

23

4823

44

---

291

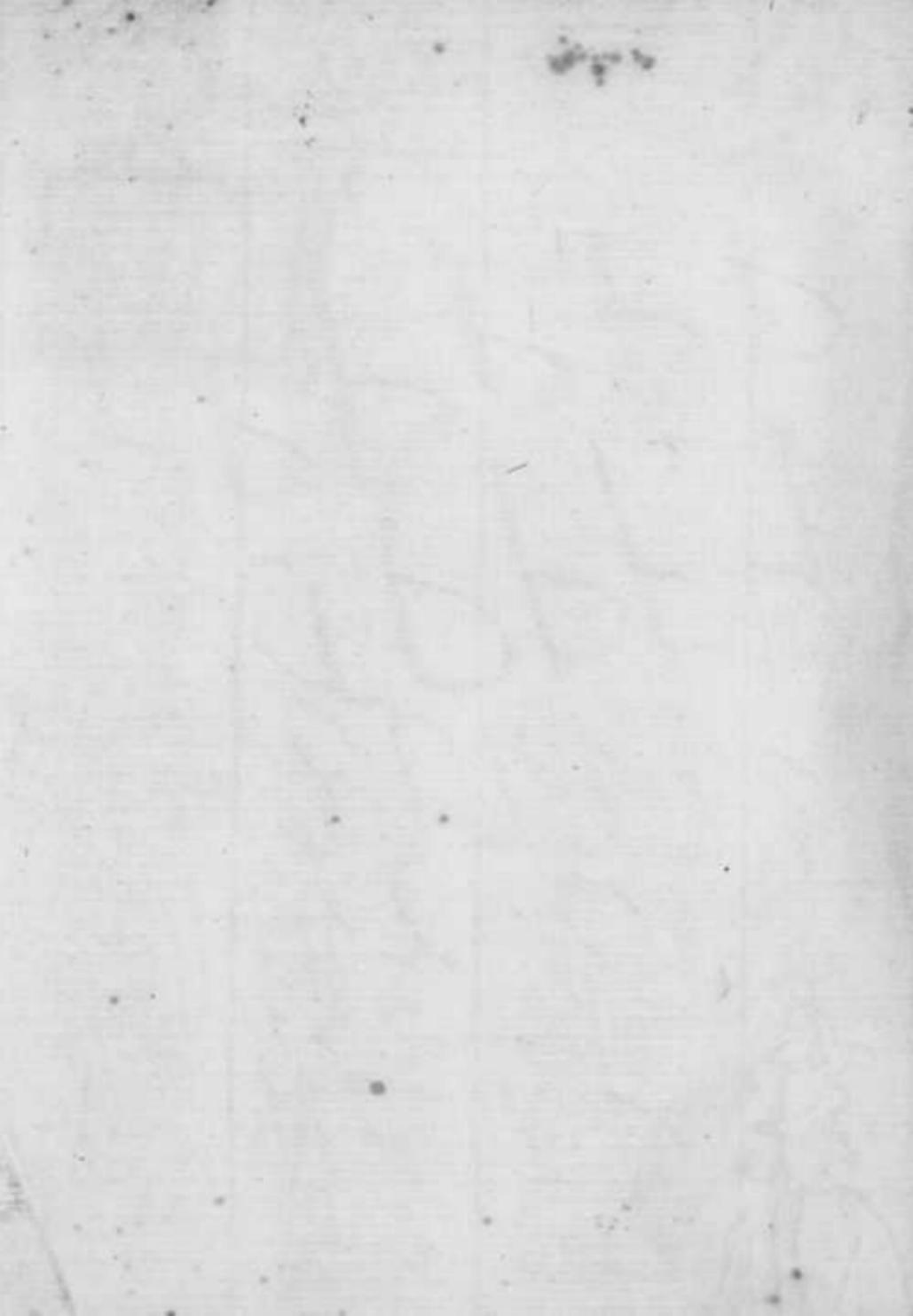
pppp  
pppp

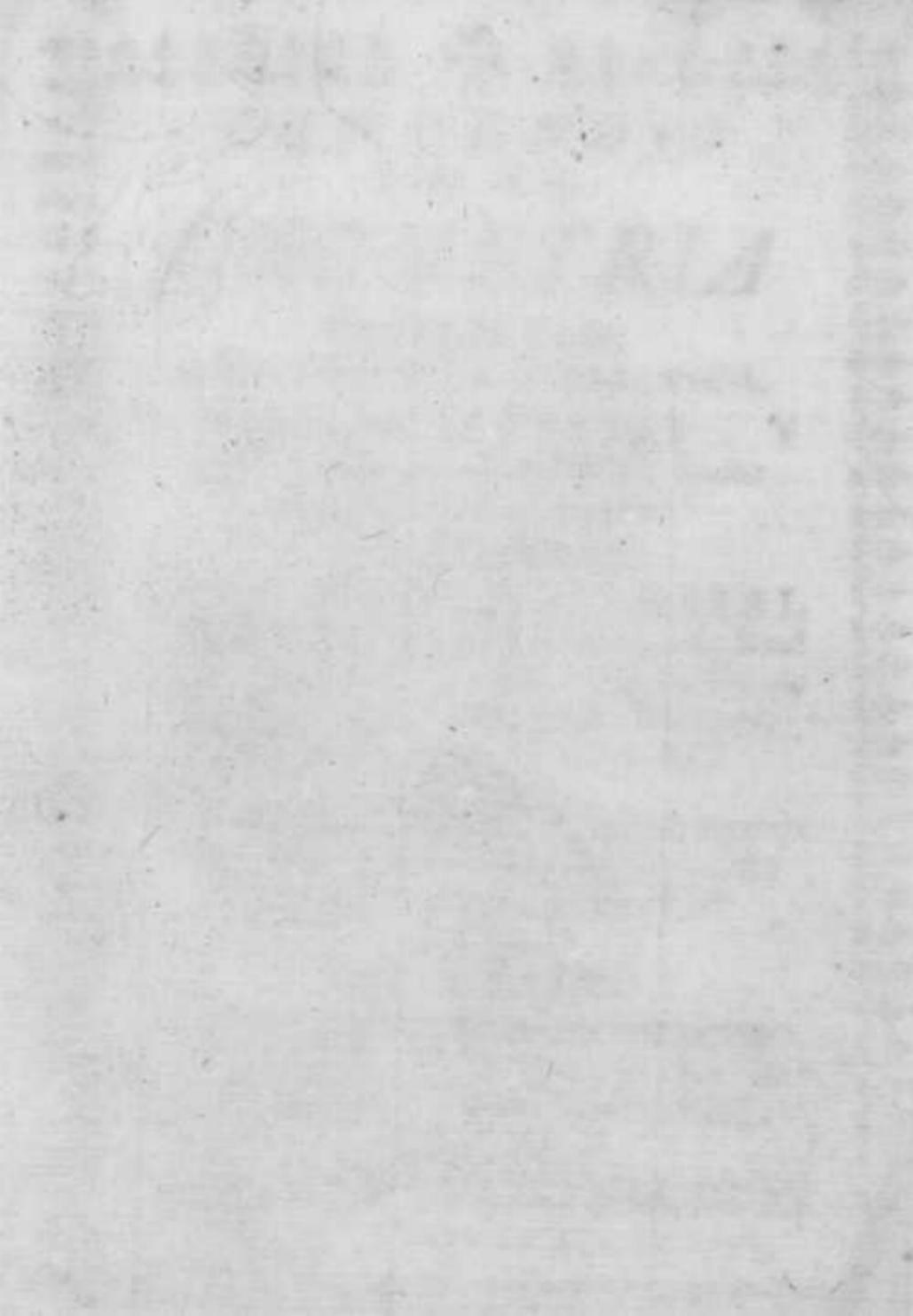
pppppp

rrrrrr

mmpppp

mmpppp







COMPENDIO  
DE LA  
**GEOMETRIA**

ELEMENTAR,  
ESPECULATIVA Y PRACTICA.  
FORMA DE LEVANTAR, Y  
labar los planos, y modo de hacer  
las tintas para su manejo.

*QUE DISPUSO*

**DON ANTONIO GABRIEL**  
Fernandez, Colegial que fuè de este Real  
Seminario de San Telmo, para el uso de  
los Caballeros Guardias Marinas,  
siendo Maestro de su Real  
Academia.

**EXTRAIDO DEL CONTENIDO**  
de su Obra, para instruccion de los Se-  
minaristas de este dicho Real  
Colegio.

*POR ACUERDO*

**DE LOS SEÑORES MAYORDOMO,**  
y Diputados de la Universidad de  
Mareantes, y mencionado Real  
Seminario.

En Sevilla: En la Oficina de D. Nicolás  
Vazquez, y Compañia. Año de 1778.

COMPLENDIO  
DE LA  
GEOMETRIA

ELEMENTAR,  
ESPECULATIVA Y PRACTICA.  
FORMA DE LEVANTAR, Y  
Lidar los planos, y modo de hacer  
las tintas para su manejo.  
QUE DISPUSO

DON ANTONIO GABRIEL  
Fernandez, Colegial que fué de este Real  
Seminario de San Telmo, para el uso de  
los Caballeros Guardias Marinas,  
siendo Maestro de su Real  
Academia.

EXTRAIDO DEL CONTENIDO  
de su Opra, para instruccion de los Se-  
minaristas de este dicho Real  
Colegio.

POR ALVARO  
DE LOS RINCONES Y TORO,  
y Diputado de la Universidad de  
Bilbao, y Licenciado en  
Seminario.

En Sevilla en la Oficina de D. Manuel  
Vasquez, y Compañia. Año de 1758.



# ADVERTENCIA.

*QUE HACE DON FRANCISCO de Barrera , Capítular de la Universidad de Mercantes, Piloto principal examinado de la carrera de Indias , y Maestro primero por S. M. de las facultades Mathematicas , que en este Real Colegio , y Seminario de San Telmo se enseñan , &c.*

**L** OS SEÑORES D. JUAN MANUEL de Vivero , Veinte y quatro del Ilustrísimo Cabildo , y Regimiento de esta M. N. y L. Ciudad de Sevilla, D. Martin Antonio de Olazaval , Direc-

tor de la Real Compañia de S. Fernando de ella , Sindico Personero del Publico, y Don Jorge Leyrens , Diputados del referido Real Colegio , por sí , y en nombre de la Universidad de Marcantes, que se compone de los Dueños, Capitanes , Maestros , y Pilotos , que navegan la carrera de Indias , Administradora perpetua por S. M. de esta Real obra Pia , deseosos siempre de lograr los mayores progresos en los 150. Huerfanos, que en dicha Real obra Pia se crian para el servicio de S. M. en sus Reales Armadas , y Navios Marchantes de la carrera de las Indias ; dispusieron en el nuevo plan de Estudios , que me mandaron formar este año de 1778. para su mayor fomento , se estudiase como principio esencial , y fundamental de las facultades de su ereccion , unos Elementos Geometricos , que en el modo mas facil , y compendioso , produxese en corto tiempo todo lo mas conducente, y necesario para conseguir los fines del

Instituto de este Real Colegio , quales son , el de sacar Pilotos habiles , Artilleros , Contra-Maestres , y demás gente de Mar con abundancia : y prefiriendo yo los de *Euclides* , hice presente à dichos Señores Diputados , para confirmar mi dictamen , lo que sobre estos Elementos se expone al frente de la traduccion de la obra , que poco hà saliò à luz del Señor *Roberto Simson* , Profesor de Mathematicas en la Universidad de Glasgow : donde hablando de los Elementos de *Euclides* , citando à *Wolfio* en sus comentaciones de los principales escriptores Mathematicos dice asi : *Los Elementos de Euclides , son una obra tan excelente entre quantas nos han quedado de la antigüedad , que su conservacion se debe atribuir á un especial beneficio de la Providencia.* Y mas adelante en las advertencias sobre la traduccion se contiene lo siguiente : *Euclides es para los Mathematicos , lo que Hipocrates para los Medicos ; Principe de la facultad , Maestro,*

modelo , y original de quantos le han sucedido , sus obras , en especial la de los *Elementos* siempre han sido apreciadas , estudiadas , y traducidas en todas lenguas , paises , naciones , y siglos ; aun en el presente en que parece , que la nueva Geometria de Descartes , la invencion de la Algebra , y su aplicacion à la Geometria , con otros descubrimientos importantes , que han ido subcesivamente enriqueciendo , y perfeccionando estas ciencias , haciendo casi mudar de semblante à la misma geometria antigua , havian de disminuir el credito , y concepto de universal utilidad , que lograbha esta obra , conserva aun entera su reputacion de la mas exâcta , y acabada en su linea ; y por consiguiente de la mas propia para la enseñanza ; siendo forzoso confesar que en qualquiera ciencia , el estudio de los autores originales , y primitivos es el mas à proposito para cimentarse bien en ella , y tal vez bien considerado , sino la unica senda , à lo menos la mas breve , segura , y reâta para llegar à la perfeccion.

Esto

*Esto que la experiencia acredita generalmente tiene aun mas lugar en la Geometria. El orden, y rigoroso methodo Synthetico de demostrar, que sigue Euclides, aunque à primera vista prolixo, y espinoso, es muy acomodado à la indole, y modo de proceder del entendimiento humano, y tiene las imponderables ventajas de rectificar el espiritu de los Jovenes, acostumbrados à discurrir con solidèz, y escrupulosa exâctitud, y fixar su atencion con la sèria, y continua meditacion, que necesariamente pide la cadena de ideas, y proposiciones en que se funda; de modo, que no solo los hace geometras, sino que insensiblemente los vâ havituando à ser excelentes Logicos; Requisito mui necesario, asi para hacer progresos en las ciencias, singularmente en las exâctas, como para manejarse acertadamente en todos los negocios, y ocurrencias de la vida.*

Estas razones convencen tanto, que parece no dexan libertad para elegir en la enseñanza de la Geometria otros elementos-

mentos, ni otro metodo, que los de *Euclides*: y habiendo dado à luz para instruccion del Real Cuerpo de Caballeros Guardias Marinas, Don Antonio Gabrièl Fernandez, Maestro que fuè de su Real Academia, è hijo de este Seminario en el año pasado de 1735. un compendio de la Geometria elemental, Arithmetica inferior, y Trigonometria plana, y espherica, à que añadió en la segunda impresion del año de 1742. un tratado de Geometria Práctica, ò del uso de los instrumentos mas comunes para trabajar en el papel, y terreno, con la explicacion de los colores mas propios para designar, y labar los planos, y perfiles de fortificacion, &c. Representè asimismo à los Señores Diputados, que se llenarian todas sus ideas reimprimiendo los dos tratados de aquella obra respectivos à la Geometria, que son el primero y quarto. En aquel se trata de la elemental, y en este de la practica, siguiendo el orden de dichos

chos Elementos , aunque sin hacer riguroso comento de ellos ( como èl mismo previene ) sino solo explicando con brevedad aquellas Proposiciones mas universales para la inteligencia de las facultades Nauticas. De manera , que como dixo en la aprobacion que diò à esta obra mi venerado Maestro Don Juan Sanchez Reciente. *Escojiò como en Jardin ameno lo mas principal , y fundamental de la Geometria , y lo explicò con tanta suavidad , y concision , que manifestò con evidencia le eran muy familiares estas facultades ; y sobre todo , à mi me parece el mejor compendio de Geometria , y el mas oportuno para la mas breve instruccion de los Seminaristas.*

Los demás tratados que expone el Autor como son el de la Arithmetica inferior , y Trigonometria Plana , y Esferica , sin embargo que los manifiesta con sobrada claridad y concision como los expresados , soy de parecer se omitan en la impresion , mediante que esta  
obra

obra pia, se halla en el dia surtida de ellos para el mismo efecto, y la mas puntual ensenanza de sus Colegiales.

Los Señores Diputados conformandose con este dictamen: Acordaron de conformidad se reimprimiesen los dos compendios de Geometria Elementar, y Practica, que quedan mencionados, para la consecucion de los fines à que se dirige la instruccion, y aprovechamiento de los referidos Colegiales Seminaristas de este Real de San Telmo en Sevilla à 19. de Noviembre de 1778.



# TRATADO I.

DE LA

# *G* *E* *O* *M* *E* *T* *R* *I* *A*

ELEMENTAR.

**G** **E** **O** **M** **E** **T** **R** **I** **A**, segun su ethy-  
mologia, es lo mismo, que me-  
dida de la Tierra; pero en la ge-  
neral aceptacion se entiende por  
Geometría la nobilissima ciencia,  
que tiene por objeto la cantidad  
continua: esto es, todo lo mensurable, en quan-  
to mensurable: como son lineas, superficies, y  
solidos, sin atender à la materia, ni à sus qua-  
lidades. Dividese esta en Especulativa, y Prac-  
tica: aquella manifiesta solamente la verdad de  
las proposiciones; y esta dà reglas, con que di-  
rige las operaciones con acierto.

No

No es mi intento en este Tratado hacer un rigoroso comento de los Elementos de Euclides; si solo explicar con brevedad aquellas proposiciones más universales para la inteligencia de las facultades, que S. Mag. ( que Dios guarde ) tiene ordenado se enseñe à los Caballeros Reales Guardias Marinas en esta Real Academia; mas sin perturbar el orden de dichas proposiciones, por no quitar la inteligencia de las citas en los demás Autores. Siguense à este primer Tratado de la Geometría, los de la Arithmetica inferior, y Trigonometria demonstrada, que son la base, y fundamento de dichas facultades. Empero antes de pasar à la Obra, es conveniente declarar algunos terminos, que son frequentes en la Geometria, y demás facultades Mathematicas, como son: Definiciones, Postulados, Axiomas, &c.

*Definiciones* son las explicaciones de los nombres, y terminos, que se hallan en las proposiciones, como es: *Linea es una longitud sin latitud.*

*Postulados*, ò peticiones, son ciertas practicas, que por ser tan claras, y evidentes, no necesitan de demonstracion, ni se le deben negar, como es: *De un punto à otro tirar una linea recta.*

*Axiomas*, ò comunes sentencias, son unas verdades tan evidentes, que ninguna persona las puede negar, sin desmentir la razon natural, como es: *El todo es mayor que su parte.*

*Proposicion* es nombre general, y significa aqui qualquiera cosa, que es propuesta para demostrarla por sus principios: dividese en *Theorema*, y *Problema*.

*Theorema* es una proposicion especulativa, que dice alguna propiedad ò pasion de el sujeto, como es: *Dos lados de un triangulo son mayores, que el tercero.*

*Problema* es una proposicion practica, que enseña el modo de hacer alguna cosa, demostrandola por sus principios, como es: *Hallar el centro de un circulo dado.*

*Lemma* es una proposicion, que sirve para la demonstracion de un *Theorema*, ò resolucion de un *Problema*.

*Corolario* es una consecuencia de lo demostrado en alguna proposicion.

*Scholio* es una anotacion, que se añade al fin de alguna proposicion, para mayor explicacion suya, ò para mayor extension de lo que en ella se enseña.

*EXPLICACION DE LAS CITAS MAS  
frecuentes, que se hallan en esta  
Obra.*

**S**I la cita fuere señalada con esta figura (p. 4.) quiere decir: proposicion quarta de el mismo libro, en que se hallàre; y si fuere esta, (p. 7. l. 5.) quiere decir: proposicion septima de el libro quinto. Quando se encontrare esta, (def. 4. l. 5.) quiere decir: definicion quarta de el libro quinto. Si fuere esta, (ax. 3.) dirà: axioma tercero; y si la siguiente (post. 1.) postulado primero: y asi de las demàs.

**N O T A.**

**E**N los titulos de las proposiciones, expone el Autor la explicacion de lo que à de demostrar con figuras determinadas, signados sus terminos con letras, lo qual aunque no impide la inteligencia, puede tal vez servir de algun embarazo para su total comprehencion, y para evitarlo se hará cargo el estudioso de sugetar el titulo de la proposicion à la memoria, tomandolo generalmente sin hacer mencion de las letras, dexando estas para quando se refiera à la explicacion de cada uno en particular.

# LIBRO PRIMERO.

## DE LOS ELEMENTOS GEOMETRICOS de EUCLIDES.

### *Definiciones.*

1. **P**UNTO es, el que no tiene partes.
2. Línea es una longitud sin latitud. Dividese en Recta, y Curva.
3. Los extremos de la línea son puntos.
4. Línea recta es, la que igualmente está entre sus extremos, ò la menor entre dos puntos.
5. Superficie es, la que tiene solamente longitud, y latitud, Dividese en Plana, y Curva.
6. Los extremos de la superficie son líneas.
7. Superficie plana es, la que está igualmente entre sus líneas, ò à quién se ajusta una línea recta por todas partes.
8. Angulo plano es, la inclinacion de dos líneas, que concurren en un punto, y no componen una línea. El Angulo se divide en Rectilíneo, Curvilíneo, y Mixtilíneo.
9. Angulo Rectilíneo es, el que está contenido de dos líneas rectas: como el Angulo A. (fig 1.)

Adviertase, que quando el Angulo se nombra con tres letras, se entiende ser el Angulo el de la letra de enmedio.

La medida de el Angulo Rectilíneo es el arco de circulo descrito de el punto, en que concurren las líneas, que le forman (llamado punto angular) y comprehendido entre ellas, como si del punto A. (fig. 1.) con qualquier intervalo se describe el arco BC. será este su medida. De que se infiere, que los Angulos en A. y en E. serán iguales, si sus medidas, ò arcos BC. DF. descritos con un mismo intervalo, son iguales.

10. Angulo Recto, es qualquiera de los que forma una línea con otra, quando de tal suerte concurre con ella, que à entrambas partes forma los Angulos iguales, y esta línea se llama perpendicular. Si la línea BA. cae sobre la CE. sin inclinarse à una, ni à otra parte (fig. 2.) formando los Angulos BAC. BAE. iguales, en este caso cada uno de dichos Angulos se llama Recto, y la AB. perpendicular à la CE.

11. Angulo Obtuso es el mayor, que un Recto.

12. Angulo Agudo el que es menor que recto.

*Explicacion.* Quando la línea FA. cae sobre CE. haciendo los Angulos FAC. FAE. desiguales, el Angulo FAC. por ser mayor que el recto  
BAC.

el  $\angle$  BAC. se llama Obtuso, y el Angulo FAE. menor que el Recto BAE. se dice Agudo.

13. Terminio es el extremo de una cantidad, de que hai tres especies: es à saber, el punto, que lo es de la linea, esta de la superficie, y la superficie de el cuerpo.

14. Figura es, la que està cerrada de uno, ò de muchos terminos. Adviertase, que ha de estar cerrada por todas partes, por lo que el Angulo no es figura.

15. Circulo es una figura plana terminada de una sola linea, llamada circunferencia, distante igualmente por todas partes de un punto, que tiene en medio, llamado centro, de el qual todas las lineas, que se tiran à la circunferencia, son iguales.

16. Diametro del circulo es qualquiera linea recta, que pasando por el centro, se terminan sus extremos en la circunferencia, y divide el circulo en dos partes iguales.

17. Semicirculo, ò medio circulo, es una figura terminada por el diametro, y la mitad de la circunferencia.

*Explicacion.* El espacio, ó cantidad cerrada dentro de la linea BCDE. (fig. 2.) Es circulo, y dicha linea, que le cierra, se llama circunferencia: el punto A. es el centro, y todas las

rectas, que de él salen, y se terminan en la circunferencia, como AB. AF. &c. se llaman radios, ò Semidiametros, y la recta CAE. que pasando por el centro A. se terminan sus extremos en la circunferencia, se llama diametro. Finalmente, el espacio comprehendido de el diametro CE. y la mitad de la circunferencia CBE. es semicirculo, y el espacio CAB. cuadrante, ò quarta parte de circulo.

18. Figura Rectilínea es aquella, que está comprehendida de líneas rectas. Si las líneas, que la cierran son tres, se llama Trilatera, y por contener tres Angulos, se llama tambien Triangulo. Si tiene quatro lados, ò líneas, se dice Quadrilatera, y si mas de quatro, Multilatera, ò Polygono.

19. Triangulo Equilatero es, el que tiene los tres lados iguales, como A. (fig. 3.)

20. Isoceles es, el que tiene solamente los dos lados iguales, como B.

21. Escaleno es, el que tiene los tres lados desiguales, como C.

22. Triangulo Rectángulo es, el que tiene un Angulo recto, como B.

23. Obtusángulo, ò Ambligonio es, el que tiene un Angulo Obtuso, como C.

24. Acutángulo, ò Oxigonio es el que tiene sus tres angulos Agudos, como A.

25. Líneas Paralelas son, las que distan igualmente por todas partes, y prolongadas en infinito, no concurren jamás, como AB. CD. (fig. 4.) La distancia igual de las Paralelas se mide por los perpendiculos AC. BD.
26. Paralelogrammo es una figura quadrilatera, cuyos lados opuestos son Paralelos, como A. B. C. D. (fig. 5.) Limase Rectángulo, el que tiene sus quatro angulos rectos, y Obliquángulo, el que tiene los quatro angulos obliquos, ò no rectos.
27. Cuadrado es el Rectángulo, que consta de lados iguales, como A. (fig. 5.)
28. Cuadrilongo es el Rectángulo, que tiene los lados opuestos iguales, como B.
29. Rombo es un Obliquángulo, que tiene sus quatro lados iguales, como C.
30. Romboyde es un Obliquángulo, que sus lados opuestos son iguales, como D.
31. Trapezio es qualquiera Quadrilatero, que no es Paralelogrammo, como E.

### *Peticiones.*

1. **P**ídese, que se pueda tirar una línea recta de un punto à otro.
2. Que se pueda prolongar una línea recta à discrecion.

3. De qualquier centro , con qualquiera distancia describir un circulo.

### *Axiomas.*

1. **L**AS cosas , que son iguales à una misma , son iguales entre si.
2. Si à cosas iguales se añaden iguales , los todos seràn iguales.
3. Si de cosas iguales se quitan iguales , los residuos seràn iguales.
4. Si à cosas desiguales se añaden iguales , los todos seràn desiguales.
5. Si de cosas desiguales se quitan iguales , los residuos seràn desiguales.
6. Las cosas , que son duplas , triplas , &c. de una misma , son iguales entre si.
7. Las cosas , que son mitades , tercias , &c. de una misma , son iguales entre si.
8. Las cosas de una misma especie , y forma , que puestas una sobre otra , se ajustan , son iguales entre si.
9. El todo es mayor que su parte , è igual à todas sus partes juntas.
10. Todos los angulos rectos son iguales entre si.
11. Los perpendiculos AC. BD. cortan partes iguales AB. CD. ( fig. 4. ) de las paralelas :  
por-

por que las paralelas  $AB$   $CD$ . se engendran de el movimiento de la perpendicular  $AC$  sobre la  $CD$  y tanto corre el punto  $C$  como el  $A$ . por lo qual quando  $C$ . llegare à  $D$ .  $A$ . llegará à  $B$ .

- 12. Dos lineas rectas no encierran espacio.
- 13. Dos lineas rectas no tienen un segmento comun.

### PROPOSICION I. PROBLEMA.

*Sobre una Recta dada, y terminada (AB.) describir un Triangulo Equilatero. (fig. 6.)*

**D**E el punto  $B$ . con el intervalo  $BA$ . describase (post. 3.) el circulo  $ACD$ . y con el mismo intervalo, y centro  $A$ . hagase el circulo  $BCE$ . que cortará à el primero en  $C$ . tirense (post. 1.) las rectas  $AC$ .  $BC$ . Digo, que el triangulo  $ACB$ . es Equilatero.

*Demonstracion.* Las rectas  $BA$ .  $BC$ . por radios de el circulo  $ACD$ . son (def. 15.) iguales: asimismo  $AB$ .  $AC$ . son iguales, por radios de el circulo  $BCE$ . luego  $AC$ . y  $BC$ . que son iguales à la  $AB$ . lo son entre sí (ax. 1.) y el triangulo  $ACB$ . (def. 19.) es Equilatero. Que es, &c.

## PROPOSICION II. PRÓBLEMA.

*De un punto dado ( B. ) tirar una recta igual à otra ( A. ) dada. (fig. 7.)*

**T**Omese con el compàs la recta dada A. y haciendo centro en el punto B. hagase (post. 3.) un circulo DEF. y tirando à qualquier punto de su circunferencia la linea BD. serà esta (def. 15.) igual à la dada A.

## PROPOSICION III. PROBLEMA.

*De las dos rectas desiguales ( A. y BC. ) cortar de la mayor ( BC. ) una parte igual à la menor. ( A. ) (fig. 7.)*

**D**E un extremo B. de la mayor, con el intervalo de la menor A. describese el circulo DEF. que corta à la BC. en E. y serà la BE. (def. 15.) igual à la dada ( A. )



## PROPOSICION IV. THEOREMA.

*Si dos triangulos (BAC, EDF.) tienen dos lados (BA. AC.) de el uno iguales à dos lados (ED. DF.) de el otro, cada uno al suyo, y los angulos (A. y D.) comprehendidos entre estos lados, fueren iguales, tendrán tambien iguales bases, (BC. EF.) y los triangulos serán totalmente iguales. (fig. 8.)*

**D***Emonstracion.* Imaginése el triangulo EDF sobre el triangulo BAC. de suerte, que el punto D. caiga sobre A. y porque los angulos D. y A. son iguales, los lados ED. DF. caen sobre BA. y AC. y porque dichos lados son iguales cada uno al suyo (por supos.) los puntos E. F. se ajustan con los puntos B. y C. y la base EF. con la BC. luego (ax. 8.) son iguales, y asimismo los triangulos, y el angulo E. es igual al angulo B. como tambien F. à C. Que es lo que se havia de demostrar.

## PROPOSICION V. THEOREMA.

*En el triangulo Isoceles (BAC) los angulos (B. y C.) sobre la base (BC.) son iguales. (fig. 9.)*

**C**onsiderese el angulo A. dividido por mitad con la recta AD. *De*

*Demonstracion.* Los triangulos  $BAD$ .  $DAC$ . tienen los lados  $BA$ .  $AC$ . iguales (por sup.) y  $AD$ . comun, y los angulos comprendidos  $BAD$ .  $DAC$ . tambien (por sup.) iguales: luego (p. 4.) dichos triangulos son totalmente iguales: luego los Angulos  $B$ . y  $C$ . que se oponen al lado comun  $AD$ . son iguales. Que es, &c.

### *Corolarios.*

1. **D**E aqui se sigue, que el triangulo Equilatero es equiangulo.
- e. En el triangulo Isoceles la recta, que parte igualmente el angulo vertical, parte igualmente la base, y es perpendicular à ella: porque siendo los triangulos  $BAD$ .  $DAC$ . totalmente iguales, serà  $BD$ . igual à  $DC$ . y los angulos en  $D$ . (def. 10.) rectos.

### PROPOSICION VI. THEOREMA.

*Si dos angulos (  $B$ . y  $ACB$ .) de un triangulo (  $BAC$ .) son iguales, sus lados opuestos (  $BA$ .  $AC$ .) seràn iguales (fig. 10.)*

**S**I esto no es asi, uno de ellos serà mayor que el otro. Sea, pues,  $BA$ . mayor que  $AC$ .

cortese de BA. (p. 3.) BD. igual à AC. y tirese la recta DC.

*Demonstracion.* Los triangulos DBC. y ACB. tienen los lados DB. BC. iguales à los lados AC. CB. y el angulo B. igual al angulo ACB. luego dichos triangulos (p. 4.) serán iguales. La parte al todo (ax. 9.) no puede ser: luego un lado no puede ser mayor, que el otro, y por consiguiente son iguales.

### Corolario.

**D**E lo dicho se infiere, que el triangulo equiangulo es equilatero.

### PROPOSICION VIII. THEOREMA.

*Si dos triangulos tienen los tres lados de el uno iguales à los tres lados de el otro, serán totalmente iguales. (fig. 11.)*

**S**ean los triangulos BAC. BDC. que tengan el lado AB. igual à DB. y AC. à DC. y la base BC. comun: (que es lo mismo, que tenerlas iguales) Digo, que los angulos BAC. BDC. serán iguales, y asimismo los triangulos. Tirese la recta AD.

*Demonstracion.* En el triangulo Isocetes ABD. los angulos BAD. BDA. sobre la base AD. (p. 5.) son iguales: y por la misma, en el triangulo Isocetes ACD. los angulos CAD. CDA. son iguales: luego (ax. 2.) el total en A. es igual à el total en D. y (p. 4.) los triangulos BAC. BDC. son totalmente iguales. Que es, &c.

### PROPOSICION IX. PROBLEMA.

*Dividir un angulo reñtilineo (BAC.) en dos partes iguales. (fig. 12.)*

**D**E el punto A. como centro, describese el arco BC. y de los puntos B. y C. con qualquiera distancia dos arcos, que se crucen en D. tirese la reñta AD. Digo, que esta divide el angulo dado en dos iguales. Tirense las reñtas BD. CD.

*Demonstracion.* En los triangulos BAD. CAD los lados AB. AC. y BD. CD. son (por const.) iguales, y el lado AD. comun: luego (p. 8.) los angulos BAD. CAD. que se oponen à iguales lados, son iguales. Que es, &c.

## PROPOSICION X. PROBLEMA.

*Dividir una reñta dada terminada (AB.) en dos partes iguales. (fig. 13.)*

**F**ormese sobre la AB. (p. 1.) el triangulo equilatero ACB. y (p. 9.) dividase por medio el angulo ACB. con la reñta CD. Digo, que esta divide la AB. en dos partes iguales en el punto D.

*Demonstracion.* En los triangulos ACD. BCD. los lados AC. BC. son iguales, CD. comun, y los angulos en C. iguales (por const.) luego (p. 4.) AD. es igual à DB. Que es, &c.

## PROPOSICION XI. PROBLEMA.

*Sobre una linea reñta dada, (AB.) y à un punto en ella dado, (D.) levantar una perpendicular. (fig. 13.)*

**C**ortense las partes iguales DA. DB. y sobre la AB. formese (p. 1.) el triangulo equilatero ACB. y tirese la linea CD. Digo, que esta es perpendicular à la AB.

*Demonstracion.* En los triangulos ADC. BDC. el lado CD. es comun, los lados AD. DB. (por

(por const.) iguales, y las bases AC. CB. asimismo iguales: luego (p. 8.) el ángulo ADC. es igual al ángulo BDC. y (def. 10.) la línea CD. es perpendicular à AB. Que es, &c.

### PROPOSICION XII. PROBLEMA.

*Sobre una recta dada (AB.) no terminada, y de un punto fuera de ella dado (C.) tirar una perpendicular. (fig. 14.)*

**D**E el punto C. como centro, describase (post. 3.) un círculo, que corte à la AB. en dos partes A. y B. y dividase AB. por medio (p. 10.) en el punto D. tirese la CD. Digo, que esta es la perpendicular, que se pide. Tirese (post. 1.) las rectas CA. CB. Demuéstrase como lo antecedente.

### PROPOSICION XIII. THEOREMA.

*Si una recta (BA.) cae sobre otra (DC.) hace dos ángulos rectos, ò iguales à dos rectos, (fig. 15.)*

**D**emonstracion. Si la AB. es perpendicular à DC. los ángulos DAB. BAC. (def. 10.)

serán rectos ; mas si no fuere perpendicular , como  $AE$ . el angulo obtuso  $DAE$ . tanto excede al recto  $DAB$ . quanto el agudo  $EAC$ . es menor, que el recto  $BAC$ . Luego  $DAE$ .  $EAC$ . son iguales à los dos rectos  $DAB$ .  $BAC$ . Que es , &c.

*Corolario. Fig. 16.*

**D**E aqui se sigue, que todos los angulos, que se pueden formar en un punto son iguales à quatro rectos : porque los angulos  $DEA$ .  $DEB$ . (p. 13.) son iguales à dos rectos : y por la misma los angulos  $CEA$ .  $CEB$ . son iguales à dos rectos : luego todos componen quatro rectos.

**PROPOSICION XIV. THEOREMA.**

*Si dos rectas ( $DA$ .  $CA$ .) concurren en un punto ( $A$ .) de otra recta ( $BA$ .) haciendo los angulos ( $DAB$ .  $BAC$ .) iguales à dos rectos, las dos compondrán una misma recta ( $DC$ .) (fig. 15.)*

**D***Emonstracion.* Si se niega, que hacen una recta, sealo  $DAE$ . Luego los angulos  $DAB$ .  $BAE$ . (p. 13.) son iguales à dos rectos ; lo que (ax. 9.) no puede ser :  
por-

porque (por sup.) lo son DAB. BAC. Luego, &c.

PROPOSICION XV. THEOREMA.

*Si dos rectas (AB. CD.) se cortan en (E.) harán los angulos verticales (DEA. CEB.) iguales. (fig. 16.)*

**D***E*monstracion. Los angulos DEA. AEC. son (p. 13.) iguales à dos rectos, como tambien los angulos AEC. CEB. Luego quitando de entrambas partes el angulo comun AEC. quedaràn (ax. 3.) los angulos verticales DEA. CEB. iguales entre sí. Que es, &c.

PROPOSICION XVI. THEOREMA.

*En qualquier triangulo (ABC.) prolongado un lado, el angulo externo (ACD.) es mayor, que qualquiera de los internos opuestos (CBA. ó CAB.) (fig. 17.)*

**D**ividase el lado AC. en dos partes iguales (p. 10.) en el punto E. tirese la recta indeterminada BEF. y tómesese EF. igual (p. 3.) à BE. tirese la recta FC.

*Demonstracion.* En los triangulos AEB, CEF. los lados AE. EB. de el uno son iguales à los lados CE. EF. de el otro (por const. y el angulo AEB. (p. 15.) igual al angulo CEF. luego (p. 4.) el angulo A. es igual al angulo ECF. que se oponen à iguales lados BE. EF. pero el angulo externo ACD. (ax. 9.) es mayor que el angulo ECF. luego tambien es mayor, que su igual en A.

De el mismo modo se demuestra, que el angulo externo ACD. es mayor que el interno opuesto ABC. haciendo la construccion sobre el lado BC.

## PROPOSICION XVII. THEOREMA.

*Qualesquiera dos angulos de un triangulo son menores que dos reñtos.*

**E**S consecuencia de la p. 32. y no se ha menester antes de ella.



## PROPOSICION XVIII. y XIX. THEOREMAS.

*En qualquier triangulo ( ABC. ) al mayor lado ( AC. ) se opone el mayor angulo , ( ABC. ) y al contrario. ( fig. 18. )*

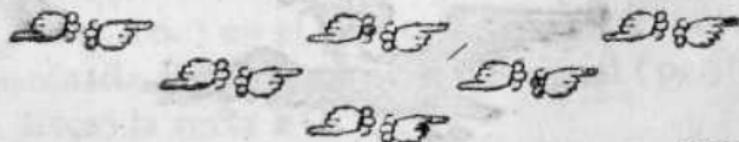
18. **C**ortese de el mayor lado AC. ( p. 3. ) AD. igual al lado AB. y tirese la recta BD.

*Demonstracion.* El angulo C. ( p. 16. ) es menor que ADB. ò que ( p. 5. ) su igual ABD. Luego el angulo C. es mucho menor que ABC. que es , &c.

19. La conversa es evidente. Porque , si al mayor angulo se opusiera menor lado ; al contrario , al menor lado se opusiera mayor angulo, que es contra la antecedente.

*Corolario.*

**S**IGUESE de lo demostrado, que en el triangulo Escaleno todos los angulos son desiguales.



## PROPOSICION XX. THEOREMA.

*En qualquier triangulo (BAC.) dos de sus lados (BA. AC.) juntos son mayores que el tercero (BC.) (fig. 9.)*

**D**ividase el angulo A. (p. 9.) en dos iguales con la recta AD.

*Demonstracion.* En el triangulo BAD. el angulo CDA. externo (p. 16.) es mayor que DAB. ò que su igual DAC. Luego (p. 19.) AC. es mayor, que DC. De el mismo modo se demuestra, que BA. es mayor que BD. Luego los lados BA. AC. juntos son mayores que BC. Que es, &c.

## PROPOSICION XXII. PROBLEMA.

*Formar un triangulo de tres rectas iguales à otras tres dadas (A. B. C.) con tal, que dos de ellas sean mayores que la tercera. (fig. 19.)*

**T**IRESE una recta indeterminada, y cortese de ella (p. 3.) EF. igual à la linea A. y de los puntos E. F. con los intervalos de las rectas B. C. describanse dos arcos, que se corten en G. Tirense las rectas EG. FG. Digo, que

el triangulo EGF. es el que se pide. Consta de la construccion.

### PROPOSICION XXIII. PROBLEMA.

*Hacer un angulo rectilineo igual à otro dado (  $\wedge$  ) en un punto (D.) de una linea recta (ED.) (fig. 8.)*

**T**IRESE la BC. que junte los lados de el angulo A. y formese el triangulo EDF. (p.22) igual al triangulo ABC. de suerte, que ED. sea igual à AB. DF. à AC. y EF. à BC. y será el angulo D. igual ( p. 8. ) al angulo A.

### PROPOSICION XXIV. THEOREMA.

*Si dos triangulos (BAC. BAD.) tienen dos lados BA. AC. de el uno iguales à dos lados (BA. AD.) de el otro, cada uno à su correspondiente; el que tuviere mayor angulo (BAC.) comprehendido, tendrá tambien mayor base. (fig. 20.)*

**T**IRESE la recta CD.

*Demonstracion.* En el triangulo Isocelas CAD. los angulos DCA. CDA. sobre la base DC. son (p. 5.) iguales; pero DCB. es menor que DCA. ò que su igual CDA. Luego será mucho menor que CDB. Luego (p. 19.) BC. en el triangulo BCD. es mayor que BD. Que es, &c.

### PROPOSICION XXV. THEOREMA.

*Si dos triangulos (BAC. BAD.) tienen dos lados (BA. AC.) de el uno iguales à dos (BA. AD.) de el otro, y las bases (BC. BD.) desiguales, el que tuviere mayor base (BC.) tendrá mayor angulo (BAC.) opuesto à ella. (fig. 20.)*

*Demonstracion.* Si los angulos BAC. BAD. fuesen iguales, las bases BC. y BD. (p. 4.) serian iguales; y si BAC. fuese menor, la base BC. (p. 24) seria menor que BD. uno, y otro es contra el supuesto: luego BAC. es mayor que BAD. Que es, &c.



## PROPOSICION XXVI. THEOREMA.

*Si dos triangulos (BAC. EDF.) tienen dos angulos (B. y C.) de el uno iguales à dos angulos (E. F.) de el otro, cada uno à su correspondiente, y un lado igual à un lado, los triangulos seràn totalmente iguales. (fig. 8.)*

**L**O primero, seàn iguales los lados BC. EF. adjacentes à dichos angulos.

*Demonstracion.* Puesto el un triangulo sobre el otro, se ajustaràn los lados BC. EF. por ser iguales; y por ser los angulos B. C. iguales à los angulos E. F. los lados BA. CA. caeràn sobre ED. FD. y el punto A. sobre D. porque de otra suerte no se ajustaràn los lados: luego (ax. 8.) los triangulos son iguales.

Lo segundo sean los lados iguales AC. DF. que se oponen à iguales angulos B. E.

*Demonstracion.* Porque los angulos B. C. se suponen iguales à los angulos E. F. tambien el angulo A. serà igual al angulo D. (p. 32.) que por no tener dependencia de esta, se puede suponer: luego por la razon dicha en la primera parte, los triangulos son de el todo iguales.

## PROPOSICION XXVII. THEOREMA.

*Si una línea recta (FE.) cayendo sobre otras dos rectas (AB. CD.) hace los ángulos alternos (AFE. FED.) iguales, estas dos rectas serán paralelas. (fig. 21.)*

**D***Emonstracion.* Si las líneas AB. CD. no son paralelas, prolongadas, concurrirán en algún punto, como H. Luego el ángulo externo AFE. (p. 16.) será mayor que el interno FED. lo que es contra lo supuesto: luego las líneas AB. CD. no pueden concurrir: y así son paralelas.

## PROPOSICION XXVIII. THEOREMA.

*Si una línea recta, cayendo sobre otras dos, hace el ángulo externo igual al interno opuesto de la misma parte, ó los internos de la misma parte iguales à dos rectos, las tales dos rectas serán paralelas. (fig. 21.)*

**C**AIGA la recta FG. sobre las AB. CD. haciendo el ángulo CEG. externo igual al ángulo AFE. interno opuesto. Digo, que las líneas AB. CD. son paralelas.

*Demonstracion.* El angulo FED. es ( p. 15. ) igual al angulo CEG. ò à su igual AFE. Luego ( p. 27. ) las rectas AB. CD, son paralelas.

Lo segundo, sean los dos angulos internos AFE. CEF. iguales à dos rectos: digo, que las lineas AB. CD. son Paralelas.

*Demonstracion.* Porque los angulos AFE, CEF, se suponen iguales à dos rectos, y tambien lo son ( p. 13. ) los angulos CEF. FED. quitando el comun CEF. quedaràn (ax. 3.) los alternos AFE. FED. iguales: luego ( p. 27 ) las AB. CD, son Paralelas. Que es, &c.

## PROPOSICION XXIX. THEOREMA.

*Si una linea recta ( EH, ) corta otras dos rectas Paralelas ( AB. CD. ) hará los angulos alternos AEF, EFD. ) iguales, el externo ( CFH. ) igual al interno opuesto ( AEF. ) de el mismo lado, y los dos internos de un mismo lado ( AEF. CFE. ) iguales ú dos rectos ( fig. 22. )*

**T**IRENSE los perpendiculos FM, EN.

*Demonstracion.* Los angulos alternos AEF, EFD. son iguales: porque en los triangulos MFE. NEF, el lado EF, es comun, los lados FM. EN. (def. 25.)

(def. 25.) y los ME. FN. (ax: 11.) son iguales: luego (p. 8.) los angulos alternos MEF. EFN. son iguales.

Lo segundo, el angulo externo CFH. es igual al interno AEF. porque (p. 15.) CFH. es igual al angulo EFD. y este (1. part.) à el AEF. Luego (ax. 1.) CFH. AEF. son iguales.

Lo tercero, los internos AEF. CFE. son iguales à dos reéctos: porque (p. 13.) CFH. y CFE. son iguales à dos reéctos: pero (2. parte) CFH. es igual à AEF. Luego AEF. CFE. componen tambien dos reéctos.

### PROPOSICION XXX. THEOREMA.

*Las líneas reéctas ( AB, CD ) Paralelas à una misma ( EF. ) son paralelas entre sí. (fig. 23.)*

**T**IRESE la reécta GHK.

*Demonstracion.* Porque las reéctas AB. EF. son paralelas, los angulos alternos BGH. EHG. (p. 29.) son iguales. Asimismo, porque la reécta CD. es paralela à la EF. el angulo externo EHG. es (p. 29.) igual al interno opuesto HKC. Luego (ax. 1.) los angulos alternos BGH. HKC. son iguales, y (p. 27.) las reéctas AB. CD. son paralelas. Que es, &c. PRO-

## PROPOSICION XXXI. PROBLEMA.

*A una linea recta (BC.) dada, tirar una paralela por un punto (A.) dado. (fig. 24.)*

**A** Qualquier punto de la dada BC. tirese la recta AD. y hagase (p. 23.) el angulo EAD. igual al alterno ADB. y serà la recta AE. (p. 27.) paralela à la dada BC.

## PROPOSICION XXXII. THEOREMA.

*En qualquier triangulo (BAC.) prolongado uno de sus lados (BC.) el angulo externo (ACD.) es igual à los dos internos opuestos (A. y B.) y los tres angulos internos iguales à dos rectos (fig. 25.)*

**P**OR el punto C. tirese la recta CE. (p. 31.) paralela à BA.

*Demonstracion.* El angulo ACE. es igual (p. 29.) à su alterno A. y el angulo externo ECD. es igual à su interno B. Luego (ax. 2.) el externo ACD. de el triangulo BAC. es igual à los dos internos A. y B. Asimismo, porque los angulos ACB. ACD. son (p. 13.) iguales à dos rectos, y ACE. se demostrò igual à los angulos A. y B.

se sigue, que el ángulo  $ACB$ . con los dos  $A$ . y  $B$  componen dos rectos. Que es, &c.

### Corolarios.

1. **S**I dos ángulos de un triángulo son iguales à dos de otro, será tambien el tercero de el uno igual al tercero de el otro.
2. De un punto solo puede salir una perpendicular à otra recta.
3. De las rectas, que de un punto pueden caer sobre otra, la perpendicular es la menor; Porque esta se opone à un ángulo agudo, y las demás al recto.
4. En el triángulo Isocèles rectángulo, los ángulos sobre la base son mitades de un recto.
5. En el triángulo Equilátero  $BAC$ . (fig. 6.) cada ángulo es la tercia parte de dos rectos, ò las dos tercias partes de un recto, que son 60. grados; de donde se colige, que el radio de el círculo es igual à la cuerda de 60. grados. Porque si de el centro  $A$ . con el intervalo  $AB$ . ò  $AC$ . se describe el arco  $BC$ . será este de 60. grados, por ser medida de el ángulo  $A$ . y su cuerda  $BC$ . igual al radio de el círculo.

## PROPOSICION XXXIII. THEOREMA.

*Las lineas rectas (AC. BD.) que unen dos rectas (AB. CD.) iguales, y paralelas, son tambien paralelas, e iguales. (fig. 26.)*

**T**IRESE la diagonal AD.

*Demonstracion.* En los triangulos ABD. DCA. los lados AB. DC. son iguales, y AD. comun, y (p. 29.) los angulos alternos BAD. ADC. iguales: luego (p. 4.) la base BD. es igual à la base AC. y el angulo ADB. igual à su alterno DAC. Luego (p. 27.) las iguales AC. BD. son tambien paralelas. Que es, &c.

## PROPOSICION XXXIV. THEOREMA.

*En todo Paralelogramo (BC.) los lados, y angulos opuestos son iguales, y la diagonal (AD.) le divide en dos partes iguales. (fig. 26.)*

**D***emonstracion.* En los triangulos ABD. ACD. los angulos alternos BAD. ADC. (p. 29.) son iguales entre si, y tambien los alternos BDA. CAD. Luego dos angulos de un trian-

triangulo son iguales à dos de el otro, cada uno al suyo, y el lado AD. adyacente comun: luego (p. 26) los triangulos son totalmente iguales, y el lado AB. igual al CD. y AC. à BD. y el angulo B. igual al angulo C. y el total BAC. igual al total BDC. Que es, &c.

### PROPOSICION XXXV. THEOREMA.

*Los Paralelogramos (CB. AF.) que tienen una misma base (AB.) y estàn entre unas mismas paralelas (CF. AB.) son iguales. (fl. 27.)*

**D***Emonstracion.* En los triangulos CAE. DBF. los lados CA. DB. y AE. BF. (p. 34.) son iguales, y los angulos comprendidos CAE. DBF. por iguales (p. 29.) al externo DGE. son (ax 1.) iguales entre si: luego (p. 4.) los triangulos CAE. DBF. son iguales: luego si à uno, y otro se quita el comun DGE. quedaràn los trapecios CDGA. FEGB. (ax. 3.) iguales; y si à estos se añade el triangulo AGB. quedaràn los Paralelogrammos CB. AF. (ax 2.) iguales. Que es, &c.

## PROPOSICION XXXVI. THEOREMA.

*La Paralelogrammos (AD. GF.) que tienen iguales bases (AB. GH.) y están entre unas mismas paralelas (AH. CF.) son iguales. (fig. 28.)*

**T**IRENSE las rectas AE. BF.

*Demonstracion.* Porque AB. y FE. son (por la sup. y p. 34.) iguales à GH. lo son entre sí (ax. 1.) pero por lo supuesto son tambien paralelas : luego (p. 33.) AE. BF. son iguales, y paralelas : y por tanto AF. es Paralelogrammo, à quien son iguales (p. 35.) los Paralelogrammos AD. GF. Luego (ax. 1.) estos son iguales entre sí. Que es, &c.

## PROPOSICIONES XXXVII. Y XXXVIII.

## THEOREMAS.

*Los triangulos, que tienen una, ò iguales bases, y están entre unas mismas paralelas, son iguales. (fig. 29.)*

**S**EAN los triangulos ABC. FBC. que tengan una misma base BC. y estén entre las  
pa<sup>c</sup>

paralelas BC. AD. Digo, que son iguales entre si.

De el punto C. tirese (p. 31.) CE. paralela à BA. y CD. à BF.

*Demonstracion.* Los Paralelogrammos BE. y BD. son (p. 35.) iguales : luego los triangulos ABC. FBC. que son sus mitades (p. 34.) tambien (ax. 7.) son iguales entre si.

La misma demonstracion se harà, si los triangulos tienen iguales bases, con solo la diferencia de citar la 36. donde aqui la 35. Que es, &c.

PROPOSICIONES XXXIX. y XL.

THEOREMAS.

*Los triangulos iguales, que tienen una misma, ò iguales bases, constituidos hazia una misma parte, estàn entre unas mismas paralelas. (fig. 30.)*

SEAN los triangulos ABC. DBC. iguales constituidos sobre una misma base BC. y hazia una misma parte. Digo, que AD. tirada por los vertices, es paralela à BC. Porque si AD. no lo es, sealo AE. y tirese CE.

*De-*

*Demonstracion.* Los triangulos ABC. EBC. son iguales ( p. 37 ) Tambien lo son , por el supuesto ABC. DBC. Luego ( ax. 1. ) DBC.EBC. son iguales entre si : la parte al todo ( ax. 9. ) no puede ser : luego AE. no es paralela à BC. ni otra alguna , que AD. porque se seguiria el mismo absurdo. Que es , &c.

La misma demonstracion se hará , si los triangulos iguales tuviesen iguales bases , con la diferencia de citar la 38. donde aqui la 37. Que es , &c.

### PROPOSICION XLI. THEOREMA.

*Si un Paralelogrammo (CE.) tiene la misma base (CD.) que un triangulo (BCD.) y està entre unas mismas paralelas (AB. CD.) el Paralelogrammo serà duplo de el triangulo.*  
(fig. 31.)

**T**IRESE la diagonal AD.

*Demonstracion.* El triangulo ACD. es igual ( p. 37. ) al triangulo CDB. pero el triangulo ACD. es mitad de el Paralelogrammo CE. ( p. 34. ) Luego el triangulo CDB. tambien es mitad de el dicho Paralelogrammo , y este duplo de dicho triangulo. Que es , &c. PRO-

## PROPOSICION XLVI. PROBLEMA.

*Sobre una recta (BC.) dada, describir un quadrado. (fig. 32.)*

**L**evantese (p. 11.) la perpendicular BA. igual (p. 3.) à BC. y de los puntos A. y C. con el intervalo BC. describanse dos arcos, que se crucen en D. tirense las rectas AD. CD. y será BD. quadrado. Tirese AC.

*Demonstracion.* Porque todos los lados de el quadrilatero BD. son iguales à la recta BC. (por const.) lo son entre si, (ax. 1.) Luego los triangulos ABC. ADC. que tienen iguales lados (p. 8.) son iguales en todo ser; pero el angulo B. es recto (por const.) luego su igual en D. tambien es recto, y los angulos sobre la base AC. (cor. 4. p. 32.) semirectos: luego los angulos totales en A. y C. son rectos, y el quadrilatero BD. (def. 27.) quadrado. Que es, &c.

*Corolario.*

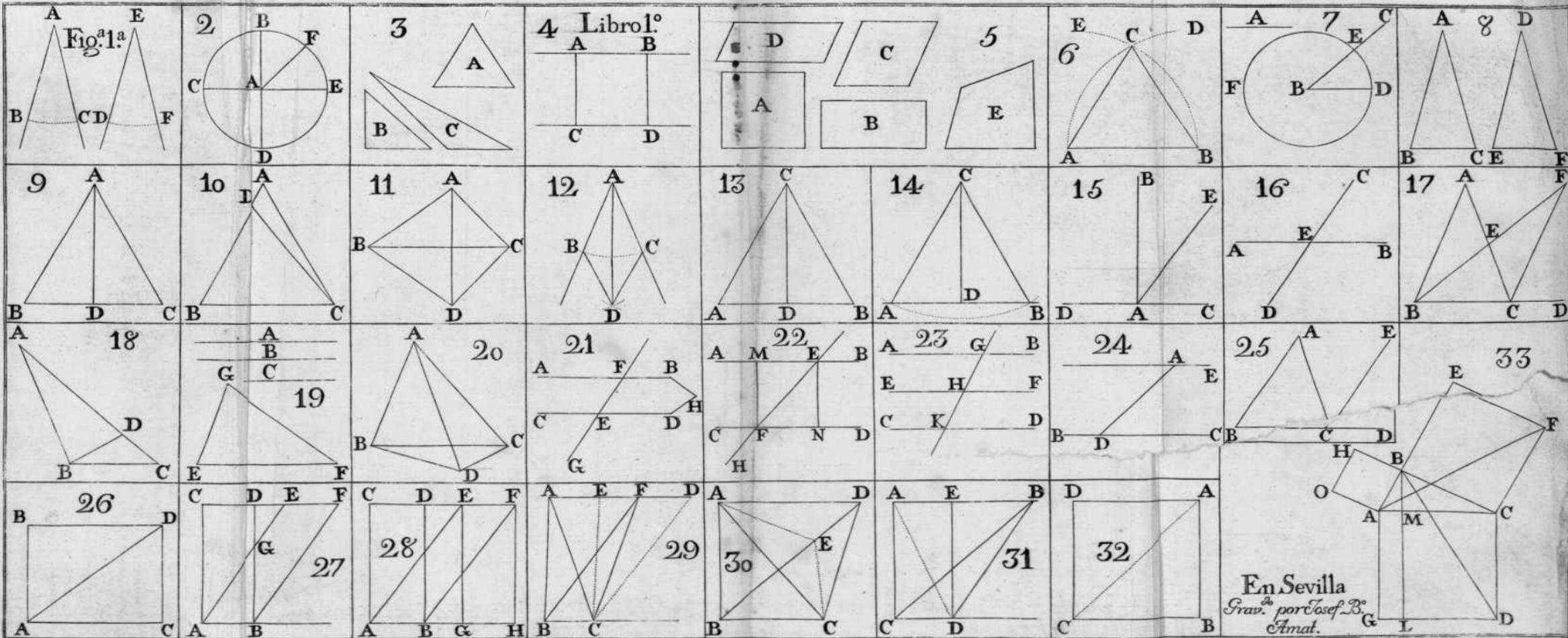
**D**E aqui se infiere, que si dos líneas son iguales, sus quadrados serán iguales; y al contrario.

## PROPOSICION LXVII. THEOREMA.

*En qualquier triangulo rectangulo (ABC.) el quadrado de el lado (AC.) opuesto al angulo recto (B.) es igual à los quadrados juntos, que se describen de los otros dos lados (AB. BC.) (fig. 33.)*

**D** Escribanse sobre dichos lados (p. 46.) los quadrados AH. AD. BF. y por ser los angulos en B. rectos, las rectas CB. BH. (p. 14.) componen una recta, como tambien AB. BE. Tirense (post. 1.) las rectas FA. BD. y la BL. (p. 31.) paralela à CD.

*Demonstracion.* En los triangulos ACF. BCD. los angulos BCD FCA. son iguales, por componerse de los angulos rectos en C. de los quadrados, y de el angulo comun BCA, y los lados FC. CA. y BC. CD. que los comprehenden iguales: luego (p. 4.) los triangulos ACF. BCD. son iguales; pero (p. 41.) estos triangulos son mitades de los rectangulos BF. MD. Luego estos (ax. 6.) son iguales. De el mismo modo se demuestra, que el rectangulo MG. es igual al quadrado AH. luego los rectangulos MG. MD. esto es, el quadrado AD. (ax. 2.) es igual à los quadrados AH. BF. Que es, &c.



En Sevilla  
 Grav.<sup>o</sup> por Josef B.  
 Amat.



# LIBRO SEGUNDO.

## Definiciones.

1. **R**ECTANGULO es ún Paralelogrammo, que tiene sus quatro angulos rectos.
2. Qualquier rectangulo se dice estar contenido de las dos rectas, que comprehenden el angulo recto: Como el rectangulo AC (fig. 1.) se dice, que està contenido de la linea DC. que es su longitud, y de la AD. que es su latitud, las quales determinan la magnitud de el rectangulo. Si se determina por numeros el valor de las dos lineas, como AD. de 3. pies, y DC. de 4. y se multiplica el valor de la una 3. por el valor de la otra 4. el producto 12. que son pies quadrados, serà el valor de el rectangulo AC.



## PROPOSICION I. THEOREMA.

*Propuestas dos rectas (GB. BC.) y una de ellas (BC.) dividida en qualesquiera partes (BD. DE. EC.) el rectangulo formado de las dos es igual à los rectangulos formados de la no dividida (GB.) y de cada una de las partes BD. DE. EC. de la dividida BC. (fig. 2.)*

**F**ORMESE de las GB. BC. el rectangulo BF. y de los puntos D. y E. levantese (p. 11. l. 1.) las perpendiculares DH. EI.

*Demonstracion.* El rectangulo BH. està contenido de la GB. y BD. y el DI. de la HD. ò (p. 34. l. 1.) de la GB. su igual, y de la DE. y el EF. de la EI. ò su igual GB. y de la EC. y estos rectangulos son iguales (ax. 9.) à el BF. contenido de la GB. y BC. Que es, &c.

## PROPOSICION II. THEOREMA.

*Si una linea recta (AB.) se divide como quiera (en C.) los rectangulos hechos de la toda (AB.) y de las partes (AC. CB.) son iguales al quadrado de la toda (AB.) (fig. 3.)*

**H**AGASE sobre la AB. (p. 46. l. 1.) el quadrado AD. y levantese la perpendicular CF. (p. 11. lib. 1.)

De-

*Demonstracion.* Los rectángulos AF. CD. están contenidos de la AB. ò de sus iguales AE. BD. y de las partes AC. CB. y estos (ax. 9.) son iguales al quadrado AD. de la AB. Que es, &c.

### PROPOSICION III. THEOREMA.

*Si una recta ( AB. ) se corta como quiera ( en C. ) el rectángulo hecho de la toda ( AB. ) y de una de sus partes ( AC ) es igual al quadrado de dicha parte ( AC. ) y al rectángulo de las partes ( AC. CB. ) ( fig. 4. )*

**L**EVANTESE (p. 11. l. 1.) la perpendicular AE. igual à AC. acabese el rectángulo AF. y tirese CD. paralela à BF.

*Demonstracion.* El rectángulo AF. contenido de toda la AB. y de su parte AC. igual à AE. es igual (ax. 9.) à el quadrado AD. de la AC. y al rectángulo CF. contenido de la parte CB. y de la CD. igual de AC. Que es, &c.



## PROPOSICION IV. THEOREMA.

*Si una recta (AB,) se divide en cualesquiera dos partes (AC. CB.) será el quadrado de la toda (AB.) igual à los quadrados de las partes (AC. CB,) y à dos rectangulos de las mismas partes. (fig. 5.)*

**H**AGASE (p. 46. l. 1.) el quadrado AD. cortese BI igual à CB. y quedará ID. (ax. 3.) igual à AC. Levantese (p. 11. l. 1.) las perpendiculares CF. IH. que serán (p. 28. l. 1.) paralelas à los lados opuestos BD. AB.

*Demonstracion.* Los rectangulos CI. HF. (p. 34. l. 1.) tienen todos sus lados iguales: luego (def. 27. l. 1.) son quadrados hechos de las partes AC. CB. Por ser HG. igual à AC. el rectangulo AG. està contenido de la AC. y de la CG. ò su igual CB. El rectangulo GD. està contenido de la GI. ò de su igual CB. y de la ID. ò su igual AC. Luego dichos rectangulos están contenidos de las partes AC. CB. pero el quadrado AD. se compone de los quadrados HF. CI. y de los rectangulos AG. GD. Luego (ax. 9.) es igual à ellos. Que es, &c.

## PROPOSICION V. THEOREMA.

*Si una linea recta ( AD. ) se divide igualmente en ( C. ) y desigualmente en ( B. ) será el rectangulo de las partes desiguales ( AB. BD. ) junto con el quadrado de la intermedia ( CB. ) igual al quadrado de la ( CD. ) mitad de la linea. ( fig. 6. )*

**H**AGASE ( p. 46. l. 1. ) el quadrado CF. sobre la CD. tomese DI. igual à BD. y levantense las perpendiculares BG. IK. y alarguese esta hasta perficionar el rectangulo AK. y será KG. como se demostrò en la antecedente, el quadrado de CB. y AH. es el rectangulo de AB. DB. ò de BH. su igual.

*Demonstracion.* Por ser DF. igual à AC. y DB. ò DI. igual à BH. serán los rectangulos BF. AK. iguales : añadase à entrambos el comun KB. y será el rectangulo AH. igual à los dos KB. BF. añadase à entrambas partes el quadrado KG. y será el rectangulo AH. junto con el quadrado KG. de la parte intermedia CB. igual al quadrado CF. hecho de la CD. mitad de la AD.

Que es, &c.

## PROPOSICION VI, THEOREMA.

*Si una recta ( AB. ) se divide por medio ( en C. ) y se le añade derechamente otra recta ( BD. ) el rectangulo de la compuesta ( AD. ) y de la añadida ( BD. ) junto con el quadrado de la mitad ( CB. ) de la propuesta, es igual al quadrado de la ( CD. ) compuesta de la mitad, y de la añadida. ( fig. 7. )*

**S**OBRE CD. formese el quadrado CE. y tomando DI. igual á la añadida BD. se formará el rectangulo AI. Tirese BG. perpendicular á CD, y será KG. el quadrado de la CB, y AI. el rectangulo de las AD. BD.

*Demonstracion.* Porque ( como se ha demostrado en la p. 4. ) CH. es igual á HE. y ( p. 36. l. 1. ) AK. es igual á HC. será AK. igual á HE. añádase á entrambos el rectangulo CI. y será el rectangulo AI. igual á los dos CI. IG. y añadiendo á una, y otra parte el quadrado KG. será AI. que es el rectangulo ADB. junto con el quadrado KG. de la mitad de la linea CB. igual al quadrado CE. de la CD.

Que es, &c.

## PROPOSICION VII. THEOREMA.

*Si una recta (AB.) se corta en qualesquiera dos partes (AC. CB.) los dos quadrados (AD. y EC.) juntos, es à saber, de la toda (AB.) y el de una de sus partes (AC.) son iguales à dos rectangulos (BAC.) de la toda (AB.) y de dicha parte (AC.) y al quadrado, de la otra parte (CB.) (fig. 8.)*

**C**ONTINUESE FC. hasta G. y tomando MO, igual à AC. tirese la MN. paralela à AB.

*Demonstracion.* Los quadrados AD. EC. juntos se componen (ax. 9.) de el rectangulo EH. (hecho de EM. EF. ó de AB. AC. sus iguales) y de el rectangulo MD. (hecho de MN. y MO. ò de AB. AC. sus iguales) y de el quadrado CN. Luego los quadrados de las rectas AB. AC. son iguales à dos rectangulos BAC. y al quadrado de CB. Que es, &c.



## PROPOSICION XI. PROBLEMA.

*Dividir una recta (AB.) en dos partes tales, que el rectángulo de la toda, y de el menor segmento sea igual al quadrado de el mayor. (fig. 9.)*

**S**OBRE la recta dada AB. describase (p. 46. l. 1.) el quadrado CB. cuyo lado AC. dividase por medio en D. tirese la BD. y hagase DG. igual à DB. y sobre la AG. hagase el quadrado AH. y prolonguese la HF. Digo, que la recta AB. està dividida en F. de suerte, que el rectángulo FE. hecho de la toda AB. ò su igual BE. y del menor segmento BF. es igual al quadrado AH. de el mayor segmento AF.

*Demonstracion.* Porque la recta AC. està dividida igualmente en D. y se le ha añadido la AG. el rectángulo CH. con el quadrado de la linea AD. será igual (p. 6.) à el quadrado de la DG. ó de su igual DB. y este (p. 47. l. 1.) es igual à los quadrados de DA. y AB. Luego si de una, y otra parte se quita el quadrado comun de AD. quedará (ax. 3.) el rectángulo CH. igual al quadrado BC. y quitando de ambas partes el rectángulo comun CF. quedará el rectángulo FE. igual al quadrado AH. Que es, &c.

## PROPOSICION XII. THEOREMA.

*En el Triangulo Obtusangulo (ABC.) el quadrado de el lado (AC.) opuesto al angulo Obtuso (B.) es igual à los quadrados de los otros dos lados (AB. CB.) y à dos rectangulos hechos de uno de los lados (CB.) que forman el angulo Obtuso, sobre el qual, alargado, cae la perpendicular (AD.) y de la parte (BD.) tomada entre la perpendicular, y angulo Obtuso (fig. 10.)*

**D***E*monstracion. El quadrado de la CD. (p. 4.) es igual à los quadrados de CB. BD. y à dos rectangulos CBD. añadase à entrambas partes el quadrado de la AD. y serán los quadrados de la CD. y DA. esto es, (p. 47. l. 1.) el quadrado de la AC. igual à los quadrados CB. BD. AD. y à dos rectangulos CBD. Pero el quadrado de AB. (p. 47. l. 1.) es igual á los de BD. y AD. Luego el quadrado de AC. es igual à los quadrados de CB. AB. y à dos rectangulos CBD. Que  
es, &c.

*En todo triangulo ( BAC. ) el quadrado de el lado ( AB. ) opuesto à el angulo agudo , con dos reñtangulos hechos de el lado ( BC. ) sobre quien cae la perpendicular ( AD. ) y de la ( DC. ) parte tomada entre la perpendicular, y angulo agudo , es igual à los quadrados de los otros lados ( AC. BC. ) ( fig. 11. )*

**D***Emonstracion.* Los quadrados de las BC. y DC. son iguales (p. 7.) à dos reñtangulos BCD. y al quadrado de BD. añadase à entrambas partes el quadrado de la AD. y seràn los quadrados de BC. DC. AD. iguales à dos reñtangulos BCD. y à los quadrados de BD. AD. esto es , (p. 47. l. 1.) al quadrado de AB. Pero el quadrado de AC. es igual (p. 47. l. 1.) à los de DC. AD. Luego los quadrados de BC. AC. son iguales à dos reñtangulos BCD. y al quadrado de AB.



# LIBRO TERCERO.

## *Definiciones.*

1. **C**IRCULOS iguales son, cuyos diámetros, ò semidiámetros son iguales.
2. Línea tangente es, la que toca à el círculo en un punto, y prolongada no le corta: *Como la recta ABC. (fig. 35.) que toca al círculo en B.*
3. Círculos tangentes son aquellos, cuyas circunferencias se encuentran sin cortarse. *Y este contacto puede ser interior, como en los círculos AE. AP. (fig. 20.) ò exterior, como en los círculos CD. CE. (fig. 21.)*
4. Segmento de el círculo es una figura contenida de una línea recta, y parte de la circunferencia, como AEB. (fig. 13.) ò AFB.
5. Angulo en el segmento se llama el contenido de dos líneas rectas tiradas de qualquier punto de la circunferencia à las extremidades de la recta, que es base de dicho segmento: *Como el angulo BAC. (fig. 26.) Este mismo angulo se dice insistir sobre un arco, quando este le està opuesto, y le sirve de base. De suerte,*

*te, que està en el segmento BADC. è insiste en la circunferencia BEC.*

6. Sector es una figura contenida de dos semidiametros, y de el arco comprehendido entre ellos: *Como el espacio ACB. (fig. 13.) terminado por el arco AFB. y los semidiametros AC. CB.*

### PROPOSICION I. PROBLEMA.

*Hallar el oentro de un circulo dado (ADC.) (fig. 12.)*

**T**IRESE la recta AC. como quiera, y (p. 10. l. 1.) dividase por medio en B. Al punto B. levantese (p. 11. l. 1.) la perpendicular DE. y dividase por medio en F. Digo, que el punto F. es el centro; y si este no lo es, sealo otro, como G. Tirense las rectas GA. GB. GC.

*Demonstracion.* En los triangulos ABG. CBG. los lados AB. BG. de el uno son iguales à los lados CB. BG. de el otro, y (def. 15. l. 1.) GA. igual à GC. Luego (p. 8.) los angulos ABG. CBG. son iguales entre si, y (def. 10. l. 1.) rectos; pero el angulo DBC. tambien es recto: luego el angulo GBC. es igual à el angulo DBC. la parte à su todo (ax. 9.) no puede ser: luego el centro no

no puede estar fuera de la linea DE. ni ser otro, que el punto F. que la divide por mitad.

### Corolario.

**D**E aqui se sigue, que si una recta cortare à otra en dos mitades, y en angulos rectos, el centro de el circulo està en la secante.

### PROPOSICION II. THEOREMA.

*Si en la circunferencia de el circulo ( AEB. ) se toman qualesquiera dos puntos ( A. B. ) la linea recta ( AB. ) que los junta cae dentro de el circulo. ( fig. 13. )*

**D**E el centro C. tirense las rectas CA. CB. CD.

*Demonstracion.* En el triangulo Isocelès ACB. los angulos A. y B. sobre la base son ( p. 5. l. 1. ) iguales; pero el angulo CDA. por externo, es mayor ( p. 16. l. 1. ) que el angulo interno en B. ò su igual A. Luego ( p. 19. l. 1. ) CA. es mayor que CD. Luego el punto D. està mas proximo de el centro, que el punto A. y lo mismo se demuestra de otro qualquiera, que no sea A. ò B. Luego la recta AB. cae dentro de el circulo. Que es, &c.

## Corolario.

**D**E aqui se sigue, que la linea tangente toca la circunferencia de el circulo en un solo punto: porque si le tocàra en dos, la parte, que los juntàra, cayera dentro de el circulo.

### PROPOSICION III. THEOREMA.

*Si una linea reãta (CE.) tirada por el centro (A.) de un circulo (BCD.) corta por medio otra reãta (BD.) que no pasa por el centro, harà con ella angulos reãtos; y si hace con ella angulos reãtos, la corta por medio.*  
(fig. 14.)

**D**E el centro A. tìrense las reãtas AB. AD.

*Demonstracion.* En los triangulos BFA. DFA. los lados BF. FD. son iguales (por sup.) AF. comun, y la base BA. (def. 15. l. 1.) igual à DA. Luego (p. 8. l. 1.) los angulos BFA. DFA. son iguales, y (def. 10.) reãtos: que es lo primero.

2. En dichos triangulos los angulos BFA. DFA. (por sup.) son reãtos; los angulos B. y D. tambien (p. 5. l. 1.) iguales, y el lado AB. igual à DA.

DA. Luego (p. 26. l. 1.) las bases BF. DF. son iguales.

### Corolario.

**D**E aquí se sigue, que en un triángulo Isocel les la recta, que corta la base en dos mitades, la corta en ángulos rectos; y al contrario.

### PROPOSICION IV. THEOREMA.

*Si dos rectas (AB. CD.) se cortan fuera de el centro (F.) de un círculo (ADB.) no será en dos partes iguales. (fig. 15.)*

**S**I se dice se cortan (en E.) en dos partes iguales, tirese de el centro la FE.

*Demonstracion.* Porque la FE. pasa por el centro, y divide la CD. por medio, será (p. 3.) el ángulo FED. recto. Asimismo, porque la FE. divide la AB. por medio, el ángulo FEB. será recto: luego los ángulos FED. FEB. (ax. 10.) son iguales la parte à su todo (ax. 9.) no puede ser: luego no se cortan por medio.

Que es, &c.

## PROPOSICION V. Y VI. THEOREMAS.

*Los círculos (BE, BC.) que se cortan, ò se tocan interiormente, no tienen un mismo centro. (fig. 16. y 17.)*

**D***Emonstracion.* Si el punto A. fuera centro de entrambos, los AC. AE. por semidímetros iguales à AB. serian (ax. 1.) iguales entre sí, el todo à su parte (ax. 9.) no puede ser: luego no tienen un mismo centro. Que es, &c.

## PROPOSICION VII. THEOREMA.

*Si dentro de un círculo se toma el punto (A.) que no sea el centro, y de él se tiran rectas à la circunferencia AC. AF. AE. AD. (fig. 18.)*

**L**O primero: *La maxima será AC. que pasa por el centro.* Porque tirando BF. serán los lados AB. BF. (p. 20. l. 1.) mayores que AF. pero BF. BC. (def. 15. l. 1.) son iguales: luego AB. BF. esto es, AC. será mayor que AF.

Lo segundo: *La mas pequeña es AD. residuo de la AC.* Porque tirada BE. serán los lados EA.

EA. AB. de el triangulo EAB. mayores ( p. 20 l. 1. ) que BE. ò que su igual ( def. 15. l. 1. ) BD. quitesse la comun BA. y quedará AD. menor que AE.

Lo tercero : *La AF. mas cercana à la AC. es mayor que la mas apartada AE.* Porque en los triangulos FBA. EBA. los lados BF. BE. son ( def. 15. l. 1. ) iguales , y BA. comun ; pero el angulo FBA. es mayor que su parte EBA. Luego ( p. 24. l. 1. ) AF. es mayor que AE.

Lo quarto : *De el punto A. à la circunferencia solo se puede tirar dos reças iguales.* Porque si se pudieran tirar tres, como AF. AE. AG. tambien podria haver à una misma parte de la AC. ò AD. dos iguales contra lo demostrado.

## PROPOSICION IX. THEOREMA.

*Si de un punto tomado dentro de un circulo , se tiran mas que dos reças iguales à la circunferencia , dicho punto será el centro.*

**C**ONSTA de la Proposicion 7. num. 4.



## PROPOSICION X. THEOREMA.

*Un círculo no puede cortar à otro en mas, que dos puntos. (fig. 19.)*

**S**I es posible, que el círculo CBD. corte al círculo ABH. en los puntos A. B. D. de el punto I. centro de el círculo CBD. tirense las rectas IA. IB. ID. que (def. 15 l. 1.) serán iguales.

*Demonstracion.* Porque dentro de el círculo ABH. se ha tomado el punto I. de el qual à su circunferencia salen mas que dos rectas iguales, será este (p. 9.) centro de dicho círculo; tambien lo es por el supuesto de el círculo CBD. Luego dos círculos, que se cortan, tienen un mismo centro, lo que (F. 5.) no puede ser: luego, &c.

## PROPOSICION XI. THEOREMA.

*Si dos círculos (AP. AE.) se tocan por dentro, la linea recta, que junta sus centros, alargada, pasará por el contacto (A.) (fig. 20.)*

**S**I la recta BA. tirada de el centro B. de el círculo AE. al contacto A. no pasa por el centro de el círculo AP. será su centro otro pun-

to C. fuera de la línea BA. Tirense por C. las rectas BCE. AC.

*Demonstracion.* Los lados AC. CB. (p. 20. l. 1.) son mayores que BA. ò que (def. 15. l. 1.) su igual BE. quitesse la comun BC. y quedará CA. ò su igual CP. mayor que CE. lo que (ax. 9.) es imposible : luego el centro del círculo AP. no está fuera de la línea BA. que pasa por el contacto. Que es, &c.

## PROPOSICION XII. THEOREMA.

*Si dos círculos (CD. CE.) se tocan por fuera (en C.) la línea recta, que junta sus centros, pasará por el contacto C. (fig. 21.)*

**S**I esto no es así, sean los centros A. y B. y la recta AB. que los junta, pase por los puntos D. E. tirense al contacto (C.) las rectas AC. CB.

*Demonstracion.* Porque A. y B. son los centros, las líneas AC. AD. son (def. 15. l. 1.) iguales, y también BC. BE. luego el lado AB. será mayor que los lados AC. CB. lo que (p. 20.

l. 1.) no puede ser : luego la línea, que junta los centros, ha de pasar por el contacto. Que es, &c.

PRO-

## PROPOSICION XIII. THEOREMA.

*Un círculo no toca à otro en mas que un punto :  
( sea por dentro , è por defuera. )*

**P**ORQUE si se tocáran en dos puntos, la recta, que juntàra sus centros (p. 11. y 12.) pasaria por dos puntos diferentes de la circunferencia : lo que es imposible.

## PROPOSICION XIV. THEOREMA.

*En un círculo iguales líneas rectas distan igualmente de el centro , y las que igualmente distan de el centro , son iguales.*

☞ Vease el Corolario de la siguiente.

## PROPOSICION XV. THEOREMA.

*En qualquier círculo , la mayor línea es el diámetro ( AB. ) y la mas proxima al centro ( CD. ) mayor que la mas apartada ( EF. ) ( fig. 22. )*

**T**IRENSE de el centro HC. HD. HE. HF.

*Demonstracion.* En el triangulo CHD. los lados CH. HD. ò sus iguales HA. HB. (esto es, el diametro AB.) son (p. 20. l. 1.) mayores que CD. Asimismo en los triangulos CHD. EHF. el angulo CHD. es mayor que su parte EHF. y los lados , que los comprehenden (def. 15. l. 1.) iguales : luego (p. 24. l. 1.) CD. es mayor que EF. Que es, &c.

*Corolario.*

**D**E lo dicho se infiere , que las rectas iguales CD. NO. distan igualmente de el centro H. Porque si una distàra mas que otra (p. 15.) serian desiguales contra lo supuesto. Coligese tambien , que si las rectas CD. NO. distan igualmente de el centro H. son iguales Porque si fueran desiguales , una distàra mas que otra , **CON**tra lo supuesto.

**PROPOSICION XVI. THEOREMA.**

*Si de la extremidad de el diametro (AB.) se levanta una perpendicular (AC.) cae toda fuera de el circulo , y solo le toca un punto. (fig. 23.)*

**D**E el centro D. à qualquiera punto C. de la perpendicular tirese la recta DC.

*De-*

*Demonstracion.* Porque en el triangulo DAC, el angulo A. es recto (por sup.) C. (p. 32. l. 1.) será agudo: luego (p. 19. l. 1.) CD. es mayor que DA. Luego el punto C. y otro qualquiera punto, que no sea A. por la misma razon cae fuera de el circulo. Que es, &c.

### PROPOSICION XVII. PROBLEMA.

*De un punto dado fuera de un circulo, tirar à el una tangente.*

☞ Vease el Scholio. 1. despues de la Proposicion 31. donde se resuelve con mas facilidad.

### PROPOSICION XVIII. THEOREMA.

*Si una recta (AC.) toca à un circulo, y de el centro (D.) al contacto (A.) se tira una recta (DA.) será perpendicular à la tangente. (fig. 23.)*



## PROPOSICION XIX. THEOREMA.

*Si una recha (AC.) toca à un circulo, y de el contacto (A.) se levanta una perpendicular (AD.) à la tangente (AC.) el centro de el circulo estarà en la perpendicular. (fig. 23.)*

Esta proposicion, y la antecedente constan con evidencia de la 16. por lo que omito sus demonstraciones.

## PROPOSICION XX. THEOREMA.

*El angulo (BID.) que se forma en el centro de un circulo, es duplo de el (BAD.) que se forma en la circunferencia, quando tienen un mismo arco (BCD.) por base. (fig. 24.)*

**P**OR el punto A. y centro I. tirese la recha AIC.

*Demonstracion.* En el triangulo Isoceles AIB. los angulos en B. y en A. son (p. 5. l. 1.) iguales; pero el angulo externo BIC. (p. 32. l. 1.) es igual à los dos internos en B. y en A. Luego serà duplo de el uno BAI. De el mismo modo se demuestra, que el angulo DIC. es duplo de el DAI. Luego el total BID. es duplo de el total BAD. Que es, &c.

1. **L**A medida de el angulo  $BAD$ . formado en la circunferencia es la mitad de el arco  $BCD$ . sobre que insiste. Porque dicho angulo  $BAD$ . es la mitad de el angulo  $BID$ . cuya medida es el arco  $BCD$ . Luego su mitad será medida de el angulo  $BAD$ .
2. El angulo  $BAC$ . (fig. 25.) formado de la tangente  $BA$ . y de la secante  $AC$  en el punto de el contacto  $A$ . tiene por medida la mitad de el arco  $AXC$ . Porque, si por el contacto  $A$ . y centro  $D$ . se tira la recta  $ADP$ . el angulo  $BAP$ . será recto, y su medida la mitad de la circunferencia de el medio circulo  $AXP$ . y (por el antecedente) la mitad de el arco  $PC$ . es medida de el angulo  $PAC$ . Luego el total  $BAC$ . tiene por medida la mitad de el arco  $AXC$ .

### PROPOSICION XXI. THEOREMA.

*Los angulos ( $BAC$ .  $BDC$ .) que están en un mismo segmento de circulo, son iguales. (fig. 26.)*

**D***Emonstracion.* Los angulos  $A$ . y  $D$ . (cor. 1. p. 20.) tienen por medida la mitad de el arco  $BEC$ . Luego (def. 9. l. 1.) son iguales.

PRO-

## PROPOSICION XXII. THEOREMA.

*Los quadrilateros ( ABCD. ) inscriptos en el circulo tienen sus angulos opuestos ( A. y C. ) iguales à dos reñtos. ( fig. 27. )*

**D***E*monstracion. El angulo A. tiene por medida ( cor. 1. p. 20. ) la mitad de el arco BCD. sobre que insiste: Y asimismo el angulo C. tiene por medida la mitad de el arco BAXD. Luego los angulos A. y C. tienen por medida la mitad de la circunferencia de un circulo, que es el valor de dos reñtos: luego son iguales à dos reñtos. Que es, &c.

## PROPOSICION XXV. PROBLEMA.

*Acabar un circulo, dada una porcion de el, ( ABC. ) ( fig. 28. )*

**T**IRENSE qualesquiera dos reñtas AB. CB. y dividanse por medio en D. y E. con las perpendiculares DI. EI. ( p. 10. y 11. l. 1. ) Digo, que el punto I. en que concurren, es el centro, de el qual con intervalo IA. se acabará el circulo.

*Demonstracion.* El centro está en las reñtas  
DI.

DL. EL. ( cor. p. 1. ) Luego es el punto I. donde concurren. Que es, &c.

*Scholio.*

**D**E el mismo modo se describirà un circulo, que pase por tres puntos A. B. C. que no estèn en una recta, ò se circunscribirà à un triangulo ABC. dado, un circulo, que es la p. 5. l. 4.

PROPOSICION XXVI. THEOREMA.

*En circulos iguales, iguales angulos (C. y G.) formados en los centros, ò (D. y H.) en las circunferencias, tienen iguales arcos por base. (fig. 29. y 30.)*

**D**Emonstracion. Porque los angulos de el centro C. y G. son iguales, sus medidas, que son los arcos AIB. EKF. seràn iguales. Asimismo, porque los angulos de la circunferencia D. y H. son iguales, sus duplos C. y G. lo seràn tambien: ( ax. 6. ) luego sus medidas AIB. EKF. son iguales. Que es, &c.

## PROPOSICION XXVII. THEOREMA.

*En círculos iguales, los ángulos (C. y G.) formados en los centros, ò (D. y H.) en las circunferencias con iguales arcos (AIB. EKF.) por base, son iguales. (fig. 29. y 30.)*

**D***E*monstracion. Porque los arcos AIB. EKF. se suponen iguales, y son medida de los ángulos de el centro C. y G. serán estos iguales: Asimismo, porque los ángulos de la circunferencia D. y H. son (p. 20.) mitades de los iguales C. y G. serán (ax. 7.) tambien iguales. Que es, &c.

## PROPOSICION XXVIII. THEOREMA.

*En círculos iguales à iguales líneas rectas (AB. EF.) corresponden iguales arcos (AIB. EKF.) (fig. 29. y 30.)*

**T**IRENSE de el centro las rectas CA. CB. GE. GF. que (def. 1.) son iguales.

*Demonstracion.* Los tres lados de el triangulo ACB. son iguales à los tres de el triangulo EGF. Luego los ángulos de el centro C. y G. (p. 8. l. 1.) son iguales, y sus medidas AIB. EKF. son iguales. Que es, &c.

PRO-

## PROPOSICION XXIX. THEOREMA.

*En círculos iguales à iguales arcos (AIB. EKF.) corresponden iguales rectas (AB. EF.) (fig. 29. y 30)*

**T**IRENSE de el centro las rectas CA. CB. GE. GF. que (def. 1.) son iguales.

*Demonstracion.* Porque los arcos AIB. EKF. se suponen iguales, los angulos de el centro C. y G. comprendidos de iguales lados son iguales: luego en los triangulos ACB. EGF. las bases AB. y EF. (p. 4. l. 1.) son iguales. Que es, &c.

## PROPOSICION XXX. PROBLEMA.

*Dividir un arco (ABC.) en dos partes iguales. (fig. 31.)*

**D**ESE la recta AC. y dividase por medio en D. con la perpendicular BD. (p. 10. y 11. l. 1.) Digo, que esta divide el arco propuesto en dos partes iguales en el punto B. Tirensen las rectas AB. BC.

*Demonstracion.* En los triangulos ADB. CDB. los lados AD. DC. son iguales (por const.) BD. comun, y los angulos en D. rectos: Luego (p. 4.)

(p. 4.) las bases  $AB$ ,  $CB$ . son iguales, como tambien (p. 28.) los arcos  $AB$ .  $CB$ . Que es, &c.

### PROPOSICION XXXI. THEOREMA.

*El angulo ( $ABD$ .) formado en el medio circulo, es reñto; el ( $BAD$ .) formado en el mayor segmento menor que el reñto, y el ( $BCD$ .) que està en el menor segmento mayor que el reñto. (fig. 32.)*

**D***Emonstracion.* El angulo  $ABD$ . es reñto, porque (cor. p. 20.) tiene por medida la mitad de la circunferencia de el medio circulo  $AXD$ . que es valor de el angulo reñto. El angulo  $A$ . es agudo: porque tiene por medida la mitad de el arco  $BCD$ . menor que el medio circulo, que es valor de el angulo agudo. El angulo  $BCD$ . es obtuso: porque tiene por medida la mitad de el arco  $BAD$ . mayor que el medio circulo, y medida de el angulo obtuso. Que es, &c.

### Scholios.

1. **D***E el punto ( $A$ .) dado fuera del circulo (fig. 33.) tirar à el una tangente. De el punto  $A$ . à el centro  $B$ . tirese la reñta  $AB$ . di-*

dividase por medio (p. 10. l. 1.) en C. y con la distancia CA. hagase el semicírculo ADB. que cortará la circunferencia en D. Tirese las rectas AD. DB. Digo, que AD. es tangente à el círculo dado. La razon es: porque el ángulo ADB. (p. 31.) es recto, y (p. 16.) la recta AD. es tangente.

2. *Levantar una perpendicular (fig. 34.) de un extremo de la recta dada. (AD.)*

Tomese qualquier punto C. fuera de la dada, y con la distancia CA. describese un arco, que cortará la AD. en B. Tirese por el punto B. y centro C. la recta BCE. que cortará el arco en E. Tirese la EA. y será la perpendicular, que se pide, por ser el ángulo EAB. (p. 31.) recto.

### PROPOSICION XXXII. THEOREMA.

*Si una linea recta (ABC.) toca à un círculo, y de el contacto (B.) se tira qualquiera recta (BD.) que le corte, los ángulos (ABD. CBD.) que hace la tangente con la secante, son iguales à los de los segmentos alternos (E. y F.) (fig. 35.)*

**D***emonstracion.* El ángulo ABD. tiene por medida la mitad de el arco BFD.

(cor. 2.

( cor. 2. p. 20. ) la misma tiene el angulo BED. formado en el segmento alterno : ( cor. 1. p. 20. ) luego son iguales. De el mismo modo se demuestra, que el angulo CBD. es igual al angulo BFD.

Las Proposiciones 33. y 34. se omiten, por no ser menester. Y las tres ultimas 35. 36. y 37. de este Libro se demuestran con facilidad en dos Scholios al fin de las Proposiciones 16. y 17. del libro sexto.

El libro quarto se omite, por ser todo practico.

## LIBRO QUINTO.

**P**ORQUE este libro trata de la cantidad en comun, se puede explicar con lineas, letras, y numeros : y por ser estos de mayor claridad : e inteligencia para los principiantes, me valgo de ellos, omitiendo aquellas por mas dificiles.

Algunas proposiciones de este libro son por si tan manifiestas, que no necesitan de prueba, por lo qual las omitimos, como hacen comunmente los Modernos ; y solo demonstraremos con brevedad, las que parecen mas obscuras.

## Definiciones.

1. **P**ARTE es una cantidad menor comparada con otra mayor. La parte se divide en aliquota, y aliquanta. Parte aliquota es, la que tomada algunas veces, mide perfectamente à su todo. Como 4. es parte aliquota de 8. y 3. de 6. y porque 4. està contenido en el 8. tantas veces, como el 3. en el 6. se dice ser 4. y 3. partes aliquotas semejantes de sus todos 8. y 6. Parte aliquanta es, la que repetida algunas veces no iguala jamás à su todo. Como 4. respecto de 9. que repetido dos veces es menor que 9. y tres veces, mayor; pero se compone de unidades, que son partes aliquotas de 9.
2. **Multiplice** se llama la cantidad mayor respecto de su parte aliquota. Como 8. es multiplice de 4. y 6. de 3. y porque 8. contiene à el 4. tantas veces, como el 6. al 3. se llaman el 8. y el 6. equimultiplices de sus partes aliquotas semejantes 4. y 3.
3. **Razon** es el respecto, ò relacion mutua, que tienen entre si dos cantidades de un mismo genero. Como, si se compara una linea de 8. palmos con otra de 4. se dice tener razon dupla,

pla, ó que el 8. es doblado de el 4. Mas, porque la razon es la comparacion de una cantidad à otra, la primera, que se compara, se llama antecedente; y la segunda, à quien se compara, se llama conseqüente.

Dividese la razon en racional, è irracional, razon racional es, la que se puede explicar con numeros. Como la que hay entre cantidades commensurables. Razon irracional es, la que no se puede declarar con numeros. Como la que hay entre cantidades incommensurables.

Dividese, lo segundo, la razon, en igual, y desigual. Razon igual es, quando el antecedente es igual al conseqüente. Razon desigual es, quando el antecedente es mayor, ò menor, que el conseqüente.

4. *Razones iguales son aquellas, cuyos antecedentes de la misma manera contienen, ò están contenidos de sus conseqüentes.* Como la razon de 8. à 4. es la misma, igual, ò semejante à la razon de 6. à 3. Porque asi como el 8. incluye dos veces al 4. asi el 6. incluye dos veces al 3. Tambien la razon de 6. à 4. es la misma que la de 3. à 2. Porque asi como el 6. incluye al 4. una vez y media, asi el 3. incluye al 2. una vez y media.

5. *Dos razones son desiguales, ò desemejantes,*

tes, ò una razon es mayor que otra, quando el antecedente de una mas contiene à su con-  
 sequente, que el antecedente de la otra con-  
 tiene à su consequente, ò quando el antece-  
 dente de la una està contenido menos en su  
 consequente, que el antecedente de la otra  
 en su consequente. Como la razon de 8. à 2.  
 es mayor que la de 6. à 3. Porque el 8. con-  
 tiene mas veces al 2. que el 6. al 3. y la razon  
 de 3. à 6. es mayor que la de 2. à 8. Porque  
 el 3. està contenido menos en el 6. que 2. en  
 el 8.

6. *Proporcion es la semejanza, ò igualdad de  
 dos razones: llamase en Griego Analogia.*

Y asi, porque la razon de 4. à 2. es seme-  
 jante, ò igual à la razon de 6. à 3. esta seme-  
 janza de razones se llama proporcion, y los  
 terminos 4. 2. 6. 3. que componen la propor-  
 cion, se llaman proporcionales: de los quales  
 los antecedentes 4. y 6. se dicen homologos,  
 ò semejantes, y tambien los consequentes  
 2. y 3.

Dividese la proporcion en continua, y dis-  
 creta. Continua es, quando el primer termino  
 al segundo tiene la misma razon, que el segundo  
 al tercero, y que el tercero al quarto, &c. y los  
 terminos, que la componen, se llaman continuos

proporcionales. Como 16. 8. 4. 2. 1. Proporción discreta es, quando los terminos, que la componen, no son continuos. Como si comparamos 12. à 6. asi 8. à 4.

7. *Razon compuesta es, la que se compone de otras qualesquiera razones.* Como, si se dan las cantidades 24. 12. 4. 1. La razon de la primera 24. à la ultima 1. es compuesta de las tres razones intermedias de 24. à 12. de 12. à 4. de 4. à 1. y esta razon compuesta se produce, multiplicando los exponentes, ò denominadores de las razones. Como en el exemplo propuesto 24. es duplo de 12. su exponente es 2. 12. es triplo de 4. su exponente es 3. y 4. es quadruplo de 1. su exponente es 4.

Multiplicando los exponentes 2. 3. 4. unos por otros, el producto 24. explica la razon compuesta, que la primera 24. tiene à la ultima. Esto es, que la primera contiene à la ultima 24. veces. De donde se sigue, que las razones compuestas de iguales razones, son iguales.

8. *Razon duplicada es, la que se compone de dos razones iguales: triplicada, la que de tres iguales: y quadruplicada la que de 4. &c.* Por lo qual, si se dan algunas cantidades continuas proporcionales 8. 4. 2. 1. la primera à la tercera tiene la razon duplicada

de la primera á la segunda : y la primera á la  
 quarta tiene la razon triplicada de la primera á  
 la segunda : y asi en adelante.

Los Autores modernos omiten comunmente  
 las 6. primeras Proposiciones de este Libro por  
 superfluas,

### PROPOSICION VII. THEOREMA.

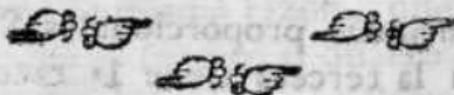
*Las cantidades iguales (8. 8.) tienen una misma  
 razón á otra tercera (4.) y la tercera (4.)  
 tiene una misma razón á dos iguales (8. 8.)*

☞ Consta de la definicion 4.

### PROPOSICION VIII. THEOREMA.

*De dos cantidades desiguales (8. 4.) la mayor  
 (8.) tiene mayor razón á otra tercera (2.)  
 que la menor (4.) y la tercera cantidad  
 (2.) tiene menor razón á la mayor (8.)  
 que á la menor (4.)*

☞ Infierese de la definicion 5.



## PROPOSICION IX. THEOREMA.

*Las cantidades, que tienen una misma razon à una tercera cantidad, son iguales entre si; y si una cantidad tiene la misma razon à algunas cantidades, estas son iguales entre si.*

☞ Coligese de la propos. 7. de quien es inversa.

## PROPOSICION X. THEOREMA.

*De dos cantidades, la que à otra tercera tiene mayor razon, es mayor; y de estas dos mismas cantidades, à quien la tercera tuviere menor razon, es mayor.*

☞ Infierese de la propos. 8.

## PROPOSICION XI. THEOREMA.

*Las razones, que son iguales à otra tercera razon, son iguales entre si.*

8. 4. 6. 3.

10. 5.

**L**A misma razon dupla tiene 8. à 4. que 10. à 5. Y asimismo 6. à 3. tiene la misma razon dupla, que 10. à 5. Luego (def. 4.) 8. à 4. es como 6. à 3.

PRO-

## PROPOSICION XII. THEOREMA.

*Si algunas cantidades (9. 3. 6. 2.) fueren proporcionales, la misma razon tiene un antecedente à su conseqüente, que todos los antecedentes juntos à todos los conseqüentes juntos.*

$$\begin{array}{r} 9. \quad 3. \\ 6. \quad 2. \end{array}$$

**P**ORQUE cada uno de los antecedentes 9. y 6. es triplo de los conseqüentes 3. y 2. los antecedentes 9. y 6. juntos 15. seràn triplos de los conseqüentes 3. y 2. junto. 5.

$$\begin{array}{r} \hline 15. \quad 5. \\ \hline \end{array}$$

*Corolario.*

**C**OLIGESE de lo dicho, que si à 9. y 3. se añaden partes semejantes 6. y 2. los todos 15. y 5. tiene la misma razon, que 9. à 3. ò que 6. à 2. y al contrario: si de los todos 15. y 5. se quitan partes semejantes 6. y 2. los residuos 9. y 3. retienen la misma razon, que 15. à 5.

\*\*\*

## PROPOSICION XIV. THEOREMA.

*Si la primer cantidad à la segunda tiene la misma razon, que la tercera à la quarta, y la primera es mayor que la tercera, tambien la segunda es mayor que la quarta; y si igual, igual; y si menor, menor, &c.*

Consta de la definicion 4,

## PROPOSICION XV. THEOREMA.

*Los equimultiplices (8. y 6.) y sus partes aliquotas semejantes (4. y 3.) tienen una misma razon.*

8.	6.
4.	3.

**E**S manifesto: porque los equimultiplices 8. y 6. (def. 2.) contienen à sus partes semejantes 4. y 3. igual numero de veces: luego (p. 12.) 8. à 6. tiene la misma razon, que 4. à 3.



## PROPOSICION XVI. THEOREMA.

*Si quatro cantidades (8.4.6.3.) son proporcionales, alternando (esto es, comparando el primer termino con el tercero, y el segundo con el quarto) seràn tambien proporcionales (8. à 6. como 4. à 3.)*

8. 4. 6. 3.

8. 6. 4. 3.

**P**OR ser 8. à 4. como 6. à 3. seràn 4. y 3. partes semejantes (def. 1.) de los todos 8. y 6. luego (p. 15.) tendràn los todos 8. y 6. la misma razon, que sus partes semejantes 4. y 3. y asi son proporcionales 8. à 6. como 4. à 3.

*Scholio.*

**S**I 8. à 4. es como 6. à 3. invirtiendo, esto es, comparando el segundo con el primero, y el quarto con el tercero, seràn tambien proporcionales 4. à 8. como 3. à 6. Es evidente: porque si 8. contiene à 4. como 6. à 3. 4. será contenido en 8. como 3. en 6. luego (def. 6.) seràn proporcionales. 4. à 8. como 3. à 6.

## PROPOSICION XVII. THEOREMA.

*Si quatro cantidades (12. 4. 9. 3.) son proporcionales, tambien dividiendo (esto es, comparando el exceso de el antecedente sobre el conseqüente al mismo conseqüente) serán proporcionales (8. 4. 6. 3.)*

12. 4. 9. 3.

8. 6. 4. 3.

8. 4. 6. 3.

**P**ORQUE, si à los antecedentes 12. y 9. se quitan partes semejantes 4. y 3. los residuos 8. y 6. tienen entre sí (cor. p. 12.) la misma razon, que sus todos 12. y 9. ó que sus partes semejantes 4. y 3. luego son proporcionales 8. à 6. como 4. à 3. y (p. 16.) alternando 8. à 4. es como 6. à 3.

## PROPOSICION XVIII. THEOREMA.

*Si quatro cantidades (8. 4. 6. 3.) son proporcionales, componiendo (esto es, comparando la suma de el antecedente, y conseqüente al mismo conseqüente) serán tambien proporcionales (12. à 4. como 9. à 3.)*

8. 4. 6. 3.

12. 9. 4. 3.

12. 4. 9. 3.

POR-

**P**ORQUE, si à 8. y 6. se añaden partes semejantes 4. y 3. los todos 12. y 9. conservan entre sí (cor. p. 12.) la misma razón, que sus partes 8. y 6. ò 4. y 3. luego 12. es à 9. como 4. à 3. y (p. 16.) alternando 12. à 4. como 9. à 3.

**PROPOSICION XIX. THEOREMA.**

*Si el todo (12.) al todo (6.) es como la parte (4.) à la parte (2.) tambien el residuo (8.) al residuo (4.) es como el todo al todo.*

☞ Consta de la propos. 12. Vese su Corolario.

*Scholio.*

**S**I 12. 4. 9. 3. son proporcionales, conviendose (esto es, comparando el antecedente à el exceso, con que sobrepaja à el conseqüente) serán tambien proporcionales 12. 8. 9. 6.

Porque (p. 19.) si de los todos 12. y 9. se quitan partes semejantes 4. y 3. los todos 12. y 9. seràn como los residuos 8. y 6. y alternando (p. 16.) 12. à 8. como 9. à 6.

## PROPOSICION XXII. THEOREMA.

*Si hay tres, ò mas cantidades de una parte (como 12.6.2.) y otras tantas de otra (18.9.3.) y estàn en proporcion ordenada (esto es, que 12. à 6. sea como 18. à 9. y 6. à 2. como 9. à 3.) tambien arguyendo por igualdad de razon (esto es, comparando los extremos, dexando los medios) seràn proporcionales (12. à 2. como 18. à 3.)*

**P**ORQUE las razones de 12. à 6. y de 6. à 2. son iguales à las de 18. à 9. y de 9. à 3. la razon compuesta de 12. à 2. serà igual à la razon compuesta de 18. à 3. (def. 7.) luego son proporcionales 12. à 2. como 18. à 3.

## PROPOSICION XXIII. THEOREMA.

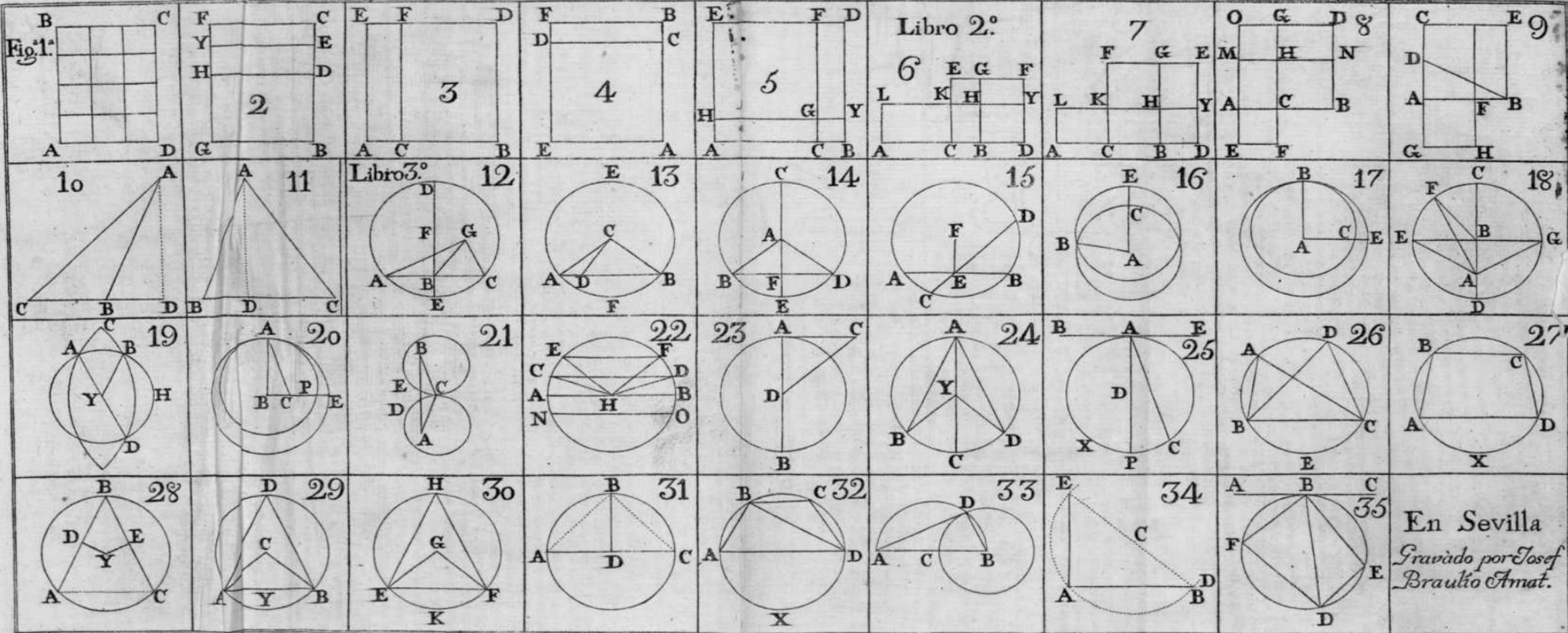
*Si tres cantidades de una parte (12. 6. 3.)  
y otras tantas de otra (8. 4. 2.) están en  
proporcion perturbada (esto es, que como  
12. à 6. asi 4. à 2. y como 6. à 3. asi 8.  
à 4.) tambien arguyendo por igualdad de  
razon serà (12. à 3. como 8. à 2.)*

12. 6. 3.

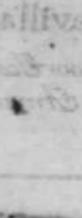
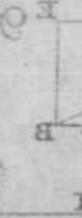
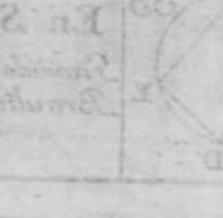
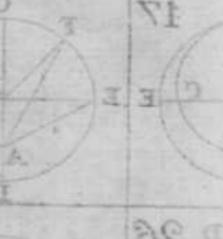
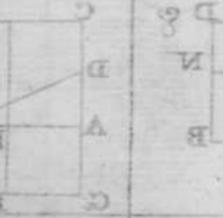
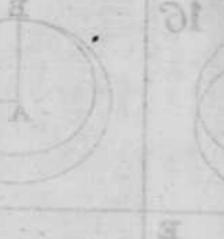
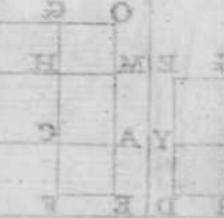
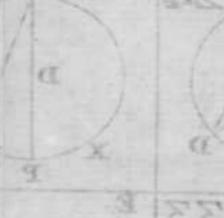
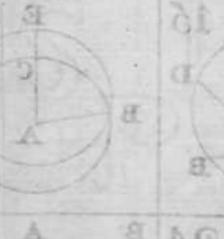
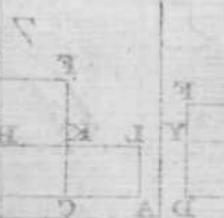
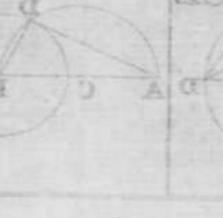
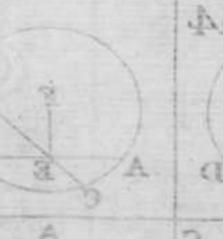
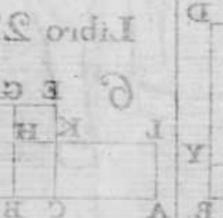
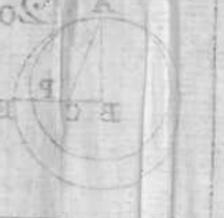
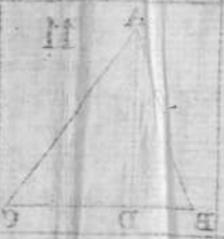
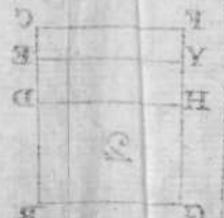
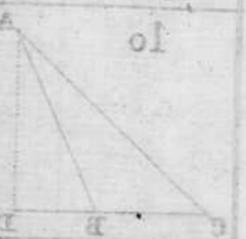
8. 4. 2.

 Demuestrase como la antecedente.





En Sevilla  
*Gravado por Josef  
 Braulio Amat.*



Libro 2.

En Sevilla  
Impresso en casa  
de Juan de la Cruz

# LIBRO SEXTO.

## Definiciones.

1. **SEMEJANTES** figuras rectilíneas son las que tienen angulos correspondientes iguales, y proporcionales los lados, que comprehenden iguales angulos.

Como los triangulos BAC. EDF. (fig. 14.) serán semejantes, si el angulo A. es igual al angulo D. y el angulo C. à el angulo F. y el B. à el E. y los lados proporcionales BA. à AC. como ED. à DF. y como AC. à CB. asi DF. à FE. y CB. à BA. como FE. à ED. y lo mismo en las demás figuras.

2. Figuras reciprocas son, aquellas, cuyos lados al rededor de iguales angulos, de tal manera son proporcionales, que el primero, y quarto termino se hallan en la una, y el segundo, y tercero en la otra. Como si en los Paralelogrammos (fig. 9.) AB. CD. el lado AE. fuere à el ED. como el CE. à el EB. se llaman reciprocos.

3. Una linea recta està dividida, segun la extrema, y media razon, quando toda la linea

al mayor segmento tiene la misma razon, que este al menor.

4. La altura de qualquiera figura es la perpendicular, tirada de el vertice à la base; caiga dentro de dicha figura, ò fuera prolongada la base. Como la altura de el triangulo ABC. (fig. 4.) es la perpendicular AD. y dicho triangulo estará, ò podrá estar entre las mismas paralelas, que otro de igual altura.

### PROPOSICION I. THEOREMA.

Los triangulos (*BAC. DAC.*) y los Paralelogramos (*CG. CE.*) que tienen igual altura, tienen la misma razon, que sus bases (*BC. DC.*) (fig. 1.)

**S**EA por exemplo BC. doble de DC. y será BD. igual à DC.

*Demonstracion.* Los triangulos BAD. DAC. sobre iguales bases, y entre unas mismas paralelas son (p. 38. l. 1.) iguales: luego el triangulo total BAC. incluye dos veces al triangulo DAC. Asimismo la base BC. incluye dos veces à la base DC. Luego (def. 4. l. 5.) el triangulo BAC. al triangulo DAC. es como la base BC. à la base DC.

Asimismo los Paralelogrammos CG. CE. por ser (p. 41. l. 1.) duplos de los triangulos BAC. DAC. tendràn (p. 15. l. 5.) la misma razon que los triangulos : esto es (por lo demonstrado) que sus bases BC. DC. Lo que se dice de la razon dupla, se entiende de la tripla, quadrupla, &c.

## PROPOSICION II. THEOREMA.

*Si en un triangulo (ABC.) se tira una recta (DF.) paralela à un lado (AC.) cortará los otros dos (AB. BC.) proporcionalmente (esto es, AD. à DB. como CF. à FB.) y al contrario. (fig. 2.)*

**T**IRENSE las rectas AF. CD.

*Demonstracion.* Los triangulos ADF. CFD. (p. 37. l. 1.) son iguales, y (p. 7. l. 5.) tendràn la misma razon al triangulo DBF. pero el triangulo ADF. à el DFB. es (p. 1.) como la base AD. à la DB. y el triangulo CFD. al triangulo FDB. es como la base CF. à la FB. Luego (p. 11. l. 5.) AD. à DB. es como CF. à FB.

Al contrario. Sea AD. à DB. como GF. à FB. Digo, que DF. es paralela à AC.

*Demonstracion.* Los triangulos ADF. DFB.

tienen (p. 1.) la razon, que sus bases AD. DB. Asimismo los triangulos CDF. FDB. tienen la razon, que sus bases CF. FB. Pero (por sup) AD. à DB. es como CF. à FB. Luego (p. 11. l. 5.) el triangulo DBF. tiene la misma razon al triangulo AFD. que à el triangulo CDF. Luego (p. 1. 5.) estos son iguales, y (p. 39. l. 1.) DF. es paralela à AC. Que es, &c.

PROPOSICION IV. THEOREMA.

*En los triangulos equiangulos (ABC. MNO.) los lados, que comprehenden iguales angulos (B. y N.) son proporcionales. (fig. 3.)*

CORTENSE BE. BD. iguales à NO. NM. y tirese la recta DE. y porque los angulos B. y N. se suponen iguales, los triangulos DBE. MNO. (p. 4. l. 1.) son totalmente iguales.

*Demonstracion.* Porque los triangulos ABC. DBE. ò su igual MNO. son equiangulos. las rectas DE. AC. seràn (p. 28. l. 1.) paralelas: luego (p. 2.) AD. à DB. es como CE. à EB. Y componiendo (p. 18. l. 5.) AB. à BD. es como CB. à EB. Luego alternando (p. 16. l. 5.) AB. à BC. es como DB. à BE.

Lo mismo se demuestra de los demàs lados, que comprehenden iguales angulos.

## Corolarios.

1. **D**E lo dicho se sigue, que si en un triangulo ABC. à qualquier lado AC. se tira una paralela DE. esta cortará un triangulo DBE. semejante à el total ABC.
2. Si de el punto B. se tira la recta BG. cortará las paralelas DE. AC. proporcionalmente. Porque (cor. 1. p. 4.) AG. à DF. es como GB. à FB. Y como GC. à FE. asi GB. à FB. Luego (p. 11. l. 5.) AG. à DF. es como GC. à FE. Y alternando (p. 16. l. 5.) AG. à GC. es como DF. à FE.

## PROPOSICION V. THEOREMA.

*Si dos triangulos tienen lados proporcionales, son equiangulos, y los angulos, que se oponen à los lados homologos, son iguales entre si.*

**E**STA proposicion consta con evidencia de la antecedente, de quien es inversa, por lo que omito su demonstracion.



## PROPOSICION VI. THEOREMA.

*Si dos triangulos tienen lados proporcionales al rededor de iguales angulos, serán equiangulos. (fig. 3.)*

**S** EAN los triangulos ABC DBE. que tengan el angulo comun B. que es lo mismo, que tenerlos iguales, y los lados AB. BC. proporcionales à DB. BE. Digo, que son equiangulos.

*Demonstracion.* Porque AB. à BC. es (por sup.) como DB. à BE. alternando (p. 16. l. 5.) AB. à DB. es como CB. à EB. Y dividiendo (p. 18. l. 5.) será AD. à DB. como CE. à EB. Luego (p. 2.) DE. es paralela à AC. y el triangulo DBE. (cor. 1. p. 4.) equiangulo à ABC. Que es, &c.

## PROPOSICION VIII. THEOREMA.

*En el triangulo rectangulo (CAB.) la perpendicular (AD.) desde el angulo recto à su lado opuesto, hace dos triangulos (CDA. ADB) semejantes à el total (CAB.) y entre si. (fig. 4.)*

*Demonstracion.* Los triangulos CAB. CDA. tienen el angulo comun C. y los angulos CAB. CDA.

CDA. rectos : luego (p. 32. l. 1.) son equiangulos.

De el mismo modo se demuestra , que los triangulos BAC. BDA. son equiangulos : luego todos son equiangulos , y (p. 4.) semejantes. Que es , &c.

### Corolarios.

1. **L**A perpendicular AD. es media proporcional entre CD. y DB. porque , siendo los triangulos CDA. ADB. semejantes, serà (p. 4.) CD. à DA. como AD. à DB.
2. Qualquier lado , de los que comprehenden el angulo recto , como AC. es medio proporcional entre la base CB. y el segmento adjacente CD. Porque siendo los triangulos CAB. CDA. semejantes , serà (p. 4.) como BC. à CA. ( en el triangulo CAB. ) asi AC. à CD. en el triangulo CDA. )

### PROPOSICION IX. PROBLEMA.

*De una recta dada ( AB. ) cortar la tercera parte , ú otra qualquiera. ( fig. 5. )*

**T**IRESE de el extremo A. qualquiera recta AD. y tomense en ella à discrecion tres par-

partes iguales AE. EF FD. tírese la recta DB. y de el punto E. la EC. paralela à DB. Digo, que AC. es la tercera parte de AB.

*Demonstracion.* Porque CE. es paralela à DB. serà (p. 2.) DE. à EA. como BC à CA. Y componiendo (p. 18. l. 5.) DA. à EA. como BA. à CA. Pero AE. es tercia parte de AD. Luego AC. lo serà de AB. Que es, &c.

### PROPOSICION X. PROBLEMA.

*Dividir una recta (AB.) segun estuviere otra (AC. en E.) (fig. 6.)*

**T**ÍRESE la recta BC. y por el punto E. la ED. paralela à CB. Digo, que la AB. queda dividida en D. como se pide.

*Demonstracion.* Porque ED. es paralela à CB. serà (p. 2.) AD. à DB. como AE. à EC. Luego, &c.

*Scholio. Fig. 7.*

**P**ARA dividir la recta AB. en partes iguales, por exemplo, en tres, tírese de el extremo A. la recta AC. como quiera, y por el extremo B. la BD. paralela à la AC. Tomense en AC. desde A. dos partes iguales AE. EC. y en la recta

recta BD. desde B. las BF. FD. con el mismo intervalo. Tirese las rectas ED. CF. que (p 33. l. 1.) serán paralelas, y dividirán à la AB. en G. H. en tres partes iguales, por ser (p 10.) semejantes à las partes iguales de las AC. y BD.

### PROPOSICION XI. PROBLEMA.

*A dos rectas dadas (AD. DB.) hallar una tercera proporcional. (fig. 6.)*

**T**IRESE como quiera la recta AC. y tomese AE. igual à DB. tirese la recta DE. y paralela à ella la BC. Digo, que EC. es la tercera proporcional.

*Demonstracion.* Porque BC. es paralela à DE. será (p. 2.) AD. à DB. como AE. ò su igual BD. à EC. Luego, &c,

### PROPOSICION XII. PROBLEMA.

*A tres rectas dadas (AD. DB. AE.) hallar la quarta proporcional. (fig. 6.)*

**T**IRESE la recta DE. y paralela à ella la BC. y alarguese la AE. hasta, que concorra con la BC. Digo que la EC. es la quarta proporcional, que se pide.

*Demonstracion.* Porque BC. es paralela à DE. serà (p. 2.) AD. à DB. como AE. à EC. Luego, &c.

### PROPOSICION XIII. PROBLEMA.

*Entre dos rećtas dadas (AB. BC.) hallar una media proporcional. (fig. 8.)*

**D**IVIDASE la compuesta AC. por medio en X. y de el punto X. con la distancia XA. describese el semicirculo AEC. De el punto B. levantese (p. 11. l. 1.) la perpendicular BE. Digo, que esta es la media proporcional. Tirese las rećtas AE. EC.

*Demonstracion.* El angulo AEC. formado en el medio circulo (p. 31. l. 3.) es rećto: luego (cor. 1. p. 8.) BE. es media proporcional entre AB. y BC. Que es, &c.

### PROPOSICION XIV. THEOREMA.

*Los Paralelogrammos iguales (AB CD.) que tienen un angulo igual à un angulo, tienen reciprocos los lados, que comprehenden dichos angulos; y al contrario. (fig. 9.)*

**J**UNTENSE los Paralelogrammos por los angulos iguales, de suerte, que AED. sea una

una línea recta, y necesariamente lo será CEB.  
(p. 15. l. 1.) Acabese el Paralelogrammo BD.

*Demonstracion.* Porque los Paralelogrammos AB. CD. son iguales, tendrán (p. 7. l. 5.) una misma razon à el Paralelogrammo BD. Pero (p. 1.) el Paralelogrammo AB al BD. es como la base AE. à ED. Y el Paralelogrammo CD. à el DB. es como la base CE. à EB. Luego (p. 11. l. 5.) AE. à ED. es como CE. à EB.

Al contrario. Sea AE. à ED. como CE. à EB. Digo, que los Paralelogrammos AB. CD. son iguales.

*Demonstracion.* El Paralelogrammo AB. à el BD. (p. 1.) es como la base AE. à ED. Asimismo el Paralelogrammo CD. à el DB. es como la base CE. à EB. Y como se suponga AE. à ED. como CE. à EB. será (p. 11. l. 5.) el Paralelogrammo AB. à BD. (como el Paralelogrammo CD. al BD.) Luego (p. 9. l. 5.) los Paralelogrammos AB. CD. son iguales.



## PROPOSICION XV. THEOREMA.

*Los triangulos iguales , que tienen un angulo igual à un angulo , tienen reciprocos los lados , que los comprehenden , y al contrario.*

**C**ONSTA de la antecedente. Porque tiradas las diagonales AB. BD. DC. ( fig. 9. ) se hará la misma demonstracion de los triangulos, que se hizo de los Paralelogrammos.

## PROPOSICION XVI. THEOREMA.

*Si quatro rectas ( AE. ED. CE. EB. ) son proporcionales , el rectangulo ( AB. ) hecho de las extremas , es igual al rectangulo ( CD. ) hecho de las medias ; y al contrario. ( fig. 9. )*

**D***emonstracion.* Porque los angulos en E. son rectos , y los lados , que los comprehenden son reciprocos : esto es, AE. à ED. como CE. à EB. los rectangulos AB. CD. son ( p. 14. ) iguales.

Al contrario. Si los rectangulos AB. CD. son iguales , tendrán sus lados reciprocos ( p. 14. ) y será AE. à ED. como CE. à EB. Que es , &c.

## Scholio. Fig. 10.

**S**I dos rectas EC. DB. se cortan en un círculo, el rectángulo EAC. hecho de los segmentos de la una, es igual al DAB. de los segmentos de la otra. Tirese las rectas EB. DC.

*Demonstracion.* Los triangulos EAB. DAC. tienen los angulos en A. (p. 15. l. 1.) iguales: Tambien los angulos B. y C. que insisten sobre el arco ED. son (p. 21. l. 3) iguales: Luego dichos triangulos EAB. DAC son equiangulos, y (p. 4.) sus lados son proporcionales, como EA. à AB. asi DA. à AC Luego (p. 16.) el rectángulo de los extremos EA. AC. es igual al de los medios BA. AD. *Es la proposicion 35. lib. 3.*

## PROPOSICION XVII. THEOREMA.

*Si tres rectas ( AB. CD. EF. ) son proporcionales, el rectángulo de las extremas ( AB. EF. ) será igual al quadrado de la media ( CD. ) y al contrario. (fig. 11.)*

**T**OMESE GH. igual à CD.

*Demonstracion.* Porque AB. à CD. es como CD. à GH.

CD. ò su igual GH. (p. 7. l. 5.) à EF. serà el rectangulo de las extremas (p. 16.) AB. EF. igual al rectangulo de las medias CD. GH. que (def. 27. l. 1.) es quadrado; y al contrario.

*Scholio. Fig. 12.*

1. **S**I de un punto B. fuera de el circulo se tira una recta BC. que toque à el circulo en C. y otra BD. que le corte en A. el quadrado de la tangente BC es igual al rectangulo hecho de toda la secante BD. y de el segmento externo BA. Tirensen las rectas DC. AC.

*Demonstracion.* Los triangulos BCA. BDC. tienen el angulo B. comun, y los angulos BCA. y D. (p. 32. l. 3.) iguales: luego (p. 32. l. 1.) son equiangulos, y (p. 4.) son proporcionales BD. à BC. en el triangulo DBC, como BC. à BA. en el triangulo CBA. Luego (p. 17.) el rectangulo de las extremas BD. BA. es igual al quadrado de la media BC. *Es la prop. 36. lib. 3. Euclid.*

2. Si el rectangulo hecho de la recta BD. que corta à el circulo, y de el segmento externo BA. fuere igual à el quadrado de la BC. que llega à el circulo, esta linea serà tangente. *Es la*

la prop. 37. lib. 3. de Euclid. Y se infiere de el Scholio precedente, de quien es inversa.

### PROPOSICION XVIII. PROBLEMA.

*Sobre una recta dada (AB.) describir un rectilineo semejante à uno dado (CD.) (fig. 13.)*

**D**IVIDASE el rectilineo dado en triangulos con la recta DC. y hagase el angulo BAG. igual al FCD. (p. 23. l. 1.) y el angulo B. igual à el angulo F. y seràn los triangulos ABG. CFD. (p. 32. l. 1.) equiangulos. Hagase sobre la recta AG. de el mismo modo el triangulo HGA. equiangulo al triangulo EDC. Digo, que el rectilineo AG. es semejante al dado CD.

*Demonstracion.* Porque los triangulos, que son parte de los rectilineos, son equiangulos, los rectilineos lo seràn tambien. Y en los triangulos HAG. ECD. (p. 4.) HA. à AG. es como EC. à CD. Asimismo en los triangulos ABG. CFD. GA. à AB. es como DC. à CF. Luego (p. 22. l. 5.) HA. à AB. es como EC. à CF. y asimismo los demàs lados: Luego el rectilineo AG. es (def. 1.) semejante à CD.

Que es, &c.

## PROPOSICION XIX. THEOREMA.

*Los triangulos semejantes (BAC. EDF.) tienen duplicada razon de sus lados homologos (BC. EF.) (fig. 14.)*

**H**ALLESE à los lados BC. EF. (p. 11.) la tercera proporcional BG. y tirese la AG. *Demonstracion.* Porque los triangulos BAC. EDF. son semejantes, serà (p. 4.) AB. à DE. como BC. à EF. Pero como BC. à EF. asi es (por const.) EF. à BG. Luego (p. 11. l. 5.) como AB. à DE, asi es EF. à BG. Luego los triangulos ABG DEF. son iguales. (p. 15.) por tener los lados reciprocos cerca de angulos iguales B. y E. Luego (p. 7. l. 5.) tiene la misma razon al triangulo ABC. Pero el triangulo ABC. à el ABG. es como la base BC. (p. 1.) à la base BG. y esta (def. 8. l. 5.) es duplicada de la que tiene BC. à EF. Luego el triangulo BAC. al triangulo EDF. tiene razon duplicada de BC. à EF. Que es, &c.

*Corolario.*

**D**E aqui se sigue, que dadas tres rectas continuas proporcionales, serà como la prime-

ra linea à la tercera , asi el triangulo descripto sobre la primera , al triangulo semejante descripto sobre la segunda : como està demonstrado.

PROPOSICION XX. THEOREMA.

*Semejantes figuras rectilneas ( AG. CD. ) se dividir en igual numero de triangulos semejantes , proporcionales à sus todos : y los rectilneos tienen duplicada razon de sus lados homologos. (fig. 13.)*

**T**irense las rectas GA. DC. y quedaràn divididos en igual numero de triangulos.

Digo lo primero , que los triangulos son semejantes.

*Demonstracion.* Porque los rectilneos se suponen semejantes ( def. 1. ) tendràn los angulos correspondientes H. y E. iguales , y GH. será à HA. como DE. à EC. Luego ( p. 6. ) los triangulos GHA. DEC. son semejantes. De el mismo modo se demuestra que lo son ABG. CFD.

Digo lo segundo , que dichos triangulos son proporcionales con sus todos : esto es , que como el triangulo GHA. à su correspondiente DEC. asi el rectilneo AG. al rectilneo CD.

*Demonstracion.* Por ser los triangulos GHA. DEC. semejantes, tendrán duplicada razon de sus lados homologos GA. DC. (p. 19.) Y por la misma los triangulos ABG. CFD. tendrán razon duplicada de los mismos lados GA. DC. Luego el triangulo GHA. al triangulo DEC. tiene la misma razon, que el triangulo ABG. al triangulo CFD. Y (p. 12. l. 5.) el triangulo GHA. al triangulo DEC. es como el rectilíneo AG. al rectilíneo CD.

Digo lo tercero, que los rectilíneos tienen duplicada la razon de sus lados homologos.

*Demonstracion.* El triangulo GHA. à el DEC. (como se ha demostrado) tiene la misma razon, que el rectilíneo AG. al rectilíneo CD. Pero el triangulo GHA. à el DEC. tiene razon duplicada de sus lados homologos HG. ED. Luego tambien los rectilíneos. Que es, &c.

### *Corolario.*

**D**E aqui se sigue, que dadas tres rectas continuas proporcionales, será como la primera à la tercera, asi el rectilíneo descrito sobre la primera à el rectilíneo semejante descrito sobre la segunda.

## PROPOSICION XXI. THEOREMA.

*Los rectilíneos, que son semejantes à un tercero, son semejantes entre si.*

☞ Consta de la p. 11. l. 5. y de el ax. 1.

## PROPOSICION XXII. THEOREMA.

*Si quatro rectas ( AB. CD., GH. KI.) son proporcionales, los rectilíneos semejantes ( E. F. L. M.) descriptos sobre ellas, seràn proporcionales. Y si estos fueren proporcionales, tambien lo seràn las lineas. (fig. 15.)*

**D***emonstracion.* El rectilíneo E al rectilíneo F. tiene (p. 19.) razon duplicada de AB. à CD. Asimismo el rectilíneo L. à M. tiene razon duplicada de GH. à KI. Pero la razon de AB. à CD. es (por sup.) igual à la de GH. à KI. Luego (p. 11. l. 5.) el rectilíneo E. à F. tiene la misma razon que L. à M.

Al contrario. Sea el rectilíneo E. à F. como L. à M. Digo, que AB. à CD. es como GH. à KI.

*Demonstracion.* El rectilíneo E. à F. tiene (p. 19.) razon duplicada de AB. à CD. Asimismo

mo el rectilíneo L. à M. tiene razon duplicada de GH. à KI. Pero E. à F. es como L. à M. (por sup.) luego (p. 11. l. 5.) AB. à CD. es como GH. à KI. Que es, &c.

### PROPOSICION XXIII. THEOREMA.

*Los Paralelogrammos equiangulos ( AB. CD.) tienen la razon compuesta de los lados, que forman iguales angulos. (fig. 9.)*

**J**UNTENSE los Paralelogrammos por los angulos iguales E. de suerte, que AED. CEB. formen lineas rectas, y acabese el Paralelogrammo BD.

*Demonstracion.* El Paralelogrammo AB. al BD. es (p. 1.) como la base AE. à la ED. Y asimismo el BD. al DC. es como la base BE. à la EC. Pero la razon de AE. à EC. (def. 7. l. 5.) es compuesta de las razones intermedias de AE. à ED. y de BE. à EC. Luego tambien la razon de el Paralelogrammo AB. al DC. se compone de las razones de AE. à ED. y de BE. à EC. Que es, &c.



*Corolario.*

**I**Nfierese de lo demonstrado, que los triángulos, que tienen un ángulo igual, tienen razón compuesta de los lados, que los forman, Porque tiradas las diagonales  $AB$   $CD$ . se probará de los triángulos lo mismo, que de los Paralelogrammos.

## PROPOSICION XXX. THEOREMA.

*Dividir una recta dada ( $BA$ .) en media, y extrema razón. (fig. 9. Lam. 2.)*

**D**ividase la recta  $BA$ . en  $F$ . (p. 11. l. 2.) de suerte, que el rectángulo de toda la  $BA$ . y de el segmento  $FB$ . sea igual al cuadrado de  $AF$ . y será (p. 17.) la  $BA$ . à  $AF$ . como  $AF$ . à  $FB$ . Que es, &c.

## PROPOSICION XXXI. THEOREMA.

*Si de los lados de un triángulo rectángulo ( $BAC$ .) se describen cualesquiera figuras semejantes ( $FED$ .) la que se forma de el lado ( $BC$ .) opuesto à el ángulo recto, es igual à las otras dos juntas. (fig. 16.)*

**D**emonstración. Porque los rectilíneos  $D.E$ .  $F$ . son semejantes, tienen entre sí (p. 20.)

la razon duplicada de sus lados BC. CA. AB. Pero los quadrados de los mismos lados tienen tambien la razon duplicada de ellos: luego los rectilineos D. E. F. tienen entre si la misma razon, que los quadrados: y teniendo los de BA. AC. juntos razon de igualdad con el de BC. (p. 47. l. 1 ) se sigue, que el rectilineo D. es igual à los otros dos E. y F.

### PROPOSICION XXXIII. THEOREMA.

*En circulos iguales los angulos formados en el centro, è en la circunferencia, son entre si como sus arcos.*

**D**E los angulos de el centro se demuestra de el mismo modo, que en la primera de este; con la diferencia, que en lugar de la p. 38. l. 1. se cite la 29. lib. 3.

Mas, porque los angulos de el centro son duplos de los angulos de la circunferencia, lo que de aquellos se demuestra, tambien es verdadero de estos.



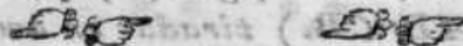
# LIBRO SEPTIMO.

## QUE ES EL ONZENO DE EUCLIDES.

### Definiciones.

1. **S**olido, ò cuerpo, es una cantidad, que tiene longitud, latitud, y profundidad.
  2. Los terminos de el solido son superficies.
  3. Una linea (*AB. fig. 19.*) se dice recta, ò perpendicular à un plano (*CD.*) quando forma angulos rectos con todas las rectas (*BC. BF. &c.*) que toca de dicho plano.
  4. Un plano (*MN. fig. 20.*) se llama recto, ò perpendicular à otro (*FE.*) quando todas las rectas (*AC. BD.*) que en el uno se tiran perpendiculares à la seccion comun (*ON.*) son perpendiculares al otro plano. (*FE.*)
- De esta definicion se sigue, que si en un plano recto à otro se tira una perpendicular à la seccion comun, será tambien perpendicular al otro plano
5. **Inclinacion de un plano sobre otro,** es el angulo agudo (*ABC. fig. 17.*) que forman las rectas (*AB. CB.*) tiradas en ambos planos, perpendiculares à la seccion comun.

6. Planos paralelos son, los que prolongados à una, y otra parte nunca pueden concurrir.
7. Solidos semejantes son los contenidos de igual numero de superficies semejantes.
8. Solidos iguales, y semejantes, son los contenidos de igual numero de superficies iguales, y semejantes.
9. Angulo solido es, el que se forma demàs de dos angulos planos, que estàn en diferentes planos. Como el angulo solido (D. fig. 22.) que consta de tres angulos en distintos planos.
10. Prisma es un solido contenido de planos, de quienes dos opuestos son paralelos iguales, y semejantes, y los demàs Paralelogrammos. Como BF. (fig. 22.) cuyos dos planos opuestos BAC. EDF. son triangulos semejantes, iguales, y paralelos (y pueden ser qualesquiera otros rectilíneos) y los restantes planos BD. AF. BE. son paralelogrammos.
11. Paralelepipedo es un solido terminado de seis planos, Paralelogrammos, de quienes cada dos opuestos son iguales, y paralelos.
12. Cubo es un Paralelepipedo, cuyos seis planos son quadrados iguales.



## PROPOSICION I. THEOREMA.

*De una linea recta no puede estar una parte en un plano, y otra fuera de el mismo plano.*

**E**S evidente. Porque, si tuviese la recta parte en un plano, y parte en otro, serian dos rectas, que formarian angulo, y por consiguiente no seria una linea recta; lo que es contra lo supuesto.

## PROPOSICION II. THEOREMA.

*Un triangulo està todo en un plano, como tambien qualesquiera dos rectas que se cortan.*

**C**ONSTA de la antecedente: Porque el triangulo no es otra cosa, que una superficie plana terminada de tres lineas rectas: y lo mismo se infiere de las rectas, que se cortan.

## PROPOSICION III. THEOREMA.

*Si dos planos (AC. AD.) se cortan entre si, la seccion comun (AB.) es una linea recta. (fig. 18.)*

**D**Emonstracion. Porque si no lo es, en el plano AC. tirese la recta AFB. y en el plano

plano AD, la recta AEB. Luego dos rectas AEB, y AFB, cerrarán un espacio, lo que (ax, 12.) no puede ser.

#### PROPOSICION IV. THEOREMA.

*Si una linea recta (AB.) es perpendicular à dos rectas (CD. FE.) que se cortan (en B.) será tambien perpendicular al plano (CD.) en que se hallan. (fig. 19.)*

**S**Upongo, que de el punto B. solo puede salir una perpendicular al plano; porque si se dice, que dos rectas BA, BG, son perpendiculares al plano, entrambas serán (def. 3.) perpendiculares à CD. Luego los angulos ABC, GBC, son rectos, è iguales; la parte al todo, lo que es imposible.

*Demonstracion.* Porque de el punto B. la perpendicular al plano es unica, y esta (def. 3.) perpendicular à las CD; FE, se sigue, que siendo BA. (por sup.) perpendicular à las CD.

FE, tambien es perpendicular al plano CD, en que ellas están.

## PROPOSICION VI. THEOREMA.

*Las rectas (AC. BD.) perpendiculares à un mismo plano, son paralelas. (fig. 20.)*

**S**OBRE CD. que junta las perpendiculares en el plano FE levantese el plano MN. perpendicular al FE.

*Demonstracion.* Si las AC. BD. no están en el plano MN. se podrá de C. y D. levantar en el plano MN. otras perpendiculares al plano EF. y asi de un punto se levantarían dos perpendiculares à un mismo plano; lo que es contra lo demostrado en la preparacion à la Prop. 4. Luego las rectas AC. BD están en el plano MN. Siendo, pues, los angulos ACD. BDC. (def. 3.) rectos, las lineas AC. BD. (p. 29. l. 1.) serán paralelas.

## PROPOSICION VIII. THEOREMA.

*Si de dos paralelas la una es perpendicular à un plano, lo será tambien la otra.*

 Consta de lo demostrado en la Proposicion 6.

## PROPOSICION IX. THEOREMA.

Las rectas ( $AB. EF.$ ) paralelas à una misma ( $CD.$ ) aunque no estèn en un mismo plano, son paralelas entre si. (fig. 21.)

**T**írese la  $OG.$  perpendicular à la  $CD.$  en el plano de las  $AB. CD.$  y la  $OH.$  perpendicular à la misma  $CD.$  en el plano de las  $CD. EF.$

*Demonstracion.* Porque la  $CO.$  es perpendicular à las  $GO. HO.$  lo será à su plano (p. 4.) y las líneas  $AB. EF.$  que se suponen paralelas à  $CD.$  tambien (p. 8.) serán perpendiculares al mismo plano: luego (p. 6.) serán paralelas entre si.

## PROPOSICION X. THEOREMA.

Si dos rectas ( $AB. AC.$ ) que concurren en un plano, son paralelas à dos ( $DE. DF.$ ) que concurren en otro, formarán iguales angulos ( $BAC, EDF.$ ) (fig. 22.)

**H**aganse iguales  $AB.$  à  $DE.$  y  $AC.$  à  $DF.$  y tense  $AD. CE. BE. BC.$  y  $EF.$

*Demonstracion.* Por ser  $AB. DE.$  paralelas, è iguales, serán (p. 33 l. 1.)  $AD. BE.$  iguales,

les, y paralelas. Y asimismo lo serán AD. CF. y (p. 9.) las BE. CF. tambien serán paralelas, è iguales : luego BC. EF. (p. 33. l. 1.) son iguales, y paralelas : luego los triangulos BAC. EDF. tienen los tres lados de el uno iguales à los tres de el otro, (p. 8. l. 1.) los angulos BAC. EDF. son iguales.

### PROPOSICION XIII. THEOREMA.

*De un punto dado en un plano no se pueden tirar dos perpendiculares à dicho plano.*

*¶* Queda demostrada en la preparacion de la p. 4.

### PROPOSICION XIV. THEOREMA.

*Si una linea recta (AG.) es perpendicular à dos planos (BC. EF.) serán paralelos. (fig. 23.)*

**E**S manifiesto. Forque el plano BC. no pueden inclinarse à el otro EF. sin que se incline à la recta AG. y entonces no fuera perpendicular.

## PROPOSICION XV. THEOREMA.

*Si dos rectas (BA. CA.) que concurren en un plano, son paralelas à otras dos (ED. FD.) que concurren en otro, dichos planos seràn paralelos. (fig. 24.)*

**D**E el punto A. caiga la AG. perpendicular al plano EF. y por el punto G. tirense GH. GI. paralelas à DE. DF.

*Demonstracion.* Por ser GH. GI. paralelas à DE. DF. seràn (p. 9.) GH. GI. tambien paralelas à AB. AC. Siendo, pues, los angulos IGA. HGA. (def. 3.) rectos, seràn (p. 29. l. 1.) los angulos CAG. BAG. rectos: luego (p. 4.) AG. es perpendicular al plano BC. y siendo tambien perpendicular al plano EF. seràn (p. 14.) los planos BC. EF. paralelos.

## PROPOSICION XVI. THEOREMA.

*Si un plano (FN.) corta dos planos paralelos (AD. CB.) las comunes secciones (FO. EN.) seràn paralelas. (fig. 25.)*

**D**Emonstracion. Sino son paralelas, concurriràn en algun punto; y como las rectas FO. EN. estèn en los planos AD. CD. tambien

bien estos concurriràn , si se continúan : luego no son paralelos , contra lo supuesto : luego las comunes secciones FO. EN. son paralelas.

*Corolario. Fig. 25.*

**S**I dos planos (*AD. CB*) fueren paralelos, y en uno de ellos (*AD.*) se tira la recta (*FO.*) y à esta otra paralela (*EN.*) cuyo extremo (*E.*) està en el otro plano (*CB.*) estará (*EN.*) en este plano.

Por las rectas FO. EN. tirese el plano FN. y alarguese hasta que corte al plano CB. y serà EN. seccion de los planos CB. FN. y por tanto paralela à FO. Si se niega , sea EX. la seccion : luego (p. 16.) EX. FO. son paralelas ; pero (por sup.) FO. EN. son paralelas : luego (p. 30. l. 1.) EX. EN. son paralelas , lo que es absurdo , pues concurren en E.

PROPOSICION XVIII. THEOREMA.

*Ji una recta (BD.) es perpendicular à un plano (FE.) todos los planos , que pasan por ella, son perpendiculares al mismo plano. (fig. 26.)*

**P**OR la recta BD. pase el plano MN. en el qual tirese la recta AC. paralela à la BD.

*Demonstracion.* Las rectas  $BD$ .  $AC$ . son (p. 8.) perpendiculares al plano  $FE$ . luego (def. 4.) el plano  $NM$ . es tambien perpendicular al plano  $FE$ . Lo mismo se demuestra de otro qualquiera plano, que pase por  $BD$ .

PROPOSICION XIX. THEOREMA.

*Si dos planos, que se cortan, son rectos à otro, tambien su comun seccion será perpendicular al mismo plano.*

**I**Nfierese de la antecedente. Porque la tal comun seccion es la misma recta perpendicular al plano por donde pasan todos los planos perpendiculares à él.

*Scholio. Fig. 26.*

**S**I à dos planos inclinados ( $AB$ .  $AC$ .) los corta otro ( $BOS$ .) recto à uno ( $AC$ .) de los dos, y de las secciones ( $SB$ .  $SO$ .) la una ( $SB$ .) es perpendicular à la comun seccion ( $AM$ .) de los inclinados, lo será tambien la otra ( $SO$ .)

Si  $SO$ . no es perpendicular á  $AM$ . levantese en el plano  $AC$ . de el punto  $S$ . la perpendicular

$SD$ .

SD. y porque AM. es perpendicular à las rectas SB. SD. serà (p. 4.) perpendicular al plano BSD. Luego el plano AC. (p. 18.) es recto al plano BSD. Pero el mismo AC. es (por sup.) recto al plano BOS. Luego la seccion comun BS. de los planos BSD. BOS. es (p. 19.) perpendicular al plano AC. Luego (p. 18.) el plano AB. es recto al AC. al qual se supone inclinado: lo que es absurdo. Luego, &c.

PROPOSICION XXIV. THEOREMA.

*Si un solido (AB.) està contenido de planos paralelos, los opuestos son Paralelogrammos semejantes, è iguales. (fig. 27.)*

**D***Emonstracion.* Porque à los planos paralelos AC. BE. los corta el plano EF. las comunes secciones AF. DE. son (p. 16.) paralelas. Por la misma razon lo son DF. AE. Luego AD. es un paralelogrammo. Y de el mismo modo se demuestra, que lo son los demás AG. FB. &c. Asimismo, porque las lineas AE. FG. son (p. 34. l. 1.) paralelas, è iguales à las FD. DB. los angulos AEG. FDB. son (p. 15.) iguales. De el mismo modo se demuestra, que todos los lados, y angulos de los Paralelogrammos

opuestos son iguales : luego son semejantes , è iguales.

PROPOSICION XXV. THEOREMA.

*Si un Paralelepipedo ( AB. ) se divide con un plano ( CD. ) paralelo à los opuestos ( AE. BF. ) seràn los segmentos solidos proporcionales con sus bases. ( fig. 28. )*

SEA por exemplo DH. doble de AG. *Demonst.* Imaginense el segmento solido DB dividido igualmente por un plano paralelo à BF. y cada uno de los dos serà ( p. 24. y def. 8. ) igual , y semejante de AC. Luego el segmento BD. serà duplo de AC. asi como la base DH. lo es de AG. Lo que se ha dicho de la razon dupla, se entiende de la tripla, quadrupla , &c.

*Corolarios.*

LOS Paralelepipedos de igual altura tienen la misma razon , que sus bases. Es la p. 32. de este.

Los Paralelepipedos de igual altura , que tienen una , ò iguales bases , son iguales. Prop. 29. 30. y 31.

## PROPOSICION XXVIII. THEOREMA.

*Si un Paralelepipedo ( AB. ) se divide con un plano, que pase por las diagonales ( DA. BH. ) de los planos opuestos, quedará dividido en dos prismas iguales, ( fig. 29. )*

**D***Emonstracion.* Por ser AG. Paralelogrammo, las líneas GE. HA. son paralelas, è iguales (p. 34. l. 1.) Y asimismo lo son BD. GE. luego HA. y BD. iguales, y paralelas à una misma GE. lo son entre sí (p. 9.) Luego las DA. BH. que las juntan, son tambien (p. 33. l. 1.) paralelas, è iguales: luego AB. es Paralelogrammo. Y como los Paralelogrammos EF. CG. sean cortados por las DA. BH. en dos triangulos iguales (p. 34. l. 1.) los dos prismas FBA. EBA. tendrán los triangulos, y los Paralelogrammos, de que se componen, iguales, cada uno à su correspondiente: luego dichos prismas (de. 8.) son iguales.

## PROPOSICION XXXIII. THEOREMA.

*Los Paralelepipedos semejantes ( AB. y E ) tienen triplicada razon de sus lados homologos ( CB. GF. ) ( fig. 30. )*

**D***Emonstracion.* Si suponemos, que CB. es doble de GF. tambien BD. lo será de FH.

FH. y DL. de HI. Luego, si se divide el Paralelepipedo AB. en dos partes iguales, así en longitud, como en latitud, y profundidad, se tendrá resuelto el Paralelepipedo AB. en ocho Paralelepipedos, cada uno de los quales como M. teniendo todos sus planos iguales, y semejantes à los de el Paralelepipedo E. les serán igual en todo ser: luego el Paralelepipedo AB. contiene ocho veces à el E. pero la razon de 8. à 1. es triplicada, ò compuesta de tres razones iguales de CB. à GF. Luego, &c. Lo que se ha dicho de la razon dupla se entiende de la tripla, quadrupla, &c.

### Corolario.

**L**O dicho en las Proposiciones antecedentes de los Paralelepipedos, se infiere tambien de los prismas triangulares: por ser (p. 28.) la mitad de los Paralelepipedos. Y de todos los prismas polygonos, por resolverse en prismas triangulares.



# LIBRO OCTAVO.

QUE ES EL DOZENO DE EUCLIDES.

## Definiciones.

1. **P**IRAMIDE es un solido terminado de triangulos, que nacen de el plano, que es base de la Piramide, y concurren en un punto fuera de dicho plano, llamado vertice, ò cuspide. Como  $ABDC$ . (fig. 31.) cuya base es el triangulo  $BDC$ . (y puede ser otro qualquier rectilineo) su vertice  $A$ . y los lados las rectas  $AB$ .  $AD$ .  $AC$ .
2. Piramide conica es un solido contenido de un circulo, y de una infinidad de lineas rectas, tiradas de la circunferencia de el circulo à un punto, que está fuera de su plano. Como  $ABCD$ . (fig. 32.) su exe es la recta  $AE$ . que de el vertice  $A$ . cae al centro de la base: si este es perpendicular à la base se llama esta Piramide recta; sino es perpendicular, es Piramide obliqua, ò inclinada.
3. Cilindro es un cuerpo terminado de dos circulos iguales, y paralelos, y de una infinidad

de líneas rectas, que van de la circunferencia de el uno à la de el otro. Como H. su exe es la recta EF. que junta los centros de los círculos : si este es perpendicular à dichos círculos el Cilindro se dice recto ; sino , obliquo , ò inclinado.

4. *Semejantes Piramides conicas , y Cilindros* (siendo rectos) son los que tienen los exes, y los diámetros de las bases proporcionales; pero siendo inclinados , los ángulos , que hacen los exes con sus bases han de ser iguales.

5. *Esfera , Globo , ò Bola , es un solido contenido de una sola superficie , y tiene en medio un punto , de el qual todas las rectas à la superficie son iguales. El punto medio se dice centro de la esfera ; y las líneas de el centro à la superficie se llaman radios de la esfera , ò semidiámetros.*

*Diametro de la esfera es qualquiera recta , que pasando por el centro , se terminan sus extremos en la superficie. Exe de la Esfera es el diametro inmóble , sobre quien hace su revolucion la Esfera ; y sus extremos en la superficie se llaman polos de la Esfera.*

\* \* \*

## PROPOSICION I. Y II. THEOREMA.

*Los Poligonos semejantes ( ABO. &c. ILR. ) inscriptos en los circulos, tienen duplicada razon de sus diametros ( AF. IC. ) y la misma tien en los circulos entre si. ( fig. 34. )*

**T**IRENSE las rectas AO. BF. IR. LC.  
*Demonstracion.* Por ser los polygonos semejantes, los triangulos ABO. ILR, seran ( p. 20. l. 6. ) semejantes, y los angulos AOB. ILR. iguales entre si, los quales siendo iguales ( p. 20. l. 3. ) à los angulos BFA. LCI tambien estos seran ( ax. 1. ) iguales entre si: luego los triangulos FBA. CLI. rectangulos en B. y L ( p. 31. l. 3. ) son equiangulos, y ( p. 4. l. 6. ) semejantes, y sus lados proporcionales, como BA. à LI. asi AF. à IC. pero el polygono ABO. al polygono ILR. tiene ( p. 20. l. 6. ) razon duplicada de AB. à IL. Luego la tendrà tambien de los diametros AF. IC. Asimismo, porque los circulos se pueden considerar como unos polygonos regulares de infinitos lados. Lo que de los polygonos se ha dicho, se debe entender de los circulos: y asi tienen duplicada raze de sus diametros. Que es, &c.

**D**E lo dicho se infiere, que los ambitos de los polygonos semejantes inscriptos en los circulos tienen entre sí la misma razon, que los diametros. Porque está demonstrado, que  $AB.$  à  $LI.$  es como  $AF.$  à  $IC.$  Y de el mismo modo se demonstrará ser  $BO.$  à  $LR.$  como  $AF.$  à  $IC.$  &c. Luego (p. 12. l. 5.) todos los lados juntos de un polygono à todos los de el otro juntos, esto es, el ambito à el ambito, será como el diametro  $AF.$  à el diametro  $IC.$  Y lo mismo se entiende de las periferias de los circulos con sus diametros.

*Lemma para la Proposicion 7. fig. 35.*

**L**AS Piramides ( $ADCE.$   $BDCE.$ ) que tienen una misma base ( $DCE.$ ) y altura (esto es, que la linea  $AB.$  que junta sus vertices, sea paralela à qualquiera linea ( $DE.$ ) de la base) son iguales.

*Demonstracion.* Porque el triangulo  $DCE.$  se puede considerar como una infinidad de lineas paralelas à la  $DE.$  si de los extremos de esas lineas se tiran rectas à las cuspides  $A.$  y  $B.$  se tendrá una infinidad de triangulos, que componen dichas

chas Piramides. Mas porque qualquier triangulo, de los que componen la Piramide ADCE. es igual (p. 37. l. 1.) à su correspondiente en la Piramide BDCE. se sigue, que dichas Piramides son iguales. Lo mismo se entiende de las Piramides, que tienen iguales bases, pues lo mismo es tener base comun, que tenerlas diferentes, como sean iguales.

### PROPOSICION VII. THEOREMA.

*La Piramide triangular (DEFC.) es la tercera parte de el prisma (ABCDEF.) que tiene la misma base, y altura con ella. (fig. 36.)*

**D***Emonstracion.* Porque à mas de la Piramide dicha, contiene el prisma otras dos piramides ABFC. ADFC. que teniendo las bases iguales ABF. ADF. y un mismo vertice C. son (Lem. preced.) iguales: y siendo la una ABFC. igual (Lem. preced.) à la primera DEFC. por tener la misma base, y altura, que el prisma, se sigue, que las tres Piramides dichas son iguales entre si, y por consiguiente la Piramide DEFC. es la tercera parte de el prisma triangular ABCDEF.

Lo mismo se entiende de las Piramides, que no son triangulares, porque estas se pueden dividir en triangulares.

### PROPOSICION VIII. THEOREMA.

*Las Piramides semejantes tienen razon triplicada de la de sus lados homologos.*

**I**maginense sobre las bases de las Piramides dos prismas semejantes de la misma altura, los cuales teniendo (cor. p. 33. l. 11.) razon triplicada de la de sus lados homologos, las Piramides semejantes, que son sus tercias partes, tendran tambien razon triplicada de la de sus lados homologos.

### PROPOSICION X. THEOREMA.

*Toda Piramide conica es la tercia parte de el Cilindro, que tiene la misma base, y altura.*

**P**orque el Cono no es otra cosa, que una piramide de infinitos lados, y el Cilindro un prisma tambien de infinitos lados: y como una Piramide (p. 7.) es el tercio de un prisma de la misma base, y altura: se sigue, que la Piramide

de Conica tambien es el tercio de el Cilindro, que tiene la misma base, y altura.

## PROPOSICION XII. THEOREMA.

*Semejantes piramides conicas, y Cilindros, tienen triplicada razon de los diametros de sus basees.*

**P**orque los Conos son unas Piramides de infinitos lados, tienen (p. 8.) razon triplicada de la de sus lados homologos, que (p. 1.) es la misma, que tienen los diametros de sus bases. Asimismo, porque los Cilindros son unos prismas de infinitos lados, y estos tienen (p. 33. l. 11.) razon triplicada de la de sus lados homologos, la tendrán tambien de los diametros de las bases, que (p. 1.) tienen la misma razon, que los lados homologos. Luego, &c.

### *Corolario.*

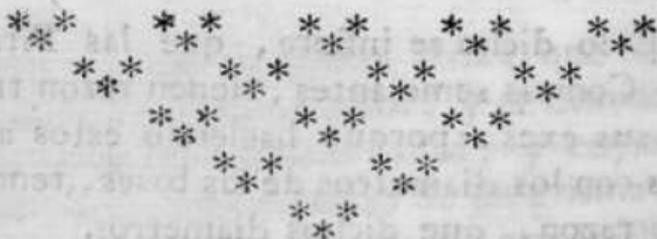
**D**E lo dicho se infiere, que las Piramides Conicas semejantes, tienen razon triplicada de sus exes: porque haciendo estos angulos iguales con los diametros de las bases, tendrán la misma razon, que dichos diametros.

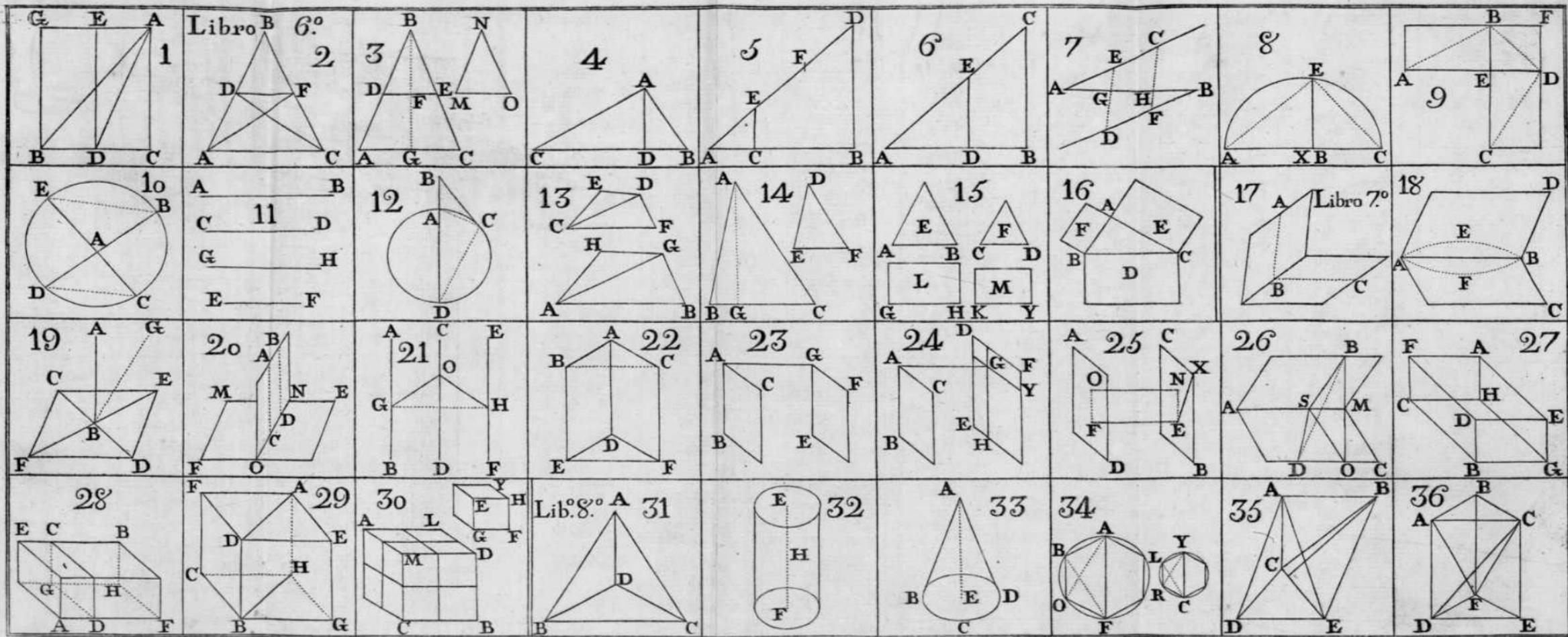
## PROPOSICION XVIII. THEOREMA.

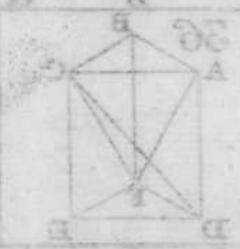
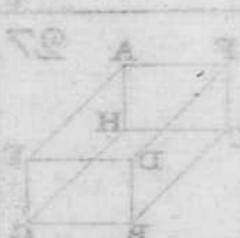
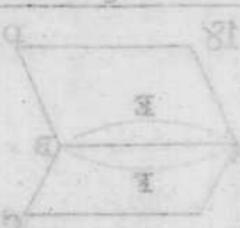
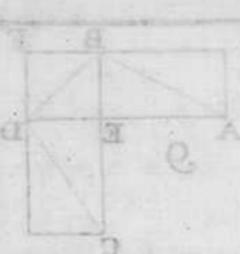
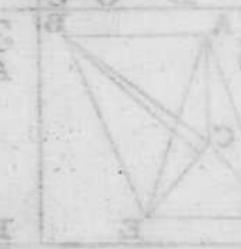
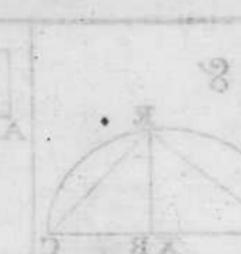
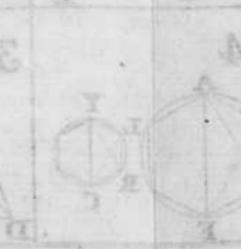
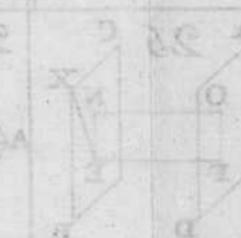
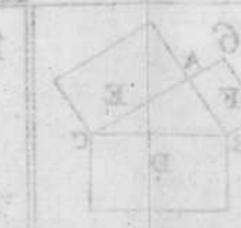
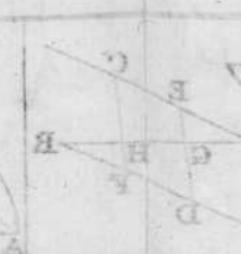
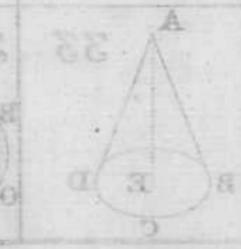
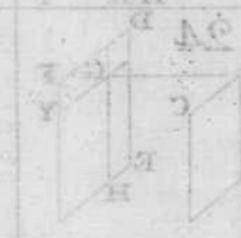
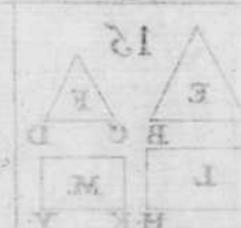
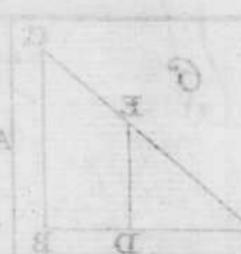
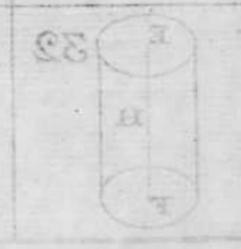
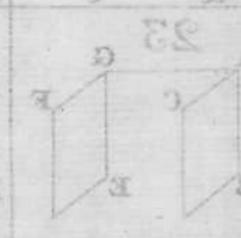
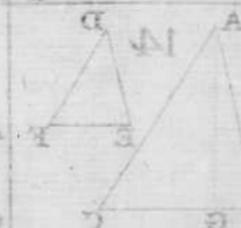
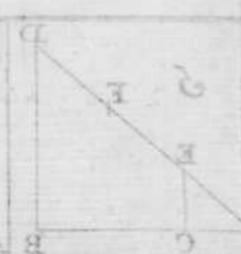
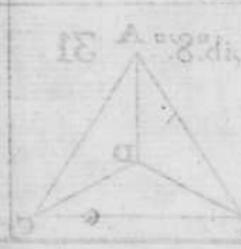
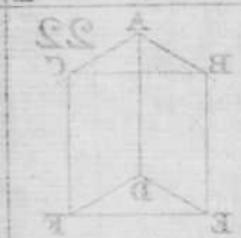
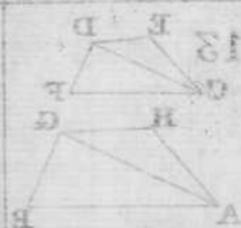
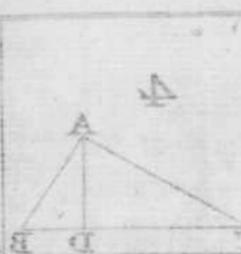
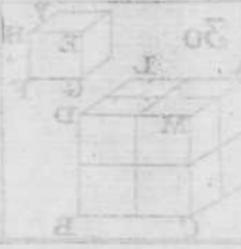
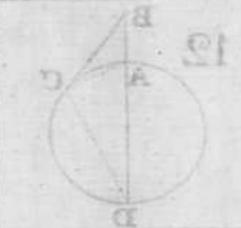
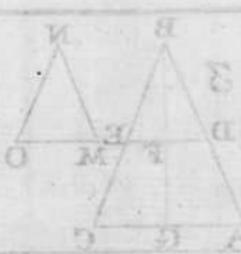
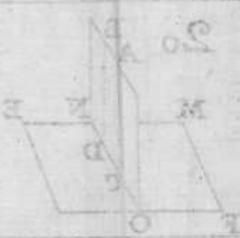
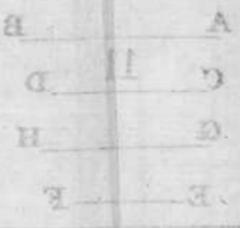
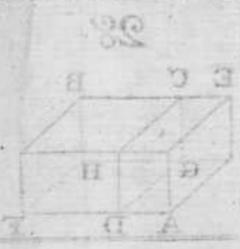
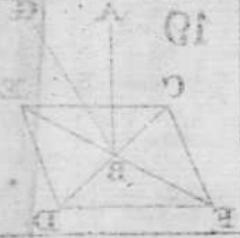
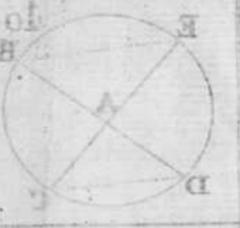
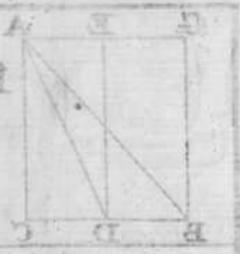
*Las Esferas tienen razon triplicada de sus diametros.*

**L**A Esfera es un agregado de infinitas Piramides Conicas, cuyas bases componen la superficie de la Esfera, su altura son los radios de la Esfera, y sus vertices el centro: luego una Esfera à otra tendrà (p. 12. l. 5.) la misma razon, que una piramide de las que componen la una Esfera à otra Piramide de las que componen la otra; pero dichas Piramides (cor. p. 12.) tienen razon triplicada de sus alturas: esto es, de los radios de las Esferas: luego estas tienen tambien razon triplicada de sus radios, ò (p. 15. l. 5.) de sus diametros.

FIN DE LOS ELEMENTOS DE EUCLIDES.







# TRATADO II.

*Y CUARTO DEL AUTOR.*

DE LA GEOMETRIA PRAC-  
tica, ò uso de los Instrumentos  
mas comunes para trabajar  
en el papèl, y  
Terreno.

COMO los Instrumentos mas familiares à  
los Geometras para trabajar en el Papèl,  
y Terreno, les son bien conocidos, omito el  
poner en este Tratado su figura, y construc-  
cion, explicando solo el modo de hacer por  
ellos las operaciones mas simples, y comunes;  
advirtiendole, que se tengan presentes las  
definiciones dadas en la Geometria  
Elementar.



## CAPITULO I.

*DE LA DIVISION, Y FORMACION DE  
Angulos, modo de tirar Lineas Paralelas,  
Perpendiculares, y Tangentes.*

## PROPOSICION I. PROBLEMA.

*Por dos puntos dados A. B. (fig. 1.) tirar  
una linea recta.*

1. **A** Pliquesse la regla à dichos puntos, de  
suerte que queden descubiertos, y  
llevando el lapiz, ò pluma de uno à otro suave-  
mente, siguiendo la regla se havrà conseguido lo  
que se pretende.

2. Si los puntos dados estàn en el terreno,  
plantèse un piquete bien à plomo sobre cada uno,  
y teniendo una cuerda de uno à otro, se harà un  
pequeño surco en la tierra, que señalarà dicha  
linea en defecto de la cuerda.

## PROPOSICION II. PROBLEMA.

*Prolongar una linea recta AB. (fig. 2.) quan-  
to se quisiere.*

1. **D**E los extremos A. B. con qualquie-  
ra abertura de compas haganse las decu-

decusaciones E. F. y de ellas la intercesion C. y si se quiere hagase otra en D. y la recta que se tirare por los puntos C. D. convendrá con la dada AB. si se prolonga (p. 14. l. 1. Euc.) por ser las dos perpendiculares à un mismo punto de la que pasa por E. y F.

2. Mas si la linea que se ha de prolongar estuviere en el terreno, por dos piquetes plantados bien à plomo en sus extremos, se enfilará otro tercero, y de esta suerte se irá prolongando la linea quanto se quisiere; procurando siempre, que cada tres piquetes se hallen en una linea recta.

### PROPOSICION III. PROBLEMA.

*Dividir un angulo rectilíneo BAC. (fig. 3.) en dos partes iguales.*

1. **D**EL punto A. como centro, hagase à discrecion el arco BC. y de los puntos B. y C. con el mismo intervalo, dos arcos, que se corten en E. tirese la recta AE. y esta dividirá el angulo dado en dos iguales: consta de la prop. 9. l. 1. Euc.

2. Si el angulo dado está en el terreno en igual distancia del punto A. y sobre sus lineas

clavense dos piquetes ; unanse à ellos los extremos de un cordel doblado por medio , y estando este bien tendido , y en la mano la señal que lo divide por mitad , se plantará un piquete en el punto E. tirese la recta AE. y esta dividirá el ángulo en dos iguales.

#### PROPOSICION IV. PROBLEMA.

*Hacer un ángulo rectilíneo del número de grados que se quisiere en el punto A. de la recta dada AB. (fig. 4.)*

1. **A** Plíquese el centro del semicírculo à el punto A. desuerte , que su diámetro se ajuste con la recta AB. y notese en el papel el punto correspondiente à 50. grados, que son : por exemplo , los que han de tener el ángulo ; tirese por el extremo A. y punto señalado, la recta AC. y se tendrá el ángulo CAB. del número propuesto de grados. Si se usare de la pantometra , descripto el arco BC. aplíquese el radio AB. à las líneas de las cuerdas de 60. à 60. tomese la distancia de 50. à 50. y pasese de B. à C. tirese la recta AC. y se havrà conseguido lo que se pretende.

2. Si la operacion se huviere de hacer en el terre-

terreno, pongase el centro del semicirculo, que sirve para operar en campaña en el punto A. (fig. 5.) y mirando por las pinolas fixas en su diametro un piquete puesto en B. muevase la alidada hasta que corte el grado 50. y clavese un piquete bien à plomo, y enfilado por las pinolas de dicha alidada en C. tirese la recta AC. y será el angulo CAB. del numero de grados, que se propuso. Del mismo modo se investiga la cantidad de grados, que tiene un angulo formado en el papel, ó terreno.

#### PROPOSICION V. PROBLEMA.

*Hacer un angulo rectilineo igual à otro dado A. en el punto E. de la recta dada ED.*  
(fig. 6.)

1. **D**EL punto A. con qualquiera abertura de compàs, hagase el arco BC. y con el mismo intervalo, y centro E. el arco DF. tomese entre las puntas del compàs la distancia BC. y pasese de D. à F. tirese la recta EF. y será el angulo E igual al dado A. por ser (prop. 33. l. 6. Euc.) como sus medidas BC. DF.

2. Si la operacion se huviere de hacer en el

el terreno descripto como antes el arco BC. midanse en una escala el lado AB. y base BC. cuentense sobre ED. desde E. tantos pies, varas, ò brazas, como AB. tiene de su escala, y claven-se dos piquetes, en los puntos E. D. unase al piquete puesto en E. una cuerda del largo de AC. y al piquete que està en D. otra de la longitud BC. y juntense sus extremos en el punto F. tirese la recta EF. y serà el angulo E. (prop. 8. l. 1. Euc.) igual à el angulo A. Esto mismo se hace midiendo el angulo A. y formando en el punto E. el angulo DEF. del mismo numero de grados como se enseñò en la proposicion 4.

### PROPOSICION VI. PROBLEMA.

*A una recta dada AB. (fig. 7.) tirar una paralela por un punto dado fuera de ella C.*

1. **D**EL punto C. como centro, hagase à discrecion el arco AE. y con el mismo intervalo, y centro A. describese el arco CB. tomese este entre las puntas del compàs, y pasese de A. à E. tirese la recta CE. que serà paralela à la dada AB. (p. 27. l. 1. Euc.) por ser los angulos alternos iguales. Quando el arco CB. no corta la dada AB. se tirará la CA.

y sobre ella se hará la operación como antes.  
 2. Si la operación se huviere de hacer en el terreno, en los puntos *A. B.* de la recta dada, clavense dos piquetes, unase à el piquete puesto en *B.* una cuerda cuyo largo sea *AB.* y à el piquete que està en *A.* otra de la longitud de *CB.* y estando estos bien tendidos, y unidos sus extremos en el punto *E.* clave se en èl un piquete, y tirese la recta *CE.* que será paralela à la dada *AB.* por lados opuestos de el paralelogrammo *BE.* Esto mismo se puede hacer midiendo con un semicirculo el angulo *BAC.* y y haciendo igual à èl, el alterno *ACE.*

### PROPOSICION VII. PROBLEMA.

*Sobre una recta dada AB. (fig. 8.) y à un punto en ella dado C. levantar una perpendicular.*

**T**Omense las partes iguales *CA. CB.* y de los puntos *A. B.* con qualquiera distancia haganse dos arcos, que se crucen en *F.* tirese la recta *FC.* que será perpendicular à la *AB.* (consta de la prop. 11. l. 1. Euc.) Quando el punto dado *C.* (fig. 9.) està en el extremo de la linea, descrivase el arco *BDE.*

sobre el qual pasese dos veces la misma abertura de compás, y de los puntos D. E. hagase la seccion F. tirese la recta FC. que será la perpendicular, por ser el arco BD. ò su igual DE. ( cor. 5. p. 32. l. 1. ) de 60. grados, y su mitad HD. de 30. Lo mismo se executará mediante la esquadra, aplicando uno de sus lados sobre la linea dada ( fig. 10. ) de suerte, que el otro toque el punto dado C. y tirando la recta FC. será esta perpendicular à la AB.

2. Para operar en el terreno, clavense dos piquetes, uno en el punto dado C. ( fig. 11. ) y otro en el punto A. tomado à discrecion sobre la linea, unanse à ellos los extremos de un cordel doblado por medio, y estando este bien tendido, y en la mano la señal que lo divide por mitad, se clavarà un piqueta en D. hecho esto el extremo C. del cordel, se pasará à F. de suerte, que FDA. hagan una recta; tirese la FC. que será la perpendicular, porque siendo D. centro del círculo que pasa por A. C. F. será el angulo FCA. ( p. 31. l. 3. Euc. ) recto. Esto mismo se executará con la esquadra, como todos saben, y tambien con el semicirculo, formando en el punto C. un angulo de 90. grados.

PROPOSICION VIII. PROBLEMA.

Sobre una recta dada AB. (fig. 12.) y de un punto fuera de ella dado C. baxar una perpendicular.

1. **D**EL punto C. como centro, describase un arco, que corre à la AB. en los puntos D. E. de los quales con el mismo intervalo hagase la seccion F. y tirese la recta CF. que serà la perpendicular: consta de la (p. 12. l. 1. Euc.) Quando el punto dado C. (fig. 13.) está inmediato à uno de los extremos; de los puntos 1. 2. tomados sobre la dada à discrecion con los intervalos al punto C. hagase la deusacion D. apliquese la regla à los puntos C. D. y tirese la recta CD. que serà la perpendicular, porque siendo iguales 1C. 1D. 2C. 2D. la dada AB. no se inclinarà à una, ni à otra parte de la CD.

2. Si la operacion se huviere de hacer en el terreno, del punto dado C. (fig. 14.) à qualquiera punto A. de la dada AB. tiendase una cuerda con una señal, que la divida por medio; y en el punto D. correspondiente à dicha señal, plantese un piquete; doblese la cuerda por D. de suerte, que el extremo C. venga à el punto

F. de la dada, y tirese la recta FC. que será la perpendicular: consta de la proposicion antecedente.

PROPOSICION IX. PROBLEMA.

*A un circulo dado tirar una tangente, que pase por un punto (fig. 15.)*

1. **S**I el punto dado B. está en la circunferencia del circulo, tirese el radio AB. y del punto B. levántese la perpendicular BC. que (p. 16. l. 3. Euc.) será la tangente.

2. Mas si el punto B. (fig. 16.) está fuera del circulo, tirese la recta AB. y dividase por medio en D. (como se enseña en la proposicion siguiente) y de este con el intervalo DB. hagase el semicirculo AEB. que cortará a el circulo dado en E. tirese la recta BE. y esta será la tangente por ser el angulo AEB recto. (prop. 31. lib. 3. Euc.)



## CAPITULO II.

## DE LA DIVISION, Y PROPORCION

de las líneas.

## PROPOSICION X. PROBLEMA.

*Dividir una recta en dos, ò mas partes iguales. (figura 17.)*

1. **S**EA propuesta la recta AB. para dividirla por mitad : de los extremos A. B. con distancia mayor que la mitad de la línea, haganse las secciones H. G. y tirando la recta GH. dividirá esta la AB. en dos partes iguales en el punto D. consta de la (prop. 10. 1. 1. Euc.) Del mismo modo se divide un arco en dos partes iguales : como consta de la (prop. 30. 1. 3. Euclides.)

2. Si la línea propuesta se ha de dividir en mayor numero de partes iguales ; por exemplo en tres : tirese la indeterminada C. D. (fig. 18.) y tomense en ella à discrecion tres partes iguales C. 1. 1. 2. 2 D. y con los intervalos del extremo C. à los puntos 1. 2. D. que sirven de centros, describáanse los arcos CG. CF. CE. tomese entre las puntas del compás la recta dada AB. y pase-

pasese de C. à E. tirese la recta CE. y quedará esta, ò su igual AB. dividida en tres partes iguales en los puntos G. y F. porque siendo las rectas 1. G. 2. F. D. E (prop. 28. l. 1. Euc.) paralelas, serán las partes de la CE. (p. 10. l. 6. Euc.) semejantes à las partes iguales de la C. D. Esto mismo se hace valiendose de la pantometra, como se sigue. Tomese la distancia A. B. y aplíquese à las líneas de partes iguales de 180. à 180. tomese la distancia de 60. à 60. y esta será la tercera parte de la A. B. con la qual se dividirá en tres partes iguales.

### PROPOSICION XI. PROBLEMA.

*Sobre la recta A. B. (fig. 19.) formar una escala de 100. pies, varas, ò brazas.*

1. **D**ividase la propuesta en diez partes iguales en los puntos 10. 20. &c. y como sea difícil por su pequenez, dividir cada una de estas en otras diez, de los extremos A. B. levantense las perpendiculares AD. BC. y tomense en ellas 10. partes iguales à discrecion: por los puntos de la division, tirense paralelas à la A. B. y las partes iguales de esta pasense sobre la línea C. D. tirense las transversales, ò líneas

lineas obliquas A. E. 10. F. 20. G. &c. y quedará concluida la escala, cuyo uso es bien commo-  
do; porque si se quieren tomár de ella 23. bra-  
zas, pongase un pie del compàs en el encuentro  
de la transversal 20. G. con la tercera paralela,  
que es en el punto Z. y la distancia Z. 3. será de  
23. brazas, y así de otras. Con el mismo arti-  
ficio se formará una escala de 1000 pies, varas,  
ó brazas, dividiendo la linea propuesta en 10.  
partes iguales, y una de estas en otras 10. y ti-  
rando las paralelas à la linea propuesta, y las  
transversales en la dezima parte subdividida que-  
dará formada la escala, cuyo uso es el mismo  
que el antecedente.

2. Quando se tiene à mano el compàs de  
proporcion, ó pantometra se ejecutará lo dicho  
facil, y commodamente, usando de las lineas de  
partes iguales, como de escala universal en la  
forma siguiente. Tomese entre las puntas del  
compàs la recta A. B. y apliquese transversal-  
mente à las lineas de partes iguales de 100. à  
100. que supongo sean los pies, varas, &c. de  
que consta dicha linea, y dexando la pantome-  
tra en esta disposicion, si se quieren tomár de  
ella 40. pies, varas, &c. se tomará entre las  
puntas del compàs el intervalo de 40. à 40. y sé  
habrá conseguido lo que se pretende.

## PROPOSICION XII. PROBLEMA.

*Dividir una recta AB. (fig. 20.) en partes semejantes à las de otra CD.*

1. **C**ON los intervalos del extremo C. à los puntos E. D. que sirven de centros, descrivanse los arcos CF. CG. tomese la distancia AB. y pasese de C. à G. tirese CG. y quedará esta, ò su igual AB. dividida en F. como se pide; la razon es la dada en la prop. 10.

2. En las lineas de partes iguales de la pantometra, midanse las partes de la CD. y sea por exemplo CE. 90. ED. 50. y toda la CD. 140. apliquese la recta AB. transversalmente à las lineas de partes iguales de 140. y el intervalo de 90. à 90. será como antes el mayor segmento CF. y el de 50. à 50. el menor FG.

## PROPOSICION XIII. PROBLEMA.

*Dividir una recta A. B. (fig. 21.) en media, y extrema razon.*

1. **D**EL extremo B. levantese la perpendicular BD. igual à la mitad de AB. del punto D. con el intervalo BD. describase

base un círculo, y por el extremo A. y centro D. tirese la recta ADC. tomese la distancia AE. y pasese de A. à F. y quedará la AB. dividida en F. en media, y extrema razon: por ser (p. 36. l. 3. Euc.) BA. à AC. como AE à AB. y por division contraria de razon BA. à AE. ò su igual AF. como AE. ò su igual AF. à FB.

2. Apliquese la recta dada à las lineas de las cuerdas de 60. à 60. y el intervalo de 36. à 36. tomado en las mismas lineas será como antes el mayor segmento AF. por ser la cuerda de 60. grados lado del exagono, y la de 36. grados del decagono.

#### PROPOSICION XIV. PROBLEMA.

*Entre dos rectas dadas AE. EC. (fig. 22.) hallar una media proporcional.*

1. **D**ividase la compuesta AC. por medio en X. y con la distancia XA. describáse el semicírculo AFC. del punto E. levántese la perpendicular EF. y esta será la media proporcional: consta de la p. 13. l. 6. Euc.

2. Midanse las rectas dadas en las lineas de partes iguales del compás de proporcion, y sea por exemplo AE. de 45. y EC. 20. tomese el n-

tervalo de la mayor AE. y apliquese transversalmente à las líneas de los planos de 45. à 45. y el intervalo de 20 à 20. tomado en las mismas líneas será como antes la media proporcional EF.

### PROPOSICION XV. PROBLEMA.

*À dos rectas dadas AC. AD. (fig. 23.) hallar una tercera proporcional.*

1. **D**EL punto C. con la distancia CA. describese el semicírculo ABF. y del punto A. con el intervalo AD. hagase la sección B. y de ella con la misma abertura de compás el arco AEG. que cortará la AD. prolongada en E. y será AE. la tercera proporcional; porque tiradas las rectas AG. GE. BF. (p. 4. l. 6. Euc.) EA. à AG. así BA. à AF. y (p. 15. l. 5. Euc.) CA. à AB. como BA. ó su igual AD. à AE. Si la AD. fuere dupla, ó mas que dupla de AC. se obrará con su mitad, ó tercio, y el duplo, ó triplo de lo que saliere será la tercera proporcional.

2. En las líneas de partes iguales de la pantometra, midanse las rectas dadas, y sea por exemplo AC. 20 y AD. 30. tomese el intervalo de la segunda AD. y apliquese transversalmente

à las líneas de partes iguales de 20. à 20. y el intervalo de 30. à 30. será como antes la tercera proporcional  $AE$ .

### PROPOSICION XVI. PROBLEMA.

*A tres veizas dadas  $AB$ .  $AC$ .  $AD$ . (fig. 24.)  
hallar una quarta proporcional.*

1. **D**E los puntos  $B$ .  $C$ . por el extremo  $A$ . describanse los arcos  $AE$ .  $AF$ . y del punto  $A$ . con la distancia  $AD$ . hagase la seccion  $E$ . tirese por ella la recta  $AF$ . que será la quarta proporcional: la razon es la dada en la proposicion 10.

2. En las líneas de partes iguales del compàs de proporcion, midanse la primera, y tercera línea, y sea por exemplo  $AB$ . 20. y la tercera  $AD$ . 45. apliquese el intervalo  $AC$ . de la segunda transversalmente à las líneas de partes iguales de 20. à 20. y la distancia de 45. à 45. dará como antes la quarta proporcional  $AF$ . Si la tercera línea  $AD$ . es mas que dupla de la primera  $AB$ . se alternarán los terminos si la segunda fuere menor, que la tercera; ò se hará la operacion con la mitad, ó tercio de la tercera; y el duplo, ò triplo de lo que saliere, será la quarta proporcional.

## CAPITULO III.

DE LA FORMACION DE LAS FIGURAS  
planas , y su inscripcion en el Circulo.

## PROPOSICION XVII. PROBLEMA.

*Sobre una recta dada AB. (fig. 25.) formar  
un triangulo Equilatero.*

**D**E los extremos A. B. con el intervalo BA.  
hagase la seccion C. tirense las lineas CA.  
CB. y el triangulo ACB. serà equilatero : consta  
de la construccion.

## PROPOSICION XVIII. PROBLEMA.

*Sobre una recta dada AB. (fig. 26.) descri-  
bir un quadrado.*

**D**EL extremo B levantese la perpendicular  
BE. igual à la AB. y de los puntos A. E.  
con el intervalo AB. descrivanse dos arcos , que  
se crucen en D. tirense las rectas ED. AD.

y serà BD. quadrado : demuestrase

como la 46. l. 1.

## PROPOSICION XIX. PROBLEMA.

*Sobre una recta dada AB. (fig. 27.) formår un pentagono regular.*

**D**EL extremo B. levantese la perpendicular BD. igual à BA. dividase esta por mitad en el punto C. y de este con la distancia CD. describese el arco DE. que cortará la AB. prolongada en E. tomese la distancia AE. y de los puntos A. B. hagase la seccion F. y de los puntos F. B. F. A. con el intervalo AB. las decusaciones L. H. tirense las rectas BL. LF. FH. HA. y quedará formado el pentagono. Si se pidiere un triangulo isoseles, cuyos angulos sobre la base sean duplos del vertical; haviendo hecho la seccion F. se tirarán rectas à los extremos A. B. y se tendrá lo que se pretēde.

## PROPOSICION XX. PROBLEMA.

*Sobre una recta dada AB. (fig. 28.) formår un exagono regular.*

**D**E los extremos A. B. con la distancia AB. hagase la seccion C. y de ella con el mismo intervalo el circulo ABE. &c. en cuya circunferencia

rencia entrará seis veces la recta *AB.* por ser el radio del círculo (cor. 5. p. 32. l. 1.) igual à la cuerda de 60. grados.

## PROPOSICION XXI. PROBLEMA.

*Sobre una recta dada AB. (fig. 29.) formår qualquier rectilíneo regular desde el exagono, hasta el dodecagono.*

1. **D**ividase la recta *AB.* por medio en *O.* y levantese la perpendicular *OY.* hagase centro en *B.* y con la distancia *BA.* el arco *AC.* que se dividirá en seis partes iguales 1. 2. 3. &c. hecho esto, si se quiere hacer un eptagono, se tomará la distancia *C 1.* y se pasará de *C.* à *D.* y en el círculo hecho con la distancia *DA.* entrará siete veces la línea *AB.* si se quiere hacer un octagono se pasará la distancia *C 2.* desde *C.* à *E.* y en el círculo hecho con la distancia *EA.* entrará ocho veces la línea *AB.* y así de las demás figuras, hasta la de 12. lados.

2. Tomese con el compàs la recta *AB.* y aplíquese en la pantometra à la línea de los poligonos de 7. à 7. que supongo sean los lados de la fig. que se ha de formår. tomese la distancia de

6. á 6. y con ella de los extremos A. B. hagase la seccion D. y de ella con la distancia DA. se describirà un circulo en quien cabrà siete veces la recta AB.

PROPOSICION XXII. PROBLEMA.

*Sobre una recta CD. (fig. 30.) formar qualquier poligono regular.*

**D**ividanse los 360. grados del circulo, por el numero de lados, que tiene el poligono propuesto, que siendo este por exemplo, el pentagono el cosiente 72. grados, serà el angulo del centro, y restados estos de 180. el residuo 108. grados, serà valor del ang. de la fig. y asi de otras. Hecho esto en los extremos C. D. formense con el semicirculo, los angulos CDF. DCF. cada uno de 54. grados, que es el valor del semiangulo del poligono, y del punto F. donde concurren las rectas CF. DF. con la distancia FC. descrivase un circulo por cuya circunferencia se pasará cinco veces la CD. y quedará descripto el pentagono, y asi de otra qualquiera. Esto mismo se executará aplicando la recta CD. á las lineas de las cuerdas de 72. á 72. (que son los grados que subtende el lado del

del pentagono) y con la distancia de 60. à 60. se hará la seccion F. de la qual con la distancia FC. se describirà un circulo, en quien entrará como antes cinco veces la recta CD.

2. Si la operacion se huviere de hacer en el terreno, formese por alguno de los modos dichos en la proposicion 4. num. 2. el angulo DCA. de 108. grados, (valor del angulo del pentagono; desele à la CA. la longitud de CD. y obrando del mismo modo, para determinar los demás angulos, y lados, quedará formado el poligono, el qual se examinará con cuidado, por ser dificultoso formar los angulos, con tal exaccion, que à el cerrar el ultimo lado en el primero no haya alguna diferencia.

### PROPOSICION XXIII. PROBLEMA.

*Acabar un circulo dada una porcion de el ABC. (fig. 31.)*

**T**Omense en la circunferencia cualesquiera tres puntos A. B. C., y de ellos con un mismo intervalo, haganse las decusaciones E. H. G. F. tirense las lineas EH. GF. que se cortarán en el punto Y del qual con el intervalo YA. se acabará el circulo: (consta de la prop. 25. l. 3. Euc.) Del mismo modo se halla el centro de un circulo;

circulo; y se describirà otro que pase por tres puntos dados, que no es tèn en linea recta.

PROPOSICION XXIV. PROBLEMA.

*En un circulo dado inscribir un triangulo equilatero, un exagono, y las demàs figuras de doblado numero de lados (fig. 32.)*

**T**Omese el radio del circulo, y pasese seis veces sobre la circunferencia para tener los puntos A. B. C. &c. tirense las lineas de A. à C. de C. à E. y de E. à A. y se tendrà inscripto el triangulo equilatero; y si à los demàs puntos de la division se tiran las lineas AB. CB. &c. se tendrà formado el exagono: por ser el radio del circulo igual (cor. 4 p. 32. l. 1.) à la cuerda de 60. grados. Dividiendo por medio los arcos AB. BC. &c. y tirando sus cuerdas, se tendrà inscripto el dodecagono, y asi de las demàs.



## PROPOSICION XXV. PROBLEMA.

*En un circulo dado, inscribir un quadrado, un octogono, y las demás figuras de doblado numero de lados. (fig. 33.)*

**T**iren e dos diametros, que se corten en angulos rectos en el centro E. dense las rectas AC. AD. BC. BD. y quedará inscripto el quadrado, porque sus lados por cuerdas de iguales arcos son iguales, y los angulos (p. 31. l. 3. Euc.) rectos. Dividiendo los arcos AC. CB &c. por medio, y tirando sus cuerdas, quedará inscripto el octagono, y asi de otras continuando la subdivision.

## PROPOSICION XXVI. PROBLEMA.

*Inscribir en un circulo un pentagono regular, un decagono, y las demás figuras de doblado numero de lados. (fig. 34.)*

**T**irese el diametro GH. y del centro M. la perpendicular MD. dividase el radio MH. por medio en L. y con la distancia LD. hagase el arco DE. tirese la recta FD. que será lado del pentagono inscripto, y MF. lado del decagono. Consta de la prop. 10. l. 13. Euc,

## PROPOSICION XXVII. PROBLEMA.

*Inscribir en un circulo qualquier poligono regular. (fig. 35.)*

1. **T**irese el diametro  $AB$ , y dividase en tantas partes iguales como lados ha de tener el poligono, que se quiere inscribir, que siendo este, por exemplo, el eptagono, se dividirà en 7. de los puntos  $A. B.$  con el intervalo del diametro, hagase la seccion  $C.$  por la qual, y por el segundo punto de la division tirese la recta  $CD.$  que cortarà la circunferencia en  $D.$  y la recta  $AD.$  serà uno de los lados del eptagono. Esta regla en algunos poligonos es mero practica.

2. Hallese el angulo del centro del poligono que se quiere inscribir, que siendo este, por exemplo, el nonagono, ò figura de nueve lados, serà de 40. grados: formese en el centro  $A.$  (fig. 36.) el angulo  $BAC.$  de igual numero de grados, y tomese el arco  $BC.$  que dividirà la circunferencia del circulo en nueve partes iguales: tirense las lineas por los puntos de la division, y quedará inscripto el nonagono; y asi de otros. Si se usare de la pantometra, tomese el radio del circulo  $AB.$  y apliquese transversal-

mente á las líneas de los poligonos de 6. à 6. ò à las de las cuerdas de 60. à 60. y el intervalo de 9. à 9. en las líneas de los poligonos, ò el de 40. à 40. en las de las cuerdas, será como antes el lado del nonagono.

## CAPITULO IV.

DE LA PROPORCION DE LAS FIGURAS  
Planas, Solidos, y Metales.

### PROPOSICION XXVIII. PROBLEMA.

*Sobre una recta dada AB. describir un rectilíneo semejante al dado HG. (fig. 37.)*

**T**írese la diagonal EF. y hagase el ángulo BAC igual à el GEF. y el ángulo B. igual à G. y serán los triangulos EGF. ABC. ( p. 32. l. 1. ) equiangulos, hagase sobre AC. del mismo modo el triangulo ADC. equiangulo à EHF, y será el rectilíneo DB. semejante à el dado HG. por constar de triangulos semejantes. Otros modos hay de resolver este problema, que se reservan para quando se trate del modo de copiar, y reducir los Planos, por mas propios de aquel lugar, que de este.

## PROPOSICION XXIX. PROBLEMA.

*Dadas qualesquiera figuras semejantes, cuyos lados homologos sean A. B. C. hacer una que sea igual à todas juntas. (fig. 38.)*

1. **F**ormese el angulo recto D. y cortense DE. DF. DG. iguales à las rectas dadas A. B. C. tomese la distancia EF. y pasese desde D. à H. tirense las rectas EF. GH. y la figura semejante descripta sobre esta ultima, será igual à todas las otras juntas: por ser igual (p. 31. l. 6. Euc.) à las formadas sobre DG. y DH. ò su igual EF. esto es, sobre las dadas A, B, C.

2. Tomese la linea menor A. y apliquese transversalmente à qualquier numero de la linea de los planos, y sea por exemplo de 6. à 6. y dexando la pantometra en esta postura, tomese la linea B. y vease à què puntos se ajusta, y sea de 9. à 9. tomese la linea C. y vease à què puntos se ajusta, y sea de 12. à 12. sumense 6. 9.

12. y hacen 27. tomese, pues, la distancia de 27. à 27. y se tendrá como antes la linea GH.

## PROPOSICION XXX. PROBLEMA.

*Dadas dos figuras semejantes, y desiguales, cuyos lados homologos sean AD. y B. ha-  
 cer otra igual à la diferencia de las dos.  
 (fig. 39.)*

1. **S**obre la linea mayor AD. describese un semicirculo, y con el intervalo de la linea B. y centro A. hagase la seccion C. tirense las rectas AC. CD. y el rectilineo semejante descripto sobre CD. serà el que se pide; por ser (p. 31. l. 6. Euc,) el formado sobre AD. igual à los semejantes descriptos sobre AC. CD.

2. Tomese la linea mayor AD. y apliquese transversalmente à qualesquiera puntos de las lineas Geometricas, y sea de 20. à 20. sin mover la pantometra, vease à què puntos se ajusta la linea B. y sea de 8. à 8. restese 8. de 20. y quedan 12. tomese la distancia de 12. à 12.

y se tendrà como antes la  
 recta CD.



## PROPOSICION XXXI. PROBLEMA.

*Hacer un rectilíneo semejante à el dado A. con quien tenga la razon de CD. à G. (fig. 40.)*

1. **E**Ntre las rectas CD. y G. hallese una media proporcional EF. y hagase sobre ella el rectilíneo B. semejante à el dado, que será el que se pide por ser (cor. p. 20. l. 6. Euc.) el rectilíneo A. à el B. como CD. à G.

2. Midanse las rectas dadas en las líneas de partes iguales, y sea G. de 20. y CD. de 45. aplíquese la recta CD. à la línea de los planos de 45. à 45. y el intervalo de 20. à 20. será como antes la recta EF.

## PROPOSICION XXXII. PROBLEMA.

*Hallar la razon, que tienen entre sí dos figuras semejantes A, B. (fig. 40.)*

1. **A**LOS lados homologos CD. EF. hallese la tercera proporcional G. y el rectilíneo A. à el B. será (cor. p. 20. l. 6.) como CD. à G.

2. Aplíquese la recta CD. à qualesquiera puntos de las líneas geometricas, como por exem-

plo de 45. à 45. y sin mover la pantometra vease à què puntos se ajusta la EF. y sea de 20. à 20. y se dirà, que el rectilíneo A. al E. tiene la razon de 45. à 20.

### PROPOSICION XXXIII. PROBLEMA.

*Dados diferentes Solidos AB. CD. hacer otro igual à los propuestos. (fig. 41.)*

**A**pliquese el diametro AB. transversalmente à qualesquiera puntos iguales de las líneas de los solidos: por exemplo de 10. à 10. y sin mover el Instrumento, vease à què puntos iguales de las mismas líneas se ajusta el diametro CD. y sea de 30. à 30. y la suma de 10. y 30. que es 40. tomese en dichas líneas, y se tendrá el diametro del globo OP. igual à los dados AB. CD.

### PROPOSICION XXXIV. PROBLEMA.

*Dados los globos OP. CD. hacer otro igual à la diferencia de los propuestos. (fig. 41.)*

**T**omese el diametro OP. y apliquese transversalmente à las líneas Stereometricas: por exemplo, de 40. à 40. vease à què puntos  
igua-

iguales. de dichas líneas se ajusta el diámetro CD y sea de 30. à 30. restense 30. de 40. y quedan 10. por lo que el intervalo de 10. à 10. será el diámetro del globo AB. diferencia de los propuestos.

### PROPOSICION XXXV. PROBLEMA.

*Aumentar, ò disminuir qualquier Solido en una razon dada. (fig. 41.)*

**S**EA dado el globo AB. pidese otro tres veces mayor. Apliquese el diámetro AB. à qualesquiera puntos iguales de la línea de los Solidos, como de 10. à 10. y sin mover el Instrumento, tomese en las mismas líneas el intervalo de 30. à 30. (numero triplo de 10.) y este será el diámetro del globo CD. que se pide.

### PROPOSICION XXXVI. PROBLEMA.

*Hallar la proporcion de los Solidos semejantes AB. CD. (fig. 41.)*

**T**Omese con el compas el diámetro AB. y ajustese à qualesquiera puntos semejantes de las líneas Stereometricas, como de 10. à 10.

y sin mover la pantometra, vease à què puntos iguales de dichas lineas se ajusta el diametro CD. y sea de 30. à 30. por lo que se dirà, que el glovo CD. al AB. tiene la razon de 30. à 10. que es tripla.

Lo que se ha dicho en las Propositiones antecedentes con los diametros de los Glovos, se hace tambien con los lados homologos de otro qualquiera Solidos semejantes.

### PROPOSICION XXXVII. PROBLEMA.

*Buscase el diametro de un glovo de Oro de igual peso con el de Plomo OP. (figura 41.)*

**A** Plíquese el diametro OP. transversalmente en las lineas de los metales à los puntos que señalan el plomo: y la distancia que hay entre los puntos, que señalan el oro, será el diametro del globo de oro CD. de igual peso con el de plomo; y asi 'de los demás metales.



## PROPOSICION XXXVIII. PROBLEMA.

*Dado el diametro OP. de un globo de cobre, que pesa 10. libras; hallar el diametro de un globo de oro, que pese 15. (fig. 41.)*

**A** Plíquese transversalmente el diametro OP. en las líneas de los metales, à los puntos que señalan el cobre, y sin mover la pantometra, tomese la distancia de los puntos, que señalan el oro, y esta será (como consta de la antecedente) el diametro de un globo de oro de 10. libras; y porque ha de pesar 15. ajústese dicho diametro en las líneas de los solidos de 10. à 10. y la distancia de 15. à 15. tomada en las mismas líneas, será el diametro del globo CD; que se pretende.

## PROPOSICION XXXIX. PROBLEMA.

*Hallar la proporecion, que guardan el oro, y la plata en quanto al peso, tomados en igual magnitud.*

**T**Omese en la línea metálica la distancia de el centro, à el punto, ó señal de la plata, y aplíquese transversalmente à qualesquiera puntos

tos de las líneas de los sólidos, como de 100. à 100. y sin abrir, ni cerrar el Instrumento, tomese la distancia del centro à el punto, ò señal del oro, y vease à què puntos semejantes de las líneas de los sólidos se ajusta, y sea de 54. y medio à 54. y medio, digo, pues, que el peso del oro à el de la plata, es como 100. à 54. y medio.

PROPOSICION XL. PROBLEMA.

*Hay una Estatua de estaño, que pesa 36. libras, quierese fabricar otra semejante, y de la misma grandeza, que sea de plata.*

**T**Omese la distancia, que hai del centro de la pantometra, al punto, ò señal de la plata, y apliquese en las líneas de los sólidos de 36. à 36. y sin mover el Instrumento, tomese la distancia del centro al punto, ò señal del estaño, y vease à què puntos de las líneas de los sólidos se ajusta transversalmente, y sea de 50. y un tercio à 50. y un tercio. Digo, que 50. y tercio libras de plata son menester para fabricar dicha Estatua.

## PROPOSICION XLI. PROBLEMA.

*Dados los Diametros AB. de un globo de fierro; y CD. de otro de cobre, hallar la razon, que tienen entre si en quanto al peso. (fig. 41.)*

**A** Pliquesse el diametro AB. transversalmente à los puntos que señalan el fierro, y sin mover la pantometra, tomese la distancia entre los puntos, que señalan el cobre (que siendo igual al diametro CD. se dirà que los globos AB. CD. son de igual peso) pero no siendolo, se aplicará dicha distancia à qualesquiera puntos de las lineas de los solidos: por exemplo, de 60. à 60. vease des pues à què puntos se ajusta la CD. y sea de 20. à 20. por lo que el globo de fierro AB. à el de cobre CD. tiene en quanto à el peso la razon de 20. à 60.



## CAPITULO V.

DE LA LONGIMETRIA, O METHODO  
de levantar Planos, copiarlos, y redu-  
cirlos.

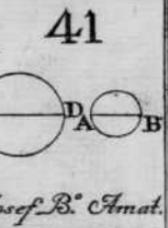
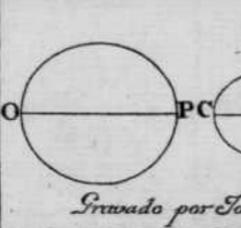
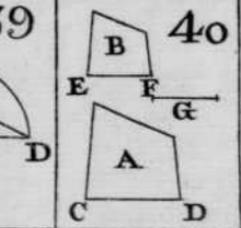
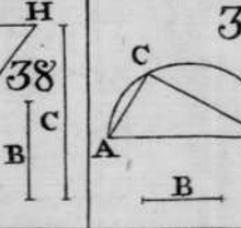
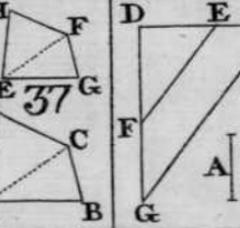
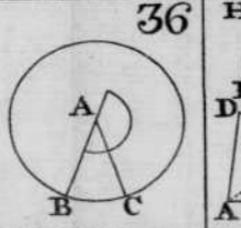
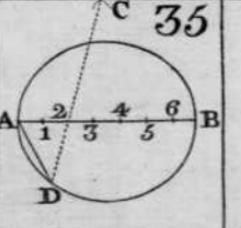
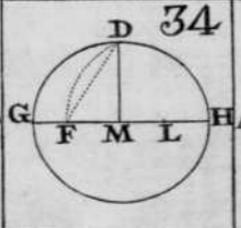
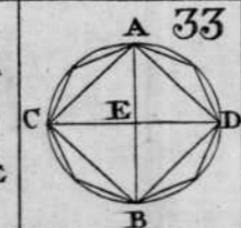
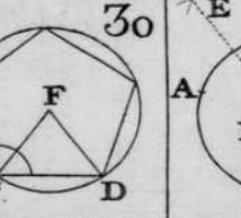
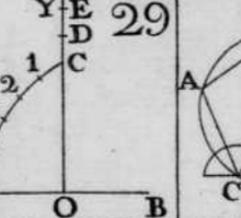
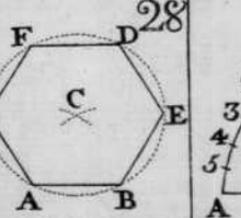
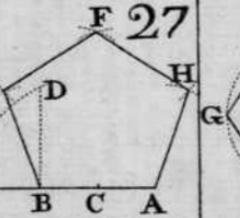
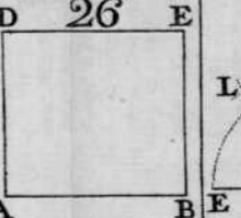
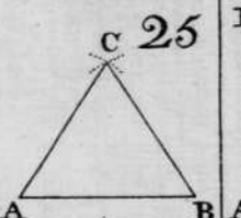
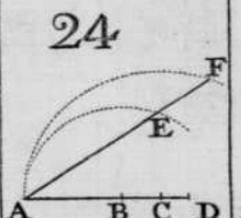
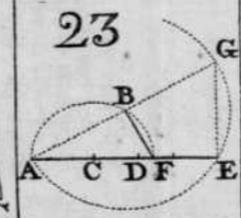
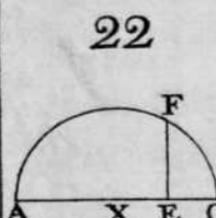
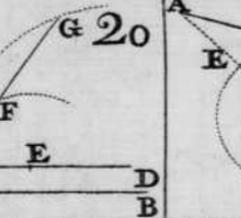
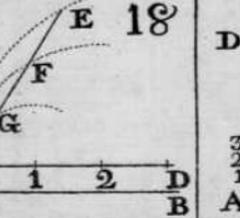
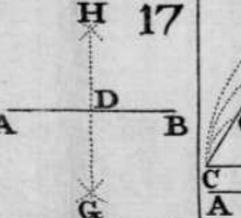
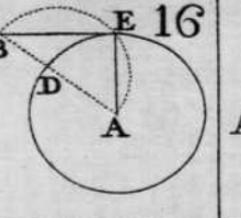
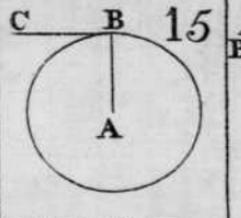
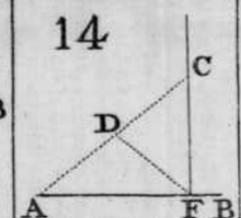
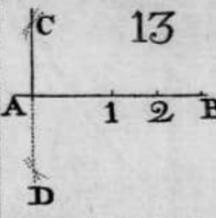
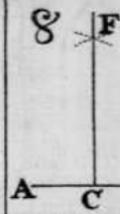
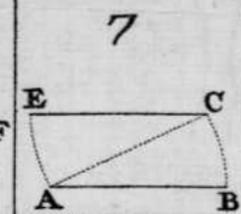
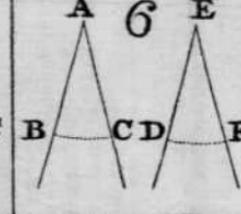
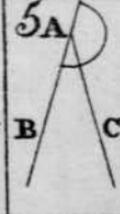
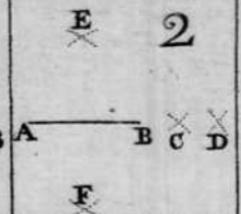
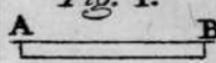
## PROPOSICION XLII. PROBLEMA.

*Medir las distancias horizontales accesibles, ò  
inaccesibles.*

1. **S**I la distancia fuere accesible se medi-  
rà con la vara, braza, ò cadena,  
en la forma, que todos saben, bien enfilada, y  
nivelada, para lo qual se tendrá la precaucion de  
valerse de dos piquetes, y de un plomo que se  
dexarà caer del extremo de la medida, que se  
usare, no perdiendo de vista los medidores, pa-  
ra hacerlos contar bien, y medir justo, que es  
en lo que todo consiste.

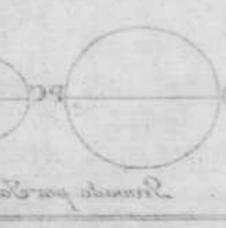
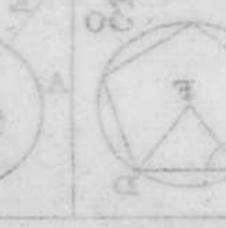
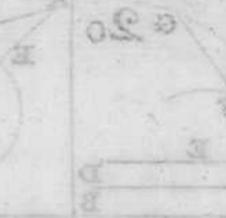
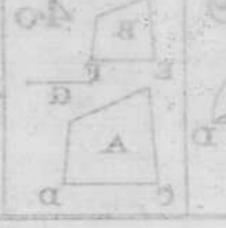
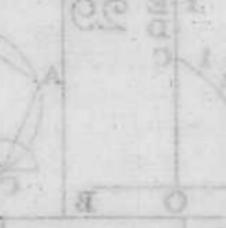
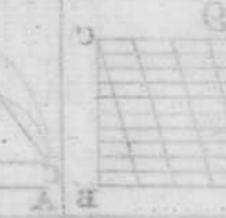
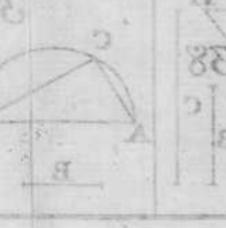
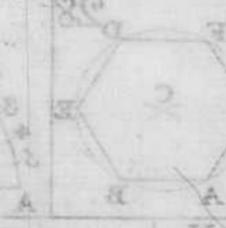
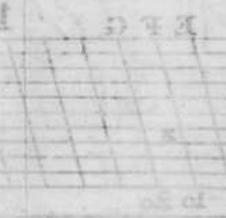
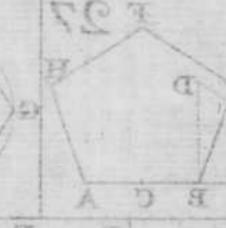
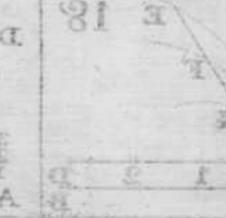
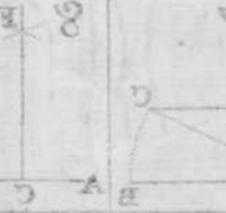
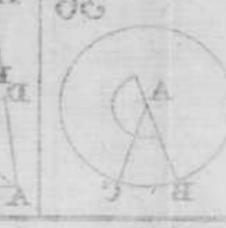
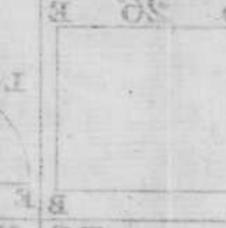
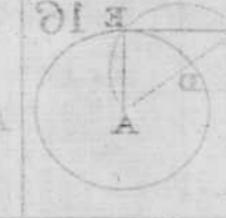
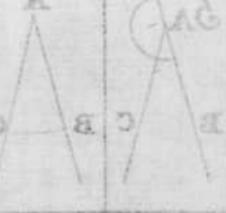
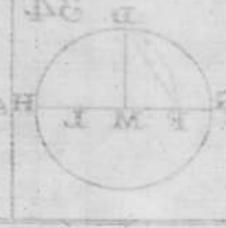
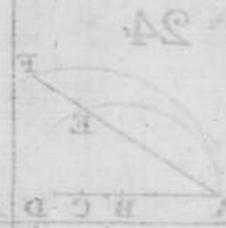
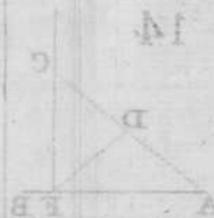
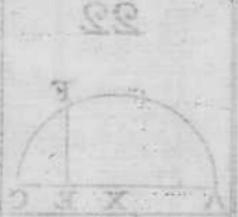
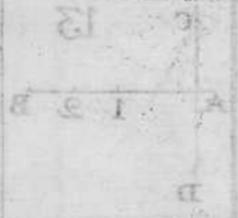
2. Si la distancia es accesible en un solo ex-  
tremo, como la anchura del Rio AB. fig. 42.  
saquese del punto A. la perpendicular AD. de  
longitud proporcionada, para servir de base en  
la operacion, y apliquese el semicirculo orizon-  
talmente à el punto D. y mirando por las pino-  
las fijas en su diametro el piquete A. muevase  
la

Lamina 1<sup>a</sup>  
 Tratado 2.<sup>o</sup>  
 Fig.<sup>a</sup> 1.<sup>a</sup>



Inventado por Josef B. Amat.

Tabula  
 Fig. 1.  
 A B C D E F G H I K L M N O P Q R S T U V W X Y Z



Tabula per Geometrica.

la alidada hasta enfilear por sus pinolas el punto B; notese el numero de grados, que corta en la circunferencia, y de tantos será el valor del angulo D. Formese sobre el papel con el auxilio de una escala, y del semicirculo un triangulo semejante à el ABD. y se tendrá el valor de AB. y mas exactamente con la siguiente analogia. *R. Tang. del ang. D. lado AD. lado AB.*

*Esta operacion es util para guiar una mina, y establecer los hornillos debaxo del objecto, que se quiere volar.*

3. Si la distancia fuere del todo inaccesible por causa de algun impedimento, como Rio, barranco, &c. que embaraza poder llegar à ella, como la EB. fig. 42. midase la base CD. de cuyos extremos se descubran los objectos EB. pongase el semicirculo en C. y mirando por las pinolas firmes un piquete puesto en D. se encaminará la alidada primero à el objecto B. y despues à el E. para conocer los angulos DCB. y DCE. pasese despues el Instrumento al termino D. dexando un piquete en C. y observense del mismo modo los angulos CDE. CDB. formese sobre el papel una figura semejante à la del terreno por medio de una escala, y de un semicirculo, y se tendrá la distancia AB. la qual se puede tambien conocer por Trigonometria, aunque mas lavo-

ribsamente. *Con esta operacion se levanta el plano de un País, asegurandose de los puntos principales, con lo que no será dificultoso señalar en el plano todas las particularidades, que se hallaren en él, como adelante se verá.*

### PROPOSICION XLIII. PROBLEMA.

*Medir las alturas accesibles, ò inaccesibles.*

1. **S**I la altura fuere accesible, basta para conocerla dexar caer de su parte superior un plomo pendiente de un hilo, pues en las pequeñas dimensiones siendo accesibles, es mas seguro valerse de medidas actuales, que de Instrumentos, los quales son propios, para operar quando no se puede de otro modo; y los que à un en las mas pequeñas operaciones se valen de ellos sin necesidad, e stàn expuestos à cometer grandes yerros.

2. Si la altura de la torre AB. figur. 43. fuere accesible en A. è inaccesible en B. midase la base AC. y pongase el semicirculo verticalmente en el punto C. de suerte, que su diametro sea paralelo à el Orizonte, lo qual sucederà luego que un hilo con un pequeño plomo, suspendido libremente pasa por los 90. grados, y centro del

del semicírculo; mirese por las pinolas móviles el punto B. y notense los grados, que corta la alidada sobre el diámetro horizontal, los quales darán el valor del ángulo D. formese sobre el papel un triángulo semejante à el BDE. ò hagase la siguiente analogia. *Como el R. à la Tangente del ángulo D. asi el lado ED. à la EB. à que añada la altura del Instrumento DC. se tendrá la de la torre AB.*

3. Si la altura de la eminencia AB. fig. 44. es del todo inaccesible; en el punto C. tomado lo mas cerca de ella que ser pueda, pongase como antes el semicírculo; mirese por las pinolas fijas el punto H. y por las móviles la cuspide B. para tener el ángulo FXB: sobre el enfilamento de los puntos XH. midase la base CE. de tal longitud, que el ángulo que forman las visuales en la cuspide B. no sea muy agudo, y puesto el Instrumento en E. de suerte, que por las pinolas fijas en su diámetro, estando este paralelo à el Orizonte, se enfile el mismo punto H. muevasse la alidada hasta ver por las móviles el punto B. y tener el ángulo FDB. hagase sobre el papel una figura semejante à la del terreno, ò las siguientes analogias. *Como el Seno del ángulo XBD. à XD. asi el Seno del ángulo XDB. à XB. y como el R. à XB. asi el Seno del ángulo FXB.*

à BF. à que añadido CX. se tendrá la altura AB. que se pretende.

### PROPOSICION XLIV. PROBLEMA.

Medir en el terreno el angulo, que forman dos lineas, muros, &c. y trasladarlos à el papel.

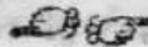
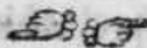
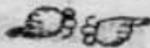
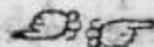
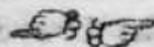
1. **Q**uentense en las lineas, ò muros HG. HY. fig. 45. los pies, varas, &c. que se quisiere, y midase la base GY: hagase sobre el papel un triangulo semejante à el HGY. y se conocerà el valor del angulo H. por medio de un semicirculo, y mas exactamente con una operacion Trigonometrica. Si sucediese no poder tomàr la distancia GY. por estàr ocupado aquel lugar con Arboles, ò Edificios, se harà la operacion misma por fuera, alargando el lado HY. como se vè en la figura.

2. Apliquense horizontalmente las reglas, que componen el Metragono, ò Medidor de angulos à las lineas, que forman el angulo, que se quiere medir, y los grados, que en el semicirculo cubre la regla superior, serà el valor del angulo propuesto, sea este saliente, ò entrante

como

como se vè en la figura 45. el angulo C. Quando esta operacion se hace para medir el angulo, que forman dos muros, se evitarà el error, que puede ocasionar la desigualdad de sus piedras, aplicando sobre ellos à nivèl dos largas reglas, sobre las quales se harà la operacion antecedente, y se tendrà con mas certeza el valor del angulo.

3. Apliquese la Aguja de Marcar à el lado, ó muro AB. de suerte, que sus pinolas queden paralelas à èl, y vease què grados corta la linea, que està debaxo de la pinola objectiva, que supongo sean 25. notense asimismo los grados, que señala dicha linea, aplicando la Aguja del mismo modo à el lado AE. y sean: por exemplo, 125. restese el menor del mayor, y el residuo 100. serà valor del angulo BAE. Quando quitando el numero menor de grados, que supongo sea 40. del mayor 300. el residuo fuere mas que 180. agreguese el numero menor 40. à lo que le falta à el mayor para cumplir el circulo 360. y el agregado 100. serà como antes el valor del angulo.



L2

PRQ-

## PROPOSICION XLV. PROBLEMA.

*Hacer la descripcion de un Rio , Barranco,  
ò Camino.*

**P**uesta la Aguja de Marcar en el punto A. fig. 46. para dar principio à la operacion, hagase poner una vara alta con su vanderola , ó señal lo mas lejos , que ser pueda , como en B. sin incluir en esta distancia buelta considerable, para no multiplicar inutilmente las operaciones; notense los grados , que marca la Aguja , enfilando por sus pinolas la señal , que se puso en B. midase la distancia AB. y estimese lo que la orilla del Rio se aparta de la linea del rumbo para dentro ; apuntese lo dicho sobre las lineas correspondientes de un imperfecto diseño , que sobre un papèl se irà haciendo , y quedará concluida la primera estacion. Para pasar à la segunda se pondrá la Aguja en el termino B. y la marca, ó señal en C. y obrando en esta , y las siguientes estaciones como en la primera , se havrà concluido la operacion en la Campaña. Para trasladarla à el papèl por medio de una escala , y semicirculo, que es operacion mas breve, que valerse de la misma Aguja , restense los grados de la primera, y segunda estacion , y el residuo será valor del  
angu-

angulo exterior , formado por el segundo rumbo prolongado , y el tercero , y asi de los demàs; formense con el semicirculo dichos angulos , desele à cada linea la cantidad de pies , varas , &c. que le corresponde , por los puntos , que señalan la orilla del Rio , vayase guiando una linea curva, y à esta otra de la misma figura en distancia de la anchura del Rio , que se puede medir en diferentes parages , si fuere menester , y quedará hecha la descripcion.

### PROPOSICION XLVI. PROBLEMA.

*Hacer la descripcion de un plano , ò terreno.*

1. **P**Uesto un piquete en cada angulo del plano , que se ha de levantar , midanse con la vara , braza , ò cadena los lados AB. BC. &c. fig. 47. y las diagonales AC. AD. y notense sus medidas en un papel , donde rudamente se tenga hecha la figura del terreno : esta se pondrà despues en limpio , formando una escala proporcionada à el tamaño , que se le quiere dar , y describiendo todos los triangulos con la medida propria de sus lados, tomadas del pitipie, con lo que se tendrá concluida la descripcion.

*De este modo se levanta el plano de un Prado,*

*Campo, ò otra cosa semejante, cuyo interior estè desembarazado.*

2. En el lado EF prolongado, fig 48. notese con la Esquadra el punto K. sobre quien cae la perpendicular, que pasa por el punto G. y sobre la KG. continuada el punto L. donde viene à dar la perpendicular, que trancita por H. busquese del mismo modo el punto N. por donde pasa la perpendicular, que baxa de Y. y midanse las distancias, EF. FK. &c. y escrivanse sus medidas sobre las lineas correspondientes de un imperfecto diceño, del qual se hará despues una justa delineacion, dandole à cada linea la cantidad de pies, pulgadas, &c. que le corresponde, tomadas en una escala, que para este fin se tendrá hecha, con lo que se concluirà su descripcion.

*De este modo se levanta el plano de una Laguna, Pantano, Bosque, Habitaciones, Calles, y Plazas de una Villa, ò otra qualquier cosa, cuyo interior estè embarazado.*

3. Midanse los lados del plano propuesto, fig 49. y asimismo los angulos por algunos de los modos dichos en la proposicion 37. y apunte-se cada cosa sobre la relativa de un borrador, que sobre el papèl se havrà hecho à mano, ò se irá haciendo à el mismo tiempo, que se opera, con lo que se tendrá concluida la operacion en el ter-

reno:

reno: despues se retirará el curioso à su estancia, donde habiendo formado una escala proporcionada, hará una justa delineacion del plano levantado, sigaiendo en el papel el mismo orden, que tuvo en el terreno, para no padecer equivocacion. *De este modo se levanta el plano de una Fortificacion, tomando las medidas de las cortinas, flancos, caras, &c. en el cordón, y las del foso en lo alto de la contraescarpa, por lo que si se tomaren en el plano del foso, como sucede quando se levanta el plano por la parte exterior, es menester hacer cuenta de la escarpa del muro para que el plano no salga disforme.*

### PROPOSICION XLVII. PROBLEMA.

*Levantár el Plano de una Bahía, Puerto, ò Costa.*

I. **F**ormese un imperfecto diseño de la Bahía, ò Puerto cuyo plano se quiere levantar, valiendose para ello del informe de los Pescadores, ò Prácticos, que navegan el tal parage, pues ellos, mas que otros, tienen obligacion de saber, asi los nombres, que están mas bien recibidos, de las Puntas, Islas, Baxos,

y Escollos, como tambien los lugares donde están, y sus marcas, los quales se abalissarán en sus cabezas (Inego que se quiera levantar el plano) haciendo anclár en ellos Botes, ù otras Embarcaciones, con unas pequeñas Vanderas en lo alto de los Mastiles, para servir de marcas, ò señales.

2. Busquense sobre el terreno dos lugares notablemente distantes A. y B. fig. 50. de los quales se puedan descubrir todos, ò los mas principales parages del Puerto; midase su distancia bien enfilada, y nivelada, que supongo sea de 100. brazas, y puesta la Aguja de marcar en el punto A. mirensen por sus pinolas todos los objectos marcables, escribiendo sobre las lineas correspondientes del diseño los grados, que se apartan del Norte Sur de la Aguja, para el Leste, ò para el Oeste: hagase lo mismo desde B. y si huviere algunos parages, que no sean vistos de los puntos A. B. se elegirá otra base mas conmoda, conocida en virtud de la operacion hecha.

3 En el tiempo de la mayor menguante del mar, prosigase la práctica, y con el Bote, ò Lancha vayase reconociendo, y sondando el contorno de la Costa, Islas, Canales, y Baxos, para estimar su figura, brazas de agua, y calidad

dad del fondo , que hai en sus beriles , y través; tomando à el mismo tiempo que el Escandallo , ò plomo unido à el cordel ( que los Marineros llaman Sondaleza ) està en el fondo , algunos puntos en tierra , para poner en el plano la sonda , y marcas de Baxos , y Canales con seguridad, apuntando con claridad todo lo dicho , para no padecer equivocacion , ò tener que volverlo à executar.

4. Hechas estas observaciones , tirese sobre el papel una recta , que represente el Norte Sur, y elijase en ella un punto correspondiente à el A. por medio de un semicirculo , y marcaciones hechas , tirense las rectas AB. AC. AE. AD. y midanse sobre AB. 100. brazas , tomadas en una Escala , que para este fin se tendrà hecha : con las marcaciones hechas del punto B. y el semicirculo , tirense del mismo modo las rectas BD. BE. BC. y donde concurren estas , con las que salieron del punto A. serà el parage verdadero donde se ha de notar cada lugar de los marcados.

5. Concluida la operacion antecedente , señalese en el plano el bordo de la Costa con una linea , que llevando la figura de los Cavos , y Ensenadas pase por los lugares marcados en ella : notense los Baxos de arena con puntos ; los de

pedra, que siempre están cubiertos del agua con cruces dobles; aquellos que con las mareas se cubren, y descubren con cruces sencillas; las rocas, que siempre están descubiertas con porciones de líneas elípticas; el paso, ó Canal con dos líneas paralelas de puntos, que pasen por dos lugares señalados en tierra; las brazas de agua con citras, y el buen surgidero con unas pequeñas anclas.

6. Executado lo dicho sobre la línea de N. S. describáse la Rosa Náutica, formese la Escala, si antes no lo estuviese, y pongásele su descripción, ó título, advirtiéndole en él lo que cada cosa significa, y quedará hecha la descripción. Del mismo modo que se levanta un Plano de un Puerto, se hace el de una Costa, y observando las latitudes de los principales sitios, se formará una carta plana, cuya Escala se hará dividiendo un grado en 15. leguas Olandesas, ó 20. Francesas.

## PROPOSICION XLVIII. PROBLEMA.

*Levantar un Plano, ó hacer la descripción de un País.*

1. **F**ormese, como antes, un imperfecto diseño del País, que se ha de levantar

levantar, y habiendo observado las posiciones, que se hallaren en èl, se trasladaràn à el papel, expresando cada cosa, con la figura que le corresponde en la estampa 6. agregando à la que fuere menester la nota, ò caractèr, que le convenga, para distinguir la Jurisdiccion, y prerrogativas de que goza.

2. Se vestirà, y lavarà la Campaña, señalando en ella, si la capacidad del Plano, ò la grandeza de su Escala lo permite, los Lagos, Pantanos, Rios, Arroyos, Canales, Montes, Prados, Bosques, Tierras de Labor, Viñas, Jardines, Caminos, Calzadas, Veredas, ò Sendas, &c. ò las que fueren mas notables, si la pequenèz de la Escala no permite otra cosa, como se enseña en el capitulo siguiente.

3. Se señalaràn los limites, terminos, ò confines del Plano, que se trabaja, con pequeños trazos de lineas; y las Jurisdicciones, ò Señorios que comprehende, con puntos; escribiendo los nombres propios de las Ciudades, serca de la posicion misma, con letras mayusculas, observando, que las de la Capital sean algo mayores: Los de las Villas, con letra Romana, ó Redonda; y los de los Lugares, y Aldeas, &c. en letra Italica, ò Cursiva, con la diferencia de ser algo mayor la de los Lugares. Todo à fin de

poder d'istinguir, asi por la figura de la posicion, como por los caractères de las letras, una Ciudad de una Villa, una Villa de un Lugar, &c. y ultimamente, se pondrà en una tarjeta la explicacion de todas estas cosas, y debaxo de ella la Escala.

### PROPOSICION XLIX. PROBLEMA.

#### *De varios modos de copiar los Planos,*

1. **P**Ongase un papel blanco, y fino sobre el Plano, que se ha de copiar, y asegurados sus extremos con pequeños alfileres, ò de otro modo, apliquese dicho Plano por su revèz à la Vidriera, y con la luz, que esta recibe por la espalda, se veràn los trazos del original, que se iràn señalando con el lapiz, ò pluma. *Este modo es bueno para copiar las Cartas, acompañamiento de un Plano de Fortificacion, y ornamentos de la Arquitectura civil.*

2. Tomese un papel oleado, y haviendole estregado despues de seco por una, y otra parte con un migajon de pan, apliquese sobre el Plano, que se ha de copiar, asegurandolo por sus extremos, y siguiendo sus trazos, que seràn visibles, con una pluma bien delgada, mojada en tinta comun,

mun, se tendrà en el papèl oleado, una fiel copia del original, el qual se pondrà despues en limpio, aplicandolo à la Vidriera como se ha dicho. *De este modo se copia un Plano, quando se carece de Vidriera, ò no se puede aplicar à ella aunque la haya.*

3. Sobre el papèl en que se ha de hacer la copia, aplíquese por su revèz el Plano, que se ha de copiar, y unidos uno, y otro por sus extremos, de suerte, que no se puedan separar, ni variar su primera postura, vayanse picando con una aguja, ò alfiler delgado todos los angulos del Plano; despues de lo qual se juntarán los puntos señalados en la copia, con lineas subtiles de lapiz, y estando estas conformes à las del original, se tiraràn con tinta de China, ò Carmin, segun convenga. *Este modo, aunque molesto, es muy justo, y proprio para los Planos, y perfiles, &c. mas no para las Cartas, y ornamentos de la Arquitectura civil.*

#### PROPOSICION L. PROBLEMA.

*De varios modos de reducir los Planos.*

1. **S**I se quiere copiar, ò reducir la carta ABCD. (fig. 51.) que es para lo que

que ordinariamente sirve el modo, que aqui se explica: Tirese en angulos rectos las rectas *AB. AD.* y tomense sobre *AB.* desde *A.* con qualquier intervalo, aunque el mas pequeño es el mejor, las partes iguales *A 1. 1. 2. &c.* Tomense asimismo sobre la *AD.* desde *A.* con el mismo intervalo las partes iguales *A 1. 1. 2 &c.* perficionese el rectangulo *AC.* y las partes iguales de la *AB.* pasense sobre *DC* como las de *AD.* sobre *BC.* por los puutos *1. 2. 3. &c.* Tirese paralelas à las rectas *AB. AD.* y quedará dividido el plano en quadrados. Hagase una semejante figura *a. b. e. d.* igual, mayor, ò menor; pero que contenga el mismo numero de quadrados, y delineando en cada quadrado del rectangulo *ac.* lo que se halla en el correspondiente del rectangulo *AC.* se tendrá hecha la copia, ò reducion que se pide.

2. Sea propuesto el plano del baluarte *A. B. C. D. E.* (fig. 52.) con su escala *FG.* para hacer otro semejante, cuya escala sea *HY.* Hagase con el semicirculo el angulo *mab.* igual à su correspondiente *MAB.* y cortese *ab.* de tantas partes de la escala *HY.* como el lado *AB.* contiene de la *FG.* en el punto *b.* formese el angulo *abc.* igual à el correspondiente *ABC.* y midanse sobre *bc.* tantas partes de su escala, como *BC.* tie-

ne de la suya; y prosiguiendo del mismo modo por las demás líneas, y angulos de la fig se tendrá concluida la copia, si la escala HY. fuere igual à la FG. ò la reducion si fuere mayor, ò menor. *Este modo aunque exácto es penoso, especialmente quando el plano tiene muchos angulos, y líneas que reducir. El que se sigue es sin contradiccion el mejor, por la mayor facilidad que ofrece sin faltar à lo exácto.*

3. Sea propuesto como antes el plano ABCDE. (fig. 52.) para reducirlo en la proporcion de FG. à HY. Tirese una recta indeterminada, y del punto N. con la distancia FG. describese un arco, sobre el qual se acomodará la recta HY. pasandola de O. à Q. tirese la recta N. Q. y quedará formado el angulo ONQ. que unos llaman de reducion, y otros de proporcion por el que se hará la reducion del plano propuesto como se sigue.

Del punto X. donde concurren las cortinas, con la distancia XC. describese un círculo, y tirense los radios XR. XC. &c. con el mismo intervalo, y centro x. tomado à discrecion haga-se otro círculo, tomense las distancias *mr. rs.* &c. iguales à las MR. RC. &c. Tirense los radios *xm. xr.* &c. y del punto N. con la distancia XA. describese el arco LP. tomese la distancia LP. y  
 -041  
 pasese

pásese de  $x$ . hasta  $a$ . hágase lo mismo para determinar los demás puntos  $b c d e$ . y tirense las rectas  $ab. bc. \&c.$  con lo que se tendrá concluida la reducción.

*Esto mismo se hace con mas brevedad pasando las reducciones sobre los radios de la fig. A. B. C. D. E.*

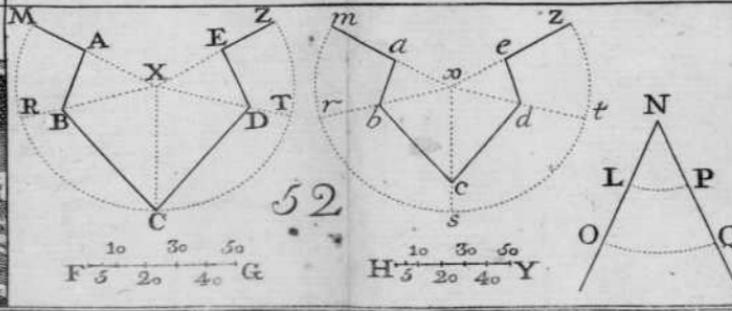
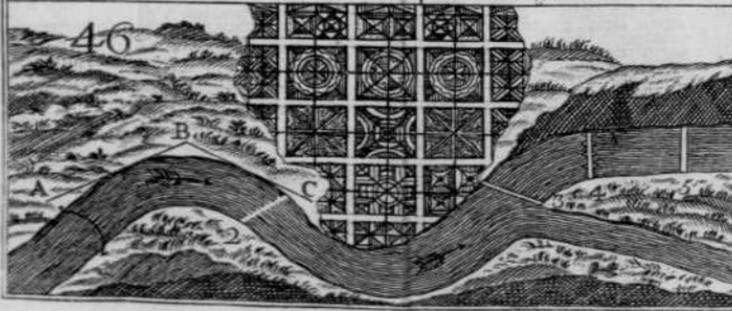
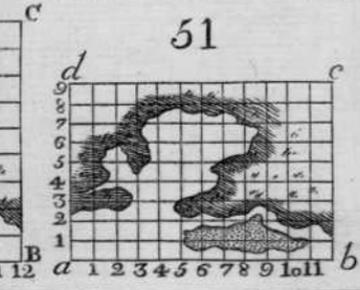
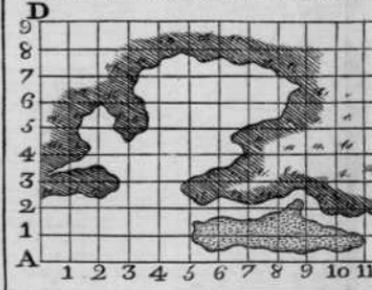
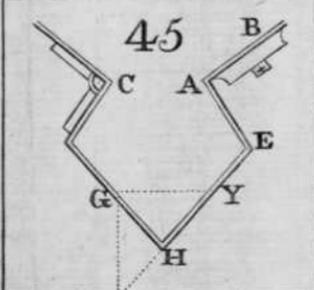
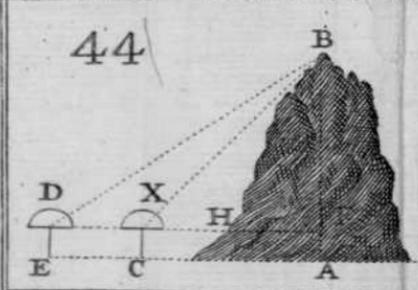
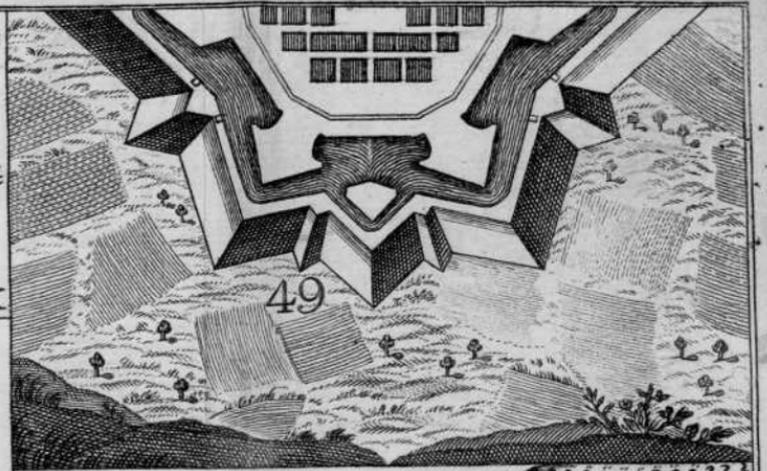
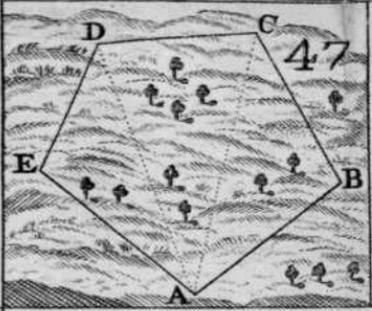
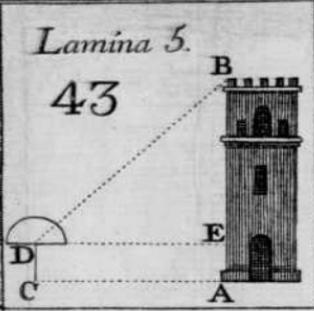
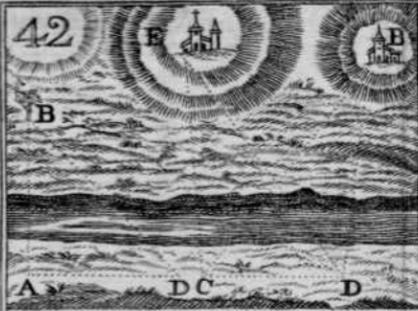
## CAPITULO VI.

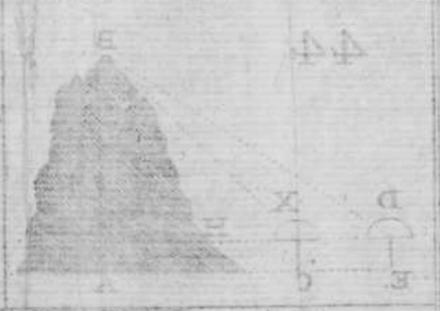
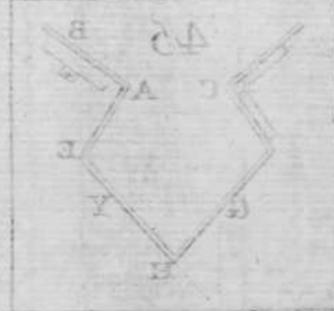
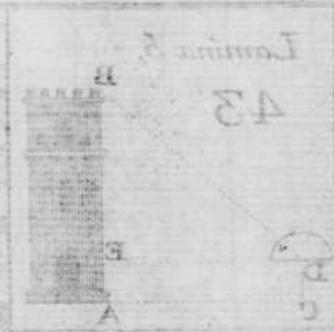
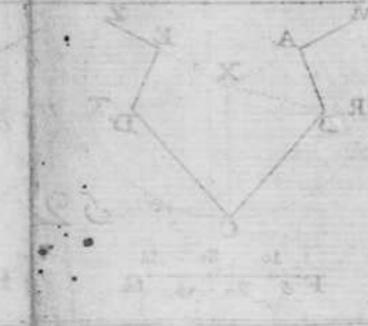
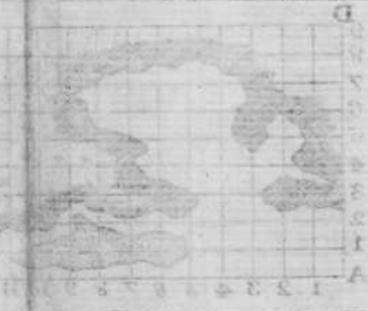
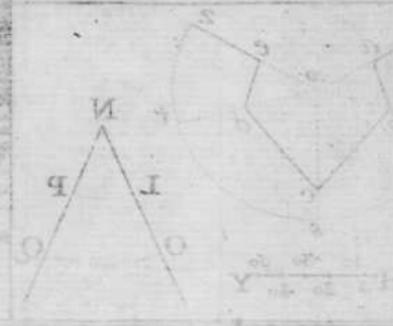
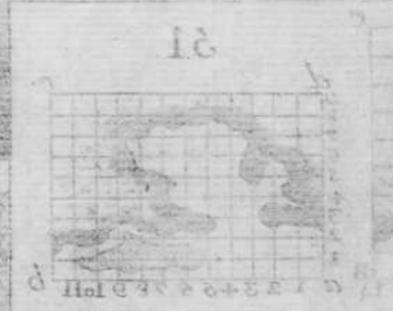
### DEL MODO DE DELINEAR, Y lavar los Planos.

**P**ARA distinguir facilmente las partes de los Planos, perfiles, &c. se acostumbra delinearlos, y lavarlos de diferentes colores, y à esto llaman arte de lavar los Planos, cuyas reglas, que unas son naturales, y otras de combeniencia, serán las que sucintamente explicarè en este Capitulo.



Lamina 5.





## PROPOSICION LI.

*De los colores propios para delinear, y lavar los Planos.*

**L**OS colores de que se sirven ordinariamente para el diseño, y lavado de los Planos son los siguientes: *Carmin, Gutagamba, Verde de Gris liquido, Indigo, ò Anil fino, Extracto de Regaliza, y tinta de China*: de cada uno discurriremos en particular.

*Carmin*, es color rojo, que tira à purpura, el mejor es el que viene de Paris en polvo impalpable: desliese en agua-goma, con el extremo del dedo menique, ò con un pincel, observando el hacer solo aquella porcion que se juzga necesaria, porque cada vez que se deslia se oscurece, y pierde de su bondad: sirve para tirar las lineas que representan un grueso de cal, y canto, y lavar todas las obras de la misma materia.

*Gutagamba*. Es una goma resinosa, que se trae de la India, la mejor es de un amarillo subido suave, y sin arrugas; desliese estregando un pedazo en una basiija, ò concha, con agua comun hasta que tome el color que se necesita. Es de un grande uso en los diseños de fortificacion;

especialmente para lavar los proyectos, y todas las obras que se hacen para un sitio, como Trincheras, &c.

*Verde de Gris liquido*, ò color de agua, para ser bueno ha de tener un color Azul-celeste, y que no tire sobre lo verde; usase de ella para representar las aguas, echandola en una pequeña vasija, ò concha, y dexandola por algun tiempo al viento, si estuviere desvanecida, ò añadiendole una poca de agua quando està fuerte; su fabrica es como se sigue: Tomense dos onzas de cardenillo, media de cristal tartaro, el grueso de una abellana de Goma Arabiga, un poco de Piedra-Alumbre, y dos quartillos de agua, y puesto todo lo dicho à hervir en una olla nueva, à fuego lento, hasta que haya consumido la mitad, se colará dicho licor despues de frio por un papél de estraza, y recogendolo en un bidrio se tapará, y pondrá à el Sol, que le ayuda mucho para que tenga mejor color.

*Indigo*, ò *Añil fino*, su color es Azul-Turquí, y se deslie en agua-goma del mismo modo, que al Carmin; sirve para lavar todo lo que es de Fierro, Vidrio, y Pizarra, &c. segun las diferentes tintas; pero como no es facil emplear este color igualmente, se dirá en la Proposicion siguiente el modo de hacer otro para el mismo

uso, mucho mas proprio, y facil de emplear.

*Extracño de Regalisa, ò de orosus*, se deslie en agua-goma; tiene el color de madera, y sirve en el diseño para lavar las obras de Carpinteria, Fosos, y dar otras sombras en el color de tierra; pero serà mucho mejor valerse de las mezclas que dirè en la Proposicion siguiente, para los mismos usos.

*Tinta de China*, es una composicion en forma de panes, de diferentes tamaños, y figuras: la mejor es de un negro luciente, con un corto viso de morado, dificil à deshacerse estregandola en agua comun, y que despues de seco el pan, quede por el tal parage terso, y luciente; sirve para tirar las lineas de los planos, y perfilles, que no representan un grueso de calicanto, y sombrear las partes de un plano que lo necesitan.

## PROPOSICION LII.

*De la mezela de los colores dichos, y los que de ella resultan.*

1. **A** Marillo, y roxo, hacen color de Madera, y de Arena, por lo que la Gutagamba, y un poco de Carmin, dan un color proprio para lavar las obras de la Carpinteria.

ría , y echando menos Carmin conviene para las Arenas.

2. Amarillo , Roxo , y Negro , hacen color de tierra ; por lo que la Gutagamba , un poco de Carmin , y muy poca tinta de China , dan un color adecuado para lavar los Fosos secos , y tierras de lavor.

3. Azul , y Amarillo , hacen Verde ; y asi el Indigo , ò Añil , ó la color de agua , con la Gutagamba , hacen un buen Verde ; advirtiendo , que si se quiere muy verde , se le echa poco amarillo , y mas si se quiere claro , ò gay. Esta sirve para dar à lós Jardines , Arboles , Matas , y todo aquello que haya de ser campo.

4. Azul , y Negro , hacen un color obscuro aturquesado , por lo que el Indigo , ò la color de agua , con muy poca tinta de China dan un color proprio para lavar las obras de Fierro , Plomo , Pizarra , y Vidrio , haciendo la tinta para el Fierro , mas obscura que para la Pizarra : para el Plomo menos azul , y mas clara , y para el Vidrio muy clara.

5. Azul , y Roxo , hacen color de Purpura , si el Azul predomina Violeta , y si el Roxo morado , y asi el Carmin con el Indigo , ò con la color de agua , hacen los colores referidos. De lo dicho consta , que con el Carmin , Gutagam-

ba, color de agua, tinta de China, y colores que de sus mezclas resultan se tiene quanto es menester para el diseño, y lavado de los planos, perfiles, &c.

*NOTA.* Que la tinta de China, y Carmin para tirar líneas ha de ser mas fuerte que para el lavado, porque los trazos, ò líneas deben dominar sobre todas las tintas, procurando no servirse de las que están viejas, ò desvanecidas en los dos colores dichos, si se quiere que el lavado salga proprio, y vivo.

### PROPOSICION LIII.

*De las Plumás, Pinceles, Vasijas, para las tintas, y Papel para el diseño.*

**P***lumás.* Las mejores para designar la Arquitectura Militar, y Civil son, las del extremo del ala derecha, mas claras, y menos duras, por mas fáciles à hender, y cortar limpiamente. Usase de las de Cuervo para tirar líneas delicadas, designar la campaña, &c. y de las de Cisne para hacer los Margenes, ó Marcos de los Planos.

*Pinceles.* Para bien lavar un Plano se necesita

sita sean los Pinceles suaves , de solo una punta no muy larga , y que no se enrosquen; el diametro de los pequeños es de media, hasta una linea , y el de los grandes , de una, à tres ; los pequeños sirven para tomàr la color , y los grandes para desvanecerla , mojado en agua comun.

*Vasijas.* Regularmente se acostumbra echar los colores para trabajar , en unas pequeñas conchas del Mar : las quales siendo nuevas , es preciso antes de usar de ellas , hervirlas en agua para extraer la sal que mantienen ; pero tengo por mejor servirse de unas pequeñas tazas silindricas de hueso , ù otra materia fuerte , de pulgada , y media de diametro , y nueve , ò diez lineas de alto , con su concavidad espherica , por la seguridad de sus asientos , y facilidad de transportarlas en una caja.

*Papel.* El que se gasta para el diseño , y lavado de los Planos , tiene diferentes marcas , y tamaños ; el mejor es , el mas blanco , batido , y engomado : èl serà bien batido si estuviere igual , ò liso , de suerte , que no se perciba el grano : por lo que mira à el engomado , no se puede dar indicio cierto para conocerlo ; y asi es menester tomarlo sobre la buena fee del que lo vende , y por esto acostumbran algunos

gunos darle una, ò dos manos de agua de alumbre, bastantemente aspera.

## PROPOSICION LIV.

*Observaciones para el diseño, y lavado de los Planos, Perfiles, &c.*

1. **L**AS obras de cal, y canto, que susisten, se notan con líneas roxas continuas, y las de tierra con líneas negras.
2. Las obras que están arruinadas, siendo de cal, y canto, se señalan con líneas roxas de puntos, y las de tierra con líneas punteadas de negro.
3. Las obras subterráneas de cal, y canto, se expresan también con líneas roxas de puntos, y si están sobre la hâz del empedrado, con líneas punteadas de negro.
4. Las obras existentes de cal, y canto, serán lavadas de roxo, las de tierra de negro, y lo que fuere proyecto, en qualquiera de estas dos naturalezas de obra, de Amarillo.
5. Los Zespedes se lavaràn de Verde obscuro, las aguas de Azul-Celeste, las obras de Carpinteria, de color de madera, y las arenas de lo mismo; pero menos roxo.

6. Los Techos de teja , serán lavados de roxo , un poco amarillo ; los de Pizarra , de pardo , con viso de azul obscuro , y el Fierro , Plomo , y Vidrio , de lo mismo : observando en la degradacion de tintas , lo que se dixo en la Proposicion 52. numero 4.

7. El Cobre , Bronce , y Metal fundido , no habiendo tinta que imite bien sus colores , se lavaràn con la de China , y despues se le pasará una tinta de Verde de Gris liquido , porque dichos Metales , pasado poco tiempo , toman este color , y lo conservan tanto quanto dura la obra.

8. En toda suerte de obra , lo que no estuviere cortado , rompido , &c. se lavará igualmente de una tinta clara , de la color que conviene à la calidad de la obra ; y lo mismo se hará en todo aquello que lo estuviere , con solo la diferencia , que la tinta sea mas fuerte.

9. En un Plano todo vacio , como Sotanos , Aposentos , Patios , &c. se dexaràn en blanco ; mas en los cortes , ó perfiles , estos vacíos , excepto los Patios , se lavan con tinta de China , mas , ó menos fuerte , segun que dichos vacíos son mas , ó menos profundos , y los gruesos de los muros , vovedas , y suelos de la color que conviene.

*NOTA.* Que lo dicho en las tres observaciones primeras, se entiende solo de los Planos enteros, porque en los particulares todas sus lineas deben ser negras, sea la obra de la materia que se fuese; las seis restantes que pertenecen á el lavado son generales para todas suertes de Planos.

### PROPOSICION LV.

*Maximas para bien delinear, y lavar los Planos.*

1. **Q**UE la pluma esté bien cortada, esto es, igual de puntos, menos hendida, que para escribir, y que se sacuda cada vez que se moja en el color, à fin, que el exceso que huviere cojido, caiga en el vaso, y no llene la regla, y manche el original.

2. Para tirar las lineas se tendrá el papel sobre una tabla, ò carton igual, y recto, y no sobre cosa blanda, como son unos papeles sobre otros; observando no apoyar el estómago sobre la tabla, sino el brazo izquierdo, si pareciere, dexando el derecho libre, y ligero.

3. Se llevará la pluma quasi à plomo, sin apoyarla demasiado sobre el papel, ni contra la  
regla,

regla, sino ligeramente sobre el uno, y contra la otra, à fin que las lineas salgan limpias, cortadas, è iguales en todas sus partes; observando asimismo no pasar los puntos que señalan los extremos de la linea.

4. La tinta de China, y Carmin para tirar lineas ha de ser de una densidad razonable, porque si està muy espesa, no correrà bien, y las lineas saldrán desiguales; y si muy clara no serán bastantemente negras, ò roxas.

5. El Pincèl con que se dà la tinta ha de està bien mojado en ella, de suerte, que flote sobre el papel delante del Pincèl: y el del agua para desvanecerla, razonablemente humedecido, porque si està muy lleno la baña, y estiende mas de lo que es menester.

6. Para desvanecer la tinta se empezará por donde se acabò de dar, prosiguiendo àzia donde se principiò; haciendo esto con prontitud, especialmente, quando se usa de la tinta de China, ò Carmin, porque estos dos colores secan velozmente.

7. El Pincèl con que se desvanece la tinta, se lavará de tiempo en tiempo en agua clara, à fin de que largue la color que tuviere, y despues se llevará à la boca, ó se enjugará ligeramente sobre un grueso papel de estraza, para

qui-

quitarle la mayor parte del agua que ha cogido.

8. Se removerà la tinta con el Pincèl cada vez que se moge en ella, à fin que el lavado salga igual, y por la misma razon se le echarà de tiempo en tiempo una gota de agua con èl extremo del dedo, especialmente quando la calor es mucha.

9. Las sombras que necesitare el plano que se trabaja se daràn primero, y despues se lavará con la color que convenga; porque como las tintas mojan el papèl, y lo penetran, queda despues de seco con varias desigualdades, sobre las quales no es facil hacer las sombras como se debe.

10. Si el papèl por estàr mal batido, y engomado emebiere velozmente la tinta, sin dar tiempo de estenderla igualmente, y desvanecerla, se le dará una tinta muy clara de la color que convenga; y quando el papèl la haya emebido, sin aguardar que estè del todo seca, se podrá lavar con facilidad.

11. Finalmente, para empezar à trabajar se aprontarán sobre una mesa que debe recibir la luz del lado izquierdo, respecto del que opèra, las conchas, ò tazas de colores, con regular simetria: un vaso mediado de agua clara, y sobre

bre èl los Pinceles: tres, ò quatro plumas bien cortadas, unas mas delgadas que otras: y teniendo el plano enfrente del pecho, cubierto de un papel para su limpieza, y aparte otro para probar los colores, se emplearán estos como se sigue.

### PROPOSICION LVI.

*Del modo de designar, y lavar las partes de un Plano entero de Fortificacion con su corte, ni ò perfil; y posiciones, que se hallan en el Pais de su contorno.*

**E**STA Proposiccion vâ dispuesta con orden alfabetico à fin de hallar con mas facilidad lo que se pretende.

*Almacen de Polvora.* Los Muros, y Contra-Fuertes que lo terminan se marcan por dos lineas roxas, entre las quales se lava de la misma color, la vobeda por dos diagonales punteadas sin lavar: el muro de clausura, que lo rodea por una linea roxa delgada, y si en su lugar tuviere Estacada, se expresará con puntos, ò pequeños ceros, hechos con tinta de China, observando asimismo señalar la puerta del Almacen, y la del Muro de clausura donde corresponde. Si la Escala fuere muy pequeña, se de-

signarán los Muros del Almacén por una sola línea, sin señalar los Contra-Fuertes, ni Vobeda, y se lavará de roxo; obrando en los demás como se ha dicho.

*Arroyo.* Se expresa, y lava como los Rios, si la Escala del Plano lo permite, y en caso que su pequenez no lo tolere, se designará con solo una línea negra, contra la qual se pasará un sutil filo de color de agua, del lado de la sombra.

*Arbol de Marca.* Designado con tinta de China un poco mayor que los otros, se le dará una pequeña pincelada de verde obscuro, del lado de la sombra, y otra de verdegai claro, del lado de la luz.

*Bosque.* Se manifiesta figurando los Arboles con pequeños trazos de pluma, hechos con tinta de China, mezclando entre ellos por intervalos algunas yerbas, todo con irregularidad, despues de lo qual se dará una tinta clara de verde, sobre toda la estension del Bosque, y en estando esta bien seca, una leve pincelada de verde obscuro, sobre cada Arbol, del lado de la sombra, para hacerlo avultar. Vease la fig. 50.

*Baxo.* Se designará del modo dicho en la Proposición 47. y como por este medio queden bien distinguidos, me parece será mas acertado lavar-

Javarlos con la color de agua , mas fuerte en sus beriles , que de color de arena los bancos , y de roxo los de piedra como se acostumbra. Vease la fig. 50.

*Barca de Pasage.* Se exprime por una linea negra , que atrabiesa el Rio , con alguna curviedad del lado de la corriente ; esta linea denota la cuerda por donde se conduce la Barca , y debe estar unida por sus extremos à dos estacas , clavadas en las orillas del Rio , como se vè en la fig. 46. n. 1.

*Banqueta.* Si estuviere señalada en el plano, por permitirlo su capacidad , se dexará en blanco sin lavarla.

*Castillo.* Siendo fortificado se expresará segun fuere , designado , y lavado con la color que le convenga ; pero sino lo es se notará con tinta de China , como se vè en la Estampa 6. lavando el techo de la casa de azul , y el de las dos torres de roxo.

*Cuerpo de Guardia.* Se marcará por un pequeño rectángulo designado , y lavado con Carmin , y si la Escala lo permite , se exprimirá tambien la Galeria , que sirve para tener las Armas debaxo de cubierta , durante el dia.

*Canal.* Se marcará por dos lineas paralelas roxas , si fuere revestida , y negras sino lo fue-

re; observando, que la una sea mas gruesa que la otra, y lavar su madre con la color de agua como los Rios, y si fuere proyecto se lavarán sus vordos de amarillo, desvanecido àzia la parte de tierra.

*Calzada.* Se designará con dos lineas negras hechas à la regla, y asimismo su escarpa si la Escala lo permite; observando señalar sus vueltas, y lavar la escarpa del lado de la sombra con tinta de China algo clara. Vease la Estampa 6.

*Camino.* Se señala por dos lineas negras delgadas hechas con descuido, y algunos pequeños arboles, y matas por la parte exterior, dexandolo sin lavar como se vè en la Estampa 6.

*Convento.* Se representa por una pequeña Iglesia, con su Torre, ò Campanario, y una Cruz en lo alto, designado todo con tinta de China: lavando la Torre de azul, y el techo de la Iglesia de roxo. Vease la Estampa 6.

*Caseria.* Se figura con una pequeña casa hecha con tinta de China, lavando sus techos de roxo, como se vè en la estampa 6.

*Cruz.* Siendo de piedra se designará, y lavará de roxo, segun se vè en la Estampa 6. y sino lo es de la color que le convenga.

*Cantera.* Se señala con tinta de China, con una entrada obscura: como se vè en la Estampa 6.

*Dique.*

*Dique.* Se expresa por dos líneas negras, siendo de tierra; entre las quales se lavará con tinta de China; ò por una gruesa línea roxa, quando es de piedra. Vease la fig. 46. num. 3.

*Dunas.* Se designan como las Montañas; y se lavarán de color de arena.

*Estrada cubierta.* Se dexa en blanco sin labar.

*Esplanada.* Se labarán sus fases alternativamente, esto es, una sí, otra no, con tinta de China algo clara, conservando siempre la fuerza de ella en la parte superior, y desvaneciendola àzia la inferior; despues de lo qual, se pasará del mismo modo sobre todas las fases de la esplanada sombreadas, y no sombreadas, una tinta de verde algo claro. Vease la fig. 49.

*Estanque.* Se marcarán sus vordos, y el empedrado que sostiene las aguas, con tinta de China, no siendo revestido; pero si lo fuere, sea de piedra seca, ò de argamasa, con una línea roxa, señalando su compuerta por dos líneas de puntos, al través de la escarpa, observando de hacer por intervalos en el Estanque, y sobre sus bordos algunas yervas aquaticas, como Juncos, Cañas, &c. todo irregularmente, lavando por ultimo su extension con la color de agua.

*Foso.* El de agua se lava de este color,  
con-

conservando la fuerza de la tinta en los bordos, y desvaneciendola àzia medio, quanto sea posible; pero si fuere seco, se lavará de color de tierra vermeja desvanecida del mismo modo.

*Flecha.* Se designará con tinta de China, en la madre de los Rios, Arroyos, &c. ò en una de sus orillas, como se vè en la fig. 46. para denotar con su punta el parage àzia donde corre el agua.

*Fuente.* Se figura con tinta de China, como se vè en la Estampa 6. lavando su techo de roxo, y el Estanque, ó el Pilon donde se recogen las aguas de su color.

*Hacienda de Campo.* Se figura por dos casas designadas con tinta de China, y lavados sus techos de roxo, como se vè en la Estampa 6.

*Hermita.* Se designa con tinta de China, una pequeña Cruz en lo alto de los Muros que terminan su fase, y lavado el techo de roxo. Vease la Estampa 6.

*Horno de Cal.* Se denota como se vè en la Estampa 6. bosquejado con tinta de China, y lavada la boca por donde se echa la leña de carmin.

*Ignographia.* En la de un plano entero siendo revestido, la linea del cordon, la de la contraescarpa, &c. han de ser roxas, y las demás

negras; pero sino lo es, todas las lineas seràn negras, y lo mismo en planos particulares, sean, ó no revestidos, observando, que la del cordon sea siempre mas gruesa que la de la contraescarpa.

*Jardines.* Se designan haciendo unos pequeños quadrados con tinta de China, algo clara, como se vè en la fig. 46. y se lavaràn dando unas pequeñas pinceladas de verde en unos parages, y en otros de goma guta, con irregularidad, y ligeramente.

*Laguna.* Se señala con tinta de China, haciendo à trechos algunos hervages, ò yervas aquaticas, lavando sus orillas de color de agua, y las yervas con verde claro, igual al de los Prados como se vè en la fig. 48.

*Muro, ò Revestimiento.* Siendo de cal, y canto, se expresa por una linea roxa, y si el plano lo permite se señala tambien su escarpa por otra linea mas delgada del mismo color.

*Molino.* Sea de agua, ò de viento se designa con tinta de China, segun se vè en la Estampa 6. lavando el techo de el, de agua de roxo, el de viento que fuere de piedra de lo mismo, y el de madera de su color.

*Montaña.* Se expresará en plano, ò en elevacion, segun se vè en las figuras 42. y 44. dan-  
doles

doles las sombras, que necesitare con tinta de China, y lavandola despues de un color de tierra, no muy encendido, dandole à trechos algunas pinceladas de verde.

*Ortographia, ò Perfil.* En los diseños de Fortificacion, saviendo lavar los planos, los perfiles no tienen dificultad, porque tiradas todas sus lineas con tinta de China, se lavaràn las obras existentes de cal, y canto, igualmente de roxo, y las demàs de las correspondientes colores del plano, obscureciendo las que quedaren detras de las lineas del perfil, à proporcion de sus distancias, teniendo presente para la degradacion de las tintas lo que se ha dicho en la Proposicion 54. observaciones 4, 8, 9.

*Parapito.* Se lava con tinta de China algo fuerte, lo mas igualmente, que ser pueda.

*Puerta.* Quando el plano lo permite se señala en su muro por un espacio, que se dexa en blanco sin lavar.

*Puente.* Se denota por dos lineas roxas, siendo de piedra, como se vè en la fig. 46. n. 5. ò negras si fuere de madera, observando señalar las de través, y distinguir la Puente levadiza de la durmiente por dos diagonales como se vè en dicha fig. num. 4. y dexando una, y otra sin lavar.

*Pantano.* Se señala su contorno con tinta de China, y en su extension se mezclan algunas yerbas, y aquosidades, que manifiestan lo impracticable del terreno, que se lavarà de color de tierra. Vease la fig. 48.

*Prado.* Se figura la yerva con menudos puntos, y sutiles trazos de pluma, hechos con tinta de China, no muy fuerte, y despues se lava su extension ligeramente de verde claro. Vease la fig. 47.

*Reduõto.* Se designa segun el es, con la color, que le conviene, y se lavarà su parapeto, y foso, como el de las otras obras.

*Rio.* Se expresa por dos lineas negras, observando, que la del lado de la luz sea la mas gruesa, y se lavarà su madre con la color de agua, conservando la fuerza de la tinta en las orillas, y desvaneciendola àzia enmedio.

*Solar, ò Suelo.* El de las havitaciones de una Plaza se designan con las lineas roxas delgadas del lado de la luz, y gruesas de la parte de la sombra, siendo las calles regulares; porque no siendolo, seràn todas las lineas delgadas, y se lavaràn dichos ambitos, ò suelos con tinta clara de carmin, desvaneciendola enmedio, ò igualmente sin desvanecerla, si la escala no permite otra cosa. Vease la fig. 49.

*Terraplèn.* Se dexa en blanco, lavando solo su escarpa (señalada por una linea negra) con tinta de China, algo clara, conservando la fuerza de ella en la linea, que termina el terraplèn, y desvaneciendola àzia la parte inferior.

*Traversas.* Se designan con la color, que le conviene, y se lavan del mismo modo, y con la misma tinta, que los pirapetos.

*Texar.* Se representa en elevación por un pequeño covertizo, sostenido de puntales, y lavado de roxo, como se vè en la Estampa 6.

*Tierras de Labor.* Se expresarán dividiendo el terreno en diferentes porciones con lineas paralelas hechas con el lapiz, ò tinta de China muy clara, las quales representan los cavalletes, que hacen los zurcos del arado, y despues se lavará dichas piezas de tierra, pasando sobre cada cavallette un sutil filo de la color, que convenga para imitar lo natural de la campaña, desvaneciendola de un lado. Vease la fig. 49.

*Ventana.* Se figura, si lo permite la escala por un espacio del muro, que se dexa en blanco; pero continuadas sus lineas.

*Venta.* Se expresa por una pequeña Casa con su insignia, ò vandera, designado todo con tinta de China, lavando el techo de roxo, y la insignia de azul. Vease la Estampa 6.

*Vado.* Se señala por un pequeño camino punteado de negro, que atraviesa el Rio. Vease la fig. 46. num. 2.

*Vereda.* Se exprime por una sola linea delgada, hecha con tinta de China, algo clara, y algunas pequeñas matas por intervalos. Vease la Estampa 6.

*Vías.* Se notan con tinta de China, como se vé en la fig. 50. dando sobre cada zepa una pequeña pincelada de verde, bastantemente vivo, ò alegre sin estenderlo demasiado.

**NOTA.** Que el modo de designar, y lavar las posiciones dichas, es para el acompañamiento del Plano de una Plaza, y País de su contorno: Mas en los Planos de los Señoríos, Provincias, y Reynos señalada la Capital, y Plazas fortificadas en Plano, y las demás posiciones en elevacion, como se vé en la Estampa 6. debaxo de su titulo, se vestirá la Campaña con los Rios,

Lagos, Bosques, y Montañas mas considerables.

**FIN.**

ERRATAS QUE SE DEBEN CORREGIR.

Fol.	Lin.	Errata.	Correccion.
30	2	La Paralelogram- mos. . . . .	Los Paralelo- grammos. . . .
34	1	Prop. LXVII.	Prop. XLVII.
81	21	GF.	CF.
84	13	(p. 18. l. 5.)	(p. 17. l. 5.)
94	14	tiene	tienen
99	7	Theorema.	Problema.
108	23	CD.	CB.
111	20	AE. FG.	AE, EG.
115	16	(Fig. 32.)	(Fig. 33.)
116	2	como H.	como H. (Fig. 32)
117	9	YLR.	YRL.

NOTA.

*Las demás equivocaciones (bien que no esenciales) que se pudieran advertir, son por sí tan manifiestas, que no merecen este lugar; mediante, que el contesto de la oracion dà sobrada luz para la inteligencia, sin necesidad de correccion.*

Fol. Lin.	Errata.	Correccion.
117	YIR.	YRE.
116	como H.	como H. (Fig. 32)
115	(Fig. 32.)	(P. 33.)
114	AE. FG.	AE. HG.
108	CD.	CB.
99	Theoremas.	Problemas.
94	fiene	siene
84	(p. 17. l. 2.)	(p. 17. l. 2.)
81	GR.	CR.
74	Prop. I. XVII.	Prop. XLVIII.
	mos . . . . .	grammos . . . . .
39	la Paratologiam.	Los Paratolo-

## NOTA.

Las demas equivocaciones (bien que no esenciales) que se pudieran advertir, son por sí tan manifiestas, que no merecen este lugar; mediante, que el contexto de la oracion da sobrada luz para la inteligencia, sin necesidad de correccion.

Posiciones para la Carta de una Ciudad, y sus Contornos.

Ciudad en Plano	
Castillo Fortificado	
Castillo Antiguo	
Hazienda de Campo	
Cazeria	
Venta	
Combento	
Ermita	
Fuente	
Molino de Agua	
Moli. de Vie.º de Piedra	
Mol.º de Vie.º de Madera	
Cantera	
Corno de Cal	
Tejar	
Cruz de Piedra	
Cruz de Madera	
Arbol de Marca	

Calzada	
Camino	
Vereda	
Para la de un Señorío, ò Provincia.	
Capital en Plano	
Ciudad	
Villa	
Lugar	
Aldea	
Castillo Fortificado	
Castillo sin Fortificar	
Cazeria	
Venta	
Ermita	
Molino de Agua	
Molino de Viento	

Lam.<sup>a</sup> 6.  
Notas que se colocan sobre la Torre de la Ygles.<sup>a</sup>

Arzobispo	
Obispo	
Abad	
Prior	
Comendador	
Universidad	

Para las de un Reyno.

Capital en Plano	
Capital de Provincia	
Ciudad	
Villa	
Lugar	
Aldea	

En Sevilla Grav.<sup>o</sup> por Josef Br.<sup>o</sup> Amat

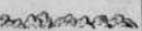
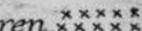
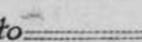
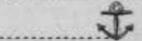
Notas para las Ciudades, Villas, y Lugares.

Residen. <sup>a</sup> del Principe	
Del Capitan Gene. <sup>l</sup>	
Gobierno de Plaza	
Castillo	
Tribun. <sup>l</sup> de Justicia	
Corregimiento	

Al piede de la Posicion

Republica	
Ducado	
Marguesado	
Condado	
Vizconde	
Señorio	
Campo de Batalla	
Batalla Ganada	
Batalla Perdida	

Señales que se colocan en las Cart.<sup>as</sup> Mariti.<sup>as</sup>

Arrecife de piedras	
Piedras que velan	
Piedras que se cubren a pleamar	
Pied. <sup>s</sup> que nose descubren	
Baxo de arena y piedra	
Baxo de arena sola	
Alfagues	
Manchas de agua	
Vortice, ò Remolino	
Fondos. A. arena. P. piedra. L. lama. C. casco. N. negra. AP. arena y piedra. asi es L. N. L. S.	
Señal para entr. <sup>a</sup> d. puerto	
Buen Surgidero	
Señal de Derrota	
Bolcan	
Corrientes	



# INDICE

DE LOS TRATADOS,  
LIBROS, CAPITULOS, Y  
demás puntos principales, que  
se contienen en esta  
obra.

## TRATADO I.

### DE LA GEOMETRIA *Elementar.*

**E**N el que se contiene, que  
cosa es Geometria segun su ethi-  
mologia, su objeto principal, las  
partes en que èsta se divide, y  
fines à que se dirige la idea del  
Autor, con la explicacion de los

terminos propios , y freqüentes  
de esta facultad.

## LIBRO I.

### DE LOS ELEMENTOS GEOME- *tricos de Euclides.*

**T**RATASE en èl de las defini-  
ciones , axiomas , y postulados , ò  
de los principios fundamentales de  
la ciencia de geometria ; de las li-  
neas , triangulos , y paralelogram-  
mos ; demonstrando los accidentes  
de las lineas que concurren ; de las  
paralelas ; de los angulos de las fi-  
guras ; de los triangulos en todo  
iguales ; de las partes de un trian-  
gulo ; de los paralelogrammos en  
sì mismos , y de los paralelogram-  
mos

mos entre sí, fol. 1.º hasta el 34.

## LIBRO II.

**E**N el que se contiene, ò trata de las potencias de las líneas, esto es, la que se deduce de la division de una línea recta en qualesquiera partes; de su division en dos partes iguales; de su division en dos partes iguales, y en dos desiguales, y de las potencias de los triangulos obliquangulos. fol. 35. à 44.

## LIBRO III.

**Q**UE trata del circulo, y sus propiedades, hablando de las rectas de un punto à la circunferencia; de las cuerdas, arcos, y

segmentos ; de los angulos en el circulo ; de los circulos, que se tocan ; de los que se cortan ; y de las rectas tangentes, y secantes del circulo, fol. 45. à 65.

## LIBRO V.

**T**RATA de la cantidad en comun, con la explicacion de las razones entre si ; de las cantidades iguales ; de las desiguales ; de los terminos proporcionales ; y del todo, y sus partes, fol. 65. à 78.

## LIBRO VI.

**H**ACE demonstracion de los triangulos, y paralelogrammos desemejantes ; de los triangulos

semejantes ; de las rectas angulares ; de las figuras semejantes ; de los circulos , y sus partes ; y de las rectas en el circulo , fol. 79. à 100.

*LIBRO SEPTIMO, Y  
Oçtavo, ù onze y doce de  
Euclides.*

**E**N los quales se trata lo perteneciente à los solidos , haciendo demonstracion del concurso de estos ; de las paralelas en el solido ; de los planos en el solido ; de la seccion de los solidos ; de los solidos desemejantes ; y de los solidos semejantes , fol. 101. à 122.

*TRATADO SEGUNDO,*  
*ò quarto del Autor.*

**D**E la geometria practica, ò uso de los instrumentos mas comunes para trabajar en el papel, y terreno, fol. 123.

**CAPITULO I.**

**D**E la division, y formacion de angulos, modo de tirar lineas paralelas, perpendiculares, y tangentes, fol. 124. à 132.

**CAPITULO II.**

**D**E la division, y proporcion de las lineas, fol. 133. à 139.

### CAPITULO III.

**D**E la formacion de las figuras planas, y su inscripcion en el circulo, fol. 140. à 148.

### CAPITULO IV.

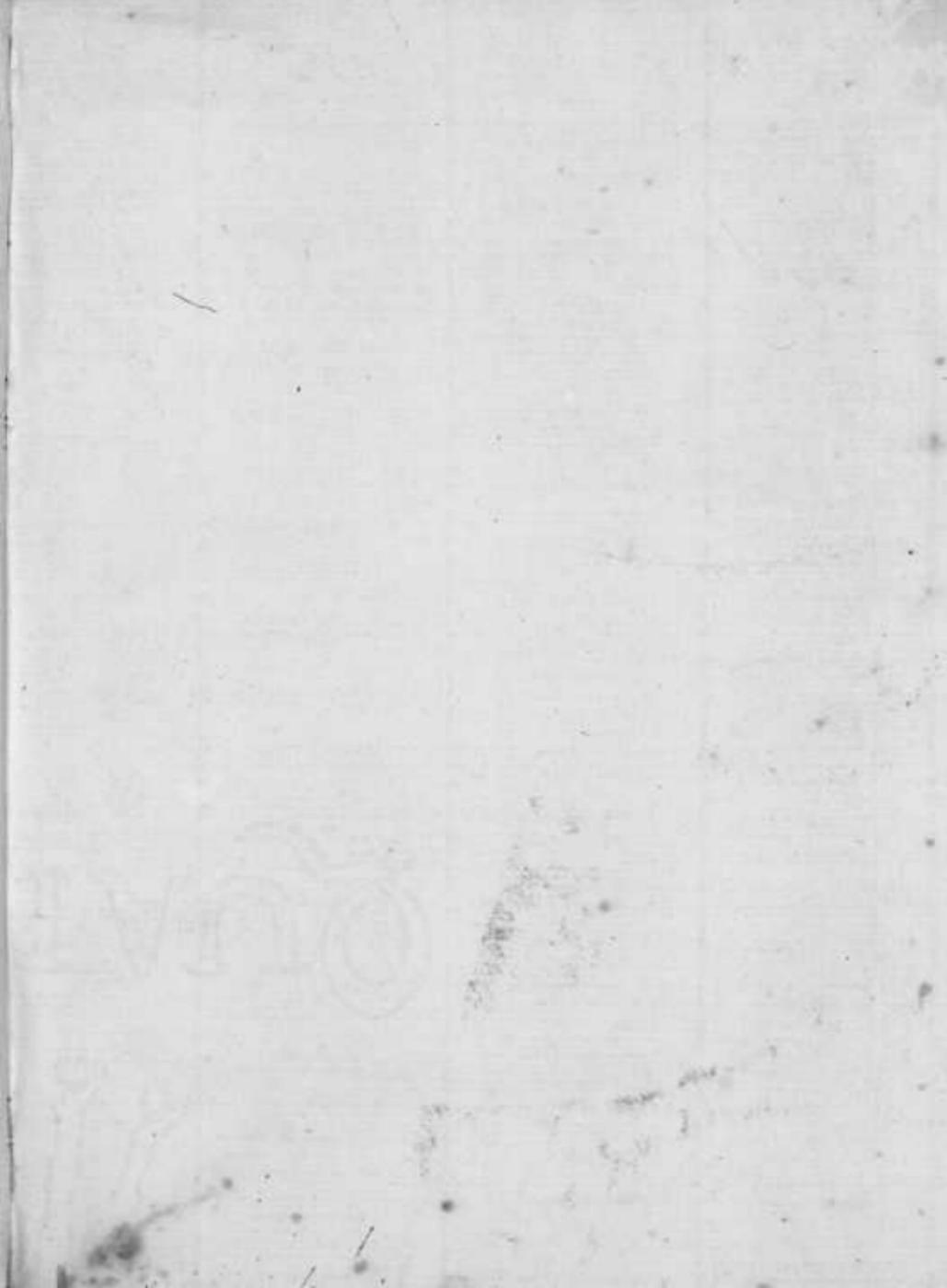
**D**E la proporcion de las figuras planas, solidos, y metales, fol. 148. à 157.

### CAPITULO V.

**D**E la longimetria, ò metodo de levantar planos, copiarlos, y reducirlos, fol. 158. à 176.

## CAPITULO VI.

**D**EL modo de delinear , y labar los planos , esto es , los colores propios para ello , y la mezcla que de ellos resulta ; de las plumas , pinceles , y vasijas para las tintas , y papèl para el diseño ; observaciones para este , y labado de los planos , perfiles , &c. Maximas para la buena delineacion , y labado ; y modo de designar , y labar las partes de un plano entero de fortificacion con su corte , ò perfil , y posiciones que se hallan en el país de su contorno , folio 176. à 198.



**D**el modo de delinear, y  
de los planos, como así los ca-  
llos propios para ello, y de los  
que se usan para el diseño, y  
de los que se usan para las  
copias, y para el diseño  
de los planos, perfiles, &c. Man-  
damos para la buena delineación, y  
modo de designar, y  
de las partes de un plano inte-  
ro de fortificación con su corte, ó  
perfil, y posiciones que se hallan  
en el plano de su contorno, &c.





100

44  
251

4.823