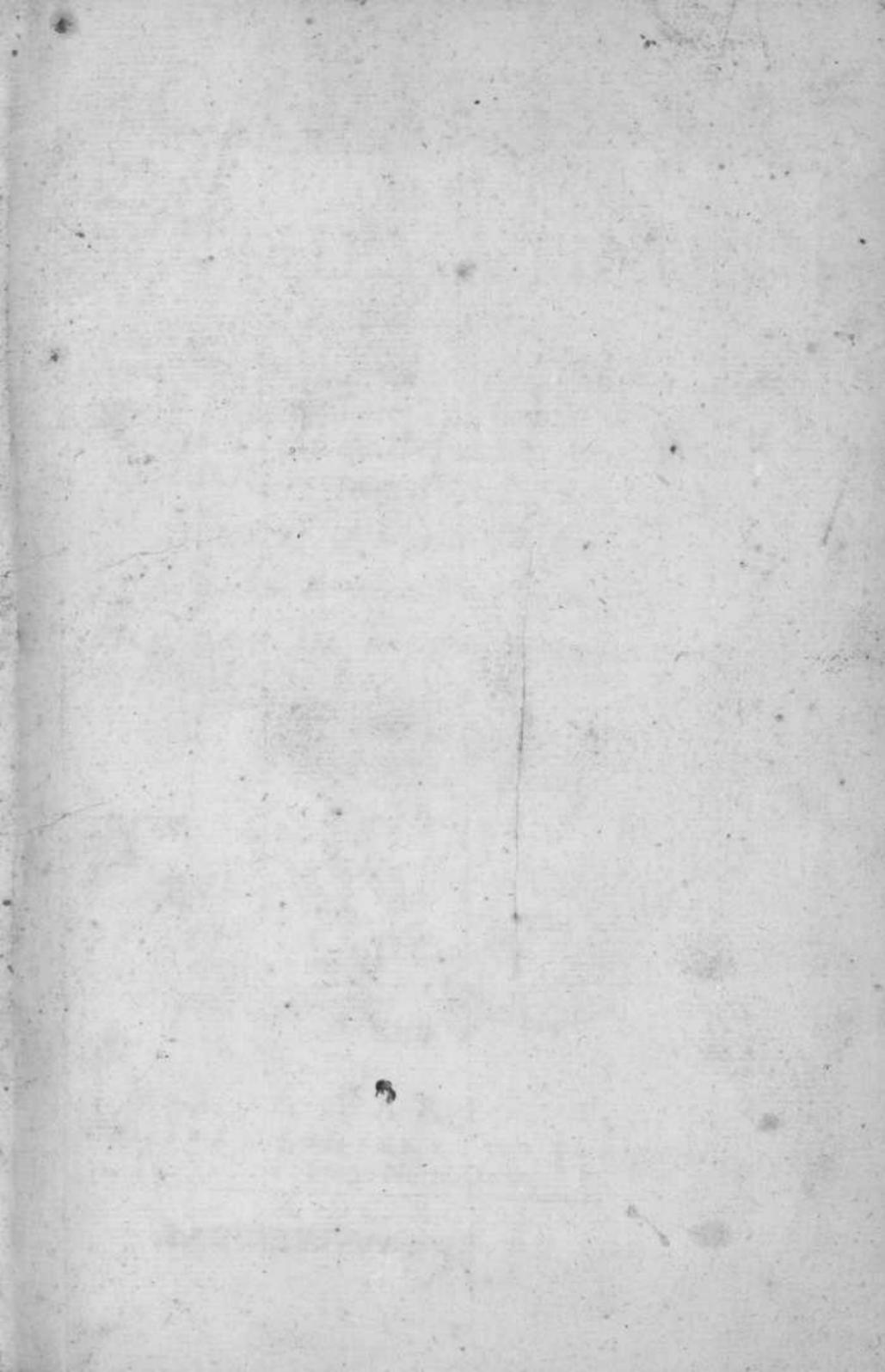




tabla de la propor^on de Metaly. Fol. 247.



Est. 50

tab. 2

no. 25

COURS
DE
MATHEMATIQUE,
QUI COMPREND

Toutes les Parties de cette Science les plus utiles
& les plus nécessaires à un homme de Guerre,
& à tous ceux qui se veulent perfectionner
dans les Mathematiques.

TOME QUATRIEME.

Qui contient la Mecanique & la Perspective.

Par Mr OZANAM, Professeur des Mathematiques.



A PARIS,
Chez JEAN JOMBERT, près des Augustins,
à l'Image Nôtre-Dame.

M. DC. XCIIL.

AVEC PRIVILEGE DU ROY.

MATHEMATIQUES

Tous les livres de Mathématiques
qui se trouvent dans les Bibliothèques
de la Ville de Paris, ont été
examinés par les Commissaires
chargés de la vente des livres
de la Bibliothèque de la Ville
de Paris, et ont été trouvés
être de la Bibliothèque de la Ville
de Paris.

Qui contient le Mémoire de la
M. de la Ville de Paris.



A PARIS
Chez les Libraires, sous le Vestibule
de la Bibliothèque de la Ville
de Paris.
M. de la Ville de Paris.



P R E F A C E .



A plûpart de ceux qui ont de l'inclination pour les Mathematiques, ne sont prevenus que des beautez sensibles de cette Science, ils sont touchez par les miracles qu'elle opere, ils sont ravis par l'admiration des spectacles qu'elle represente, ils veulent connoître ce qu'ils ont admiré, ils veulent faire ce qu'ils ne connoissoient pas au commencement, & ils prennent plaisir à surprendre comme ils ont été surpris. La Mecanique & la Perspective, qui approchent le plus des choses sensibles, & qui entrent pour ainsi dire, dans les secrets de la Nature, peuvent être regardées comme les fruits de toutes les études qu'on a faites dans les autres Parties des Mathematiques, & si l'on peut comparer le Cours de cette Science à celui de l'Année, on prendra ce Volume pour l'Automne, à cause des fruits qu'il

P R E F A C E.

presente, & des plaisirs que l'on y prend, tout de même que les Volumes precedens peuvent être comparez aux Saisons qui n'ont que des rigueurs, & qu'on passe avec peine.

Pour garder l'ordre naturel des connoissances, on ne peut se dispenser de traiter de la Mécanique, après avoir parlé des mesures & des proportions que l'on doit observer dans les Fortifications. Ce ne seroit rien que d'avoir tracé le Plan le plus juste, si l'on ne pouvoit executer le dessein qu'on a pris : & ce n'est pas assez que l'esprit ait conçu des Figures tres-exactes, & qu'il les ait bien exprimées sur le terrain, si le corps n'emploie ses forces pour l'execution de ce dessein. Nôtre Art n'est pas Magique, il ne commande point aux Esprits avec des mots & avec des figures, il n'agit que sur des Corps, il faut employer le materiel, le dur, & le pesant, pour resister quand on est attaqué, ou pour attaquer quand on a droit de le faire, & qu'il s'agit de maintenir l'autorité des Princes, à qui Dieu a donné le pouvoir de se faire justice par la force de leurs Armes.

L'objet des Mécaniques est tout ce qui est pesant, ce qui est dur, & ce qui resiste au changement de place. Lorsqu'il ne s'agit que de donner du mouvement, c'est à

P R E F A C E.

la Mécanique à l'entreprendre, & comme ses effets sont visibles, ils ne peuvent être ni censurés, ni traités d'imaginaires ou de fables. comme l'a été l'Harmonie d'Amphion qui bâtissoit des Villes par la force de son chant.

Il n'y a rien de si simple que les principes de la Mécanique, la première de toutes ces Machines c'est un Levier, c'est à dire un simple bâton, on n'a qu'à appliquer ce bâton aux masses les plus pesantes, & luy donner en quelque endroit ménagé une Puissance quelque foible qu'elle soit, & avec cette foible Puissance il ébranle toute la masse, & la fait monter malgré toute sa résistance. C'est ce ménagement de force, dont je traitetay dans la première Partie de ce quatrième Volume, & c'est en cela que consiste le secret des Mécaniques, qu'on ne doit pas moins estimer à cause de ce nom, que l'usage a donné à la plûpart des Arts qui tirent leur prix de la nécessité, & qui souvent sont plus ingénieux que ceux qui n'ont que le plaisir pour objet.

C'est à la Mécanique qu'on doit l'invention des Horloges à Rouës, & les nouvelles découvertes qui ont été faites de l'usage des nerfs, des muscles, & des vaisseaux, de la circulation admirable du sang,

P R E F A C E.

du mouvement des esprits, & de la maniere dont les sens operent, qui a été renduë si évidente, qu'on a été contraint de reconnoître que le Corps animé n'est qu'une Machine. Les nouveaux Medecins fortis des Ecoles des Mathematiciens ont poussé leur vûë encore plus avant, ils ont découvert par le moyen des Instrumens que l'Optique leur a fournis, les ressorts des Machines vivantes, abregés & recüeillis dans leurs semences, dont l'augmentation se fait par la chaleur qui étend les parties suivant les regles du mouvement.

Si l'on veut faire rendre compte aux autres Arts de ce qu'ils ont emprunté de la Mécanique, l'on trouvera qu'ils luy sont tous redevables de ce qu'ils ont de plus beau; par exemple la Peinture doit à la Mécanique la proportion des attitudes qu'elle donne aux Animaux, & c'est par les Loix de cette Science, que la Physique même explique les Systemes du mouvement des Astres, l'impossibilité de la rencontre des Atomes d'Epicure, les experiences surprenantes de l'Aimant, & tous les effets qui se font dans le vuide.

Ceux qui voudroient mépriser la Perspective qui fait la seconde Partie de ce Volume, pourroient dire qu'elle n'a été inventée que pour le plaisir de la vûë, &

P R E F A C E.

pour un plaisir d'autant plus blâmable qu'il est accompagné d'erreur , & qu'il en dépend d'une telle maniere , qu'on ne trouve pas une Perspective bien faite , à moins qu'elle ne trompe : car si elle découvre la verité , elle passe pour grossiere , elle dégoute , & on ne la sçauroit souffrir. On n'auroit point fait d'honneur à ces deux Peintres , dont l'un trompa les Oiseaux , & l'autre son aduersaire , s'ils avoient exposé la verité , c'est à dire si le premier avoit exposé de veritables raisins , & si le second avoit couvert son Tableau d'un véritable rideau ; mais parce qu'ils ont abusé de la prevention des Bêtes & des Hommes , la memoire de leurs Ouvrages a passé à la Posterité. Peut-on appeller la Perspective un Art , diront-ils , puisqu'elle ne travaille que sur l'erreur , & que la tromperie est sa matiere , aussi-bien que sa fin ; on pourroit faire cet honneur à l'yvrognerie & à la folie , qui donnent des visions encore plus trompeuses ; on pourroit faire cas des breuvages qui causeroient des songes tels que les voudroit celuy qui mêleroit les drogues qui auroient cette vertu ; cet Art seroit preferable à celuy de deviner par les songes , & devrait être plus estimé que la Perspective , parce que les songes ont plus de durée , plus de varieté , & plus d'action. Enfin diront-ils , on ne void pas à

P R E F A C E.

quoy la Perspective est bonne, si ce n'est pour le plaisir, & quelquefois pour un divertissement blâmable, puisque les Charlatans s'en servent pour abuser les credules, & pour donner credit aux superstitions de la Magie.

Il est vray que le plaisir est une des fins que se propose la Perspective, & je serois bien fâché qu'elle n'eût pas ce charme qui la rend si precieuse; mais elle n'est pas criminelle pour avoir des charmes, & parce qu'elle flatte un sens qui semble n'être fait que pour les plaisirs innocens. Le spectacle du Monde en quelque temps & en quelque lieu qu'on le voye, est une admirable Perspective, que Dieu a faite pour divertir les yeux, & pour représenter une partie de sa grandeur par la belle disposition des choses visibles: toutes les regles de la Perspective y sont observées, les éloignemens y sont marquez par des couleurs plus confuses, & comme on appelle aërées, & par les grandeurs racourcies à proportion que les objets s'éloignent davantage, ou sont vûs sous de plus petits angles. Ce sont ces mesures & ces proportions que la Perspective étudie, qu'elle imite, & qu'elle observe. Elle ne peut être blâmée avec justice, quand elle peut se justifier par l'imitation du prototype ou original que Dieu luy a tracé.

P R E F A C E.

Qui ne diroit à voir des hommes d'un lieu extrêmement éloigné & élevé, qu'ils ne sont pas plus hauts que des nains, & que les chevaux ne sont pas plus gros que des moutons? Qui ne croiroit que les couleurs sont toutes brunes, quand on les void d'un lieu où leur force ne peut aller pour se faire distinguer? Ce ne sont pas des erreurs, ce sont des necessitez que les loix de la Nature nous imposent. On ne peut voir que par le ministere de la lumiere, & la lumiere se communique par des rayons ou lignes droites qui ne peuvent pas être paralleles, ni garder les mêmes distances entre elles, parce qu'il faut que pour servir de moyens aux yeux des hommes, elles s'y rencontrent en des points, où elles fassent la peinture des objets, & forment des angles visuels, dont l'ouverture fait juger de la grandeur ou de la petitesse des objets, selon que cette ouverture est plus grande, ou plus petite.

Ce n'est donc pas l'erreur que la Perspective entreprend de causer, mais elle imite la verité qui nous represente par tout nôtre foiblesse. La Perspective suppose que nôtre vûe est sujette à perdre la distinction de ses objets à mesure qu'elle s'en éloigne, & si elle represente cette foiblesse, c'est une verité, & non pas une erreur. Il n'y a point de comparaison à faire entre les beautez de la

P R E F A C E.

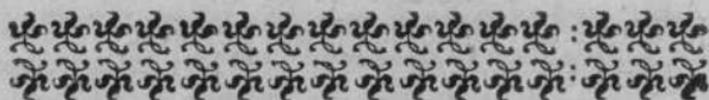
Perspective & les erreurs des songes, parce que ces songes n'ont aucunes regles, & que la Perspective en a de tres-certaines & invariables; les songes ne produisent que du trouble, & jettent toujours les hommes dans l'erreur, au lieu que la Perspective étudie la distinction, & l'observe exactement, afin de marquer les éloignemens & les distances, & empêcher de croire que tout ce que l'on void, est également proche, ou éloigné de nous.

Si nous voulons faire justice à la Perspective, nous dirons que sa veritable fin est de découvrir l'erreur & de la corriger, en faisant voir que les differentes representations des objets sont fondées sur les regles certaines de la Nature, & que tout ce qui surprend les hommes curieux des choses extraordinaires n'a rien de surnaturel; que les spectacles les plus surprenans se font par l'observation de certaines mesures, & que le moindre de tous les hommes peut faire avec les regles de cette Science, que les Charlattans attribuent à l'Art magique, & au ministere des Demons. Ces representations qu'on a faites à Paris, où l'on a joié les faux Sorciers avec des jeux de Perspective, ont plus détrompé le menu Peuple de sa sottise facilité à croire les choses extraordinaires, que tout ce que la politique auroit pû inventer pour purger le mon-

P R E F A C E.

de d'une curiosité toujours pernicieuse.

Je ne traiteray pas ici de la Perspective qui regarde les couleurs, & je ne m'arrêteray pas à rendre raison de ces jeux que la Dioptrique & la Catoptrique font pour divertir les yeux, & pour faire admirer les variations des couleurs & des apparences, ce sera pour les Recreations Mathematiques que je reserve ces curiositez. Je ne parle ici que des principes de la Perspective, & des regles assurées qu'elle a établies pour discerner les effets des éloignemens, & pour prendre les hauteurs & les racourcissemens de tous les objets proches, ou éloignez; pour enseigner aux Peintres la perfection de leur Art, les hauteurs, & les mesures des Figures, des Meubles, des pieces d'Architecture, la hauteur qu'ils doivent donner aux statuës, la pente que doivent avoir les Bâtimens, & l'angle pour le Point de vûë, afin que tout paroisse dans une juste proportion; aux Architectes & aux Ingenieurs, la representation de leurs desseins dans un petit espace, en élevant une partie de leurs Ouvrages, & en laissant l'autre en plan; & enfin pour donner des regles aux Orfèvres, aux Brodeurs, aux Peintres en argent, en soye, & en laine, aux Menuisiers de marqueterie, ou de placage, & à tous ceux qui se mêlent de Desseins & de Peinture.



T A B L E

Des Titres contenus dans la Mécanique.

| | |
|-------------------------------------|--------|
| T <i>Raité de Mécanique.</i> | Page 1 |
| <i>Définitions.</i> | 2 |
| <i>Suppositions.</i> | 11 |
| <i>Axiomes.</i> | 14 |

LIVRE PREMIER.

Des Machines simples & composées.

CHAPITRE I.

De la Balance.

PROPOSITION I. *Theorème. Si deux Poids attachés aux extrémités d'une Balance horizontale sont entre eux réciproquement comme leurs distances du Point fixe, ils seront en Equilibre.* 21

PROP. II. Theor. *Si une Balance qui a son Centre de Mouvement en dessus, & qui porte à ses extrémités deux Poids également éloignés du Point fixe, est horizontale, elle demeurera dans cette situation: mais si on luy donne une autre situa-*

T A B L E

- tion, en l'inclinant d'un côté ou d'autre, elle retournera dans sa première situation. 24
- PROP. III. Theor. Si une Balance qui a son Centre de Mouvement en dessous, & qui est chargée de deux Poids égaux attachez à ses extremittez, & également éloignez du Point fixe, est horizontale, elle demeurera dans cette situation : mais si on l'incline tant soit peu d'un costé ou d'autre, elle continuëra de s'incliner vers le même côté, jusqu'à ce qu'elle ait acquise une situation perpendiculaire à l'Horizon. 26
- PROP. IV. Problème. Etant connuë la pesanteur de deux Poids appliquez aux extremittez d'une Balance, dont la longueur est connuë, trouver sur cette Balance le Centre commun de Mouvement. 28
- PROP. V. Probl. Etant connuë la longueur & la pesanteur d'une Balance ayant à l'une de ses extremittez un Poids, dont la pesanteur est aussi connuë, trouver sur cette Balance le Point fixe, autour duquel sa pesanteur & celle du Poids, demeurent en Equilibre. 30
- PROP. VI. Probl. Plusieurs Poids d'une pesanteur connuë étant appliquez à une Balance, trouver sur cette Balance le Centre commun de gravité de tous ces Poids. 31
- PROP. VII. Probl. Deux Poids étant donnez, dont le plus grand est suspendu à l'une des deux extremittez d'une Balance, dont la longueur & la pesanteur sont connuës, & dont le Point fixe est aussi donné, suspendre le plus petit, en sorte qu'étant aidé de la pesanteur de la Balance, il tiene le plus grand en Equilibre autour du Point fixe. 33
- PROP. VIII. Probl. Construire une Balance trom-

T A B L E

*penſe, qui demeure en Equilibre, étant vuide,
& auſſi étant chargée de Poids inégaux.* 36

C H A P I T R E II.

Du Levier.

- P**ROPOSITION I. Theorème. *Si une Puiffance qui a ſa Ligne de direction perpendiculaire à un Levier parallèle à l'Horizon, ſoutient un Poids à l'aide de ce Levier, il y aura même Raiſon de la Puiffance au Poids, que de la diſtance du Poids, à la diſtance de la Puiffance au Point fixe.* 39
- PROP. II. Probl. *Enlever un Fardeau, dont la peſanteur eſt connuë avec une petite force, par le moyen d'un Levier.* 42
- PROP. III. Theor. *Ce que la Puiffance gagne en force, lorsqu'elle meut un Poids avec un Levier, elle le perd en eſpace de temps & de lieu.* 43
- PROP. IV. Theor. *Si une Puiffance dont la Ligne de direction eſt perpendiculaire à un Levier, ſoutient à l'aide de ce Levier un Poids, dont le Centre de gravité ſoit en deſſus, elle doit être plus grande pour le ſoutenir, lorsque le Levier ſera horizontal, que quand il ſera incliné & que le Poids ſera élevé: & encore plus grande quand il ſera abaiffé.* 45
- PROP. V. Theor. *Si une Puiffance, dont la Ligne de direction eſt perpendiculaire à un Levier, ſoutient à l'aide de ce Levier un Poids, dont le Centre de gravité ſoit en deſſous, elle doit être moindre pour le ſoutenir, lorsque le Levier ſera horizontal, que quand il ſera incliné, & que le Poids ſera élevé, & encore moindre quand le Poids*

DES TITRES.

sera abaissé.

47

PROP. VI. THEOR. *Si deux Puissances soutiennent un Poids à l'aide d'un Levier parallele à l'Horizon, celle qui sera la plus proche de ce Poids, en soutiendra une plus grande partie que celle qui en sera plus éloignée.*

49

CHAPITRE III.

De la Poulie.

PROPOSITION I. THEORÈME. *Lorsqu'une Puissance tire ou soutient un Poids à l'aide de plusieurs Poulies, chaque Poulie par dessus laquelle passe la corde, est équivalente à un Levier de la premiere espece, & chaque Poulie par dessous laquelle la Corde passe, represente un Levier de la seconde espece.*

52

PROP. II. THEOR. *Lorsqu'une Puissance soutient un Poids par le moyen de plusieurs Poulies, toutes les parties de la Corde sont également tendues.*

54

PROP. III. THEOR. *Lorsqu'une Puissance soutient un Poids par le moyen de plusieurs Poulies, elle est telle partie du Poids, que l'unité est du nombre des parties de la Corde, appliquées aux Poulies d'en bas.*

56

PROP. IV. THEOR. *Ce que la Puissance gagne en force, quand elle meut un Poids à l'aide de plusieurs Poulies, elle le perd en espace de temps & de lieu.*

58

CHAPITRE IV.

De la Rouë par son Aissieu.

PROPOSITION I. THEORÈME. *Si un Poids est soutenu par le moyen d'une Ranë mobile avec son*

T A B L E

| | |
|--|----|
| <i>Aissieu autour de son Centre, par une Puissance, dont la Ligne de direction touche la circonférence de cette Rouë; la Puissance sera au Poids, comme le Rayon de l'Aissieu est au Rayon de la Rouë.</i> | 60 |
| PROP. II. Theor. <i>Ce que la Puissance gagne en force, quand elle meut un Poids à l'aide d'une Rouë par son Aissieu, elle le perd en espace de temps & de lieu.</i> | 62 |
| CHAPITRE V. <i>Du Coin.</i> | 64 |
| CHAPITRE VI. <i>De la Vis.</i> | 67 |

C H A P I T R E V I I.

Des Machines composées.

| | |
|----------------------------|----|
| D E la Balance. | 71 |
| Du Levier. | 71 |
| De la Poulic. | 74 |
| De l'Aissieu dans la Rouë. | 76 |
| Du Coin. | 80 |
| De la Vis. | 81 |

L I V R E S E C O N D.

De la Statique.

C H A P I T R E I.

De la décente libre des Corps pesans.

| | |
|---|----|
| P ROPOSITION I. Problème. <i>Etant connu l'espace qu'un Corps pesant parcourt en un temps déterminé, trouver l'espace qu'il parcourra dans un temps donné.</i> | 85 |
| PROP. II. Probl. <i>Etant connu le temps qu'un Corps pesant</i> | |

DES TITRES.

pesant employe pour descendre d'un espace déterminé, trouver le temps qu'il doit employer pour descendre d'un autre espace donné. 86

PROP. III. Theor. *La force qui porte un Corps perpendiculairement en haut, se diminue également.* 87

PROP. IV. Probl. *Etant connu le temps qu'un Corps pesant demeure à descendre d'une hauteur connue, trouver de combien il descendra à chaque partie de ce temps.* 89

LEMME. *Dans une Progression arithmétique, toutes les sommes de deux termes également éloignés des deux extrêmes sont égales chacune à la somme des deux extrêmes.* 90

PROP. V. Theor. *La force qui pousse de bas en haut un Corps pesant à une certaine hauteur, le porteroit dans le même temps à une hauteur double, si elle ne se diminueoit point.* 91

PROP. VI. Theor. *Deux Puissances poussent un Corps pesant de bas en haut, à des hauteurs, qui sont entre elles comme les quarrés des deux nombres qui expriment la Raison de ces deux Puissances.* 92

PROP. VII. Theor. *La force qu'un Corps pesant acquiert en tombant, le fait remonter à la même hauteur.* 94

PROP. VIII. Theor. *Si une Puissance pousse horizontalement un Corps pesant de bas en haut, elle luy fera parcourir en montant & en descendant, une Ligne Parabolique.* 98

PROP. IX. Theor. *Les lignes des projections obliques sont aussi Paraboliques.* 100

TABLE
CHAPITRE II.

De la décente des Corps pesans sur les
Plans inclinez.

PROPOSITION I. Theorème. *Si une Puissance soutient un Poids Spherique, qui tend à rouler sur un Plan incliné, dont la Base est parallele à l'Horizon, par une Ligne de direction, qui passant par le Centre de gravité du Poids soit parallele à l'hypotenuise du Triangle rectangle, qui détermine l'inclinaison du Plan; cette Puissance sera à la partie du Poids, qui presse le Plan, comme la hauteur du Triangle rectangle, est à l'hypotenuise.* 102

PROP. II. Theor. *Si une Puissance soutient un Poids Spherique qui tend à rouler sur un Plan incliné, dont la Base est parallele à l'Horizon, par une Ligne de direction, qui étant parallele à cette Base, passe par le Centre de gravité du même Poids; la Puissance sera au Poids, comme la hauteur du Plan incliné à la longueur de sa Base.* 105

PROP. III. Theor. *Si deux Poids Spheriques attachés avec une Corde parallele à l'Horizon, par leurs Centres de gravité, s'entretiennent l'un l'autre en Equilibre sur deux Plans inclinez, ayant une même hauteur, & leurs bases posées sur un même Plan parallele à l'Horizon, ils seront entre eux comme les longueurs de ces Bases.* 108

PROP. IV. Theor. *Si deux Poids Spheriques attachés par leurs Centres de gravité avec une Corde, qui passant par dessus une Poulie se replie de telle sorte que ses deux parties soient paralleles à deux Plans inclinez, ayant une même hauteur, & leurs*

DES TITRES.

- Bases posées sur un même Plan parallele à l'Horizon, s'entretiennent l'un l'autre en Equilibre sur les deux Plans inclinez, ils seront entre eux comme les longueurs de ces Plans inclinez.* 109
- PROP. V. Theor. *Si la Pesanteur absoluë d'un Poids posé sur un Plan incliné, est à celle d'un autre Corps pesant qui tombe perpendiculairement, comme la hauteur du Plan incliné est à sa longueur, ces deux Poids seront en Equilibre.* 111
- PROP. VI. Theor. *Si de deux Poids égaux l'un descend perpendiculairement, & l'autre sur un Plan incliné, leurs Pesanteurs relatives seront reciproquement proportionnelles à la longueur du Plan, & à sa hauteur.* 112
- PROP. VII. Theor. *Si de deux Poids égaux l'un descend sur un Plan incliné, & l'autre sur un autre Plan incliné de même hauteur, leurs Pesanteurs relatives seront reciproquement proportionnelles aux longueurs de ces deux Plans.* 114
- PROP. VIII. Theor. *Les Pesanteurs relatives de deux Poids égaux posez sur deux Plans inclinez de même hauteur, sont entre elles comme les hauteurs qui répondent à des parties égales de leurs Plans inclinez.* 115
- PROP. IX. Theor. *Si une Puissance soutient un Poids Spherique qui tend à rouler sur un Plan incliné, dont la Base est parallele à l'Horizon, par une Ligne de direction, qui passant par le Centre de gravité du Poids, rencontre en un point l'hypotenuse du Triangle rectangle, qui détermine l'inclinaison du Plan; cette Puissance sera au Poids, comme le Sinus de l'Angle d'inclinaison, au Sinus du Complement de l'Angle de traction.* 116
- PROP. X. Theor. *Si deux Puissances soutiennent un Poids par le moyen d'une Corde, qui se repliant*

T A B L E

par la pesanteur de ce Poids placé entre les deux Puissances, fasse un Angle droit, elles seront reciproquement proportionnelles aux parties de la Corde. 121

PROP. XI. Theor. *Si une Corde lâche est attachée par ses deux bouts, elle se ployera en ligne courbe.* 126

PROP. XII. Theor. *Si un Corps pesant est suspendu par deux Cordes qui étant prolongées se rencontrent, son Centre de gravité se mettra dans la ligne droite tirée du centre de la Terre par le point où ces deux Cordes se rencontreront.* 127

PROP. XIII. Probl. *Connoissant la Pesanteur absolue d'un Corps Spherique posé sur un Plan incliné, dont on connoît la longueur & la hauteur, trouver la partie de ce Poids, qui pese sur ce Plan.* 128

PROP. XIV. Probl. *Un Poids Spherique, dont la pesanteur est connue, étant posé sur un Plan incliné, dont la longueur & la hauteur sont connues, trouver la quantité de la Puissance qui le peut soutenir, en le tirant par une Ligne de direction, qui étant parallele au Plan incliné, passe par le Centre de cette Sphere.* 129

PROP. XV. Theor. *Les Vitesses d'un même Mobile sur deux Plans diversement inclinez, sont entre elles comme les Pesanteurs relatives sur les mêmes Plans: & reciproquement comme les longueurs de ces Plans, quand ils ont une même hauteur.* 130

PROP. XVI. Probl. *Trouver l'espace qu'un Corps pesant doit parcourir sur un Plan incliné dans le même temps qu'il employeroit à parcourir un espace déterminé sur un Plan vertical.* 131

DES TITRES.
CHAPITRE III.

Du Centre de gravité.

SECTION I.

Du Centre de gravité des Lignes.

PROPOSITION I. Theorème. *Le Centre de gravité de deux grandeurs prises ensemble, est dans la ligne droite qui passe par leurs Centres de gravité.* 138

PROP. II. Theor. *Le Centre commun de gravité de deux grandeurs, divise la ligne droite qui joint leurs Centres de pesanteur, en deux parties qui leurs sont reciproquement proportionnelles.* 139

PROP. III. Theor. *Si plusieurs grandeurs égales en pesanteur, & également éloignées entre elles, sont tellement disposées, que leurs Centres de gravité soient en droite ligne; leur Centre commun de gravité sera au milieu de cette ligne droite.* 140

PROP. IV. Theor. *Le Centre de gravité de la difference de deux grandeurs est dans la ligne droite tirée par leurs Centres de pesanteur.* 141

PROP. V. Theor. *Le Centre de gravité de la difference de deux grandeurs divise la ligne droite tirée par leurs Centres de pesanteur, en deux parties reciproquement proportionnelles aux parties de la plus grande de ces deux quantitez.* 142

PROP. VI. Probl. *Trouver le Centre commun de gravité de deux grandeurs données, dont les Centres de pesanteur sont connus.* 143

PROP. VII. Probl. *Trouver le Centre de gravité de la difference de deux grandeurs données, dont les Centres de pesanteur sont connus.* 144

PROP. VIII. Probl. *Trouver le Centre de gravité*

TABLE

| | |
|--|-----|
| <i>d'une Ligne droite.</i> | 144 |
| PROP. IX. Probl. Trouver le Centre de gravité de deux Lignes droites. | 145 |
| PROP. X. Probl. Trouver le Centre commun de pesanteur de plusieurs Lignes droites données. | 146 |
| PROP. XI. Probl. Trouver le Centre de gravité du Contour d'un Triangle. | 147 |
| PROP. XII. Probl. Trouver le Centre de gravité du Contour d'un Quadrilatere. | 148 |
| PROP. XIII. Probl. Trouver le Centre de Pesanteur du Contour d'un Polygone. | 150 |
| PROP. XIV. Theor. Si l'on divise un arc de Cercle en autant d'arcs égaux que l'on voudra, en nombre parement pair, la Raison de la somme des cordes de tous ces arcs, à la moitié de la corde du grand arc, sera égale à celle du Sinus du complement de la moitié de l'un des petits arcs, à la distance du Centre du Cercle, & du Centre commun de gravité des cordes de tous ces petits arcs. | 151 |
| PROP. XV. Probl. Trouver le Centre de gravité d'un arc de Cercle donné. | 153 |
| PROP. XVI. Probl. Connoissant le Centre de gravité d'un Arc de cercle, trouver celui d'un Arc double. | 154 |
| PROP. XVII. Probl. Trouver le Centre commun de gravité d'un Arc de cercle donné, & de sa Corde. | 155 |
| <i>De la Ligne Quadratrice.</i> | 155 |
| Lettre du R. P. Nicolas de la Compagnie de Jesus à l'Auteur. | 161 |

SECTION II.

Du Centre de gravité des Plans.

PROPOSITION I. Theorème. Le Centre de gravité d'un Parallelogramme est en quelque point

DES TITRES.

- de la ligne droite qui passe par le milieu de deux côtez opposéz. 170
- PROP. II. Probl. Trouver le Centre de gravité d'un Parallelogramme donné. 170
- PROP. III. Theor. Le Centre de gravité d'un Triangle est dans la ligne droite qui passe par l'un des Angles, & par le milieu de son côté opposé. 171
- PROP. IV. Probl. Trouver le Centre de gravité d'un Triangle donné. 172
- PROP. V. Theor. Le Centre de gravité d'un Trapezoïde est dans la ligne droite, qui divise en deux également chacun des deux côtez paralleles. 173
- PROP. VI. Probl. Trouver le Centre de Pesanteur d'un Trapeze donné. 174
- PROP. VII. Probl. Trouver le Centre de pesanteur d'un Polygone donné. 175
- PROP. VIII. Theor. Si l'on divise un Arc de Cercle en autant d'autres petits Arcs égaux quel'on voudra, en nombre parement pair, le Centre de gravité de la Figure comprise par les Cordes de tous ces petits Arcs, & par les deux Rayons tirez des deux extremitéz, est éloigné du Centre commun de pesanteur de toutes ces Cordes, d'une distance égale au tiers de celle de ce même Centre commun de gravité des Cordes au Centre du Cercle. 176
- PROP. IX. Probl. Trouver le Centre de gravité d'un Secteur de Cercle donné. 178
- PROP. X. Probl. Trouver le Centre de gravité d'un Segment de Cercle donné. 179
- PROP. XI. Probl. Trouver le Centre de gravité d'une Lunulle. 180
- PROP. XII. Theor. Le Centre de gravité d'une Section Conique est dans son Diametre. 181
- PROP. XIII. Theor. Si sur tant d'Ordonnées qu'on
- ē iiij

T A B L E

| | |
|---|-----|
| <i>voudra à un même Diametre d'une Section Conique, l'on décrit autant de Triangles qui ayent leurs pointes au sommet de cette Section Conique, chacun de ces Triangles, & les Trapezes qui se trouveront dans la Section Conique, auront leurs Centres de gravité dans le Diametre de la même Section Conique.</i> | 182 |
| PROP. XIV. Theor. <i>Les Centres de gravité de deux Paraboles quelconques divisent semblablement les Diametres.</i> | 183 |
| PROP. XV. Probl. <i>Trouver le Centre de gravité d'une Parabole donnée.</i> | 187 |
| PROP. XVI. Probl. <i>Trouver le Centre de gravité d'une Parabole tronquée.</i> | 189 |
| PROP. XVII. Theor. <i>Si l'on décrit un Cercle autour d'une Ellipse, & que l'on tire sur le grand Axe une perpendiculaire quelconque, les Segmens du Cercle & de l'Ellipse auront un même Centre de gravité.</i> | 190 |
| <i>Lettre du R. P. Nicolas de la Compagnie de Jesus à l'Auteur.</i> | 192 |
| Methodus ad inveniendum Centrum gravitatis in novâ Quadratrice D. Tschirnhaus. | 196 |
| LEMMA I. | 199 |
| LEMMA II. | 200 |
| LEMMA III. | 201 |
| LEMMA IV. | 202 |

SECTION III.

Du Centre de gravité des Solides.

PROPOSITION I. Theorème. *Si l'on coupe un Prisme par un Plan parallele aux deux Plans oppozés, la Section sera un Plan égal & semblable à chacun de ces deux Plans oppozés: & son Centre de gravité sera dans la ligne droite qui*

DES TITRES.

- passé par les Centres de pesanteur des deux mêmes Plans opposés.* 206
- PROP. II. THEOR. *Le Centre de gravité d'un Prisme est au milieu de la ligne droite qui passe par les Centres de gravité de deux Plans opposés.* 208
- PROP. III. THEOR. *Si l'on coupe une Pyramide par un Plan parallèle à sa base, la Section sera un Plan semblable à cette base, & son Centre de gravité sera dans la ligne droite, qui passe par le Centre de pesanteur de la base & par la pointe de la Pyramide.* 209
- PROP. IV. THEOR. *Le Centre de gravité d'une Pyramide est dans la ligne droite qui passe par une de ses pointes & par le Centre de pesanteur du Plan opposé à cette pointe.* 211
- PROP. V. THEOR. *Le Centre de gravité d'un Hémisphère est dans le Demi-diamètre perpendiculaire au Diamètre de sa Base.* 213
- PROP. VI. THEOR. *Le Centre de gravité d'un Hémisphère divise son Axe en deux parties, dont celle qui est la plus proche de la Surface, est à l'autre, comme 5 est à 3.* 214
- PROP. VII. PROBL. *Trouver le Centre de gravité d'un Cone.* 216
- PROP. VIII. THEOR. *Le Centre de gravité d'un Paraboloides est le même que celui du Triangle qui a pour Hauteur la Hauteur du Paraboloides, & pour Base le Diamètre de la Base du même Paraboloides.* 218
- PROP. IX. PROBL. *Trouver le Centre de gravité d'un Segment de Sphere.* 219
- PROP. X. PROBL. *Trouver le Centre de gravité d'un Secteur de Sphere.* 220
- PROP. XI. THEOR. *Si un Segment de Sphere, & un Segment de Spheroides, ont un même Axe, &*

LIVRE TROISIÈME.

De l'Hydrostatique.

CHAPITRE I.

Des Theorèmes.

- T**HEOREME I. Une liqueur pesante contenue dans un Cylindre perpendiculaire à l'Horizon, tend à sortir par en bas avec une force proportionnée à sa hauteur dans le Tuyau. 225
- T**HEOR. II. Si deux Cylindres de semblable liqueur sont d'égale hauteur, & d'inégale grosseur, & perpendiculaires à l'Horizon, la liqueur tend à sortir par l'ouverture d'en bas dans chacun avec une force proportionnée à sa Base. 227
- T**HEOR. III. Si deux Tuyaux d'inégale grosseur ont ensemble communication par un troisième Tuyau parallele à l'Horizon, la liqueur qu'on versera dans l'un de ces deux Tuyaux, se placera de niveau en montant dans l'autre Tuyau. 230
- L**EMME. Si deux Cylindres égaux en grosseur & en pesanteur sont de différente matiere, leurs longueurs seront entre elles reciproquement comme les pesanteurs specifiques de leurs matieres. 232
- T**HEOR. IV. Deux liqueurs différentes étant versées dans deux Tuyaux qui ont communication entre eux par un troisième Tuyau parallele à l'Horizon, leurs hauteurs seront reciproquement proportionnelles à leurs gravitez specifiques, lorsque leurs pesanteurs relatives seront égales. 233

DES TITRES.

THEOR. V. Si un Cylindre de quelque liqueur pesante est incliné à l'Horizon, la pesanteur relative de cette liqueur dans son Tuyau, est à la force avec laquelle elle tend à sortir par l'ouverture d'en bas du Tuyau, comme la longueur du même Tuyau est à sa hauteur. 234

THEOR. VI. Si un Tuyau perpendiculaire à l'Horizon, & plus gros par un bout que par l'autre, est rempli de liqueur pesante, cette liqueur aura la même force pour sortir par l'ouverture d'en bas, que si cette ouverture étoit égale à celle d'en haut. 235

THEOR. VII. Un Corps dont la pesanteur est égale à celle du Volume de la liqueur dont il occupe la place, demeure en Equilibre dans un Vaisseau plein de cette liqueur. 237

THEOR. VIII. Un Prisme dont la Pesanteur spécifique est moindre que celle de l'eau, étant posé dans le fond d'un Vase, sera en Equilibre, lorsqu'on y aura versé une telle quantité d'eau, que la hauteur de l'eau sera à celle du Prisme, réciproquement comme la gravité spécifique du Prisme est à celle de l'eau. 242

CHAPITRE II.

Des Problèmes.

PROBLEME I. Trouver la Proportion qui est entre les Gravitez spécifiques de plusieurs différentes liqueurs. 243

PROBL. II. Connoître la Raison qui est entre la Gravité spécifique d'une liqueur, & celle d'un solide plus pesant que cette liqueur. 244

PROBL. III. Trouver la charge que peut porter un Vaisseau sur l'eau de la Mer, ou d'une Ri-

TABLE DES TITRES.

| | |
|---|-----|
| <i>viere.</i> | 250 |
| PROBL. IV. <i>Etant connuë la Pesanteur d'un Prisme, marquer justement de combien il se doit enfoncer dans l'eau.</i> | 251 |
| PROBL. V. <i>Connoître par l'Hydrostatique si une piece douteuse d'or ou d'argent est bonne ou fausse.</i> | 253 |

C H A P I T R E I I I .

Des Machines Hydrauliques.

| | |
|----------------------------|-----|
| D <i>Es Pompes.</i> | 258 |
| <i>Des Barometres.</i> | 264 |
| <i>Des Thermometres.</i> | 265 |
| <i>Des Hygrometres.</i> | 266 |
| <i>Des Æolipyles.</i> | 267 |
| <i>Des Clepsydres.</i> | 268 |

Fin de la Table des Titres.

Extrait du Privilège du Roy.

PAR grace & Privilège du Roy, il est permis au sieur Ozanam, Professeur en Mathématique, de faire imprimer, vendre & distribuer un Livre intitulé *Cours de Mathématique, qui comprend toutes les parties de cette Science les plus utiles & les plus nécessaires, &c. Avec des Créations Mathématiques & Physiques, &c.* en un ou plusieurs Volumes, conjointement ou séparément, en telle marge, grandeur, & caractère qu'il voudra, durant le temps de quinze années, à commencer du jour que ledit Ouvrage sera achevé d'imprimer, avec défenses à tous Libraires, Imprimeurs, & à toute autre personne, d'imprimer, faire imprimer ledit Ouvrage sous pretexte de correction, d'augmentation, changement de titre, ni autrement, à peine de deux mille livres d'amende, & autres peines portées par ledit Privilège. DONNE' à Versailles le onzième jour de Janvier l'an de grace 1692. Signé, Par le Roy en son Conseil, B O U C H E R.

Et ledit sieur Ozanam a cédé le present Privilège à Jean Jombert, Libraire à Paris, suivant l'accord fait entre eux.

Registré sur le Livre de la Communauté des Libraires & Imprimeurs de Paris, le 21. Janvier 1692. Signé P. A U B O Û R N. Syndic.

T R A I T E'



T R A I T E'
D E
M E C A N I Q U E.



A Mecanique est une Science qui à l'aide des Machines enseigne le moyen de faire commodément & facilement mouvoir les Corps pesans, ce qui luy a aussi donné le nom de *Forces Mouvantes*. On l'appelle aussi

Ingenieuse, parce qu'elle dresse avec esprit des Machines ingenieuses, dont les unes se meuvent d'elles-mêmes, courent, sautent, & volent, & les autres levent & portent des fardeaux prodigieux, & ont des effets étranges & surprenans. On l'appelle encore *Statique*, parce qu'elle examine non-seulement les proprieté de la Pesanteur & du Mouvement local, mais encore les Centres de Gravité, l'Equilibre & la Décence des Corps naturels.

Neanmoins nous considererons ici la Statique comme une partie de la Mecanique, laquelle nous diviserons en deux Livres, dont le premier traitera des Machines simples & composées, & le second de la Statique. Nous ajoûterons un troisié-

D E F I N I T I O N S.

I.

LE *Mouvement* en general est le changement d'une chose : & lorsque ce changement se fait en la substance de la chose, on l'appelle *Generation*, ou *Corruption*, qui appartient à la Physique : mais quand il arrive selon la quantité de la chose, il est appelé *Accroissement*, ou *Diminution*, qui appartient à la Geometrie : & enfin quand il se fait selon le lieu, on le nomme *Mouvement local*, qui appartient à la Mecanique, & que par conséquent nous considerons ici particulierement. Ainsi nous dirons que le *Mouvement local* est le changement de place, ou le passage continuel d'un corps qui se meut d'un lieu à un autre, soit en son tout, soit en ses parties seulement : Ce *Mouvement* peut être *Egal*, qui est celuy par lequel le Corps qui se meut, & qu'on appelle *Mobile*, parcourt des espaces égaux dans des temps égaux, comme le *Mouvement* des Corps Celestes, lequel se faisant en rond, ne doit recevoir aucune alteration, parce qu'il se fait autour d'un centre qui est également éloigné : & *Inégal*, qui s'augmente continuellement, lorsqu'il n'est point interrompu, comme le *Mouvement* des Corps Terrestres, qui n'est pas uniforme, lorsqu'ils tombent librement vers le centre de la Terre, comme l'experience le fait connoître tous les jours.

Galilée appelle ce *Mouvement inégal*, qui est le *Mouvement* naturel des Corps pesans, *Mouvement uniformément acceleré*, parce que l'experience luy

a fait connoître, que le Corps qui se meut en tombant librement de haut en bas, acquiert en temps égaux de sa chute des degrez égaux de vîtesse: c'est à dire qu'en divisant le temps de la chute en parties égales, que nous appellerons *Momens*, la vîtesse du Mobile au second Moment est double de celle qu'il a acquise au premier, qui se compte depuis le commencement de sa chute: & que pareillement la vîtesse du troisième Moment est triple de celle du premier, & la vîtesse du quatrième Moment quadruple de celle du même premier, & ainsi des autres, ce qui convient assez bien aux expériences qui en ont été faites.

D'où il suit que les espaces parcourus par le Mobile, sont en Raison doublée, ou comme les Quarrez des Momens, ou des Vîtesses, parce que l'on suppose que les Momens croissent comme les Vîtesses, & que les espaces parcourus sont en Raison composée de celles des Momens & des Vîtesses: c'est à dire que si la chute du Corps pesant se fait par exemple en 10 minutes de temps, & qu'à la première minute qui passe pour un Moment, le Corps descende d'une lieuë, au second Moment il descendra de quatre lieuës, & au troisième Moment il sera descendu de neuf lieuës, & ainsi en suite en comptant depuis le point du repos, selon les quarrez des Nombres naturels 1, 4, 9, 16, 25, &c. de sorte qu'à la dixième Minute l'espace parcouru sera de cent lieuës.

D'où il est aisé de conclure, que dans chaque Moment, ou chaque Minute, les espaces parcourus croissent les uns par dessus les autres, selon la suite des nombres impairs 3, 5, 7, 9, &c. qui sont les différences des quarrez 1, 4, 9, 16, 25, &c. de sorte que si le Mobile descend dans la première

4 TRAITÉ DE MÉCANIQUE.

Minute d'une lieuë, l'espace qu'il parcourra depuis la première jusqu'à la seconde Minute sera de trois lieuës, ou triple du premier, & l'espace qu'il parcourra depuis la seconde jusqu'à la troisième Minute, sera de cinq lieuës, ou quintuple du premier, &c.

Parce que par 4. 6. les Triangles semblables sont entre eux comme les quarez de leurs côtez homologues, on peut considérer les espaces parcourus dans des Momens égaux, comme des Triangles semblables, & les Momens & les Vîtesses, comme les côtez homologues des mêmes Triangles. Cela s'entendra mieux par le Triangle ABC, que nous prendrons pour l'espace parcouru par le Mobile, qui a tombé par exemple en quatre minutes de temps, dont la mesure sera le côté AB, la Base BC représentant la vîtessè que le Corps a acquise en tombant.

Plan-
che 1.
1. Fig.

Si l'on divise le temps AB, & la vîtessè BC, chacun en quatre parties égales, parce que le temps de la chute a été supposé de quatre minutes, chacune des parties AD, DE, EF, FB, de la ligne AB représentera une minute, ou un Moment, & chacune des parties BG, GH, HI, IC, de la ligne BC, représentera un degré de vîtessè, parce que nous avons supposé que les Vîtesses & les Momens croissent continuellement en même proportion.

Si l'on joint les points de division des deux côtez AB, BC, par des lignes paralleles au troisième côté AC, & que par les mêmes points de division l'on tire aux deux mêmes côtez AB, BC, des lignes paralleles, le Triangle ABC se trouvera divisé en seize petits Triangles égaux entre eux, qui luy seront semblables.

Ensuite de cette construction, & de la supposi-

DEFINITIONS.

tion que nous avons faite, on connoîtra aisément que la ligne AD représentant le premier Moment de la chute d'un Corps, la ligne DM, ou BG son égale, représentera la Vitesse acquise par le Corps tombant dans le premier Moment, & le Triangle ADM représentera l'espace parcouru par ce Corps avec un degré de Vitesse. On connoîtra pareillement que la ligne AE représentant le second Moment de la chute du Mobile, la ligne EL, ou BH son égale, représentera la Vitesse acquise par le Mobile tombant dans le second Moment, & le Triangle AEL représentera l'espace parcouru par ce Mobile avec deux degrez de Vitesse, lequel espace AEL est bien quadruple du premier ADM, &c.

Plan-
che 1.
1. Fig.

I I.

Le *Mouvement de Vibration*, est un Mouvement circulaire d'un Corps, qui est ordinairement Spherique, comme B, ou C, qu'on appelle *Pendule*, parce qu'il est suspendu par un filet inflexible AB, ou AC, attaché au point fixe A, qu'on nomme *Centre de Mouvement reciproque*, parce que c'est autour de ce point A que le Pendule se meut, quand on l'a ôté du lieu D le plus bas, qui est le lieu de son repos, pour y retourner, en allant & en revenant deçà & delà à l'égard de ce point D, par des arcs de Cercle, comme BDC, qu'on appelle *Vibration simple*, quand le Poids est venu depuis B, jusques en C, pour le distinguer de la *Vibration composée*, qui est l'arc BDC redoublé décrit par le Mouvement reciproque du Poids, lorsque de B il est allé en C, & que de C il est revenu environ au même point B, d'où il avoit commencé à se mouvoir. La longueur AB, ou AC, du filet in-

2. Fig.

flexible, en la prenant depuis le centre A du Mouvement jusqu'au centre du Pendule, se nomme *Longueur du Pendule*.

Toutes les Vibrations d'un même Pendule, soit grandes ou petites, sont à peu près d'une égale durée, c'est à dire qu'un Pendule demeure environ autant de temps à revenir de C vers B, qu'il en a employé pour aller de B en C. Mais les Pendules de différentes longueurs ont un nombre inégal de Vibrations en temps égal, parce que celles d'un Pendule d'une certaine longueur sont d'une plus grande durée que celles d'un autre Pendule, dont la longueur est plus petite : & l'on a connu par plusieurs expériences, comme nous avons déjà dit dans la Geometrie, que les longueurs de deux Pendules sont reciproquement proportionnelles aux quarrés des nombres de leurs Vibrations en temps égal, c'est à dire que la longueur du premier Pendule, est à celle du second, comme le quarré du nombre des Vibrations de ce second dans un certain temps, est au quarré du nombre des Vibrations du premier dans le même temps.

On observe dans les Corps liquides, comme dans l'Eau, un autre Mouvement circulaire, qu'on appelle *Mouvement d'ondulation*, qui se fait en jettant dans l'Eau un Corps pesant, qui fait tourner les parties de l'eau en cercle, ce qui s'appelle *Ondulation*.

I I I.

La *Pesanteur* qu'on appelle aussi *Poids*, & *Gravité*, est l'inclination naturelle qui se trouve dans les Corps pesans, pour se mouvoir lorsqu'ils ne sont point soutenus, & se porter en bas vers le Centre de la Terre, lequel à cause de cela est appelé *Centre des Graves*.

On appelle *Pesanteur Specifique*, ou *Gravité Specifique* d'un Corps pesant, celle qui procede de la densité des parties materielles, dont il est composé, qui fait que ce Corps pese plus qu'un autre de même Volume. Ainsi l'on connoît que la Gravité Specifique de l'Eau est plus grande que celle de l'Huile, que la Pesanteur Specifique de l'or est plus grande que celle de l'argent, &c.

Mais on appelle *Pesanteur absoluë* d'un Corps pesant, la force qu'il a de descendre librement dans un Milieu liquide, lorsqu'il ne touche à quoy que ce soit qu'aux parties de ce Milieu; comme la Pesanteur absoluë d'une pierre qui est dans l'Air, est la force qu'elle a de descendre librement, lorsqu'elle ne touche à quoy que ce soit qu'aux parties de l'Air.

Enfin on appelle *Pesanteur relative* d'un Corps pesant, que les Latins appellent *Momentum*, & les Grecs *Rhope*, la force que ce Corps a de descendre étant appliqué à quelqu'autre chose qu'aux parties du Milieu, comme sur un Plan incliné, ou bien à l'extrémité d'un Levier ou d'une Balance, où il arrive souvent que ce Corps contre-pese à un plus grand, ce qui s'appelle *Equilibre*, selon qu'il est plus éloigné du Centre de Mouvement. Il est évident que la Pesanteur absoluë est plus grande que la Pesanteur relative, qui est composée de la Pesanteur absoluë, & de la distance du Point fixe, qui fait agir le Corps pesant avec plus ou moins de facilité, selon qu'il est plus ou moins éloigné du Point fixe.

I V.

La *Puissance* est tout ce qui peut mouvoir un Corps pesant, & c'est à cause de cela qu'on l'appelle

§ TRAITÉ DE MÉCANIQUE.

aussi *Force Mouvante*. Ainsi la Pesanteur ou le Poids est une Puissance par rapport au Corps pesant qu'elle peut mouvoir, & cette Puissance s'appelle *Puissance inanimée*, à la différence de celle qui est *Animée*, comme la Puissance d'un Animal.

La *Quantité d'une Puissance* s'estime par la quantité de la Pesanteur du Corps qu'elle soutient, en le tirant ou en le poussant de bas en haut, simplement dans la ligne selon laquelle il tend à descendre. Ainsi on dira qu'une Puissance est *Double*, ou *Triple* d'une autre Puissance, quand elle soutiendra le double, ou le triple de cette autre.

V.

Le *Centre du Mouvement* d'un Corps pesant, ou le *Point fixe*, que les Latins appellent *Anse*, & les Grecs *Hypomoclion*, ou *Point d'appuy*, est celui par lequel le Corps est arrêté, & autour duquel on le peut mouvoir. Ce Point est dans une Balance celui où elle est suspendue, & dans le Levier, celui où cette Machine est appuyée.

V I.

Le *Centre de Pesanteur*, ou le *Centre de Gravité* d'un Corps pesant, est un point par lequel le Corps étant soutenu, toutes les parties du Corps, qui sont autour de ce point, se contre-balancent les unes les autres, & s'empêchent réciproquement de descendre, de sorte que quelque situation que l'on donne à ce Corps, il ne panche pas plus d'un côté que d'autre, & demeure toujours en cette situation.

Il est évident que le Centre de gravité s'uniroit au Centre des Graves, si le Corps y pouvoit dé-

centre : & que ce Centre de pesanteur en un Corps pesant regulier & homogéne, est le même que son *Centre de grandeur*, qui est un point de ce Corps autant qu'il est possible également éloigné des extremités.

On appelle *Corps homogéne* celui dont la matiere est uniforme, & par tout également pesante : & *Corps heterogéne*, celui qui est composé de matieres diverses en pesanteur. Il est évident qu'un Corps liquide n'a point de luy-même de centre de pesanteur, parce que ses parties sont détachées les unes des autres, & qu'elles sont dans un continuel mouvement, comme l'Eau, & tout ce qu'on appelle liqueur.

Il en est de même d'un Corps fluide, quoy qu'un Corps fluide ne soit pas tout-à-fait la même chose qu'un Corps liquide : car le *Corps liquide* est celui qui étant en suffisante quantité coule continuellement, & s'étend au dessous de l'Air, jusqu'à ce que sa Surface supérieure se soit mise de Niveau : & le *Corps fluide* est celui qui se laisse traverser aisément, & dont les parties séparées se réunissent aussi-tôt, comme l'Air, la flamme, l'Eau, l'Huile, le Mercure, ou le Vif-Argent, & les autres liqueurs.

VII.

La *Ligne de direction* d'un Corps pesant, ou d'une Puissance, c'est la ligne droite dans laquelle ce Corps, ou cette Puissance tend à se mouvoir. Dans un Corps pesant, c'est la ligne droite, dans laquelle ce Corps pesant tend à descendre : & dans une Puissance, c'est la ligne droite, par laquelle cette Puissance tire ou pousse un Poids, pour le soutenir, ou pour le mouvoir.

Plan-
che 1.
3. Fig.

Comme si le Poids A est suspendu au point B, par le filet AB, ce Poids A, par sa pesanteur tend à descendre selon la ligne AB, qui est sa Ligne de direction, mais si le filet AB passant par dessus une Poulie B, se continuë vers C, où il y ait une Puissance qui empêche le Poids A de descendre, en le tirant par la ligne BC, cette ligne BC est la Ligne de direction de la Puissance en C.

V I I I.

4. Fig.

L'Application d'une Puissance à un Levier est l'Angle que fait la Ligne de direction de cette Puissance avec le Levier. Comme si AB est un Levier, dont le Point fixe soit C, & qu'une Puissance en E soutienne le Poids D suspendu à l'extrémité A, par le filet AD, en sorte que la Ligne de direction de cette Puissance soit la droite BE; l'Angle ABE que fait cette Ligne de direction BE avec le Levier AB, est l'Application de la Puissance à ce Levier AB. Nous démontrerons dans la suite qu'une Puissance étant appliquée à Angles droits est capable d'un plus grand effet que si elle étoit appliquée à Angles obliques, parce que dans ce cas elle s'approche plus du Point fixe, comme vous allez voir par la Définition suivante.

I X.

La Distance d'une Puissance, ou d'un Poids, est une ligne perpendiculaire tirée du Point fixe d'une Machine sur la Ligne de direction. Comme si la Ligne de direction de la Puissance en E est la droite BE, sa perpendiculaire CF, qui part du point fixe C, du Levier AB, sera la Distance de la Puissance, comme si cette Puissance étoit en F, laquelle Distance seroit égale à la ligne BC, si la Ligne de direction

SUPPOSITIONS.

II

BE luy étoit perpendiculaire. C'est pourquoy la Distance du Poids D, dont la Ligne de direction AD est perpendiculaire au Levier AB, fera la partie AC, comme si le Poids étoit en A.

X.

Le *Centre de Percussion*, est le Point par lequel un Corps en se mouvant heurte avec le plus grand effort contre un autre Corps qui s'oppose à son mouvement. Il est évident que le Centre de percussion est à l'égard des Vitesses, ce que le Centre de gravité est à l'égard de la pesanteur.

SUPPOSITIONS.

I.

Quoique la Surface de la Terre soit convexe ou courbe, nous en supposerons néanmoins une petite partie comme plane, ou platte, parce que les sens la font juger telle, & qu'à l'égard des Machines cette supposition ne sçauroit tromper, à cause de la petite étendue d'une Machine, si grande qu'elle puisse être, à l'égard de toute la Surface de la Terre.

II.

Les Corps pesans, quand ils tombent librement, tendent au *Centre des Graves*, ou au Centre de la Terre par des lignes droites perpendiculaires à sa Surface, & par conséquent parallèles entre elles.

Cette supposition est une suite de la précédente, quoy qu'à la rigueur elle soit fautive comme la précédente, étant certain que les lignes droites qui se rencontrent en un point, ne sçauroient être paral-

leles entre elles. Neanmoins il n'y a point de danger de les supposer telles , parce que les Corps que nous comparons ensemble , sont si proches les uns des autres , & le concours de leurs Lignes de direction si éloigné de nous , qu'elles peuvent passer pour paralleles sans aucune erreur sensible.

D'où il suit que deux Murailles opposées d'une Chambre quarrée , faites exactement à la Regle & au Plomb , sont paralleles entre elles , quoy qu'à la rigueur Mathematique on puisse dire qu'elles sont plus écartées l'une de l'autre par en haut que par en bas , parce que la difference est trop petite , pour pouvoir être remarquée par nos sens.

I I I.

Les Corps dont la Gravité spécifique est plus grande , lorsqu'ils ne sont point retenus , s'approchent plus près de la Terre ; que ceux dont la Pesanteur spécifique est moindre. Ainsi l'on void par experience , que le Bois , l'Huile , la Cire , & plusieurs autres Corps , qui sont d'une Gravité spécifique moindre que l'Eau , nagent dessus cette Eau , & que si on les retient par force au fond de l'Eau , ils s'élèvent au dessus de la même Eau , lorsqu'ils sont laissez en liberté. On void aussi que les Corps d'une Gravité spécifique plus grande que celle de l'Eau , comme la Pierre & les Métaux tombent au fond de l'Eau.

I V.

Toutes les parties d'un Corps dur , sont en repos , & sont unies les unes avec les autres. On appelle *Corps dur* celuy que l'on peut traverser difficilement , & dont les parties étant séparées , quand il est traversé , ne se rejoignent pas , à la difference du Corps

fluïde, comme l'Eau, que l'on traverse facilement, & dont les parties étant séparées, en y enfonçant par exemple un bâton, se réunissent d'abord en ôtant le bâton.

V.

La Pesanteur d'un Corps dur se décharge sur ce qui le soutient. L'expérience fait connoître par exemple, que quand on soutient un seau plein d'eau pendu par une Corde, on ressent toute la Pesanteur du Seau, de l'eau, & de toute la corde, qui passent pour un seul Poids : & que pareillement lorsqu'on retient un Bâton par le bout, on supporte tout le Poids de ce Bâton.

VI.

Quoique les Machines, dont on se sert dans la Mécanique pour élever des Corps d'une Pesanteur énorme, soient tres-imparfaites, étant impossible qu'elles ayent toute la justesse & toute la perfection que la Théorie demande, néanmoins on ne laissera pas dans la suite de les supposer sans aucune imperfection, afin que par cette supposition l'on puisse tirer des conséquences justes, & prévoir assez bien les effets des Machines, par des raisonnemens tirez des suppositions précédentes, & des Axiomes suivans. De sorte que nous supposerons les Corps entièrement durs, & parfaitement polis, & d'une matière homogène : les Lignes parfaitement droites, sans aucune pesanteur, ni grosseur, ni flexibilité, si ce n'est quand il en sera fait une mention expresse : les cordes extrêmement souples, &c.

A X I O M E S.

I.

LE *Centre de Gravité* est un point indivisible, c'est à dire qu'un Corps pesant ne peut pas avoir deux Centres de pesanteurs differens : & comme nous avons déjà dit, aux Corps pesans reguliers & homogènes, le Centre de pesanteur est le même que le Centre de grandeur.

I I.

Les diverses pesanteurs de differens Corps homogènes & de même matiere, sont entre elles comme les Masses ou Soliditez de ces Corps. Comme si un pied cubique d'une certaine matiere homogène pese par exemple, une Livre, deux pieds cubiques de la même matiere peseront deux Livres.

D'où l'on tire la maniere de trouver la pesanteur d'un Corps homogène par sa solidité connue en pieds ou en pouces cubiques, ou bien sa solidité par sa pesanteur connue en Livres, ou en Onces, ayant une fois connu par le moyen d'une Balance la pesanteur d'un Corps homogène de la même matiere, & par la Geometrie sa solidité : après quoy on pourra aisément connoître par la Regle de trois directe la solidité du Corps proposé, dont on connoît la pesanteur, ou bien la pesanteur du Corps proposé, dont on connoît la solidité, &c.

I I I.

La Pesanteur d'un Corps homogène est également distribuée dans toutes ses parties : & si cette Pesanteur étoit reduite au Centre de Gravité de ce

Corps, elle le mouvroit encore comme elle le mouvrait auparavant, car c'est le Centre de Gravité qui regle tout. Ainsi quand nous avons dit, que les Corps pesans tendent à descendre par des lignes droites qui vont au Centre de la Terre, cela se doit entendre à l'égard de leur Centre de pesanteur: & l'on peut dire que la *Ligne de direction* d'un Corps pesant, qui descend librement, est une ligne droite tirée du Centre des Graves par le Centre de Gravité de ce Corps.

I V.

Un Corps pesant descend toujours au lieu le plus bas, où il peut aller, lorsqu'il ne rencontre point quelqu'autre Corps qui s'oppose à sa descente, ce qui se doit entendre à l'égard de son Centre de Gravité, où se fait le principal effort de descendre, de sorte qu'afin que le Corps se meuve, il faut que le Centre de pesanteur puisse descendre, autrement le Corps ne bougera point.

Ainsi l'on voit que le Corps incliné ABCD, qui est posé sur un Plan Horizontal, ne sçauroit tomber vers la partie D, où il s'incline, parce que son Centre de pesanteur E monteroit, comme l'on connoitra en décrivant du point A, comme Centre, l'arc de Cercle EF, qui est celuy que feroit le Centre de pesanteur E, autour du point A, si le Corps ABCD pouvoit tomber, parce qu'une partie de cet arc s'éleve au dessus du point E.

Mais on voit que le Corps incliné ABCD, qui s'appuye sur un Plan Horizontal, doit nécessairement tomber vers la partie D, où il s'incline, parce que son Centre de pesanteur E peut descendre, comme l'on connoitra en décrivant comme auparavant, du point A, par le point E, l'arc de Cercle

Plan
che 1.
5. Fig.

6. Fig.

Plan-
che 1.
6. Fig.

EF, qui est celuy que fera le Centre de pesanteur E, autour du point A, lorsque le Corps ABCD tombera, parce que tous les points de cet arc s'abaissent au dessous du point E, comme il est aisè à démontrer.

Ainsi l'on void qu'afin qu'un Corps demeure ferme sur quelque appuy que ce soit qui ne soit point incliné, il faut que sa Ligne de direction tombe en quelque part dans le pied ou la base de ce Corps, qui trébuchera necessairement, lorsque sa Ligne de direction tombera hors de cette base, comme en la Fig. 6.

D'où il suit que d'autant plus petite sera la base du Corps, quand mêmes il ne seroit pas incliné, d'autant plus facilement il pourra trébucher, parce que le moindre changement est capable de faire sortir sa Ligne de direction hors de son pied: ce qui fait qu'une boule roule facilement sur un Plan, & qu'une aiguille ne peut pas se soutenir sur sa pointe.

Il s'ensuit aussi que plus la base du Corps est large, plus facilement il se soutiendra, parce qu'il faut un plus grand changement pour faire sortir sa Ligne de direction hors de cette base. Ainsi l'on ne doit pas s'étonner si l'on void des Tours inclinées, comme celle de Boulogne, & des Escaliers, qui semblent menacer de ruïne, sans tomber.

7. Fig.

On void aussi facilement que si le Plan qui soutient le Corps ABCD, est incliné, ce Corps glisera lorsque sa Ligne de direction tombera en quelque point de sa base AD: & qu'il roulera lorsque sa Ligne de direction EG tombera hors la même base AD, comme il arrivera au Corps ABCD, qui est au dessous de l'autre marqué par les mêmes lettres.

D'où il suit qu'une Boule posée sur un Plan incliné

incliné, comme sur un Toit, doit rouler incessamment, jusqu'à ce qu'elle ait trouvé le lieu le plus bas, parce que sa Ligne de direction n'étant point perpendiculaire à ce Plan, puisqu'elle est perpendiculaire à l'Horizon, ne sçauroit passer par son pied, qui est un point presque indivisible, où elle touche le Plan.

Plan-
che 1.

7. Fig.

Nous observons naturellement cette Loy de Mécanique dans toutes les rencontres, pour nous empêcher de tomber, comme quand nous nous voulons lever, lorsque nous sommes assis, nous recourbons le Corps, en sorte que la Ligne de direction de nôtre Corps passe par nos pieds, sur lesquels nous nous appuyons, quand nous commençons à nous lever.

Les Peintres & les Sculpteurs doivent avoir égard à observer cette Loy, c'est à dire qu'ils doivent prendre garde à ne pas donner à leurs Figures des Attitudes, que naturellement ils ne sçauroient avoir.

Les Animaux observent aussi naturellement la même Loy, pour se soutenir & s'empêcher de tomber.

Il s'ensuit aussi que le Corps B, ou C, qui est suspendu au point A, demeurera en repos, lorsque sa Ligne de direction passera par ce point A, parce qu'il arrivera au lieu le plus bas D, d'où si l'on tire ce Poids, il y reviendra de luy-même par sa propre pesanteur, parce que son Centre de Gravité peut descendre, mais il ne s'y arrêtera pas qu'après un certain nombre de Vibrations causées par la Vitesse qu'il acquerra en y voulant aller, ce qui l'obligera à en sortir & à remonter par un *Mouvement violent*, c'est à dire par un *Mouvement* qui luy est imprimé contre sa nature.

2. Fig-

Ce que nous avons dit du Centre de pesanteur

B

Plan-
che 1.
2. Fig.

d'un Corps pesant, se doit aussi entendre du *Centre commun de Gravité* de deux Corps pesans, qui est le point d'un Levier ou d'une Balance, autour duquel ces deux Poids attachez à ce Levier ou à cette Balance, demeurent en Equilibre; parce que ces deux Poids peuvent être considerez comme un seul, dont le Centre particulier de pesanteur est le même que le Centre de Gravité commun à ces deux Poids separez.

C'est à dire que comme les Corps pesans ne se meuvent que pour descendre, & qu'ils descendent toujours autant qu'ils peuvent, soit qu'ils le fassent par inclination, soit qu'ils soient portez par quelque principe étranger; Si la décente de deux Corps l'un à l'autre est empêchée, ils se mettront dans la situation dans laquelle il restera moins de Mouvement à faire au Centre commun de Gravité pour achever leur décente.

V.

Deux Poids égaux qui sont attachez par leurs Centres de pesanteur aux deux extremittez d'une Balance suspenduë par le milieu, c'est à dire dont le Point fixe est précisément au milieu de ces deux Poids, sont en Equilibre, parce qu'étant égaux, il n'y a point de raison qui oblige l'un à descendre plutôt que l'autre.

VI.

Si une Puissance peut soutenir un Poids à l'aide d'une Machine, une Puissance plus grande de si peu que l'on sçauroit imaginer, sera capable de le mouvoir.

VII.

Si deux Poids étant suspendus à certaines distances du Point fixe sont en Equilibre, deux autres Poids égaux à ces deux, & mis en leur place, seront aussi en Equilibre.

VIII.

Un Poids égal à la pesanteur d'un Corps étant suspendu par le Centre de Gravité de ce Corps, fait le même effet que la pesanteur du Corps, laquelle dans ce cas doit être considérée comme rien.

Cet Axiome est équivalent au troisième, car faire pendre du Centre de pesanteur d'un Corps un Poids égal à cette pesanteur, c'est la même chose que de réduire la même pesanteur au Centre de Gravité.

IX.

Le Poids ou la Puissance qui pousse ou tire un certain point de sa Ligne de direction, pousse ou tire de la même façon tous les autres points, qui sont dans la même Ligne de direction.

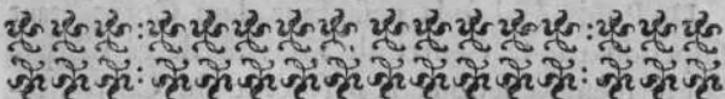
Comme si une Puissance appliquée en E soutient le Poids D, en tirant par la Ligne de direction EB, cette Puissance tirera de la même façon tous les points de la même Ligne EB. Planche I.
4. Fig.

D'où il suit qu'on ne changera point l'effet de la Puissance, si au lieu de la placer en E, on la place en F, ou en quelqu'autre point de la même Ligne de direction EB.

Il s'ensuit aussi que le Poids D pese autant proche de la Terre que lorsqu'il en est un peu plus éloigné.

gné, parce qu'on n'attribuë aucune pesanteur à la Corde AD, qui le soutient.

Il s'ensuit encore qu'une Puissance qui s'applique à Angles obliques, a moins de force que celle qui s'applique à Angles droits, & qui par consequent est plus éloignée du Point fixe, ce qui augmente sa force, comme il est évident, *par Prop. 1.* de la Balance, dont nous allons parler dans le Livre suivant.



LIVRE PREMIER.

DES MACHINES SIMPLES

ET COMPOSEES.

ON appelle *Machine* tout ce à l'aide de quoy on peut procurer, ou empêcher le Mouvement: & *Machine simple* ce que proprement on appelle *Organe*, ou *Instrument*, celle qui est composée d'une seule piece, comme le Levier.

On compte ordinairement six Machines simples, sçavoir la *Balance*, le *Lever*, la *Poulie*, la *Rouë avec son Aissieu*, le *Coin*, & la *Vis*, dont nous allons traiter par ordre dans les Chapitres suivans:

CHAPITRE I.

De la Balance.

LA *Balance* est une Verge droite inflexible, & sans pesanteur, mobile autour d'un Point fixe,

& chargée de part & d'autre à l'égard de ce Point fixe d'un ou de plusieurs Poids, qui luy sont attachez par leurs propres Centres de Gravité.

On dit qu'une Balance est *Horizontale*, quand elle est parallele à l'Horizon: & *Inclinée* quand elle penche plus d'un côté que d'autre vers l'Horizon. Le Point fixe divise la Balance en deux parties, qu'on appelle *Bras de la Balance*, lesquels font ensemble ce qu'on appelle *Fleau*, ou *Jong* de la Balance.

PROPOSITION I.

THEOREME.

Si deux Poids attachez aux extremittez d'une Balance horizontale sont entre eux reciproquement comme leurs distances du Point fixe, ils seront en Equilibre.

JE dis que si des deux extremittez A, B, de la Balance horizontale AB, dont le Point fixe est C, il pend les deux Poids D, E, dont le premier D, soit au second E, reciproquement comme la distance BC de ce second, à la distance AC du premier, ces deux Poids D, E, seront en Equilibre autour du Point C, de sorte que ce Point C sera leur Centre commun de pesanteur.

Plan-
che 2.
8. Fig.

PREPARATION.

Prolongez le Bras AC de la Balance vers G, en sorte que la ligne AG soit égale à l'autre Bras BC, & pareillement le Bras BC vers F, en sorte que la ligne BF soit égale à l'autre Bras AC: & alors le Point fixe C sera précisément au milieu des deux Points F, G, c'est à dire que les deux parties CF, CG, se-

Plan-
che 1.
8. Fig.

ront égales entre elles, de sorte que si l'on considère la ligne FG comme un Cylindre homogène, le Point fixe C, qui est son Centre de grandeur, *par Defin. 6.* sera son Centre de pesanteur, *par Ax. 1.* Trans- portez encore AG en AH, ou ce qui est la même chose, BF en BH, parce que si des deux lignes égales AH, BC, on ôte la ligne commune CH, il restera la ligne AC, ou BF égale à BH. Ainsi considérant les deux lignes GH, FH, comme deux Cylindres homogènes, & de bases égales jointes au point H, leurs Centres de grandeur A, B, seront aussi leurs Centres de pesanteur, *par Ax. 1.*

DEMONSTRATION.

Parce que *par Supp.* le Poids D, est au Poids E, comme BC est à AC, ou comme AH est à BH, ou comme la double GH, à la double FH, & que *par 14. 1 2.* le Cylindre GH est au Cylindre FH, aussi comme la longueur GH, est à la longueur FH, le Poids D sera au Poids E, comme le Cylindre GH, au Cylindre FH; ainsi l'on pourra attribuer au Cylindre GH toute la pesanteur du Poids D, qui pend de son Centre de pesanteur A, & au Cylindre FH toute la pesanteur du Poids E, qui pend de son Centre de Gravité B, ce qui n'apportera aucun changement, *par Ax. 3. & 9.* & comme le point C est le Centre commun de pesanteur des deux Cylindres GH, FH, ou le Centre particulier de Gravité du seul Cylindre GF, il sera aussi le Centre commun de pesanteur des deux Poids D, E, de sorte que ces deux Poids D, E, doivent demeurer en Equilibre autour du Point fixe C. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Plan-
che I.
8. Fig.

Il suit évidemment de cette Proposition, que si les Poids D & E sont égaux entre eux, & leurs distances AC , BC , pareillement égales entre elles, les deux Poids D , E , seront aussi en Equilibre autour du point fixe C : & que si les mêmes Poids D , E , sont inégaux, le plus petit E doit être d'autant plus éloigné du Point fixe C , que le plus grand D , c'est à dire que la distance BC doit être d'autant plus grande que la distance AC , que le Poids D est plus grand que le Poids E ; de sorte que si ce Poids D est par exemple double du Poids E , il faut que la distance BC soit aussi double de la distance AC , afin que le plus petit Poids E puisse contre-peser au plus grand D . D'où il est aisé de conclure, que si peu que l'on augmente la distance BC , le Poids E qui répond à cette distance trébuchera, & pareillement si peu qu'on augmente la distance AC du Poids D , ce Poids D trébuchera: ou bien sans changer les distances AC , BC , si peu qu'on augmente l'un des des deux Poids E , D , il trébuchera, & l'emportera par dessus l'autre.

S C O L I E.

La Proposition inverse est aussi véritable, sçavoir que si les Poids D , E , sont en Equilibre autour du Point fixe C , ils seront entre eux en Raison reciproque de leurs distances BC , AC , parce qu'autrement l'un de ces deux Poids trébucheroit, sçavoir celui qui auroit plus grande Raison à l'autre, que la distance de cet autre, à la distance du premier, comme nous venons de remarquer dans le Corollaire precedent.

Nous avons supposé dans la Proposition, que la

Plan-
che 2.
9. Fig.

Balance AB étoit horizontale, néanmoins la Proposition sera aussi véritable dans une Balance inclinée, parce que *par Supp. 2.* les Lignes de direction des deux Poids D, E, qui pendent librement des deux points A, B, étant parallèles entre elles, les deux Poids D, E, agissent sur la Balance inclinée AB, comme sur l'Horizontale FG, à cause des deux Triangles semblables ACF, BCG, où l'on connoît que les deux distances CF, CG, sont proportionnelles aux deux lignes AC, BC, lesquelles par conséquent peuvent être prises pour les véritables distances des Poids D, E, du Point fixe C, étant certain *par Ax. 9.* que les Poids D, E, qui sont attachez aux deux extremités A, B, de la Balance inclinée A, B, ont un même effet que s'ils étoient attachez aux extremités F, G, de la Balance Horizontale FG, dont le Point fixe est le même Point C.

PROPOSITION II.

THEOREME.

Si une Balance qui a son Centre de Mouvement en dessus, & qui porte à ses extremités deux Poids égaux également éloignez du Point fixe, est horizontale, elle demeurera dans cette situation mais si on luy donne une autre situation, en l'inclinant d'un côté ou d'autre, elle retournera dans sa premiere situation.

10. Fig. **J**E dis premierement que si la Balance AB qui porte à ses deux extremités A, B, les Poids égaux D, E, qui tirent par des distances égales AC, BC, & qui a son centre de Mouvement en dessus au point F, qui répond perpendiculairement au point C de milieu, qui est le Centre commun des deux Poids

égaux D, E, en sorte que la ligne CF soit inflexible; est horizontale, elle demeurera dans cette situation, c'est à dire qu'elle demeurera en repos étant suspenduë par le point F. Plan-
che 2.
10. Fig.

DEMONSTRATION.

Puisque la Ligne AB est parallele à l'Horizon, par *Supp* sa perpendiculaire CF sera aussi perpendiculaire à l'Horizon, & sera par consequent la Ligne de direction de la quantité composée des deux Poids D, E, qui est soutenue par le point F, ainsi par *Ax. 9.* c'est comme si la Balance étoit suspenduë par le point C, milieu de AB, auquel cas par *Prop. 1.* les deux Poids D, E, doivent demeurer en Equilibre. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Je dis en second lieu, que si on incline la Balance AB, en sorte qu'une de ses extremités, comme A, baissè plus que l'autre extremité B, cette Balance AB se remettra d'elle-même dans sa premiere situation, lorsqu'elle sera libre, c'est à dire qu'elle reprendra la situation Horizontale. 11. Fig.

DEMONSTRATION.

Parce que la ligne AB est inclinée à l'Horizon, sa perpendiculaire CF sera aussi inclinée à l'Horizon, & s'écartera par consequent de la ligne FG, qui est perpendiculaire à l'Horizon, & qui est la Ligne de direction de la quantité composée des deux Poids D, E, qui est soutenue par le point F, ce qui fait par *Ax. 9.* que c'est comme si elle étoit soutenue par le point G, duquel le Poids E étant plus éloigné que le Poids D, a plus de force pour descendre que le Poids D, par *Coroll. Prop. 1.* & doit ainsi faire retourner la Balance inclinée AB dans sa situation horizontale. *Ce qui restoit à démontrer.*

Plan-
che 2.
31. Fig.

On peut ajouter pour un surcroît de démonstration, que le Poids E doit descendre, & la ligne CF se mettre dans la ligne FG, parce que le point C, qui est le Centre commun de gravité des deux Poids égaux D, E, peut en cette façon descendre, comme l'on connoîtra en décrivant du point F, où la Balance est suspenduë, par le point C, l'arc de Cercle CO, qui est celuy que décrira le Centre commun C de pesanteur, lorsque la Balance inclinée AB se remettra dans la situation horizontale, & que la ligne FC s'ajustera avec la Ligne de direction FG, & qu'enfin le Centre commun C de pesanteur descendra le plus bas qu'il pourra, sçavoir en O, &c.

PROPOSITION III.

T H E O R E M E.

Si une Balance qui a son Centre de Mouvement en dessous, & qui est chargée de deux Poids égaux attachez à ses extremittez, & également éloignez du Point fixe, est horizontale, elle demeurera dans cette situation: mais si on l'incline tant soit peu d'un costé ou d'autre, elle continuëra de s'incliner vers le même côté, jusqu'à ce qu'elle ait acquise une situation perpendiculaire à l'Horizon.

12. Fig. **J**E dis premierement, que si la Balance AB, qui porte à ses deux extremittez A, B, les Poids égaux D, E, qui tirent par les distances égales AC, BC, & qui a son Centre de Mouvement en dessous au point F, qui répond perpendiculairement au point de milieu C, en sorte que la ligne CF soit inflexible, est horizontale, elle demeurera dans cette situation.

DEMONSTRATION.

Plan-
che 2.
12. Fig.

Puisque *par Supp.* la ligne AB est parallèle à l'Horizon, sa perpendiculaire FC sera aussi perpendiculaire à l'Horizon, & fera par conséquent la Ligne de direction de la quantité composée des deux Poids D, E, qui est soutenue par le point F, sur lequel toute cette Pesanteur s'appuye : ainsi *par Ax. 9.* c'est comme si la Balance AB étoit suspendue par le point C, milieu de AB, auquel cas, *par Prop. 1.* les deux Poids égaux D, E, doivent demeurer en Equilibre, c'est à dire que la Balance doit demeurer en repos. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Je dis en second lieu, que si l'on incline tant soit 13. Fig. peu la Balance AB, par exemple du côté du Poids E, ce Poids E & toute la Balance continuera de s'incliner autour du Centre du Mouvement F, jusqu'à ce qu'elle ait pris une situation perpendiculaire à l'Horizon.

DEMONSTRATION.

Parce que la ligne AB est inclinée à l'Horizon, sa perpendiculaire CF sera aussi inclinée à l'Horizon, & s'écartera par conséquent de la ligne FG, qui étant perpendiculaire à l'Horizon, & passant par le Centre de Mouvement F, est la Ligne de direction de la quantité composée des deux Poids D, E, qui s'appuye sur le point F, ce qui fait *par Ax. 9.* que c'est comme si elle étoit soutenue par le point G, duquel le Poids E étant plus éloigné que le Poids D, doit contraindre la Balance à s'incliner de plus en plus vers E, *par Coroll. Prop. 1.* & doit ainsi donner à la Balance AB une situation perpendiculaire à l'Horizon. *Ce qu'il falloit démontrer.*

On peut ajouter pour un surcroît de démonstra-

Plan-
che 2.
13, Fig.

tion que le Poids E doit continuer de descendre, & la ligne CF s'ajuster avec la Ligne de direction FG, parce que le point C, qui est le Centre commun de pesanteur des deux Poids égaux D, E, peut en cette façon descendre & venir au dessous du point F, en O, qui est le lieu le plus bas où il peut aller, comme l'on connoitra en décrivant du point F, sur lequel s'appuye la Balance, par le point C, l'Arc de Cercle CO, qui est celuy que décrira le Centre commun C de pesanteur, lorsque la Balance inclinée AB continuëra de se mouvoir autour du point F, pour se mettre perpendiculaire à l'Horizon, &c.

PROPOSITION IV.

PROBLEME.

Etant connuë la pesanteur de deux Poids appliquez aux extremitéz d'une Balance, dont la longueur est connuë, trouver sur cette Balance le Centre commun de Mouvement.

Plan-
che 1.
8, Fig.

Supposons que le Poids D, qui pend de l'extrémité A de la Balance AB, dont la longueur est de 24 Pouces, soit de 12 livres, & que le Poids E, qui est attaché à l'autre extrémité B, pese 6 livres. Pour trouver le Centre commun de pesanteur de ces deux Poids, ou le Point fixe duquel la Balance AB chargée des deux Poids A, B, étant suspendue, ces deux Poids soient en Equilibre; cherchez à ces trois nombres 18, 6, 24, qui sont la somme des deux Poids D, E, le Poids E, & la Balance AB, un quatrième nombre proportionnel, qui donnera 8 Pouces pour la partie AC. Si donc on prend AC de 8 Pouces, on aura trouvé le Point

fixé C, autour duquel les deux Poids D, E, demeureront en Equilibre.

Plan-
che 1.
8. Fig.

DEMONSTRATION.

Parce que *par constr.* l'on a cette Analogie, $D + E, E :: AB, AC$, en divisant on aura cette autre Analogie, D, E, BC, AC , qui fait connoître *par Prop. 1.* que les deux Poids D, E, doivent demeurer en Equilibre autour du Point C. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

SCOLIE.

Quoique nous n'ayons attribué aucune pesanteur à la Balance AB, néanmoins il est impossible qu'elle n'en ait un peu, ce qui fait que la pratique précédente n'est pas bonne dans la rigueur : car bien que les Poids D, E, soient en Raison reciproque de leurs distances AC, BC, & le point C par conséquent le Centre de gravité de la quantité composée de ces deux Poids, néanmoins la pesanteur de la Balance AB n'y est pas comprise, ce qui doit empêcher l'Equilibre, & faire trébucher la Balance du côté du plus petit Poids E ; car si l'on suppose par exemple que la Balance AB pese trois livres, auquel cas le Bras AC en pesera une, & l'autre Bras BC deux, sçavoir le double, parce que le Poids D a été supposé double du Poids E, puisque nous avons donné 12 livres au Poids D, & 6 livres au Poids E, on connoitra que la quantité composée de la pesanteur du Poids D, & du Bras AC, est de 13 livres, & que la quantité composée du Poids E & du Bras BC, est de 8 livres, & que la Raison de 13 à 8 étant moindre que celle de BC à AC, le point C ne peut pas être le Centre commun de gravité de la quantité com-

Plan-
che 1.
8. Fig.

posée des deux Poids D, E, & de la Balance AB.

Ainsi pour résoudre le Problème proposé avec plus de rigueur, ce qu'il faudra faire lorsque la pesanteur de la Balance AB sera considérable, il faut imaginer qu'il pend du Centre commun de gravité C, un Poids égal aux deux D, E, ce qui ne changera point l'effet de ces deux Poids D, E, par Ax. 3. & que du point de milieu I, qui est le Centre de gravité de la Balance AB, il pend un autre Poids égal à celui de la Balance : & considérant CI comme une Balance chargée de ses deux Poids à ses extrémités C, I, on cherchera, comme il vient d'être enseigné, le Centre commun de pesanteur O, de ces deux Poids, &c.

PROPOSITION V.

PROBLÈME.

Etant connue la longueur & la pesanteur d'une Balance ayant à l'une de ses extrémités un Poids, dont la pesanteur est aussi connue, trouver sur cette Balance le Point fixe, autour duquel sa pesanteur & celle du Poids, demeurent en Equilibre.

Plan-
che 2.
14. Fig.

Supposons que la Balance AB pese 16 onces, & que sa longueur soit de 12 Pouces. Pour trouver sur cette Balance le point C, duquel la Balance étant suspendue, & étant aidée de sa pesanteur, soit en Equilibre avec le Poids D, qui pend de son extrémité A, & dont la pesanteur est supposée de 8 onces, cherchez à ces trois nombres 24, 16, 6, qui sont la somme de la Pesanteur du Poids & de la Balance, la pesanteur particulière de la Balance, & la moitié de sa longueur, un quatrième nombre pro-

portionnel, qui donnera 4 pouces pour la partie AC. Si donc on prend la partie AC de 4 pouces, on aura le point C, duquel la Balance AB étant soutenüe, sa pesanteur sera en Equilibre avec le Poids D.

Planche 2.
14. Fig³

DEMONSTRATION.

Si l'on imagine que du point de milieu F, ou du Centre de Pesanteur de la Balance AB, que je suppose uniforme, & également pesante dans toutes ses parties, il pend le Poids E, qui prene toute la pesanteur de la Balance, ce qui n'apportera aucun changement, *par Ax. 3.* & que l'on conçoive AF comme une Balance sans aucune pesanteur, & chargée des deux Poids D, E, appliquez à ses extremités; on considerera que puisque *par constr.* on a cette Analogie, $D + E, E :: AF, AC$, en divisant on aura celle-cy, $D, E :: CF, AC$, qui fait connoître *par Prop. 1.* que le point C est le Centre commun des deux Poids D, E, & par consequent en ôtant le Poids E, & en restituant à la Balance AB sa pesanteur, le Centre commun de pesanteur du Poids D, & de la Balance AB. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

PROPOSITION VI.

PROBLEME.

Plusieurs Poids d'une pesanteur connue étant appliquez à une Balance, trouver sur cette Balance le Centre commun de gravité de tous ces Poids.

Pour trouver sur la Balance AB, à laquelle nous n'attribuerons aucune pesanteur, le Centre de gravité de la quantité composée des quatre Poids

15. Fig⁴

Plan-
che 1.
13. Fig.

C, D, E, F, dont les pesanteurs sont connues, cherchez *par Prop. 4.* sur la Balance AB, le Centre commun de pesanteur I des deux Poids C, F, & sur la Balance GH le Centre commun de gravité K des deux autres Poids D, E, & enfin sur la Balance IK le Centre commun de gravité L, d'un Poids appliqué en I, & égal aux deux C, F, & d'un autre Poids attaché en K, & égal aux deux D, E, & ce point L, fera celuy autour duquel les quatre Poids C, D, E, F, seront en Equilibre.

DEMONSTRATION.

Si l'on réduit les deux Poids C, F, à leur Centre commun de pesanteur I, & pareillement les deux Poids D, E, à leur Centre commun de gravité K, ils agiront sur la Balance IK, comme sur la Balance AB, *par Ax. 3.* & comme ils doivent être en Equilibre autour du point L, sur la Balance IK, parce qu'ils sont en Raison reciproque de leurs distances LI, LK, ils demeureront aussi en Equilibre autour du même point L sur la Balance AB. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

S C O I E.

S'il y avoit encore un Poids, qui pendit de quel-
qu'autre point de la Balance AB, comme du point
M, il faudroit réduire la pesanteur des quatre Poids
C, D, E, F, à leur Centre commun de pesanteur L,
en imaginant que de ce point L, il pend un Poids
égal aux quatre C, D, E, F, & diviser la Balance LM
en un point, comme O, en sorte que ce Poids ap-
pliqué en L, fût à celuy qui est appliqué en M,
comme la distance OM est à la distance OL, & ce
point O sera le Point fixe qu'on cherche.

PROPOSITION

PROPOSITION VII.

PROBLEME.

Deux Poids étant donnez, dont le plus grand est suspendu à l'une des deux extremittez d'une Balance, dont la longueur & la pesanteur sont conuës, & dont le Point fixe est aussi donné, suspendre le plus petit, en sorte qu'étant aidé de la pesanteur de la Balance, il tienne le plus grand en Equilibre autour du Point fixe.

Supposons que la Balance AB pese deux onces, & que sa longueur soit de 14 pouces. Supposons encore que le Poids DO, qui est appliqué à son extremité A, éloignée du Point fixe C par exemple d'un Pouce, soit de 15 onces; pour trouver le point F, ou le Poids E qui pese par exemple, une once, étant appliqué & aidé de la pesanteur de la Balance AB, tienne l'autre Poids DO en Equilibre autour du Centre de Mouvement C; divisez la Balance AB en deux également au point G, qui sera son Centre de pesanteur, par Ax. 1. & faites pendre par pensée de ce point G, le Poids H, qui tienne lieu de la pesanteur de la Balance AB, c'est à dire qui pese deux onces. Après cela cherchez à ces trois nombres 1, 6, 2, qui sont la distance AC, la distance CG, & le Poids H, un quatrième proportionnel, qui donnera 12 onces pour la partie O du Poids DO, c'est pourquoy l'autre partie D sera de 3 onces. Enfin cherchez à ces trois autres nombres 1, 3, 1, qui sont le Poids E, la partie D, & la distance AC, un quatrième proportionnel, qui donnera 3 pouces pour la distance CF. Si donc on applique le Poids E au point F éloigné du Point fixe C de 3 pou-

Plan-
che 2.
16. Fig.

C

Plan-
che 2.
16. Fig.

34 TRAITE' DE MECANIQUE, LIV. I.
ces, ce Poids E tiendra le Poids DO en Equilibre
autour du Centre de Mouvement C.

DEMONSTRATION.

Puisque *par constr.* la distance AC est à la distance CG, comme le Poids H, ou la pesanteur de la Balance AB, est au Poids O : & que le Poids E est au Poids D, comme la distance AC, est à la distance CF; il s'ensuit *par Prop. I.* que le point C est le Centre commun de gravité des deux Poids H, O, dans la Balance AG, & des deux Poids E, D, dans la Balance AF. D'où il est aisé de conclure qu'il est aussi le Centre commun de pesanteur de la quantité composée des deux Poids D, O, ou du seul Poids DO, & de la quantité composée des deux Poids E, H : & qu'ainsi on a trouvé le point F, duquel le Poids E étant suspendu, & étant aidé de la pesanteur de la Balance AB, tient le Poids DO en Equilibre autour du Point fixe C. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

COROLLAIRE.

On tire de la pratique de ce Problème la maniere de diviser la *Balance Romaine*, qu'on appelle simplement *Romaine*, & communément *Peson*, & *Crochet*, & que les Latins appellent *Statere*, & les Grecs *Phalanx*, ce qui se peut faire en cette sorte.

Preparez une longue Verge de bois, ou de quelque autre matiere solide, comme de fer, par tout également grosse, & également pesante dans toutes ses parties, comme AB, & en mesurez exactement la pesanteur avec des Balances vulgaires. Attachez à son extremité A un crochet, pour y appliquer tout ce que l'on voudra peser, & marquez un

peu proche de cette extremité le point C pour le Centre de Mouvement, ou pour le Point fixe. Appliquez au delà de ce point C, le Poids E mobile avec son anneau F, qu'on appelle *Contrepoids*, dont la pesanteur en y comprenant celle de son anneau, doit aussi être exactement connue. Enfin marquez par le moyen de la pratique precedente, les points 1, 2, 3, 4, &c. où le Contre-poids E étant appliqué successivement, tiennent en Equilibre la pesanteur d'un Poids d'une livre, de deux livres, de trois livres, de quatre livres, &c. qu'on imaginera appliqué au point A, & tout sera fait.

Plan-
che 2.
16. Fig.

S C O L I E.

Quoique cette Methode soit assez bonne dans la Theorie, je ne voudrois pourtant pas trop m'y fier, à cause de l'irregularité qui se trouve ordinairement dans la matiere : c'est pourquoy dans la pratique, il vaudra mieux marquer grossierement ces points de division, en tenant la Balance AB suspendue horizontalement, & en avançant le Poids E de C vers B, aux points 1, 2, 3, 4, &c. jusqu'à ce qu'il demeure en Equilibre avec le Poids, d'une, de deux, de trois, de quatre livres, & ainsi ensuite jusqu'à ce qu'on ait rempli de diverses marques le Bras le plus long BC, & alors la Balance Romaine sera achevée, qui sera propre pour peser des Fardeaux extraordinairement pesans, à la difference des Balances vulgaires, qui n'en sçauroient peser que de petits.



PROPOSITION VIII.

PROBLÈME.

Construire une Balance trompeuse, qui demeure en Equilibre, étant vuide, & aussi étant chargée de Poids inégaux.

Plan-
che 2.
17. Fig.

Faites que l'un des deux Bras de la Balance, comme AC, soit un peu plus long que l'autre BC, comme d'une douzième partie, en sorte que AC soit à BC comme 12 est à 11 : & reciproquement faites que le Bassin E, qui répond au Bras le plus court, soit aussi d'une douzième partie plus pesant que le Poids D, qui répond au Bras le plus long, en sorte que la pesanteur du Poids E, soit à celle du Poids D, aussi comme 12 à 11, afin que ces deux Bassins étant vuides, & leurs pesanteurs étant en Raison reciproque de leurs distances AC, BC, demeurent en Equilibre autour du Point fixe C, par Prop. I.

Si dans ces Bassins on met des Poids, qui soient dans la même Raison de 12 à 11, en sorte que le plus petit Poids soit dans le Bassin le plus léger, & le plus grand dans le Bassin le plus pesant, ces Bassins remplis de leurs Poids feront des quantitez, qui seront dans la même Raison de 12 à 11, & par consequent dans une Raison reciproque de leurs distances AC, BC, ce qui fait par Prop. I. qu'ils seront aussi en Equilibre autour du Centre de Mouvement C.

Ainsi nous avons une Balance faussée, qui étant vuide demeurera en Equilibre, & étant remplie de Poids inégaux de la maniere que nous avons dite, doit aussi demeurer en Equilibre : mais pour con-

noître la fausseté, il n'y a qu'à changer les Poids d'un Bassin à l'autre, parce que si la Balance est faussée, l'Equilibre ne s'y rencontrera plus, car les Poids aidez de la pesanteur de leurs Bassins ne seront plus en Raison reciproque de leurs distances.

CHAPITRE II.

Du Levier.

LE *Levier* est une espece de Balance, ou Verge, Planche 1. comme AB, qui au lieu d'être suspenduë, est 4. Fig. appuyé sur un Point comme C, que nous avons appelé Point fixe, ou Centre de Mouvement, ayant le Poids d'une part, & la Puissance de l'autre. Il a été ainsi appellé, parce qu'il sert à soutenir, & à enlever des fardeaux avec facilité, & d'autant plus facilement que la Puissance est plus éloignée, ou le Poids plus proche du Point fixe, comme nous démontrerons, après avoir expliqué trois ou quatre sortes de Leviers, qui viennent ordinairement en usage.

Le *Levier de la premiere espece*, est celuy où le Point d'appuy, ou le Point fixe C, est entre le Poids suspendu à l'extremité A, & la Puissance appliquée à l'autre extremité B. Il est évident que les Ciseaux, les Tenailles, les Mouchettes, &c. sont des Leviers de la premiere espece. Planche 2. 18. Fig.

Le *Levier de la seconde espece* est celuy où le Point fixe C est à l'une de ses extremitez, & la Puissance est appliquée à l'autre extremité B, le Poids D étant suspendu au point A entre les deux extremitez, c'est à dire entre la Puissance & le Point fixe. Il est évident que la Rame & le Gouvernail d'un Ba-

Plan-
che 3.
19. Fig.

reau sont des Leviers de la seconde espece : comme aussi les Civieres & les Coûtreaux, qui sont attachez par un bout, & dont les Boulangers se servent ordinairement pour couper leur pain, & ceux qui font des Formes de sôliers, pour couper leur bois : comme encore les Portes, dont les Gonds servent de Point fixe, &c.

20. Fig. Le *Levier de la troisieme espece* est celuy dont le Point fixe C est en l'une de ses extremitéz, & où le Poids D est suspendu à l'autre extremité A, la Puissance étant appliqué au Point B, entre les deux extremitéz, c'est à dire entre le Poids & le Point d'appuy. Il est évident qu'une Echelle qu'on leve en la supportant vers le milieu, pour l'appliquer à une Muraille, contre laquelle elle est appuyée, est un Levier de la troisieme espece.

21. Fig. Il y a une quatrieme sorte de Levier, qu'on appelle *Levier recourbé*, dont l'usage se verra dans la suite: comme ACB, ainsi appelé, parce qu'il se recourbe sur le Point d'appuy C. On void évidemment qu'il est de la premiere espece, parce que le Poids D est suspendu à son extremité A, & que la Puissance est appliquée à l'autre extremité B, où elle tire par la Ligne de direction BE. Il est évident qu'un Marteau dont on se sert pour arracher un clou est un Levier recourbé.



PROPOSITION I.

THEOREME.

Si une Puissance qui a sa Ligne de direction perpendiculaire à un Levier parallele à l'Horizon, soutient un Poids à l'aide de ce Levier, il y aura même Raison de la Puissance au Poids, que de la distance du Poids, à sa distance de la Puissance au Point fixe.

JE dis que si une Puissance appliquée en B, & dont la Ligne de direction est perpendiculaire à l'Horizon, soutient le Poids D, dont le Centre de gravité correspond au point A, par le moyen du Levier AB parallele à l'Horizon, dont le Point fixe, ou le Centre de Mouvement est C; cette Puissance est au Poids D, reciproquement comme la distance AC du Poids, à la distance BC de la Puissance.

Plan-
che 2.
18. Fig.

DEMONSTRATION.

Car si au lieu de la Puissance appliquée en B, on applique le Poids E, qui tiens le Poids D en Equilibre autour du Point fixe C, on connoîtra aisément que ce Levier AB, qui est de la premiere espece, n'est autre chose qu'une Balance Horizontale, où nous avons démontré que le Poids E, est au Poids D, comme la distance AC, à la distance BC: & comme le Poids E fait le même effet que la Puissance appliquée en B, & ayant pour Ligne de direction la même ligne BE, il est nécessairement égal à cette Puissance, laquelle par consequent sera au Poids D, comme la distance AC, à la distance BC. *Ce qu'il falloit démontrer.*

S C O L I E.

Plan-
che 3.
21. Fig.

La démonstration se fera de la même façon dans un Levier recourbé, comme ACB , mais il faut supposer que la Ligne de direction BE de la Puissance est parallèle à l'Horizon, ou perpendiculaire au Bras recourbé BC , qui dans ce cas représentera la distance de la Puissance au Point fixe C , parce que je suppose que l'Angle ACB est droit : car si l'on prolonge le Bras AC au delà du Point d'appuy C , vers F , en sorte que CF soit égale à CB , & qu'on applique la Puissance en F , pour y agir de haut en bas, elle produira le même effet en F qu'en B , à cause des distances égales CB , CF , &c.

79. &
20. Fig.

La Démonstration sera aussi la même dans un Levier de la seconde & de la troisième espèce, car si l'on prolonge pareillement le Levier au delà du Point d'appuy C , vers E , en sorte que la ligne CE soit égale à la distance BC de la Puissance, & qu'au lieu d'appliquer la Puissance en B , on l'applique en E , elle aura en E le même effet qu'en B : & comme la Puissance en E est au Poids D , comme la distance AC , à la distance CE , dans le Levier ECA , qui est de la première espèce, la même Puissance en B , sera aussi au Poids D , comme la distance AC , à la distance CE , ou BC son égale.

C O R O L L A I R E.

Plan-
che 2.
18. Fig.

Nous tirerons de cette Proposition, les mêmes conséquences qui ont été tirées de la première Proposition de la Balance, sçavoir que plus la Puissance sera éloignée du Point fixe C , plus à proportion elle aura de force, de sorte que si la Puissance qui est en B , s'éloigne du Point d'appuy C , du

double de BC, il ne luy faudra que la moitié de la force qui luy étoit nécessaire en B, pour soutenir le Poids D. C'est à dire que si le Poids E par exemple de 100 livres étant appliqué en B, est capable de soutenir le Poids D dans la distance BC, un Poids de 50 livres seulement pourra soutenir le même Poids D, à une distance double de BC.

D'où il est aisé de conclure, que comme dans le Levier de la premiere espece, & dans le Levier recourbé, qui est aussi de la premiere espece, la distance AC du Poids peut être plus ou moins grande que la distance BC de la Puissance, aussi la Puissance peut être plus ou moins grande que le Poids, de sorte qu'elle luy sera égale, lorsque les deux distances AC, BC, seront égales entre elles, comme dans la Balance.

Or comme dans l'usage du Levier de la seconde espece, la distance AC du Poids D, est nécessairement moindre que la distance BC de la Puissance en B, aussi le Poids est nécessairement plus grand que la Puissance, c'est à dire que la Puissance a plus de force que le Poids qui luy feroit égal, & qu'une petite force peut soutenir ou enlever un plus grand Poids: & comme tout au contraire, dans l'usage du Levier de la troisiéme espece, la distance AC du Poids D, est nécessairement plus grande que la distance BC de la Puissance en B, aussi le Poids est nécessairement moindre que la Puissance.

Il est aussi facile de conclure, que ce qui a été démontré du Levier de la premiere espece parallele à l'Horizon, est aussi vray du Levier incliné, comme AB, pourvû que le Poids D pende librement, & que la Ligne de Direction BE de la Puissance en B, soit perpendiculaire à l'Horizon; parce qu'ainsi elle sera parallele à la Ligne de direction AD du Poids

Plan-
che 2.
18. Fig.Plan-
che 3.
21. Fig.

19. Fig.

Plan-
che 3.
22. Fig.

Plan-
che 3.
22. Fig.

D, qui est aussi perpendiculaire à l'Horizon, *par Supp. 2.* ce qui fait que les deux Triangles rectangles ACF, BCG, sont semblables, en supposant la ligne FG parallèle à l'Horizon, & que le Poids D, appliqué en A, & la Puissance appliquée en B, agissent sur le Levier incliné AB, comme sur l'Horizontale FG, &c.

PROPOSITION II.

PROBLÈME.

Enlever un Fardeau, dont la pesanteur est connue avec une petite force, par le moyen d'un Levier.

Plan-
che 2.
18. Fig.

Pour enlever le Poids D, dont la pesanteur soit par exemple de 100 livres, qui est appliqué à l'extrémité A éloignée du Point d'appuy C du Levier AB, d'un Pouce, avec une force donnée de 10 livres, considérez cette force donnée comme un Poids de dix livres, comme E, & cherchez à ces trois nombres 10, 100, 1, qui sont le Poids E, ou la force donnée, le Poids donné D, & sa distance AC, un quatrième nombre proportionnel, qui donnera 10 pouces pour la distance CB. Si donc on prend CB de 10 Pouces, on aura le Point B, où le Poids E étant appliqué, il tiendra le Poids donné D en Equilibre autour du Point fixe C, *par Prop. 1.* C'est pourquoy si l'on applique ce Poids E, tant soit peu au delà de B, c'est à dire quelque peu plus loin du Point d'appuy C, il enlèvera le Poids D, parce que sa force deviendra plus grande, comme nous avons remarqué dans la Proposition précédente.

Si la longueur AB du Levier est déterminée, il faut partager le Levier AB au point C, en sorte que

le Poids E, ou la Puissance, soit au Poids donné D, comme AC est à BC, comme il a été enseigné dans la Balance, & alors le point C sera le Centre commun de pesanteur de la quantité composée des deux Poids E, D; c'est pourquoy si l'on prend le Point d'appuy entre A & C, il est évident que la Puissance en B pourra enlever le Poids proposé D.

PROPOSITION III.

THEOREME.

Ce que la Puissance gagne en force, lorsqu'elle ment un Poids avec un Levier, elle le perd en espace de temps & de lieu.

Supposons le Levier AB, dont le Point fixe soit SC, & qu'y ayant un Poids, dont le Centre de gravité corresponde à l'extrémité A, & une Puissance à l'autre extrémité B, cette Puissance en mouvant le Poids, donne au Levier AB la situation DE, auquel cas le Poids parcourra l'arc de Cercle AD, & la Puissance l'arc de Cercle BE, autour du Point d'appuy C. Si la Puissance en B, ne faisoit que soutenir le Poids en A, elle auroit même Raison au Poids, que la distance AC du Poids, à la distance BC de la Puissance, par Prop. 1. & comme l'on suppose qu'elle le peut mouvoir, il s'ensuit qu'elle a plus grande Raison au Poids que l'espace AD, à l'espace BE, de sorte que si la Puissance est bien petite à l'égard du Poids, reciproquement la distance AC du Poids est bien petite à l'égard de la distance BC de la Puissance, & par conséquent l'espace AD que parcourt le Poids, bien petit, étant comparé à l'espace BE que parcourt la Puissance, parce que les arcs AD, BE, qui mesurent les angles égaux ACD,

Plan-
che 3.
23 Fig.

BCE, sont semblables, & par conséquent comme leurs Rayons AC, BC.

D'où il est aisé de conclure, que la Puissance fait plus de chemin que le Poids, à proportion qu'elle est moindre que le Poids, parce que d'autant plus qu'elle est moindre, d'autant plus grande doit être sa distance BC, pour pouvoir mouvoir le Poids, ce qui fait croître à proportion l'espace BE, qu'elle parcourt: de sorte que si la distance BC est par exemple dix fois plus grande que la distance AC, aussi l'espace BE de la Puissance sera dix fois plus grand que l'espace AD du Poids, parce que comme nous avons déjà dit, les deux arcs AD, BE étant semblables, sont entre eux comme leurs Rayons AC, BC. D'où il suit que la Puissance emploiera dix fois plus de temps à faire mouvoir le Poids par le moyen du Levier AB, qu'elle ne feroit si elle ne se seroit point de Levier.

Ainsi vous voyez, que si l'on gagne des forces en éloignant davantage la Puissance du Point fixe, on perd aussi d'un autre côté quelque chose de l'espace, ou du temps. De sorte que si l'on peut enlever un fardeau de 100 livres avec le Levier AB, la Puissance étant en B, & le Poids en A, on en pourra bien lever un de 200 livres, appliqué toujours en A, pourvu que l'on double la distance BC de la Puissance: mais si l'on se décharge ainsi de la moitié du fardeau, on y doit employer le double du temps, parce que dans cette Supposition, la Puissance aura plus de chemin à faire.

Par là vous voyez que plus la Puissance a de mouvement, plus elle a de force, ce qui arrive non-seulement dans le Levier, mais encore dans toutes les autres Machines, comme vous verrez dans la suite: & c'est par ce principe de vitesse & d'espace.

que Galilée & Descartes ont expliqué l'effet des Machines ; & quoique ce Principe ait quelque chose qui ne satisfasse pas si fortement l'esprit, qu'il fuffise pour faire des démonstrations, il n'y a pourtant plus lieu d'en douter après ce qui a été dit jusques à présent, & ce que nous dirons dans les autres Machines.

Plan-
che 3.
23. Fig.

S C O L I E.

Parce que le Levier passe par le Centre de gravité du Poids, il est évident que la force de la Puissance sera par tout la même, c'est à dire que la Puissance ne peinera pas plus sur le Levier horizontal AB, que sur l'incliné DE : mais il n'en sera pas de même, lorsque le Levier ne passera pas par le Centre de gravité du Poids, comme vous allez voir dans les deux Propositions suivantes.

P R O P O S I T I O N I V.

T H E O R E M E.

Si une Puissance dont la Ligne de direction est perpendiculaire à un Levier, soutient à l'aide de ce Levier un Poids, dont le Centre de gravité soit en dessus, elle doit être plus grande pour le soutenir, lorsque le Levier sera horizontal, que quand il sera incliné & que le Poids sera élevé : & encore plus grande quand il sera abaissé.

JE dis que la Puissance qui a sa Ligne de direction perpendiculaire à un Levier, & qui à l'aide de ce Levier, dont le Point fixe est C, soutient un Poids tellement appliqué au Levier, que le Centre de pesanteur O, soit en dessus ; a plus de peine à le soutenir quand il est horizontal, comme AB, que quand

24. Fig.

Plan-
che 3.
24. Fig.

il est incliné, & que le Poids est haussé, comme DE, & encore plus de peine quand le Poids est abaissé, comme FG : c'est à dire qu'il faut un plus grand effort, le reste étant égal, pour soutenir le Poids O, quand le Levier a la situation AB, que quand il a la situation DE, & encore un plus grand, quand il a la situation FG.

DÉMONSTRATION.

Parce que la Ligne de direction OI du Poids coupe le Levier au point I, qui est plus éloigné du Point d'appuy C dans le Levier FG, que dans le Levier AB, & encore plus dans ce Levier que dans le Levier DE, cela fait que le Poids étant considéré comme appliqué en I, a moins de force pour descendre dans le Levier DE, que dans le Levier AB, & encore moins dans ce Levier que dans le Levier FG, & que par conséquent il peut demeurer en Equilibre avec un moindre Poids appliqué au Levier DE, qu'au Levier AB, & encore un moindre appliqué à ce Levier AB, qu'au Levier FG, pourvu que la Ligne de direction de ce Poids soit perpendiculaire au Levier, parce que la distance de ce Poids au Point fixe C, demeure toujours la même.

S C O L I E.

Ce Theorème est aussi vray, lorsque la Ligne de direction de la Puissance est perpendiculaire à l'Horizon, comme si à la place de la Puissance on mettoit un Poids qui pendît librement, parce que bien que par la diverse situation du Levier, la distance de la Puissance change, aussi-bien que celle du Poids, néanmoins elle ne change pas à proportion : comme si la distance CK du Poids diminuë dans le Levier

DE, la distance CL de la Puissance ne diminuera pas à proportion, de sorte que si dans le Levier AB, la distance BC de la Puissance est par exemple double de la distance CI du Poids, dans le Levier DE, la distance CL de la Puissance sera plus que double de la distance CK du Poids, à cause de CI dans ce Levier, moindre que CI dans le Levier AB, & des Triangles semblables CLE, CIK, où l'on voit que l'hypoténuse CE contient autant de fois l'hypoténuse CI, que le côté CL contient CK : & comme CE contient plus de fois CI dans le Levier DE, que BC égale à CE ne contient CI dans le Levier AB, aussi CL contient plus de fois CK, que BC ne contient CI, cela fait que CL est plus que double de CK, & que par conséquent la Puissance en E, a plus de force qu'en B, &c.

Plan-
che 3.
24. Fig.

PROPOSITION V.

THEOREME.

Si une Puissance, dont la Ligne de direction est perpendiculaire à un Levier, soutient à l'aide de ce Levier un Poids, dont le Centre de gravité soit en dessous, elle doit être moindre pour le soutenir, lorsque le Levier sera horizontal, que quand il sera incliné, & que le Poids sera élevé, & encore moindre quand le Poids sera abaissé.

JE dis que la Puissance qui a sa Ligne de direction perpendiculaire à un Levier, & qui par le moyen de ce Levier, dont le Point d'appuy est C, soutient un Poids tellement appliqué au Levier, que le Centre de pesanteur O soit en dessous, a moins de peine à le soutenir quand il est horizontal, comme AB, que quand il est incliné, & que le Poids est haussé,

25. Fig.

Plas-
che 3.
25. Fig.

comme DE, & encote moins de peine quand le Poids est abaissé, comme FG : c'est à dire qu'il faut moins d'effort à la Puissance, le reste étant égal, pour soutenir le Poids O, quand le Levier a la situation AB, que quand il a la situation DE, & encore moins quand il a la situation FG.

DEMONSTRATION.

Parce que la Ligne de direction OI, coupe le Levier au Point I, qui est plus proche du Point d'appuy C dans le Levier FG, que dans le Levier AB, & encore plus proche dans ce Levier que dans le Levier DE, cela fait que le Poids étant considéré comme appliqué en I, a plus de force pour descendre dans le Levier DE, que dans le Levier AB, & encore plus dans ce Levier que dans le Levier FG, & que par consequent il peut demeurer en Equilibre avec un plus grand Poids appliqué au Levier DE, qu'au Levier AB, & encore un plus grand appliqué à ce Levier AB, qu'au Levier FG, pourvu que la Ligne de direction de ce Poids qui tient lieu de Puissance, soit perpendiculaire au Levier, parce que la distance de cette Puissance au Point d'appuy C, demeure toujours la même.

S C O L I E.

Ce Theorème est aussi vray, lorsque la Ligne de direction de la Puissance est perpendiculaire à l'Horizon, comme si à la place de la Puissance on mettoit un Poids qui pendît librement de l'extremité du Levier, parce que bien que par la diverse situation du Levier, la distance de la Puissance change, aussi-bien que celle du Poids, néanmoins elle ne change pas à proportion : comme si la distance CK
du

du Poids diminuë dans le Levier DE, la distance CL de la Puissance ne diminuera pas à proportion, de sorte que si dans le Levier AB, la distance BC de la Puissance, est par exemple double de la distance CI du Poids, dans le Levier DE, la distance CL de la Puissance, sera moindre que le double de la distance CK du Poids, à cause de CI dans ce Levier plus grande que CI dans le Levier AB, & des Triangles semblables CLE, CKI, où l'on voit que l'hypoténuse CE, contient autant de fois l'hypoténuse CI, que le côté CL contient le côté CK: & comme CE contient moins de fois CI du Levier DE, que BC égale à CE, ne contient CI du Levier AB, aussi CL contient moins de fois CK, que BC ne contient CI, ce qui fait que CL est moindre que le double de CK, & que par conséquent la Puissance en E, a moins de force qu'en B, &c.

Plan-
che 3.
25. Fig.

PROPOSITION VI.

THEOREME.

Si deux Puissances soutiennent un Poids à l'aide d'un Levier parallele à l'Horizon, celle qui sera la plus proche de ce Poids, en soutiendra une plus grande partie que celle qui en sera plus éloignée.

Je dis que si deux Puissances appliquées aux deux extremités A, B, du Levier AB parallele à l'Horizon, soutiennent le Poids EF, dont la Ligne de direction est CD, qui passe par son Centre de gravité D, la Puissance en A, qui est plus proche du Poids, supporte une plus grande partie de ce Poids, que la Puissance en B, qui en est plus éloignée.

26. Fig.

Plan-
che 3.
26. Fig.

DEMONSTRATION.

La Puissance étant en A, le Point B peut être considéré comme le Point d'appuy, & pareillement la Puissance étant en B, l'on doit considérer le Point A comme le Point fixe, & dans ce Levier de la seconde espece, l'on connoîtra *par Prop. 1.* que la Puissance en A, est au Poids EF, comme la distance BC du Poids, à la distance AB de la Puissance, & que pareillement la Puissance en B, est au Poids EF, comme la distance AC du Poids, à la distance AB de la Puissance. D'où il est aisé de conclure en permutant dans ces deux Analogies, que la Puissance en A, est à la Puissance en B, comme BC, est à AC : & parce que BC est plus grande que AC, aussi la Puissance en A sera plus grande que la Puissance en B. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

On tire de cette Proposition la maniere de connoître la partie du Poids EF, que chaque Puissance soutient, lorsque la pesanteur du Poids est connue, & aussi la longueur du Levier, & les distances AC, BC des Puissances : comme si la distance AC est de 2 pieds, & la distance BC de 3 pieds, en sorte que la longueur du Levier AB soit de 5 pieds, & que le Poids EF soit par exemple de 60 livres; on considérera que puisque la Puissance en A, est à la Puissance en B, comme BC est à AC, *en composant*, la somme des deux Puissances, ou le Poids EF, qui est de 60 livres, sera à la Puissance en B, comme la longueur AB du Levier, que nous avons supposée de 5 pieds, est à la distance AC, qui a été supposée de 2 pieds : c'est pourquoy si à ces trois nombres 5,

2, 60, on trouve un quatrième proportionnel, on aura 24 livres pour la Puissance en B, & en ôtant ces 24 livres de tout le Poids EF, ou de 60 livres, le reste donnera 36 livres pour la Puissance en A.

Plan-
che 3.
26. Fig.

CHAPITRE III.

De la Poulie.

LA Poulie est une Rouë de bois ou de métal, 27. Fig.
comme AB, qui est mobile autour d'un petit
aissieu qui la traverse par le milieu, & que les Ou-
vriers appellent *Goujon*, auquel dans la Theorie on
n'attribuë aucune épaisseur. Elle est enchassée dans
une piece de bois ou de fer, semblable à CD, qu'on
appelle *Echarpe*, & aussi *Chape*, & encore *Moufle*
& *Palan*, que les Latins appellent *Trochlea*, quoi-
que plus ordinairement on appelle *Moufle*, plusieurs
Poulies enchassées sur un même aissieu dans une
même Echarpe, comme AB, qui sert extrêmement 28. Fig.
à multiplier les forces, par le moyen de la Corde
qui passe par un Canal fait autour de chaque Poulie,
pour l'empêcher lorsqu'on la tire de se détourner,
& qui soutient par un bout le fardeau qu'on veut en-
lever, la Puissance tirant la Corde par l'autre bout.



PROPOSITION I.

THÉOREME.

Lorsqu'une Puissance tire ou soutient un Poids à l'aide de plusieurs Poulies, chaque Poulie par dessus laquelle passe la corde, est équivalente à un Levier de la première espece, & chaque Poulie par dessous laquelle la Corde passe, represente un Levier de la seconde espece.

Plan-
che 4.
29. Fig.

Soit la Poulie BC attachée par son Echarpe au Point fixe A, & une Corde CD, qui passant par dessus cette Poulie repasse par dessous la Poulie EF, qui porte par l'extrémité G de son Echarpe le Poids H. Que la même Corde aille passer ensuite par dessus la Poulie IK, à laquelle elle est attachée en N, après qu'elle a repassé par dessous la quatrième Poulie LM. Cela étant, je dis que chacune des deux Poulies BC, IK, par dessus lesquelles la Corde passe, est équivalente à un Levier de la première espece, & que chacune des deux autres Poulies EF, LM, par dessous lesquelles passe la Corde, represente un Levier de la seconde espece.

DEMONSTRATION.

Parce que chacune des Poulies BC, IK, LM, EF, est mobile autour de son Centre O, & que chacune des deux plus hautes BC, IK, sur lesquelles passe la Corde, la partie de la Corde qui est du côté de la Puissance, tire de haut en bas, en faisant tourner la Poulie autour de son Centre O, ce Centre O peut être considéré comme le Centre de Mouvement d'un Levier de la première espece, qui seroit la ligne droite BC, ou IK, qui passe par le Centre O,

& par les points où la Corde touche de part & d'autre la circonference de la Poulie, car il est évident qu'un semblable Levier auroit le même effet que la Poulie, la partie de la Corde qui est du côté de la Puissance, & qui tire de haut en bas, comme CD, & KF, pouvant passer pour la Puissance, & l'autre partie BE, & IL, qui s'oppose à ce Mouvement, à cause de la pesanteur du Poids H, pouvant passer pour un Poids, qui dans ce cas est égal à la Puissance, parce que la Puissance & le Poids sont également éloignés du Centre de Mouvement O.

De plus, la liaison qui est entre toutes ces Poulies par la Corde qui les embrasse toutes, fait que la Puissance en D tirant cette Corde de haut en bas, pour soutenir, ou pour enlever le Poids H, la partie BE de la Corde tire de bas en haut, ce qui rend la Poulie EF équivalente à un Levier de la seconde espece, comme la ligne droite EF, dont le Point fixe seroit en F, le Poids en O, & la Puissance en E, sa Ligne de direction étant la ligne BE. Pareillement la partie IL de la même Corde tirant de bas en haut, fait que la Poulie LM est aussi équivalente à un Levier de la seconde espece, comme la ligne droite LM, dont le Point fixe seroit en M, le Poids en O, & la Puissance en L, sa Ligne de direction étant la droite IL. Ainsi l'on voit que chacune des deux Poulies d'en haut BC, IK, sur lesquelles la Corde passe, est un Levier de la premiere espece, & que chacune des Poulies d'en bas LM, EF, par dessous lesquelles la corde passe, est un Levier de la seconde espece. *Ce qu'il falloit démontrer.*

S C O L I E.

Puisque les Poulies d'en haut sont des Leviers de la premiere espece, où le Point fixe est au milieu,

Plan-
che 4.
29. Fig.

§ 4. TRAITE DE MECANIQUE, LIV. I.

il est évident que la Puissance est égale au Poids, & qu'ainsi de semblables Poulies ne contribuent point à augmenter la force, mais seulement à faciliter le Mouvement, en évitant le frottement des Cordes. Mais parce que le Diametre de chaque Poulie d'en bas est comme un Levier appuyé sur un bout, & levé de l'autre, il est aisé de connoître que par une semblable Poulie on double la force, parce que la distance de la Puissance est double de celle du Poids, comme nous dirons plus particulièrement dans la suite.

PROPOSITION II.

THEOREME.

Lorsqu'une Puissance soutient un Poids par le moyen de plusieurs Poulies, toutes les parties de la Corde sont également tendues.

Supposons qu'une Puissance appliquée en D, soutienne le Poids H, par le moyen des quatre Poulies BC, IK, LM, EF, dont les deux premières BC, IK, sont des Leviers de la premiere espece, & les deux autres LM, EF, sont deux Leviers de la seconde espece, par Prop. 1. & dont la premiere & plus haute BC, qui est liée avec les autres par le moyen de la Corde qui les embrasse toutes, est attachée à quelque chose de fixe par son crochet A. Cela étant, je dis que toutes les parties de la Corde sont également tendues.

DEMONSTRATION.

Il est déjà évident que les deux parties CD, BE, sont tendues également, parce que la Poulie BC étant un Levier de la premiere espece, dont le Point

fixe est au milieu O, la Puissance en C, & le Poids en D sont égaux, ce qui fait que la partie CD de la Corde est tirée par la Puissance avec la même force que la partie BE par le Poids, & que par conséquent ces deux parties sont également tenduës. Il en est de même des deux parties IL, KF, qui sont attachées aux extremitéz du Levier IK, qui est aussi de la première espece.

Il est aussi évident que les deux parties BE, KF, qui sont appliquées aux extremitéz du Levier EF, par le moyen duquel elles portent le Poids H pendant du point G, qui répond au milieu O de ce Levier, sont également tenduës, parce que si l'une, par exemple BE, qui tire de bas en haut, étoit plus tenduë que l'autre KF, qui tire de haut en bas, elle emporteroit le Poids H, & le mettroit en mouvement, ce qui est contre la supposition, parce que nous avons supposé que la Puissance soutenoit le Poids, c'est à dire que la Puissance & le Poids étoient en Equilibre. On connoîtra par un semblable raisonnement que les deux parties IL, MN, sont également tenduës; d'où il est aisé de conclure que toutes les parties de la Corde, sont également tenduës. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

On conclud aisément de cette Proposition, que puisque toutes les parties de la Corde sont également tenduës, celles qui sont appliquées aux Poulies d'en bas, qui sont des Leviers de la seconde espece, sçavoir les quatre BE, KF, IL, MN, soutiennent des parties égales du Poids H, qu'elles portent.

PROPOSITION III.

THEOREME.

Lorsqu'une Puissance soutient un Poids par le moyen de plusieurs Poulies, elle est telle partie du Poids, que l'unité est du nombre des parties de la Corde, appliquées aux Poulies d'en bas.

Plan-
che 4.
29. Fig.

JE dis que si une Puissance appliquée en D, soutient le Poids H, par le moyen des quatre Poulies BC, IK, LM, EF, dont la première est accrochée au point A, cette Puissance est la quatrième partie du Poids H, parce qu'il y a quatre parties de la Corde, sçavoir BE, KF, IL, MN, qui sont appliquées aux deux Poulies d'en bas, EF, LM, lesquelles sont, comme vous avez vû, des Leviers de la seconde espee.

DEMONSTRATION.

Puisque par le Corollaire de la Proposition précédente, toutes les parties de la Corde, appliquées aux Poulies d'en bas, soutiennent des parties égales du Poids, il s'ensuit à cause des quatre Cordes, que chacune soutient la quatrième partie du Poids, & que par conséquent la Corde CD, dont la force est égale à la résistance qui se fait en B, par la pesanteur du Poids, est justement chargée de la quatrième partie du même Poids, c'est à dire que la Puissance en D, est la quatrième partie du Poids H. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Il suit évidemment de cette Proposition, que si le nombre des Cordes appliquées aux Poulies d'en

bas est donné, & aussi le Poids H, la Puissance qui le soutient à l'aide de ces Poulies, est aussi donnée, comme ici elle est égale à la quatrième partie du Poids, de sorte que si ce Poids est par exemple de 200 livres, la Puissance sera à peu près de 50 livres: j'ay dit à peu près, parce qu'elle doit être un peu plus grande, à cause du frottement de la Corde & des Pivots, de leur pesanteur, & de celle des Poulies, étant certain que toutes choses augmentent la pesanteur du Poids, & diminuent la force de la Puissance, mais cela est peu à comparaison des forces qu'on gagne par le moyen des Poulies d'en bas.

Plan-
che 4.
29. Fig.

S C O L I E.

Comme les Poulies d'en haut, qui sont immobiles, étant dans une même Moufle immobile & accrochée, au point A, & qui sont comme vous avez vû, des Leviers de la première espèce, ne servent que pour empêcher les frottemens de la Corde, & la mouvoir plus facilement, sans autrement multiplier les forces, on pourra seulement se servir des Poulies d'en bas, qui sont mobiles, & qui sont, comme vous avez aussi vû, des Poulies de la seconde espèce, comme vous voyez dans cette figure, qu'il ne faut que regarder pour la comprendre, car il est aisé de voir que toutes les Cordes qui sont attachées aux points C, D, E, F, de la Muraille AB, & qui soutiennent les Poulies G, H, I, K, & par leur moyen le Poids L attaché à la plus basse G par le milieu, se rapportent à la Poulie immobile M fermement attachée par son crochet N, par dessus laquelle passe la Corde qui est tirée de haut en bas par la Puissance appliquée en O, laquelle dans cette disposition est la seizième partie du Poids, parce qu'il y

30. Fig.

Plan-
che 4.
30. Fig.

a quatre Poulies mobiles, & que dans chacune se Poids perd la moitié de sa résistance, puisqu'elles sont des Leviers de la seconde espece, &c.

51. Fig.

On connoitra de la même façon, que la Puissance en A, n'est que la huitième partie de la quantité composée des quatre Poids égaux B, C, D, E, qu'elle soutient par le moyen des quatre Poulies mobiles F, G, H, I, & des quatre immobiles K, L, M, N, qui sont liées avec les quatre premières F, G, H, I, par le moyen de la Corde qui est attachée au Point fixe O.

PROPOSITION IV.

THEOREME.

Ce que la Puissance gagne en force, quand elle ment un Poids à l'aide de plusieurs Poulies, elle le perd en espace de temps & de lieu.

51. Fig.

Supposons qu'une Puissance appliquée en A, & tirant la Corde de haut en bas vers R, fasse mouvoir les Poids, B, C, D, E, ou la Chape PQ, à laquelle ils sont attachez de bas en haut. Cela étant, je dis que la Puissance fera beaucoup de chemin, lorsque le Poids en parcourra un petit, c'est à dire que la Puissance tirera beaucoup de Corde, pour faire monter tant soit peu le Poids, de sorte que pour faire monter le Poids par exemple d'un Pied, il faut dans cet exemple que la Puissance descende de huit pieds, parce qu'il y a huit parties de Corde appliquées aux Poulies d'en bas.

DEMONSTRATION.

Il arrive dans l'usage des Poulies comme dans le Levier, que l'espace que parcourt le Poids, est à

l'espace que parcourt la Puissance, comme la Puissance est au Poids, ou comme l'unité est au double du nombre des Poulies d'en bas, parce que le Poids ne sçauroit être élevé par exemple d'un Pied, que chacune des Cordes qui sont appliquées aux Poulies d'en bas, ne soit racourcie aussi d'un Pied, & par conséquent toutes ces Cordes de huit pieds, parce qu'il y en a huit, ce qui ne sçauroit arriver sans que la Puissance ne tire aussi huit pieds de Corde depuis A vers R, *Ce qu'il falloit démontrer.*

Plan-
che 4.
31. fig.

S C O L I E.

Ainsi vous voyez dans cette Machine, comme dans le Levier, que cette Loy generale de Mecanique s'observe, sçavoir que plus la Puissance a de mouvement, plus elle a de force à proportion, ce qui s'observe aussi dans la Rouë par son Aissieu, comme vous allez voir dans le Chapitre suivant.

C H A P I T R E I V.

De la Rouë par son Aissieu.

LA Rouë par son Aissieu, que les Latins appellent *Axis in Peritrochio*; c'est à dire *Aissieu dans la Rouë*, & le commun le *Tour*, est une Rouë, comme AB, qui est traversée à Angles droits par un Aissieu CD fait en Cylindre, qu'on appelle *Tympan*, ou *Tambour*, & qui est mobile autour de son Centre C, avec son Aissieu CD: qu'on appelle aussi *Treuil*, autour duquel s'entortille une Corde qui y est attachée, & qui porte le Poids E, qu'elle tire quand on fait tourner l'Aissieu par le moyen de la Rouë, laquelle pour cette fin a de petites dents,

Plan-
che 5.
32. Fig.

Plan-
che 5.
32. Fig.

comme GF, qui servent à la faire mouvoir plus facilement, lorsque la Puissance agit sur la circonférence de la Rouë.

Il est évident que cette Machine n'est autre chose qu'un Levier perperuel & retourné, qu'un des Rayons de la Rouë represente, comme CH. Elle prend le nom de *Tour* seulement quand son Aissieu CD, qui est appuyé sur deux pieces de bois, tourne horizontalement, & la Rouë AB verticalement, comme il arrive lorsqu'on s'en sert pour tirer les pierres des Carrieres, ou pour tirer de l'eau des Puits bien profonds : car l'Aissieu CD est quelquefois vertical, & alors la Rouë CD tourne horizontalement, comme quand on s'en sert pour tirer l'eau des lieux où l'on veut bâtir, &c. Toutes les Machines, dont on se sert pour élever hors de terre les Fardeaux par le moyen de la Rouë par son Aissieu, s'appellent *Guindas*.

PROPOSITION I.

THEOREME.

Si un Poids est soutenu par le moyen d'une Rouë mobile avec son Aissieu autour de son Centre, par une Puissance, dont la Ligne de direction touche la circonférence de cette Rouë; la Puissance sera au Poids, comme le Rayon de l'Aissieu est au Rayon de la Rouë.

34. Fig.

Soit la Rouë ABCD, fermement attachée autour de son Aissieu, dont le Profil est le Cercle EFG, avec lequel elle peut tourner autour de son Centre O. Que l'on applique la Puissance en tel point que l'on voudra de la circonférence de cette Rouë, comme en A, en sorte que sa Ligne de direction AH

touche la circonférence, & que par conséquent l'Angle HAO soit droit; & que tirant de haut en bas elle soutienne le Poids I, qui pend au bout d'une Corde attachée par l'autre bout à la circonférence EFG de l'Aissieu. Cela étant, je dis que la Puissance en A, ou en H, est au Poids I, comme le Rayon OG de l'Aissieu, est au Rayon AO de la Rouë.

Planche 5.
 34. Fig.

DEMONSTRATION.

Il est évident que si l'on ôte par pensée toutes les parties de la Rouë, excepté le Rayon AO, ce Rayon AO fera le même effet que la Rouë, pourvu que la Ligne de direction AH luy demeure toujours perpendiculaire, & alors cette ligne ou Rayon inflexible AO, ou AOG, ne différera point d'un Levier de la première espèce, dont le Point fixe est au Centre O, la Puissance est à l'extrémité A, & le Poids est à l'autre extrémité G: & dans ce cas il a été démontré dans la première Proposition du Levier, que la Puissance en A, est au Poids I, en G, comme la distance OG du Poids, est à la distance AO de la Puissance, c'est à dire comme le Rayon de l'Aissieu, est au Rayon de la Rouë. *Ce qu'il falloit démontrer.*

S C O L I E.

On void aisément par cette Proposition, que plus le Rayon de la Rouë est grand à comparaison du Rayon de son Aissieu, plus la Puissance a de force, en supposant toujours que la Ligne de direction de la Puissance touche la circonférence de la Rouë, parce qu'ainsi la distance de la Puissance au Point fixe O, sera toujours la même, en quelque point de la circonférence que la Puissance soit placée: car autrement il n'en sera pas de même, comme si la

Plan- che 5. 34 Fig. Puissance est appliquée en L, & que sa Ligne de direction LK soit perpendiculaire à l'Horizon, sa distance au Point fixe O, sera la droite KO qui luy est perpendiculaire, laquelle étant moindre que le Rayon AO, ou HO, diminue la force de la Puissance, ou augmente la résistance du Poids.

On démontrera de la même façon, que lorsque 35. Fig. la Rouë est horizontale : comme ABCD, en sorte que son Aissieu soit perpendiculaire à l'Horizon, comme il arrive lorsqu'on veut s'en servir pour tirer le Poids I, qui est sur le Plan de l'Horizon, ou bien sur un Plan incliné; la Puissance est à ce Poids, comme le Rayon de l'Aissieu est au Rayon de la Rouë, en supposant toujours que la Ligne de direction de la Puissance touche la circonférence de cette Rouë, &c.

PROPOSITION II.

THEOREME.

Ce que la Puissance gagne en force, quand elle meut un Poids à l'aide d'une Rouë par son Aissieu, elle le perd en espace de temps & de lieu.

32. Fig. ON connoîtra aussi dans cette Machine, comme dans les deux précédentes, que la Nature n'est point trompée, ni surmontée, c'est à dire qu'elle ne donne rien d'un côté qu'elle ne se recompense d'autres, de sorte que l'on ne gagne rien par le moyen de la Rouë ABCD, qu'on ne le perde en espace de temps & de lieu; parce que par la Proposition précédente, si le Poids I a par exemple dix fois plus de résistance que la Puissance, aussi la distance AO de la Puissance est dix fois plus grande que la distance OG du Poids, afin que cette Puissance le puisse

soutenir, ce qui fait que la circonférence de la Rouë ABCD est dix fois plus grande que la circonférence EFG de l'Aissieu, & que par conséquent la Puissance a dix fois plus de mouvement que le Poids, lorsqu'elle est capable de le mouvoir, car quand elle aura fait un tour entier de la Rouë, le Poids aura aussi fait un tour entier du Cylindre, qui n'est que la dixième partie du chemin qu'aura fait la Puissance.

Plan-
che 5.
32. Fig.

S C O L I E.

Ainsi vous voyez que dans cette Machine la loy commune aux deux précédentes, est gardée sensiblement, sçavoir que la Puissance a plus de force à proportion qu'elle a plus de mouvement, de sorte que nous pouvons hardiment nous appuyer sur ce Principe de Mécanique comme infailible, pour expliquer l'effet de la Vis & du Coin, qui sans ce Principe ne peut pas, à mon avis, être expliqué si clairement.

On connoît par cette Machine la raison pour laquelle dans les petites Horloges, ou Montres de poche, qui au lieu d'un Contrepoids ont un Ressort, comme AB, ont la Fusée CD plutôt faite en Cone qu'en Cylindre, parce que quand le Ressort AB est tendu, auquel cas la Corde CE est à la pointe de la Fusée, il a plus de force qui se diminue à mesure qu'il se lâche, & reciproquement la Corde CE a moins de force en C, qui s'augmente à mesure qu'elle descend vers D: & afin que la force soit par tout égale, il faut que la grande force du Ressort AB au commencement, soit diminuée par celle que la Corde a au commencement, ou à la pointe de la Fusée, & que la force du Ressort qui se diminue sur la fin, soit recompensée par celle que la Corde

Plan-
che 6.
38. Fig.

acquiert quand elle est au bas de la Fusée CD, où tirant a une plus grande distance, parce que la Fusée étant plus large à cet endroit; elle a nécessairement plus de force, &c.

C H A P I T R E V.

DU COIN.

Plan-
che 5.
33. Fig.

LÉ Coin est la Machine la plus simple de toutes, ayant la forme d'un Triangle solide, comme ABCD, qui est quelquefois de bois, & ordinairement de fer, afin qu'étant plus glissant, on puisse plus facilement s'en servir pour fendre des Corps, parce qu'il n'agit qu'en glissant contre les parties du Corps qu'il separe.

Pour connoître la force du Coin, on considerera l'une de ses deux faces, qui sont inclinées l'une à l'autre, comme un Plan incliné, & l'autre comme un Plan horizontal, en concevant que ce Plan incliné peut servir à une Puissance pour lever un fardeau, que sans cette Machine elle ne pourroit pas seulement soutenir.

Plan-
che 6.
36. Fig.

Que le Triangle DBC rectangle en B, represente un Coin, dont le raillant ou la pointe soit en D, & la tête soit BC, & pour une plus grande facilité, supposons que la longueur DB de ce Coin soit double de sa hauteur BC, & que la Base BD soit parfaitement polie, en sorte qu'étant appliquée sur la Surface horizontale AB, que je suppose aussi entièrement polie, le Coin DBC puisse glisser sur ce Plan horizontal AB sans aucune difficulté. Supposons encore que le Poids E, soit empêché d'aller vers A, par le Plan HIK perpendiculaire à l'Horizon, sans que

que néanmoins ce Plan empêche que le Coin ne glisse sur le Plan horizontal AB, lorsqu'il sera tiré ou poussé de B vers A, par une Puissance, dont la Ligne de direction soit parallèle à l'Horizon. Plan-
che 6.
36. Fig⁴

Si donc la Puissance pousse le Coin DBC régulièrement de B vers A, en le faisant glisser sur le Plan horizontal AB, elle fera monter le Poids E, par un mouvement si régulier, que son Centre de pesanteur E n'abandonnera jamais la ligne EF perpendiculaire à l'Horizon : de sorte que quand le Point B sera parvenu en D, le point C en F, & le point D en G, c'est à dire lorsque le Coin DBC aura pris la situation GDF, le Poids E, par la résistance du Plan HIK, aura été contraint de monter par le Plan incliné CD, ou FG, qui l'aura poussé en haut jusqu'en F, de sorte qu'il sera monté de toute la ligne DF, lorsque la Puissance se sera mûe de toute la ligne BD, ou DG, qui a été supposée double de DF.

Puisque donc dans cette supposition, la Puissance a deux fois plus de mouvement que le Poids, elle doit avoir deux fois plus de force que ce Poids, c'est à dire qu'elle ne doit être que la moitié de la pesanteur relative de ce Poids sur le Plan incliné CD, pour l'y pouvoir soutenir, selon cette Loy generale des Mécaniques, que nous avons remarquée dans les Machines précédentes, sçavoir que la force de la Puissance croît à proportion qu'elle a plus de mouvement. D'où il est aisé de conclure, que quand une Puissance, dont la Ligne de direction est parallèle à l'Horizon, soutient un Poids à l'aide d'un Coin, dont la Base est aussi parallèle à l'Horizon, cette Puissance est au Poids qu'elle soutient comme la Hauteur du Coin est à sa Base.

COROLLAIRE.

Plan-
che 6.

36. Fig.

37. Fig.

Il s'agit de ce qui vient d'être dit & démontré, que plus le Coin sera aigu, plus son effet sera considérable, parce que le mouvement GD de la Puissance sera plus grand à comparaison du mouvement DF du Poids: & que quand ce Coin sera appliqué pour fendre un Corps, comme ABCD, les Plans EFOI, GFOH, qui composent ce Coin, étant plus inclinés l'un à l'autre, les parties E, G, peuvent glisser plus facilement; où vous remarquerez que le Plan EFOI étant pris pour un Plan horizontal, & l'autre Plan GFOH pour un Plan incliné, comme il est effectivement à l'égard du premier Plan, la résistance que la partie supérieure du Corps ABCD oppose à sa desunion d'avec l'inférieure, peut passer pour un Poids, dont la Ligne de direction est perpendiculaire à la partie inférieure, ou horizontale.

SCOLIE.

Dans tout ce que nous avons dit touchant la Théorie du Coin, l'on en doit rabattre la force qu'il faut pour vaincre la rudesse & l'inégalité du Plan horizontal, sur lequel on fait rouler tout le Plan incliné, & aussi la force qu'il faut pour vaincre la rudesse du Plan incliné sur lequel on fait monter le fardeau, & encore la rudesse du même fardeau, quand il n'est pas Sphérique.

Ce frottement est peu de chose dans les autres Machines, mais dans le Coin il est fort considérable, l'expérience faisant connoître qu'un Coin chargé d'un fardeau d'une pesanteur énorme, n'a presque aucun effet, parce que les Surfaces tant du Coin que des parties du Corps que l'on veut fendre, sont

toujours raboteuses, & si serrées que leur frottement
 apporte nécessairement un grand obstacle au mou-
 vement, que l'on tâche de vaincre par la percussion,
 qui fait ici des merveilles, car on a expérimenté
 qu'en frappant sur la tête d'un Coin, on le fait entrer
 facilement dans un Corps dur, ce qui vient, comme
 je crois, de ce que la percussion imprime un
 mouvement à toutes les parties du Coin, qui les
 fait trembler & desunir, & en cette sorte diminue
 le frottement, & facilite le mouvement du Coin.
 Où l'on peut remarquer que l'effet de la percussion
 sera d'autant plus grand, que le poids qui la produit
 sera plus grand, & qu'il sera mû avec plus de vi-
 tesse.

Plan-
 che 6.
 37. Fig.

CHAPITRE VI.

De la Vis.

LA *Vis*, que les Grecs & les Latins appellent
Cochlea, est un Cylindre taillé en plusieurs Sur-
 faces concaves, continuellement inclinées en forme
 de Spirale, ou c'est un Plan Spiral incliné & entor-
 tillé autour d'un *Arbre*, ou Aissieu, comme AB,
 ou CD, dont chaque tour, ou arête s'appelle *Pas*
de Vis, ou *Helice*, dont on en void ici la moitié,
 comme BE, ou DE. On s'en sert tres-utilement
 pour arrêter, pour faire mouvoir, & pour presser
 avec une tres-grande force.

Pour connoître cette force, on considerera que si
 une Puissance pouvoit le Poids E, pour le faire mon-
 ter sur le Plan incliné CD, dont la base DB est pa-
 rallele à l'Horizon, depuis D jusqu'en C, par une Li-
 gne de direction parallele à la longueur BC, le mou-

Plan-
che 6.
36. Fig.

vement de la Puissance seroit représenté par la ligne DC, & le mouvement du Poids par la ligne BC perpendiculaire à l'Horizon, puisque ce Poids seroit monté au dessus de la Base DB, de toute la hauteur BC du Plan incliné CD : & dans ce cas on connoitra par le Principe general des Mecaniques, que la Puissance auroit une force proportionnée à son mouvement, & qu'elle seroit au Poids qu'elle soutiendrait sur le Plan incliné CD, en le poussant ou en le tirant par une Ligne de direction parallele à la longueur CD, ou ce qui est la même chose, la Pesanteur relative du Poids, seroit à sa Pesanteur absolüe, comme la hauteur BC, est à la longueur CD.

Au lieu d'imaginer que la Puissance tire le Poids E, pour le faire monter, c'est la même chose que si elle pouvoit le Triangle solide BCD selon sa longueur CD, car ainsi le Poids E se trouvant soutenu par le Plan perpendiculaire HIK, comme nous avons supposé en parlant du Coin, contraindrait par sa pesanteur le Triangle solide BCD, de descendre au dessous de ce Poids, ou bien ce qui est equivalent, le Poids E seroit contraint de monter sur le Plan incliné CD, & de s'élever au dessus de la Base BD, qui represente l'Horizon, en parcourant la longueur CD, sans s'éloigner de la perpendiculaire DF, qui est sa Ligne de direction, cette longueur CD étant l'espace que parcourt la Puissance, en poussant le Triangle solide BCD sous le Poids E, jusqu'à ce que le point B soit venu en D.

D'où il suit que la nature de la Vis n'est autre chose que le Triangle BCD, lequel étant poussé en avant selon sa longueur CD, glisse sur le Plan horizontal AB, & enleve le Poids : de sorte que la longueur du Plan incliné represente la moitié BE, ou DE d'une Helice, la hauteur represente la hauteur

39. Fig.

EF de la même Helice, la Base du même Plan incliné représente le Plan horizontal, ou la Base de l'Arbre de la Vis, & le Poids tient lieu de l'*Ecrouë*, ou *Ecrou*, qui est un trou fait au *Colet* G de la Vis avec un Tareau, en forme de Spire, dans lequel tourne la Vis. On appelle aussi *Ecrouë* le Colet mobile G de la Vis, sur lequel s'appuye le fardeau qu'on veut lever par le moyen de cette Vis, en la faisant tourner, ce qui fait monter l'Ecrou, & en même temps le fardeau qu'il souëtient, avec une facilité surprenante.

Plan-
che 6.
39. Fig.

C'est donc par le moyen du Triangle, ou Plan incliné, que la Vis a été inventée, & qu'on s'est avisé d'environner le Cylindre ou Arbre HIPO, du même Triangle, afin de le reduire dans une Machine beaucoup moindre & plus commode. Pour cette fin l'on a donné la hauteur du Triangle à la hauteur IK du Cylindre, & l'inclinaison de l'hypoténuse du même Triangle à l'Helice HK, & à toutes les autres qui suivent de bas en haut tout autour de l'Arbre de la Vis, & qui font le Plan Spiral continué HKLMNOP, qu'on appelle ordinairement *Trait de la Vis*.

Ainsi l'on void, que si une Puissance souëtient un Poids à l'aide d'une Vis, elle sera à ce Poids, comme la hauteur de la Vis, est au *Trait de la même Vis*, c'est à dire à la Ligne qui naît du développement de ses Pas, ou Helices. D'où il est aisé de conclure, que dans la Vis la Puissance est d'autant plus forte, que les Helices sont plus serrées, & plus couchées & inclinées à l'Horizon, le reste étant égal, parce que la longueur des hypoténuses des Triangles sur lesquels elles sont formées, ont une plus grande Raison à leur hauteur.

Neanmoins pour juger de la force d'une Vis pro-

Plan-
che 6.
39. Fig

posée, il n'est pas nécessaire de mesurer la longueur de tout le Trait de la Vis, ni la hauteur entière de l'Arbre, car il suffit de sçavoir combien de fois la ligne égale au circuit d'une Helice, contient sa hauteur, par exemple combien de fois la hauteur HL est contenuë dans le contour de l'Helice HKL, parce que la hauteur entière HP du Cylindre est contenuë autant de fois dans tout le Trait de la Vis HKLMNOP, comme il est aisé à démontrer.

S C O L I E.

Sans qu'il soit besoin de recourir au Plan incliné, pour connoître la force de la Vis, il suffit de considérer que la Puissance qui aura fait un tour entier pour faire mouvoir un Poids depuis E par exemple en F, à la hauteur d'une Helice, elle aura parcouru un espace fort grand à comparaison de l'espace EF parcouru par le Poids, ce qui fait connoître par le Principe général des Mecaniques, qu'elle doit avoir une grande force par le moyen de cette Machine, de sorte que si l'espace qu'elle a parcouru pour faire monter le Poids à la hauteur EF, est par exemple dix fois plus grand que cet espace, la dixième partie de la pesanteur du Poids sera à peu près capable de le soutenir par le moyen de cette Machine, &c.

C H A P I T R E V I I

Des Machines composées.

ON appelle *Machine composée*, celle qui est composée de plusieurs Machines simples, lesquelles on peut employer en une infinité de manieres différentes, selon l'occasion & la nécessité, ce qui

fait qu'on ne sçauroit faire un juste dénombrement des Machines composées : c'est pourquoy nous parlerons seulement de celles qui sont les plus faciles, & le plus en usage.

De la Balance.

Q Uoique la Balance soit une Machine tres-sim-
ple, il semble néanmoins qu'on la peut met-
tre au nombre des Machines composées, lorsqu'on
s'en sert pour souffler, ce que l'on fera avec d'au-
tant plus de facilité que plus la Puissance en A, qui
tire de haut en bas par la Ligne de direction AB, sera
éloignée du Point fixe C, & que cette Ligne de di-
rection AB approchera plus d'être perpendiculaire à
la Verge BD, dont l'extrémité D étant élevée, ou-
vre le soufflet EF, dont le Point F est comme le
Centre de mouvement d'un Levier, qui se mouvra
d'autant plus facilement que sa longueur EF sera plus
grande : ce qui fait que cette Machine étant compo-
sées de deux Leviers, ou d'une Balance & d'un Le-
vier peut être mise au nombre des Machines com-
posées.

Plan-
che 7.
41. Fig.

Du Levier.

L E Levier AB appliqué horizontalement au
Treuil, ou Aissieu CD, perpendiculaire à l'Ho-
rizon, autour duquel s'entortille la Corde EF, qui
est attachée par un bout au Fardeau G posé sur la
terre, sert merveilleusement bien en faisant tourner
horizontalement l'Aissieu CD à force de bras, par
plusieurs Puissances appliquées aux extrémités des
Leviers AB, pour faire mouvoir le Fardeau G, & le
tirer vers H.

Plan-
che 7.
42. Fig.

Cette Machine qu'on appelle communément *Vin-*

Plan-
che 7.

43. Fig.

das, & que les Latins appellent *Ergata*, & les Marini-
ers *Cabestan*, est tres-utile pour tirer les pierres
des Bateaux, & celles qui sont sur le bord des Ri-
vieres, & les Bateaux mêmes. Elle a ordinairement
une forme semblable à celle de la Fig. 43. & l'on s'en
sert tres-commodément dans les Vaisseaux, pour ti-
rer les Ancres, où il faut une grande force pour les
déraciner de la terre.

On se sert aussi du *Cabestan* dans les Vaisseaux
pour lever les Mats de Hunes, & les grandes Ver-
gues, & quand il se peut transporter d'un lieu à un
autre, on le nomme *Cabestan volant*: mais on
l'appelle *Cabestan simple*, ou *Petit Cabestan*, quand
il est posé sur le second Pont, & qu'il ne sert que
pour lever les Mats de Hunes, les Vergues, & les
autres choses qui ne demandent pas une si grande
force que pour lever les Ancres: car celui qui sert
pour lever les Ancres, s'appelle *Cabestan double*,
ou *Grand Cabestan*, qui est posé sur le premier
Pont, & sert à deux Etages, parce qu'il peut s'éle-
ver de quatre à cinq pieds au dessus du second
Pont.

Plan-
che 8.

45. Fig

Quelquefois les Leviers AB sont appliquez verti-
calement, pour faire tourner horizontalement le
Trell CD, & lever en même temps le Poids G at-
taché au bout de la Corde EF, qui s'entortille au-
tour du Cylindre CD, à mesure que plusieurs Puif-
sances appliquées aux extremités A, B, des Leviers
le font tourner autour des deux points immobiles
C, D.

Un semblable Aissieu sans aucune Rouë est appellé
Moulinet, & les Latins le nomment *Suscula*, & les
Mariniers qui s'en servent pour lever leurs Ancres,
le nomment *Guindau*, & *Virevan*: & lorsque cet
Aissieu est employé pour enlever un Fardeau bien

haut, en faissant passer la Corde par dessus deux Poulies élevées, pour faciliter son mouvement, une telle Machine s'appelle *Engin*, qui est fort en usage dans les Bâtimens, pour enlever des pierres.

P'an-
che 8.
46. Fig.

La piece de bois FK, contenant les deux Poulies qui sont ordinairement de cuivre, s'appelle *Fauconneau*, & *Etourneau*, où l'on va pour y mettre la Corde, en montant par la piece de bois XT, qu'on appelle *Rancher* & *Echelier*, parce qu'il est garni de petites Chevilles de bois, appellées *Ranches*, & *Echelons*. Ce Rancher sert d'appuy à l'Engin, & il est chevillé dans une mortaise faite en X sur la *Fourchette* XI, & par une autre mortaise faite en T sur le Poinçon ITV, au dessous de la *Sellette* NQ, sur laquelle s'appuyent les *Liens* R, S, qui soutiennent le Fauconneau, ou Etourneau FK.

Le Poinçon IV est non-seulement appuyé par le Rancher XT, mais encore par les deux *Bras*, TL, TM, qu'on appelle aussi *Liens en Contre-fiche*, qui s'appuyent par en bas sur les deux extremités de la *Sole* LM, qui est perpendiculaire à la Fourchette XI, & par en haut dans un *Bossage*, ou avance de bois T : & qui sont embrassez avec le Poinçon IV, pour le mieux tenir en état, par des *Moises* OP, qui sont des pieces de bois assemblées avec Tenons & Mortaises, sur lesquelles il y a des pieces de bois paralleles à la Fourchette XI, qui est attachée à la Sole LM par des Liens. Ces pieces de bois paralleles servent à tenir & affermir le Rancher, & la piece ZH, qui leur est perpendiculaire, sert à soutenir le Treüil CD.

On appelle *Tennon*, le bout d'une piece de bois, qui entre dans une Mortaise : & *Mortaise* une ouverture ordinairement faite dans le bois en quarré, pour y assembler les Tenons qui sont aussi ordinairement coupez en quarré. Les Bras & le Rancher sont

Plan-
che 8.
46. Fig.

liez & arrêtez au Poinçon par des Moises assemblées avec Tenons & Mortaises, & des *Chevilles Coulisses*, qui sont des Chevilles de bois ou de fer, qui se mettent & s'ôtent quand on veut, pour pouvoir démonter l'Engin, lorsqu'on le veut transporter d'un lieu à un autre. La premiere & plus basse des deux Moises OP, qui embrassent le Poinçon & ses deux Bras, s'appelle *Grande Moise*: & la piece de bois ZH, qui sert à soutenir le Treuil CD, se nomme *Jambette*.

Lorsque le même Aissieu ou Moulinet est appnyé sur deux pieces de bois mises en croix de saint André, une semblable Machine s'appelle *Singe*, dont on se sert aussi dans les Bâtimens pour tirer de l'eau, ou pour lever & descendre des pierres, ou de grosses pieces de bois, & encore dans les Batteaux pour décharger les Marchandises. On se sert aussi pour enlever les pierres & les pieces de Charpenterie d'une espece d'Engin, qu'on appelle *Gruau*, & *Escoperche*, dont le Fauconneau est fort long, & posé de bas en haut.

De la Poulie.

LA Machine où il n'y a qu'une Poulie, soit pour augmenter la force de la Puissance, ou pour faciliter le mouvement, s'appelle *Monospaste*: & celle qui a deux Poulies se nomme *Dispaste*: & *Trispaste* celle qui a trois Poulies, *Tetraspaste* celle qui en a quatre, *Pentaspaste* celle qui en a cinq, & généralement *Polyspaste* celle qui en a plusieurs.

Presque toutes les Machines augmentent la force de la Puissance, excepté celle que les Latins appellent *Fistuca*, & que nous appellons communément *Sonnette*, dont on se sert dans les Bâtimens pour

enfoncer en terre des Pieux ou Pilotis , par le moyen d'un gros billot de bois A , qu'on appelle *Mouton* , quand la Machine est grande comme ici , & *Hie* quand la Machine est petite , de laquelle on se sert ordinairement pour arracher les Pieux qui ont été plantez , lorsqu'ils ne peuvent plus servir , ce qui se fait en frapant mediocrement sur la tête de ces Pieux , qui sont tirés par une corde fortement roidie.

Ce Mouton A est attaché par deux *Mains de fer* , ou Crampons B , attachez à deux Cordes qui passent sur des Poulies D , & qui ont à leurs extremités O , ordinairement seize bouts de Cordes N , fermement attachez , qui sont tirez tous à la fois par autant d'Hommes , qui levent le Mouton vers D , & le laissent tomber tout d'un coup sur la tête du Pilotis M , que l'on veut enfoncer , ce qui s'appelle *Battre le Mouton*.

Le même Mouton A , a deux Tenons arrêtez par derriere avec des *Clefs* , ou des *Clavettes* , qui sont des Chevilles de bois , que l'on ôte quand on veut. Ces Tenons servent pour entretenir le Mouton en le haussant & en le baissant dans les Coulisses , qui sont pratiquées entre les deux *Montans* G , H , ou deux pieces de bois perpendiculaires à la Sole IK , & soutenus par deux bras ou Liens en Contre-fiche C , & aussi par un Rancher EF , qui s'appuye en F sur la Fourchette LF. Il est ordinairement ferré par en bas avec une *Frete* , ou grande Virole de fer , pour empêcher qu'il ne se fende en frappant les Pieux , &c.

On peut mettre au rang des Machines composées la *Chevre* , dont on se sert dans les Bâtimens pour lever de grosses pieces à plomb , comme A , par le moyen des deux Poulies B , C , dont la plus basse B double la force de la Puissance , qui est encore mul-

Plan-
che 9.
47. Fig.

Plan-
che 10.
50. Fig.

Plan-
che 10.
50. Fig.

appliquée par les Bras ou Leviers DE, appliquez au Treüil FG, au lieu de Rouë. Ce Treüil FG est appuyé sur deux longues pieces de bois KL, MN, qui s'écartent l'une de l'autre par en bas, & se joignent en haut par une Clef, ou Clavette. Elles servent de Bras pour appuyer contre les Murailles quand il y en a, & quand il n'y en a point, on les soutient par une troisième piece HI, qu'on appelle *Bicoc*, & *Pied de Chevre*.

De l'Aissieu dans la Rouë.

Plan-
che 11.
52. Fig.

Q Uoique la *Grue* soit tres-simple, n'ayant qu'une Rouë, qu'on appelle *Tympan*, comme A, que l'on fait tourner avec son Aissieu ou Treüil BC, en la tirant par le dehors, ou en marchant par le dedans, & mouvoir en même temps la Corde DE, qui luy est attachée, & qui passant par dessus les Poulies F, M, N, leve le Poids H; néanmoins comme cette Machine est des plus considerables, & tres-utile dans les Bâtimens pour lever de grosses pierres, & les transporter là où l'on veut, & qu'elle est composée de plusieurs grandes pieces de bois, elle merite bien d'être mise au nombre des Machines composées.

Cette Machine est si commune, qu'elle est presque connue de tout le monde, & il ne faut qu'en regarder la figure pour la comprendre. C'est pourquoy nous dirons seulement, que l'extrémité C du Treüil BC, s'appelle *Lumiere*, & l'autre extrémité B *Mammelon*. La piece K qui soutient le Rancher FG, qui tourne avec la Rouë A, autour de l'extrémité I du Poinçon, où il y a un pivot de fer, se nomme *Arbre de la Grue*, qui sert de Poinçon par en haut, & qui est posé à Angles droits sur huit pie-

tes de bois L mises en croix, qu'on appelle *Embrassures*, *Empatemens*, & *Racineaux*. La piece de bois O, qui sert à soutenir le Rancher FG, & le Tympan A, s'appelle *Souppente*, &c.

Par le moyen des Rouës à dents, on peut augmenter la force de la Puissance autant que l'on voudra, car si l'on n'a qu'une seule Rouë, dont le Rayon soit par exemple dix fois plus grand que celui de son Aissieu, la Puissance appliquée à la circonférence de cette Rouë, aura dix fois plus de force : & si l'on ajoute une seconde Rouë, comme A, qu'on appelle *Pignon*, quand elle est petite, dont les dents engrainent avec celles de la plus grande, la force de la Puissance s'augmentera encore dans la même proportion que le Rayon de ce Pignon sera plus grand que celui de son Aissieu, comme si le Rayon est six fois plus grand que celui de son Aissieu, la Puissance sera soixante fois plus grande à l'aide de ce Pignon, & elle deviendra encore plus grande, si elle se sert de la *Manivelle* DBC, qui luy donnera d'autant plus de force que la ligne BD sera plus grande; de sorte que si le Poids E est par exemple de soixante livres, la Puissance appliquée en C, avec la force d'une Livre sera capable de l'enlever.

Plan-
che 13.
54. Fig.

Si l'on multiplie le nombre des Rouës & le nombre des Pignons, comme dans la Fig. 53. on multipliera prodigieusement la force de la Puissance, ce qui a fait que les Grecs & les Latins ont appelé cette Machine *Pancratium*, parce que par son moyen il n'y a point de fardeau si pesant qu'on ne puisse lever, & ce n'est pas sans raison qu'Archimede ne demandoit qu'un point pour appuyer sa Machine, afin de pouvoir enlever toute la Terre. *Da mihi punctum, & Terram movebo*. Mais si l'on multiplie les Rouës & les Pignons tant que l'on veut, pour aug-

Plan-
che 12.
53. Fig.

monter en cette façon la force de la Puissance, ainsi on est plus long-temps à lever le Poids A, attaché à la Rouë BC, qui tourne plus lentement.

Plan-
che 9.
48. Fig.

On augmente aussi extrêmement la force de la Puissance par le moyen du *Cric*, dont on se sert ordinairement pour relever les Carosses & les Charettes versées, par le moyen d'une Rouë dentelée AB, & d'une Manivelle CD, qui fait tourner le Pignon C, dont les dents s'engrainant à celles de la Rouë AB, fait aussi tourner cette Rouë, & son Pignon à trois dents E, lesquelles s'engrainant aussi avec les *Crans*, ou dents du *Cric* FG, le font lever avec le fardeau qui est appuyé sur la Fourchette GH. La Figure IKL fait voir la forme extérieure du *Cric*, que l'on peut rendre si fort en multipliant les Rouës, qu'il pourra lever une maison toute entière, mais son effet sera plus lent.

Plan-
che 13.
55. Fig.

Il y a des Machines composées, où le Vent sert de Puissance, comme dans le *Moulin à Vent*, où le Vent frappant contre les *Volans* AB, lorsque leur toile est tendue, & que les *Volans* qui servent de Leviers, sont tournez à côté du Vent, fait mouvoir ces Leviers, & tourner horizontalement l'Aisieu CD, & verticalement la Rouë EF, dont les dents engrainant avec les Fuseaux de la Lanterne GH, la font tourner, & en même temps la Rouë I, dont les dents engrainant pareillement avec les Fuseaux de la Lanterne K, la font tourner, & avec elle la Meule L, qui sert à moudre le Grain.

On appelle *Lanterne* une espèce de Pignon, qui est composé de plusieurs *Fuseaux*, ou petites pièces de bois longues & fortes, qui accrochent ou sont accrochées par les dents des autres Rouës, que dans ce cas on appelle *Herissons*, & *Rouets*. Le Corps du Moulin, qui est garni de Planches & de Poteaux,

se nomme *Cage*, que l'on fait tourner comme l'on veut avec ses Volans, pour leur faire prendre le Vent. Elle tourne avec l'Arbre du Moulin sur une espece de gros Rouleau de fer au bout de cet Arbre, que les Meuniers appellent *Tourillon*: & ils appellent *Lates* les Echelons qui sont aux Volans, sur lesquels on tend les Voiles.

On se fert encore tres-commodément de la force du Vent pour animer une Machine qu'on appelle *An moscope*, où l'on void le Vent qui souffle par le moyen de l'Aiguille AB, avec son Cadran NOSE, sur la circonference duquel sont marquez les noms des Vents, comme dans les Bouffoles ordinaires, & de la Giroïette CD, qui est attachée par l'extrémité D d'en haut du long Aissieu DF, qui est perpendiculaire à l'Horizon, & qui s'appuye par son autre extrémité F d'en bas sur le Plan GH, laquelle se fait pointuë, afin qu'au moindre Vent il se puisse mouvoir plus facilement, & faire tourner en même temps le Pignon IK, qu'il traverse, lequel a huit Aïles ou Canelures égales, pour les huit Vents premiers.

Plan-
che 14.
58. Fig.

Ces Canelures sont acrochées par les huit dents égales du Rouët LM perpendiculaires à l'Horizon, & le font tourner avec son Aissieu, PE, & l'Aiguille AB, qui est attachée à l'extrémité de cet Aissieu, & montre par sa pointe B, sur le bord du Cadran le Vent qui souffle. Le grand Aissieu DF passe par un trou fait en Q, sur le Plan horizontal RS, afin qu'il puisse demeurer toujours droit, ou perpendiculaire à l'Horizon: & l'Aissieu PE du Rouët LM traverse une Muraille, & passe par le Centre T du Cadran, comme l'on void à Paris à la Bibliothèque du Roy, & aussi sur le Pont-neuf à l'Horloge de la Samaritaine.

Plan-
che 13.
56. Fig.

Au lieu du Vent, on se sert quelquefois de la force de la fumée, pour faire tourner une Broche chargée de Viande avec une grande facilité, parce que bien que la fumée ait d'elle-même peu de force, néanmoins sa force s'augmente beaucoup par le moyen des Rouës C, D, E, F, dont les dents engrainent les unes avec les autres : car la fumée en montant pousse la Rouë AB, & la fait tourner avec sa Lanterne C, dont les Fuseaux engrainant avec les Dents de la Rouë D, la font tourner avec sa Lanterne E, dont les Fuseaux engrainant pareillement avec les Dents de la Rouë F, la font aussi tourner avec son Aissieu, ou Broche FG.

On se sert aussi tres-utilement de la force de l'Eau courante pour faire des Moulins à Eau, & d'autres Machines tres-propres pour élever les Eaux, & dessécher un lieu rempli d'eau, où l'on veut bâtir : car l'Eau courante en poussant par sa rapidité les Aîles d'une grande Rouë, qui entrent en partie dans l'Eau, a assez de force pour faire tourner la Rouë avec son Aissieu, & tout le reste de la Machine.

Comme ces Machines sont tres-communes, nous n'en parlerons pas davantage. On peut voir à Paris la Machine de la Samaritaine sur le Pont-neuf, qui est assez belle : mais la plus belle de toutes les Machines que l'on puisse voir en Europe, est celle de Marly proche de Paris, qui sert d'admiration à tous les Etrangers, & qui fera connoître à la Posterité la grandeur & la magnificence de LOUIS LE GRAND.

Du Coin.

LE Coin n'a aucune force de soy-même, comme vous avez vû, étant certain qu'il doit être poussé par quelque Puissance, dont la plus efficace est la percussion

percussion, principalement celle qui se fait par la chute de quelque Poids.

On rapporte à cette Machine qui est la plus simple de toutes, tous les Instrumens qui se terminent en pointe, & en taillant, qui servent à couper, à fendre, à tailler, à trancher, à piquer, à percer, à troier, &c. comme sont les Couëteaux, les Haches, les Cizeaux, les Epées, les Poinçons, &c.

De la Vis.

LA force de la Vis fera d'autant plus grande, Plan-
che 6.
39. Fig. qu'elle sera aidée d'un Levier plus long appliqué à son Colet G, pour la faire tourner. On en fait des *Verins*, dont on se sert ordinairement pour charger de grosses pierres dans des Charettes, ou à relever quelque Logis avec un *Pointal*, qui est une piece de bois comme HI, que l'on met debout sur la piece d'en bas KL, dans laquelle il y a deux Ecrous, par où passent deux Vis, que l'on fait tourner par des Leviers attachez au Colet G de chaque Vis, ce qui donne une grande force à la Puissance, principalement si les filets de la Vis sont bien serrez.

Le Levier appliqué à une seule Vis, sert aussi à la construction de la *Presse*, dont on se sert dans les Imprimeries, pour imprimer ce que l'on veut sur une feuille, & aussi dans les Monnoyes, pour imprimer l'effigie du Prince sur du Metal. On la fait aussi avec deux Vis, ayant une forme à peu près semblable à celle que vous voyez dans la *Fig. 39.* dont on se sert pour presser du Linge & des Livres. On en fait une grande, qu'on appelle *Pressoir*, pour pressurer le Vin.

On fait aussi une Vis qui engraine dans une Rouë Plan-
che 14.
57 Fig. à Dents, & c'est ce qu'on appelle *Vis sans fin*, parce

Plan-
che 14.
57. Fig

qu'étant tournée avec une Manivelle, elle fait tourner continuellement la Rouë, & avec elle son Aissieu, & le Poids qui luy est attaché avec une Corde qui se devide autour de l'Aissieu : & cela a une tres-grande force, que l'on peut augmenter en multipliant le nombre des Vis & des Rouës.

Comme dans cette Figure, si l'on fait mouvoir l'Aissieu AB, qui contient les Vis C, D, E, avec la Manivelle ou Levier FG, les Vis engrainant avec la grande Rouë HI, la feront tourner, & avec elle son Aissieu PQ, qui levera le Poids K attaché à la Corde QR. Mais si l'on ajoute un second Aissieu LM avec les Vis qui engrainent avec les Dents de la seconde Rouë ST, en faisant tourner cet Aissieu LM avec le Levier NO, la Rouë ST tournera en même temps avec son Aissieu AB, & la force redoublera, &c.

59. Fig. Nous parlerons ici par occasion de la *Vis d'Archimede*, qu'on appelle *Limace*, dont l'effet est d'autant plus admirable que la cause semble plus éloignée de la raison, parce que par le moyen de cette Machine on fait monter l'Eau en descendant. C'est un Canal appliqué en forme de Vis autour d'un Cylindre, qu'on appelle *Noyau*, dont on se sert pour faire monter l'Eau en plaçant l'une de ses deux extremités, comme A, dans l'Eau que l'on veut élever, car ainsi l'Eau entrant par l'ouverture A de ce Canal, trouvant de la pente, descendra vers B qui est plus bas, & la Machine tournant, qui doit être inclinée, la partie B montera vers C, & la partie C descendra vers D, ce qui fera couler l'Eau de B en C, & de C en D, & ainsi ensuite jusqu'à l'autre ouverture E d'en haut, par où l'Eau sortira. On dit qu'Archimede donna autrefois l'invention de cette Machine aux Egyptiens, pour dessécher leurs Marais causez par l'inondation du Nil.

Quoiqu'avec cette Machine l'on puisse puiser beaucoup d'eau, on ne peut pas la faire monter bien haut, à cause de la pente qu'on donne à cette Limace, pour attirer par son moyen l'eau plus facilement: mais on la peut élever aussi haut que l'on veut par le moyen d'une autre Machine qui est assez commune, & qu'on appelle *Chapelet*, parce qu'elle est faite comme un Chapelet, car elle est composée de plusieurs *Godets*, ou petits Vases plus larges par le haut que par le fonds, qu'on attache à une Chaîne de fer, qui se meut sur un Aissieu, que l'on fait tourner à l'aide d'une Rouë, que des hommes meuvent à force de bras, ou bien des Chevaux attachez à des Leviers, ou bien encore elle reçoit son mouvement par le coulant de l'eau, quand il y a une Riviere tout proche, ce qui fait monter ou descendre les Godets, dont ceux d'en bas puisent l'eau, & l'élevent en haut, pour la décharger là où l'on veut.

On se sert quelquefois de Chapelets plus petits, que trois ou quatre hommes font tourner par le moyen d'une Manivelle, comme AB, qui est attachée au Cylindre CD, qu'on appelle *Tambour*, ce qui fait rouler ce Cylindre, & rouler en même temps la Chaîne DG, qui passe par dessus, & qu'on appelle *Chaîne sans fin*, parce qu'elle se meut continuellement dans le Tuyau EF, qui est dans l'eau, & par dessous lequel passe la Chaîne avec des pieces de cuir faites en demi-Globes, qu'on met à la place des Godets pour élever l'eau par dessus le Tambour CD: & pour empêcher que l'eau ne tombe en montant, on fait tourner le Chapelet un peu vite.

Une semblable Machine, & toutes les autres qui servent à lever l'eau par l'eau même, ou par quelque autre force mouvante, se nomme *Machine Hydraulique*, & l'on appelle *Machine Pneumatique*,

celle qui par l'impulsion de l'Air, imite le son des Instrumens que l'on touche, comme l'Orgue, ou bien la voix humaine, ou celle des Animaux, comme l'Horloge qui est en l'Eglise de saint Jean à Lyon, où l'on entend chanter un Cocq avant que de sonner les heures.



LIVRE SECOND.

DE LA STATIQUE.

COMME la Mécanique ne considère proprement que les Forces mouvantes, en tant qu'elles sont appliquées à des Machines, ce n'est pas sans raison que nous l'avons séparée de la Statique, qui s'applique à la connoissance des Poids, des Centres de gravité, & de la décente des Corps pesans. Cette partie comprend plusieurs Questions Physiques qui ne sont point d'un Mathématicien, & que par conséquent nous négligerons ici, pour ne nous point éloigner du dessein que nous nous sommes proposé, qui est de parler aux Gens de Guerre, qui aiment la Pratique, & qui sont ennemis de la dispute.



C H A P I T R E I.

De la Décente libre des Corps pesans.

Nous entendons ici pour la Décente libre d'un Corps pesant , la chute de ce Corps dans l'air, lorsqu'il ne rencontre point d'autre Corps qui s'oppose à son mouvement. Nous avons remarqué au commencement du Livre precedent, que le Corps qui se meut dans l'air en tombant librement, acquiert en chacun des momens égaux de sa chute des degrez égaux de Vitesse, & que les espaces parcourus par le mobile croissent à chaque moment, selon la suite des premiers nombres impairs 1, 3, 5, 7, 9, &c. qui sont les différences des quarez 1, 4, 9, 16, 25, &c. des nombres arithmetiquement proportionnels 1, 2, 3, 4, 5, &c. & que par conséquent les espaces que les Corps pesans parcourent en tombant de haut en bas, depuis le commencement de leur chute sont en Raison doublée, ou comme les quarez des temps ou momens : & nous n'avons que la seule experience pour rendre raison de cette proportion, qui nous servira de fondement pour une bonne partie de ce que nous avons à dire dans la suite.

P R O P O S I T I O N I.

P R O B L E M E.

Etant connu l'espace qu'un Corps pesant parcourt en un temps déterminé, trouver l'espace qu'il parcourra dans un temps donné.

Supposons qu'en une Minute de temps un Mobile ait parcouru en descendant l'espace de 24 pieds;

Pour trouver l'espace que le même Mobile doit parcourir dans le même Milieu, par exemple dans trois Minutes de temps, cherchez à ces trois nombres 1, 9, 24, dont les deux premiers 1, 9, sont les quarrés des temps donnez 1, 3, & le troisième 24 est l'espace parcouru dans le premier temps, un quatrième proportionnel, qui donnera 216 pieds, pour l'espace que le Mobile parcourra dans le second temps, c'est à dire dans trois Minutes.

DÉMONSTRATION.

Parce que les espaces parcourus sont comme les quarrés des temps, & que dans cet exemple les temps sont 1, 3, & leurs quarrés 1, 9, il est évident que puisqu'il y a même Raison du premier quarré 1, au second 9, que de l'espace 24 parcouru au premier temps, à l'espace qui doit être parcouru dans le second temps, cet espace se doit trouver en cherchant aux trois nombres 1, 9, 24, un quatrième proportionnel, comme il a été fait.

PROPOSITION II.

PROBLÈME.

Étant connu le temps qu'un Corps pesant employe pour descendre d'un espace déterminé, trouver le temps qu'il doit employer pour descendre d'un autre espace donné.

Supposons qu'un Corps pesant ait employé une Minute de temps pour descendre de 24 pieds; Pour trouver le temps qu'il doit employer pour descendre dans le même Milieu, par exemple de 216 pieds, cherchez à ces trois nombres 24, 216, 1, dont les deux premiers 24, 216, sont le premier &

le second espace donné, & le troisième 1, est le carré du temps donné, un quatrième proportionnel, qui donnera 9 minutes carrées pour le carré du temps qu'on cherche, lequel par conséquent sera de 3 minutes, comme l'on connoît en tirant la Racine carrée du quatrième nombre trouvé 9.

DEMONSTRATION.

Parce que les espaces parcourus sont comme les quarrés des temps, & que dans cet exemple les espaces sont 24, 216, il est évident que puisqu'il y a même Raison du premier temps 24, au second 216, que du carré 1 du premier temps qui répond au premier espace 24, au carré du second temps qui répond au second espace 216, le carré de ce second temps se doit trouver en cherchant aux trois nombres 24, 216, 1, un quatrième proportionnel, comme il a été fait.

PROPOSITION III.

THEOREME.

La force qui porte un Corps perpendiculairement en haut, se diminue également.

JE dis que si l'on pousse perpendiculairement un Corps pesant en haut, en luy imprimant une force perpendiculaire qui soit continuë, ce mouvement se diminuëra peu à peu.

DEMONSTRATION.

Parce que la pesanteur du Corps jetté en haut, le porte en bas, son mouvement doit diminuer continuellement, & il doit entierement se détruire,

lorsque la force de l'impression qui le porte en haut, causée par la Puissance qui l'a jetté, est égale à celle qu'il a par sa gravité, de se porter en bas, c'est à dire que le Corps jetté en haut doit cesser de monter au moment que les deux impressions sont égales, après quoy il doit immédiatement descendre, parce qu'alors celle de la pesanteur commence à prevaloir à celle de la projection. Puisque donc la pesanteur empêche que le mouvement imprimé de bas en haut, n'ait autant de vitesse, & que par cet effet contraire elle détruit la force du mouvement de bas en haut, autant que seroit celui qu'elle produiroit de haut en bas, qui croît également, la force qui pousse en haut, doit aussi décroître également. *Ce qu'il falloit démontrer.*

S C O L I E.

On void aisément, que comme un Corps tombant acquiert en temps égaux des degrez égaux de vitesse, & qu'au contraire en montant il perd en temps égaux des degrez égaux de vitesse, c'est à dire que les vitesses diminuent en montant en la même proportion inverse qu'elles augmentent en descendant; ce Corps passe par les mêmes espaces dans des temps égaux en montant & en descendant. D'où il suit que les espaces parcourus par le mobile jetté vers le haut sont les mêmes dans un ordre renversé que ceux qui sont parcourus dans le même temps par le mobile tombant: de sorte que si le Corps employe cinq secondes de temps à monter à la hauteur de 25 pieds, & que l'espace qu'il parcourt à la première Seconde, soit par exemple de neuf pieds, celui de la deuxième Seconde sera de sept, celui de la troisième de cinq, celui de la quatrième de trois, & celui de la cinquième & dernière d'un pied; jus-

qu'au moment où il se trouve en équilibre sans monter ni descendre ; après quoy il commencera d'abord à descendre en parcourant dans la même proportion inverse les mêmes espaces dans le même temps ; de sorte qu'à la première Seconde de temps il descendra d'un pied , à la deuxième de trois , à la troisième de cinq , à la quatrième de sept , & à la cinquième & dernière de neuf , mettant en cette façon cinq Secondes de temps à descendre de 25 pieds , comme il en a demeuré à monter aussi de 25 pieds.

PROPOSITION IV.

PROBLEME,

Etant connu le temps qu'un Corps pesant demeure à descendre d'une hauteur connue , trouver de combien il descendra à chaque partie de ce temps.

Supposons qu'un Corps pesant ait demeuré cinq Secondes de temps pour descendre de 125 toises ; Pour trouver de combien de toises il descendra à chaque Seconde de temps , mettez x pour le nombre des toises qu'il doit parcourir à la première Seconde , & alors parce que les espaces que le Mobile parcourt en temps égaux , croissent selon la progression des nombres impairs 1 , 3 , 5 , 7 , 9 , &c. l'espace parcouru en la deuxième Seconde fera $3x$, l'espace parcouru en la troisième Seconde fera $5x$, l'espace parcouru en la quatrième Seconde fera $7x$, & l'espace parcouru en la cinquième & dernière Seconde fera $9x$: & comme tous ces espaces font ensemble $25x$, & qu'on les suppose égaux à 125 , on aura cette Equation $25x = 125$, laquelle étant divisée par 25 , on aura $x = 5$, ce qui fait connoître qu'à la première Seconde le Mobile fera descendu de 5 toises ,

& que par consequent il aura parcouru en descendant 15 toises pendant la deuxième Seconde, à cause de $3x$, & 25 toises pendant la troisième Seconde, à cause de $5x$, & 35 toises pendant la quatrième Seconde, à cause de $7x$, & enfin 45 toises pendant la dernière & cinquième Seconde, à cause de $9x$. Ce qu'il falloit faire.

S C O L I E.

Ce Problème est si facile, qu'il n'est pas besoin d'Algebre pour le résoudre : car il est évident que pour le résoudre, il n'y a qu'à partager le nombre donné 125 en cinq autres qui soient proportionnels à ces cinq 1, 3, 5, 7, 9, ce qui se peut aisément faire par la Regle de Compagnie. Mais pour venir à la pratique, multipliez chacun de ces nombres 1, 3, 5, 7, 9, par le nombre donné 125, & divisez chacun des produits 125, 375, 625, 875, 1125, par la somme 25 des mêmes nombres 1, 3, 5, 7, 9, & les quotiens 5, 15, 25, 35, 45, seront les espaces parcourus par le Mobile dans la première, la seconde, la troisième, la quatrième, & la cinquième & dernière Seconde de temps.

L E M M E.

Dans une Progression arithmetique, toutes les sommes de deux termes également éloignés des deux extrêmes sont égales chacune à la somme des deux extrêmes.

PROposons une Progression arithmetique composée de ces sept termes, a , $a+b$, $a+2b$, $a+3b$, $a+4b$, $a+5b$, $a+6b$. On voit que la somme $2a+6b$ des deux termes $a+b$, $a+5b$, ou des

deux $a+2b$, $a+4b$, également éloignez des deux extrêmes a , $a+6b$, est égale à la somme des deux mêmes extrêmes, & que par conséquent toutes ces sommes sont égales entre elles. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Il suit de cette Proposition, que quand le nombre des termes est impair, comme ici, la même somme $2a+6b$ est double du terme moyen $a+3b$.

PROPOSITION V.

THEOREME.

La force qui pousse de bas en haut un Corps pesant à une certaine hauteur, le porteroit dans le même temps à une hauteur double, si elle ne se diminueoit point.

Supposons qu'avec une certaine force on pousse un Corps pesant à la hauteur par exemple de sept toises dans une Minute de temps; je dis que si cette force demeureroit la même sans se diminuer, elle porteroit son Mobile à une hauteur double, c'est à dire à quatorze toises dans la même Minute de temps.

DEMONSTRATION.

Si l'on divise le temps par exemple en sept Moments, & pareillement la force en sept degrez, on connoitra aisément, que puisque *par Prop. 3.* cette force décroît également, & que l'on suppose qu'au commencement du premier Moment elle avoit sept degrez de vitesse, à la fin de ce premier Moment elle n'aura que six degrez de vitesse, à la fin du second elle en aura cinq, à la fin du troisième elle en aura quatre, à la fin du quatrième elle en aura trois, à la

fin du cinquième elle en aura deux, à la fin du sixième elle en aura un, & à la fin du septième & dernier Moment, elle n'aura plus aucun degré de vitesse. Ainsi nous avons une Progression arithmétique composée de ces huit termes, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0, où la somme des deux extrêmes, & aussi celle de deux quelconques également éloignés de ces extrêmes, est par Lem. prec. par tout la même, savoir 7; ce qui fait en tout quatre fois 7, ou 28. Or si la force ne se fût point diminuée, elle auroit produit en chaque Moment sept degrez de mouvement, & comme elle doit faire parcourir au Mobile un espace proportionné à ses forces, & qu'il y auroit en tout huit fois 7 degrez, ou 56 degrez de vitesse, qui sont le double de 28, elle auroit aussi porté son Mobile à une hauteur double. Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION VI.

THEOREME.

Deux Puissances poussent un même Corps pesant de bas en haut, à des hauteurs, qui sont entre elles comme les quarez des deux nombres qui expriment la Raison de ces deux Puissances.

JE dis que si par exemple une Puissance est triple d'une autre Puissance, en sorte que ces deux Puissances soient dans la Raison de ces deux nombres 3, 1, elle élèvera en poussant selon sa force triple un Corps pesant à une hauteur qui sera nonuple de celle à laquelle la petite Puissance peut élever avec sa force le même Corps pesant, de sorte que ces deux hauteurs seront comme ces deux nombres 1, 9, qui sont les quarez des deux 1, 3, qui expriment la Raison des deux Puissances.

DEMONSTRATION.

Parce que c'est le même Corps, ou la même pesanteur qui fait diminuer la force dans ces deux Puissances, elle se doit diminuer dans chacune par des degrez égaux, & celle qui est triple de l'autre, doit par conséquent employer le triple du temps à décroître; si donc elle employe par exemple trois Minutes de temps, & la moindre une Minute, la plus grande doit faire parcourir à son Mobile dans la dernière & troisième Minute, un espace égal à celui que la petite a fait parcourir au même Mobile dans la première Minute, & dans la seconde Minute elle doit faire parcourir au Mobile un espace trois fois plus grand, & un espace cinq fois plus grand dans la première Minute, parce que ces espaces décroissent en montant, ou croissent en descendant selon la proportion des nombres impairs, comme nous avons remarqué dans la *Prop. 3.* De sorte que si dans la première Minute la plus petite Puissance pousse le Mobile à la hauteur par exemple d'une toise, la plus grande Puissance qui est triple, aura fait parcourir au même Mobile, dans la troisième Minute, aussi l'espace d'une toise, & de trois toises dans la seconde Minute, & enfin de cinq toises dans la première Minute, ce qui fait en tout neuf toises. Ainsi l'on voit que quand la plus petite Puissance a poussé son Mobile à la hauteur d'une toise, la Puissance triple la fait monter à la hauteur de neuf toises, & que par conséquent ces hauteurs sont entre elles comme 1 à 9, qui sont les quarrés de ces deux nombres 1, 3, qui expriment la Raison des deux Puissances. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

On conclut évidemment de cette Proposition, que si la force qui pousse droit en haut, est double, l'espace sera quadruple, & que par conséquent un Arc double en force d'un autre Arc, doit pousser une flèche quatre fois plus haut.

PROPOSITION VII.

THEOREME.

La force qu'un Corps pesant acquiert en tombant, le fait remonter à la même hauteur.

Cette Proposition est évidente premièrement par l'expérience, secondement parce que le Corps pesant en tombant acquiert une vitesse, qui l'oblige à remonter en le poussant de bas en haut, lorsqu'il a trouvé le lieu le plus bas, où il a pû descendre, & que rien ne l'empêche de tomber: & si cette force ou vitesse acquise demeurait là même, elle pousseroit le Corps à une hauteur double, par Prop. 5. mais comme la pesanteur du Corps la fait continuellement diminuer par les mêmes degrez qu'elle étoit crüe, elle ne peut porter ce Corps & le faire remonter qu'à la même hauteur, de laquelle il a descendu. *Ce qu'il falloit démontrer.*

SCOLIE.

Dans tout ce que nous avons dit, il faut faire abstraction de la pesanteur & de la résistance de l'Air qui est la cause que toutes les Propositions précédentes ne s'accordent pas exactement avec l'expérience, sur tout celle-cy, car nous voyons que les Pendules ne

retournent pas tout-à-fait à la même hauteur, de laquelle ils étoient descendus, autrement ils auroient un mouvement perpetuel, & cependant nous voyons qu'ils s'arrêtent en peu de temps.

De la pesanteur & de la resistance de l'air, on tire plusieurs consequences qui se confirment par l'experience. La premiere est, que le *mouvement d'un Corps pesant ne s'accelere pas toujours, mais à une certaine hauteur il devient égal & uniforme dedans l'air*, parce que la resistance de l'air croissant comme les espaces, & par consequent en raison doublée des vîtesses ou des temps, cette resistance peut devenir si grande qu'elle détruira autant de la vîtesse qu'il s'en devoit produire, & par ce moyen le mouvement n'augmentera plus en vîtesse.

La seconde est, que *Divers Corps dans le même milieu n'ont pas un mouvement acceleré de la même façon*, à cause de la difference de leurs volumes, contre lesquels l'air fait plus ou moins de resistance au mouvement, parce que ceux qui ont un plus grand volume, chassent plus d'air en haut que ceux qui en ont un plus petit.

La troisième est, que *le mouvement des Corps pesans s'accelere diversement dans des Milieux differens, & dans le Milieu le plus épais, il arrive plutôt à l'égalité*, parce que ce Milieu plus épais fait ses circulations avec plus de difficulté, & resiste par consequent plus facilement au mouvement.

La quatrième est, que *les Corps les plus petits de même matiere homogène tombent avec moins de vîtesse, & arrivent plutôt à l'égalité*, parce que le Corps qui a plus de Surface trouve plus de resistance que celui qui en a moins, & que les plus petits Corps ont plus de Surface que les grands à proportion de leur solidité ou pesanteur, car la Geometrie

nous enseigne qu'un Cube qui a par exemple un pied de Surface, un Cube huit fois plus pesant n'aura que quatre pieds de Surface. C'est par ce principe que les grains de poussière élevez en l'air tombent fort lentement, & que les Oiseaux étendent leurs aîles pour se soutenir dans l'air, & qu'enfin une Pique jetée en l'air, ou dans l'eau, tombe sur sa pointe, &c.

La cinquième est, qu'il y a une hauteur qui produit dans un Corps pesant la plus grande vitesse qu'il puisse acquérir en tombant, de sorte que quand il tomberoit de plus haut, il n'auroit pas plus de vitesse, ce qui est évident par la première conséquence, où nous avons reconnu que le mouvement du Corps pesant ne s'accelere pas continuellement, & qu'à une certaine hauteur il devient égal.

La sixième est, qu'il y a une hauteur la plus grande de toutes, à laquelle la force acquise par la chute d'un Corps pesant, le peut faire remonter, parce que par la conséquence précédente, il y a une hauteur qui produit la plus grande vitesse que le Corps puisse acquérir en tombant, & que cette vitesse ne le peut faire remonter qu'environ à la même hauteur.

La septième est, qu'un Corps pesant poussé en haut par une force qui surpasse la plus grande qu'il peut acquérir en tombant, doit employer plus de temps à descendre qu'à monter, parce que la vitesse du Corps jeté à quelque hauteur que ce soit, diminué continuellement, au lieu que la vitesse du même Corps en tombant n'augmente qu'à une certaine hauteur, étant certain que si elle augmentoit continuellement, le Mobile demeureroit autant de temps à descendre qu'à monter.

La huitième est, que si un Corps pesant est poussé
en

en bas par une force qui surpasse la plus grande qu'il peut acquérir en tombant, a un mouvement retardé, parce que par la première conséquence le Corps qui tombe par la plus grande vitesse qu'il peut avoir en tombant, l'air luy fait une résistance égale à la force de sa pesanteur, & que quand il est poussé par une plus grande force, l'air luy fait une résistance qui surpasse la force de sa pesanteur, ce qui doit détruire une partie du mouvement, lequel en cette façon sera ralenti & retardé.

Par cette dernière conséquence on void la raison, par laquelle un Boulet de Canon tiré de haut en bas retarde son mouvement; car ce Boulet est poussé par l'effort de la Poudre, qui luy donne une plus grande vitesse que celle qu'il auroit acquise en tombant librement par sa pesanteur absoluë: & par la septième conséquence on void aussi la raison de cette expérience, que le P. Mersenne rapporte dans sa *Balistique*, ou l'art de jeter les Corps pesans, *Prop. 13.*

Cet Auteur dit qu'il a expérimenté plusieurs fois, qu'une flèche qui avoit employé trois secondes de temps à monter, en a demeuré cinq à descendre: & quoy qu'il ajoute qu'il a expérimenté qu'un Boulet de fer pesant trois livres, ayant été poussé perpendiculairement en haut par un Mortier long d'un Pied, a demeuré autant de temps à descendre qu'à monter, sçavoir six Secondes de temps; il ne faut pas croire pour cela que la chose doive toujours arriver ainsi, la différence n'étant pas si considérable dans le Boulet d'un Mortier que dans une flèche, dont le mouvement arrive plutôt à l'égalité, à cause de sa légèreté.

PROPOSITION VIII.

THEOREME.

Si une Puissance pousse horizontalement un Corps pesant de bas en haut, elle luy fera parcourir en montant & en descendant, une Ligne Parabolique.

LA projection perpendiculaire de bas en haut, ou bien de haut en bas, dont nous avons parlé dans les Propositions precedentes, se fait toûjours à nôtre égard par une ligne droite perpendiculaire à l'Horizon, de laquelle la direction n'est point alterée par la pesanteur du Mobile, qui racourcit seulement la ligne droite vers le haut, & l'allonge vers le bas.

Il n'en est pas de même du mouvement des Corps jettez horizontalement, ou bien à côté, dont la Ligne de direction se trouve alterée par la pesanteur, qui empêche que cette Ligne ne demeure droite, à cause du mouvement horizontal, ou oblique qui se mêle avec le perpendiculaire, ce qui fait changer de route au Corps jetté horizontalement, ou à côté, & luy fait parcourir une ligne courbe, qui est la circonference d'une Parabole, comme nous allons premierement démontrer dans la Projection horizontale, en supposant que l'air ne fait aucune résistance au mouvement, & que les Lignes de direction des Corps pesans sont paralleles entre elles.

DEMONSTRATION.

Plan-
che 10.
51. Fig. Supposons donc par exemple, que le Boulet A de matiere uniforme, tres-dure, & parfaitement ronde, soit poussé par quelque cause externe, comme seroit la force de la Poudre, avec un certain degré

de vitesse, qui le dirige vers D, selon la ligne horizontale AD, dont il parcourroit les espaces égaux AB, BC, CD, en des temps égaux, s'il n'avoit aucune pesanteur, où s'il étoit poussé sur le Plan horizontal AD; mais en ôtant ce Plan horizontal, & en laissant le Boulet A dans une entière liberté de se mouvoir selon la force qui luy a été imprimée par l'effort de la Poudre, elle continueroit son mouvement vers D, sans une nouvelle impression qu'elle reçoit par sa propre gravité, qui l'obligera de se détourner de sa droiture AD, & de parcourir dans son passage la ligne courbe AEF G, formée par deux mouvemens, dont l'un est égal & uniforme qui luy vient de l'impression de la Poudre, & l'autre est uniformement accéléré qui luy est communiqué par sa propre pesanteur. De sorte que si dans le premier Moment le Boulet A a parcouru selon sa Ligne de direction AD, l'espace AB par le mouvement égal de l'impulsion, & l'espace BE par le mouvement accéléré de sa pesanteur, dans le second Moment l'espace BC égal au premier AB, par le mouvement égal, & l'espace CF quadruple du premier BE, ou AH, par le mouvement accéléré, & au troisième Moment l'espace CD égal au premier AB, par le mouvement égal, & l'espace DG nonuple de BE, par le mouvement accéléré, & ainsi ensuite selon les quarrés des temps, lesquels temps sont representez par les lignes AB, AC, AD, ou leurs égales HE, IF, KG, parallèles à l'Horizon, & terminées par la ligne AK perpendiculaire à l'Horizon, comme les lignes BE, CF, DG, ou leurs égales AH, AI, AK, representent les chutes du Boulet A, à chaque temps: & comme ces lignes sont comme les quarrés 1, 4, 9, des lignes HE, IF, KG, il est aisé de conclure par la Définition de la Parabole, que la courbe

Plan-
che 10.
51. fig.

100 TRAITÉ DE MÉCANIQUE, LIV. II.
 A EFG, est une ligne Parabolique, dont l'Axe est
 AK, & les ordonnées sont HE, IF, KG. Ce qu'il
 falloit démontrer.

PROPOSITION IX.

THEOREME.

*Les lignes des projections obliques sont aussi
 Paraboliques.*

Plan-
 che 9.
 49. Fig.

J E dis que la Ligne courbe A EFG, que le Boulet A
 a parcouru étant poussé obliquement, c'est à dire
 suivant la direction entre l'horizontale & la verti-
 cale, est aussi la circonférence d'une Parabole.

DEMONSTRATION.

Parce que comme nous avons remarqué dans la
Prop. 3. un Corps étant poussé de bas en haut, les
 vitesses diminuent en montant dans la même pro-
 portion qu'elles augmentent en descendant, les
 temps égaux étant representez comme auparavant,
 par les trois parties égales AB, BC, CD, de la ligne
 horizontale AD, qui represente le temps que le
 Boulet A a employé pour parvenir au point G le plus
 élevé, si dans le premier Moment AB, ce Boulet a
 monté en E par exemple de cinq pieds, au second
 Moment BC il sera monté en F de trois pieds de
 plus qu'au premier, & au troisième & dernier Mo-
 ment CD, il sera monté en G d'un pied de plus qu'au
 second, de sorte qu'il aura monté en tout de neuf
 pieds. Ainsi la perpendiculaire DG sera 9, lorsque
 la ligne AD est 3, Racine quarrée de 9, la ligne GH
 sera 4, lorsque la ligne EH égale à BD sera 2, Ra-
 cine quarrée de 4, & la ligne GI sera 1, lorsque la
 ligne FI égale à CD sera 1, Racine quarrée de 1; où

l'on voit que les quarees des ordonnées AD, EH, FI, à l'Axe GD, sont comme les parties correspondantes GD, GH, GI, & que par consequent la courbe AEFG est Parabolique. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Plan-
che 9.
49. Fig.

S C O L I E.

Il est évident que la Ligne de direction AK, par laquelle le Boulet A, est poussé en haut par la force de la Poudre, touche la Parabole au point A, parce qu'au moment que la force pousse le Boulet A, selon cette Ligne de direction AK, sa pesanteur le fait tant soit peu descendre, en le détournant de la ligne droite AK, & en luy faisant parcourir la courbe Parabolique AEFG. L'Angle DAK, que fait la Ligne de direction AK, avec l'horizontale AD, s'appelle *Angle d'inclination*, & la largeur de la Parabole, qui se termine sur la ligne horizontale AD prolongée, se nomme *Amplitude de la Parabole*, dont AD en est ici la moitié.

C H A P I T R E I I I.

De la Décente des Corps pesans sur les Plans inclinés.

Q Uand un Corps pesant roule sur un Plan incliné, pour aller dans le lieu le plus bas, où il peut, il y va avec moins de vitesse que s'il tomboit librement dans l'air, parce que sa pesanteur relative est moindre que sa pesanteur absolue, à cause de l'obstacle que le Plan incliné fait à sa décente perpendiculaire, & qu'il le soutient en partie. D'où il est aisé de conclure, que cette pesanteur relative est

d'autant plus petite, que moins le Plan est incliné, de sorte qu'elle se réduit à rien, lorsque le Plan n'est point incliné, & qu'il est horizontal. Il y a plusieurs remarques curieuses & utiles à faire touchant la Pesanteur relative, dont nous allons parler dans les Propositions suivantes.

PROPOSITION I.

THEOREME.

Si une Puissance soutient un Poids Spherique, qui tend à rouler sur un Plan incliné, dont la Base est parallele à l'Horizon, par une Ligne de direction, qui passant par le Centre de gravité du Poids soit parallele à l'hypoténuse du Triangle rectangle, qui détermine l'inclinaison du Plan; cette Puissance sera à la partie du Poids, qui presse le Plan, comme la hauteur du Triangle rectangle, est à l'hypoténuse.

Plan-
che 15.
61. Fig.

JE dis que si une Puissance, dont la Ligne de direction ED passe par le Centre de pesanteur D du Poids Spherique FGH, qui tend à rouler sur le Plan incliné BC, & est parallele à l'hypoténuse BC du Triangle rectangle ABC, dont la Base AB est parallele à l'Horizon, soutient le Poids FGH, il y aura même Raison de la Puissance au Poids, ou de ce que la Puissance porte à ce que porte le Plan, que de la hauteur AC, à l'hypoténuse BC.

PREPARATION.

Tirez du point F, où le Corps Spherique FGH touche le Plan BC, par son centre D, le Diametre FH, qui par 18 3. fera perpendiculaire à l'hypoténuse BC, & par conséquent à sa parallele ED. Tirez

encore du centre D, la ligne DK perpendiculaire à l'Horizon, & par conséquent à la Base AB, qui sera la Ligne de direction du Poids FGH. Enfin tirez du point F, la ligne FI parallèle à l'Horizon ou à la Base AB, qui sera perpendiculaire à la ligne DK, de sorte que le Triangle rectangle DFO sera *par* 8. 6. divisé en deux Triangles rectangles FID, FIO, semblables entre eux, & au Triangle OKB, ou à son semblable ABC.

Plan-
che 15.
61. Fig.

DEMONSTRATION.

Cette preparation étant faite, on connoîtra aisément, que la ligne ED étant la Ligne de direction de la Puissance, & DK la Ligne de direction du Poids, c'est comme si la Puissance étoit appliquée en D, & que le Poids fût suspendu au point I, & qu'ainsi DFI peut être considéré comme un Levier recourbé, dont le Point fixe est F, la distance de la Puissance est FD, & la distance du Poids est FI, & dans ce cas il a été démontré ailleurs, que la Puissance est au Poids, comme la distance FI du Poids, à la distance FD de la Puissance : c'est pourquoy si à la place des deux derniers termes FI, FD, on met les deux AC, BC, qui sont en même Raison, à cause des Triangles semblables FDI, ABC, on connoîtra que la Puissance est à la partie du Poids qui pèse sur le Plan, comme la hauteur AC, à l'hypoténuse BC. *Ce qu'il falloit démontrer.*

S C O L I E.

On void aisément par cette Proposition, que si au lieu d'imaginer que la Puissance soutient le Poids FGH, par le moyen de la Corde ED attachée à son centre D, & parallèle au Plan BC, on l'arrête par le Plan LM perpendiculaire au Plan BC, la Pesanteur

Plan-
che 15.
61. Fig.

relative, dont le Poids pressera le Plan LM, est à celle, par laquelle il presse le Plan BC, comme la hauteur AC, à l'hypoténuse BC.

On void aussi, que si au lieu de la Puissance appliquée en E, on avoit un Poids N attaché à une Corde, qui passant par dessus une Poulie tellement disposée, que la partie ED de cette Corde fût parallèle à l'hypoténuse BC, & que ce Poids N tint le Poids D en Equilibre, ce même Poids N seroit au Poids D, comme la hauteur AC, à l'hypoténuse BC; & reciproquement si la hauteur AC, étoit à l'hypoténuse BC, comme le Poids N est au Poids D, ces deux Poids N, D, seroient en équilibre.

Enfin l'on void aisément, que la Puissance ainsi appliquée est toujours moindre que la partie du Poids qui pese sur le Plan, parce que la ligne AC est essentiellement moindre que l'hypoténuse BC. On entend ici par le Poids D, non pas sa Pesanteur absolue, mais la partie qu'en porte le Plan BC, & par la Puissance qui est égale au Poids N, le reste du Poids D, qui porte en l'air, & que le Plan BC ne porte pas. Que si l'on considère la Pesanteur absolue du Poids D, on démontrera dans la *Prop. 5.* qu'elle est à celle du Poids N, comme AC est à BC,



PROPOSITION II.

THEOREME.

Si une Puissance soutient un Poids Spherique qui tend à rouler sur un Plan incliné, dont la Base est parallele à l'Horizon, par une Ligne de direction, qui étant parallele à cette Base, passe par le Centre de gravité du même Poids, la Puissance sera au Poids, comme la hauteur du Plan incliné à la longueur de sa Base.

Je dis que si une Puissance, dont la Ligne de direction DL passe par le Centre de pesanteur D du Poids Spherique EFG, qui tend à rouler sur le Plan incliné BC, & est parallele à la Base AB, que je suppose parallele à l'Horizon, soutient ce Poids EFG, il y aura même Raison de la Puissance au Poids, que de la hauteur AC, à la longueur AB.

Plan-
che 7.
44. Fig.

PREPARATION.

Tirez du point E, où le Corps Spherique EFG touche le Plan BC, par son Centre D, le Rayon DE, qui par 18. 3. sera perpendiculaire à l'hypoténuse BC du Triangle rectangle ABC. Tirez encore du Centre D, la ligne DH perpendiculaire à l'Horizon, & par conséquent à la Base AB, qui sera la Ligne de direction du Poids EFG. Enfin tirez du point d'attouchement E la ligne EI perpendiculaire à la Ligne de direction DH du Poids, à laquelle la Ligne de direction de la Puissance est aussi perpendiculaire: de sorte que le Triangle rectangle DEO sera divisé par 8. 6. en deux Triangles rectangles EID, EIO, semblables entre eux, & au Triangle OHB, ou à son semblable ABC.

Plan-
che 7.
44. Fig.

DEMONSTRATION.

Cette Preparation étant faite, on connoîtra par *Ax. 9.* que la Puissance étant appliquée en L, c'est comme si elle étoit appliquée en M, où sa Ligne de direction DE se trouve coupée à angles droits par la droite EM parallèle à la Ligne de direction DH du Poids, & comme si le Poids étoit suspendu du point I, où sa Ligne de direction DH se trouve coupée à angles droits par la ligne EI parallèle à la Ligne de direction DL de la Puissance, & qu'ainsi MEI peut être considéré comme un Levier recourbé, dont le Point fixe est E, la distance de la Puissance est EM, & la distance du Poids est EI, & dans ce cas, il a été démontré ailleurs, que la Puissance est au Poids, comme EI est à EM, ou DI son égale : c'est pourquoy si à la place des deux derniers termes EI, DI, on met les deux AC, AB, qui sont en même Raison, à cause des Triangles semblables ABC, EDI, on connoîtra que la Puissance est au Poids, comme AC, est à AB. *Ce qu'il falloit démontrer.*

S C O L I E.

Il est évident par ce qui vient d'être démontré, que lorsque l'Angle d'inclination B sera demi-droit, auquel cas l'Angle C sera aussi demi-droit, la Puissance sera égale au Poids, parce que dans cette supposition, les lignes AB, AC, seront égales entre elles : & que lorsque l'Angle d'inclination B sera moindre qu'un demi-droit, auquel cas l'Angle C sera plus grand qu'un demi-droit, la Puissance sera moindre que le Poids, parce que dans ce cas le côté AB sera plus grand que le côté AC : & enfin que lorsque l'Angle d'inclination B sera plus grand qu'un de-

mi-droit, auquel cas l'Angle C sera moindre qu'un demi-droit, la Puissance sera plus grande que le Poids, parce que dans cette supposition le côté AB sera plus petit que le côté AC.

Plan-
che 7.
44. Fig.

Il est aussi évident que si au lieu d'appliquer la Puissance en L, pour soutenir le Poids EFG, par le moyen de la Corde DL attachée à son Centre D, & parallèle à l'Horizon, ou à la Base AB, on faisoit passer cette Corde par dessus la Poulie N, pour y pendre un Poids K, qui tint le Poids D en équilibre, ce Poids K, qui dans ce cas tiendroit lieu de Puissance, seroit au Poids D, comme AC est à AB, & reciproquement si le Poids K étoit au Poids D, comme AC est à AB, ces deux Poids K, D, seroient en équilibre, puisque le Poids K produit le même effet que la Puissance.

Enfin il est évident, que si au lieu de la Puissance en L, ou d'un Poids en K, on appliquoit la Surface PG perpendiculaire à l'Horizon, ou à la Base AB, qui touchant le Poids EFG au point G, l'empêcheroit de tomber, la Pesanteur relative du Poids EFG, par laquelle il pousseroit la Surface PG, seroit à celle, par laquelle il presseroit le Plan BC, comme AC est à AB.



PROPOSITION III.

THEOREME.

Si deux Poids Spheriques attachez avec une Corde parallele à l'Horizon, par leurs Centres de gravité, s'entretiennent l'un l'autre en Equilibre sur deux Plans inclinez, ayant une même hauteur, & leurs bases posées sur un même Plan parallele à l'Horizon, ils seront entre eux comme les longueurs de ces Bases.

Plan-
che 6.
40. Fig.

LE Triangle ABC, dont la perpendiculaire est CD, est le Profil de deux Plans inclinez AC, BC, dont la hauteur commune est CD, & dont les Bases AD, BD, sont situées sur un même Plan AB parallele à l'Horizon: & il y a sur ces deux Plans inclinez AC, BC, les deux Poids E, F, qui s'entretiennent l'un l'autre en Equilibre par le moyen de la Corde EF, qui passant par leurs Centres de gravité est parallele à l'Horizon, ou au Plan AB. Cela étant, je dis que le Poids E est au Poids F, comme AD est à BD.

DEMONSTRATION.

Puisque les deux Poids E, F, s'entretiennent l'un l'autre en Equilibre, de sorte que chacun ne tire pas sa Corde plus d'un côté que d'autre, la même Puissance qui pourroit soutenir le Poids E sur le Plan incliné AC, par la Ligne de direction EF, pourroit aussi soutenir le Poids F sur le Plan incliné BC, par la même Ligne de direction EF: & comme par *Prop. 2.* la Puissance qui soutiendrait le Poids E sur le Plan incliné AC, seroit à ce Poids E, comme CD est à AD, & que la même Puissance qui soutiendrait

Le Poids F, sur le Plan incliné BC, seroit à ce Poids F, comme CD est à BD, on conclurra *par Egalité*, que le Poids E est au Poids F, comme AD est à BD. Plan-
che 6.
40. Fig.
Ce qu'il falloit démontrer.

S C O L I E.

Il faut bien ici remarquer, que quand on parle d'un Poids posé sur un Plan incliné, comme du Poids E, pour le comparer à un autre Poids, ou à quelque Puissance qui le pourroit soutenir, on n'entend pas parler de sa Pesanteur absoluë, par laquelle il tend au Centre de la terre, mais de celle par laquelle il presse le Plan AC, qui est nécessairement moindre que la première, parce qu'il n'y a qu'une partie de ce Corps pesant qui pese sur le Plan, à cause qu'il tend à rouler sur ce Plan.

P R O P O S I T I O N I V.

T H E O R E M E.

Si deux Poids Spheriques attachez par leurs Centres de gravité avec une Corde, qui passant par dessus une Poulie se replie de telle sorte que ses deux parties soient paralleles à deux Plans inclinez, ayant une même hauteur, & leurs Bases posées sur un même Plan parallele à l'Horizon, s'entre-tiennent l'un l'autre en Equilibre sur les deux Plans inclinez, ils seront entre eux comme les longueurs de ces Plans inclinez.

LE Triangle ABC, dont la perpendiculaire est CD, est le Profil de deux Plans inclinez AC, BC, dont la hauteur commune est CD, & dont les Bases AD, BD, sont situées sur un même Plan AB parallele à l'Horizon, & il y a sur ces deux Plans in- Plan-
che 15.
62. Fig.

Plan-
che 15.
62. Fig.

clinez AC, BC, les deux Poids E, F, qui s'entretiennent l'un l'autre en Equilibre par le moyen de la Corde EGF, qui passant au dessus de la Poulie G, & par leurs Centres de gravité, se plie tellement que la partie EG est parallele au Plan incliné AC, & la partie FG parallele au Plan incliné BC. Cela étant, je dis que le Poids E, est au Poids F, comme AC est à BC.

DEMONSTRATION.

Puisque les deux Poids E, F, s'entretiennent l'un l'autre en Equilibre, de sorte que chacun fait un égal effort pour descendre sur son Plan incliné, tirant également sa Corde, la même Puissance qui pourroit soutenir le Poids E, sur le Plan incliné AC, par la Ligne de direction EG, pourroit aussi soutenir le Poids F sur le Plan incliné BC, par la Ligne de direction FG : & comme *par Prop. 1.* la Puissance qui soutiendrait le Poids E sur le Plan incliné AC, seroit à ce Poids E, comme CD est à AC, & que la même Puissance qui soutiendrait le Poids F, sur le Plan incliné BC, seroit à ce Poids F, comme CD est à BC, on conclurra *par Egalité*, que le Poids E, est au Poids F, comme AC est à BC. *Ce qu'il falloit démontrer.*

SCOLIE.

La Proposition inverse est aussi veritable, sçavoir que si les deux Poids E, F, sont entre eux comme les longueurs AC, BC, ils seront en Equilibre, ce qui est aussi vray des Prismes qui seront placez perpendiculairement sur les Plans inclinez, & attachez par leurs Centres de gravité.

PROPOSITION V.

THEOREME.

Si la Pesanteur absoluë d'un Poids posé sur un Plan incliné, est à celle d'un autre Corps pesant qui tombe perpendiculairement, comme la hauteur du Plan incliné est à sa longueur, ces deux Poids seront en Equilibre.

JE dis que si la Pesanteur absoluë du Poids D posé sur le Plan incliné BC, est à celle du Poids N, qui tombe perpendiculairement, comme la hauteur AC est à la longueur BC, ces deux Poids N, D, seront en Equilibre, c'est à dire que chacun tendra à descendre avec une égale force, de sorte que si on les joint par une Corde, comme dans la *Prop. I.* afin que l'un se meuve autant que l'autre, chacun tirera également sa partie de la Corde qui passe par dessus la Poulie E.

Plan-
che 15.
61, Fig.

DEMONSTRATION.

Si l'on prend sur la longueur BC, la partie BP égale à la hauteur AC, & que du Point P on tire la ligne PQ perpendiculaire à AB, en plaçant le Poids N en C, & le Poids D en B, & en faisant ensuite descendre le Poids N de C en A, le Poids D montera d'autant sur le Plan incliné BC, depuis B en P, parce que l'on a fait BP égale à AC, de sorte qu'il se fera élevé à la hauteur PQ, comme le Poids N s'est abaissé de la hauteur AC. Ainsi la ligne AC, qui est le mouvement du Poids N, sera à la ligne PQ, qui est le mouvement du Poids D, reciproquement comme le Poids D est au Poids N, par cette Regle generale de Mecanique, que nous avons remarquée dans

Plan-
che 15.
61. Fig.

le Levier, & dans les autres Machines, ſçavoit que les Poids ſont reciproquement proportionnels à leurs mouvemens. C'eſt pourquoy ſi à la place des deux premiers termes AC, PQ, on met les deux BC, AC, qui ſont en même Raiſon, par 4. 6. à cauſes des Triangles ſemblables ABC, QBP, il ſera vray de dire que BC eſt à AC, coſme le Poids N, eſt au Poids D, quand ces deux Poids ſont en Equilibre, & que par conſequent, ſi le Poids D, eſt au Poids N, comme la hauteur AC, à la longueur BC, ces deux Poids N, D, ſont en Equilibre. *Ce qu'il falloit démonſtrer.*

PROPOSITION VI.

THEOREME.

Si de deux Poids égaux l'un déceſt perpendiculairement, & l'autre ſur un Plan incliné, leurs Peſanteurs relatives ſeront reciproquement proportionnelles à la longueur du Plan, & à ſa hauteur.

Je diſ que ſi le Poids D, qui eſt ſur le Plan incliné BC, eſt égal au Poids N, qui déceſt perpendiculairement, la force avec laquelle le Poids D tend à déceſtre ſur le Plan incliné BC, eſt à la force par laquelle le Poids N tend à déceſtre perpendiculairement, comme la hauteur AC, eſt à la longueur BC.

DEMONSTRATION.

Si l'on fait une conſtruction ſemblable à la précédente, & que l'on faſſe déceſtre le Poids N, de C en A, le Poids D parviendra de B en P, & il ſera ſeulement monté à la hauteur PQ moindre que la hauteur AC, ce qui fait que le Poids N ayant plus de mouvement que le Poids D, il aura auſſi à propor-

tion

tion plus de force pour descendre que le Poids D, par la Regle generale de Mecanique, c'est à dire que la Pesanteur relative du Poids D, sera à celle du Poids N, comme la hauteur PQ, à la hauteur AC, ou comme AC est à BC. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Plan-
che 15.
61. Fig.

COROLLAIRE I.

Il suit évidemment de cette Proposition, que la force qu'un Corps pesant a par sa propre pesanteur de tomber en bas, c'est à dire sa Pesanteur absolüe, se diminuë sur un Plan incliné, dans la Proportion de la longueur de ce Plan à sa hauteur, ou du Sinus Total au Sinus de l'Angle d'inclination : de sorte que si la longueur BC étoit par exemple double de la hauteur AC, ce qui arrivera lorsque l'Angle d'inclination B sera précisément de 30 degrez, la Pesanteur absolüe du Poids N, sera double de sa Pesanteur relative sur le Plan incliné BC.

D'où il suit, que si un cheval tire une charette chargée sur un Plan incliné, comme sur une Montagne, outre la peine qu'il a de tirer cette charette dans la Plaine, il ressent la Pesanteur relative du fardeau qu'il tire sur le Plan incliné, qui est telle partie de la Pesanteur absolüe du fardeau, que la hauteur du Plan incliné est de sa longueur. Comme si la longueur de la Montagne est double de sa hauteur, & que le fardeau pèse 2000 livres, le cheval en ressentira 1000. De sorte que si le cheval ne pouvoit tirer que 1000 livres, sur le penchant de cette Montagne, il faudra deux chevaux pour tirer 2000 livres sur le penchant de la même Montagne.

COROLLAIRE II.

Il s'ensuit aussi, que la vitesse du Mobile D sur le

H

Plan-
che 15.
61. Fig.

Plan incliné BC, se diminue aussi à proportion que la longueur BC de ce Plan est plus grande que sa hauteur AC, c'est à dire que la vitesse de ce Mobile D sur le Plan incliné BC, est à celle qu'il a quand il se meut perpendiculairement, comme la hauteur AC du Plan est à sa longueur BC, parce que les vitesses d'un même Corps doivent avoir la même Raison que leurs Pesanteurs relatives, étant certain que le Mobile qui a des forces doubles par exemple, doit avoir aussi une double vitesse, &c.

PROPOSITION VII.

THEOREME.

Si de deux Poids égaux l'un descend sur un Plan incliné, & l'autre sur un autre Plan incliné de même hauteur, leurs Pesanteurs relatives seront reciproquement proportionnelles aux longueurs de ces deux Plans.

Plan-
che 15.
63. Fig.

JE dis que si le Poids E, qui est sur le Plan incliné AC, est égal au Poids F, qui est sur le Plan incliné BC de même hauteur, la force que le Poids E a de descendre sur son Plan incliné AC, est à la force que le Poids F a de descendre sur son Plan incliné BC, reciproquement comme la longueur BC de ce Plan, est à la longueur AC du premier Plan.

DEMONSTRATION.

Si l'on imagine un troisième Poids égal au Poids E, ou au Poids F, qui tombe perpendiculairement le long de la hauteur commune CD, la force de ce Poids sera à celle du Poids E, comme AC est à CD, & à celle du Poids F, comme BC est à CD, par Prop. 6. c'est pourquoy par Egalité, la force du

Poids E sera à celle du Poids F, comme BC est à AC. Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION VIII.

THEOREME.

Les Pesanteurs relatives de deux Poids égaux posés sur deux Plans inclinez de même hauteur, sont entre elles comme les hauteurs qui répondent à des parties égales de leurs Plans inclinez.

J E dis que si le Poids E posé sur le Plan incliné AC, est égal au Poids F posé sur le Plan incliné BC, & qu'ayant pris à volonté sur les longueurs AC, BC, les deux parties égales AG, BH, & tiré des deux points G, H, les droites GI, HK, perpendiculaires aux Bases AD, BD, ou parallèles à la hauteur commune CD; la force que le Poids E a de descendre sur son Plan incliné AC, est à celle que le Poids F a de descendre sur son Plan incliné BC, comme la hauteur GI, est à la hauteur HK.

Plan-
che 1^{re}.
63. Fige

DEMONSTRATION.

Si l'on imagine un troisième Poids égal au Poids E, ou au Poids F, qui tombe perpendiculairement des hauteurs GI, HK, la Pesanteur relative de ce Poids sera à celle du Poids E, comme AG est à GI, & à la Pesanteur relative du Poids F, comme BH ou AG est HK, par Prop. 6. C'est pourquoy par Egalité, la Pesanteur relative du Poids E, sera à celle du Poids F, comme la hauteur GI, est à la hauteur HK. Ce qu'il falloit démontrer.

Plan-
che 15.
63. Fig.

COROLLAIRE.

Il suit évidemment de cette Proposition, que les Pesanteurs relatives de deux Poids égaux posez sur deux Plans inclinez de même hauteur, sont proportionnelles aux Sinus des Angles d'inclination de ces deux Plans, parce que la perpendiculaire GI est le Sinus de l'Angle A, à l'égard du Sinus Total AG, ou BH, & que la perpendiculaire HK est le Sinus de l'Angle B, à l'égard du même Sinus Total BH.

PROPOSITION IX.

THEOREME.

Si une Puissance soutient un Poids Sphérique qui tend à rouler sur un Plan incliné, dont la Base est parallèle à l'Horizon, par une Ligne de direction, qui passant par le Centre de gravité du Poids, rencontre en un point l'hypoténuse du Triangle rectangle, qui détermine l'inclinaison du Plan; cette Puissance sera au Poids, comme le Sinus de l'Angle d'inclination, au Sinus du Complement de l'Angle de traction.

Plan-
che 15.
64. Fig.

JE dis que si une Puissance dont la Ligne de direction DE passe par le Centre de pesanteur du Poids Sphérique D, qui tend à rouler sur le Plan incliné BC, & étant prolongée rencontre en M l'hypoténuse BC du Triangle rectangle ABC, dont la Base AB est parallèle à l'Horizon, soutient ce Poids D, il y aura même Raison de la Puissance au Poids, que du Sinus de l'Angle GDH, égal à l'Angle d'inclination B, au Sinus du Complement de l'Angle CME, qu'on appelle Angle de traction.

P R E P A R A T I O N .

Tirez par le point G, où le Poids D touche le Plan BC, au Centre D, le Rayon DG, qui par 18. 3. sera perpendiculaire à l'hypoténuse BC: & à la Ligne de direction EM la perpendiculaire GL, & l'Angle DGL sera par 8. 6. égal à l'Angle de traction CME, dont le Sinus sera DL, & le Sinus de son Complement sera GL, à l'égard du Sinus Total DG, comme à l'égard du même Sinus Total DG, la Ligne GH est le Sinus de l'Angle GDH égal à l'Angle d'inclinaison B. Tirez du Centre D, la ligne DI perpendiculaire à la Base AB, qui sera la Ligne de direction du Poids D, & la ligne DF parallèle à l'hypoténuse BC, que vous prendrez pour la Ligne de direction d'une autre Puissance tellement appliquée en F, ou en D, qu'elle soutienne aussi le Poids D sur le Plan incliné BC. Tirez encore du point G, la ligne GH parallèle à l'Horizon, ou perpendiculaire à la Ligne de direction DI du Poids, & le Triangle DGH sera semblable au Triangle ABC, comme nous avons reconnu dans la Prop. 1.

D E M O N S T R A T I O N .

Cette Preparation étant faite, on connoîtra comme dans la Prop. 1. que DE, DF, étant les Lignes de direction de deux Puissances qui soutiennent separement le Poids D, dont la Ligne de direction est DI, c'est comme si ces deux Puissances étoient appliquées à l'extrémité D du Levier recourbé DGH, dont le Point fixe est G, & comme si la Pesanteur relative du Poids D, par laquelle il presse le Plan BC, étoit reduite au point H, & qu'ainsi GH est la distance du Poids, GL la distance de la Puissance en

Plan-
che 15.
64. Fig.

E, & GD la distance de la Puissance en F, parce qu'elle est perpendiculaire à la Ligne de direction DE, comme DE est perpendiculaire à la Ligne de direction DP, & DH perpendiculaire à la Ligne de direction DN.

Cela étant supposé, on considerera que puisque la Puissance en E soutient le Poids D par la Ligne de direction DE, par le moyen du Levier recourbé DGH, où G est le Point fixe, GH la distance du Poids, & GL la distance de la Puissance, cette Puissance sera au Poids, comme la distance GH du Poids, est à la distance GL de la Puissance : & pareillement puisque la Puissance en F soutient le même Poids D, par la Ligne de direction DF, par le moyen du même Levier recourbé DGH, où G est le Point fixe, GH la distance, & GD la distance de la Puissance, cette Puissance sera au Poids, comme la distance GH du Poids est à la distance GD de la Puissance. C'est pourquoy *par Egalité* la Puissance en E, sera à la Puissance en F, comme GD est à GL : & parce que GD est à GH, comme BC est à AC, à cause des Triangles semblables DGH, ABC, ou *par Prop. 1.* comme le Poids D, est à la Puissance en F, on conclurra *par Egalité*, que la Puissance en E est au Poids D, comme GH est à GL, ou comme le Sinus de l'Angle d'inclination, est au Sinus du Complement de l'Angle de traction. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE I.

Il suit évidemment de cette Proposition, que la Puissance en F, dont la Ligne de direction est parallèle au Plan incliné BC, est la moindre de routes, c'est à dire qu'il faut moins de force pour soutenir le Poids D sur le Plan incliné BC, en tirant ce Poids

par une Ligne parallele au Plan incliné, telle qu'est DF, que par quelqu'autre Ligne, comme seroit DE; de sorte que la Puissance en E est plus grande que la Puissance en F, & elle fera toujours plus grande à mesure que l'Angle de traction deviendra plus grand, parce qu'il a été démontré, que la Puissance en E, est à la Puissance en F, comme GD est à GL, ou comme le Sinus Total est au Sinus du Complement de l'Angle de traction, ce Sinus du Complement GL devenant toujours plus petit à mesure que l'Angle de traction devient plus grand.

D'où il est aisé de conclure, que la Puissance est la plus grande, qu'elle puisse être, & qu'elle est égale précisément au Poids, lorsque l'Angle de traction est égal au Complement de l'Angle d'inclination, ce qui arrivera lorsque la Ligne de direction DE fera perpendiculaire à l'Horizon, comme DK, parce que dans ce cas les lignes GH, GL, seront égales entre elles, ce qui égale la Puissance au Poids, puisque cette Puissance est au Poids, comme GH, est à GL. Ainsi l'on connoît que la Puissance est la moindre de toutes, lorsqu'elle tire par une Ligne de direction parallele au Plan incliné, & qu'elle est la plus grande de toutes, lorsqu'elle tire par une Ligne de direction perpendiculaire à l'Horizon; où l'on voit que si un cheval tire un fardeau par le moyen d'une charette, ou de quelqu'autre Machine roulante, il aura d'autant moins de peine à tirer, que la Ligne de direction par laquelle il tirera ce fardeau, approchera plus d'être parallele au penchant de cette Montagne.

COROLLAIRE II.

Il s'ensuit aussi que si la Ligne de direction, comme DN, fait avec DF parallele à BC, un Angle FDN

Plan-
che 15.
64. Fig.

égal à l'Angle EDF, la Puissance appliquée en N, fera égale à la Puissance appliquée en E, parce que dans ce cas les Angles de traction DMO, DOM, seront égaux, puisque *par 29. 1.* l'Angle de traction DMO est égal à son externe opposé EDF, que l'on suppose égal à l'Angle FDN, & par conséquent à son alterne DOM, &c.

D'où il suit que si la Ligne de direction, comme DP, fait avec la ligne DG perpendiculaire à la ligne BC, un Angle GDP égal à l'Angle d'inclination B, la Puissance appliquée en P sera égale au Poids, *par Coroll. 1.* parce que dans ce cas l'Angle de traction DPM est égal au Complement de l'Angle d'inclination B.

COROLLAIRE III.

Enfin il s'ensuit, que si la Ligne de direction, comme DQ, est perpendiculaire au Plan incliné BC, en sorte que l'Angle de traction QGB soit droit, la Puissance appliquée en Q, ou en tel autre point que l'on voudra, de sa Ligne de direction DQ, pour soutenir le Poids D, doit être infinie, c'est à dire qu'une Puissance qui tireroit ce Poids D, par la Ligne de direction DQ, ne seroit pas capable de le soutenir, quelque force qu'elle pût avoir, parce que le Sinus du Complement de l'Angle de traction se réduit à rien, étant infiniment petit, ce qui rend infiniment grande la Puissance appliquée en Q, puisque cette Puissance est au Poids, comme le Sinus de l'Angle d'inclination, est au Sinus du Complement de l'Angle de traction.



PROPOSITION X.

THEOREME.

Si deux Puissances soutiennent un Poids par le moyen d'une Corde , qui se repliant par la pesanteur de ce Poids placé entre les deux Puissances , fasse un Angle droit , elles seront reciproquement proportionnelles au parties de la Corde.

JE dis que si les deux Puissances A, B, soutiennent le Poids C, par le moyen de la Corde DGE, qui se repliant au point G, où le Poids C est suspendu, y fasse un Angle droit; la Puissance A est à la Puissance B, comme la partie EG, est à la partie DG.

Plan-
che 16.
65. Fig.

PREPARATION.

Tirez à la Ligne de direction GC du Poids C, les deux perpendiculaires DF, EF, & alors le Poids C, qui est suspendu du point G, peut être considéré comme suspendu du point F, la Puissance A, qui tire par la Ligne de direction DG, comme appliquée en G, aussi-bien que la Puissance B, qui tire par la Ligne de direction EG: de sorte que GEF peut être considéré comme un Levier recourbé, où le Point fixe est E, la distance du Poids C est EF, & la distance de la Puissance A est EG: & pareillement GDF peut être considéré comme un Levier recourbé, où le Point fixe est D, la distance du Poids C est DF, & la distance de la Puissance B est DG.

DEMONSTRATION.

Parce que dans le Levier recourbé GEF, la Puissance A est au Poids C, comme la distance EF du

Plan-
che 16.
64. Fig.

Poids, est à la distance EG de la Puissance, ou comme EG est à DE, à cause des Triangles semblables DGE, FGE, par 8. 6. & que pareillement dans le Levier recourbé GDF, la Puissance B est au Poids C, comme la distance DF du Poids, est à la distance DG de la Puissance, ou comme DG est à DE, à cause des Triangles semblables DGE, DGF, par 8. 6. on connoîtra par Egalité, que la Puissance A, est à la Puissance B, comme EG, est à DG. *Ce qu'il falloit démontrer.*

S C O L I E.

On void par cette Proposition, que si les trois Poids A, B, C, se tiennent en Equilibre par le moyen de la Corde DGE, en sorte que comme nous avons supposé dans la Démonstration précédente, la ligne DE soit parallele à l'Horizon; ces Poids sont proportionnels aux Sinus des Angles desquels ils sont suspendus, c'est à dire que le Poids A sera au Sinus de l'Angle EDG, comme le Poids C est au Sinus de l'Angle DGE, & comme le Poids B est au Sinus de l'Angle DEG: car il a été démontré que la Puissance A qui tient lieu de Poids, est au Poids C, comme EG est à DE, ou comme le Sinus de l'Angle EDG, au Sinus de l'Angle DGE: & il a été aussi démontré, que la Puissance B, qui tient lieu de Poids, est au Poids C, comme DG est à DE, ou comme le Sinus de l'Angle DEG, au Sinus de l'Angle DGE: & enfin que le Poids A est au Poids B, comme EG est à DG, ou comme le Sinus de l'Angle EDG, au Sinus de l'Angle DEG.

Si du point F, l'on tire aux deux côtez DG, EG, les paralleles FH, FI, on connoîtra que la Puissance A, est à la Puissance B, comme FH est à FI, parce que ces deux lignes FH, FI, ou GH, sont propor-

tionnelles aux deux EG, DG, auxquelles les deux Puissances A & B sont proportionnelles, à cause des Triangles semblables GFH, DGE, cela est encore vray lorsque l'Angle G est oblique, mais il le faut démontrer.

Plan-
che 16.
67. Fig.

P R E P A R A T I O N .

Tirez du point D, à la Corde EG, la perpendiculaire DL, qui sera la distance de la Puissance B, à l'égard du Point fixe D du Levier recourbé GDF : & du point E, à la Corde DG, la perpendiculaire EK, qui sera la distance de la Puissance A, à l'égard du Point fixe E du Levier recourbé GEF. Menez encore les droites FK, FL, & alors le Triangle FEK sera équiangle au Triangle FGI, comme l'on connoitra en décrivant autour de EG, le Demi-cercle EFKG, qui *par 31. 3.* passera par les deux points F, K : car on connoitra *par 21. 3.* que l'Angle FGI, qui s'appuye sur l'arc FK, est égal à l'Angle FEK, qui s'appuye sur le même arc FK : & pareillement que l'Angle FKE, qui s'appuye sur l'arc EF, est égal à l'Angle FGE, qui s'appuye sur le même arc EF, & *par 29. 1.* à son alterne GFI ; c'est pourquoy *par 32. 1.* le troisième Angle EFK sera égal au troisième FIG. Le Triangle DLF est aussi équiangle au Triangle GFH, comme l'on connoitra en décrivant autour de GD le Demi-cercle DFLG, qui *par 31. 3.* passera par les deux points F, L ; car on connoitra *par 21. 3.* que l'Angle FDL, qui s'appuye sur l'arc FL, est égal à l'Angle FGH, qui s'appuye sur le même arc FL ; & que pareillement l'Angle DLF, qui s'appuye sur l'arc DF, est égal à l'Angle DGF, qui s'appuye sur le même arc DF, ou *par 29. 1.* à son alterne GFH ; c'est pourquoy *par 32. 1.* le troisième Angle FHG est égal au troisième DFL.

Plan-
che 16.
67. Fig.

DEMONSTRATION:

Parce que dans le Levier recourbé GEF, la Puissance A, est au Poids C, comme la distance EF du Poids, est à la distance EK de la Puissance, ou comme GI est à GF, à cause des Triangles semblables FEK, FGI: & que dans le Levier recourbé GDE, la Puissance B est au Poids C, comme la distance DF du Poids, est à la distance DL de la Puissance, ou comme GH est à GF, à cause des Triangles semblables DLF, GFH; on conclurra *par Egalité*, que la Puissance A est à la Puissance B, comme GI est à GH, ou comme FH est à FL. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE I.

Il suit de la démonstration précédente, que les trois Poids A, C, B, sont proportionnels aux trois lignes GI, GF, GH, parce qu'il a été démontré que A est à C, comme GH est à GF, & que C est à B, comme GF est à GH. D'où il est aisé de conclure, que les trois Poids A, C, B, sont proportionnels aux Sinus des trois Angles du Triangle FGI, ou du Triangle FGH, sçavoir des trois Angles GFI, GIF, FGI, parce que la ligne GI est le Sinus de l'Angle GFI, la ligne GF le Sinus de l'Angle I, & la ligne GH, ou FI, le Sinus de l'Angle FGI: ou bien des trois Angles qui se forment au point G, sçavoir de l'Angle FGE égal à l'Angle GFI, de l'Angle DGE, qui a un même Sinus que l'Angle GIF, & de l'Angle FGI.

COROLLAIRE II.

Il s'ensuit aussi que le Poids A est au Poids C,

comme EF est au Sinus de l'Angle EDG, à l'égard du Sinus Total ED, & que le Poids B est au Poids C, comme DF est au Sinus de l'Angle DEG, à l'égard du même Sinus Total ED, parce qu'il a été démontré que le Poids A est au Poids C, comme EF est à EK, qui est le Sinus de son Angle opposé EDG, à l'égard du Sinus Total ED : & que le Poids B est au Poids C, comme DF est à DL, qui est le Sinus de l'Angle opposé DEG, à l'égard du même Sinus Total ED. D'où il suit que connoissant les trois Poids A, B, C, & les lignes DF, EF, & par conséquent toute la ligne DE, on pourra connoître par la Trigonometrie les trois Angles du Triangle DGE.

Plan-
che 16.
67. Fig. 4

COROLLAIRE III.

Enfin il s'ensuit, que puisque le Poids C, pour petit qu'il soit, fait replier la Corde, où il est suspendu, quelques prodigieuses que soient les Puissances A, B, qui la tirent, une Corde ne sçauroit jamais être parfaitement tendue, quand elle seroit tirée par la plus grande force que l'on pût imaginer, parce que cette force, quelque grande qu'elle puisse être, se peut toujours représenter par les grands Poids A, B, qui ne pourront pas empêcher que la Corde ne se recourbe, quand même le Poids C, n'y seroit pas, la seule pesanteur de la Corde étant suffisante pour la faire tant soit peu recourber, & pour élever un peu les Poids A, B.

L'Angle G des deux Cordes EG, DG, est icy aigu, & il peut être obtus, auquel cas les perpendiculaires DL, EK, tomberont au dehors du Triangle DGE, mais cela n'ôtera rien à la démonstration qui vient d'être faite. Il peut aussi arriver que les deux points D, E, ne seront pas d'une même hauteur, c'est à dire que les deux lignes EF, DF, qui

Plan-
che 16.
67. Fig.

ont été tirées perpendiculaires à la Ligne de direction FG du Poids C , ne feront pas une même ligne droite, mais cela n'ôtera rien à la vérité du Theorème, étant libre de tirer les deux parallèles FH , FI , de celui qu'on voudra des deux points, où la Ligne de direction FG du Poids C , se trouvera coupée par l'une de ses deux perpendiculaires EF , DF , &c.

PROPOSITION XI.

THEOREME.

Si une Corde lâche est attachée par ses deux bouts, elle se ploiera en ligne courbe.

69. Fig.

Vous avez vû au Theorème precedent qu'une Corde chargée d'un Poids, se replie par deux lignes droites qui font un Angle: mais il ne faut pas croire que la Corde se ploie en Angle, lorsqu'elle n'est chargée que de sa propre pesanteur, & qu'elle est un peu lâche, car dans ce cas étant attachée par ses deux bouts, la pesanteur de chacune de ses parties la fera descendre, & ploier en ligne courbe, ce qui arrive à tous les Corps longs & flexibles; comme si les deux bouts sont D , E , la pesanteur fera baisser le point G du milieu au dessous de la ligne droite DE , & pareillement le point A s'abaissera au dessous de la ligne droite GE , le point B au dessous de la ligne droite AE , le point F au dessous de la ligne droite GD , & ainsi de tous les autres points, qui en se baissant feront la ligne courbe $DFGABE$.

SCOLIE.

Il est évident que cette Corde ainsi recourbée demeurera dans la même situation, si au lieu d'être attachée par les deux bouts D , E , elle est suspendue

des points H, K, des deux lignes inflexibles HI, KL, qui touchent la Corde aux deux points D, E, pourvû que l'on n'attribuë aucune pesanteur à ces deux touchantes HI, KL. Mais la situation de cette Corde ainsi suspenduë, sera telle que son Centre de gravité G se rencontrera dans la ligne droite tirée du Centre de la terre par le point où ces deux touchantes HI, KL, étant continuées se rencontreront, comme il est évident par ce que nous allons dire dans la

PROPOSITION XII.

THEOREME.

Si un Corps pesant est suspendu par deux Cordes qui étant prolongées se rencontrent, son Centre de gravité se mettra dans la ligne droite tirée du centre de la Terre par le point où ces deux Cordes se rencontreront.

JE dis que si le Corps AB est suspendu par les deux Cordes CA, DB, qui étant continuées se rencontrent au point E, par lequel soit tirée la ligne à plomb EF, ce Corps AB prendra une telle situation, que son Centre de gravité G se rencontrera dans cette ligne EF; parce que comme nous avons remarqué ailleurs, le Centre de gravité décent autant qu'il peut, & qu'il monteroit, s'il étoit tant soit peu hors de la ligne EF, laquelle par conséquent sera la Ligne de direction du Corps AB.

66. Fig¹

S C O L I E.

Si du point F pris à discretion sur la Ligne de direction EF du Corps AB, l'on tire la droite FH parallele à la Corde AE, & la droite FI parallele à la Cor-

Plan-
che 16.
66. Fig.

de BE, on connoitra par Prop. 10. que la force du Poids AB étant exprimée par la ligne EF, la ligne EH exprimera la force dont la Corde BD est tirée, & la ligne EI celle de la Corde AC.

Il est évident que bien que le Corps AB soit suspendu par les deux Cordes attachées aux points C, D, c'est comme s'il étoit suspendu par deux Cordes attachées au seul point E : & comme ces deux Cordes s'inclinent toujours en telle sorte, qu'étant continuées elles se croisent dans la Ligne de direction EF, ou ce qui est la même chose, le Centre de gravité se place dans la ligne droite EF, tirée à plomb du point E, où les Cordes se coupent, cela nous fournit une Methode aisée pour trouver le Centre de pesanteur d'un Plan regulier ou irregulier, sçavoir en suspendant cette Figure de deux points differens, c'est à dire en deux manieres differentes, car si de chacun de ces deux points on tire à plomb sur cette figure une ligne droite, le point où ces deux lignes droites se couperont, sera le Centre de gravité qu'on cherche.

PROPOSITION XIII.

PROBLEME.

Connoissant la Pesanteur absolüe d'un Corps Spherique posé sur un Plan incliné, dont on connoit la longueur & la hauteur, trouver la partie de ce Poids, qui pese sur ce Plan.

Plan-
che 15.
61. Fig.

Supposons que la pesanteur absolüe du Poids Spherique D posé sur le Plan incliné BC, soit de 1000 livres, & que la longueur du Plan incliné BC soit de 6 pieds, & sa hauteur AC de 4; pour trouver la partie du Poids D, dont le Plan BC est chargé, cherchez

cherchez à ces trois nombres 10, 6, 1000, qui sont BC+AC, BC, D, un quatrième proportionnel qui donnera 600 livres pour la partie du Poids, qui porte sur le Plan BC.

Plan-
che 15.
61. Fig.

DEMONSTRATION.

Puisque par Prop. 1. il y a même Raison de AC à BC, que de la partie du Poids D, qui porte en l'air à la partie du même Poids D, que porte le Plan, on connoîtra en composant, que AC+BC est à BC, comme la Pesanteur entiere du Poids D, est à la partie de ce Poids qui presse le Plan BC, & qu'ainsi pour trouver cette partie, on doit trouver à ces trois quantitez AC+BC, BC, D, une quatrième proportionnelle, comme il a été fait.

PROPOSITION XIV.

PROBLEME.

Un Poids Spherique, dont la pesanteur est connue, étant posé sur un Plan incliné, dont la longueur & la hauteur sont connues, trouver la quantité de la Puissance qui le peut soutenir, en le tirant par une Ligne de direction, qui étant parallele au Plan incliné, passe par le Centre de cette Sphere.

Pour trouver le degré de la Puissance N, qui peut soutenir la Sphere D, en la tirant par la Ligne de direction ED, qui passant par le Centre D, soit parallele au Plan incliné BC, nous supposerons que la Pesanteur de la Sphere D est de 1000 livres, que la longueur BC du Plan incliné est de 6 pieds, & sa hauteur AC de 4, après quoy il n'y aura qu'à chercher à ces trois nombres 10, 4, 1000, qui sont AC+BC, AC, D, un quatrième proportionnel,

Plan-
che 15.
61, Fig.

qui donnera 400 livres pour la quantité de la Puissance ou du Poids N, qui peut soutenir la Sphere D sur le Plan incliné BC.

DEMONSTRATION.

Puisque *par Prop. 1.* il y a même Raison de BC à AC, que de la partie du Poids D, que porte le Plan incliné BC, à la partie du même Poids D qui porte en l'air, ou à la Puissance, on connoitra *en composant*, que AC+BC, est à AC, comme la pesanteur entiere du Poids D, est à la partie de ce Poids qui porte en l'air, & qu'ainsi pour trouver cette Puissance, ou la Puissance qui peut soutenir le Poids D sur le Plan incliné BC, on doit trouver à ces trois quantitez AC+BC, AC, D, une quatrième proportionnelle, comme il a été fait.

PROPOSITION XV.

THEOREME.

Les Vitesses d'un même Mobile sur deux Plans diversement inclinez, sont entre elles comme les Pesanteurs relatives sur les mêmes Plans : & reciproquement comme les longueurs de ces Plans, quand ils ont une même hauteur.

63. Fig. **L**A premiere partie de cette Proposition est évidente, *par Coroll. 2. Prop. 6.* sçavoir que la vitesse du Mobile dans le Plan incliné AC, est à celle du même Mobile dans l'autre Plan incliné BC, comme la force avec laquelle le Mobile tend à rouler sur le Plan incliné AC, est à celle par laquelle le même Mobile tend à rouler sur l'autre Plan incliné BC; parce que la force que le Mobile a de descendre sur le Plan incliné AC, étant à celle qu'il a de dé-

cendre sur le Plan perpendiculaire CD, comme la vitesse dans le Plan incliné AC, est à la vitesse dans le Plan perpendiculaire CD : & pareillement la force que le même Mobile a de rouler sur le Plan incliné BC, étant à celle qu'il a de descendre sur le Plan perpendiculaire CD, comme la vitesse dans le Plan incliné BC, est à la vitesse dans le Plan perpendiculaire CD; il s'ensuit *par Egalité*, que la vitesse du Mobile dans le Plan incliné AC, est à la vitesse du même Mobile sur l'autre Plan incliné BC, comme la force qu'il a de descendre sur le Plan incliné AC, à celle qu'il a de rouler sur l'autre Plan incliné BC. *Ce qu'il falloit démontrer.*

La seconde partie est aussi évidente, sçavoir que la vitesse du Mobile sur le Plan incliné AC, est à celle du même Mobile sur l'autre Plan incliné BC, reciproquement comme la longueur de ce Plan BC, est à la longueur du premier Plan AC de même hauteur; parce que *par Prop. 7.* ces longueurs sont reciproquement proportionnelles aux Pesanteurs relatives, ou à la force que le Mobile a de rouler sur chaque Plan, & que *par Coroll. 2. Prop. 6.* ces Pesanteurs relatives sont proportionnelles aux longueurs des Plans inclinez.

PROPOSITION XVI.

PROBLEME.

Trouver l'espace qu'un Corps pesant doit parcourir sur un Plan incliné dans le même temps qu'il emploieroit à parcourir un espace déterminé sur un Plan vertical.

Pour déterminer l'espace qu'un Corps pesant doit parcourir sur le Plan incliné AC, dont la Base

Plan-
che 16.
68. Fig.

AB est toujours supposée parallèle à l'Horizon, en autant de temps qu'il luy faudroit à parcourir l'espace déterminé BC, en tombant perpendiculairement depuis C en B; Tirez de l'Angle droit B, la ligne BD perpendiculaire à l'hypoténuse AC du Triangle rectangle ABC, & l'espace CD sera celuy qu'on cherche, c'est à dire que le Mobile étant en C, demeurera autant de temps à parcourir l'espace CD en roulant sur le Plan incliné AC, qu'à parcourir l'espace BC, en tombant perpendiculairement.

DEMONSTRATION.

Il est certain que l'espace que le Mobile parcourt sur le Plan incliné AC, est à celuy qu'il parcourt en temps égal sur le Plan perpendiculaire BC, comme sa vitesse en AC, est à sa vitesse en BC, ou *par Coroll. 2. Prop. 6.* comme la hauteur BC du Plan incliné, est à sa longueur AC : c'est pourquoy si à la place des deux derniers termes BC, AC, on met les deux lignes CD, BC, qui sont en même Raison, *par 4. 6.* à cause des Triangles semblables ABC, BDC, *par 8. 6.* on connoitra que l'espace parcouru par le Mobile sur le Plan incliné AC, est à celuy que le même Mobile parcourt sur le Plan perpendiculaire BC, en temps égal, comme CD est à BC. Puisque donc ces deux espaces en AC, & en BC, sont proportionnels aux deux lignes CD, BC, il est aisé de conclure, que si le Mobile parcourt l'espace BC en tombant perpendiculairement en un certain temps, il doit employer autant de temps à parcourir l'espace CD sur le Plan incliné AC. *Ce qu'il falloit démontrer.*

S C O L I E.

Nous avons supposé dans la démonstration, que

les espaces parcourus par le Mobile sur divers Plans inclinez sont en temps égal; proportionnels aux vitesses qu'il a dans ces Plans, en commençant depuis le point de repos, parce que le mouvement d'un Corps pesant s'accelere sur un Plan incliné, non pas également, mais à même proportion que quand il tombe perpendiculairement, comme l'expérience le fait connoître, & que selon que sa vitesse est plus grande ou plus petite, il doit parcourir en temps égaux des espaces à proportion plus grands ou plus petits, en considerant ces vitesses dans le même état, c'est à dire celles que la Pesanteur du Corps produit au commencement de son mouvement.

Plan-
che 1. C.
68. Fig.

On démontrera de la même façon, que si l'on a un autre Plan incliné, comme CE, & qu'on luy tire de l'Angle droit B, la perpendiculaire BF, l'espace CF sera parcouru par le Mobile sur ce Plan CE, dans le même temps que l'espace perpendiculaire BC: & que pareillement s'il y a un troisième Plan, comme CH, en luy tirant du même point B, la perpendiculaire BG, l'espace CG sera parcouru par le Mobile sur ce Plan CH, dans le même temps que l'espace perpendiculaire BC, & ainsi des autres.

COROLLAIRE I.

D'où il suit, que comme *par 31. 3.* tous les points F, D, G, sont dans la circonference d'un Cercle, dont le Diametre BC est perpendiculaire à l'Horizon, toutes les Cordes CF, CD, CG, qui commencent depuis le sommet C, sont parcouruës par le Mobile dans un égal espace de temps, c'est à dire que si CF, CD, CG, representent des Plans diversement inclinez, trois Corps également pesans, qui commenceront à se mouvoir depuis le sommet C, parcourront en même temps ces Plans CF, CD,

CG, parce qu'il a été démontré qu'ils les doivent parcourir dans le même temps que le Plan perpendiculaire CB.

COROLLAIRE II.

Il s'enfuit aussi que toutes les Cordes du même Cercle, qui aboutissent au point le plus bas du Cercle, sont parcouruës dans le même temps, comme BL, BM : car si l'on joint les deux Cordes CL, CM, & qu'on leur tire les deux Cordes paralleles BF, BD, qui leurs feront égales, auquel cas les deux Cordes CF, CD, seront aussi égales & paralleles aux deux BL, BM ; la Corde CD étant parallele & égale à BM, elle sera également inclinée, & par conséquent ces deux Cordes CD, BM, seront parcouruës en même temps : & pareillement la Corde CF étant parallele & égale à BL, elle est également inclinée, & par conséquent parcouruë en même temps ; & comme il a été démontré que les deux CF, CD, sont parcouruës en même temps, il est de nécessité que les deux BL, BM, soient aussi parcouruës en même temps.

COROLLAIRE III.

Par là on void la raison pour laquelle les Vibrations d'un même Pendule, grandes ou petites, sont sensiblement isochrones, c'est à dire d'une même durée : car le Pendule qui parcourt l'arc BD, ne s'écarte pas sensiblement de sa Corde quand cet arc est petit, & il s'en écartera encore moins sensiblement, quand il en parcourra un plus petit, comme BG ; & comme s'il parcourroit les Cordes BG, BD, il employeroit autant de temps dans l'une que dans l'autre, en parcourant les arcs BG, BD, il doit employer

environ autant de temps dans l'un que dans l'autre. J'ay dit environ, parce que le Pendule doit employer un peu moins de temps à parcourir l'arc que la Corde, quoique plus courte, à cause que l'arc est plus incliné vers le commencement, & parce que ces Cordes ne croissent pas à même proportion que les arcs, ce qui fait qu'on trouve un peu de différence entre les durées de deux Vibrations considérablement inégales; aussi le P. de Chales assure qu'il a souvent expérimenté qu'en comparant deux Pendules égaux en longueur, l'un desquels faisoit de petites Vibrations, & l'autre de grandes, le premier en faisoit 101, pendant que l'autre n'en faisoit que 100. D'où il est aisé de conclure, que les Pendules les plus justes sont ceux dont les Vibrations sont plus petites.

Plan-
che 16.
68. Fig.

COROLLAIRE IV.

Enfin il s'ensuit de cette Proposition qu'un Corps pesant demeure plus de temps à parcourir un Plan incliné qu'un Plan moins incliné de même hauteur, c'est à dire qu'il luy faut plus de temps pour parcourir le Plan incliné CA, que le Plan CH, qui est moins incliné, puisqu'en temps égaux il parcourt une moindre partie CD du Plan incliné CA que du Plan incliné CH, car il en parcourt la partie CG plus grande que CD. Neanmoins il n'acquiert pas plus de vitesse sur un Plan que sur l'autre, parce que dans chacun il acquiert une vitesse égale à celle qu'il acquiert en parcourant la perpendiculaire CB, ce que nous pourrions ici démontrer, & plusieurs autres Propositions qui sont plus curieuses qu'utiles, si nous n'avions dessein de finir ce Chapitre, pour venir plutôt au suivant.

CHAPITRE III.

Du Centre de Gravité.

Nous enseignerons dans ce Chapitre la maniere de trouver le Centre de gravité des Lignes, des Plans, & des Solides : mais avant que de venir à la pratique, nous parlerons ici en passant d'une propriété remarquable du Centre de gravité, qui peut servir pour l'invention du Centre de gravité d'une Figure, quand on sçait la Quadrature de cette Figure, ou pour l'invention de la Quadrature, c'est à dire du contenu d'une Figure, quand on sçait le Centre de gravité de cette Figure, comme vous verrez dans la suite.

Plan-
che 17.
70., Fig.

Si l'on fait mouvoir par la pensée le Rectangle ABCD, dont le Centre de Pesanteur est E, autour du côté immobile BC, le Cylindre qui est produit par ce mouvement, & qui a pour Base le Cercle dont le Rayon est AB, & pour hauteur le côté immobile BC, est égal au Prisme, qui a pour Base le Plan proposé ABCD, & pour hauteur une ligne égale à la circonférence ECHI, décrite par la circonvolution du Centre de Pesanteur E, & dont le Rayon EF est égal à la moitié du côté AB, parce que le Centre de pesanteur E dans un Parallelogramme est le même que son Centre de grandeur, comme il sera démontré dans la suite.

Pour la démonstration mettez *a* pour AB, *b* pour BC, & *c* pour la circonférence ECHI, dont le Rayon EF n'étant que la moitié de AB, la circonférence dont le Rayon est AB, sera $2c$: & alors l'aire du Plan ABCD sera *ab*, & le Solide qui a pour Base ce

Plan ABCD, ou ab , & pour hauteur la circonférence Eghi, ou c , fera abc , lequel est bien égal au Cylinder décrit par le mouvement du Plan ABCD autour de son côté BC, parce que sa Base est ac , que l'on a en multipliant le Rayon AB, ou a , par la moitié de sa circonférence ou c , & que sa hauteur est BC, ou b . Plan-
che 17.

Pareillement si l'on fait mouvoir le Triangle équilatéral ABC, dont le Centre de pesanteur est E, autour du côté immobile AB, le Rhombe solide qui est produit par ce mouvement, & qui est composé de deux Cones égaux, dont les hauteurs égales sont AD, BD, & la Base commune un Cercle qui a CD pour Rayon, est égal au Prisme qui a pour base le Plan ABC, & pour hauteur une ligne droite égale à la circonférence EFGH décrite par la circonvolution du Centre de pesanteur E, & ayant pour Rayon DE le tiers de la perpendiculaire CD, comme il sera démontré dans la suite. 71. Fig.

Pour la démonstration, mettez a pour AD, ou pour BD, b pour CD, & c pour la circonférence EFGH, dont le Rayon DE n'étant que le tiers du Rayon DC du Cercle qui sert de base commune aux deux Cones, dont le Rhombe solide est composé, la circonférence de ce second Cercle sera $3c$: & alors l'aire du Plan ABC sera ab , & le Solide qui a pour base ce Plan ABC, ou ab , & pour hauteur la circonférence EFGH, ou c , sera abc , lequel est bien égal au Rhombe solide qui est composé de deux Cones, dont la hauteur commune est a , & la base commune le Cercle dont le Rayon est CD, ou b : car si l'on multiplie ce Rayon CD, ou b par la moitié $\frac{3c}{2}$ de sa circonférence, on aura $\frac{3bc}{2}$ pour cette base commu-

Plan-
che 17.
71. Fig.

ne, laquelle étant multipliée par le tiers de AB, ou par $\frac{2a}{3}$, on aura *abc* pour le Rhombe solide. Ainsî des autres.

SECTION I.

Du Centre de Gravité des Lignes.

QUoiqu'il n'y ait aucune Ligne qui ne soit jointe à quelque Surface, ni aucune Surface détachée du Corps, cela n'empêche pas qu'on ne puisse considérer un Corps long, homogène, également épais par tout, & extrêmement mince & délié, comme une Ligne, & luy attribuer une Pesanteur, & un Centre de gravité, que nous trouverons par le moyen des Propositions suivantes.

PROPOSITION I.

THEOREME.

Le Centre de gravité de deux grandeurs prises ensemble, est dans la ligne droite qui passe par leurs Centres de gravité.

72. Fig. **S**Upposons deux grandeurs quelconques, comme les deux Lignes AB, CD, dont les points de milieu E, F, sont les Centres de pesanteurs. Cela étant, je dis que le Centre de pesanteur de ces deux Lignes AB, CD, considérées comme une seule grandeur, ou comme unies ensemble par la droite EF, qui passe par leurs Centres de gravité, est dans quelque point de cette Ligne EF, comme en G.

DEMONSTRATION.

Car si le Centre de gravité commun aux deux Li-

gnes AB, CD, étoit ailleurs que dans la Ligne E, F, comme en H, ayant mené la droite EHI, on considérera que puisque les deux grandeurs AB, CD, sont en équilibre autour du point H, & aussi AE, EB, autour du point E, il faut aussi que les deux CI, DI, demeurent en équilibre autour du point I, ce qui étant impossible, parce que l'on suppose que les deux CF, DF, sont en équilibre autour du point F, il est impossible aussi que les deux AB, CD, soient en équilibre autour du point H. D'où il suit évidemment que leur Centre commun de gravité ne peut pas être hors de la ligne EF. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Plan-
che 17.
72. Fig.

PROPOSITION II.

THEOREME.

Le Centre commun de gravité de deux grandeurs, divise la ligne droite qui joint leurs Centres de pesanteur, en deux parties qui leurs sont reciproquement proportionnelles.

Supposons deux grandeurs quelconques, comme les deux Lignes AB, CD, dont les Centres de pesanteur soient E, F, & dont le Centre commun de gravité soit G. Cela étant, je dis que EG est à FG, comme CD est à AB.

72. Fig.

DEMONSTRATION.

Si l'on réduit la pesanteur de AB à son Centre de pesanteur E, & pareillement la pesanteur de CD à son Centre de gravité F, on peut considérer la ligne EGF, comme une Balance, dont le Point fixe est G, & des extremitéz de laquelle il pend des Poids égaux aux grandeurs AB, CD, qui demeurent en

Plan-
che 17.
72. Fig.

équilibre autour du point G : & comme dans ce cas les Poids seroient en Raison reciproque de leurs distances EG, FG, il s'enfuit que les grandeurs AB, CD, sont aussi en Raison reciproque des parties EG, FG. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Il suit évidemment de cette Proposition, que si les grandeurs AB, CD, étoient égales en pesanteur, aussi les parties EG, FG, seroient égales entre elles, c'est à dire que le Centre commun de gravité G des deux grandeurs égales AB, CD, sera précisément au milieu de la ligne droite qui joint leurs Centres de pesanteur E, F.

PROPOSITION III.

THEOREME.

Si plusieurs grandeurs égales en pesanteur, & également éloignées entre elles, sont tellement disposées, que leurs Centres de gravité soient en droite ligne ; leur Centre commun de gravité sera au milieu de cette ligne droite.

73. Fig. **P**roposons les grandeurs égales & également éloignées AB, CD, EF, GH, dont les Centres de pesanteur I, K, L, M, soient placez dans la ligne droite IM. Cela étant, je dis, que le point O milieu de cette ligne IM, est le Centre commun de gravité de toutes ces grandeurs prises ensemble.

DEMONSTRATION.

Parce que par le Corollaire de la Proposition précédente, le point N milieu de IK, est le Centre

commun de gravité des deux grandeurs égales AB, CD, & que pareillement le point P milieu de LM, est le Centre commun de gravité des deux grandeurs égales EF, GH, en reduisant toute la Pesanteur des deux grandeurs égales AB, CD, à leur Centre commun de pesanteur N, & toute la pesanteur des deux grandeurs égales EF, GH, à leur Centre commun de gravité P, on pourra considerer NP comme une Balance chargée par ses deux extremités N, P, de Poids égaux, dont le Point de milieu O sera par consequent le Centre commun de pesanteur. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Plan-
che 17.
73. Fig^a

COROLLAIRE.

Il suit évidemment de cette Proposition, que si les grandeurs proposées sont en nombre impair, leur Centre commun de pesanteur est le même que celui de la moyenne.

PROPOSITION IV.

THEOREME.

Le Centre de gravité de la difference de deux grandeurs est dans la ligne droite tirée par leurs Centres de pesanteur.

Proposons les grandeurs AB, AD, dont la difference est CD, & dont les Centres de gravité sont F, E. Cela étant, je dis, que le Centre de gravité de la difference CD considérée comme détachée de la grandeur AB, est dans quelque point de la ligne EF prolongée, par exemple en G. 74. Fig^a

DEMONSTRATION.

Car si ce Centre de pesanteur étoit en un point de

Plan-
che 17.
74. Fig.

quelqu'autre ligne, comme au point H de la ligne FH, le Centre de pesanteur E de toute la grandeur AD ne se trouveroit pas dans la ligne droite FH, qui passe par les Centres de gravité F, H, des deux grandeurs AB, CD, qui la composent, contre ce qui a été démontré dans la *Prop.* 1. D'où il suit que le Centre de gravité G de la différence CD des deux grandeurs proposées AB, AD, ne peut pas être hors de la ligne EF. *Ce qu'il falloit démontrer.*

PROPOSITION V.

THEOREME.

Le Centre de gravité de la différence de deux grandeurs divise la ligne droite tirée par leurs Centres de pesanteur, en deux parties reciproquement proportionnelles aux parties de la plus grande de ces deux quantitez.

74. Fig. **P**roposons les deux quantitez AB, AD, dont les Centres de gravité soient E, F, & le Centre de gravité de leur différence CD soit G. Cela étant, je dis que GE est à EF, comme AB est à CD.

DEMONSTRATION.

Car puisque les grandeurs AB, CD, sont en équilibre autour du point E, si l'on réduit la pesanteur de la premiere AB à son Centre de gravité F, & la pesanteur de la seconde CD à son Centre de gravité G, on pourra considerer la ligne FEG comme une Balance, dont le Point fixe est E, & des extremittez de laquelle il pend des Poids égaux aux grandeurs AB, CD; & comme ces Poids sont en équilibre autour du point E, ils doivent être en Raison reciproque de leurs distances, c'est à dire que AB doit être à

CD, comme EG est à EF. Ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION VI.

PROBLEME.

Trouver le Centre commun de gravité de deux grandeurs données, dont les Centres de pesanteur sont connus.

Pour trouver le Centre commun de gravité des deux grandeurs données AB, CD; ou le Centre de gravité de leur somme AD, par le moyen de leurs Centres particuliers de pesanteur F, G, menez la droite FG, & la coupez au point E, en sorte que la grandeur totale AD soit à sa partie AB, comme la ligne FG est à sa partie GE, ce qui se fera en cherchant aux deux grandeurs AD, AB, & à la ligne FG, une quatrième proportionnelle GE, & le point E sera le Centre de gravité des deux grandeurs proposées AB, CD. Planche 17.
74. Fig.

DEMONSTRATION.

Car puisque *par constr.* les quatre quantitez AD, AB, FG, EG, sont proportionnelles, on connoitra *en divisant*, que ces quatre CD, AB, EF, EG, sont aussi proportionnelles, c'est à dire que les deux grandeurs AB, CD, sont en Raïson reciproque de leurs distances EF, EG, & que par consequent le point E est le Centre commun des deux grandeurs proposées AB, CD, ou le Centre de gravité de leur somme AD. Ce qu'il falloit faire & démontrer.



PROPOSITION VII.

PROBLEME.

Trouver le Centre de gravité de la difference de deux grandeurs données, dont les Centres de pesanteur sont connus.

Plan-
che 17.
74. Fig. **P**our trouver le Centre de gravité de la difference CD des deux grandeurs proposées AB, AD, dont on connoît les Centres de pesanteur F, E, menez la droite EF, & la continuez vers G, en sorte que CD soit à AB, comme EF est à EG, & le point G sera le Centre de gravité de la difference CD, puisque les grandeurs AB, CD, sont en Raison reciproque des lignes EF, EG.

PROPOSITION VIII.

PROBLEME.

Trouver le Centre de gravité d'une Ligne droite.

72. Fig. **P**our trouver le Centre de gravité de la Ligne droite AB, on la divisera en deux également au point E, & ce point de milieu E sera son Centre de gravité.

DEMONSTRATION.

Car comme nous considerons une Ligne droite comme une grandeur homogène & également épaisse par tout, il faut que son Centre de grandeur soit le même que celui de pesanteur. Ainsi le point de milieu E sera le Centre de gravité de la ligne proposée AB. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

PROPOSITION

PROPOSITION IX.

PROBLEME.

Trouver le Centre commun de gravité de deux Lignes droites.

IL peut arriver plusieurs cas differens, par la différente disposition des deux Lignes proposées.

Premierement si les deux Lignes droites données se touchent directement, comme AB, BC, on les considerera comme une seule AC, & l'on divisera leur somme AC en deux également au point H, qui *par Prop. 8.* sera son Centre de gravité, & par consequent le Centre commun de pesanteur des deux Lignes proposées AB, BC.

Secondement, si les deux Lignes proposées ne se touchent point, & qu'elles soient posées en Ligne droite, comme AB, CD, divisez les chacune en deux également aux points E, F, qui *par Prop. 8.* seront leurs Centres de gravité, & ayant mené la droite BC, cherchez aux trois lignes AB+CD, CD, EF, une quatrième proportionnelle EO, & le point O sera *par Prop. 6.* le Centre commun de gravité des deux Lignes proposées AB, CD, considerées comme liées ensemble par la droite BC, à laquelle on ne doit attribuer aucune pesanteur.

En quelqu'autre position que les deux Lignes proposées se rencontrent, on en pourra toujours trouver le Centre commun de pesanteur *par Prop. 6.* & la Regle generale est telle. Ayant trouvé *par Prop. 8.* les Centres de pesanteur E, F, des deux Lignes proposées AB, AC, & les ayant joint par la droite EF, divisez-la en O, en telle sorte que les quatre lignes AB, AC, OF, OE, soient proportionnelles,

146 TRAITÉ DE MÉCANIQUE, LIV. II.
 ce qui se fera en cherchant aux trois lignes $AB+AC$,
 AC , EF , une quatrième proportionnelle EO , ou
 bien aux trois $AB+AC$, AB , EF , une quatrième
 proportionnelle FO , & le point O sera le Centre de
 gravité qu'on cherche.

PROPOSITION X.

PROBLÈME.

*Trouver le Centre commun de pesanteur de plusieurs
 Lignes droites données.*

Plan-
 che 17.
 75. Fig.

PAR le moyen du Problème précédent, il est aisé
 de trouver le Centre commun de pesanteur de
 tant de Lignes droites que l'on voudra. Comme si
 l'on propose les trois AB , AC , CD , trouvez pre-
 mierement le Centre commun de pesanteur O des
 deux premières AB , AC , comme il vient d'être en-
 seigné : & cherchez le Centre commun de pesan-
 teur I de la troisième CD , & de la somme des deux
 premières AB , AC , lequel par conséquent sera le
 Centre commun de pesanteur des trois lignes pro-
 posées AB , AC , CD .

S'il y avoit une quatrième Ligne, il faudroit
 chercher le Centre commun de cette quatrième Li-
 gne, & de la somme des trois premières, qui sera
 le Centre commun de gravité des quatre Lignes pro-
 posées. Ainsi des autres.

Mais pour venir à la pratique, divisez les Lignes
 données AB , AC , CD , chacune en deux également
 aux points E , F , G , & ayant mené la droite EF ,
 cherchez aux trois lignes $AB+AC$, AB , EF , une
 quatrième proportionnelle FO . Après cela joignez
 la droite GO , & cherchez encore aux trois lignes
 $AB+AC+CD$, CD , GO , une quatrième propor-

tionnelle OI, pour avoir en I le Centre commun de gravité des trois Lignes données AB, AC, CD, considérées comme liées ensemble par les deux lignes EF, GO, qui n'ont aucune pesanteur. Plan:
che 17.
75. Fig. 4

S C O L I E.

La différente disposition & proportion des Lignes données peut fournir des abregés : comme si la Ligne CD étoit égale à la somme des deux autres AB, AC, il n'y auroit qu'à diviser en deux également au point I, la ligne GO. Voilà un abregé qui vient de la Raïson des Lignes, & dans le Problème suivant, vous en aurez un qui proviendra de la disposition des Lignes.

P R O P O S I T I O N X I.

P R O B L E M E.

*Trouver le Centre de gravité du Contour
d'un Triangle.*

Pour trouver le Centre commun de gravité des trois côtes du Triangle proposé ABC, on travaillera, comme il vient d'être enseigné dans la Prop. 10. d'où nous avons tiré cet abregé. 76. Fig.

Divisez les côtes AB, AC, BC, chacun en deux également aux points E, D, F, & faites le Triangle EDF. Divisez deux des Angles de ce nouveau Triangle DEF, comme D, F, chacun en deux également par les droites DH, FG, & le point I, où ces deux lignes s'entre-coupent, sera le Centre commun de Pesanteur des trois Lignes proposées AB, AC, BC, qui renferment le Triangle ABC.

Plan-
che 17.
76. Fig.

DEMONSTRATION.

Parce que CD est à son double CA , comme CF est à son double CB , il s'ensuit *par* 6. 6. que les Triangles ABC , DFC , sont semblables, & *par* 4. 6. que AB est à DF , comme BC est à CF : & parce que BC est double de CF , il faut que AB soit aussi double de DF , & que par conséquent DF soit égale à AE , ou BE . On démontrera de la même façon, que AD & EF sont deux lignes égales, & cela s'ensuit encore *par* 33. 1. De plus la Raison de GD à GE , est égale à celle de DF à EF , *par* 3. 6. ou de AE à AD , ou de AB à AC , à cause des Triangles semblables ABC , AED . D'où il suit que le point G est le Centre de gravité des deux Lignes AB , AC , lesquelles étant considérées comme une, on connoîtra *par* Prop. 1. que le Centre commun de gravité de cette somme & de la troisième Ligne BC , c'est à dire le Centre commun de pesanteur des trois lignes AB , AC , BC , est en quelque point de la ligne FG : & l'on démontrera de la même façon, qu'il est en quelque point de la ligne DH , & que par conséquent il est dans la commune Section I de ces deux lignes FG , DH . *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

PROPOSITION XII.

PROBLEME.

Trouver le Centre de gravité du Contour d'un Quadrilatere.

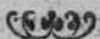
77. Fig. **S** I le Quadrilatere proposé est un Parallelogramme, comme $ABCD$, il est évident que le Centre de gravité de son Contour est le point I de Section de ses deux Diagonales AC , BD .

Mais si la figure proposée est un Trapeze, comme ABCD, la *Prop.* 10. nous a fourni cet abrégé pour trouver le Centre de gravité du Contour ABCD. Plan-
che 17.
78. Fig.

Divisez les quatre côtes AB, BC, CD, AD, chacun en deux également aux points E, F, G, H, & les quatre Angles A, B, C, D, aussi en deux également par les droites AI, BK, CL, DM, & faites le Quadrilatere EFGH. Après cela portez HI en EN, FK en EO, FL en GP, & HM en GQ, & menez les droites NP, OQ; dont le point R de Section sera le Centre de gravité qu'on cherche.

DEMONSTRATION.

Parce que la ligne AI divise l'Angle A en deux également, la Raison de AH à AE, est par 3. 6. égale à celle de IH, IE, ou NE, NH, ce qui fait que le point N est le Centre commun de pesanteur des deux lignes AB, AD, on démontrera de la même façon, que le point O est le Centre de gravité des deux lignes AB, BC, que le point P est le Centre de gravité des deux lignes BC, CD, & que le point M est le Centre de gravité des deux lignes AD, CD. Or il a été démontré dans la *Prop.* 1. que si l'on considère les deux lignes AB, AD, dont le Centre de gravité est N, comme une, & les deux BC, CD, dont le Centre de pesanteur est P, aussi comme une, le Centre commun de pesanteur de ces deux sommes, ou du Contour ABCD, est dans quelque point de la ligne NP: & que pareillement il est dans quelque point de la ligne OQ, & que par conséquent il est au point de leur commune Section R. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*



PROPOSITION XIII.

PROBLÈME.

Trouver le Centre de Pesanteur du Contour d'un Polygone.

SI le Polygone est regulier, il est évident que le Centre de pesanteur de son contour est le même que celui de la Figure, ou du Cercle inscrit, ou circonscrit.

Mais si le Polygone est irregulier, il sera facile par Prop. 10. de trouver le Centre de pesanteur de son contour, d'où l'on pourra toujours tirer quelque abrégé, comme vous avez vû dans les deux Propositions precedentes.

PROPOSITION XIV.

THEOREME.

Si l'on divise un arc de Cercle en autant d'arcs égaux que l'on voudra, en nombre parement pair, la Raison de la somme des cordes de tous ces arcs, à la moitié de la corde du grand arc, sera égale à celle du Sinus du complement de la moitié de l'un des petits arcs, à la distance du Centre du Cercle, & du Centre commun de gravité des cordes de tous ces petits arcs.

Plan-
che 17.
79. Fig.

Divisons premierement l'arc ABC, dont le Centre est D, & la Corde est AC, en deux arcs égaux AB, BC, dont les Cordes sont BA, BC, que nous diviserons en deux également aux points E, F, qui seront leurs Centres de gravité, par Prop. 8. & menons la droite EF, qui sera coupée par le Rayon

DB à angles droits & en deux également au point G, qui sera le Centre commun de pesanteur des deux Lignes égales BA, BC, *par Prop. 2.* Menons encore la droite DF, qui sera le Sinus du complement de la moitié de l'arc BC. Cela étant fait & supposé, je dis que la Raison de la moitié de la somme des Cordes BA, BC, à la moitié de la Corde AC, ou la Raison de BC à CH, est égale à celle de DF à DG, ce qui est évident à cause des deux Triangles rectangles semblables BCH, DGF.

Plan-
che 17.
79. Fig.

Divisons maintenant chacun des deux arcs égaux AB, BC, encore en deux également, en sorte que tout l'arc ABC soit divisé en quatre parties égales aux points E, B, F, & tirons les quatre Cordes égales AE, EB, BF, FC, que nous diviserons en deux également aux points I, K, L, M, qui seront leurs Centres de gravité *par Prop. 8.* & nous menerons les droites IK, LM, pour les diviser encore en deux également aux points N, O, que nous joindrons par la droite NO, qui sera coupée par le Rayon DB à angles droits, & en deux également au point G, qui *par Prop. 10.* sera le Centre commun de pesanteur des quatre lignes AE, EB, BF, FC. Menons encore le Rayon DF, qui passera par le point O, & coupera à angles droits & en deux également la Corde BC au point P: & la droite DM, qui sera le Sinus du complement de la moitié de l'arc FC. Cela étant fait & supposé, je dis encore que la Raison de la moitié de la somme des Cordes AE, EB, BF, FC, à la moitié de la Corde AC, ou de BF + CF à CH, est égale à celle de DM à DG.

Plan-
che 18.
81. Fig.

DEMONSTRATION.

Car il est évident que les deux Triangles rectangles DOM, CPF, sont semblables, & *par 4. 6.* que

K iij

Plan-
che 18.
81. Fig.

la Raison de DM à DO, est égale de CF à CP, ou de $2CF$ à $2CP$, c'est à dire de $CF+BF$ à CB. Il est évident aussi que les deux Triangles rectangles DGO, BHC, sont semblables, & que par conséquent la Raison de CB à CH, est égale à celle de DO à DG. D'où il suit *par Egalité*, que la Raison de $CF+BF$ à CH, est égale à celle de DM à DG. *Ce qu'il falloit démontrer.* La démonstration se fera de la même façon dans un plus grand nombre de soudivisions, D'où il est aisé de conclure, que la somme des Cordes de ces arcs qui naissent de la soudivison du grand arc ABC, est à sa Corde AC, comme le Sinus du complement de la moitié d'un de ces arcs, à la distance du Centre du Cercle, au Centre commun de pesanteur des Cordes de tous les petits arcs. *Ce qui restoit à démontrer.*

S C O L I E.

Il est évident que le Sinus du complement DM approchera d'autant plus du Rayon du Cercle, & les Cordes de tous les petits arcs d'autant plus de la circonférence ABC, que plus il y aura de soudivisions: tellement que si l'on conçoit que l'arc ABC est divisé en une infinité de petits arcs, le Sinus du complement DM sera égal au Rayon ou Sinus Total, & la somme des Cordes de tous ces petits arcs sera précisément égale à l'arc ABC. D'où il est aisé de conclure, que la Raison de l'arc ABC, à sa Corde AC, est égale à celle du Rayon DB, à la distance DG du Centre D au Centre de gravité G de l'arc proposé ABC. D'où il est aussi aisé de conclure, que *le Rayon d'un Cercle est moyen proportionnel entre le quart de sa circonférence, & la distance de son Centre au Centre de gravité de la demi-circonférence.*

PROPOSITION XV.

PROBLEME.

Trouver le Centre de gravité d'un arc de Cercle donné

Pour trouver le Centre de gravité de l'arc de Cercle ABC, dont le Centre est D, divisez-le en deux également au point B, par le Rayon DB, qui divisera aussi en deux également & à Angles droits au point H, la Corde AC : & cherchez à l'arc ABC, à la Corde AC, & au Rayon DB, une quatrième proportionnelle DI, pour avoir en I, le Centre de pesanteur de l'arc proposé ABC, comme il est évident par ce qui a été démontré dans la Proposition précédente.

Plan-
che 17.
79. Fig.

S C O L I E.

Il est évident, que si l'arc ABC étoit un Demi-cercle, il faudroit trouver à la circonférence ABC, au Diametre AC, & au Rayon DB, une quatrième proportionnelle DI, ou bien en prenant les moitiés des deux premières lignes, il faudroit trouver au quart AB, ou BC, de toute la circonférence du Cercle, & au Rayon DB, une troisième proportionnelle DI, pour avoir en I, le Centre de gravité de la circonférence du Demi-cercle proposé ABC.

Plan-
che 18.
84. Fig.

D'où il suit que ce Centre I appartient à la *Ligne quadratrice*, qui passeroit par le point A, car la principale propriété de cette Ligne est, que la Raison du quart AB de la circonférence entière du Cercle, au Rayon AD, est égale à celle du même Rayon AD, ou BD, à la ligne DI, comme nous démontrons sur la fin de cette Section. Si donc l'on décrit

par le point A, la Ligne quadratrice AI, on aura en I, le Centre de gravité de la circonférence du Demi-cercle. Nous ne parlons pas du Centre de gravité de la circonférence entière du Cercle, parce qu'il est assez évident que ce Centre de pesanteur est le même que le Centre du Cercle.

PROPOSITION XVI.

PROBLÈME.

Connoissant le Centre de gravité d'un Arc de cercle, trouver celui d'un Arc double.

Plan-
che 18.
24. Fig.

ON donne l'Arc de cercle AB, avec son Centre D, & son Centre de gravité G sur le Rayon DE, qui divise l'Arc AB en deux également au point E, & il est proposé de trouver le Centre de gravité de l'Arc double ABC, sur le Rayon DB, qui le divise en deux également au point B.

Ayant porté BE en BF, & tiré le Rayon DF, faites DH égale à DG, pour avoir en G le Centre de gravité de l'Arc BC : & comme le point G, est le Centre de gravité de l'Arc AB, la ligne GH contiendra le Centre de pesanteur commun aux deux Arcs BA, BC, par Prop. 1. lesquels étant égaux, le point de milieu I sera leur Centre commun de gravité, & par conséquent le Centre de pesanteur de l'Arc double ABC.

SCOLIE.

Connoissant le Centre de gravité d'un Arc de cercle, on peut par une operation contraire à la precedente, trouver celui de sa moitié; car si l'on a le Centre de pesanteur I, de l'Arc de cercle ABC, pour trouver celui de sa moitié AB, il n'y a qu'à le

diviser en deux également par le Rayon DE, & tirer du point I, au Rayon DB, la perpendiculaire IG, qui donnera sur le Rayon DE le Centre de gravité G, qu'on cherche.

PROPOSITION XVII.

PROBLEME.

Trouver le Centre commun de gravité d'un Arc de cercle donné, & de sa Corde.

Pour trouver le Centre commun de gravité de l'Arc ABC, & de sa Corde AC, on trouvera premièrement le Centre de pesanteur I de l'arc ABC, & le Centre de pesanteur H de la Corde AC, après quoy il est évident *par Prop. I.* que leur Centre commun de gravité est en quelque point de la ligne HI; c'est pourquoy on divisera la ligne HI en L, en sorte que la Raison de l'arc ABC à la Corde AC, ou de la ligne DF à la ligne DI, soit égale à celle de HL à LI: or cette division se fera en cherchant aux trois lignes DF+DI, DF, HI, une quatrième proportionnelle HL: & le point L sera le Centre de gravité qu'on cherche.

Plan-
che 17.
79. Fig.

Si l'Arc ABC est un Demi-cercle, ayant trouvé le Centre de pesanteur I, du Demi-cercle ABC; on cherchera aux trois lignes DB+DI, DI, DB, une quatrième proportionnelle DL, ou aux deux DB+DI, DI, une troisième proportionnelle IL, pour avoir en L, le Centre commun de pesanteur de la circonférence du Demi-cercle ABC, & du Diametre AC.

Plan-
che 18.
84. Fig.

De la Ligne Quadratrice.

Cette Ligne a été ainsi appelée, parce qu'elle

Plan-
che 18.

contribuë à la Quadrature du Cercle, comme nous dirons après avoir expliqué la generation & la description de cette Ligne courbe, comme vous allez voir.

26. Fig.

Soit au dedans du Quarré ABCD, le Quart de Cercle ABFD, ayant pour Centre la pointe A de l'un des Angles droits de ce Quarré. Faites mouvoir par la pensée le côté ou Rayon AD, autour du Centre A, depuis D vers B, d'un mouvement égal & uniforme par tous les points de la circonference BFD : & faites mouvoir en même temps le côté CD, depuis D vers A, toujours parallelement à son côté opposé AB, d'un mouvement aussi égal & uniforme par tous les points du côté AD, en concevant le côté AD, divisé en autant de parties égales que la circonference BFD; & alors ce côté CD en se mouvant ainsi parallelement à luy-même, & le Rayon AD en se mouvant dans le même temps autour du Centre A, s'entre-couperont successivement en des points, qui composeront la Ligne Quadratrice DIE, dont le Centre est A, le Sommet est D, l'Axe est AD, & la Base est AE, dont l'extremité E ne scauroit se terminer qu'à peu près, parce que le côté CD étant parvenu sur le côté AB par son mouvement égal & uniforme, le côté AD est aussi parvenu sur le même côté AB par son mouvement uniforme, ce qui fait que ces deux lignes tombent l'une sur l'autre sans se couper.

Voilà pour la generation de cette Ligne courbe, de laquelle il est aisé de tirer la maniere de la décrire sur le papier avec le Compas & la Regle, ce qui se peut faire si l'on en trouve plusieurs points, pour les joindre ensuite par une ligne courbe, qui se décrira d'autant plus facilement que ces points se trouveront plus proches les uns des autres. Voici le moyen d'en trouver autant que l'on voudra.

Ayant tiré à volonté les deux lignes perpendiculaires AB, AD, décrivez à discretion de l'Angle droit A, l'Arc de Cercle BFD, & le divisez en autant de parties égales qu'il vous plaira, comme en six, & son Rayon AD aussi en six parties égales, en des points par lesquels vous tirerez autant de lignes droites parallèles à l'autre Rayon AB. Tirez aussi du Centre A par les points de division de l'Arc BD, autant de lignes droites, ou Rayons, qui couperont les premières en des points, que vous joindrez adroitement par une Ligne courbe DIE, qui sera la Ligne Quadratrice de Dinostrate, que l'on décrira d'autant plus exactement que plus on en trouvera de points, c'est à dire qu'en plus de parties égales on divisera l'Arc BD, & son Rayon AD, mais on ne peut pas déterminer le point E, où la Base AE se termine, parce qu'il ne s'y fait point de Section de lignes, autrement on auroit la Quadrature du Cercle, parce que si l'on avoit le point E, on pourroit trouver géométriquement une ligne droite égale à l'Arc BFD, à cause que cette circonférence est troisième proportionnelle à la Base AE, & au Rayon AB; mais il le faut démontrer.

P R E P A R A T I O N.

Pour démontrer que l'Arc BD est troisième proportionnel aux deux lignes AE, AB, ou la Base AE troisième proportionnelle à l'Arc BD, & à son Rayon AB, il suffit de démontrer, qu'une ligne plus grande que la Base AE, comme AG, ou plus petite, comme AL, ne peut pas être troisième proportionnelle à l'Arc BD, & à son Rayon AB. Pour cette fin, décrivez du Centre A, par les deux points L, G, les Arcs de Cercle LM, GH, & par le point I, où la Quadratrice se trouve coupée par l'Arc GH, tirez le

Plan-
che 18.
87. Fig.

Rayon AF, & la ligne IK perpendiculaire au Rayon AD. Tirez encore du point L, la droite LI perpendiculaire au Rayon AB, & par le point I; où elle coupe la Quadratrice DE, tirez le Rayon AF, & la droite IK parallèle au Rayon AB. Décrivez du Centre A, par le point I, l'Arc de Cercle GH.

DEMONSTRATION.

Si les trois lignes BD, AB, AG, étoient proportionnelles, c'est à dire si l'on avoit cette Analogie, BD, AB::AB, AG, en mettant à la place des deux derniers termes AB, AG, les Arcs BD, GH, qui sont en même Raison, parce qu'ils sont semblables, on auroit cette autre Analogie, BD, AB::BD, GH, où les Antecedens étant égaux, les Consequens devroient aussi être égaux, c'est à dire que la ligne AB seroit égale à l'Arc GH. Cela étant supposé, on considérera que les Arcs BD, GH, étant semblables, aussi-bien que les deux BF, GI, on aura cette Analogie, BD, BF::GH, GI, & si à la place des deux premiers termes BD, BF, on met les lignes AD, AK, qui sont en même Raison, par la generation de la Quadratrice, on aura cette autre Analogie, AD, AK::GH, GI, & parce que nous avons reconnu que l'Antecedent AD, ou AB, doit être égal à l'Antecedent GH, le Consequent AK, ou LI, doit aussi être égal au Consequent GI, ce qui étant impossible, il est impossible aussi que les trois lignes BD, AB, AG, soient proportionnelles. *Ce qui est l'une des deux choses qu'il falloit démontrer.*

Si les trois lignes BD, AB, AL, étoient proportionnelles, en sorte qu'on eût cette Analogie, BD, AB::AB, AL, en mettant à la place des deux premiers termes AB, AL, les deux Arcs semblables BD, LM, qui sont en même Raison que leurs Rayons, on

auroit cette autre Analogie, $BD, AB::BD, LM$, où l'on voit comme auparavant, que l'Arc LM seroit égal à la ligne AB , ou AD . Cela étant supposé, on considérera que les deux Arcs BD, LM , étant semblables, aussi-bien que les deux BF, LO , on aura cette Analogie, $LM, LO::BD, BF$, & si à la place des deux derniers termes BD, BF , on met les deux AD, AK , qui sont en même Raison, par la generation de la *Quadratrice*, on aura cette autre Analogie, $LM, LO::AD, AK$, où l'Antecedent LM a été démontré égal à l'Antecedent AD , ce qui fait que le Consequent LO doit aussi être égal au Consequent AK , ou LI , ce qui étant impossible, il est impossible aussi que les trois lignes BD, AB, AL , soient proportionnelles. *Ce qui restoit à démontrer.*

Plan-
 che 187
 87. Fig. 4

S C O L I E.

Comme nous ne parlons de cette Ligne *Quadratrice*, qu'on appelle simplement *Quadratrice*, que par occasion, nous ne devons pas nous étendre davantage sur ses différentes propriétés : c'est pourquoy nous nous contenterons de dire ici en passant, qu'on peut par son moyen diviser un Arc de Cercle donné en autant de parties égales qu'on voudra; comme si l'on veut diviser l'Arc DF en trois parties égales, on tirera le Rayon AF , & par le point I , où il coupe la *Quadratrice* DE , on tirera la ligne IK parallèle au Rayon AB , ou perpendiculaire au Rayon AD , après quoy ayant divisé la ligne DK en trois parties égales aux points L, M , on tirera par ces points L, M , à la ligne IK , les deux parallèles LH, MG , qui donneront sur la *Quadratrice* DE , les deux points H, G , par où l'on tirera du Centre A , les droites AN, AO , qui diviseront l'Arc proposé DF en trois parties égales.

86. Fig.

Mais l'on peut faire cette division avec la même facilité par le moyen d'une autre Ligne courbe, qui est de l'invention de Monsieur Tschirnhaus Gentilhomme Allemand, dont nous enseignerons ici la description, avec la démonstration de deux beaux Theorèmes qu'il nous a donnez sur cette Ligne, dont le dernier a été mal énoncé, lorsque nous en avons parlé dans nôtre *Dictionnaire Mathématique*, où par mégarde nous avons pris un Rayon pour l'autre : & c'est à cause de cela que pour faire satisfaction à ce sçavant Mathématicien, nous donnerons ici la démonstration de ses deux Theorèmes, après avoir enseigné la description de sa Ligne courbe, qui est telle.

Plan-
che 19.
91. Fig.

Soit donc le Quart de Cercle ABCD, décrit comme auparavant au dedans du Quarré ABLD. Ayant divisé la circonference BCD, & son Rayon AD, chacun en un nombre égal de parties égales tel que l'on voudra, comme en six, tirez par les points de division de l'Arc BD, des lignes parallèles au Rayon AD, & par les points de division du Rayon AD des lignes parallèles à l'autre Rayon AB, & alors les points de Section de ces parallèles, en les prenant également depuis le point D, formeront la Courbe BED, par le moyen de laquelle on pourra diviser un Arc de Cercle en autant de parties égales qu'on voudra, en cette sorte.

Pour diviser par exemple en trois parties égales l'Arc de Cercle CD, tirez par le point C, la ligne CE parallèle au Rayon AD, & par le point E, où cette parallèle CE coupe la Courbe BED, tirez la ligne EF parallèle à l'autre Rayon AB. Divis z la ligne DF en trois parties égales aux points G, H, & tirez par ces points G, H, les lignes GK, HI, parallèles à la ligne EF, pour avoir sur la Courbe BED, les deux

Deux points I, K, par lesquels vous tirerez au Rayon AD, les paralleles IN, KM, qui diviseront l'Arc proposé CD en trois parties égales aux points M, N.

Plan-
che 19.
91. Fig.

Pour venir maintenant aux deux Theorèmes que nous vous avons promis, j'ay crû que pour rendre justice au R. P. Nicolas Jesuite, & pour faire voir l'excellence de son genie, & sa grande penetration dans la Geometrie, je devois vous faire part d'une Lettre qu'il m'a fait l'honneur de m'écrire sur ce sujet.

*Lettre du R. P. Nicolas de la Compagnie de Jesus
à l'Auteur.*

De Toulouse le 14. Avril 1691.

MONSIEUR,

Quoique je n'aye pas l'honneur d'être connu de vous, j'ay crû que vous ne seriez pas marri que je vous envoyasse quelques démonstrations que j'ay trouvées sur une matiere où vous m'avez donné vous-même occasion de travailler; voici ce que c'est. Il y a une quinzaine de jours que vôtre beau Dictionnaire m'est tombé entre les mains; je l'ay parcouru avec beaucoup de plaisir, il falloit un homme comme vous, c'est à dire extrêmement habile pour faire un Ouvrage de cette nature. Comme j'aime particulièrement la Geometrie, à laquelle je me suis fort appliqué, & dont mêmes j'ay composé divers Traitez qui pourront voir le jour dans peu de temps; j'ay pris un plaisir particulier à voir ce que vous dites sur la Geometrie Speculative: Vous y parlez de diverses sortes de Lignes courbes en peu de mots, mais toujours fort bien. Entre autres vous faites mention

„ pag. 99. & 100. d'une nouvelle Courbe propre à
 „ diviser un Angle donné selon une Raison donnée, &
 „ que vous dites être de l'invention de M. Tschirn-
 „ haus; je vous avouë que je n'avois point ouï parler
 „ de cette Courbe, & cela m'a donné la curiosité de
 „ l'examiner: ce qui a servi encore à m'y engager, est
 „ que vous dites que M. Tschirnhaus a avancé sur cette
 „ Courbe deux Theorèmes qu'il n'a point démontré;
 „ le premier est, que quand *ABCD* est un *Quart de*
 „ *Cercle*, l'espace *ABED* est au *Quarré ABLD*,
 „ comme le *Rayon AB*, est à la *circonférence BCD*: &
 „ l'autre, que le *Solide* qui est produit par la *circon-*
 „ *volution de la Figure ABED* à l'entour de l'*Axe*
 „ *AB*, est au *Cylindre circonscrit*, comme 1 est à 2.
 „ Là-dessus vous dites que ce second Theorème seroit
 „ vray, & le premier approcheroit d'être vray, si la
 „ Courbe *BED* étoit une *Parabole*. Or comme *BED* de
 „ M. Tschirnhaus approche fort d'une *Parabole*, il
 „ s'ensuit que ses deux Theorèmes sont à peu près ve-
 „ ritables. Voyant donc que vous doutiez de la verité
 „ entiere de ces deux Theorèmes, & vous aviez raison
 „ d'en douter, puisqu'ils n'étoient pas démontrés,
 „ j'ay voulu m'éclaircir entierement là-dessus, & voir
 „ si ce qu'avance M. Tschirnhaus, est vray ou faux dans
 „ la rigueur geometrique. J'ay trouvé que le premier
 „ Theorème est vray, & le second faux: & comme cela
 „ m'a obligé d'examiner à fonds cette Courbe, j'en ay,
 „ ce me semble, découvert & démontré tout ce qu'il y
 „ a de plus beau, soit pour la dimension de l'espace
 „ *ABED*, ou de ses parties, soit pour les Solides qui
 „ se peuvent faire en roulant cette Figure à l'entour de
 „ *AB*, ou de *AD*, soit pour le Centre de gravité de la
 „ même Figure. J'ay encore trouvé les Touchantes en
 „ quelque point de la Courbe *BED* que ce soit; pour
 „ le point *B*, il ne faut que tirer de *B*, une ligne pa-

Plan-
che19. 91.
Fig.

rallele à AD, mais pour les autres points C, D, il faut supposer la Quadrature du Cercle. J'ay encore montré que la Courbe BED peut être continuée à l'infini, tant en haut qu'en bas, & qu'elle est toute enfermée, & va serpentant entre deux lignes paralleles. J'ay aussi quarré absolument la Figure qui est comprise sous la Courbe BED continuée jusqu'à ce que l'Axe soit double du Rayon AB. J'ay démontré le rapport particulier que cette Courbe a avec la Cycloïde, & d'autres choses encore, dont j'ay fait un petit Traité d'une trentaine de Propositions, que je vous enverray, Monsieur, avec plaisir, si vous avez envie de le voir. Vous en pourrez juger par cet échantillon, que je vous envoie, ce sont deux Démonstrations, l'une touchant l'espace ABED, & l'autre touchant le solide qui se fait en faisant rouler l'espace ABED à l'entour de la ligne AD.

Soit donc la Courbe BED engendrée par le Quart de Cercle ABCD de la manière qui est expliquée dans le Dictionnaire Mathématique, pag. 99. en divisant le Rayon AD en quelque nombre que ce soit de parties égales aux points F, & l'Arc BCD en autant de parties égales aux points C, & menant des points F des lignes FE paralleles à AB, & des points C des lignes CE paralleles à AD, & décrivant la Courbe BED, par tous les points E, où ces lignes se rencontrent.

De cette generation, l'on void d'abord que la propriété de la Courbe BED est que menant quelque ordonnée que ce soit EF à la ligne AD, & du point E la ligne EC parallele à AD, rencontrant l'Arc de Cercle en C, comme est AD à DF, ainsi est l'Arc BD à l'Arc DC: d'où il s'ensuit que comme DF est à DF, ainsi l'Arc DC est à l'Arc DC. Il est aussi évident que la ligne EF est égale à CG Sinus droit de l'Arc

Plan-
che19. 92.
Fig.

» CD, & partant comme EF, EF, ainsi sont les Si-
» nus CG, CG.

» Cela supposé, je dis que la Figure ABED, est
» au Quarré AB, comme le Rayon AD, est à l'Arc
» BCD.

» Faisons tourner le Quart de Cercle ABCD à l'en-
» tour de AD; chaque Sinus CG décrira un Cercle, &
» les circonferences de ces Cercles seront entre elles
» comme leurs Rayons CG, CG, c'est à dire comme
» EF, EF. Puisque donc les Arcs DC, DC, auxquels
» nous pouvons concevoir que sont appliquées les cir-
» conferences, sont en même Raison que les lignes
» DF, DF, auxquelles sont appliquées les lignes EF,
» EF; il s'enfuit par la Methode des Indivisibles (&
» on le pourroit aisément démontrer par la Methode
» des Anciens) que la somme des lignes EF, EF, c'est
» à dire la Figure ABED, est à la somme des circonfe-
» rences, c'est à dire à la Surface de l'Hemisphere, en
» Raison composée de la ligne AD (qui est la hauteur
» de la Figure ABED,) à l'Arc BCD (qui sert de hau-
» teur à la Surface de l'Hemisphere) & d'un Rayon EF,
» à sa circonferance. Comme je parle à un grand Geo-
» metre, je crois qu'il n'est pas nécessaire de m'expli-
» quer davantage.

» Cela étant, je raisonne de la sorte; la Figure ABED
» a au Quarré AB, la Raison composée des deux Rai-
» sons,

» De la Figure ABED, à la Surface de l'He-
» misphere,

» Et de la Surface de l'Hemisphere au Quarré
» AB.

» Or la premiere de ces deux Raisons est comme nous
» avons dit, composée de ces autres deux,

De la Raison de la ligne AD, à l'Arc BCD,
Et de la Raison du Rayon à sa circonference,

Plan-
che
19. 92.
Fig.

& la Raison de la Surface de l'Hemisphere au Quar-
 ré AB, est la même que celle de la circonference à
 son Rayon, comme il est aisé de démontrer par les
 principes d'Archimede. Donc la Raison de la Fi-
 gure ABED, au Quarré AB, est composée de ces
 trois Raisons,

De la ligne AD à l'Arc BCD,
Du Rayon à la circonference,
De la circonference au Rayon.

Or ces deux dernieres composent la Raison d'éga-
 lité. Donc la Raison de la Figure ABED, au Quarré
 AB, est la même que celle du Rayon AD, à l'Arc
 BCD. *Ce qu'il falloit démontrer.* Ainsi le premier
 Theorème de M. Tschirnhaus est veritable.

La seconde Démonstration que je vous envoie,
 Monsieur, est touchant le solide qui se produit en
 faisant rouler la Figure ABED à l'entour de AD.

Soit donc la même Figure ABED, roulée à l'en-
 tour de AD. Je dis que le Solide qui est produit de
 cette circonvolution, est au Cylindre circonscrit,
 comme 1. est à 2.

1. Sur la ligne AB, comme Diametre, soit dé-
 crit le Demi-cercle AHB. 2. Que l'Angle droit BAD
 soit divisé en quel nombre que ce soit de parties éga-
 les par les lignes AC, AC, AC, qui rencontrent la
 circonference AHB, aux points H, H, H. Les Arcs
 DC, CC, CB, feront donc égaux. 3. Des points
 C, C, C, soient menées les lignes CE, CE, CE,
 paralleles à AD, qui rencontrent la Courbe BED,
 aux points E, E, E, & par les points E, E, E, soient

Plan-
che
19. 93.
Fig.

menées les lignes EF, EF, EF, ordonnées à AD. La
ligne AD sera divisée aux points F, F, F, en autant
de parties égales que l'Arc BCD par la propriété de
cette Courbe. 4. Achevez les Rectangles FE, FE,
AE, qui seront inscrits dans la Figure ABED. 5. Du
Centre A, & prenant les Cordes AH, AH, AH,
pour Rayons, décrivez les Secteurs AHI, AHI, AHI.
6. Enfin d'un point C, menez le Sinus CG, & du
point H, qui répond, menez la ligne HB.

Cela étant supposé, chaque Corde AH est égale
à chaque ordonnée EF qui luy répond : car prenant
par exemple la plus petite Corde AH, on démon-
trera aisément qu'elle est égale au Sinus CG, à cause
que les Triangles rectangles AHB, ACG sont égaux
& semblables, ayant les Angles HAB, ACG, égaux
(à raison des parallèles AB, CG,) & les côtes AB,
AC, égaux aussi. Or le Sinus CG est égal à l'ordon-
née EF. Donc la petite Corde AH est égale à la pe-
tite ordonnée EF, & la même chose se peut démon-
trer des autres.

Comparons maintenant les Secteurs AHI, l'un
avec l'autre, par exemple le plus petit Secteur AHI
avec le suivant. Comme les Angles HAI sont égaux
par la construction, les Secteurs sont semblables ;
ainsi le petit Secteur AHI, est au suivant AHI, en
Raison doublée de la petite Corde AH, à la Corde
suivante AH, c'est à dire en Raison doublée de la pe-
tite ordonnée EF, à l'ordonnée suivante EF, c'est à
dire comme le Cercle du petit Rayon EF, au Cercle
du Rayon suivant EF, c'est à dire comme le Cylin-
dre qui se fait du petit Rectangle FE roulé à l'entour
de FF, au Cylindre suivant fait du Rectangle FE :
car ces Cylindres ayant leurs hauteurs égales FF, FF,
sont entre eux comme leurs Bases, c'est à dire com-
me le Cercle du petit Rayon EF, au Cercle du Rayon
suivant EF.

Ainsi nous prouverons que tous les Secteurs AHI, sont entre eux comme les Cylindres faits des Rectangles FE, AE, à l'entour de AD, sont entre eux. D'où il s'ensuit que tous les Secteurs ensemble sont au plus grand Secteur, comme tous les Cylindres ensemble sont au plus grand Cylindre fait du Rectangle AE à l'entour de AF. Or le plus grand Secteur AHI est au Secteur ABC, qui est compris sous le même Angle BAC, en Raison doublée de la grande Corde AH, au Rayon AB, c'est à dire de la plus grande ordonnée EF, à la ligne FK (prolongeant FE jusqu'à ce qu'elle rencontre en K, la ligne BL touchante du Cercle au point B.) Donc le grand Secteur AHI est au Secteur ABC, qui luy répond, comme le Cylindre fait du Rectangle AE, au Cylindre fait du Rectangle AK. Enfin le Secteur ABC, est à tout le Quart de Cercle ABD, comme l'Arc BC, à l'Arc BD, c'est à dire comme la ligne AF, à la ligne AD, c'est à dire comme le Cylindre fait du Rectangle AK, au Cylindre fait du Rectangle AL, à l'entour de AD.

Plan-
che
19. 93.
Fig.

Il s'ensuit de tout ce raisonnement, que *ex aequo*, tous les Secteurs ensemble AHI, sont au Quart de Cercle ABD, comme tous les Cylindres faits des Rectangles EF, AE, au Cylindre fait du Quarré AL. Or il est évident qu'on peut tellement multiplier les Secteurs, que *desinent in Semicirculum AHB*, & tellement multiplier les Cylindres, que *desinant in Solidum factum ex Figurâ ABED circa AD, in orbem ducta*. Donc le Demi-cercle AHB, est au Quart de Cercle ABCD, comme le Solide produit par la circonvolution de la Figure ABED à l'entour de AD, est au Cylindre circonscrit fait du Quarré AL roulé à l'entour de la même ligne AD. Or le Demi-cercle AHB est la moitié du Quart de Cercle ABCD,

Plan-
che
19. 93.
Fig.

„ comme il est aisé de démontrer. Donc le Solide fait
„ de la Figure ABED, roulé à l'entour de AD, est la
„ moitié du Cylindre circonscrit. *Ce qu'il falloit dé-*
„ *montrer.*

„ Je vous envoie, Monsieur, cette seconde dé-
„ monstration, parce qu'à vous dire le vray, je doute
„ un peu que ce ne soit de ce Solide fait à l'entour de
„ AD, qu'ait parlé M. Tschirnhaus, y trouvant si
„ justement la Raison de 1 à 2, au Cylindre circon-
„ crit, & d'ailleurs étant aisé de se méprendre entre
„ ces deux Solides qui se font de la même Figure
„ ABED, à raison de l'égalité des deux Rayons AB,
„ AD. Prenez la peine de revoir là-dessus M. Tschirn-
„ haus, & de me mander si sa conjecture est verita-
„ ble. Que si vous trouvez qu'il parle du Solide fait à
„ l'entour de AB, & qu'il dise comme vous l'avez écrit,
„ que ce Solide est au Cylindre circonscrit, comme 1
„ à 2, son Theorème est assurément faux, car il s'en-
„ suivroit que le Solide fait à l'entour de AB seroit
„ égal au Solide fait à l'entour de AD, je que j'ay dé-
„ montré être faux. Je vous enverray la démonstra-
„ tion quand il vous plaira, elle suppose dans ma Me-
„ thode qu'on ait trouvé le Centre de gravité de la Fi-
„ gure ABED: & voici comme je détermine ce Centre.

91. Fig. „ Soit le point Z Centre de gravité de la Figure
„ ABED, & par Z soient tirées les deux lignes XZ,
„ YZ, paralleles à AB, AD. Je dis que la ligne AB est
„ tellement divisée en Y, que AY est égale à la qua-
„ trième partie de l'Arc BD, & que AD est tellement
„ divisée en X, que AD est à DX, comme l'Arc BD est
„ au Rayon AD.

„ Cette lettre commence à être trop longue, ainsi
„ je vay la finir en vous assurant, Monsieur, que les
„ beaux Ouvrages que vous avez donnez au Public,
„ m'ont inspiré une tres-grande estime pour vôtre me-

rite, & que vous m'obligerez beaucoup, si vous
 voulez que nous nous écrivions de temps en temps
 sur les matieres de Geometrie, un commerce de
 cette nature m'est trop avantageux, pour ne le souhai-
 ter pas avec ardeur. Quand vous voudrez me faire
 l'honneur de m'écrire, vous n'avez qu'à donner vos
 lettres au Frere Brotes, qui demeure à la Maison
 Professe, il aura soin de me les faire tenir exacte-
 ment, & de vous rendre aussi les miennes. J'attens
 avec impatience le grand Traité d'Algebre, que
 vous avez promis au Public, il ne peut être qu'excel-
 lent, étant de vôtre façon. Pour moy je vais conti-
 nuer un Traité des Conchoïdes & des Cissoïdes,
 qui est déjà fort avancé, & que je n'ay interrompu
 durant ces quinze jours, que pour mediter sur cette
 Courbe de M. Tschirnhaus. Je suis, &c.

Nous donnerons sur la fin de la Section suivante,
 la démonstration de la Methode precedente, pour
 trouver le Centre de gravité de la Figure ABED,
 dans une autre lettre du R. P. Nicolas, par laquelle
 vous connoîtrez encore mieux que par la preceden-
 te, la force de son genie, & les profondes medita-
 tions qu'il a faites sur la Geometrie.

SECTION II.

Du Centre de Gravité des Plans.

QUoiqu'il n'y ait aucun Plan qui ne soit joint à
 un Corps, cela n'empêche pas qu'on ne puisse
 considerer un Corps plat, homogène, également
 épais par tout, & d'une épaisseur insensible, comme
 un Plan, en ne considerant que sa longueur & sa
 largeur, & luy attribuer une Pesanteur, & un Cen-
 tre de gravité, que nous enseignerons à trouver dans
 les Propositions suivantes.

PROPOSITION I.

THEOREME.

Le Centre de gravité d'un Parallelogramme est en quelque point de la ligne droite qui passe par le milieu de deux côtez opposez.

Plan-
che 18.
82. Fig.

SI l'on divise les deux côtez opposez AB, CD, du Parallelogramme ABCD, en deux également aux points E, F; je dis que le Centre de gravité de ce Parallelogramme ABCD, est en quelque point de la ligne EF.

DEMONSTRATION.

Si l'on imagine au dedans de la Figure ABCD, une infinité de lignes paralleles entre elles & aux côtez AB, CD, elles feront égales entre elles, & également divisées, & le Centre de pesanteur de chacune se trouvera dans la ligne EF, puisque ce Centre est dans le milieu de chacune *par Def. 6.* c'est pourquoy le Centre commun de pesanteur de toutes ces lignes prises ensemble, ou du Parallelogramme ABCD, doit aussi être dans la ligne EF. *Ce qu'il falloit démontrer.*

PROPOSITION II.

PROBLEME.

Trouver le Centre de gravité d'un Parallelogramme donné.

83. Fig.

ON donne le Parallelogramme ABCD, & il est proposé d'en trouver le Centre de pesanteur. Tirez les deux Diagonales AC, BD, & le point E

de leur Section sera le Centre de gravité du Parallelogramme proposé ABCD.

Plana
che 18.
83. Fig.

DEMONSTRATION.

Si l'on divise les côtez en deux également aux points F, I, G, H, on connoîtra *par Prop. 1.* que le Centre de gravité du Parallelogramme ABCD, est dans la ligne FG, & aussi dans la ligne HI. D'où il est aisé de conclure, qu'il est dans leur commune Section, c'est à dire au point E. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

PROPOSITION III.

THEOREME.

Le Centre de gravité d'un Triangle est dans la ligne droite qui passe par l'un de ses Angles, & par le milieu de son côté opposé.

SI l'on divise le côté AC du Triangle ABC, en deux également au point D, & que de l'Angle opposé B, l'on tire la droite BD; je dis que le Centre de gravité du Triangle ABC est dans cette ligne BD. 85. Fig.

DEMONSTRATION.

Si l'on imagine au dedans du Triangle ABC, une infinité de lignes paralleles entre elles & au côté AC, elles feront toutes divisées en deux également par la ligne BD, & le Centre de gravité de chacune sera par consequent dans la ligne BD. C'est pourquoy le Centre commun de pesanteur de toutes ces lignes prises ensemble, ou du Triangle ABC, sera dans la ligne BD. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Plan-
che 18.
88. Fig.

Il suit évidemment de cette Proposition, que si l'on tire une ligne droite de l'un des Angles d'un Triangle, comme de l'Angle B du Triangle ABC, par son Centre de gravité G, cette ligne droite, telle qu'est ici BD, divisera le côté opposé AC, en deux également au point D.

PROPOSITION IV.

PROBLÈME.

Trouver le Centre de gravité d'un Triangle donné.

88. Fig.

ON donne le Triangle ABC, & il est proposé d'en trouver le Centre de pesanteur. Divisez deux côtés, comme AB, AC, chacun en deux également aux points F, D, & des Angles opposés C, B, menez les droites CF, BD, & le point G de leur Section sera le Centre de gravité qu'on cherche, puisque *par Prop. 3.* il est dans chacune des deux lignes BD, CF.

COROLLAIRE.

Il s'ensuit que si des trois Angles d'un Triangle, l'on tire par les milieux de leurs côtés opposés autant de lignes droites, ces trois lignes droites se couperont au dedans du Triangle dans un même point, sçavoir au Centre de gravité du Triangle.

SCOLIE.

89. Fig.

On peut trouver autrement le Centre de gravité du Triangle proposé ABC, parce que la partie DG est égale à la moitié de l'autre partie BG, ou au tiers de

toute la ligne BD. Car si l'on tire des points C, D, les droites CH, DI, paralleles à la ligne AE, qui rencontrent le côté AB prolongé aux points I, H, on connoitra que les Triangles ABE, HBC, sont équiangles & semblables, & que par consequent les deux lignes AB, AH, sont égales, à cause des deux égales EB, EC : & que pareillement à cause des deux Triangles semblables ADI, ACH, & des deux lignes égales DA, DC, les deux IA, IH, sont aussi égales, & que par consequent la ligne AI est égale à la moitié de la ligne AH, ou AB, ou au tiers de toute la ligne BI; & parce que les Triangles BGA, BDI sont semblables, la ligne DG sera aussi égale au tiers de la ligne BD. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Si donc on prend la ligne DG égale au tiers de la ligne BD, on aura en G le Centre de pesanteur du Triangle ABC, que l'on peut avoir encore autrement, sçavoir en prenant la partie AH égale au tiers du côté AB, & pareillement la partie CI égale au tiers du côté BC, & en joignant la droite HI, dont le point de milieu G sera le Centre de gravité qu'on cherche.

PROPOSITION V.

THEOREME.

Le Centre de gravité d'un Trapezoïde est dans la ligne droite, qui divise en deux également chacun des deux côtez paralleles.

SI l'on divise les deux côtez paralleles AB, CD, du Trapezoïde ABCD, chacun en deux également aux points E, F; je dis que le Centre de pesanteur de ce Trapezoïde est en quelque point de la ligne EF.

Plan-
che 18.
90. Fig.

DEMONSTRATION.

Si l'on tire par la pensée au dedans du Trapezoïde ABCD, une infinité de lignes parallèles entre elles & aux deux côtez AB, CD, elles seront toutes divisées en deux également par la ligne EF, & le Centre de gravité de chacune sera par conséquent dans la ligne EF. C'est pourquoy leur Centre commun de gravité, c'est à dire le Centre de pesanteur du Trapezoïde ABCD sera aussi dans la ligne EF. *Ce qu'il falloit démontrer.*

PROPOSITION VI.

PROBLÈME.

Trouver le Centre de Pesanteur d'un Trapeze donné.

Plan-
che 19.
94. Fig.

SI le Trapeze proposé est un Trapezoïde, comme ABCD, dont les deux côtez opposez AB, CD, sont parallèles, on divisera chacun de ces deux côtez parallèles AB, CD, en deux également aux points E, F, & les deux autres AD, BC, en trois parties égales aux points I, G, H, K, après quoy si l'on tire des lignes droites, comme vous voyez dans la Figure, le point L sera *par Prop. 6.* le Centre de pesanteur du Triangle ACD, & le point M le Centre de gravité du Triangle ACB; c'est pourquoy *par Prop. 1. Sect. 1.* le Centre commun de gravité de ces deux Triangles ACD, ACB, c'est à dire le Centre de pesanteur du Trapezoïde ABCD sera dans la ligne LM: & comme il est aussi dans la ligne EF, *par Prop. 5.* il sera au point O de leur commune Section.

Mais si le Trapeze proposé n'a point de côtes parallèles, comme ABCD, on tirera les deux Diagonales AC, BD, & par Prop. 4. l'on trouvera le Centre de pesanteur E du Triangle ABD, & le Centre de gravité G du Triangle DBC, & alors on connoîtra par Prop. 1. Sect. 1. que le Centre commun de pesanteur de ces deux Triangles ABD, DBC, ou le Centre de gravité du Trapeze ABCD, est dans la ligne EG. On connoîtra de la même façon, que si l'on trouve le Centre de pesanteur F du Triangle ABC, & le Centre de pesanteur H du Triangle DAC, le Centre commun de pesanteur de ces deux Triangles ABC, ACD, ou le Centre de gravité du Trapeze ABCD est dans la ligne FH; D'où il est aisé de conclure, qu'il est dans le point O de la commune Section des deux lignes EG, FH.

Planche 19.
95. Fig.

PROPOSITION VII.

PROBLEME.

Trouver le Centre de pesanteur d'un Polygone donné.

SI le Polygone proposé est regulier, il est assez évident que son Centre de pesanteur est le même que le Centre du Cercle inscrit ou circonscrit, c'est à dire le même que le Centre du Polygone, sans qu'il soit besoin d'en faire une démonstration particulière.

Mais si le Polygone donné est irregulier, comme le Pentagone ABCDE, on le reduira en Triangles par les Diagonales DA, DB, que l'on peut tirer de tel Angle qu'on voudra, & par Prop. 4. l'on trouvera le Centre de pesanteur I, du Triangle ADE, & par Prop. 6. le Centre de pesanteur G du Trapeze ABCD, & alors on connoîtra par Prop. 1. Sect. 1.

Planche 20.
97. Fig.

Plan-
che 20.
97. Fig.

que le Centre de gravité du Pentagone ABCDE est dans la ligne IG. Pareillement on cherchera le Centre de pesanteur H du Triangle BDC, & le Centre de pesanteur F du Trapeze ABDE, & l'on connoîtra de la même façon que le Centre de gravité du Pentagone ABCDE est dans la ligne FH. D'où l'on conclud aisément qu'il est dans le point O de la commune Section des deux lignes IG, FH.

C O R O L L A I R E.

Ainsi on a trouvé le Centre de pesanteur O du Pentagone proposé ABCDE, & à son imitation l'on pourra facilement trouver le Centre de gravité de tel autre Polygone qu'on voudra, sçavoir en le réduisant toujours deux fois en deux parties, pour joindre leurs Centres de gravité par deux lignes droites, qui donneront en leur point de Section le Centre de pesanteur de la Figure proposée.

P R O P O S I T I O N V I I I.

T H E O R E M E.

Si l'on divise un Arc de Cercle en autant d'autres petits Arcs égaux que l'on voudra, en nombre pairement pair, le Centre de gravité de la Figure comprise par les Cordes de tous ces petits Arcs, & par les deux Rayons tirez des deux extremittez, est éloigné du Centre commun de pesanteur de toutes ces Cordes, d'une distance égale au tiers de celle de ce même Centre commun de gravité des Cordes au Centre du Cercle.

Plan-
che 19.
96. Fig.

Divisez l'Arc de Cercle ABC, dont le Centre est D, en tel nombre pairement pair de parties égales qu'il vous plaira, comme en quatre aux points E,

E, B, F, & ayant tiré les Cordes AE, EB, BF, FC, divisez-les chacune en deux également aux points G, H, I, K, qui seront leurs Centres de pesanteur, & si l'on joint les droites GH, IK, & leurs milieux L, M, par la droite LM, son point de milieu N sera le Centre commun de gravité des quatre Cordes AE, EB, BF, FC. Après cela faites CP égale au tiers du Rayon CD, & décrivez du Centre D, par le point P, une circonférence de Cercle POS, qui donnera autant de petites Cordes égales entre elles, sçavoir SR, RO, OQ, QP, dont les points de milieu sont 1, 2, 3, 4, par le moyen desquels on trouvera comme auparavant, le Centre commun de gravité T de ces quatre Cordes : & ce second Centre de pesanteur T, sera aussi le Centre de gravité de la Figure rectiligne AEBFCDA ; car puisque CP est le tiers de CD, ou FQ le tiers de FD, & par conséquent K le tiers de KD, le point 4 milieu de la ligne PQ, est le Centre de gravité du Triangle CDF, par Prop. 4. & pareillement le point 3 sera le Centre de gravité du Triangle FDB, & par conséquent le point 6 milieu de la ligne 3, 4, est le Centre commun de pesanteur des deux Triangles égaux CDF, FDB, ou le Centre de gravité du Trapeze BDCF. On connoîtra de la même façon que le point 5 est le Centre de gravité du Trapeze ADBE égal au precedent BDCF, & que par conséquent le point de milieu T de la ligne 5, 6, est le Centre commun de pesanteur de ces deux Trapezes égaux ADBE, BDCF, ou le Centre de gravité de la Figure rectiligne ADCFBE. Cela étant fait & supposé, je dis que la ligne NT est le tiers de la ligne ND.

Plan-
che 19.
96. Fig.

DEMONSTRATION.

Parce que la ligne CP est le tiers de CD, ou FQ
M

Plan-
che 19.
96. Fig.

le tiers de FD, & la ligne K4 le tiers de KD ;
aussi la ligne M6 fera le tiers de la ligne MD, & par
consequent la ligne NT le tiers de la ligne ND. Ce
qu'il falloit démontrer.

COROLLAIRE.

Il suit évidemment de cette Proposition, que le
Centre de gravité du Secteur de Cercle ADCB, est
éloigné du Centre de pesanteur de sa circonférence
ABC, du tiers de la distance du Centre de gravité
de la circonférence au Centre du Cercle. Car si l'on
divise par l'imagination l'Arc ABC en une infinité de
parties égales, le Centre N de pesanteur de toutes
les Cordes infinies fera le même que celui de la cir-
conférence ABC, & le Centre T de pesanteur de la
Figure ADCFBE sera le même que celui du Secteur
ADCB. D'où il suit que la distance du Centre de
gravité d'un Secteur de Cercle, est égale aux deux
tiers de celle du Centre de pesanteur de sa circon-
férence, en comptant ces deux distances depuis le
Centre du Cercle.

PROPOSITION IX.

PROBLEME.

*Trouver le Centre de gravité d'un Secteur de
Cercle donné*

96. Fig. **P**our trouver le Centre de gravité du Secteur de
Cercle ADCB, dont le Centre est D, on trou-
vera par Prop. 15. Sect. 1. le Centre de pesanteur N
de la circonférence ABC, & l'on fera la ligne NT
égale au tiers de la ligne ND, pour avoir en T, le
Centre de pesanteur du Secteur proposé ABCD,
comme il est évident par Coroll. Prop. 8.

S C O L I E.

Plan-
che 192
96. Fig.

Si le Secteur proposé est un Demi-cercle, on pourra se servir de cet abregé pour en trouver le Centre de gravité. Cherchez à une ligne égale au quart de la circonference du Cercle, au Rayon, & aux deux tiers du Rayon, une quatrième proportionnelle, qui donnera la distance du Centre de pesanteur du Demi-cercle proposé au Centre du même Demi-cercle.

Nous ne donnons pas la maniere de trouver le Centre de gravité d'un Cercle entier, parce qu'il est assez évident que ce Centre de pesanteur est le même que le Centre du Cercle, sans qu'il soit besoin d'en faire une démonstration particuliere.

P R O P O S I T I O N X.

P R O B L E M E.

Trouver le Centre de gravité d'un Segment de Cercle donné.

P Our trouver le Centre de pesanteur du Segment de Cercle ACB, dont le Centre est D, on trouvera par Prop. 15. Sect. 1. le Centre de pesanteur E de la circonference ABC, & ayant pris EG égale au tiers de ED, sur le Rayon BD, qui divise à Angles droits & en deux également au point F la Corde AC, pour avoir en G, le Centre de gravité du Secteur ADCB, par Prop. 9. & ayant encore fait FH égale au tiers de FD, pour avoir en H le Centre de pesanteur du Triangle ADC, par Prop. 4. on cherchera au Segment ACB, au Triangle ACD, & à la distance GH des Centres de gravité du Secteur & du Triangle, une quatrième proportionnelle GO, pour

Plan-
che 20.
98. Fig.

180 TRAITÉ DE MÉCANIQUE, LIV. II.
avoir en O le Centre de gravité du Segment proposé ACB, dont la démonstration est évidente *par Prop. 7. Sect. 1.*

PROPOSITION XI.

PROBLÈME.

Trouver le Centre de gravité d'une Lunule.

Plan-
che 20.
99. Fig.

ON appelle *Lunule* un Plan terminé par les circonférences de deux Cercles qui se touchent en dedans, comme celui qui est compris par les deux circonférences de Cercle AEOG, ABCD, qui se touchent en dedans au point A, par lequel & par les Centres H, I, de ces deux Cercles, on a tiré la droite AC, pour y marquer le Centre de gravité de la Lunule proposée, en cette sorte.

Il est évident que pour trouver le Centre de gravité de cette Lunule, il n'y a qu'à trouver *par Prop. 7. Sect. 1.* le Centre de gravité de la différence des deux Cercles AEOG, ABCD. Mais pour venir à la pratique, cherchez à la Lunule, au petit Cercle AEOG : ou à la différence des quarrés des Diamètres AC, AO, au quarré du petit Diamètre AO, & à la distance IH des Centres I, H, une quatrième proportionnelle HF, pour avoir en F le Centre de gravité de la Lunule proposée.

SCOLIE.

Si l'on inscrit au grand Cercle la droite AK égale au petit Diamètre AO, & qu'on joigne la droite CK, l'Angle AKC sera droit *par 31. 3.* & *par 47. 1.* le quarré CK sera le premier terme de la proportion précédente, & le quarré AK ou AO, sera le second : & si à la place de ces deux quarrés, on veut avoir

deux lignes en même Raison, il n'y a qu'à tirer du point K, la ligne KL perpendiculaire au Diametre AC, & alors les deux lignes AC, CL, seront en même Raison que les deux quarrés CK, AK, à cause des trois proportionnelles AC, CK, CL, comme il est évident par 8. 6. &c.

PROPOSITION XII.

THEOREME.

Le Centre de gravité d'une Section Conique est dans son Diametre.

Proposons par exemple la Parabole ABC, terminée par l'ordonnée AC au Diametre BD, qui la divise en deux également au point D. Je dis que le Centre de gravité de la Parabole ABC est en quelque point du Diametre BD. Planche 20. 100. Fig.

DEMONSTRATION.

Si l'on imagine au dedans de la Parabole ABC, une infinité de lignes parallèles entre elles & à l'Ordonnée AC, elles feront toutes des Ordonnées au Diametre BD, c'est à dire qu'elles feront toutes divisées en deux également par le Diametre BD, & le Centre de pesanteur de chacune se trouvera par consequent dans ce Diametre BD; c'est pourquoy le Centre commun de pesanteur de toutes ces lignes, ou le Centre de gravité de la Parabole ABC, se trouvera dans le Diametre BD. *Ce qu'il falloit démontrer.*



PROPOSITION XIII.

THEOREME.

Si sur tant d'Ordonnées qu'on voudra à un même Diametre d'une Section Conique, l'on décrit autant de Triangles qui ayent leurs pointes au sommet de cette Section Conique, chacun de ces Triangles, & les Trapezes qui se trouveront dans la Section Conique, auront leurs Centres de pesanteur dans le Diametre de la même Section Conique.

Plan-
che 20.
101. Fig.

Proposons par exemple la Parabole ABC, dont le Diametre soit BD, auquel nous tirerons par exemple les deux Ordonnées AC, FG, pour avoir les deux Triangles ABC, FBG, & le Trapeze AFGC. Je dis que le Centre de gravité de ce Trapeze & de chacun des deux Triangles precedens est dans le Diametre BD.

DEMONSTRATION.

Parce que les deux Bases AC, FG, des Triangles ABC, FBG, sont chacune divisées en deux également par le Diametre BD, le Centre de gravité de chacun de ces deux Triangles se trouvera par Prop. 3. dans le Diametre BD. *Ce qui est l'une des deux choses qu'il falloit démontrer.*

Parce que les deux côtes opposez & paralleles AC, FG, du Trapeze AFGC, sont diviséz chacun en deux également par le Diametre BD, le Centre de gravité de ce Trapeze ou Trapezoïde AFGC sera par Prop. 5. dans ce Diametre BD. *Ce qui restoit à démontrer.*

COROLLAIRE.

Plan-
che 20.
101. Fig.

Il suit évidemment de cette Proposition, que la Figure rectiligne AFBGC, qui naît de la multitude des Ordonnées au Diametre BD, a aussi son Centre de gravité dans le Diametre BD, parce que ce Rectiligne est composé de Triangles & de Trapezes, qui ont tous leurs Centres de pesanteur dans le Diametre BD.

D'où il suit que d'autant plus on tirera d'Ordonnées dans la Section Conique, d'autant plus aussi ce Rectiligne aura de côtez, & par conséquent il approchera toujours de plus en plus de la Section Conique, de sorte qu'il luy deviendra égal, quand le nombre des Ordonnées sera infini: & comme le même Rectiligne a toujours son Centre de gravité dans le Diametre BD, il s'ensuit ce qui a été déjà démontré auparavant, sçavoir que la Section Conique ABC a aussi son Centre de pesanteur dans le Diametre BD.

PROPOSITION XIV.

THEOREME.

Les Centres de gravité de deux Paraboles quelconques divisent semblablement les Diametres.

Pour démontrer que dans deux Paraboles quelconques de même genre les Centres de gravité divisent les Diametres en des parties proportionnelles, il suffira de faire dans une seule Parabole une construction & un raisonnement, qui pourront convenir à toute autre Parabole. 101. Fig.

Faites sur l'Ordonnée AC, au Diametre BD, de la Parabole ABC, le Triangle ABC, & divisez les

Plan-
che 20.
201. Fig.

côtez AB, BC, chacun en deux également aux points H, I, pour joindre la droite HI. Tirez encore par les points H, I, les droites FK, GI, paralleles au Diametre BD, & joignez la droite FG, & les quatre AF, FB, BG, GC. Prenez HL égale au tiers de HF, & pareillement IO égale au tiers de IG, & enfin DQ égale au tiers de BD, pour avoir en L le Centre de gravité du Triangle ABF, en O celui du Triangle CBG, & en Q celui du Triangle ABC, & le point M sera le Centre commun de gravité des deux Triangles ABF, CBG; c'est pourquoy le Centre commun de pesanteur des trois Triangles ABF, ABC, CBG, ou le Centre de gravité du Pentagone AFBGC, sera dans la ligne MQ, *par Prop. 13.* & pour le trouver, on coupera la ligne MQ en R, en sorte que la somme des Triangles ABF, CBG, soit au Triangle ABC, reciproquement comme QR est à RM, & le point R sera le Centre de gravité du Pentagone AFBGC. Si l'on fait la même chose dans une autre Parabole quelconque, on pourra faire dans l'une & dans l'autre le même raisonnement qui suit.

Par la propriété de la Parabole, le Carré de AD, est au carré de EF, ou KD son égale, comme BD, est à BE, & parce que AD est double de KD, le carré de AD sera quadruple du carré de KD, & par consequent la ligne BD sera aussi quadruple de la ligne BE.

Parce que la ligne AD est double de la ligne KD, aussi la ligne AB sera double de la ligne BH, & par consequent la ligne BN double de la ligne BE. D'où il est aisé de conclure, que les deux lignes BE, EN, sont égales entre elles, & que EN, aussi bien que BE, est le quart de BD.

Parce que MN est le tiers de EN, & que EN est le quart de BD, il s'ensuit que MN est la douzième

partie de BD , à laquelle ajoutant ND moitié de BD , on aura MD égale à sept douzièmes de BD , & conséquemment BM égale à cinq douzièmes de BD : & si de MD , on ôte DQ égale au tiers de BD , il restera MQ égale à un quart de BD . Ainsi BE , EN , MQ , sont trois lignes égales.

Si l'on tire la ligne BT parallèle à l'Ordonnée EF , & rencontrant la ligne FH prolongée en T , on connoitra aisément que comme les deux lignes EB , EN , sont égales entre elles, aussi les deux FT , FH , sont égales entre elles, & par conséquent les deux Triangles FBT , FBH égaux entre eux. D'où il suit que le Triangle BTH , ou son égal AKH est double du Triangle BFH : & parce que le Triangle AFB est aussi double du Triangle BFH , à cause de la Base AB double de la Base BH , il s'ensuit que le Triangle AKH est égal au Triangle ABF : & encore parce que le Triangle AKH est le quart du Triangle ADB , à cause de la Base AD double de la Base AK , & de la hauteur BD double de la hauteur KH , il s'ensuit que le Triangle ADB est quadruple du Triangle ABF , & que par conséquent tout le Triangle ABC est quadruple de la somme des deux Triangles égaux ABF , CBG . D'où il suit que la ligne MR est quadruple de la ligne QR , parce que leur Raïson est égale à celle du Triangle ABC , à la somme des deux ABF , CBG . C'est pourquoy si l'on divise MQ en cinq parties égales, la ligne QR en contiendra une, & la ligne MR en comprendra quatre: & parce que QM est un quart de BD , la ligne BD sera de 20 parties, de sorte que la ligne QR fera une vingtième de BD , & MR une cinquième de la même BD .

Que si à la ligne QR égale à une vingtième partie de BD , on ajoute la ligne DQ , qui est un tiers de BD , & qu'à MR égale à une cinquième partie de

Plan-
che 20.
101. Fig.

BD, on ajoute BM égale à cinq douzièmes parties de BD, on aura DR égale à vingt-trois soixantièmes parties de BD, & BR égale à trente-sept soixantièmes parties de BD. Ainsi l'on voit que BR est à RD, comme 37 est à 23, ce qui se démontrera de la même façon dans toute autre Parabole du premier genre, telle qu'est celle dont nous parlons ici, ce qui se doit toujours entendre ainsi, lorsqu'on parle simplement d'une Parabole.

Puisque donc le Centre de pesanteur R de ce Rectiligne AFBGC divise semblablement le Diamètre de chaque Parabole, il le divisera aussi semblablement dans un Rectiligne de plus de côtes, & par conséquent dans un Rectiligne d'une infinité de côtes, auquel cas il sera le même que la Parabole, & son Centre de gravité sera par conséquent le même que celui de la Parabole, c'est à dire que le point R conviendra avec le Centre de gravité P de la Parabole, lequel par conséquent divise proportionnellement le Diamètre BD. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Il s'ensuit que si une fois on a trouvé le Centre de pesanteur d'une Parabole, on connoîtra facilement celui d'une autre Parabole du même genre, puisqu'il divise toujours le Diamètre en deux parties proportionnelles. Il ne reste donc plus qu'à vous enseigner le moyen de trouver le Centre de gravité d'une Parabole.



PROPOSITION XV.

PROBLEME.

Trouver le Centre de gravité d'une Parabole donnée.

Pour trouver le Centre de gravité P, de la Parabole ABC, dont l'Ordonnée AC au Diametre BD luy sert de Base, il suffit de trouver la Raison des deux parties BP, DP, puisqu'elle est la même dans toutes les Paraboles, *par Prop. 14.*

Plan-
che 20.
101. Fig.

Faites une construction semblable à la précédente, excepté que les points L, O, doivent être les Centres de gravité des deux Paraboles AFB, CGP, dont le Centre commun de pesanteur sera par conséquent au point M. Faites encore ES égale au tiers de BE, ou de EN son égale.

Cela étant fait & supposé, il est évident *par Prop. 14.* que la Raison des Diametres BD, FH, des deux Paraboles ABC, AFB, est égale à celle des parties PD, LH, & comme il a été démontré que BD est quadruple de EN, ou de FH son égale, il s'ensuit que la partie PD, est aussi quadruple de la partie LH, ou de MN son égale, & que l'autre partie BP, est aussi quadruple de l'autre partie LF, ou de ME son égale, laquelle étant ôtée de BP, il restera les deux lignes BE, MP, triples ensemble de EM; & parce que ES est le tiers de EN, ou de EB son égale, on aura MS égale au tiers de PM, à cause des lignes égales EB, EN, & de EM égale au tiers de BE + MP. Puisque donc BD est quadruple de BE, & que BE est triple de ES, la ligne BS sera le tiers de BD, & parce que DQ est aussi le tiers de BD, il s'ensuit que DS, SQ, QD, sont trois lignes égales.

Puisque donc le Centre de gravité de la Parabole

ABC est P, que celui du Triangle ABC est Q, & que le Centre commun de pesanteur des deux Paraboles AFB, BGC, est M, la distance QP sera à la distance PM reciproquement comme la somme des deux Paraboles AFB, BGC, au Triangle ABC. Mais parce que cette somme est le tiers du Triangle ABC, à cause de la Raison du Triangle ABC à la Parabole ABC, qui est comme 3 est à 4, comme il est aisé de connoître par ce qui en a été dit dans nôtre Traité de Geometrie, il s'ensuit que la distance QP est le tiers de la distance PM. Mais il a été démontré auparavant, que MS est aussi le tiers de PM. Donc QP, & MS, sont deux lignes égales.

Ainsi pour trouver le Centre de gravité P de la Parabole ABC, il n'y a qu'à faire QP égale à MS. Maintenant pour trouver la Raison des deux parties BP, PD, on considerera que puisque MP est triple de QP, & aussi de MS, toute la ligne QS, ou QD son égale sera quintuple de la ligne QP : & parce que la ligne DQ est le tiers de BD, il s'ensuit que PQ est égale à une quinzième partie de BD, à laquelle ligne PQ ajoutant la ligne DQ égale à un tiers de BD, on aura DP égale à deux cinquièmes de BD, & consequemment BP égale à trois cinquièmes de BD. Ainsi l'on void que la partie BP est à la partie PD, comme 3 est à 2. D'où l'on tire cette Methode generale pour trouver le Centre de gravité d'une Parabole donnée. *Divisez le Diametre de la Parabole donnée en cinq parties égales, & en prenez trois depuis le sommet, ou deux depuis la Base, & vous aurez le Centre de gravité de la Parabole proposée.*



PROPOSITION XVI.

PROBLEME.

Trouver le Centre de gravité d'une Parabole tronquée.

Nous appellons *Parabole tronquée*, une partie de Parabole, qui est terminée par deux lignes paralleles, comme AFGC, dont les deux lignes AC, FG, sont divisées en deux également par le Diametre BD de la Parabole entiere ABC. Nous trouverons sur ce Diametre BD, le Centre de gravité de la Parabole tronquée AFGC, en trouvant *par Prop. 15.* le Centre de pesanteur V de la Parabole ajoutée FBG, & le Centre de gravité P de la grande Parabole ABC, & en cherchant à la Parabole tronquée AFGC, à la Parabole ajoutée FBG, & à la ligne VP, une quatrième proportionnelle PX, & le point X fera le Centre de gravité de la Parabole tronquée AFGC, comme il est évident *par Prop. 7. Sect. 1.*

Plan-
che 20.
101. Fig.

S C O L I E.

On peut trouver plus facilement ce Centre de Pesanteur X, en mettant à la place des deux premiers termes de l'Analogie precedente, sçavoir de la Parabole tronquée AFGC, & de la Parabole ajoutée FBG, la difference des Triangles ADB, FEB, & le Triangle FEB, qui sont en même Raison. Ou bien sans qu'il soit besoin de prolonger la Parabole tronquée AFGC, on peut encore mettre à la place des deux termes precedens, la difference des Cubes des deux Ordonnées AD, EF, & le Cube de l'Ordonnée EF, qui sont aussi en même Raison, &c.

PROPOSITION XVII.

THEOREME.

Si l'on décrit un Cercle autour d'une Ellipse, & que l'on tire sur le grand Axe une perpendiculaire quelconque, les Segmens du Cercle & de l'Ellipse auront un même Centre de gravité.

Plan-
che 27.
102. Fig.

JE dis que si l'on tire par le point Z pris à discretion sur le grand Axe AC de l'Ellipse ABCD, une perpendiculaire FG, qui détermine le Segment de l'Ellipse HCI, & le Segment FCG du Cercle décrit autour du Diametre AC; ces deux Segmens ont un même Centre de pesanteur.

PREPARATION.

Divisez l'Arc de Cercle FCG en quelque nombre pairement pair de parties égales, par exemple en huit aux points K, L, M, C, N, O, P, pour y inscrire un Polygone, & joignez les points oppozés également éloignez de la ligne FG, par les droites KP, LO, MN, qui donneront sur l'Ellipse les points B, Q, R, S, T, D, pour avoir dans l'Ellipse un autre Polygone d'autant de côtez. Prolongez encore les quatre lignes LM, QR, ON, TS, jusqu'à ce qu'elles se coupent en un même point de l'Axe AC prolongé tant qu'il en sera besoin, comme au point Y, ce qui arrivera à cause des deux lignes MR, RX, égales aux deux NS, SX, & proportionnelles aux deux LQ, QV, égales aux deux OT, TV, comme il est évident par ce qui a été dit de l'Ellipse dans nôtre Traité de Geometrie.

DEMONSTRATION.

Plan⁷
che 25.
102. Fig.

Cette Preparation étant faite , on connoîtra aisément que les deux Triangles isoscèles MCN , RCS , ayant une même hauteur CX , ont un même Centre de gravité , parce qu'il ne peut être que dans la hauteur commune CX , qui divise les Bases MN , RS , en deux également. On connoîtra de la même façon que les deux Triangles LYO , QYT , ont un même Centre de pesanteur , aussi bien que les deux MYN , RYS . On connoîtra aussi que les deux Trapezoïdes $LMNO$, $QRST$, ont un même Centre de gravité : car puisque les deux Triangles LYO , QYT , ont un même Centre de gravité , si l'on en ôte les deux Triangles MYN , RYS , qui ont aussi un même Centre de gravité , les restes qui sont les Trapezoïdes $LMNO$, $QRST$, auront un même Centre de gravité. Par la même Raison l'on connoîtra que les deux Trapezoïdes $KLOP$, $BQTD$, ont un même Centre de pesanteur , aussi-bien que les deux $KFGP$, $HBDI$. D'où il est aisé de conclure , que le Polygone inscrit au Cercle a un même Centre de gravité que le Polygone inscrit à l'Ellipse.

Maintenant si l'on conçoit que l'Arc FCG soit divisé en une infinité de parties égales , la partie correspondante de l'Ellipse se trouvera aussi divisée en une infinité de parties , & en ce cas le Polygone du Cercle sera égal au Segment de Cercle , & le Polygone de l'Ellipse sera égal au Segment d'Ellipse : & comme il vient d'être démontré que ces deux Polygones ont un même Centre de gravité , il s'ensuit que ces deux Segmens ont aussi un même Centre de pesanteur , aussi-bien que le Cercle & l'Ellipse. *Ce qu'il falloit démontrer.*

*Lettre du R. P. Nicolas de la Compagnie de Jesus
à l'Auteur.*

De Toulouse le 1. Juin 1691.

MONSIEUR,

» Votre Lettre du cinquième du mois passé m'a été
 » fidèlement rendue. Je vous suis obligé de toutes
 » les honnêtetez dont elle est remplie, & sur tout je
 » vous rends de tres-humbles graces des offres obli-
 » geantes que vous me faites de vouloir prendre quel-
 » que soin de mes Ouvrages, en cas que je les fasse
 » imprimer à Paris. C'est une grace que je n'ay point
 » meritée, & d'ailleurs je sçay de combien les momens
 » vous sont precieux. Comment avez-vous pû faire
 » votre beau Dictionnaire dans huit mois? c'est un
 » travail de Geant, & il me semble que deux ans y se-
 » roient bien employez. Je n'ay jamais vû ni le Meso-
 » labe de Slusius, ni les Mecaniques de Vvallis, ni le
 » *Commercium Epistolicum* d'Angleterre; je crois
 » que je trouveray ce dernier Livre dans la Bibliote-
 » que de Monsieur de Fermat, parce que Monsieur son
 » pere, ce grand Mathematicien, qui vous est sans
 » doute assez connu, fournit autrefois la matiere à
 » une partie de ce Livre. Je verray ce qu'il y a de la
 » Conchoïde, comme Slusius & Vvallis n'en parlent
 » que succinément & en passant, ainsi que vous me
 » le marquez, je vois que cela est tout different de ce
 » que j'ay travaillé là-dessus. Mon Ouvrage qui est di-
 » visé en trois Livres, est déjà achevé. J'y traite non-
 » seulement de la Conchoïde de Nicomede, qui est la
 » seule qu'on a conneu jusqu'à present, mais de toutes
 » les autres Conchoïdes qui se peuvent former des au-
 » tres Figures, comme du Triangle, de l'Ellipse, de

la Parabole, de l'Hyperbole, &c. j'en examine les
 Touchantes, la Quadrature, les Solides qui se font
 tant à l'entour de l'axe, qu'à l'entour de la Base, &
 le Centre de gravité. Entre autres choses j'ay dé-
 montré cette belle Proposition, que le P. Lalouvere a
 avancé à l'Appendix 2. de sa Cycloïde, sans en don-
 ner la Démonstration, & où il dit que la Quadratu-
 re de la Conchoïde de Nicomede dépend de la Qua-
 drature du Cercle, & de celle de l'Hyperbole. Je
 veux joindre à ce Traité des Conchoïdes un autre
 des Cissoïdes, où je traite non-seulement de la Dio-
 clée, qui est la Cissoïde du Demi-cercle, & sur la-
 quelle j'ay fait plusieurs belles découvertes, mais en-
 core des Cissoïdes qui se peuvent former des autres
 Figures. Je joints ces deux Traitez ensemble, à cause
 du rapport merveilleux que j'ay découvert entre les
 Conchoïdes & les Cissoïdes, de sorte que les mê-
 mes principes m'ont servi pour les unes & pour les
 autres. Vallis est je pense celui qui a parlé plus au
 long de la Cissoïde, dans un Livre qu'il a fait de Cy-
 cloïde, &c. imprimé à Oxford en 1659. Mais je
 suis allé beaucoup au delà.

Je viens maintenant à la Question que vous m'a-
 vez proposée des Zones de l'Hemisphere, du De-
 mi-spheroïde, & du Cylindre. Pour ce qui est de cel-
 les de l'Hemisphere & du Cylindre, il est clair qu'elles
 sont égales, & on le peut aisément démontrer, puis-
 que la Surface de l'Hemisphere étant égale à la Sur-
 face du Cylindre circonscrit (en retranchant les Ba-
 ses,) & les parties de la Surface Hemispherique,
 aussi-bien que les parties de la Surface du Cylindre
 étant entre elles comme les parties de l'axe, il s'en-
 suit de là que les Zones de l'Hemisphere & du Cy-
 lindre sont égales entre elles. Il n'est pas nécessaire
 de vous en dire davantage, & d'ailleurs ce n'est pas

Plan-
che 22
108.
Fig.

» proprement ce que vous demandez, & vous dites
 » même qu'on en a déjà parlé. Mais vous voudriez
 » qu'on démontrât que la Zone du Demi-sphéroïde
 » est aussi égale aux autres deux Zones; à cela je vous
 » réponds qu'on ne le peut démontrer, parce que la
 » Zone du Demi-sphéroïde est plus petite que les au-
 » tres deux. Car pour me servir de la Figure que
 » vous m'avez envoyée, je dis que la Zone AMNB du
 » Demi-sphéroïde est plus petite que la Zone AKLB
 » du Cylindre.

» Prenant GD le plus grand Demi-axe de l'Ellipse
 » ADB pour Rayon, je décris le Quart de Cercle
 » GDP. Du point B je tire la perpendiculaire BO, qui
 » rencontre l'Arc DP au point O. Aux deux BO, GD,
 » soit troisième proportionnelle GQ. Soit la ligne GP
 » prolongée en R, de sorte que GR soit égale à toute
 » la circonférence du Cercle ACB. Si l'on conçoit un
 » Quart d'Ellipse GQR, dont le Centre soit G, & qui
 » passe par Q, R, je dis que prolongeant la ligne MN
 » jusqu'à ce qu'elle rencontre cette Ellipse en S, le
 » Segment d'Ellipse GVSR est égal à la Zone AMNB.
 » J'ay démontré cette Proposition dans un Traité
 » que j'ay composé de *Superficiebus rotundis*, & que
 » je donneray un jour au Public. Je ne vous en-
 » voye pas cette Démonstration, parce qu'elle dé-
 » pend de beaucoup de principes, & qu'il me
 » faudroit copier une grande partie de ce Traité,
 » mais vous pouvez en être persuadé sur ma parole,
 » car j'ay revû encore tout de nouveau ce Traité, pour
 » m'en mieux assurer, & je l'ay trouvé fort juste, &
 » mêmes conforme à ce que Monsieur Hugens a dit
 » des Surfaces Conoïdes & Sphéroïdes dans son Li-
 » vre *De Horologio Oscillatorio pag. 75. & seqq.* &
 » Vvallis dans le Livre déjà cité de *Cycloïde, &c. pag.*
 » 98. & *seqq.* quoique ma Methode soit fort differen-

te de celle de Vallis : car pour celle de Monsieur ^{Plan-}
 Hugens, il ne l'a point donnée au Public. Or cette ^{che 22.}
 Proposition étant supposée, il n'est pas mal-aisé de ^{108.}
 montrer que la Zone AMNB est moindre que la Zo- ^{Fig.}
 ne Cylindrique AKLB. Car la Zone Cylindrique est
 égale à un Rectangle, dont la hauteur est AK, ou
 GV, & la Base est égale à la circonférence du Cercle
 ACB. Elle est donc égale au Rectangle GVTR. Donc
 le Rectangle GVTR étant plus grand que le Segment
 Elliptique GVSR, qui est égal à la Zone AMNB, il
 s'ensuit que la Zone Cylindrique AKLB est plus
 grande que la Zone du Demi-sphéroïde AMNB.

Vous avez raison, Monsieur, de dire que cette Pro-
 position de l'égalité de la Zone du Demi-sphéroïde
 avec les autres deux Zones seroit d'une grande utili-
 té, puisque si elle étoit véritable, nous aurions la Qua-
 drature du Cercle, comme il est aisé de démontrer.

Soit du Rayon GQ décrit le Quart de Cercle
 GQX, qui soit coupé par la ligne VS au point Z. Il
 est clair que le Segment Elliptique GVSR est au Seg-
 ment circulaire GVZX, comme GR est à GX (*Ar-
 chim. Prop. 6. de Conoid.*) Or GR est égale à la cir-
 conférence du Cercle ACB. Donc le Segment El-
 liptique GVSR étant égal à la Zone AMNB, comme
 nous avons dit, si cette Zone étoit égale à la Zone
 Cylindrique AKLB, qui se réduit à un Cercle, il
 s'ensuivroit qu'un Cercle connu seroit au Segment
 circulaire GVZX, comme la circonférence du Cer-
 cle ACB, est à la ligne droite connue GX, & partant
 on quarreroit le Segment circulaire GVZX, ce qui
 suffit pour la Quadrature du Cercle. Mais comme la
 Zone Sphéroïdique n'est pas égale à la Cylindrique,
 la Quadrature du Cercle est encore à chercher.

Comme vous m'avez témoigné, Monsieur,
 souhaiter de voir la Methode dont je me fers pour

Plan-
che 12
108.
Fig.

» trouver le Centre de gravité dans la Figure de Mon-
» sieur Tschirnhaus, je vous l'envoye dans l'écrit Latin
» cy-joint, je l'ay laissé ainsi, l'ayant tiré du Traité
» Latin que je composay dernièrement sur cette Figu-
» re. Je crois que vous en ferez satisfait.

» Si je puis vous être utile en quelque chose, je
» vous prie de m'employer, je me feray un honneur &
» un plaisir particulier de vous obliger. Agréez aussi
» que je vous demande quelque part dans vôtre ami-
» tié, vous ne sçauriez la refuser à celuy qui est sincé-
» rement, &c.

»
» *Methodus ad inveniendum Centrum gravitatis in*
» *novâ Quadratrice D. Tschirnhaus.*

Plan-
che 21.
103.
Fig.

» **E** Sto nova Quadratrix ABCD genita ex Quadran-
» te circuli ABCE, sitque punctum G Centrum
» gravitatis Figuræ ABCD. Ex G demittatur in BC
» perpendicularis GH. Dico BH esse æqualem quartæ
» parti arcus Quadrantis AEC. Compleatur Quadra-
» tum BF, sitque Quadrati BF Centrum gravitatis I,
» & per I demittatur in BC perpendicularis IK.

» Omne Solidum Rotundum genitum ex conversio-
» ne alicujus Figuræ circa lineam rectam æquatur Soli-
» do recto cujus basis est ipsa Figura altitudo autem
» æqualis viæ Rotationis, sive circumferentiæ descri-
» ptæ à Centro gravitatis in illa Rotatione Figuræ (ex
» principio generali quod traditum est à Guldino in
» Centrobaricis, & demonstratum à Tacqueto Lib. 5.
» Cylindricorum & Annularium.) Ergo Solidum ro-
» tundum genitum ex conversione Figuræ ABCD circa
» AB, æquatur Solido recto, cujus basis est ipsa Fi-
» gura ABCD, altitudo autem æqualis circumferentiæ
» Radii BH: & Cylinder genitus ex conversione qua-
» drati BF circa eandem AB, æquatur Cylindro recto,

cujus basis est ipsum quadratum BF, altitudo autem æqualis circumferentiæ Radii BK. Igitur Rotundum genitum ex Figurâ ABCD, se habet ad Cylindrum genitum ex Quadrato BF, ut Solidum rectum, cujus basis Figura ABCD, altitudo circumferentia Radii BH: ad Solidum rectum, cujus basis Quadratum BF, altitudo circumferentia Radii BK. Solida autem recta sunt inter se in Ratione compositâ basisum & altitudinum. Quare Rotundum ex Figurâ ABCD est ad Cylindrum ex Quadrato BF, in Ratione compositâ Figuræ ABCD, ad Quadratum BF, & circumferentiæ Radii BH ad circumferentiam Radii BK. Demonstratum autem est Figuram ABCD esse ad Quadratum BF, ut Radius BC est ad arcum Quadrantis AEC: & circumferentia Radii BH est ad circumferentiam Radii BK, ut ipse Radius BH est ad Radium BK. Ergo Rotundum ex Figura ABCD est ad Cylindrum ex Quadrato BF, in Ratione compositâ Radii BC ad arcum Quadrantis AEC, & rectæ BH ad rectam BK; sive secto arcu AEC bifariam, in E, in Ratione compositâ dimidiæ BC ad arcum AE, & BH ad BK.

Cùm autem KI transeat ex hypot. per Centrum gravitatis Quadrati BF, BK est dimidia ipsius BC; Ergo Rotundum ex Figurâ ABCD ad Cylindrum ex Quadrato BF, est in Ratione compositâ ex Rationibus BK ad AE, & BH ad BK, sive in Ratione BH ad AE, quæ ex illis composita est. Demonstratum est autem idem Rotundum ex Figurâ ABCD circa AB esse ad Cylindrum ex Quadrato BF circa eandem AB, ut 1 ad 2. Ergo BH est ad arcum AE, ut 1 ad 2: & cùm arcus AE sit dimidia pars arcus Quadrantis AEC, BH est ad arcum Quadrantis AEC, ut 1 ad 4. Quod erat demonstrandum.

Hinc habemus determinatam distantiam G Centri

Plan-
che 21
103.
Fig. » gravitatis Figuræ ABCD à rectâ AB: sed paulò diffi-
» cilius est determinare distantiam ejusdem Centri gra-
» vitatis à rectâ BC, nec possumus uti Methodo prio-
» ri, cùm adhuc ignotum sit Rotundum ex Figurâ
» ABCD circa BC rotatâ. Aliâ igitur viâ nobis pro-
» grediendum est, quam sequentibus Propositionibus
» explicabimus.

» Supponimus primò Principium hoc universale ad
» inveniendâ Centra gravitatis utilissimum.

104.
Fig. » Si sit quæcumque Figura plana ABC contenta dua-
» bus rectis AB, BC, angulum rectum comprehen-
» dentibus, & lineâ AGC: sive rectâ, sive curvâ: sint
» autem ex singulis punctis F, rectæ AB ordinatæ FG
» parallelæ BC, & intelligantur singula Segmenta AFG,
» AFG, erigi perpendiculariter supra singulas ordina-
» tas FG, FG, & Segmentum ABC erigi similiter su-
» pra ordinatam BC; ex hujusmodi Segmentis ita erectis,
» & insistentibus perpendiculariter Plano ABC,
» constituetur Solidum, cujus basis erit ipsa Figura
» ABC erecta, altitudo autem AB.

» Dico hujusmodi Solidum, quod est summa Seg-
» mentorum erectorum, esse ad aliud Solidum rec-
» tum, cujus basis est ipsa Figura ABC, altitudo AB,
» ut BX recta, est ad rectam BA, posito quòd XY recta
» parallela BC transeat per Centrum gravitatis Figuræ
» ABC.

» Hoc Principium jam demonstratum est à D. Pas-
» cal sub nomine Dettonville, latentis in Tractatu
» quem edidit de Cycloide, quod enim nos vocamus
» hîc summam Segmentorum AFG, AFG, apud illum
» est summa Triangularis eorundem Segmentorum;
» quare superfluum est addere aliam ejusdem Principii
» demonstrationem Geometricam, quam invenimus,
» deduximusque ex Principio Guldini supra posito.

» Hinc autem constat, si figura ABC supponatur

esse nova Quadratrix D. Tschirnhaus, & supponatur Plan-
 XY parallela BC transire per illius Centrum gravita- che 21.
 tis Y, ut habeatur Ratio BX ad BA, ac proinde ipsa 104.
 BX, quærendam esse Rationem summæ Segmento- Fig.
 rum AFG, AFG, ABC, erectorum supra rectas FG, “
 FG, BC, ad Solidum rectum, cujus basis est ipsa Fi- “
 gura ABC, altitudo autem AB. Hanc autem ratio- “
 nem ex Lemmatibus sequentibus deducemus. “

L E M M A I. “

Esto nova Quadratrix ABCE genita ex Quadrante 105.
 circuli ABCI. Ducatur autem in Quadratrice quæ- Fig.
 cumque ordinata DE parallela BC, & ex E recta EI “
 parallela AB occurrens arcui Quadrantis in I: sitque “
 IH Sinus rectus arcûs AI, ac proinde AH Sinus ver- “
 sus ejusdem arcûs. Dico Segmentum ADE esse ad “
 Quadratricem ABCE, ut AH est ad Radium AB. “

In Propositione quâ demonstravimus, Quadratri- “
 cem ABCE, esse ad Quadratum circumscriptum, “
 ut Radius AB, est ad arcum Quadrantis; Ostensum “
 est Quadratricem ABCE esse ad superficiem Hemif- “
 phericam genitam ex arcu Quadrantis AIC in Ra- “
 tione compositâ Radii AB, ad arcum Quadrantis “
 AIC, & Radii circuli ad circumferentiam. Eodem “
 autem planè modo ostendetur Segmentum Quadran- “
 tis ADE, esse ad portionem superficiici Sphericæ def- “
 scriptam ab arcu AI, in Ratione compositâ AD ad “
 arcum AI, & Radii ad suam circumferentiam. Cum “
 ergo Rationes AD, ad arcum AI, & AB ad arcum “
 AIC, sint æquales ex proprietate & generatione cur- “
 væ AEC, ac proinde sit eadem Ratio composita ex “
 Rationibus AD ad arcum AI, & Radii ad suam cir- “
 cumferentiam, quæ componitur ex Rationibus AB “
 ad arcum AIC, & Radii ad suam circumferentiam, “
 sequitur Segmentum ADE esse ad portionem super- “

Plan-
che 21.
105.
Fig.

ficiei Sphericæ genitam ex arcu AI, ut tota Quadratrix ABCE, est ad superficiem Hemisphericam genitam ex arcu Quadrantis AIC, & permutando. Cùm igitur portio superficiæ Sphericæ genita ex arcu AI, sit ad superficiem Hemisphericam genitam ex arcu AIC, ut Sinus versus AH est ad Radium, ut constat ex Archimede, Segmentum ADE est ad Quadratricem ABCE, ut AH ad AB. Quod erat demonstrandum.

COROLLARIUM.

Hinc sequitur, ductâ aliâ quâcumque Ordinata FG, & ex G, GL parallela AB, atque ex L, LK, Sinu recto arcûs AL, Segmentum ADE, esse ad Segmentum AFG, ut AH Sinus versus arcûs AI, est ad AK Sinum versus arcûs AL: quod faciliè colligetur ex æquo, comparando utrumque Segmentum ADE, AFG, cum totâ Quadratrice ABCE. Unde Segmenta Quadratricis sunt semper inter se ut Sinus versi arcuum Quadrantis proportionalium altitudinibus Segmentorum.

LEMMA II.

106.
Fig.

Si concipiatur Sinus versus AH applicari in D, sive Poni DM æqualis ipsi AH, ad angulos rectos AB, & Sinus versus AK applicari in F, sive poni FN æqualis AK, & Sinus totus AB applicari in B, sive poni BO ipsi æqualis, & ita applicentur omnes Sinus versi in punctis rectæ AB, in quibus fecatur proportionaliter cum arcubus illorum Sinuum versorum, fiet nova Figura ABO, quæ vocetur *Figura plana Sinuum versorum*.

Dico hu usmodi Figuram planam Sinuum versorum ABO esse ad Rectangulum BP circumscriptum.

ut summa Segmentorum ADE, AFG, ABC, erectorum, est ad Solidum rectum circumscriptum, cujus nimirum basis est ipsa Figura ABCE erecta, altitudo autem AB. Planche 21. 106. Fig.

Nam summa Segmentorum ADE, AFG, &c. erectorum nihil est aliud quam Solidum, cujus Sectiones sunt ipsa Segmenta ADE, AFG, &c. erecta perpendiculariter supra DE, FG, &c. ac proinde sibi ipsis parallela. Hujusmodi autem Segmenta sunt semper inter se ut Sinus versi AH, AK (Lem. I.) sive, ut ipsis æquales DM, FN. Cum igitur Sectiones Solidi illius sint semper proportionales cum Sectionibus Figuræ planæ ABO, sitque eadem distantia tam inter Sectiones Solidi, quam inter Sectiones Figuræ planæ; ex Methodo Indivisibilium, quæ facile etiam reduci potest ad Methodum Antiquorum, Solidum quod est summa Segmentorum ADE, AFG, &c. erectorum, est ad Solidum rectum circumscriptum, cujus nimirum basis est ipsa Figura ABCE erecta, altitudo AB, ut Figura plana Sinuum versorum ABO, est ad Rectangulum BP circumscriptum. Quod erat demonstrandum.

COROLLARIUM.

Habebimus igitur fractionem Solidi, quod est summa Segmentorum ADE, AFG erectorum, ad Solidum rectum circumscriptum, si habeamus Rationem Figuræ planæ Sinuum versorum ABO, ad Rectangulum BP circumscriptum; hanc autem ultimam Rationem sic indagabimus.

LEMMA III.

Si intelligantur singuli Sinus versi AH, AK, &c. erigi perpendiculariter in punctis I, L, & supra

Plan-
che 21.
106.
Fig. » arcum Quadrantis AIC, ex illis Sinubus ita erectis
» & insistentibus perpendiculariter supra arcum AIC,
» fiet quædam superficies curva, cujus basis erit ipse
» arcus AIC, altitudo autem AB; vocetur hæc super-
» ficies *Figura curva Sinuum verforum.*

» Dico Figuram hujusmodi Curvam Sinuum verso-
» rum esse ad superficiem Cylindricam circumscrip-
» tam, cujus basis est arcus Quadrantis AIC, altitudo
» AB, ut Figura plana Sinuum verforum ABO, est ad
» Rectangulum circumscriptum BP.

» Ex proprietate Quadratricis ABCE, recta AB Sc-
» catur in D, F, &c. in eadem ratione ac arcus AIC in
» I, L, &c. Cùm igitur Ordinatæ DM, FN, &c.
» sint ex hypothese æquales Sinubus versis AH, AK,
» &c. qui eriguntur in I, L, &c. ex Methodo Indivisi-
» bilium summa Sinuum verforum AH, AK, &c. erec-
» torum in I, L, &c. sive Figura Curva Sinuum verso-
» rum, est ad superficiem Cylindricam circumscrip-
» tam cujus basis arcus AIC, altitudo AB, ut Figura
» plana Sinuum verforum ABO, est ad Rectangulum
» BP circumscriptum. Quod erat demonstrandum.

» Restat igitur nobis inquirenda Ratio quam habet
» Figura curva Sinuum verforum erectorum supra ar-
» cum Quadrantis ad superficiem Cylindricam cir-
» cumscriptam; hanc autem habebimus ex Lemmate
» sequenti.

L E M M A I V.

» Figura Curva Sinuum verforum erectorum supra
» arcum Quadrantis est ad superficiem Cylindricam
» circumscriptam, cujus basis est arcus Quadrantis,
» altitudo vero æqualis Radio, ut differentia Radii
» & arcus Quadrantis est ad arcum Quadrantis.

» Esto Quadrans circuli ABC, per singula puncta
» I, L, &c. arcus AIC intelligantur ductæ rectæ MN,

OP, parallelæ AB, occurrentes BC in N, P, & ^{Plan-}
 (completo Quadrato BD) rectæ AD, in M, O, at- ^{che 12.}
 que ex iisdem punctis I, L, &c. ductis IH, LK, or- ^{109.}
 dinatis ad AB, erunt AH, AK, Sinus versu arcuum ^{Fig.}
 AI, AL, & illis æquales IM, LO. "

Consideremus tres summas rectarum, primam ["]
 Rectarum MN, OP, &c. erectarum in punctis I, ["]
 L, &c. Secundam Rectarum IN, LP, erectarum ["]
 etiam in I, L, &c. Tertiam denique Rectarum IM, ["]
 LO, &c. erectarum pariter in I, L, &c. Patet se- ["]
 cundam & tertiam summam simul sumptas esse æqua- ["]
 les primæ, cum $IM + IN$ æquetur MN, & $LO + LP$, ["]
 æquetur OP, & sic de cæteris. Unde tertia summa ["]
 est differentia primæ & secundæ summæ. ["]

Jam prima summa Rectarum MN, OP, &c. ["]
 æqualium inter se & erectarum in I, L, &c. est su- ["]
 perfacies Cylindrica cujus basis arcus Quadrantis ["]
 AIC, altitudo verò æqualis Radio AB. Ergo est ["]
 æqualis Rectangulo cujus unum latus est æquale ar- ["]
 cui AIC, alterum verò Radio AB. ["]

Secunda verò summa Rectarum IN, LP, erecta- ["]
 rum in I, L, &c. est æqualis Quadrato BD, quod sic ["]
 ostendemus. Intelligatur ex Quadrato ABC circa BC ["]
 converso generari Hemisphærium, singulæ IN, LP, ["]
 generant circulos, quorum Radii sunt ipsæ IN, LP, ["]
 & quoniam circumferentiæ sunt inter se ut Radii, ["]
 summa Radium IN, LP, erectorum in I, L, est ["]
 ad summam circumferentiarum eorundem Radio- ["]
 rum, sive ad superficiem Hemisphæricam, ut una ["]
 circumferentia est ad Radium, ex Methodo Indivi- ["]
 sibilium; est autem ex Archim. superficies Hemis- ["]
 phærica dupla circuli maximi, sive æqualis Rectan- ["]
 gulo contento sub Radio AB, & peripheriâ Radii ["]
 ejusdem AB. Ergo summa Rectarum IN, LP, &c. ["]
 erectarum in I, L, &c. est ad Rectangulum conten- ["]

Plan-
che 21
109.
Fig.

„ tum sub Radio AB, & peripheriâ ejudem Radii AB,
 „ ut Radius AB est ad suam peripheriam. Sed in eadem
 „ Ratione Radii AB ad suam peripheriam est Quadra-
 „ tum BD ad idem Rectangulum contentum sub AB,
 „ & peripheriâ Radii AB, ut patet. Ergo summa rec-
 „ tarum IN, LP, &c. & Quadratum BD, habent
 „ eandem Rationem ad idem Rectangulum, ac proin-
 „ de summa Rectarum IN, LP, &c. erectarum est
 „ æqualis Quadrato BD.

„ Cùm igitur ostensum sit, Tertiam summam Rec-
 „ tarum IM, LO, &c. esse differentiam primæ Recta-
 „ rum MN, OP, & secundæ Rectarum IN, LP, &c.
 „ prima autem summa sit æqualis Rectangulo conten-
 „ to sub AB & arcu AIC, secunda verò Rectarum IN,
 „ LP, &c. sit æqualis Quadrato BD, sive Rectangulo
 „ sub AB & AB, patet tertiam summam Rectarum IM,
 „ LO, &c. esse differentiam Rectanguli contenti sub ar-
 „ cu AIC, & sub Radio AB, & Rectanguli sub AB & AB.
 „ Cùm autem horum Rectangulorum eadem sit altitu-
 „ do AB, eorum differentia æquatur Rectangulo cujus
 „ altitudo eadem AB, basis verò differentia basium,
 „ nempe differentia Radii AB, & arcûs AIC. Ergo
 „ summa rectarum IM, LO, &c. erectarum in I, L,
 „ &c. æquatur Rectangulo cujus altitudo est AB, basis
 „ autem differentia AB, & arcûs AIC. Ergo est ad Rec-
 „ tangulum cujus eadem altitudo AB, basis arcus AIC,
 „ ut basis ad basim, sive ut differentia Radii AB, & ar-
 „ cûs Quadrantis AIC, ad arcum Quadrantis AIC. Est
 „ autem Rectangulum cujus altitudo AB, basis arcus
 „ AIC, æquale superficiæ Cylindricæ ejusdem altitu-
 „ dinis & basis. Ergo summa rectarum IM, LO, &c.
 „ sive Sinuum versorum AH, AK, &c. erectorum in
 „ I, L, &c. est ad superficiem Cylindricam circum-
 „ scriptam, ut differentia Radii & arcûs Quadrantis,
 „ ad arcum Quadrantis. Quod erat demonstrandum.

His positis jam facile determinabimus Centrum ^{Plan-} gravitatis quæsitum. Sit enim nova Quadratrix ABCE ^{che 21.} genita ex Quadrante ABCF, sitque illius Centrum ^{107.} gravitatis H. Ex H in AB, demittatur perpendicularis HG. Dico AG esse ad AB, ut Radius AB, est ad ^{Fig.} arcum Quadrantis AFC.

Est enim ex principio supra posito, BG ad BA, ut ^{cc} summa Segmentorum ADE, ADE, ABC, ad Solidum ^{cc} rectum circumscriptum: ut autem prædicta ^{cc} summa ad Solidum rectum, ita Figura plana Sinuum ^{cc} versorum ad Rectangulum circumscriptum (Lem. ^{cc} 2.) & ut Figura plana Sinuum versorum ad Rectan- ^{cc} gulum circumscriptum, ita (Lemm. 3.) Figura cur- ^{cc} va Sinuum versorum ad superficiem Cylindricam, ^{cc} circumscriptam, & ut figura curva Sinuum verso- ^{cc} rum ad superficiem Cylindricam, ita (Lemm. 4.) ^{cc} differentia Radii & arcus AFC, ad arcum AFC. Er- ^{cc} go BG est ad BA, ut differentia AB Radii & arcus ^{cc} AFC, ad arcum AFC. Ergo AG differentia antece- ^{cc} dentis BG & consequentis AB, est ad consequens AB, ^{cc} ut AB differentia secundi antecedentis & conse- ^{cc} quentis est ad secundum consequens nempe ad ar- ^{cc} cum AFC. Quod erat demonstrandum.

COROLLARIUM.

Hinc determinata est distantia Centri gravitatis H ^{cc} à rectâ BC: determinavimus autem initio distan- ^{cc} tiam ejusdem Centri gravitatis H à rectâ AB. Ergo ^{cc} determinatum est Centrum gravitatis H. Quod erat ^{cc} faciendum.

SECTION III.

Du Centre de gravité des Solides.

Cette Section semble être plus utile que les ^{cc} précédentes, parce qu'elle traite des Solides

que nous avons toujours entre les mains, & que les deux précédentes ne traitent que des Lignes & des Plans, qui n'existent separez que dans l'imagination. Ils ne laissent pourtant pas d'avoir leurs utilitez, puisqu'ils sont comme les fondemens de celle-cy, & que tout ce qui a été dit touchant les Lignes & les Plans se peut appliquer à de semblables Corps par tout également épais, comme vous verrez encore mieux dans la suite.

PROPOSITION I.

THEOREME.

Si l'on coupe un Prisme par un Plan parallele aux deux Plans opposez, la Section sera un Plan égal & semblable à chacun de ces deux Plans opposez: & son Centre de gravité sera dans la ligne droite qui passe par les Centres de pesanteur des deux mêmes Plans opposez.

Plan-
che 22.

110. Fig.

PROPOSONS par exemple un Prisme triangulaire ADEFC, dont les deux Plans opposez, semblables, paralleles & égaux sont les deux Triangles ABC, DEF, dont les Centres de pesanteur sont les points G, H. Je dis que si l'on coupe ce Prisme par un Plan parallele à l'un de ces deux Triangles, en sorte que la Section soit par exemple le Triangle KLM, ce Triangle KLM sera égal & semblable à chacun des deux Triangles opposez ABC, DEF, & que son Centre de pesanteur I sera dans la ligne droite GH.

DEMONSTRATION.

Puisque les deux Plans ABC, KLM, sont paralleles, & qu'ils sont tous deux coupez par le Plan

ABED, leurs Sections AB, KL, seront paralleles, Plan-
che 22.
110. Fig^a
par 16. 11. Par la même raison l'on connoîtra que les deux lignes BC, LM, sont égales entre elles & paralleles, aussi-bien que les deux AC, KM. Ainsi tous les côtez d'un Triangle seront égaux à tous les côtez de l'autre Triangle, les uns aux autres, c'est pourquoy *par 8. 1.* ils seront égaux, équiangles, & semblables. *Ce qui est la premiere des deux choses qu'il falloit démontrer.*

Parce que les trois Triangles ABC, KLM, DEF, sont égaux & semblables entre eux, leurs Centres de gravité G, I, H, seront semblablement posez, & par consequent dans la même ligne droite G, I, H. *Ce qui restoit à démontrer.*

S C O L I E.

Pour ne laisser aucun doute de cette Demonstration, nous démontrerons que les Centres de pesanteur G, I, H, sont semblablement posez, en sorte que si les Triangles ABC, KLM, DEF, étoient appliquez les uns sur les autres, leurs Centres de gravité G, I, H, conviendroient ensemble, quoique cela soit assez évident de soy-même.

Il est clair par ce qui a été dit ailleurs, que les trois lignes BGN, LIO, KHP, divisent leurs côtez oppo-
 sez égaux AC, KM, DF, en deux également aux points N, O, P, de sorte que les trois lignes AN, KO, DP, seront égales entre elles, ce qui fait que les trois Triangles ABN, KLO, DEP, sont égaux entre eux, & aussi les trois Angles ABN, KLO, DEP, & encore les trois lignes BN, LO, EP, & consequemment leurs tiers NG, OI, PH. D'où il suit que les trois lignes BG, LI, EH, sont aussi égales entre elles, & comme elles sont paralleles, il s'ensuit que leurs extremittez G, I, H, sont sem-

208 TRAITÉ DE MÉCANIQUE, LIV. II.
blablement posées, & qu'elles sont dans une même ligne droite.

PROPOSITION II.

THEOREME.

Le Centre de gravité d'un Prisme est au milieu de la ligne droite qui passe par les Centres de gravité de deux Plans opposez.

Plan-
che 22.
110. Fig.

JE dis que le Centre de gravité du Prisme ADEFC est au point I milieu de la droite GH, qui passe par les Centres de pesanteur G, H, des deux Plans opposez ABC, DEF.

DEMONSTRATION.

Comme nous avons démontré dans la *Prop. I.* qu'en quelque lieu que l'on coupe le Prisme par un Plan parallele aux Plans opposez, la Section aura son Centre de gravité dans la ligne GH: & comme ce Prisme peut être coupé de la sorte en une infinité de façons differentes, il s'ensuit qu'on le peut considerer comme composé d'une infinité de Plans paralleles entre eux, & aux deux opposez, dont les Centres de gravité sont dans la ligne GH, & par la Methode des Indivisibles, on conclud d'abord, que la somme de tous ces Plans i finis, où le Prisme ADEFC, a son Centre de pesanteur dans la ligne GH, & par consequent en son point de milieu I. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Il suit évidemment de cette Proposition, qu'un Prisme Triangulaire a son Centre de gravité dans un Plan,

Plan, qui passe par un des Angles & par le milieu du côté opposé. Car puisque ce Centre de pesanteur est dans la ligne GH, il est aussi dans le Plan BH, ou BEPN, qui passe par l'Angle B, & par le milieu N du côté opposé AC.

Plan
che 22.
110. Fig.

Il s'ensuit aussi que le Centre de pesanteur d'un Parallelepipede quelconque, & d'un Cylindre, est au milieu de son Axe.

Il s'ensuit encore que le Centre de gravité d'un Prisme, dont deux Plans opposés sont des Trapezoïdes, se trouve dans un Plan, qui divise les côtes paralleles de ces deux Trapezoïdes en deux également.

PROPOSITION III.

THEOREME.

Si l'on coupe une Pyramide par un Plan parallele à sa base, la Section sera un Plan semblable à cette base, & son Centre de gravité sera dans la ligne droite, qui passe par le Centre de pesanteur de la base & par la pointe de la Pyramide.

PROPOSONS par exemple une Pyramide Triangulaire ABCD, dont la base soit le Triangle ABC, qui a pour Centre de gravité le point E, & dont le sommet soit par conséquent au point D. Je dis que si l'on coupe cette Pyramide par un Plan parallele à la base ABC, en sorte que la Section soit par exemple le Triangle FGH, ce Triangle FGH sera semblable au Triangle ABC, & son Centre de pesanteur I sera dans la ligne droite DE. iii. Fig.

DEMONSTRATION.

Puisque les deux Plans ABC, FGH, sont paralle-



Plan-
che 22.
111. Fig.

les, & qu'ils sont tous deux coupez par le Plan CAD, leurs Sections CA, HF, seront paralleles, par 16. 11. Par la même raison l'on connoitra que les deux lignes AB, FG, seront paralleles, aussi bien que les deux CB, HG. Ce qui rend ces lignes proportionnelles, & leurs Angles égaux, & par conséquent les Triang'les ABC, FGH. *Ce qui est l'une des deux choses qu'il falloit démontrer.*

Maintenant pour démontrer que le Centre de pesanteur I, du Triangle FGH est dans la ligne DE, on considerera que dans les Triangles semblables CAK, HFL, les lignes FL, AK, ou FI, AE, sont paralleles, & que la Raison des lignes FH, AC, est égale à celle des lignes FL, AK. Mais la Raison des mêmes lignes FH, AC, est égale à celle des lignes DF, DA. Donc la Raison des lignes DF, DA, est égale à celle des lignes FL, AK. Mais encore la Raison des lignes FL, AK, est égale à celle des lignes FI, AE, parce que les lignes FI, AE, sont chacune les deux tiers de leurs lignes FL, AK, Donc comme DF est à DA, ainsi FI est à AE, & comme les droites FI, AE, sont paralleles, il s'ensuit que leurs extremittez I, E, sont semblablement posées, & par conséquent dans la ligne droite DE. *Ce qui restoit à démontrer.*

S C O L I E.

Ce qui a été démontré d'une Pyramide triangulaire, se peut aussi démontrer de la même façon d'une Pyramide de plus de côtez, & mêmes d'un Cone, qui est proprement une Pyramide d'une infinité de côtez, & de toute autre Pyramide, dont la base est terminée par une seule ligne continuë.



PROPOSITION IV.

THEOREME.

Le Centre de gravité d'une Pyramide est dans la ligne droite qui passe par une de ses pointes & par le Centre de pesanteur du Plan opposé à cette pointe.

JE dis que le Centre de gravité de la Pyramide ABCD, est en quelque point de la ligne droite DE, qui passe par la pointe ou Angle Solide D, & par le Centre de pesanteur E du Plan opposé ABC. Plan-
che 22.
111. Fig.

DEMONSTRATION.

Car comme il a été démontré dans la *Prop. 3.* qu'en quelque lieu que l'on coupe la Pyramide ABCD par un Plan parallèle à l'une de ses bases, comme à la base ABC, dont le Centre de pesanteur est E, la Section aura son Centre de gravité dans la ligne DE : & comme cette Pyramide peut être coupée de la sorte en une infinité de façons, il s'en suit qu'elle peut être considérée comme composée d'une infinité de Plans parallèles entre eux & à la base ABC, dont les Centres de gravité sont dans la ligne DE. D'où il suit que la somme de tous ces Plans infinis, ou la Pyramide ABCD a aussi son Centre de gravité dans la ligne DE. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Il suit évidemment de cette Proposition, que le Centre de gravité d'une Pyramide est dans le concours de deux lignes droites tirées par les Angles so- Plan-
che 23.
112. Fig.

Plan-
che 23.
112. Fig.

lides de la Pyramide & par les Centres de gravité des Plans opposez. Car comme il a été démontré que le Centre de pesanteur de la Pyramide ABCD est dans la ligne DE, qui passe par l'Angle solide D, & par le Centre de pesanteur E du Plan opposé ABC; l'on peut démontrer de la même façon que ce Centre de pesanteur est aussi dans la ligne BF, qui passe par l'Angle solide B, & par le Centre de pesanteur F du Plan opposé CAD. D'où l'on doit conclure, qu'il est dans la commune Section G de ces deux lignes DE, BF, dont les parties GE, GD, GF, GB, sont proportionnelles, la plus petite GE étant le tiers de la plus grande GD, ou la plus petite GF le tiers de la plus grande GB, ce que nous pourrions démontrer ici, si nous n'avions dessein de finir bien-tôt cette Section, pour venir à des choses de plus grande utilité.

S C O L I E.

Vous prendrez garde que tout ce qui a été dit jusques à present de la Pyramide, se doit entendre aussi du Cone, qui est une Pyramide d'une infinité de côtez. Pour abreger nous ne nous amuserons pas ici à démontrer que le Centre de gravité d'un Corps regulier est le même que le Centre de la Sphere circonscrite, & que le Centre de pesanteur d'une Sphere ou d'un Spheroides, est le même que son Centre de grandeur, parce que cela est assez évident de soy-même.



PROPOSITION V.

THEOREME.

Le Centre de gravité d'un Hemisphere est dans la Demi-diametre perpendiculaire au Diametre de sa Base.

JE dis que le Centre de gravité de l'Hemisphere ABC, est en quelque point du Demi-diametre BD perpendiculaire au Diametre AC de sa Base. Plan-
che 23.
113. Fig.

DEMONSTRATION.

Car comme l'Hemisphere ABC est causé par le mouvement du Demi-cercle ABC autour de la ligne immobile BD, l'on conçoit sans peine que l'Hemisphere ABC est composé d'une infinité de Cercles, dont les Diametres sont paralleles au Diametre AC, & dont les Centres sont dans l'Axe BD : & comme ces Centres sont aussi leurs Centres de pesanteur, il s'ensuit que le Centre commun de gravité de la somme de ces Cercles infinis, ou de l'Hemisphere ABC, est dans le même Axe BD. *Ce qu'il falloit démontrer.*

SCOLIE.

On démontrera de la même façon, que le Centre de gravité d'un Segment de Sphere, ou d'un Spheroides, & aussi d'un Paraboloides & d'un Cone tronqué, est dans leur Axe, parce que tous ces Corps sont composez de Cercles infinis paralleles à leurs Bases, comme il est évident par leur generation, &c.

PROPOSITION VI.

THEOREME.

Le Centre de gravité d'un Hemisphere divise son Axe en deux parties, dont celle qui est la plus proche de la Surface, est à l'autre, comme 5 est à 3.

Plan-
che 23.
113. Fig.

JE dis que de l'Hemisphere ABC, dont le Centre est D, & l'Axe est BD, le Centre de gravité G divise l'Axe BD en deux parties GB, GD, telles que GB est à GD, comme 5 est à 3 : de sorte que si l'Axe BD est divisé en huit parties égales, la partie GB en contiendra cinq, & l'autre GD trois.

PREPARATION.

Décrivez autour du Demi-cercle ABC, qui est le Profil de l'Hemisphere, le Rectangle AF, & joignez les droites DE, DF. Si l'on fait mouvoir par la pensée tout le Plan AF autour du Demi-diametre immobile BD, comme Axe, le Rectangle AF décrira par cette circonvolution un Cylindre, le Demi-cercle ABC un Hemisphere, & le Triangle rectangle EDF un Cone, dont la Base sera égale à celle du Cylindre, & à celle de l'Hemisphere.

DEMONSTRATION.

Parce que les trois Solides precedens ont une même hauteur, sçavoir l'Axe commun BD, & des Bases égales, le Cylindre AF sera triple du Cone EDF, & l'Hemisphere ABC sera double du même Cone EDF, comme il est évident par ce qui a été dit & démontré dans notre *Traité de Geometrie*. De sorte

que si l'on suppose que le Cylindre AF soit de trois parties, le Cone EDF en contiendra une, & l'Hemisphère ABC en comprendra deux : & si l'on ôte le Cone EDF du Cylindre AF, c'est à dire 1 de 3, il restera 2 pour le Solide concave AEDFCD, lequel par consequent sera égal à l'Hemisphère ABC, & au double du Cone EDF. Or le Centre de gravité du Cylindre AF est au point H milieu de l'Axe BD, par Prop. 2. & celui du Cone EDF est au point I, éloigné du point B de la quatrième partie de l'Axe BD, par Prop. 4. Puisque donc le point H est le Centre commun de gravité du Cone EDF, & du Solide concave AEDFCD, ces deux Solides seront en Raison reciproque de leurs distances HG, HI, & comme ils sont en Raison double, la distance HI sera double de la distance HG. Ce qui nous enseigne, que pour trouver le Centre de Gravité G de l'Hemisphère ABC, il faut prendre la partie HG égale à la moitié de la partie HI. Or comme BI est un quart de BD, il s'ensuit que HI est aussi un quart de BD, & que par consequent HG est une huitième de BD, à laquelle ajoutant BH égale à la moitié de BD, on aura BG égale à cinq huitièmes de BD, & par consequent GD égale à trois huitièmes de BD, ce qui fait voir que BG est à GD, comme 5 est à 3. Ce qu'il falloit démontrer.

COROLLAIRE.

Il suit de ce Theorème, que si l'on divise l'Axe d'un Hemisphère en huit parties égales, & qu'on en prenne cinq depuis la Superficie, ou trois depuis le Centre, on aura le Centre de gravité de l'Hemisphère proposé.

Plan-
che 23.

113. Fig.

S C O L I E.

Parce que la Démonstration précédente, suppose que le Centre de gravité d'un Cone divise son Axe en deux parties, dont celle qui est la plus proche du sommet est triple de l'autre, ou égale aux trois quarts de l'Axe, ce que nous n'avons pas démontré, pour vous en mieux persuader nous ajouterons dans le Problème suivant la maniere de trouver le Centre de gravité d'un Cone, par la Methode de Monsieur de Fermat, qui peut s'appliquer à toutes les autres Figures.

P R O P O S I T I O N VII.

P R O B L E M E.

Trouver le Centre de gravité d'un Cone.

119. Fig.

POUR trouver le Centre de pesanteur I sur l'Axe CD du Cone ABC, coupez ce Cone par un Plan parallele & infiniment proche de la Base AB, en sorte que la Section soit par exemple le Cercle FG, dont le Diametre est coupé en deux également au point E par l'Axe CD, & par cette Section le Cone ABC, se trouvera divisé en deux parties, qui sont le Cone FCG, dont le Centre de gravité soit H, & le Cone tronqué AFGB, dont le Centre de pesanteur soit K.

Cette Preparation étant faite, si l'on met a pour l'Axe CD, & x pour la distance CI du Centre de pesanteur I du Cone ABC, à son sommet C, on aura $a-x$ pour la distance DI du même Centre de pesanteur I à la Base AB; & si l'on met o pour la distance DE du Plan coupant FG à la Base AB, cette lettre o représentant le zero, parce que la partie DE

est supposée infiniment petite, & par conséquent le Cone tronqué AFGB infiniment petit, ce qui rend égales les deux lignes

$$CD \propto a$$

$$CI \propto x$$

$$DI \propto a - x \propto IK.$$

$$DE \propto o$$

$$CE \propto a - o$$

$$CH \propto x - \frac{x^o}{a}$$

$$HI \propto \frac{x^o}{a}$$

IK, ID, & qui donne à IK la même valeur de ID, savoir $a - x$, on aura $a - o$ pour l'Axe CE du Cone FCG.

Parce que le Centre de pesanteur I du Cone ABC, divise son Axe CD de la même façon que le Centre

de pesanteur H du Cone FGC divise son Axe CE, puisque cela arrive dans toutes les Pyramides, comme il est aisé de conclure par ce qui a été dit dans la *Prop. 4.* on aura cette Analogie, CD, CI::CE, CH, ou $a, x::a - o, CH$, qui donnera $x - \frac{x^o}{a}$, pour la partie CH, laquelle étant ôtée de la partie CI, ou de x , on aura $\frac{x^o}{a}$ pour la partie IH.

Parce que par le Principe general de la Balance, le Cone tronqué AFGB, est au Cone FCG, reciproquement comme la distance HI, est à la distance IK, on connoîtra *en composant*, que le Cone ABC est au Cone FCG, comme HK est à IK, & si à la place de ces deux Cones qui sont semblables, à cause des Triangles semblables ABC, FGH, on met les Cubes de leurs Axes CD, CE, qui sont en même Raison, on connoîtra que le Cube de CD, est au Cube de CE, comme HK est à IK, de sorte qu'en termes analytiques on aura cette Analogie, $a^3, a^3 - 3aao + 3aoo - o^3::HK, IK$, & *en divisant*, on aura celle-cy, $3aao - 3aoo + o^3, a^3 - 3aao + 3aoo - o^3::HI, IK$, & si à la place des deux derniers ter-

Plan-
che 23.
119. Fig.

mes HI, IK, on met leurs valeurs $a-x$, $\frac{x^o}{a}$, ou en entiers $aa-ax$, xo , qui sont en même Raison, on aura cette dernière Analogie, $3aa^3-3a^2o+o^3$, $a^3-3aa^2+3a^2o-o^3::xo$, $aa-ax$, & par conséquent cette Equation, $3a^4o-3a^3oo+aa^3-3a^3xo+3aa^2xo-axo^3 \cup a^3xo-3aa^2xo+3axo^3-xo^4$, ou $3a^4o-3a^3oo+aa^3-4a^3xo-6aa^2xo-4axo^3+xo^4 \cup o$, laquelle étant divisée par o , se change en celle-cy, $3a^4-3a^3o+aa^3-4a^3x-6aa^2x-4axo^3+xo^3 \cup o$, de laquelle ôtant tous les termes où la lettre o demeure, on aura cette dernière Equation, $3a^4-4a^3x \cup o$, dans laquelle on trouvera $x \cup \frac{3a^4}{4}$. Ce qui fait connoître que la partie CI est égale aux trois quarts de l'Âxe CD, & qu'ainsi pour trouver le Centre de gravité du Cone proposé ABC, il faut diviser l'Âxe CD en quatre parties égales, & en prendre trois depuis C en I, ou une depuis D en I, & le point I fera le Centre de gravité qu'on cherche.

PROPOSITION VIII.

THEOREME.

Le Centre de gravité d'un Paraboloides est le même que celui du Triangle qui a pour Hauteur la Hauteur du Paraboloides, & pour Base le Diametre de la Base du même Paraboloides.

114. Fig. J E dis que du Paraboloides, ou Conoïde Parabolique ABC, le Centre de pesanteur est le même que le Centre de pesanteur E du Triangle ABC.

DEMONSTRATION.

Si à l'ordonnée AC du Diametre BD, l'on tire

une parallele quelconque FG, qui sera aussi ordonnée au Diametre BD, on aura les deux Triangles semblables HBI, ABC, & par 4. 6. la Raison de BK à BD, sera égale à celle de HI à AC : & parce que par la nature de la Parabole, la Raison de BK à BD, est égale à celle du Quarré FG, au Quarré AC, c'est à dire à celle du Cercle dont le Diametre est FG, au Cercle dont le Diametre est AC, il s'en suit que HI est à AC, comme le Cercle FG, est au Cercle AC; ce qui fait voir que tous les Cercles infinis, dont le Parabolöide ABC est composé, sont proportionnels à autant de lignes droites infinies qui composent le Triangle ABC. D'où il est aisé de conclure, que leurs Centres de gravité conviennent ensemble. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Plan-
che 23.
114. Fig.

COROLLAIRE.

Il suit évidemment de cette Proposition, que le Centre de pesanteur E du Parabolöide ABC, divise le Diametre BD en deux parties EB, ED, telles que la premiere EB est double de la seconde ED, comme dans le Triangle : & qu'ainsi pour trouver le Centre de gravité du Parabolöide proposé ABC, il faut diviser son Axe BD en trois parties égales, & en prendre deux depuis B en E, ou une depuis D, en E, &c.

PROPOSITION IX.

PROBLEME.

Trouver le Centre de gravité d'un Segment de Sphere.

LE Centre de gravité d'un Segment de Sphere se trouve comme celui d'un Hemisphere. Ainsi

115. Fig.

Plan-
che 23.
215. Fig.

pour trouver le Centre de pesanteur du Segment de Sphere, dont le Profil est ABC, on divisera la perpendiculaire BD, qui divise la Corde AC en deux également, en huit parties égales, & l'on en prendra trois depuis D en G, ou cinq depuis B en G, pour avoir au point G le Centre de gravité qu'on cherche.

DEMONSTRATION.

Si l'on décrit autour de l'Arc de Cercle ABC, le Rectangle AF, & qu'on mene les droites DE, DF, il est évident que si l'on fait rouler le Plan AF autour de la ligne immobile BD, ce Plan AF décrira par sa circonvolution un Cylindre, le Segment de Cercle ABC un Segment de Sphere, & le Triangle EDF un Cone, après quoy le reste de la démonstration se fera comme dans la Prop. 6.

PROPOSITION X.

PROBLEME.

Trouver le Centre de gravité d'un Secteur de Sphere.

216. Fig.

Pour trouver le Centre de gravité du Secteur de Sphere ABCE, dont le Centre est E, & l'Axe est BE, prenez sur cet Axe BE, la partie DF égale à un quart de DE, & la partie DG égale à trois huitièmes de BD, pour avoir en G le Centre de pesanteur du Segment de Sphere ACB, & en F le Centre de gravité du Cone AEC. Après cela, pour trouver le Centre commun de pesanteur de ces deux Solides ACB, AEC, ou le Centre de gravité du Secteur AECB, il ne faut que diviser la distance FG de ces deux Centres de pesanteur F, G, en deux par-

ties FH, GH, reciproquement proportionnelles aux deux mêmes Solides ACB, AEC, ce qui se fera en cherchant au Secteur ABCE, au Cone AEC, & à la ligne FG, une quatrième proportionnelle GH, &c.

PROPOSITION XI.

THEOREME.

Si un Segment de Sphere, & un Segment de Spheroïde, ont un même Axe, & leurs Bases sur un même Plan, ils auront aussi un même Centre de gravité.

JE dis que du Segment de Sphere ABC, & du Segment de Spheroïde EBF, dont l'Axe commun est BD, les Centres de gravité conviennent ensemble, c'est à dire qu'ils ont un Centre commun de pesanteur, comme G. Planche 23.
117. Fig.

DEMONSTRATION.

Si l'on tire au dedans de ces deux Figures autant de lignes que l'on voudra, paralleles à la ligne EF, ou perpendiculaires à l'Axe BD, comme HI, la Raison de HI, à KL, sera toujours égale à celle de EF, à AC, par la nature de l'Ellipse, & le Cercle du Diametre HI sera au Cercle du Diametre KL, comme le Cercle du Diametre EF, au Cercle du Diametre AC. Ainsi l'on void que tous les Cercles infinis, dont le Segment de Sphere ABC est composé, sont proportionnels à autant de Cercles infinis, dont le Segment de Spheroïde EBF est composé. D'où il est aisé de conclure, que leur Centre de pesanteur est commun. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Il s'ensuit de ce Théorème, que si l'on divise l'Axe BD du Segment de Spheroïde EBF, en huit parties égales, & qu'on en prenne trois depuis D en G, ou cinq depuis B en G, le point G fera le Centre de gravité du Segment de Spheroïde EBF.



LIVRE TROISIÈME. DE L'HYDROSTATIQUE.

L'HYDROSTATIQUE est une partie de la Mécanique, qui considère la pesanteur des Corps liquides, & sur tout de l'eau, ou des Corps durs posés sur des Corps liquides, en les comparant les uns avec les autres.

Quoique les liqueurs ayent une pesanteur, néanmoins elles n'ont pas un Centre de gravité par elles-mêmes, parce que leurs parties ne sont pas liées les unes avec les autres pour se pouvoir soutenir en Equilibre autour d'un certain point, à moins qu'elles ne soient renfermées dans un vaisseau, & alors on remarque plusieurs conformitez qui se rencontrent dans la Statique & dans l'Hydrostatique, que nous expliquerons ici en passant.

Plan-
che 24.
223. Fig.

Comme par les principes de la Statique, l'on connoît que la pesanteur s'augmente à mesure que le Poids s'éloigne de la perpendiculaire, c'est à dire que pour éloigner le Poids A, que nous supposerons de quatre livres, sur l'Arc AC du Quart de Cercle

ACD, dont le Centre est D, de la perpendiculaire AD depuis A en I, par exemple de la quatrième partie de la distance horizontale CD, il faut une force égale à la quatrième partie du Poids A, ou la force d'une livre : & à la moitié du Poids A, ou la force de deux livres, pour l'éloigner en K de la moitié de la distance CD : & aux trois quarts du Poids A, ou la force de trois livres, pour l'éloigner en L des trois quarts de la même distance CD : & enfin à tout le Poids A, ou la force de quatre livres, pour l'éloigner en C, de toute la distance CD; tout au contraire l'expérience fait connoître que dans l'Hydrostatique, le Poids augmente sa pesanteur en approchant de la perpendiculaire, c'est à dire qu'en éloignant un Cylindre d'eau, comme MF, de la ligne horizontale EF, pour l'approcher de la perpendiculaire EH, en montant le long de l'Arc FH, du Quart de Cercle EFH, autour de son Centre E, la force de l'eau contenuë dans ce Cylindre MF, s'augmente à proportion qu'on l'éleve davantage : de sorte que si le Cylindre MF étant élevé en N de la quatrième partie de la hauteur EH, acquiert la force d'une livre pour lever une soupape, ou pour faire tourner une Rouë, &c. la même Eau étant élevée en O, à la moitié de la hauteur EH, elle acquerra la force de deux livres, & étant élevée en P, des trois quarts de la hauteur EH, elle acquerra la force de trois livres, & enfin étant élevée à plomb au point H, en sorte qu'elle soit dans la situation HQ, elle aura la Puissance de quatre livres.

Pareillement comme nous avons démontré dans la Statique *Prop. 4. Chap. 2.* que lorsque deux Poids sont en Equilibre sur les deux côtez d'un Plan Triangulaire, dont la Base est parallele à l'Horizon, en s'entretenant mutuellement par deux lignes pa-

Plan-
che 24.
123. Fig.

parallèles aux côtés du Plan Triangulaire, que je suppose perpendiculaire à l'Horizon, par le moyen d'une Poulie appliquée au dessus du Triangle: leurs Puissances ou Pesanteurs absolües sont proportionnelles aux côtés du même Triangle; Il arrive de même dans l'Hydrostatique, que si un Canal ou Tuyau est recourbé, pour représenter deux côtés d'un Triangle, & qu'étant rempli en partie d'eau, ses deux bouts, qui seront les extrémités de deux Cylindres d'eau, soient plongés dans un vaisseau plein d'eau, dont la Surface étant toujours parallèle à l'Horizon, peut passer pour la Base de ce Triangle, que je suppose aussi perpendiculaire à l'Horizon, ou à la Surface de l'eau contenuë dans le Vaisseau; les longueurs de ces deux Cylindres d'eau, qui se trouvent au dessus de la Surface de l'eau du vaisseau, seront aussi proportionnelles aux côtés du Triangle, lorsque l'eau dans chaque Tuyau ou Cylindre sera en Equilibre, c'est à dire à la même hauteur.

124. Fig. Ainsi parce que par les principes de la Statique, l'on connoît que les deux Poids D, E, qui se tiennent en Equilibre sur les deux côtés AC, BC, du Plan Triangulaire ABC, dont la Base AB est parallèle à l'Horizon, leurs Pesanteurs absolües sont entre elles comme les côtés AC, BC, de sorte que si le côté AC est par exemple double du côté BC, aussi la Pesanteur absolüë du Poids D, est double de celle du Poids E; de même l'Hydrostatique nous apprend que la longueur du Cylindre d'eau FI, est à la longueur du Cylindre d'eau HK, comme le côté FG du Triangle FGH, est au côté GH, tellement que si le côté FG est double du côté GH, aussi la longueur FI est double de la longueur HK, lorsque les deux extrémités I, K, sont de niveau, c'est à dire dans la ligne Horizontale LM, ce qui est évident, parce

parce que dans ce cas les deux Triangles GIK, GFH, sont semblables, &c.

CHAPITRE I.

Des Theorèmes.

Les Theorèmes que nous ajouterons ici, sont fondez sur l'expérience, qui peut servir de Démonstration dans ces sortes de matieres : neanmoins nous ne laisserons pas d'en donner les Démonstrations aussi clairement qu'il nous sera possible.

THEOREME I.

Une liqueur pesante contenuë dans un Cylindre perpendiculaire à l'Horizon, tend à sortir par en bas avec une force proportionnée à sa hauteur dans le Tuyau.

Supposons que le Tuyau AB soit par tout d'une égale grosseur, & perpendiculaire à l'Horizon, & qu'étant rempli en tout ou en partie de quelque liqueur pesante, par exemple d'eau, on bouche l'ouverture A, pour l'empêcher de sortir. Cela étant supposé, je dis que l'eau contenuë dans ce Cylindre AB, tend à sortir par l'ouverture A, avec une force proportionnée à sa hauteur : de sorte que si le Tuyau AB est rempli d'eau par exemple jusqu'en C, & qu'on divise la hauteur AC en autant de parties égales qu'on voudra, comme en trois, aux points D, E, la force avec laquelle l'eau tendra à descendre depuis C, par l'ouverture A, sera triple de celle avec laquelle elle tendroit à sortir depuis E, par la même ouverture A, s'il n'y en avoit que jusqu'en E,

Plan-
che 23.
118. Fig.

Plan-
che 23.
118. Fig.

parce que dans ce cas la hauteur AC étant triple de la hauteur AE, le Cylindre d'eau AC seroit aussi triple du Cylindre d'eau AE, & que par conséquent le Cylindre d'eau AC seroit trois fois plus pesant que le Cylindre d'eau AE, ce qui donnera à l'eau contenuë dans le Tuyau AC trois fois plus de force pour descendre, qu'à l'eau contenuë dans le Tuyau AE, étant certain que la force qu'un Corps pesant a de descendre est proportionnée à sa pesanteur.

S C O L I E.

Cette démonstration suppose que l'eau est portée en bas par sa propre pesanteur, comme il est évident: mais comme elle est aussi poussée de tous côtez par le mouvement continuel que luy cause sa fluidité, une partie presse non-seulement la partie qui luy répond perpendiculairement en dessous, mais encore celles qui se trouvent de côté & d'autre. D'où il suit que si l'on perce le Tuyau AB par ses côtez, l'eau qui y sera contenuë en dessus, sortira par cette ouverture.

C O R O L L A I R E I.

Il suit évidemment de cette Proposition, que si deux Cylindres d'égale grosseur entre eux, contiennent chacun une certaine quantité d'une même liqueur, par exemple d'eau, les forces avec lesquelles cette eau tendra à sortir de chacun de ces deux Tuyaux, seront entre elles comme les hauteurs de l'eau dans les mêmes Tuyaux: & que par conséquent si ces hauteurs sont égales, la force que l'eau aura pour sortir de chaque Tuyau sera la même.

C O R O L L A I R E II.

Il s'ensuit aussi de cette Proposition, qu'une mê-

me liqueur étant dans deux Tuyaux d'égale grosseur entre eux, & perpendiculaires à l'Horizon, qui se communiquent l'un avec l'autre par un troisième Tuyau de même grosseur, & parallèle à l'Horizon; a toujours ses parties supérieures en même niveau dans chaque Tuyau: c'est à dire que si l'on verse quelque liqueur, comme de l'eau, dans l'un de ces Tuyaux, elle se répandra dans l'autre Tuyau par le Tuyau de communication, & se mettra dans chaque Tuyau à une même hauteur.

Plan-
che 23.
120. Fig.

Comme si l'on verse de l'eau dans le Tuyau AB, elle se répandra dans le Tuyau AC de même grosseur, & en montant par le Tuyau CD aussi de même grosseur, elle se mettra à une hauteur égale dans les deux Tuyaux, c'est à dire que l'eau cessera de monter dans le Tuyau CD, lorsqu'elle sera parvenuë à celle qu'elle aura dans le Tuyau AB, parce que dans ce cas les deux Cylindres d'eau, comme AE, CF, sont égaux, & que par conséquent ils pesent également.

THEOREME II.

Si deux Cylindres de semblable liqueur sont d'égale hauteur, & d'inégale grosseur, & perpendiculaires à l'Horizon, la liqueur tend à sortir par l'ouverture d'en bas dans chacun avec une force proportionnée à sa Base.

JE dis que si une liqueur pesante, comme l'eau, se trouve à pareille hauteur AB, CD, dans les deux Tuyaux AB, CE, perpendiculaires à l'Horizon, & d'inégale grosseur, en sorte que le Diametre de la Base du Tuyau AB soit par exemple double du Diametre de la Base du Tuyau CE, auquel cas la Base du Tuyau AB sera quadruple de celle du Tuyau CE;

122. Fig.

Plan-
che 23.
122. Fig.

la force avec laquelle l'eau tendra à sortir par l'ouverture d'en bas du plus gros Tuyau AB, sera à la force avec laquelle elle tendra à sortir par l'ouverture d'en bas du plus menu CE, comme la Base du plus gros Tuyau AB, à la Base du plus menu CE : de sorte que dans la supposition que nous avons faite, l'eau tendra à sortir par l'ouverture d'en bas du plus gros Tuyau AB, avec une force quadruple de celle avec laquelle elle tendra à sortir par l'ouverture d'en bas du plus menu CE ; parce que le plus gros Tuyau AB sera quadruple du plus menu CE de même hauteur, & par conséquent quatre fois plus pesant, ce qui donne à l'eau quatre fois plus de force pour sortir.

C O R O L L A I R E.

Il suit évidemment de cette Proposition, que si deux Cylindres d'eau perpendiculaires à l'Horizon, sont non-seulement d'inégale grosseur, mais encore d'inégale hauteur, la force avec laquelle l'eau contenuë dans l'un de ces Tuyaux tendra à sortir par l'ouverture d'en bas, sera à la force avec laquelle l'eau tendra à sortir par l'ouverture d'en bas de l'autre Tuyau, dans une Raison composée des Raisons des Bases & des Hauteurs.

Comme ici où nous avons supposé, que la Base du Tuyau AB est quadruple de celle du Tuyau CE, dont la hauteur soit par exemple triple de celle du Cylindre AB, la force avec laquelle l'eau contenuë dans le Tuyau AB, tend à sortir par l'ouverture d'en bas, sera à celle par laquelle l'eau contenuë dans le Tuyau CE tend à sortir par l'ouverture d'en bas, dans la Raison de 4 à 3, qui est composée de la Raison de 4 à 1, ou de la Base du Tuyau AB, à la

Base du Tuyau CE, & de la Raison de 1 à 3, ou de la Hauteur du Tuyau AB, à la Hauteur du Tuyau CE. Plan-
che 23.
122. Fig.

S C O L I E.

Si les deux Tuyaux AB, CE, se communiquent l'un avec l'autre, par un troisième Tuyau AC parallèle à l'Horizon, il se formera une Machine, qu'on appelle *Levier d'eau*, qui est tel que le Tuyau AB contient à une certaine hauteur quatre fois autant que le Tuyau CE à la même hauteur, parce que nous avons supposé la Base du Tuyau AB quadruple de celle du Tuyau CE : & par la même raison, l'eau en descendant de quatre Pouces par exemple dans le Tuyau CE, elle ne montera que d'un Pouce dans le Tuyau AB.

Afin que l'expérience de ce que nous venons de dire se puisse faire, on ajoutera un Robinet FG au Tuyau de communication AC, pour le lâcher, lorsqu'on voudra faire monter l'eau contenuë dans le Tuyau CE, & la faire monter par le Tuyau AB, en passant par le Tuyau de communication AC. Que si l'on met du vin dans le Tuyau AB à une certaine hauteur, & qu'on remplisse d'eau l'autre Tuyau CE, en lâchant tout doucement le Robinet FG, l'eau du Tuyau CE poussera le vin, & le fera monter tout pur dans le Tuyau AB, parce que le vin est d'une gravité spécifique plus petite que l'eau.



THEOREME III.

Si deux Tuyaux d'inégale grosseur ont ensemble communication par un troisième Tuyau parallèle à l'Horizon, la liqueur qu'on versera dans l'un de ces deux Tuyaux, se placera de niveau en montant dans l'autre Tuyau.

CHacun des deux Tuyaux peut être perpendiculaire à l'Horizon, ou bien l'un peut être perpendiculaire & l'autre incliné à l'Horizon, ou bien encore chacun peut être incliné à l'Horizon. Dans tous ces cas, je dis que si l'on verse quelque liqueur dans l'un de ces deux Tuyaux, à telle quantité qu'on voudra, cette liqueur se placera de niveau, c'est à dire à la même hauteur dans chacun.

Démonstration du premier cas.

Plan-
che 24.
125. Fig.

Premierement si les deux Tuyaux AB, CD, sont perpendiculaires à l'Horizon, si l'on retranche du plus gros AB, la partie EF d'une grosseur égale à celle du plus menu CD, on connoitra aisément que la liqueur du Tuyau CD doit demeurer en Equilibre & à la même hauteur avec la liqueur du Tuyau EF, que l'on conçoit séparé du Tuyau AB, parce que ces deux Tuyaux CD, EF, étant égaux, la liqueur a autant de force pour monter dans l'un que dans l'autre : Or quoique la liqueur du Tuyau EF ne soit pas dans un Canal séparé de tout le Canal AB, néanmoins son effet ne peut être aidé, ni empêché, par le reste de la liqueur du Tuyau AB, parce qu'elle n'a aucune liaison avec ce reste, toutes les parties d'une liqueur étant détachées les unes des autres, ce qui fait que l'une ne peut pas retenir l'autre, & que

l'effet de la liqueur du Tuyau EF, & du reste de Plan-
 AB, & par consequent des deux ensemble, c'est à che 24.
 dire de tout le Cylindre AB, est le même. C'est 125. Fig.
 pourquoy puisque la liqueur de EF est en Equilibre
 & au niveau avec celle de CD, toute la liqueur de
 AB, quoy qu'elle soit en plus grande quantité, doit
 demeurer en Equilibre & à même hauteur avec celle
 de CD. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Démonstration du second cas.

Que si le Tuyau AB est incliné à l'Horizon, & 126. Fig.
 l'autre Tuyau CD perpendiculaire à l'Horizon, l'on
 imaginera sur la Base du Tuyau AB, le Tuyau AE
 perpendiculaire à l'Horizon, & de même hauteur
 que le Tuyau AB, auquel par consequent il sera
 égal, & également pesant étant rempli de la même
 liqueur, ce qui fera que la liqueur qui est en A, sera
 également pressée par celle qui est contenuë dans le
 Canal incliné AB, & par celle du perpendiculaire
 AE, dont l'effet sera par consequent le même que
 dans le Canal incliné AB, c'est à dire que la liqueur
 contenuë dans le Prisme incliné AB, doit demeurer
 comme dans le perpendiculaire AE, en Equilibre
 & au niveau avec celle du Canal perpendiculaire
 CD. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Démonstration du troisième cas.

Enfin si les deux Tuyaux AB, CD, sont inclinés 127. Fig.
 à l'Horizon, l'on imaginera pareillement sur la Base
 du Tuyau CD, le Tuyau perpendiculaire CF de mê-
 me hauteur, après quoy l'on connoîtra par le cas
 precedent, que l'effet du Tuyau AB est le même que
 celui du Tuyau AE, & que pareillement l'effet du
 Tuyau CD est le même que celui du Tuyau CF: &

Plan-
che 24.
127. Fig.

comme par le premier cas l'effet des deux Tuyaux perpendiculaires AE, CF, est le même, il est aisé de conclure, qu'il doit aussi être le même dans les deux inclinez AB, CD, c'est à dire que la liqueur que l'on versera dans l'un, se doit placer de niveau dans l'autre. *Ce qui restoit à démontrer.*

S C O L I E.

On void par cette Proposition, la raison de ce que l'expérience montre tous les jours, sçavoir que l'eau monte aussi haut que sa source, lorsqu'elle est renfermée dans un Canal qui la retient, autrement la résistance de l'air, les Vents, & la pesanteur de l'eau l'empêcheront de monter aussi haut que sa source, comme il arrive dans les Jets de Fontaines.

L E M M E.

Si deux Cylindres égaux en grosseur & en pesanteur sont de différente matiere, leurs longueurs seront entre elles reciproquement comme les pesanteurs spécifiques de leurs matieres.

Plan-
che 23.
121. Fig.

JE dis que si les deux Cylindres AB, CD, sont d'une égale grosseur & pesanteur, mais de matiere différente, la gravité spécifique de la matiere du Cylindre AB, est à celle du Cylindre CD, reciproquement comme la longueur CD, est à la longueur AB: de sorte que si la longueur AB est par exemple double de la longueur CD, la gravité spécifique de la matiere du Cylindre CD sera double de la gravité spécifique de la matiere du Cylindre AB; parce que si ces deux Cylindres AB, CD, étoient d'une même matiere, le Cylindre AB étant supposé double du Cylindre CD, peseroit le double: & comme

l'on suppose qu'il pese autant, il faut que sa matiere soit d'une gravité spécifique moindre à proportion que celle de la matiere du Cylindre CD, &c.

THEOREME IV.

Deux liqueurs differentes étant versées dans deux Tuyaux qui ont communication entre eux par un troisième Tuyau parallele à l'Horizon, leurs hauteurs seront reciproquement proportionnelles à leurs gravitez spécifiques, lorsque leurs pesanteurs relatives seront égales.

JE dis que si dans le Tuyau AB, que je suppose plus gros que le Tuyau CD, il y a par exemple de l'eau jusqu'à la hauteur AB, & dans le Tuyau CD du vif-argent jusqu'à la hauteur CG, en sorte que ces deux liqueurs soient en Equilibre; la hauteur AB de l'eau, est à la hauteur CG du vif-argent, reciproquement comme la gravité spécifique du vif-argent, est à la pesanteur spécifique de l'eau.

Plan-
che 24.
125. Fig.

DEMONSTRATION.

Si l'on imagine, comme dans la Prop. 3. au dedans du plus gros Tuyau AB, le Tuyau EF égal en grosseur au plus petit CD, on connoîtra que la liqueur qui est contenuë dans le Tuyau AB, a le même effet à l'égard du Tuyau CD, que si elle n'étoit que dans le Tuyau EF partie de AB; & ce Tuyau ou Cylindre EF fera égal en pesanteur au Cylindre CG, parce que l'on suppose que les deux liqueurs qu'ils contiennent sont en Equilibre, ce qui fait voir par le Lemme precedent, que la hauteur du Cylindre EF, qui est la même que celle de AB, est à la hauteur du Cylindre CG, comme la gravité spécifique

Plan-
che 24.
125. Fig.

du vif-argent contenu dans le Cylindre CG, est à la pesanteur spécifique de l'eau contenuë dans le Cylindre EF, que l'on suppose la même que celle qui est contenuë dans le Cylindre AB. *Ce qu'il falloit démontrer.*

S C O L I E.

124. Fig.

Ce que nous avons dit dans cette Proposition & dans la précédente, se doit aussi entendre du Syphon, qui est un Canal recourbé, dont les deux Tuyaux sont appellez *Branches*, étant évident qu'un Tuyau recourbé est la même chose que deux Tuyaux qui ont communication entre eux par un troisième Tuyau, lequel dans un Syphon est infiniment petit, comme G, par où les deux Branches GF, GH, se communiquent.

T H E O R E M E V.

Si un Cylindre de quelque liqueur pesante est incliné à l'Horizon, la pesanteur relative de cette liqueur dans son Tuyau, est à la force avec laquelle elle tend à sortir par l'ouverture d'en bas du Tuyau, comme la longueur du même Tuyau est à sa hauteur.

Plan-
che 25.
128. Fig.

JE dis que si le Tuyau ou Cylindre AB incliné à l'Horizon AD, est rempli d'une liqueur pesante, par exemple d'eau, la pesanteur relative de cette eau dans le Tuyau AB, est à la force avec laquelle elle tend à sortir par l'ouverture d'en bas A, comme la longueur AB, est à la hauteur BC.

D E M O N S T R A T I O N.

Si l'on considère l'eau contenuë dans le Tuyau

AB, comme un Poids qui tend à rouler sur un Plan incliné, l'on connoîtra par Prop. 1. Chap. 2. Liv. 2. que la pesanteur relative de ce Poids est à la force qu'il a de descendre sur ce Plan, comme la longueur du même Plan est à sa hauteur; d'où il est aisé de conclure, que la Pesanteur relative de l'eau dans le Tuyau AB, est à la force avec laquelle elle tend à sortir par l'ouverture d'en bas A, comme la longueur AB du Tuyau, à sa hauteur BC. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Plan-
che 25.
128. Fig.

S C O L I E.

Quoique le Tuyau AB ne fût rempli d'eau qu'en partie, comme jusques à E, néanmoins pourvû qu'il soit par tout d'une égale grosseur, il sera toujours vray de dire, que la Pesanteur relative de l'eau dans son Tuyau AE, sera à la force avec laquelle elle tend à sortir par l'ouverture d'en bas A, comme la longueur du Tuyau AB, est à sa hauteur BC, parce que la longueur AB est à la hauteur BC, comme la longueur AE du Cylindre d'eau est à sa hauteur EF, à cause des Triangles semblables ABC, AEF, &c.

129. Fig.

T H E O R E M E V I.

Si un Tuyau perpendiculaire à l'Horizon, & plus gros par un bout que par l'autre, est rempli de liqueur pesante, cette liqueur aura la même force pour sortir par l'ouverture d'en bas, que si cette ouverture étoit égale à celle d'en haut.

IL est évident que l'eau par exemple, contenuë dans le Tuyau ou Vaisseau ABCD perpendiculaire à l'Horizon, & plus gros premièrement par en haut que par en bas, n'a ni plus ni moins de force à

130. Fig.

Plan-
che 25.
130. Fig.

décendre par l'ouverture d'en bas AB, que si cette ouverture AB étoit égale à l'autre ouverture CD, comme l'on connoîtra en imaginant sur la Base AB, le Cylindre ABEF de même hauteur, & perpendiculaire à l'Horizon, car alors il sera aisé de juger, que comme l'eau pèse perpendiculairement, il n'y a que celle qui est contenuë dans le Cylindre ABEF, qui pèse sur le fonds AB, & que celle qui est contenuë dans le reste de côté & d'autre, ne pèse point sur ce fonds AB, mais seulement sur la Surface intérieure du Tuyau ABCD. Donc &c.

131. Fig.

Que si le Vaisseau ABCD est plus large par en bas que par en haut, c'est à dire si l'ouverture AB est plus grande que l'ouverture CD, en concevant pareillement sur la Base AB le Cylindre ABEF de même hauteur, & perpendiculaire à l'Horizon, l'on connoîtra aisément que les parties qui sont dans le haut du Vaisseau ABCD, ne pressent pas seulement celles qui leur répondent perpendiculairement en dessous, mais encore les autres qui sont à côté par leur perpetuel mouvement, ce qui fait que les parties A & B, sont autant pressées que la partie G, & que tout le fonds AB est autant pressé que si les côtez du Tuyau ABCD, étoient les côtez AF, BE, du Cylindre ABEF. Donc, &c.

C O R O L L A I R E.

Il suit évidemment de cette Proposition, que quelque forme qu'ayent plusieurs Vaisseaux de même hauteur, & perpendiculaires à l'Horizon, si on les remplit d'une même liqueur, leurs fonds seront également chargez, lorsqu'ils seront égaux les uns aux autres dans tous ces Vaisseaux.

THEOREME. VII.

Un Corps dont la pesanteur est égale à celle du Volume de la liqueur dont il occupe la place, demeure en Equilibre dans un Vaisseau plein de cette liqueur.

JE dis que si la pesanteur du Corps A, qui est plongé dans la liqueur du Vaisseau BC, est égale à celle du Volume de la même liqueur, par exemple de l'eau, dont il occupe la place, quelque situation que l'on donne à ce Corps A, & en quelque lieu qu'on le pose dans le Vaisseau BC, il demeurera en Equilibre, c'est à dire en repos sans monter ni descendre, parce que ce Corps A a autant de force que l'eau qui seroit en sa place, puisqu'on le suppose aussi pesant que cette eau, & que la même eau qui seroit en sa place demeureroit en repos, une liqueur n'en chassant pas une autre d'une égale gravité spécifique.

Plan-
che 25.
132. Fig.

SCOLIE.

On connoitra de la même façon, que si le Corps A n'étoit enfoncé qu'en partie dans l'eau, en sorte que le Volume d'eau que cette partie occuperait, fût d'une pesanteur égale à celle de tout le Corps A, ce Corps A demeureroit en Equilibre, c'est à dire qu'il ne s'enfonceroit pas davantage, & qu'il ne seroit pas monter une plus grande quantité d'eau.

COROLLAIRE I.

Par là on void la raison pourquoy l'on ne peut pas par le moyen d'un Plomb attaché à une longue corde, mesurer la profondeur de quelques Mers, parce

Plan-
che 25.
132. Fig.

que bien que le Plomb soit d'une gravité spécifique plus grande que l'eau, si la corde est d'une gravité spécifique moindre que l'eau, lorsque la profondeur de l'eau est bien grande, & le Plomb bien petit, il faudra faire enfoncer une si grande longueur de corde, qu'avec son Plomb elle pourra occuper un Volume d'eau égale en pesanteur à toute la corde avec son Plomb, & alors ce Plomb avec sa corde ne s'enfoncera pas davantage, & ne pourra pas faire connoître la profondeur qu'on cherche.

COROLLAIRE II.

On void aussi la raison pourquoy lorsqu'on puise de l'eau, on ne sent point le Poids du Vaisseau qu'après qu'il est hors de l'eau, parce qu'auparavant il étoit soutenu par l'eau dont il occupoit la place. Il ne faut pas croire pour cela que l'eau ne pese point dans son Centre, comme un Poids appliqué dans le Bassin d'une Balance ne laisse pas d'avoir une pesanteur, quoiqu'on ne la sente pas, lorsqu'il est contre-pesé par un Poids égal appliqué dans l'autre Bassin de la Balance.

COROLLAIRE III.

Il est aisé de conclure de cette Proposition, qu'un Corps plus pesant que le Volume de la liqueur dont il occupe la place, doit s'enfoncer entièrement, & aller à fond. D'où il suit qu'une liqueur dont la gravité spécifique est plus grande que celle d'une autre liqueur, doit s'enfoncer étant versée dans cette autre liqueur, & prendre le lieu le plus bas en faisant monter cette autre liqueur plus légère.

COROLLAIRE IV.

Plan-
che 25.
132. Fig.

On conclut aussi facilement qu'un Corps moins pesant que le Volume de la liqueur dont il occupe la place, ne doit pas s'y enfoncer entierement, & qu'ainsi une petite hauteur de la même liqueur est capable de le soutenir. D'où il suit qu'une liqueur dont la gravité spécifique est moindre que celle d'une autre liqueur, doit demeurer en dessus, sans se mêler si on la verse doucement, sur tout lorsqu'elle sera sensiblement plus legere que cette autre liqueur, comme l'Huile à l'égard de l'eau, ou l'eau à comparaison du Vif-argent, &c.

Ainsi il n'y a pas lieu de s'étonner de ce qu'il est arrivé quelquefois, qu'un Vaisseau ayant cinglé heureusement en Haute-Mer, s'est perdu & coulé à fonds en arrivant à l'embouchure de quelque Riviere d'eau douce, parce que l'eau de la Mer est plus pesante que l'eau douce, ce qui fait que le Volume d'eau dont le Vaisseau occupe la place dans la Mer étant plus pesant que la charge de ce Vaisseau, & moins pesant dans l'eau douce, il a eu plus de force pour supporter le Vaisseau dans la Mer, & n'en a pas eu assez pour le supporter dans l'eau douce, c'est à dire dans la Riviere, étant certain que l'eau de la Mer est d'une gravité spécifique beaucoup plus grande que celle des Rivières, des Puits, & des Fontaines.

Il n'y a pas aussi lieu de s'étonner de ce qu'une piece de bois ayant nagé pendant long-temps sur l'eau, à la fin coule à fonds, parce que ce bois peut être d'une pesanteur spécifique égale ou un peu plus grande que celle de l'eau, sans néanmoins couler à fonds, à cause de plusieurs pores qu'il peut avoir, lesquels étant remplis d'air, cet air avec le bois font

Plan-
che 25.
132. Fig.

un Tout, dont la pesanteur peut être moindre que celle du Volume d'eau que la piece de bois occupe, ce qui l'empêchera d'aller à fonds; mais l'eau peu à peu s'insinuant dans les pores, dont elle chasse l'air pour en prendre la place, étant mêlée avec le bois compose un Tout, dont la pesanteur peut surpasser celle du Volume d'eau qu'il occupe, ce qui le doit faire couler à fonds.

Il n'y a pas encore lieu de s'étonner de ce que les Oiseaux volent en l'air, quoiqu'ils soient plus pesans que l'air: & que les Hommes nagent dans l'eau, bien que leur pesanteur spécifique soit plus grande que celle de l'eau; parce que les Oiseaux battent l'air avec leurs aîles, & les Hommes l'eau avec leurs bras & leurs jambes, ce qui les rend moins pesans, parce que leur mouvement se fait horizontalement, outre que le mouvement qu'ils donnent à la liqueur, fait que cette liqueur les presse plus par dessous qu'elle n'est pressée.

COROLLAIRE V.

Il s'ensuit aussi qu'un même Corps pesant s'enfonce différemment dans des liqueurs, dont les pesanteurs spécifiques sont différentes, étant certain qu'il s'enfoncera davantage dans une liqueur que dans une autre plus pesante. Ainsi l'on voit qu'un Vaisseau chargé s'enfonce plus dans une Riviere que dans la Mer, parce que, comme nous avons déjà remarqué, l'eau des Rivières est moins pesante que celle de la Mer, ce qui est quelquefois la cause de la perte du Vaisseau.

COROLLAIRE VI.

Il s'ensuit encore qu'un Corps pese moins dans
l'eau

L'eau que dans l'air de la quantité de la pesanteur du Volume d'eau qu'il occupe, D'où il suit que si une Balance chargée de deux Métaux, dont les pesanteurs spécifiques soient inégales, demeure en Equilibre dans l'air, elle perdra son Equilibre dans l'eau, parce que les Métaux étant supposez differens, ils ne perdront pas également de leur pesanteur dans l'eau, étant certain que celui dont la gravité spécifique sera plus grande, perdra moins de sa pesanteur dans l'eau que l'autre, parce qu'il occupe un plus petit Volume d'eau.

Plan-
che 25.
132. Fig 2

COROLLAIRE VII.

Enfin, il s'ensuit que bien que les Métaux soient plus pesans que l'eau, néanmoins une Boule creuse de fer doit nager sur l'eau, si le volume de cette Boule avec l'air qu'elle contient, est égal en pesanteur à un semblable volume d'eau, puisque toute sorte de Corps pesant surnage sans couler à fonds, lorsqu'il n'est pas plus pesant que le Volume d'eau dont il occupe la place. C'est ainsi que nous voyons flotter le cuivre dessus l'eau, quand il est creux, comme les Chaudrons, & couler à fonds, quand il est en billon.

Il arrive néanmoins qu'une aiguille commune de fer ou d'acier, qui n'est point mouillée, étant couchée tout doucement sur la Surface d'une eau dormante, surnage sans aller au fonds: mais cela vient de la secheresse de l'aiguille, à laquelle l'eau résiste. Comme la propriété du Fer, quand il est libre & en Equilibre, est de se tourner vers le Pole, l'expérience vous fera connoître qu'une aiguille d'acier étant couchée de son long sur la Surface d'une eau tranquille, comme nous avons dit, tournera l'une

242 TRAITÉ DE MÉCANIQUE, LIV. III.
 de ses deux extremités vers le Midy, & l'autre vers
 le Septentrion, après avoir fait sur l'eau plusieurs
 contours.

THEOREME VIII.

*Un Prisme dont la Pesanteur spécifique est moindre
 que celle de l'eau, étant posé dans le fond d'un
 Vase, sera en Equilibre, lorsqu'on y aura versé
 une telle quantité d'eau, que la hauteur de l'eau
 sera à celle du Prisme, reciproquement comme
 la gravité spécifique du Prisme est à celle de l'eau.*

Plan-
 che 25.
 133. Fig.

JE dis que si le Prisme ABCD, dont la gravité spe-
 cifique soit moindre que celle de l'eau, est posé
 dans le fond du Vase EFGH, sera en Equilibre
 quand on y aura versé de l'eau, à telle hauteur,
 que cette hauteur AI soit à la hauteur AD du Pris-
 me: reciproquement comme la Pesanteur spécifique
 du même Prisme est à la gravité spécifique de l'eau.

DEMONSTRATION.

Car puisque AI est à AD, comme la Pesanteur du
 Prisme ABCD, est à celle de l'eau, par *Supp.* si à la
 place des deux premiers termes AI, AD, l'on met
 les Prismes ABKI, ABCD, qui sont en même Rai-
 son, parce qu'ils ont des Bases égales, on connoî-
 tra que le Prisme ABKI, est au Prisme ABCD,
 comme la Pesanteur du Prisme ABCD, est à celle de
 l'eau, de sorte que si le Prisme ABKI est la moitié du
 Prisme ABCD, aussi la Pesanteur du Prisme ABCD
 fera la moitié de celle de l'eau, & comme le Prisme
 ABIK ne pese aussi que la moitié du Prisme ABCD,
 parce que ce Prisme ABIK a été supposé égal à la
 moitié du Prisme ABCD, il s'ensuit que la Pesan-

teur du même Prisme ABIK est égale à celle de l'eau, & que par Prop. 7. le Prisme ABCD est en Equilibre. Ce qu'il falloit démontrer.

Plan-
che 252
133. Fig.

COROLLAIRE.

Il suit évidemment de cette Proposition, que pour faire monter un Prisme d'une gravité spécifique moindre que celle d'une liqueur, il faut verser de cette liqueur dans le Vase où le Prisme est renfermé, en telle quantité, que la hauteur de la liqueur soit à la hauteur du Prisme dans une Raison un peu plus grande que celle qui est entre la gravité spécifique du Prisme & la Pesanteur spécifique de la même liqueur.

CHAPITRE II.

Des Problèmes.

LA plupart des Problèmes Hydrostatiques sont tres-agreables & tres-utiles dans l'usage de la vie humaine, nous mettrons seulement ici les plus nécessaires, en laissant les curieux & les agreables, pour les ajoûter dans nos Recréations Mathematiques & Physiques.

PROBLEME I.

Trouver la Proportion qui est entre les Gravitez spécifiques de plusieurs differentes liqueurs.

PREnez un long Canal de verre, comme AB, qui doit par son extremité A d'en haut être fermé hermetiquement, c'est à dire par sa propre matiere

Plan-
che 252
134. Fig.

Plan-
che 25.
134. Fig.

fonduë par le moyen d'une Lampe semblable à celle dont se servent les Emailleurs, & avoir en son autre extrémité B, la Bouteille C pleine d'air qui a communication avec celui du Canal AB, de sorte que la Figure ABC représente une Phiole, dont le Col est AB, qu'il faut diviser en un certain nombre de parties égales ou degrez, qui serviront pour connoître de combien une liqueur est plus pesante qu'une autre: car si l'on plonge la Phiole AC dans la liqueur FG, que contient le Vase HIK, en la chargeant en A d'un petit poids, ou ce qui est le meilleur, en luy ajoutant en dessous une petite Bouteille D, où il y ait du Vif-argent, qui est la liqueur la plus pesante de toutes, comme l'air qui est contenu dans la Phiole AC, est la liqueur la plus legere de toutes; ou bien encore au lieu de Vif-argent, on peut accrocher en dessous un petit poids, comme E, qui servira par sa pesanteur pour faire descendre la Phiole perpendiculairement, & la fera enfoncer dans la liqueur plus ou moins, selon que cette liqueur sera plus ou moins pesante, dont la proportion se connoïtra par le nombre des degrez ou parties égales du Canal AB, qui s'enfonceront dans la liqueur. Ce Problème se peut aussi résoudre par le moyen du suivant.

PROBLEME II.

Connoître la Raison qui est entre la Gravité spécifique d'une liqueur, & celle d'un solide plus pesant que cette liqueur.

Pour trouver la Raison qui est entre la pesanteur spécifique d'un Métal & celle d'une liqueur, on pesera dans l'air avec des justes Balances une piece de ce Métal, dont la pesanteur sera supposéé

de dix livres : & ayant attaché la même piece de Métal à l'un des Ballins de la Balance avec un filet de soye, ou du crin de cheval, on la pesera dans la liqueur proposée, en sorte qu'elle soit entièrement couverte par cette liqueur, sans que le Bassin y touche, & si sa pesanteur se trouve par exemple de neuf livres, qui est une livre moins que celle qui a été trouvée dans l'air, cette difference d'une livre fait connoître qu'un Volume de la liqueur proposée, égal à celui de la piece de Métal pesé une livre, & que par conséquent dans cet exemple, le Métal pese dix fois plus que la liqueur proposée.

C'est ainsi qu'on a trouvé que l'Or perd dans l'eau environ la dix-neuvième partie de son poids, le Mercure ou Vif-argent la quinzième, le Plomb la douzième, l'Argent la dixième, le Cuivre la neuvième, le Fer la huitième, & l'Etain la septième, & un peu plus, étant certain que tout Corps pese moins dans l'eau à proportion de l'eau dont il occupe la place, de sorte que si cette eau pese une livre, il pesera une livre moins qu'il ne faisoit en l'air, tant parce que l'eau étant difficile à diviser supporte davantage, que parce qu'étant mise hors de sa place, elle tâche de la reprendre, & presse à proportion de sa pesanteur les autres parties de l'eau qui environnent le Corps proposé.

C'est aussi en cette façon que l'on a reconnu, qu'en prenant de l'eau & du Métal de pareille grosseur, si l'Eau pese 10 livres, l'Etain en pese 75, le Fer presque 81, le Cuivre 91, l'Argent 104, le Plomb 116 & demie, le Vif-argent ou Mercure 150, & l'Or 187 & demie. Cette proportion se connoitra mieux par la Table suivante, que nous avons tirée de l'Hydrostatique du P. de Chales.

COROLLAIRE.

On tire aisément de ce Problème la manière de connoître la Proportion qui est entre les Pesanteurs spécifiques des Liqueurs & des Métaux, & aussi des Liqueurs entre elles, & encore des Métaux ou des Liqueurs de même espèce, qui ont quelque différence; car si l'on connoît la Proportion d'une Liqueur avec quelques Métaux, on connoîtra la Proportion de ces Métaux: & pareillement si l'on sçait la Proportion d'un Métal avec quelques Liqueurs, on sçaura la Proportion de ces Liqueurs. Comme si l'on sçait que la Pesanteur de l'eau douce est à celle de l'Or, comme 1 est à 19, & à celle du Plomb, comme 1 est à 11, on conclurra que la Gravité spécifique de l'Or est à celle du Plomb, comme 19 est à 11. Pareillement si l'on sçait que la Pesanteur de l'Or est à celle de l'Eau douce, comme 19 est à 1, & à celle du Mercure comme 19 est à 14, on conclura que la Pesanteur spécifique de l'Eau douce est à celle du Vif-argent, comme 1 est à 14.

C'est ainsi que l'on a construit la Table suivante, qui montre en nombres les Proportions des pesanteurs des Métaux, des Liqueurs, & de la Pierre sous un même Volume. Ainsi l'on voit qu'en supposant qu'un certain Volume d'Or pese 100 livres, un pareil Volume de Mercure pese 71 livres & demie, qu'un égal Volume de Saturne, ou de Plomb pese 60 livres & demie, & ainsi des autres.

| <i>Matieres.</i> | <i>Livres.</i> |
|------------------|-----------------|
| Or pur | 100 |
| Mercure | $71\frac{1}{2}$ |
| Plomb | $60\frac{1}{2}$ |
| Argent | $54\frac{1}{2}$ |
| <hr/> | |
| Cuivre | $47\frac{1}{3}$ |
| Leton | 45 |
| Fer commun | 42 |
| Etain commun | 39 |
| <hr/> | |
| Etain pur | $38\frac{1}{2}$ |
| Aimant | 26 |
| Marbre | 21 |
| Pierre | 14 |
| <hr/> | |
| Christal | $12\frac{1}{2}$ |
| Eau | $5\frac{2}{3}$ |
| Vin | $5\frac{1}{4}$ |
| Cire | 5 |
| Huile | $4\frac{3}{4}$ |

C'est aussi de la même façon que l'on a supputé cette autre Table qui suit, où l'on void la Pesanteur d'un Pied cube & d'un Pouce cube de plusieurs Corps differens; où vous prendrez garde que la Livre vaut 2 Marcs ou 16 Onces; le Marc 8 Onces;

248 TRAITE' DE MECANIQUE, LIV. III.
 l'Once 8 Gros : le Gros 3 Deniers, ou 72 Grains :
 le Denier 2 Mailles, ou 24 Grains : & la Maille
 12 Grains.

| <i>Matières.</i> | Poids d'un Pied cube. | | Poids d'un Pouce cube. | | |
|------------------|-----------------------|---------------|------------------------|--------------|----------------|
| | <i>Livres.</i> | <i>Onces.</i> | <i>Onces.</i> | <i>Gros.</i> | <i>Grains.</i> |
| Or | 1326. | 4. | 12. | 2. | 17. |
| Mercure | 946. | 10. | 8. | 6. | 8. |
| Plomb | 802. | 2. | 7. | 3. | 30. |
| Argent | 720. | 12. | 6. | 5. | 28. |
| Cuivre | 627. | 12. | 5. | 6. | 36. |
| Fer | 558. | 0. | 5. | 1. | 24. |
| Etain | 516. | 2. | 4. | 6. | 17. |
| Marbre blanc | 188. | 12. | 1. | 6. | 0. |
| Pierre de taille | 139. | 8. | 1. | 2. | 24. |
| Eau de Seine | 69. | 12. | 0. | 5. | 12. |
| Vin | 68. | 6. | 0. | 5. | 5. |
| Cire | 66. | 4. | 0. | 4. | 65. |
| Huile | 64. | 0. | 0. | 4. | 43. |
| Chefne sec | 58. | 4. | 0. | 4. | 22. |
| Noyer | 41. | 12. | 0. | 3. | 6. |

Quand on a une fois connu la pesanteur d'un Pied cubique de quelque Corps, il est aisé de connoître celle d'un Pouce cubique du même Corps, sçavoir en divisant la pesanteur connue du Pied cubique par 1728, parce qu'un pied cube a 1728 pouces cubes. Ainsi sçachant qu'un pied cube d'Or pur pese 1326 livres & 4 onces, en divisant cette pesanteur par 1728, le Quotient donnera 12 Onces, 2 Gros, & 17 Grains pour la pesanteur d'un pouce cub que d'Or; & reciproquement si l'on sçait la pesanteur d'un pouce cube de quelque Corps, on aura celle d'un Pied cubique de la même matiere, en multipliant cette pesanteur connue par 1728. Ainsi parce qu'un Pouce cube de Plomb pese 7 Onces, 3 Gros,

& 30 Grains, si l'on multiplie cette pesanteur par 1728, on aura 802 Livres, & 2 Onces pour la pesanteur d'un Pied cube de Plomb.

Cette Table peut servir pour connoître la pesanteur d'un Corps, dont on connoît la Solidité, & reciproquement pour connoître la Solidité d'un Corps, dont on connoît la pesanteur. Comme si l'on veut connoître la Pesanteur d'une pierre de taille, dont la Solidité est connuë; par exemple de 36 pieds cubes, on multipliera par ce nombre 36 la pesanteur d'un pied cube de pierre, qui dans la Table precedente se trouve de 139 Livres & 8 Onces, le produit de la Multiplication donnera 5040 Livres pour la pesanteur de la pierre proposée, &c.

La Table precedente peut servir aussi pour la construction de la suivante, qui montre la pesanteur d'un Pied Cylindrique, & d'un Pouce Cylindrique de plusieurs Corps differens: où vous remarquerez que pour un *Pied Cylindrique* nous entendons un Cylindre qui a un pied pour le Diametre de sa Base, & autant pour sa Hauteur: & pour un *Pouce Cylindrique*, un Cylindre qui a un Pouce pour le Diametre de sa Base, & autant pour sa Hauteur.

La Table suivante a été construite par le moyen de la precedente, en multipliant la pesanteur de chaque Corps que l'on trouve dans la Table precedente, toujours par 11, & en divisant le produit toujours par 14: mais si on la veut avoir plus juste, il faudra faire la Multiplication toujours par 785, & la Division toujours par 1000.

Elle peut servir comme la precedente, pour trouver la Solidité d'un Corps Cylindrique, dont on connoît la Solidité, ou seulement la hauteur & le Diametre de sa Base, car si l'on multiplie le carré de ce Diametre par la hauteur, & le produit par la

pesanteur marquée dans la Table, on aura celle du Cylindre proposé, &c.

| Matières. | Poids d'un Pied Cylindriq | | Poids d'un Pouce Cylindr. | |
|------------------|---------------------------|--------|---------------------------|-------|
| | Livres. | Onces. | Onces | Gros. |
| Or pur | 1042. | 1. | 7. | 1. |
| Mercure | 743. | 12. | 5. | 1. |
| Plomb | 630. | 4. | 4. | 3. |
| Argent | 566. | 9. | 3. | 7. |
| Cuivre | 499. | 3. | 3. | 3. |
| Fer | 438. | 7. | 3. | 0. |
| Etain | 405. | 8. | 2. | 6. |
| Marbre blanc | 148. | 5. | 1. | 3. |
| Pierre de taille | 109. | 10. | 1. | 0. |
| Eau de Seine | 54. | 13. | 0. | 3. |
| Vin | 53. | 11. | 0. | 2. |
| Cire | 52. | 1. | 0. | 2. |
| Huile | 50. | 4. | 0. | 2. |
| Chêne sec | 45. | 7. | 0. | 3. |
| Noyer | 33. | 3. | 0. | 2. |
| | | | | Gros. |
| | | | | 65. |
| | | | | 23. |
| | | | | 1. |
| | | | | 35. |
| | | | | 29. |
| | | | | 25. |
| | | | | 38. |
| | | | | 0. |
| | | | | 8. |
| | | | | 3. |
| | | | | 70. |
| | | | | 65. |
| | | | | 51. |
| | | | | 27. |
| | | | | 30. |

PROBLEME III.

Trouver la charge que peut porter un Vaisseau sur l'eau de la Mer, ou d'une Riviere.

IL est évident par ce qui a été dit dans le *Theor.* 7. qu'un Vaisseau peut porter autant pesant que l'eau qui luy est égale en grosseur, si l'on en rabat la pe-

lanteur des clous & des bandes de fer, dont il est composé, car sans cela il pourroit naviger sur l'eau, parce que le bois dont il est fait, est à peu près de la même pesanteur que l'eau.

Pour donc résoudre ce Problème, il faut sçavoir la capacité, ou le Volume du Vaisseau, & aussi la Pesanteur spécifique de l'eau. On prétend qu'un Pied cube d'eau de la Mer pese environ 73 livres, c'est pourquoy si la capacité ou solidité du Vaisseau est par exemple de mille Pieds cubes, en multipliant mille par 73, on aura 73 mille livres pour la charge du Vaisseau, puisqu'un Volume d'eau de mille Pieds cubes pese 73 mille livres.

S C O L I E.

En termes de Marine la charge que peut avoir un Vaisseau, s'appelle *Portée*, ou *Port du Vaisseau*, qui ne s'exprime pas par livres, parce qu'on auroit de trop grands nombres à compter; mais par Tonneaux, un *Tonneau* étant la pesanteur de deux mille livres, ou de vingt *Quintaux*, parce qu'un Tonneau plein d'eau de la Mer pese à peu près autant. Ainsi quand on dit, que la *Portée* d'un Vaisseau est par exemple de cent Tonneaux, cela veut dire qu'il peut porter la charge de 200000 livres, ou de 2000 *Quintaux*, parce que le *Quintal* est de 100 livres.

P R O B L E M E I V.

Etant connue la Pesanteur d'un Prisme, marquer justement de combien il se doit enfoncer dans l'eau.

SI le Prisme ABCD pese par exemple 365 livres, Son sçaura de combien il se doit enfoncer dans

Plan-
che 25.
135. Fig.

Plan-
che 25.
135. Fig.

l'eau, en connoissant la gravité spécifique de cette eau; si c'est de l'eau de la Mer, dont un Pied cubique pese 73 livres, on divisera par ce nombre 73 la pesanteur 365 du Prisme ABCD, & le Quotient 5 fera connoître que cinq Pieds cubes de la même eau pesent aussi 365 livres. D'où il est aisé de conclure que le Prisme ABCD se doit enfoncer dans l'eau, jusqu'à ce qu'il y occupe la place de cinq Pieds cubes: & ainsi pour sçavoir de combien il se doit enfoncer, il en faut retrancher par en bas un Prisme de cinq Pieds cubiques, & de même Base qui est connue, parce que celle du Prisme ABCD est connue, comme de 120 Pouces quarrés, par lesquels divisant cinq Pieds cubes, ou 8640 Pouces cubes, on aura 72 Pouces courans, ou 6 Pieds pour la hauteur AE, à laquelle le Prisme proposé ABCD s'enfoncera dans l'eau, parce que le Prisme ABCFE, qui se cache dans l'eau, est précisément de cinq Pieds cubes.

S C O L I E.

136. Fig. C'est par cette maniere que connoissant la charge & le Volume d'un Vaisseau, comme du Vaisseau AB, on pourra connoître quel doit être son enfoncement, & par son enfoncement connoître sa charge: mais outre le Volume du Vaisseau, il faut sçavoir la solidité de chacune de ses parties. Si par exemple la solidité depuis le fond jusqu'à une certaine hauteur est de 450 Pieds cubes, & que la charge du Vaisseau soit de 32850 livres, qui est la pesanteur de 450 pieds cubes d'eau de la Mer, à raison de 73 livres pour la pesanteur d'un pied cube, on connoitra qu'il doit s'enfoncer dans la Mer jusqu'à cette hauteur ou un peu plus, à cause du poids du Vaisseau: & reciproquement s'il s'enfonce dans la

Mer jusqu'à cette hauteur, ou un peu davantage, la charge se connoîtra par la solidité de la partie qui s'enfonce dans l'eau, laquelle ayant été supposée de 450 pieds cubes, qui occupent un Volume d'eau pesant 32850 livres, ces 32850 livres seront par conséquent la charge du Vaisseau.

Plan-
che 25.
136. Fig.

P R O B L E M E V.

Connoître par l'Hydrostatique si une piece douteuse d'or ou d'argent est bonne ou fausse.

SI vous doutez de la bonté d'une piece d'or, quoiqu'elle soit du Poids qui luy convient, ayez une autre piece de bon or, qui pese autant, en sorte que chacune demeure en Equilibre dans l'air, étant posée dans les Bassins d'une juste Balance. Après cela pesez dans l'eau ces deux pieces d'or, en les attachant aux Bassins de la Balance avec du fil, ou du crin de cheval, afin qu'elles se puissent enfoncer dans l'eau sans que les Bassins soient mouillez : & alors si ces deux pieces d'or sont égales en bonté, elles demeureront en Equilibre aussi-bien dans l'eau que dans l'air, autrement celle qui pesera le moins dans l'eau, sera fausse, c'est à dire mêlée avec quelque autre Métal, plus ou moins, selon qu'elle sera plus ou moins legere dans l'eau, parce que les Métaux differens perdent differemment de leur pesanteur dans l'eau, celuy en perdant davantage qui est d'une Pesanteur spécifique moindre, parce qu'il est soutenu par un plus grand Volume d'eau, puisque pour peser autant qu'un Métal d'une gravité spécifique plus grande, il doit avoir un plus grand Volume, qui occupera plus de place dans l'eau.

S C O L I E.

Vitru. l. 9. Chap. 3. Lorsque la piece proposée d'Or ou d'Argent sera d'une grosseur considerable, telle qu'étoit la Couronne d'or, que Hieron Roy de Syracuse proposa à Archimede, pour connoître si l'Orfèvre y avoit employé les 18 livres d'or pur qu'il luy avoit donné pour faire cette Couronne, soupçonnant que l'Orfèvre y avoit mêlé beaucoup d'argent; il ne sera pas nécessaire de peser dans l'eau les deux pieces d'or, mais il suffira de les plonger l'une après l'autre dans un Vase rempli en partie d'eau, étant certain que celle qui chassera plus d'eau que l'autre sera nécessairement fautive, parce que bien qu'également pesante, elle sera d'un plus grand Volume, & par conséquent mêlée avec un Métal d'une gravité spécifique moindre.

L'Histoire rapporte que cette pensée vint à Archimede, quand il étoit dans le Bain, parce qu'ayant remarqué que son corps faisoit sortir autant d'eau qu'il occupoit de place, il jugea par là qu'il pourroit aisément connoître si dans la Couronne il y avoit de l'Argent mêlé. Pour cette fin, il fit faire deux Masses égales en pesanteur à celle de la Couronne, l'une d'or, & l'autre d'argent, & il plongea dans l'eau chacune de ces deux Masses, & aussi la Couronne, & ayant vû que l'argent avoit plus chassé d'eau que l'or & que la Couronne, & la Couronne plus que l'or, il conclut de là que la Couronne n'étoit pas de pur or, & qu'il y avoit de l'argent mêlé, puisqu'elle occupoit un plus grand espace dans l'eau.

Pour connoître dans cet exemple la quantité de l'Argent que l'Orfèvre avoit mêlé dans la Couronne d'or, dont la pesanteur a été supposée de 18 livres, on mesurera exactement la diverse quantité d'eau

qui correspondra à la grosseur de la Couronne & des deux Masses d'or & d'argent tout pur, que je suppose égales en pesanteur à la Couronne, & par conséquent inégales en grandeur, après quoy l'on pourra conclure, que si la Couronne occupe plus de place dans l'eau que la Masse d'eau, ce ne sera qu'à proportion de l'argent qui y sera mêlé, dont la quantité se pourra connoître par la Regle d'Alliage en cette sorte.

Supposons que la Masse d'or ait chassé une livre d'eau, celle d'argent une livre & demie, & celle de la Couronne une livre & un tiers, & dans cette supposition il s'agit d'allier l'or qui chasse une livre avec l'argent qui chasse une livre & demie, en sorte que le tout ensemble chasse une livre & un tiers. Pour cette fin disposez les trois nombres connus 1, $1\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{3}$, comme vous voyez ici, en sorte que le

nombre $1\frac{1}{3}$ qui répond à ce que l'on cherche, soit entre les deux autres. Après cela

| | | |
|----------------|--------------------------------------|---|
| 1 | $\frac{1}{6}$ | mettez la difference $\frac{1}{3}$ des deux |
| $1\frac{1}{3}$ | | premiers vis-à-vis du troisième |
| $1\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{3}$ | $1\frac{1}{2}$, & la difference $\frac{1}{6}$ des deux |
| | $\frac{1}{3}$ | derniers vis à vis du premier 1. En |
| | <hr style="width: 50%; margin: 0;"/> | fin ajoutez ensemble ces deux diffé- |
| | $\frac{1}{2}$ | rences $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{3}$, & divisez par leur |

somme $\frac{1}{2}$, le nombre $\frac{1}{6}$ qui répond à l'or, & vous aurez $\frac{1}{3}$ pour la quantité de l'or qu'il y avoit dans la Couronne. Divisez aussi par la même somme $\frac{1}{2}$, le nombre $\frac{1}{3}$ qui répond à l'argent, & vous au-

rez $\frac{2}{3}$ pour la quantité d'argent qu'il y avoit dans la Couronne, dont la pesanteur étant de 18 livres, on connoîtra que dans cette supposition il y avoit dans la Couronne six livres d'or, & douze livres d'argent.

Si vous voulez résoudre ce Problème par l'Algebre, considérez que puisque nous avons supposé que l'or chassoit une livre d'eau, l'argent une livre & demie, & la Couronne une livre & un tiers, c'est la même chose que si une certaine mesure d'or valoit une livre, & une semblable mesure d'argent une livre & demie, & qu'on voulût allier ensemble ces deux Métaux, en sorte que la même mesure de ce mélange valût une livre & un tiers. Ainsi il s'agit de trouver la quantité de l'or & de l'argent qu'il faut mêler ensemble, afin que la mesure de leur mélange vaille une livre & un tiers.

Pour cette fin, mettez x pour le nombre des mesures à une livre la mesure, & y pour le nombre des mesures à une livre & demie la mesure, & alors les mesures à une livre la mesure vaudront $1x$, & les mesures à une livre & demie la mesure, vaudront $\frac{3}{2}y$, & le tout ensemble vaudra $1x + \frac{3}{2}y$: & comme les deux nombres de mesures ensemble, ou $x + y$ doivent valoir une livre & un tiers, le mélange vaudra aussi $\frac{4}{3}x + \frac{4}{3}y$. Ainsi l'on aura cette Equation, $1x + \frac{3}{2}y \simeq \frac{4}{3}x + \frac{4}{3}y$, laquelle étant multipliée par 6, pour éviter les Fractions, on aura cette autre Equation, $6x + 9y \simeq 8x + 8y$, de laquelle ôtant $6x$ & $8y$, on aura celle-cy, $y \simeq 2x$, qui fait connoître qu'à la place de y , on peut mettre

$2x$; & parce que nous avons supposé que la Couronne qui vaut $x+y$, pese 18 livres, on aura cette Equation $x+y \propto 18$, & si à la place de y , on met sa valeur trouvée $2x$, on aura cette autre Equation, $3x \propto 18$, & par consequent $x \propto 6$, & $y \propto 12$, ce qui fait connoître que dans la Couronne il y avoit 6 livres d'or, & 12 livres d'argent, comme auparavant.

Si vous ne voulez pas recourir à l'Algebre, ni à la Regle d'Alliage, servez-vous de la Regle de Proportion, & considérez que puisque la Masse d'argent qui pese 18 livres, chasse une demie livre d'eau plus que l'or, & la Couronne qui pese aussi 18 livres chasse seulement un tiers de livre d'eau plus que l'or, à raison de l'argent qui y est mêlé, il faut dire, si une demie livre d'excès répond à 18 livres d'argent, à quoy répondra un tiers de livre d'excès? & par la Regle de trois directe, vous trouverez 12 livres d'argent mêlé dans la Couronne.

Au lieu de deux Masses de même pesanteur & de différente grandeur avec la Couronne, l'on peut prendre deux Masses de même grandeur & de diverse pesanteur avec la même Couronne, & alors il est évident que si dans la Couronne il y a de l'argent mêlé, elle pesera moins que la Masse d'or à proportion de cet argent mêlé, que l'on trouvera en cette sorte.

Comme nous avons supposé que la Couronne pesoit 18 livres, elle pesera plus que la Masse d'argent à raison de l'or qu'elle contient, & moins que la Masse d'or, à raison de l'argent qu'elle comprend: c'est pourquoy si la Masse d'or égale en grandeur à la Couronne pese par exemple 24 livres: & celle d'argent seulement 16 livres, on dira si la difference 8 entre les pesanteurs des deux Mas-

258 TRAITE' DE MECANIQUE, LIV. III.
ses d'or & d'argent, il répond à 16 livres d'argent,
à combien de livres d'argent répondra la différence
6 entre les pesanteurs de la Masse d'or & de la
Couronne? & par la Regle de trois directe, on
trouvera 12 livres d'argent mêlé dans la Cou-
ronne, &c.

CHAPITRE III.

Des Machines Hydrauliques.

Nous n'aurions jamais fait, si nous voulions
expliquer ici toutes les Machines qui ont été
inventées pour la conduite & pour l'élevation des
Eaux: c'est pourquoy nous parlerons seulement de
celles qui sont les plus utiles, & qui conviennent le
mieux à nôtre sujet.

Des Pompes.

LA Pompe est une Machine faite comme une Se-
ringue, dont on se sert pour puiser l'eau qui est
dans un lieu creux & bas, & l'élever par le moyen
d'une piece de bois bien ronde, entourée d'étou-
pes, qu'on appelle *Piston*, qui va & vient dans un
long Tuyau, qu'on nomme *Corps de Pompe*, & *Bar-
rillet*.

Plan-
che 26.
137. Fig.

Soit AB le Corps de Pompe, & CD le Piston at-
taché à la Verge CE, qui sert pour mouvoir ce
Piston CD dans le Barillet AB, qui doit être par
tout bien fermé, excepté à l'extremité d'en bas qui
est dans l'eau, où il doit avoir une petite ouverture
par où l'eau entre dans le Barillet, lorsqu'on tire en
haut ce Piston CD. Cette ouverture doit être cou-

verte d'une *Soupape* F, qui sont deux pieces de cuir plates jointes ensemble, dont l'une contient l'ouverture, & l'autre la ferme, & tant plus l'une joint avec l'autre, tant plus la *Soupape* est parfaite. Plan-
che 26.
137. Fig.

Les *Soupapes* ne se font pas toutes d'une même façon, ce qui leur donne des noms differens: car quand une *Soupape* est plate comme un ais, on la nomme *Clapet*: & l'on appelle *Axe* celle qui est ronde, & qui se termine en pointe comme un *Cone*. Celles dont on se sert le plus à present, sont rondes & convexes, qu'on appelle *Soupapes à queue*, quand elles ont une queue qui sort perpendiculairement du milieu de sa convexité, cette queue servant par sa pesanteur à tenir la convexité en état de boucher le trou rond par où l'eau passe en poussant la *Soupape*, quand on leve le *Piston*.

On se sert tres-utilement de ces *Soupapes* pour arrêter l'eau dans une *Pompe*, en fermant le passage à l'eau, quand une fois elle a été tirée par le moyen du *Piston* CD, qui doit couler librement dans le *Barillet* AB, & en remplir exactement la capacité, afin que l'air ne puisse point passer entre deux, lors qu'on tire le *Piston* CD, car ainsi l'air ne pouvant pas succeder à sa place, la *Soupape* F se levera & donnera passage à l'eau par le trou qu'elle bouchoit auparavant: & tout au contraire quand on baisse le *Piston* CD, en pressant l'eau qui a été tirée, la *Soupape* F se baisse, & l'eau ne trouvant plus de passage par là, est contrainte de passer & de sortir par le *Tuyau* GHI, qui communique avec le *Corps* de *Pompe*.

Une semblable *Pompe* est appelée *Foulante*, 138. Fig. parce qu'elle fait sortir l'eau en la pressant, & l'on peut par son moyen élever l'eau aussi haut que l'on voudra, si l'on applique à la *Verge* CE une *Puissance* aussi grande qu'est la *resistance* de l'eau qui est dans

Plan-
che 26.
138. Fig.

le Canal HI, & si l'on ajoute en I une Soupape qui s'ouvrira & donnera passage à l'eau, quand elle montera par le Canal HI, pour entrer dans le Canal IK, où étant montée elle y demeurera, parce que sa pesanteur fera baisser la Soupape I, qui s'ouvrira de nouveau, & donnera passage à une seconde eau, qui montera par le même Canal HI, quand on baissera le Piston CD. Ainsi en continuant de hausser & de baisser ce Piston, l'eau continuera à monter dans le Canal IK, jusqu'à ce qu'elle sorte par son extrémité K.

139. Fig.

On appelle *Pompe aspirante*, celle qui tire l'eau quand on hausse le Piston, qu'il faut percer de part en part depuis D jusqu'à F, où il y doit avoir une Soupape, afin que quand l'eau sera montée en haussant le Piston CD, elle remonte par dessus ce Piston, en passant par l'ouverture D, quand on baissera le Piston, car ainsi il pressera l'eau de dessous, qui levera la Soupape F, qui se fermera aussitôt qu'on haussera le Piston, parce que l'eau pesera sur cette Soupape, qui s'ouvrira de nouveau quand on baissera le Piston, ce qui fera entrer une seconde eau dans le Corps de Pompe, lequel enfin se remplira jusqu'à l'extrémité A, par où l'eau sortira.

Afin que la Soupape F soit libre, il faut que la Verge EC du Piston tienne en C ce Piston par une piece de fer recourbée ICH attachée fermement au Piston. Le Tuyau EG qui entre dans l'eau, peut être si long que l'on voudra, mais sa longueur doit être moindre que de 33 pieds, autrement l'eau ne pourroit pas monter, parce que toute la pesanteur de l'air, qui comme l'on croit, fait monter l'eau, ne la peut pas élever à une plus grande hauteur, ce que Galilée a expérimenté le premier.

Enfin on appelle *Pompe expulsive*, celle par le

moyen de laquelle on fait monter l'eau en la poussant de bas en haut ; Soit le Corps de Pompe AB divisé en deux parties AK, BI, dont BI doit être dans l'eau, avec le Piston CD, qui se meut dans cette partie BI de haut en bas, & de bas en haut, par le moyen de la Verge FG attachée fermement au point F, autour duquel on fait mouvoir cette Verge avec le Piston CD, & sa Verge EC, par le moyen de la Verge GH.

Plan-
che 26.
140. Fig.

La Verge EC du Piston CD doit être un Canal continué dans le Piston CD jusqu'à D, où il doit avoir une Soupape, & il y en doit avoir aussi une en O : car ainsi en poussant en bas la Verge GH, pour faire descendre le Piston CD, ce Piston en pressant l'eau, la fera entrer de force dans le Canal EC, ce qui fera ouvrir la Soupape D, & l'eau passera en dessus : après quoy la pesanteur de cette eau fera baisser la Soupape, qui fermera le passage à l'eau, & l'empêchera de sortir par où elle étoit venue ; ce qui fera que quand on haussera le Piston CD, il pressera l'eau qui sera en dessus, & la fera monter en ouvrant la Soupape O, & entrer dans la partie AK, & cette eau par sa pesanteur fera baisser la Soupape O, & demeurera ainsi dans la partie AK, laquelle en cette sorte se remplira petit à petit d'eau, qui à la fin sortira par l'extrémité A d'en haut.

On peut par le moyen de cette Pompe élever l'eau aussi haut que l'on veut, mais elle a cela d'incommodé, que comme la Verge FG est dans l'eau, s'il luy arrive quelque accident, il est difficile d'y remédier, outre que la Verge FG se mouvant circulairement autour du point F, le Piston CD ne se peut pas hausser ni baisser perpendiculairement. C'est pourquoy j'aurois mieux me servir de cette autre sorte de Pompe expulsive, qui n'a que cela d'in-

commode, que la Verge du Piston doit être un peu grande.

141. Fig. Que le Corps de Pompe AB soit enfoncé dans l'eau par exemple jusqu'à GH, & que le Piston CD soit percé de part en part depuis D jusqu'à F, où il y ait une Soupape qui s'ouvrira lorsqu'on baissera le Piston CD, après qu'on l'aura élevé, pour faire entrer l'eau par la Soupape F, qui s'ouvrira en élevant le Piston, & se fermera en le baissant, ce qui fera ouvrir la Soupape F, qui donnera passage à l'eau, & se fermera lorsqu'on haussera de nouveau le Piston CD, & la Soupape E s'ouvrira en même temps, & donnera passage à l'eau, que l'on fera monter ensuite par la Soupape F, en baissant le Piston comme auparavant : & en continuant ainsi à hausser & baisser le Piston CD, le Barillet se trouvera rempli d'eau, laquelle enfin sortira par son extrémité A d'en haut.

Plan-
che 27.
142. Fig.

Le Chevalier Morland nous a donné depuis quelques années un nouveau Corps de Pompe, dont il fait grand état; Je l'expliqueray ici dans les mêmes termes, & dans la même Figure qu'il nous l'a donnée. NOR représente en Profil un Corps de Pompe.
 „ P la Soupape qui est au fonds du Corps de Pompe.
 „ LN le Piston qui doit être un Cylindre de cuivre
 „ tres-exactement tourné au Tour, & qui monte &
 „ décende au milieu du Cylindre de l'eau contenuë
 „ dans le Corps de Pompe, ne se frotant contre autre
 „ chose qu'à un petit Cercle de cuir bien préparé, qui
 „ est posé dans un petit creux, à la tête du Corps de
 „ Pompe en dedans, vis-à-vis ON, qui fait glisser le
 „ Piston si commodément en montant & en descen-
 „ dant, sans perte d'eau, ni sans aucun frottement
 „ sensible, & à l'invention duquel j'ay employé plus
 „ de douze années d'étude, & dépensé beaucoup

d'argent ; & sans cette nouvelle invention, il m'au-
 roit été entièrement impossible de reduire l'Eleva-
 tion des eaux à la Mesure, au Poids, & à la Balan-
 ce. ADL est la Verge du Piston qui sert pour aman-
 cher les Poids qui sont entre EF, & GH, pour con-
 trepeser à l'eau qui doit être levée, & pour tenir le
 Piston perpendiculairement entre les deux Poulies B
 & C. VT est le Tuyau de plomb ; dans lequel l'eau
 est levée, après qu'elle a passé par la Soupape T, sans
 pouvoir repasser ni retomber dans le Corps de
 Pompe.

On se sert ordinairement de la force des Rivie-
 res, où l'on place cette Machine pour la faire jouer
 par le moyen d'une Rouë, comme A, dont les Ai-
 les trempant en partie dans l'eau sont poussées par
 la force de la même eau, laquelle en cette façon fait
 tourner la Rouë, qui fait tourner la piece de fer re-
 courbée BCD, qui s'appuye sur les deux points fi-
 xes E, F, & qui tournant sur ces points E, F, s'ap-
 proche & s'éloigne successivement des ouvertures I,
 K, des deux Corps de Pompe IL, KM, & ainsi fait
 hausser & baisser les Pistons l'un après l'autre, avec
 leurs Verges BG, CH, qui sont attachées à la piece
 de fer recourbée BCD, aux deux points B, C. Au
 lieu d'une semblable piece recourbée on se sert dans
 les grandes Machines de quelques Leviers, qui en
 allant & venant de haut en bas, & de bas en haut,
 sert à faire hausser & baisser les Pistons, comme l'on
 peut voir à la grande Machine de Marly, proche de
 Paris, qui élève l'eau de la Riviere de Seine sur un
 grand Aqueduc qui va jusqu'à Versailles : & à faute
 d'eau l'on peut se servir du Vent de la même façon
 que l'on s'en sert dans les Moulins à Vent.

Plan-
 che 27.
 142.
 Fig.

Plan-
 che 28.
 143. Fig.

Des Barometres.

Plan-
che 28.
243. Fig.

ON appelle *Barometre* une Machine, dont on se sert pour connoître sensiblement les differens changemens qui arrivent dans la pesanteur de l'air, laquelle n'est pas la même en tout temps, ni en tout lieu, car nous sçavons par experience que quand l'air est chargé de vapeurs, il est plus pesant, & qu'il pese moins en un lieu élevé, qu'en un lieu bas. Les Barometres se font en plusieurs manieres, mais je me contenteray d'expliquer ici celle de Monsieur Hugen, parce que son Barometre me semble fort commode, se pouvant transporter aisément, & marquant sensiblement les moindres changemens de l'air.

244. Fig.

Soit un Tuyau recourbé de verre ABC, fermé hermetiquement en l'une de ses deux extremités A, & ouvert par l'autre extremité C, par où l'on versera du Vif-Argent par l'autre extremité B, autant qu'il en sera besoin pour remplir la capacité de ce Tuyau, qui est depuis le milieu de la boîte cylindrique E, jusques vers le milieu de l'autre boîte D, qui doit être éloignée de la premiere E d'environ 27 pouces, parce qu'une colonne d'air depuis la terre jusqu'à la dernière Surface de l'air est en équilibre avec 27 ou 28 pouces de Vif-argent dans un Canal perpendiculaire : après quoy l'on remplira le reste du Tuyau CE de quelque autre liqueur qui ne gèle point en hyver, & qui ne puisse pas dissoudre le Vif-argent, comme d'eau commune mêlée avec une sixième partie d'eau forte.

Lorsque le Vif-argent descendra par exemple d'un Pouce dans la boîte E, par la pesanteur de l'air, il montera d'autant dans la boîte D, & l'eau qui est

Plan-
che 28.
144. Fig.

dans le reste du Canal CE, descendra dans la boîte E, & si la capacité de cette boîte E est par exemple quinze fois plus grande que celle du reste du Tuyau CE, il faudra quinze Pouces d'eau de ce Canal pour remplir un Pouce de la boîte. Ainsi toutes les fois que le Mercure montera ou descendra d'un Pouce, l'eau montera ou descendra de quinze Pouces, & pareillement quand le Vif-argent descendra ou montera d'une Ligne, l'eau descendra ou montera de quinze Lignes, ce qui fait voir que ce Barometre marque les changemens de la pesanteur de l'air quinze fois plus sensiblement que les Barometres simples, & il le montrera encore plus sensiblement, si l'on augmente la capacité des boîtes D, E, &c.

Des Thermometres.

ON appelle *Thermometre* un long Tuyau de verre bouché hermetiquement, qui a une petite bouteille en haut, comme A, & par dessous un col long AB, comme une Phiole renversée remplie en partie d'esprit de vin, ou de quelque autre liqueur qui ne gele point en hyver, que l'on fait ordinairement colorée, pour la mieux distinguer dans le Tuyau, dont on se sert pour mesurer les degrez de la chaleur ou de la froidure qui sont dans l'air extérieur. Pour cette fin, l'on divise toute la longueur du Tuyau en huit parties égales, & chacune encore en huit autres parties égales plus petites, pour avoir en tout 64 degrez, afin de connoître plus sensiblement le changement qui peut arriver en tout temps à la temperature de l'air, en prenant garde sur quel degré monte l'eau à chaque heure du jour, selon que la chaleur de l'air extérieur s'augmente & se diminue: car l'air étant chaud, il fait rarefier l'air con-

Plan-
che 28.
145. Fig.

tenu dans le Tuyau AB, & cet air étant rarefié presse l'eau & la fait descendre : & tout au contraire quand l'air est froid, il se condense dans le Tuyau, & donne place à l'eau pour monter.

Ainsi l'on peut comparer les plus grandes chaleurs d'un Eté avec celles d'un autre Eté, ou les plus grandes froidures d'un Hyver à celles d'un autre Hyver, & connoître de deux Chambres celle qui est la plus chaude, celle-là étant la plus chaude, où l'eau descendra le plus bas, la moindre chaleur étant capable de faire rarefier l'air contenu dans le Tuyau AB, comme on l'experimente sans peine, car si l'on applique la main tout doucement sur la bouteille A, la chaleur de la main fait aussi-tôt rarefier l'air, & descendre l'eau, qui reprendra tout doucement sa place, lorsqu'on aura ôté la main, ce qui est encore plus visible, lorsqu'on échauffe la bouteille avec son haleine.

Des Hygrometres.

ON appelle *Hygrometre* une Machine, dont on se sert pour connoître les différentes dispositions de l'air à l'égard de sa secheresse & de son humidité, & prévoir en quelque façon la pluye dans un beau temps, l'humidité extraordinaire de l'air, quand le temps est beau, étant une marque d'une pluye future. Les Hygrometres se font en plusieurs manieres différentes, mais je me contenteray d'en expliquer seulement ici une.

146. Fig.

Faites une Balance ordinaire AB, qui doit être suspenduë par son Centre de mouvement G, & mettez dans l'un de ses Bassins, comme D, une piece de plomb, & dans l'autre Bassin C une éponge qui demeure en équilibre avec ce plomb : & alors il ar-

rivera que lorsque le temps sera humide, l'éponge s'humectant & se chargeant des petites parties d'eau, qui voltigent en l'air, ce qu'elle fera encore plus facilement, si elle a été auparavant trempée dans de l'eau salée, car bien qu'elle se soit sechée, elle sera plus susceptible de l'humidité de l'air; il arrivera, dis-je, que l'éponge deviendra plus pesante que le plomb, ce qui fera baisser son Bassin, & changer de situation à l'aiguille, qui tournera en même temps autour du Point fixe G: & au contraire quand l'éponge sera desséchée par la secheresse de l'air, elle ne sera pas si pesante que le Plomb, & remontera par conséquent, ce qui fera aussi tourner l'aiguille, qui montrera par son extrémité les degrez de la secheresse de l'air sur la circonference du Cercle décrit du Centre de mouvement G. Mais au lieu d'aiguille & d'un semblable Cercle, l'on peut attacher à l'extrémité du Bassin C, une petite chaîne CE composée de plusieurs petites boules, qui tombent sur un Plan horizontal EF, qui y seront dans un plus grand nombre, lorsque l'humidité de l'air sera plus grande, parce que dans ce cas le Bassin C descendra davantage par la pesanteur de l'éponge qui deviendra plus humide, & par conséquent plus pesante.

Des Æolipyles.

ON appelle *Æolipyle* un Globe concave d'airain, ou de quelqu'autre semblable matiere qui puisse endurer le feu, qui étant rempli à moitié d'eau par un trou fort petit, & mis ensuite sur des charbons ardans, ne produit son effet que lorsqu'il est échauffé, car alors la chaleur fait tellement rarefier l'eau qui est dedans, qu'elle la réduit en vent, qui sort par le même trou avec un siffement si impe-

teux, que si l'on y applique l'embouchure de quel-
que instrument à vent, comme d'un Flageolet, il
fera capable de le faire jouïr.

Plan-
che 28.
147. Fig.

Pour donner plus d'ornement à cette Machine, on
luy donne la figure d'une tête, où le trou est à la bou-
che qui peut souffler plus d'une heure durant. On luy
donne aussi la figure d'une poire avec un petit col,
ayant au bout un trou tres-petit, par où l'on fait en-
trer l'eau en chauffant l'Æolipyle, & en la jettant
toute chaude dans de l'eau froide, qui faisant con-
denser l'air de dedans, que la chaleur avoit aupara-
vant rarefié, contraint l'eau d'entrer par le même
trou, pour ne point laisser de vuide.

Si au lieu d'eau commune, on y met de l'eau de
vie rectifiée, & qu'on mette le feu à la vapeur qui
sortira, on aura le plaisir de voir un feu continuel,
qui durera autant de temps que la vapeur continuera
de sortir avec violence.

Des Clepsydres.

ON appelle *Clepsydre* une Horloge d'eau, ou
de sable. Ces Horloges étoient bonnes aupara-
vant qu'on eût l'artifice des *Montres* ou Horloges
à rouës: neanmoins comme les Horloges de sable
sont encore à present en usage, & que les Horloges
d'eau sont assez curieuses, nous dirons ici quelque
chose des unes & des autres.

148. Fig.

Premierement pour construire une Horloge d'eau,
remplissez d'eau une Cuve, comme AB, & ayant
experimenté combien il en sort d'eau dans l'espace
de douze heures par le moyen du Syphon CDE,
soutenu par la piece de bois FG, qui flotte sur l'eau,
marquez dans la Cuve même les intervalles horai-
res, & alors la piece de bois FG en se baissant à

mesure que l'eau s'écoulera par l'extrémité E du Syphon, qui doit être plus basse que la Surface de l'eau, autrement l'eau ne s'écouleroit pas, elle marquera les heures. Ou bien mettez sur l'ais FG une petite statuë, ou bien quelqu'autre figure, comme un Oiseau, qui en descendant montrera les heures sur le Plan perpendiculaire IK. Ou bien encore l'on peut appliquer une corde autour d'un Axe horizontal mobile autour de ses deux extrémités qui doivent s'appuyer sur deux points fixes, & attacher au bout de cette corde une pièce de bois, faite, si l'on veut, comme un petit Vaisseau qui flotte sur l'eau, & lorsque l'eau s'écoule par l'ouverture E du Syphon CDE, dont une partie peut représenter le Mast de ce petit Navire, & que ce Navire s'abaisse, l'Axe tournera, & si à l'une de ses deux extrémités il y a un Quadrant avec son aiguille, cette aiguille montrera exactement les heures, pourvû que l'ouverture E soit telle que l'eau y passe en telle quantité, que dans l'espace de douze heures il ne s'en écoule qu'autant qu'il est nécessaire, afin que le petit Vaisseau en s'abaissant fasse faire précisément un tour à l'Axe, car ainsi le bout de l'aiguille fera une circonférence entière de Cercle, qu'il ne faudra plus que diviser en douze parties égales, comme dans les Quadrans ordinaires, &c.

Les Horloges de Sable sont si connues de tout le Monde, qu'il seroit superflu d'en parler ici plus particulièrement : c'est pourquoy sans m'arrêter à ce qu'il y a de commun, je parleray d'une nouvelle invention d'Horloges à Sable, que Monsieur de la Hire de l'Académie Royale des Sciences nous a communiquée depuis quelques années, en ces termes.

A la place de l'une des phioles qui composent les Horloges de Sable, on applique un Tuyau de verre

Plan-
che 28.
148. Fig.

149.
Fig.

Plan- che 28. de 20 pouces environ de longueur, & d'une ligne
 149. & demie à peu près d'ouverture. Ce tuyau étant
 Fi. 5. bien bouché par le bout qui n'est pas appliqué à la
 ,, phiole, sert de seconde phiole, en sorte que lors-
 ,, que le Sable descend de la phiole dans le tuyau, on
 ,, le voit monter peu à peu, & si distinctement que l'on
 ,, peut observer à quelle hauteur il se trouve, au moins
 ,, de 5 en 5 secondes de temps, & par conséquent les
 ,, minutes s'y trouvent tres-distinctement, si cette
 ,, Horloge n'est que pour une demie-heure.

,, Lorsque tout le Sable qui doit passer dans la de-
 ,, mie-heure est descendu dans le tuyau on retourne la
 ,, Machine, & le Sable se vidant du tuyau par la
 ,, phiole, marque de même par sa décente dans le
 ,, tuyau les hauteurs qui conviennent aux minutes & à
 ,, leurs parties.

,, Pour se servir commodément de cette Machine,
 ,, il faut l'appliquer sur un morceau de bois, en sorte
 ,, que la moitié de la phiole & la moitié du tuyau
 ,, soient enchassées dans l'épaisseur du bois. L'on atta-
 ,, che deux cordons aux deux extremités du morceau
 ,, de bois, pour la pouvoir tourner aisément, étant
 ,, toujours suspenduë en l'air, ou contre quelque cho-
 ,, se. On marque les divisions des minutes d'un côté
 ,, du tuyau, pour la décente du Sable, lorsqu'il se
 ,, remplit, & de même on en marque d'autres de l'au-
 ,, tre côté, pour la décente du Sable lorsqu'il se vuide.

,, La Methode de faire ces divisions doit être de l'ex-
 ,, perience d'un Pendule, en cette sorte. On prendra
 ,, un fil delié, au bout duquel on attachera une balle
 ,, de plomb, pour servir de Pendule simple. Si la lon-
 ,, gueur de ce Pendule depuis l'endroit où le fil est at-
 ,, taché, jusqu'au centre de la balle est de 3 pieds, 8
 ,, lignes $\frac{1}{2}$, de la mesure de Paris, ce Pendule mar-

quera dans ses Vibrations une seconde de temps, ^{Plan²}
 & quand il aura fait 60 Vibrations, on marquera ^{che 284}
 une des divisions des minutes. Toute la division se ^{149.}
 doit faire avec le Pendule à mesure que le Sable ^{Fig.}
 montera ou descendra dans le tuyau, car les divisions
 ne sont pas toujours égales, à cause de l'inégalité
 du tuyau, qui étant plus étroit en quelques en-
 droits, le Sable y monte plus vite qu'aux autres qui
 sont plus larges.

On remarquera que le Sable se vidant du tuyau
 dans la phiole, parcourt d'abord des distances plus
 grandes que celles qui se font vers la fin, ce qui est
 causé par la décente du Sable par secouffes, qui le
 fait un peu tasser dans le commencement; mais cela
 ne cause point d'irregularité, les divisions étant faites
 par l'expérience du Pendule.

F I N.



T A B L E

Des Termes expliquez dans
la Mecanique.

A

| | | |
|------------------------------|--------------------|-----|
| A Croissement. Pag. 2 | Balance inclinée. | 21 |
| Æolipyle. 267 | Balance Romaine. | 34 |
| Aissien dans la | Balistique. | 97 |
| Rouë. 59 | Barillet. | 258 |
| Amplitude d'une Para- | Barometre. | 264 |
| bole. 101 | Battre le Mouton. | 75 |
| Anemoscope. 79 | Bicoq. | 76 |
| Angle d'inclination. 101. | Bossage. | 73 |
| & 116. | Branche de Syphon. | 234 |
| Angle de traction. 116 | Bras de Balance. | 21 |
| Anse. 8 | Bras d'Engin. | 73 |
| Application d'une Puif- | | |
| sance à un Levier. 10 | | |
| Arbre de Gruë. 76 | | |
| Arbre de Vis. 67 | | |
| Axe de Pompe. 258 | | |
| Axis in peritrochio. 59 | | |

B

| | | |
|----------------------|----------------------|----|
| B Alance. 20 | | |
| Balance horizontale. | | 78 |
| 21 | Centre de mouvement. | 8 |
| | Centre | |

C

| | |
|------------------------|----|
| C Abestan | 72 |
| Cabestan volant. | 72 |
| Cabestan simple. | 72 |
| Cabestan double. | 72 |
| petit Cabestan. | 72 |
| grand Cabestan. | 72 |
| Cage de Moulin à vent. | 78 |

| | | | | |
|--------------------------------------|-----|--|---|------------------------------|
| Centre de mouvement re- ciproque. | 5 | | D | |
| Centre des graves. | 6 | | | |
| Centre de pesanteur. | 8 | | D | Iminution. 2 |
| Centre de gravité. | 8 | | | Dispaste. 74 |
| Centre commun de gra- vité. | 18 | | | Distance de la Puissance. 10 |
| Centre de grandeur. | 9 | | | Distance du Poids. 10 |
| Centre de percussion. | 10 | | | |
| Chaîne sans fin. | 83 | | E | |
| Chape. | 51 | | | |
| Chapelet. | 83 | | E | Charpe. 51 |
| Cheville coulisse. | 74 | | | Echelier. 73 |
| Chevre. | 75 | | | Echelon. 73 |
| Clapet. | 259 | | | Ecrou. 69 |
| Clavette. | 75 | | | Ecrouë. 69 |
| Clef. | 75 | | | Embrassures. 77 |
| Clepsydre. | 268 | | | Empatures. 77 |
| Cochlea. | 67 | | | Engin. 73 |
| Coin. | 64 | | | Equilibre. 7 |
| Colet de Vis. | | | | Ergata. 72 |
| Contrepoids. | 35 | | | Escoperche. 74 |
| Corps homogène. | 9 | | | Etourneau. 73 |
| Corps heterogène. | 9 | | | |
| Corps liquide. | 9 | | F | |
| Corps fluide. | 9 | | | |
| Corps dur. | 12 | | F | Anconneau. 73 |
| Corps de Pompe. | 258 | | | Fistuca. 74 |
| Corruption. | 2 | | | Fleau de Balance. 21 |
| Cran. | 78 | | | Forces Mouvantes. 1 |
| Cric. | 78 | | | Force mouvante. 7 |
| Crochet. | 34 | | | Fourchette. 73 |
| | | | | Frette. 75 |
| | | | | Fuseaux. 78 |

| | | | |
|----------|----------------------------|----------------------------------|-----------------------------------|
| | | <i>Levier de la première es-</i> | |
| | | <i>pece.</i> | 37 |
| | | <i>Levier de la seconde es-</i> | |
| | | <i>pece.</i> | 37 |
| G | <i>Generation.</i> | 2 | <i>Levier de la troisième es-</i> |
| | <i>Godet.</i> | 83 | <i>pece.</i> |
| | <i>Gonjon.</i> | 51 | 38 |
| | <i>Gravité.</i> | 6 | <i>Levier recourbé.</i> |
| | <i>Gravité spécifique.</i> | 7 | 38 |
| | <i>Gruau.</i> | 74 | <i>Levier d'eau.</i> |
| | <i>Gruë.</i> | 76 | 229 |
| | <i>Guindas.</i> | 60 | <i>Liens.</i> |
| | <i>Guindau.</i> | 72 | 73 |
| | | | <i>Lien en contre-fiche.</i> |
| | | | 73 |
| | | | <i>Ligne Quadratrice.</i> |
| | | | 153 |
| | | | <i>Ligne de direction.</i> |
| | | | 9 |
| | | | <i>Ligne de direction d'un</i> |
| | | | <i>Corps pesant.</i> |
| | | | 15 |
| | | | <i>Limace.</i> |
| | | | 82 |
| | | | <i>Longueur d'un Penda-</i> |
| | | | <i>le.</i> |
| | | | 5 |
| | | | <i>Lumière du Treuil.</i> |
| | | | 76 |
| | | | <i>Lunule.</i> |
| | | | 180 |
| | | | |
| | | | M |
| | | | <i>M</i> |
| | | | <i>Achine.</i> |
| | | | 20 |
| | | | <i>Machine simple.</i> |
| | | | 20 |
| | | | <i>Machine composée.</i> |
| | | | 70 |
| | | | <i>Machine hydraulique.</i> |
| | | | 83 |
| | | | <i>Machine pneumatique.</i> |
| | | | 83 |
| | | | <i>Main de fer.</i> |
| | | | 75 |
| | | | <i>Mammelon du Treuil.</i> |
| | | | 76 |
| | | | <i>Manivelle.</i> |
| | | | 77 |
| | | | <i>Mecanique.</i> |
| | | | 1 |

| | | | |
|----------------------------|-----|------------------------------|-----|
| <i>Mobile.</i> | 2 | | |
| <i>Moïse.</i> | 73 | | P |
| <i>grande Moïse.</i> | 74 | | |
| <i>Moment.</i> | 3 | <i>P Alan.</i> | 51 |
| <i>Momentum.</i> | 7 | <i>Pancratium.</i> | 189 |
| <i>Monospaste.</i> | 74 | <i>Parabole tronquée.</i> | 189 |
| <i>Montant.</i> | 75 | <i>Pas de Vis.</i> | 67 |
| <i>Montre.</i> | 268 | <i>Pendule.</i> | 5 |
| <i>Mortaise.</i> | 73 | <i>Pentaspaste.</i> | 74 |
| <i>Moufle.</i> | 51 | <i>Pesanteur.</i> | 6 |
| <i>Moulin à vent.</i> | 78 | <i>Pesanteur spécifique.</i> | 7 |
| <i>Moulinet.</i> | 72 | <i>Pesanteur absoluë.</i> | 7 |
| <i>Mouton.</i> | 75 | <i>Pesanteur relative.</i> | 7 |
| <i>Mouvement.</i> | 2 | <i>Peson.</i> | 34 |
| <i>Mouvement local.</i> | 2 | <i>Phalanx.</i> | 34 |
| <i>Mouvement égal.</i> | 2 | <i>Pied de Chevre.</i> | 76 |
| <i>Mouvement inégal.</i> | 2 | <i>Pied cylindrique.</i> | 249 |
| <i>Mouvement uniforme-</i> | | <i>Pignon.</i> | 77 |
| <i>ment accéléré.</i> | 2 | <i>Piston.</i> | 258 |
| <i>Mouvement de Vibra-</i> | | <i>Poids.</i> | 6 |
| <i>tion.</i> | 5 | <i>Point fixe.</i> | 8 |
| <i>Mouvement d'Ondula-</i> | | <i>Point d'appuy.</i> | 8 |
| <i>tion.</i> | 6 | <i>Pointal.</i> | 81 |
| <i>Mouvement violent.</i> | 17 | <i>Polyspaste.</i> | 74 |
| | | <i>Pompe.</i> | 258 |
| | | <i>Pompe foulante.</i> | 259 |
| | | <i>Pompe aspirante.</i> | 260 |
| | | <i>Pompe expulsive.</i> | 260 |
| | | <i>Portée d'un Vaisseau.</i> | 251 |
| | | <i>Ponce cylindrique.</i> | 249 |
| | | <i>Poulie.</i> | 51 |
| | | <i>Presse.</i> | 81 |
| | | <i>Pressoir.</i> | 81 |
| | | <i>Puissance.</i> | 7 |
| | | <i>Puissance animée.</i> | 8 |

N

Noyau. 82

O

Ondulation. 6
Organe. 20

276 TABLE DES MATIERES.

| | | | |
|----------------------------|---|------------------|-----|
| <i>Puissance inanimée.</i> | 8 | <i>Serpente.</i> | 77 |
| <i>Puissance double.</i> | 8 | <i>Succula.</i> | 72 |
| <i>Puissance triple.</i> | 8 | <i>Syphon.</i> | 234 |

2

T

| | | | |
|---------------------------------|-----|---------------------|----------|
| <i>Q</i> uadratrice. | 159 | <i>T</i> Ambour. | 59. & 83 |
| <i>Quantité d'une Puissance</i> | 8 | <i>Tenon.</i> | 73 |
| <i>Quintal.</i> | 251 | <i>Thermometre.</i> | 265 |

R

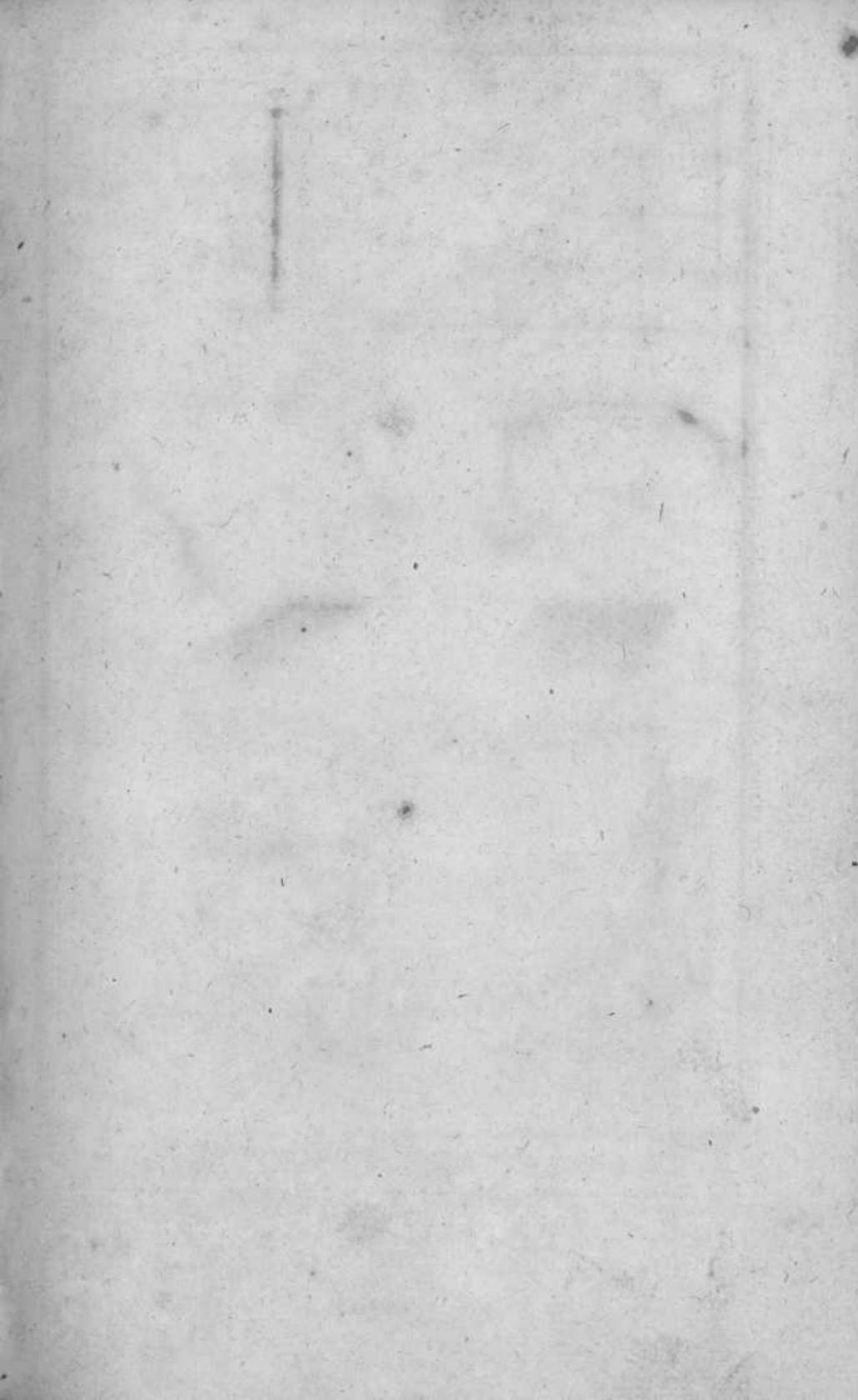
| | | | |
|------------------------------|----|----------------------|-----------|
| <i>R</i> Acineaux. | 77 | <i>Tour.</i> | 59 |
| <i>Ranche.</i> | 73 | <i>Tourillon.</i> | 79 |
| <i>Rancher.</i> | 73 | <i>Trait de Vis.</i> | 69 |
| <i>Rhope.</i> | 7 | <i>Treuil.</i> | 59 |
| <i>Romaine.</i> | 34 | <i>Trispaste.</i> | 74 |
| <i>Roué par son aissieu.</i> | 59 | <i>Trochlea.</i> | 51 |
| <i>Rouët.</i> | 78 | <i>Tympan.</i> | 59. & 76. |

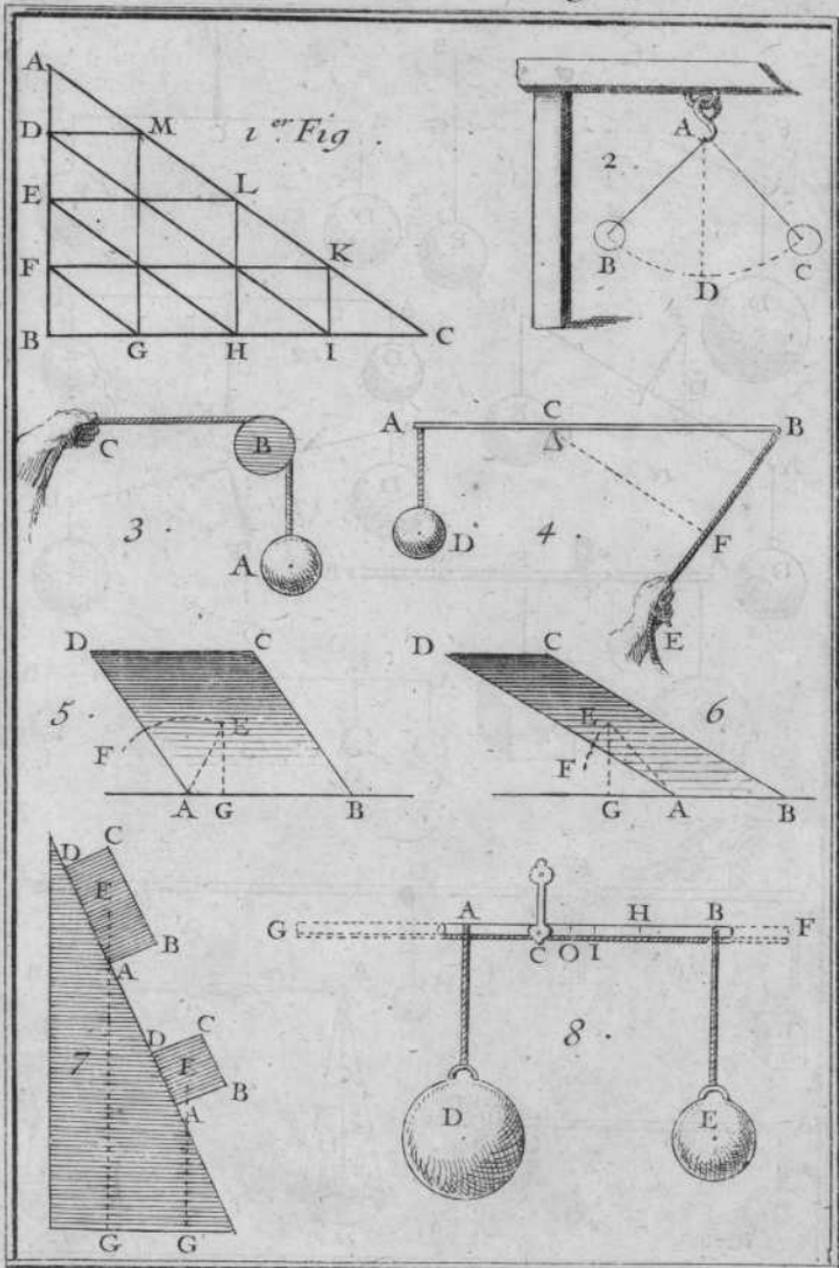
S

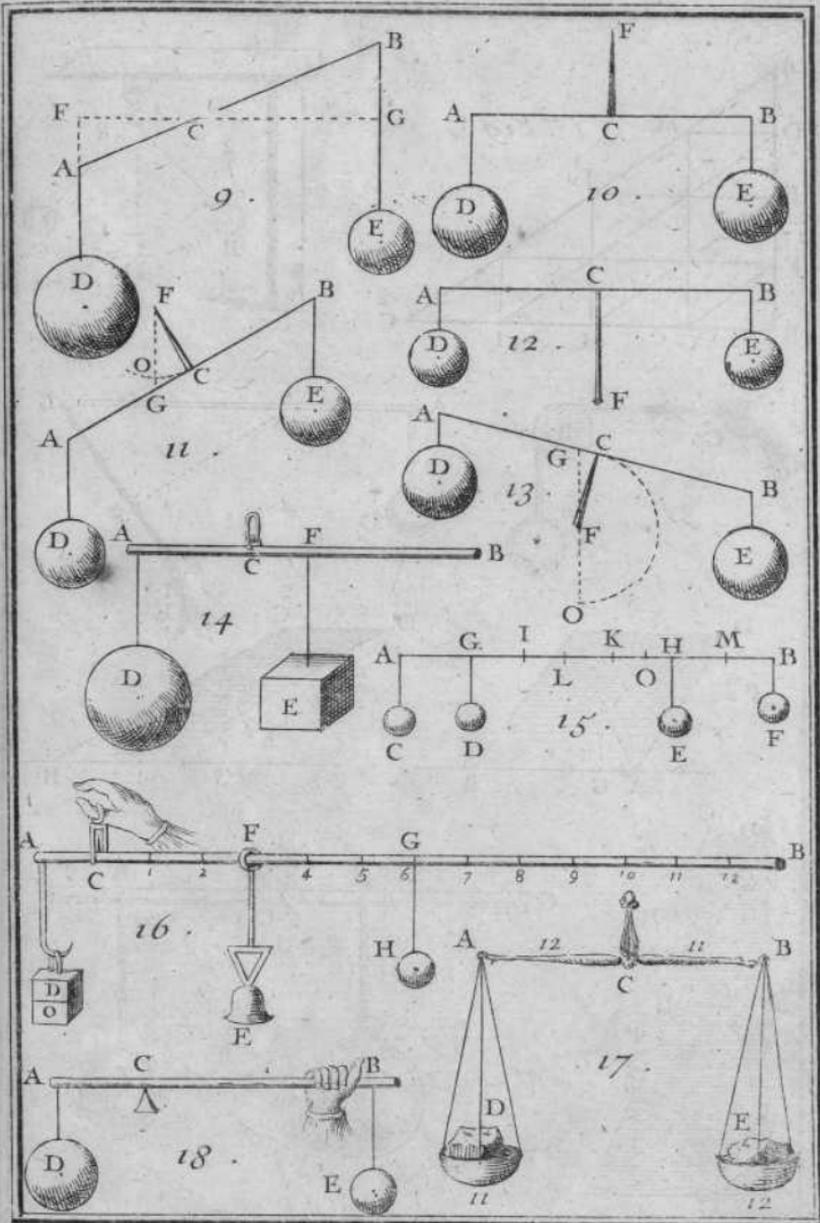
V

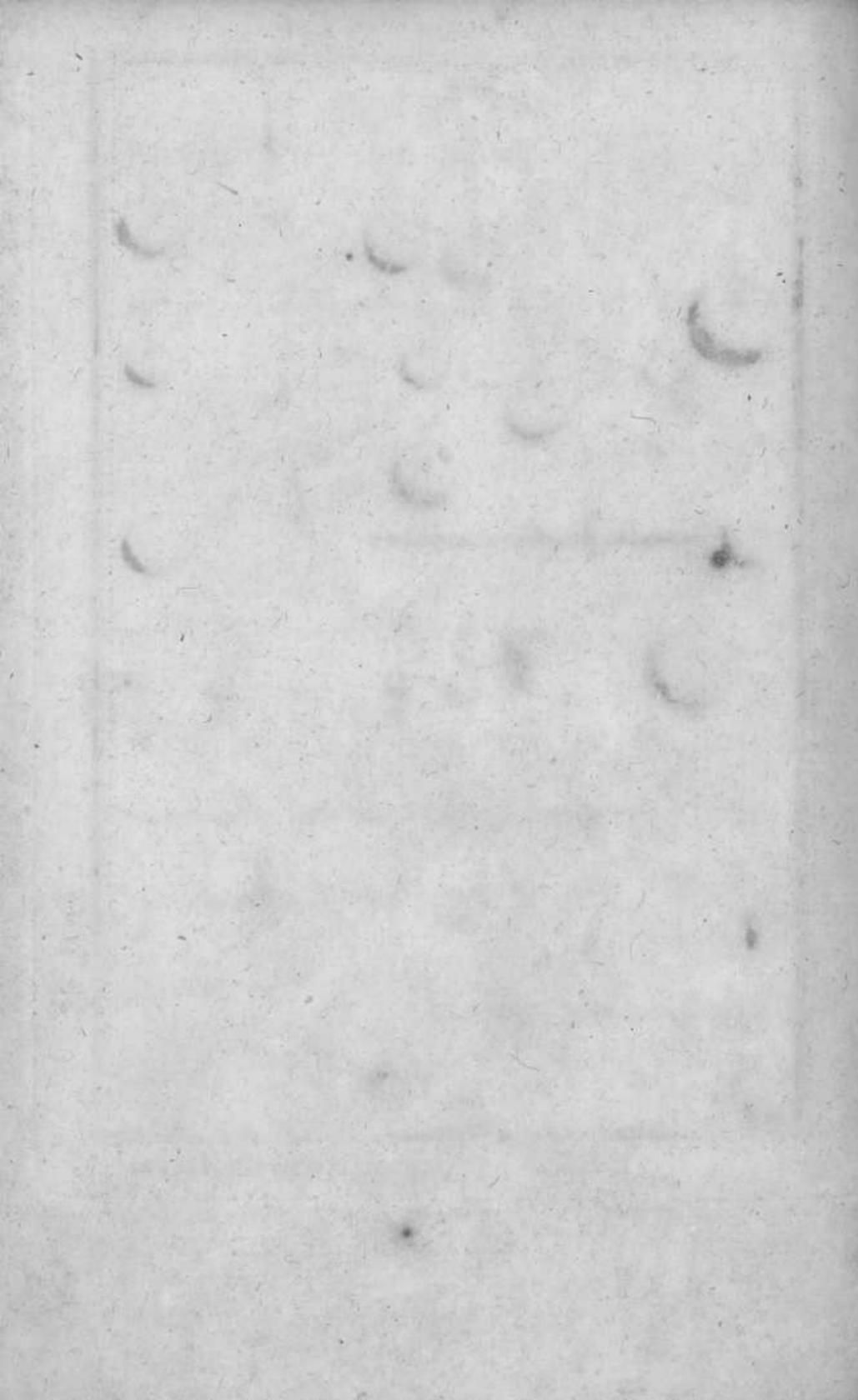
| | | | |
|-------------------------|-----|----------------------------|----|
| <i>S</i> Ellette. | 73 | <i>V</i> Erins. | 81 |
| <i>Singe.</i> | 74 | <i>Vibration simple.</i> | 5 |
| <i>Sole.</i> | 73 | <i>Vibration composée.</i> | 5 |
| <i>Sonnette.</i> | 74 | <i>Vindas.</i> | 72 |
| <i>Statere.</i> | 34 | <i>Virevan.</i> | 72 |
| <i>Statique.</i> | 1 | <i>Vis.</i> | 67 |
| <i>Soupape.</i> | 259 | <i>Vis sans fin</i> | 81 |
| <i>Soupape à quenë.</i> | 259 | <i>Vis d'Archimede.</i> | 82 |
| | | <i>Volans.</i> | 78 |

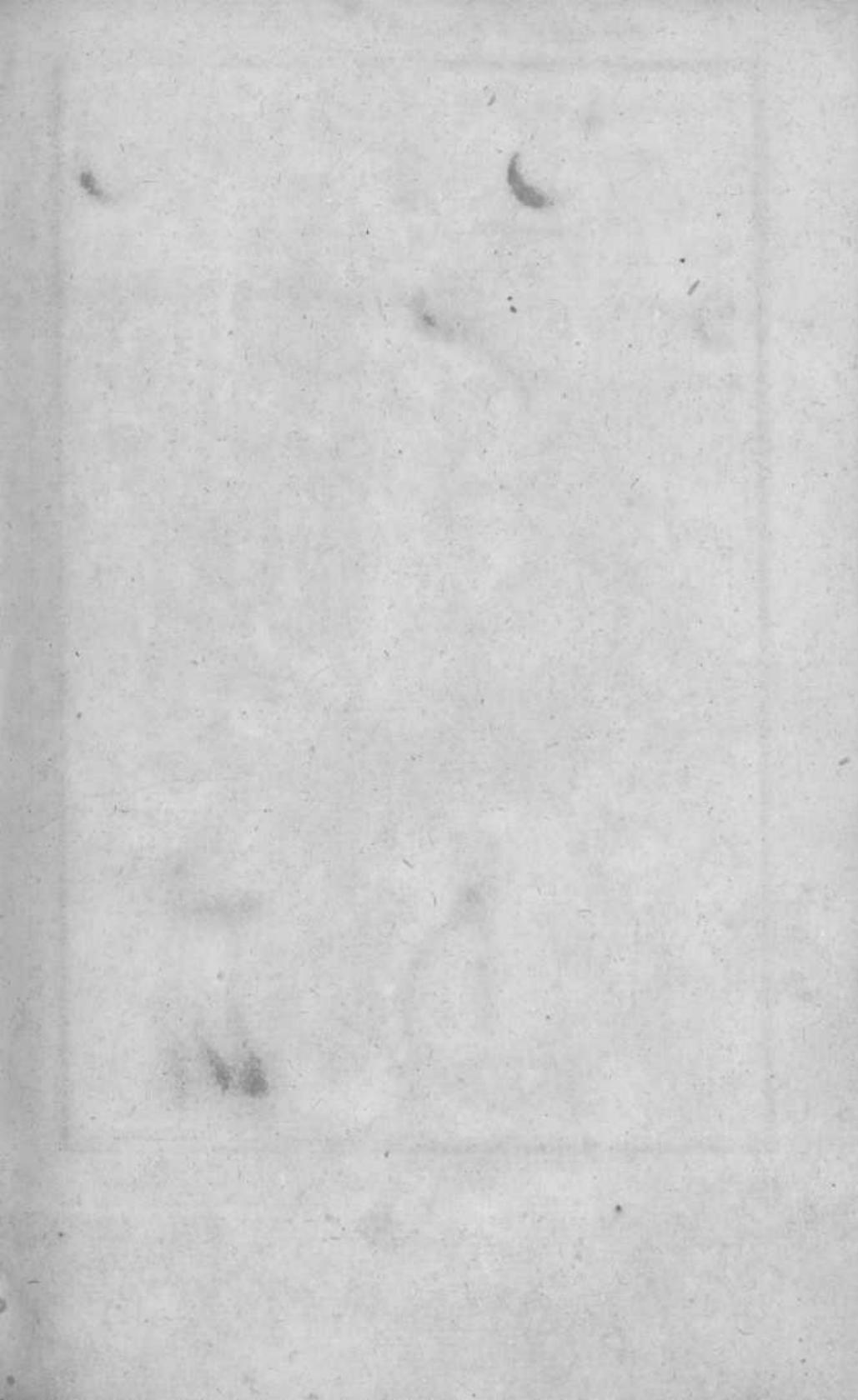
Fin de la Table des Matieres.

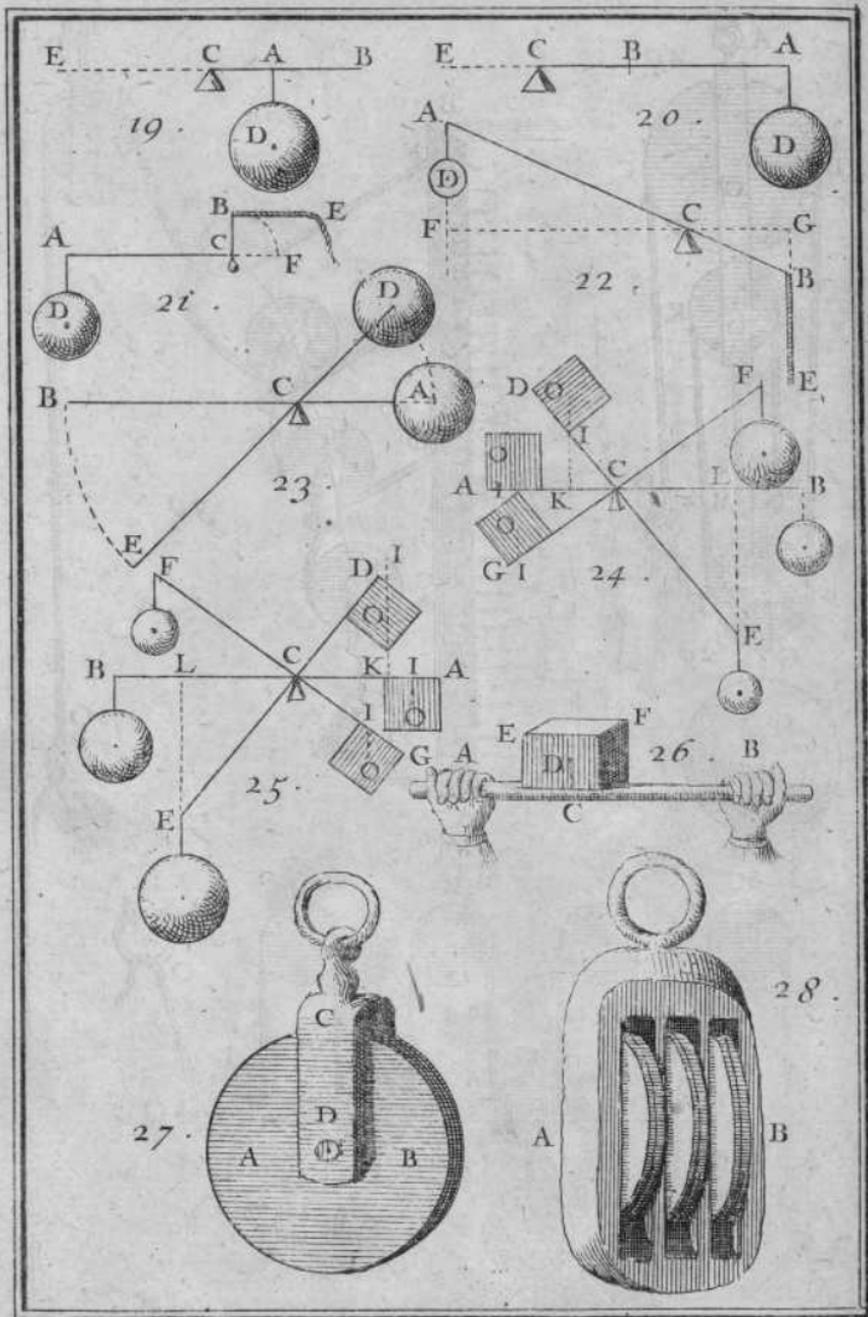


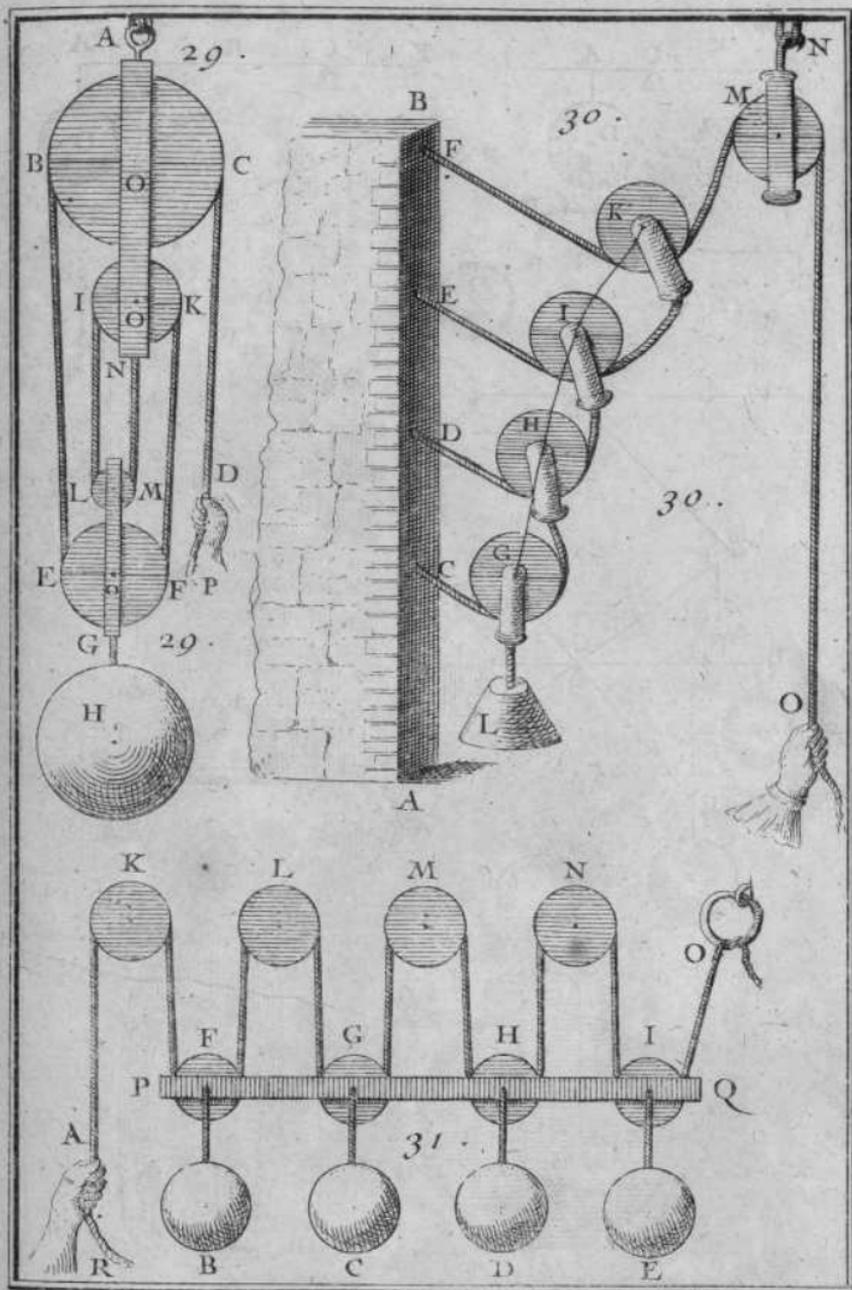








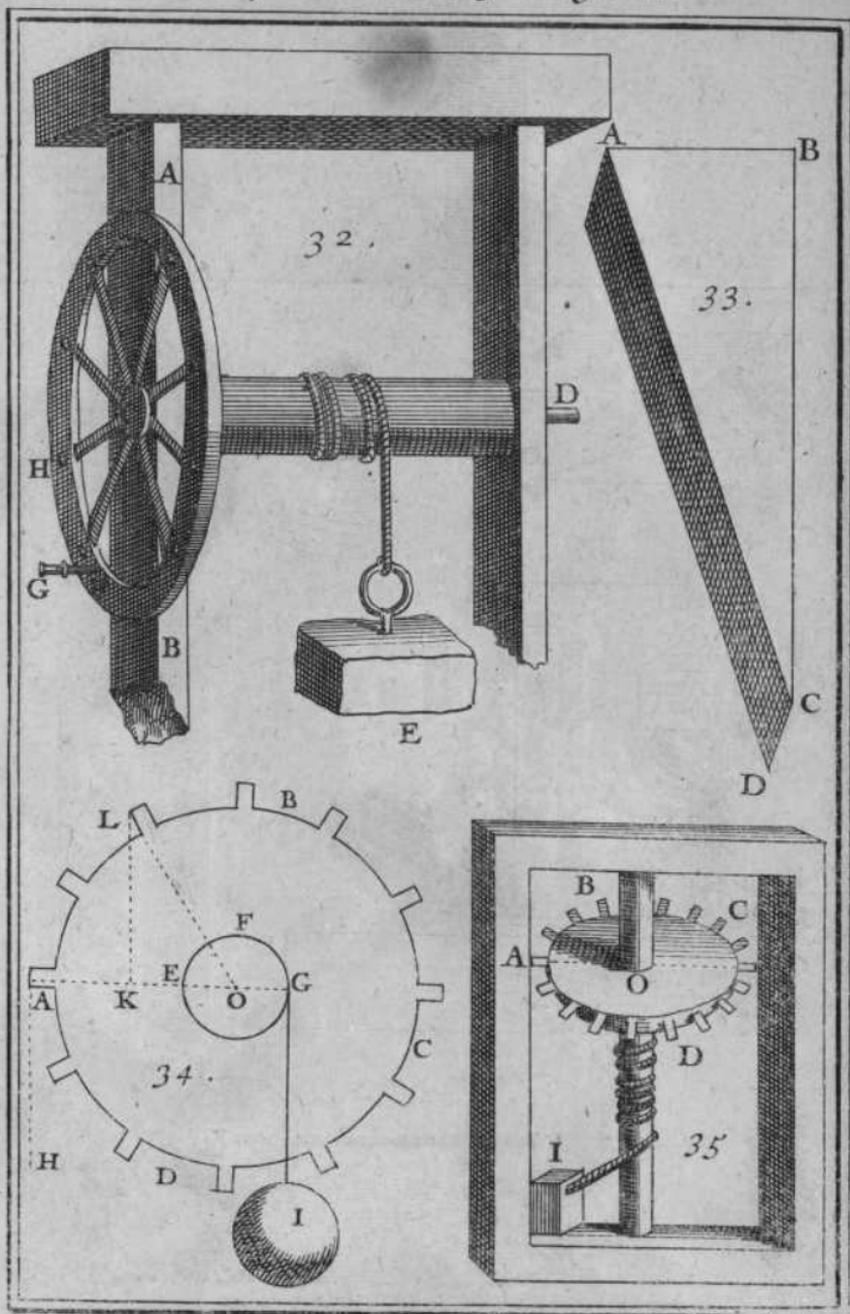




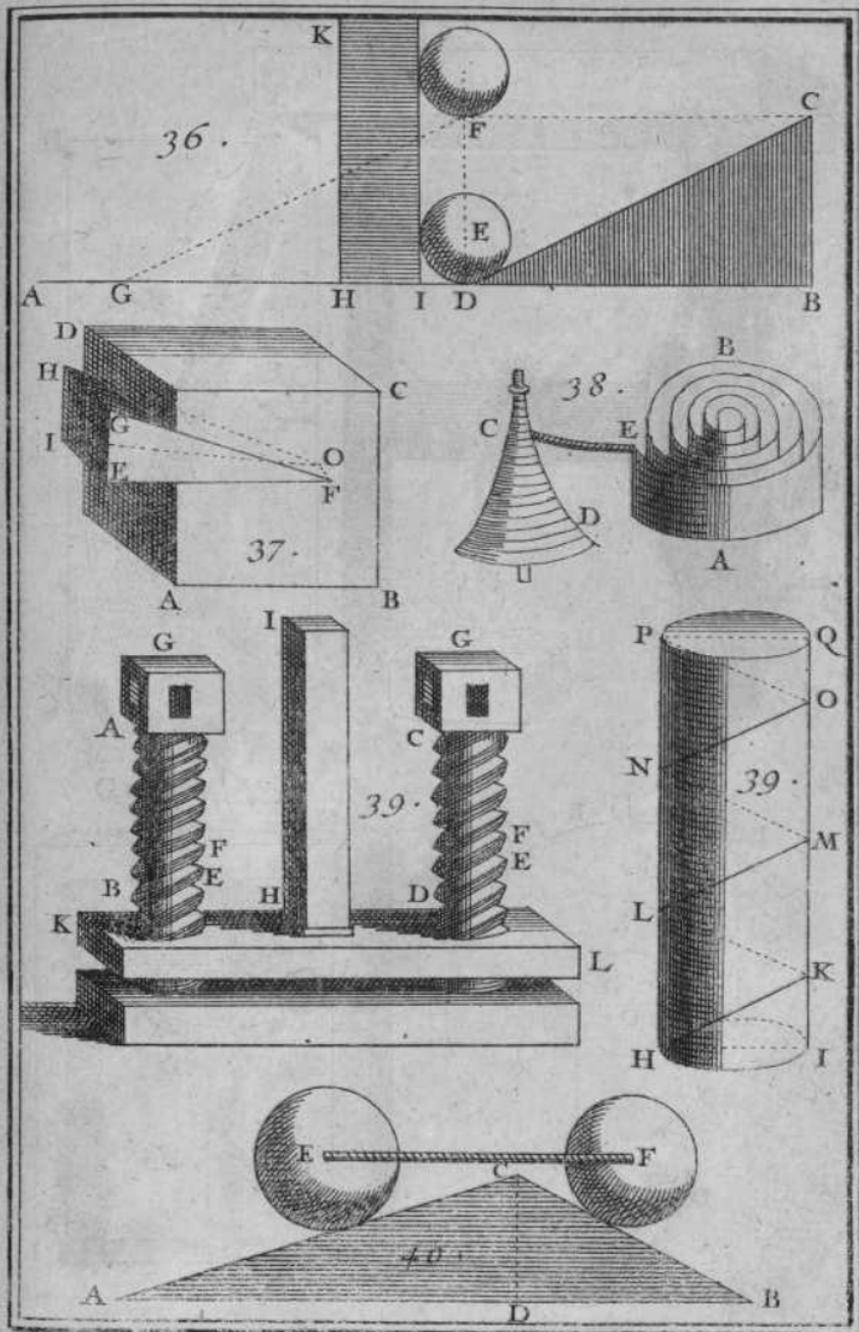
Berrey fec.

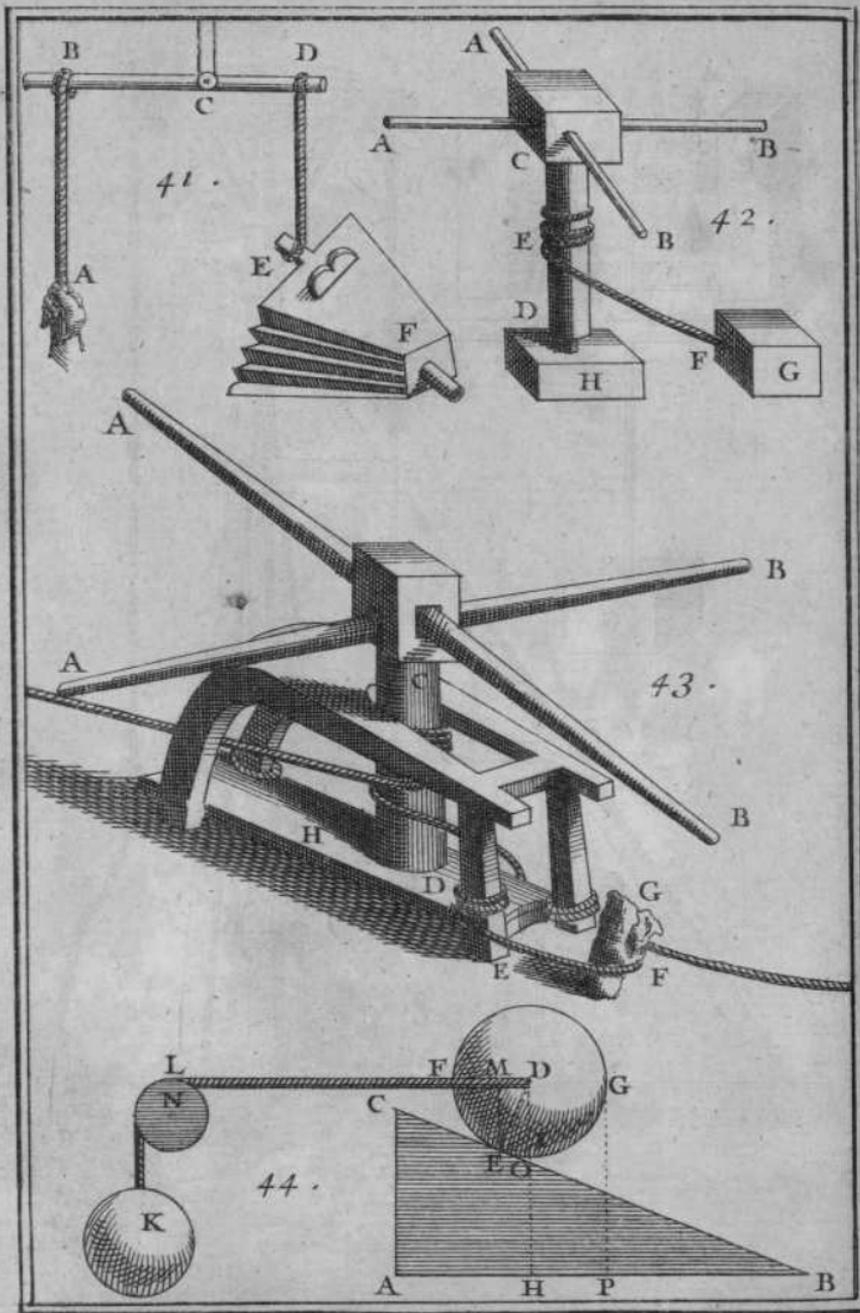




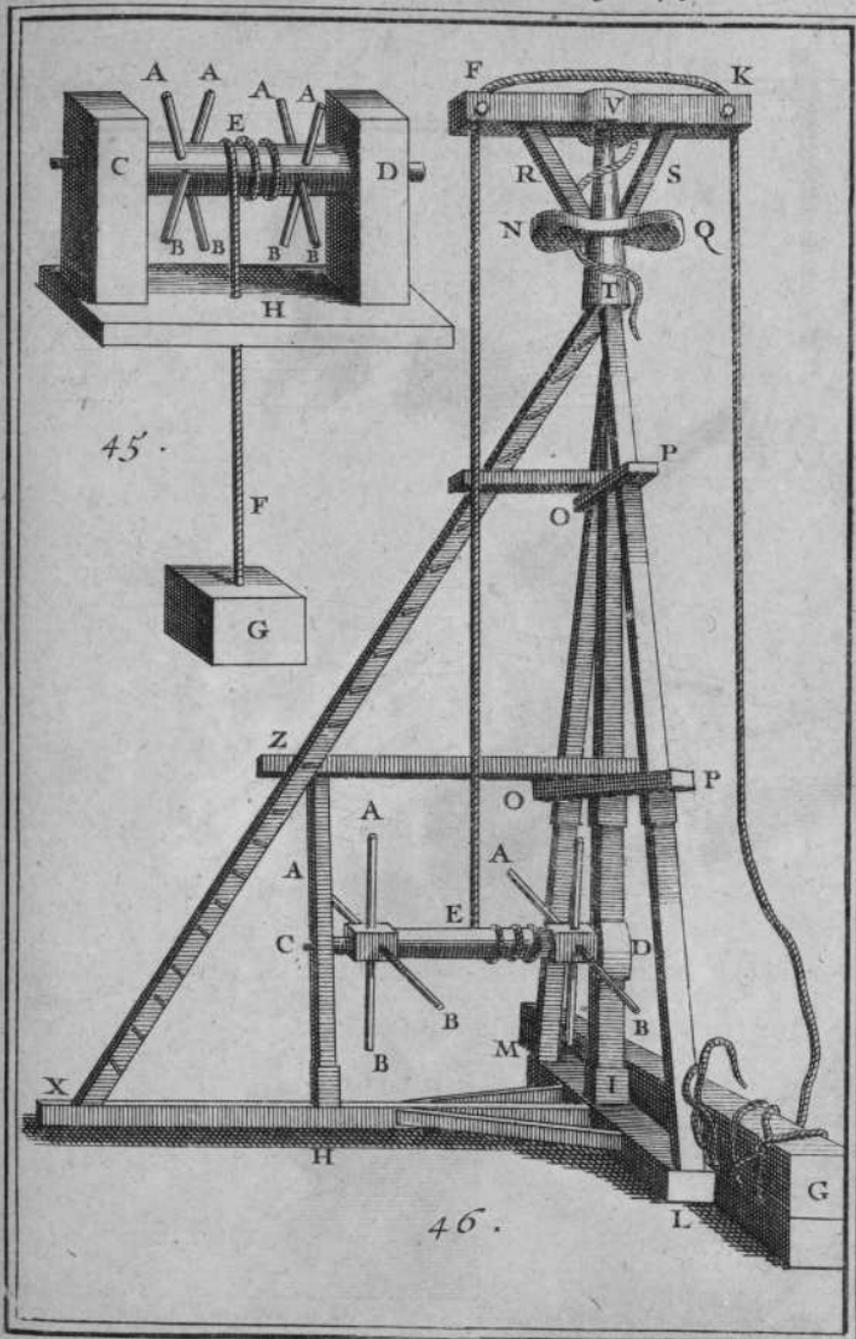


Bepcy, fec



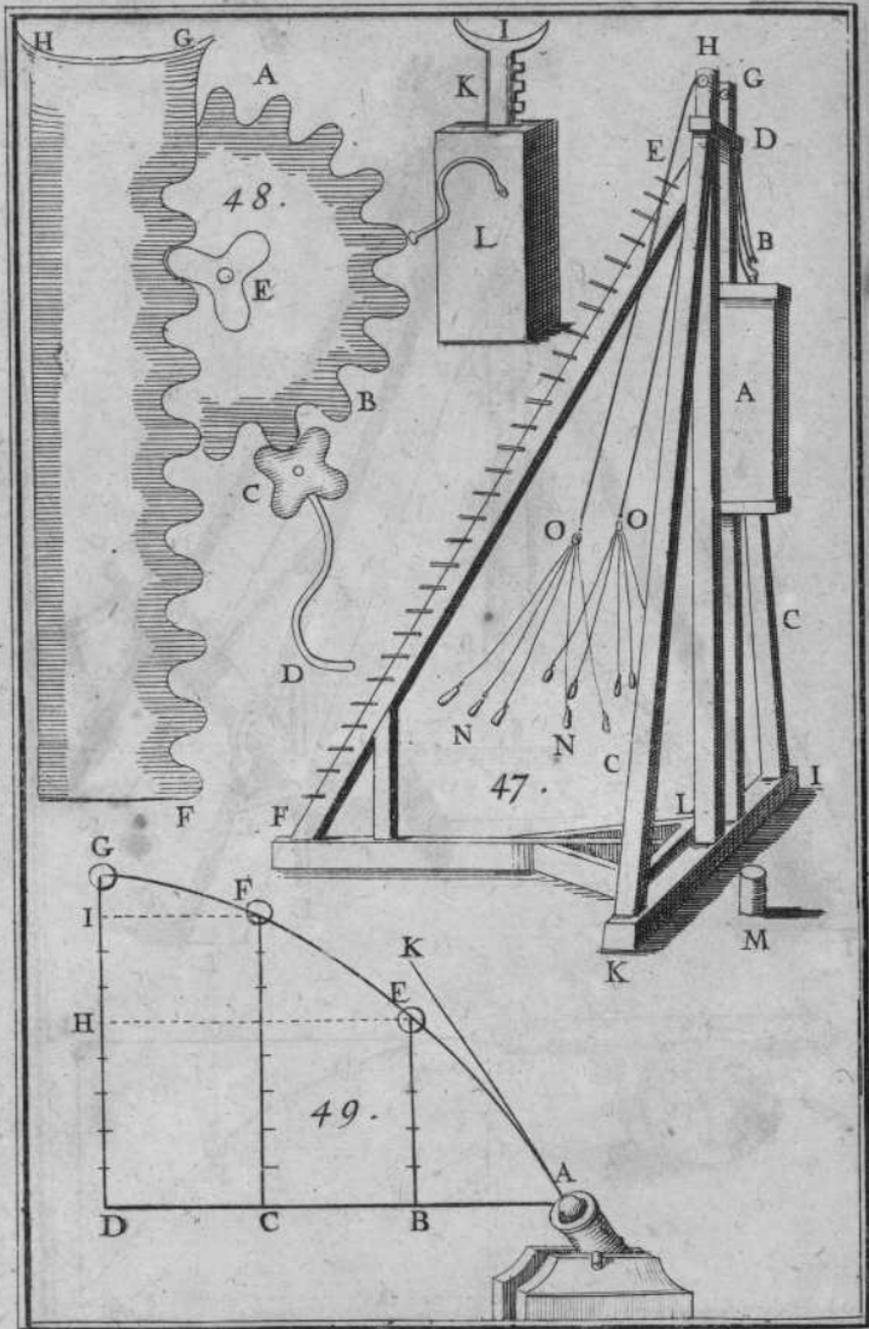


Berey fecit



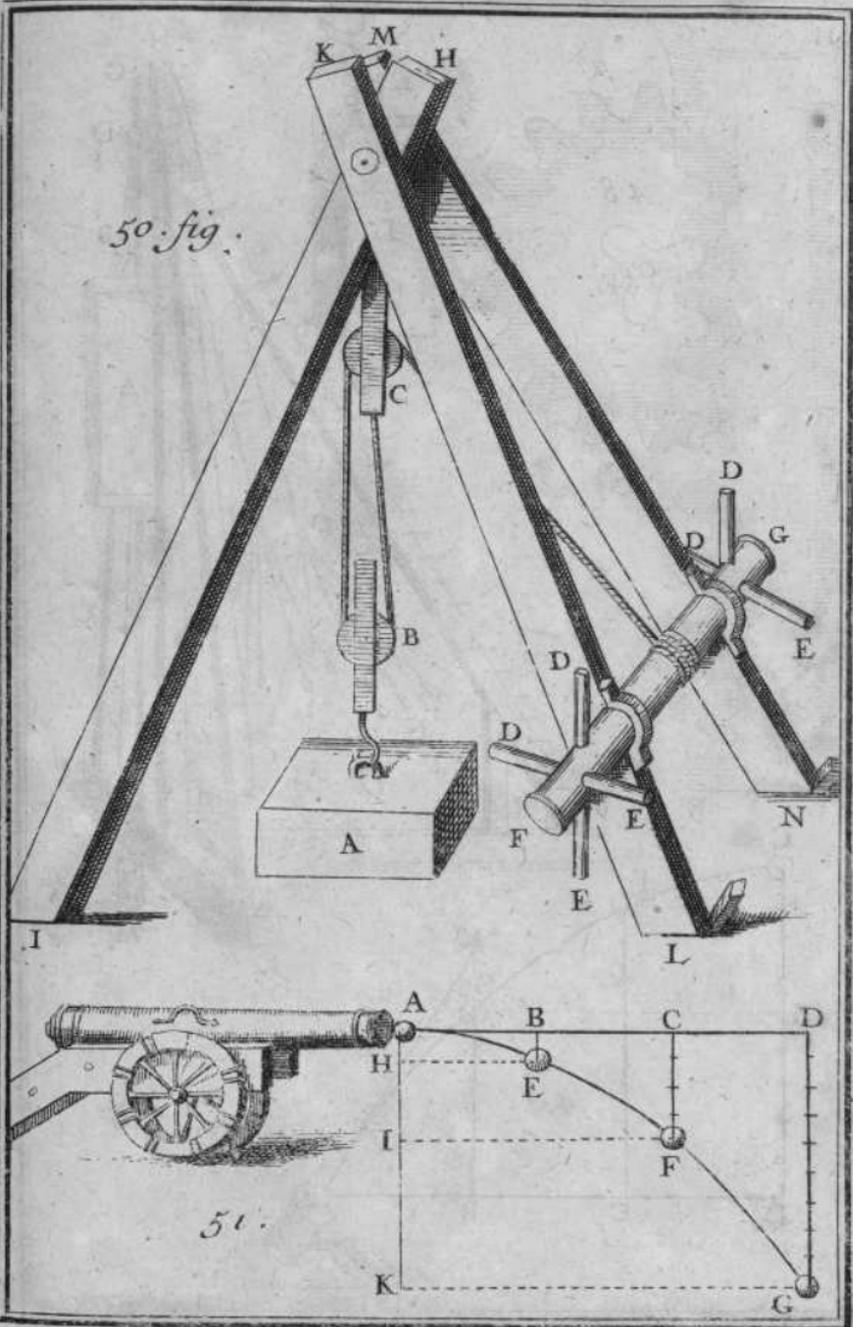
Beroy fecit



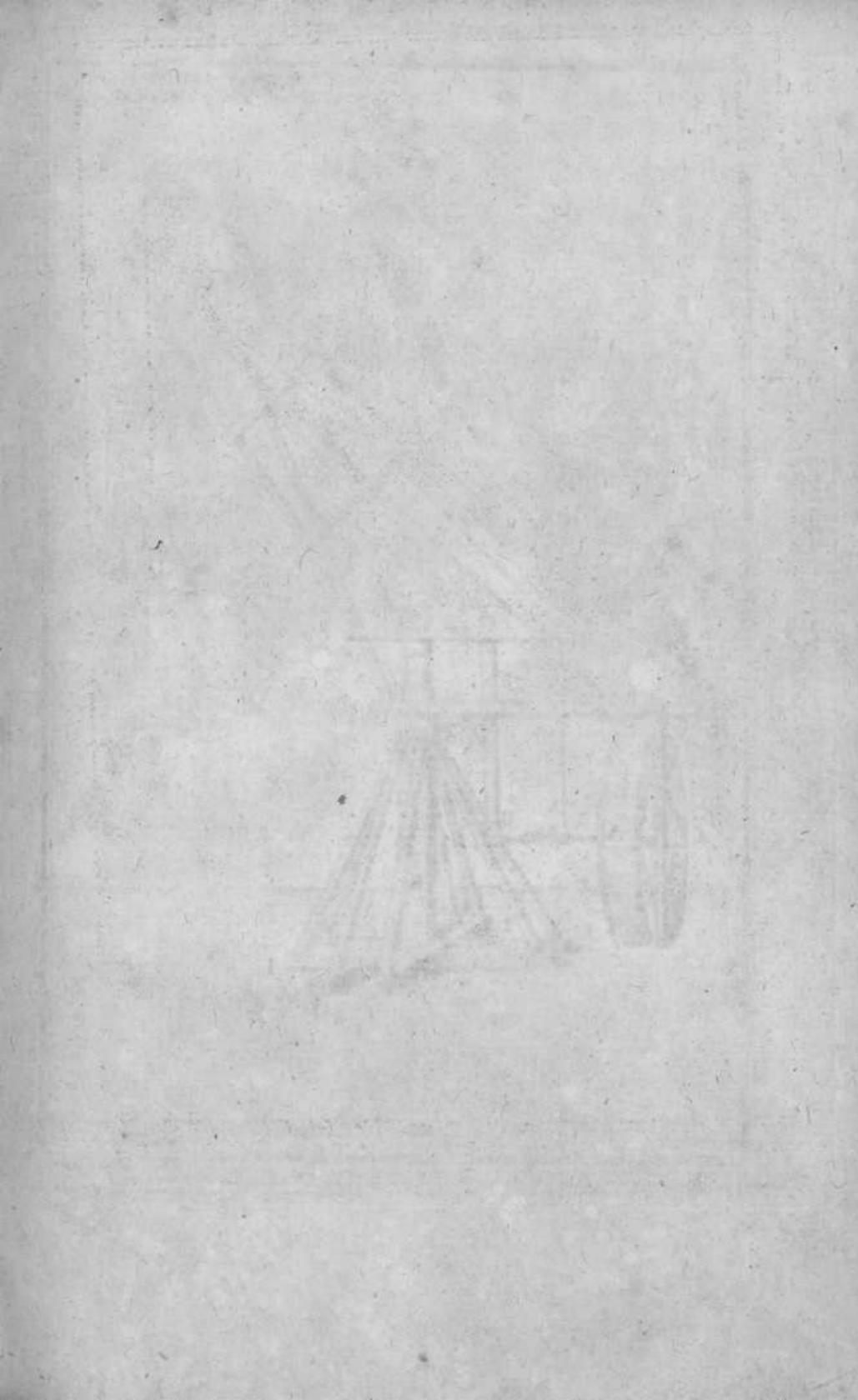


Berey fecit

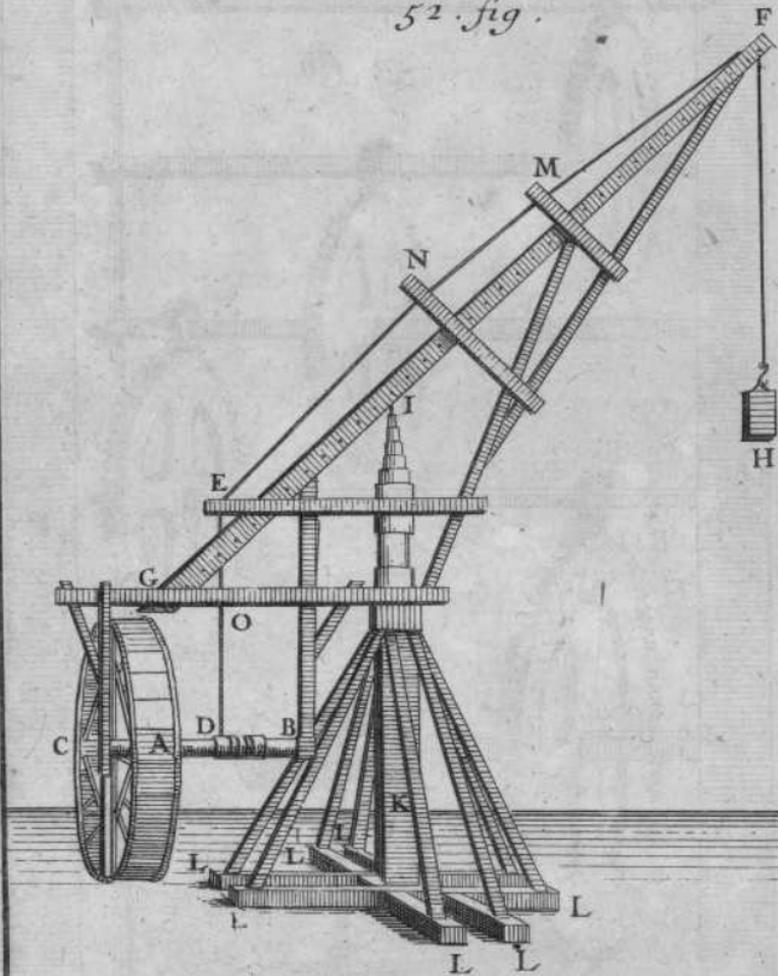
50. fig.



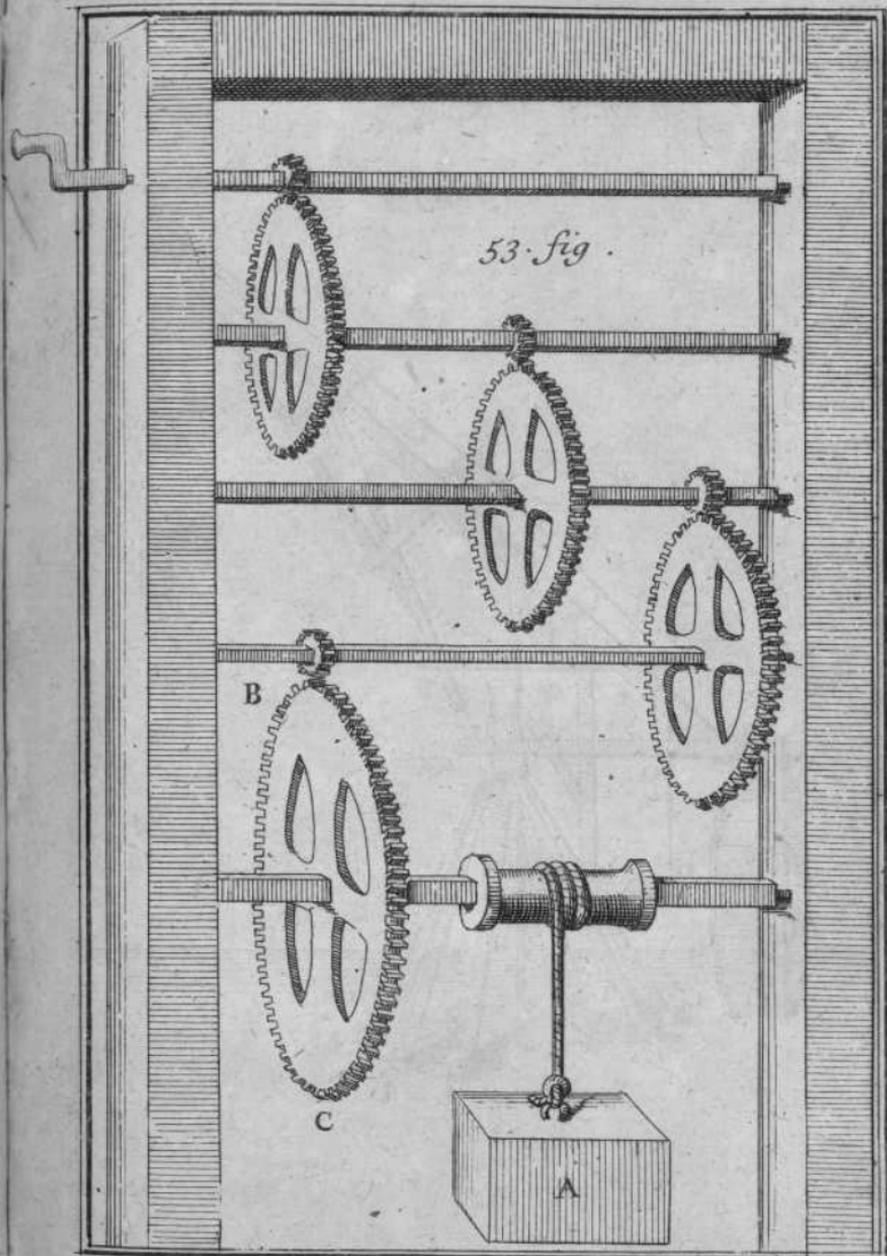
Beruy. fecit



52. fig.



Berey fecit



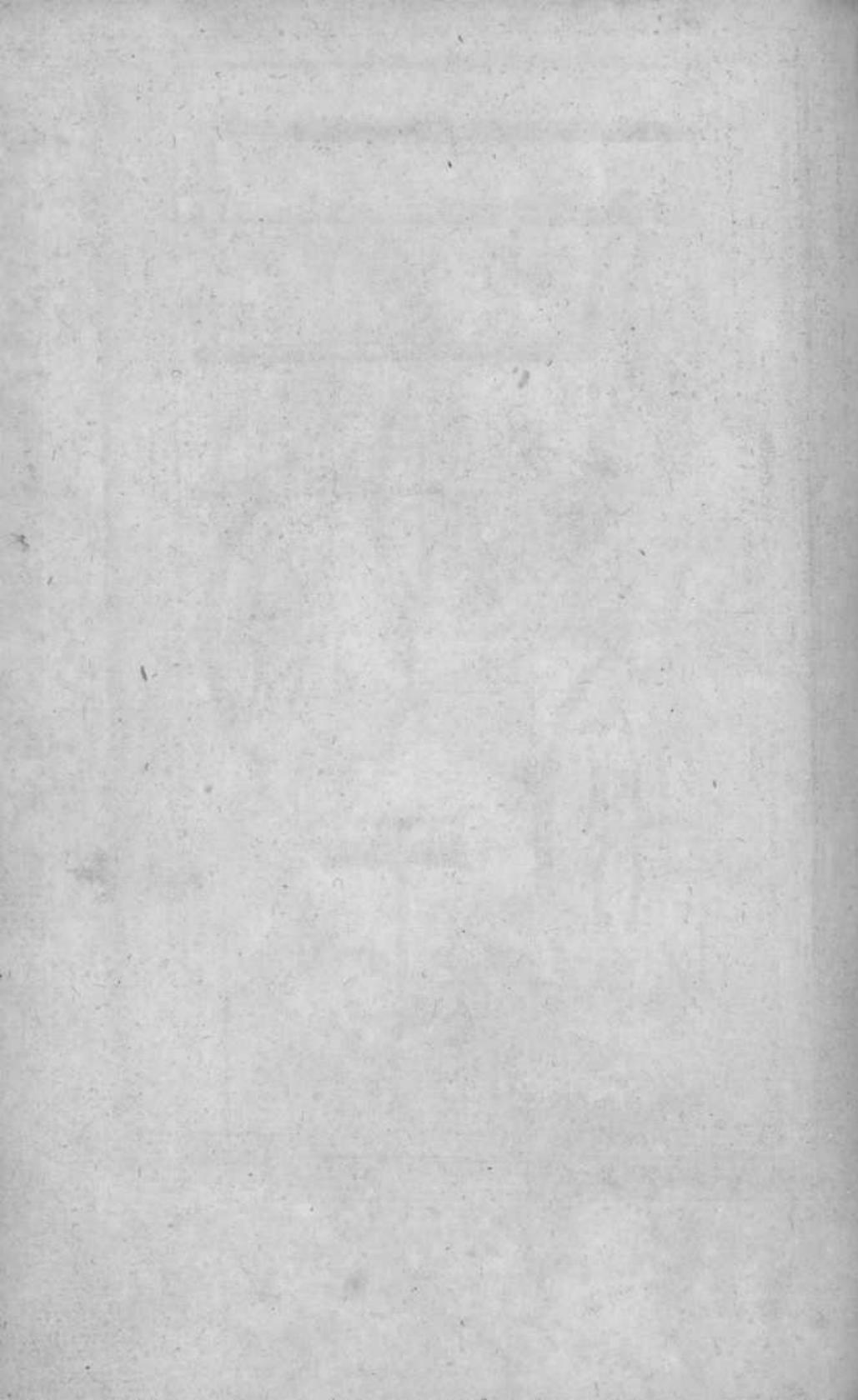
53. fig .

B

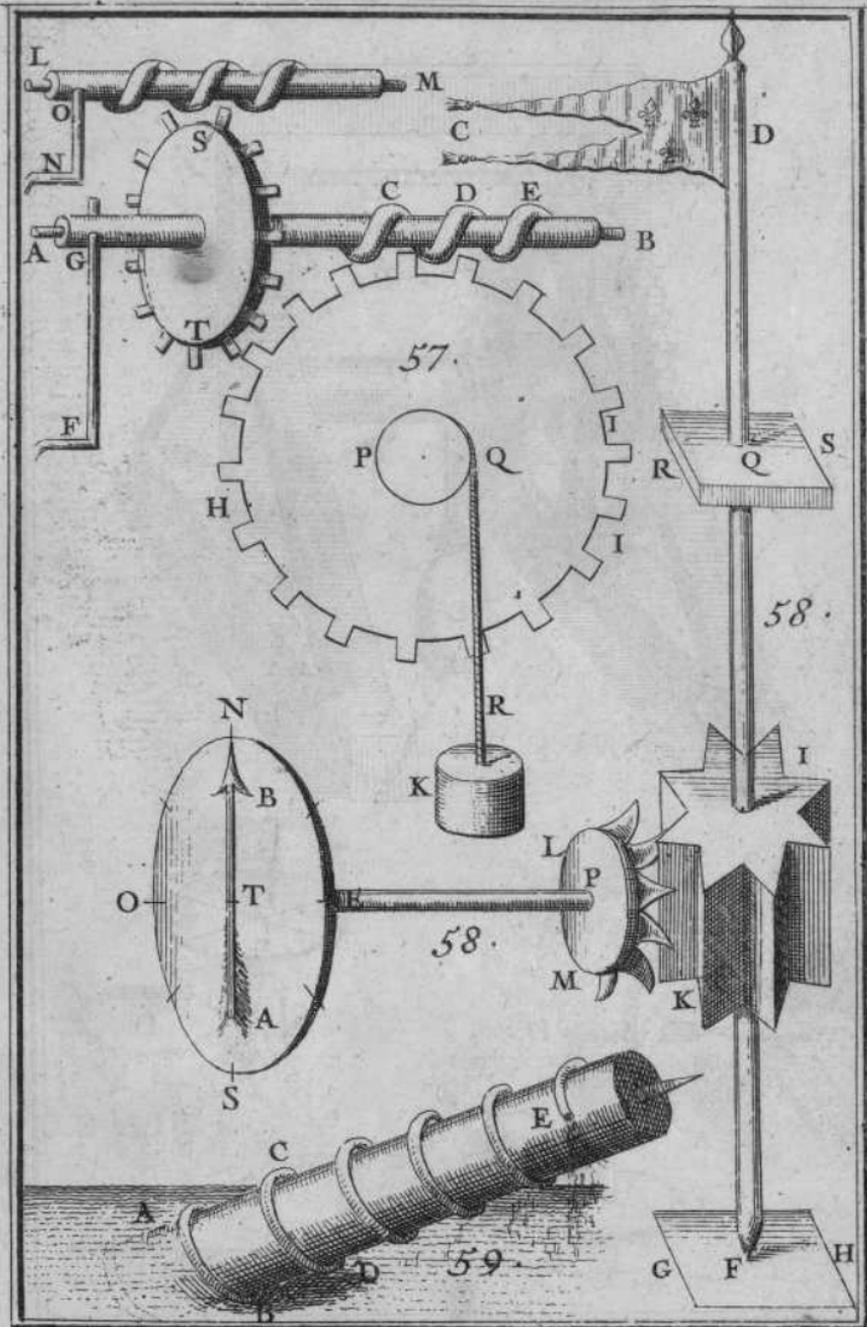
C

A

Berey fecit

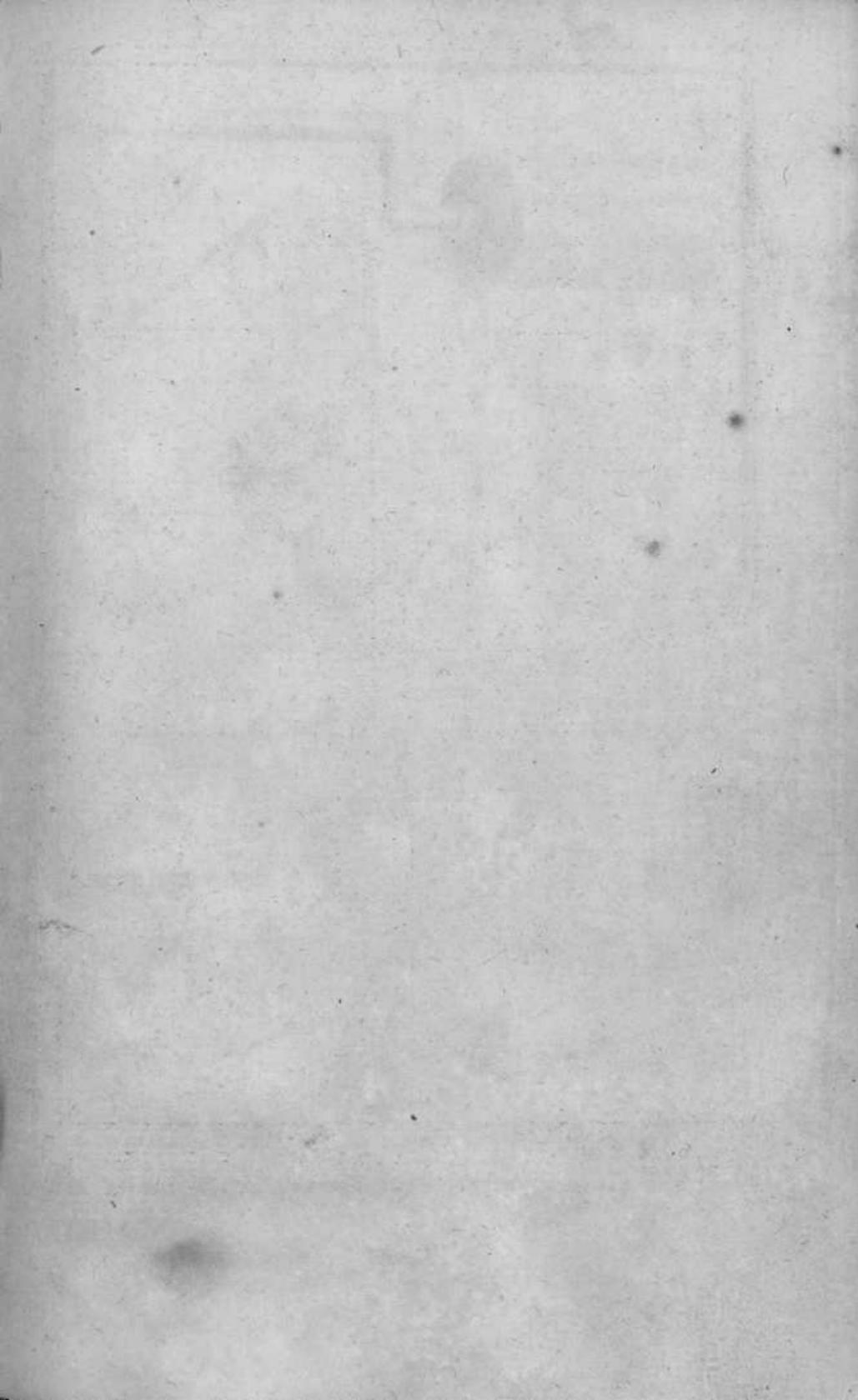


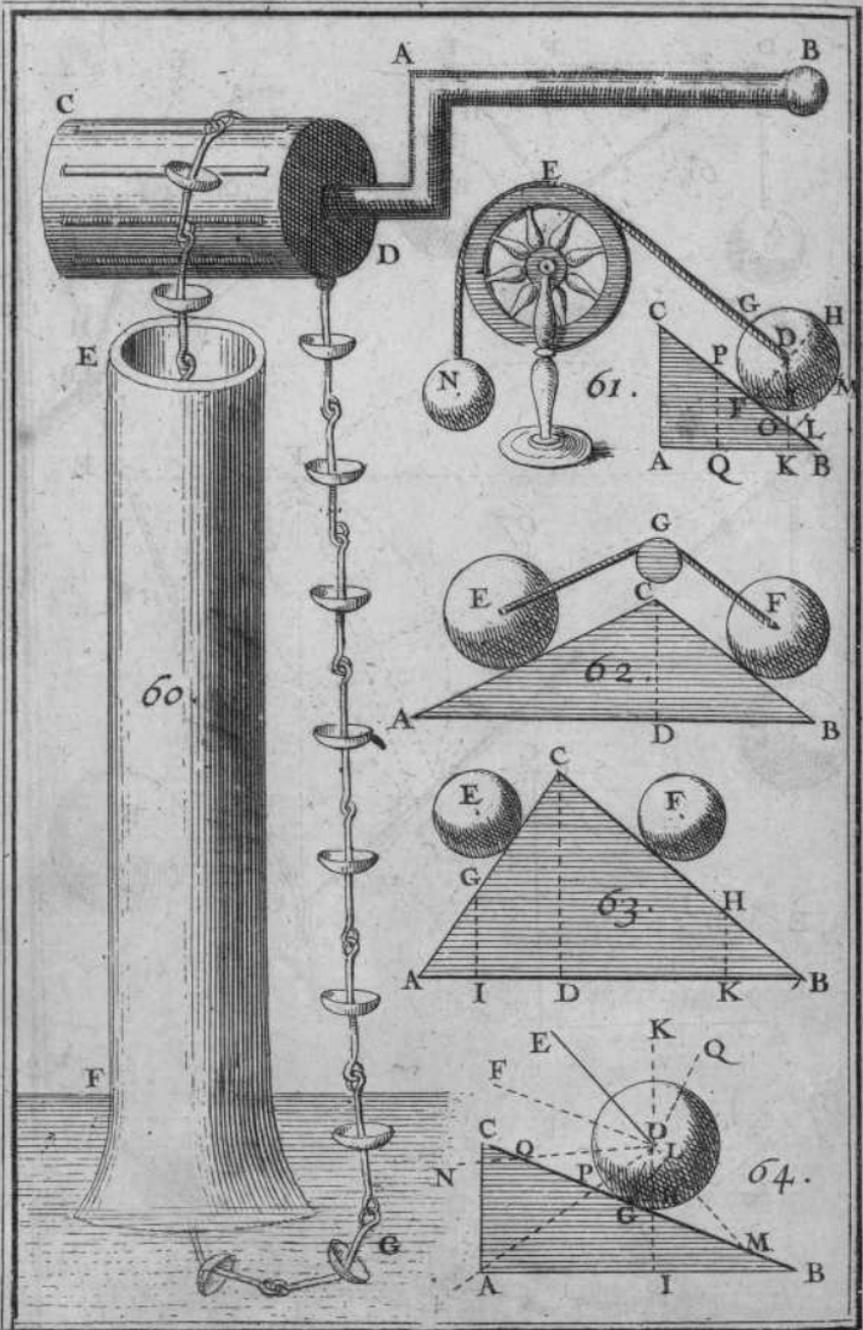




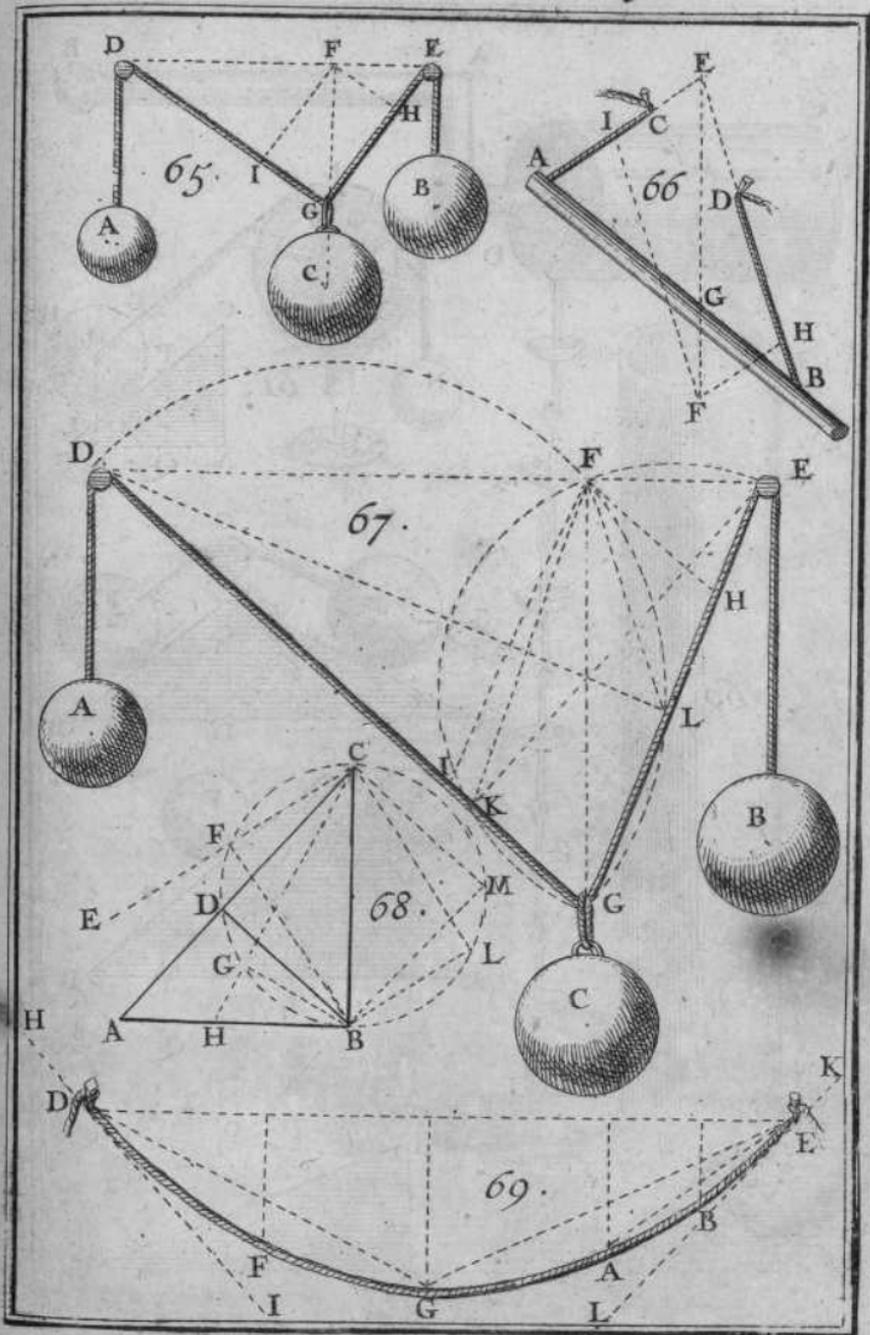
Berey fec

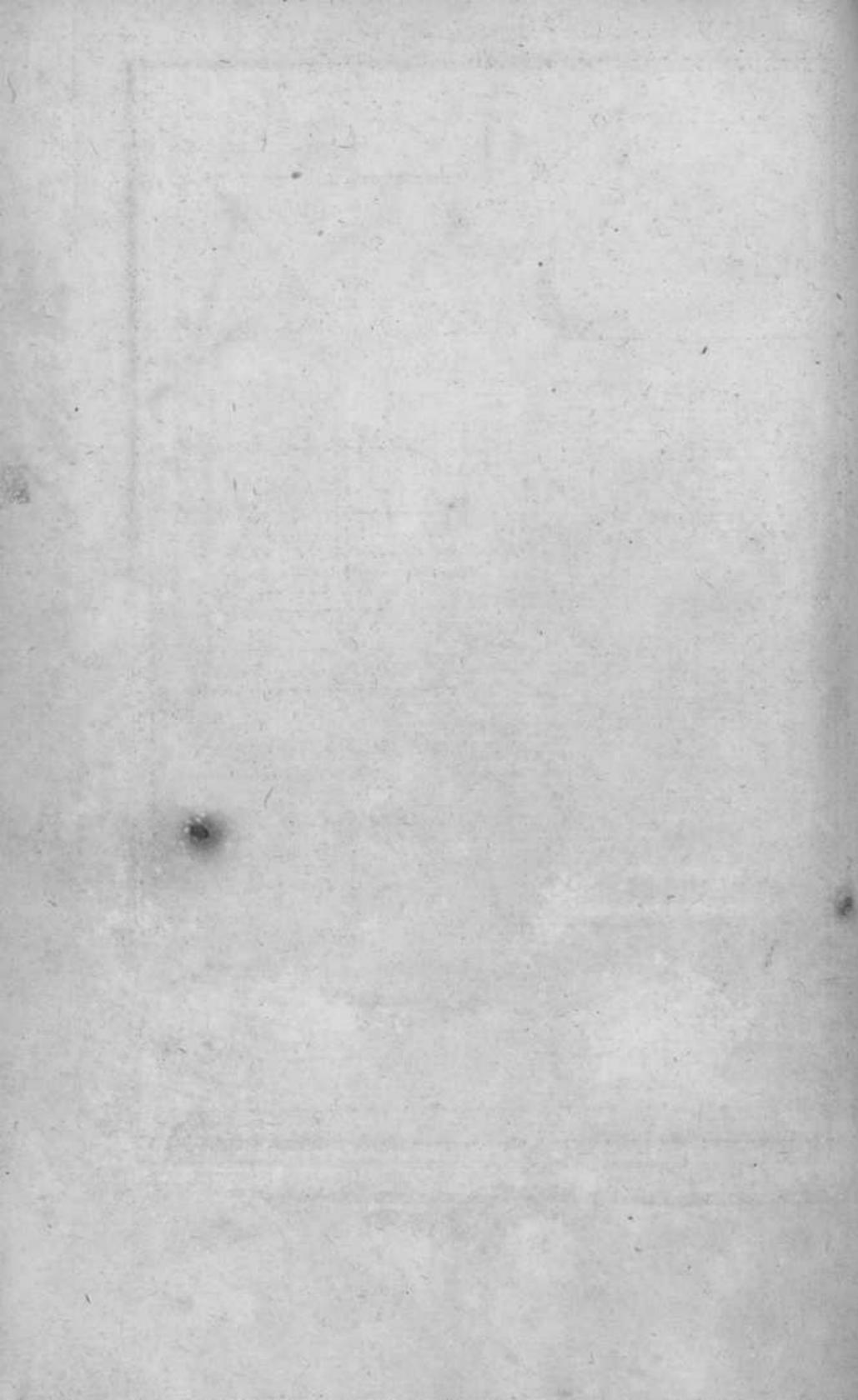




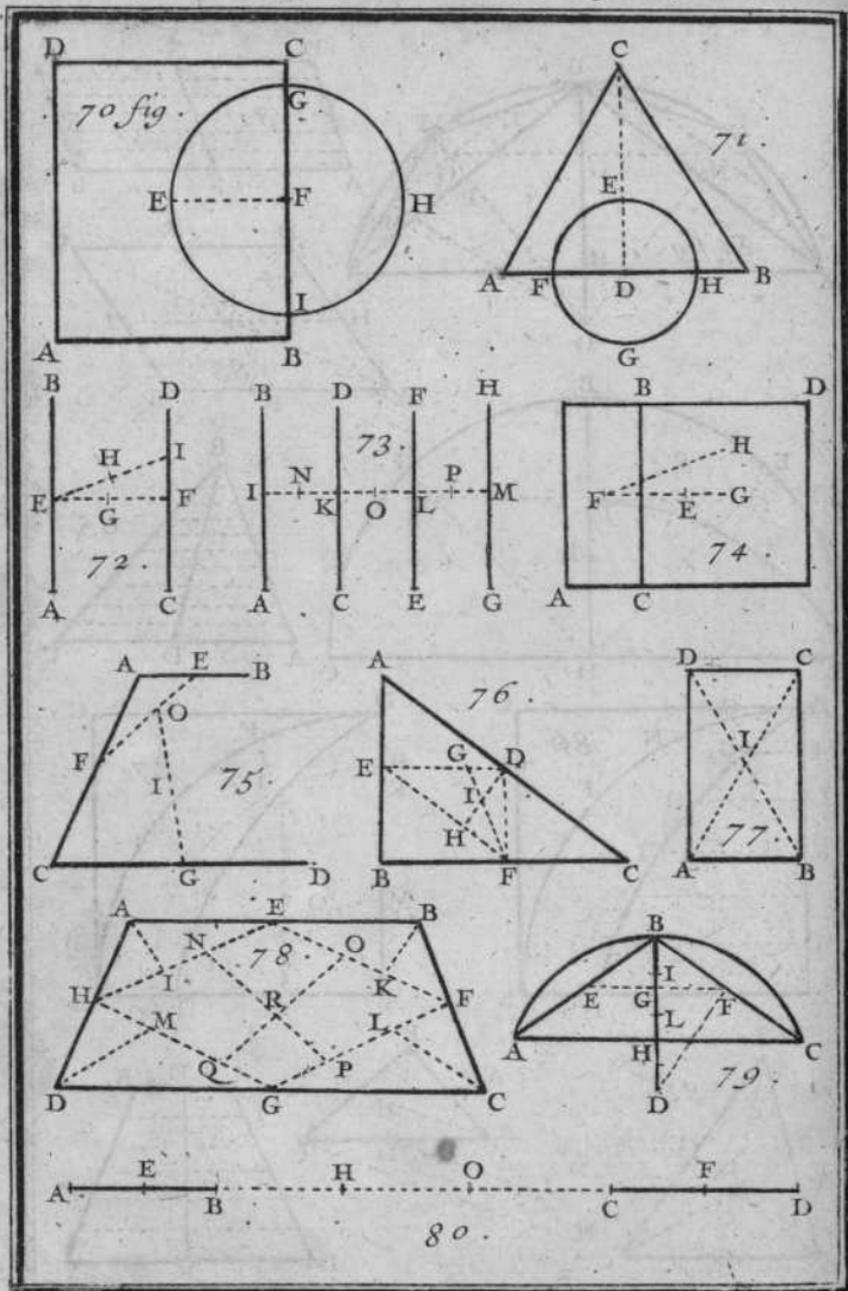


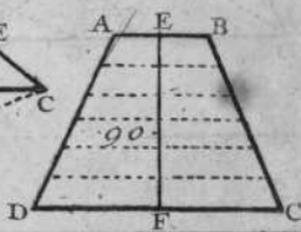
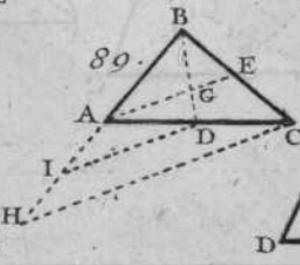
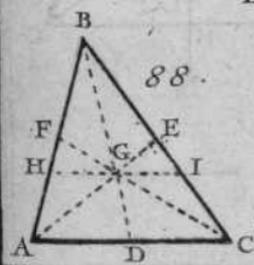
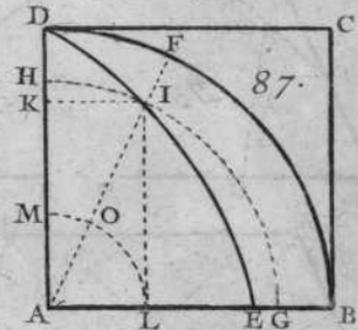
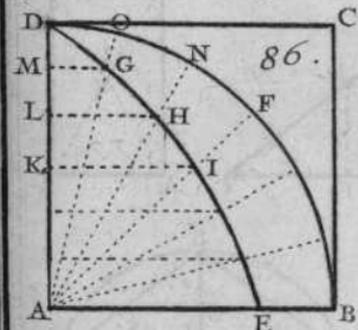
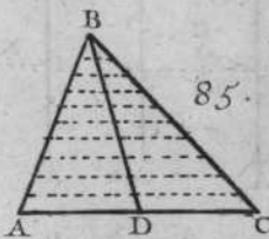
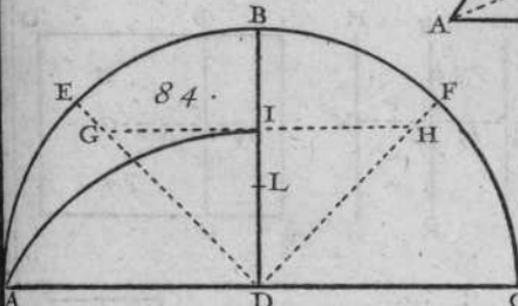
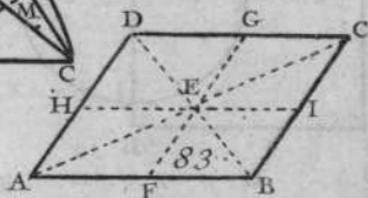
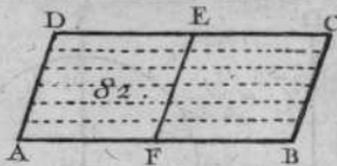
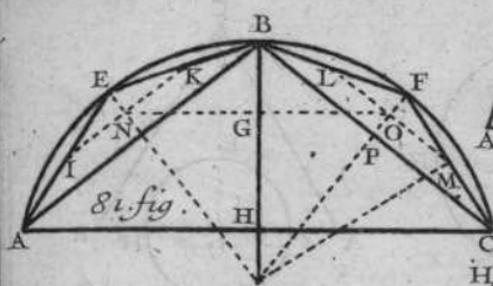
Berex fec

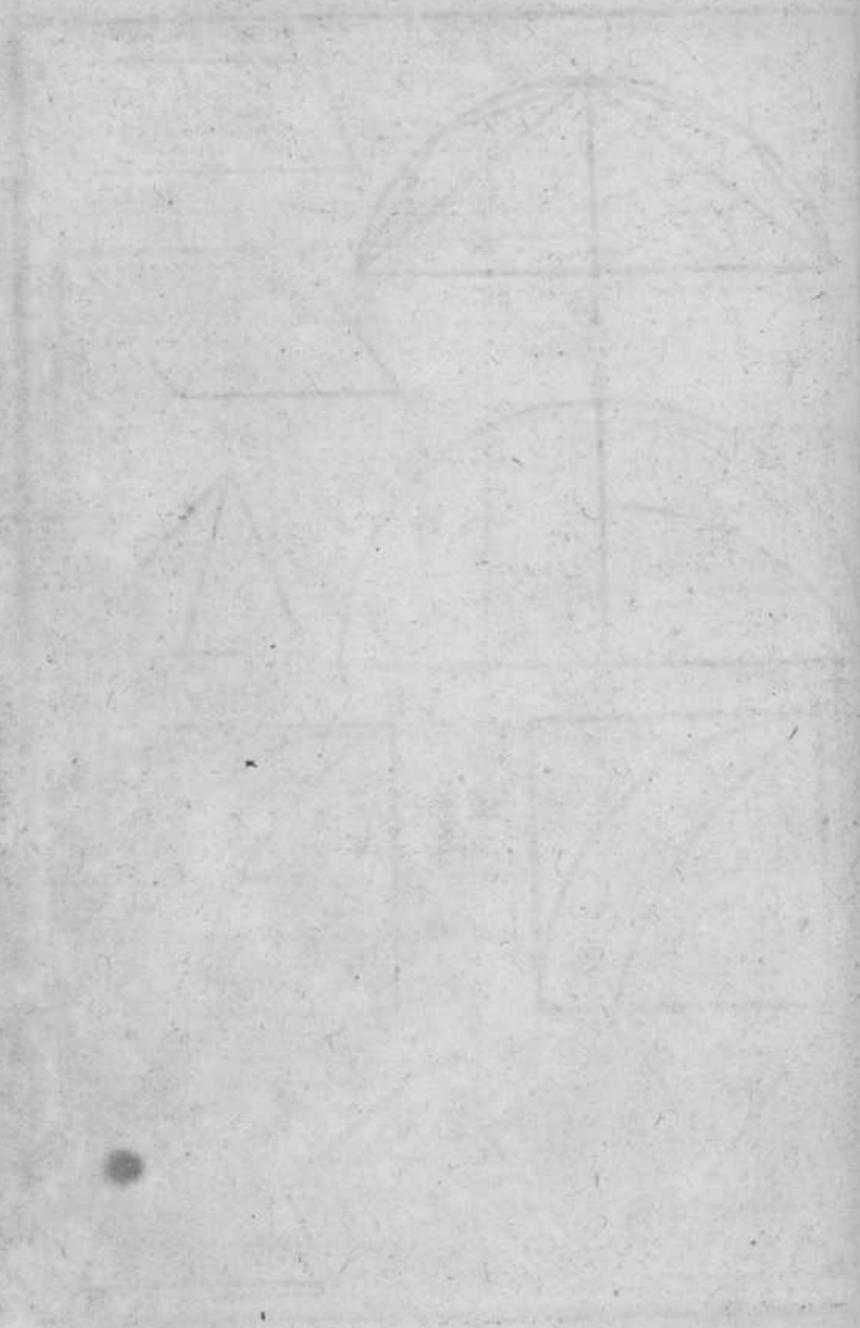


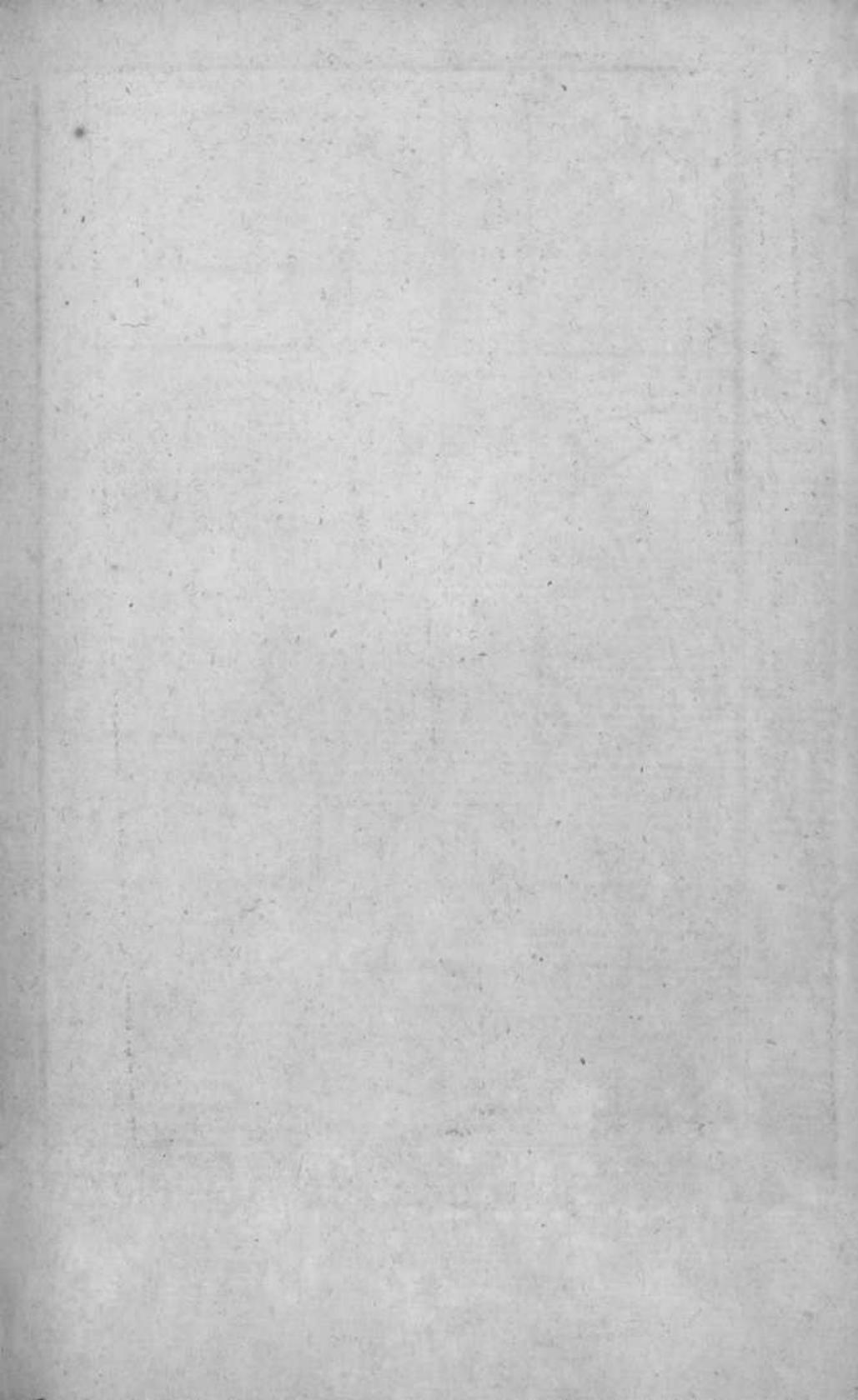


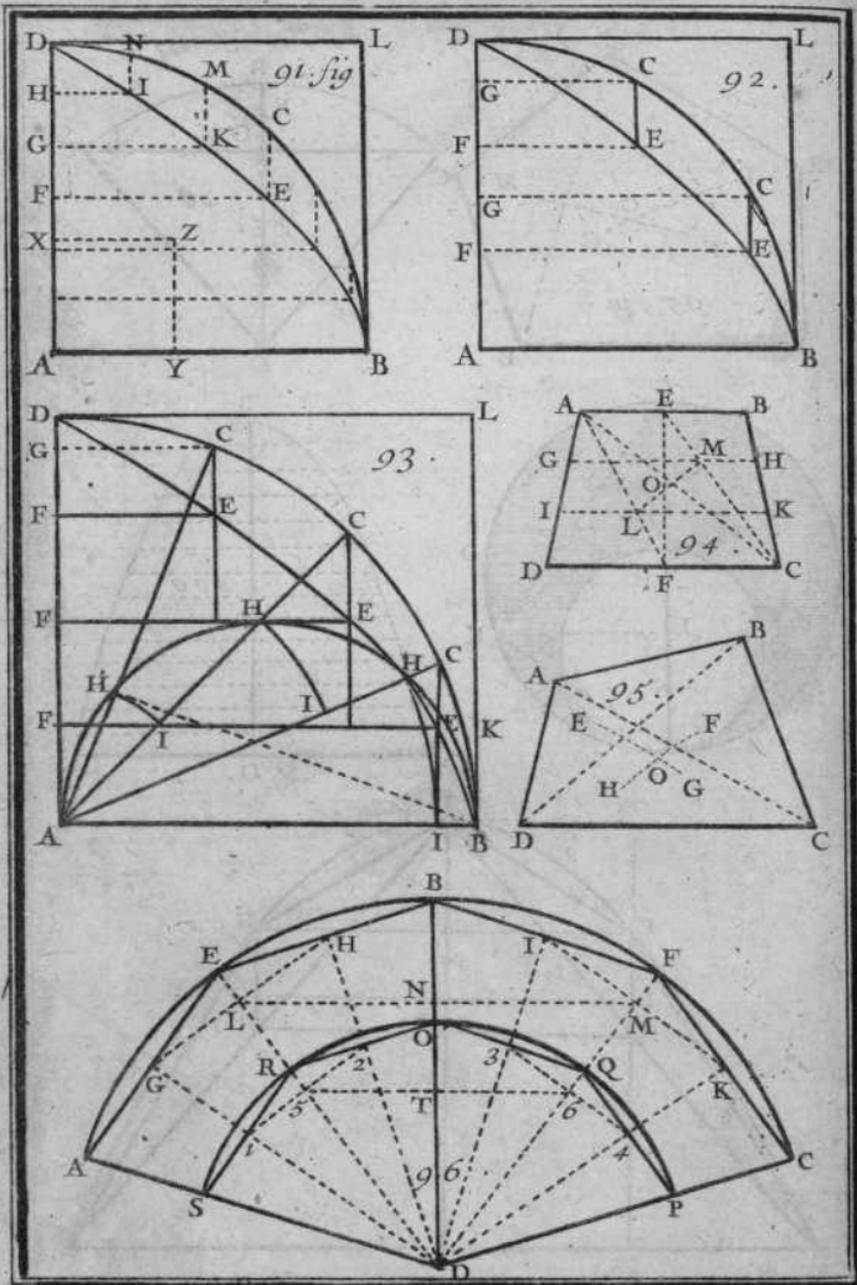


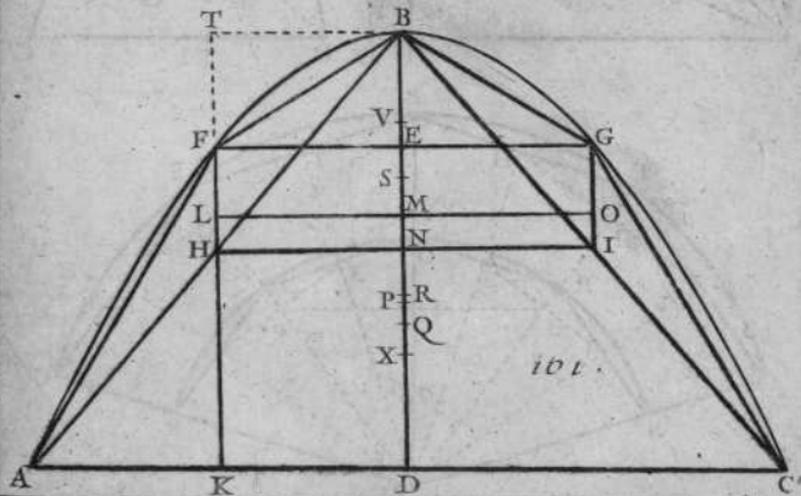
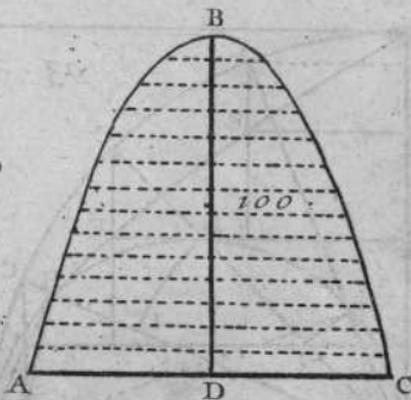
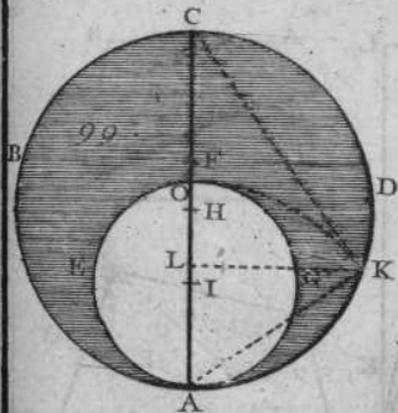
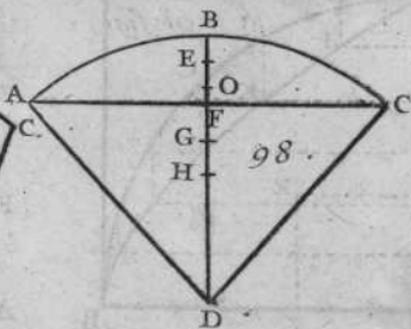
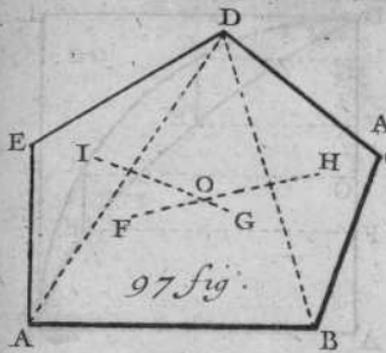


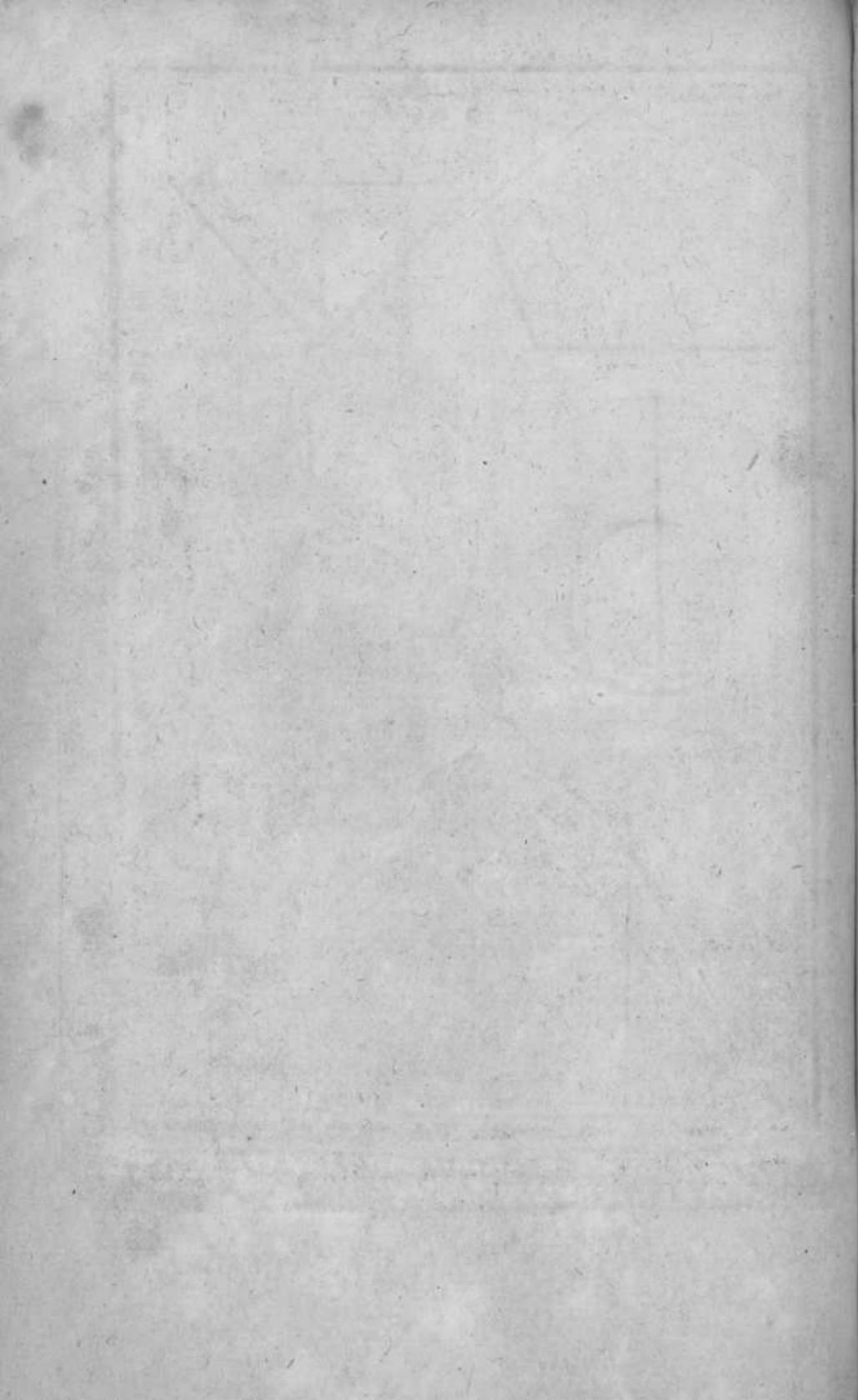


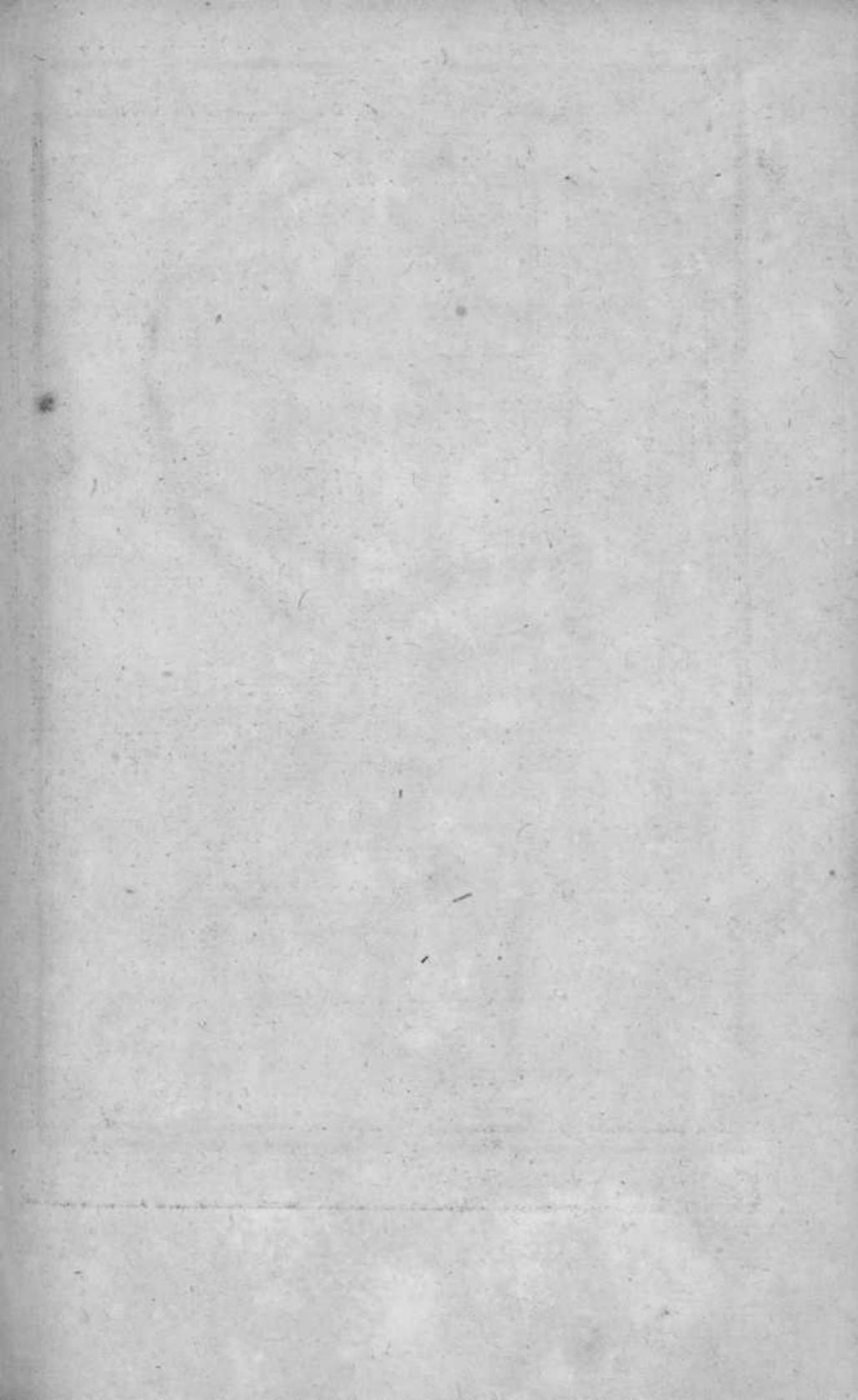


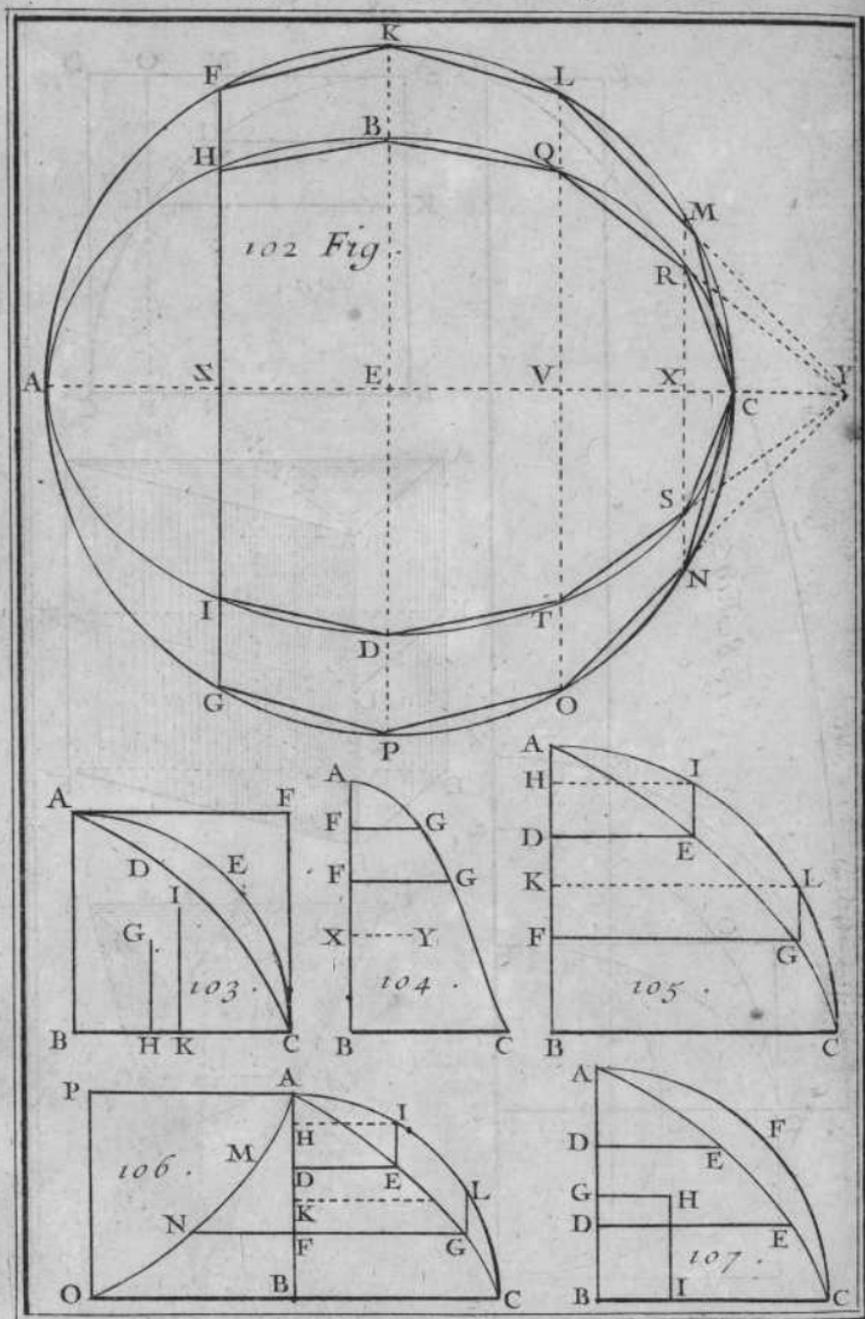


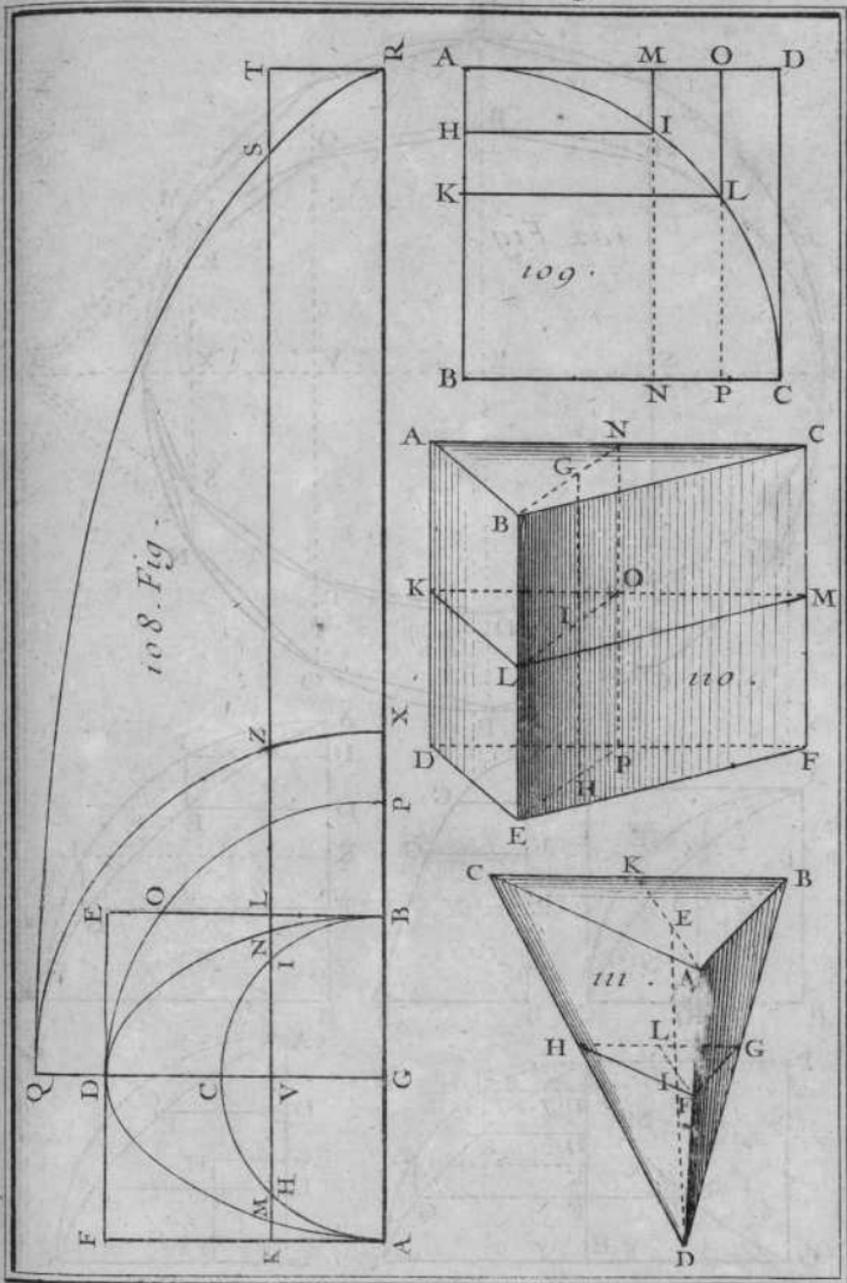








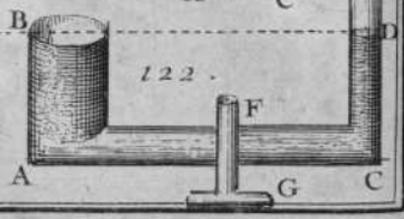
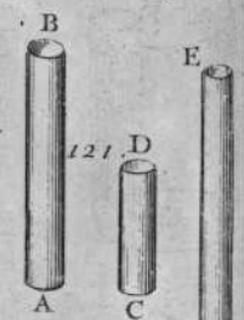
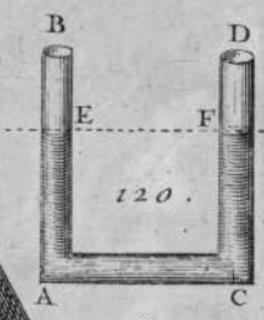
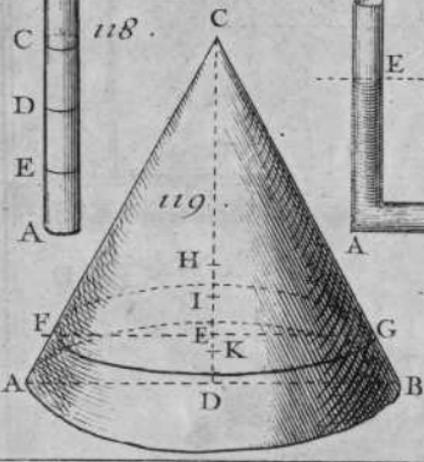
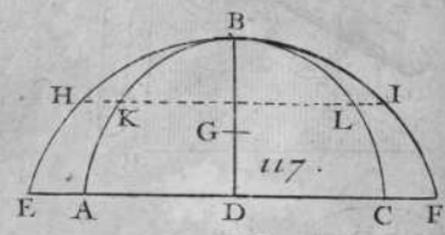
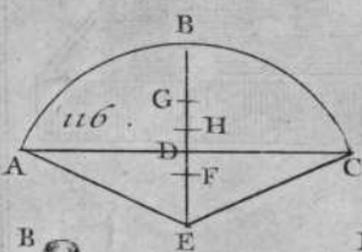
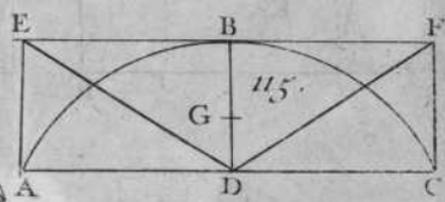
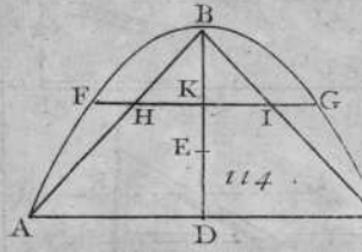
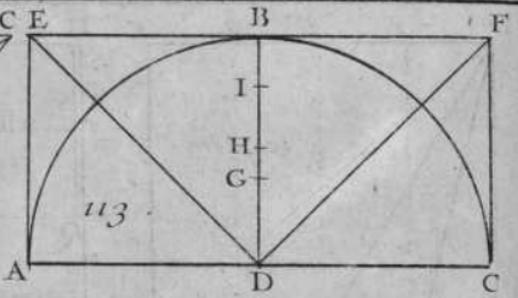
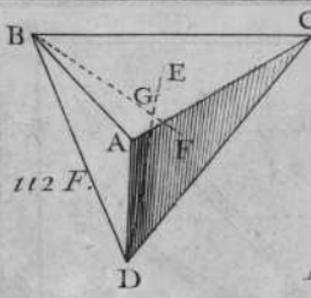


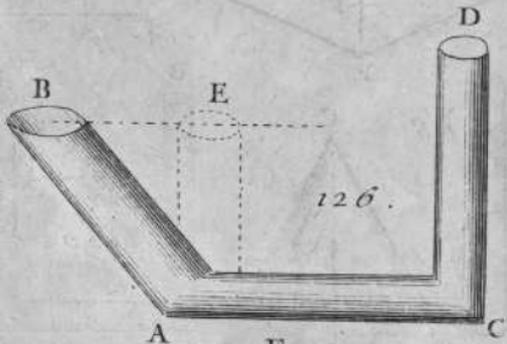
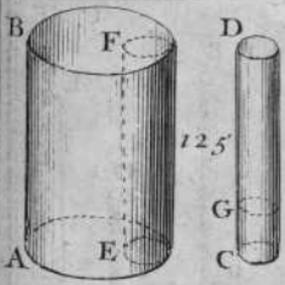
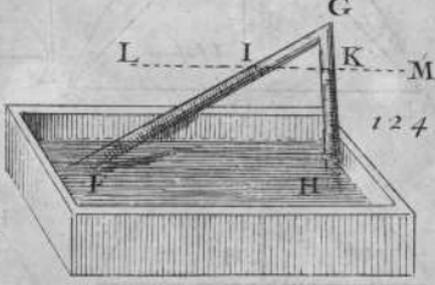
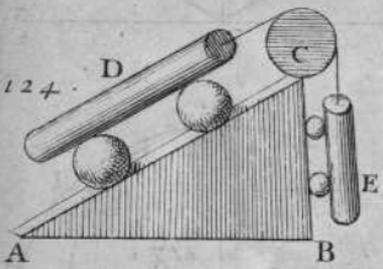
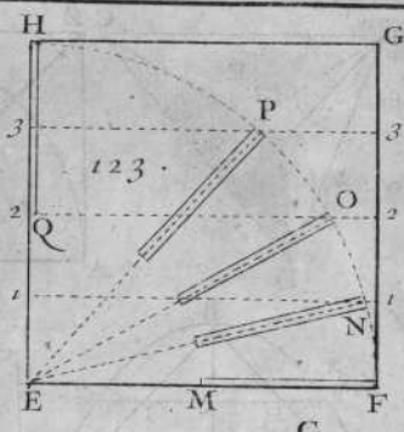
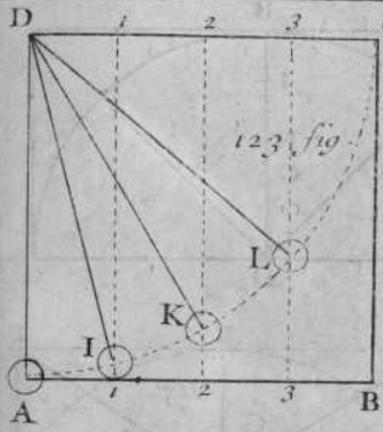


Berx fecit.



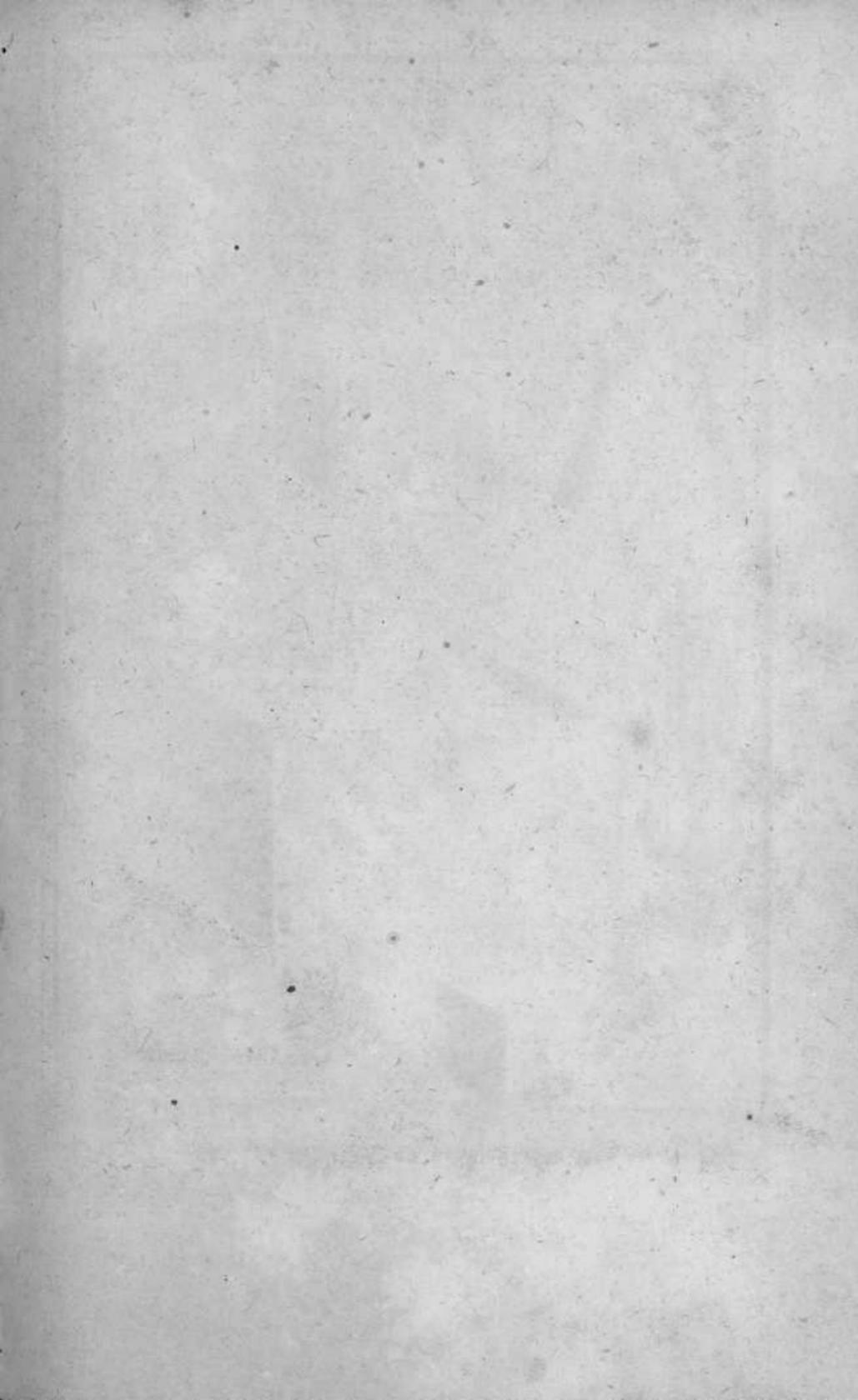


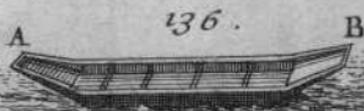
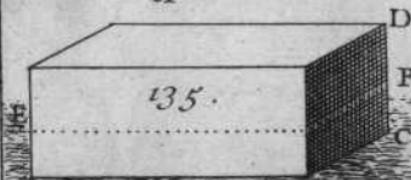
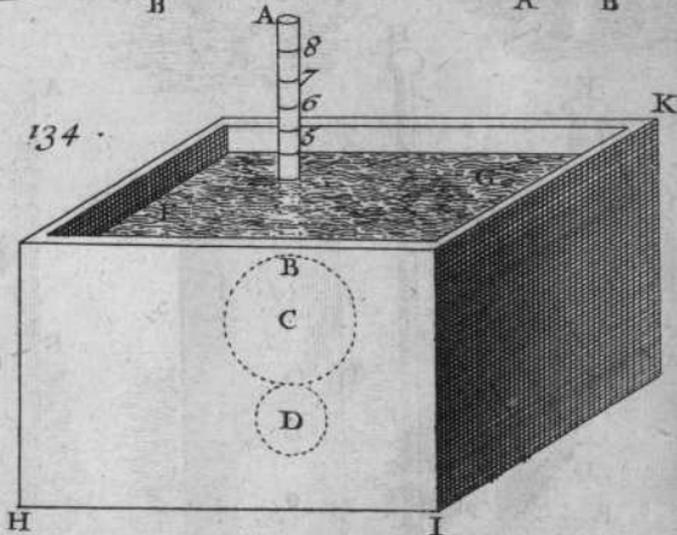
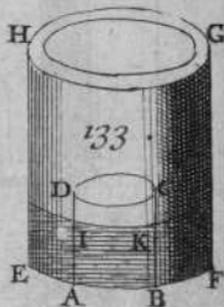
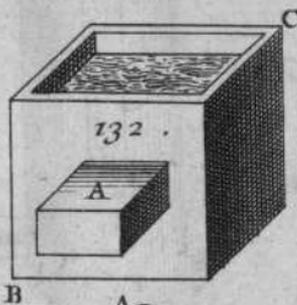
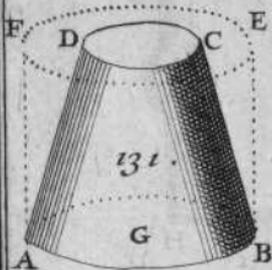
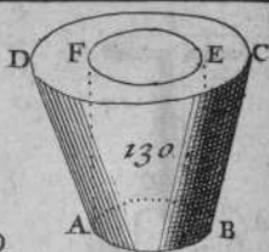
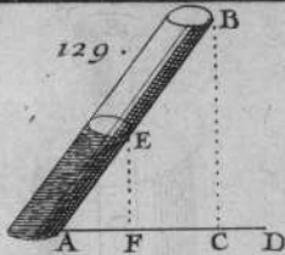
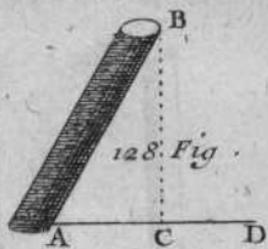


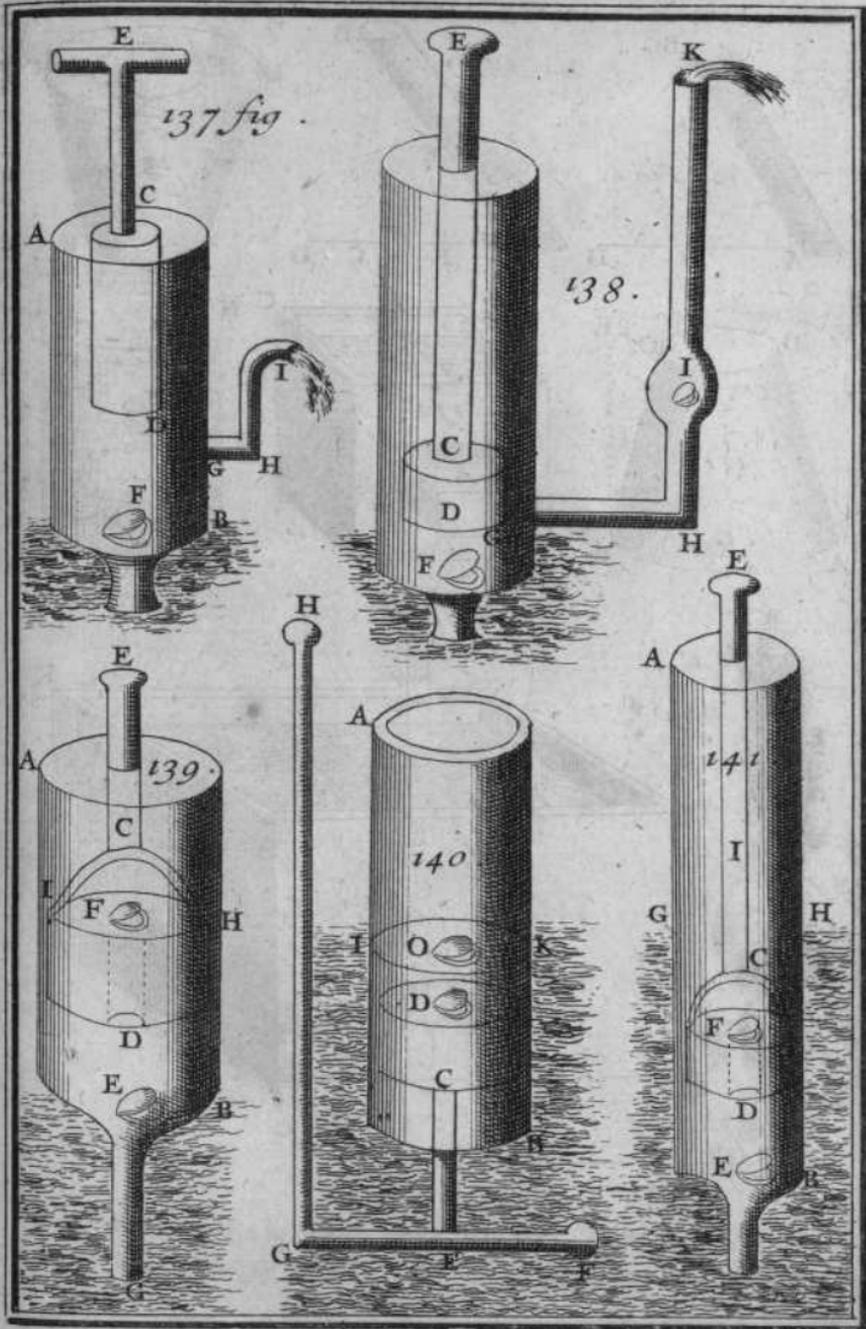


Berroy fecit



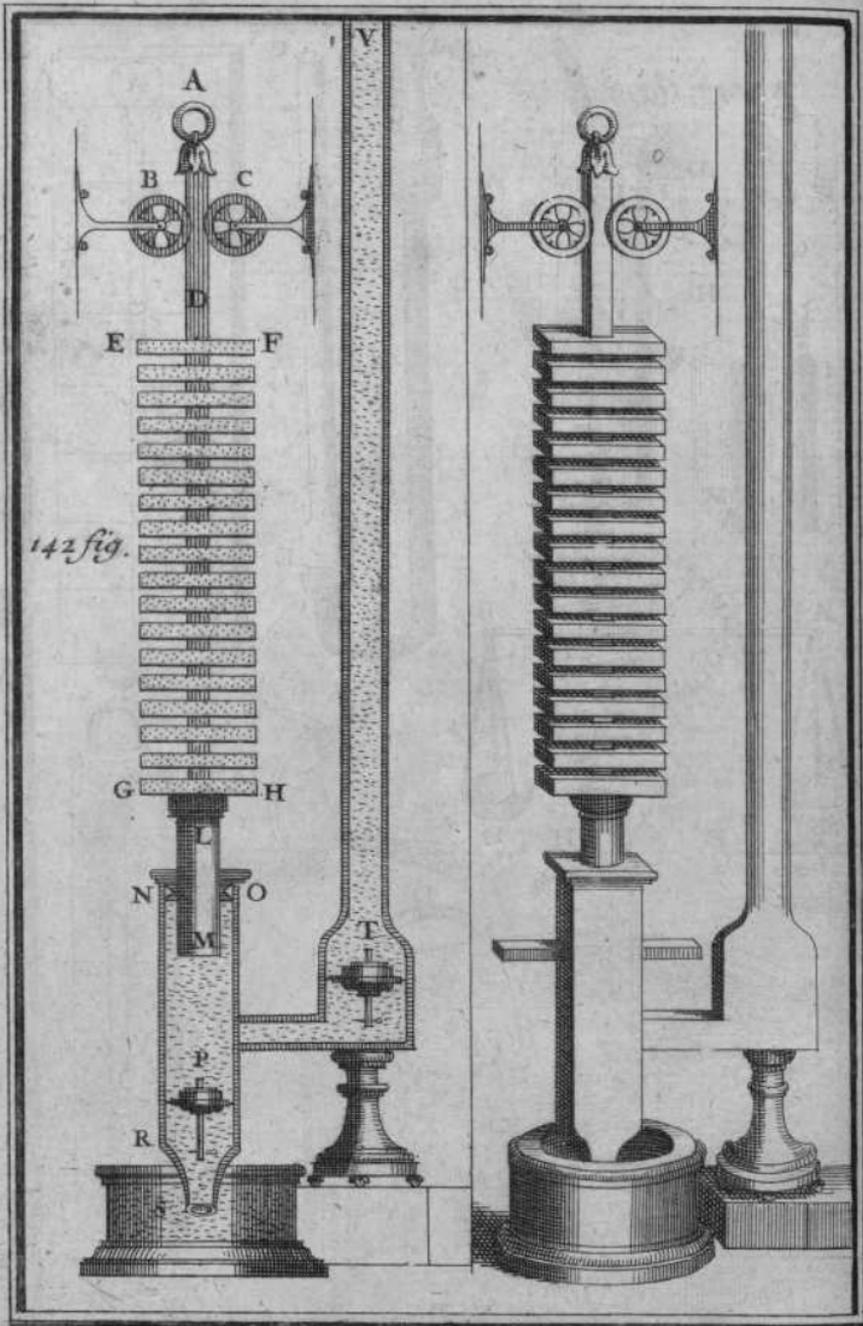


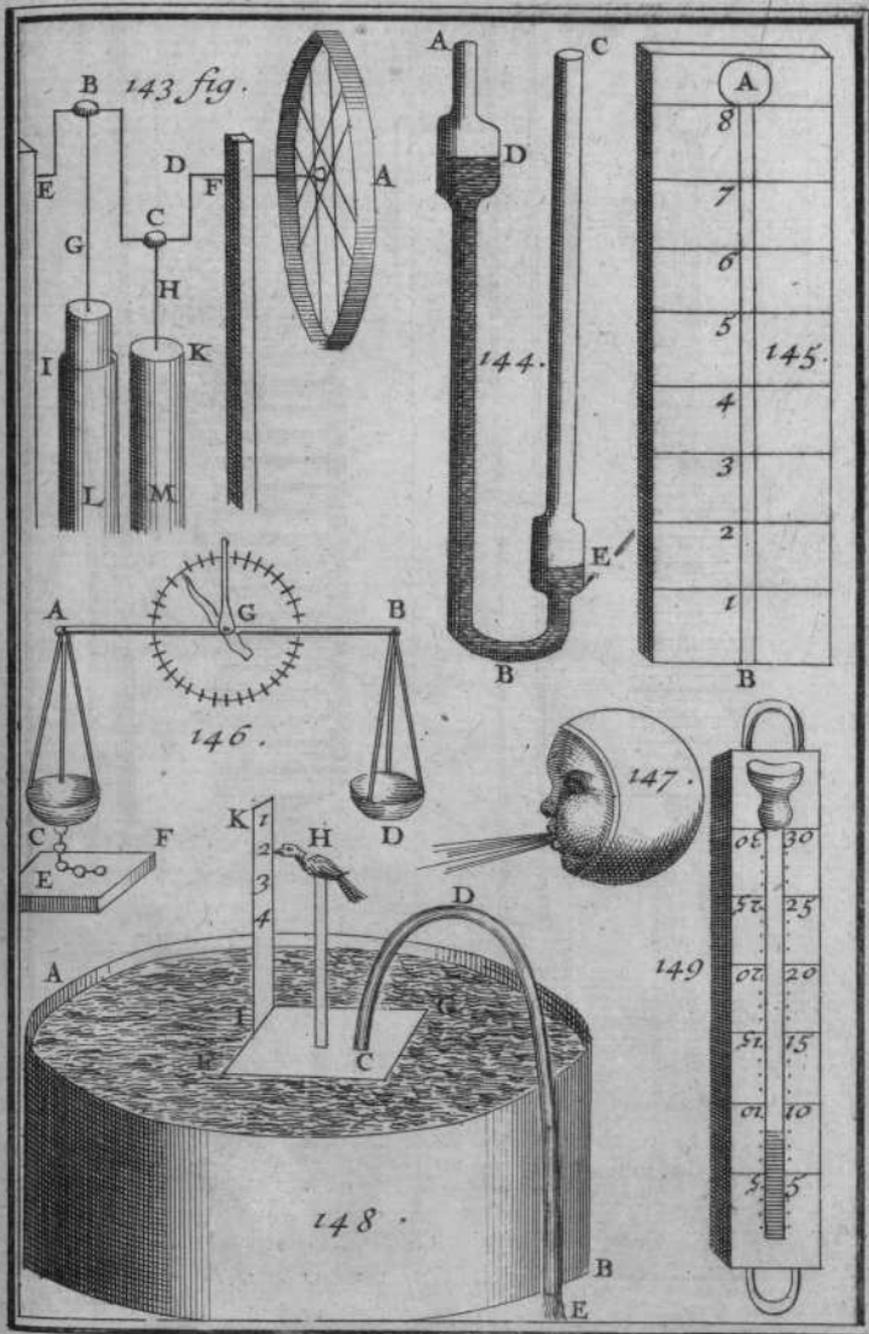


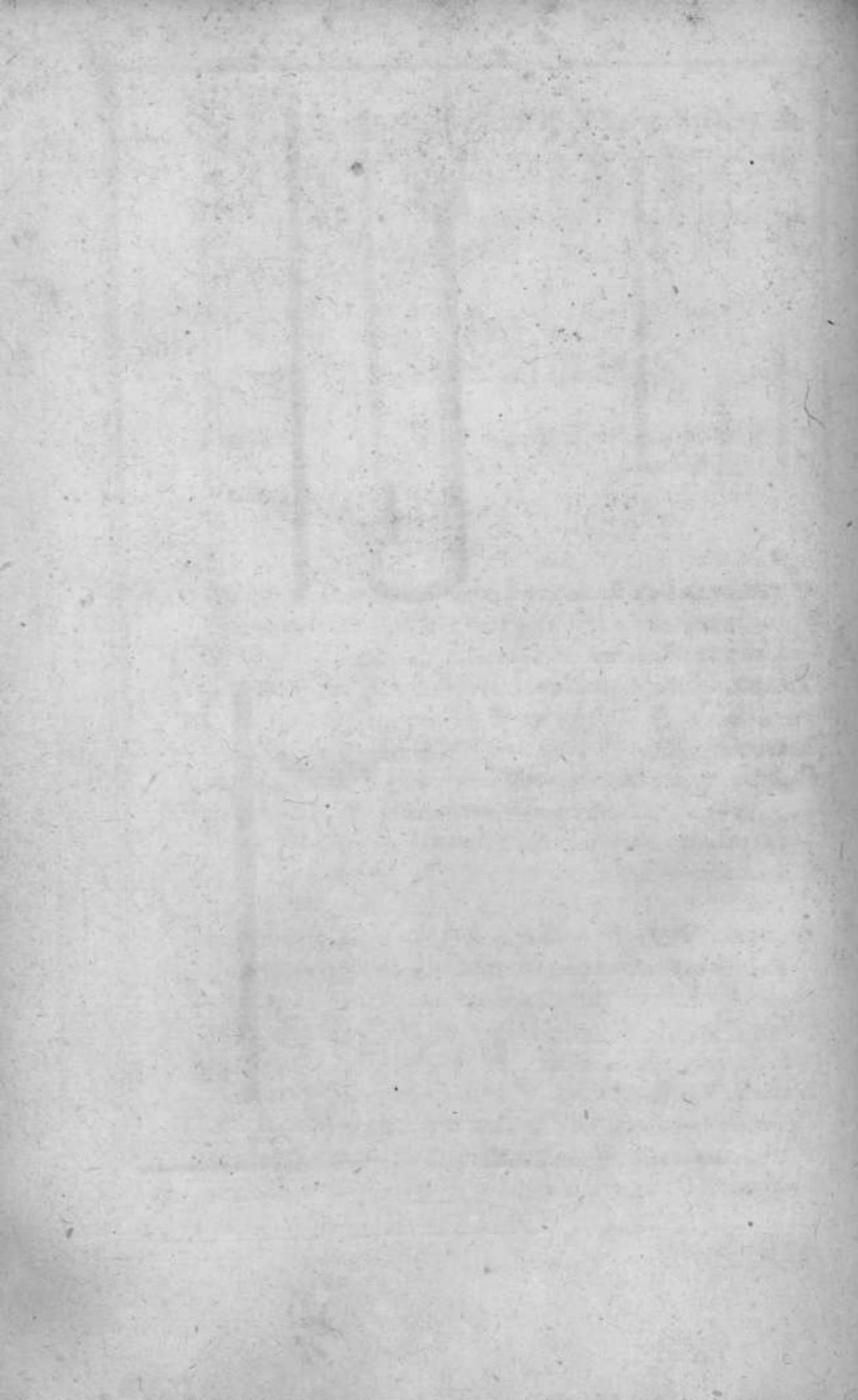














T A B L E

Des Titres contenus dans
la Perspective.

Traité de Perspective. Page 1
Définitions. I

T H E O R E M E S.

THÉOREME I. Si une ligne droite étant continuée ne passe pas par l'œil, son apparence dans le Tableau sera une ligne droite. 6

THEOR. II. Si l'on coupe un Cone par un Plan parallèle à sa Base, la Section sera un Cercle. 6

THEOR. III. Si l'on coupe un Cone scalène par un Plan qui étant perpendiculaire à la Base du Triangle de l'Axe, retranche de ce Triangle vers la pointe, un autre Triangle semblable dans une situation contraire; la Section sera un Cercle. 8

THEOR. IV. Si l'on coupe un Cone par un Plan qui étant perpendiculaire à la Base du Triangle de l'Axe, retranche de ce Triangle un autre Triangle dissemblable vers la pointe, la Section sera une Ellipse. 9

THEOR. V. Si un Cercle est parallèle au Tableau, son Apparence dans le Tableau sera aussi un Cercle. II

THEOR. VI. Si un Cercle n'est point parallèle au
a

T A B L E

- Tableau, & que son Plan étant continué ne passe pas par l'œil, son Apparence dans le Tableau sera ou une Ellipse, ou un Cercle.* 12
- THEOR. VII.** *Si une ligne droite est parallele au Tableau, son Apparence dans le Tableau luy sera parallele.* 12
- THEOR. VIII.** *Si une ligne droite étant continuée rencontre le Tableau, son Apparence étant prolongée dans le Tableau, passera par son Point accidentel.* 13
- THEOR. IX.** *Si d'un même point il part deux lignes droites égales entre elles, & paralleles au Tableau, leurs Apparences dans le Tableau seront aussi égales entre elles.* 14
- THEOR. X.** *Si une ligne droite parallele au Tableau est divisée en parties égales, leurs Apparences dans le Tableau seront aussi égales.* 15
- THEOR. XI.** *Si deux lignes droites égales & paralleles entre elles & au Tableau, sont également éloignées du Tableau, leurs Apparences dans le Tableau seront égales entre elles.* 16
- THEOR. XII.** *Si de tant de points que l'on voudra d'une ligne droite, qui étant prolongée rencontre le Tableau, on tire autant de lignes droites égales entre elles, & paralleles aussi entre elles & au Tableau, leurs Apparences seront bornées dans le Tableau par des lignes droites, qui étant prolongées passeront par le Point accidentel de cette ligne droite.* 17

P R O B L E M E S.

- P**ROBLEME I. *Etant donné un point dans le Plan Geometral, trouver son Apparence dans le Tableau.* 18

DES TITRES.

- PROBL. II. Etant donné un point dans le Plan Geometral, d'où il part une ligne droite perpendiculaire, à l'Horizon d'une grandeur donnée, trouver l'Apparence de cette ligne dans le Tableau. 20
- PROBL. III. Etant donné dans le Plan Geometral un point, d'où il part une ligne droite inclinée d'une grandeur donnée, trouver l'Apparence de cette ligne penchante dans le Tableau. 21
- PROBL. IV. Etant donnée dans le Tableau l'Apparence d'une ligne droite du Plan Geometral, trouver dans le même Plan Geometral la grandeur & la position de cette ligne droite. 23
- PROBL. V. Etant donnée l'Apparence & l'Assiete dans le Tableau d'une ligne droite élevée au dessus du Plan Geometral, trouver la longueur & la hauteur de cette ligne au dessus du même Plan Geometral. 25
- PROBL. VI. Diviser en parties égales en representation l'Apparence donnée dans le Tableau d'une ligne droite située sur le Plan Geometral. 26
- PROBL. VII. Diviser en parties égales en representation l'Apparence donnée dans le Tableau d'une ligne objective élevée sur le Plan Geometral. 29
- PROBL. VIII. D'un point donné sur l'Apparence donnée dans le Tableau d'une Ligne Geometrale, retrancher une partie égale en representation à une ligne donnée. 31
- PROBL. IX. D'un point donné sur l'Apparence donnée dans le Tableau d'une ligne droite élevée au dessus du Plan Geometral, retrancher une partie égale en representation à une ligne donnée. 34
- PROBL. X. Tirer d'un point donné dans le Tableau, à l'Apparence donnée dans le même Tableau

T A B L E

- d'une ligne geometrale, une parallele en representation.* 36
- PROBL. XI. *Tirer d'un point donné dans le Tableau à l'Apparence donnée dans le même Tableau d'une ligne droite élevée au dessus du Plan Geometral, une parallele en representation.* 37
- PROBL. XII. *D'un point donné dans le Tableau, tirer une ligne perpendiculaire en representation à une ligne droite donnée dans le même Tableau.* 39

PERSPECTIVE PRATIQUE.

- P**RATIQUE I. *Trouver dans le Tableau l'Apparence d'un point donné dans le Plan Geometral.* 44
- PRAT. II. *Trouver dans le Tableau l'Apparence d'une ligne droite donnée sur le Plan Geometral.* 47
- PRAT. III. *Trouver dans le Tableau l'Apparence d'une Figure plane donnée sur le Plan Geometral.* 48
- PRAT. IV. *Représenter en Perspective un Plancher composé de Quarrez égaux & vûs de face, sans Plan Geometral.* 50
- PRAT. V. *Représenter en Perspective un Plancher de Quarreaux vûs par l'Angle, sans Plan Geometral.* 51
- PRAT. VI. *Représenter en Perspective un Plancher composé de Quarrez égaux vûs de face, & entouré d'une Liziere, sans Plan Geometral.* 53
- PRAT. VII. *Représenter en Perspective un Plancher composé de Quarrez égaux vûs par l'Angle, & entouré d'une Liziere, sans Plan Geometral.* 53
- PRAT. VIII. *Représenter en Perspective un Plancher composé d'Octogones entremêlez de petits Quarreaux, sans Plan Geometral.* 54

DES TITRES.

- PRAT. IX. *Représenter en Perspective un Plancher composé d'Exagones, sans Plan Geometral.* 54
- PRAT. X. *Trouver dans le Tableau l'Apparence d'un Cercle donné dans le Plan Geometral.* 55
- PRAT. XI. *Représenter en Perspective les Assiettes de plusieurs Cubes vûs de face, égaux, & également éloignez l'un de l'autre, & mis dans plusieurs rangs qui aboutissent au Point de vûe, sans Plan Geometral.* 60
- PRAT. XII. *Représenter en Perspective un Quarré vû par l'Angle, avec quatre autres petits quarrés aussi vûs par l'Angle, & situez aux quatre Angles du Grand Quarré sans Plan Geometral.* 60

DES ELEVATIONS

OU DE LA SCENOGRAPHIE.

- PRATIQUE XIII. *D'un point donné dans le Tableau élever une ligne perpendiculaire à la Ligne de terre d'une grandeur donnée en représentation.* 62
- PRAT. XIV. *Représenter en Perspective un Prisme droit.* 64
- PRAT. XV. *Représenter en Perspective plusieurs Cubes droits également éloignez entre eux, & mis dans divers rangs paralleles & perpendiculaires au Tableau.* 65
- PRAT. XVI. *Représenter en Perspective un Prisme droit concave.* 66
- PRAT. XVII. *Représenter en Perspective un Corps droit taludé.* 67
- PRAT. XVIII. *Représenter en Perspective deux Pyramides, dont l'une soit appuyée sur sa Base, &*
à iij

TABLE

| | |
|--|----|
| <i>l'autre élevée sur sa Pointe.</i> | 68 |
| PRAT. XIX. <i>Représenter en Perspective un Corps droit concave taludé en dedans & en dehors.</i> | 68 |
| PRAT. XX. <i>Représenter en Perspective un Profil de Fortification.</i> | 69 |
| PRAT. XXI. <i>Représenter en Perspective une Croix double élevée à Angles droits sur le Plan Geometral.</i> | 70 |
| PRAT. XXII. <i>Représenter en Perspective un Prisme droit élevé sur l'une de ses faces obliques.</i> | 71 |
| PRAT. XXIII. <i>Représenter en Perspective un Prisme incliné à l'Horizon, appuyé sur un côté, & soutenu par un autre Prisme droit.</i> | 73 |

DES OMBRES.

| | |
|---|----|
| R <i>Regles des Ombres Solaires, quand le Soleil est supposé hors du Plan du Tableau.</i> | 78 |
| <i>Regles des Ombres Solaires, quand le Soleil est supposé dans le Plan Vertical & dans celui du Tableau.</i> | 84 |
| <i>Regles des Ombres Solaires, quand le Soleil est dans le Plan du Tableau, & hors du Plan Vertical.</i> | 88 |

Pratiques des Ombres Solaires.

| | |
|---|----|
| P RATIQUE XXIV. <i>Trouver l'Apparence de l'ombre d'une ligne droite mise en Perspective, & perpendiculaire au Plan Geometral, ou bien au Tableau, ou bien au Plan Vertical, sur l'un de ces Plans, ou de leurs paralleles, quand le Soleil est hors du Plan du Tableau.</i> | 94 |
| PRAT. XXV. <i>Trouver sur un Plan incliné l'Apparence d'un point élevé au dessus du Plan Geometral, lorsque le Soleil est hors du Plan du Ta-</i> | |

DES TITRES.

- bleau.* 96
PRAT. XXVI. *Trouver l'Apparence de l'ombre d'un Corps sur le Plan Geometral, lorsque le Soleil est dans le Plan du Tableau.* 98
PRAT. XXVII. *Trouver sur le Plan Geometral l'Apparence d'un objet percé à jour, quand le Soleil est dans le Plan du Tableau.* 100
PRAT. XXVIII. *Représenter en Perspective les ombres qui prennent les figures des Plans sur lesquels elles donnent.* 101

Pratiques des Ombres d'une petite lumiere.

- P**RATIQUE XXIX. *Trouver l'Apparence de l'ombre d'un point exposé à une chandelle.* 103
PRAT. XXX. *Trouver sur un Plan incliné l'Apparence de l'ombre d'un point exposé à une petite lumiere.* 105
PRAT. XXXI. *Trouver à la lumiere d'une chandelle l'ombre d'un Corps élevé en l'air.* 105

Fin de la Table des Titres.

Extrait du Privilege du Roy.

P Ar grace & Privilege du Roy, il est permis au sieur Ozanam, Professeur en Mathematique, de faire imprimer, vendre & distribuer un Livre intitulé *Cours de Mathematique, qui comprend toutes les parties de cette Science les plus utiles & les plus necessaires, &c. Avec des Recreations Mathematiques & Physiques, &c.* en un ou plusieurs Volumes, conjointement ou separement, en telle marge, grandeur, & caractere qu'il voudra, durant le temps de quinze années, à commencer du jour que ledit Ouvrage sera achevé d'imprimer, avec défenses à tous Libraires, Imprimeurs, & à toute autre personne, d'imprimer, faire imprimer ledit Ouvrage sous pre-texte de correction, d'augmentation, changement de titre, ni autrement, à peine de deux mille livres d'amende, & autres peines portées par ledit Privilege. DONNE' à Versailles le onzième jour de Janvier l'an de grace 1692. Signé, Par le Roy en son Conseil, BOUCHER.

Et ledit sieur Ozanam a cédé le present Privilege à Jean Jombert, Libraire à Paris, suivant l'accord fait entre eux.

Registré sur le Livre de la Communauté des Libraires & Imprimeurs de Paris, le 21. Janvier 1692. Signé P. AUBOÛIN. Syndic.



T R A I T E'
D E
P E R S P E C T I V E .

LA *Perspective* est l'Art de représenter les Objets visibles, comme ils paroissent à l'œil dans le Tableau, que pour cette fin l'on suppose transparent, & ordinairement perpendiculaire à l'Horizon, & placé entre l'œil & l'objet. Cette représentation se fait en tirant de tous les points de l'objet jusqu'à l'œil des Rayons, qui rencontrent le Plan du Tableau en des points qui font les apparences ou représentations de ceux de l'objet.

On considère dans la Perspective sur tout l'œil, l'Objet, le Plan du Tableau, le Plan Geometral, le Plan Vertical, & un quatrième Plan, qu'on appelle Plan horizontal, ce qui a donné lieu aux Définitions suivantes.

D E F I N I T I O N S .

LE *Plan Geometral* est une Surface plane parallèle à l'Horizon, placée plus bas que l'œil,

A

Plan-
che 1.
1. Fig.

comme ABCD, dans laquelle on imagine les Objets visibles sans aucun changement, si ce n'est que quelquefois ils sont reduits de grand en petit, & sur laquelle on décrit l'Assiete de l'Objet que l'on veut représenter en Perspective.

L'*Assiete* d'un point d'un objet, qui est hors du Plan Geometral, est un point de ce Plan où tombe une ligne perpendiculaire du point proposé. Ainsi l'on connoîtra que l'Assiete de l'extrémité 2 du Bâton incliné 1, 2, est le point 3, où le Plan Geometral ABCD se trouve coupé par la ligne 2, 3, qui luy est perpendiculaire, ce qui fait que le Plan Geometral ABCD a été aussi appelé par quelques-uns *Plan d'assiete*.

Le *Tableau* est une Surface plane, que l'on suppose transparente comme du verre, & que l'on suppose ordinairement perpendiculaire au Plan Geometral, comme FGHI, que l'on place toujours à quelque distance entre l'œil & les objets, pour y pouvoir représenter ces objets en Perspective, ce qui fait que le Tableau a été appelé *Plan perspectif*.

Il arrive quelquefois que le Tableau est incliné, c'est à dire qu'il n'est pas perpendiculaire au Plan Geometral, ou à l'Horizon, & que sa Surface est courbe, comme quand on veut peindre sur la Surface d'une Voute, mais comme cela n'est pas ordinaire, nous concevrons dans la suite le Tableau comme un Plan perpendiculaire à l'Horizon.

La *Ligne de terre* est la commune section du Plan Geometral & du Tableau, comme FG, sur laquelle s'appuye le Tableau, ce qui fait que cette ligne est aussi appelée *Base du Tableau*.

Le *Plan Horizontal* est une Surface plane, qui passant par l'œil est perpendiculaire au Plan du Tableau, & par consequent parallele à l'Horizon,

DEFINITIONS.

comme $OPQR$, qui passe par l'œil que nous supposons au point E .

La *Ligne Horizontale* est la ligne droite dans laquelle le Plan Horizontal & le Plan du Tableau s'entrecoupent, comme VX , qui est nécessairement parallèle à la Ligne de terre FG .

Le *Rayon principal* est une ligne droite tirée de l'œil perpendiculairement au Plan du Tableau, comme ES , qui se rencontre nécessairement dans le Plan Horizontal.

Le *Point de vûe*, qu'on appelle aussi *Point principal*, & *Point de l'œil*, est le point où le Tableau se trouve coupé par le Rayon principal, comme S , qui est nécessairement dans la Ligne Horizontale VX .

Le *Point de distance* est un point de la Ligne Horizontale, éloigné du Point de vûe d'une distance égale au Rayon principal, comme V , ou X , les lignes SV , SX , étant égales chacune au Rayon principal ES .

Le *Plan Vertical* est une Surface plane, qui passant par le Rayon principal est perpendiculaire à l'Horizon, & par conséquent au Plan Geometral, & au Tableau, comme $KLMN$, auquel la Ligne de terre FG , & la Ligne Horizontale VX sont nécessairement perpendiculaires.

La *Ligne de station* est la Ligne droite dans laquelle le Plan Vertical coupe le Plan Geometral, comme KL , qui est nécessairement parallèle au Rayon principal, & par conséquent perpendiculaire au Tableau.

La *Ligne Verticale* est la Ligne droite, dans laquelle le Tableau se trouve coupé par le Plan Vertical, comme ST , qui est nécessairement perpendiculaire à la Ligne de station KL , & au Rayon principal EL , parce qu'elle est perpendiculaire au

4 TRAITE' DE PERSPECTIVE.
Plan Geometral, & au Plan Horizontal.

La *Hauteur de l'œil* est une ligne droite, qui passant par l'œil est perpendiculaire au Plan Geometral, comme EK, qui est necessairement parallele & égale à la Ligne Verticale ST.

Plan-
che 1.
2. Fig.

Le *Point accidental* d'une ligne droite est le point où le Tableau se trouve coupé par une ligne droite tirée de l'œil parallelement à la ligne proposée. Ainsi l'on connoitra que le Point accidental de la ligne SK, ou de sa parallele GL est le point S. D'où il est aisé de conclure, que toutes les lignes paralleles au Tableau n'ont aucun Point accidental, & que toutes les autres qui sont paralleles entre elles, ont un même Point accidental. On connoît aussi facilement que toutes les lignes droites qui sont perpendiculaires au Tableau, ont pour Point accidental le Point principal S, & que celles qui font avec le Tableau un Angle demi-droit, ont pour Point accidental l'un des deux Points de distance.

Le *Plan*, ou l'*Ichnographie* de quelque objet qu'on appelle aussi *Assiete*, est sa Projection Orthographique sur le Plan Geometral. Ainsi l'on connoît que le Plan d'un Cylindre droit est un Cercle, & que le Plan d'un Cube droit est un Quarré.

On appelle *Projection Orthographique* d'un objet la figure qui se forme sur le Plan Geometral, en tirant de tous les points de l'objet des lignes droites perpendiculaires au même Plan Geometral.

Mais on appelle *Front* la Projection orthographique d'un objet sur un Plan parallele au Tableau : & *Profil* la Projection orthographique d'un objet sur un Plan parallele au Plan Vertical.

La *Representation*, ou l'*Apparence* d'un point de quelque objet est un point où le Tableau se trouve coupé par une ligne droite tirée de l'œil au point de

l'objet proposé. Ainsi l'on connoît que l'Apparence du point M est le point *m*, & que l'Apparence du point N est le point *n*, & que par conséquent l'Apparence de la ligne MN est *mn*. Plan-
che 1.
2. Fig-

Il est évident que si une ligne droite de quelque objet étant continuée ne passe pas par l'œil, son Apparence sera une ligne droite du Tableau, où il sera coupé par une Surface plane qui sera composée d'une infinité de lignes tirées de tous les points de la ligne proposée, & aboutissant à l'œil, comme autant de Rayons visuels, comme nous démontrerons plus particulièrement au *Theor. I.*

Il est évident aussi que si une Surface de quelque objet étant continuée ne passe pas par l'œil, son apparence sera une partie du Tableau, comprise entre les apparences des lignes qui bornent cette Surface. Ainsi en supposant que la Surface 5, 6, 7, 9, du Cube 5, L, 8, étant continuée, ne passe pas par l'œil E, son apparence sera la partie 1, 2, 3, 4, comprise entre les apparences 12, 23, 34, 14, des lignes 59, 97, 76, 56, qui bornent la Surface proposée 5, 6, 7, 9.

Enfin il est évident que si quelque partie d'un objet touche le Tableau, son apparence sera au même endroit du Tableau où elle le touche. Ainsi l'on connoîtra que l'apparence de l'extrémité P du Bâton incliné OP, qui touche le Tableau FGHI au point P, est le même point P.

Il suit de ce que nous venons de dire, que toutes les parties des objets qui sont plus bas que l'œil, ou que le Plan horizontal, doivent être représentées dans le Tableau au dessous de la Ligne Horizontale VX; & que tout au contraire celles qui sont au dessus du Plan Horizontal, ou plus élevées que l'œil, doivent être représentées dans le Tableau au

dessus de la même Ligne Horizontale VX : & qu'enfin tous les objets qui sont à l'égard de l'œil à droite du Plan Vertical, doivent être representez dans le Tableau à la droite de la Ligne Verticale, & à la gauche ceux qui sont à la gauche du même Plan Vertical.

T H E O R E M E S .

T H E O R E M E I .

Si une ligne droite étant continuée ne passe pas par l'œil, son apparence dans le Tableau sera une ligne droite.

Plan-
che 1.
2. Fig.

SI la ligne droite MN étant continuée ne passe pas par l'œil E, je dis que son apparence *mn* dans le Tableau FGHI, est une ligne droite, parce que son Plan triangulaire MEN, que composent tous les Rayons visuels tirez de l'œil E par tous les points de la ligne MN, ne peut couper le Plan du Tableau FGHI que par une ligne droite, par 3. 11.

T H E O R E M E I I .

Si l'on coupe un Cone par un Plan parallele à sa Base, la Section sera un Cercle.

Plan-
che 2.
3. Fig.

QUOIQUE ce Theorème soit évident de luy-même, parce qu'un Cone est composé d'une infinité de Cercles paralleles entre eux & à sa Base qui est aussi un Cercle, ce qui a fait que dans la Gnomonique & dans la Geometrie, nous l'avons supposé comme démontré : néanmoins afin que rien ne manque dans ce petit Cours de Mathematique, je démontreray que si le Cone ABCD est coupé par un Plan GKH parallele à la Base ADC, qui est un

Cercle, la Section GKH est aussi un Cercle, en cette sorte. Plan-
che 2.
3. Fig.

Si l'on tire de la pointe B du Cone par le Centre E de la Base ADCF, qui est un Cercle, l'Axe BE, & que l'on coupe le Cone ABCD par un Plan qui passe par son Axe BE, la Section sera le Triangle ABC, lequel à cause de cela est appelé *Triangle de l'Axe*, qui se trouvera coupé par le Plan GKH parallèle à la Base ADCF, par la droite GH, qui par 16. 11. sera parallèle au Diametre AC, parce que ces deux lignes AC, GH, sont les Sections des deux Plans paralleles ADC, GHK, par le troisième Plan ABC. C'est pourquoy les deux Triangles AEB, GIB, seront semblables, aussi-bien que les deux BEC, BIH, & la raison des deux lignes AE, GI, sera égale à celle des deux CE, HI, parce que chacune de ces deux Raisons est égale à celle des deux lignes BE, BI. D'où il suit que comme les deux lignes AE, CE, sont égales entre elles, parce que le point E est le Centre du Cercle ADCF, aussi les deux GI, HI, sont égales entre elles.

Si par le point F pris à discretion sur la circonférence ADC, l'on tire à la pointe B du Cone ABCD, la droite BF, qui sera sur la Surface de ce Cone, & coupera le Plan GHK au point K, & qu'on mene les droites EF, IK, elles seront paralleles entre elles, par 16. 11. parce qu'elles sont les Sections des deux Plans paralleles ADC, GKH, & du troisième Plan EBF, ce qui rend semblables les deux Triangles BIK, BEF, & par 4. 6. la raison des deux lignes EF, IK, sera égale à celle des deux BE, BI, & par consequent à celle des deux AE, GI, & encore à celle des deux CE, HI, d'où il est aisé de conclure, que comme les deux AE, CE, sont égales entre elles, aussi-bien que les deux GI, HI, aussi les trois

8 TRAITÉ DE PERSPECTIVE.

IG, IH, IK, sont égales entre elles, & que par conséquent la Section GKH est un Cercle. *Ce qu'il falloit démontrer.*

THEOREME III.

Si l'on coupe un Cone scaléne par un Plan qui étant perpendiculaire à la Base du Triangle de l' Axe, retranche de ce Triangle vers la pointe, un autre Triangle semblable dans une situation contraire; la Section sera un Cercle.

Plan-
che 2.
4. Fig.

JE dis que si le Cone scaléne ABCD est coupé par un Plan perpendiculaire à la Base AC du Triangle de l'Axe ABC, en sorte que le Triangle BEF terminé par la Section EF de ce Plan coupant & du Triangle de l'Axe ABC soit semblable au même Triangle ABC, dans une situation contraire, ce qui s'appelle *Section soucontraire*, c'est à dire que l'Angle BEF soit égal à l'Angle ACB, & l'Angle BFE à l'Angle BAC, la Section EKF du Cone & du même Plan coupant est un Cercle.

DEMONSTRATION.

Si par le point G pris à discretion sur la commune Section EF du Plan coupant EKF & du Triangle de l'Axe ABC, l'on tire la ligne HI parallele au Diametre AC de la Base ADC du Cone, & que par cette ligne HI l'on fasse passer un Plan parallele à la même Base ADC, la Section HKI de ce Plan & du Cone sera un Cercle, dont le Diametre est HI, *par Theor. 2.* & parce que tant le Plan HKI, que le Plan EKF est perpendiculaire au Triangle de l'Axe ABC, leur commune Section GK sera perpendiculaire au même Triangle ABC, *par 19. 11.* & par

THEOREMES.

9

Plan-
che 2.
4. Fig.

consequent aux deux lignes HI, EF: & parce que chacun des deux Triangles BEF, BHI, est semblable au Triangle de l'Axe ABC, ils seront semblables entre eux, & l'Angle F sera égal à l'Angle H, & l'Angle E à l'Angle I, ce qui rend semblables les Triangles EGH, IGF, & l'on connoitra par 4. 6. que les quatre lignes GH, GE, GF, GI, sont proportionnelles, & par 16. 6. que les Rectangle des deux lignes GE, GF, est égal à celui des deux GH, GI, c'est à dire par 35. 3. au carré de la ligne GK; d'où il est aisé de conclure que la Section EKF est un Cercle. *Ce qu'il falloit démontrer.*

THEOREME IV.

Si l'on coupe un Cone par un Plan qui étant perpendiculaire à la Base du Triangle de l'Axe, retranche de ce Triangle un autre Triangle dissemblable vers la pointe, la Section sera une Ellipse.

JE dis que si l'on coupe le Cone ABCD, dont la Base est le Cercle ADC, & le Triangle de l'Axe est ABC, par un Plan qui soit perpendiculaire à la Base AC, du Triangle de l'Axe ABC, en sorte que coupant les deux côtez AB, AC, de ce Triangle aux deux points E, F, il retranche du même Triangle de l'Axe ABC le petit Triangle dissemblable BEF, dont la Base EF est la commune Section du Plan coupant & du Triangle de l'Axe ABC; la Section ENFH de ce Plan coupant & du Cone est une *Ellipse*, sçavoir une Figure plane terminée par une ligne courbe, où les quarrez des Ordonnées à un Diametre, comme au Diametre EF, sont proportionnels aux Rectangles sous les parties correspondantes du même Diametre.

5. Fig.

P R E P A R A T I O N .

Plan-
che 2.
5. Fig.

Que l'on coupe par la pensée le Cone ABCD, par un Plan, qui passant entre les extremitéz E, F, de la ligne EF, qu'on appelle *Diametre de Section*, soit parallele à la Base ADC du Cone ABC, pour avoir par cette Section le Cercle GLHM, dont le Diametre GH étant la commune Section du Plan coupant & du Triangle de l'Axe ABC, sera parallele au Diametre AC de la Base ADC.

Que l'on coupe encore le Cone ABCD par un autre Plan, qui passant entre les mêmes extremitéz E, F, du Diametre de Section EF, soit aussi parallele à la Base ADC du Cone ABCD, pour avoir par cette seconde Section le Cercle INKO, dont le Diametre IK étant la commune Section de ce second Plan coupant & du Triangle de l'Axe ABC, sera parallele à la Base AC du même Triangle ABC, & par consequent au Diametre GH.

Enfin tirez par les points opposez L, M, où la Section ENFH se trouve coupée par le Cercle GLHM, la droite LM qui sera divisée à Angles droits & en deux également par le Diametre de Section EF, au point P, où les deux Diametres EF, GH, s'entrecoupent. Pareillement tirez par les deux points opposez N, O, où la même Section ENFH se trouve coupée par le Cercle INKO, la droite NO, qui sera aussi coupée à Angles droits & en deux également par le Diametre de Section EF, au point R, où les deux Diametres EF, IK, s'entrecoupent. D'où il suit que les deux lignes LM, NO, sont des Ordonnées au Diametre EF, & que ce Diametre EF est un Axe.

DEMONSTRATION.

Cette Preparation étant faite, on aura dans les Triangles semblables GPE, IRE, cette Analogie, GP, IR::EP, ER, & dans les deux semblables HPF, KRF, on aura celle-cy, HP, KR::FP, FR : & si des termes homologues de ces deux Analogies on forme des Rectangles, comme vous voyez ici, on aura cette troisième Analogie,

$$\begin{array}{ccc} GP, & IR :: EP, & ER. \\ HP, & KR :: FP, & FR. \end{array}$$

$$GPHP, IRKR :: EPFP, ERFR.$$

GPHP, IRKR::EPFP, ERFR, dans laquelle mettant à la place des deux premiers termes, sçavoir du Rectangle des lignes GP, HP, & du Rectangle des lignes IR, KR, les deux Quarrez PL, RN, qui leurs sont égaux, par la nature du Cercle, on connoitra que le Quarré PL, est au Quarré RN, comme le Rectangle des lignes EP, FP, est au Rectangle des lignes ER, FR, & que par consequent la Section ENFH est une Ellipse. *Ce qu'il falloit démontrer.*

THEOREME V.

Si un Cercle est parallele au Tableau, son Apparence dans le Tableau sera aussi un Cercle.

SI l'on imagine par tous les points du Cercle proposé autant de Rayons qui aboutissent à l'œil, il se formera un Cone, dont la pointe sera l'œil, & la base sera le Cercle : & comme ce Cone se trouve coupé par un Plan parallele à sa base, sçavoir par

le Tableau, il s'en suit, *par Theor. 2.* que la Section ou l'Apparence est un Cercle. *Ce qu'il falloit démontrer.*

T H E O R E M E V I .

Si un Cercle n'est point parallele au Tableau, & que son Plan étant continué ne passe pas par l'œil, son Apparence dans le Tableau sera ou une Ellipse, ou un Cercle.

SI l'on imagine par tous les points du Cercle proposé autant de Rayons qui aboutissent à l'œil, il se fera comme dessus, un Cone qui sera coupé obliquement par le Plan du Tableau, & dont par conséquent la Section ne peut être qu'une Ellipse, *par Theor. 4.* à moins que la Section du Cone ne soit soucontraire, auquel cas elle seroit un Cercle, *par Theor. 3.*

T H E O R E M E . V I I .

Si une ligne droite est parallele au Tableau, son Apparence dans le Tableau luy sera parallele.

Plan-
che 1.
2. Fig.

SI la ligne 6, 7, est parallele au Tableau FGHI, je dis que son Apparence 3, 4, luy est parallele: car si l'on imagine le long de la ligne proposée 6, 7, un Plan parallele au Tableau, comme le Plan 5, 6, 7, 9, les Sections de ces deux Plans paralleles FGHI, 5 6 7 9, par le troisième Plan Triangulaire 6E7, sçavoir 6, 7, & 3, 4, seront paralleles, *par 16. 11.*

C O R O L L A I R E .

Il suit de cette Proposition, que si la ligne pro-

posée est parallèle à la Ligne de terre FG, comme 5, 6, son Apparence 1, 4, sera aussi parallèle à la Ligne de terre FG: & que si la ligne proposée est parallèle au Plan Vertical, ou perpendiculaire à l'Horizon, comme 5, 9, son Apparence 1, 2, sera perpendiculaire à la Ligne de terre FG: & enfin que si la ligne proposée est inclinée à l'Horizon, comme 5, 7, son Apparence 1, 3, sera semblablement inclinée, en sorte qu'étant prolongée autant qu'il en sera besoin, elle fera avec la Ligne de terre FG, un Angle égal à celui que fait la ligne proposée avec le Plan Geometral.

Planche 1.
2. Fig.

THEOREME VIII.

Si une ligne droite étant continuée rencontre le Tableau, son Apparence étant prolongée dans le Tableau, passera par son Point accidentel.

Si la ligne 7, 8, étant continuée rencontre le Tableau FGHI, je dis que son Apparence 3R dans le Tableau sera une partie de la ligne S3, qui est menée par l'Apparence 3 du point 7, & par le Point accidentel S, terminé dans le Tableau par le Rayon ER parallèle à la ligne proposée 7, 8; c'est à dire que si dans la ligne 7, 8, on prend autant de points qu'on voudra, comme 8, & que de là on mène autant de Rayons vers l'œil E, comme E8, ce Rayon E8 passera par quelque point de la ligne S3, comme R.

2. Fig.

DEMONSTRATION.

Car le Plan qui passe par les deux lignes parallèles ES, 78, coupe celui du Tableau par la ligne S3, & parce que les points E, 8, sont pris dans deux

Plan-
che 1.
2. Fig.

lignes paralleles, la ligne E8 menée d'un point à l'autre, est necessairement dans leur Plan, par 7. 11. c'est pourquoy lorsqu'elle passe dans le Tableau, ce doit être dans la commune Section S3. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Il suit évidemment de ce Theorème, que l'Apparence d'une ligne perpendiculaire au Tableau, telle qu'est ici la ligne proposée 7, 8, est une ligne droite, qui étant continuée passe par le Point principal S, & que l'Apparence d'une Ligne Horizontale qui fait avec le Tableau un Angle demi-droit, ou de 45 degrez, passe par le Point de distance qui est de ce côté-là.

THEOREME IX.

Si d'un même point il part deux lignes droites égales entre elles, & paralleles au Tableau, leurs Apparences dans le Tableau seront aussi égales entre elles.

Plan-
che 3.
6. Fig.

SI du point L, il part les deux lignes droites & égales LM, LN, qui soient paralleles au Tableau FGHI, je dis que leurs Apparences 12, 13, sont aussi égales entre elles, comme l'on connoîtra en tirant de l'œil E, les Rayons EL, EM, EN.

DEMONSTRATION.

Car la ligne 12 est parallele à la ligne LM, & la ligne 13 à la ligne LN, par Theor. 6. ce qui rend semblables les deux Triangles ELN, E13, & aussi les deux ELM, E12; d'où il est aisé de conclure,

THEOREMES.

15

par 4. 6. que la Raison des deux lignes EL, E_1 , est égale à celle des deux LM, I_2 , & aussi à celle des deux LN, I_3 , & que par conséquent les quatre lignes LM, LN, I_2, I_3 , sont proportionnelles : & parce que les deux premières LM, LN , sont supposées égales, il est de nécessité que les deux dernières I_2, I_3 , soient aussi égales. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Plan-
che 3.
6. Fig.

COROLLAIRE.

Il s'ensuit *par 10. 11.* que puisque les deux lignes LM, LN , sont parallèles aux deux I_2, I_3 , l'Angle L des deux lignes LM, LN , est égal à l'Angle I de leurs Apparences I_2, I_3 .

THEOREME X.

Si une ligne droite parallele au Tableau est divisée en parties égales, leurs Apparences dans le Tableau seront aussi égales.

SI la ligne droite LO est parallele au Tableau $6. Fig.$ $FGHI$, & qu'elle soit divisée par exemple en deux également au point M , je dis que les Apparences I_2, I_4 , des parties égales LM, MO , sont aussi égales entre elles, comme l'on connoîtra en tirant de l'œil E , les Rayons EL, EM, EO .

DEMONSTRATION.

Car la ligne I_4 est parallele à la ligne LO , *par Theor. 7.* ce qui rend équiangles les deux Triangles ELM, E_1I_2 , & aussi les deux EMO, E_2I_4 , d'où l'on conclut *par 4. 6.* que la Raison des deux lignes EM, E_2 est égale à celle des deux LM, I_2 , & aussi à celle

Plan-
che 3.
6. Fig.

des deux MO, 24, & que par consequent les quatre lignes LM, MO, 12, 24, sont proportionnelles : & parce que les deux premieres LM, MO, sont supposées égales, les deux dernieres 12, 24, seront aussi égales. *Ce qu'il falloit démontrer.*

S C O L I E.

Si la ligne LO étoit continuée vers O, en sorte que la partie qui luy seroit ajoutée, fût égale à LM, ou à MO, on démontreroit de la même façon que l'Apparence de cette nouvelle ligne ajoutée seroit égale à l'Apparence 12, de la partie LM, ou à l'Apparence 24 de l'autre partie MO.

T H E O R E M E X I.

Si deux lignes droites égales & paralleles entre elles & au Tableau, sont également éloignées du Tableau, leurs Apparences dans le Tableau seront égales entre elles.

7. Fig.

Les lignes LM, NO, sont supposées égales & paralleles entre elles & au Tableau FGHI, & de plus également éloignées du même Tableau, en sorte que la ligne LN, ou MO, qui joint leurs extremités, soit parallele à la Ligne de terre FG, & par consequent à la Ligne Horizontale VX. Cela étant, je dis que les Apparences 12, 34, des deux lignes égales LM, NO, sont aussi égales.

D E M O N S T R A T I O N.

Car puisque *par Theor. 6.* les Apparences des lignes LM, NO, paralleles au Tableau FGHI, savoir 12, 34, sont paralleles entre elles, aussi-bien que

que les deux 13, 24, qui sont les Apparences des lignes LN, MO, paralleles entre elles & au Tableau, la figure 1, 2, 4, 3, sera un Parallelogramme, dont les deux côtez opposez 12, 34, sont par 34. 1. égaux entre eux. *Ce qu'il falloit démontrer.*

THEOREME XII.

Si de tant de points que l'on voudra d'une ligne droite, qui étant prolongée rencontre le Tableau, on tire autant de lignes droites égales entre elles, & paralleles aussi entre elles & au Tableau, leurs Apparences seront bornées dans le Tableau par des lignes droites, qui étant prolongées passeront par le Point accidental de cette ligne droite.

QUE des deux points L, N, de la ligne droite LN, dont le Point accidental est S, l'on tire les droites LM, NO, égales entre elles, & paralleles entre elles & au Tableau FGHI; je dis que les Apparences 12, 34, de ces deux lignes LM, NO, doivent être bornées par les lignes 13, 24, qui étant prolongées aboutiront au Point accidental S.

Plan-
che 4:
8. Fig.

DEMONSTRATION.

Car puisque les lignes LM, NO, sont paralleles & égales entre elles, les lignes LN, MO, qui joignent leurs extremités, seront aussi égales & paralleles entre elles, par 33. 1. & l'une de ces deux lignes, sçavoir LN étant supposée parallele au Rayon ES, l'autre ligne MO sera aussi parallele au même Rayon ES, & le point S sera le Point accidental des deux lignes LN, MO, auquel doivent concourir leurs Apparences 13, 24, par *Theor. 7.*

PROBLEMES.

PROBLEME I.

Etant donné un point dans le Plan Geometral, trouver son Apparence dans le Tableau.

Plan-
che 4.
9. Fig.

LE point donné dans le Plan Geometral ABCD soit L, dont il faille trouver l'Apparence dans le Tableau FGHI, dont le point de vüe est S, à l'égard de l'œil en E, & la Ligne Horizontale VX; marquez sur cette Ligne Horizontale VX, les deux parties SV, SX, égales chacune au Rayon principal ES, ou à la distance de l'œil au Tableau, pour avoir en V & en X, les deux points de distance, par le moyen desquels on trouvera l'Apparence du point proposé L, en cette sorte.

Tirez de ce point L, la Ligne LM, perpendiculaire à la Ligne de terre FG, & du point M, où cette perpendiculaire coupe la Ligne Horizontale, tirez au Point principal S, la droite SM. Portez la longueur de la perpendiculaire LM, depuis M sur la Ligne de terre FG à droit ou à gauche, par exemple en N, & tirez par ce point N & par le point de distance opposé X, la droite XN, qui donnera sur la ligne SM l'Apparence du point proposé L au point O.

DEMONSTRATION.

Car si l'on joint les droites EX, LN, on connoitra aisément qu'elles sont paralleles entre elles, parce qu'elles font avec le Tableau des Angles Demi-droits, à cause des Triangles isoscèles rectangles ESX, LMN, c'est pourquoy le Point de distance

X sera le Point accidentel de la ligne LN, & par Theor. 8. l'Apparence du point L sera en quelque point de la ligne XN, & comme il est aussi dans la ligne SM, parce que la ligne LM est perpendiculaire au Tableau, le point O de leur commune Section doit être la représentation du point proposé L. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

Plan-
che 4.
9. Fig.

SCOLIE.

Il est évident que l'Apparence O du point L n'est qu'à l'égard du point E, où nous avons supposé l'œil, & où par conséquent il doit être placé quand on aura à regarder le Tableau d'un endroit où le point O représente exactement le point L: car si l'œil est ailleurs qu'en E, où le Point de vûe se changera, ou bien la distance de l'œil au Tableau, & alors les Points de distance V, X, ne seront plus les mêmes: & la représentation du point L se fera ailleurs qu'au point O.

On peut à l'aide de ce Problème représenter dans le Tableau telle figure qu'on voudra supposer dans le Plan Geometral: car si cette figure est composée de lignes droites, on cherchera l'Apparence de chacune en particulier, en trouvant les Apparences des deux points qui la bornent: & si elle est composée de quelques lignes courbes, on en trouvera l'Apparence en joignant par une ligne plusieurs points du Tableau, qui soient les Apparences d'autant d'autres points qu'on aura marquez à discretion dans les lignes Courbes du Plan Geometral.



PROBLEME II.

Etant donné un point dans le Plan Geometral, d'où il part une ligne droite perpendiculaire à l'Horizon d'une grandeur donnée, trouver l'Apparence de cette ligne dans le Tableau.

Plan-
che 3.
6. Fig.

LE point L est donné dans le Plan Geometral ABCD, & il en part une ligne à plomb, dont la longueur LM est donnée. Il est proposé de trouver l'Apparence de cette ligne LM dans le Tableau FGHI, dont le Point principal est S, & les deux Points de distance sont V, X.

Ayant tiré par le point L, la ligne LN parallèle à la Ligne de terre FG, & égale à la proposée LM, tirez des points L, N, les lignes LP, NQ, perpendiculaires à la Ligne de terre FG, & par *Probl. 1.* achevez de trouver les Apparences 1, 3, des deux points L, N, c'est à dire l'Apparence 13 de la ligne LN. Après cela élevez du point 1, la ligne 12 perpendiculaire à la Ligne de terre FG, & égale à la ligne 13, & cette perpendiculaire 12 sera l'Apparence de la ligne proposée LM.

DEMONSTRATION.

Car la ligne LM étant perpendiculaire au Plan Geometral ABCD, son Apparence dans le Tableau sera perpendiculaire à la Ligne de terre FG, par *Theor. 7.* & elle passera par le point 1, qui est l'Apparence du point L : & parce que LM est perpendiculaire & égale à LN, qui part du point L, & qui est parallèle à la Ligne de terre FG, les Apparences de ces deux lignes égales LM, LN, doivent être égales, par *Theor. 9.* c'est pourquoy la ligne 12,

qui part du point I , ayant été tirée perpendiculaire à la Ligne de terre FG , & égale à la ligne 13 , qui est l'Apparence de la ligne LN , sera l'Apparence de la ligne LM . *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

Plan-
che 3.
6. Fig.

S C O L I E.

Dans la pratique la ligne LN n'avoit pas besoin d'être tirée, il falloit seulement après avoir tiré du point L , la ligne LP perpendiculaire à la Ligne de terre FG , prendre sur cette Ligne de terre FG , la partie PQ égale à la ligne proposée LM , & tirer du Point principal S , par le point Q , la droite SQ , qui terminera au point 3 , la ligne 13 parallèle à la Ligne de terre FG , & cette ligne 13 sera la longueur de la perpendiculaire 12 qu'on cherche.

On peut par le moyen de ce Problème représenter dans le Tableau tel Prisme qu'on voudra, dont la hauteur sera connue, & dont le Plan sera donné dans le Plan Geometral, en décrivant l'Apparence de ce Plan dans le Tableau, par *Probl. I.* & en élevant des points de cette Apparence des lignes perpendiculaires à la Ligne de terre, & égales à la hauteur du Prisme proposé, comme il vient d'être enseigné.

P R O B L È M E I I I.

Etant donné dans le Plan Geometral un point, d'où il part une ligne droite inclinée d'une grandeur donnée, trouver l'Apparence de cette ligne penchante dans le Tableau.

Supposons que du point L , qui est donné dans le Plan Geometral $ABCD$, il parte une ligne inclinée LM , dont la longueur & la position soit

Plan-
che 5.
10. Fig.

Plan-
che 5.
10. Fig.

donnée. Pour en trouver l'Apparence dans le Tableau FGHI, dont le Point de vûë est S, & l'un des deux Points de distance est X, tirez de l'extremité M d'en haut la droite MN perpendiculaire au Plan Geometral ABCD, pour avoir en N sur ce Plan Geometral l'Assiete de l'extremité M; & ayant trouvé *par Probl. 1.* les Apparences 1, 2, des deux points L, N, qui sont sur le Plan Geometral ABCD, trouvez *par Probl. 2.* l'Apparence 2, 3, de la perpendiculaire MN, & menez la droite 1, 3, qui fera l'Apparence de la ligne inclinée LM, parce que le point L est représenté par le point 1, & le point M par le point 3.

S C O L I E.

On peut aussi par le moyen de ce Problème représenter dans le Tableau un Corps incliné & taludé, dont on aura l'Ichnographie sur le Plan Geometral, & la hauteur de toutes ses parties, sçavoir en cherchant *par Probl. 1.* l'Apparence du Plan du Corps incliné, & en cherchant ensuite l'Apparence de toutes les lignes inclinées qui bornent ce Corps incliné, comme il vient d'être enseigné.

La Perspective pratique que nous enseignerons après ces Problèmes, vous fera mieux entendre la pratique des trois Problèmes precedens, qui pourroient suffire pour les pratiques ordinaires de la Perspective; mais pour résoudre plusieurs difficultez qui peuvent arriver, nous ajoûterons encore ici les Problèmes suivans.



PROBLEME IV.

Etant donnée dans le Tableau l'Apparence d'une ligne droite du Plan Geometral, trouver dans le même Plan Geometral la grandeur & la position de cette ligne droite.

LA ligne AB represente la Ligne de terre, & sa
 parallele DD la Ligne Horizontale, sur laquelle
 on a marqué le Point de vûë V, & les deux points
 D, D, de distance également éloignez du Point
 principal V. Nous marquerons toûjours ces choses
 par les mêmes lettres, pour n'être pas obligez de
 les repeter davantage. Le reste qui est au dessous de
 la Ligne de terre AB sera pris pour le Plan Geomet-
 ral, que l'on doit concevoir au derriere du Ta-
 bleau.

Plan-
 che 5.
 11. Fig.

La ligne FG est l'Apparence d'une ligne du Plan Geometral, & il est proposé de trouver sur le même Plan Geometral la longueur & la position de cette ligne qui est representée dans le Tableau par la ligne FG. Tirez par les deux extremitéz F, G, de la ligne proposée FG, à l'un des deux Points de distance D, les droites DB, DE, & au Point principal V, les droites VM, VN, & par les points M, N, de la Ligne de terre AB, tirez à la même Ligne de terre les perpendiculaires MO, NP, en sorte que MO soit égale à ME, & NP à NB, & menez la droite OP, qui fera la ligne qu'on cherche.

DEMONSTRATION.

Car il est évident *par Probl. I.* que le point F est l'Apparence du point O, & le point G l'Apparence du point P, & que par consequent la ligne FG est

Plan-
che 5.
11. Fig.

l'Apparence de la ligne OP. Ainsi nous avons trouvé sur le Plan Geometral la grandeur & la position de la ligne OP, dont l'Apparence FG a été donnée dans le Tableau. *Ce qu'il falloit faire & démontrer.*

S C O L I E.

On peut se passer du Point principal V, lorsqu'on a les deux Points de distance comme ici, sçavoir en tirant par ces deux points de distance D, D, & par les extremitéz F, G, de la ligne proposée FG, les droites DE, DB, & en divisant en deux également la distance EE au point M, & la distance BB au point N, pour achever le reste comme auparavant.

Il est évident que lorsque la ligne proposée FG ne sera pas parallele à la Ligne Horizontale AB, elle rencontrera étant prolongée la même Ligne Horizontale en un point, comme C, qui sera le même par lequel passera la ligne OP aussi prolongée, dont la ligne FG est l'Apparence, ce qui peut apporter quelque abregé dans la pratique.

Si la ligne proposée FG étoit courbe, auquel cas elle représenteroit aussi une ligne courbe, on trouveroit de la même façon sur le Plan Geometral cette ligne courbe, sçavoir en trouvant sur le Plan Geometral plusieurs de ses points, comme l'on a trouvé le point O, dont F est l'Apparence, & le point P, dont G est l'Apparence.

Si la ligne proposée FG tendoit au Point principal V, auquel cas les deux points M, N, conviendroient ensemble, elle représenteroit une ligne perpendiculaire au Tableau, *par Theor. 8.* & alors il suffiroit d'en trouver sur le Plan Geometral une de ses extremitéz, pour en tirer à la Ligne de terre AB.

une perpendiculaire, qui étant égale à la distance des points E, B, terminez par les deux Rayons qui partent d'un même point de distance D, sera la ligne qu'on cherche.

PROBLÈME V.

Etant donnée l'Apparence & l'Assiète dans le Tableau d'une ligne droite élevée au dessus du Plan Geometral, trouver la longueur & la hauteur de cette ligne au dessus du même Plan Geometral.

ON donne dans le Tableau la ligne droite CO, & l'Assiète EP, d'une ligne droite élevée sur l'Horizon, & il est proposé de trouver la longueur de la ligne CO, & la hauteur des deux extremittez C, O, c'est à dire la longueur des deux perpendiculaires CE, OP.

Plan-
che 6.
12. Fig.

Tirez premierement du Point de vûë V, par les deux points E, P, les droites VE, VP, qui étant prolongées donneront sur la Ligne de terre AB, les points T, S, par le moyen desquels, & par le Problème precedent, vous trouverez la position & la longueur FG de l'Assiète EP.

Après cela tirez par le point d'Assiète E, à la ligne de terre AB, la parallele EH égale à la perpendiculaire CE, & du point Q pris à discretion sur la Ligne Horizontale DD, tirez par les points E, H, les droites QI, QK, qui donneront sur la Ligne de terre AB, la hauteur IK du point C.

Pareillement tirez par l'autre Point d'assiète P, à la Ligne de terre AB, la parallele PL égale à la perpendiculaire OP, & du point R pris à volonté sur la Ligne Horizontale DD, tirez par les deux points P, L, les droites RM, RN, qui donneront sur la

Ligne de terre AB, la hauteur MN du point O.

Enfin tirez du point F, la ligne FY perpendiculaire à la ligne FG, & égale à la hauteur trouvée IK: & pareillement du point G, la ligne GZ perpendiculaire à la même ligne FG, & égale à la hauteur trouvée MN, & joignez la droite YZ, qui représentera la longueur de la ligne proposée CO.

S C O L I E.

Si la ligne proposée CO est courbe, on trouvera les hauteurs de plusieurs de ses points, comme nous avons trouvé celles des points C, O, après quoy l'on trouvera sur la ligne FG, qui peut être droite & courbe les positions des mêmes points, pour tirer de ces nouveaux points d'Assiete des perpendiculaires à la droite FG, & égales aux hauteurs trouvées correspondantes aux mêmes points, & en joignant les extremités de toutes ces perpendiculaires par une ligne courbe, cette nouvelle courbe fera celle qui est représentée dans le Tableau par la courbe proposée.

Lorsqu'il arrivera que les deux hauteurs trouvées IK, MN, seront égales entre elles, cela fera connoître que la droite proposée CO est horizontale, c'est dire parallele au Plan Geometral, & alors il ne sera pas necessaire de tirer les deux perpendiculaires FY, GZ, pour connoître la longueur de la ligne CO, parce que dans ce cas cette longueur sera égale à la ligne FG, à cause des deux égales, & paralleles FY, GZ, &c.

On peut aisément par le moyen de ce Problème trouver la longueur & la position sur le Plan Geometral d'une ligne inclinée, dont on a l'Apparence dans le Tableau, & son Assiete. Comme si l'on donne dans le Tableau la ligne inclinée EO, & son Ass-

fiecte EP, il n'y a qu'à trouver sur le Plan Geometral le point F, dont E soit la representation, & la ligne FG, dont EP soit l'Apparence, avec la hauteur MN, dont OP soit l'Apparence, & élever du point G, sur FG, la perpendiculaire GZ égale à la hauteur trouvée MN, pour joindre la droite FZ, qui donnera la longueur & la position de la ligne inclinée EO.

Plan-
che 6.
12. Fig.

PROBLEME VI.

Diviser en parties égales en representation l'Apparence donnée dans le Tableau d'une ligne droite située sur le Plan Geometral.

IL peut arriver plusieurs cas, parce que la ligne proposée dans le Tableau peut être parallèle à la Ligne de terre, ou concourir au Point de vûë, ou à l'un des deux Points de distance, ou bien à quelque autre point de la Ligne Horizontale : mais tous ces cas se resoudront de la même façon, par le moyen d'un point que nous prendrons indifferement sur la Ligne Horizontale, comme vous allez voir.

Pour diviser la ligne proposée GH, qui tend au Point principal V, par exemple en trois parties égales en representation, tirez par ses deux extremitéz G, H, du point D pris à discretion sur la Ligne Horizontale DD, les droites DG, DH, & les prolongez jusqu'à ce qu'elles rencontrent la Ligne de terre AB, en deux points, comme I, K. Après cela divisez la partie IK en trois parties égales aux points 3, 4, par lesquels tirant au même point D, des lignes droites, elles diviseront la ligne proposée GH en trois parties égales en representation.

13. Fig.

DEMONSTRATION.

Plan-

che 6.

13. Fig.

La Démonstration de cette pratique sera évidente à celui qui considerera le point D comme le Point accidental de quatre lignes paralleles entre elles, qui sont representées par les lignes qui partent de ce Point accidental D, & qui diviseront en trois parties égales la ligne du Plan Geometral, dont la proposée GH est l'Apparence.

Pareillement pour diviser en trois parties égales en representation, la ligne NO, qui tend au Point de distance D, on tirera par leurs extremités N, O, du point V pris à discretion sur la Ligne Horizontale DD, les droites VL, VM, & ayant divisé la partie LM de la Ligne de terre AB, en trois parties égales aux points 5, 6, on tirera par ces points 5, 6, au même point V, des lignes droites qui diviseront la ligne proposée NO en trois parties égales en representation.

On travaillera de la même façon pour toute autre ligne, mais quand elle se rencontrera parallele à la Ligne de terre, comme CD, il suffira de la diviser simplement en trois parties égales aux points 7, 8, ce qui fera la même chose que si l'on divisoit la partie EF en trois également aux points 1, 2, parce que cette ligne CD representant une ligne parallele au Tableau, *par Theor. 7.* ses divisions doivent être égales entre elles, *par Theor. 10.*

S C O L I E.

Ce Problème se peut aussi résoudre generalement en cherchant *par Probl. 1.* sur le Plan Geometral la ligne dont la proposée dans le Tableau est l'Apparence, & en divisant en parties effectivement égales cette ligne du Plan Geometral, que nous appelle-

rons dans la suite *Ligne Geometrale*, & qu'on appelle aussi *Ligne Objective*, ce terme s'appliquant generalement à toute ligne, qui étant hors du Tableau appartient à quelque objet. Après quoy l'on tirera des points de division de cette Ligne Geometrale des lignes perpendiculaires à la Ligne de terre qui sera coupée par ces perpendiculaires en des points, par où tirant autant de lignes droites au point de vûë, ces lignes droites diviseront la proposée en parties égales en representation. Cela se peut pratiquer encore plus generalement par le moyen du *Probl. 8.*

Plan-
che 6.
13. Fig.

PROBLEME VII.

Diviser en parties égales en representation l'Apparence donnée dans le Tableau d'une ligne objective élevée sur le Plan Geometral.

IL peut aussi arriver plusieurs cas differens, parce que la ligne proposée dans le Tableau peut représenter une ligne qui soit toute hors du Plan Geometral, ou qui touche en l'une de ses deux extremités le Plan Geometral, l'autre extremité étant en l'air, & que dans ces deux cas cette ligne peut être ou inclinée, ou perpendiculaire à l'Horizon.

Plan-
che 7.
14. Fig.

Tous ces cas se resoudront par le moyen de l'Affiète de la ligne proposée, excepté celui auquel cette ligne est perpendiculaire à la Ligne de terre AB, comme OP, parce que son Affiète n'étant qu'un point, on ne peut pas s'en servir pour diviser la ligne proposée en parties égales en representation, mais il sera facile de resoudre ce dernier cas, comme vous verrez après avoir resolu les premiers en cette sorte.

Plan-
che 7.
14. Fig.

Pour diviser premierement la ligne FG qui represente une ligne objective élevée sur le Plan Geometral, par exemple en trois parties égales en representation, divisez *par Probl. 6.* l'Assiete HI en trois parties égales en representation aux points 1, 2, & tirez de ces deux points 1, 2, autant de lignes perpendiculaires à la Ligne de terre AB, qui diviseront la ligne proposée FG en trois parties égales en representation.

Pareillement pour diviser par exemple en quatre parties égales en representation la ligne inclinée LM, dont l'Assiete est LN, on divisera *par Probl. 6.* cette Assiete LN en quatre parties égales en representation, & des points de division 3, 4, 5, on élèvera autant de lignes perpendiculaires à la Ligne de terre AB, qui diviseront la ligne proposée LM en quatre parties égales en representation, comme il étoit proposé.

Parce que la ligne OP est perpendiculaire à la Ligne de terre AB, on connoît *par Theor. 7.* qu'elle represente une ligne objective parallele au Tableau, & *par Theor. 10.* que ses divisions sont égales: c'est pourquoy pour la diviser par exemple en quatre parties égales en representation, on la divisera en quatre parties effectivement égales aux points 6, 7, 8, qui seront les points de la division que l'on demande.

S C O L I E.

Parce que la ligne FG tend au Point principal V, son Assiete HI tend aussi au Point de vûe V, & alors pour la diviser en parties égales en representation, l'on se peut servir du Point de distance D, qui est son Centre diviseur: mais comme l'Assiete LN de la ligne inclinée LM ne tend pas au Point principal

V, son Centre diviseur sera à un autre point de la Ligne Horizontale DD. Nous allons enseigner à le trouver dans le

PROBLEME VIII.

D'un point donné sur l'Apparence donnée dans le Tableau d'une Ligne Geometrale, retrancher une partie égale en representation à une ligne donnée.

IL peut encore arriver plusieurs cas differens, parce que la ligne donnée dans le Tableau peut être parallele à la Ligne de terre AB, où elle peut tendre au Point principal V, ou à l'un des deux Points de distance D, ou bien à quelqu'autre point de la Ligne Horizontale DD.

Plan-
che 7.
15. Fig.

Tous ces cas se resoudront d'une même maniere, sçavoir par un point que nous marquerons sur la Ligne Horizontale DD, & que nous appellerons *Centre diviseur*, qui se trouve differemment selon la position de la ligne donnée dans le Tableau, comme vous allez voir.

Premierement si la ligne proposée dans le Tableau est parallele à la Ligne de terre AB, comme FG, son Centre diviseur se pourra prendre en tel point qu'on voudra de la Ligne Horizontale DD, comme en H: c'est pourquoy s'il faut retrancher depuis le point donné O vers G, une partie égale en representation à la ligne donnée CE, tirez du Centre diviseur H, par le point donné O, le Rayon HO, & le prolongez jusqu'à ce qu'il rencontre la Ligne de terre AB, en quelque point, comme en I. Après cela faites IK égale à CE, & menez le Rayon HK, qui déterminera sur la ligne donnée FG, la partie OL égale en representation à la ligne donnée CE.

Secondement si la ligne donnée dans le Tableau tend au Point principal V, comme MN son Centre diviseur sera celuy qu'on voudra des deux Points de distance D. Si donc on donne sur cette ligne le point O, pour en retrancher une partie égale en représentation à la ligne donnée CE, on tirera du point D par le point O, le Rayon DQ, & ayant fait QP égale à CE, on tirera le Rayon DP, qui retranchera de la ligne donnée MN, la partie OR égale en représentation à la ligne donnée CE.

Plan-
che 8.
16. Fig.

Mais si la ligne donnée dans le Tableau tend à quelqu'autre point de la Ligne Horizontale DD, par exemple au Point de distance D, comme FG, son Centre diviseur se trouvera en tirant par le Point principal V, la ligne VL perpendiculaire à la Ligne Horizontale DD, & égale à la distance VD de l'œil au Tableau, & en portant la distance DL depuis D à droit ou à gauche sur la Ligne Horizontale DD en M, qui sera le Centre diviseur de la ligne proposée FG. Si donc on donne la ligne CE, & le point O, l'on tirera le Rayon MOH, & ayant fait HA égale à CE, le Rayon MA déterminera sur la ligne proposée FG, la partie OK, égale en représentation à la ligne donnée CE.

Pareillement pour trouver le Centre diviseur de la ligne PQ, qui tend au point R de la Ligne Horizontale DD, portez la distance RL de ce point L à l'œil depuis le même point R à droit ou à gauche sur la Ligne Horizontale DD en N, qui sera le Centre diviseur de la ligne PQ. Si donc on donne la ligne CE, & le point O sur la ligne proposée PQ, & que l'on tire le Rayon NOS, pour faire SB égale à CE, en tirant le Rayon NB, on aura sur la ligne proposée PQ la partie OI égale en représentation à la ligne donnée CE.

DEMONSTRATION.

DEMONSTRATION.

La démonstration de cette pratique sera évidente si l'on considère que le point R est le Point accidentel de la Ligne Geometrale, dont PQ est l'Apparence, par Theor. 8. & que le point L represente l'œil, en prenant la ligne LV pour le Rayon principal, de sorte que la ligne LR fera celle qui détermine dans le Tableau le Point accidentel R, & qui par conséquent sera parallele à la Ligne Geometrale representée par la ligne PQ dans le Tableau : car si par ces deux lignes paralleles on fait passer un Plan, & qu'on les fasse mouvoir horizontalement avec leur Plan, la Geometrale autour du point P, & sa parallele LR autour du point R, jusqu'à ce que ce Plan convienne avec celui du Tableau, auquel cas le point L parviendra en N, & la Ligne Geometrale conviendra avec la partie PP de la Ligne de terre AB, ce point N sur la Ligne Horizontale DD aura le même effet sur le Plan du Tableau que le point L en l'air, & il sera par conséquent le Centre diviseur de la ligne proposée PQ.

S C O L I E.

Il n'est pas mal-aisé de juger que l'on peut de la même façon ajouter à une semblable ligne donnée dans le Tableau une ligne d'une grandeur donnée en representation, & que l'on peut aussi par le moyen de ce Problème résoudre le precedent, mais ce Problème se peut aussi résoudre par le moyen du suivant.



PROBLÈME IX.

D'un point donné sur l'Apparence donnée dans le Tableau d'une ligne droite élevée au dessus du Plan Geometral, retrancher une partie égale en représentation à une ligne donnée.

IL peut aussi arriver plusieurs cas, parce que la ligne donnée dans le Tableau, peut représenter une ligne inclinée sur le Plan geometral, ou perpendiculaire au Plan geometral, ou bien une ligne tout-à-fait élevée sur le Plan geometral, qui peut être parallèle au Plan geometral, ou inclinée, ou perpendiculaire au même Plan Geometral.

Tous ces cas se résoudre d'une même façon, sçavoir par le moyen de l'Assiète de la ligne proposée dans le Tableau, excepté quand cette ligne sera perpendiculaire à la ligne de terre, parce que dans ce cas son Assiète n'étant qu'un point, on ne peut pas s'en servir comme quand elle est une ligne droite, mais il sera facile de résoudre ce cas après avoir résolu les autres en cette sorte.

Plan-
che 8.
17. Fig.

Que la ligne FG dont l'Assiète est IF , représente une ligne inclinée sur le Plan geometral, & qu'il en faille retrancher depuis le point donné O vers G , une partie égale en représentation à la ligne donnée CE .

Ayant trouvé par *Probl. 5.* la ligne PM , dont l'Assiète IF soit la représentation, & la ligne MN , dont la ligne proposée FG soit l'Apparence, tirez du point donné O , la ligne OL perpendiculaire à la ligne de terre AB , & du Point principal V , par le point L , la droite LB , qui rencontre ici la ligne de terre AB , en B , par où vous tirerez à la même ligne

de terre AB, la perpendiculaire BR, qui donnera sur PM le point R, dont L est l'Apparence. Elevez de ce point R sur PM, la perpendiculaire RZ, qui donnera sur MN le point Z, dont le point donné O est l'Apparence. Faites ZT égale à la ligne donnée CE, & tirez du point T, sur PM la perpendiculaire TQ, & du point Q à la ligne de terre AB, la perpendiculaire QS. Enfin tirez du Point principal V, par le point S, le Rayon SK, & du point K à la ligne de terre AB, la perpendiculaire KH, qui déterminera sur la ligne proposée FG, la partie OH en représentation à la ligne ZT, ou à la ligne donnée CE.

Pareillement si l'on donne le point O sur l'Apparence donnée 1, 2, d'une ligne élevée sur le Plan geometral, dont l'Assiète est 3, 4, pour en retrancher une partie égale en représentation à la ligne donnée CE; tirez de ce point O, à la ligne de terre AB, la perpendiculaire O6, & ayant trouvé par *Probl. 5.* la ligne 10, 13, dont l'Assiète 3, 4, soit l'Apparence, & la ligne 14, 17, dont la ligne proposée 1, 2, soit la représentation, tirez du Point principal V, par le point 6, la droite 6, 8, & par le point 8, à la ligne de terre AB, la perpendiculaire 8, 11, & encore par le point 11, à l'Assiète Geometrale 10, 13, la perpendiculaire 11, 15, qui donnera sur la ligne 14, 17, le point 15, depuis lequel on prendra sur la même ligne 14, 17, la partie 15, 16, égale à la ligne donnée CE, pour tirer du point 16 à la ligne 10, 13, la perpendiculaire 16, 12, & du point 12, à la ligne de terre AB, la perpendiculaire 12, 9; après quoy l'on tirera du point 9, au Point principal V, le Rayon 7, V, & on élèvera du point 7, la ligne 7, 5, perpendiculaire à la ligne de terre AB, & l'on aura sur la ligne proposée 1, 2, la partie O5 égale

Plan-
che 8.
17. Fig.

en représentation à la ligne donnée CE.

Si le point O est donné sur une ligne perpendiculaire à la ligne de terre AB, comme 18, 19, dont le point d'Assiete est 18, tirez par ce point 18, à la ligne de terre AB, la parallèle 18, 21, terminée par deux Rayons, tirez du point V pris à discretion sur la Ligne Horizontale DD, par les points A, 22, éloignez entre eux sur la ligne de terre AB, d'une distance égale à la ligne donnée CE, & faites O, 20, égale à 18, 21, & la partie O, 20, sera égale en représentation à la ligne donnée CE.

PROBLEME X.

Tirer d'un point donné dans le Tableau, à l'Apparence donnée dans le même Tableau d'une ligne geometrale, une parallèle en représentation.

Plan-
che 9.
18. Fig.

IL peut arriver deux cas, parce que la ligne proposée dans le Tableau peut être parallèle à la ligne de terre AB, comme CE, ou bien étant prolongée elle peut rencontrer en quelque point la Ligne Horizontale, comme GH, qui rencontre la Ligne Horizontale DD au point K, qui *par Theor. 8* est le Point accidentel de la ligne geometrale, dont GH est la représentation.

Pour tirer en premier lieu à la ligne donnée CE, parallèle à la ligne de terre AB, par le point donné O, une ligne parallèle en représentation, l'on tirera par ce point donné O, à la ligne de terre AB, la parallèle OF, qui *par Theor. 4.* sera parallèle en représentation à la ligne donnée CE, c'est à dire qu'elle représentera une ligne geometrale parallèle à celle que la ligne CE représente.

Pour tirer en second lieu par le même point donné

O, une ligne parallele en representation à la ligne donnée GH, qui étant prolongée rencontre la Ligne Horizontale DD au point K, tirez par ce point K & par le point donné O, la ligne IL, qui par Theor. 5. sera parallele en representation à la ligne donnée GH.

PROBLÈME XI.

Tirer d'un point donné dans le Tableau à l'Apparence donnée dans le même Tableau d'une ligne droite élevée au dessus du Plan Geometral, une parallele en representation.

IL peut aussi arriver plusieurs cas differens à l'égard de la ligne donnée dans le Tableau, parce qu'elle peut représenter une ligne droite qui touche en l'une de ses deux extremités le Plan Geometral, ou qui est tout-à-fait élevée au dessus du Plan Geometral, & que dans ces deux cas la ligne proposée peut représenter une ligne inclinée au Plan Geometral, ou parallele au Plan Geometral, ou bien perpendiculaire au même Plan Geometral, auquel cas la ligne proposée est perpendiculaire à la ligne de terre, & reçoit une solution particuliere, comme vous verrez.

Pour tirer en premier lieu par le point donné O dans le Tableau une ligne parallele en representation à l'Apparence donnée CE d'une ligne droite inclinée au Plan Geometral, & touchant le même Plan Geometral en un point, dont C est l'Apparence; tirez par Probl. 10. par le point donné O, à l'Assiette CF, la parallele OK, qui soit égale en representation à la même Assiette CF, ou à la ligne GH, dont CF est la representation, ce qui se peut faire par

Plan-
che 9.
19. Fig.

Plan-
che 9.
19. Fig.

Probl. 8. car je suppose que *par Probl. 3.* on a trouvé sur le Plan Geometral la figure GHI, dont CEF est l'Apparence. Après cela tirez du point K, à la ligne de terre AB, la perpendiculaire KL égale en représentation à la perpendiculaire EF, ou à la perpendiculaire HI, dont EF est la représentation, ce qui se peut faire *par Probl. 2.* & menez la droite OL, qui sera parallele en représentation à la ligne proposée CE.

Si la ligne proposée est tout-à-fait élevée au dessus du Plan Geometral, comme MN, dont l'Assiete est PQ, ayant trouvé *par Probl. 3.* la figure STZX, sur le Plan Geometral, dont la figure PQNM soit l'Apparence dans le Tableau, tirez par le point S du Plan Geometral à la ligne XZ, la parallele SY, & ayant fait *par Probl. 2.* la ligne QR égale en représentation à la ligne TY, menez la droite PR, qui représentera une ligne inclinée au Plan Geometral, & parallele à la proposée MN. C'est pourquoy si, comme nous venons d'enseigner dans le premier cas, on tire par le point donné dans le Tableau une ligne parallele en représentation à la ligne PR, cette parallele sera aussi parallele en représentation à la ligne proposée MN.

Il est évident *par Theor. 4.* que si la ligne donnée dans le Tableau est parallele à la ligne de terre AB, sa parallele en représentation sera aussi parallele à la même ligne de terre AB; & que si la même ligne donnée dans le Tableau est perpendiculaire à la ligne de terre AB, en sorte qu'elle représente une ligne perpendiculaire à l'Horizon, sa parallele en représentation sera aussi perpendiculaire à la même ligne de terre AB.

COROLLAIRE.

On tire de ce Problème la maniere de trouver le Point accidental d'une ligne proposée dans le Tableau : car si par un point pris à volonté dans le Tableau, on tire une ligne parallele en representation à la proposée, le point de Section dans le Tableau de ces deux lignes paralleles en representation, sera le Point accidental de la ligne proposée.

PROBLEME XII.

D'un point donné dans le Tableau, tirer une ligne perpendiculaire en representation à une ligne droite donnée dans le même Tableau.

IL peut arriver deux cas principaux, parce que la ligne donnée dans le Tableau peut représenter une ligne geometrale, ou une ligne élevée au dessus du Plan Geometral, mais comme ce second cas n'est pas de grand usage, nous ne parlerons que du premier, qui peut avoir aussi plusieurs cas differens, parce que la ligne donnée dans le Tableau peut être parallele à la ligne de terre, ou concourir au Point de vûë, ou à l'un des deux Points de distance, ou bien à quelqu'autre point de la Ligne Horizontale.

Premierement si la ligne donnée dans le Tableau est parallele à la ligne de terre AB, comme CE, & que le point donné soit O, on tirera de ce point O par le Point principal V, la droite OF, qui sera perpendiculaire en representation à la ligne donnée CE.

Si la ligne donnée dans le Tableau tend au Point principal V, comme GH, on tirera par le point donné O, à la ligne de terre AB, la parallele OI, qui sera perpendiculaire en representation à la ligne proposée GH.

Plan-
che 10.
20. Fig.

Si la ligne donnée dans le Tableau tend à l'un des deux Points de distance D, comme KL, on tirera à l'autre Point de distance D par le point donné O, la droite DO, qui sera perpendiculaire en représentation à la ligne proposée KL, parce que chacune de ces deux lignes fait avec le Tableau un Angle demi-droit; ce qui fait que ces deux mêmes lignes font entre elles un Angle droit.

Enfin si la ligne donnée dans le Tableau rencontre la Ligne Horizontale DD en quelqu'autre point, comme MN, qui la rencontre au point P, tirez du Point principal V, la ligne droite VQ perpendiculaire à la Ligne Horizontale DD, & égale à la distance VD de l'œil au Tableau, & ayant joint la droite QP, tirez-luy par le point Q, la perpendiculaire QT, qui donnera sur la Ligne Horizontale DD le point T, duquel on tirera par le point donné O, la droite RS, qui sera perpendiculaire en représentation à la ligne proposé MN. Nous ne donnons point la démonstration de routes ces petites pratiques, parce qu'elle est facile à trouver à celui qui entend bien les Theorèmes precedens,

P E R S P E C T I V E

P R A T I Q U E.

LA *Perspective Pratique* est celle qui par des Labregez, c'est à dire par des regles courtes & faciles represente en Perspective tout ce que l'on veut dans le Tableau. Elle se divise en *Perspective Lineale*, qui est la diminution des lignes dans le Plan du Tableau, où elles en representent d'autres

éloignées du Tableau : & en *Perspective Aérienne*, qui est la diminution des teintes & des couleurs, qui n'appartient proprement qu'aux Peintres, c'est pourquoy nous n'en parlerons pas ici davantage.

Les Problèmes precedens ne sont que pour la theorie de la Perspective prise en general, & les suivans seront pour la Perspective Pratique, où il n'y aura aucunes Démonstrations, parce qu'il sera tres-facile de les comprendre à celui qui aura quelque connoissance dans la Geometrie, & qui aura bien compris les Theorèmes precedens.

Avant que de venir à aucune pratique, il faut sçavoir à peu près de combien les Points de distance doivent être éloignés du Point de vûë, ou ce qui est la même chose, sous quel Angle on doit regarder un Tableau, afin que tout ce qu'on y veut représenter y paroisse dans une juste proportion, & compris aisément de l'œil par un seul regard.

Pour trouver cet Angle, considérons l'œil DGE, dont la Prunelle est vers F, & la Retine vers G, qui ne s'étend tout au plus que depuis D jusqu'à E, qui sont deux points diametralement opposez. Il est certain que cet œil ne peut appercevoir que les objets qui sont contenus dans l'enceinte du Demi-cercle ACB, & que ceux en même temps, qui peuvent tracer leurs images dans la Retine DGE, & c'est pour cela que nous ne l'avons pas étenduë au delà d'un Demi-cercle.

Cela étant supposé, si l'œil regarde l'objet 2, 2, sous un Angle droit 2O2, sa représentation contiendra la Retine DGE, mais ses extremités 2, 2, ne seront pas vûës si distinctement, parce que leurs Rayons O2, O2, tomberont sur les extremités D, E, de la Retine, & l'œil peinera un peu, s'il veut regarder distinctement cet objet tout entier 2, 2.

Plan-
che 10.
21. Fig.

Plan-
che 10.
21. Fig.

Le même œil ne pourroit pas voir les extremittez de l'objet 1, 1, parce que les Rayons O_1, O_1 , ne tomberoient pas dans la Retine DGE. Il regarderoit fort commodement l'objet 3, 3, parce qu'il le verroit sous l'Angle $3 O_3$ moindre qu'un droit, ce qui ne le peinerait pas tant. Il verroit encore plus facilement l'objet 4, 4, pour la même raison. Mais si l'objet étoit fort éloigné, l'Angle visuel seroit trop petit, & la representation de cet objet ne seroit pas assez distincte, à cause de la confusion des Rayons visuels.

Plan-
che 11.
23. Fig.

Pour connoître presentement sous quel Angle on doit regarder un objet, par exemple un *Quarré*, qui renferme tout ce que l'on veut représenter en Perspective, supposons que le Plan ABDD soit celui du Tableau, dont DD est la Ligne Horizontale, que le Point de vûë soit V, les Points de distance D, D, & que la ligne de terre soit AB, parallele à la Ligne Horizontale DD, qui en est éloignée de toute la hauteur de l'œil au dessus du Plan Geometral. Supposons aussi que AB soit la longueur du côté du *Quarré*, que nous voulons représenter en Perspective, dont l'Apparence dans le Tableau s'appelle *Quarré Perspectif*, comme ABCE.

Cela étant supposé, si l'œil du Spectateur étoit en G, il ne pourroit pas voir les deux extremittez A, B, du *Quarré Perspectif*, parce qu'il ne peut voir tout au plus que sous l'Angle HGI, qui est droit. Mais s'il étoit en K, il pourroit voir les extremittez A, B, parce que l'Angle AKB est droit. Il verroit mieux les extremittez A, B, s'il étoit en L, & il les verroit encore mieux s'il étoit en M, où l'Angle AMB est de 60 degrés: & ce sera de là qu'on verra les objets en leur perfection, parce que la representation qui s'en fait dans l'œil, n'est ni trop grande,

ni trop petite, à cause de l'Angle visuel AMB , qui n'est ni trop grand, ni trop petit. L'Angle visuel ANB est aussi tres-raisonnable. Plan-
che 11.
23. Fig.

Pour donc avoir les Points de distance, prenez la distance FK , ou pour mieux faire, la distance FL , ou mieux encore la distance FM , ou bien encore si vous voulez, la distance FN , & la transportez sur la Ligne Horizontale DD , de part & d'autre depuis le Point principal V , aux points D, D , qui seront les Points de distance. Car si cette distance VD étoit moindre que FK , le Quarré Perspectif $ABCE$ paroîtroit difforme, parce qu'il seroit vû sous un Angle obtus, & par consequent trop grand, comme vous avez vû.

Ainsi l'on peut tenir pour une maxime generale, que l'éloignement des Points de distance depuis le Point de vûë, doit pour le moins être égal à FA ou à FB , c'est à dire l'espace qu'il y a depuis l'extremité de la Ligne Verticale VF , à l'un des Coins de la Perspective: & mêmes il sera bon de faire cette distance un peu plus grande, & comme dans ce cas il se pourroit faire que le Plan du Tableau ne seroit pas assez large pour recevoir deux Points de distance, on en marquera un seul, & au lieu de placer le Point principal de front, on le placera de côté.

Pour commencer par ce qu'il y a de plus aisé, qui sont les representations des Points, des Lignes, & des Plans, il faut partager en deux la feüille de papier sur laquelle on veut travailler, par la Ligne AB , qui sera la Ligne de terre, que nous marquerons toujours par les mêmes lettres A, B , le haut de cette feüille, sçavoir $ABDD$, sera prise pour le Plan du Tableau, & le bas pour le Plan Geometral. Le Point principal V , & le Point de distance D , seront aussi toujours marquez par les mêmes lettres, comme nous avons déjà dit ailleurs.

P R A T I Q U E I.

Trouver dans le Tableau l'Apparence d'un point donné dans le Plan Geometral.

Plan-
che 12.
24. Fig.

Pour trouver l'Apparence du point C, qui est donné dans le Plan Geometral, abaissez de ce point C, sur la Ligne de terre AB, la perpendiculaire CE, & du point E, tirez au Point principal V, la droite VE. Prenez sur la Ligne de terre AB, depuis E, la partie EF, ou bien la partie EA, égale à la perpendiculaire CE, & tirez du point A au Point de distance opposé D, ou bien du point F au Point de distance opposé D, une ligne droite qui donnera sur la ligne VE l'Apparence du point donné C en G.

S C O L I E.

Comme ce Problème est le fondement de tous les autres qui suivent, j'enseigneray ici quelques autres moyens pour le résoudre, dont on peut se servir tres-utilement dans quelques rencontres, & je résoudreay aussi deux difficultez qui peuvent arriver dans la pratique.

On peut donc premierement trouver l'Apparence G du point donné C, sans se servir du Point principal V, lorsqu'on a dans le Tableau les deux Points de distance D, D, sçavoir dans l'intersection des deux Rayons DA, DF. Mais comme on n'a ordinairement qu'un seul Point de distance sur la Ligne Horizontale DD, cette seconde Methode est plus curieuse qu'utile, c'est pourquoy j'en ajoûteray une troisième qui est plus courte & plus commode.

Pour donc trouver l'Apparence du point C, qui est donné sur le Plan Geometral, abaissez comme

àuparavant, de ce point donné C, sur la Ligne de terre AB, la perpendiculaire CE, & ayant fait EF égale à CE, tirez le Rayon DE. Après cela élevez du Point principal V, sur la Ligne Horizontale DD, la perpendiculaire VX égale à la distance VD de l'œil au Tableau, & le point X servira de Point de distance, pour trouver dans le Tableau les Apparences de tous les points que l'on voudra supposer dans le Plan Geometral, comme ici pour le point donné C, car en tirant le Rayon CX, on aura sur le Rayon DF, l'Apparence du point proposé C, au point G.

Plan-
che 12.
25. Fig.

On auroit aussi pû trouver cette Apparence sur le Rayon EV, mais comme les deux Rayons CX, EV, peuvent difficilement se couper, lorsque le point donné C est presque vis-à-vis du Point principal V, & qu'ils ne se coupent point du tout, lorsque ce point C est tout-à-fait vis-à-vis le Point de vûë, il vaudra mieux dans la pratique se servir du Rayon DF que du Rayon EV.

Ainsi pour trouver par cette maniere l'Apparence du point H, qui est donné sur le Plan Geometral, tirez de ce point H, sur la Ligne de terre AB, la perpendiculaire HI, & ayant fait IK égale à cette perpendiculaire HI, tirez au point K du Point de distance opposé D, le Rayon DK, qui sera coupé par le Rayon XH, en quelque point, comme en L, qui sera l'Apparence du point proposé H.

Au lieu de tirer du point donné H, sur la Ligne de terre AB, une perpendiculaire, on luy peut tirer telle autre ligne oblique qu'on voudra, comme HM, à laquelle on tirera par le point X, la parallele XN, car joignant la droite MN, on aura sur le Rayon XH, l'Apparence L du point proposé H.

La premiere Methode qui se pratique par l'un des

Plan-
che 12.
25. Fig

Points de distance marqué sur la Ligne Horizontale DD est la plus commode & la plus ordinaire, c'est pourquoy dans la suite nous nous en servirons toujours, & pour la rendre plus familiere, nous la repeterons encore ici pour le point donné H.

Ayant tiré du point donné H, la ligne HI perpendiculaire à la Ligne de terre AB, & ayant tiré du point I au Point principal V, le Rayon VI, faites IK égale à la perpendiculaire IH, & menez par le point K & par le Point de distance opposé D, le Rayon DK, qui donnera sur le Rayon VI, le point L, qui sera l'Apparence qu'on cherche.

S'il arrive qu'en portant la longueur de la perpendiculaire HI sur la Ligne de terre AB, le point K tombe hors de la largeur du Tableau, on la portera de l'autre côté, s'il y a un autre Point de distance: mais s'il n'y en a qu'un, ce qui est le plus ordinaire, tirez par le point B, pris à discretion sur la Ligne de terre AB, & par le Point principal V, le Rayon VB, & ayant fait MB égale à la perpendiculaire HI, tirez le Rayon DM, qui donnera sur le Rayon VB, le point O, par où vous tirerez à la Ligne de terre AB, la parallele OL, qui donnera sur le Rayon VI, le point L qu'on cherche.

Pour faire que tout ce que l'on veut mettre en Perspective paroisse dans une juste proportion, on est quelquefois obligé d'éloigner beaucoup l'œil du Tableau, ce qui peut empêcher de pouvoir marquer le point D de distance sur la Ligne Horizontale DD; Dans ce cas on mettra seulement la moitié de la distance de l'œil au Tableau sur la Ligne Horizontale DD, depuis le Point principal V en Q, qui représentera l'un des Points de distance: & alors il faudra seulement porter aussi la moitié de la ligne perpendiculaire HI, sur la Ligne de terre AB, de-

puis I en P, & en tirant le Rayon QP, on aura sur le Rayon VI, le point L, comme auparavant, pour l'Apparence du point proposé H.

P R A T I Q U E I I.

Trouver dans le Tableau l'Apparence d'une ligne droite donnée sur le Plan Geometral.

Pour trouver dans le Tableau l'Apparence de la ligne droite HI, qui est donnée sur le Plan Geometral, tirez de ses deux extremittez H, I, les droites HB, IL, perpendiculaires à la Ligne de terre AB, & menez par les deux points L, B, au Point principal V, les deux Rayons VL, VB. Faites LO égale à LI, & tirez du point O, par le Point de distance opposé D, le Rayon DO, qui donnera sur le Rayon VL, l'Apparence du point I en M. Faites pareillement BK égale à BH, & tirez du point K, par le Point de distance opposé D, le Rayon DK, qui donnera sur le Rayon VB, l'Apparence du point H en N. Enfin joignez la droite MN, qui sera l'Apparence de la ligne proposée HI.

Plan-
che 12.

24. Fig.

25. Fig.

Pareillement pour trouver l'Apparence de la ligne droite CH, qui est donnée sur le Plan Geometral, ayant tiré de ses deux extremittez C, H, les lignes CE, HI, perpendiculaires à la Ligne de terre AB, & du Point principal V, par les deux points E, I, où ces deux perpendiculaires coupent la Ligne de terre, les Rayons VE, VI, faites EF égale à EC, & IK égale à IH, & tirez par le point F, au Point de distance opposé D, le Rayon DF; qui donnera sur le Rayon VE, l'Apparence du point C en G, & pareillement tirez du point K, au Point de distance opposé D, le Rayon DK, qui donnera sur le Rayon

Plan- VI, l'Apparence du point H en L, c'est pourquoy si
che 12. l'on joint la droite GL, on aura l'Apparence de la
25. Fig. ligne proposée CH. Ainsi des autres.

S C O L I E.

La pratique & la theorie vous fourniront plusieurs abrezgez, étant certain *par Theor. 7.* que si la ligne proposée CH, est parallele à la Ligne de terre AB, son Apparence dans le Tableau, sçavoir GL, sera aussi parallele à la même Ligne de terre : & *par Theor. 8.* que lorsque la ligne donnée sur le Plan Geometral sera perpendiculaire à la Ligne de terre, son Apparence dans le Tableau étant continuée, passera par le Point de vûë, & par le Point de distance quand elle fera avec la Ligne de terre un Angle demi-droit.

Lorsque la ligne donnée dans le Plan Geometral ne sera pas droite, l'on tirera de plusieurs de ses points autant de lignes perpendiculaires à la Ligne de terre, par le moyen desquelles & de ce qui vient d'être dit, on trouvera dans le Tableau les Apparences de tous ces points, lesquelles étant jointes par une ligne courbe, cette ligne courbe sera l'Apparence de la proposée.

P R A T I Q U E III.

Trouver dans le Tableau l'Apparence d'une Figure plane donnée sur le Plan Geometral.

Plan-
che 13.
26. Fig.

P Our trouver dans le Tableau ABDV, l'Apparence de l'Exagone regulier 1, 2, 3, 4, 5, 6, qui est donné dans le Plan Geometral, on tirera de tous ses Angles autant de lignes perpendiculaires à la Ligne de terre AB, & par les points 7, 8, 9, où elles

elles coupent la même Ligne de terre AB, l'on tirera au Point principal V, les lignes V7, V8, V9, par le moyen desquelles, & par ce qui vient d'être dit, on trouvera les Apparences des lignes qui bornent l'Exagone proposé. Comme pour trouver l'Apparence de la ligne 1, 2, on portera la longueur de la perpendiculaire 8, 1, sur la Ligne de terre AB, depuis 8 en E, & la longueur de la perpendiculaire 7, 2, sur la même Ligne de terre AB, depuis 7 en F, & l'on tirera du Point de distance opposé D, les Rayons DE, DF, &c.

Plan-
che 13.
26. Fig.

S C O L I E.

On peut ici travailler par abrégé, pour trouver l'Apparence du point 5, dont la perpendiculaire 9, 5, ne se peut pas transporter sur la Ligne Horizontale AB, depuis le point 9 vers la partie opposée au Point de distance, parce que le Plan du Tableau ne se rencontre pas assez étendu: car comme les deux points 5, 3, se trouvent dans une ligne parallèle à la Ligne de terre AB, ayant trouvé dans le Tableau l'Apparence du point 3 sur la ligne V7, il n'y a qu'à tirer par l'Apparence 3, à la Ligne de terre AB, une parallèle qui donnera sur le Rayon V9, l'Apparence de l'autre point 5. On fera si l'on veut, la même chose à l'égard des deux points 2, 6, qui sont aussi également éloignez de la Ligne de terre AB.

On peut trouver encore autrement l'Apparence du point 5, non seulement par les abrezgez qui ont été enseignez dans la *Prat.* 1. mais encore en cette sorte. Parce que le Polygone proposé 1, 2, 3, 4, 5, 6, est regulier, si sur la ligne V8, l'on trouve l'Apparence G de son Centre O, & que par ce point G, qu'on appelle *Centre Apparent*, on tire au point 2 de l'Apparence du point 2 diametralement op-

posé au point 5, une ligne droite, cette ligne droite étant prolongée donnera sur le Rayon V9 l'Apparence du point 5 qu'on cherche. C'est de la même façon que le Rayon V8 donne sur le Rayon DA l'Apparence du point 4 diametralement opposé au point 1. Ainsi des autres.

P R A T I Q U E I V.

*Représenter en Perspective un Plancher composé de
Quarrez égaux & vûs de face, sans Plan
Geometral.*

Plan-
che 10.
22. Fig.

Divisez la Ligne de terre AB en autant de parties égales qu'il vous plaira, dont chacune représentera le côté d'un Quarré. Tirez par chaque point de division au Point principal V, autant de lignes droites ou Rayons, dont les deux derniers seront VA, VB, & par le point A, qui est le commencement de la division, tirez au Point de distance opposé D, le Rayon AD, qui coupera les precedens en des points, par où l'on tirera à la Ligne de terre AB, autant de paralleles, dont la dernière sera EF, qui aura ses divisions égales entre les deux points G, H, lesquelles on pourra continuer depuis G vers E, & depuis H vers F, pour tirer par ces nouveaux points de division, du Point principal V, d'autres Rayons, qui donneront sur les deux lignes DA, DB, qui passent par les deux Points de distance D, les mêmes points par où passent les paralleles precedentes à la Ligne de terre, & par où par consequent on pourra tirer des Rayons au Point principal V, sans qu'il soit besoin de prolonger les divisions de la ligne GH.

Ainsi l'on aura en Perspective tous les Quarrez qui peuvent entrer dans l'espace ABFE; & si vous en

PERSPECTIVE PRATIQUE. § I

vous voulez davantage, tirez par le point E, au Point de distance opposé D, le Rayon DE, qui coupera ceux qui partent du Point principal V, en des points, par où l'on tirera comme auparavant, à la Ligne de terre AB, autant de paralleles, dont la dernière sera KL, qui passe par la Section I des Rayons VB, DE, &c.

SCOLIE.

Si l'on décrit dans le Plan Geometral des Quarrez, dont les côtez soient égaux aux parties de la Ligne de terre AB. les petits quarrez perspectifs seront les apparences de ceux du Plan Geometral, & l'on s'en pourra servir tres-commodément pour mettre en Perspective une ou plusieurs Figures composées de plusieurs lignes, par exemple un Polygone fortifié, qui étant décrit parmi les quarrez du Plan Geometral, il ne sera pas difficile de le décrire en Perspective parmi les quarrez du Tableau, en le faisant passer par les mêmes quarrez du Tableau, que du Plan Geometral. Il ne faut que regarder la Figure pour comprendre tout cela.

Plan-
che 15.
31. Fig.

PRATIQUE V.

Représenter en Perspective un Plancher de Quarréaux vûs par l'Angle, sans Plan Geometral.

SI vous voulez représenter tous ces Quarréaux vûs par l'Angle dans un Plancher quarré vû de front, dont le côté AB soit déterminé sur la Ligne de terre, on décrira premièrement l'Apparence de ce Quarré, en tirant par les deux extremités A, B, de ce côté, au Point principal V, les Rayons VA, VB, & aux deux Points de distance D, les Rayons DFA, DEB, qui couperont les deux précédens VA, VB,

Plan-
che 16.
32. Fig.

Plan-
che 16.
32. Fig.

en deux points, comme F, E, que vous joindrez par la droite EF, qui sera parallèle à la Ligne de terre, ce qui fait que par un seul Point de distance, l'on peut aisément décrire le Quarré Perspectif ABFE, que vous diviserez en Quarreaux vûs par l'Angle en cette sorte.

Ayant comme dans la *Prat. 4.* divisé la partie AB de la Ligne de terre, ou le côté du Quarré Perspectif en parties égales, tirez par les points de division à chaque Point de distance D, autant de lignes droites, qui par leurs communes intersections formeront les Apparences des Quarreaux vûs par l'Angle, dont il sera facile de remplir tout le Quarré Perspectif ABFE, parce que tous les Rayons qui partent des deux Points de distance D, divisent également dans les mêmes points le côté EF parallèle au côté AB, qui est aussi divisé également & dans les mêmes points par les mêmes Rayons qui partent des deux points de distance D.

S C O L I E.

Si l'on fait sur le même côté AB un Quarré dans le Plan Geometral, comme ABGH, dont le Quarré Perspectif ABFE en soit la représentation, & que l'on divise ce Quarré du Plan Geometral ABGH en d'autres petits quarrez par des lignes parallèles aux Diagonales AG, BH, on se pourra servir de ce Quarré ainsi divisé, comme il a été enseigné dans la *Prat. 4.* pour mettre facilement en Perspective plusieurs choses à la fois, dont le dessin sera tracé sur le Quarré du Plan Geometral.



PRATIQUE VI.

Représenter en Perspective un Plancher composé de Quarrez égaux vûs de face, & entourrez d'une Liziere, sans Plan Geometral.

Divisez la Ligne de terre AB en autant de parties alternativement égales & inégales que vous voudrez de quarraux & de lizieres, aux points 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, & menez de tous ces points au Point principal V : autant de Rayons, ou lignes droites, dont la dernière sera VB, & la première sera VA. Après cela tirez du point A, au Point de distance opposé D, le Rayon DA, qui coupera ceux qui partent du Point de vûe, en des points par où l'on tirera autant de lignes droites parallèles à la Ligne de terre AB, dont la dernière sera EF, qui termine le Quarré Perspectif ABFE, & l'on aura la représentation du Plancher qu'on demande, & on le pourra continuer en tirant par le point E & par le Point de distance D, un autre Rayon, &c.

Plan-
che 13.
27. Fig.

PRATIQUE VII.

Représenter en Perspective un Plancher composé de Quarrez égaux vûs par l'Angle, & entourrez d'une Liziere, sans Plan Geometral.

Divisez comme auparavant, la Ligne de terre AB, en parties alternativement égales & inégales, & tirez par les points de division aux Points de distance D, D, autant de lignes, que vous terminerez dans le Quarré Perspectif ABFE, qui se décrira comme auparavant, & tout sera fait.

Plan-
che 14.
28. Fig.

PRATIQUE VIII.

Représenter en Perspective un Plancher composé d'Octogones entremêlez de petits Quarreaux, sans Plan Geometral.

Plan-
che 14.
29. Fig.

Divisez la Ligne de terre AB en parties égales, comme si vous vouliez faire un Plancher composé simplement de Quarrez vûs de front, & faites-le effectivement, comme il a été enseigné en la *Prat. 4.* Après cela prenez à volonté le carré 9, & les huit autres qui sont tout autour, sçavoir 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, & dans les quarrez 2, 4, 6, 8, menez les Diagonales qui doivent tendre aux Points de distance D, D, & vous aurez un Octogone, & les autres se feront de la même façon.

S C O L I E.

Il est évident qu'entre ces Octogones ainsi décrits, il se rencontrera de petits quarrez tels que l'on demande, & que les mêmes Octogones ne sont pas réguliers, puisque quatre de leurs côtez sont égaux aux côtez des petits quarrez, & que les autres quatre sont égaux aux Diagonales des mêmes quarrez.

PRATIQUE IX.

Représenter en Perspective un Plancher composé d'Exagones, sans Plan Geometral.

30. Fig.

Faites premièrement un Plancher ABEF, sur la Ligne de terre AB, comme il a été enseigné dans la *Prat. 4.* Prenez à volonté deux quarreaux

contigus, comme 1, 2, & tirez les Diagonales des deux autres quarraux qui sont à droit & à gauche, & vous aurez un Exagone, qui servira de modele pour les autres, parce qu'ils se décrivent de la même façon.

Plan-
che 14.
30. Fig.

S C O L I E.

Il est aussi évident que ces Exagones ainsi décrits ne representent pas des Exagones reguliers, puisque leurs côtes ne sont pas égaux en representation, les plus grands étant les Diagonales des quarrés faits sur les plus petits, comme dans les Octogones precedens.

P R A T I Q U E X.

Trouver dans le Tableau l'Apparence d'un Cercle donné dans le Plan Geometral.

Pour trouver l'Apparence du Cercle ILKM, qui est donné dans le Plan Geometral, décrivez autour de ce Cercle le Quarré EFGH, dont un côté EF, ou GH soit parallele à la Ligne de terre AB, & l'autre côté EH, ou FG, soit par consequent perpendiculaire à la même ligne de terre AB. Tirez les deux Diagonales EG, FH, qui s'entre-coupant au Centre du Cercle O, donneront sur la circonference du Cercle donné ILKM, les quatre points P, Q, R, N. Enfin trouvez dans le Tableau ABVD, l'Apparence du Quarré EFGH, sçavoir le Quarré perspectif 1, 3, 5, 6, avec toutes ses divisions, & par les points 2, 4, 10, 8, 7, 9, 11, 12, qui sont les Apparences des points de la circonference du Cercle donné L, Q, K, R, M, N, I, P, décrivez une ligne courbe qui déterminera l'Apparence du Cercle proposé IKLM.

Plan-
che 17.
33. Fig.

Plan-
che 17.
32. Fig.

S C O L I E.

Pour décrire plus facilement la ligne courbe, qui représente la circonférence du Cercle proposé ILKM, il est bon de trouver les Apparences de quelques autres points entre ceux dont les Apparences sont un peu éloignées : comme ici les Apparences 2, 4, des points L, Q, étant un peu éloignées, on trouvera l'Apparence 14 du point S pris à discretion entre les deux L, Q.

Il n'est pas absolument nécessaire d'avoir le Cercle entier sur le Plan Geometral, pour marquer son Apparence dans le Tableau, car il suffit d'en avoir un quart, comme LK, parce que par le moyen des Apparences des points de ce quart LK, on peut trouver par abrégé les Apparences des points correspondans des trois autres quarts KM, MI, IL.

Ainsi ayant trouvé l'Apparence 14 du point S, & l'Apparence 13 du Centre O, l'on tirera par le point 14 la ligne 14, 15, parallele à la Ligne de terre AB, & l'on fera la ligne 18, 15, égale à la ligne 18, 14, & le point 15 fera l'Apparence du point correspondant du quart LI, c'est à dire d'un point autant éloigné de la Ligne de terre AB que le point 14.

Si l'on tire du Centre apparent 13 au point trouvé 15, la droite 13, 15, & qu'on la prolonge jusqu'à ce qu'elle rencontre la ligne V14, on aura le point 16 pour l'Apparence du point correspondant du quart KM : & si l'on tire par le point 16 la droite 16, 17, parallele à la Ligne de terre AB, & qu'on fasse 19, 17, égale à 19, 16, le point 17 fera l'Apparence du point correspondant du quart MI.

On auroit aussi trouvé ce point 17, en tirant par

le point 14, & par le Centre Apparent 13, la droite 13, 17, qu'on appelle *Diametre Apparent*, parce qu'elle est l'Apparence de l'un des Diametres du Cercle proposé, sçavoir de celui qui passe par le point S, dont le point 14 est l'Apparence. C'est pour la même raison que la ligne 11, 10, est un Diametre apparent, parce qu'elle est l'Apparence du Diametre IK, qui est parallele à la Ligne de terre AB: & que la ligne 2, 7, est un Diametre apparent, parce qu'elle est l'Apparence du Diametre LM perpendiculaire à la même Ligne de terre AB. C'est encore pour la même raison que la ligne 4, 6, est un Diametre apparent, parce qu'elle est l'Apparence du Diametre QN, qui fait avec la Ligne de terre AB un Angle demi-droit. Ainsi des autres.

L'Apparence du Cercle proposé ILKM se rencontre ici une Ellipse, mais elle peut être un Cercle, lorsque le Cercle donné touchera la Ligne de terre AB, au point L de la Ligne Verticale VL, & que la distance de l'œil au Tableau sera d'une certaine grandeur: que nous trouverons en cette sorte.

Ayant prolongé le côté du Carré circonscrit EFGH, jusqu'à ce qu'il rencontre à Angles droits la Ligne Horizontale DD, en un point, comme S, menez la droite LS, & en retranchez la partie SC égale à la partie SV, & le reste LC sera la distance VD, que l'on doit donner à l'œil depuis le Tableau, pour faire que le Cercle proposé ILKM se represente aussi dans le Tableau par un Cercle, qui comme l'Ellipse touchera les deux côtes E6, F5, aux deux extremités 11, 10, du Diametre apparent 11, 10.

Que si la distance VD de l'œil au Tableau étoit donnée, & qu'on voulût trouver la hauteur de l'œil, ou la distance VL de la Ligne Horizontale DD, à la Ligne de terre AB, pour faire que l'Apparence du

Plan-
che 17.
33. Fig.

Plan-
che 18.
34. Fig.

Plan-
che 18.
34. Fig.

Cercle donné ILKM fût un véritable Cercle, le Triangle rectangle SVL fait connoître qu'il faudroit ôter le Quarré de la ligne EL, ou du Rayon du Cercle donné IKLM du quarré de la ligne LS, ou de la somme du même Rayon & de la distance donnée, pour avoir le Quarré de la hauteur qu'on cherche.

Le Cercle donné ILKM se peut aussi représenter en Perspective par un véritable Cercle : quoiqu'il ne touche pas le Plan du Tableau, pourvû que son Centre O soit vû de front ; c'est à dire qu'il soit dans la ligne LM, qui étant perpendiculaire à la Ligne de terre AB, passe par l'extrémité de la Ligne Verticale VL ; & nous ne l'avons fait toucher le Tableau que pour déterminer la distance de l'œil au Tableau avec plus de facilité, & aussi pour avoir un calcul moins embarassé, lorsque nous avons cherché cette distance par l'Analyse nouvelle, en cette sorte.

Plan-
che 19.
35. Fig.

Soit le Plan Geometral ABCD, contenant le Cercle donné IKLM, qui touche le Tableau AGHB au point L, de sorte que le Diametre LM de ce Cercle est perpendiculaire à la Ligne de terre AB. Soit l'œil au point E, élevé au dessus du Plan Geometral de la quantité EF, que je suppose connue, & éloigné du Tableau de la quantité du Rayon principal EV, qui ne peut être que d'une certaine grandeur, lorsque la representation L, 11, 7, 10, du Cercle IKLM sera un véritable Cercle, c'est à dire lorsque l'Angle EL7 sera égal à l'Angle EML, & que par consequent le Triangle E7L sera semblable au Triangle ELM, ce que nous avons appelé *Section soustraire*.

Si l'on met a pour la hauteur de l'œil EF, ou pour la longueur de la Ligne Verticale VL, b pour le Diametre LM du Cercle donné ILKM, & x pour la distance EV, ou FL de l'œil au Tableau, on aura

$b+x$ pour la ligne FM, & $\frac{ab}{b+x}$ pour le Diametre L7, à cause des deux Triangles semblables MFE, ML7. Si l'on ajoûte ensemble les deux quarrez EF, FL, on aura $aa+xx$ pour le quarré EL, à cause du Triangle EFL rectangle en F: & pareillement si l'on ajoûte ensemble les deux quarrez EF, FM: on aura $aa+bb+2bx+xx$ pour le quarré EM, à cause du Triangle rectangle EFM.

Parce que les quatre quarrez EL, L7, EM, LM, sont proportionnels, à cause des Triangles semblables EL7, ELM, on aura en termes Analytiques cette Analogie, $aa+xx, \frac{aabb}{bb+2bx+xx} :: aa+bb+2bx+xx, bb$, dont les deux Consequens étant divifez par bb , on aura celle-ci, $aa+xx, \frac{aa}{bb+2bx+xx} :: aa+bb+2bx+xx, 1$, dont les deux premiers étant multipliez par $bb+2bx+xx$, on aura cette derniere Analogie, $aabb+2aabbx+aaxx+bbxx+2bx^3+x^4, aa :: aa+bb+2bx+xx, 1$, & par consequent cette Equation $aabb+2aabbx+aaxx+bbxx+2bx^3+x^4 \simeq a^4+aabb+2aabbx+aaxx$, de laquelle ôtant le quarré $aabb+2aabbx+aaxx$, on aura cette autre Equation, $bbxx+2bx^3+x^4 \simeq a^4$, & par la Racine quarrée on aura celle-ci, $bx+xx \simeq aa$, de laquelle nous avons tiré la construction precedente, selon la Methode ordinaire dont on se fert pour resoudre par Geometrie les Equations de deux dimensions.



P R A T I Q U E X I.

Représenter en Perspective les Assiettes de plusieurs Cubes vûs de face, égaux, & également éloignez l'un de l'autre, & mis dans plusieurs rangs qui aboutissent au Point de vûe, sans Plan Geometral.

Plan-
che 19
36. Fig.

SI vous voulez quatre rangs de quarrés égaux en distances égales, marquez sur la Ligne de terre AB, les largeurs AC, EF, GH, IB, de ces quarrés, en sorte que ces largeurs soient égales entre elles, aussi-bien que leurs distances CE, FG, HI, & menez par les points A, C, E, F, G, H, I, B, au Point principal V autant de lignes droites, qui se trouveront coupées par la ligne AD, que l'on doit tirer du point A, au Point de distance opposé D, en des points, par où l'on tirera autant de lignes parallèles à la Ligne de terre AB, dont la dernière sera KL, & si vous en voulez davantage; tirez par le point K au Point de distance D, une seconde ligne, &c.

P R A T I Q U E X I I.

Représenter en Perspective un Quarré vû par l'Angle, avec quatre autres petits quarrés aussi vûs par l'Angle, & situez aux quatre Angles du Grand Quarré sans Plan Geometral.

37. Fig. **S**upposons que l'Angle du Quarré, dont nous voulons avoir l'Apparence dans le Tableau ABDD, touche la Ligne de terre au point E; prenez depuis ce point E, sur la Ligne de terre AB, les lignes EA, EB, égales chacune à la Diagonale du Quarré, dont vous voulez avoir l'Apparence, &

tirez par les deux Points de distance D, D, aux trois points A, E, B, des lignes droites, qui par leurs intersections donneront l'Apparence ou la représentation EFGH du Quarré qu'on cherche.

Plan-
che 19.
37. Fig^o

Maintenant pour représenter aux Angles de ce Quarré EFGH, quatre autres petits quarréz, qui soient comme les Bases de quatre Corps de Logis, de quatre Pavillons, de quatre Colonnes, &c. il faut prendre sur la Ligne de terre AB, les lignes EK, EL, AM, BN, égales chacune à la Diagonale d'un des petits quarréz qu'on suppose être autour du Quarré du Plan Geometral, & achever le reste comme il vient d'être dit, & comme vous voyez dans la Figure.

Si vous vouliez d'autres quarréz, il faudroit tirer par le point I, la ligne droite OP parallèle à la Ligne de terre AB, & achever le reste comme la Figure montre, sans qu'il soit besoin d'une plus longue explication.

DES ELEVATIONS

OU

DE LA SCENOGRAPHIE.

APRE's avoir suffisamment traité de la représentation des Points, des Lignes, & des Plans, l'ordre & la suite demande que nous traitions des Elevations, & premierement des Corps droits, & ensuite des Corps penchans & inclinez, comme vous allez voir dans les Problèmes suivans.

P R A T I Q U E X I I I .

D'un point donné dans le Tableau élever une ligne perpendiculaire à la Ligne de terre d'une grandeur donnée en représentation.

Plan-
che 20.
38. Fig.

J E suppose que dans le Tableau ABDV, l'on donne le point F, dont il faille élever une perpendiculaire à la Ligne de terre AB, telle qu'est ici FG, qui représente par exemple une hauteur de deux pieds. Nous avons ici donné ce point F en quatre endroits differens du Tableau, pour vous faire voir que la Methode de déterminer la hauteur FG est par tout la même, comme vous allez voir.

Puisque l'on demande une hauteur de deux pieds en représentation, on doit mettre la longueur naturelle de deux pieds en quelque lieu de la Ligne de terre AB, comme depuis B en E, & tirer par les deux points E, B, & par le point H pris à discretion sur la Ligne Horizontale VD, les droites HE, HB, qui serviront d'Echelle, que Desargues appelle *Echelle fuyante*, dont l'usage sera tel.

Tirez par le point donné F, la ligne FO parallèle à la Ligne de terre AB, & la partie NO comprise dans l'Echelle fuyante représentera deux *Pieds Perspectives*, que Desargues appelle *Pieds de front*, comme la ligne HE se nomme *Ligne fuyante*, & la ligne SO *Ligne de front*, que Desargues appelle aussi *Echelle de front*, quand elle est divisée en parties égales, comme ici, par les lignes de front qui partent du Point principal V, par les divisions égales de la Ligne de terre AB, qui représentent des Pieds naturels, ou des Pouces, &c. Si donc on fait la ligne FG égale à la ligne correspondante NO, elle re-

presentera la hauteur de deux pieds, comme il étoit Plan-
 proposé. che 20.

S C O L I E.

38. Fig^a

Si l'on décrit dans le Tableau ABDV, un Plancher de quarréz, dont les côtez soient chacun d'un Pied perspectif, que Desargues appelle *Pied fuyant*, lorsqu'il se prend sur une *Ligne fuyante*, comme il a été enseigné dans la *Prat. 4.* ces quarréz pourront servir pour trouver la longueur de la ligne FG, qui doit se faire égale à la grandeur de deux Pieds de front pris en tel lieu qu'on voudra de sa Ligne de front FO.

Mais parce qu'il est trop long de décrire un Plancher de quarréaux, & que l'on n'a pas toujours dans le Tableau un espace commode pour y faire une Echelle fuyante, c'est à dire pour mettre sur la Ligne de terre AB, la hauteur donnée BE, apprenez cette autre Methode, qui se peut aisément pratiquer sans aucune confusion.

Elevez du point B pris à discretion sur la Ligne de terre AB, la perpendiculaire BC de deux pieds naturels, ou de telle autre grandeur que vous voudrez donner à la hauteur apparente FG, & menez du point H pris à volonté sur la Ligne Horizontale VD, aux deux points B, C, les droites HB, HC, entre lesquelles on déterminera la longueur de la perpendiculaire FG, en tirant du point O, où la ligne de front FO rencontre la ligne HB, la ligne OM parallèle à la *Ligne d'élevation* BC, & cette parallèle OM sera la hauteur FG qu'on cherche.



P R A T I Q U E X I V .

Représenter en Perspective un Prisme droit.

Plan-
che 20.
39. Fig.

Pour représenter dans le Tableau $ABDV$, un Prisme droit, dont la Base ou l'Assiète, soit par exemple un Exagone, on décrira premièrement cette Base Exagone $1, 2, 3, 4, 5, 6$, dans le Plan Geometral, vis-à-vis la Ligne de terre AB , dont il doit être éloigné selon la distance du Prisme au Tableau, & il doit avoir une position à l'égard de la Ligne de terre AB , & du Point principal V , selon que le Prisme que l'on veut représenter en Perspective, sera tourné à l'égard du Tableau & de l'œil.

Cette Preparation étant faite, on mettra en Perspective, par *Prat. 3.* le Plan $1, 2, 3, 4, 5, 6$, & de tous les Angles de l'Exagone perspectif on élèvera autant de lignes perpendiculaires à la Ligne de terre AB , auxquelles on donnera une hauteur égale en représentation à celle du Prisme proposé, comme il vient d'être enseigné, sçavoir en mettant cette hauteur donnée sur la Ligne de terre depuis B en E , ou sur sa perpendiculaire BC , &c.

S C O L I E .

Lorsque vous voudrez représenter un Cube vû de face, dont le côté soit égal en représentation à une ligne de front donnée dans le Tableau, comme à la ligne CE , vous pourrez vous servir de cet abrégé.

Tirez par les deux points E, C , au Point principal V , les Rayons VE, VC , & par le point C au Point de distance D , le Rayon CD , qui donnera sur le Rayon VE le point 8 , par où vous tirerez au côté

côté donné CE, ou à la Ligne de terre AB, la parallèle 7, 8, qui sera terminée au point 7, par l'autre Rayon VC, & le quarré perspectif 7CE8 sera la Base du Cube qu'on veut décrire; ainsi il n'y aura plus qu'à élever des deux points E, C, les lignes EG, CF, égales & perpendiculaires au côté CE, & pareillement des deux points 7, 8, les deux lignes 70, 89, égales & perpendiculaires au côté 7, 8, &c.

Plan-
che 20.
39 Fig.

Quand on voudra représenter en Perspective un Cylindre droit, dont la Base est un Cercle, on décrira ce Cercle en Perspective, *par Prat.* 10. & on élèvera de plusieurs points de ce Cercle perspectif des perpendiculaires égales chacune en représentation à la hauteur donnée du Cylindre, après quoy il n'y aura plus qu'à joindre les extremités d'en haut de toutes ces perpendiculaires par une ligne courbe, & tout sera fait.

PRATIQUÉ XV.

Représenter en Perspective plusieurs Cubes droits également éloignés, entre eux, & mis dans divers rangs paralleles & perpendiculaires au Tableau.

ON doit premièrement décrire dans le Tableau les Affietes de tous ces Cubes, qui sont autant de quarrés perspectifs, comme il a été enseigné dans la *Prat.* 11. On élèvera ensuite de tous les Angles des lignes droites perpendiculaires à la ligne de terre AB, & égales chacune à son côté correspondant qui se trouve parallèle à la Ligne de terre AB, comme nous avons dit au Scolie precedent, comme les deux perpendiculaires 13, 24, éga-

Plan-
che 21.
40. Fig.

Plan-
che 21.
40. Fig.

les chacune à leur côté correspondant 12, &c.

S C O L I E.

Si au lieu de Cubes, on vouloit des Piliers quarez, on travailleroit de la même façon, excepté que la hauteur de chaque Pilier ne seroit pas égale à son côté correspondant, & on la déterminera selon qu'elle sera donnée, par la regle generale de la *Prat.* 13. Mais si au lieu de Piliers quarez on vouloit des Piliers ronds, ou des Cylindres, dont les Bases sont des Cercles, on devoit décrire *par Prat.* 10. les representations de ces Cercles dans les petits quarez perspectifs, & achever le reste, comme il a été dit au Scolie precedent.

P R A T I Q U E X V I.

*Représenter en Perspective un Prisme droit
concave.*

Plan-
che 21.
41. Fig.

SI vous voulez que la Base du Prisme concave soit par exemple un Octogone, décrivez dans le Tableau *ABDV* l'Apparence d'un Octogone double pour cette Base, & élevez de tous les Angles de la même Base autant de lignes droites perpendiculaires à la Ligne de terre *AB*, égales chacune en représentation à la hauteur que vous voudrez donner à votre Prisme, telle qu'est ici *BC*, & joignez les extremités de toutes ces perpendiculaires par des lignes droites, & tout sera fait.



P R A T I Q U E X V I I .

Représenter en Perspective un Corps droit taludé.

S I vous voulez que la Base du Corps taludé soit par exemple un Exagone, décrivez dans le Tableau ABDV, l'Apparence d'un Exagone double, dont l'interieur sera la Base ou l'Assiete de l'Exagone de dessus, & l'exterieur sera pour le Talud, qui se connoît, aussi-bien que la hauteur du Corps taludé, par le moyen du Profil, qu'on appelle aussi *Porfil*, qui est la Section d'un Corps & d'un Plan Vertical, ou perpendiculaire à l'Horizon, comme EFGH, où la hauteur du Corps proposé est représentée par la ligne GK, ou HI, & son talud par la partie KF, ou EI, terminée par les lignes HI, GK, perpendiculaires à la Base EF, &c.

Plan-
che 22.
42. Fig.

Ayant donc décrit le Plan perspectif du Corps proposé, élevez de tous les Angles interieurs, à la Ligne de terre AB, autant de lignes perpendiculaires égales chacune en representation à la hauteur du Corps proposé, qui se trouve dans le Profil, sçavoir HI, ou GK, ou son égale BC, & joignez les extremités de toutes ces perpendiculaires par des lignes droites, pour avoir l'Exagone de dessus, dont les Angles doivent aussi être joints avec les Angles correspondans du Talud par des lignes droites; comme l'Angle 1 avec l'Angle 2, l'Angle 3 avec l'Angle 4, l'Angle 5 avec l'Angle 6, &c.

P R A T I Q U E X V I I I .

Représenter en Perspective deux Pyramides, dont l'une soit appuyée sur sa Base, & l'autre élevée sur sa Pointe.

Plan-
che 22.
43. Fig.

PRemierement pour trouver l'Apparence d'une Pyramide appuyée sur sa Base, décrivez cette Base en Perspective, comme 1, 2, 3, 4, & élevez de son Centre 6, la ligne 6, 5, perpendiculaire à la Ligne de terre AB, & égale en représentation à la hauteur donnée de la Pyramide, pour avoir au point 5 la pointe de la Pyramide, après quoy on achevera le reste, comme vous voyez dans la Figure.

Secondement pour trouver l'Apparence d'une Pyramide appuyée sur sa Pointe, ayant décrit comme auparavant le Plan perspectif 1, 2, 3, 4, décrivez sur ce Plan le Prisme 4, 5, 6, 7, 2, 1, dont la hauteur soit égale en représentation à celle de la Pyramide proposée, & prenez le Plan de dessus 5, 6, 7, 9, pour la Base de la Pyramide renversée, & le Centre 8 de la Base de dessous 1, 2, 3, 4, pour sa pointe, &c.

P R A T I Q U E X I X .

Représenter en Perspective un Corps droit taludé taludé en dedans & en dehors.

Plan-
che 23.
44. Fig.

SI vous voulez que la Base du Corps droit taludé par le dedans & par le dehors, soit par exemple un Exagone, décrivez dans le Tableau ABVD l'Apparence d'un Exagone double selon l'épaisseur que vous voudrez donner aux côtes du Corps concave,

ou selon que le Profil, s'il y en a un, vous la donnera: & autour de cet Exagone double décrivez en dedans & en dehors deux autres Exagones parallèles en représentation au deux précédens, & plus ou moins éloignez selon la largeur que vous trouverez dans le Profil du Talud intérieur & extérieur. Elevez de tous les Angles de l'Octogone double, qui est au milieu des deux autres, autant de lignes droites perpendiculaires à la Ligne de terre AB, & égales en représentation à la hauteur du Corps proposé, que vous trouverez dans le Profil, & achevez le reste comme nous avons dit dans la *Prat.* 18.

Plan-
che 23.
44. Fig.

P R A T I Q U E X X.

Représenter en Perspective un Profil de Fortification.

Ayant décrit dans le Tableau le Profil qu'on veut représenter en Perspective, avec ses proportions naturelles, en sorte que le niveau de la campagne CD soit parallèle à la Ligne de terre AB, tirez de tous les Angles de ce Profil au Point principal V, autant de Rayons que vous terminerez en cette sorte. Tirez à volonté un second niveau de la campagne EF parallèle au premier CD, & cette ligne EF terminera le premier Rayon DG au point G, par où vous tirerez à la ligne DI la parallèle GH, qui terminera en H le second Rayon HI, & ainsi ensuite. Cela se peut aussi faire autrement, mais la petitesse de la figure ne me permet pas de vous en dire davantage.

45. Fig.

S C O L I E.

Comme tous les Corps que nous avons décrits jusqu'à présent ont eu dans toutes leurs parties une

même hauteur, si l'on en veut excepter le Profil précédent, nous les avons representez seulement par le moyen de leur Plan, ou Base. Mais quand ils auront des hauteurs différentes, il faudra avoir le Profil outre le Plan, parce que ce Profil donnera les hauteurs que l'on doit donner aux diverses parties du Corps que l'on se propose de représenter en Perspective. C'est pourquoy en de semblables rencontres nous nous servirons du Plan & du Profil, comme vous allez voir dans la Pratique suivante.

P R A T I Q U E X X I.

Représenter en Perspective une Croix double élevée à Angles droits sur le Plan Geometral.

Plan-
che 24.
46. Fig.

Ayant fait le Plan & le Profil de la Croix que l'on veut représenter en Perspective, placez ce Plan dans le Plan Geometral vis-à-vis la Ligne de terre, selon la situation que vous voulez donner à la Croix, & après avoir mis ce Plan en Perspective, élevez de tous ses Angles des lignes perpendiculaires à la Ligne de terre AB, pour y mettre les hauteurs des parties correspondantes de la Croix, telles que vous les voyez au naturel dans le Profil, que vous racourcirez par les regles de la *Prat.* 13. & pour joindre les extremités de ces perpendiculaires par des lignes droites, conformément à celles du Profil.

S C O L I E.

Plan-
che 25.
47. Fig.

Si l'on décrit une Croix double équilaterale, & que l'on joigne les extremités des quatre bras & de l'arbre par des lignes droites, on aura l'Apparence d'un *Polyèdre*, c'est à dire d'un Corps composé de

plusieurs faces, & inscriptible dans une Sphere, dont le Centre sera par consequent le même que le Centre de la Sphere. Entre ces faces, qui sont au nombre de 26, il y aura 18 quarrés égaux entre eux, & 8 triangles égaux entre eux & équilatéraux.

Mais on peut décrire autrement ce Polyédre en regardant la *Fig. 48.* où vous prendrez garde que AF est la hauteur du premier Octogone élevé, & du quarré 9, 10, 11, 12, qui sert de Base au Polyédre sur le Piedestal ou le premier Octogone élevé. Que AG est la hauteur du second Octogone élevé, AH la hauteur du troisiéme, & AI la hauteur du second quarré élevé, lorsque le Polyédre est plus bas que l'œil: & enfin que les lignes FG, HI, sont égales chacune à la ligne 8, 9, ou bien à la ligne 1, 9, du Plan d'affiete, & la ligne GH égale au côté 1, 2, du même Plan d'affiete. Plan-
che 26.
48. Fig.

Mais lorsque le Polyédre est plus haut que l'œil, la ligne DL est la hauteur du premier quarré 9, 10, 11, 12, au dessus de la Ligne Horizontale DV, DM la hauteur du premier Octogone du Polyédre au dessus de la même Ligne Horizontale, DN la hauteur du second Octogone, & DE la hauteur du second quarré, les lignes LM, EN, étant pareillement égales chacune à la ligne 8, 9, du Plan d'affiete, & la ligne MN au côté 1, 2, du même Plan d'affiete.

P R A T I Q U E X X I I.

Représenter en Perspective un Prisme droit élevé sur l'une de ses faces obliques.

Ayant décrit sur la ligne EF, que je suppose parallele à l'Horizon, le Profil du Prisme pro-

Plan-
che 27.
49. Fig

posé, avec son Plan qui se terminera par des lignes tirées à Angles droits sur la ligne EF, de tous les Angles du Profil, on décrira ce Plan en Perspective, en le posant vis-à-vis la Ligne de terre AB dans le Plan Geometral, selon la situation que l'on voudra donner à ce Prisme, & l'on tirera de tous les angles de ce Plan perspectif des lignes perpendiculaires à la Ligne de terre AB, égales en représentation à la hauteur des points qui leur répondent dans le Profil: & en joignant les points qui appartiendront à un même côté, ce que le Profil fera aisément connoître, le Problème se trouvera resolu.

S C O L I E.

Plan-
che 28.
50. Fig.

Si l'on veut que le Prisme soit percé à jour, on en fera pareillement le Profil & le Plan, pour achever le reste, comme nous venons de dire, & comme vous voyez dans la 50. Fig.

Plan-
che 29.
51. Fig.

C'est aussi de la même façon que l'on représentera en Perspective un Prisme droit appuyé sur l'un de ses côtés, sçavoir en décrivant sur la ligne EF parallèle à l'Horizon le Profil de ce Prisme, & au dessous de la même ligne EF son Plan, dont la largeur 6, 6, ou 2, 2, représente l'épaisseur du Prisme, ou la longueur du côté sur lequel il s'appuye, & en achevant le reste comme auparavant, & comme vous voyez dans la 51. Fig.



P R A T I Q U E X X I I I .

Représenter en Perspective un Prisme incliné à l'Horizon, appuyé sur un côté, & soutenu par un autre Prisme droit

S I l'on décrit sur la ligne EF parallèle à l'Horizon, le Profil du Prisme incliné, & du droit contre lequel il s'appuie, avec leurs Plans d'assiete, on n'aura pas plus de difficulté à représenter ces Corps en Perspective, que les précédens; ainsi je croy qu'il suffit de vous en donner la Figure, à l'imitation de laquelle, & de ce qui a été dit jusqu'à présent, il sera facile de représenter en Perspective un Corps appuyé sur l'un de ses Angles solides, pourvu qu'on en ait le Plan & le Profil, & de représenter dans le Tableau, tout ce que l'on voudra, sans qu'il soit besoin d'en donner ici un plus grand nombre d'exemples.

Plan-
che 30.
52. Fig.

S C O L I E .

Tout ce que nous avons dit jusqu'à présent, suppose que le Tableau est droit, ou perpendiculaire à l'Horizon, parce qu'il est ordinairement tel: néanmoins comme il peut être incliné en de certaines rencontres, comme quand on veut peindre sur la Surface d'une voûte, nous donnerons ici en passant la manière de représenter dans un Tableau incliné à l'Horizon un Prisme perpendiculaire à l'Horizon, par le moyen du Profil & du Plan du Tableau, que l'on préparera premièrement en cette sorte.

Pour décrire en premier lieu le Profil du Tableau, plan- tirez à part la ligne indéfinie EF; que vous prendrez pour la Ligne de station, & luy élevez de son extre-

che 31.
53. Fig.

Plan-
che 31.
53. Fig.

mité E, la perpendiculaire EG égale à la hauteur de l'œil au dessus du Plan Geometral, pour avoir en G la place de l'œil, & en E son Assiete. Après cela tirez par le point H éloigné du point E d'une distance égale à celle de l'Assiete de l'œil au Tableau, la ligne indéfinie HI inclinée à la Ligne de station EF, comme vous voudrez que le Tableau soit incliné à l'Horizon, & cette ligne HI sera prise pour la Ligne Verticale & pour le Tableau. Tirez encore de l'œil placé en G la droite GI parallèle à la Ligne de station EF, & cette ligne GI qui represente le Rayon principal, donnera sur la Ligne Verticale HI, le point I, qui representera le Point de vûë. Enfin prolongez les lignes EG, HI, jusqu'à ce qu'elles se coupent en un point, comme K, que nous appellerons *Point accidental du Tableau*, où les apparences de toutes les lignes perpendiculaires à l'Horizon, étant prolongées doivent aboutir, *par Theor. 8.* lequel, comme tous les autres, convient aussi bien au Tableau incliné qu'au Tableau Vertical; & voilà le Profil du Tableau achevé.

Pour décrire le Plan du Tableau, tirez à part la Ligne Horizontale VD, & la Ligne de terre AB, parallèle à l'Horizontale VD, & éloignée de la même Horizontale d'une quantité égale à la Ligne Verticale HI du Profil, en sorte que la perpendiculaire VA soit égale à cette Verticale HI: & ayant pris le point V pour le Point de vûë, faites la ligne VD égale au Rayon principal GI, pour avoir en D le Point de distance. Enfin prenez sur la perpendiculaire ou Ligne Verticale VA prolongée, la ligne AL égale à l'hypoténuse HK du Profil, pour avoir en L le Point accidental du Tableau, par le moyen duquel on representera dans ce Tableau un Prisme droit en cette sorte.

Cette preparation étant faite, on placera comme à l'ordinaire, la Base du Prisme qu'on veut représenter en Perspective, dans le Plan Geometral vis-à-vis la Ligne de terre AB, plus ou moins proche selon la situation que l'on voudra donner à ce Prisme, comme l'Exagone 1, 2, 3, 4, 5, 6, que l'on mettra en Perspective comme si le Tableau étoit droit, mais au lieu de tirer des angles de l'Exagone Perspectif des lignes perpendiculaires à la Ligne de terre AB, comme il faudroit faire, si le Tableau étoit perpendiculaire à l'Horizon, on les tirera du Point accidentel L, & on y terminera la hauteur du Prisme en cette sorte.

Pour déterminer par exemple la hauteur apparente du point 5, qui est dans le Tableau, tirez du point 5, qui est dans le Plan Geometral, à la Ligne de terre AB, la perpendiculaire 5C, dont la longueur doit être portée sur la ligne EF du Profil depuis H au point 3, d'où vous élevez la droite 3M perpendiculaire à la ligne EF, & égale à la hauteur donnée du Prisme. Après cela tirez de l'œil G, par le point M, le Rayon GM, qui donnera sur la ligne HI le point N, & portez la distance HN sur la Ligne Verticale AV du Tableau, depuis A au point 3, par où vous tirerez à la Ligne de terre AB, la parallèle 3O, qui donnera sur la ligne LO tirée du Point accidentel L, par le point 5 du Tableau, le point O, & la ligne 5O sera égale en représentation à la hauteur donnée du Prisme. Ainsi des autres.

Des Ombres.

LES Ombres font toute la beauté d'une Perspective, parce qu'elles distinguent les parties d'un Corps, qui sont opposées à la lumière, d'avec

celles qui sont éclairées, ou qui regardent la lumière, & servent en cette façon à relever l'éclat de ces parties éclairées, qui le peuvent être ou du Soleil, dont les Rayons sont considerez comme paralleles entre eux, parce qu'ils partent d'un point extrêmement éloigné du Tableau, ou d'une petite lumière, comme d'un Flambeau, dont les Rayons ne peuvent pas être paralleles entre eux, parce qu'ils partent d'un point mediocrement éloigné du Tableau.

Plan-
che 32.
54. Fig.

Comme dans la Perspective l'on considere principalement ces trois Plans qui sont perpendiculaires l'un à l'autre, le Plan du Tableau ABCD; que nous supposerons toujours perpendiculaire à l'Horizon, le Plan Vertical PGVQ, qui est perpendiculaire au Tableau, & le Plan Geometral ABEF, auquel les deux precedens sont perpendiculaires; de même l'on y considere principalement ces trois lignes perpendiculaires l'une à l'autre, & chacune à quelqu'un de ces Plans, le Rayon principal GV, & toutes ses paralleles qui sont perpendiculaires au Tableau, la hauteur de l'œil PG, & toutes ses paralleles qui sont perpendiculaires au Plan Geometral, & enfin toutes les lignes droites qui sont paralleles entre elles & au Tableau, & par consequent perpendiculaires au Plan Vertical, dont celle que nous considererons ici principalement, passe par l'œil G, sçavoir GO.

Pour déterminer les Ombres des Corps sur quelque Plan que ce soit, il suffit de sçavoir trouver les Ombres des lignes qui les bornent, & comme ces Ombres se marquent ordinairement au Soleil, nous donnerons ici quelques regles pour déterminer ces Ombres, pour le cas auquel le Soleil est hors du Plan du Tableau, & aussi pour celuy auquel il est dans le Plan du Tableau. Pour cette fin supposons

que le Soleil soit en S, & qu'un de ses Rayons soit ST, qui passant par l'œil G, rencontre le Tableau au point T, que nous appellerons *Lieu du Soleil dans le Tableau*, parce que comme nous avons supposé les Rayons du Soleil paralleles entre eux, leur apparence concourant au point T, détermine effectivement en ce point T le lieu du Soleil dans le Tableau.

Plan-
che 32.
54. Fig.

Cela étant supposé, tirez du lieu du Soleil T, à la Ligne Verticale VQ, la parallele TM, qui sera terminée en M, par la Ligne Horizontale KL, & au Rayon principal VG, ou à la Ligne de station PQ, la parallele TN, que vous terminerez au point N, en cette sorte. Tirez par le même point T, à la Ligne de terre AB, la parallele TI, qui sera terminée par la Ligne Verticale VQ au point I, par où vous tirez à la Ligne de station PQ, ou au Rayon principal VG, la parallele IH, qui sera terminée par la hauteur de l'œil GP, au point H, par où vous tirez encore à la ligne TI, la parallele HN, qui rencontrera la ligne TN au point N, duquel vous tirez la ligne NO parallele & égale à la ligne TM, & joignez la ligne MO, qui sera parallele & égale à la ligne TN, & la ligne GO, qui sera parallele & égale à la ligne HN, & aussi à la ligne TI. Joignez encore les deux lignes OT, GI, qui seront paralleles & égales entre elles. Enfin joignez les droites VT, & HS : & vous aurez les deux Plans MOGV, TNHI, paralleles entre eux, & au Plan Geometral ABEF; & par consequent perpendiculaires au Plan du Tableau ABCD, & les deux Plans TNOM, IHGV, paralleles entre eux, & au Plan Vertical, & par consequent perpendiculaires au Tableau; & enfin les deux Plans TIVM, NOGH, paralleles entre eux & au Tableau, & par consequent perpendiculaires au Plan Vertical.

Plan-
che 32.
54. Fig.

Nous appellerons le point I, le *Point d'inclinaison des Rayons du Soleil*, parce que ce point dépend de la hauteur du Soleil sur l'Horizon, étant certain qu'il se trouvera plus proche de la Ligne Horizontale KL, quand le Soleil sera plus proche de l'Horizon: & le point M, le *Point de la déclinaison des Rayons du Soleil*, parce que ce point dépend de la déclinaison du Soleil du Plan Vertical, étant certain qu'il se rencontreroit dans la Ligne Verticale VQ, si le Soleil étoit dans le Plan Vertical, auquel cas les deux points I, T, conviendroient ensemble, & ils conviendroient avec le Point principal V, si le Soleil étoit dans l'interfection du Plan Vertical & de l'Horizon, & ils s'évanouïroient entierement s'il étoit au Zenith. Cela étant expliqué, venons aux Regles.

Regles des Ombres Solaires, quand le Soleil est supposé hors du Plan du Tableau.

I.

L'Ombre que le Rayon principal VG, qui est perpendiculaire au Plan du Tableau, fait sur le Tableau, est VT, & generalement les Ombres que des lignes paralleles au Rayon principal VG, ou perpendiculaires au Tableau, font ou sur le Tableau, ou sur des Plans paralleles au Tableau, seront aussi paralleles à VT; parce que le Plan d'ombre TVG, coupant le Tableau par la ligne TV, coupera tous les Plans paralleles au Tableau par des lignes paralleles à TV; & d'autres Plans d'ombre paralleles au Plan d'ombre TVG, couperont aussi le Tableau, & les autres Plans qui luy seront paralleles, par des lignes paralleles à TV.

I I.

L'apparence de l'Ombre que le même Rayon principal VG fait sur le Plan Horizontal MOGV, tend au Point de vûë V, & generalement l'apparence des Ombres que des lignes paralleles au Rayon principal, ou perpendiculaires au Tableau, font ou sur le Plan Geometral, ou sur des Plans paralleles au Geometral, & par consequent à l'Horizontal, tend au Point de vûë; parce que le Plan d'Ombre TVG, coupant le Plan Horizontal MOGV, qui est parallele au Geometral AB EF, par la ligne VG, qui passe par le Point principal V, & le Plan TNHI, qui est aussi parallele au Plan Geometral par la ligne TN, qui est parallele au Rayon principal VG, & par consequent perpendiculaire au Tableau, à cause que ces deux Plans MOGV, TNHI, sont paralleles entre eux, l'apparence de la ligne TN doit aussi tendre au Point principal V, *par Theor. 8.* & comme les Sections que des Plans d'ombre paralleles au Plan d'ombre TVG, font avec des Plans paralleles entre eux, & aux deux precedens, c'est à dire au Plan Geometral, ou au Plan Horizontal, sont toutes paralleles au Rayon principal VG, *par 16. 11.* leur apparence doit tendre pareillement au Point principal V.

I II.

L'apparence de l'Ombre que le même Rayon principal VG, & ses paralleles font sur le Plan Vertical GHIV, & sur ses paralleles, tend au Point principal V; parce que la commune Section du Plan d'Ombre TVG, & du Plan Vertical GHIV, est VG, qui passe par le Point principal V, & que si quelqu'autre Plan parallele au Plan Vertical est coupé

Plan-
che 32.
54. Fig.

par le même Plan d'ombre TVG, ou par d'autres qui luy soient paralleles, les communes Sections seront paralleles entre elles & au Rayon principal VG, & leurs apparences tendront *par Theor. 8.* au même Point de vüe V, qui est leur Point accidental.

I V.

L'Ombre que la ligne GO, qui est perpendiculaire au Plan Vertical, fait sur le Plan Geometral ABEF, est parallele à TI, & par conséquent à la Ligne de terre AB, & generalement l'Ombre que des lignes perpendiculaires au Plan Vertical font sur le Plan Geometral, ou sur des Plans qui luy sont paralleles, sont paralleles entre elles & à la Ligne de terre AB; parce que les lignes GO, TI, étant les communes Sections du Plan de lumiere, ou d'ombre GOS, & des deux Plans paralleles MOGV, TNHI, sont paralleles entre elles, *par 16. 11.* & par conséquent à la Ligne de terre AB, & ce que je dis des deux Plans paralleles MOGV, TNHI, se doit entendre du Plan Geometral ABEF, & de tous les autres qui luy sont paralleles: & comme les apparences de la ligne TI, & de toutes ses paralleles, sont paralleles à la Ligne de terre AB, *par Theor. 7:* il s'ensuit que l'apparence des Ombres de toute les lignes perpendiculaires au Plan Vertical, qui se font sur le Plan Geometral, ou sur ses paralleles, est parallele à la ligne de terre AB.

V.

L'Ombre que la même ligne GO fait sur le Plan du Tableau ABCD, est parallele à la Ligne Horizontale KL, ou à la Ligne de terre AB, & generalement

ment les Ombres que toutes les lignes perpendiculaires au Plan Vertical, font sur le Tableau, sont paralleles entre elles & à la Ligne de terre AB; parce que le Plan NOGH étant parallele au Plan du Tableau ABCD, les communes Sections OG, TI, de ces deux Plans paralleles & du Plan de lumiere ou d'ombre GOS, sont paralleles entre elles, *par* 16. 11. & par consequent à la Ligne de terre AB, & ce que je dis de ces deux Plans paralleles NOGH, TMVI, se doit entendre de tous les autres qui étant paralleles au Tableau, passent par des lignes paralleles à la ligne GO, & sont coupez par un Plan d'ombre ou de lumiere, parallele au Plan GOS. D'où il est aisé de conclure, que les Ombres des lignes perpendiculaires au Plan Vertical, qui se font sur le Tableau, ou sur ses Plans paralleles, sont paralleles entre elles & à la Ligne de terre AB, & *par Theor. 7.* que les apparences de toutes ces lignes paralleles, sont aussi paralleles à la Ligne de terre AB.

Plan-
che 32.
54. Fig.

V I.

L'apparence de l'Ombre que la même ligne GO, & ses paralleles font sur le Plan Vertical GPQV, & sur ses paralleles, concourt au point I de l'inclinaison des Rayons du Soleil; parce que la commune Section du Plan de lumiere GOS, & du Plan Vertical VGPQ, est la ligne GI, qui passe par le point I de l'inclinaison des Rayons du Soleil, & que si quel- qu'autre Plan parallele au Plan Vertical est coupé par le même Plan d'ombre GOS, ou par d'autres qui luy soient paralleles, les communes Sections seront paralleles entre elles & à la ligne GI, & leurs apparences tendront *par Theor. 8.* au même point I, qui est leur Point accidental.

Plan-
che 32.
54. Fig.

V I I.

L'apparence de l'Ombre que la ligne GP, qui est perpendiculaire au Plan Geometral ABEF, fait sur le même Plan Geometral, aboutit au point M de la déclinaison des Rayons du Soleil, & generalement l'apparence de l'ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan Geometral fait sur ce Plan Geometral, ou sur des Plans qui luy sont paralleles, concourt au point M de la déclinaison des Rayons du Soleil; parce que le Plan de lumiere ou d'ombre GHS, coupant le Plan GVMO, qui est parallele au Geometral ABEF, par la ligne GM, qui passe par le point M de la déclinaison des Rayons du Soleil, il coupera le Plan Geometral, & tous les autres qui luy seront paralleles, par des lignes droites paralleles à la ligne GM: & que pareillement si l'on imagine par d'autres lignes perpendiculaires au Plan Geometral, d'autres Plans de lumiere paralleles au Plan d'ombre GHS, ces Plans couperont aussi le Plan Geometral & ses paralleles, par des lignes droites paralleles entre elles & à la ligne GM: & comme le Point accidental de toutes ces lignes paralleles est le point M, il s'en suit *par Theor. 8.* que leurs apparences doivent concourir à ce point M.

V I I I.

L'ombre que la même ligne GP fait sur le Plan du Tableau, est parallele à TM, ou perpendiculaire à la Ligne de terre AB, & generalement l'apparence de l'ombre qu'une perpendiculaire au Plan Geometral fait sur le Tableau, & sur tous les Plans qui luy sont paralleles, est perpendiculaire à la Ligne de terre; parce que le Plan de lumiere GHS cou-

tant le Plan de front NOGH par la ligne GH, qui est perpendiculaire au Plan Geometral, il coupera tous les autres *Plans de front*, c'est à dire le Tableau, & tous les Plans qui luy seront paralleles, par des lignes paralleles à GH, & par consequent perpendiculaires au Plan Geometral: & que pareillement ces Plans de front seront coupez par d'autres Plans de lumiere paralleles au Plan GHS, par des lignes aussi perpendiculaires au Plan Geometral, dont les apparences doivent être perpendiculaires à la Ligne de terre AB, *par Theor. 7.*

Plan-
che 32.
54. Fig.

IX.

L'apparence de l'ombre que la même ligne GP, & ses paralleles font sur le Plan Vertical, ou sur ses paralleles, est perpendiculaire à la Ligne de terre AB, parce que le Plan de lumiere GHS coupant le Plan Vertical GVQP, par la ligne GP, qui est perpendiculaire au Plan Vertical, il coupera tous les autres *Plans de Profil*, c'est à dire tous les Plans paralleles au Plan Vertical, par des lignes paralleles à GP, comme aussi tous les Plans de lumiere, paralleles au Plan d'ombre GHS, couperont le Plan Vertical & tous les Plans de Profil, par des lignes paralleles entre elles, & à la ligne GP, & par consequent perpendiculaires au Plan Geometral, dont les apparences sont *par Theor. 7.* perpendiculaires à la Ligne de terre AB.

Ainsi vous voyez que quand le Soleil est hors du Plan du Tableau ABCD, l'apparence de l'ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan du Tableau, comme GV, fait sur le même Tableau, ou sur ses Plans paralleles: & sur le Plan Geometral ABCE, ou sur ses paralleles, & encore sur le Plan Vertical, ou sur ses paralleles, tend au Point principal V.

Plan-
che 32.
54. Fig.

Que l'apparence de l'ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan Vertical VGPQ, comme GO, fait sur le Plan Geometral ABEF, ou sur ses paralleles, est parallele à la Ligne de terre AB: & sur le Tableau ABCD, ou sur ses paralleles, est aussi parallele à la Ligne de terre AB: & sur le Plan Vertical, ou sur tous les Plans de Profil, tend au point I de l'inclinaison des Rayons du Soleil.

Et enfin que l'apparence de l'ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan Geometral ABEF, comme GP, fait sur ce Plan, ou sur ses paralleles, tend au point M de la déclinaison des Rayons du Soleil: & sur le Plan du Tableau ABCD, ou sur un Plan de front; & encore sur le Plan Vertical VGPQ, ou sur un Plan de Profil, est perpendiculaire à la Ligne de terre AB.

Regles des Ombres Solaires, quand le Soleil est supposé dans le Plan Vertical & dans celui du Tableau.

Puisque le Soleil S est supposé dans le Tableau ABCD, & dans le Plan Vertical VGPQ, il doit être nécessairement au Zenit, & alors il arrivera que

X.

L'apparence de l'ombre qu'une ligne droite perpendiculaire au Plan du Tableau, soit sur ce Plan, & sur ses paralleles, est infinie perpendiculairement en bas, c'est à dire perpendiculaire à la Ligne de terre: étant certain que l'Ombre que le Rayon principal VG, qui est perpendiculaire au Tableau ABCD, fait sur ce Tableau, est la ligne infinie VQ, qui étant perpendiculaire au Plan Geometral ABEF,

son apparence dans le Tableau doit par *Theor. 7.* être perpendiculaire à la Ligne de terre AB.

Plan-
che 32.
54. Fig.

X I.

L'apparence de l'Ombre qu'une ligne droite perpendiculaire au Plan du Tableau, fait sur le Plan Vertical, ou sur ses paralleles, est une Surface qui s'étend à l'infini perpendiculairement en bas, depuis cette ligne perpendiculaire, d'une largeur apparente égale à la longueur apparente de la même ligne perpendiculaire : étant certain que l'Ombre que le Rayon principal VG, qui est perpendiculaire au Tableau ABCD, jetteroit sur le Plan Vertical VGPQ, le couvrirait à l'infini de la largeur VG, depuis VG perpendiculairement en bas.

X I I.

L'apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Tableau, fait sur le Plan Geometral, & sur ses paralleles, aboutit au Point de vûë : étant certain que l'Ombre que le Rayon principal VG, qui est perpendiculaire au Tableau ABCD, feroit sur le Plan Geometral ABEF, seroit PQ, qui étant perpendiculaire au Tableau, son apparence dans le Tableau doit par *Theor. 8.* aboutir au Point principal V.

X I I I.

L'Apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan Vertical, fait sur le Plan Geometral, & sur ses paralleles, est parallele à la Ligne de terre : étant certain que l'Ombre que la ligne GO, qui est perpendiculaire au Plan Vertical VGPQ, feroit sur le Plan Geometral ABEF, seroit NH, qui étant

Plan-
che 32.
54. Fig. perpendiculaire au Tableau ABCD, son apparence dans le Tableau doit *par Theor. 7.* être parallèle à la Ligne de terre AB.

XIV.

L'Apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan Vertical, fait sur le Plan de front, où elle se rencontre, est une Surface infinie perpendiculairement en bas depuis cette ligne perpendiculaire, d'une largeur apparente égale à la longueur apparente de la même ligne perpendiculaire : étant certain, que l'Ombre que la ligne GO, qui est perpendiculaire au Plan Vertical VGPQ, feroit sur le Plan de front NOGH, où elle se trouve, seroit infinie perpendiculairement en bas, depuis OG, & de la longueur OG.

XV.

L'apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan Vertical, fait sur ce Plan, & sur ses parallèles, est perpendiculaire à la Ligne de terre : étant certain que l'Ombre que la ligne GO, qui est perpendiculaire au Plan Vertical VGPQ, jetteroit sur ce Plan, seroit GP, qui étant perpendiculaire au Plan Geometral ABEF, son apparence doit être *par Theor. 7.* perpendiculaire à la Ligne de terre AB.

XVI.

L'apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan Geometral, fait sur ce Plan, & sur ses parallèles, est un point, sçavoir l'apparence du point où cette ligne rencontre le Plan, auquel elle est perpendiculaire : étant certain que l'Ombre que la ligne GP, qui est perpendiculaire au Plan

Geometral ABEF, jetteroit sur ce Plan, seroit P, où elle coupe ce Plan.

Plan-
che 32.
54. Fig.

XVII.

L'apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan Geometral, fait sur un Plan de front, est perpendiculaire à la Ligne de terre : étant certain, que l'Ombre que la ligne GP, qui est perpendiculaire au Plan Geometral ABEF, jetteroit sur le Plan de front NOGH, dans lequel elle se trouve, seroit la même ligne, & que celle qu'elle feroit sur un autre Plan de front, luy seroit parallele, *par 16. 11.* & par consequent perpendiculaire au même Plan Geometral ABEF, ce qui fait, *par Theor. 7.* que son apparence dans le Tableau sera perpendiculaire à la Ligne de terre AB.

XVIII.

L'apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan Geometral, fait sur le Plan de Profil, où elle se rencontre, est l'apparence de la même ligne, continuée à l'infini en bas à l'opposite du Soleil, & est par consequent perpendiculaire à la Ligne de terre AB : étant certain, que l'Ombre que la Ligne GP, qui est perpendiculaire au Plan Geometral ABEF, seroit sur le Plan Vertical VGPQ, où elle se trouve, ne seroit que la même ligne GP continuée à l'infini en bas, laquelle par consequent étant perpendiculaire au Plan Geometral ABEF, son apparence dans le Tableau sera *par Theor. 7.* perpendiculaire à la Ligne de terre AB.

Ainsi vous voyez que lorsque le Soleil est au Zenit, l'apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan du Tableau, comme VG, fait sur un

Plan-
che 32.
54 Fig.

Plan de front, est perpendiculaire à la Ligne de terre : & sur un Plan de Profil est une Surface infinie, qui s'étend perpendiculairement en bas, d'une largeur apparente égale à la longueur apparente de cette ligne perpendiculaire : & sur le Plan Geometral, ou sur ses paralleles, aboutit au Point de vûë.

Que l'apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan Vertical fait sur le Geometral, ou sur ses paralleles, est parallele à la Ligne de terre : & sur un Plan de Profil est perpendiculaire à la Ligne de terre : & sur le Plan de front, où elle se trouve, est une Surface infinie qui s'étend perpendiculairement en bas, d'une largeur apparente égale à la longueur apparente de cette ligne perpendiculaire.

Et enfin, que l'apparence qu'une ligne perpendiculaire au Plan Geometral, fait sur ce Plan, ou sur ses paralleles, est un Point : & sur un Plan de front, & encore sur le Plan de Profil, où elle se rencontre, est perpendiculaire à la Ligne de terre.

Regles des Ombres Solaires, quand le Soleil est dans le Plan du Tableau, & hors du Plan Vertical.

Nous supposerons ici que l'Angle VTI est égal à la hauteur du Soleil sur l'Horizon, en sorte que TV soit le Rayon du Soleil, qui détermine la hauteur du Soleil, & alors il arrivera que

XIX.

L'apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan du Tableau, fait sur un Plan de front, aboutit au Point de vûë : étant certain, que l'Ombre que le Rayon principal VG, qui est perpendiculaire au Plan du Tableau ABCD, fait sur ce

Plan, est la ligne TV, continuée à l'infini depuis le Point principal V, & que l'Ombre que la même ligne GV, ou ses paralleles, font sur des Plans de front, est infinie & parallele à la ligne TV, ce qui fait *par Theor. 8.* que l'apparence de toutes ces Ombres paralleles tend au Point principal V, qui est leur Point accidental.

Plan-
che 32.
54. Fig.

X X.

L'apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan du Tableau, fait sur le Plan Geometral, ou sur ses paralleles, aboutit au Point de vûë: étant certain que l'Ombre que le Rayon principal VG, qui est perpendiculaire au Tableau ABCD, fait sur le Plan Geometral ABEF, luy est égale & perpendiculaire à la Ligne de terre AB, ce qui fait *par Theor. 8.* que l'apparence de cette Ombre tend au Point principal V, de même que l'Apparence de l'Ombre de toutes les autres lignes perpendiculaires au Tableau.

X X I.

L'apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan du Tableau, fait sur un Plan de Profil, aboutit au Point de vûë: étant certain, que l'Ombre que le Rayon principal VG, qui est perpendiculaire au Tableau ABCD, fait sur un Plan de Profil, comme sur le Plan TNOM, est une ligne égale & parallele à VG, & par consequent perpendiculaire au Tableau ABCD, ce qui fait *par Theor. 8.* que l'apparence de cette Ombre doit aboutir au Point principal V.

X X I I.

L' apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendi-

Plan-
che 32.
54. Fig.

culaire au Plan Vertical, fait sur le Plan Geometral, & sur ses paralleles, est parallele à la Ligne de terre: étant certain que l'Ombre que la ligne GO, qui est perpendiculaire au Plan Vertical VGPQ, fait sur le Plan Geometral ABEF, & sur ses paralleles, est une ligne égale & parallele à GO, & par consequent parallele à la Ligne de terre AB, ce qui fait *par Theor. 7.* que l'apparence d'une semblable Ombre est aussi parallele à la Ligne de terre AB.

X X I I I.

L'apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan Vertical, fait sur le Plan de front, où elle se rencontre, est une Surface infinie en long, & terminée en large de part & d'autre par des Rayons paralleles au Plan qui détermine la hauteur du Soleil sur l'Horizon: étant certain, que l'Ombre que la ligne GO, qui est perpendiculaire au Plan Vertical VGPQ, fait sur le Plan de front NOGH, où elle se trouve, est une Surface infinie terminée par deux Rayons paralleles au Rayon TV, qui détermine la hauteur du Soleil sur l'Horizon.

X X I V.

L'apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan Vertical, fait sur un Plan de Profil, est perpendiculaire à la Ligne de terre: étant certain, que l'Ombre que la ligne GO, qui est perpendiculaire au Plan Vertical VGPQ, fait sur un Plan de Profil, comme sur le Plan TNOM, qu'elle touche au point O, est la ligne ON, qui étant perpendiculaire au Plan Geometral ABEF, son apparence dans le Tableau doit *par Theor. 7.* être perpendiculaire à la Ligne de terre AB.

XXV.

L'apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan Geometral, fait sur ce Plan, ou sur ses paralleles, est parallele à la Ligne de terre : étant certain que l'Ombre que la ligne GH, qui est perpendiculaire au Plan Geometral ABEF, fait sur le Plan TNHI, qui est parallele au Plan Geometral, est parallele à la Ligne de terre AB, ce qui fait *par Theor. 7.* que l'apparence de cette Ombre est aussi parallele à la Ligne de terre AB.

XXVI.

L'apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan Geometral, fait sur le Plan de front, où elle se rencontre, est une Surface infinie terminée par deux Rayons paralleles au Rayon du Soleil, qui détermine sa hauteur sur l'Horizon : étant certain, que l'Ombre que la ligne GH, qui est perpendiculaire au Plan Geometral ABEF, fait sur le Plan de front NOGH, où elle se trouve, est une Surface infinie terminée par deux lignes infinies paralleles entre elles, dont l'une, comme GN, est parallele au Rayon TV, qui détermine la hauteur du Soleil sur l'Horizon.

XXVII.

L'apparence de l'Ombre, qu'une ligne perpendiculaire au Plan Geometral, fait sur un Plan de Profil, est perpendiculaire à la Ligne de terre : étant certain, que l'Ombre que la Ligne GH, qui est perpendiculaire au Plan Geometral ABEF, feroit sur le Plan de Profil TNOM, feroit une ligne égale & parallele à GH, & par consequent perpendiculaire

Plan-
che 32.
54. Fig.

au Plan Geometral ABEF, ce qui fait *par Theor. 7.* que l'apparence de cette Ombre est perpendiculaire à la Ligne de terre AB.

Ainsi vous voyez, que quand le Soleil est dans le Plan du Tableau, & hors du Plan Vertical, l'apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan du Tableau, comme GV, fait sur un Plan de front, & sur le Plan Geometral, ou sur ses paralleles, & sur un Plan de Profil, aboutit au Point de vûë.

Que l'apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan Vertical, comme GO, fait sur le Plan Geometral, ou sur ses paralleles, est parallele à la Ligne de terre : & sur un Plan de Profil, est perpendiculaire à la Ligne de terre : & sur un Plan de front, est une Surface infinie en long, & terminée en large de part & d'autre par deux lignes paralleles au Rayon du Soleil, qui détermine sa hauteur sur l'Horizon.

Et enfin que l'apparence de l'Ombre qu'une ligne perpendiculaire au Plan Geometral, fait sur ce Plan, ou sur ses paralleles, est parallele à la Ligne de terre : & sur un Plan de Profil, est perpendiculaire à la Ligne de terre : & sur un Plan de front où elle se trouve, est une Surface infinie terminée par deux lignes paralleles au Rayon du Soleil, qui détermine sa hauteur sur l'Horizon.

Pratiques des Ombres Solaires.

Plan-
che 33.
55. Fig.

Pour venir à la pratique des Ombres Solaires, il faut marquer dans le Tableau quatre points principaux, le Point principal V, sur la Ligne Horizontale DD, & le point M, à droit ou à gauche de la déclinaison des Rayons du Soleil, à une distance

plus ou moins grande du Point de vûë V, selon que le Soleil déclinera plus ou moins à droit ou à gauche du Plan Vertical: & sur la Ligne Verticale VQ, le point I, de l'inclinaison des Rayons du Soleil, au dessus ou au dessous de la Ligne Horizontale DD, & à une distance plus ou moins grande de la même Ligne Horizontale DD, selon que le Soleil sera derriere ou devant le Tableau, & qu'il sera plus ou moins élevé sur l'Horizon: & enfin le point T du lieu du Soleil dans le Tableau, qu'on appelle aussi le *Point de concours des Rayons du Soleil*, parce que les Rayons du Soleil étant supposez paralleles entre eux, ce point T, où le Tableau se trouve coupé par un Rayon tiré du Centre du Soleil & par l'œil, est leur Point accidental, où leurs apparences doivent concourir, *par Theor. 8.* Ce point T, se trouvera sur la ligne MT perpendiculaire à la Ligne Horizontale DD, ou à la Ligne de terre AB, & égale à la ligne VI, ou bien en tirant du point I, la ligne IT parallele à la Ligne Horizontale DD.

Plan-
che 35.
55. Fig.

Ces quatre Points supposent que le Soleil est hors du Plan du Tableau, & du Plan Vertical: car quand il sera hors du Plan du Tableau, & dans le Plan Vertical, on aura seulement les deux points V, I, parce que dans ce cas le Soleil ne déclinera point de ce Plan: & quand on supposera le Soleil dans le Plan du Tableau, on aura seulement le point V, & la ligne VT, qu'on appelle *Ligne de l'inclinaison des Rayons du Soleil*, parce qu'elle fait avec l'Horizontale DD, l'Angle MVT de la hauteur du Soleil sur l'Horizon.

On peut aisément par le moyen de ces Points, & des Regles precedentes, trouver sur l'un des trois Plans que nous y avons considerez principalement, qui sont le Plan Geometral & ses paralleles, le Plan

Plan-
che 33.
55. Fig.

du Tableau, & ses paralleles, ou les Plans de front, & le Plan Vertical, avec ses paralleles, avec les Plans de Profil, les apparences des Ombres des Corps mis en Perspective, en trouvant les apparences de l'Ombre de chaque ligne qui le borne, ce qui se fera en trouvant l'apparence des points élevez de toutes ces lignes, qui bornent le Corps, dont on veut représenter l'Ombre.

Comme pour trouver sur le Plan Geometral l'apparence du point C, qui répond perpendiculairement au point E sur le Plan Geometral, tirez par ce point E, du point M de la déclinaison des Rayons du Soleil, la ligne EF, qui *par Reg. 7.* fera l'Ombre de la ligne CE, qui est perpendiculaire au Plan Geometral, & cette Ombre se terminera en F, qui sera par consequent l'Ombre du point proposé C, en tirant par ce point C, du point T du concours des Rayons du Soleil, ou du lieu du Soleil dans le Tableau, le Rayon TCF. Nous allons expliquer cela plus particulièrement dans les Pratiques suivantes.

P R A T I Q U E X X I V.

Trouver l'apparence de l'Ombre d'une ligne droite mise en Perspective, & perpendiculaire au Plan Geometral, ou bien au Tableau, ou bien au Plan Vertical, sur l'un de ses Plans, ou de leurs paralleles, quand le Soleil est hors du Plan du Tableau.

Plan-
che 33.
55. Fig.

Nous supposerons ici que le lieu du Soleil dans le Tableau, où tous ses Rayons paralleles aboutissent est T, que le point de la déclinaison de ses Rayons est M, sur la Ligne Horizontale DD, & que le point de l'inclinaison des mêmes Rayons est I,

sur la Ligne Verticale VQ, ce que nous marquerons toujours par les mêmes lettres, pour n'être pas obligé de le repeter davantage.

Plan-
che 33.
55. Fig.

Cela étant supposé, il faut du point où la ligne proposée coupe l'un de ces Plans tirer la ligne de conduite d'ombre, qui doit servir pour l'apparence de l'ombre de la ligne proposée, & autant de fois que cette ligne de conduite d'ombre rencontrera quelqu'un des mêmes Plans, conduisez la ligne d'ombre depuis la rencontre du nouveau Plan sur le même Plan, selon les Regles precedentes, & terminez cette ligne d'ombre par la rencontre d'un Rayon tiré du point T par l'autre extremité de la ligne proposée.

Pour trouver par exemple sur le Plan Geometral l'apparence de l'ombre de la ligne CE, qui est perpendiculaire à ce Plan, tirez par le point E, où elle rencontre le Plan Geometral, & par le point M de la déclinaison des Rayons du Soleil, la ligne d'ombre EF, que vous terminerez en F par le Rayon TF, tiré du lieu du Soleil dans le Tableau T, par l'extremité C de la ligne proposée CE, dont l'ombre sur le Plan Geometral sera par consequent EF.

Pareillement pour trouver sur le même Plan Geometral l'apparence de l'ombre de la ligne GH, qui le rencontre à angles droits au point H, tirez par ce point H, & par le point M, la ligne d'ombre HL, & la terminez en L, par le Rayon TL, tiré du point T par l'extremité G de la ligne GH, de sorte que la ligne HL sera l'ombre de la ligne GH, & la ligne LF par consequent l'ombre de la ligne GC, qui étant l'apparence d'une ligne perpendiculaire au Tableau, l'apparence FL de son ombre doit tendre au point principal V, par Reg. 2. ce qui peut donner quelque abrégé dans la pratique.

Plan-
che 33.
55. Fig.

Pour trouver sur le Plan Geometral & sur le Plan de Profil PR du Solide parallelepipedes BQ, l'apparence de l'ombre de la ligne NO, qui est perpendiculaire au Plan Geometral, tirez par le point N, où cette ligne coupe le Plan Geometral, & par le point M de la déclinaison des Rayons du Soleil la ligne de conduite d'ombre NP, & du point P, où elle rencontre le Plan de profil, élevez sur ce Plan la ligne PR perpendiculaire au Plan Geometral, que vous terminerez en R par le Rayon TR tiré du lieu du Soleil dans le Tableau T, par l'extremité O de la ligne proposée NO, & le point R sera l'ombre du point O, qui doit terminer celle de la ligne NO, tellement que l'ombre de la ligne NO sera composée de la partie NP sur le Plan Geometral, & de la partie PR sur le Plan de profil.

Pour trouver sur le Plan de profil KS l'apparence de l'ombre de la ligne 12, qui le coupe à angles droits au point 2, tirez par ce point 2, & par le point de l'inclinaison des Rayons du Soleil I, l'ombre 2Z, que vous terminerez en Z, en tirant du point du lieu du Soleil dans le Tableau T, par l'extremité 1 de la ligne proposée 12, le Rayon TZ, & le point Z sera l'ombre de cette extremité 1, & la ligne 2Z sera l'ombre de la ligne LN, sur le Plan de Profil KS. Ainsi des autres.

P R A T I Q U E X X V.

Trouver sur un Plan incliné l'apparence d'un point élevé au dessus du Plan Geometral, lorsque le Soleil est hors du Plan du Tableau.

56. Fig. **P**our trouver sur le Plan incliné CEF G, qui coupe le Plan Geometral par la ligne CE, l'apparence

fence de l'ombre du Point Q, dont l'assiete est R, élevez les deux Plans de Profil CENO, AHKL à telle distance qu'il vous plaira l'un de l'autre, & du Plan incliné CEFG, pourvû qu'ils le puissent couper, en sorte que les Sections soient par exemple CE, FG. Tirez du point M de la déclinaison des Rayons du Soleil par le point R, la droite MR, qui étant prolongée donne ici sur la ligne CE le point Y, & sur la ligne AH, le point X, qui n'étant pas du Plan incliné CEFG, on en doit élever la ligne à plomb Xz, qui donnera sur la commune Section FG, le point z, par lequel & par le point Y, vous tirerez la droite Yz, qui sera la ligne de conduite de l'ombre de la ligne QR sur le Plan incliné CEFG : c'est pourquoy si par le point donné Q, & par le lieu du Soleil dans le Tableau T, l'on tire le Rayon TZ, on aura en Z sur la ligne Yz, qui est sur le Plan incliné CEFG, l'apparence de l'ombre du point proposé Q.

Plan-
che 33.
56. Fig.

S C O L I E.

Il est évident, que si la ligne MR ne rencontroit pas les bases AH, CE, des Plans de Profil AHKL, CENO, ou bien si le Rayon TQ ne rencontroit pas la ligne de conduite d'ombre Yz, l'ombre du point Q ne tomberoit pas sur le Plan incliné CEFG.

Il est évident aussi que le point S, qui est déterminé par le Rayon TP, sur la ligne MR prolongée, est l'apparence de l'ombre du point P sur le Plan Geometral, & la ligne SY l'apparence de l'ombre d'une partie de la ligne PQ sur le Plan Geometral, comme la ligne YZ est l'apparence de l'ombre d'une partie de la même ligne PQ sur le Plan incliné CEFG. J'ay dit une partie, parce que l'apparence de l'ombre du point P tombe hors du Plan incliné CEFG, puisque

Plan-
che 33.
56. Fig.

le Rayon TP coupe la ligne YZ hors de ce Plan.

Enfin il est évident que l'on peut aisément par le moyen de cette pratique & de la précédente, trouver l'apparence d'une ligne à plomb ou inclinée, d'une Surface droite ou inclinée, & d'un Corps élevé à plomb, ou incliné à l'Horizon, sur quelque Plan que ce soit, pourvû qu'on ait l'affiete de cette Ligne, de cette Surface, ou de ce Corps: car par le moyen de ces Affietes, on pourra trouver les apparences des lignes droites, ou courbes, soit perpendiculaires à l'Horizon, ou inclinées, soit en l'air ou appuyées sur quelque Corps, & par conséquent des Surfaces qui sont bornées de lignes, & des Corps qui sont bornez de Surfaces, quand mêmes le Soleil seroit dans le Plan du Tableau, quoique dans ce cas les points M, T, I, s'évanoüissent, comme nous allons faire voir plus particulièrement par quelques exemples dans les Pratiques suivantes.

P R A T I Q U E X X V I.

Trouver l'apparence de l'ombre d'un Corps sur le Plan Geometral, lorsque le Soleil est dans le Plan du Tableau.

Plan-
che 34.
57. Fig.

Pour trouver l'apparence de l'ombre de la Pyramide FGMC, dont le sommet C a son affiete au point O, tirez par ce point O la droite OE, parallele à la Ligne de terre AB, & par le sommet C, la ligne CE parallele au Rayon du Soleil, qui détermine sa hauteur sur l'Horizon, & le point E, où cette ligne CE rencontre la parallele OE, sera l'apparence de l'ombre du sommet C, sur le Plan Geometral, & il n'y aura plus qu'à joindre la ligne EF, qui représentera l'ombre de la ligne inclinée CF, &

pareillement la ligne EG, qui sera l'apparence de l'ombre de la ligne inclinée CG, &c.

Plan-
che 34.
57. Fig.

Pour trouver l'apparence de l'ombre de la Pyramide 5, 6, 7, 8, 10, qui s'appuye sur sa pointe 10, & dont l'assiete est 1, 2, 3, 4, qui répond perpendiculairement à sa Base 5, 6, 7, 8, l'on tirera de tous les angles des lignes paralleles à la Ligne de terre AB, & des angles de la Base 5, 6, 7, 8, qui est élevée en l'air, des Rayons paralleles à celui qui détermine la hauteur du Soleil sur l'Horizon, & par l'interfection de ces lignes on aura l'apparence de l'ombre de la Base 5, 6, 7, 8, c'est pourquoy l'on tirera de tous les points de cette ombre au sommet 10, qui touche le Plan Geometral, des lignes droites qui représenteront l'ombre des côtez de la Pyramide, & tout sera fait.

Pareillement pour trouver sur le Plan Geometral l'apparence de l'ombre du Cube GNHLK, dont l'assiete est le quarré perspectif GNIK, l'on tirera de tous les angles de cette assiete des lignes paralleles à la Ligne de terre AB, pour y terminer l'ombre des parties correspondantes d'en haut, en tirant de leurs angles des lignes paralleles au Rayon du Soleil, qui détermine sa hauteur sur l'Horizon. Ainsi l'on aura en P l'apparence de l'ombre du point H, & en Q l'apparence de l'ombre du point L, c'est pourquoy en joignant la droite PQ, on aura l'apparence de l'ombre de la ligne HL, & en tirant la droite PG, on aura l'apparence de l'ombre de la ligne GH, qui touche le Plan Geometral au point G. Ainsi des autres.

S C O L I E.

Dans la Pratique l'on trouvera plusieurs abrezgez pour la representation de ces ombres : car si l'on

Plan-
che 34.
57. Fig.

suppose que la hauteur du Soleil sur l'Horizon soit de 45 degrez, auquel cas l'ombre d'une ligne perpendiculaire au Plan Geometral, luy est égale sur ce Plan, il n'y aura qu'à faire la ligne GP égale à la hauteur GH, pour avoir en P l'apparence de l'ombre du point H, & pareillement la ligne KQ égale à la hauteur correspondante KL, pour avoir en Q la representation de l'ombre du point L, & ainsi des autres. Et quand on voudra que le Soleil soit élevé sur l'Horizon plus ou moins que de 45 degrez, ayant pris telle longueur qu'on voudra pour l'ombre de la hauteur la plus proche de la Ligne de terre, on pourra diminuer les ombres des autres hauteurs plus éloignées de la Ligne de terre, comme nous avons diminué ces hauteurs dans la *Prat.* 13.

P R A T I Q U E X X V I I .

Trouver sur le Plan Geometral l'apparence de l'ombre d'un Objet percé à jour, quand le Soleil est dans le Plan du Tableau.

58. Fig. **P**our trouver sur le Plan Geometral la figure 1, 2, 3, 4, qui est la lumiere du Soleil, qui passe par la fenêtré 5, 7, 9, de la muraille BCEF, dont l'ombre sur le Plan Geometral soit BFGH, & sur le Plan de front EFGI, soit EFG; tirez par le point 6, qui est l'assiete du point 5, la ligne 6, 1, parallele à la Ligne de terre AB, & tirez par le point 5, le Rayon 5, 1, qui étant parallele à celuy du Soleil, qui détermine sa hauteur sur l'Horizon, donnera sur la ligne de front 6, 1, l'apparence de l'ombre du point 5 en 1. Pareillement tirez du point 8, qui est l'assiete du point 7, la ligne de front 8, 2, que vous terminerez au point 2, qui sera l'ombre du point 7,

en tirant par ce point γ un Rayon parallele au precedent. Ainsi des autres.

P R A T I Q U E XXVIII.

Representer en Perspective les ombres qui prennent les Figures des Plans sur lesquels elles donnent.

Cette sorte d'ombre est aisée à trouver par ce Plan-
 qui a été dit dans la *Prat.* 24. c'est pourquoy che 35.
 nous l'expliquerons ici en peu de lignes. Pour donc 59. Fig.
 trouver l'ombre de la Poutre CK sur le Plan de Profil EFGO, abaissez du point H, où la Poutre touche ce Plan, la ligne à plomb HI, que vous terminerez en I, par le Rayon KI, tiré de l'extrémité K par le lieu du Soleil dans le Tableau, si le Soleil est hors du Plan du Tableau, ou parallele à la ligne d'inclinaison des Rayons du Soleil, c'est à dire à la ligne qui détermine sa hauteur sur l'Horizon, s'il est dans le Plan du Tableau, comme nous le supposons ici, & alors le point I fera l'apparence de l'ombre du point K sur le Plan de Profil EFGO, &c.

Pour trouver l'ombre du Solide LM sur les marches ou degrez qui sont à côté, on marquera premierement son ombre sur le Plan Geometral, & du point N, où elle coupe la Base de la premiere marche on élèvera la ligne à plomb NP, & par le point P l'on tirera la ligne de front PQ: & pareillement on élèvera du point Q la ligne à plomb QR, pour tirer par le point R, la ligne de front RS, & ainsi ensuite jusqu'à la perpendiculaire TX, qui se terminera en X par le Rayon du Soleil MX, &c.

C'est de la même façon que l'on trouvera sur la 60. Fig.
 muraille ACEF, l'apparence de l'ombre d'un Portique, ou d'une Porte, & il ne faut que regarder la

Plan-
che 35.
60. Fig.

figure pour le comprendre, en vous souvenant que quand il faudra représenter l'ombre d'une figure courbe, comme d'une arcade, il faudra trouver l'ombre de plusieurs points des deux lignes courbes qui la bornent, & le nombre n'en sçauroit être trop grand pour la justesse de l'opération, & arrondir avec discrétion tous les points d'ombre, qui appartiendront à une même ligne courbe, tout de même qu'on le pratique quand on la veut mettre en Perspective.

Mais il y a un peu plus de difficulté à marquer l'apparence de l'ombre d'un Solide, qui passe par dessus une colonne couchée sur le Plan Geometral, ce que l'on pourra faire en cette sorte.

Plan-
che 36.
61. Fig.

Pour marquer l'apparence de l'ombre que le Parallelepipedé CE jette sur le Cylindre ou Colonne FG, qui est couché sur le Plan Geometral, & dont la Base F étant vûë de front se représente par un Cercle, par *Theor. 2.* Ayant trouvé sur le Plan Geometral l'ombre du Solide CE, & ayant décrit autour du Cylindre FG, le Prisme ou Parallelepipedé 1, 2, 3, 4, 5, dont les deux Bases opposées 1, 3, & 4, 5, étant circonscrites autour de deux Cercles, seront des quarrés parfaits, élevez des deux points 6, 7, où l'ombre du Corps EC, coupe ce Prisme, des lignes perpendiculaires au Plan Geometral, que vous terminerez à la face supérieure du Prisme circonscrit, & sur lesquelles vous décrirez des quarrés pour y inscrire des Cercles, dont les circonferences borneront sur la Surface du Cylindre FG, l'ombre du Solide CE, &c.



Pratiques des Ombres d'une petite lumiere.

Comme le Soleil est infiniment plus grand que les Corps d'ici bas, & qu'il en est extrêmement éloigné, ses Rayons peuvent être considerez comme paralleles entre eux, & les Ombres des Corps qui sont tres-petits à l'égard de ce grand Astre, ne se peuvent pas diminuer sensiblement, si ce n'est quand on les met en Perspective. Il n'en est pas de même des Ombres d'une petite lumiere, comme d'une Chandelle, pour être tres-petite à l'égard des Objets, & assez proche pour pouvoir produire une Ombre qui aille en augmentant. Cette Ombre sera facile à décrire sur quelque Plan que ce soit par ce qui a été dit du Soleil, c'est pourquoy nous en donnerons seulement ici quelques exemples.

P R A T I Q U E X X I X.

Trouver l'apparence de l'Ombre d'un point exposé à une Chandelle.

Pour trouver sur le Plan Geometral l'apparence Plan-
che 36.
62. Fig. du point 2 exposé à la Chandelle F, dont l'Affiete est G, que nous appellerons *Pied de lumiere*, tirez de ce Pied de lumiere G, par l'affiete 1, du point donné 2, la ligne de conduite d'ombre 1, 3, que vous terminerez au point 3, par le Rayon F3 tiré de la lumiere F par le point donné 2, dont l'ombre sera par consequent au point 3, & la ligne 1, 3, fera l'ombre de la ligne perpendiculaire 1, 2, qui touche le Plan Geometral au point 1.

Pareillement pour trouver sur le même Plan Geometral, l'apparence de l'ombre du point 5, dont

Plan-
che 36.
62. Fig.

l'assiette est le point 4, tirez par ce point 4, & par le pied de lumiere G, la ligne de conduite d'ombre 4, 6, & la terminez en 6, par la ligne F6, tirée de la lumiere F par le point 5, dont l'ombre sera par consequent au point 6, & la ligne 4, 6, sera l'apparence de l'ombre de la ligne à plomb 4, 5, ce qui fait que la ligne 3, 6, est l'apparence de l'ombre de la ligne 2, 5, & que par consequent la Surface 1, 3, 6, 4, est l'apparence de l'ombre du Plan 1, 2, 5, 4. C'est de la même façon que l'on marquera les ombres des autres Plans qui bornent le Cube 1, 2, 8, 7, &c.

Pour trouver l'apparence de l'ombre du point C, qui est exposé à la même chandelle F, menez de l'assiette G de la lumiere F, par l'assiette E du point donné C, une ligne de conduite d'ombre, que vous continuerez sur le Plan Geometral jusqu'à ce qu'elle rencontre la Ligne Horizontale HD, en quelque point, comme en H, au cas qu'elle ne luy soit pas parallele, & quand cette ligne rencontrera un Plan perpendiculaire au Geometral, comme ici, où elle rencontre la premiere marche au point I, remontez-la jusqu'à ce qu'ayant rencontré de nouveau un autre Plan parallele au Geometral, comme ici le dessus de la premiere marche au point O, tirez par ce point O, au même point H, la ligne OP jusqu'à ce qu'elle rencontre la seconde marche en P, d'où vous élevez une seconde perpendiculaire, & ainsi successivement jusqu'à la perpendiculaire QR, qui se rencontre ici hors du Plan de Profil KLMN. Enfin tirez de la lumiere F par le point donné C, le Rayon FC, qui donnera sur la perpendiculaire QR, le point R, qui sera l'apparence de l'ombre du point donné C sur le Plan KLMN, s'il étoit continué, & la ligne EIOP, &c. sera l'apparence de l'ombre de la ligne perpendiculaire CE sur le Plan Geometral, & sur les marches.

P R A T I Q U E X X X.

Trouver sur un Plan incliné l'apparence de l'ombre d'un point exposé à une petite lumiere.

Pour marquer sur le Plan incliné C E F G, qui coupe le Plan Geometral par la ligne CE, l'apparence de l'ombre du point Q, qui est exposé à la lumiere T, dont le Pied est M, considerez ce Pied M, comme le point de la déclinaison des Rayons du Soleil, & la lumiere T comme le lieu du Soleil dans le Tableau, après quoy ce Problème se resoudra comme dans la *Prat. 25.*

Plan-
che 33.
56. Fig.

P R A T I Q U E X X X I.

Trouver à la lumiere d'une chandelle l'ombre d'un Corps élevé en l'air.

Pour trouver sur le Plan Geometral l'apparence de l'ombre du Corps C E F G, qui est suspendu en l'air, & qui est éclairé de la chandelle H, dont le pied ou l'assiette est I, on marquera l'apparence de l'ombre de chacun de ses points ou Angles Solides, comme il a été enseigné dans la *Prat. 29.* Ainsi pour trouver l'apparence de l'ombre du point C, dont l'assiette est K, tirez de la lumiere H par le point C, le Rayon HL, & du pied de lumiere I, par l'assiette K, la ligne IK, & le point L de la rencontre de ces deux lignes fera l'apparence de l'ombre du point C. Pareillement pour trouver l'ombre du point E, dont l'assiette est le même point K, tirez par le point E, & par le centre de la lumiere H, le Rayon HM, & du pied de lumiere I, par l'assiette K, la ligne IM, &

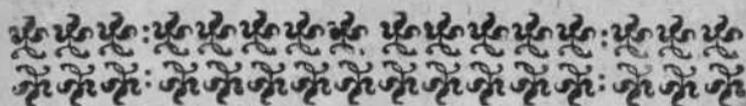
Plan-
che 36.
63. Fig.

Plan-
che 36.
63. Fig. le point M, où ces deux lignes s'entrecouperent, sera
l'ombre du point E, & la ligne LM par consequent
l'ombre de la ligne CE. Ainsi des autres.

S C O L I E.

Il semble qu'en suite de ce que nous avons dit de la Perspective ordinaire, nous devrions ici traiter de la *Perspective curieuse*, qui enseigne à faire paroître une figure difforme, avec toutes ses proportions, étant regardée d'un certain point, ou bien étant vüe par Reflexion sur la Surface polie d'un Cylindre, ou d'un Cone : mais comme cette sorte de Perspective dépend de la *Catoptrique*, qui traite de la Reflexion, & mêmes de la *Dioptrique*, qui traite de la Refraction, dont nous n'avons pas donné les principes dans ce Cours de Mathématique, nous remettrons à en parler dans nos Recreations Mathématiques & Physiques.

F I N.



T A B L E

Des Termes expliquez dans
la Perspective.

A

A Apparence. Pag. 4 Ellipse. 9
Assiete. 2. & 4 F

B

F Ront. 4

B Ase du Tableau. 2 **H**
H Auteur de l'œil. 4

C

C Atoptrique. 106 **I**
Centre diviseur. 31 **I** Chnographie. 4
Centre apparent. 49

L

D

D iametre de Section. **L** Jeu du Soleil dans le
10 Tableau. 77
Diametre apparent. 57 **L**igne de terre. 2
Dioptrique. 106 **L**igne horizontale. 3
Ligne de station. 3
Ligne verticale. 3

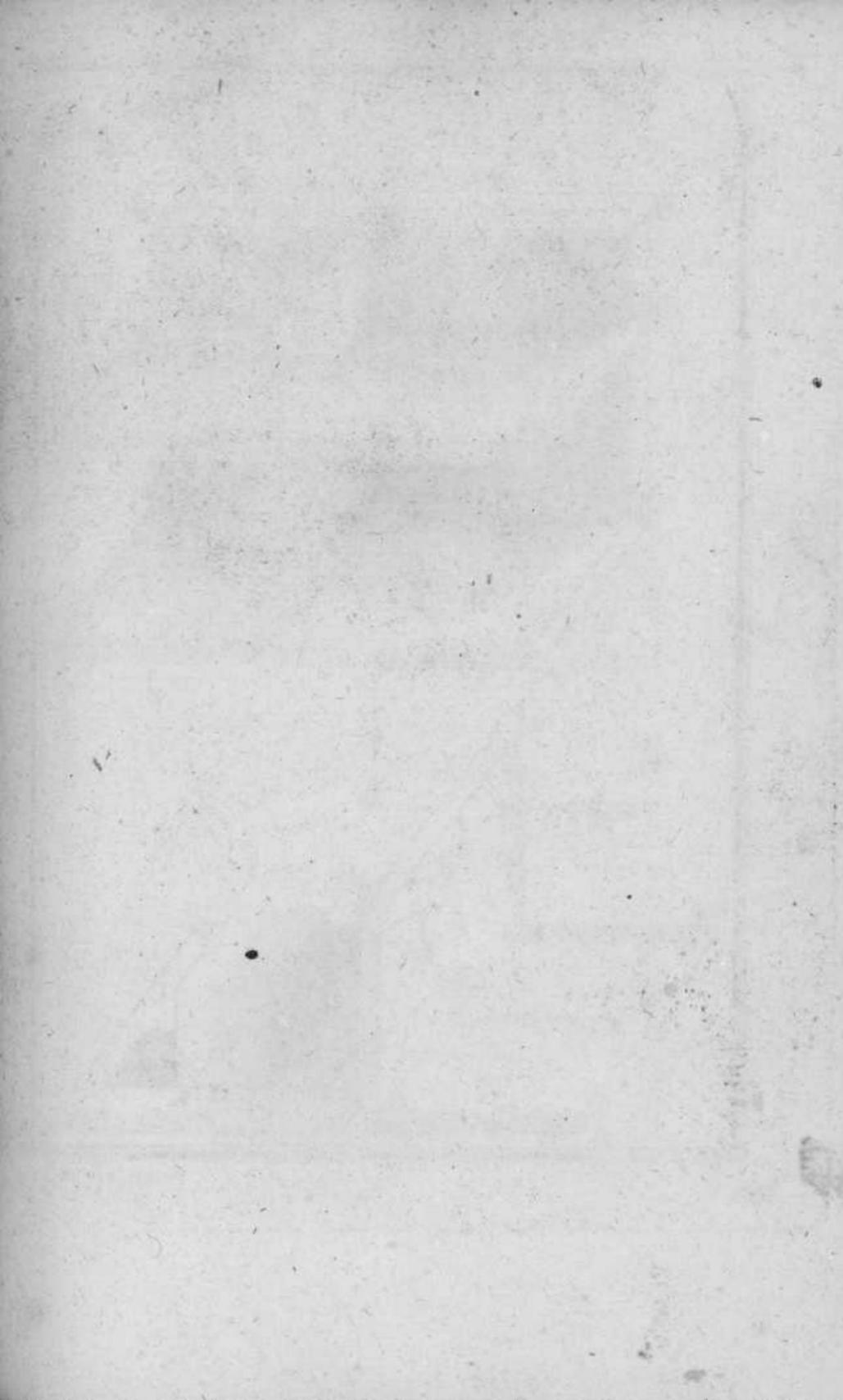
E

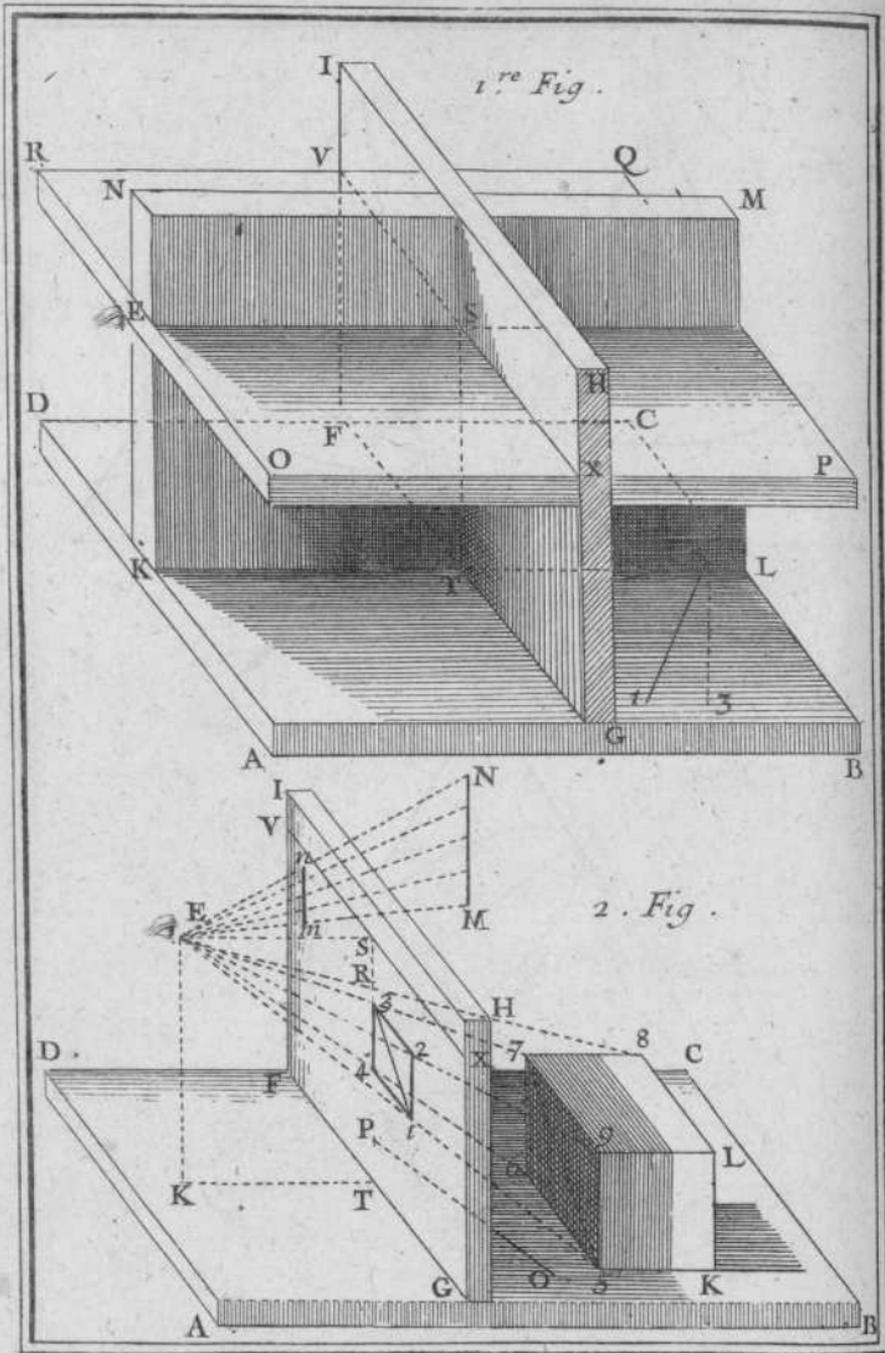
E chelle fuyante. 62 **L**igne geometrale. 29
Echelle de front. 62 **L**igne objective. 29
Ligne fuyante. 62

108 TABLE DES MATIERES.

| | | | |
|----------------------------|-----|-----------------------------|---------|
| Ligne de front. | 62 | bleau. | 74 |
| Ligne d'élevation. | 63 | Point de l'inclinaison des | |
| Ligne de l'inclinaison des | | Rayons du Soleil. | 78. |
| Rayons du Soleil. | 93 | Point de la déclinaison des | |
| | | Rayons du Soleil. | 78 |
| | | Point du concours des | |
| | | Rayons du Soleil. | 93 |
| | | Polyèdre. | 70 |
| P erspective. | 1 | Profil. | 67 |
| Perspective pratique. | 40 | Profil. | 4. & 67 |
| Perspective lineale. | 40 | Projection orthographique. | |
| Perspective aérienne. | 41 | | 4 |
| Perspective curieuse. | 106 | | 2 |
| Pied perspectif. | 62 | Q uarré perspectif. | 42 |
| Pied de front. | 62 | | |
| Pied de lumière. | 103 | | |
| Pied fuyant. | 63 | | |
| Plan. | 4 | | |
| Plan géométral. | 1 | | |
| Plan d'assiette. | 2 | R ayon principal. | 3 |
| Plan perspectif. | 2 | Représentation. | 4 |
| Plan horizontal. | 2 | | |
| Plan Vertical. | 3 | | |
| Plan de front. | 83 | | |
| Plan de Profil. | 83 | S ection soustraire. | 8. |
| Point de vue. | 3 | & 58 | |
| Point principal. | 3 | | |
| Point de l'œil. | 3 | | |
| Point de distance. | 3 | | |
| Point accidentel. | 4 | | |
| Point accidentel du Ta- | | | |

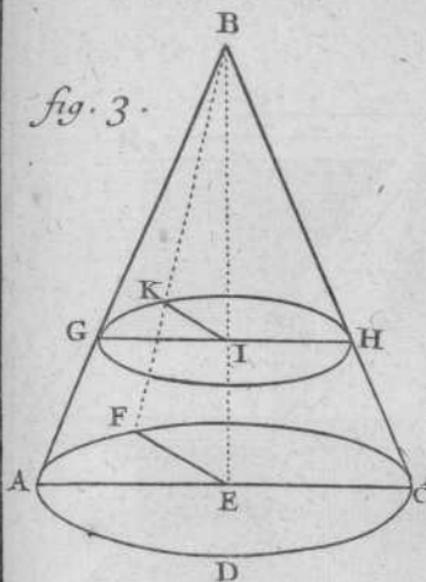
Fin de la Table des Matieres.



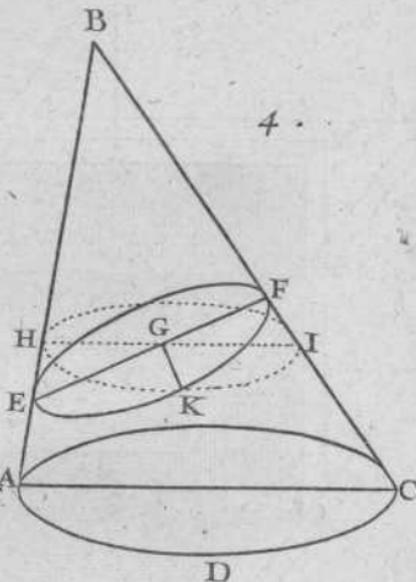


Bery fec.

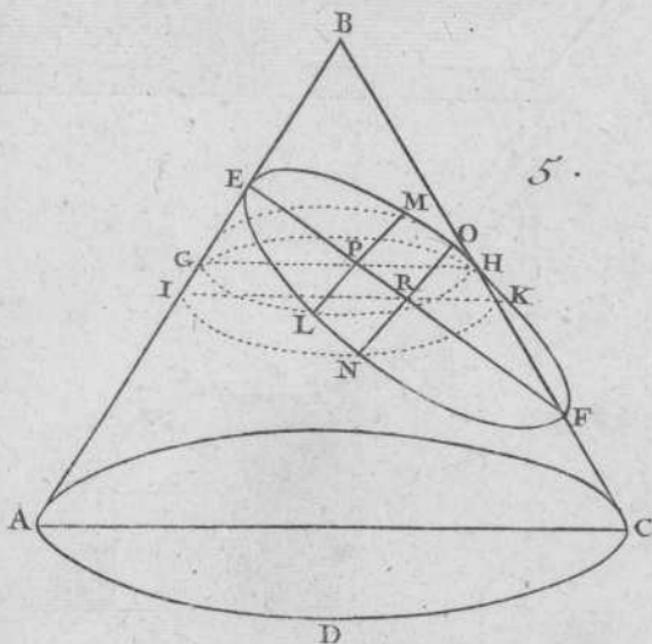
fig. 3 .

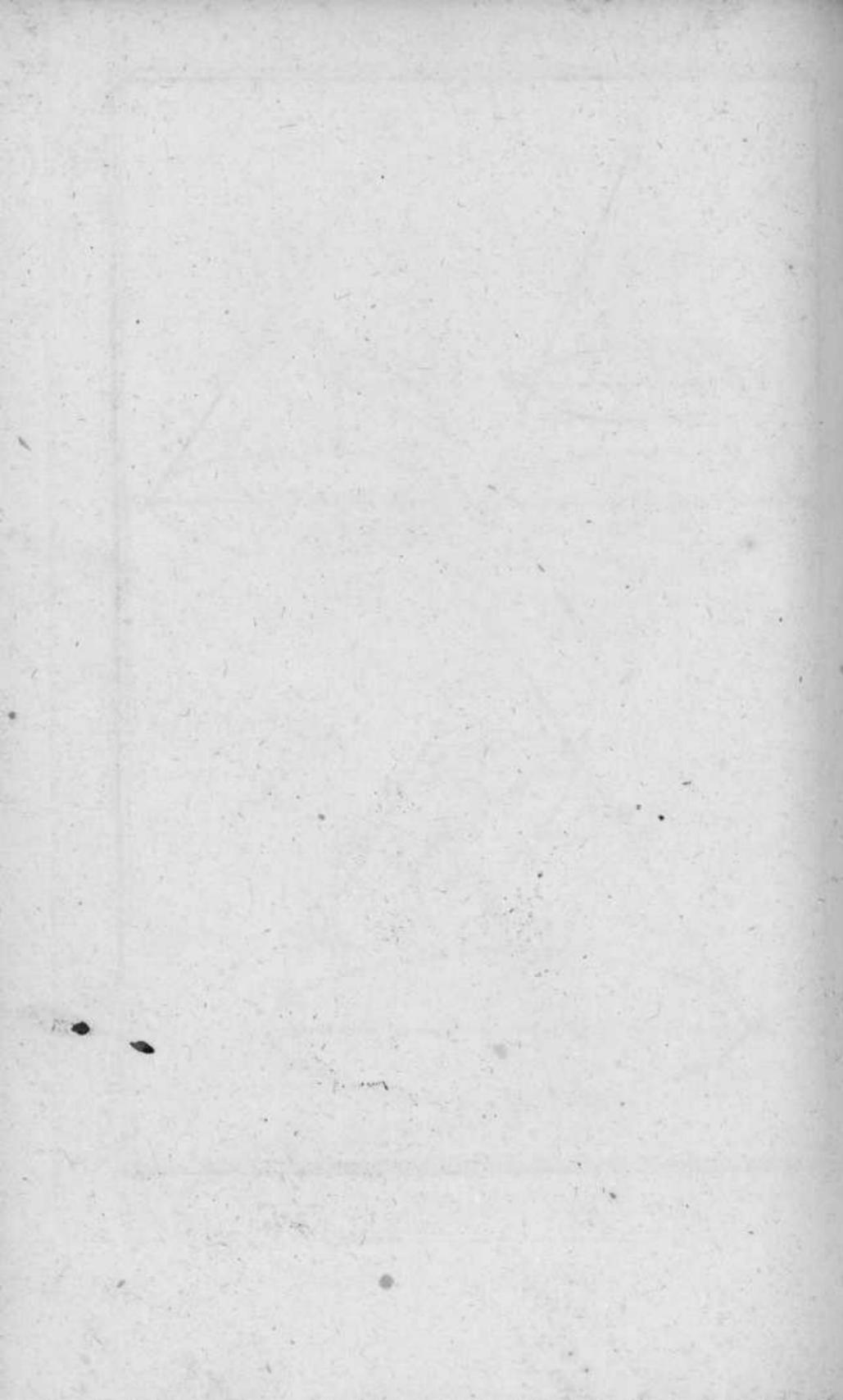


4 .



5 .







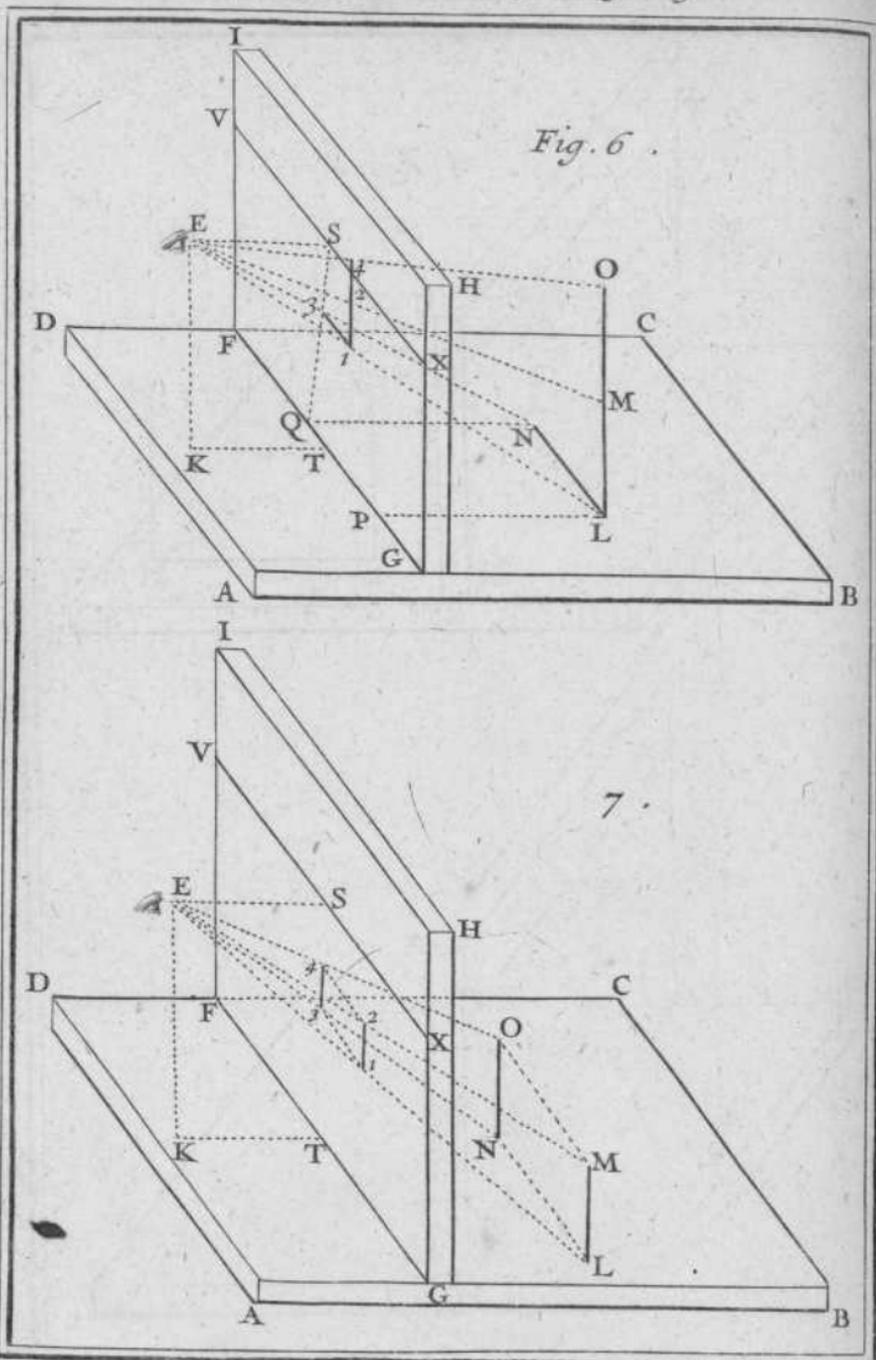
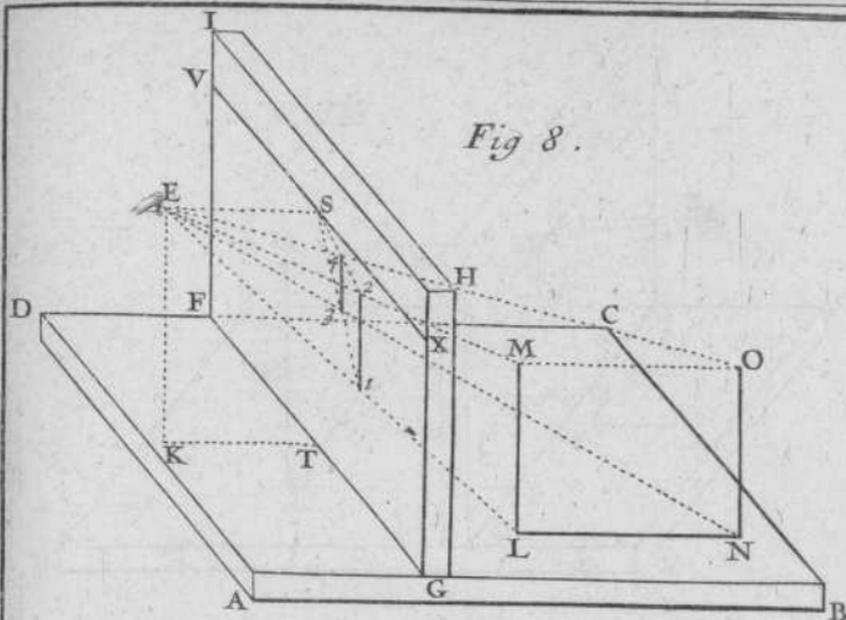
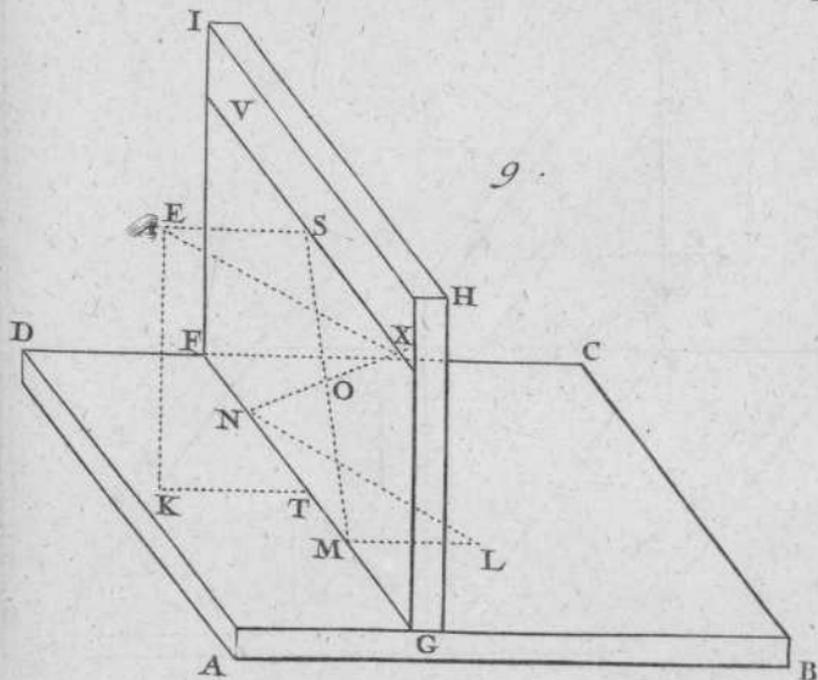
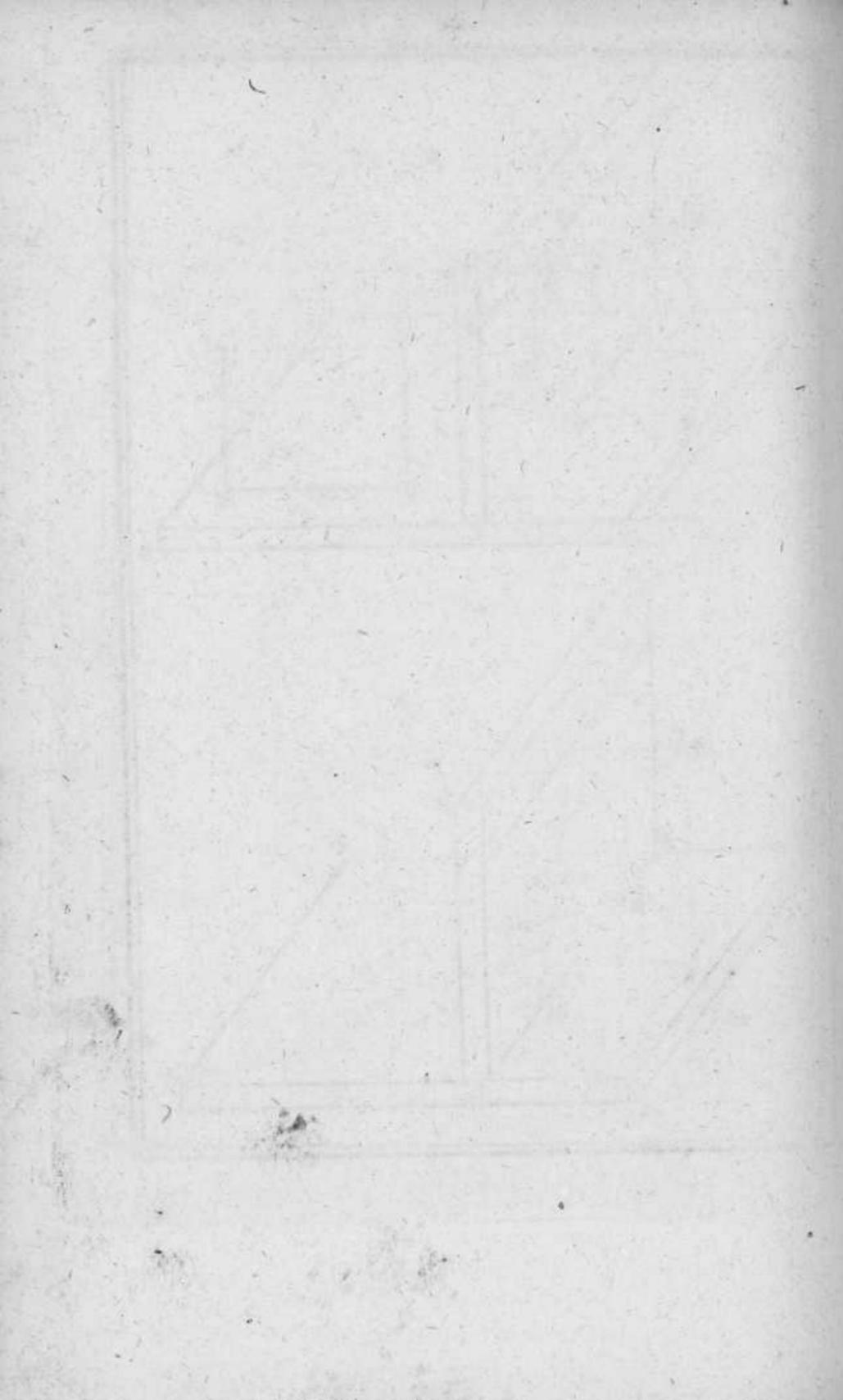


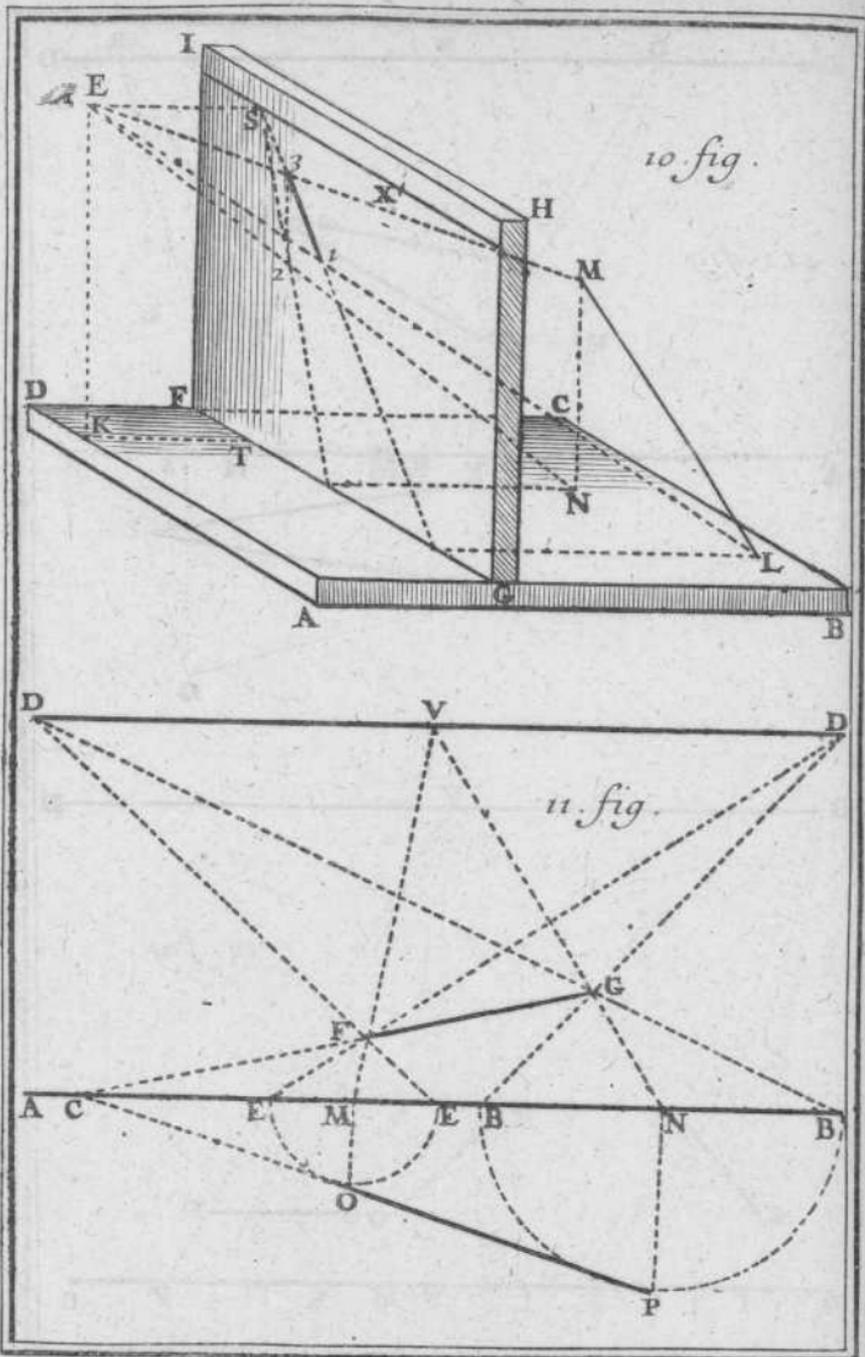
Fig 8.

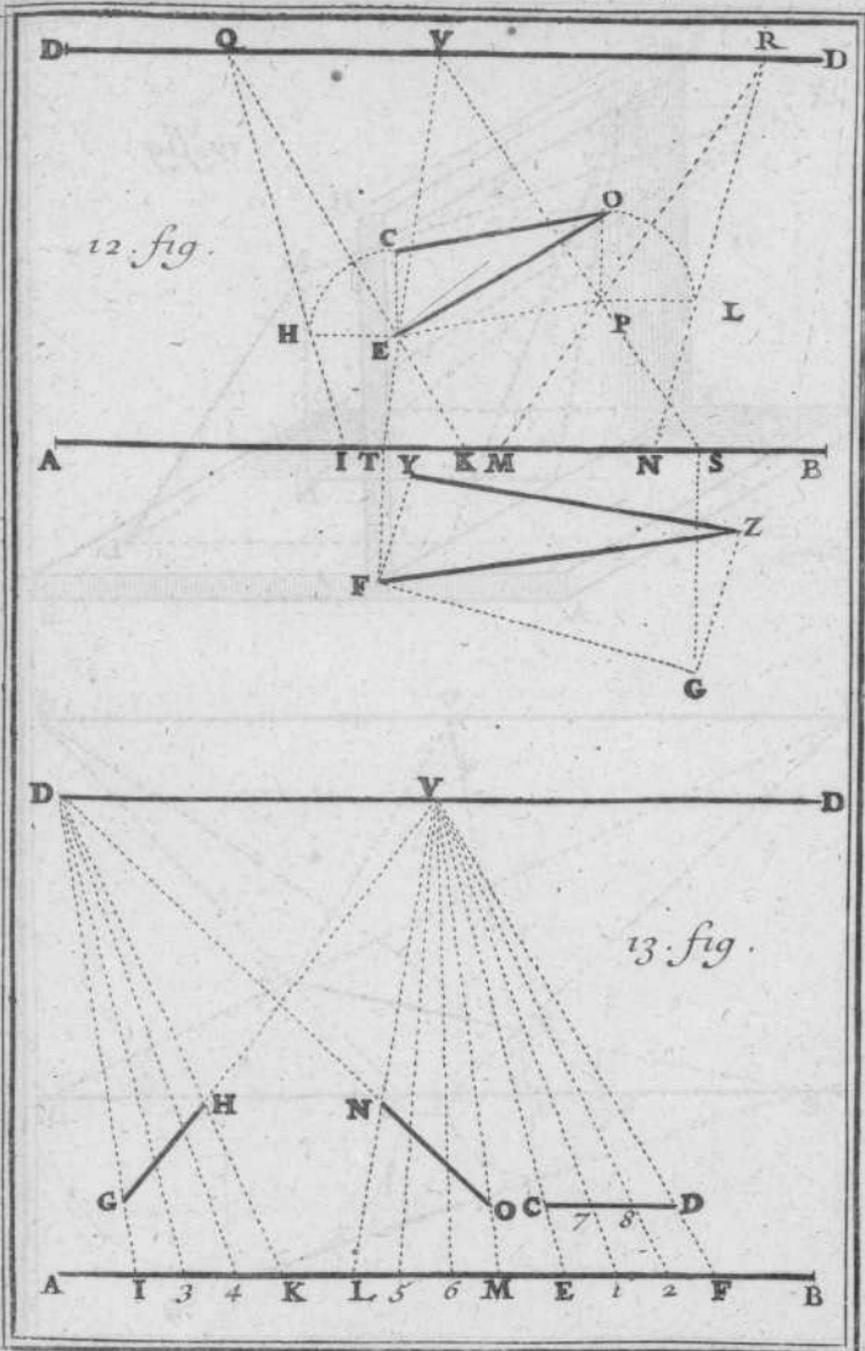


9.

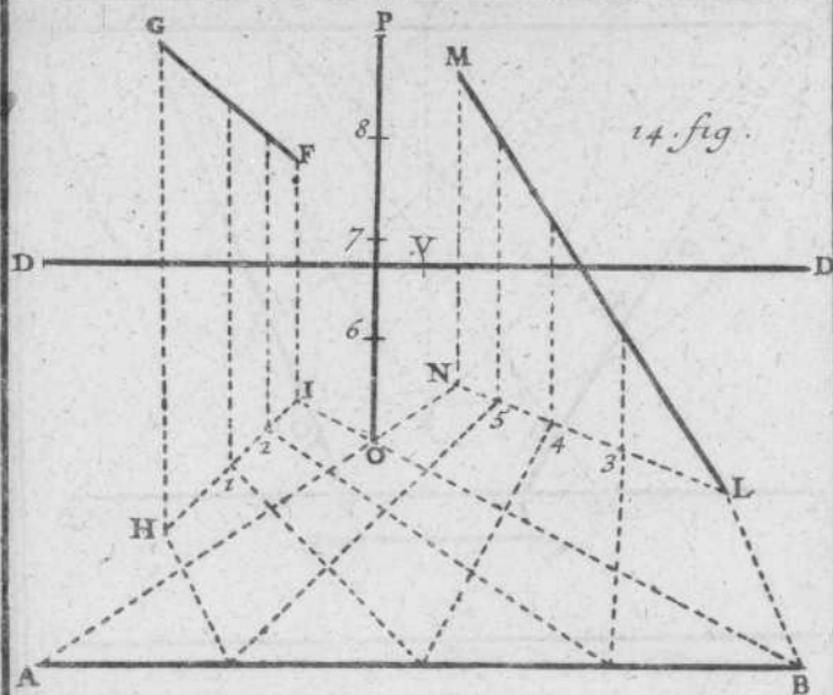




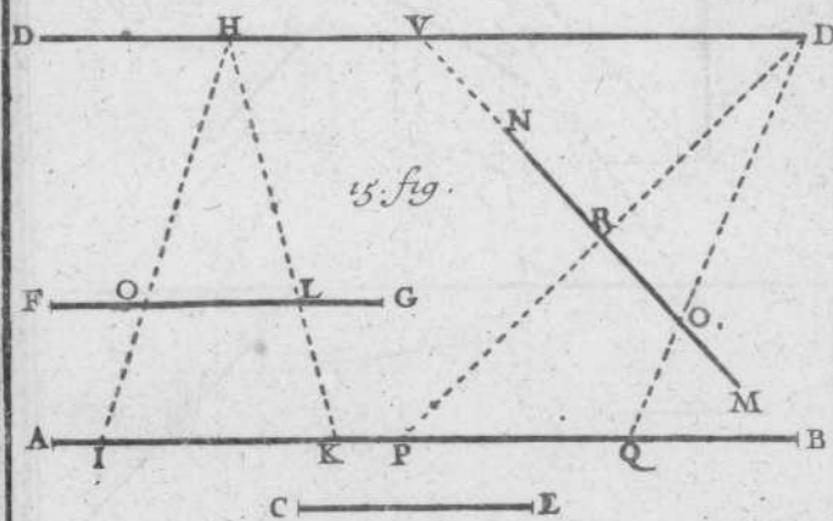




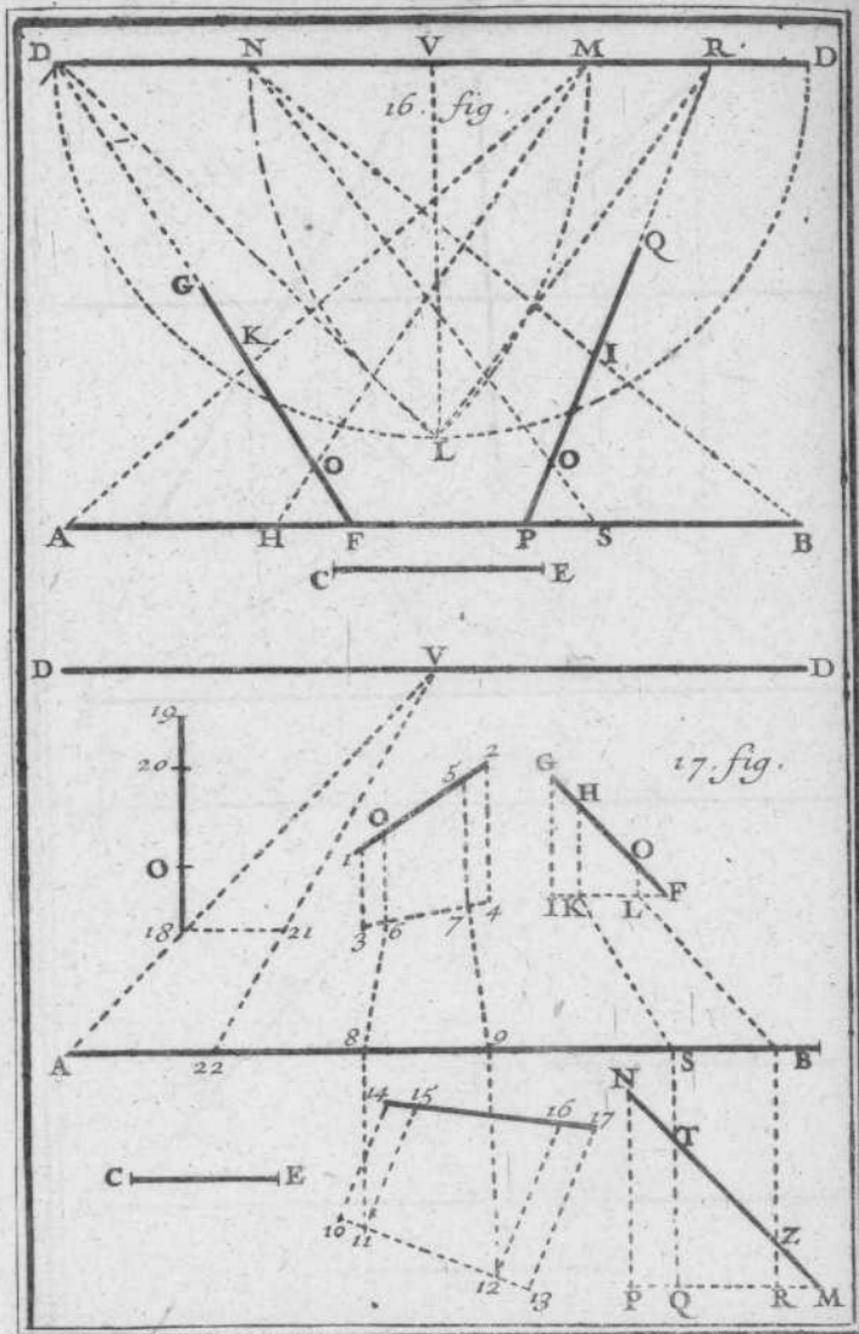
14. fig.

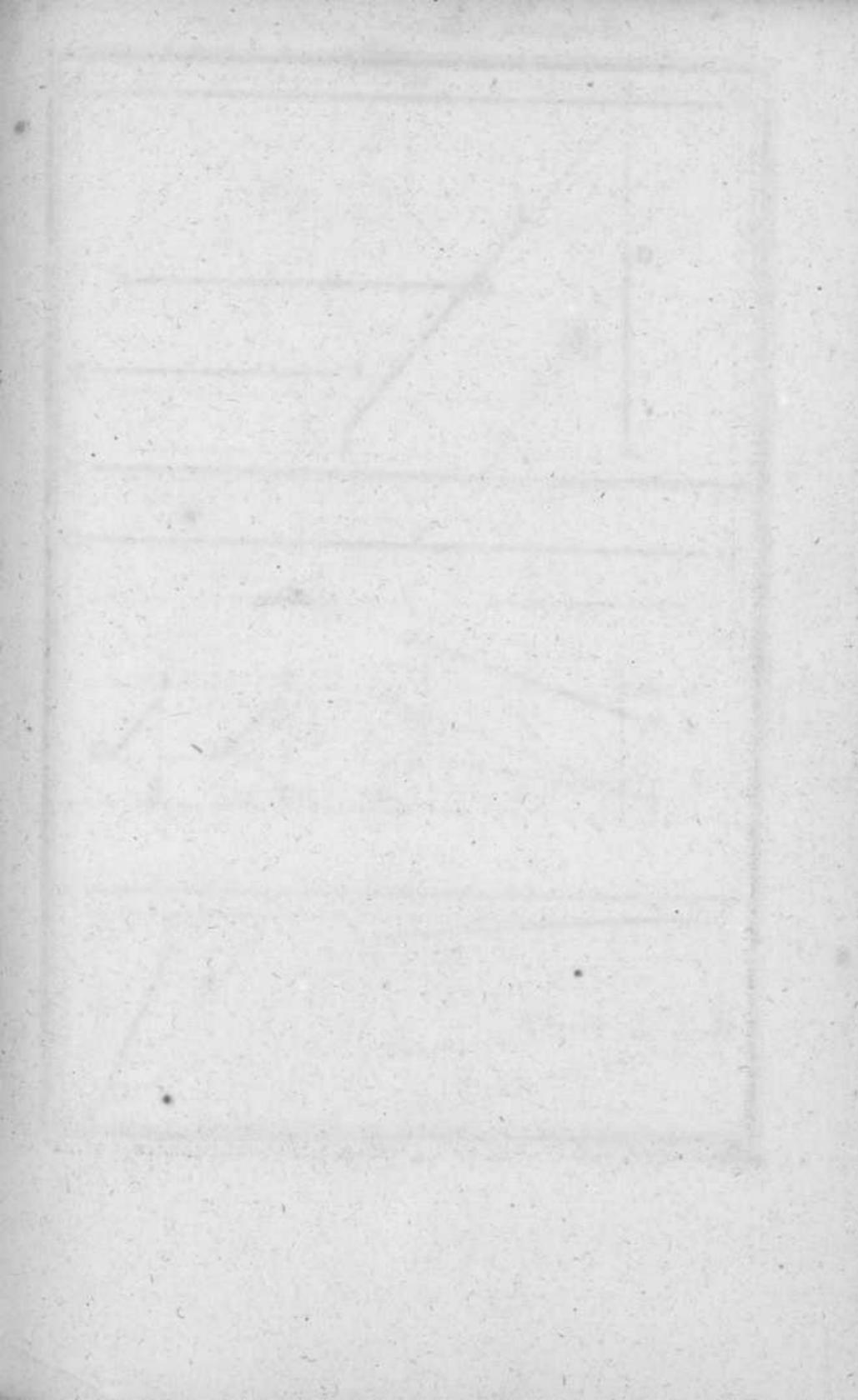


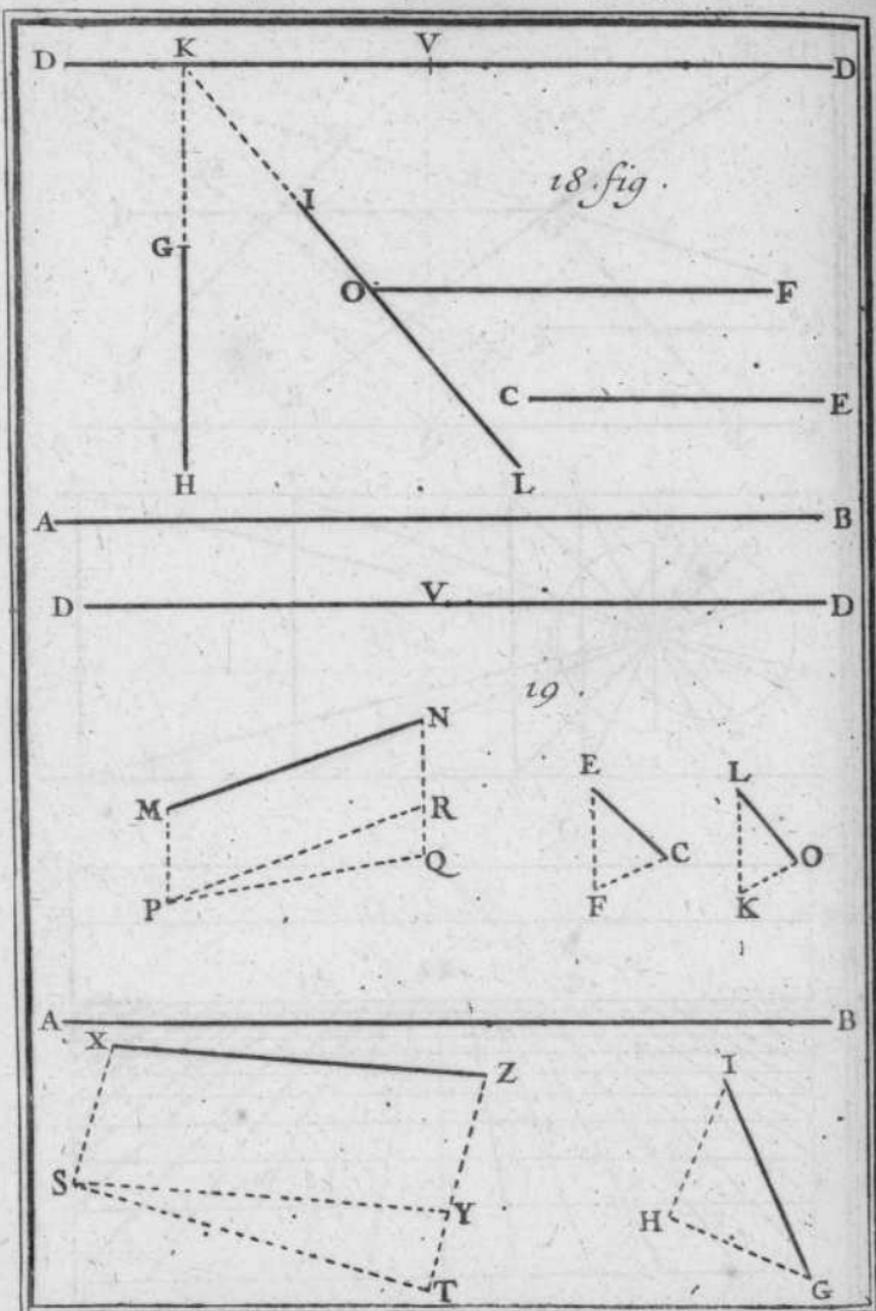
15. fig.

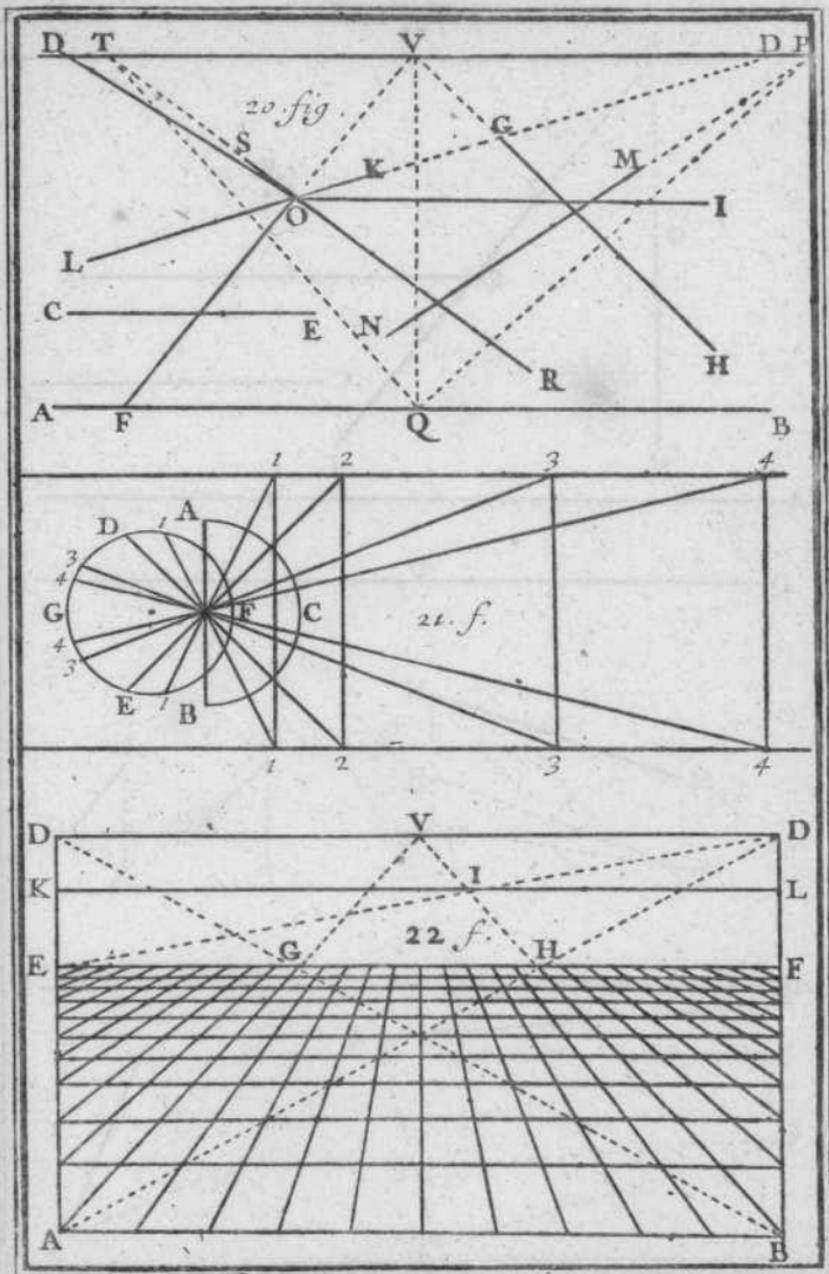


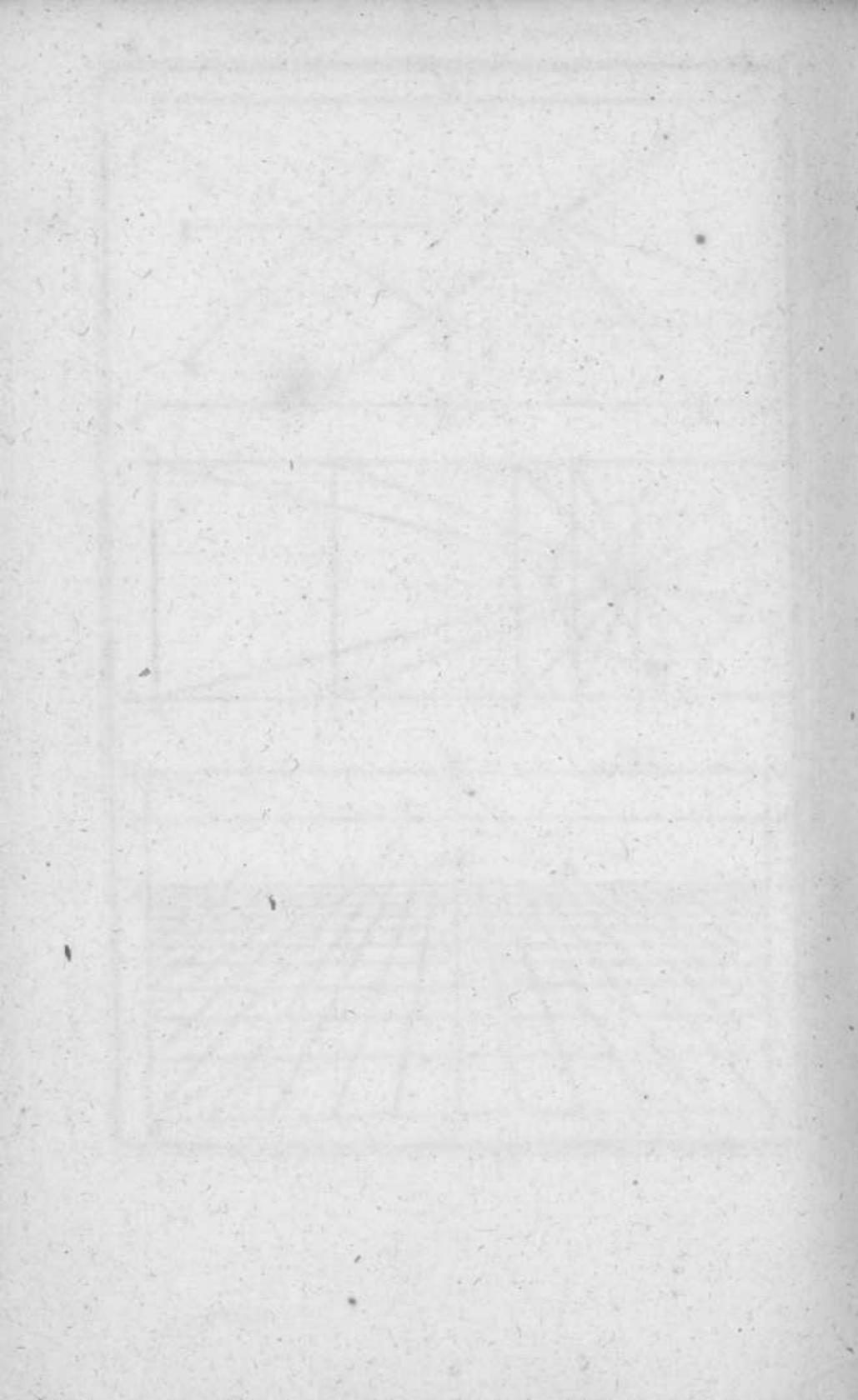


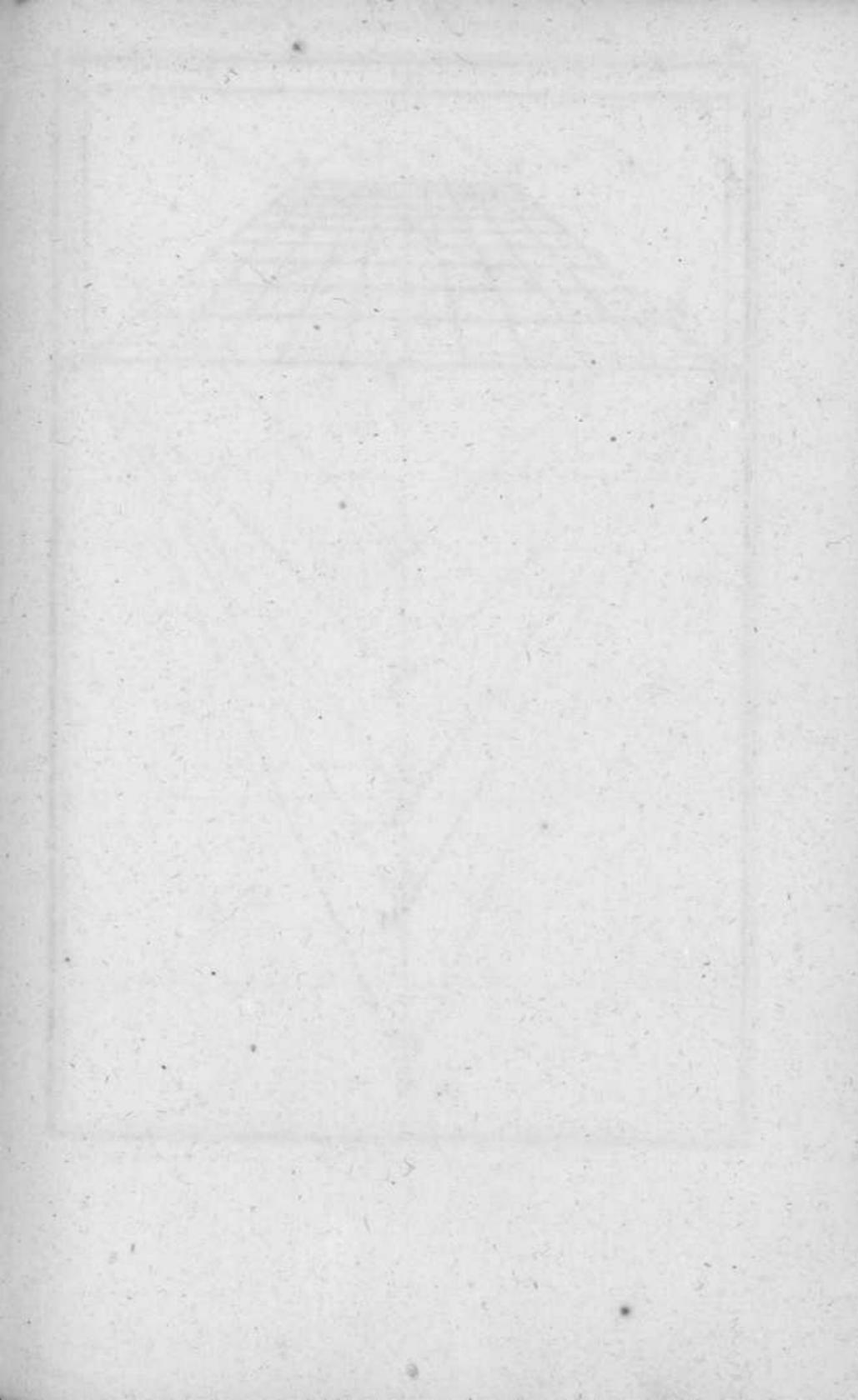


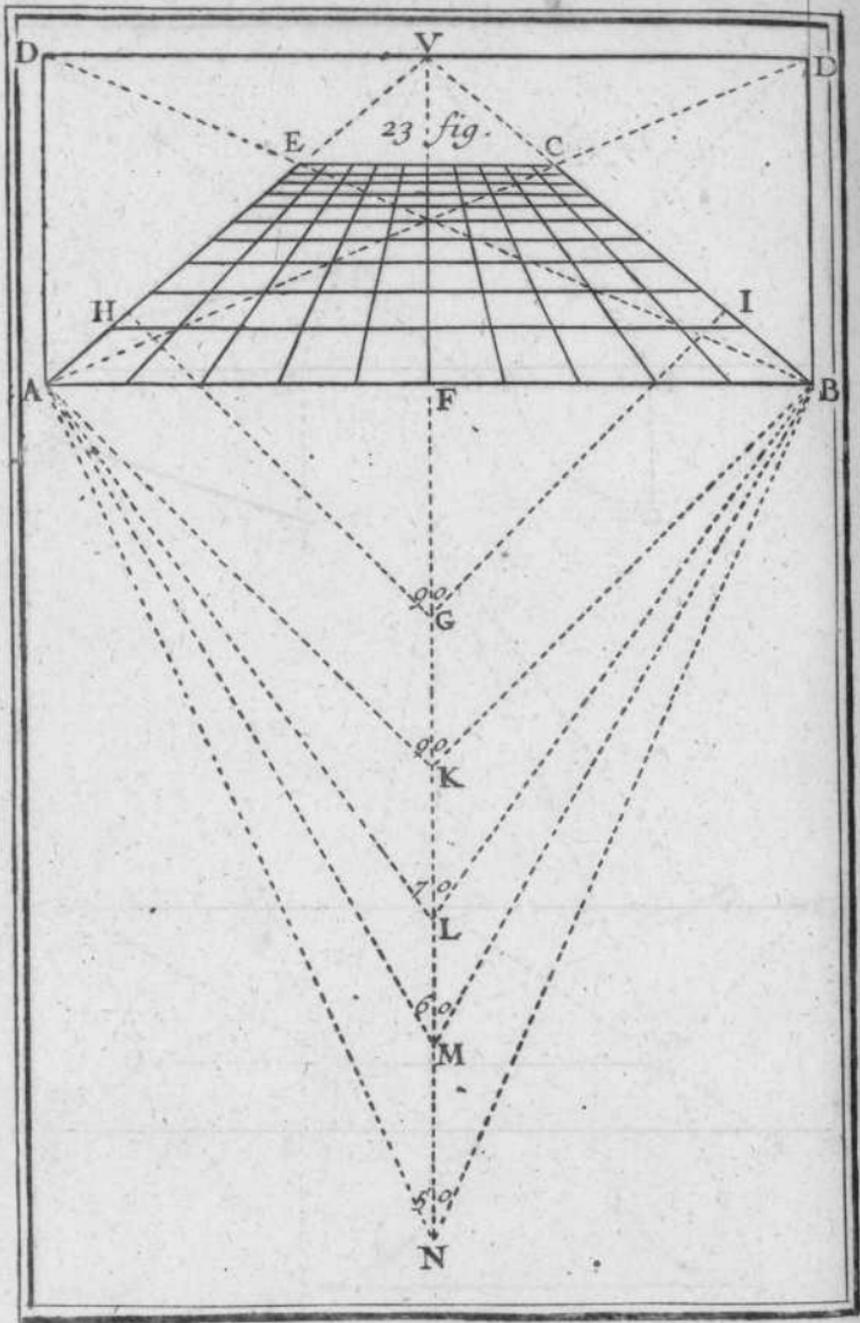


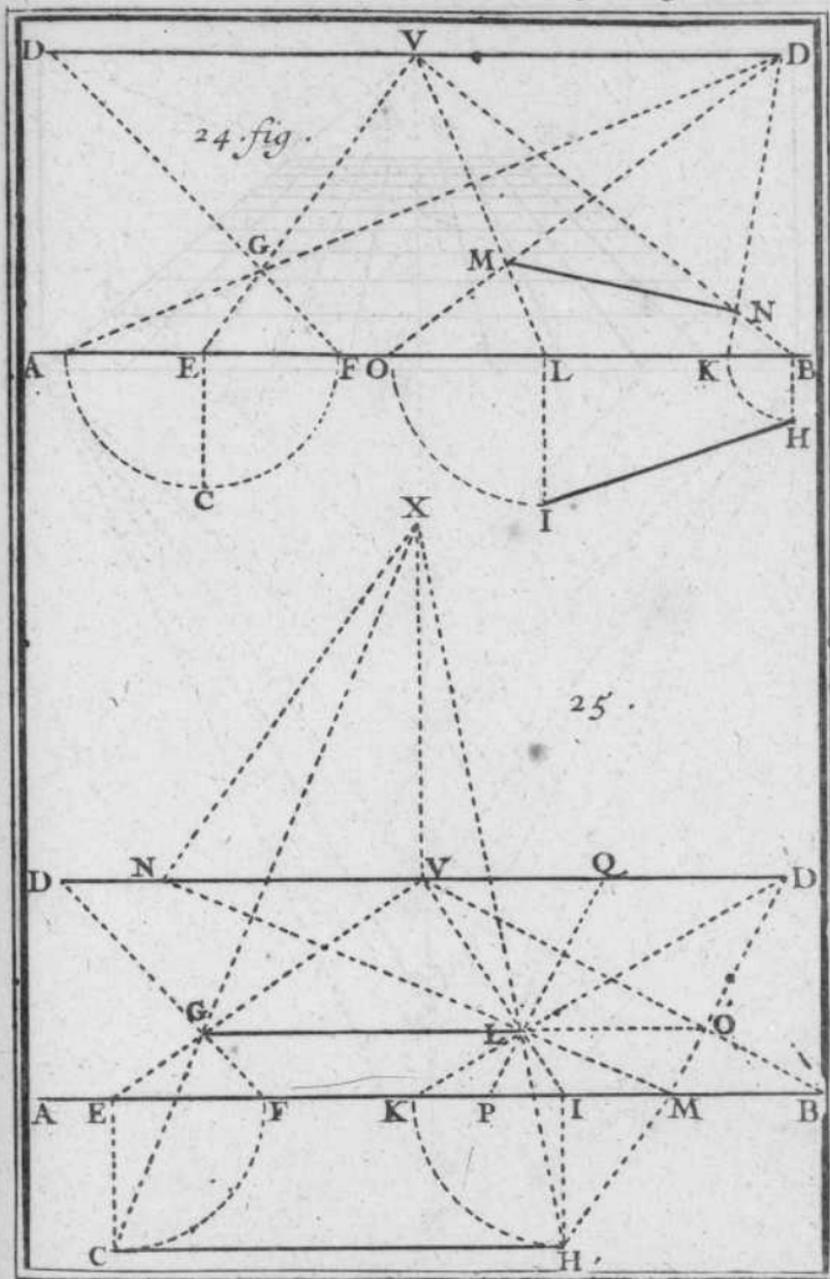


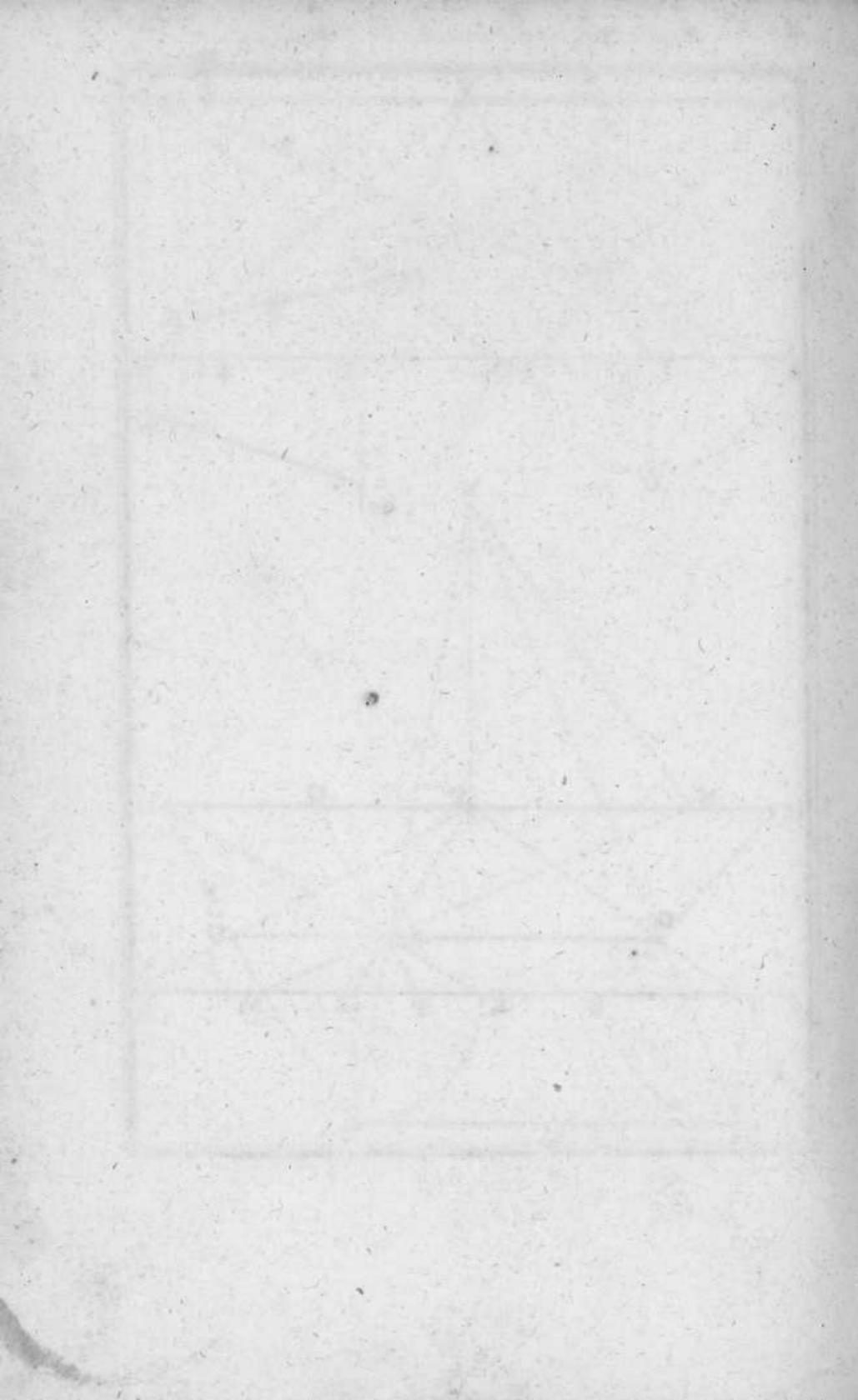




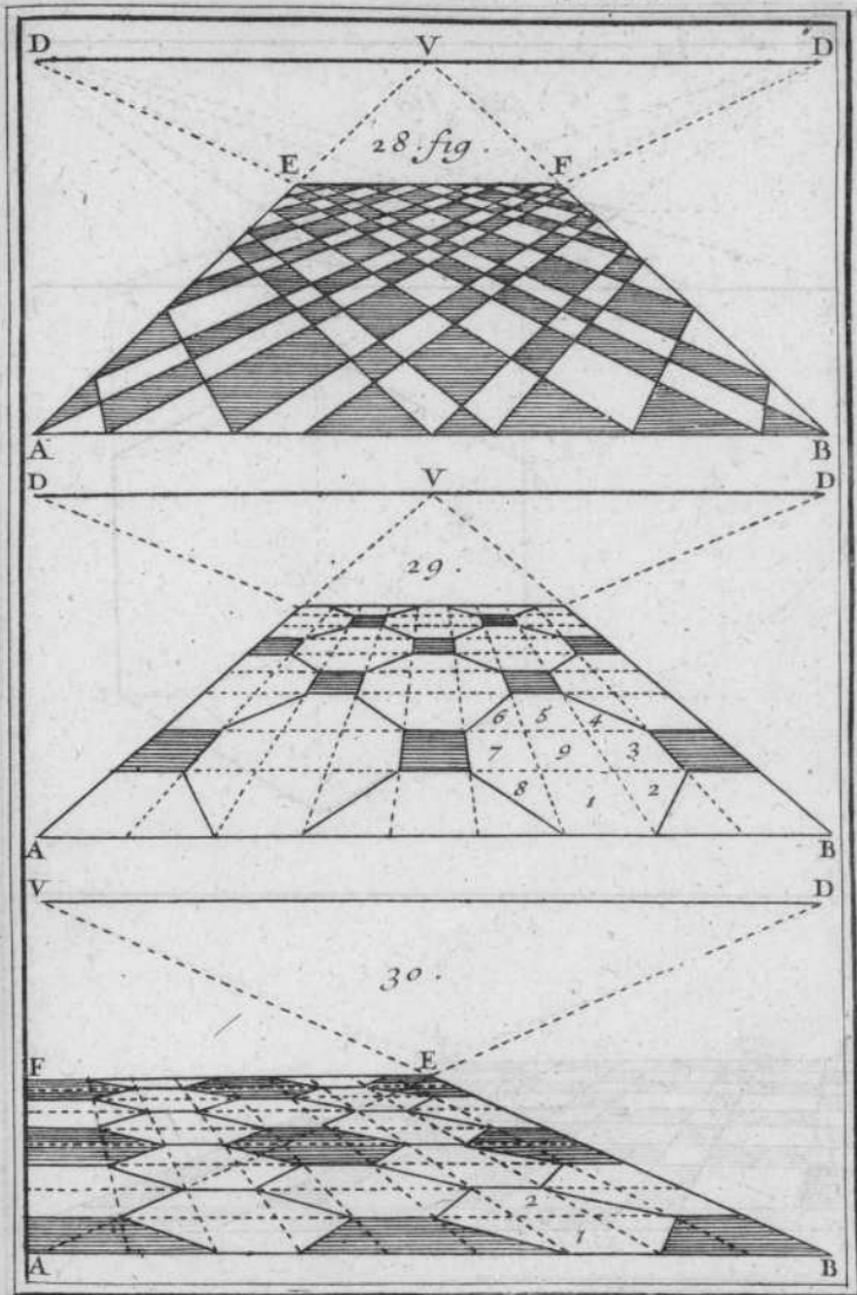




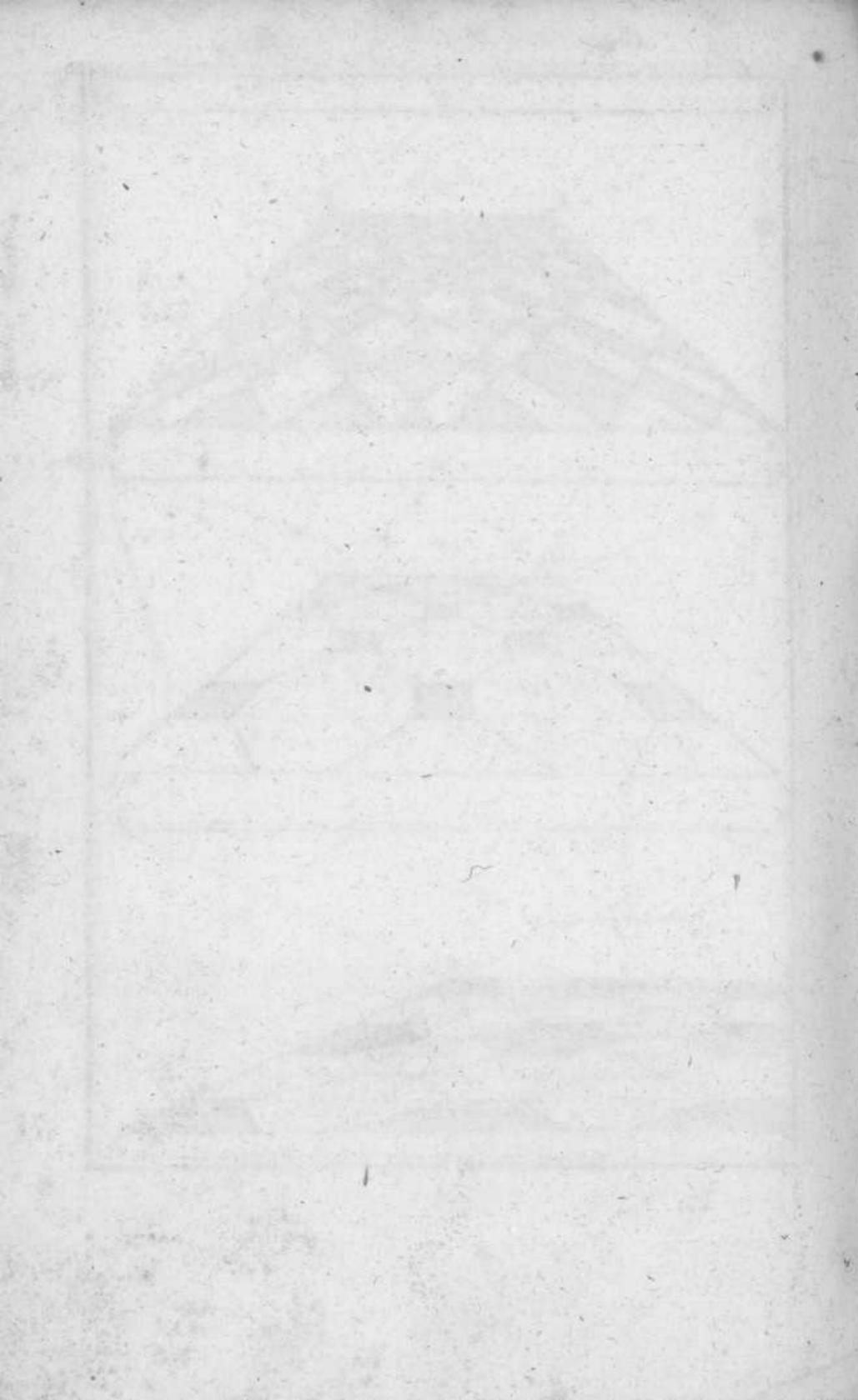


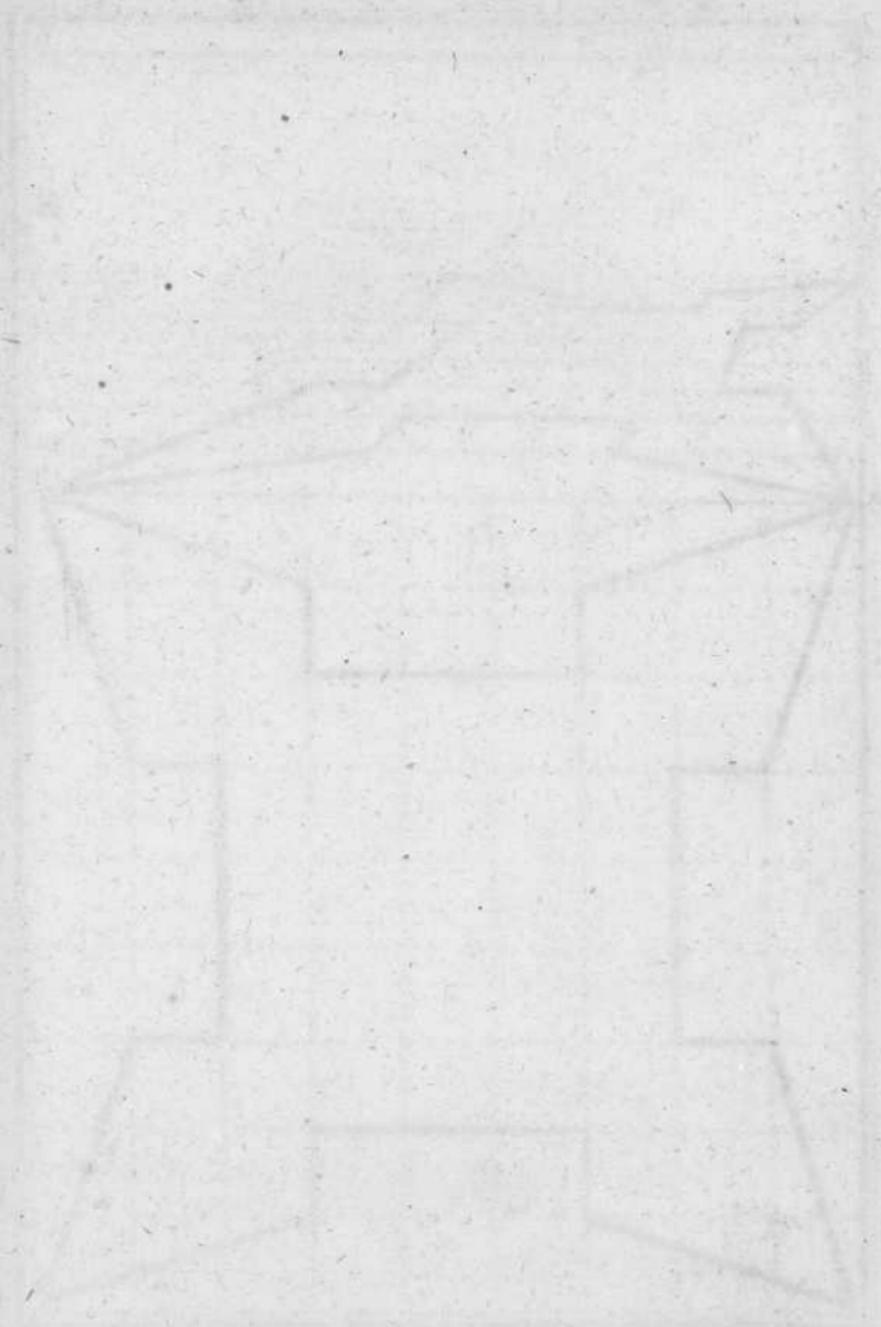


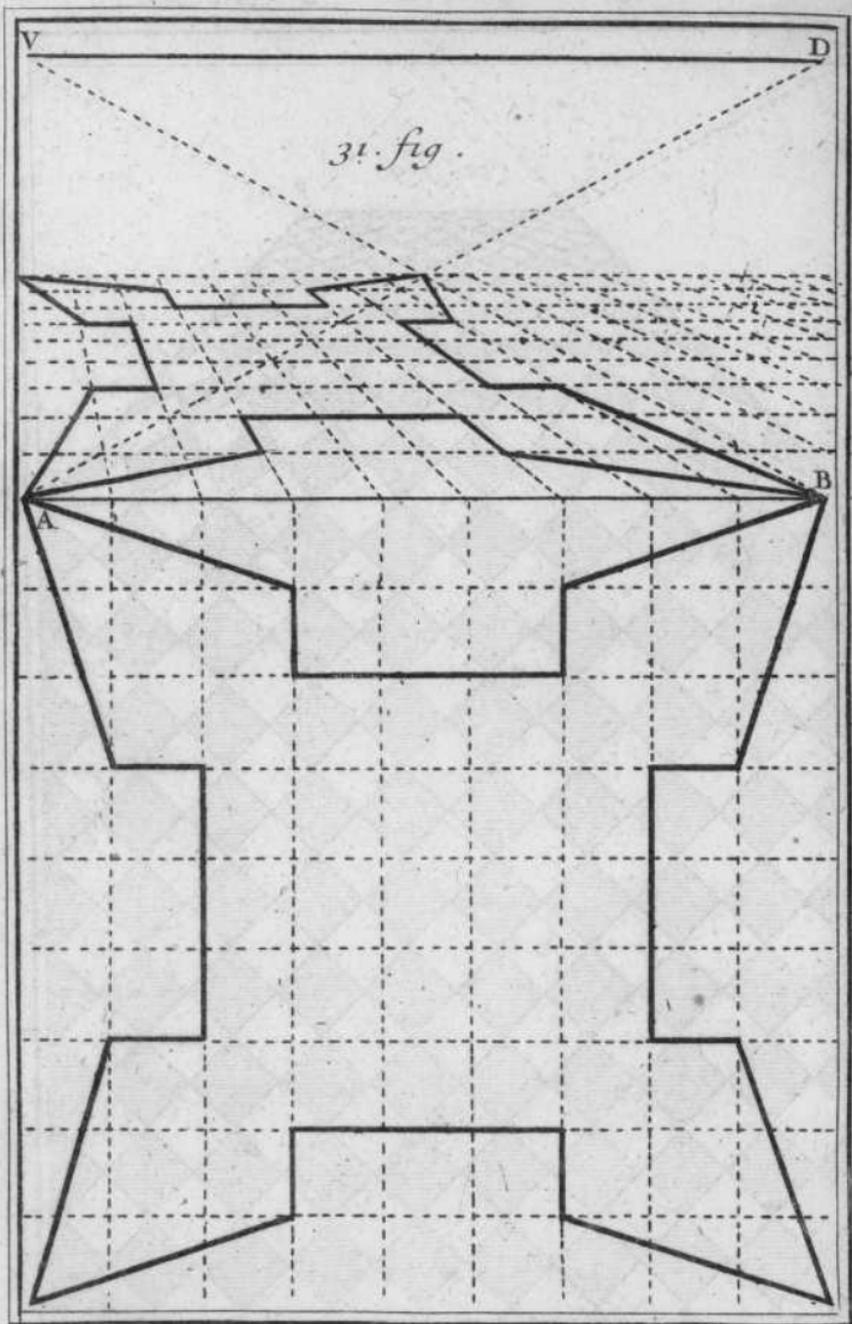


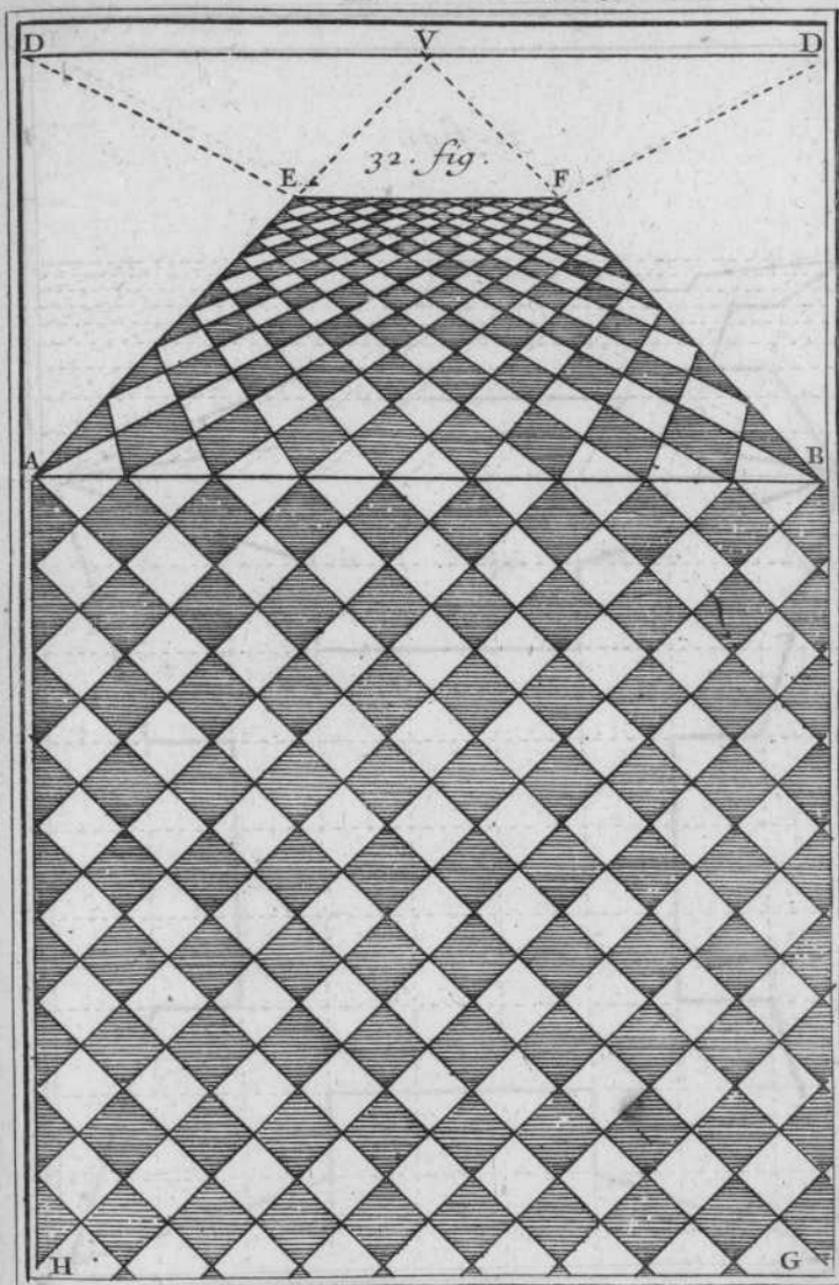


Berrey fec .

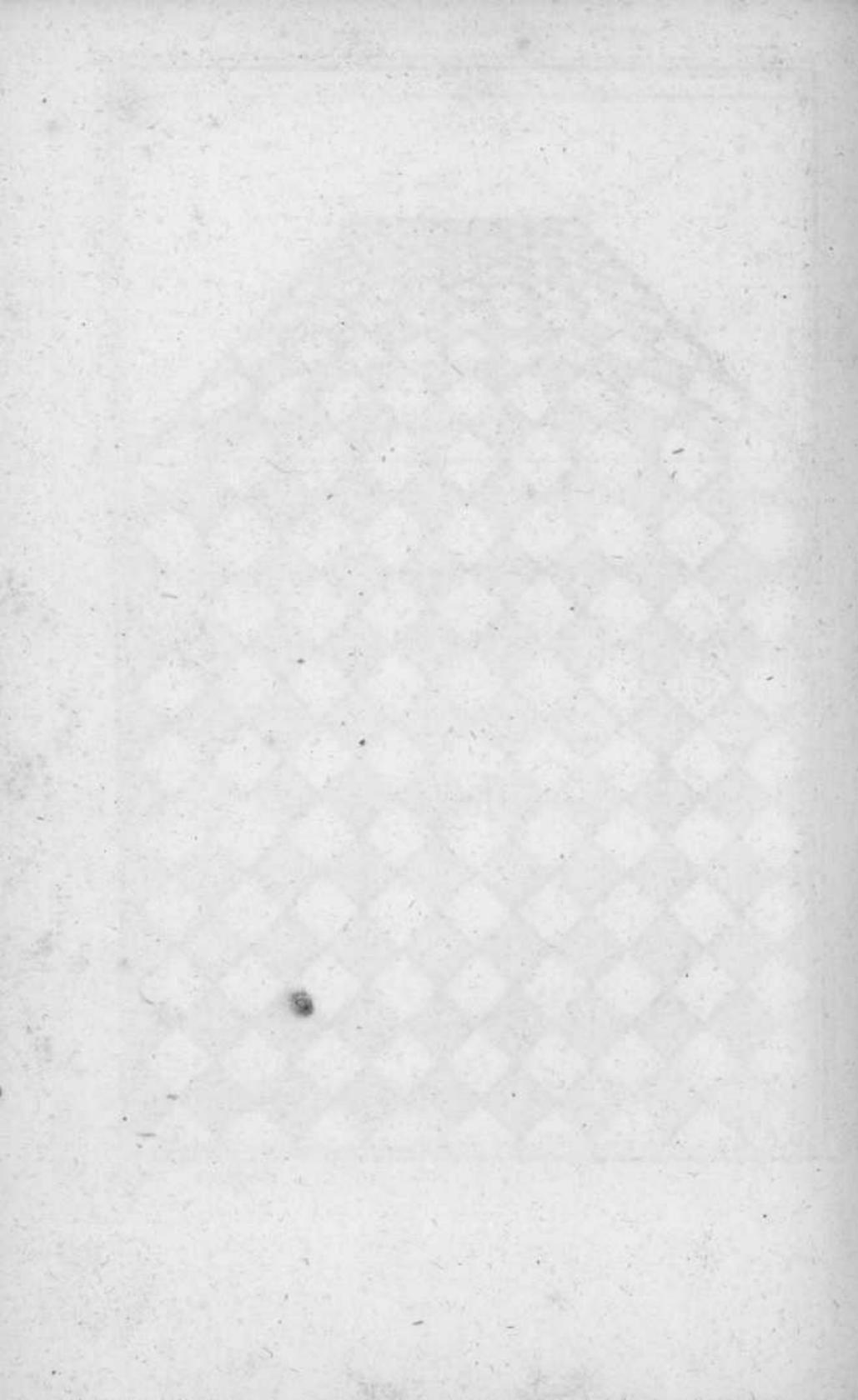








Berey fec.



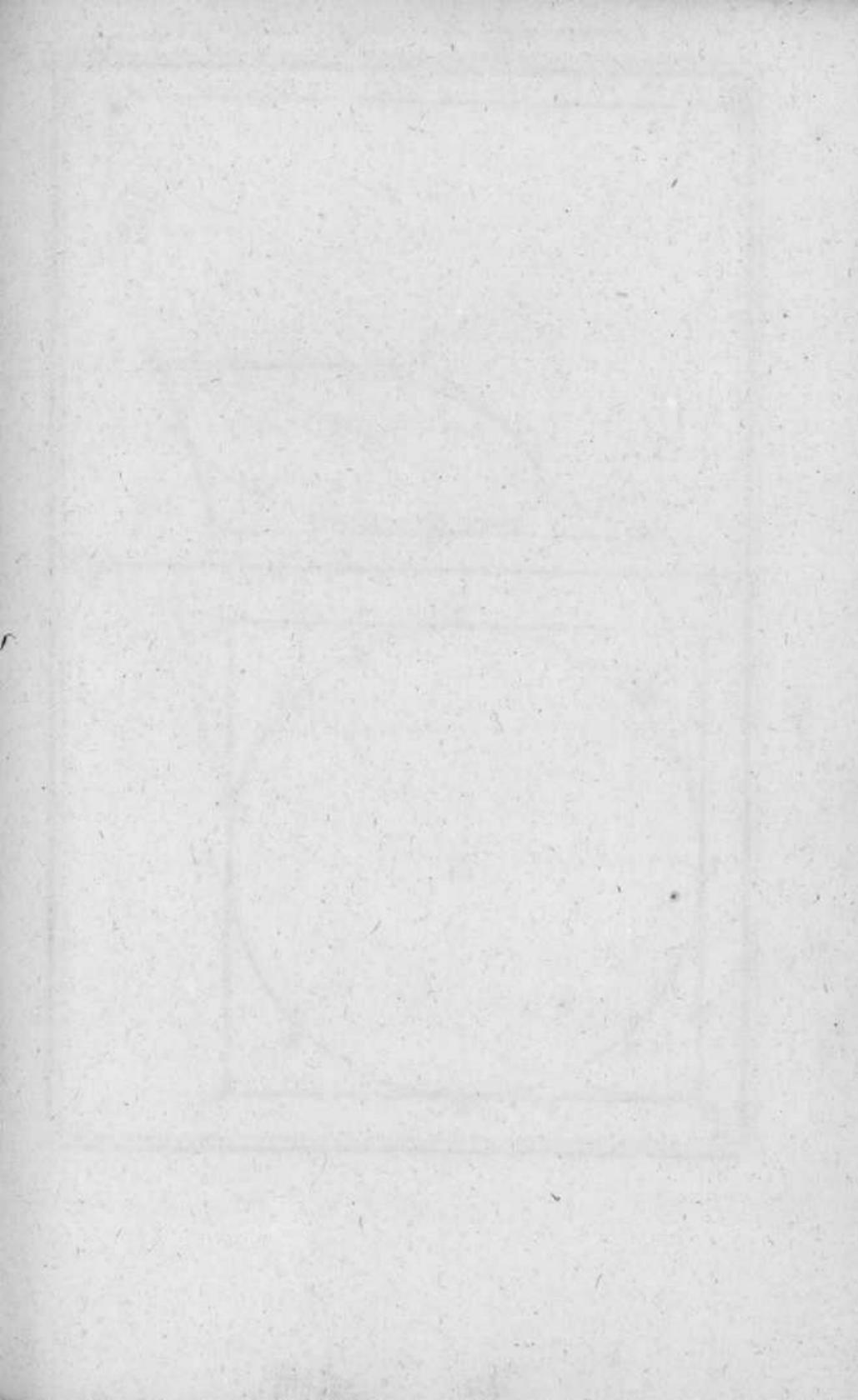
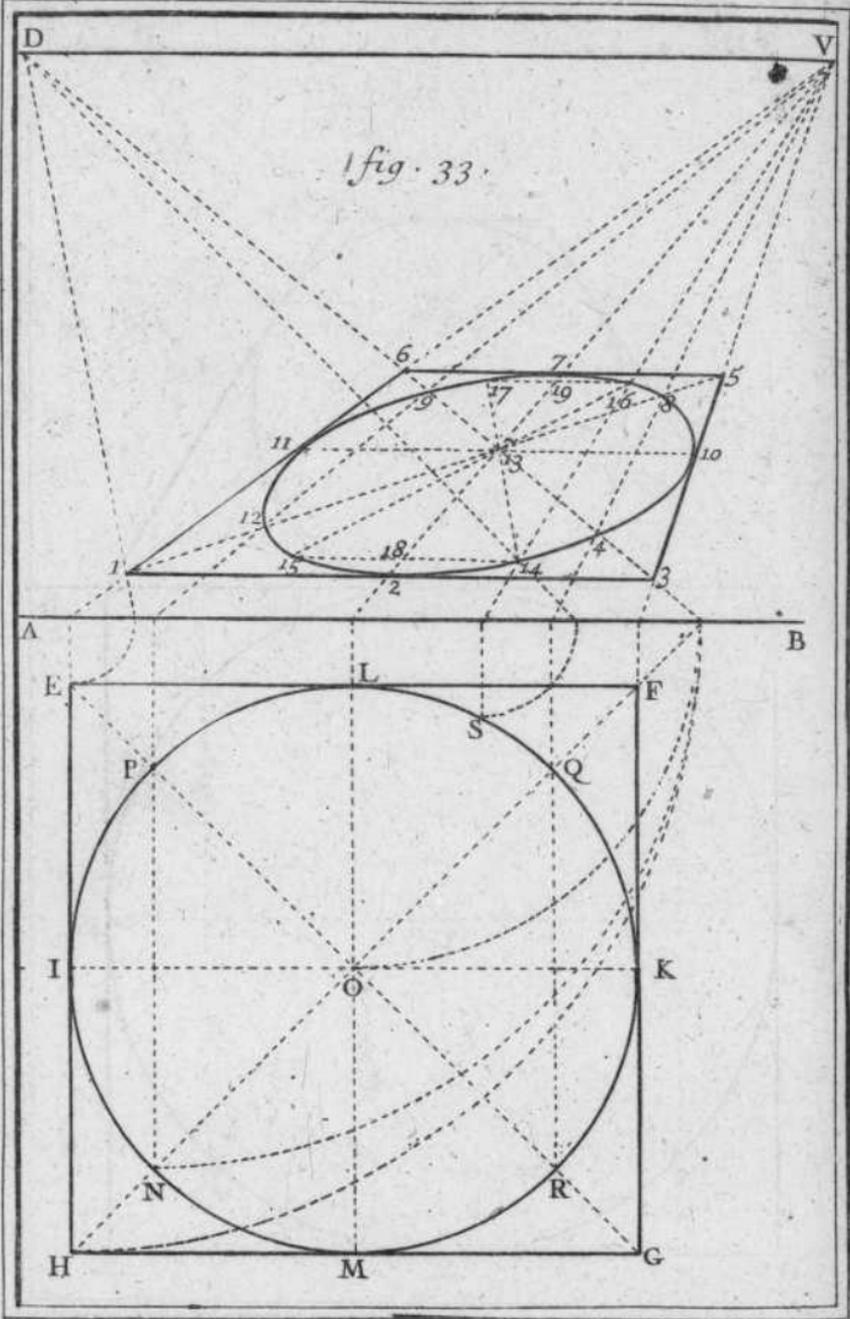
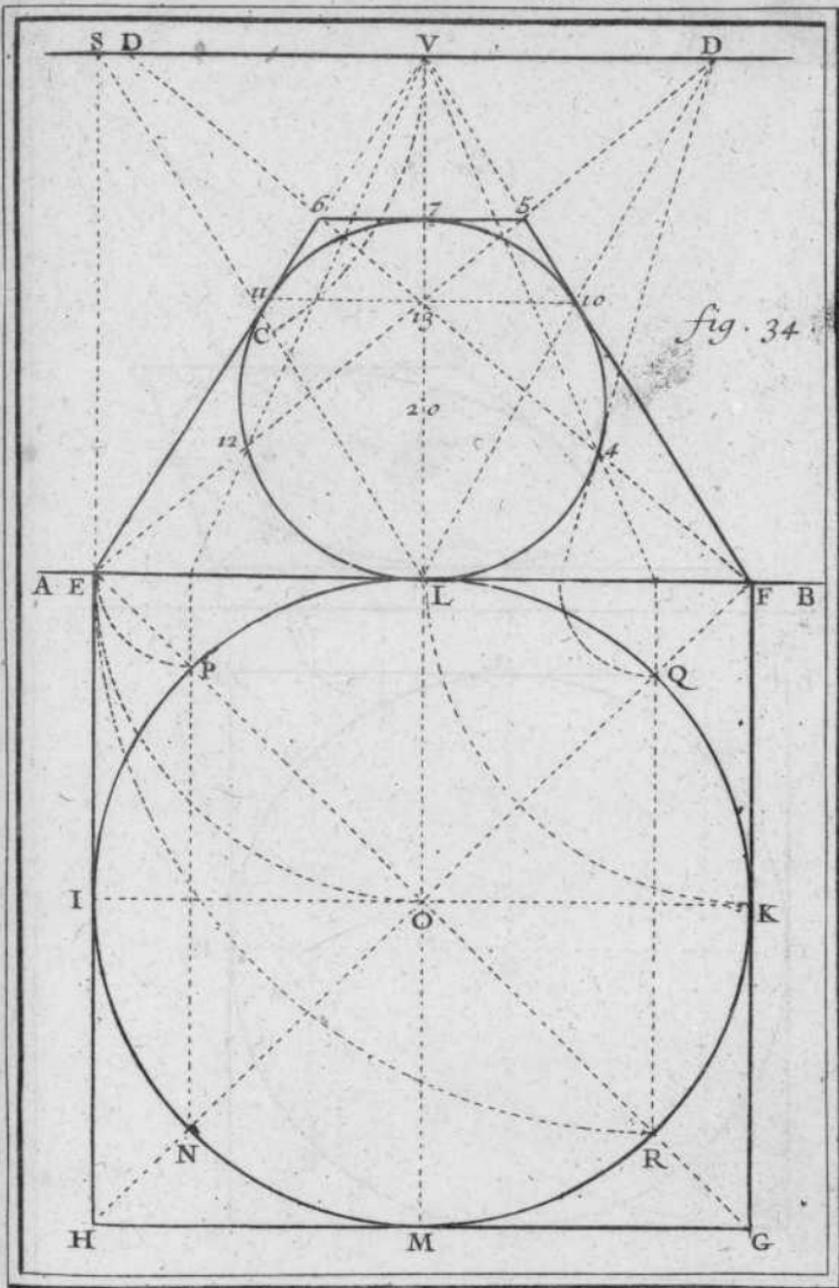
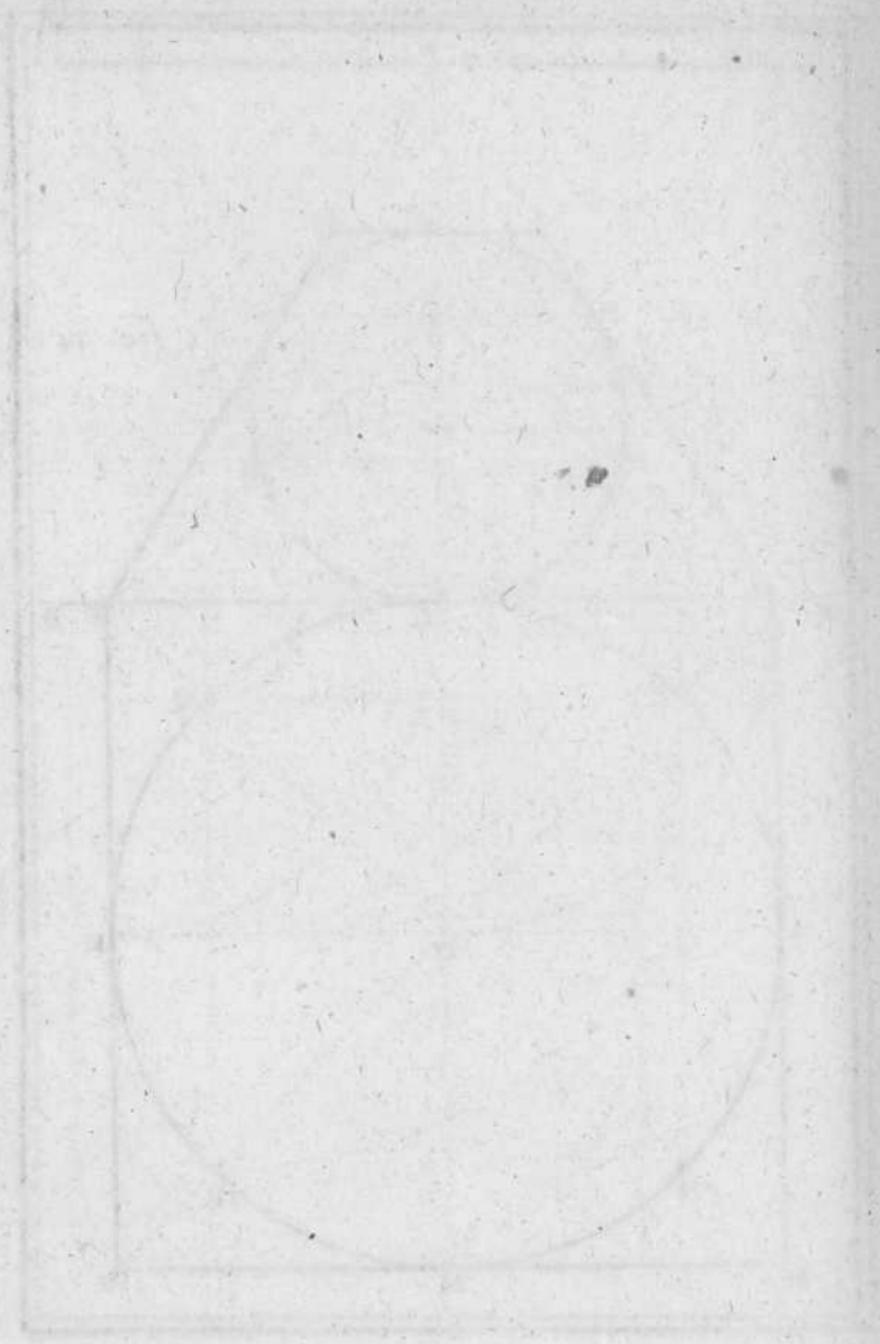


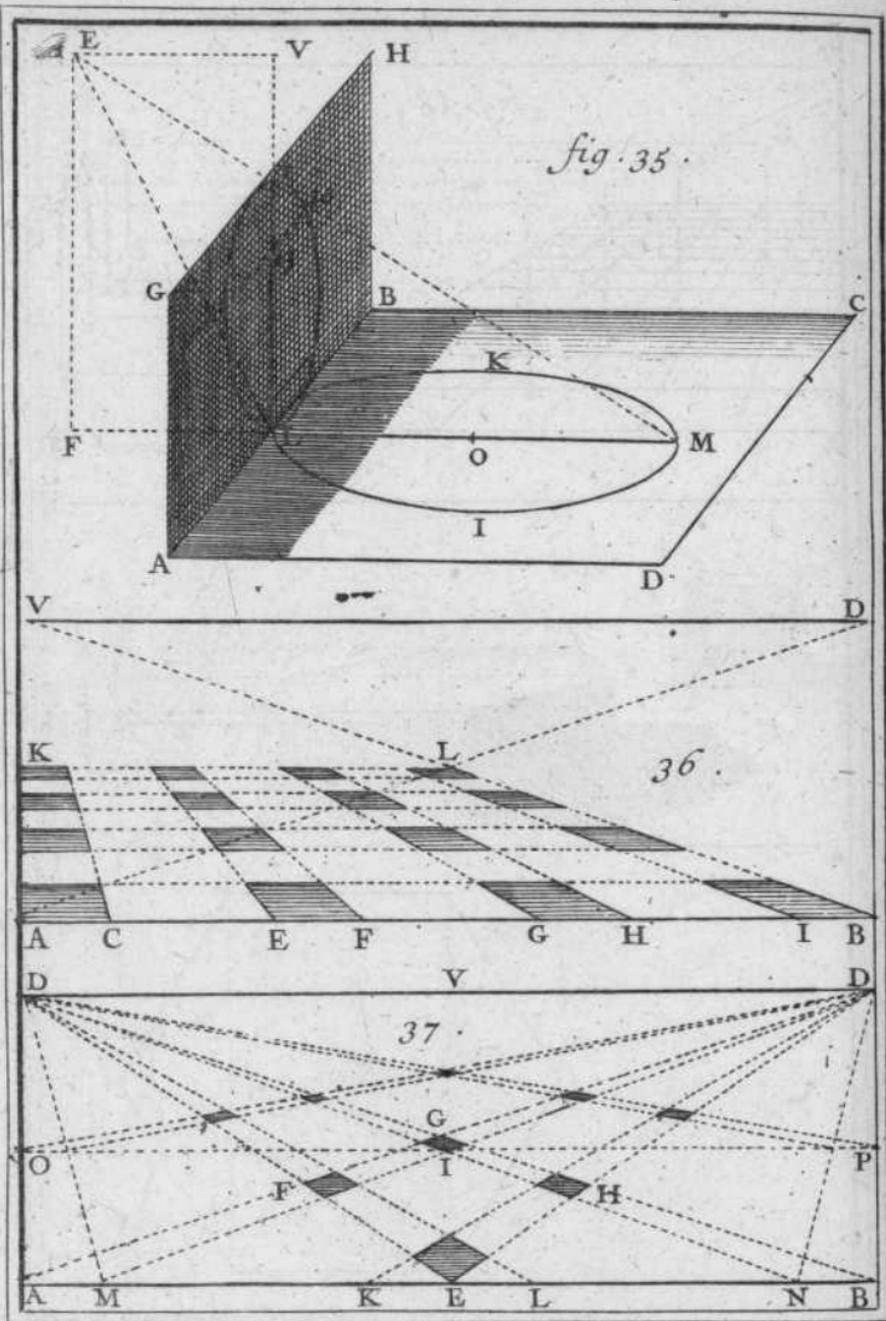
fig. 33.

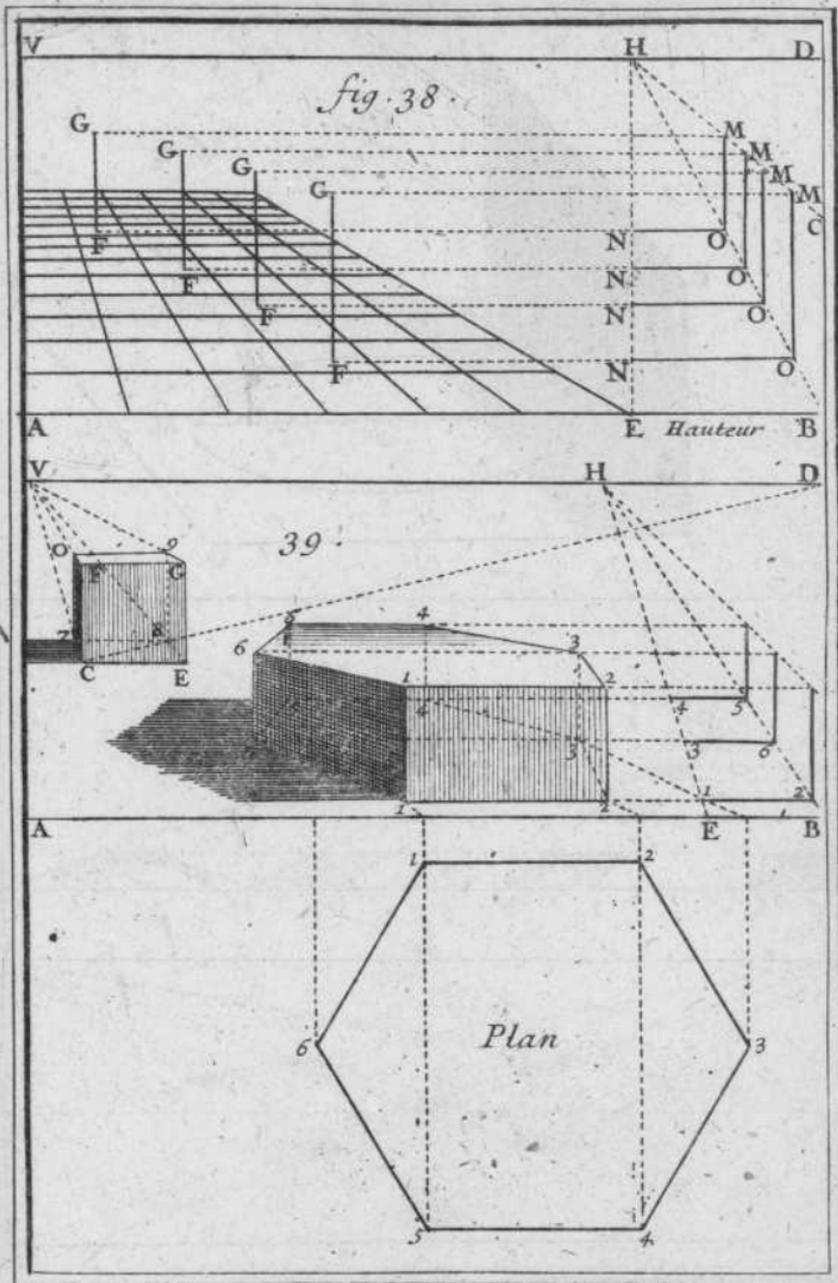


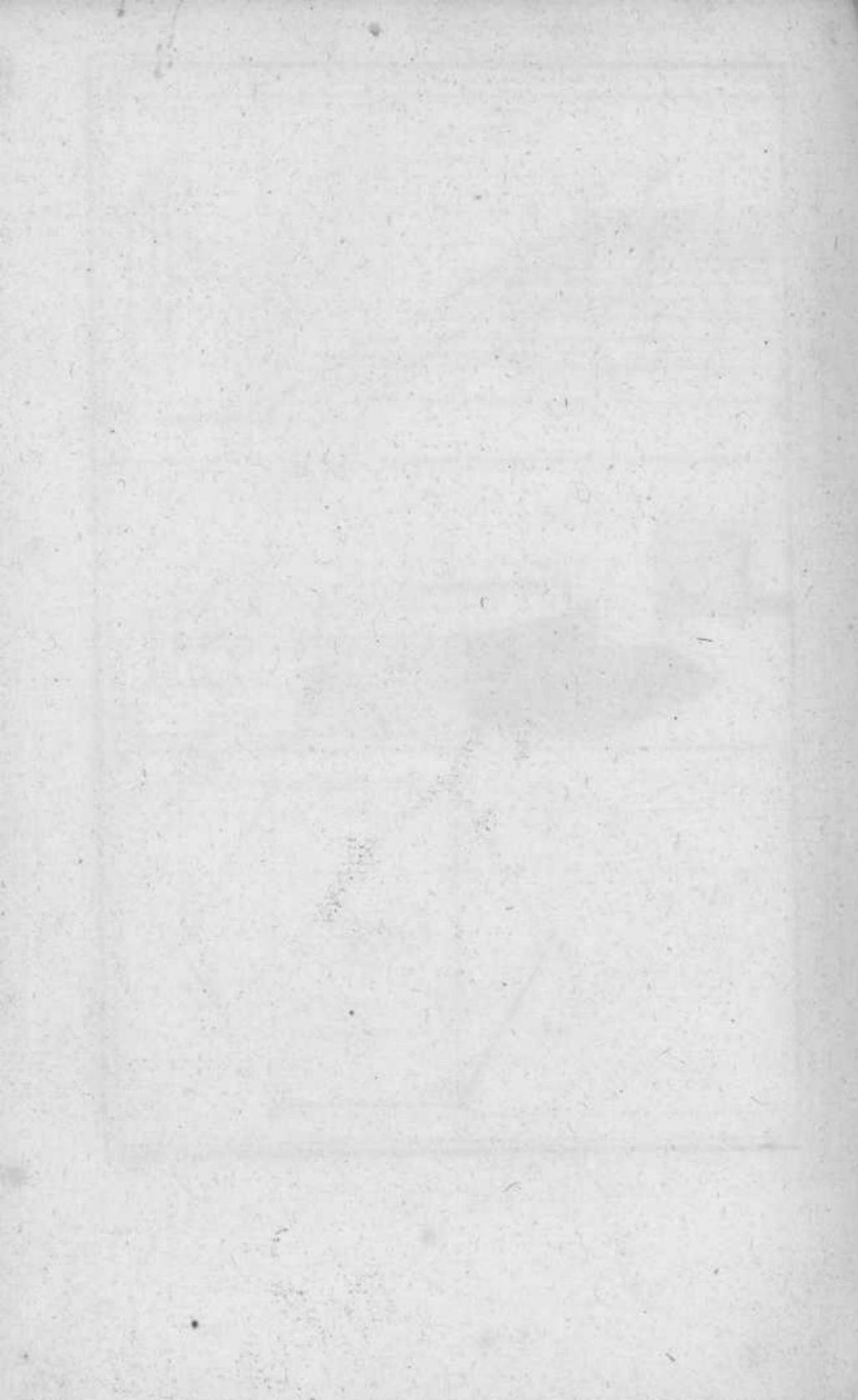




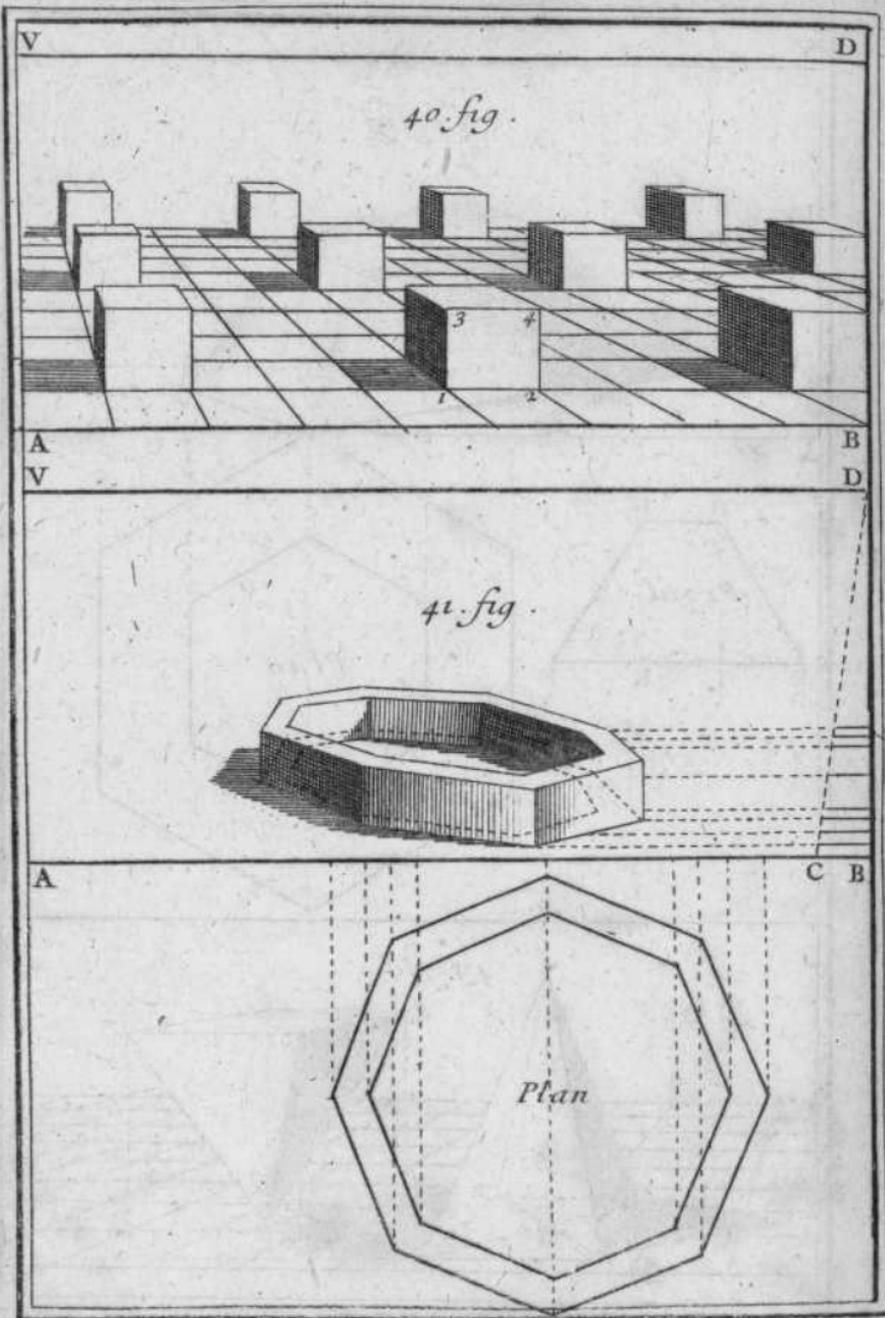








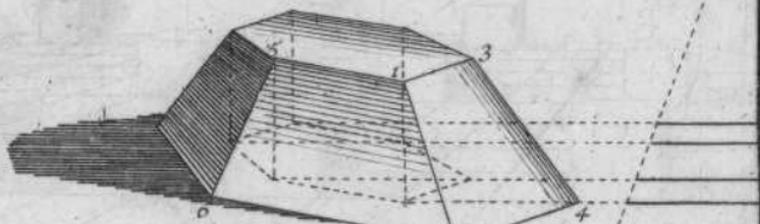




V

D

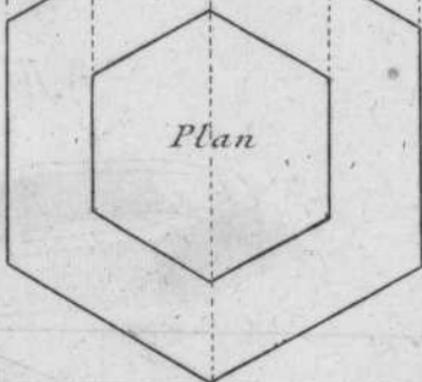
42. fig.



A

C

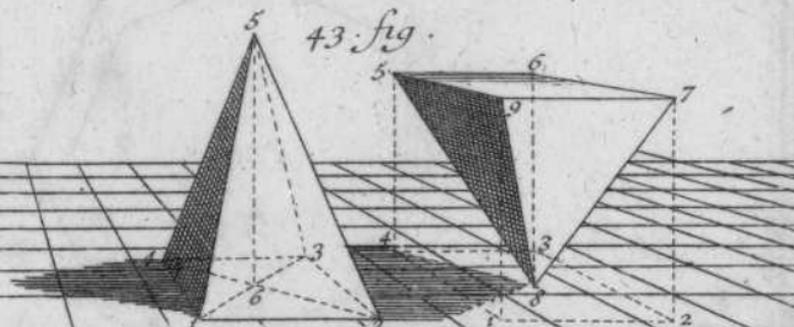
B



V

D

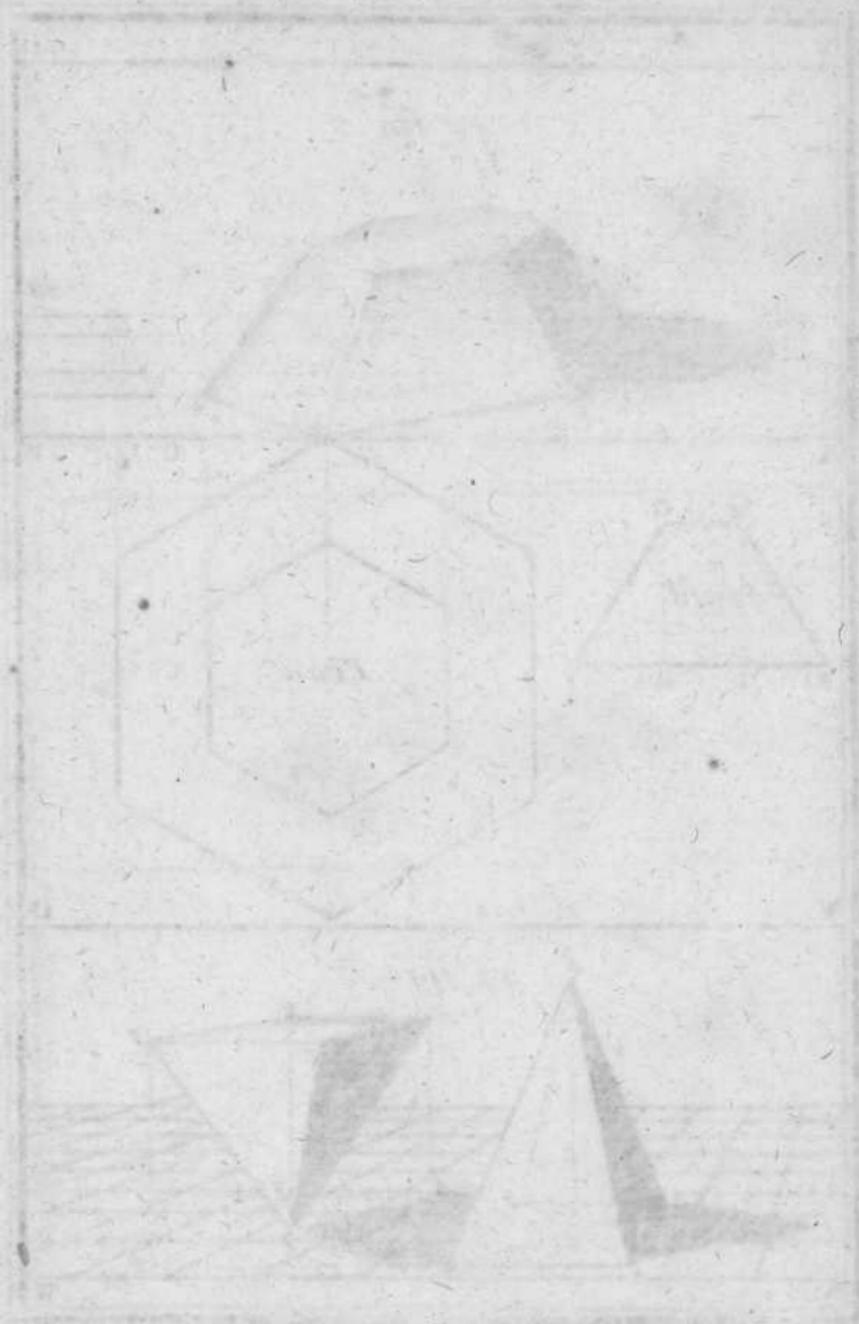
43. fig.



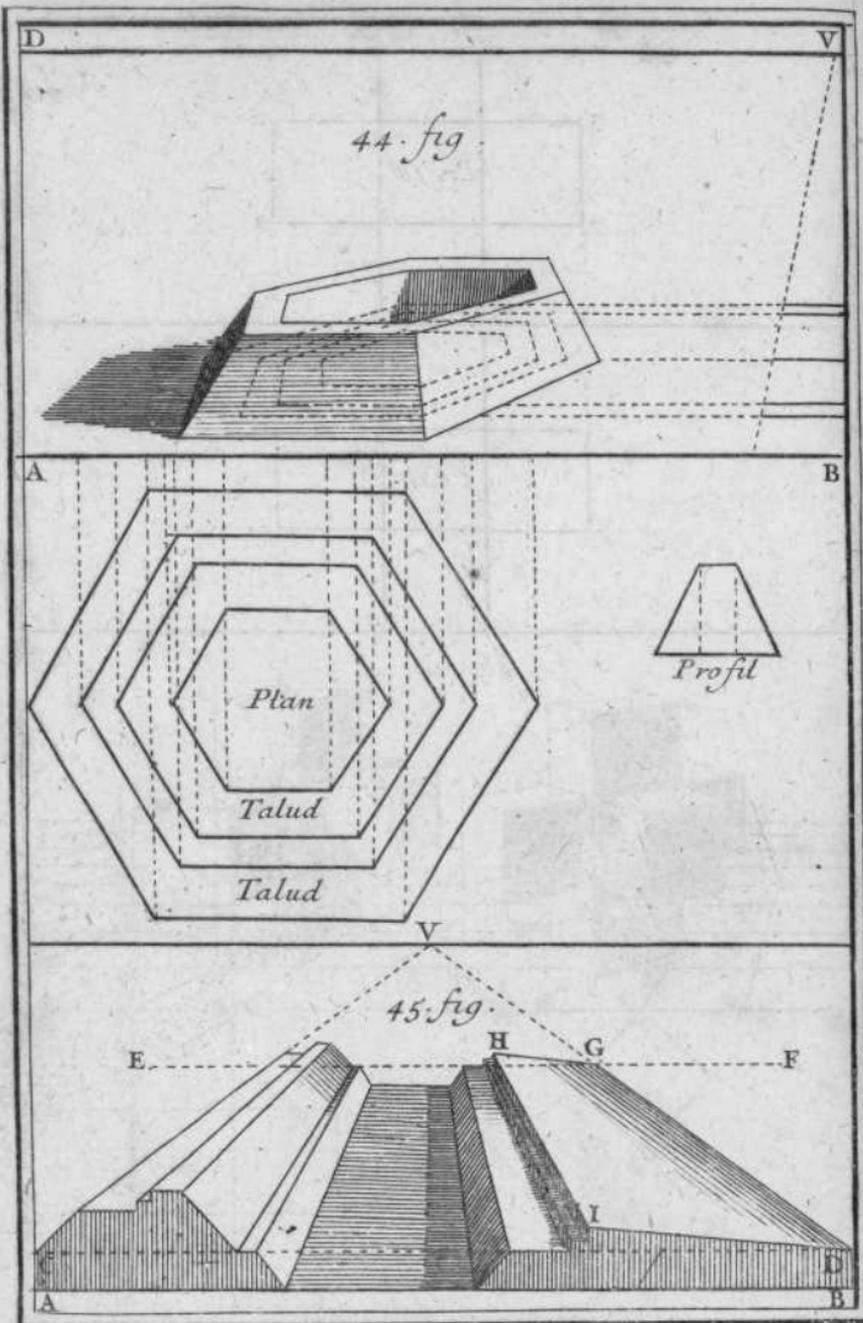
A

B

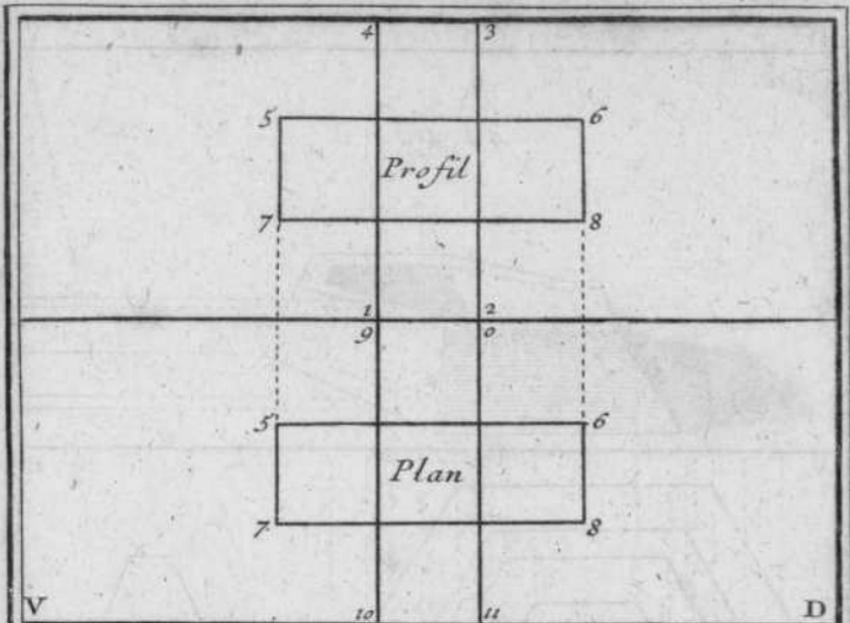
Berey.



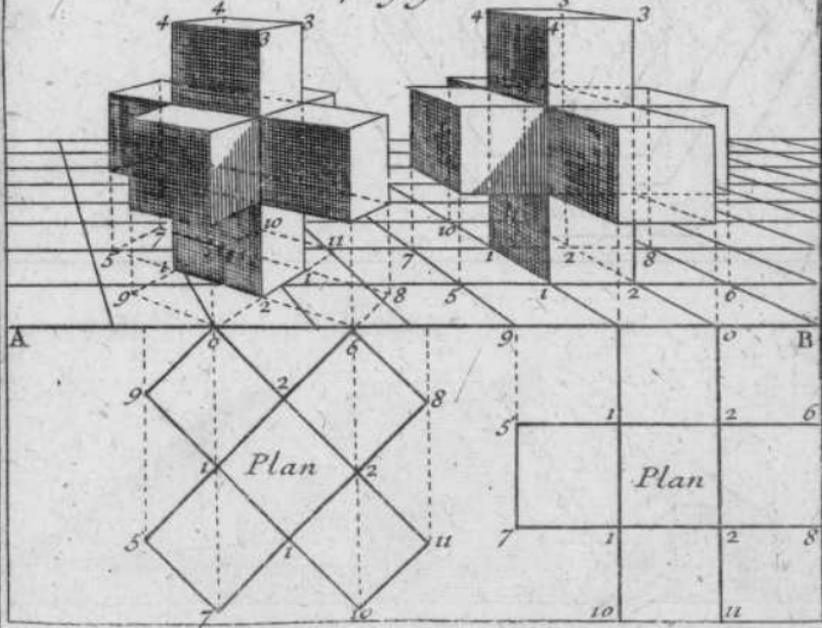




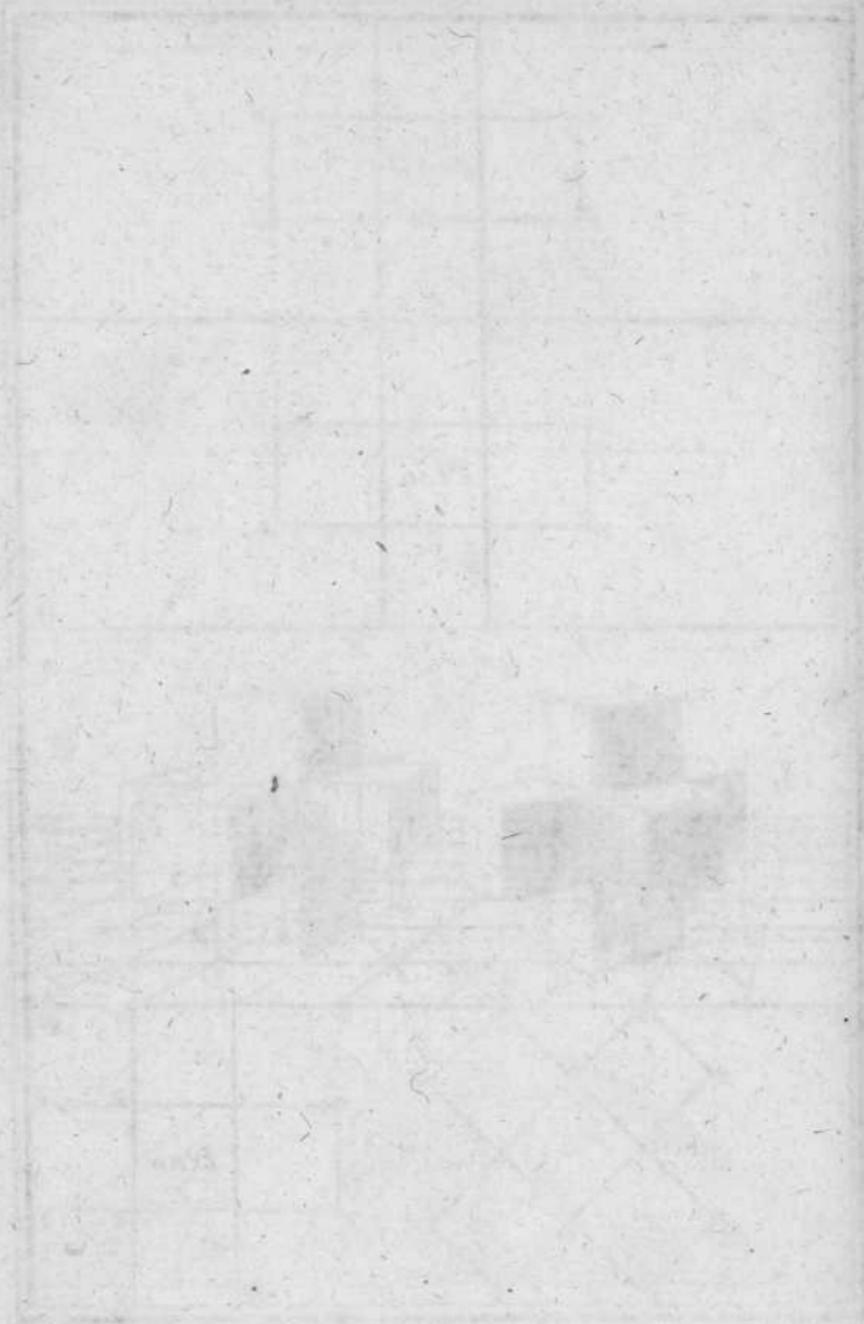
Berey fec.



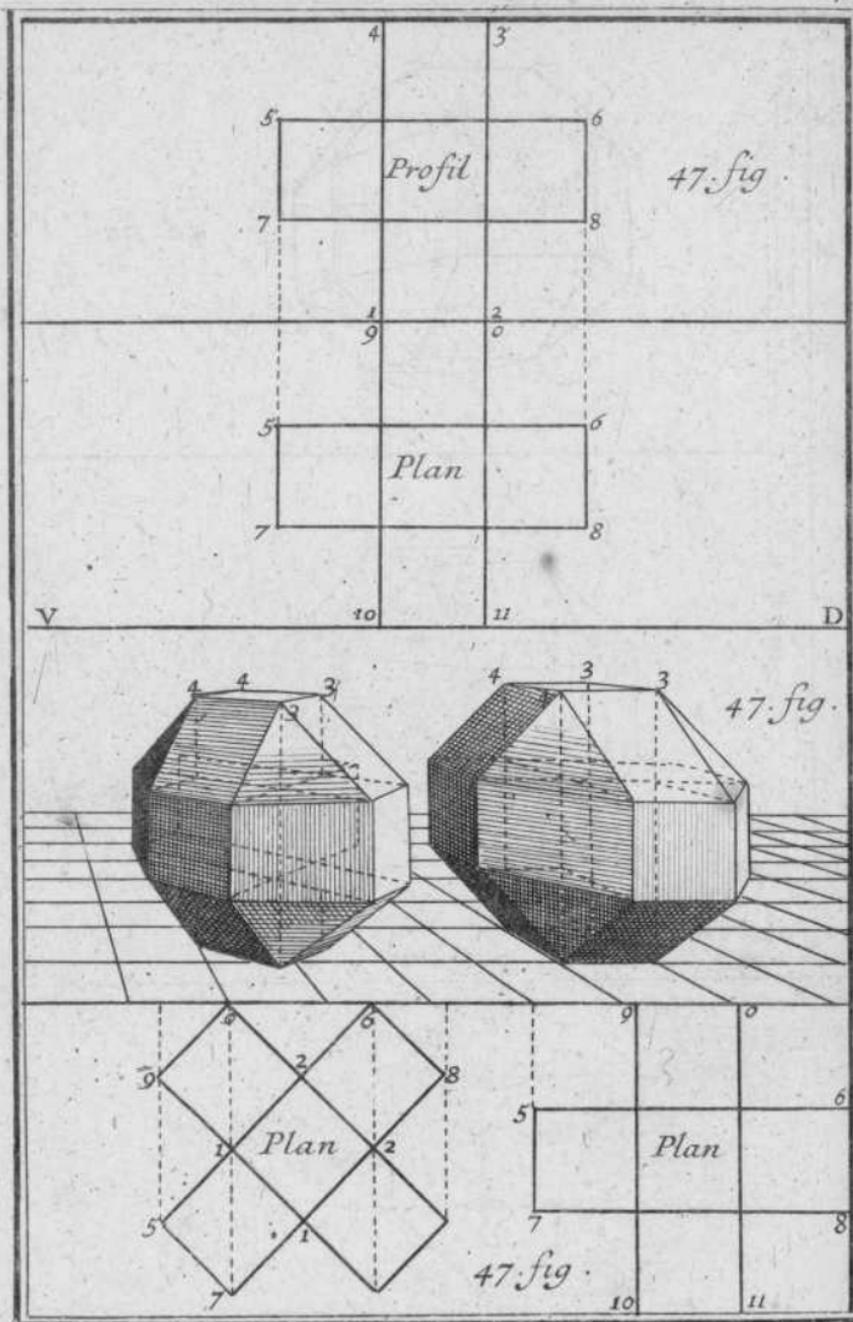
46. fig.



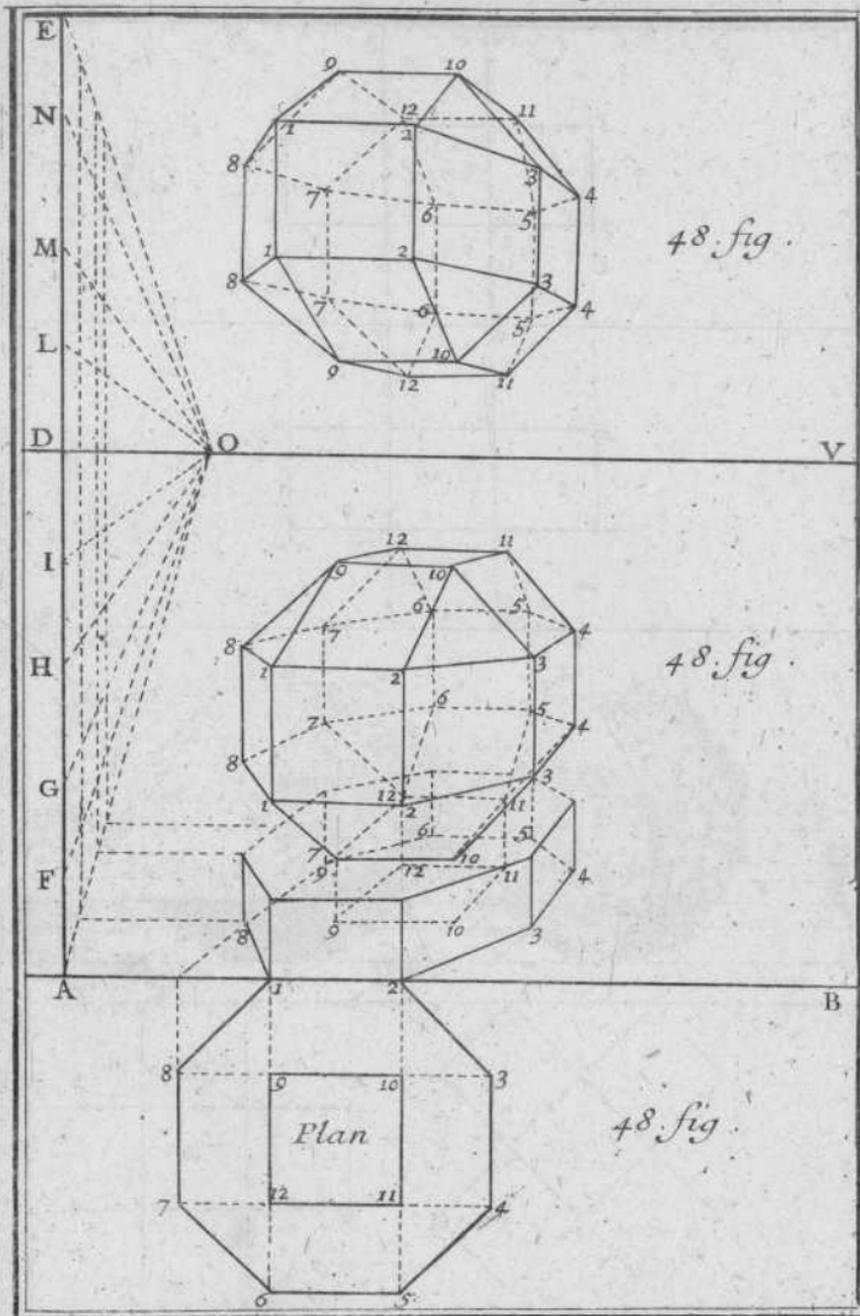
Bery, fec.







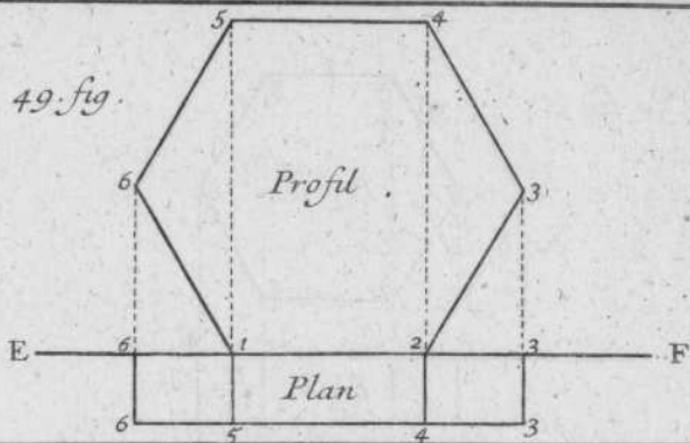
Berey fec.



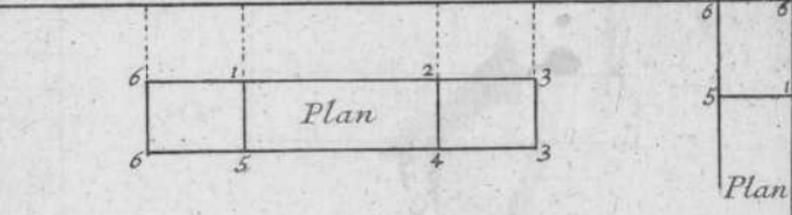
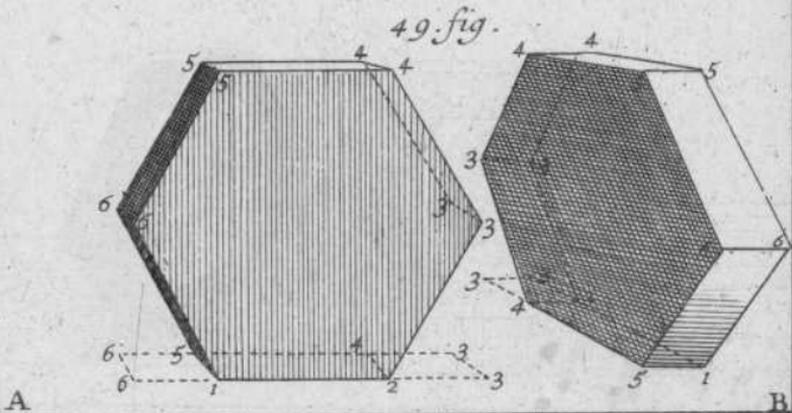




49. fig.



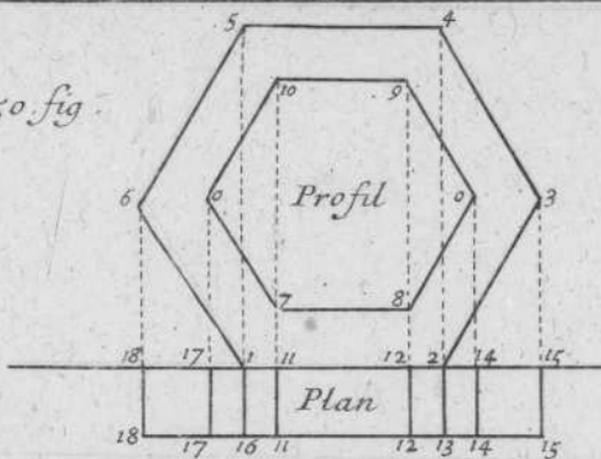
49. fig.



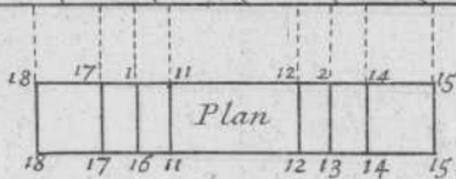
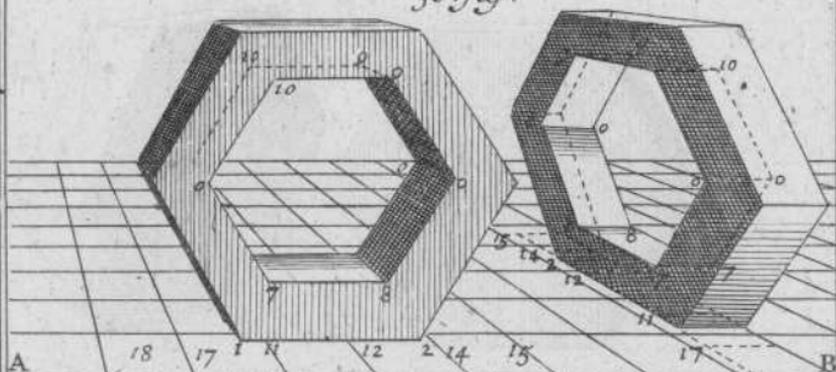
49. fig.

Berey fec.

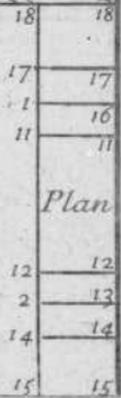
50 fig.



50 fig.

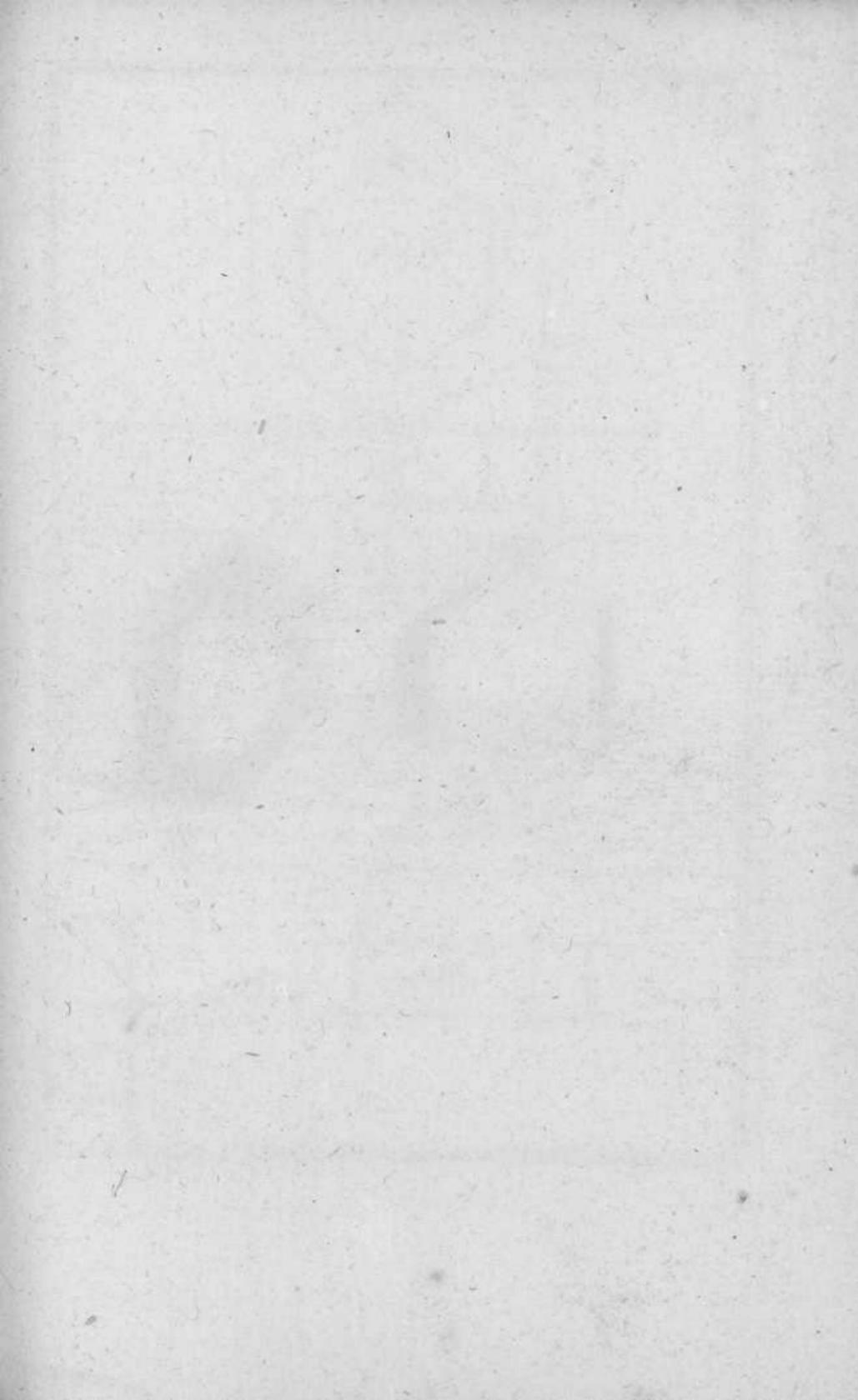


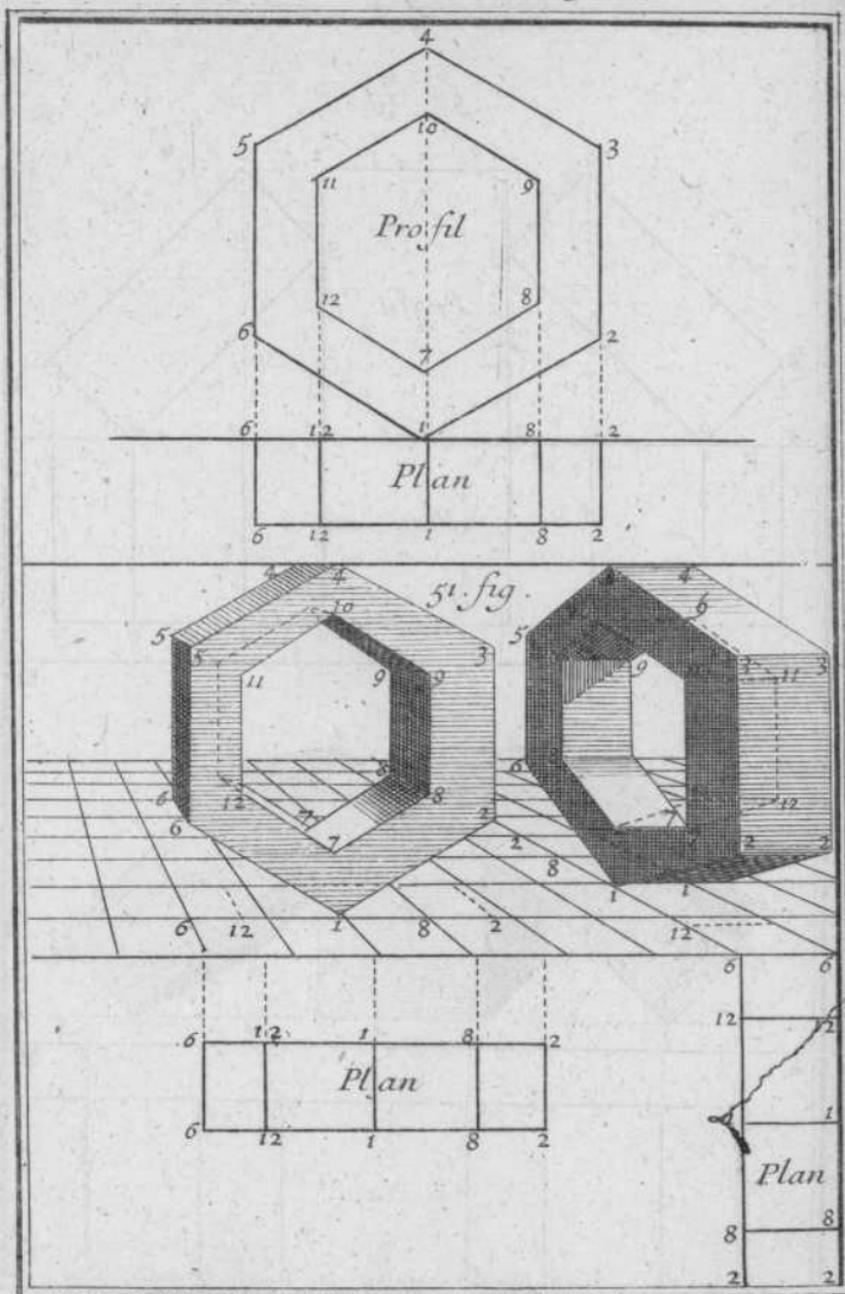
50 fig.



Berey fec .

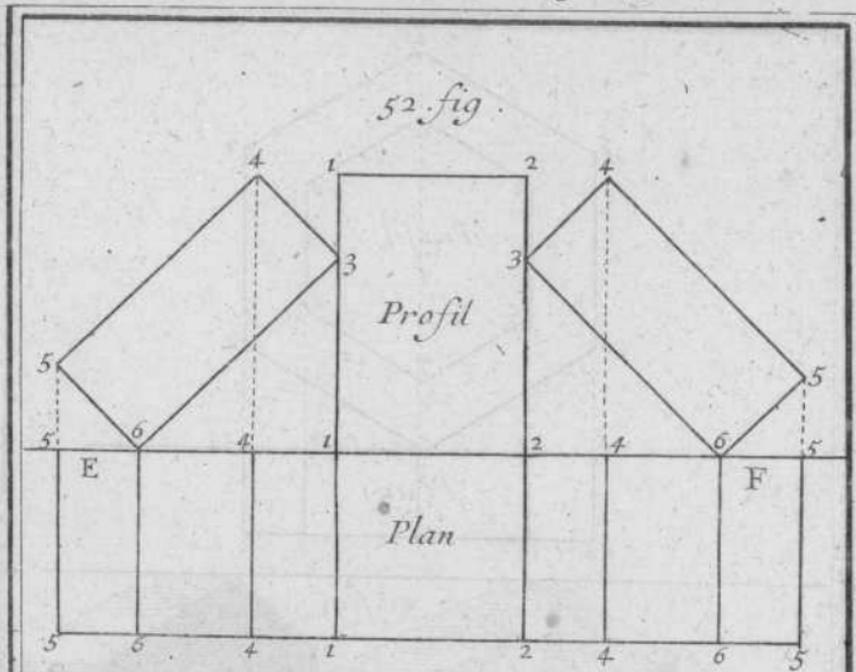




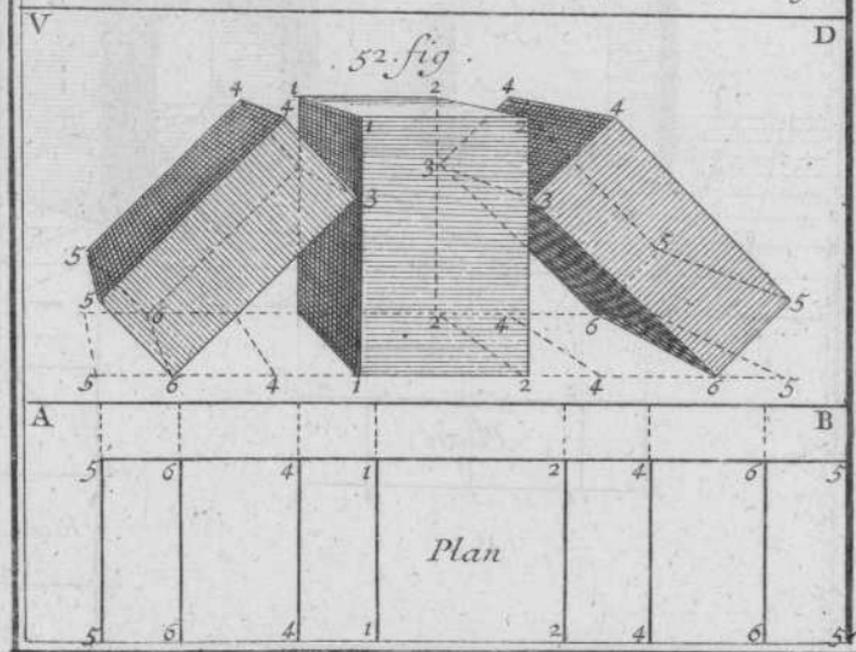


Berey fec ;

52. fig.



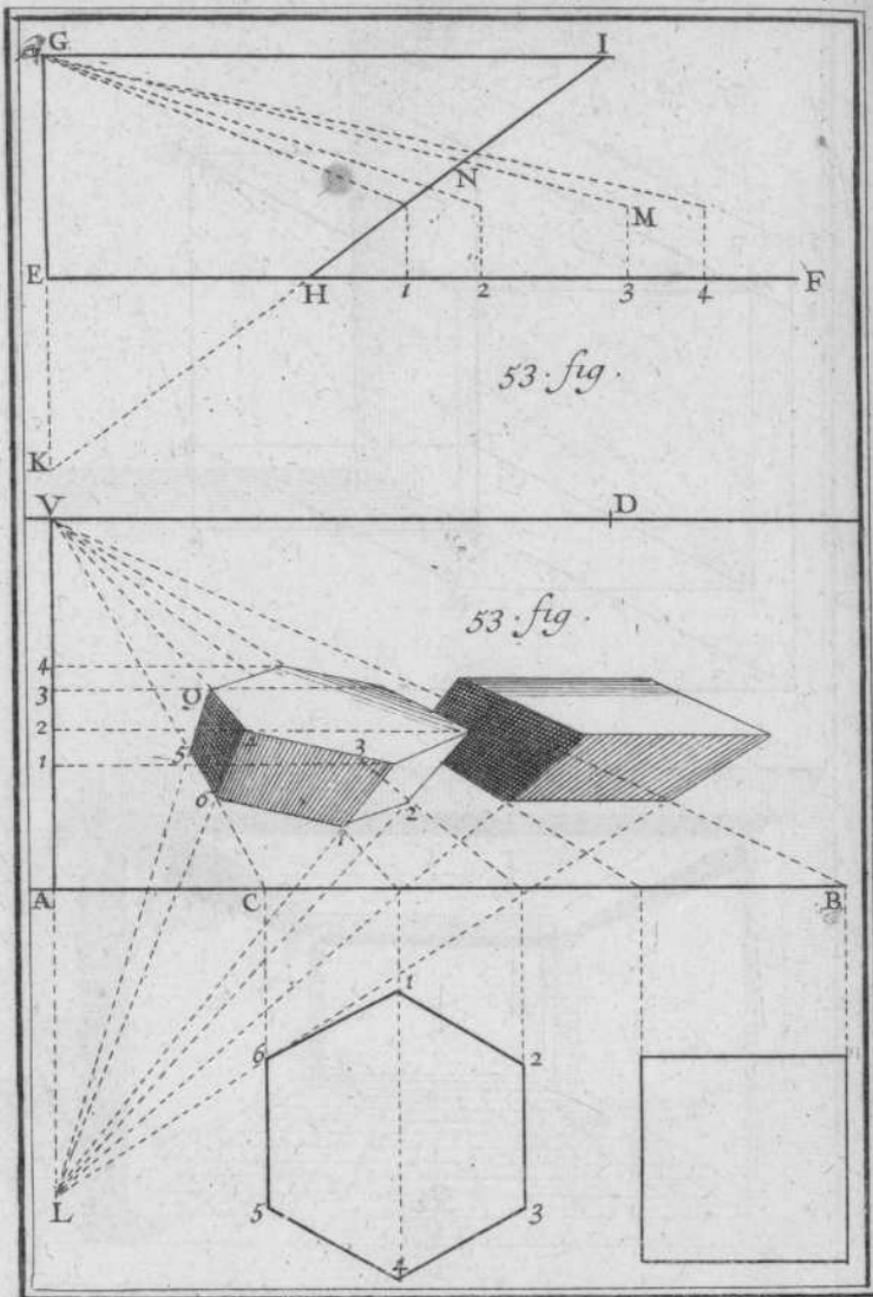
52. fig.



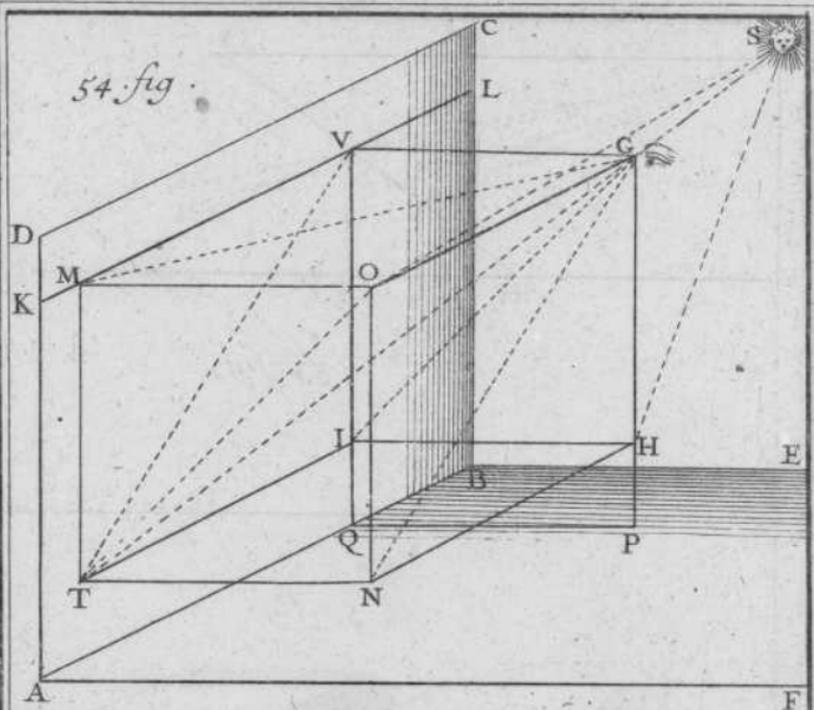
Berx, fec.



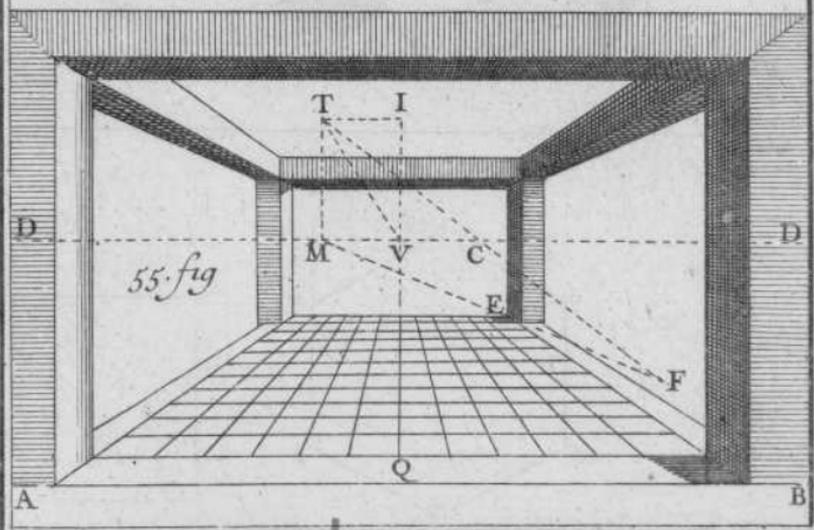




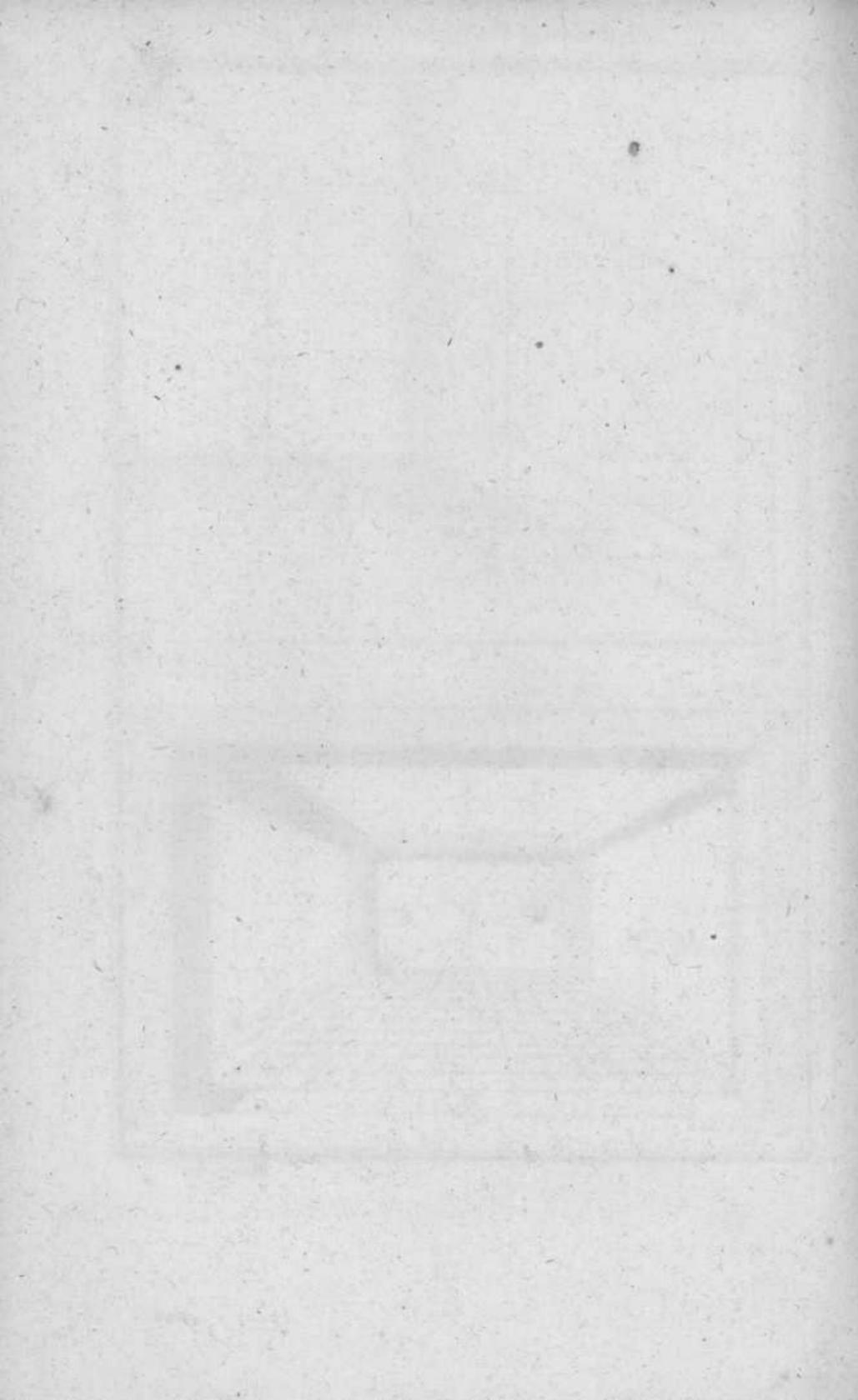
54. fig.

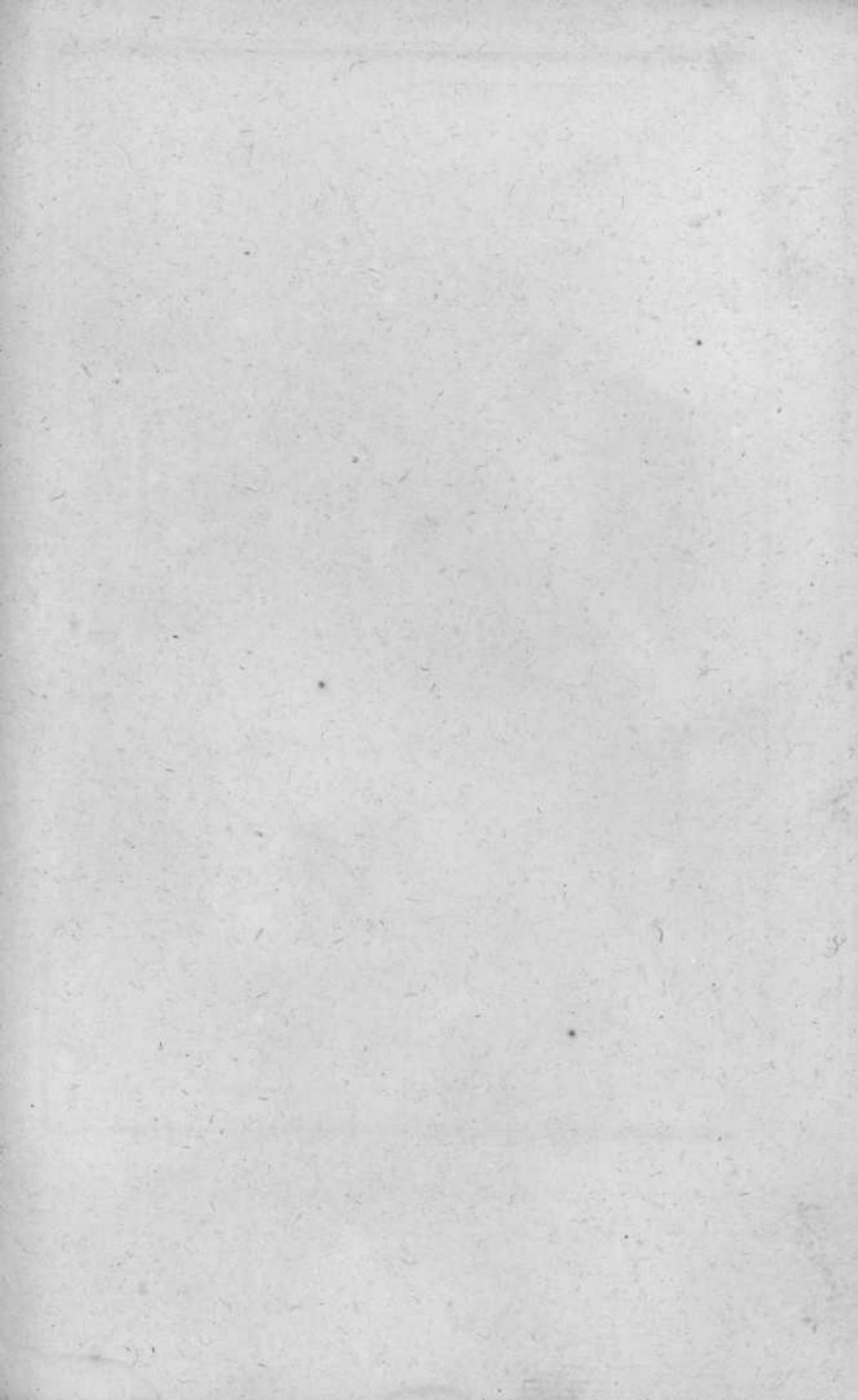


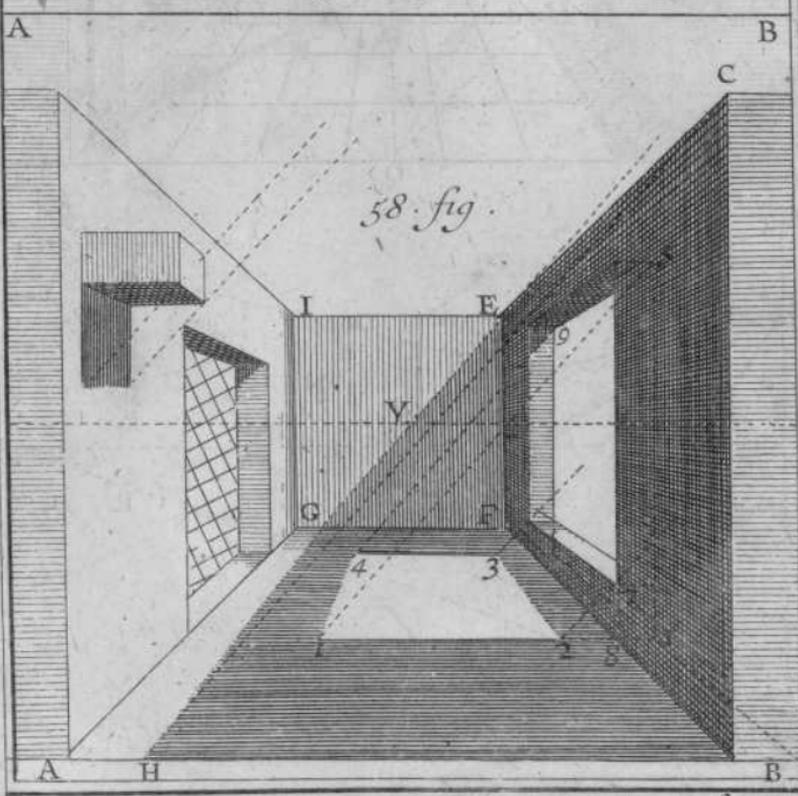
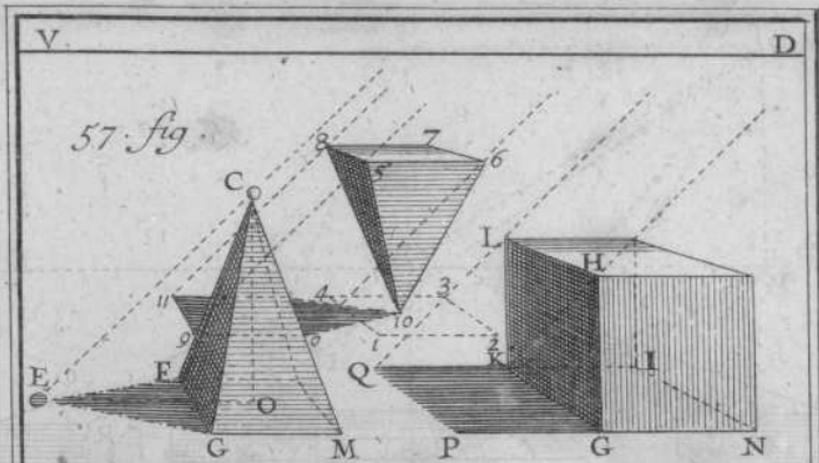
55. fig



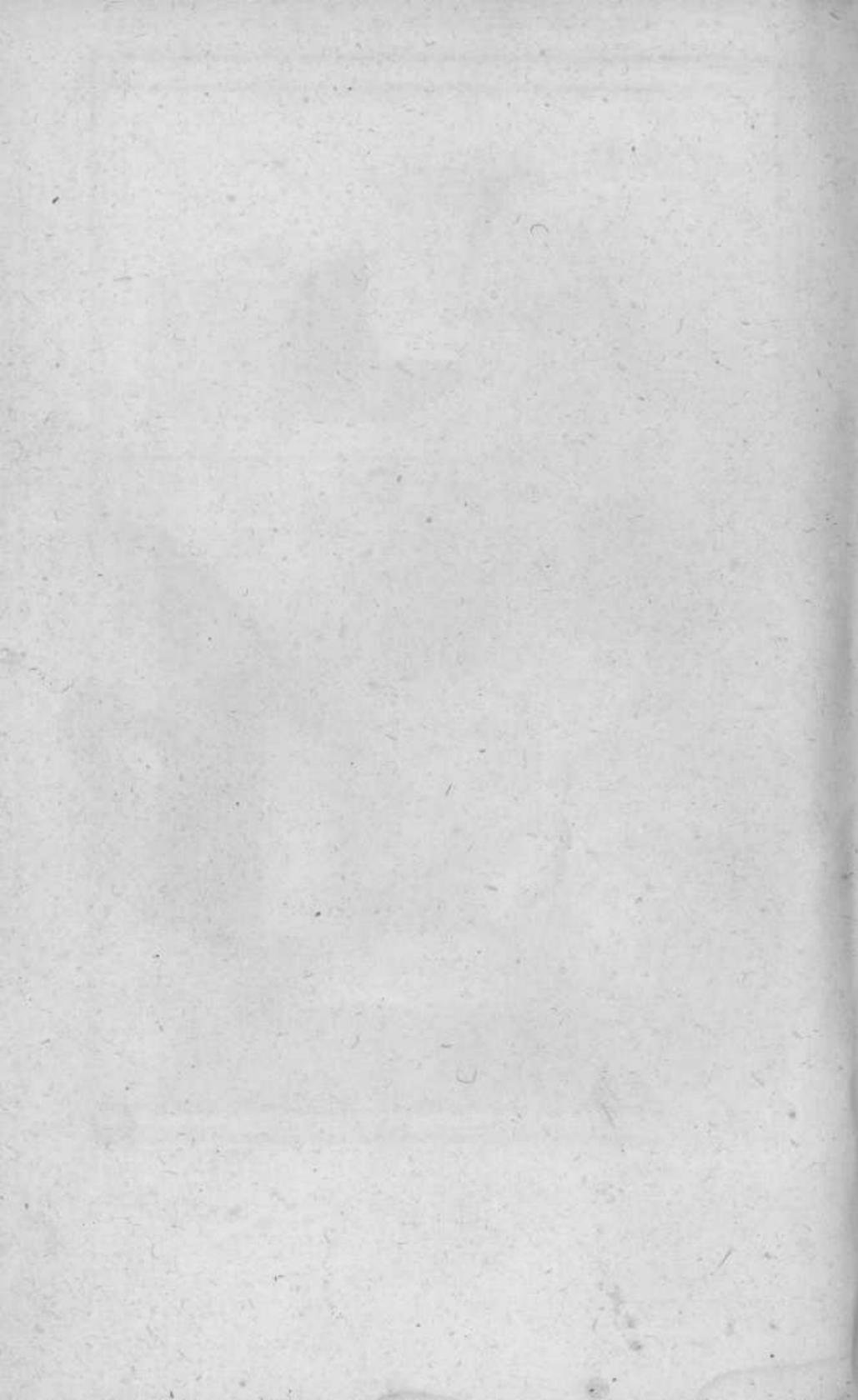
Berrey fec.

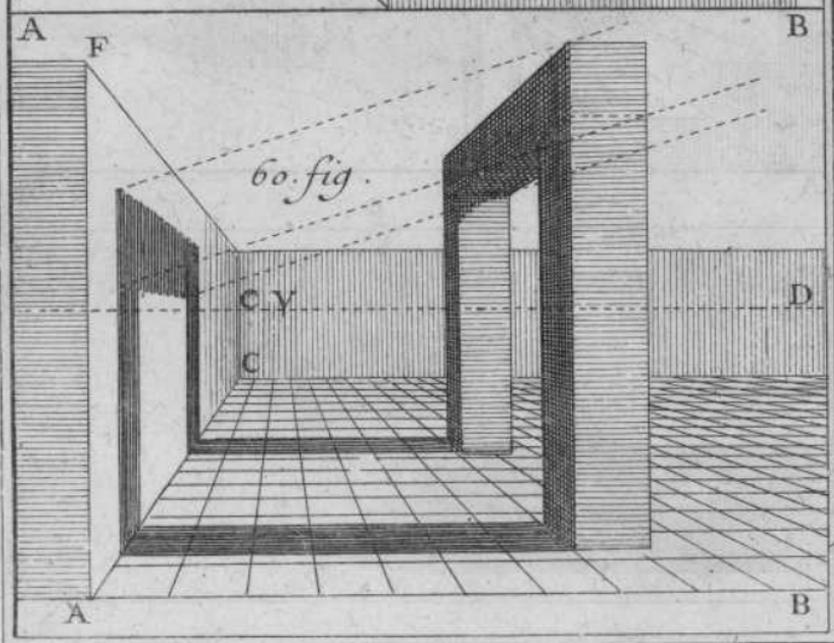
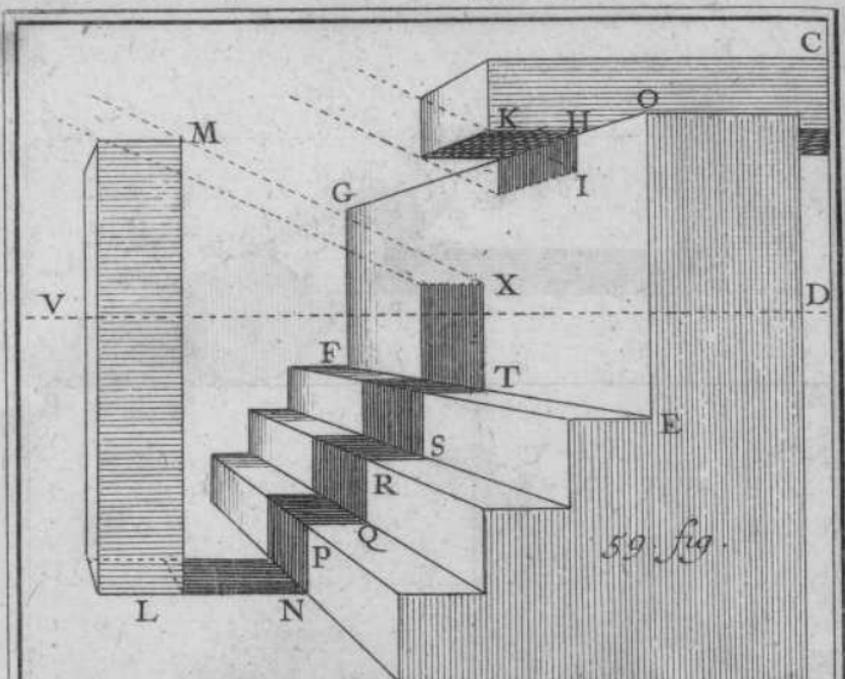




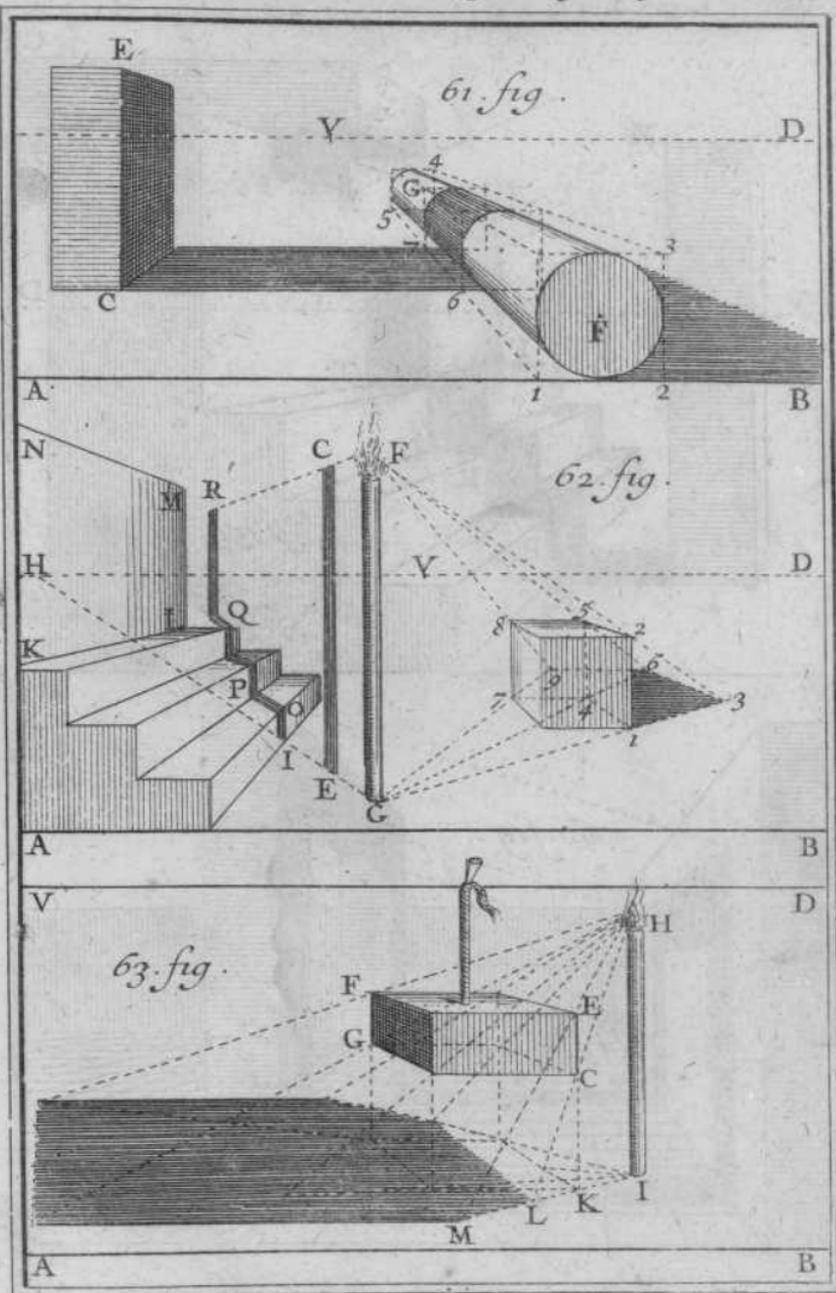


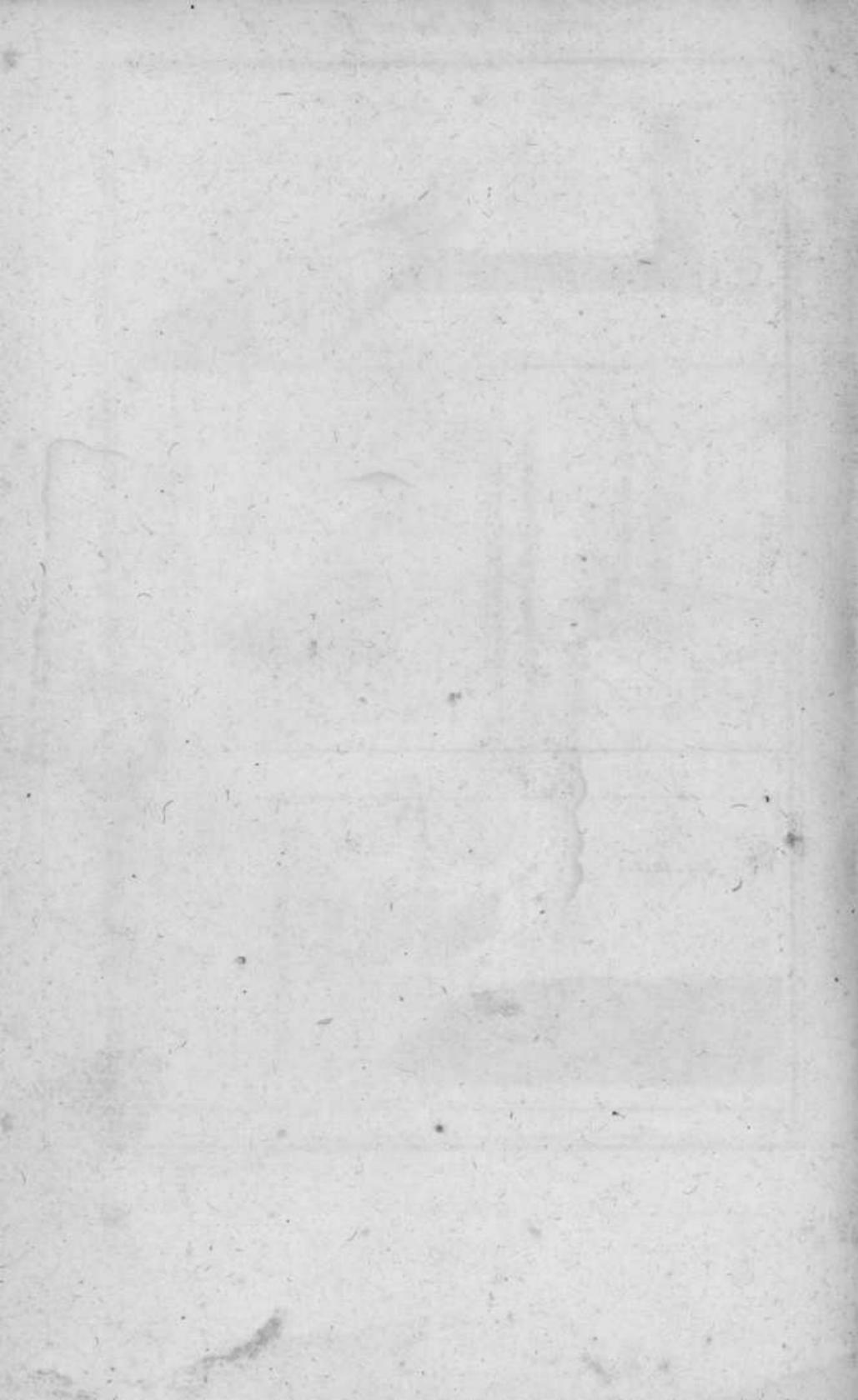
Berey fec.

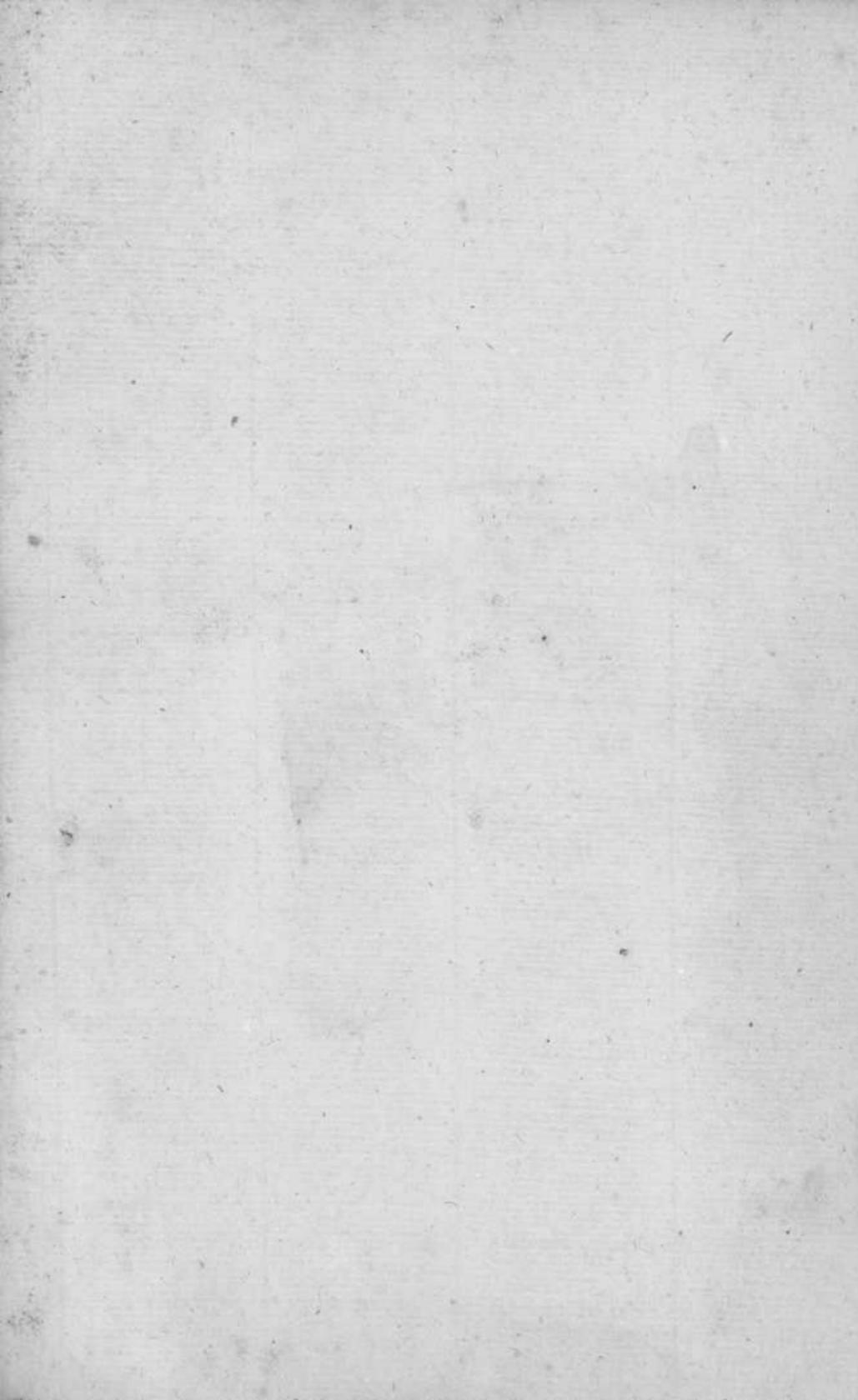


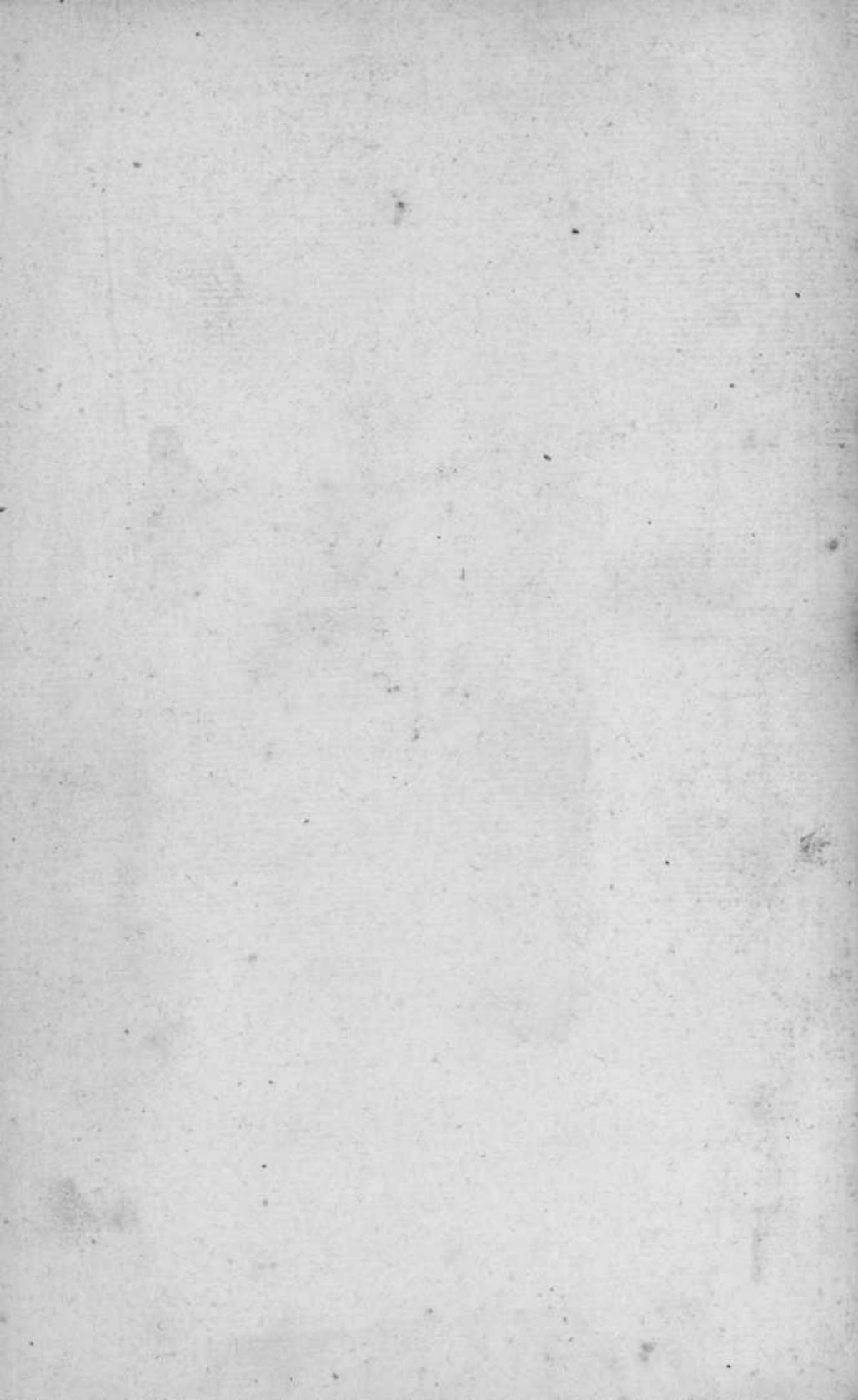


Berey. fec.

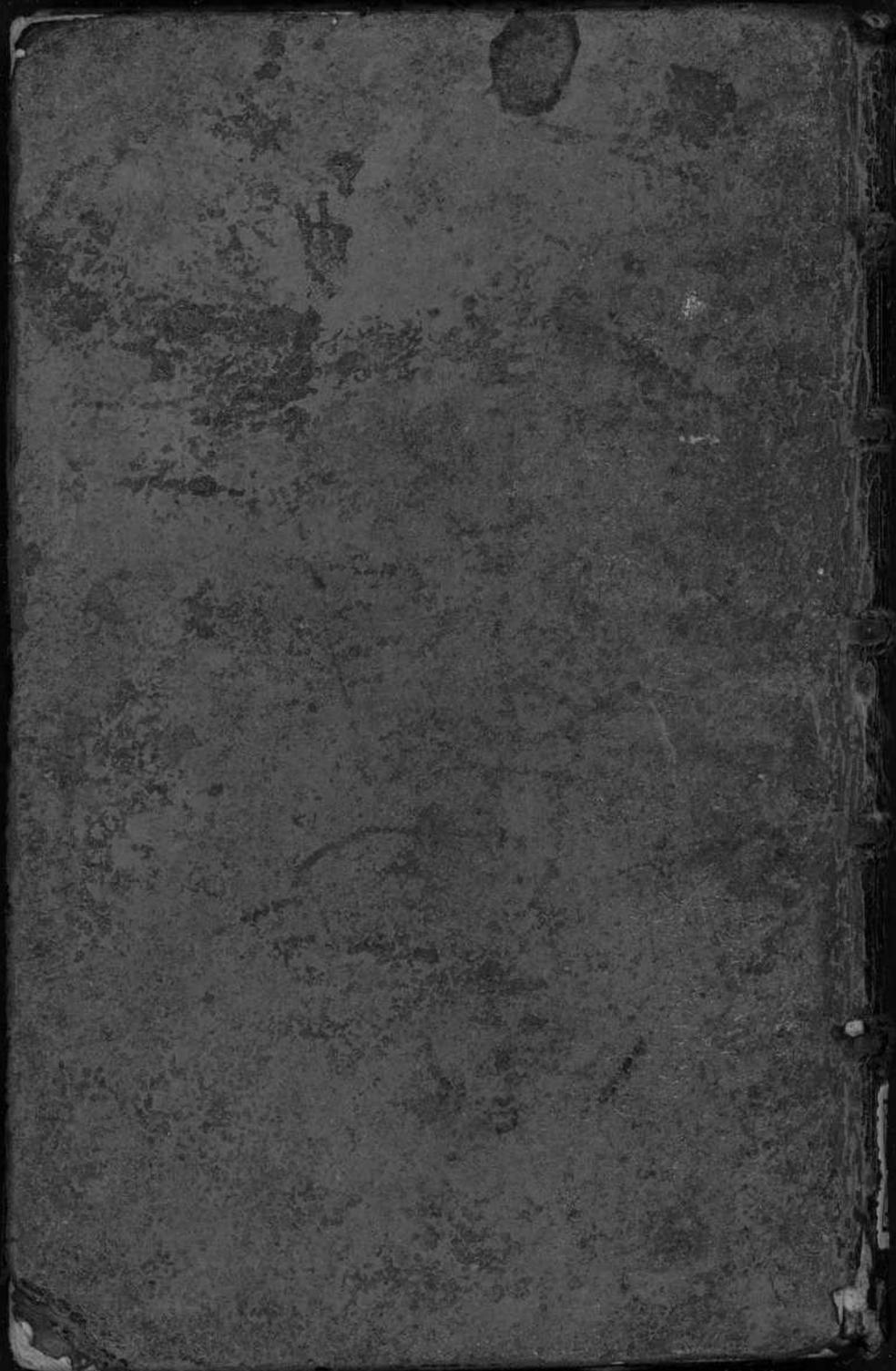












Est. 54

Tab. 2

COURS
DE
MATHÉMATIQUES

TOME IV

3767