciones la presion en atmósferas que se opone al movimiento del émbolo.

Ejemplo. Hallar sucesivamente la fuerza, la presion y las dimensiones principales de una máquina en las condiciones siguientes suponiéndolas sucesivamente desconocidas: la fuerza $F = 10^{cab}$; la presion empleada $P = 4^{atm}$; la contra-presion $p = 1'6^{atm}$, haciéndose la evacuacion al aire libre; el número de revoluciones n del árbol por minuto, ó el número de dobles golpes de émbolo $= 50$; la carrera C del émbolo $= 0'50^m$; el diámetro D del cilindro $= 0'34^m$; el volúmen de vapor V $= 4'538^{m^3}$.

La fuerza F, segun la fórmula n.° 33 es:

$$F = 0'34^m \times 0'34^m \times 1'442343 \times 50 \times 0'50^m \times (4^{atm} - 1'6^{atm}) = 10^{cab}.$$

Volúmen V de vapor, segun la fórmula n.° 41:

$$V = \frac{10^{cab} \times 1'08906}{4^{atm} - 1'6^{atm}} = 4'538^{m^3}.$$

Diámetro D del cilindro, segun la fórmula n.° 39.

$$D = \sqrt{\frac{10^{cab}}{1'442343 \times 0'50^m \times 50 \times (4^{atm} - 1'6^{atm})}} = 0'34^m.$$

La carrera C del émbolo, segun la fórmula n.° 42:

$$C = \frac{10^{cab}}{1'442343 \times 0'31^{m^2} \times 50 \times (4^{atm} - 1'6^{atm})} = 0'50^m.$$

El número de revoluciones del árbol por minuto, segun la fórmula n.° 43:

$$n = \frac{10^{cab}}{1'442343 \times 0'34^{m^2} \times 0'50^m \times (4^{atm} - 1'6^{atm})} - 50.$$

La presion efectiva P en atmósferas á su llegada al cilindro:

$$P=\frac{10^{cab}}{1'442343\times 0'50^{m}\times 50\times 0'34^{m\,2}}+1'6^{atm}=3'4^{atm}.$$

719. *Cálculo de la fuerza de una máquina de espansion.*—Los cálculos de las máquinas de esa categoria son los mismos que los que se han dado en los números 38 á 44, despues de haberse determinado numéricamente la presion media P″ que obra en el cilindro en toda la duracion de la carrera del émbolo y se ha sustituido á la presion P. Esa presion media se obtiene de la siguiente manera y designando por:

P′, la presion absoluta del vapor, en atmósferas (párrafo 626), que obra durante la admision ó la del manómetro, como en el caso de una máquina sin espansion (párrafo 717);

P″, la presion efectiva (§ 627) media, en atmósferas, ó la presion buscada;

p, la presion de resistencia ó contra-presion, en atmósferas;

C, la carrera del émbolo, espresada por 100 centésimos.

c, la fraccion de la carrera en que comienza la espansion, espresada en centésimos de la carrera entera C;

$\frac{C}{c}$ relacion de la carrera entera á la carrera sin espansion: está dada por los números de la columna 2 (tabla pág. 371) respecto de los números de la columna 1 (que da los diversos valores de c);

T, el trabajo total durante la carrera entera (introduccion y espansion), suponiendo igual á 1 el trabajo á pleno vapor durante la carrera entera. Los diversos valores de T están dados por los números de la columna 4 (tabla pág. 371), respecto de los números que indican los puntos de la carrera entera en que comienza la espansion, columna 1.

Se tiene:

$$P''=\frac{P'\times T}{\frac{C}{c}} \qquad (n.^{o}\ 45)$$

que se sustituye á la espresion $(P-p)$ en las fórmulas números 38 á 44 de las máquinas sin espansion.

Ejemplo I. ¿Cuál es la presion efectiva P″ en una máquina en que la espansion empieza á los 0'33 de la carrera del émbolo, siendo la presion durante la admision $P'=5^{atm}$ y la contra-presion $p=1'6^{atm}$? En ese caso, el valor de T dado por la tabla, pág. 371 es de 2'1087, número colocado en la columna 4 en la misma fila horizontal que 0'33 de la columna 1; y poniendo en números la fórmula n.° 40, resulta:

Ejemplo II. ¿Cuál es la fuerza F de una máquina de alta presion, á espansion, sin condensacion, instalada en las condiciones siguientes?

D, diámetro del cilindro $=0'35^{m}$.

C, carrera entera del embolo $=0'86^{m}$.

c, fraccion de la carrera á la cual empieza la espansion $=0'33$ de la carrera entera.

$\frac{C}{c}$ igual en ese caso á 3'33 (columna 2 de la tabla, página 371).

n, número de revoluciones del árbol por minuto$=42$.

P′, presion absoluta del vapor durante la admision, ó presion en la caldera $=5^{atm}$.

p, la contra-presion$=1'6^{atm}$.

P″, la presion efectiva media quea cciona en toda la duracion de la carrera: cantidad que hay que buscar primero, para sustituirla á $P-p$, en la fórmula n.° 38.

T es igual en ese caso á 2'1087, segun la tabla, página 371.

Tenemos primero, segun la fórmula n.° 45:

$$P''=\frac{5^{atm}\times 2'1087}{3'3}-1'6^{atm}=1'56^{atm}.$$

Tenemos enseguida segun la fórmula n.° 38:

$$F=1'442343\times D^2\times C\times n\times P''.$$

$$F=1'442343\times \overline{0'35^{m}}^{2}\times 0'86^{m}\times 42\times 1'56^{atm}$$
$$=11'62^{cab.}$$

El volúmen de vapor á emplear, y el diámetro del cilindro se calcularán de la misma manera que para una máquina sin espansion (§ 717), siempre despues de haber reemplazado el valor de $P-p$ por el de P″ determinado como se ha indicado en el n.° 45.

Usando el el freno de Prony (§ 724) se tiene un resultado más exacto que por las fórmulas, para medir la fuerza de las máquinas; pero este instrumento no es aplicable á los aparatos de gran potencia, y particularmente á los barcos de vapor, á causa del pequeño espacio en que la máquina está instalada.

720. *Cálculo de la potencia de una máquina de dos cilindros, del sistema Woolf* (§ 715) *ó de dos cilindros, siendo uno de ellos de espansion.*

¿Cuál es la potencia desarrollada por una máquina de Woolf en las condiciones siguientes?

C, carrera de cada uno de los émbolos. . $1'10^{m}$
D, diámetro del gran cilindro ó de espansion. . . . . $0'50^{m}$
d, diámetro del pequeño cilindro ó de pleno vapor. . . . . $0'25^{m}$

F, fuerza de la máquina en caballos de vapor (por determinar). . . . .

F′, fuerza desarrollada en el pequeño cilindro (por determinar). . . . .

F″, fuerza desarrollada en el grande cilindro (por determinar). . . . .

n, número de revoluciones del árbol motor, por minuto. 30

P, presion absoluta (§ 626) en atmósferas indicada en el manómetro mas próximo del pequeño cilindro. . . . . 5^{atm}

p, contra-presion en el pequeño cilindro en atmósferas (por determinar).

P′, presion absoluta (§ 626), media en el cilindro de espansion; y es igual á la contra-presion p, porque el pequeño cilindro se vacia en el grande. . . . .

p', contra-presion en el cilindro de espansion; el vapor se evacua de ese cilindro á un condensador (§ 708), p'=. . . . . $0'2^{atm}$

V, volúmen en metros cúbicos del cilindro de espansion (por determinar). . . . .

v, volúmen en metros cúbicos del cilindro á pleno vapor (por determinar). . . . .

1.ª *operacion.*—Hallar el volúmen V del cilindro de espansion:

$$V=0'7854\times D^2\times C=0'7854\times\overline{0'50}^2\times 1'10^m=0'216^{m^3}$$

2.ª *operacion.*—Hallar el volúmen v del pequeño cilindro:

$$v=0'7854\times d^2\times C=0'7854\times\overline{0'25}^2\times 1'10^m=0'054^{m^3}.$$

3.ª *operacion.*—Hallar la relacion del volúmen del vapor despues de la espansion, el volúmen antes de la espansion $=\frac{V}{v}=\frac{0'216^{m^3}}{0'054^{m^3}}=4$: luego, el volúmen del vapor admitido en el pequeño cilindro se hace 4 veces mayor en el grande, lo que corresponde á una admision á pleno vapor de $^1/_4$ de la carrera del émbolo, ó de los 0'25, si la máquina se supone de espansion en un solo cilindro (§ 719).

4.ª *operacion.*—Determinar la contra-presion p, en el pequeño cilindro:

$$p=\frac{\left\{\text{P}\times\text{el número de la columna que corresponde al valor de }\frac{V}{v}\text{ (columna 2)}\right.}{\frac{V}{v}}$$

$$p=\frac{5^{atm}\times 1'38863}{4}=1'732^{atm}.$$

5.ª *operacion.*—Determinar la fuerza F′ producida en el pequeño cilindro:

$$F'=1'442343\times d^2\times C\times n\times(P-p), \qquad (n.^o\ 46)$$
$$=1'442343\times\overline{0'25}^2\times 1'10^{atm}\times 30\times(5-1'732^{atm})$$
$$=9'721^{cab}.$$

6.ª *operacion.*—Determinar la fuerza F″ producida en el gran cilindro:

$$F''=1'442343\times D^2\times C\times n\times(P'-p') \qquad (n.^o\ 47)$$
$$=1'442343\times\overline{0'50}^2\times 1'10^m\times 30\times(1'732^{atm}-0'20^{atm})$$
$$=18'207^{cab}.$$

7.ª *operacion.*—Determinar la fuerza total F:

$$F=F'+F''=9'721^{cab}+18'207^{cab}=28^{cab}. \qquad (n.^o\ 43)$$

Se conocen todas las demás dimensiones principales de esta misma máquina, escepto el diámetro D del cilindro de espansion; pero hallaremos esta incógnita, poniendo en números la fórmula:

$$D=\sqrt{\frac{F-1'442343\times d^2\times C\times n(P-p)}{1'442343\times C\times n\times(p-p')}}$$
$$=0'50^m. \qquad (n.^o\ 44)$$

Si nos viésemos obligados á dar al émbolo de espansion una carrera C′ mayor ó menor que la carrera C del émbolo á pleno vapor (§ 715), es evidente que el diámetro del cilindro de espansion seria entonces mayor ó menor, si la máquina hubiese de desarrollar la misma potencia.

Sea la misma máquina cuyas dimensiones están dadas en la pág. 410, obteniéndose la fuerza por la fórmula 43 y el diámetro del cilindro de espansion obtenido por la fórmula n.° 44; en lugar de una carrera C de 1'10m, el émbolo de espansion no debe tener más que una carrera C′=0'825m, ¿cuál será su diámetro?

$$D'=\sqrt{\frac{F-1'442343\times d^2\times C\times n\times(P-p)}{1'442343\times C\times n\times(p-p')}}$$
$$\times\frac{1}{\sqrt{\frac{C'}{C}}}=0'577^m. \qquad (n.^o\ 45)$$

Lo que se reduce á efectuar las operaciones siguientes:

1.° Calcular el diámetro del cilindro con la fórmula n.° 44, es decir, como si los dos émbolos hubiesen de tener la misma carrera ó sea 1'10m;

2.° Dividir el número 1 por la raiz cuadrada de la relacion de la carrera C′ que hay que dar al gran émbolo, á la carrera C del pequeño émbolo:

Sea:

$$\frac{1}{\sqrt{\frac{C'}{C}}}=\frac{1}{\sqrt{\frac{0'825}{1'10^{m}}}}=\frac{1}{\sqrt{0'75}}=1'154.$$

3.° Multiplicar el diámetro D obtenido en la fórmula n.° 44, por el resultado de la operacion 2.ª, ó sea $0'50^{m}\times1'154=0'577^{m}$, que es el valor de D′ ó el diámetro del émbolo de espansion en el caso actual.

721. *Cálculo de la potencia de las máquinas de navegacion.* Se considera, en las máquinas de esa categoría, la *fuerza nominal* que solo se refiere á la clasificacion convencional consagrada por el hábito, y la fuerza *efectiva desarrollada en los émbolos* ó potencia *indicada,* en lugar de la fuerza desarrollada en el árbol motor como en el caso de las máquinas fijas. La fuerza nominal es igual á $^1/_4$ de la potencia indicada. Salvo raras escepciones, algunas máquinas de pequeña potencia y colocadas á bordo de barcos fluviales, por ejemplo, una máquina de navegacion, comprende dos cilindros de vapor del mismo volúmen, algunas veces tres y aun cuatro. La imposibilidad de colocar en la construccion un volante en el árbol motor y la necesidad de dar á la manivela motora un movimiento regular (párrafo 346), obligan á adoptar esa disposicion. La disminucion del peso de cada una de las piezas del movimiento, consecuencia de la division de la potencia total en varias máquinas motoras, añade un beneficio de rendimiento al debido á la regularidad de la marcha de la manivela.

Propongámonos calcular la fuerza de una máquina marina en las condiciones siguientes:

A, número de cilindros=3;

D, diámetro de cada uno de los cilindros$=1'60^{m}$;

C, carrera de cada uno de los émbolos$=0'85^{m}$;

n, número de revoluciones por minuto del árbol motor=65;

P, presion absoluta (§ 626) en centímetros de mercurio indicado por el manómetro más próximo al cilindro; y está espresada por el número que indica la aguja del instrumento, más 76, ó sea en el caso actual 136+76=212;

p, presion efectiva (§ 627) media en céntimetros de mercurio que ha obrado en los tres émbolos en la duracion de la carrera de cada uno de ellos: es igual á $\frac{p'p''p'''}{A}=83^{cm}$;

p′, presion efectiva media, que ha obrado en el émbolo de plena admision. . . . $=75'50^{cm}$;

p″, presion efectiva en el primer émbolo de espansion. . . . . $=75'45^{cm}$;

p‴, presion efectiva en el segundo émbolo de espansion. . . . . $=80^{cm}$;

p_0, contra-presion de resistencia en centímetros de mercurio, indicada por el barómetro ó indicador del condensador (§ 449)$=18^{cm}$.

F, fuerza indicada de la máquina;

F′, fuerza nominal.

La fórmula general es $F=\frac{A\times D^2\times C\times n\times p}{21'075}$. (n.° 46)

Poniendo en números resulta:

$$F=\frac{3\times\overline{1'60}^2\times0'85^{m}\times83}{21'075}=1550^{cab}.$$

La fuerza nominal $F'=\frac{F}{4}=\frac{1550}{4}=390^{cab}$.

En esas máquinas, todavia menos que en las de un solo cilindro, el valor de la presion media que ha obrado en un cilindro no se puede obtener exactamente sin usar el indicador dinamométrico (§ 723); y se determina aproximadamente de la manera siguiente:

Designando por C, la carrera del émbolo en metros;
— *c*, la fraccion de la carrera durante la cual se verifica la admision;
— P, la presion en centímetros de mercurio indicada por el manómetro más próximo al cilindro en que el vapor de la caldera se admite directamente;
— *p′*, la presion efectiva media en centímetros de mercurio que admite directamente el vapor de la caldera;
— *p″*, la presion efectiva media en centímetros de mercurio que ha obrado en un cilindro de espansion (sistema Woolf, § 720);
— *p‴* id.
— *p*, la contra-presion de resistencia en céntimetros de mercurio;
— V, el volúmen en metros cúbicos del cilindro en pleno vapor;
— W, el volúmen reunido de los cilindros de espansion; (Véase la tabla pág. 371, para las demás indicaciones especificadas en el caso actual).

$$p' = \frac{\left(\begin{array}{l}\text{P}\times\text{número de la columna 5 que corresponde al} \\ \text{valor de } c \text{ indicado en la columna 1})\times\text{el nú-} \\ \text{mero de la columna 3 que espresa el valor de } \frac{W}{V}\end{array}\right.}{\frac{W}{V}}$$

$$p'' = \frac{\left(\begin{array}{l}p' \times \text{(el número de la columna 4 que corresponde} \\ \text{al valor de } c \text{ indicado en la columna 1}\end{array}\right.}{\frac{C}{c}} - p^{o})$$

p''' = (la misma fórmula que para p'').

722. *Cálculo de la potencia de las locomotoras.*—El camino recorrido por una locomotora por una vuelta de rueda es sensiblemente igual á la circunferencia desarrollada de una de sus ruedas motoras, sino hay patinacion, es decir, si la rueda no resbala en el rail sin avanzar. Por consiguiente, cuanto mayor sea el diámetro de la rueda, mayor será la velocidad del tren con el mismo número de golpes de émbolo de la máquina. Pero tambien, en virtud del principio de mecánica de que «todo lo que se gana en velocidad se pierde en esfuerzo ejercido» (§ 288), la potencia de traccion de la locomotora habrá disminuido proporcionalmente.

Sea v, velocidad de la locomotora en metros por segundo;

D, diámetro de las ruedas motoras;

n, número de vueltas de rueda por segundo, ó número de dobles golpes de émbolo en el mismo tiempo.

Se tiene:

$$v = n \, . \, D \, . \, \pi; \; D = \frac{V}{n \, . \, \pi}; \; n = \frac{V}{D \, . \, \pi}$$

Se evalua en kilógramos la potencia adherente de las ruedas de las locomotoras comparándola al peso que carga estas últimas. En las mejores condiciones es igual á $^1/_4$ del peso enunciado.

Llamando p, el peso de la locomotora en las dos ruedas motrices, A la potencia adherente, se tiene $A = \frac{P}{4}$; y si hacemos $p = 12000^k$ (siendo el peso de la locomotora en promedio de 24000 á 30000^k); $A = \frac{12000}{4} = 3000^k$ de potencia adherente de la máquina en los rails; si en ese caso la resistencia del tren á la traccion fuese = A, evidentemente las ruedas girarian sin avanzar. La fórmula empírica siguiente, llamada fórmula de Harding, se usa para calcular la resistencia de un convoy en un camino á nivel. En declive la resistencia aumenta ó disminuye de 1^k por tonelada remolcada y por milímetro de inclinacion.

$$R = 2'72 + (0'094 \, . \, V) + \frac{0'00484 \, . \, S \, . \, V^2}{P} \qquad (\text{n.}^\circ \; 47).$$

R, la resistencia en kilóg. por cada tonelada de peso del tren.

P, peso en toneladas del tren.

V, velocidad del tren en kilómetros por hora.

S, seccion en metros cuadrados de la cara que presenta el tren á la direccion del movimiento; varia de 5^{m^2} á 14^{m^2}.

2'72, coeficiente de frotamiento de los vehículos.

0'94, resistencia debida al choque, sacudidas y vibraciones de la via.

0'00484, resistencia debida al viento.

¿Cuál es la potencia F, en caballos de vapor, desarrollada por una locomotora en las condiciones siguientes?

El peso total del tren P=100 toneladas; la velocidad v por segundo=20^m, de donde V=72 kilómetros; la superficie S de seccion=5^{m^2}; la resistencia R por tonelada á la traccion es, segun la fórmula n.° 47=$10'73^k$.

$$F = \frac{R \times P \times v}{75} = \frac{10'73 \times 100 \times 20}{75} = 286^{\text{cab.}}$$

Las máquinas locomotoras, como las máquinas marinas, tienen dos cilindros de vapor; el diámetro D de cada uno de ellos es:

$$D = 0'0416 \, . \sqrt{f}; \qquad (\text{n.}^\circ \; 48)$$

siendo f la superficie de caldeo en metros cuadrados de la caldera.

La carrera C del émbolo es $1'57 \times D$, en metros.

El número n de revoluciones del árbol motor por minuto, ó el de las ruedas motoras, varia de 200 á 400 y la presión media en el cilindro de 2 á 5 atmósferas.

723. *Indicador dinamométrico.*—Este instrumento permite obtener muy aproximadamente la presion media que ha obrado en el cilindro durante una carrera del émbolo, y hace así más fáciles y exactos los cálculos de la potencia desarrollada por las máquinas, cuyas diferentes fórmulas están dadas anteriormente desde el n.° 39 al 47.

La fig. 520 representa un indicador Garnier en corte longitudinal por el eje de su cilindro, y en elevacion de la parte que lleva el papel en que una curva cerrada está trazada por el instrumento.

Por la parte fileteada de abajo, está atornillado á una montura en que varios tubos de conduccion provistos de llaves permiten poner alternativamente en comunicacion la parte superior con la inferior del émbolo de la máquina: las llaves R, R' sirven para purgar el instrumento del agua que puede acumularse accidentalmente. El pequeño émbolo P, ajustado á frotamiento suave al cilindro *y*, está en comunicacion por su parte superior con el aire libre y por su parte inferior con el cilindro de la máquina; luego lo que sucede en este último á consecuencia del aumento ó disminucion de la presion del vapor, sucede igualmente en el cilindro del instrumento; mientras esa presion es superior á la presion atmosférica, el émbolo P se vé obligado á subir; su vástago en ese movimiento comprime el resorte superior B fijado en *e* sin obrar en el resorte B′ fijado en *e*′.

La resistencia de compresion de B se ha establecido en una escala que varia de 1 á 6 centímetros por atmósfera, es decir, que segun la fuerza del vapor empleado en la máquina, se coloca en el indicador de los resortes B, B′ que se comprimen 1, 2, 3 ó 6 centímetros para un esfuerzo de una atmósfera por centímetro cuadrado de superficie de P. Desde que la presion del vapor que obra en *y* se hace inferior á la del aire libre, el émbolo P desciende comprimiendo esta vez el resorte inferior B′; un brazo L′ fijado al vástago del émbolo lleva en S un lápiz marcador apoyado en una tira de papel arrollada alrededor de los tambores *c*, *c*′. Se comprende que por esas disposiciones se obtiene en la tira de papel una línea vertical cuya altura, referida á la escala E, mide la intensidad de la presion del vapor encima de la atmósfera y mide su caida debajo de ese término de comparacion. Mientras el lápiz se mueve así alternativamente de abajo arriba y de arriba abajo, la tira de papel se mueve horizontalmente delante de él y en lugar de una línea vertical, se obtiene una curva cerada OLK. El movimiento se comunica á la tira de papel por los dos tambores en los cuales está arrollada: el pequeño cordon F está arrollado en la polea O y se une á la traviesa del vástago del émbolo de la máquina; el tambor *c*′ solidario del movimiento de la polea por intermedio de una cuerda de tripa arrollada al árbol de la polea y alrededor de la base del tambor, gira de izquierda á derecha cuando el émbolo de la máquina se emplea en tirar del cordon F; el tambor *c*′ arrastra entonces en su mismo movimiento de rotacion al tambor *c* al cual está unido por la tira de papel KL; cuando el cordon F es aflojado en lugar de ser estirado por la máquina, el tambor *c* gira de derecha á izquierda bajo la accion de un resorte de relojeria colocado en el interior, arrastrando á su vez el tambor *c*′ por la tira de papel.

La fig. 522 representa una curva de indicador ó *diagrama* trazado por el instrumento colocado en una máquina de media presion, y de condensacion. La línea horizontal FC, llamada *línea atmosférica*, se traza haciendo mover la tira de papel solamente antes de poner el instrumento en comunicacion con el cilindro de la máquina y despues de haber puesto las dos caras del émbolo P en contacto con el aire libre por la maniobra de dos llaves R, R′; entonces es evidente que las diferentes distancias verticales mm m_1m_1... m_7m_7, etc., medirán las diversas presiones del vapor encima de la presion atmósférica, y que las presiones inferiores á esta última estarán medidas sobre las distancias verticales mn, m_1n_1... m_7n_7.

En resúmen, las indicaciones que da un diagrama son las siguientes:

1.° La longitud de la línea FC limitada por las dos verticales AB y CD trazadas tangentes al estremo de la curva y perpendiculares á FC, representa, en reducida escala, la carrera del émbolo de la máquina en la cual se trabaja; en el punto de tangencia del lado de AB, el émbolo está al final de su carrera, pronto á recibir el vapor que debe hacerle retrogradar; en el punto de tangencia CD, es conducido al fin de la carrera opuesta; luego, mientras que el lápiz del instrumento traza la parte de la curva FKD, el vapor empuja el émbolo de la máquina por el lado que está en comunicacion con el instrumento y mientras traza la parte DBF, el mismo lado está en comunicacion con el condensador ó con la atmósfera si la máquina es sin condensacion.

2.° Despues de haber dividido en 10 partes iguales la línea EC y trazado perpendiculares por los puntos de division, se ha dividido de hecho la carrera entera del émbolo en otras tantas partes iguales y cada una de las líneas punteadas mn, m_1n_1 y trazadas por el medio de cada division, mide la *presion efectiva* que ha obrado durante cada décimo de la carrera del émbolo.

3.° La parte mm, m_1m_1, etc., de las ordenadas, comprendida entre la línea atmosférica FC y la parte superior de la curva, mide la presion absoluta del vapor que empuja al émbolo añadiéndole la presion atmosférica. Las ordenadas situadas debajo de la línea atmosférica y delante del punto de tangencia de CD que señala el fin de la carrera, miden la presion efectiva, restando de la presion atmosférica la acusada por su longitud entre la parte superior de la curva y la inferior de la línea FC.

4.° La parte mn, m_1n_1 etc., comprendida entre la línea atmosférica FC y la parte inferior de la curva, mide la intensidad del vacio (§ 641) que se produce del lado del émbolo abierto á la evacuacion despues de haberlo sido á la admision.

5.° La contra-presion se mide por la diferencia entre la presion que representa cada una de las líneas mn, m_1n_1, etc., etc., y la presion atmosférica.

EJEMPLO 1.°—¿Cuál es la presion efectiva media que ha obrado en toda la duracion de la carrera del émbolo en el cilindro de una máquina de condensacion que ha dado la curva (fig. 521), dando los resortes una compresion de 30 milímetros para una atmósfera?

La suma de las 10 ordenadas da $353'4^{mil}$. Lo que hace $\frac{353'4}{10} = 35'34^{mil}$; siendo la escala de compresion de 30^{mm} para 1 atmósfera, tendremos por presion media $\frac{35'34}{30} = 1'178^{atm}$; en centímetros de mercurio $1'178 \times 76 = 89'52$; y en kilógramos por centímetro cuadrado de superficie $= 1'178 \times 1'033^k = 1'216^k$.

2.° ¿Cuál es la presion absoluta del vapor cuando el émbolo no ha de recorrer más que los 0'30 próximamente de su carrera? La carrera entera estando representada en la curva por $112'5^{mil}$ habrá llegado al punto d'. Sea de 34^{mil} antes del fin de carrera; en d' la altura de la parte $d'd$ de la ordenada de la presion es de 9^{mil}. La presion absoluta buscada será pues $\frac{9}{30} + 1 = 1'3^{atm}$.

Con los datos dados por las curvas del indicador, se puede determinar todavia fácilmente el volúmen y el peso del vapor gastados por un golpe de émbolo, apreciar la regularidad de la distribucion y de la evacuacion del vapor en el cilindro, etc., etc. El estudio y uso de este instrumento son, pues, de gran interés para los constructores, los conductores y los propietarios de las máquinas de fuego y de las máquinas motoras cualesquiera, cuyo agente motor es un gas que obra en virtud de su elasticidad.

Los indicadores más usados actualmente son los de P. Garnier, de un solo tambor y de un solo cilindro; y los de Richard.

724. *Medida de la potencia de las máquinas motoras con el freno de Prony.*—Esta instalacion se compone de dos traviesas de madera dura 1, 2 (fig. 523), que abrazan la circunferencia del árbol motor A de la máquina y se ajustan á voluntad por los pernos 3, 4 llevando las tuercas b, b; en la traviesa superior 1 está fijo un brazo de palanca L, cargado con un peso P. Con el uso del freno nos proponemos reemplazar el trabajo útil que efectuaria la máquina en su marcha ordinaria, por un frotamiento producido en el árbol, capaz de absorber esa misma cantidad de trabajo. Se llega á este resultado procediendo de la manera siguiente:

1.° Antes de apretar el freno alrededor del árbol y de colocar el peso P, se suspende por su centro de gravedad (§ 282), de manera que su peso no se haga sentir en el árbol.

2.° Determinar el valor del peso P, correspondiente á la fuerza nominal de la máquina que hay que ensayar:

Designando por F esta fuerza en caballos de vapor. . . . . $= 10^{cab}$

n, el número de revoluciones del árbol A por minuto. . . . . $= 20$

l, la longitud de la palanca L á partir del centro del árbol A al punto de suspension de los pesos P. . . . . $= 3^m$

$$P = \frac{F \times 4500}{2\pi \times l \times n} = \frac{10 \times 4500}{2 \times 3'14 \times 3 \times 20} = 119'4^k. \quad (n.^o\ 49)$$

3.° Colocar el peso P, y por un obstáculo fijo retener la palanca L horizontal.

4.° Abrir dulce y gradualmente el registro de vapor de la máquina y apretar á medida las mandíbulas 1, 2 en el árbol por las tuercas bb, hasta que la velocidad de rotacion del árbol haya llegado al número previsto para la marcha de la máquina y con la presion del vapor, igualmente prevista.

5.° Desde que se obtiene de esta manera la velocidad de régimen, dejar algunos centímetros de libertad á la palanca L remontando el punto fijo que lo retiene horizontal; si esa palanca se levanta entonces sensiblemente encima de la horizontal y se conserva así, la potencia de la máquina es la que se ha marcado. Si la palanca tiende á esceder de la horizontal y á girar con el árbol, la máquina desarrolla realmente una potencia mayor que la potencia prevista; se añaden entonces pesas al platillo hasta que la palanca L quede horizontal. Si, por el contrario, la palanca tiende á caer, la fuerza real de la máquina es menor que la fuerza prevista; se disminuye en ese caso el peso primitivo P, hasta que la palanca se mantenga horizontal. En ambos casos la fuerza real F se determina poniendo en números la fórmula:

$$F = \frac{2\pi \times l \times n \times P}{4500}. \quad (n.^o\ 50)$$

Volvamos á tomar el ejemplo anterior: suponiendo que la máquina de 10^{cab}, cuyo peso para el ensayo se supusiera igual á $119'4^k$, no haya podido girar con la marcha normal más que reduciendo ese peso á 100^k, su fuerza real habria sido solamente de:

$$F = \frac{2 \times 3'14 \times 3 \times 20 \times 100}{4500} = 8'37^{cab}.$$

Observacion esencial.—A fin de que la presion ejercida en las partes frotantes del freno no produzca un desgaste rápido y demasiado enérgico, conviene darle cierta estension en anchura, y aumentar el diámetro de la parte del árbol en que se efectua el trabajo de resistencia, por medio de una polea de fundicion fijada al árbol y abrazada por las mandíbulas del freno.

Para 6^{cab} y 20 vueltas por minuto, diámetro del anillo. . . . . 16^{cm}

15 á 20^{cab}, 15 á 30 vueltas por minuto . 30 á 40

40 á 70^{cab}, cualquiera que sea el número de múmero de vueltas. . . . . 65 á 70

Más allá de 70^{cab} el freno de Prony presenta grandes dificultades en la aplicacion, y los resultados no son más exactos que los obtenidos poniendo en números las fórmulas anteriores (del n.° 39 al n.° 43), sobre todo si la presion media en los cilindros se obtiene con el indicador dinamométrico (§ 723).

Durante el esperimento es indispensable regar constantemente las partes frotantes del freno con agua de jabon, por medio de una pequeña bomba de mano ó de un embudo.

725. *Dimension de los órganos principales.* —El diámetro del cilindro de vapor para los diversos casos de la aplicacion se ha dado en los §§ 717 á 722..

El diámetro del cilindro y la carrerra del émbolo deben hallarse en una relacion tal, que la superficie exterior de ese último ofrezca la menor extension posible á la accion del enfriamiento por radiacion. Las dos tablas siguientes contienen ejemplos tomados de las máquinas salidas de los talleres de nombradia; y guiarán al constructor estableciendo límites estremos que no parece conveniente esceder, bajo el punto de vista de un buen rendimiento del motor.

Máquinas de media presion de espansion durante los 0'66 *de la carrera con condensacion y á* $1'8^{atm}$ *de presion en la caldera, ó* 136 *centímetros de mercurio, y* $1'860^{k}$ *marcados en el timbre;—y máquinas de alta presion de espansion durante los* 0'66 *de la carrera, sin condensacion, y á* 5 *atmósferas de presion en la caldera, ó* $5'165^{k}$ *marcados en el timbre.*

Fuerza de las máquinas en caballos de vapor.	Diámetro del cilindro en metros.		Carrera del émbolo en metros.		Velocidades del émbolo por segundo en metros.		Número de revoluciones del árbol por minuto.	
	Media presion.	Alta presion.	Media presion.	Alta presion.	Media presion.	Alta presion.	Media presion.	Alta presion.
1		0'128		0'343		0'750		65'8
2		0'167		0'439		0'850		58'1
3		0'192		0'501		0'891		53'3
4		0'217		0'560		0'940		50'4
6	0'291	0'251	0'733	0'645	1'12	1'000	45'8	46'5
8	0'324	0'282	0'807	0'719	1'15	1'069	42'7	44'5
10	0'351	0'307	0'867	0'767	1'19	1'099	41'2	42'9
12	0'373	0'328	0'914	0'813	1'21	1'130	39'2	41'7
14	0'393	0'347	0'951	0'857	1'23	1'180	38'8	40'6
16	0'411	0'366	0'990	0'893	1'25	1'190	37'8	40'0
18	0'430	0'383	1'032	0'931	1'28	1'217	37'2	39'2
20	0'450	0'400	1'075	0'968	1'31	1'245	36'4	38'5
24	0'480	0'428	1'142	1'027	1'34	1'278	35'2	37'3
28	0'513	0'450	1'210	1'075	1'37	1'310	33'7	36'5
32	0'541	0'477	1'260	1'130	1'43	1'341	33'9	35'6
36	0'567	0'500	1'315	1'170	1'46	1'372	33'3	35'1
40	0'593	0'526	1'364	1'226	1'49	1'401	32'8	34'3
45	0'616	0'553	1'404	1'277	1'50	1'431	32'0	33'6
50	0'643	0'580	1'453	1'334	1'50	1'459	31'0	32'8
55	0'672	0'602	1'505	1'379	1'50	1'487	30'0	32'4
60	0'700	0'628	1'547	1'426	1'50	1'493	29'2	31'4
65	0'730	0'647	1'606	1'456	1'50	1'500	28'0	30'9
70	0'754	0'670	1'657	1'487	1'50	1'500	26'9	30'2
75	0'782	0'693	1'691	1'531	1'50	1'500	26'5	29'3
80	0'801	0'715	1'730	1'573	1'50	1'500	26'0	28'6
85	0'830	0'736	1'776	1'612	1'50	1'500	25'3	27'9
90	0'852	0'757	1'815	1'643	1'50	1'500	24'8	27'4
95	0'877	0'776	1'841	1'676	1'50	1'500	24'4	26'9
100	0'900	0'795	1'881	1'710	1'50	1'500	23'9	26'5
110	0'945	0'828	1'928	1'764	1'50	1'500	23'3	25'3
120	0'989	0'862	1'978	1'810	1'50	1'500	22'7	24'8
130	1'025	0'893	2'019	1'866	1'50	1'500	22'3	24'1
140	1'062	0'928	2'060	1'930	1'50	1'500	21'8	23'3

Máquinas de vapor sistema Woolf. Teniendo el gran cilindro un volúmen doble del pequeño, siendo la misma la carrera de los émbolos.—Condensacion.—Presion de admision, 4 *atmósferas.*

Fuerza en caballos.	Diámetro del pequeño émbolo en metros.	Diámetro del gran émbolo en metros.	Carrera de los dos émbolos en metros.	Número de revoluciones del árbol por minuto.
4	0'135	0'286	0'75	36
5	0'150	0'320	0'75	36
6	0'164	0'350	0'75	36
8	0'181	0'382	0'90	33'3
10	0'200	0'423	0'90	33'3
12	0'217	0'458	0'90	33'3
16	0'242	0'518	1'80	30
20	0'258	0'545	1'10	30
30	0'298	0'630	1'20	28'75
40	0'324	0'697	1'30	28
50	0'355	0'750	1'40	26'8
60	0'388	0'821	1'50	25
75	0'426	0'900	1'60	24'4
80	0'440	0'930	1'70	22'9
90	0'467	0'986	1'70	22'9
100	0'492	1'040	1'80	21'8

Libertad del cilindro (p. 397), es de 5 á 8^{mm} en cada una de las posiciones estremas del émbolo.

Espacios neutros ó espacios muertos. Su volúmen varia entre 0'05 y 0'08 del volúmen engendrado por el émbolo durante una carrera.

Espesor del metal del cilindro (fundicion dulce), es de 0'028 á 0'036 del diámetro del cilindro para las presiones medias y de 0'036 á 0'04 para las altas presiones. Algunos constructores usan la fórmula de Tregold que puede resumirse así:

$$E=\frac{P\times 0'00772\times D^2}{D-5'5}+1^{cm}.$$

E, espesor del metal en centímetros;

D, diámetro del cilindro en centímetros;

P, presion efectiva (§ 627) en atmósferas en el cilindro.

Orificios del cilindro.—Para la baja presion, la máquina que no escede de 40 revoluciones de la manivela por minuto, cada orificio tiene por superficie los 0'50 de la del émbolo.

Para las medias y altas presiones, nos aproximamos á las dimensiones siguientes, designando por s la superficie de cada orificio, y por S la del émbolo.

Media presion, de 40 á 80 vueltas por minuto. . . . . $s=S\times 0'03$

Alta presion, de 80 á 150 vueltas por minuto. . . . . $s=S\times 0'015$

Alta presion más de 150 vueltas por minuto. . . . . $s=S\times 0'01$

La altura de cada uno de los orificios es generalmente igual á los 0'072 del diámetro del cilindro.

La anchura de cada uno de los orificios es proporcional al diámetro D del cilindro en los límites siguientes:

Bajas presiones, pequeña velocidad de los émbolos. . . . . $D\times 0'4$

Altas presiones, media velocidad de los émbolos. . . . . $D\times 0'3$

Altas presiones, grande velocidad de los émbolos. . . . . $D\times 0'15$

Altas presiones, muy gran velocidad de los émbolos. . . . . $D\times 0'11$

Embolo de vapor.—El diámetro del cuerpo del émbolo debe ser de 2^{mm} próximamente menor que el del cilindro, á fin de que el frotamiento se efectue esclusivamente por la guarnicion metálica. Su peso debe ser tan débil como sea posible con el objeto de disminuir la pérdida de trabajo útil absorbido por su inercia (§ 268), su altura en centímetros h está calculada por la fórmula siguiente, designando por D el diámetro del cilindro en centímetros: $h=4\times(1+D\times 0'01)$.

Vástago del émbolo.—Designando por d el diámetro del vástago; D, el diámetro del émbolo; P, la presion absoluta del vapor en el cilindro en atmósferas (§ 626); p, la contra-presion, se tiene:

$$d=\text{raiz cuadrada de }[D^2\times 0'00811\times(P-p)].$$

Si hay dos vástagos, se da á cada uno de ellos la mitad de la superficie de la seccion de un vástago único. Si el vástago es de acero, basta darle los 0'6 del diámetro del vástago único de hierro.

Algunos constructores dan á la varilla del émbolo 0'1 del diámetro del cilindro en las máquinas de media presion y los 0'15 en las de alta presion.

Biela de hierro forjado.—Designando por D, el diámetro del émbolo en metros; d, el de la biela en medio de la longitud en milímetros; d', el de cada uno de sus estremos; L, la longitud de la manivela en milímetros de centro en centro; P, la presion efectiva (párrafo 627) en atmósferas en el cilindro; p la contra-presion, se tiene:

$$d'=\text{raiz cuadrada de }(D^2\times 0'7854\times(P-p)\times 10330)+5^{mm}$$

$$d=d'\text{raiz cuadrada de }\left(\frac{30+\frac{L}{d'}}{30}\right).$$

La longitud de la biela varia entre 4 y 6 veces el radio de la manivela, medido del centro del árbol al del gorron.

Manivela de hierro del árbol motor.—Designando por D, el diámetro del émbolo en metros; *d*, el diámetro del boton ó gorron de la manivela en metros; *l*, la longitud del gorron; P, la presion efectiva total, en kilógramos, ejercida sobre el émbolo, se tiene:

d=raiz cúbica de $(3\times 81'138\times D^2\times P)$.

$l=1'25\times d$.

El diámetro exterior de la parte unida al árbol es igual á $1'9\times$el diámetro del alcance del árbol.

El diámetro exterior del ojo de la manivela igual $2\times$el diámetro d del boton.

La longitud del ojo$=1'235\times$ el diámetro d del boton.

El espesor del cuerpo de la manivela medido en el sentido de la longitud del árbol en el cual está unida $=0'70\times$el diámetro del gorron de la manivela.

La anchura del cuerpo de la manivela medida en la cara del árbol sobre el cual está fija$=1'8\times$el diámetro del gorron de la manivela.

Para las manivelas de fundicion de hierro se aumenta en 0'2 los espesores y dimensiones antes indicados.

Arbol motor.—Designando por D, el diámetro de este árbol en centímetros, por F la fuerza en caballos de vapor de la máquina, ó sea como ejemplo 10 caballos, y por n el número de revoluciones del árbol por minuto ó sea 25, se tiene:

$$D=12\times \text{raiz cúbica de} \frac{P}{n}=12 \cdot \sqrt[3]{\frac{10}{25}}=8'83^{\text{cent}}.$$

Si el árbol es de fundicion de hierro, se multiplica el resultado anterior por 1'6; es decir, que el diámetro será 0'6 veces mayor que si esta pieza fuese de hierro forjado.

El árbol de trasmision, el que está en la prolongacion del árbol motor y que trasmite el movimiento á las diversas partes del sistema, no tiene habitualmente más que los 0'8 del diámetro del árbol motor.

Volante de una máquina de vapor.—La velocidad, en la circunferencia de un volante, debe permanecer entre 6 y 10 metros por segundo. La circunferencia media se mide del centro del árbol al medio de la llanta.

Sea D, el diámetros en metros del volante de una máquina cuyo árbol dé 30 revoluciones por minuto, y $V=6^m$ la velocidad en metros, por segundo, que se quiere dar al volante, se tiene:

$$D=\frac{V\times 60}{\pi\times n}=\frac{6^m\times 60}{3'14\times 30}=3'82^m.$$

Para el peso P, en kilógramos, de la llanta del volante, tenemos, designando por F, la fuerza de la máquina en caballos de vapor ó sea 10^{cab}; por n, el número de revoluciones del árbol por minuto=30 y por V, la velocidad que se desea obtener en la circunferencia media del volante ó sean 6^m:

$$P=\frac{140000\times F}{n\times V^2}=\frac{140000\times 10}{30\times 6\times 6}=1296^k.$$

La anchura de la llanta$=0'50\times$ la altura; esta varia entre 15 y 30^{cm} para las máquinas de 4 á 10^{cab} y de 30 á 50^{cm} para las de 10 á 100^{cab}.

Coginetes del árbol motor.—Se supone que, durante el movimiento, $^1/_3$ solamente de la superficie total de dos coginetes de un soporte aguanta la presion debida al peso del árbol y de las manivelas, al impulso del vapor en los émbolos y trasportado en parte al árbol por la biela y la manivela, etc. La esperiencia indica que no es preciso cambiar más allá de 70^k cada centímetro cuadrado que contiene el tercio de la superficie total de los dos coginetes.

Designando por D′ el diámetro del émbolo de vapor en centímetros;
d, el diámetro del gorron del árbol;
P, la presion efectiva en atmósferas en el émbolo;
P′, el peso del árbol y de las manivelas en kilógramos;
P″, el peso debido en el árbol, es decir, su peso total$\times 0'50$.

Se supone primero que el árbol está soportado por un soporte único; la longitud L de los coginetes de este soporte será:

$$L=\frac{(P\times D\times 1'033)P'+P''}{73\times d}.$$

Se divide enseguida el número que representa el valor de L así obtenido, por 2 ó 3, ó 4, segun que se quiera apoyar el árbol motor en 2, 3 ó 4 soportes. El cociente da la longitud de cada soporte.

Coginetes del árbol de trasmision. — Designando por D, el diámetro del árbol en metros; por *d*, el del gorron ó del alcance del árbol; L la longitud del arbol en metros; *n*, el número de soportes sobre los cuales se quiere apoyar el árbol, y *l* la longitud de cada soporte, se tiene:

$$l=\frac{D^2\times L\times 83'6}{d\times n}.$$

Balancin de fundicion de hierro.—Habitualmente se determinan las dimensiones de esa pieza por las del boton de la manivela del árbol motor; estas se calculan por el trabajo que hay que trasmitir del émbolo al árbol, teniendo cuenta numéricamente de la presion ejercida en el émbolo y de la velocidad de rotacion. Designando por d, el diámetro del boton de la manivela; por R, el radio de la manivela y por e, el espesor de la nervadura longitudinal del medio de la altura del balancin, se tiene:

Longitud total del balancin. . .	$=6\times R$
Altura en el centro.	$=R$
— en los estremos.	$=0'33\times R$
e, espesor de la nervadura principal.	$=\frac{9}{4}\times R\times\left(\frac{d}{R}\right)^2$
Anchura horizontal de cada nervadura del contorno.	$2\times e$
Espesor de esta nervadura. . . .	$=e$
Diámetro del gorron de oscilacion.	$=1'27\times d$
Diámetro de los gorrones estremos.	$=0'7\times d$

Dimensiones de los pernos y de las tuercas.—Designando por P la presion ó el peso en kilóg. que debe soportar el perno; por d, el diámetro en centímetros del perno en el interior del filete, es decir, menos la altura del filete se tiene:

$$d=\text{raiz cuadrada de }\frac{P}{80}.$$

Conocido el diámetro, las dimensiones de las demás partes están dadas por las dos tablas siguientes:

Dimensiones de los pernos, arpones, pasadores, etc., para las máquinas.

Estas piezas están en primera fila entre las que, por su empleo corriente en la mecánica, deberian en todas partes fabricarse segun tipos consagrados. Todos los industriales lo exigen para órganos más importantes, como los engranajes; y á falta de poderse entender cada uno conserva sus tipos que no ofrecen con los demás sino insignificantes diferencias. Hé aquí dos cuadros de las dimensiones de pernos, arpones, etc. El primero es debido á Benoit Duportail, despues de un estudio teórico y práctico de los tipos adoptados en los ferro-carriles y en los grandes talleres. Desearíamos que fuese ley.

CUADRO DE LOS PERNOS, ARPONES, TUERCAS, LLAVES, PLATINAS Y PASADORES, por BENOIT DUPORTAIL (Estraido del *Technologiste).*

Vastagos de los pernos y arpones.		Longitud del terraje. para 1 tuerca.		Longitud del terraje. para 2 tuercas.		Tuercas y cabezas de los pernos de 6 caras.		Llaves ahorquilladas.			Platinas para la madera.			Pasadores.	
Diámetro.	Peso.	sin pasador.	con pasador.	sin pasador.	con pasador.	Espesor.	Anchura.	Abertura.	Espesor.	Longitud teórica.	Lado.	Diámetro del tronco.	Espesor.	Diámetro.	Longitud.
mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
6	1	12	16	18	21	6	14	15	8	5	24	7	2	2	18
7	1	14	19	21	26	7	14	15	8	8	28	8	2	2	18
8	1	15	20	25	30	8	14	15	8	10	32	9	2	2	18
10	1	20	25	30	35	10	19	20	12	20	40	11	2'5	2	18
12	1'5	25	30	35	40	12	19	20	12	31	48	13	3	2'5	23
15	1'5	30	35	45	50	15	24	25	15	75	60	16	4	3	27
18	2	35	45	55	65	18	28'5	30	18	»	72	20	4'5	3'5	32
20	2	40	50	60	70	20	33'5	35	20	156	80	22	5	4	36
23	2'5	45	55	70	80	23	38'5	40	25	»	92	25	5	4'5	40
25	2'5	50	60	75	85	25	44	45	28	312	100	27	6	5	45
28	3	55	65	85	95	28	44	45	28	»	112	30	7	5'5	45
30	3	60	75	90	105	30	49	50	30	500	120	32	8	6	55
35	3'5	70	85	105	120	35	54	55	35	875	140	37	9	7	65
40	4	80	95	120	135	40	59	60	40	1250	160	42	10	8	72
45	4'5	90	110	135	155	45	68	70	45	»	180	47	11	9	80
50	5	100	120	150	170	50	73	75	50	2500	200	52	12'5	10	90

Grandes pernos de 55 á 200 milímetros.

(Por M. Cavé).

No conteniendo el cuadro anterior mas que los pernos de 50 milímetros á lo más, hemos elegido para las dimensiones superiores los tipos de Cavé, el más antiguo constructor francés y que por imitacion, se hallan más estendidos.

Diámetro de las varillas en el exterior de los filetes.	Paso fileteado.	Espesor de las cabezas de los pernos.	Espesor de las tuercas.	Circunferencia inscrita de las tuercas exagonales.	Circunferencia circunscrita de las tuercas exagonales.
mm	mm	mm	mm	mm	mm
55	5	45	55	90	104
60	5	48	60	100	115
65	6	50	65	110	127
70	7	55	70	120	140
75	8	65	80	125	145
80	8	70	100	130	150
85	9	73	105	135	157
90	9	78	110	145	168
100	10	80	125	150	175
105	11	85	130	160	185
110	11	90	140	170	196
115	12	94	150	180	208
120	12	100	155	183	210
125	13	105	165	188	220
130	13	110	170	190	222
140	14	115	180	210	243
150	15	125	185	220	255
160	16	130	190	235	272
170	17	140	195	245	278
180	18	148	220	255	297
190	19	157	230	275	320
200	20	164	240	300	348

Cálculo del peso de las piezas de las máquinas y demás.

726. Los cálculos de las superficies y de los volúmenes de los cuerpos usuales están indicados en las páginas 55 y 56; se obtiene el peso de los cuerpos multiplicando su volúmen en metros cúbicos, por el peso del metro cúbico de la sustancia de que están formados. El valor de este último se halla en el cuadro siguiente, pág. 421. A fin de precisar el método que hay que usar en los casos habituales, damos aquí algunos ejemplos particulares de las grandes piezas de las máquinas. La indicacion de las letras usadas en las fórmulas literales (§ 4) que siguen es la siguiente:

D, gran diámetro exterior en metros;

D', gran diámetro interno en metros

d, pequeño diámetro interno en metros;

L, longitud de la pieza, en metros;

l, anchura de la pieza en metros;

e, espesor de la pieza en metros;

P, peso en kilógramos del metro cúbico de la sustancia del cuerpo (Véase el cuadro, pág. 421);

Q, peso en kilógramos del cuerpo, determinado por el cálculo.

Volúmen y peso de un cilindro macizo (vástago de émbolo, árbol motor, barra de metal redonda, etc.) El volúmen V, en metros cúbicos, es igual á $0'785 \times D^2 \times L$.

Y el peso $Q = 0'785 \times D^2 \times L \times P$.

¿Cuál es el peso Q de un árbol de hierro que tiene $0'20^m$ de diámetro y 3 metros de longitud?

$$Q = 0'875 \times 0'20 \times 0'20 \times 3 \times 7788 = 733^k.$$

Peso de un cilindro hueco (cuerpo de bomba, tubo, canal, etc.)

$$Q = \frac{D+D'}{2} \times 3'14 \times L \times \frac{D-D'}{2} \times P.$$

¿Cuál es el peso Q de un cilindro hueco de fundicion de hierro cuyo diámetro interior $D = 1'40^m$; el diámetro exterior $D' = 1'20^m$, y la longitud $L = 1'50^m$?

$$Q = \frac{1'40+1'20}{2} \times 3'14 \times 1'50 \times \frac{1'40-1'20}{2} \times 7207$$
$$= 4412^k.$$

Peso de una pieza de seccion cuadrada ó rectangular (barra de hierro plana ó cuadrada, hoja de palastro, piedra de fundacion, etc.)

$$Q = l \times e \times L \times P$$

¿Cuál es el peso Q de una barra de hierro que tenga de anchura $l = 0'20^m$; por espesor $e = 0'10$, y por longitud $L = 2$ metros?

$$Q = 0'20 \times 0'10 \times 2 \times 7788 = 351'520^k.$$

Peso de una biela de hierro, de forma óvoide y de seccion rectangular: 1.° peso del cuerpo de la biela: suponiendo el gran diámetro en la parte abultada $D = 0'10^m$; el diámetro superior $d = 0'06^m$; la longitud comprendida entre el gran diámetro y el superior $l = 0'40^m$; la longitud comprendida entre el gran diámetro y el de abajo $l' = 0'30^m$.

Se tiene:

$$Q = \left(\frac{D+d}{2}\right)^2 \times 0'785 \times l \times P + \left(\frac{D+d'}{2}\right)^2$$
$$\times 0'785 \times l' \times P.$$

$$Q=\left(\frac{0'10+0'06}{2}\right)^2\times 0'785\times 0'40\times 7788+$$

$$\left(\frac{0'10+0'06}{2}\right)^2\times 0'785\times 0'30\times 7788=2738^k.$$

2.° Añadir al peso del cuerpo de la biela, el de los estremos cuya seccion es generalmente rectangular, y cuyo cálculo se hace entonces como se ha indicado anteriormente.

Peso de una pieza tronco-cónica maciza cuyas bases son paralelas y de diámetro poco diferente uno de otro.

$$Q=\left(\frac{D+d}{2}\right)^2\times 0'785\times L\times P.$$

¿Cuál es el peso Q de un tronco de cono de encina verde, de bases paralelas, siendo el gran diámetro $D=0'40^m$; el pequeño diámetro $d=0'30^m$ y la altura vertical $L=0'88^m$?

$$Q=\left(\frac{0'40+0'30}{2}\right)^2\times 0'785\times 0'80\times 850=65^k.$$

Si los diámetros difieren mucho, es preciso calcular el volúmen del cono segun las indicaciones del § 236, y multiplicar el volúmen por el peso P, del metro cúbico de la sustancia de que está formado el cono; este peso está indicado en el cuadro siguiente·

Peso de una pirámide regular ó de un tronco de cono; calcular el volúmen como se ha dicho en el § 236 y multiplicarlo por el peso P de un metro cúbico de la materia de que está hecha la pirámide. Este peso está indicado en la tabla siguiente:

Peso de una esfera maciza. $Q=\frac{3'14\times D^3}{6}\times P.$

¿Cuál es el peso Q de una esfera ó bala de plomo, de diámetro $D=0'40^m$?

$$Q=\frac{3'14\times 0'40\times 0'40\times 0'40}{6}\times 11352=950^k.$$

Peso de una esfera hueca, cuyo diámetro exterior es D, y el interior *d*.

$$Q=\left(\frac{3'15\times D^3}{6}-\frac{3'14\times d^3}{6}\right)\times P.$$

Peso de un metro cúbico de diversas sustancias.

Gases.	Valor de P. en los cálculos de las págs. 420 y 421.
Aire atmosférico	$1'299^{gr.}$
Ácido carbónico	1'181
Oxígeno	1'433
Azoe	1'268
Óxido de carbono	1'243
Hidrógeno carbonado (gas de alumbrado)	0'722
Hidrógeno	0'688
Líquidos y cuerpos grasos.	
Agua destilada	1000^k
Agua helada (hielo)	930
Agua de mar	1026
Espíritu de vino á 36°	848
Esencia de trementina	870
Aceite de linaza	941
— de oliva	916
Sebo	942
Madera.	
Alumbre	800
Madera de Francia	912
— de Holanda	1328
Encina, albura	540
— corazon	1170
— seca	740
— verde	850
Fresno	845
Guayaco	1333
Olmo	671
Alamo blanco	329
Pino	720
Metales.	
Acero	7840
Plata fundida	10047
Bronce rojo fundido	8788
Estaño fundido	7299
Hierro (fundicion)	7207
— forjado	7788
Laton	8395
Mercurio	13598
Oro fundido	15709
Platino forjado	23000
Plomo fundido	11352

El peso de 1 decímetro cúbico ó sea un litro de las sustancias indicadas en el cuadro, se obtiene restando, por una coma 3 cifras al número indicado al partir de la derecha de ese número. Así, un litro de agua destilada pesa 1^k; un decímetro cúbico de plomo pesa $11'352^k$.

Apreciacion de los diversos sistemas de máquinas de vapor más usados y para los cuales son convenientes.

En la clasificacion de las máquinas de vapor, se considera:

1.° La intensidad del vapor proporcionado por la caldera: baja, media ó alta presion (§ 630).

2.° El uso del vapor en el cilindro y el medio empleado para desembarazarse del que ha trabajado en el émbolo: máquina de espansion ó sin espansion, con condensacion ó sin condensacion (§ 707 y § 708).

3.° El servicio especial usado en el motor: máquinas fijas, locomóviles, de navegacion y locomotoras.

4.° El mecanismo de trasmision de movimiento del émbolo al árbol motor: máquina de balancin, de biela al aire, de cilindro horizontal fijo ú oscilante, etcétera.

727. Las máquinas de baja presion son hoy poco usadas; son muy voluminosas por comparacion, en razon de la gran superficie que hay que dar al émbolo, puesto que la presion por centímetro cuadrado no es muy superior á $1'400^k$ y que para este resultado es preciso forzosamente condensar el vapor después de su salida del cilindro (§ 708). El volúmen del condensador y de la bomba de aire aumentan notablemente el estorbo de ese género de máquina. La espansion es tanto más limitada, cuanto más baja es la presion inicial del vapor admitido (§ 634); de ahí se deduce que la máquina de baja presion no es de uso económico. Exige además gran consumo de agua para la condensacion (§ 646) y no puede adquirir una velocidad más allá de 15 á 20 revoluciones del árbol motor por minuto.

La única ventaja que ofrece es una larga duracion de servicio á causa de la lentitud del movimiento.

La máquina de media presion conviene perfectamente para los trabajos en que es preciso dar una velocidad de rotacion moderada al árbol motor, de 20 á 50 revoluciones por minuto; la espansion, en el cilindro, puede elevarse hasta los o'50 de la carrera del émbolo. La condensacion del vapor es necesaria sin ser indispensable, como en la máquina de baja presion; con todo, sin el uso de ese medio de desembarazarse del vapor evacuado, la máquina de media presion gasta más de 3^k de carbon por hora y por fuerza de caballo, lo que hace que sea un sistema de motor de fuego más costoso que los demás. Conviene particularmente á la navegacion marítima.

728. *La máquina de alta presion, sin condensacion y sin espansion,* es el motor de fuego que gasta más combustible para una misma cantidad de trabajo. No se puede justificar la preferencia de que puede ser objeto, más que en el caso en que se trata de tener una máquina de vapor de gran potencia bajo el menor volúmen posible, y si la presion en la caldera está forzosamente limitada de 3 á 5^{atm}.

La máquina de alta presion con espansion, sin condensacion, es la clase de máquinas de vapor más usada hoy dia, aunque no sea la más económica bajo el punto de vista del consumo de vapor, sino porque ofrece las ventajas de un volúmen y peso reducidos á las obligaciones del mayor número de los casos de la aplicacion industrial. Por la espansion que puede estenderse hasta los o'80 de la carrera del émbolo y reducir hasta los o'10, la velocidad de rotacion del árbol motor puede obtenerse entre 15 y 500 revoluciones por minuto.

La máquina de alta presion, con condensacion y espansion en el mismo cilindro, es hasta hoy dia el motor de fuego más económico, bajo el punto de vista del consumo de vapor para el mismo trabajo producido. Es más pesada y embarazosa que la de alta presion con espansion, sin condensacion, y no puede alcanzar una gran velocidad de revolucion del árbol motor, á causa del uso de la condensacion. Pasando de 100 revoluciones de las manivelas por minuto, la condensacion en una máquina de ese género es incompleta y ofrece dificultades.

La máquina de alta presion, con condensacion y espansion en un cilindro aparte, por otro nombre llamada máquina de Woolf (§ 715), no proporciona una economia notable sobre aquellos en que la espansion tiene lugar en el cilindro y en que se verifica primero la admision de vapor de la caldera, pero funciona con mayor regularidad y mejor sostenida. La adicion del cilindro de espansion la hace más pesada y embarazosa. Es menos conveniente que la máquina sin condensacion para grandes velocidades de rotacion de las manivelas.

729. *Máquina de balancin al aire llamada de Watt* (figura 524).—Se adopta en el caso en que el eje del árbol motor está situado encima del suelo, á una altura comprendida entre menos 1 de la longitud de la manivela ó entre o y 1 debajo del suelo.

Longitud de la biela, entre 4 y 6 veces el radio de la manivela.

Empleo del vapor, baja ó media presion; algunas veces alta presion, pero con grande espansion. Es la máquina de condensacion por escelencia.

Velocidad de rotacion del árbol, de 10 á 30 revoluciones por minuto.

Embarazo.—El sistemas más embarazoso y más pesado.

Empleo y fuerza.—Agotamiento y elevacion del agua, máquinas herramientas de las grandes fábricas, etcétera se conserva durante largo tiempo en buen estado de uso. Aplicable á todos las potencias desde 10 caballos en adelante.

730. *Máquina de balancin inferior* (fig. 525).—Sistema casi esclusivamente usado en la navegacion de los barcos de ruedas. Las mismas indicaciones que para la máquina de balancin al aire.

731. *Máquina de biela en cuadro* (fig. 526).—Establecerla en los mismos casos que la máquina de balancin al aire, y es preferible si el árbol motor está á una longitud de manivela debajo del suelo.

Longitud de la biela, entra 4 veces $^1/_2$ y 6 veces la de la manivela.

Empleo del vapor, menos bien dispuesto para la condensacion que la máquina de balancin; media ó alta presion con espansion prolongada.

Velocidad de rotacion del árbol, de 30 á 40 revoluciones por minuto.

Embarazo en anchura, á causa del cuadro formado por las bielas.

Empleo y fuerza, máquinas sopladoras, manejo de las fábricas y potencia de 5 á 40^{cab}. Su uso estaba antes bastante estendido y lo está mucho menos actualmente.

732. *Máquinas de bielas colgantes* (fig. 528).—Instalarla en los mismos casos que la máquina de biela en cuadro y para llenar las mismas condiciones de velocidad y de potencia. Es un poco menos embarazosa que esa última.

733. *Máquina de biela al aire* (fig. 530).—Instalarla en los casos en que el eje del árbol está situado á una altura encima del suelo, comprendida entre 6 y 10 veces la longitud de la manivela.

Longitud de la biela, tan grande como lo exige la distancia entre el émbolo en lo bajo de la carrera y el eje del árbol; pero que nunca esceda de 10 veces el radio de la manivela.

Empleo del vapor; media y alta presion, espansion más prolongada encima que debajo del émbolo; con ó sin condensacion.

Velocidad de rotacion del árbol; de 15 á 60 revoluciones por minuto.

Empleo y potencia; el empleo está justificado por las exigencias de altura. Fuerza de 6 á 30 caballos.

734. *Máquina de pilon* (fig. 527).—Instalarla en los casos en que el árbol motor está situado debajo del suelo, á una distancia comprendida entre 6 y 18 veces la longitud de la manivela.

Longitud de la biela; tan grande como sea posible sin que pase de 10 veces el radio de la manivela.

Empleo del vapor; media y alta presion, espansion más prolongada encima que debajo del émbolo; con ó sin condensacion.

Velocidad de rotacion del árbol, de 30 á 120 revoluciones por minuto.

Empleo y potencia.—Embarcaciones de vapor; buques de vapor de hélice; potencia de 4 á 500 caballos.

735. *Máquina horizontal de biela directa* (fig. 529).—Disposicion que mejor se acomoda con todas las exigencias de posicion del eje del árbol.

Longitud de la biela, de 2 á 10 veces el radio de la manivela.

Empleo del vapor.—Media y alta presion, sin espansion ó espansion muy prolongada. La condensacion se aplica muy poco, sin embargo no hay dificultades particulares para establecerla.

Velocidad de rotacion.—Se puede dar al árbol todas las velocidades, desde las más pequeñas hasta los mayores.

Empleo y potencia.—La máquina horizontal es la más estendida en todos los casos de la industria, de la navegacion y de la traccion en las vias férreas. Esta boga se esplica por las grandes facilidades de instalacion que ofrece, relativamente á los demás sistemas. El inconveniente que la caracteriza, es la ovalizacion del cilindro, despues de haber funcionado más ó menos tiempo, pues todo el peso del émbolo y de sus accesorios se ejerce en la parte baja del cilindro, mientras que la parte superior está muy amenudo separada del anillo metálico del émbolo. Por esta razon, si la eleccion es posible, se debe separar la máquina horizontal, para potencias superiores á 10 caballos.

736. *Máquina de cilindro oscilante* sobre dos gorrones situados diametralmente en medio de la altura del cilindro (fig. 531).

Longitud de la biela, de 4 á 5 veces la de la manivela.

Empleo del vapor, baja y media presion; utiliza convenientemente tambien la alta presion, pero la condensacion es menos eficaz que en los demás sistemas, á causa de las fugas por los gorrones de oscilacion; estos son huecos y sirven de paso al vapor admitido ó évacuado.

Velocidad de rotacion, de 30 á 100 revoluciones del árbol motor, por minuto.

Empleo y potencia: conviene especialmente á las máquinas herramientas movidas directamente por la máquina motora: martinetes, cizallas, etc. Es de mejor uso que las máquinas de balancin bajo para los barcos de vapor de ruedas. Colocando los gorrones de oscilacion á una altura recomendada por las circunstancias, puede fácilmente aplicarse á todos los trabajos industriales.—Más abajo de 10 caballos, su rendimiento es inferior al mayor número de los demás sistemas usados. Algunas máquinas oscilantes de navegacion desarrollan 1200 caballos.

737. *Máquina de biela oscilante ó de vástago-biela* (fig. 532).—Se usa en las mismas circunstancias que la máquina de biela al aire (§ 733).

Empleo del vapor: más particularmente la alta presion sin condensacion á gran espansion, más prolongada debajo que encima del émbolo. Sistema poco económico á causa del enfriamiento del vapor en el cilindro por el forro que, fijo al émbolo, entra y sale alternativamente en el cilindro.

La fig. 205 es una máquina de dos forros usada en la navegacion marítima.

Potencia.—La máquina de biela oscilante no es conveniente para potencias inferiores á 20 caballos.

738. *Máquina de cilindro horizontal de biela en retroceso* (fig. 203, § 362).—Tiene los mismos inconvenientes que la de biela directa (§ 735), con la ventaja además de poder dar á la biela mayor longitud en el mismo espacio ocupado por el conjunto del aparato. Ese sistema está adoptado como tipo actual de la máquina de vapor marina de la flota militar francesa.

739. *Máquina rotatoria.*—En ese sistema de máquina de vapor, al árbol motor, directamente unido al émbolo ó al cilindro, gira sin el intermedio de la biela y de la manivela: el vapor obra directamente sobre el émbolo ó el cilindro, para darle un movimiento de rotacion contínuo.—Ningun resultado satisfactorio se ha alcanzado con la máquina rotatoria, si bien que un gran número de instalaciones se hayan sometido á la esperiencia. Se puede decir que en este camino los inventores han agotado las promesas y acumulado las decepciones sin haber hallado una máquina rotatoria *realmente práctica.*

740. *Máquina adosada á su caldera* (fig. 533).—Ese sistema de máquina motora, cuya caldera está representada en corte (fig. 453) ha adquirido gran boga en esos últimos tiempos, justificada por las ventajas que ofrece como facilidad de instalacion ya sea á punto fijo, ya á desplazamiento frecuente. La conduccion de la caldera y de la máquina es igualmente fácil y puede hacerse por un fogonero de habilidad ordinaria. El consumo de combustible no es inferior á la medida acusada por las pequeñas máquinas fijas. Conviene perfectamente á las potencias de 1 á 10 caballos, pero no mas allá de ese número.

741. *Máquinas de locomóviles.*—Para una fuerza de 2 á 6 caballos y de gran velocidad de rotacion del árbol, la caldera tubular (§ 665) y la máquina horizontal son preferibles á todos los demás sistemas (véase la fig. 484). Para una fuerza de 6 á 10 caballos, la instalacion representada en la fig. 534 conviene perfectamente.

La toma de vapor en la caldera, FF′, vá á parar á la caja de distribucion; la evacuacion se hace por la chimenea H, por el tubo E, E′ (tiro forzado, § 680). La gran biela G está articulada hácia abajo, en el gorron de una biela colgante cuyo estremo superior coge el estremo de la traviesa de los vástagos K.—Hay dos bielas colgantes y dos grandes bielas.

FIN DEL TOMO SEGUNDO

ÍNDICE DE MATERIAS

SEGUNDA PARTE

Mecánica elemental.—Trasformacion de movimientos. —Resistencia de materiales

TRASMISIONES Y TRASFORMACIONES

DE MOVIMIENTOS EN LAS MÁQUINAS

ESFUERZOS DE FLEXION

CAPÍTULO PRIMERO

Resistencia de los sólidos de diferentes formas.

CAPÍTULO II

Resistencia de las piezas de diversos perfiles.

CAPÍTULO III

Sólidos de igual resistencia

CAPÍTULO IV

Sólido colocado sobre un apoyo y solicitado en sus dos estremos por fuerzas que se equilibran

CAPÍTULO V

Piezas que descansan en dos apoyos

CAPÍTULO VI

Pieza circular que descansa sobre un apoyo cilíndrico. —Resistencia á la combadura

APÉNDICES

TERCERA PARTE

Máquinas motoras de aire é hidráulicas

CUARTA PARTE

Máquinas de vapor.

APLICACIONES

RESEÑA DE LAS LÁMINAS

ESPLICADAS SEGUN LOS PRINCIPIOS

DEL TRATADO GENERAL DE MECÁNICA

DE

V. F. REULEAUX

LÁMINAS DE APLICACIONES

Láminas 1 y 2.—Fabricacion mecánica de sombreros. —Para dar consistencia al fieltro se emplea la máquina doble, figuras 1 á 3, colocándose las camisetas de fieltro en los rodillos cónicos B B′ entre los platillos A A′. Para alisar los fieltros por medio de la piedra pómez sirve la máquina señalada en las figuras 4 á 7. Finalmente se da forma y arman los sombreros con las máquinas figuras 8, 9 y 10.

Láminas 3 y 4.—Máquinas para labrar la madera.—Las figuras 1 á 6 representan una máquina inventada por Freret para tornear jalones, piquetes para tiendas de campaña, mangos de escoba, etc., distinguiéndose por un aparato cónico armado de tres hojas de acero colocadas á distancias desiguales del centro, obrando la primera como desbastadora y terminando la tercera el trabajo perfecto.

Las figuras 7 á 10 dan á conocer otra máquina del mismo industrial que sirve para cepillar tablitas delgadas como las empleadas para las cajas de tabacos, haciendo innecesaria esplicacion alguna la inspeccion de las citadas figuras.

Láminas 5 y 6.—Aparatos para fijar los colores en los tejidos.—La marcha de la operacion y los órganos componentes de la máquina se describen detalladamente en las figuras 1 á 8.

Láminas 7 y 8.—Giratoria de ferro carril.—Esta giratoria para locomotora con su ténder se construye de hierro y madera con objeto de obtener el menor peso posible al mismo tiempo que la mayor solidez. Segun se observa en las figuras 1 á 12 puede ser movida á brazo ó á vapor, segun convenga, con los aparatos respectivos. Su diámetro es de 12′50^{m}.

Láminas 9 y 10.—Aparatos para fabricar cimentos. —Las figuras 1 á 6 dan á conocer una fábrica y los aparatos necesarios para la obtencion de los cimentos, siendo fácil observar en ellas la disposicion de los hornos, estufas, trituradoras, balsas, etcétera.

Láminas 11 y 12.—Hornos de calentar aire destinado á los altos hornos.— Estos hornos, invencion de M. Whitwell, tienen entre otras ventajas la de economizar gran cantidad de combustible, generalizándose su uso donde quiera que se instalan altos hornos y especialmente en localidades en las que el combustible es caro.

Láminas 13, 14 y 15.—Telar mecánico de doble efecto. —Sabido es que en los telares á mano se necesita dar dos golpes de caja para apretar los tejidos gruesos de lino, cáñamo, lana etc. En los telares mecánicos en uso solo se da un golpe cualquiera que sea el ancho de la pieza; comprendiendo el ingeniero H. de Bergue de Paris la necesidad de los dos golpes, ha construido al efecto el telar mecánico que, perfectamente detallado, puede estudiarse en dichas tres láminas.

Láminas 16 y 17.—Grua móvil hidráulica.—En los talleres de Petin y Gaudet, establecidos en Saint-Chamond, funciona una grua de esta clase construida aprovechando materiales. La particularidad de esta grua consiste en tener su brazo móvil en la forma del de una balanza de brazos desiguales, el cual, por medio de la presion hidráulica aplicada al eje vertical que lo sostiene por su tercio, se eleva al mismo tiempo que la carga. En aquellos talleres, muy bajos de techo, esta grua trasporta grandes pesos de unas á otras máquinas-herramientas.

Láminas 18 y 19.—Martinetes.— Sistemas americano de resorte y francés atmosférico.—Las figuras 1 á 5 representan un martinete del sistema americano de M.M. Schaw y Justice construido por M. L. A. Reidinger de Augsbourg. Las figuras 6 á 9 dan á conocer otro martinete francés atmosférico sistema de M. Chenot construido por Ch. Golay mecánico de Paris.

Láminas 20 y 21.—Máquina para fabricar lanzaderas. —Por medio de combinaciones mecánicas muy sencillas, segun se ve en las referidas láminas, ha logrado M. Arbey, ingeniero mecánico de Paris, construir una máquina con la que se fabrican rápidamente y de una manera perfecta y económica las lanzaderas para telares.

Láminas 22 y 23.—Máquinas de labrar cuñas y traviesas de ferro carril.—Las figuras 1 á 3 de la lámina 22 dan á conocer perfectamente la máquina de M. Frey de Paris para labrar las cuñas con que se sujetan los carriles á los coginetes. El mismo ingeniero mecánico ha ideado la máquina para entallar y agujerear traviesas, lámina 23, figuras 4 á 8.

Láminas 24 y 25.—Máquinas de hacer tornillos de cabeza redonda.—Las figuras 1 á 9 detallan las máquinas para tornear y filetear tornillos, las figuras restantes dan á conocer las necesarias para ejecutar la ranura ó entalle de la cabeza.

Láminas 26 y 27.—Aparatos para molino harinero.—M. Loron ha inventado una máquina para cerner, representada en las figuras 1 á 3. El rastrillo mecánico, figuras 4 á 8, y el doble tamizador de harinas, figuras 9 y 10, han sido ideados por M. Cheneval de Compagne.

Láminas 28 y 29.—Máquina de vapor de 12 caballos, de espansion variable.—Este modelo en forma de *bayoneta* es muy sencillo y aplicable á un motor de vapor de poca fuerza, es de espansion variable sin condensacion.

Láminas 30 y 31.—Aparato hidroneumático.—La máquina imaginada por A. Duvergier de Lyon para obtener el vacio en grandes recipientes, la cual con todos sus detalles ocupa las dos láminas 31 y 32, tiene por objeto evitar los notables inconvenientes que ocurren con el empleo de las bombas ordinarias para la estraccion de los residuos industriales producidos por las letrinas, depósitos de alquitran, légamo de balsas, canales, etc., llenando este aparato perfectamente su objeto.

Láminas 32, 33, 34, 35, 36 y 37.—Trasmision por cables metálicos.—Como modelo de esta clase de trasmisiones, denominadas *telodinámicas*, tan empleadas actualmente, se da á conocer por medio de las láminas 32 á 35 la instalacion completa establecida en la fábrica de pólvora de Bouchet con todos sus detalles. En las láminas 36 y 37 se detalla el mecanismo de desembragage, aplicable á las trasmisiones por cables metálicos, inventado por el ingeniero Dubuc, el cual consiste en aislar completamente el cable de la polea, continuando esta su movimiento sin trasmitirlo á aquel.

Láminas 38, 39, 40, 41 y 42.—Máquina de hilar Mull-Jenny, llamada Box-organ.—La que se detalla en estas láminas ha sido construida por Bruneaux para la hiladura de lana cardada, constando de 250 husos.

Láminas 43 y 44.—Máquina de bobinar.—M. Bruneaux ya citado ha construido tambien esta máquina que ejecuta las bobinas para urdimbre.

Láminas 45 y 46.—Urdidera ó urdidor para lana.—Esta máquina, muy bien ideada, ha sido construida por el referido mecánico Bruneaux.

Láminas 47, 48, 49 y 50.—Máquinas para desgranar el algodon.—La fig. 1.ª, lámina 47, da á conocer el *saw-gin*, ó molino de sierras, empleado principalmente para los algodones de la Luisiana; la figura 2 presenta la desgranadora Mac Carthy-gin perfeccionada por M. Loup; las figs. 3 á 7, láminas 47 y 48, detallan la desgranadora *Roller-gin* perfeccionada por M. Chaufourier, la cual se distingue por la reunion de rodillos desgranadores con rodillos estiradores en un mismo grupo; en la lámina 48, fig. 8 á 11, se puede estudiar la desgranadora *Mac Carthy-gin* perfeccionada por Mr. Platt. Las figuras 1 y 2 de la lám. 49 representan una desgranadora á mano construida por M. F. Durand, siendo del mismo autor la desgranadora mecánica de las figuras 3 á 7, láminas 49 y 50.

Láminas 51 y 52.—Máquina de parar ó encolar el urdimbre.—Esta máquina del sistema Fassinjeune la construye el mecánico M. Bruneaux.

Láminas 53 y 54.—Carda desborradora autómata (algodon).—Este ingenioso aparato ha sido inventado por M. Jorge Risler de Cerney, aplicando el mecanismo Jacquart.

Láminas 55 y 56.—Máquina de suavizar el cáñamo.—M. Lallier inventó el aparato de las figs. 1 á 4 bis para suavizar el cáñamo y otras materias textiles. A Briére y compañia lo perfeccionaron presentando la máquina que se detalla en las figuras 5 á 8.

Láminas 57 y 58.—Telar mecánico para lienzo.—Es notable este telar por la sencillez de su construccion y por el perfecto ajuste en todas sus piezas; sus movimientos son muy suaves y sin sacudidas. M. Bruneaux, conocido constructor mecánico, es su autor.

Láminas 59 y 60.—Telar mecánico para merinos.—El mismo M. Bruneaux ha construido este telar bajo la misma base que el descrito anteriormente.

Láminas 61 y 62.—Estorba-casamientos para máquinas de hilar.—MM. Dauphinot, Martin y Desquilbet construyen dos sistemas distintos para evitar el casamiento de hilos en las máquinas de hilar. En el primer sistema, figuras 1 á 4, *el mecanismo depende del carro.* En el segundo, figuras 5 á 9, el mecanismo va en el marco fijo de los cilindros estiradores.

Láminas 63 y 64.—Generadores de vapor dispuestos para utilizar el calor perdido en los hornos de gas del alumbrado.—En los hornos de gas de Nanges se ha establecido el generador indicado en las figs. 1 á 4. En las 5 y 6 se ve el generador colocado en los hornos de gas de la fábrica de Montmorillon.

Láminas 65 y 66.—Máquina de vapor de cajones equilibrados y espansion variable por el regulador.— El problema de la economia del combustible ha obligado á complicar las máquinas de vapor aumentando sus diferentes órganos é inventando disposiciones ingeniosas y diversas, generalmente bastante delicadas y susceptibles de descomposicion. El constructor M. Charles de Saint-Denis se ha propuesto volver á la sencillez de los primeros sistemas, consiguiendo al propio tiempo el mayor ahorro posible de combustible, á cuyo efecto ha imaginado el sistema de distribucion que se detalla en las citadas láminas.

Láminas 67 y 68.—Aparatos de elevacion, traccion y peso.—Las figs. 1 á 5 dan á conocer un juego de polipastros de cadena y hélice inventado por M. Verlinde. Las 6 y 7 detallan un gato ó cric hidráulico, obedeciendo al mismo principio el gancho de traccion, fig. 8. En las figs. 9 y 10 se ve la balanza hidráulica de Duckham, que puede llamarse pesador hidrostático, pudiendo actuar como dinamómetro para ensayo de cadenas, cuerdas, barras, etc., que tengan que desarrollar gran fuerza de traccion.

Láminas 69 y 70.—Calefaccion de coches de ferro-carril.—Como ensayo ha colocado en alguno de sus trenes la Compañia de caminos de hierro de la Suiza occidental un nuevo aparato de calefaccion de carruajes, consistiendo en la circulacion del agua caliente á baja presion segun la disposicion y detalles de dichas láminas.

Láminas 71 y 72.—Máquinas de terrajar tornillos, árboles, tuercas.—Una de las mas ingeniosas máquinas de terrajar es la representada en las figuras 1 á 12. Las figuras 13 y 14 dan á conocer la fuerza principal de la máquina de terrajar de M. Demi Ponlot. J. Ducommun de Mulhouse ha inventado un sistema de terraja é hilera á corriente de agua interior que puede aplicarse á cualquiera máquina-herramienta de esta clase, consistiendo en mantener constantemente en el líquido lubrificador la pieza que se quiere terrajar.

Láminas 73, 74, 75 y 76.—Fabricacion de muelas de molino.—Esta fabricacion que se hacia á mano, siendo muy perjudicial á la salud de los obreros que la ejecutaban, se ha perfeccionado en estremo, hallándose muy adelantada la fabricacion mecánica de muelas de molino en la *Ferté-sous-Jouarre;* las figuras sucesivas de las láminas citadas dan á conocer detalladamente todo el procedimiento.

Láminas 77, 78, 79 y 80.—Máquina para leer y picar el papel contínuo á la Jacquart.—El primer procedimiento del inventor Jacquart para leer y picar los cartones se ejecutaba á mano, resultando gran pérdida de tiempo y de dinero; de los perfeccionamientos sucesivos han resultado costosas máquinas que solo pueden establecerse en grandes centros manufactureros. Comprendiendo esta dificultad M. Durand ha ideado para ejecutar dicha operacion la máquina que con todos sus detalles es objeto de dichas láminas.

Láminas 81, 82, 83 y 84.—Telegrafia neumática.—Redes y aparatos de propulsion.—Como modelo para el trasporte de paquetes de despachos telegráficos y de correspondencia por tubos admosféricos se incluye en dichas láminas con todos sus detalles la instalacion de este servicio en Paris, referente á redes y aparatos de propulsion.

Láminas 85, 86, 87 y 88.—Aplicacion de tubos curvos de seccion no circular.—M. Bourdon, el inventor de los conocidos barómetros y manómetros metálicos, ha aplicado el principio en que se basan dichos instrumentos á varios otros de precision que se dan á conocer en estas láminas: Las figuras 1 á 5 representan una máquina de vapor de tubo flexible; las figs. 6 á 10 dan á conocer una bomba de doble efecto; en la fig. 11 se ve un taquímetro ó regulador de velocidad; la fig. 12 es un pesador ó romana de resorte; las figuras 13 á 17 detallan un manómetro registrador y otro de dos tubos conjugados; las 18 y 19 representan un barómetro-balanza especial, así como las 20 á 27 detallan un reloj de motor hidroneumático.

Láminas 89 y 90.—Indicadores metálicos del nivel de agua en las calderas.—M. Chaudré ha ideado un sistema de indicadores metálicos por medio de flotadores evitando el empleo usual de los tubos de cristal, cuyos inconvenientes son bien conocidos; las láminas citadas dan á conocer todo el sistema.

Láminas 91 y 92.—Turbina y bombas para elevar agua. —Los constructores mecánicos Bethouart y Brault han instalado en Chatel la turbina y bombas de dichas láminas, adoptando la turbina de eje horizontal por ser pequeño el caudal de agua y grande la altura de caida.

Láminas 93 y 94.—Estraccion del jugo de remolachas. —M. Savalle es el autor de estos aparatos. En las figs. 1 á 3 se ve un sistema de bombas para la pulpa; otra bomba está representada en las figuras 4 y 5; las restantes 6 á 11 dan á conocer una prensa contínua.

Láminas 95 y 96.—Ventilador aspirante é impelente.— En las citadas láminas se ve la instalacion y detalles de un *ventilador Lemielle* aplicado á la ventilacion de minas.

Lámina 97.—Máquina de clavetear calzado.—La principal particularidad de esta máquina consiste en el empleo de un hilo de laton indefinido que asegura la suela al material, siendo fileteado y cortado á medida que va colocándose. Esta máquina es la más perfeccionada que se conoce.

Lámina 98.—Máquina de encuadrar ó fresar.—Segun se observa en todos sus detalles reune esta máquina escelentes condiciones para el objeto á que está destinada.

Láminas 99, 100, 101, 102, 103 y 104. —Sembradoras mecánicas de varios sistemas.—Son incontestables las ventajas que se alcanzan con las sembradoras mecánicas; en estas láminas se dan á conocer los principales sistemas: La sembradora centrífuga americana está representada en la lámina 99, figuras 1 á 4; para abrir en la tierra los surcos necesarios sirve la máquina de las fig 5 á 7. Las figuras 1 á 5 de la lámina 101 dan á conocer la sembradora de carretilla de Dombasle. La sembradora tambien de carretilla titulada á *Pocquets Redier* se halla descrita en las figuras 8 á 10 de la lámina 100. En las láminas 101 y 102, figuras 6 á 11, se hallará la sembradora de 8 pilas tirada por caballeria. La sembradora de discos radiados de Villard se representa en las figuras 11 á 15 de la lámina 100. En la lámina 103, figuras 1 á 3, se ve la sembradora de brochas y cepillos circulares de Rodin. La sembradora Garret se detalla en la lámina 103, figuras 4 á 9. Las figuras 10 á 13 de la lámina 104 representan la sembradora llamada francesa.

Láminas 105 y 106.—Tamizador mecánico para flor de harina y sémola. — Los autores de este escelente aparato, Cabanes é hijo, de Burdeos, han sido varias veces premiados por sus trabajos mecánicos, siendo uno de los más perfectos el que ocupa dichas láminas.

Láminas 107 y 108.—Placa y plataforma giratoria de acero con coginetes móviles de ajuste ó suspension.—Muchos sistemas de plataformas giratorias se han ideado desde el establecimiento de los ferro-carriles, uno de los más ingeniosos es el representado en estas láminas debido al ingeniero Poulet, consiguiéndose con él evitar el cabeceo de la plataforma al pasar los trenes.

Láminas 109, 110, 111 y 112.—Fabricacion de cajas de fusil.—En la actualidad las cajas de fusil se fabrican completamente por medio de multitud de máquinas-herramientas, de las que salen ya en estado de poderse montar el cañon y demás piezas de metal despues de un sencillo pulimento. Las más notables de dichas máquinas-herramientas son las detalladas en dichas láminas; las figuras 1 á 12 de las láminas 109 y 110 detallan una máquina para ejecutar los encajes en que han de entrar las piezas principales; las figuras 1 á 8 de las láminas 111 y 112 dan á conocer la máquina para labrar los encajes de las guarniciones; en la lámina 112 y figuras 9 y 10 se ve el dibujo de los órganos de trasmision para las anteriores maquinas, siendo todo lo descrito obra del mecánico Kreutzberger.

Láminas 113 y 114.—Molino harinero con piedra tamizadora.—Este ingenioso sistema muy en uso actualmente, ha sido perfeccionado por Aubin hallándose perfectamente detallado en las citadas láminas.

Láminas 115 y 116.—Nuevo horno para calentar el aire de los altos hornos. — La parte principal se construye de ladrillo siendo debido este sistema á Th. Whitwell.

Láminas 117 y 118 —Máquinas para lavar y secar los cereales.—Varios son los procedimientos empleados para limpiar los granos por la via húmeda, entre ellos deben notarse el contínuo de Wallod, figura 1; el de lavado de Bollet y Lasseron, figura 2; el de secar del mismo autor, figuras 3 y 4; el de Millon y Mouret, figura 5; reuniendo cada uno de ellos especiales condiciones.

Láminas 119 y 120.—Tinas para la trituracion de la pasta de papel.—Tres clases de tinas con sus cilindros respectivos se emplean en las fábricas de papel: la primera, figuras 1 á 5, es una tina deshiladora superior; la segunda, figuras 8 y 10, es otra tina deshiladora inferior; la tercera es una pila refinadora un poco más pequeña que las anteriores, de la que solo se dibuja el sistema de hojas de acero de la platina.

Láminas 121, 122, 123 y 124.—Aparatos para revivificar el vapor animal.—En los ingenios se emplea para clarificar el azúcar el negro animal, que despues de algunas operaciones pierde sus propiedades descolorantes; para que recobre su energia se emplean diversos aparatos. Lámina 121, figuras 1 y 2, horno del sistema Fouchard; figuras 3 y 4, horno de fusion con vasos de tierra refractaria de Grouvelle y Coffin; figuras 8 á 10, horno helicoidal de Seraphin hermanos; figuras 11 á 14, horno Blaize perfeccionado; lámina 122, figuras 15 á 17, horno de reverbero sistema Bieux; lámina 123, figura 1, sistema de aparatos contínuos con cilindros giratorios; láminas 123 y 124, figuras 2 á 5, aparato Brinjes del mismo sistema.

Láminas 125 y 126.—Martinetes de brazos para forjas. —Martinete forjador de Schmerber, figuras 1 á 6; martinete platinador del mismo figuras 7 á 11.

Láminas 127 y 128.—Prensas de lagar hidráulicas, fija y locomóvil.— El mecanico Laurent de Dijon construye estos tipos. Prensa fija, figuras 1 á 3; prensa locomóvil, figuras 4 á 6.

Láminas 129 y 130.—Telar mecánico para lana.—El mecánico Bruneaux es el autor de este telar destinado especialmente para fabricar paños de novedad.

Láminas 131 y 132.—Telar Jacquard, con papel contínuo en vez de cartones.—Este telar ha sido ideado para tejer géneros labrados; el telar se halla detallado en las figuras 1 á 5; las figuras 6 á 9 dan á conocer la máquina doble para picar los cilindros de los Jacquard.

Láminas 133 y 134.—Máquina de vapor marina, de cilindros fijos inclinados, para buque de ruedas.—Los ingenieros Faivre hermanos han construido esta máquina original para vapores de ruedas, la cual tiene la fuerza de treinta caballos.

Láminas 135 y 136.—Máquina de embutir por presion hidráulica.—La máquina de las figuras 1 á 8 sirve para estampar y embutir pequeñas piezas de metal de gran empleo en la bisuteria; las figuras 9 á 12 representan la bomba de inyeccion necesaria á la citada máquina.

Láminas 137, 138, 139 y 140.—Tranvia de vapor.—Locomotora sin hogar.—Para que las locomotoras puedan circular por las calles y vias públicas, sin peligro para los transeuntes, es necesario que no arrojen chispas, humo, vapor ni carbones encendidos, que no depositen á su paso materias inflamables ó sucias en la via pública, que no produzcan silbidos ni otros ruidos; parte de estas exigencias han tratado de satisfacerlas los constructores Lamm y Francq ideando la locomotora que estas láminas representan.

Láminas 141 y 142.—Hidroextractores con fuerza centrífuga.—Las figuras 1 á 5 detallan la secadora contínua de hélice de Hanrez, que sirve para separar en una mezcla la parte sólida de la líquida, pudiendo aplicarse para secar carbones, granos, semillas, minerales, etc. El mecánico Buffaut construye la secadora de motor directo, figuras 6 y 7, la cual se aplica para secar sales de potasa, barita, magnesia, productos químicos y demás materias *impalpables* contenidas en los líquidos, en estado de disolucion ó de suspension.

Láminas 143, 144, 145, 146, 147 y 148.—Resistencia de materiales.—Aparatos de pruebas.—Muchos son los aparatos que se han ideado para hallar la resistencia de toda clase de materiales á la *extension ó traccion*, á la *compresion*, á la *flexion trasversal* y á la *torsion;* algunos de los más ingeniosos son los siguientes: *Aparatos de Desgoffe y Ollivier.* Máquina de ensayo á la traccion y á la compresion, láminas 143 y 144, figuras 1 y 2; máquina para ensayar la resistencia de hilos de pequeña seccion, metálicos ó de otra clase, figuras 3 á 5; máquina de prueba á la flexion, figura 6 y 7; máquina de prueba para los tubos de los cañones de acero, figura 10 y 11. *Máquina y aparatos de M. Werder*, láminas 145 á 148; esta máquina sirve para el ensayo de toda clase de resistencias; en las figuras 1, 2 y 3 se halla dispuesta para el ensayo á la *traccion;* las piezas de las figuras 13 á 16 sirven para la resistencia á la compresion; las figuras 17 á 19 detallan una disposicion para el ensayo á la torsion; en las figuras 4, 20, 21 y 22 se ve la disposicion para el ensayo á la flexion; las demás figuras dan á conocer pequeños detalles de la máquina.

Láminas 149 y 150.—Máquinas hidráulicas elevatorias.—La disposicion que se detalla en estas láminas es la adoptada para la elevacion y distribucion de aguas en Laval, habiendo construido todos los aparatos los acreditados mecánicos Brault y Bethouart.

Láminas 151 y 152.—Fabricacion del azúcar de caña.—Uno de los procedimientos que da mayor producto es el ideado por Philippe de Paris, que se reseña en estas láminas. Para estraer el guarapo y prensarlo sirven las figuras 1 á 3 en las que se ve la prensa giratoria que lo toma al salir del extractor; las figuras 5 y 6 detallan el concentrador y evaporador; la figura 7 da á conocer el aparato granulador.

Láminas 153 y 154.—Metalurgia del plomo.—Los aparatos de estas láminas sirven para ejecutar mecánicamente la operacion de la desplatacion segun el sistema de Laveissière y Boudehen. Las figuras 1 á 3 dan á conocer el aparato de *patisonage* ó de concentracion de plomos pobres; las figuras 4 á 6 representan el aparato para desplatar el plomo.

Lámina 155 y 156.—Aparatos de calefaccion.—La calefaccion de habitaciones, talleres, etc. en buenas condiciones higiénicas es un problema que no está completamente resuelto. Los aparatos de estas láminas son del sistema de hojas radiadas y de alimentacion contínua. Las figuras 1 á 3 detallan un calorífero para habitaciones, talleres, etc. Las figuras 4 á 7 representan un calorífero para grandes establecimientos, como cuarteles, fábricas, etc. En las figuras 8 y 9 se vé el calorífero de Geneste y Hericher, propio para instalaciones económicas.

Láminas 157 y 158.—Yacht de hélice.—El yacht representado en estas láminas, ideado por su dueño el ingeniero Perignon, está construido de modo que pueda navegar en los rios y en el mar, siendo únicamente un buque de recreo en el que se ha aprovechado perfectamente el espacio.

Láminas 159 y 160.—Máquinas para fabricar chocolate.—Las figuras de estas láminas dan á conocer todos los detalles de las trituradoras mecánicas establecidas en la fábrica de Menier.

Láminas 161 y 162.—Telar mecánico de alimentacion contínua con varias lanzaderas.—Crawfort y R. Templeton son los autores de este telar cuya especialidad consiste en que á medida que se acaba el hilo de cada lanzadera entra á funcionar otra nueva, de modo que el telar no para aunque se rompa el hilo. Tambien puede tejer géneros de varios colores por medio de una caja giratoria que encierra las lanzaderas con hilos de los colores necesarios.

Láminas 163 y 164.—Hilatura de lana peinada.—Bobinador reunidor.—Esta máquina llamada en los talleres, *de reunion*, es para trabajar la lana larga ó *peinada* con la que se fabrican géneros ligeros, lisos, como merinos, franelas, etc., componiéndose de cilindros de alimentacion, peines y cilindros estiradores. El reunidor se compone de 16 peines, formando 8 bobinas por la *reunion de dos cabos* en cada una de ellas.

Láminas 165, 166, 167 y 168.—Máquinas de agramar el cáñamo.—Los mecánicos Leoni y Coblenz de Paris han inventado un procedimiento mecánico para agramar el cáñamo sin tener que macerarlo, operacion peligrosa, dificil y costosa; para ello emplean un corta raices, figura 1 y 2, una grande agramadora, figuras 3 á 6, y dos agramadoras acopladas figuras 7 á 10 para el trabajo final, produciendo por este medio una labor rápida, perfecta y barata.

Láminas 169 y 170.—Bombas para incendios.—Estas bombas de vapor han sido construidas en Francia para uso de la marina de guerra, habiéndose escogido el modelo más perfecto.

Láminas 171 y 172.—Máquinas de fresar.—Los servicios que prestan estas máquinas son inmensos. Para formar las fresas de modelos especiales sirve la máquina de las fig. 1 á 4; para construir las fresas rectas es la máquina de las figuras 5 y 6; la máquina de las figuras 7 á 11 sirve especialmente para fabricar los taladros ó barrenas llamadas americanas.

Láminas 173 y 174.—Hilatura de lana peinada.—Bobinador acabador doble.—El constructor mecánico Bruneaux hijo de Bretel es el autor de esta ingeniosa máquina que ejecuta un escelente trabajo.

Láminas 175 y 176.—Horno universal de precision.—Este torno universal sirve para cilindrar, para tornear cónico y esférico, terrajar, etc.; lo ha construido el mecánico Colmant de Paris.

Láminas 177 y 178.—Relojeria eléctrica.—El relojero mecánico Milde de Paris construye este aparato; en las figuras respectivas se observa el electromotor, el aparato conmutador y el contador de campana, todo perfectamente entendido.

Láminas 179 y 180.—Máquina doble para entallar cajas y labrar espigas.—El acreditado ingeniero mecánico Arbey de Paris se ha dedicado especialmente á la construccion de máquinas herramientas para labrar la madera; la que se detalla en estas láminas es de gran aplicacion para trabajos de carpinteria, con ella se pueden abrir cajas y hacer espigas de gran longitud y á contra hilo.

Láminas 181, 182, 183, 184, 185 y 186.—Fabricacion de gas para alumbrado.—Como modelo de instalacion de una fábrica de gas presentan estas láminas el conjunto y detalles de los aparatos de la fábrica de gas de la Fléche; el condensador es de triple efecto; el aparato lavador, el de distribucion, el purificador y el gasómetro de tubos articulados se ven perfectamente detallados en las figuras correspondientes.

Láminas 187 y 188.—Tipos y construccion de chimeneas de fábricas, talleres, etc.—Los tipos de chimeneas y el sistema de construccion que en estas láminas se incluyen, han sido escrupulosamente escogidos entre los mejores modelos ejecutados hasta la fecha.

Láminas 189 y 190.—Carro de vapor para trasbordar locomotoras y ténders.—Estos aparatos son de un uso muy comun en las grandes estaciones y talleres de ferro-carriles para hacer cambiar de via á las máquinas, trasladarlas á los depósitos, etc.

Láminas 191 y 192.—Carro para trasladar á brazos los vagones.—Este carro ha sido ideado para un peso de 15 á 20 toneladas haciéndose uso de él en muchas estaciones para el servicio de trenes, pudiendo trasladarse de via los vagones sin mover el resto del tren.

Láminas 193 y 194.—Máquina de vapor motriz de carro para trasbordos de locomotoras.—Esta pequeña máquina se detalla sin su carro correspondiente para mejor comprension de ella; es un modelo adoptado por varias compañías de ferro-carriles.

Láminas 195 y 196.—Barómetros metálicos.—Siguiendo las huellas del inventor Bourdon, el constructor Richard se ha dedicado á la fabricacion de estos instrumentos, ideando al efecto los aparatos detallados en estas láminas para construir el tubo barométrico. Las figuras 1 á 7 muestran como se estira y aplana el tubo; para arquear el tubo sirve el aparato de las figuras 9 y 10; con el aparato de las figuras 11 á 14 se mandrina y lamina el tubo; el aparato más importante de todos es el de las figuras 15 á 22 que sirve para bruñir, pulimentar y concluir el tubo.

Láminas 193 bis, 194 bis, 195 bis y 196 bis.—Ingénio ó molino de azúcar de presiones múltiples.—Estas láminas detallan un gran molino para caña de azúcar con ocho cilindros, de presiones múltiples é inyeccion de agua de vapor, construido todo por Lahaye y Brissonneau.

Láminas 197, 198, 199 y 200.—Molinos harineros de vapor.—En estas láminas se ven todas las partes componentes para la instalacion completa de una fábrica de harinas á vapor. Este molino es para seis pares de muelas, y el motor de vapor es de la fuerza de 40 caballos.

Láminas 201 y 202.—Locomotora-ténder para movimiento de tierras.—Sirve esta locomotora para esplotacion de minas, para movimiento de tierras de ferro-carriles, balastaje, etc., supliéndose con ella la traccion por caballerias, obteniéndose de esta manera economias notables en dicha clase de trabajos.

Láminas 203, 204, 205 y 206.—Maquinas para hacer engranajes cónicos.—Esta máquina ideada por Zimmermann para dividir y cortar las ruedas de engranaje recto y cónico es la más perfecta en su género.

Láminas 207 y 208.—Maquinas de plegar y medir los tejidos.—Las dificultades para plegar bien á mano las piezas de tejidos y los errores que se cometen al medirlas de la misma manera, han dado la idea al mecánico Tulpin de construir la máquina que dan á conocer estas láminas, la cual presta grandes servicios en diferentes fábricas.

Láminas 209 y 210.—Maquinas agrícolas.—La secadora de heno de las figuras 1 á 6 ha sido construida por Peltier segun el sistema de Ashby, perfeccionándolo, y tiene por objeto recojer el heno y arrojarlo al aire dejándolo detrás de la máquina á medida que esta avanza. El arado estirpador sistema Verlier, de las figuras 7 á 10, está destinado á dividir, cortar y mullir la tierra, sin volverla, para que penetre bien en ella el aire atmosférico.

Láminas 211 y 212—Maquina gemela de estraccion para hulleras.—Entre la maquinaria para la esplotacion de las minas de carbon figura en primera línea la máquina de vapor gemela, *tipo piramidal*, para la estraccion de los carbones, construida en los talleres de Dorzeé de Mons (Bélgica), la que se representa en estas láminas.

Láminas 213 y 214.—Horno de fundicion con cubilote metálico.—Este aparato, del sistema Minary, es de corriente de agua con toma de gas central y desengrasador mecánico; las figuras 1 á 5 dan á conocer el horno de fundicion propiamente dicho, las figuras 1, 6 y 7 la toma de gas, representándose el desengrasado mecánico en las fig. 8 á 10.

Láminas 215 y 216.—Compensador automático de los reguladores de maquinas motores.—El ingeniero Denis ha inventado un sistema de compensador automático con movimiento diferencial que evita los inconvenientes que se notan en los demás sistemas de esta clase de aparatos. En las figuras 1 á 5 se ve dicho regulador aplicado á una máquina horizontal; en las 6 á 8 se aplica á una máquina de volante; las figuras 7 y 8 representan el mecanismo regulador propiamente dicho.

Láminas 217 y 218.—Locomóvil de dos cilindros.—Esta máquina ideada por el ingeniero mecánico Dubuc de Paris, se distingue en que su motor consta de dos aparatos semejantes, pero de diferentes dimensiones, unidos sobre un mismo árbol ó eje, los cuales están combinados de tal modo que pueden funcionar simultáneamente y por separado cada uno de ellos.

Láminas 219 y 220.—Maquina de cepillar maderas por sus cuatro caras.—Muchas aplicaciones tiene esta máquina, pero ha sido especialmente ideada por el ingeniero mecánico Frey de Paris para labrar los largueros que forman la armadura de los vagones de ferro-carriles.

Láminas 221 y 222.—Locomóvil para trillar y limpiar cereales.—Los constructores ingleses Garrett y Kerridge son los autores de esta máquina cuyo resultado no deja nada que desear, ejecutando el trabajo para que ha sido construida pronto y rápidamente.

Láminas 223 y 224.—Maquina de entallar á mortaja con plataforma verticalmente móvil.—Esta ingeniosa máquina que ejecuta una de las principales operaciones del labrado de las maderas ha sido construida por el ingeniero mecánico belga Perard.

Láminas 225 y 226.—Batanes para tejidos de lana.—Las figuras 1 á 5 representan la batanadora de rodillos de Wiede y Pressprich; las restantes, 6 á 10, dan á conocer la batanadora circular de Hemmer; ambas prestan escelentes servicios como batanadoras de paños.

Láminas 227 y 228.—Molinos harineros portátiles con muelas verticales.—A fin de hacer estos aparatos independientes de los edificios en que se establecen, el constructor Falguiere de Marsella ha ideado este sistema con su harnero mecánico y tamizador cilíndricos segun detallan las figuras correspondientes.

Láminas 229 y 230.—Laminadores para hierros planos y planchas de hierro.—Las figuras 1 á 6 dan á conocer el laminador universal inventado por Daelen y perfeccionado por Langenheim. En las figuras restantes se detallan el laminador para plancha de hierro usado en el establecimiento de la Sociedad *Cocherill* de Bélgica, en el que se observa el *erector* ó levantador mecánico tan necesario para el fácil manejo de las grandes planchas que en la actualidad se fabrican.

Láminas 231 y 232.—Monta-cargas de vapor con maniobra hidráulica.—Sirve este aparato para cargar los hornos de fundicion de las grandes fábricas ó establecimientos mineralúrgicos. El mecanismo motor de este monta-cargas se compone de dos largos cilindros con pistones de simple efecto, bajo los que obra el vapor *proporcionado por los* *generadores de la fábrica*; entre los dos citados cilindros y unido á ellos se coloca un cilindro hidráulico con piston de doble efecto. Este montacargas ha sido inventado por el ingeniero Guyenet.

Láminas 233 y 234.—Relojeria eléctrica.—El sistema completo de relogeria eléctrica de Mildé de Paris comprende: Un péndulo ó *aparato tipo* funcionando enteramente por la electricidad *sin ayuda de ningun otro agente motor*, un timbre ó campanas figuras 1 y 2; un péndulo tipo con aparato de horas, cuartos y repeticion, figuras 3 y 4; un aparato receptor para esfera monumental, figuras 5 y 6; y un aparato receptor para habitaciones, figuras 7 y 8.

Láminas 235 y 236.—Rodillo de vapor para comprimir afirmados.—Este aparato es el que emplea el municipio de Paris para las calles y demás vias públicas, logrando una grande economia y obteniendo mejores resultados que con los rodillos, tirados por caballerias, de Polonceau.

Láminas 236 y 237.—Generadores de hogares cerrados para máquinas de vapor.—En este sistema de generador, teniendo el hogar cerrado y sosteniéndose la combustion por medio de un aparato soplador, es preciso tener dos hogares conjugados á fin de que uno funcione mientras se limpia la rejilla del otro y se coloca el combustible en el cofre de alimentacion dispuesto con este objeto. Este sistema ha sido perfeccionado por el ingeniero de marina Sanial du Fay.

Láminas 239 y 240.—Maquina de vapor trasportable ó semi-fija.—La especialidad de esta máquina consiste en que los generadores son de dobles tubos colgantes con circulacion de agua: es una aplicacion del sistema Field modificado por Petau.

Láminas 241, 242, 243 y 244.—Bombas de fuerza centrífuga para elevacion de aguas.—Entre los aparatos de esta clase empleados en la industria, los riegos y las obras públicas son los más dignos de mencion los siguientes: Láminas 241 y 242, figuras 1 á 7, bomba de Appold; figuras 8 y 9, bomba de Holme; figuras 9 á 11, bomba de Gwynne; figuras 12 á 14, bomba helicoidal centrífuga de Coignard; láminas 243 y 244, bombas centrífugas de Neut y Dumont; figuras 6 á 8, modelo grande; figuras 1 y 2, modelo medio para usos industriales; figuras 3 á 5, modelo pequeño; figuras 9 á 13, instalaciones.

Láminas 245 y 246.—Martinetes para clavar pilotes.—La construccion de puentes, muelles, diques, esclusas, etc., exigen una cimentacion sobre pilotaje, operacion preliminar bastante difícil de ejecutar, si no se tienen los medios mecánicos necesarios. Las figuras 1 á 7 dan á conocer el martinete mecánico de Hacquard; en las figuras 10 y 11 se ve el martinete de Schaw que clava los pilotes por medio de espansiones sucesivas de gases producidos por la combustion de cargas de pólvora; la figura 9 representa en seccion como quedan los pilotes ya clavados, y la figura 8 la punta de cada pilote.

Láminas 247 y 248.—Aparatos de ventilacion.—Estas máquinas son necesarias para renovar el aire en las minas, túneles, etc., y para activar la combustion en las forjas, fundiciones y otras industrias. Las figuras 1 y 2 representan el ventilador triple de Perrigolt, las 3, 4 y 5 la máquina soplante giratoria de Roots, las 6 á 9 el ventilador de depresion de Duvergier, la figura 10 da á conocer el ventilador con recipiente de aire y aletas en forma de cepillos ó brochas.

Láminas 249 y 250—Maquinas para labrar la madera.—El mecánico Frey ha construido diferentes máquinas herramientas para labrar la madera; son entre ellas notables las siguientes: Figuras 1 á 6, máquina denominada *el carpintero mecánico*, que se compone de sierra contínua, máquina para hacer espigas, máquina para taladrar y abrir cajas ó mortajas y máquina para hacer molduras; figuras 7 y 8, máquina titulada de *trompo* para ejecutar molduras centradas ó circulares; figura 9, máquina para entallar mortajas.

Láminas desde la 251 hasta la 298.—Aparatos y máquinas de hilar, modernas.—En estas láminas se detallan gran número de aparatos de hiladura modernos, escogidos entre los más notables de su respectiva clase.

Láminas 299 y 300.—Maquina para lavar y secar el trigo instantáneamente.—Esta máquina reune todos los elementos necesarios para limpiar completamente el trigo, pudiendo tambien servir para sanear los trigos averiados, se compone de varias partes distintas que funcionan simultáneamente como son: *El desmotador* que separa los terrones, pajas y cuerpos estraños más voluminosos que el grano; el *lavador* ó *limpiador* que revuelve el grano y arroja por la parte superior los cuerpos ligeros y por el fondo los pesados como las piedrecillas, etc.; el *enjugador*, y finalmente el *secador* ó ventilador de largas aletas que deja el trigo en disposicion de pasar á las muelas.

Láminas 301, 302, 303 y 304—Telar para fabricar redes de pescar.—Entre las diferentes máqunas para tejer redes es la más ingeniosa la de Jouannin de Paris que se detalla por completo en estas láminas, dando á conocer la forma de los nudos que aprietan las mallas.

Láminas 305, 306, 307 y 308.—Maquinas para segar.—En las láminas 305 y 306 se detalla la segadora de Bourges y Key, figuras 1 á 6; la de Manny, figuras 7 á 14, que sirve para cereales y forrajes;

en las láminas 307 y 308 se encuentran la segadora de Mazier para cereales y forrajes, figuras 1 á 5, y la segadora Wod del mismo género, figuras 6 á 11.

Láminas 309, 310, 311 y 312.—Maquinas de vapor de tres cilindros, de fuerza de 1000 caballos.—Esta máquina ha sido montada en una fragata blindada, de hélice, perteneciente á la marina de guerra francesa.

Láminas 313, 314, 315 y 316.—Hiladura de lana peinada.—Las figuras 1 á 10 de las láminas 313 y 314 dan á conocer la desborradora sencilla de Bruneaux, la figura 11 representa la disposicion de los cilindros desborradores á dos cabos; en las láminas 315 y 316 se detalla la *desborradora de reunion* de 8 hojas y á dos cabos sucesivos del mismo autor.

Láminas 317 y 318.—Hélices propulsoras aplicadas á los barcos de vapor.—Esta clase de aparatos se dividen en dos clases: *fijas*, colocadas á la estremidad del árbol de trasmision; *movibles*, independientes de éste pudiéndose desmontar con facilidad. Las más notables de ambas clases son las siguientes: Fija doble, sistema Mangin, figuras 1 á 5: fija con seis aletas, figuras 6 á 9; movible por medio de enchufe en forma de T, figuras 10 á 14, y movible por enchufe de pirámide, figura 15.

Láminas 318, 319 y 320.—Aparatos y útiles para el moldeo y ajuste de las hélices propulsoras.—Los nuevos procedimientos de fundir se han perfeccionado de tal modo, que se ha conseguido formar los moldes de tierra sin tener que construir los correspondientes modelos de madera, que además de su elevado coste, tienen inconvenientes como el de deformarse con la humedad, moverse dentro del molde de tierra, etc. Los ingenieros Mangin y Boëlle son los autores de este nuevo sistema cuyo detalle es el siguiente: Procedimiento de moldeo lámina 318, figuras 16 á 19; máquina herramienta para unir las aletas al cubo central, láminas 319 y 320, figuras 1 á 20; pulimento del eje central, figura 3; pulimento de los huecos para las espigas, figuras 1, 2, 4 y 5; formacion del fondo del fresado, figuras 6 y 7; formacion de la curvatura del fresado, figuras 1, 8 y 9; apertura del cono del fresado, figuras 10 á 13; trabajo de ajuste de las espigas de las aletas, figuras 14 y 15; entallamiento de los agujeros de las chavetas, figuras 16 y 17; terrajar la estremidad del árbol para sujetar la hélice, figuras 18 y 19.

Láminas 321, 322, 323, 324, 325, 326.—Maquina para estampar pañuelos é indianas con cuatro colores.—La que se detalla minuciosamente en estas láminas es la más perfecta entre las de su clase, habiéndola adoptado varias fábricas.

Láminas 327 y 328.—Fabricacion del acero (sistema Bessemer).—Las figuras 1 y 2 representan en planta y elevacion el sistema completo, las demás figuras dan á conocer en mayor escala los detalles de los diferentes aparatos componentes.

Láminas 329, 330, 331 y 332.—Hiladura de algodon.—Rota-frotador de bobinas.—Tiene esta máquina por objeto terminar la preparacion del algodon antes de ser hilado, formando mecha ó cordon más ó menos fino pero muy homogéneo, dándole alguna torsion para que pueda sostenerse por sí mismo al salir del cilindro;

Láminas 333 y 334.—Maquina de vapor locomóvil de 8 caballos.—Se presenta esta máquina como una de las mejores en su género, tanto como construccion como por la disposicion de sus diferentes órganos.

Láminas 335 y 336.—Maquina de vapor locomóvil y trasportable.—Esta máquina puede ser montada sobre ruedas ó sobre soportes de fundicion; en ella se han simplificado todo lo posible sus diferentes órganos, procurando que su manejo sea muy fácil y poniendo al alcance del maquinista todas sus diferentes piezas.

Láminas 337 y 338.—Hiladura de algodon.—Reunidor de cardas.—Se titula este aparato *reunidor* ó *doblador* y tiene por objeto reunir en una sola *napa* ó capa continua, las mechas ó cordones producidos por varias cardas.

Láminas 339 y 340.—Lavado mecánico de materias textiles y tejidos.—Las figuras 1 á 4 dan á conocer la máquina para lavar tejidos de Brown y Witz; las restantes detallan la máquina de lavar lanas sucias de Desplas.

Láminas 341, 342, 343 y 344.—Maquina de vapor sistema Inglis.—Las máquinas de vapor en su construccion presentan varias dificultades, una de las cuales es la distribucion del vapor; en la que se reseña en estas láminas se ha tratado de vencer dicha dificultad por medio de cuatro distributores dispuestos de una manera ingeniosa.

Láminas 345, 346, 347 y 348.—Horno de suelo móvil inclinado para hierro y acero fundido.—Las láminas 345 y 346 dan á conocer un horno de esta clase, sistema Pernot, para refinar, *puddler*, el hierro; las 347 y 348 detallan otro horno del mismo sistema aplicado á la fabricacion del acero.

Láminas 349, 350, 351 y 352.—Maquina para cepillar las dovelas de los puentes de fundicion.—Las figuras 1 y 2 dan á conocer el conjunto de la máquina, las demás figuras detallan sus diferentes partes; es del sistema Bourdon perfeccionado.

Láminas 353 y 354.—Fundicion de hierro.—Cubilotes diversos.—En las figuras 1 á 10 se ve en conjunto y detalle un cubilote sistema Voisin, construido con el objeto de que no se produzcan llamas por su boca; las figuras 11 á 14 dan á conocer un cubilote establecido como modelo para el servicio de la escuela especial de Angers.

Láminas 355 y 356.—Tajaderas para tabaco.—Por medio de estas últimas herramientas se cortan en las fábricas las hojas de tabaco en forma de largos filamentos; las figuras 1 á 5 dan á conocer una máquina de esta clase movida á mano por medio de una rueda, y en las figuras restantes se ve otra tajadera en la que el obrero maneja directamente la cuchilla cortadora.

Láminas 357, 358, 359, 360, 361 y 362.—Generadores de vapor.—El aprovechamiento completo del calórico de los combustibles es el problema constante que tratan de resolver, sin conseguirlo, los constructores de los generadores de vapor. El sistema que hasta el presente se considera más perfecto es el de Grenier-Chevalier que han construido calderas con hogares interiores de reverbero y aparatos de decantacion de gases, absorbiendo el humo sin esceso de aire; los principales tipos de dicho sistema son los que se manifiestan en las citadas láminas. Caldera con dos hogares de reverbero y decantacion de los gases calientes, figuras 1 á 6; caldera con dos hogares interiores de reverbero y haz tubular comun, figuras 7 á 9; caldera con un hogar interior de reverbero y haz tubular, figuras 10 á 12; caldera con hogar interior de reverbero y quemador interior, figuras 13 á 16; y caldera con hogar interior de reverbero y decantacion de gases calientes, figuras 17 y 18.

Láminas 363 y 364.—Locomotora mixta de gran velocidad.—Este tipo de locomotora se distingue especialmente en el sistema de distribucion que tiene el nombre de su autor *Guinotte*; esta máquina arrastra los trenes de viajeros en el ferrocarril *Gran-central* belga.

Láminas 365 y 366.—Motores hidráulicos.—Turbinas de eje horizontal para grandes saltos.—La distribucion del conjunto de los motores hidráulicos se ve en las figuras 1 y 2; la turbina se detalla en las figuras 3 á 7; se aplica este sistema á las caidas de agua de una altura de 135 á 145 metros.

Láminas 367 y 368.—Máquina para labrar la madera.—Esta máquina es de aplicacion general para carpinteria, pues con solo cambiar las plantillas puede labrar cajas de fusil, rayos de ruedas, zuecos, etcétera.

Láminas 369 y 370.—Maquinas de vapor y bombas para agotamientos.—La máquina representada en estas figuras es de la fuerza de 300 caballos nominales y del sistema de Melchior y Colson aplicándose al agotamiento de las minas que no pueden ser esplotadas de otra manera.

Láminas 371 y 372.—Máquina para cortar tabaco.—Esta máquina es de alimentacion contínua, produciendo grande economia de tiempo y de dinero, por cuyo motivo se ha adoptado en las grandes fábricas de tabaco.

Láminas 373 y 374.—Torno de banco partido para metales.—El torno que se detalla en estas láminas es de pequeñas dimensiones; pero puede servir para piezas hasta de 0'33^{m} de radio; su construccion es muy esmerada y sirve para tornear piezas cilíndricas y cónicas, para terrajas ó filetear, etc.

Láminas 375 y 376.—Bomba de vapor y bomba rotatoria.—Como modelos de bombas especiales se incluyen en estas láminas la bomba de vapor de accion directa del americano Hardick, figuras 1 á 10, y la bomba rotatoria del sistema Greindl, figuras 11 á 14.

Láminas 377 y 378.—Hogares luminosos para locomotoras, calderas fijas, etc.—En estas láminas se da á conocer la aplicacion de hogares fumívoros del sistema Ten-Brink á varias clases de generadores. Aplicacion del hogar fumívoro Ten Brink á una locomotora, figuras 1 y 2; aplicacion á un generador fijo de tres quemadores, fig. 3 á 7; aplicacion á un generador fijo de cuatro recalentadores.

Láminas 379 y 380.—Maquinas para triturar, moler, pulverizar, etc., materias duras.—Las figuras 1 á 5 dan á conocer el triturador-desintegrador, sistema Carr; las 6 á 9 el quebrantador-triturador de discos, sistema Anduze; y las 11 á 13 el triturador-pulverizador de bolas, sistema Hanctin.

Láminas 381, 382, 383 y 384.—Prensas hidráulicas para rollos de tabaco.—La clase obrera en Francia y en otros paises consume el tabaco en rollos del peso de unos dos kilógramos que denominan *carottes:* esta fabricacion se ejecuta con la prensa hidráulica detallada en las láminas 381 y 382, recibiendo varias de ellas una presion especial por medio de las bombas de inyeccion y acumulador que se reseñan en las láminas 383 y 384.

Láminas 385 y 386.—Calefaccion de los hornos de gas.—Este sistema debido á Muller y Eichelbrenner, puede ser aplicado á los hornos de nueva construccion y á los ya existentes de cualquier fábrica de gas para el alumbrado, alcanzándose con él un completo aprovechamiento del calórico.

Láminas 387 y 388.—Estufa para secar y conservar las maderas.—La humedad, la savia y los insectos destruyen las maderas, más ó menos verdes, que se emplean en cierta clase de obras en grandes cantidades, como en traviesas para ferrocarriles, vagones, etc.: uno de los procedimientos que ha dado mejores resultados es el que se detalla en estas láminas, en las que se representa una estufa de desecacion á circulacion de humo y evaporacion de la humedad por medio de chimeneas de tiro.

Láminas 389 y 390.—Prensa monetaria continua.—Esta máquina la más perfeccionada en su clase, ha sido construida en España en los talleres de Lasarte cerca de San Sebastian por el mecánico Fossey.

Láminas 391 y 392.—Máquinas de coser de lanzadera y aguja vertical.—El mecánico Callebant ha perfeccionado el sistema Singer construyendo la máquina de coser para taller, figuras 1 á 9, y la de familia, figuras 11 á 15; la figura 10 da á conocer el enlace de los hilos en estas máquinas.

Láminas 393 y 394.—Máquinas herramientas para trabajar metales.—Las figuras 1 á 7 dan á conocer un cortador de engranajes; las 8 á 12 detallan un cortador de gran velocidad propio para piezas pequeñas, como platinas de fusil y otras de este género.

Láminas 395 y 396.—Carro de torno con movimientos múltiples.—Este carro de torno para trabajar metales está dispuesto de tal manera, que puede ejecutar los mismos trabajos que las máquinas de fresar, pudiéndose aplicar á cualquier torno de los generalmente establecidos en los talleres.

Láminas 397, 398, 399 y 400.—Telegrafia neumática.—En las láminas 397 y 398 se detalla el establecimiento de las estaciones, tubos atmosféricos y máquinas tal como se ha hecho en Viena; en las 399 y 400 se ven los nuevos aparatos de espedicion y recepcion que forman parte del material de este servicio en la misma ciudad.

Láminas 401 y 402.—Maquinas de vapor y bombas rotatorias.—Estos aparatos son del sistema Beherens. Las figuras 1 á 3 dan á conocer la máquina rotatoria con dos cilindros conjugados segun el principio de Woolf; en las figuras 4 á 6 se vé una máquina de vapor y bombas rotatorias acopladas.

Láminas 403 y 404.—Maquina marina rotatoria, de vapor.—Esta máquina es tambien del sistema Beherens, de escape y cambio de marcha.

Láminas 405 y 406.—Maquinas para debastar, taladrar y pulir metales.—En la generalidad de estas máquinas las herramientas tienen un movimiento rectilíneo al ejecutar su trabajo, perdiéndose por lo tanto el tiempo que emplean en la vuelta; los constructores tratan de sustituir á dicho movimiento alternativo el circular, que además de aprovechar el tiempo simplifica el sistema de trasmisiones; y bajo este principio están construidos los aparatos de estas láminas. Figuras 1 á 5, máquina horizontal de fresar; figuras 6 y 7, máquina universal de fresar. Estas máquinas sirven tambien para taladrar, desbastar, pulir, etc., cambiando la fresa por las herramientas, figuras 8 á 14.

Láminas 407 y 408.—Máquinas herramientas para labrar la madera.—Esta máquina ejecuta tres operaciones simultáneas, cepilla la cara superior de las tablas, forma la espiga á un lado y su caja correspondiente en el contrario, quedando dispuestas para ser ensambladas en seguida; para cepillar emplea un sistema de hojas de acero delgadas helizoidales, segun se ve en las figuras 5 á 8.

Láminas 409 y 410.—Maquina de vapor, locomóvil, CRIPTODINÁMICA.—Las máquinas que trabajan al aire libre sufren deterioros producidos por los agentes atmosféricos, el polvo, etc., principalmente en el aparato de distribucion, bomba de alimentacion, cilindros y demás piezas delicadas; en la que se ve en estas láminas se evitan tales contingencias, pues solo quedan en ella al descubierto la polea volante y el regulador, hallándose los órganos principales encerrados en una especie de cofre colocado á una de las estremidades del generador. Segun se ve, esta máquina es de caldera horizontal con cilindro vertical oscilante.

Láminas 411 y 412.—Prensa de rodillera para dorar y gofrar.—El mecánico Steinmetz ha perfeccionado el sistema inglés de rodillera de trabajo contínuo, obteniendo el calor necesario por medio del gas. Esta máquina puede aplicarse á la fabricacion de papeles pintados, telas, etc., pero se dedica especialmente al estampado de cubiertas de libros y demás operaciones análogas de encuadernacion.

Láminas 413, 414, 415 y 416.—Fabricacion de tabacos.—Tostador mecánico.—El aparato que se detalla en estas láminas sirve para someter cualquiera materia sólida á una temperatura fija y escojida de modo que produzca un efecto determinado en dicha materia, habiéndose aplicado á la fabricacion del tabaco; las figuras 22 y 23 detallan el aparato termo-regulador.

Láminas 417, 418, 419 y 420.—Barómetros metálicos.—Estas láminas son la continuacion de las 195 y 196. Las figuras 30 á 35 representan la máquina neumática para producir el vacio en los tubos; las figuras 36 á 39 dan á conocer el aparato con el que se alisan ó preparan los tubos de cristal empleando la esencia de trementina. Entre los varios instrumentos de precision construidos con estas máquinas se dan á conocer: el barómetro-péndulo, figuras 40 á 42, que con dos esferas concéntricas señala la hora y las indicaciones barométricas; el barómetro-termómetro en el que sirve el mismo tubo para ambos objetos, figuras 43 á 45; el barómetro de precision, figuras 45 y 46; el gran barómetro de tubos múltiples, figuras 47 á 49 y el barómetro de caja dicho de *Conté*, figuras 50 á 52.

Láminas 421, 422, 423 y 424.—Hiladura del algodon.—Representan estas láminas una carda mixta á la que se ha aplicado un desborrador automático cuyos detalles se ven en las figuras 12 á 14.

Láminas 425 y 426.—Chalana de vapor con dos hélices. —Este barco especial ha sido ideado para facilitar el trasporte de minerales desde el ferrocarril procedente de las minas al buque que los ha de conducir á puertos lejanos.

Láminas 427 y 428.—Máquina de presion hidráulica para empaquetar tabacos.—Las figuras 1 á 12 detallan la prensa hidráulica, las figuras restantes dan á conocer las bombas de inyeccion y el acumulador, cuyos aparatos forman el conjunto de la máquina.

Láminas 429 y 430.—Máquinas para la fabricacion del papel.—Un aparato especial, cuyo uso va propagándose en las fábricas de papel, es el blanqueador esférico giratorio de las figuras 1 á 5; en la figura 6 se ve el aparato moderador del vapor, y las figuras 7 y 8 detallan el lavador giratorio de Jouhand.

Láminas 431 y 432.—Máquina para desbastar y escuadrar madera.—El banco de esta máquina tiene una longitud de 12 metros; pueden labrarse en ella vigas de 9 metros con una escuadria de 0'60^{m}; labra al mismo tiempo dos caras paralelas, de modo que cada pieza solo tiene que sufrir dos operaciones consecutivas para quedar escuadrada.

Láminas 433 y 434.—Fabricacion del azúcar de remolachas.—Las figuras 1 á 9 dan á conocer la prensa contínua de Champonnois que sirve para estraer la pulpa de la remolacha, las figuras 10 y 11 detallan la instalacion de dichas prensas.

Láminas 435 y 436.—Aparatos para devanar, hilar, doblar y torcer seda.—Las figuras 1 á 13 detallan el aparato sistema Aubenas parecido al que se emplea para el algodon; las figuras 14 á 16 dan á conocer el aparato sistema Dickens que está dispuesto de un modo especial.

Láminas 437 y 438.—Máquinas para segar yerba.—En las figuras 1 á 10 se ve la segadora sistema Sprague y en las 11 á 19 la del sistema Albaret, su construccion está basada en los mismos principios.

Láminas 439 y 440.—Turbinas hidráulicas del sistema Fontaine y Brault.—Las figuras 1 y 2 dan á conocer una turbina de este sistema, perfeccionada por sus autores, con paraderas de gutapercha; las figuras 1 á 7 representan el sistema completo llamado turbina locomóvil; en las figuras 8 y 9 se ve el sistema de admision parcial.

Láminas 441 y 442.—Máquina de taladrar.—Esta máquina de velocidad variable está compuesta de dos partes que pueden trabajar por separado, y sirve al mismo tiempo para alisar ó pulir, obrando verticalmente.

Láminas 443 y 444.—Máquina de columna de agua y doble efecto.—Esta clase de máquinas es antigua debiéndose su invencion á Belidor, perfeccionándose desde entonces sucesivamente. La que se representa en estas láminas ha sido establecida al pié de la catarata del Rhin, funcionando bajo una columna de agua de 11 metros de altura que eleva después á 111 metros dando un efecto útil de cerca de 70 por ciento de agua elevada para alimentar una poblacion.

Láminas 445 y 446.—Resortes de suspension, de traccion y de choque.—Estos aparatos son un componente necesario de los vagones que se emplean en ferro carriles. Las figuras 1 á 14 son resortes de choque aplicables á locomotoras, vagones para mercancias y para viageros; las 15 y 16 representan ganchos de traccion, y las 17 á 22 resortes de suspension.

Láminas 447 y 448.—Locomotora de ocho ruedas acopladas.—Esta locomotora ha sido construida en los talleres de la compañía del camino de hierro del Norte (Francia) para arrastrar trenes de mercancias.

Lámina 449.—Apresto químico de tejidos por via seca. —Esta lámina representa una instalacion completa de esta clase para una fábrica de tejidos.

Lámina 450.—Monta-cargas para estacion de ferrocarril.—Los grandes pesos que en la actualidad se trasportan en los vagones de los ferro-carriles obligan á las compañias á establecer medios poderosos para moverlos, uno de ellos es el que se detalla en esta lámina.

Lámina 451.—Máquina de vapor de espansion y condensacion.—Este motor es muy sencillo, segun se ve en las figuras 1 y 2 que dan á conocer el conjunto, detallándose en las figuras restantes las diferentes partes de la máquina.

Lámina 452. — Molino harinero con ocho pares de muelas.—En esta lámina se da á conocer un establecimiento completo de esta clase con motor hidráulico, pudiendo á falta de este recibir el movimiento por medio de una máquina de vapor.

Láminas 453, 454, 455 y 456.—Gran carda circular para estopas.—La operacion de cardar las estopas de lino y de cáñamo se ejecuta generalmente con dos cardas pequeñas sucesivas; á fin de economizar tiempo y dinero ha ideado el mecánico ingles Lawson la gran carda circular que se detalla en estas láminas, la que trabaja con una admirable precision, sin choques ni ruido, siendo preciso verla muy de cerca para convencerse de que marcha.

Láminas 457, 458, 459, 460, 461, 462, 463, 464 y 465.— Motores de gas.—Muchas industrias necesitan pequeños motores que puedan establecerse sin peligro, que ocupen poco espacio y sean económicos y de fácil manejo; todas estas condiciones las llenan los motores de gas que varias fábricas construyen en gran número; entre ellos se dan á conocer los siguientes: Motor vertical de fuerza de tres cuartos de caballo sistema Langen y Otto, láminas 457 y 458; nuevo motor vertical Otto, figuras 13, 14 y 24; motor horizontal fijo de fuerza de 4 caballos, figuras 15 y 22; motor fijo sin depósito, figuras 17, 18 y 19; motor fijo con gasómetro especial, figuras 16, 17 y 21; nuevo modelo horizontal de Otto, hasta de 30 caballos, figura 23; nuevo modelo horizontal de dos cilindros de Otto, hasta 60 y más caballos, figura 25; nuevo motor de un cilindro con fuerza hasta de 50 caballos, figura 26.

Láminas 466 y 467.—Máquina de imprimir.—Se da á conocer en estas láminas la prensa mecánica tipográfica de dos cilindros á reaccion, de Voirin, que sirve para la tirada de obras de lujo, aunque su sistema es el de las prensas en que se hace el tiraje de los grandes periódicos diarios; con esta prensa se obtienen tres mil ejemplares por hora de una impresion esmerada.

Láminas 463 y 469.—Máquina de vapor horizontal.—Esta máquina ha sido construida especialmente para el servicio de estraccion de minerales y es de presion variable á mano con objeto de poder aumentar la potencia á medida que los trabajos son más profundos; la distribucion de vapor se hace en ella por medio de válvulas equilibradas y el aparato de cambio de marcha es completamente semejante al ideado por Stefenson para las locomotoras.

Láminas 470 y 471.—Bateria de bombas de inyeccion y acumulador para prensas hidráulicas. —El tipo que representan estas láminas comprende cuatro cuerpos de bomba, uno que sirve de alimentacion, otro como bomba de inyeccion de una prensa aislada, y los otros dos que comunican con un acumulador que reparte la fuerza á 12 ó 14 pequeñas prensas para trabajos parciales.

Láminas 472, 473, 474, 475, 476 y 477.—Máquinas para peinar el lino largo y el cáñamo cortado.—Estas máquinas han sido perfeccionadas por Warde. Las cuatro primeras láminas representan todos los detalles de una peinadora mecánica con cuatro series de peines, las dos láminas restantes 476 y 477 dan á conocer una peinadora del mismo sistema con seis series de peines.

Láminas 478 y 504.—Aparatos para el tratamiento de los minerales, de hierro y fabricacion del acero fundido, sistema Siemens.—Las figuras 1 y 2 representan el horno para fundir los minerales de hierro; las 3 y 4 el horno giratorio de mezcla del hierro y el carbono sólido, y las 5 y 6 el horno de calentamiento por gas y calor regenerado para obtener el acero fundido.

Láminas 479 á 503.—Máquinas modernas preparatorias para la hiladura.

Lámina	479.—	Abridora.
»	480.—	Abridor Crighton con fuego automático de alimentacion.
Lámina	481.—	Batan sencillo
»	482.—	Batan doble.
»	483.—	Batan doble.
»	484.—	Carda mixta.
»	485.—	Carda sencilla de cilindros y cilindritos.
Lámina	486.—	Carda de chapones.
»	487.—	Carda doble.
»	488.—	Máquina de reunir mechas.
»	489.—	Máquina de reunir mechas.
»	490.—	Máquina de reunir telas.
»	491.—	Peinadora.
»	492.—	Manuar.
»	493.—	Mechera.
»	494.—	Selfactina de hilar.
»	495.—	Testera de Selfactina.
»	496.— 497.—	Selfactina para doblar ó retorcer.
»	498.—	Contínua de hilar.
»	499.— 500.—	Contínua de retorcer.
»	501.—	Máquina de gasear.
»	502.—	Máquina para pianos.
»	503.—	Rodetes de máquinas de reunir.

Láminas 504 hasta la 536.—Máquinas y aparatos modernos de hiladura. (Véanse las láms. 251 á 298).

Láminas 537, 538, 539 y 540.—Turbina hidráulica de sifon, sistema Girard.—El conjunto del motor se ve en la figura 1; la figura 2 es una vista por encima de la turbina; la figura 3 representa un corte vertical, y la 4 la mitad del plano correspondiente; las 5 á 7 son detalles; las figuras 8 á 13 detallan el mecanismo de las paraderas; las restantes figuras 14 á 19 dar á conocer el eje hidráulico y soporte correspondiente.

Láminas 541 y 542.—Martinete de vapor.—La industria de la forja debe todos sus grandes adelantos á la sucesiva perfeccion de estos aparatos; el que es objeto de estas láminas recibe la accion directa del vapor que es el que levanta el martillo; este aparato ha sido perfeccionado por el ingeniero aleman Daelen.

Láminas 543 y 544.—Maquina de vapor para barco de hélice.—Esta máquina es de la fuerza de 20 caballos nominales, construyéndola el mecánico Nillus del Avre para buques de poco tonelaje.

Láminas 545 y 546.—Máquina para labrar rayos de

ruedas, cajas de fusil, etc.—Con esta máquina se labran simultáneamente varias cajas de fusil, rayos de rueda, etc., pudiendo ejecutarse cualquier trabajo semejante cambiando las plantillas.

Láminas 547, 548, 549, 550, 551 y 552.—Banco de brocas para estopa de lino ó cáñamo.—En estas láminas se ve con todos sus detalles este aparato llamado de *movimiento diferencial regulador*, perfeccionado por el mecánico inglés Fairbairn: la construccion es muy sólida y propia para las materias resistentes que debe trabajar.

Láminas 553 hasta la 560.—Máquinas y aparatos modernos de hiladura.—Los aparatos y partes comnentes que se detallan en estas láminas son la continuacion de los que se dieron á conocer en las láminas 251 á 298 y 504 á 536.

NOTA AL ENCUADERNADOR.—Las láminas de Cinemática, Constructor y Mecánica aplicada forman un atlas; y las de Aplicaciones forman otro.

F. NACENTE
EDITOR
BARCELONA

F. REULEUX

I

MECÁNICA

TOMO
2

A. DOMINGO
BARCELONA