ARTE
DE MEDIR TIERRAS,
Y [illegible]
Y SOLIDOS.

POR

[illegible]

Catedrático de Matemáticas en los Reales Estudios de esta Corte.

[illegible]

ARTE
DE MEDIR TIERRAS,
Y AFORAR LOS LIQUIDOS
Y SOLIDOS.

POR

D. FRANCISCO VERDEJO GONZALEZ,
Catedrático de Matemáticas en los Reales Estudios de esta Corte.

MADRID MDCCXCVI.
EN LA IMPRENTA DE SANCHA.
Con licencia.

AL EX.MO SEÑOR DON EUGENIO DE GUZMAN,

CONDE DE TEVA, GRANDE DE ESPAÑA DE PRIMERA CLASE, &c.

EX.MO SEÑOR.

El mejor elogio no es el que se funda en lo ilustre de la prosapia, sino en las acciones y modo de pensar: elogiar á un Mecenas porque tiene grandes abuelos, es lo mismo que publicarle destituido de mérito personal. Al manifestar al público mi reconocimiento, yo no trazaré el árbol genealógico de V. E., sino que diré que sin desvanecerse de la alta situacion en que la naturaleza le puso, V. E. alarga la ma-

mano á qualquiera que con sus escritos y obras procura ser útil á la patria; mas diré que V. E. no solo protege los literatos, sino que les sugiere las materias sobre que con utilidad del público puedan trabajar; y quando sea notorio á todos este proceder, este zelo por el bien comun, nadie extrañará que yo ponga baxo la proteccion de V. E. esta obrita, que sin su sombra y amparo no vería la luz pública; y este es un nuevo motivo, para que quede de V. E. reconocido su mas atento servidor Q. S. M. B.

Francisco Verdejo Gonzalez.

PROLOGO.

El arte de Agrimensor es el que mas íntima relacion tiene con la Agricultura ; razon que parece debia obligar á que una parte tan esencial de las Matemáticas se enseñase con el rigor que exîge , y solo se permitiese la práctica sen aquellos hombres de qualquier esfera que hubiesen dado mas que un mediano testimonio de su suficiencia , así en la parte teórica como en la práctica ; pero á pesar nuestro vemos , que tan bella arte está las mas veces practicada por sugetos que ignoran alguna de estas partes , ó tal vez las dos , y que con solo saber las primeras reglas de la Aritmética,

y

y medir un triángulo, entran midiendo tierras, haciendo particiones, levantando planos, formando apeos, tasando terrenos, y aforando todos los cuerpos que se les presentan á la vista, qual si fueran unos Matemáticos consumados; sin advertir, que medir en el terreno no es medir con el compás sobre la mesa; que la tasacion de las tierras solo compete á los labradores ancianos, instruidos é inteligentes en la calidad de ellas respecto cada pais, y por ningun motivo al Agrimensor por inteligente que sea en su arte; y que por último, el partir las tierras y levantar los planos, es la parte de la agrimensura mas delicada, y en la que mas se necesita la reunion de la especulativa y la práctica.

¿Quien

¿Quien podrá explicar los perjuicios que un Agrimensor ignorante causa á la una de las partes contratantes, ya sea que la medida se haga para venta, arriendo ó siega? ¿y quan considerables no serán estos, si á la falta de pericia unimos la escasez de conciencia? Lo cierto es, que si en las operaciones no lleva á Dios por delante, con facilidad se dexará sobornar, y no sacará de su medida mas tierra que la que convenga á la una de las dos partes; y quando no hay soborno suele medir á ojo de buen cubero, sacando solamente aquella medida que á él le parece que puede haber, sin considerar que por mas práctico que sea en su oficio nunca acertará con la medida, pues

la

la diferente posicion de los terrenos engaña mucho.

Entre los muchos exemplares que podria citar sobre los desaciertos que cometen algunos señores Agrimensores en sus medidas, solo me detendré en referir el siguiente. En una villa no muy distante de esta Córte, fué llamado un Agrimensor para medir unas tierras de una testamentaría, las que debian partirse entre varios herederos; pero como uno de estos determinase vender una de las tierras que le cupieron en su parte, fué preciso que para satisfaccion del comprador se volviese á medir la referida tierra; y como tambien sucediese que en aquellas inmediaciones no hubiese otro Agrimensor que el que mi-

midió las tierras quando las particiones, recurrieron á este para que la volviese á medir; en efecto nuestro buen Geómetra midió su tierra, y sacó en su medida nueve fanegas; siendo así que quando la midió la otra vez solo sacó siete; y como fuese reconvenido por las partes, sobre la diferencia tan notable que se encontraba, mayormente en un terreno donde el valor de la fanega no baxaba de 3000 reales, respondió, que de un modo se media en las testamentarías, y de otro para las ventas.

Este exemplar y algunos otros que he presenciado hicieron renacer en mí un vehemente deseo de hacer algun servicio á la Agricultura, destinando aquellos ratos que me permiten mis tareas literarias en escribir un tratado de Agrimensura y aforo, pero tal que en un corto volúmen comprehendiese todas aquellas partes, así de Aritmética como de Geometría, que contribuyen á perfeccionar un Agrimensor, al que le sería fácil llevarla consigo á qualquiera parte que fuese á practicar sus medidas para desatar las dudas que en ellas le pudiesen ocurrir, y evitarse al mismo tiempo la molestia y trabajo de tener que registrar aquellas obras bien conocidas en la Agrimensura, quales son *Heredia*, *Villajos*, *Polanco* y *Moya*; pues el que las haya exâminado con

aten-

atencion habrá notado que Heredia es del todo inútil, Villajos es bastante abundante en lo que toca á tasaciones y noticia de medidas, que la mayor parte serán ó no ciertas; pero en lo correspondiente á partir las tierras, uno de los puntos mas principales de la Agrimensura se desentiende en un todo, y solo nos da unas mas que sucintas noticias sobre la medida de ellas, y método de levantar planos: Polanco y Moya en sus grandes volúmenes tratan muy por menor: el primero de la distribucion de las aguas que proveen á Madrid: y el segundo de la Aritmética especulativa y práctica, pero en el arte de la Agrimensura se limitan tanto ó mas que los anteriores. De suerte que todas las referidas obras no son suficientes á producir siquiera un mediano Agrimensor; pues conforme he manifestado, la particion de las tierras, método de lavar, é iluminar un plano, y otras muchas qüestiones relativas á la Agrimensura y aforo, no se sacan de ninguno de ellos.

Pero antes de entrar en tan ardua empresa me fué indispensable registrar algunos buenos Autores de Aritmética y Geometría, así españoles como extrangeros, para tomar de ellos todas aquellas proposiciones; así teóricas como prácticas, que mejor se acomodasen al plan que me habia propuesto seguir;

pero como en la práctica de qualquier arte se suelen seguir algunas reglas, ya sean de convenio, ó por necesidad, de las que los Autores de Geometría se desentienden, y solo las saben los buenos Agrimensores, me fué indispensable para proceder con todo empeño familiarizarme con algunos de estos dentro y fuera de la Corte, entre los que no dexé de encontrar alguno que otro mas que medianamente impuesto en la parte práctica: pero de todos ellos quien mas llenó mis deseos, subministrandome algunos conocimientos prácticos, así de la Agrimensura como del aforo fué *Fernando Sanchez Bermejo*, Agrimensor aprobado en esta Corte;

te ; y ademas me manifestó algunos instrumentos ingeniosos para medir las tierras , como fueron un cartabon de nueva invencion, superior á quantos acostumbran usar nuestros Agrimensores , una plancheta la mas sencilla y económica que he visto.

Hecha la coleccion de materiales que deben componer esta obra la ordeno del modo siguiente : en la primera de las dos partes trato todas aquellas proposiciones de Aritmética y Geometría , que son indispensables al que pretenda ser un buen Agrimensor , tales son las operaciones de los números enteros , quebrados , denominados , reglas de tres, y compañías, método de extraer las raices quadradrada y cúbica de los números; y una multitud de qüestiones relativas á las líneas, superficies y sólidos. Y en la segunda parte comprehendo las ordenanzas de los Agrimensores; varias qüestiones relativas sobre la comprobacion del cartabon y manejo de él en el terreno; modo de medir las tierras sea la que fuere su figura, y dividirlas en partes iguales; las reglas que se deben observar para que los apeos sean permanentes; método de levantar, é iluminar el plano de un terreno; la descripcion de la plancheta y sus usos; la reduccion de unas medidas á otras; las reglas para aforar los líquidos, y algunos sólidos con varias qüestiones relativas á ellos; como se nivelan los terrenos, y algunas reglas para medir grandes distancias y alturas sin aparato alguno de máquinas.

Todo el trabajo y desvelo que me ha ocasionado la composicion de esta obra, me servirá de satisfaccion, si consigo sea útil á las personas para quienes la escribo.

PAR-

PARTE PRIMERA.

DE LAS PARTES DE ARITMETICA Y GEOMETRIA QUE DEBE SABER EL AGRIMENSOR.

DE LA ARITMETICA.

1 Aritmética es aquel ramo Matemático que tiene por objeto tratar de la cantidad en quanto se expresa con números.

2 Por *cantidad* entendemos todo aquello que comparado con su especie puede ser igual, mayor ó menor; y así los tiempos, los números, los pesos son cantidades; pues un dia, un número determinado y una arroba pueden ser iguales, mayores ó menores que algunas porciones de su especie: esto es, una libra comparada con otra libra es igual á ella, comparada con una arroba es menor, y comparada con una onza es mayor.

3 Las cantidades de un mismo género se llaman *homogeneas*, y las que son de distintos géneros *heterogeneas*; por exemplo, seis libras y cinco libras son cantidades homogeneas; pero siete libras y quatro hombres son heteroge-

 neas,

neas, como tambien lo son seis hombres y nueve reales.

De la numeracion actual.

4 Llámase *número* la relacion que tiene una cantidad con otra de su especie, á la qual se ha dado el nombre de *unidad*; así si comparamos una vara con un pie para saber las veces que aquella contiene á este, hallarémos que le contiene tres veces; y este tres, que es el que nos da á conocer la longitud de la vara por medio de la del pie, es lo que llamamos número, y el pie se llama unidad.

5 El número se divide en *entero* y *quebrado*. Número entero es aquel que contiene cierto número de veces la unidad sin que resulte resta alguna, como ocho, diez &c.; y quebrado el que no puede contener ninguna vez á la unidad por ser menor que ella, como la mitad, tercio, quarto de un todo que se ha escogido por unidad.

6 De la adicion de los dos números que hemos difinido, resulta otro conocido con el nombre de *mixto* ó *fraccionario*, tal es el número siete y medio.

7 El número, sea entero, quebrado ó fraccionario se llama *abstracto* quando

do no determina especie, y *concreto* quando la determina.

8 La *numeracion* es un artificio del qual se valen los Aritméticos para expresar todos los números imaginables desde cero al infinito con solo un limitado número de cifras, y un infinito número de voces. Las cifras que tambien se llaman *guarismos* son las siguientes 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, conocidas con los nombres de *cero*, *uno*, *dos*, *tres*, *quatro*, *cinco*, *seis*, *siete*, *ocho*, *nueve*, y las voces son *unidad*, *decena*, *centena*, *millar*, *decena de millar*, *&c.*

9 De las diez cifras ó guarismos de que usa la numeracion para representar los números, los nueve últimos tienen un determinado valor, lo que no sucede con el primero; este es el símbolo de la nada; pero sin embargo tiene la apreciable circunstancia (como á su tiempo verémos) de facilitarnos la expresion de muchos números, que sin él no se conseguiria.

10 Para representar con tan corto número de cifras el inagotable mar de números que se nos pueden proponer, convinieron los primeros Aritméticos (cuyo sistema han seguido todos los hombres) en contar por unidades hasta diez: despues juntar estas diez uni-

dades en otra de órden superior, á la que dieron el nombre de *decena*: siguieron contando por decenas hasta diez, las quales uniendolas en una llamaron *centena* ó *centenar*; y continuando de este modo de diez centenas compusieron un *millar*, y de diez de estas una *decena* de *millar* &c., y así hasta el infinito.

11 Pero siendo tan limitado el número de guarismos, y tan vasto el de los diferentes números, no pudieron menos de admitir que un mismo guarismo representase las unidades, decenas &c., de lo que debian resultar errores de la mayor consideracion si algun signo particular no diese á conocer el grado de las unidades de cada guarismo: el signo no fué otro que referir el valor al lugar que ocupaba quando se escribia, poniendo en primer lugar (contando de derecha á izquierda segun nuestra mano) las unidades, en segundo las decenas, en tercero las centenas, y los millares en quarto &c. De este modo no puede resultar error alguno en quanto á escribirlos, ni en quanto á leerlos; y así para escribir *siete unidades* nos valdrémos del guarismo que exprese siete, y lo escribirémos de este modo 7: para expresar *veinte y cinco unidades*, que es lo mismo que dos decenas y cinco uni-

dadades, nos valdrémos de los guarismos 5 y 2, poniendo el 5 en primer lugar, y el 2 en segundo de este modo 25: para representar *quatrocientas veinte y cinco unidades* lo escribirémos así 425, colocando el 5 en primer lugar, el 2 en segundo, y el 4 en tercero: el número *cinco mil setecientos ochenta y quatro* lo pondrémos de este modo 5784, y *quarenta* de este 40, poniendo cero en lugar de las unidades, para que de esta suerte el 4 ocupe el segundo lugar y valga quatro decenas: *tres mil y cinco* lo escribirémos así 3005, poniendo ceros en aquellos lugares cuyas unidades faltan: de suerte que *mil* se escribe así 1000: *veinte y tres mil* así 23000, y *cien mil* de este modo 100000. De todo esto se deduce la grande utilidad del cero, y que con añadir ó quitar á un número uno, dos, tres &c. ceros á su derecha, se hace que sea diez, ciento, mil &c. veces mayor ó menor.

12 Por lo que corresponde á leer los números no puede haber la menor dificultad, teniendo presentes las reglas que acabamos de dar para escribirlos; pues de este modo no podemos ignorar la denominacion que á las unidades de cada guarismo le corresponde por el lugar que ocupan. Y así este número 25

di-

dirémos que es *veinte y cinco*; este 3508, *tres mil quinientos y ocho*; este 724, *setecientos veinte y quatro*; y este 312, *trescientos doce.*

13 Si el número que se ha de leer estuviese expresado por muchos guarismos, se dividirá primero en porciones de tres guarismos con una coma, empezando por la derecha: luego se subdividirá en porciones de seis guarismos, poniendo entre la primera y segunda division un 1, entre la segunda y tercera un 2, entre la tercera y quarta un 3, y así sucesivamente: hecha esta division, notarémos que en cada porcion de tres guarismos hay unidades, decenas y centenas; siendo en la primera porcion unidades simples, en la segunda unidades de millar, en la tercera de millon &c., con lo que será sumamente fácil leerlo empezando por la izquierda, y leyendo cada porcion de tres guarismos como si estuviese sola, y dando á cada una la denominacion que le corresponde segun manifiesten los guarismos que tiene encima, ó la coma que tiene debaxo; porque quando el guarismo que tiene encima es 3, todas las unidades que van leidas son de *trillon*, ó lo que es lo mismo de *millon, de millon, de millon*; quando tiene un 2 *de billon*, que es lo mismo

que

que *millon de millon* ; y quando tiene un 1 de *millon*: todo lo qual lo aclara el exemplo siguiente.

Sea el número..................................
78974256758900645 2183562 el que nos proponemos leer , que divididos sus guarismos de 3 en 3 y subdivididos de 6 en 6 se transforma en

789,	742,^{3}	567,	589,^{2}	006,	452,^{1}	183,	562
millares de trillones.	trillones.	millares de billones.	billones.	millares de millones.	millones.	millares.	unidades.

Y así dirémos que dicho número importa *setecientos ochenta y nueve mil setecientos quarenta y dos trillones, quinientos sesenta y siete mil quinientos ochenta y nueve billones, seis mil quatrocientos cincuenta y dos millones, ciento ochenta y tres mil quinientas sesenta y dos unidades.*

El número que está expresado por un solo guarismo se suele llamar *número digito.*

De

De las operaciones de la Aritmética por números enteros.

Las operaciones de la Aritmética son quatro, á saber: *adicion* ó *suma*, *subs-traccion* ó *resta*, *multiplicacion*, y *division*: aunque todas ellas se pueden reducir á solas dos, que son sumar y restar.

De la adicion ó suma.

14 *Sumar* es practicar una operacion, por la qual un solo número exprese el valor de otros muchos homogeneos: si los números que se han de sumar estuviesen expresados por un solo guarismo, se uniran las unidades de todos ellos unas con otras, y estará hecha la adicion; pero si los números cuya adicion se pide, son compuestos, ó lo que es lo mismo, si constan de muchos guarismos, se escriben unos encima de otros; de suerte, que las unidades de cada especie esten en una columna, y se principia la adicion por las unidades simples, teniendo cuidado de sacar de cada diez una, que será decena, para agregarla á la columna de las decenas, escribiendo la resta, si acaso la hay debaxo de las unidades, y en caso de

de no haberla se pone cero: lo mismo se executará en las decenas, centenas, millares &c. hasta finalizar la operacion, como se manifiesta en el exemplo siguiente:

Sean 524, 368, 1340 y 23 las cantidades que queremos sumar; ordenadas como se ve

Operacion.

	524
	368
	1340
	23
Suma	2255

Principiarémos la suma por la primera columna donde se hallan las unidades simples, diciendo: 4 y 8 son 12 y 3, 15; pero como 15 unidades componen una decena y 5 unidades; escribirémos las unidades debaxo de la columna que hemos sumado, y la decena la unirémos con las unidades de su especie, que son las de la segunda columna, diciendo: 1 que llevo y 2 son 3, y 6 son 9, y 4, 13 y 2, 15 decenas que componen una centena y 5 decenas: pongamos las decenas en su lugar correspondiente, y la centena júntese con las unidades de la tercera columna, que son las de su especie: continuense sumando las centenas y los millares del mismo modo que se han sumado las otras unidades inferiores, hasta concluir la operacion; de donde hallarémos que la suma de los números propuestos es 2255 unidades.

15 Si despues de haber sumado los guarismos de la última columna, nos saliese un número tal que de él hayamos de sacar algunas unidades de órden superior: por quanto estas no tienen ya otras de su especie con quien unirse, las pondrémos á continuacion del último guarismo hallado, que es el lugar que le corresponde para conservar su valor. Aclarémoslo con un exemplo. Queremos sumar los número s8574 rs. 242 rs. y 5789.

Operacion.

	8574
	242
	5789
Suma	14605 rs.

Empezarémos la suma diciendo: 4 y 2 son 6 y 9, 15: escribirémos el 5 en su lugar, y la decena la unirémos con las

 de-

decenas, diciendo: 1 y 7 son 8 y 4, 12 y 8, 20 que componen dos centenas justas; por lo que pondrémos cero en lugar de las decenas: las dos centenas sumadas con las de la tercera columna hacen 16: escribirémos debaxo las 6 centenas, y el millar unido con el 8 y el 5 de la quarta columna suman 14 millares, que son quatro millares y una decena de millar: pondrémos los millares en su correspondiente lugar, y á continuacion sobre la izquierda la decena de millar, pues esta no tiene con quien juntarse; y ocupando el quinto lugar ha de conservar el valor que le corresponde, con lo que tenemos hallada la suma 14605 rs.

Exemplos de sumar.

8679 r.s	489 lib.s	689 arr.s
1457 r.s	257 lib.s	427 arr.s
9634 r.s	689 lib.s	879 arr.s
19770 r.s	1435 lib.s	1995 arr.s

De la substraccion ó resta.

16 Restar ó *substraer* un número de otro, es hacer una operacion por la qual se halla la diferencia ó exceso que

un número mayor lleva á otro menor de su misma especie. El número mayor se llama *minuendo*, el menor *substraendo*, y lo que resulta *resta* ó *diferencia*.

Aunque no en todos los casos el minuendo es mayor que el substraendo, pues unas veces es igual y otras menor, la operacion siempre se hace restando del mayor el menor, aunque haya necesidad de cambiar los oficios del minuendo y substraendo.

Para la substraccion se escriben los números colocando el minuendo encima del substraendo, de suerte que las unidades de cada especie se correspondan, y se empieza la operacion rebaxando de las unidades de cada guarismo del minuendo las que tiene su correspondiente en el substraendo, escribiendo todas las restas parciales en su lugar correspondiente debaxo de una raya; pero en la substraccion pueden ocurrir tres casos diferentes: porque puede suceder que todos los guarismos del minuendo sean mayores que sus correspondientes en el substraendo; que algunos guarismos del substraendo sean mayores que sus correspondientes en el minuendo; y que el minuendo tenga muchos ceros á su derecha. Consideraremos cada uno de estos casos con separacion.

Caso primero.

17 Queremos restar de 8765, 2343, ordenados los números como se ha dicho y se manifiesta en la

Operacion.

8765 minuendo.
2343 substraendo.

6422 resta.

Dirémos: de 3 unidades á 5 unidades hay 2 unidades de diferencia que las escribirémos baxo la raya en su lugar correspondiente; pasando á las decenas dirémos del mismo modo: de 4 decenas á 6 decenas hay de diferencia 2 decenas que escribirémos en su lugar; y continuando del mismo modo hallarémos que la diferencia de los centenares es 4 centenares, y la de los millares 6 millares, con lo que resulta que la resta entre los números propuestos es 6422 unidades.

Caso segundo.

18 Sea 4756 el número que queremos

mos restar de 6584, escritos como hemos dicho.

Operacion.

6584 minuendo.
4756 substraendo.

1828 resta.

Darémos principio á la resta diciendo: de 6 unidades á 4 unidades no hay lugar; pues tomemos una unidad del 8, que es el guarismo de las decenas, que colocada en el lugar del 4 valdrá 10 unidades: sumadas estas con las 4 dan 14, de las que ya podrémos restar las 6, y la diferencia 8 unidades que resulta la pondrémos en su lugar respectivo: pasemos á la substraccion de las decenas, teniendo presente que al 8 se le quitó una unidad, y que por lo mismo se ha de contar por 7, y la resta 2 la escribirémos donde se debe: pasando á substraer las centenas tenemos el mismo caso de ántes, y así el 7 en vez de restarlo de 5 lo restarémos de 15 y hallarémos la resta 8: despues restarémos el 4 de los millares de 5 por la razon ya dicha, y tendrémos hecha la substraccion, de la qual sale la resta 1828.

Ca-

Caso tercero.

19 Se nos ofrece restar de 36000, 23564, darémos principio á la resta por las unidades; pero desde luego se nos ofrece que de cero, unidades, no se pueden restar 4 unidades, ni tampoco podemos tomar una unidad de las decenas del minuendo porque no las tiene: en este caso acudirémos al primer guarismo significativo de la izquierda, que es un 6, le tomarémos una unidad que vale mil: esta la distribuirémos en todos los lugares que estan señalados con cero, dexando en el primero (contando por la izquierda) 900, en el segundo 90, y en el tercero 10, de suerte que la

Operacion.

$$\left\{\begin{array}{r} 36000 \\ \underline{23564} \\ 12436 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \text{se transforma} \\ \text{mentalmente en} \end{array} \left\{\begin{array}{r} 9910 \\ 35000 \\ \underline{23564} \\ 12436 \end{array}\right\}$$

Donde se manifiesta que en este caso y los que se le parecen: el primer guarismo de la derecha del subtraendo se resta de 10 y los demas de 9, llevando en cuenta la unidad que se le quita al

pri-

primer guarismo significativo del minuendo para rebaxarla despues.

Exemplos de restar.

8796 r.ˢ	3589 lib.ˢ	50000 arr.ˢ
2654 r.ˢ	2896 lib.ˢ	12764 arr.
6142 r.ˢ	0693 lib.ˢ	37236 arr.ˢ

De la multiplicacion.

20 *Multiplicar* un número por otro es tomar el uno de los dos tantas veces como unidades tiene el otro: el número que se multiplica se llama *multiplicando*; aquel por quien se multiplica *multiplicador*; y lo que resulta *producto*: el multiplicado y multiplicador se llaman tambien *factores del producto*. De esta difinicion se infiere que la multiplicacion es una adicion abreviada; de suerte, que multiplicar 3 por 4, es lo mismo que sumar el 3 quatro veces consigo mismo; y así todas las qüestiones que se resuelven por la multiplicacion, se resolverian igualmente por la adicion; bien que serian muy difusas.

21 Quando dos números que se han de multiplicar son abstractos, podemos cambiar los oficios del multiplicado y multiplicador, sin que por esto padezca al-

alteracion el número de unidades del producto; y así el producto de 3 por 4 es el mismo que el de 4 por 3, porque segun la difinicion que acabamos de dar el producto de 3 por 4 es igual á la suma de 3, 3, 3, 3, y el de 4 por 3 igual á la suma de 4, 4, 4: descompuestos los números de este modo se echa de ver que si de cada uno de los sumandos 3, 3 &c. separamos una unidad, tendrémos todas aquellas de que se compone un sumando 4; que si continuamos esta descomposicion, sacarémos de cada uno de los sumandos 3, 3 &c., tantas unidades como sumandos 4, 4 &c. haya: de suerte, que tantas unidades habrá en los 4 treses, como en los 3 quatros; luego el mismo número de unidades dá el producto de 3 por 4 que el de 4 por 3. Todo esto se hace mas perceptible en la

Operacion.

3 multiplicado por 4 da [3, 3, 3, 3]

$$4 \text{ multiplicado por } 4 \text{ da} \begin{cases} 4 \begin{cases} 1, 1, 1, 1 \end{cases} \\ 4 \begin{cases} 1, 1, 1, 1 \end{cases} \\ 4 \begin{cases} 1, 1, 1, 1 \end{cases} \end{cases}$$

Esta propiedad no es tan limitada que no se extienda á los números concretos;

pero siempre considerandolos como abstractos.

22 De todas estas consideraciones se infiere que para que en los números se puedan cambiar los oficios del multiplicando y multiplicador han de ser abstractos, y de lo contrario se ha de prescindir de su especie; pues en los números concretos el multiplicando es siempre de la especie del producto, como se deduce de la naturaleza de la multiplicacion.

23 En la multiplicacion de los números, sean abstractos ó concretos, pueden ocurrir tres casos diferentes, que son: 1.° Quando los dos números que se han de multiplicar son digitos: 2.° Quando el uno es digito, y el otro es compuesto de muchos guarismos: 3.° Quando los dos son compuestos de varios guarismos.

Caso primero.

24 Quando los dos números son digitos la operacion se reduce á buscar en la siguiente tabla el producto de dichos números, y así hallarémos que el producto de 6 por 7 es 42.

1 veces ..	1 es	1
2 veces ..	2 son ...	4
2	3	6
2	4	8
2	5	10
2	6	12
2	7	14
2	8	16
2	9	18
2	10	20
3	3	9
3	4	12
3	5	15
3	6	18
3	7	21
3	8	24
3	9	27
3	10	30
4	4	16
4	5	20
4	6	24
4	7	28
4	8	32
4	9	36
4	10	40
5	5	25 ....
5	6	30 ....
5	7	35 ....
5	8	40 ....
5	9	45 ....
5	10	50 ....
6	6	36 ....
6	7	42 ....
6	8	48 ....
6	9	54 ....
6	10	60 ....
7	7	49 ....
7	8	56 ....
7	9	63 ....
7	10	70 ....
8	8	64 ....
8	9	72 ....
8	10	80 ....
9	9	81 ....
9	10	90 ....
10 ..	10	100 ....
10 ..	100	1000 ....
10 ..	10000 ..	100000 .....
10 ..	100000 ..	1000000 ..

Aunque no es esta la tabla que regularmente ponen los Autores de Aritmética en sus obras, yo he tenido por mas oportuno preferir ésta á aquella, pues tie-

tiene la apreciable circunstancia de poderse entregar á la memoria con facilidad, lo que no sucede con la otra.

Caso segundo.

25 Quando uno de los números propuestos es compuesto de guarismos, y el otro digito, se escriben poniendo el mayor sobre el menor, como se manifiesta en la operacion, y se multiplica el número digito, que es el que se considera como multiplicador por todos los guarismos del multiplicando, escribiendo los productos parciales que resulten debaxo una raya, teniendo presente que 10 unidades hacen una decena, 10 de estas una centena &c. Por exemplo, querémos hallar el producto de 5786 por 5 escritos como se ve

Operacion.

5786 multiplicando.
5 multiplicador.

28930 producto.

Darémos principio á la operacion diciendo: 5 unidades por 6 unidades hacen 30 unidades, que componen 3 decenas

nas justas: pondrémos cero debaxo de las unidades, y continuando la multiplicacion dirémos: 5 unidades por 8 decenas hacen 40 decenas, que unidas con las 3 decenas que llevamos del producto anterior hacen 43, que son 4 centenas y 3 decenas: escribirémos las 3 decenas en su correspondiente lugar, y las centenas las conservarémos para unirlas con el producto inmediato: multiplicando las 5 unidades por 7 centenas, sale al producto 35 centenas, que unidas con las 4 que llevamos, hacen 39 centenas; esto es, 3 millares y 9 centenas, que las escribirémos en tercer lugar: del mismo modo hallarémos que el producto que resulta de multiplicar 5 unidades por 5 millares es 25 millares, que sumados con los 3 millares, hacen 28 millares; esto es, 2 decenas de millar y 8 millares que se escriben en su correspondiente lugar, y está finalizada la operacion: donde hallarémos que el producto de los dos números propuestos es 28930.

Caso tercero.

26 Quando el multiplicando y multiplicador son compuestos de muchos guarismos se escriben como en el caso anterior, y se multiplica cada guarismo del

del multiplicador, ó del que se considera como tal, por todos los del multiplicando, que es lo mismo que executar tantas operaciones del caso anterior, como guarismos tiene el multiplicador, teniendo cuidado de distinguir los productos, que de todas estas operaciones resultan al tiempo de escribirlos unos encima de otros, para poderlos sumar; porque el primer producto que resulta es de unidades, el segundo de decenas &c, lo que se hará mas perceptible con el exemplo siguiente.

Se nos ofrece multiplicar 3578 por 437, considerando el primero como multiplicando, y el segundo como multiplicador, y escritos como se ha dicho.

Operacion.

3578	multiplicando.
437	multiplicador.
25046	producto de unidades.
10734	producto de decenas.
14312	producto de centenas.
1563586	total.

Multiplicarémos las 7 unidades del multiplicador por todo el multiplicando, y el el producto 25046 unidades lo escribirémos debaxo una raya: despues multiplicarémos las 3 decenas del multiplicador por todo el multiplicando, y el producto 10734 lo pondrémos debaxo el producto anterior, ganando siempre un lugar á la izquierda, para que de este modo las unidades de cada especie esten en una columna y dispuestas para poderlas sumar: por el mismo camino hallarémos que el producto del multiplicando por las centenas del multiplicador producen 14312 centenas, que se deben escribir debaxo los productos anteriores, empezando dos lugares mas á la izquierda por la razon ya dicha: sumando ahora todos estos productos parciales componen 1563586, que es el producto total. La misma regla se observará con otros números mas compuestos.

27 Quando los dos números que se han de multiplicar, ó el uno de ellos, tienen algunos ceros á su derecha, se simplifica la operacion multiplicando solamente los guarismos significativos, y añadiendo al producto que resulte tantos ceros á su derecha como tengan los dos factores juntos. Por exemplo, se nos ofrecen multiplicar los números 3500 y 30: multiplicarémos 35 por 3, y al producto 105 añadiremos á su derecha

tres

tres ceros, que son los que tienen los dos factores, y tendrémos 105000, verdadero producto.

Operacion.

3500
30
———
105000

La verdad de esta proposicion se deduce fácilmente considerando que quando al 3500 se le quitan dos ceros, ó se prescinde de ellos, se hace 100 veces menor (11), y por la misma razon el 30 se hace tambien 10 veces menor; pero 10 por 100 produce 1000; luego el producto que resulta es 1000 veces menor que lo que debe; y así para compensar esta diminucion es preciso multiplicarlo por 1000, ó lo que es lo mismo, añadirle 3 ceros á su derecha.

Exemplos de multiplicar.

Reducir reales á maravedises.	Reducir arrobas á libras.
358 r.s	243 arr.s
34 mar.s	25 lib.s
1432	1215
1074	486
12172 mar.s	6075 lib.s

Hallar el valor de muchas varas conocido el de una.

768	varas.
48	r.s
6144	
3072	
36864	r.s

28 En estos exemplos se manifiestan los usos de la multiplicacion.

De la division ó particion.

29 *Dividir* un número por otro es

ver las veces que el segundo está contenido en el primero: el número que se divide se llama *dividendo*; aquel por quien se divide *divisor*; y el número que expresa las veces que el uno contiene al otro *qüociente*.

Aunque en los casos que se nos ofrece practicar la division para los usos de la vida civil, no siempre llevamos la mira de saber las veces que un número contiene á otro, como sucede quando dividimos un número de reales entre cierto número de hombres á partes iguales: la operacion se executa como si esta fuese la mira; bien que en este caso se consideran los números como abstractos, pues de otro modo sería absurdo comparar los hombres con los reales.

30 De la naturaleza de la division se infiere que el qüociente multiplicado por el divisor ha de producir el dividendo; y que quanto menor sea el divisor, siendo uno mismo el dividendo, tanto mayor será el qüociente, y recíprocamente.

31 En la multiplicacion dexamos dicho que quando los números son concretos, el producto es de la especie del multiplicando (22). Acerca de la division no podemos decir que el qüociente sea ni de la especie del dividendo, ni de

la del divisor : en unos casos es de la especie del dividendo , y en otras de la de los dos , y en otros de la de ninguno. La qüestion que da motivo á la division es la que lo determina.

Tambien en la division pueden ocurrir tres casos diferentes , que son: 1.° La division de un número digito por otro : 2.° La de un número compuesto de varios guarismos por un digito : 3.° La de un número compuesto de muchos guarismos por otro de la misma especie.

Caso primero.

32 Para dividir un número digito por otro tambien digito , se ve en la tabla de la multiplicacion que número es aquel que multiplicado por el divisor produce el dividendo , ó se acerca á él todo lo posible , y aquel es el qüociente. Por exemplo : queremos dividir 8 por 4 , verémos que es 2 aquel número que multiplicado por 4 produce 8; luego 2 es el qüociente : si los números que queremos dividir uno por otro fuesen 7 , y 3 , diriamos en este caso, que el dividendo contenia al divisor 2 veces y sobraba una unidad.

Caso segundo.

33 Para dividir un número compuesto de muchos guarismos por uno digito colocarémos el divisor á la derecha del dividendo separado con dos rayas: hecho esto tomarémos el primer guarismo de la izquierda del dividendo, verémos quantas veces contiene al divisor: hallado este qüociente parcial, lo escribirémos debaxo del divisor, y multiplicandolo despues por él, pondrémos el producto que resulte debaxo del guarismo ó guarismos que han servido de primer dividendo, de los quales hemos de restar dicho producto escribiendo la resta, si la hay, debaxo de una raya en su lugar respectivo, y á su derecha baxarémos aquel guarismo que sigue del dividendo, y de este modo continuarémos la division hasta finalizarla, escribiendo siempre los guarismos que resulten al qüociente á la derecha del primero. Por exemplo: queremos dividir 7895 por 5; escritos estos números como hemos dicho y se manifiesta en la

Operacion.

```
dividendo 7895 |5 divisor.
           5   |----------
          ---   1579 qüociente.
           28
           25
          ---
           039
            35
          ----
           045
            45
          ----
            00
```

Tomarémos el primer guarismo de la izquierda del dividendo, que es 7, y verémos quantas veces contiene al divisor 5; hallarémos que es una, la pondrémos debaxo del divisor, y luego la multiplicarémos por él, y el producto 5 que nos resulta le escribirémos debaxo del 7, del qual le restarémos, y hallarémos la resta 2, que es lo mismo que decir que el 7 contiene al 5 una vez, y sobran dos unidades: al lado de esta resta dos baxarémos el guarismo que sigue al 7, que es el 8, y tendrémos 28; dividiendo el 28 por 5 sale al qüociente 5, que multiplicado por el 5 da el productoducto 25; este número lo escribirémos debaxo del 28 para restarlo de él, y al lado de la resta 3 escribirémos el 9, y tendrémos otro dividendo parcial 39, que da al qüociente 7 y sobran 4: baxando al lado de este el guarismo 5 que sigue, resulta otro dividendo 45, que da al qüociente 9 y la resta cero; con lo que está finalizada la operacion y hallado el qüociente 1579.

Si en esta division hubiera habido alguna resta, sería señal de que el dividendo no contenía un número de veces justas al divisor.

34 Quando al principiar la division el primer guarismo del dividendo es menor que el divisor, es necesario tomar dos guarismos del dividendo, como si se nos ofreciera dividir 23789 por 7: en este caso el 2, primer guarismo del dividendo, no contiene al 7: tomarémos los dos primeros que componen 23, y executada la division como se ha dicho en en el caso anterior, hallarémos el qüociente 3398, y 3 de resta, que se escribe como se manifiesta en la operacion, poniendo la resta encima del divisor, separados con una raya, y á continuacion del qüociente; que quiere decir que la resta se ha de dividir por el divisor, y que no se puede executar por ser menor

que

que él, á no reducirse á especie inferior.

Operacion.

```
23789 | 7
21    |------
----- | 3398 3/7
027
 21
----
  68
  63
----
   59
   56
----
   03
```

Caso tercero.

35 Quando los dos números que nos proponemos partir constan de varios guarismos, se escriben y dividen del mismo modo que en el caso anterior, solo que al principiar la operacion se toman á la izquierda del dividendo parcial tantos guarismos por lo menos como tiene el divisor. Hecho esto en vez de buscar, como en los casos anteriores, quantas veces en el dividendo parcial cabe todo el divisor, se busca solamente quantas veces el primer guarismo de la izquierda del divisor cabe en el primer guarismo de la izquierda

da del dividendo (ó en los dos primeros en caso que haya sido preciso tomar en el dividendo un guarismo mas que los que contiene el divisor); todo esto se manifiesta mejor en el siguiente exemplo.

Se nos propone dividir 448923 por 398: ordenados los números como se ha dicho, tomarémos para dividendo parcial los tres primeros guarismos de la izquierda de él, por quanto el divisor tiene otros 3, y verémos quantas veces el 4 contiene al 3; hallarémos que es una sola vez; pondrémos 1 debaxo del divisor; despues multiplicarémos este 1 por todo el divisor, y el producto 398 lo escribirémos debaxo del 448, y haciendo la substraccion saldrá la resta 50; baxando al lado de esta resta el 9, tendrémos 509 para segundo dividendo parcial. Continuarémos la operacion, diciendo: 5 al 3 le contiene una vez, el qual se pondrá al qüociente, y despues se multiplicará este 1 por todo el divisor, y el producto 398 lo restarémos de 509, y poniendo á la derecha de la resta 111 el 2 del dividendo total, tendrémos 1112 para tercer dividendo parcial, y como éste tiene una cifra mas que el divisor, dirémos: 11 al 3 le contiene 3 veces; pero como multiplicando todo el divisor

por

por este 3 sale un producto mayor que 1112, no se podrá poner al qüociente 3, y así solo pondrémos 2, el qual multiplicado por todo el divisor da el producto 796, que restado de 1112 sale una resta 316, á cuya derecha se pondrá el último guarismo 3 del dividendo, y dirémos: 31 al 3, aunque le contiene 8 veces, y aun mas, como este número multiplicado por el divisor da un producto mayor que el dividendo 3163, solo le darémos por qüociente 7, que multiplicado por todo el divisor y restado el producto 2786 que resulta del dividendo, queda una resta 377; que la escribirémos á la derecha del qüociente, segun queda dicho y se manifiesta en la operacion. Y así dirémos que el qüociente de 448923 por 398, es 1127 y sobran 377. Lo mismo harémos con otros exemplos mas compuestos.

Operacion.

$$
\begin{array}{r|l}
448923 & 398 \\
\cline{2-2}
398 & 1127\,\frac{377}{398} \\
\cline{1-1}
509 & \\
398 & \\
\cline{1-1}
1112 & \\
796 & \\
\cline{1-1}
3163 & \\
2786 & \\
\cline{1-1}
377 &
\end{array}
$$

36 Los principiantes deberán tener presente que segun el método explicado en el exemplo anterior suele ocurrir muchas veces poner por qüociente un guarismo mayor del que le corresponde; pero lo conocerán siempre que el producto de todo el divisor por aquel guarismo resulte mayor que el dividendo parcial, en cuyo caso hasta que la práctica les facilite esta operacion deberán ir quitando al expresado guarismo una unidad, hasta tanto que el producto del qüociente por el divisor se pueda restar del dividendo parcial. Tambien

ocurre que por alguna distraccion se pone al qüociente un guarismo menor que el que le corresponde ; y para conocerlo, tendrán presente que restado el producto del tal guarismo por el divisor del dividendo parcial, debe siempre salir la resta menor que el divisor, y nunca igual, ó mayor; en este caso debe ir aumentando el guarismo de una ó mas unidades, hasta que en efecto salga aquella resta menor que el divisor.

37 Podemos abreviar la operacion, si el guarismo que nos resulta al qüociente, conforme le vamos multiplicando por cada guarismo del divisor, lo restamos sucesivamente del guarismo que le corresponde en el dividendo parcial empezando por el primero. Por exemplo, queremos dividir 8976 por 34.

Operacion.

8976	34
217	264
136	
000	

Tomando los dos primeros guarismos del dividendo vemos que al divisor le contiene 2 veces : pondrémos 2 al qüociente, y despues le multiplicarémos por el 34, diciendo: 2 por 4 producen 8, y en vez de sentar el 8 debaxo del 9, como lo hemos practicado hasta aquí, lo restarémos de él, y tendrémos la resta 1, que se escribirá debaxo del 9: continuarémos la multiplicacion, diciendo: 2 veces 3 son 6, que lo restarémos del 8 y sale la resta parcial 2; juntando el 2 con el 1 anterior tendrémos 21: al lado del 21 baxarémos el 7 y tendrémos por dividendo parcial 217, que contiene al 34, 6 veces; practicando con el 6 y los demas guarismos que saliesen al qüociente lo mismo que en el caso anterior, hallarémos el qüociente 264, y la resta cero. Este método es el que comunmente se sigue en la práctica; pero para los principiantes es mas comprehensible el otro.

38 Quando en el dividendo y divisor hay ceros á su derecha, se abrevia la operacion suprimiendo en cada uno igual número de ceros, y executando la division del modo que dexamos explicado. Por exemplo: queremos dividir 36000 por 900.

Operacion.

$$36000 \mid \underline{900}$$

Quitando en uno y otro dos ceros á su de-

derecha se reduce la operacion á dividir 360 por 9.

```
 360 | 9
 000 | 40
```

El qüociente 40 que sale por este camino es el número que saldría si no hubiéramos suprimido los ceros ; pues los números 36000 unidades y 900 unidades representan tambien 360 centenas y 9 centenas ; y quando les quitamos los ceros se transforman en 360 unidades y 9 unidades ; pero 360 centenas contiene á 9 centenas las mismas veces que 360 unidades á 9 unidades ; luego el qüociente ha de ser el mismo antes de suprimir los ceros, que despues de suprimidos.

Exemplos de partir.

Hacer maravedises reales.

```
mar.s 8578 | 34 mar.s
      177  | 252 r.
       078
        10 mar.s
```

Ha-

Hacer libras arrobas.

5789 lib.ˢ	25 lib.ˢ
078	231 arr.ˢ
039	
14 lib.ˢ	

Dividir reales entre hombres.

15789 r.	36 homb.ˢ
0138	438 real.ˢ
0309	
021	

Pruebas de la adicion, substraccion, multiplicacion y division.

39 Probar una operacion, es hacer otra, por la qual nos aseguramos que la primera está bien hecha; y esta segunda operacion es lo que llamamos prueba.

No porque una prueba nos salga bien, dirémos que está bien hecha la operacion; puede ser que un error en la segunda operacion compense otro error padecido en la primera, y en este caso saldrá bien la prueba y estará la cuenta errada: la ventaja que las pruebas llevan á su favor no es otra que la grande dificultad que se halla en errar

dos

dos operaciones contrarias, de tal modo que el error de la una compense al de la otra; pero aunque esto sea dificil no es imposible.

40 Para probar la adicion se vuelven á sumar los números empezando por la izquierda, y las sumas parciales que se hallan se restan de los guarismos que les corresponden en la suma; y si despues de haber hecho todas las substracciones parciales, la diferencia es cero, la operacion está bien hecha.

La adicion de los números 378, 654, 789 es 1821, como se manifiesta en la operacion, en la que se vé que si volvemos á sumarlos empezando por la izquierda, diciendo: 3 y 6 son 9, y 7, 16, que restado de 18 que hay debaxo queda por residuo 2 &c., sale la diferencia cero, como debe serlo; pues la suma de varios números, empiécese por la derecha ó izquierda ha de ser la misma.

Operacion.

378	654
654	892
789	475
	679
1821	2700
110	310

Ope-

La

La substraccion se prueba sumando el substraendo y la resta para ver si sale el minuendo, como debe verificarse; pues si al menor de dos números desiguales se añade la diferencia que hay entre ellos, ha de igualar con el otro.

Y así restando 2538 de 5786 sale la resta 3248, la qual sumada con el substraendo 2538 da el minuendo 5786.

Operacion.

5786	25078
2538	16439
3248	08639
5786	25078

41 La prueba de la multiplicacion se hace dividiendo el producto por qualquiera de los dos factores multiplicando ó multiplicador, y viendo si sale el otro al qüociente, como debe verificarse.

Así multiplicando 536 por 25 sale el producto 13400, que dividido por el multiplicador 25, da el multiplicando 536.

Operacion.	*Prueba.*	
536	13400	25
25	0090	536
2680	150	
1072	000	
13400		

42 La division se prueba tambien por su contraria; esto es, multiplicando el qüociente por el divisor, para ver si sale el dividendo, como debe verificarse; pues el dividendo puede considerarse como producto del divisor por el qüociente; y así dividiendo 8976 por 34 sale el qüociente 264, que multiplicado por 34, da el dividendo 8976. Si al hacer la division sobra algo, es necesario añadirlo al producto del divisor por el qüociente.

Operacion. *Prueba.*

8976	34	264
217	264	34
136		1056
000		792
		8976

Tabla de las unidades de algunas especies, division y subdivision que de ellas se hace.

Para las distancias.

1 vara vale. . . . . 3 pies.
1 pie. . . . . 12 pulgadas.
1 pulgada. . . . . 12 lineas.
1 linea. . . . . 12 puntos.

Para el peso.

1 arroba vale. . . . . 25 libras.
1 libra. . . . . 16 onzas.
1 onza. . . . . 16 adarmes.
1 adarme. . . . . 16 granos.

De otro modo.

1 arroba vale.	25 libras.
1 libra.	2 marcos.
1 marco.	8 onzas.
1 onza.	8 dragmas.
1 dragma.	3 escrupulos.
1 escrupulo.	24 granos.

Para el tiempo.

1 dia vale.	24 horas.
1 hora.	60 minutos.
1 minuto.	60 segundos.
1 segundo.	60 terceros.

Para las monedas.

1 doblon vale.	4 pesos.
1 peso.	15 reales.
1 real.	34 mrs.
2 reales.	68
3.	102
4.	136
5.	170
6.	204
7.	238
8.	272
9.	306
10.	340

1 Du-

1 ducado vale.	11	reales.
2.	22	
3.	33	
4.	44	
5.	55	
6.	66	
7.	77	
8.	88	
9.	99	
10.	110	

De los quebrados en general, y las operaciones que con ellos se practican.

43 Por quebrado entendemos una ó muchas de aquellas partes iguales en que suponemos dividido un todo que se ha escogido por unidad. Si concebimos una arroba dividida en 25 partes iguales, qualesquiera número de ellas que tomemos, no siendo todas, será un quebrado de la arroba.

44 El quebrado se representa generalmente con 2 números puestos uno encima de otro y separados con una raya, teniendo por objeto el de abaxo expresar el número de partes iguales en que está dividida la unidad simple, por cuya razon se llama *denominador* (pues al mismo tiempo las denomina); y el de arriba darnos á conocer qué número de

aquellas partes se toman, por cuya razon se llama *numerador*: éste y el denominador juntos se llaman *términos del quebrado.* Así esta expresion $\frac{3}{4}$ se lee diciendo *tres quartos*, ó lo que es lo mismo, tres partes, de las quales contiene quatro la unidad: esta expresion $\frac{5}{8}$, quiere decir *cinco octavos*; esta $\frac{7}{9}$ *siete novenos*, y esta $\frac{7}{10}$ *siete decimos.*

45 Quando los números que representan un quebrado son compuestos, se lee primero el numerador y despues el denominador, dándoles por último la denominacion de *avos.* Así este quebrado $\frac{19}{34}$ lo leeremos diciendo, *diez y nueve treinta y quatro avos.* Lo mismo dirémos de qualquiera otro que se nos proponga.

46 Los quebrados se dividen en *propios é impropios*: quebrados propios son todos aquellos cuyo numerador es menor que el denominador, tales son estos $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{30}{52}$, $\frac{120}{145}$ &c.: y quebrados impropios son todos aquellos cuyo numerador es igual, ó mayor que el denominador, tales son los siguientes $\frac{4}{4}$, $\frac{5}{2}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{7}{4}$, $\frac{19}{5}$, $\frac{28}{7}$, $\frac{8}{8}$, $\frac{26}{6}$ &c.: llamanse impropios porque en rigor no son quebrados sino es en la forma; son números enteros ó fraccionarios.

47 Para sacar los enteros que contie-

tiene un quebrado impropio se divide el numerador por el denominador, y el qüociente expresa los enteros, pero si sobra algo se pone en la forma de quebrado, y en este caso el quebrado se transforma en un número fraccionario; pero si en la division no resulta resta alguna es número entero. La razon de esto es clara; porque ya que el denominador dice en quantas partes está dividida la unidad, y el numerador quantas de éstas se toman, por cada vez que el numerador contenga al denominador, hemos de tener una unidad; luego hallando las veces que le contiene, tendrémos los enteros que incluye. Sirvanos de exemplo el quebrado impropio $\frac{18}{4}$: si dividimos 18 numerador por 4 denominador, nos sale el qüociente $4\frac{2}{4}$, y estas son las unidades que contiene dicho quebrado.

Operacion.

$$\begin{array}{r|l} 18 & 4 \\ \hline 02 & 4\frac{2}{4} \end{array}$$

48 Se nos ofrece con freqüencia reducir un número entero á quebrado, cuyo denominador sea dado ó un número fraccionario á la especie de su quebrado.

En

En quanto á lo primero se multiplica el número propuesto por el que expresa su denominacion, y al producto se le da este por denominador. Así para reducir el número 8 á tercios, multiplicarémos 8 por 3, y poniendo al producto 24 por denominador el tres, tendrémos que las 8 unidades componen $\frac{24}{3}$. En quanto á lo segundo, se multiplica el entero por el denominador del quebrado, este producto se suma con el numerador y á esta suma se le da por denominador el del quebrado. Así para convertir el número fraccionario 8 $\frac{3}{4}$ á quebrado impropio multiplicarémos el 8 por el 4 y al producto 32 lo sumarémos con el numerador 3, y á la suma 35 le darémos por denominador el 4, y tendrémos el quebrado impropio $\frac{35}{4}$ igual al número propuesto.

49 *Un quebrado no altera su valor quando sus dos términos se multiplican ó parten por un mismo número.* Para convencernos de esto basta considerar que quanto menores sean las partes en que esté dividida una unidad, tanto mayor número se debe tomar de ellas para componer una misma cantidad. Por exemplo, si tenemos el quebrado $\frac{3}{4}$, este nos dice que la unidad está dividida en 4 partes iguales; pero si esta misma uni-

unidad la suponemos dividida en 8 partes iguales; por quanto estas partes valen la mitad menos que antes, necesitamos al doble de ellas si queremos tener la misma parte de la unidad; esto es, si ántes teniamos $\frac{3}{4}$, ahora tomarémos $\frac{6}{8}$, cantidad igual á la otra: luego &c. Por una consideracion semejante probarémos que tampoco altera su valor un quebrado por dividir sus dos términos por un mismo número.

50 De lo que dexamos dicho acerca de la naturaleza de los quebrados, se infiere que para tomar una parte qualquiera de un quebrado, por exemplo, la mitad, tercio quarto &c. bastará multiplicar su denominador por el número que expresa la parte que se quiere tomar; esto es, por 2, 3, 4 &c. Así para tomar la quinta parte del quebrado $\frac{2}{3}$ multiplicarémos el 3 por 5, con lo que tendrémos $\frac{2}{15}$, y este quebrado será la quinta parte del otro.

Reducir quebrados á un comun denominador.

51 Para reducir los quebrados á un comun denominador se multiplican los dos términos de cada uno por el denominador del otro, si son dos los quebra-

brados que hemos de reducir, ó por el producto de todos los denominadores, si son muchos.

Propongámonos reducir â un comun denominador los dos quebrados $\frac{3}{4}$ y $\frac{2}{5}$, multiplicando los dos términos del primero por 5 se tranforma en $\frac{15}{20}$, y multiplicando igualmente los dos terminos del segundo por 4 se reduce á $\frac{8}{20}$; y los dos quebrados $\frac{3}{4}$ y $\frac{2}{5}$ quedan reducidos á $\frac{15}{20}$ y $\frac{8}{20}$ que tienen un mismo denominador, y son iguales á los otros cada uno al suyo (49).

52 Sean ahora $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, y $\frac{4}{5}$ los quebrados que queremos reducir á una misma denominacion: multiplicando los dos términos del primero por 15, producto de los denominadores de los otros dos, se convierte en $\frac{15}{30}$: multiplicando los dos términos del segundo por 10, producto de los denominadores del primero y tercero se transforma en $\frac{20}{30}$; y multiplicando igualmente los dos términos del último por 6, producto de los denominadores del primero y segundo quebrado, se reduce á $\frac{24}{30}$; de suerte, que los quebrados propuestos se transforman en $\frac{15}{30}$, $\frac{20}{30}$, $\frac{24}{30}$.

Operacion.

$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{4}{5}$	$\frac{1}{2}$. . . .	15.	$\frac{15}{30}$
	$\frac{2}{3}$. . . .	10.	$\frac{20}{30}$
	$\frac{4}{5}$. . . .	6.	$\frac{24}{30}$

53 Para la adicion y substraccion de los quebrados es indispensable reducirlos á una misma denominacion, si no la tienen; porque los quebrados de diverso denominador son heterogeneos, y segun lo insinuado (14 y 16) no pueden sumarse, ni restarse sin reducirlos primero á una misma especie, que es lo mismo que á una misma denominacion.

54 La reduccion de los quebrados á un comun denominador sirve tambien para exâminar entre algunos quebrados qual es mayor, que será aquel que tenga mayor numerador.

Modo de simplificar los quebrados.

55 Para simplificar los quebrados, ó lo que es lo mismo, reducirlos á menores términos, se busca el mayor número que mida á sus dos términos sin fraccion de la unidad; se dividen por él, y con los qüocientes se forma otro quebrado, que será tanto mas simple, quanto mayor sea la comun medida.

Pa-

56 Para hallar la comun medida de dos números se exâmina si son pares, porque siéndolo (y que se conoce fácilmente viendo si el guarismo de las unidades es par) es divisible por 2: si sumando los guarismos de cada uno de ellos entre sí, como si expresaran unidades de una especie, componen un múltiplo de 3, ó lo que es lo mismo, un número que contiene al 3 algunas veces, son divisibles por 3; si el último guarismo de cada uno de ellos es cero ó 5, entonces son divisibles por 5; y por último, si los dos números tienen algunos ceros á su derecha, se pueden quitar igual número de ellos en uno y otro término del quebrado, y queda simplificado.

57 Ademas de estas reglas, que son particulares y se fundan en la naturaleza de los números, hay otra general que se reduce á partir el mayor número por el menor, y si sobra algo, se parte el menor por la primera resta, y de este modo se continúa partiendo una resta por otra, hasta hallar un divisor que dé un qüociente justo, y este divisor es la mayor comun medida; dividiendo por él los dos términos del quebrado saldrán dos qüocientes, que harán un quebrado simple. Por exemplo querémos sim-

plificar el quebrado $\frac{75}{105}$: dividiendo 105 por 75 sale al qüociente 1 y la resta 30: dividiendo 75 por 30, sale el qüociente 2 y la resta 15: dividiendo 30 por 15 sale el qüociente 2, y la resta cero: el número 15 que ha dado un qüociente justo es la mayor comun medida de los dos términos del quebrado, y así dividiendo estos por él salen los qüocientes 5 y 7 que forman el quebrado $\frac{5}{7}$, mucho mas simple que él, y de igual valor.

Operacion.

105	75	75	30	30	15
30	1	15	2	00	2

Quando el número que da el qüociente justo es la unidad, entónces es imposible simplificar el quebrado.

De la adicion de los quebrados.

58 Para sumar quebrados véase si tienen un mismo denominador; si lo tienen, súmense los numeradores, y á la suma póngasele por denominador el denominador comun; sáquense los enteros que haya (41) y está hecha la adicion; pero si no tienen un mismo denominador redúzcanse á él, y luego súmense del

del modo que acabamos de decir. Así la suma de los quebrados $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{2}{8}$ que todos tienen un mismo denominador es $\frac{17}{8}$, ó lo que es lo mismo $2\,\frac{1}{8}$, sacando los enteros que contiene.

Pero si los quebrados por sumar fuesen $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{7}$, por quanto no tienen un mismo denominador los reducirémos á él (52), y se transformarán en $\frac{56}{84}$, $\frac{63}{84}$ $\frac{60}{84}$, que por tener un mismo denominador los sumarémos como en el caso anterior, y así dirémos que su suma es $\frac{179}{84}$ ó 2 y $\frac{11}{84}$, con sacar los enteros que contiene.

Operacion.

$$\left[\frac{2}{3} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{5}{7}\right]$$

Reduciéndolos á un comun denominador.

$$\left[\frac{56}{84} \quad \frac{63}{84} \quad \frac{60}{84}\right] \text{ ó } \frac{179}{84} \text{ ó } 2\ \frac{11}{84}.$$

Quando los números que se han de sumar son fraccionarios ó mixtos se suman primero los quebrados (18), y despues los enteros, añadiendo á estos los enteros que hubiesen producido aquellos.

Sean $8\,\frac{2}{3}$, $9\,\frac{3}{4}$ y $7\,\frac{1}{2}$ los números que hemos de sumar: escríbanse como se manifiesta en la operacion, súmense primero los quebrados $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ y $\frac{1}{2}$ reducién-

do-

dolos á un comun denominador ántes, y saldrá la suma $\frac{46}{24}$ ó 1 $\frac{22}{24}$ (47), escríbase el quebrado $\frac{22}{24}$ debaxo la columna de los quebrados, y las unidades que estos producen encima de las unidades, súmense despues los enteros, incluyendo aquella unidad, y tendrémos el total ó suma 25 $\frac{22}{24}$.

Operacion.

$$\begin{array}{r} 8\,\frac{2}{3} \\ 9\,\frac{3}{4} \\ 7\,\frac{1}{2} \\ \hline 25\,\frac{22}{24} \end{array} \qquad \frac{2}{3},\ \frac{3}{4},\ \text{y}\ \frac{1}{2}$$

Reducidos á un comun denominador.

$\left[\frac{16}{24}, \frac{18}{24}, \frac{12}{24}\right]$ ó $\frac{46}{24}$ ó 1 $\frac{22}{24}$.

De la substraccion de los quebrados.

59 Para restar uno de otro dos quebrados redúzcanse á un comun denominador si no le tienen, y luego réstese el numerador del substraendo del del minuendo, y á la resta désele por denominador el denominador comun, y está hecha la substraccion. Así restando de $\frac{5}{8}$, $\frac{2}{8}$, la resta es $\frac{3}{8}$; restando de $\frac{7}{8}$, $\frac{5}{6}$, la di-

diferencia es la misma que si se restase de $\frac{42}{48}$, $\frac{40}{48}$ (con reducirlos á un comun denominador) que será $\frac{2}{48}$.

Quando los números que se han de restar son fraccionarios se restan primero los quebrados y luego los enteros, y la suma de estas dos restas es la resta que se busca. Restémos de 25 $\frac{3}{4}$, 16 $\frac{3}{7}$: la resta de los quebrados $\frac{3}{4}$ y $\frac{3}{7}$ será (reduciéndolos á un mismo denominador primero) $\frac{9}{28}$, y la de los enteros 9; y así dirémos que la diferencia entre los números propuestos es 9 $\frac{9}{28}$.

Operacion.

$$\begin{array}{r} 25\ \frac{3}{4} \\ 16\ \frac{3}{7} \\ \hline 9\ \frac{9}{28} \end{array} \qquad \frac{3}{4}\ \text{y}\ \frac{3}{7}$$

Reducidos á un comun denominador.

[$\frac{21}{28}$ $\frac{12}{28}$.] diferencia $\frac{9}{28}$.

60 Quando el quebrado del número substraendo es menor que el del minuendo se le quita á este una unidad y se le añade á su quebrado, dividiéndola mentalmente en tantas partes iguales como unidades tiene el comun denomina-

nador despues de reducir á él los quebrados; y en este caso se pueden restar los quebrados, teniendo presente al restar los enteros, que al minuendo se le ha quitado una unidad, la que se le debe rebaxar. Para aclararlo mejor restémos de 35 $\frac{1}{5}$, 12 $\frac{5}{6}$; la resta de los quebrados $\frac{1}{5}$, y $\frac{5}{6}$ es la misma que la de $\frac{6}{30}$ y $\frac{25}{30}$ (reduciéndolos á un mismo denominador), que no podemos efectuar por ser el substraendo mayor que el minuendo; pues tomemos una unidad de 35, que dividida en las partes que expresa el denominador de su quebrado compondrá 30 de estas, que sumadas con las 6 que tiene el numerador suman 36, y el quebrado $\frac{6}{30}$ se transformará en $\frac{36}{30}$: restando de este $\frac{25}{30}$ sale la resta $\frac{11}{30}$, que unida con la diferencia 22 que hay en los enteros á causa de haberle quitado la unidad al 35, tenemos que la diferencia entre los números 35 $\frac{1}{5}$ y 12 $\frac{5}{6}$ es 22 $\frac{11}{30}$.

Operacion.

$$\begin{array}{r} 35\ \frac{1}{5} \\ 12\ \frac{5}{6} \\ \hline 22\ \frac{11}{30} \end{array} \qquad \frac{1}{5}\ \frac{5}{6}$$

Se transforman en [$\frac{6}{30}$ y $\frac{25}{30}$] ó en $\frac{36}{30}$ y $\frac{25}{30}$.

Quan-

61 Quando el número substraendo no tiene quebrado, la diferencia entre los quebrados es el quebrado del minuendo; pero si á este le faltase el quebrado, es preciso suponer en su lugar una unidad dividida en tantas partes como tiene el denominador del quebrado del otro número, y de este modo se hace muy fácil la substraccion.

Multiplicacion de los quebrados.

62 Para multiplicar un quebrado por otro se multiplican ordenadamente numerador por numerador, y denominador por denominador: con los productos se forma un nuevo quebrado, y este es el producto que se busca. Propongámonos multiplicar $\frac{1}{2}$ por $\frac{2}{3}$, el producto de los numeradores es 2, y el de los denominadores 6: y formando con estos dos últimos números el quebrado $\frac{2}{6}$, éste dirémos que es el producto que resulta de multiplicar $\frac{1}{2}$ por $\frac{2}{3}$.

63 Para convencernos de que esta operacion está bien hecha, debemos considerar que multiplicar un número quebrado por otro quebrado, es tomar el uno de ellos tantas veces como unidades ó partes de la unidad tiene el otro; luego multiplicar $\frac{1}{2}$ por $\frac{2}{3}$ es lo mismo que

tomar los dos tercios de medio, ó lo que viene á ser lo mismo, tomar dos veces la tercera parte de un medio: la tercera parte de un medio se halla multiplicando el 2 por 3 (50), dexando el mismo numerador, con lo que será $\frac{1}{6}$; pero esta cantidad se ha de tomar 2 veces, ó lo que es lo mismo, se ha de sumar dos veces consigo misma, con lo que resultará $\frac{2}{6}$. Luego &c.

64 Quando los números que se han de multiplicar son fraccionarios se reducen los enteros á la especie de sus quebrados, y luego se multiplican como quebrados simples.

Por exemplo: propongámonos multiplicar uno por otro los números fraccionarios $37\frac{1}{2}$ y $19\frac{3}{4}$; reduciendo los enteros á la especie de su quebrado se transforman en $\frac{75}{2}$ y $\frac{79}{4}$: el producto de los numeradores es 5925, y el de los denominadores 8, y el quebrado que componen estos últimos números $\frac{5925}{8}$ ó sacando los enteros que contiene $740\frac{5}{8}$, y este es el producto de los dos números propuestos.

Operacion.

$37\,\frac{1}{2}$ Reduciendo los enteros á

$19\,\frac{3}{4}$ quebrados impropios $\frac{75}{2}$ y $\frac{79}{4}$.

$740\,\frac{5}{8}$

79	2
75	4
395	8
553	
5925 | 8	
$740\,\frac{5}{8}$	

65 Quando hay que multiplicar un entero por un quebrado se le da al entero la forma de quebrado, y se procede como en el caso anterior. Así para multiplicar 7 por $\frac{4}{5}$ darémos al 7 la forma de quebrado de este modo $\frac{7}{1}$, que multiplicado por $\frac{4}{5}$ produce $\frac{28}{5}$ ó $5\,\frac{3}{5}$; pero si un número fuese entero y el otro fraccionario, se le da á aquel la unidad por denominador, y este se reduce á la especie de su quebrado, y se les aplica la regla general.

De la division de los quebrados.

66 Para dividir un quebrado por otro

se trastornan los dos términos del quebrado divisor, y despues se multiplican numerador por numerador, y denominador por denominador, y el quebrado formado con estos productos es el qüociente.

Propongámonos dividir $\frac{2}{6}$ por $\frac{5}{8}$; trastornando los dos términos del quebrado divisor se convierte en $\frac{8}{5}$: multiplicando ahora ordenadamente $\frac{2}{6}$ y $\frac{8}{5}$ tendrémos los productos 16 y 30, que componen el quebrado $\frac{16}{30}$ que es el qüociente.

Para la demostracion de esto debemos considerar que si el divisor conforme es $\frac{5}{8}$, fuera 5 unidades, el qüociente sería $\frac{2}{30}$ (50); pero el divisor no es 5 unidades, sino es $\frac{5}{8}$; esto es, un número 8 veces menor que 5 unidades; luego el qüociente ha de ser 8 veces mayor que $\frac{2}{30}$, esto es $\frac{16}{30}$; luego &c.

67 Quando los dos números que se han de dividir son fraccionarios, se reducen los enteros á la especie de su quebrado (48) y se dividen como quebrados propios. Por exemplo: propongámonos partir $345\frac{2}{5}$ por $39\frac{4}{9}$, reduciendo los enteros á la especie de su quebrado se transforman en $\frac{1727}{5}$ y $\frac{355}{9}$, que invirtiendo los términos de este último se reduce á $\frac{9}{355}$; multiplicando ahora ordenadamente $\frac{2727}{5}$ y $\frac{9}{355}$, y formando con los produc-

tos 15525 y 1775 el quebrado $\frac{15525}{1775}$; este será el qüociente que se busca, que sacando los enteros que contiene es igual á $8\,\frac{1325}{1775}$.

Operacion.

$$345\,\tfrac{2}{5} \;\Big|\; \frac{39\,\tfrac{4}{9}}{8\,\tfrac{1325}{1775}}$$

Dándoles la forma de quebrado se transforman en $\frac{1727}{5}\;\frac{355}{9}$ ó $\frac{1727}{5}$ multiplicado por $\frac{9}{355}$, que produce $\frac{15525}{1775}$ ó $8\,\frac{1325}{1775}$.

68 Para dividir un entero por un quebrado se le da al entero la forma de quebrado poniéndole la unidad por denominador, y luego se dividen como quebrados. Así la division de 7 por $\frac{3}{4}$ es la misma que la de $\frac{7}{1}$ por $\frac{3}{4}$, que invirtiendo los términos del segundo quebrado, ó lo que viene á ser lo mismo, multiplicando en cruz sale el qüociente $\frac{28}{3}$ ó $9\,\frac{1}{3}$.

69 Si el uno de los dos números fuese entero y el otro fraccionario, se reducirán á quebrados, aquel por medio de la unidad, y este por medio del denominador de su quebrado.

De

De los quebrados compuestos, y valuacion de los quebrados simples.

70 Ademas de los quebrados que acabamos de tratar hay otros conocidos con el nombre de quebrados compuestos por ser parte de otros quebrados, tales son $\frac{1}{2}$ de $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ de $\frac{5}{6}$; estos se reducen á quebrados comunes ó simples multiplicando ordenadamente numerador por numerador, y denominador por denominador (62 y 63); y así los quebrados propuestos reducidos á simples son $\frac{2}{6}$ y $\frac{15}{24}$.

71 Para valuar un quebrado se multiplica el numerador por el número de unidades menores que tiene la unidad á quien se refiere el quebrado, y el producto se parte por el denominador. Así los $\frac{3}{4}$ de un real es lo mismo que 3 partido entre 4; pero como 3 reales no es divisible por 4 por ser un número menor que éste, es indispensable reducirlo á otras unidades menores; esto es, á maravedises, que componen 102 maravedises; dividiendo esta cantidad por 4 sale el qüociente 25 $\frac{2}{4}$, y estos son los mrs. que valen $\frac{3}{4}$ de un real. Por el mismo camino hallarémos que $\frac{3}{7}$ de arroba hacen 10 libras, 11 onzas, 6 $\frac{6}{7}$ adarmes: y $\frac{1}{6}$ de vara hacen 1 pie y 6 pulgadas.

Ope-

Operacion.

$\frac{3}{4}$ de real	$\frac{3}{7}$ de arroba.
3	3
34	25
102 | 4	75 | 7
022 25 $\frac{2}{4}$ mrs.	05 10 lib.
02	16
	80 | 7
	10 11 onzas.
	03
	16
	48 | 7
	6 $\frac{6}{7}$ adarmes.

$\frac{3}{6}$ de vara 3
3
9 | 6
3   1 pie.
12
36 | 6
00   6 pulgadas.

De los números denominados.

72 Números denominados llamamos todos aquellos que se refieren á diferentes unidades, tales son 8 pesos 12 rs. 28 mrs., 2 arrobas 2 libras 8 onzas &c. Con estos números se hacen tambien las

las operaciones de adicion, substraccion, multiplicacion y division, de las que tratarémos cada una de por sí.

De la adicion de los números denominados.

73 Para la adicion de los números denominados se escriben unos encima de otros; de suerte, que las unidades de cada especie formen una columna: se empieza la operacion por las unidades inferiores reduciendo la suma que produzcan á las de la columna inmediata superior para sumarlas despues con ellas, escribiendo debaxo de la columna sumada las restantes. Sirvános de exemplo la suma de los números 15 pesos 9 rs. 12 mrs.; 42 pesos 12 rs. 28 mrs.; y 54 pesos 8 rs. 32 mrs. La suma de los mrs. es 72, que hacen 2 rs. y 4 mrs., éstos 4 mrs. se escriben debaxo: la suma de los rs., incluyendo los dos que se llevan de la suma anterior, es 31 rs., que componen 2 pesos y 1 real, el que se escribe debaxo los rs.: la suma de los pesos, contando los dos que se llevaban, es 113 pesos. Así dirémos que la suma de los números propuestos es 113 pesos 1 real y 4 mrs.

Por el mismo método hallaríamos que la suma de los números 17 arrobas, 20 libras, 8 onzas: 12 arrobas, 19 libras, 12 onzas: 24 arrobas, 18 libras, 10 onzas es, 55 arrobas 8 libras 14 onzas.

Operacion.

	15 pesos	9 rs.	12 mrs.
	42	12	28
	54	8	32
Suma......	113	1	4

	17 arrobas	20 libras	8 onzas.
	12	19	12
	24	18	10
Suma..	55	8	14

De la substraccion.

74 Para la substraccion se escriben los números del mismo modo que para la adicion, y se restan las diferentes unidades del substraendo de sus correspondientes en el minuendo, sentando debaxo una raya las restas parciales, y está hecha la substraccion; pero si en algun caso alguna de las partes del substraendo es mayor que su correspondiente en el minuendo, se toma una unidad de la columna inmediata en el mi-

nuendo, y dividiéndola en las partes que determinen la naturaleza de los números, y agregándosela al minuendo parcial, se puede executar la substraccion. Así restando de 78 pesos 8 rs. 24 mrs.; 12 pesos 12 rs. 21 mrs., sale la resta 15 pesos 11 rs. 3 mrs.; y restando igualmente de 358 dias 19 horas 40 minutos; 224 dias 22 horas 55 minutos, sale la resta 133 dias 20 horas 45 minutos. Veanse los exemplos.

Operacion.

	28 pesos	8 rs.	24 mrs.
	12 pesos	12 rs.	21 mrs.
Resta......	15	11	3

	358 dias	19 horas	40 minutos.
	224	22	55
Resta..	133	20	45

De la multiplicacion.

75 La multiplicacion de los números denominados se executa de varios modos; pero nosotros elegimos aquel que se reduce á multiplicar un quebrado por otro, por parecernos el mas senci-

cillo, á causa de fundarse en principios que quedan explicados con la mayor individualidad.

76 Para convertir en quebrado un número denominado se reduce todo á la especie de las unidades inferiores que contiene, y á lo que resulta se le da por denominador el número que expresa las veces que la unidad de la especie superior contiene á la inferior, y de este modo se consigue dar á cada uno de los números denominados la forma de quebrados. Manifestémoslo por medio de un exemplo.

Sea el número 8 pesos 12 rs. 18 mrs. el que se ha de transformar en quebrado: multiplicando los 8 pesos por 15 para hacerlos rs., y añadiendo á este producto los 12 rs. salen 132 rs. y 18 mrs.: multiplicando igualmente los 132 rs. por 34 para hacerlos mrs., y añadiendo al producto los 18 mrs. tendrémos 4506 mrs., que es lo mismo que 8 pesos 12 rs. 18 mrs. pero 4506 es lo mismo que 4506 partes de las que componen 510 un peso; luego 4506 mrs. es lo mismo que $\frac{4056}{510}$. Y así por esta regla se puede convertir en quebrado qualquier número denominado.

77 Hechos cargo del modo de convertir un número denominado en que-

brado de la especie inferior, la multiplicacion de ellos se reduce á la de los números fraccionarios.

Supongamos que valiendo una vara de tela 5 pesos 6 rs. y 8 mrs. se nos pregunte quanto valen 24 varas 2 pies y 6 pulgadas: esta qüestion se reduce á tomar las 24 varas 2 pies y 6 pulgadas las veces que manifiesta el número 5 pesos 6 rs. 8 mrs., ó á multiplicar $\frac{2762}{510}$, pesos por $\frac{894}{36}$ varas, dándoles primero á uno y á otro la forma de quebrado (76), que executando lo dicho (62) sale el producto $\frac{2469228}{18360}$, que es 134 pesos 7 rs. y 11 $\frac{1234}{1836}$ mrs. con hacer la division y reducir la primera resta á rs. y la segunda á mrs.

Operacion.

Division para los pesos...........	2469228	18360
	063322	134 pesos.
	082428	
	8988	
	15	
Reduccion de los pesos sobrantes á reales...........	44940	
	8988	
Division para los reales.............	134820	18360
	6300	7 rs.
	34	
Reduccion de los reales sobrantes á maravedises..	25200	
	18900	
Division para los maravedises.....	214200	18360
	03060	11 $\frac{1224}{1836}$
	1224	

78 Entre las reglas de los números denominados hay una muy famosa entre los prácticos llamada la françesilla, y que solo tiene lugar quando uno de los factores contiene arrobas libras y quarterones, ó solamente arrobas y quarterones, ó arrobas y libras, no entrando onzas, ni adarmes, á no ser que aquellas compongan algun quarteron &c. ya no

no tiene lugar, y es necesario acudir á la regla general que hemos explicado. Hagámoslo mas perceptible con el siguiente exemplo: queremos saber quanto valen 18 arrobas, 12 libras y 2 quarterones á precio de 20 rs.; como una arroba tiene 400 onzas, ó 100 quarterones, si al 18 le añadimos 2 ceros á su derecha estará multiplicado por 100 (11), ó lo que es lo mismo quedará reducido á quarterones, si al 1800 quarterones le añadimos los quarterones que hacen las 12 libras, que son 48, y ademas los dos que hay de pico, tendrémos todo el número reducido á quarterones, que serán 1850: si este número lo multiplicamos por 20 rs. tendrémos 37000; pero como los 20 rs. no es el precio del quarteron, sino de la arroba, el número 37000 es 100 veces mayor de lo que debe ser, cuyo aumento lo compensarémos con dividirlo por 100, que es lo mismo que separarle 2 ceros á su derecha (11); luego el precio de las 18 arrobas, 12 libras, 2 quarterones es 370 rs. Este es el fundamento de esta famosa regla.

De

De la division.

79 Para la division de los números denominados se convierten en quebrados (76) y se dividen segun lo dicho (66). Así si se nos preguntase quanto valdrá una vara de tela, en el supuesto de que 8 varas 2 pies y 6 pulgadas hubiesen costado 54 pesos 6 rs. 12 mrs.: se dexa conocer que esta qüestion se reduce á dividir el segundo número por el primero. Así transformandolos en quebrados tendrémos $\frac{27756}{510}$ pesos, partido por $\frac{318}{36}$ varas, igual (§. citado) á $\frac{999216}{162180}$, que produce 6 pesos, 2 rs., 14 $\frac{3060}{16218}$ mrs., y este es el precio de la vara.

Operacion.

Division para los pesos........	999216 026136 15	162180 6 pesos.
Reduccion de lo sobrante á rs...	130680 26136	
Division para los reales...............	392040 6768 34	162180 2 rs.
Reduccion de los reales sobrantes á maravedises..	27072 20304	
Division para los maravedises.....	230122 67932 03060	162180 $14\frac{3060}{16218}$ mrs.

80 Si alguno de los dos números que se han de multiplicar ó partir fuese entero ó fraccionario se le dará la forma de quebrado, al primero dándole la unidad por denominador, y al segundo reduciéndolo á la especie de su quebrado.

De la razon geométrica.

81 Quando comparamos una con otra dos cantidades con la mira de saber las

las veces que la una contiene á la otra, llamamos *razon geométrica* á esta comparacion. Así si comparamos 12 y 4 con la mira de saber las veces que el 12 contiene al 4, hallarémos que es 3; y en este caso el 12 se llama *antecedente*, el 4 *conseqüente* y el 3 *exponente de la razon*; bien que al 12 y al 4 les llaman tambien términos de la razon: é igualmente en la comparacion de 3 con 15, 3 será el antecedente, 15 el conseqüente y $\frac{3}{15}$ el exponente de la razon.

La razon geométrica tiene la particularidad de que multiplicando el conseqüente por la razon produce el antecedente, y ademas su exponente no muda de valor por multiplicar ó partir sus términos por una misma cantidad.

De la proporcion geométrica.

82 Si quatro cantidades son tales que la razon geométrica de la primera á la segunda, sea igual á la de la tercera con la quarta, decimos que estas cantidades forman *proporcion geométrica*. Así las 4 cantidades 8: 4 :: 6: 3, decimos que estan en proporcion. La proporcion geométrica se escribe del modo que se manifiesta en el exemplo; esto

es,

es, poniendo entre la primera y segunda cantidad dos puntos, entre la segunda y tercera quatro, y entre la tercera y quarta dos, y se lee diciendo: 8 es á 4 como 6 es á 3: el 8 y el 6 se llaman *antecedentes*, el 4 y el 3 *conseqüentes*, el primero y último *extremos*, y el segundo y tercero *medios*, y todos ellos *términos de la proporcion*.

83 La propiedad fundamental de toda proporcion geométrica es la de ser el producto de los extremos igual al de los medios, como lo puede exâminar qualquiera multiplicando los extremos y los medios en las siguientes proporciones.

Proporciones geométricas.	Productos de extremos y medios.
8 : 4 :: 6 : 3	 24
3 : 15 :: 5 : 25	 75
1 : 4 :: 4 : 16	 16
2 : 9 :: 6 : 27	 54
50 : 10 :: 25 : 5	 250

84 De esta propiedad fundamental de toda proporcion geométrica se deduce que si en una proporcion conocemos los tres primeros términos, hallarémos el quarto con multiplicar el segundo por el

tercero y partir el producto por el primero: en efecto, si en una proporcion conocemos los términos 7 : 21 :: 6, multiplicando 6 por 21 tendrémos 126, partiendo esta cantidad por 7 nos saldrá el qüociente 18, y este es el término que buscamos, y la proporcion será entonces 7 : 21 :: 6 :: 18 : en efecto, multiplicando los extremos y los medios salen los productos iguales (83). En esta propiedad de la proporcion geométrica se funda la teoría de las reglas de tres compañías &c., como lo manifestarémos á su tiempo.

85 En una proporcion geométrica, qualquiera podemos comparar el primer término con el tercero, y el segundo con el quarto (que es lo que se llama *alternar*), é igualmente el segundo con el primero y el quarto con el tercero (que es lo que se llama *invertir*), sin que por eso se altere la proporcion; de suerte, que si 8 : 4 :: 6 : 3 será alternando 8 : 6 :: 4 : 3, é invirtiendo 4 : 8 :: 3 : 6, cómo se comprueba multiplicando extremos y medios, á ver si dan productos iguales.

86 Quando tenemos muchas razones iguales, la suma de todos los antecedentes, la de los conseqüentes, un antecedente qualquiera y su conseqüente

siempre forman proporcion geométrica. Así si 4: 3 :: 8 : 6 :: 12 : 9, será 24 suma de antecedente á 18 suma de conseqüentes, como 4 es á 3; esto es, 24 : 18 :: 4 : 3; en efecto los productos de extremos y medios son iguales (83).

De la regla de tres.

87 *Regla de tres* es aquella que enseña á hallar el quarto término de una proporcion geométrica siendo conocidos los otros tres: su fundamento estriba en la propiedad que tiene la proporcion geométrica, como lo hemos manifestado (83) de ser el producto de los extremos igual al de los medios.

La regla de tres se divide en *simple* y *compuesta*, simple es aquella en la qual solo entran quatro cantidades, siendo tres de ellas conocidas, y compuesta es aquella en la qual entran mas de quatro cantidades.

De la regla de tres simple.

88 De las 4 cantidades que se hallan en una regla de tres simple, dos de ellas se llaman *principales* y las otras dos sus *relativas*, la misma qüestion que se resuelve nos da á conocer unas y otras; pues hay entre ellas la misma distincion que entre la causa y el efecto.

La

89 La regla de tres simple se divide tambien en *directa* é *inversa* , la directa es aquella donde las cantidades principales tienen entre sí la misma razon que las relativas; de suerte, que creciendo aquellas crecen estas, y menguando menguan; y la inversa es aquella donde las cantidades principales se contienen de un modo inverso que las relativas, ó lo que es lo mismo creciendo una cantidad principal mengua su relativa, y menguando crece.

Qüestion primera.

Se sabe que para mantener 7 caballos se necesitan 200 fanegas de cebada al año, se pregunta ¿para mantener 35 caballos en los mismos términos, quantas fanegas se necesitan?

Las cantidades principales son aquí 7 caballos y 35 caballos, y las relativas 200 fanegas, y el número de fanegas que se busca; luego 7 : 35 :: 200 : á lo que se busca, que se hallará (84) multiplicando 35 por 200, y el producto 7000 partido por 7 da el qüociente 1000, y estas son las fanegas que consumirán los 35 caballos en el mismo tiempo.

Operacion.

cab.ˢ cab.ˢ fanegas fan.ˢ
7 : 35 :: 200 : 1000

```
           35
          200
        ------
         7000 | 7
              -----
         0000  1000
```

Qüestion segunda.

90 Si un arriero en 28 dias anda 300 leguas, en 7 dias ha de andar 75 leguas en las mismas circunstancias.

Operacion.

dias dias leguas leguas
28 : 7 :: 300 : 75

```
          300
            7
        ------
         2100 | 28
              -----
         0140   75
          000
```

Qüestion tercera.

91 Si un criado gana 140 rs. al mes, no habiendo servido mas que 22 dias, ha ganado 102 $\frac{2}{3}$ rs.

Ope-

Operacion.

dias dias rs. rs.
30 : 22 :: 140 : $102\frac{2}{3}$

$$\begin{array}{r|l} 22 & \\ 140 & \\ \hline 880 & \\ 22 & \\ \hline 3080 & 30 \\ \cline{2-2} 0080 & 102\frac{2}{3} \\ 20 & \end{array}$$

Qüestion quarta.

92 3500 pesos á razon de 4 por 100 al año de interes reditúan 140 pesos.

Operacion.

100 : 4 :: 3500 : 140

$$\begin{array}{r|l} 3500 & \\ 4 & \\ \hline 140 & 0\cancel{0} \\ \cline{2-2} \end{array}$$

Esta qüestion y las de su naturaleza se llaman reglas de interes : su resolucion se reduce á multiplicar el capital por el interes , que dan 100 , y separar de este producto los dos guarismos de la dere recha, y lo restante es el interes que se busca: fúndase esta práctica en que el divisor siempre es en ella el número 100 (11).

Si en qualquiera de estas qüestiones se aumentan ó disminuyen las cantidades principales, crecerán ó menguarán sus relativas, y así todas ellas son reglas de tres simple directa.

Qüestion quinta.

93 20 hombres hacen un foso en 12 dias, se pregunta ¿para hacerlo en 3 dias quantos hombres se han de emplear?

La misma qüestion nos dice que las mismas veces que 3 dias es contenida en 12 dias, serán 20 hombres contenidos en los hombres que se buscan; luego 4 dias: 12 dias :: 20 hombres á los hombres que salgan, que serán 80.

Operacion.

3 d.s : 12 d.s :: 20 h.s : 80 h.s

$$\begin{array}{r|l} 12 & \\ 20 & \\ \hline 240 & 3 \\ \cline{2-2} 000 & 80 \text{ hombres.} \end{array}$$

Qüestion sexta.

Si un viajante que camina 6 leguas por dia, tarda 18 dias en llegar á su destino, para llegar en 12 dias habrá de caminar 9 leguas por dia. Esta qüestion y la anterior son inversas; pues creciendo las cantidades principales, menguan sus relativas (89), y al reves.

Operacion.

dias dias leg.^{s} leg.^{s} 18
12 : 18 :: 6 : 9 6

$$\begin{array}{r|l} 108 & 12 \\ \hline 000 & 9 \end{array}$$

De la regla de tres compuesta.

95 *Regla de tres compuesta* dexamos dicho que es aquella en la qual entran mas de 4 cantidades, siendo todas conocidas, excepto una; pero sea el que fuere el número de cantidades que entran en una regla de tres compuesta, siempre se reduce por medio de la multiplicacion á una simple regla de tres, y como tal se resuelve fácilmente: aclarémoslo con la siguiente

Qüestion primera.

96 Si 15 hombres en 12 dias hacen 520 varas de obra, 18 hombres en 6 dias, ¿quantas harán en los mismos términos?

Para resolver esta qüestion multiplicarémos los 15 hombres por los 12 dias, con lo que tendrémos 180, y considerarémos que 15 hombres en 12 dias producen el mismo efecto que si los hombres fuesen 180 y trabajasen un solo dia ; pues de todos modos los jornales son 180 : multipliquemos del mismo modo los 18 hombres por los 6 y tendrémos 108, y podemos considerar igualmente que el trabajo fué un solo dia y 108 los hombres que trabajaron. Luego 180 hombres : 108 hombres :: 520 varas : al número de varas que se busca, que multiplicando el segundo término por el tercero, y partiendo el producto por el primero como en las reglas de tres simples, tendrémos 312 varas, que serán las que harán los 18 hombres en 6 dias.

Operacion.

homb.ˢ d.ˢ var.ˢ homb.ˢ dias
15 , 12 , 520 × 18 , 6 quanto?

15	6
60	108
12	
180	

180 : 108 :: 520 : 312 varas.

```
      108
      520
     ─────
     2160
     540
    ──────
    5616∅ | 18∅
    021   |────
     036    312
      00
```

Donde se manifiesta que por compuestas que sean las reglas de esta especie, siempre se reducen á una regla de tres simple.

Qüestion segunda.

97 Si 8 hombres con 40 rs. cada

uno ganan en cierto tiempo 300 rs., 20 hombres con 60 rs. cada uno ganarán en el mismo tiempo 1125 rs.: esta regla se reduce á simple multiplicando los hombres por el número de rs. que cada uno puso.

Operacion.

homb.	rs.	rs.		homb.	rs.	
8	40	300	×	20	60	quanto.
	8			60		

$$\overline{320} : 300 :: \overline{1200} : 1125 \text{ rs.}$$

```
  1200
   300
 36000ø | 32ø
   040    1125
   080
   160
   000
```

Qüestion tercera.

98 Por las mismas reglas hallarémos que si 20 caballos en 6 dias consumen 150 fanegas de cebada, 9 caballos en 30 dias gastarán 337 fanegas y media.

Ope-

Operacion.

20 caballos 6 dias 150 fanegas × 9 caballos 30 dias quanto?

120 : 150 :: 270 : 337 $\frac{6}{12}$ fanegas.

De la regla de compañías.

99 La regla de compañías es la que enseña á partir la ganancia ó pérdida que ciertos asociados tuvieron en su compañía en partes proporcionales á lo que cada uno puso. Su resolucion se reduce á practicar tantas reglas de tres simples, quantos son los asociados: manifestémoslo resolviendo la siguiente

Qüestion primera.

100 Tres hicieron compañía, el primero puso 120 pesos, el segundo 340, el tercero 1240, al cabo de cierto tiempo ganaron 50 pesos, se pregunta ¿quanto le toca á cada uno de los asociados?

Ya que las ganancias parciales han de ser proporcionales á lo que cada uno puso: es evidente que lo que pusieron todos ha de ser á lo que ganaron todos, como lo que puso cada uno á la ganancia

cia que le corresponde. Y así sumando lo que pusieron todos, tendrémos 1700; y luego dirémos: 1700 que pusieron todos es á 50 la ganancia, como 120, que puso el primero es á su ganancia que será 3 $\frac{9}{17}$ pesos, que es lo que resulta de multiplicar 120 por 50, y partir el producto por 1700.

Operacion para el primero.

$$1700 : 50 :: 120 : 3\tfrac{8}{17}$$

$$\begin{array}{r} 120 \\ 50 \\ \hline 60\cancel{0}\cancel{0} \\ 09 \end{array} \left| \begin{array}{l} 17\cancel{0}\cancel{0} \\ \hline 3\tfrac{9}{17} \end{array} \right.$$

Para la parte del segundo, dirémos 1700 es á 50, como 340 que puso es á lo que le corresponde, que multiplicando 340 por 50 y partiendo por 1700, hallarémos que es 10 pesos.

Operacion para el segundo.

$$1700 : 50 :: 340 : 10$$

$$\begin{array}{r} 340 \\ 50 \\ \hline 170\cancel{0}\cancel{0} \\ 000 \end{array} \left| \begin{array}{l} 17\cancel{0}\cancel{0} \\ \hline 10 \end{array} \right.$$

La parte del tercero la hallarémos igual-

igualmente diciendo 1700 es á 50 como 1240 que puso, es á su ganancia $36\frac{8}{17}$ pesos que se halla como en los casos anteriores multiplicando 50 por 1240, y partiendo el producto por 1700.

Operacion para el tercero.

$1700 : 50 :: 1240 : 36\frac{8}{17}$.

$$\begin{array}{r|l} 1240 & \\ 50 & \\ \hline 620\cancel{0}\cancel{0} & 17\cancel{0}\cancel{0} \\ \cline{2-2} 110 & 36\frac{8}{17} \\ 008 & \end{array}$$

Qüestion segunda.

101 Si se quisiere partir 1500 pesos entre tres asociados, y cuyas partes fuesen entre sí como los números 5, 7, 8, sumariamos estos números, que producirían 20, y despues diriamos

20 : 1500 :: 5 : 375 parte del 1.°
20 : 1500 :: 7 : 525 parte del 2.°
20 : 1500 :: 8 : 600 parte del 3.°

102 La regla de compañía la dividen en *simple* y *compuesta*: la simple es la que he-

hemos explicado, en la qual no se atiende al tiempo: y compuesta es aquella en la que se hace mencion del tiempo de los impuestos, de la que no trato por no estar en uso.

De los números quadrados y extraccion de la raiz quadrada.

103 Llámase *quadrado de un número* el producto que resulta de multiplicar dicho número por sí mismo, 25 es el quadrado de 5, porque 5 multiplicado por 5 da 25; 49 es el quadrado de 7 por la misma razon, y así los quadrados de los números dígitos.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	son	.	.	.	
1	4	9	16	25	36	49	64	81

104 *Raiz quadrada* de un número se llama aquel número que multiplicado por sí una vez produce el número propuesto: la raiz quadrada de 36 es el 6, pues 6 multiplicado por 6 da 36: la raiz quadrada de 64 es 8 por la misma razon, pero la raiz quadrada de 70 es mayor que 8 y menor que 9, y así dirémos que es

8 y un quebrado: este quebrado no se ha podido hallar hasta ahora sino es por aproxîmacion, á pesar de los grandes esfuerzos que para conseguirlo han hecho los Matemáticos.

Todos los números que no tienen raiz quadrada justa se llaman *números incomensurables.*

105 Enterados ya de lo que entendemos por quadrado, y raiz quadrada de un número, nos resta saber el modo de extraer estas raices, para lo qual sea 1296 el número del qual hemos de extraer su raiz quadrada: en primer lugar dividirémos sus guarismos de 2 en 2, y á su derecha pondrémos una separacion con dos rayas, donde se habrá de sentar la raiz como se dexa ver en la operacion: bien que al dividir los números podrá ser que en la porcion de la izquierda haya un solo guarismo; en segundo lugar extraerémos la raiz quadrada de la primera porcion 12, ó del mayor quadrado que en números enteros contiene el 12 que es 3, el qual lo sentarémos en la separacion que hay á la derecha del número propuesto; elevarémos dicha raiz al quadrado, ó lo que es lo mismo, formarémos el quadrado de ella que será 9, y este quadrado 9 lo restarémos de la porcion 12 de quien se ha ex-

traido la raiz, y nos resultará la resta 3; en tercer lugar baxarémos á la derecha de la resta 3 la porcion siguiente 96, con lo que tendrémos 396, de este número, separarémos con una coma el guarismo 6 que está á su derecha, y la parte 39 que queda á la izquierda la dividirémos por el duplo de la raiz hallada que es 6, y el qüociente, que tambien es 6 lo pondrémos en su lugar correspondiente á la derecha del 3 que hallamos primeramente; con lo que tendrémos concluida la operacion; y así dirémos que la raiz quadrada del número 1296 es 36, como se puede comprobar quadrando el 36 para ver si produce el número propuesto.

Operacion.

```
1296 | 36                    36
 9                           36
-----                      ------
 39,6   39 | 6               216
-----        6              108
1296                       ------
0000                       1296 quadrado de 36
```

106 Quando el número de quien se ha de extraer la raiz no es quadrado perfecto, al restar de este número el quadrado que da la raiz hallada queda siem-

pre alguna resta, y en este caso se pone esta por numerador de un quebrado, cuyo denominador sea el doble de la raiz hallada aumentada de una unidad, y dicho quebrado se agrega á la raiz hallada, aclaremoslo con el siguiente exemplo.

Extraigamos la raiz quadrada del número 5217 practicando con él las mismas operaciones del caso anterior, tendrémos la raiz 72 y la resta 33, el duplo de la raiz 72 es 144, y añadiendo á esta cantidad una unidad será 145, con esta cantidad y la resta 33 compondrémos el quebrado $\frac{33}{175}$ que lo añadirémos á la raiz 72, con lo que tendrémos 72 $\frac{33}{145}$, y esta dirémos que es la raiz quadrada del número 5217, bien que aproxîmada.

Operacion.

5217 | 72 $\frac{33}{145}$		72
49		72
31,7	31 | 14	144
	2	504
5184		5184
0033		

107 Si el número cuya raiz se pide tiene mas de 4 guarismos, en este caso al dividirlo en porciones de dos guarismos

re-

resultan mas de dos de estas porciones, pero su raiz se extrae del modo que dexamos explicado; con sola la diferencia que despues de hallados los dos primeros guarismos de la raiz, haberlos quadrado y restado el quadrado que producen del número propuesto, se debe baxar al lado de la resta que resulte la porcion de dos guarismos que siguen; se ha de separar la última cifra, y lo que quede á la izquierda se ha de partir por el duplo de la raiz que componen los dos guarismos que van hallados hasta entonces. En virtud de lo qual hallarémos que la raiz quadrada del número 678964 es 823 $\frac{1635}{1647}$ vease la

Ope-

Operacion.

$$
\begin{array}{lll}
67{,}89{,}64 & \multicolumn{2}{l}{\underline{|\,823\,\tfrac{1635}{1647}}} \\
64 & & \\
\hline
038{,}9 & & \\
6724 & 38 & \underline{|\,16} \\
\hline
 & & 2 \\
00656{,}4 & & \\
677329 & 656 & \underline{|\,164} \\
\hline
 & & 3 \\
001635 & & \\
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rr}
82 & 823 \\
82 & 823 \\
\hline
164 & 2469 \\
656 & 1646 \\
\hline
6724 & 6584 \\
 & \overline{677329} \\
\end{array}
$$

108 Quando al extraer la raiz quadrada de un número sobra algo se ha de tener cuidado : lo primero que esta resta sea siempre menor que el duplo de la raiz hallada aumentada de una unidad; quando saliere igual ó mayor que dicha cantidad es señal que la raiz hallada es menor de lo que debe ser, y entonces es pre-

preciso aumentarla de alguna unidad: lo segundo que al multiplicar la raiz por sí misma para comprobar la operacion, se debe añadir á este producto la resta si acaso la hubiere.

De los números cubos y extraccion de su raiz cúbica.

109 Llámase *cubo* de un número el producto que resulta de multiplicar dicho número por su quadrado, ó lo que viene á ser lo mismo de multiplicar un número dos veces por sí mismo. Así 8 es el cubo de 2, porque 2 multiplicado por 2 produce 4, y este producto que es el quadrado del 2 multiplicado por el mismo 2 produce 8. Y por la misma razon es 64 el cubo de 4. Y así los cubos de los números dígitos.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	. son .		.	.	.
1	8	27	64	125	216	343	512	729

110 *Raiz cúbica* de un número se llama aquel número que multiplicado por su quadrado produce el número propuesto. La raiz cúbica de 343 es 7, la de

729

729 es 9, pero la de 600 es mayor que 8 y menor que 9, y así dirémos que es 8 y un quebrado: este quebrado no se ha podido hallar hasta ahora sino es por aproxîmacion.

111 Hechos cargo de lo que sea cubo y raiz cúbica de un número, nos resta explicar como se halla la raiz cúbica en los números compuestos; para lo qual nos propondrémos sacar la raiz cúbica del número 195112: dividase en porciones ó periodos de 3 guarismos cada uno yendo de derecha á izquierda (podrá suceder que la porcion de la izquierda tenga dos guarismos ó tal vez uno solo), y á su derecha hagase una separacion donde se escribirá la raiz: hecho esto, extraigase la raiz cúbica de la primera porcion 195 que será 5, la que se escribirá en su lugar respectivo: tómese el cubo de 5 que será 125, y réstese de 495, y la resta 70 escríbase debaxo una raya, y á la derecha de esta baxese la otra porcion 112, con lo que tendrémos 70112; de esta cantidad separense los dos guarismos de la derecha, y nos quedará solamente 701; tómese ahora el quadrado del 5 que es 25, y multiplíquese por 3 y tendrémos 75; dividase el 701 por 75, y tendrémos el qüociente 8 que es el otro guarismo de la raiz que

que se escribirá á la derecha del 5, y dirémos que la raiz cúbica de 195112 es 58. Ahora se comprueba la operacion cubando el 58 para ver si sale el número de quien se extraxo; porque si sale mayor, es señal que la raiz se ha tomado mayor que lo que debe ser, y es preciso en este caso quitarle alguna unidad; pero si sale menor, siempre que la diferencia que resulta despues de haber hecho la resta sea igual ó mayor que 3 veces el quadrado de la raiz hallada, mas tres veces la raiz, mas una unidad es señal que la raiz es pequeña, y es preciso añadirle alguna unidad.

Operacion.

195,112 | 58   5
125   5

0701,12   25
195112   5

000000   125 cubo de 25

701 | 75 triplo del quadra-   58
8 do de 5.   58

464
290

3364
58

26912
16820

Cubo de 58......195112

112 Quando el número de quien se extrae la raiz no es un cubo perfecto hay siempre alguna resta, y en este caso á la raiz hallada se le añade un quebrado cuyo numerador sea la resta, y el denominador el quadrado de la raiz hallada to-

mado 3 veces, mas la simple raiz tomada otras 3 veces, mas una unidad que se añade. Como si quisieramos extraer la raiz cúbica de 39898. Hechas todas las operaciones del exemplo anterior sale la raiz 34 en números enteros, y la resta 594, que nos da á conocer que el número propuesto no es cubo perfecto, y que á la raiz 34 hay precision de añadirle alguna corta cantidad: para ver qüal sea quadremos el 34 y tendrémos 1156, multipliquemos esta cantidad por 3 y nos resultará el producto 3468; añadamos á esta cantidad 102, que es el triplo de 34, y ademas una unidad y todo ello sumará 3571, con esta cantidad y la resta 594 formémos el siguiente quebrado, $\frac{594}{3471}$, y esta es la parte que se ha de añadir á 34. Y así dirémos que la raiz cúbica de 39898 es 34 $\frac{598}{3571}$.

Operacion.

$$\begin{array}{rl}
 & 39{,}898 \;|\; 34\tfrac{594}{3571} \\
 & 27 \\ \hline
 & 128{,}98 \\
\text{Cubo de } 34 \ldots\ldots & 39304 \\ \hline
\text{Resta} \ldots\ldots\ldots\ldots & 00594
\end{array}$$

128 | 27 triplo del quadrado de 3
  4

$$\begin{array}{r}
3 \\ 3 \\ \hline 9 \\ 3 \\ \hline 27
\end{array}$$ cubo de 3

$$\begin{array}{r}
34 \\ 34 \\ \hline 136 \\ 102 \\ \hline 1156 \\ 34 \\ \hline 4624 \\ 3468 \\ \hline 39304
\end{array}$$ cubo de 34.

DE LA GEOMETRIA.

DIFINICIONES.

113 La *Geometría* es la ciencia de la *extension.*

La extension en longitud se llama *línea.*

La extension en longitud y latitud se llama *superficie.*

Y la extension en longitud, latitud y profundad ó grueso, se llama *cuerpo ó sólido.*

La línea se divide en *recta* y *curva.*

La línea recta es el mas corto camino de un punto á otro, aunque algunos la difinen tambien, diciendo que es la que tiene todos sus puntos en una misma direccion. FIGURA 1.

Y línea curva es aquella que no tiene todos sus puntos en una misma direccion. FIG. 2.

Línea perpendicular es aquella que cae sobre otra recta sin ladearse á un lado mas que á otro. FIG. 3.

La línea perpendicular es la mas corta de todas las que se pueden tirar desde un punto á una recta.

Sobre un punto tomado en una recta

ta no se puede levantar mas de una perpendicular.

FIG. 4. *Línea obliqua* es la que cae sobre otra inclinándose mas á un lado que á otro.

FIG. 5. *Líneas paralelas* son aquellas que conservan una misma distancia en toda su longitud.

Las perpendiculares entre dos paralelas miden su distancia, y así han de ser iguales.

FIG. 6. Una línea curva que tiene todos sus puntos á igual distancia de un punto fijo *C* llamado *centro*, se llama *circunferencia.*

114 La superficie plana que comprehende la circunferencia se llama *círculo.*

Una recta como A B que pasa por el centro se llama *diámetro.*

Una porcion M O N de la circunferencia se llama arco; y la línea M N que junta los extremos del arco se llama *cuerda* ó *subtensa.*

Las rectas iguales C A, C D, C E que van del centro á la circunferencia se llaman *radios.*

Todos los diámetros de un círculo son iguales, y cada uno se compone de dos radios.

Una recta como S A X, ó E Z que encuentra al círculo en un solo punto se llama *tangente.*

Han

Han convenido los geómetras en dividir la circunferencia de un círculo, sea grande ó pequeño en 360 partes iguales que llaman grados; y cada grado lo dividen en 60 partes iguales que llaman minutos; y cada una de estas en otras 60 que llaman segundos.

Así para tomar un arco de 26 grados, se divide la circunferencia en 360 partes iguales, y se toman 26 de estas.

115 *Angulo rectilineo* es la abertura de dos líneas rectas B A, y A C que concurren en un punto A llamado *vertice* del ángulo. Fig. 7.

Las líneas B A, y A C se llaman *lados del ángulo.*

Todo ángulo se señala con tres letras puestas una en el vertice, y dos en los extremos de sus lados; pero al nombrarse el ángulo se tiene cuidado de nombrar en segundo lugar la letra del vertice, y así el ángulo insinuado lo nombrarémos diciendo, el ángulo B A C, ó el ángulo C A B.

116 El ángulo rectilineo se mide por el número de grados que comprehende un arco *m n* trazado desde su vertice con qualquiera abertura de compás. Y así si el arco *m n* tiene 40 grados, el ángulo tiene otros tantos.

117 El ángulo se divide en *recto*, *obtu-*

tuso y *agudo*; ángulo recto es el que forman dos líneas que son perpendiculares una á otra, tales son los ángulos DCA, y DCB que la perpendicular DC forma con la AB.

FIG. 8. Angulo obtuso es aquel que es mayor que el recto como ECA.

Y ángulo agudo es aquel que es menor que el recto, tales son los ángulos GCA, y ECB; y así quando una recta encuentra con otra, si es perpendicular á ella forma dos ángulos rectos é iguales, pero si es obliqua, forma dos ángulos desiguales uno agudo y otro obtuso, pero los dos juntos valen tanto como dos rectos.

118 Luego si en un círculo se tiran dos diámetros (fig. 6) AB, y OR perpendiculares entre sí, resultan quatro ángulos iguales y rectos, que cada uno vale 90 grados; pues tiene por medida la quarta parte de la circunferencia que son 90 grados. Y así una vez que el ángulo recto vale 90 grados, el obtuso valdrá mas de 90 grados, y el agudo valdrá menos, y todos los ángulos rectos serán por precision iguales.

119 Por la misma razon dirémos que si una recta qualquiera EC (fig. 8) encuentra con otra AB forma dos ángulos, que juntos valen media circunferencia.

Un

120 Un espacio cerrado ó terminado por todas partes, por una ó muchas líneas se llama *figura.* Fig. 9.

Quando la figura está terminada por una sola línea curva, si esta tiene todos sus puntos á igual distancia del centro tenemos el círculo (114).

Una porcion como AMNB comprehendida entre un diámetro NM, y la mitad de la circunferencia se llama *semicírculo.*

Una porcion ABn se llama segmento, y la parte ACB comprehendida entre los radios y el arco correspondiente es un sector de círculo.

121 Quando la línea está terminada por una línea curva, y los dos diámetros AB, DE tirados por su centro son desiguales, la figura se llama *ovalo* ó *elipse.* Fig. 10.

122 Una figura terminada por tres líneas rectas se llama *triángulo.* Fig. 11, 12, 13, 14.

El triángulo se considera por razon de sus lados ó de sus ángulos; por razon de sus lados se llama *equilátero* quando tiene sus tres lados iguales (figura 11); *isosceles* quando solo tiene dos lados iguales (figura 12); y *escaleno* quando todos sus lados son desiguales (figuras 13 y 14).

El lado inferior AC de un triángulo se llama *base*, y una perpendicular como BD, baxada á la base desde el ángulo opuesto se llama *altura*.

123 Por razon de los ángulos se divide el triángulo en *rectángulo*, que es el que tiene un ángulo recto (figura 13), en *obtusángulo* que es el que tiene un ángulo obtuso (figura 14), y en *acutángugulo* que es el que tiene sus tres ángulos agudos (figuras 11, 12).

Fig. 15, 16, 17, 18, 19, 20.

124 Llámase *quadrilátero* una figura terminada por quatro líneas rectas.

Una recta AD, que va desde un ángulo del quadrilátero á su opuesto, se llama *diagonal*.

Quando los quatro lados de un quadrilátero son paralelos cada uno á su opuesto, toma el nombre de *paralelógramo* (figura 15, 16, 17, 18); bien que estos tienen sus nombres particulares de *quadrado* (figura 15), *quadrilongo* ó *rectángulo* (figura 16), *rombo* (figura 17) y romboyde (figura 18); pero si el quadrilátero, solo tiene dos lados paralelos, cada uno á su opuesto se llama *trapecio* (figura 19); y quando ningun lado es paralelo á otro, entonces se llama *trapezoyde* (figura 20).

En los paralelógramos y trapecios se llama base el lado inferior como A B; y una perpendicular como C E tirada á la base desde el lado opuesto se llama *altura*.

To-

125 Toda figura terminada por mas de quatro líneas rectas se llama *polígono*, bien que el polígono se divide en *pentágono*, *exâgono*, *eptágono*, *octógono* &c., segun tiene 5, 6, 7, 8, &c. lados, la figura 21 es un pentágono, y la figura 22 un exâgono. Fig. 21, 22, 23.

Quando el polígono tiene iguales sus lados, y sus ángulos, se dice que es *regular*; pero si le falta alguna de estas circunstancias entonces es *irregular*.

En el polígono regular (figuras 21, 22) la recta CA se llama *radio obliquo*, y la CB *radio recto*.

126 *Prisma* se llama todo aquel sólido, cuyas bases opuestas M y N son dos superficies rectilíneas de qualesquiera figura iguales y paralelas. Fig. 24.

Qualquiera perpendicular tirada desde una base á su opuesta, ó á la prolongacion de esta, se llama la *altura* del prisma; y toda aquella recta donde concurren dos superficies qualesquiera se llama *arista* ó *esquina*.

127 Un sólido semejante á un trozo de columna, y cuyas bases opuestas son dos círculos iguales y paralelos se llama *cilindro*: el cilindro le podemos considerar como un prisma cuyas bases son dos círculos. Fig. 25.

Una recta como *m n* tirada por los cen-

centros de las bases se llama *exe* del cilindro. Y la *altura* del cilindro es tambien una perpendicular baxada desde una base á su opuesta, ó á la prolongacion de esta.

FIG. 26. 128 La *pirámide* es un sólido cuya base es una superficie qualquiera, y sus caras son triángulos que todos concurren en un punto llamado *cúspide* ó *vertice* de la pirámide. Pero quando la base de la pirámide es un círculo, toma el
FIG. 27. nombre de *cono*, y en este caso la recta MN tirada desde el cúspide al centro de la base se llama exe del cono.

Así en el cono como en la pirámide, su altura es una perpendicular tirada desde el cúspide á la base.

FIG. 28. 129 La *esfera* es un sólido terminado por una superficie curva, la qual tiene todos sus puntos á igual distancia de un punto fixo c llamado *centro*, las rectas como CQ, CR, CM se llaman *radios* de la esfera; y QR se llama *diámetro* ó *exe*.

Un cîrculo MN que pasa por el centro de la esfera se llama *círculo máxîmo*, pero sino pasa por el centro, como OP, entonces se llama *círculo menor*.

El círculo máxîmo divide la esfera en dos partes iguales que se llaman *emisferios* ó *semiesferas*; y el círculo menor la la divide en dos partes desiguales, que una se llama *segmento mayor*, y la otra *segmento menor*.

130 Un sólido ACB, parecido á un cono, cuyo vertice C sea el centro de la esfera, y su base AB la superficie de un segmento esférico, se llama *sector de esfera*. Fig. 29.

131 Un sólido semejante á un huevo como AMBN, ó á una cebolla como PRQS, se llama *elipsoide* ó *esferoide*. El primero se llama *esferoide prolongado*, y el segundo *esferoide aplanado*. Fig. 30.

En el esferoide, sea prolongado ó aplanado, siempre hay dos exes que se cortan en ángulos rectos, uno mayor y otro menor, el mayor es AB ó PQ, y el menor MN ó RS.

QUESTIONES GEOMETRICAS.

Qüestion primera.

132 *Dada una recta AB, levantarle una perpendicular en el punto D.*

Con un radio arbitrario haciendo centro en D señalense sobre la recta A B, y á igual distancia de él dos puntos *m* y *n*, y desde estos puntos con otra abertura de compás mayor que la primera, señalense dos arcos que se corten en Fig. 31.

C;

C; por éste punto y el punto D tirese la recta CD, y esta es la perpendicular que se pide.

Qüestion II.

133 *Dividir una recta AB en dos partes iguales con una perpendicular.*

Con una abertura de compás arbitraria, pero mayor que la mitad de AB, haciendo centro en los puntos extremos
Fig. 32. A y B, tracense unos arcos de círculo que se corten en los puntos C y D: por estos puntos tirese la recta CD que cumple con las condiciones de la qüestion.

Qüestion III.

Fig. 33. 134 *Desde un punto C, fuera de una recta AB, baxar á ella una perpendicular.*

Desde el punto dado con una abertura de compás tracese un arco *mn* que corte la recta A B en los puntos *m* y *n*; desde estos puntos con otra abertura mayor que la mitad de la recta *m n* tracense dos arcos que se corten en un punto D; tirese la recta CD, y esta será la perpendicular que se pide.

Qües-

Qüestion IV.

135 *Levantar una perpendicular á una recta AB en uno de sus extremos B.* Fig. 34.

Desde el punto B con una abertura de compás qualquiera, pero que sea pequeña, tomense las cinco partes iguales B m, m n, n p, &c. con una abertura de compás igual á Br haciendo centro en el punto *q* tracese un arco; y con otro radio igual á Bp desde el punto B tracese otro arco que corte el primero en un punto C; tirese la CB, y esta es la perpendicular que se pide.

Qüestion V.

136 *Dado un ángulo B A C, construir otro que le sea igual.* Fig. 35.

Tirese una recta indefinida *ac*, y haciendo centro en los puntos *A* y *a* con un radio arbitrario tracense los arcos *m n* y *rs*; con la distancia *m n* como radio, haciendo centro en *s* tracese un arco *t o* que cortará al primero en un punto *r*, tirese la recta *a r*, y resultará el ángulo bac igual á BAC.

Qües-

Qüestion VI.

Fig. 36. 137 *Por un punto D tirar una recta DC que sea paralela á otra recta AB.*

Por el punto D tirense dos rectas DH, DF que corten la AB en los puntos F y H; desde el punto F con un radio igual á DH tracese un arco *on*, y desde el punto *D* con un radio igual á HF, tracese otro arco pq que cortará al primero en C; tirese la recta CD, y esta es paralela á la AB.

Qüestion VII.

Fig. 37. 138 *Sobre una recta AB construir un triángulo equilátero.*

Con un radio igual á la AB desde el punto A tracese un arco, y con el mismo radio desde el punto B tracese otro que cortará el primero en un punto C; tirense las rectas CA y CB, y queda construido el triángulo equilátero ACB.

Qüestion VIII.

Fig. 38. 139 *Dados los tres lados de un triángulo ABC construir otro igual á él.*

Tracese una recta *ac* igual AC, y con un radio igual AB haciendo centro

en

en *a* tracese un arco; y con otro radio igual á BC desde el punto *c* tracese otro arco que corte al primero en un punto *b*, tirense las rectas *ba*, *bc*; y tendrémos el triángulo *abc* igual ABC.

Qüestion IX.

140 *Conociendo en un triángulo ABC el lado AC, y los ángulos en A y C, construir otro triángulo igual á él.*

Tracese una recta *ac* igual á *AC*, hagase el ángulo en *a* igual al ángulo en A (136), y el ángulo en *c* igual al ángulo en C, y las rectas *ab* y *cb* que terminan estos ángulos terminarán el triángulo *a b c* igual al otro.

Qüestion X.

141 *Hallar el centro de un círculo A B D.*

Tómense en su circunferencia los tres puntos A, B, D, y tirense las cuerdas AB, y BD; dividase cada una de ellas en dos partes iguales (133) con las perpendiculares MN, PQ; y el punto C donde estas se encuentran es el centro. Fig. 39.

Qüestion XI.

142 *Dado un círculo cuyo diámetro tenga 21 pies determinar su circunferencia.*

La razon que tiene el diámetro de un círculo con su circunferencia segun Arquimedes, es la de 7 á 22. Luego para hallar la circunferencia pedida, formarémos una regla de 3 diciendo: si 7 dan 22, 21 quanto darán: multiplicando 22 por 21 sale el producto 462, que dividido por 7 da el qüociente 66 pies, y esta es la circunferencia pedida; si dada la circunferencia se pidiese el diámetro, se invertirá la proporcion diciendo: 22 es á 7, como la circunferencia al diámetro.

Qüestion XII.

143 *Dividir una recta A B en quantas partes iguales se quiera, por exemplo en cinco.*

FIG. 40. Tirese la indefinida MN, y desde el punto N tomense con un compás las cinco partes iguales No, op, pq &c., sobre SN tracese el triángulo equilátero CSN (138), y á los puntos de division tirense las rectas Cr, Cq, Cp &c.; con un radio igual á la AB desde el punto

C tracese un arco DOE, y tirese la recta DE que será igual á la AB, y queda dividida en las partes iguales que se piden en los puntos *tu*, &c.

Qüestion XIII.

144 *Dada una recta AB construir un quadrado.*

En uno de sus extremos A levantese Fig. 41.
la perpendicular AC igual á la AB (135); con una abertura de compás igual á esta recta desde los puntos C y B tracense dos arcos que se corten en *D*; tirense las rectas CD y DB, y queda construido el quadrado.

Qüestion XIV.

145 *Trazar un pentágono regular en un círculo.*

Tirense los diámetros AB y ED Fig. 42.
que se corten en ángulos rectos, y dividase CD por medio en el punto F, desde este punto con el intervalo AF tracese el arco AOM, y su cuerda AM se ajustará cinco veces en la circunferencia, con lo que quedará trazado el pentágono, y si cada uno de los arcos correspondientes á las cuerdas AG, AD, &c. le dividimos en dos partes iguales, y tira-

mos rectas, tendrémos trazado un polígono de 10 lados.

Qüestion XV.

146 *Dentro de un círculo trazar un exâgono regular.*

FIG. 43. Tómese el radio AO del círculo, y este se ajustará 6 veces en la circunferencia, y tirando las rectas AB, BC &c., quedará trazado el exâgeno.

Si se tiran las cuerdas AC, CE, y AE, tendrémos un triángulo equilátero: y si dividimos en dos partes iguales los arcos AB, BC &c., y tiramos las rectas correspondientes, nos resultará una figura de 12 lados.

Qüestion XVI.

FIG. 44. 147 *Medir un triángulo ABC, cuya base AC es de* 14 *pies, y la altura BD de* 18.

Medir una superficie es ver quantas veces en ella cabe otra superficie menor que se ha tomado por unidad; esta unidad es arbitraria, y así en unos casos se toma el estadal quadrado, en otros la vara, y en otros el pie. La qüestion propuesta manifiesta que en este caso la unidad es el pie; y así para cumplir con ella, mul-

multipliquese la altura 18 por 7 mitad de la base, y el producto 126 son los pies superficiales que contiene el triángulo. Tambien se puede medir multiplicando la mitad de la altura por la base; y toda la altura por la base, y tomar la mitad de este producto.

Qüestion XVII.

148 *Medir un paralelogramo ABCD que tiene 20 pies de altura y 16 de base.* Fig. 45.

Multipliquense los 20 pies de altura por los 16 de la base, y el producto 320 son los pies quadrados superficiales que tiene.

Si el paralelogramo por medir fuese un quadrado, como en este la base y altura son iguales, basta multiplicar el lado pòr sí mismo.

Qüestion XVIII.

149 *Medir un trapecio ABCD cuya base menor AB tiene 30 pies, la mayor DC 50 pies, y la altura BE 24 pies.* Fig. 46.

Sumense 30 y 50 que son los pies que tienen las bases, y la mitad de esta suma que es 40 pies multipliquese por la altura 24, y el producto 960 son los pies su-

superficiales que tiene el trapecio. *Esta es la figura que con mas freqüencia tiene que medir un Agrimensor; especialmente quando hace uso del cartabon.*

Qüestion XIX.

FIG. 47. 150 *Medir una figura ABCDE terminada por muchos lados.*

Desde uno de sus ángulos E tirense á los ángulos opuestos las diagonales EB y EC, con lo que quedará dividida la figura en triángulos; midase cada uno de estos triángulos de por sí tomando por base qualquiera de sus lados; sumense las superficies que produzcan, y la suma será la superficie de la figura propuesta. Tambien esta medida es del mayor uso quando se mide sin cartabon como se verá á su tiempo.

Quando la figura por medir está terminada por alguna línea curva irregular, entonces es preciso dividirla en muchos triángulos, teniendo cuidado que los que estan hácia la curvatura de la linde sean muy pequeños para que sus lados se confundan sensiblemente con la curva, y se pueda tomar uno por otro.

Qüestion XX.

151 *Medir un círculo ADB, cuyo diámetro AB tiene 28 pies.* Fig. 48.

Quadrese el diámetro (103), y el quadrado 784 multipliquese por 11, con lo que tendrémos el producto 8624; partase este producto por 14, y el qüociente 616 son los pies superficiales que tiene el círculo propuesto.

Por la misma regla se mide el semicírculo, solo que de este último resultado se ha de tomar la mitad.

Si la superficie por medir fuese un sector circular DCB, cuyo arco BD tenga 20 pies, se multiplica el radio CB de 14 pies por 10 que es la mitad del arco, y el producto 140 es la superficie del sector.

Si tuviesemos que medir la superficie de un segmento DOB, medirémos primero la del sector DCB, medirémos tambien el triángulo BDC; restarémos una de otra estas superficies, y la diferencia es la superficie del segmento.

Qüestion XXI.

152 *Medir una elipse ú ovalo, cuyo exe mayor AB tiene 14 pies, y el exe menor DE, 8 pies.* Fig. 49.

Ha-

Hallese la superficie de un circulo que tenga por diámetro el exe mayor AB de 14 pies, que será 154 pies superficiales (151): hecho esto fórmese la siguiente proporcion: 14 pies que tiene el exe mayor, es á 8 pies que tiene el exe menor, como 154 á la superficie de la elipse, que practicando lo dicho (84) sale 88, y estos son los pies superficiales que tiene.

Qüestion XXII.

FIG. 50. 153 *Medir un prisma AB, cuya altura es 12 pies, y su base un quadrilongo que tiene 10 pies de largo y 7 de ancho.*

Multipliquese el 10 por 7, y el producto 70 será la superficie de la base (148); multipliquese esta superficie por los 12 pies de la altura, y el producto 840 son los pies cúbicos que tiene el prisma.

Si el sólido que se ha de medir fuese un cilindro se medirá como el prisma; esto es, se multiplicará el número de pies superficiales de la base por los pies lineales de la altura.

Qüestion XXIII.

FIG. 51. 154 *Medir una pirámide SAB cuya al-*

altura es de 9 pies, y su base un paralelogramo que tiene 8 pies de largo y 6 de ancho.

Multiplíquese el 8 por 6, y el producto 48 son los pies superficiales de la base; multiplíquese el 48 por el tercio de la altura; esto es por 3 pies, y el producto 144 son los pies cúbicos que tiene la pirámide. Si el sólido por medir fuese un cono, se medirá como la pirámide, multiplicando su base por el tercio de la altura.

Qüestion XXIV.

155 *Hallar la solidez de una esfera AB que tiene 6 pies de diámetro.* Fig. 52.

Tómese el cubo de 6 que es 216, y multiplíquese por 11, y el producto 2376 pártase por 21, quedará el qüociente $113\frac{3}{21}$, y estos son los pies cúbicos que tiene la esfera.

Qüestion XXV.

156 *Medir un esferoide prolongado AB, cuyo exe mayor tiene 12 pies y el menor 7.* Fig. 53.

Hállese la superficie del círculo correspondiente al exe menor (151) que será $38\frac{7}{14}$ pies; multiplíquese esta cantidad por los dos tercios del exe mayor, esto es por 8, y el producto 308 que resultan, son los pies cúbicos que contiene el esferoide.

Si el esferoide fuese aplanado como una cebolla, se multiplica la superficie del círculo correspondiente al exe mayor por los dos tercios del menor.

PARTE SEGUNDA.

De la agrimensura y aforo.

Antes de tratar esta materia, conviene que el Agrimensor sepa las siguientes ordenanzas, tomadas literalmente de la obra intitulada *Orígen de las Aguas de Madrid*, que en 1727 publicó Don Juan Claudio Aznar y Polanco.

De las ordenanzas, preeminencias y exênciones, que las Justicias de todas las ciudades, villas y lugares de estos reynos, deben mandar se les guarde á los Geómetras Agrimensores que miden las heredades y términos en nombre de S. M., y su Supremo y Real Consejo de Castilla.

ORDENANZA PRIMERA.

157 Que atendiendo á lo referido, debe ser el Agrimensor lo primero, muy especulativo y práctico, para que las medidas que executare de qualquier figura sean exâctamente hechas como manda el arte; estable y fiel en la medida del marco, sin aumentarle, ni disminuirle

una vez elegido el largo que ha de tener segun costumbre de la tierra, como en todo lo demas que fuere de su obligacion.

II.

158 Que qualquier Agrimensor tenga facultad de nombrar un Escribano para que este haga las citaciones á las personas que tienen las tierras linderos á las heredades que fuere á medir, por si se quieren hallar presentes á la dicha medida, y no tengan disculpa si en algun tiempo les sobreviniere algun perjuicio, alegando no supieron, ni conocieron al Geómetra que hizo la medida si era de ciencia y concieneia, ú otros motivos que la malicia de algunos suele alegar.

III.

159 Que el Agrimensor siendo nombrado para que mida los términos de las jurisdiciones de las ciudades, villas ó lugares, montes ó dehesas, pueda pedirle muestren los despachos necesarios para que lo execute, y no habiendolos, tiene obligacion á dar cuenta al Consejo Real de Castilla para que remita despacho mandando lo execute.

IV.

160 Que la declaracion que el Geómetra diere de las hanegas que hubiere medido en qualesquier heredades, ha de ir firmada de su mano solamente, y no es necesario que la autorice Escribano alguno para que haga fé en qualquier Tribunal, sino en caso de pedirlo las partes que lo autorice, lo que ha de ser á costa de los dueños que lo piden.

V.

161 Tiene obligacion el Geómetra medidor á tener título para exercer el dicho empleo, y á este fin ha de acudir al Consejo Real de Castilla, dando peticion para que se le apruebe por el maestro de Matemáticas de los caballeros pages de S. M., ó maestro mayor de las obras reales, ó alguno de los ingenieros militares del Rey, para que hallandole idoneo le den su aprobacion, y en vista de ella le mande el Consejo despachar título en forma, para que pueda exercer en qualquier parte el arte de Geometría con las preeminencias y exênciones que les estan concedidas á los profesores de artes liberales, y el tal título que tuviere

sea

sea privativo á los demas títulos de otras partes, aunque sean despachados por las ciudades capitales que tienen voto en Cortes.

VI.

162 Que los Jueces de qualesquier ciudades, villas ó lugares de estos reynos puedan obligar á los vecinos á que midan sus tierras y heredades antes que ningun Escribano otorgue carta de venta de ninguna de ellas, faltando este requisito, sin embargo de que no esté puesto en costumbre en aquella parte; como asimismo que no consientan que hagan ajustes los vecinos con los segadores, á trozos ó por pedazos, por ser en grave perjuicio á los segadores, y en beneficio grande á los labradores; pues como estos saben las hanegas que tienen de tierra por las que han sembrado poco mas ó menos, conocen á cierta ciencia las que han de segar, y van seguros sobre el ajuste, y los pobres trabajadores van inciertos.

VII.

163 Que todos los Gobernadores, Corregidores ú otros Jueces tengan obligacion antes que cumplan su tiempo, de me-

medir los términos de la jurisdicion que ha sido de su cargo.

VIII.

164 Que los dichos Jueces sea de su obligacion hacer medir las tierras que fueren propias de las ciudades y villas, y no consientan se den á ojo por ser en grande perjuicio de la villa, y en utilidad conocida á los Regidores, y otras personas que mandan, y tienen manejo en el gobierno.

IX.

165 Que los Jueces, en vista de la declaracion del Geómetra, sin mas averiguacion, han de mandar pagar lo que se les debiese de su trabajo á los jornaleros ó segadores por razon de las hanegas de tierra que hubiesen segado; y si el labrador pidiese, se vuelva á medir con otro Agrimensor acompañado, por parecerle que la medida que ha executado no es justa, haga primero el Juez se les pague á los segadores en lo que fuere alcanzado por no ser razon detenerlos, y sea motivo para que los trabajadores gasten lo que han ganado con la detencion que les hacen; y si vuelta hacer la di-

dicha medida segunda vez con el Geómetra acompañado, se halla que la declaracion dada de la medida antecedente está bien hecha, y conviene con la del acompañado media hanega de tierra mas ó menos, ha de hacer el Juez que el dueño de las tierras pague al Geómetra solo por la detencion á razon de 34 mrs. por cada hanega de las que hubiese medido; y si las medidas no conviniesen, y no hubiese tantas como se les pagó á los segadores, en tal caso se le ha de condenar al medidor primero á que pague lo que importa el tres tanto del importe de las hanegas que salieron demas, como tambien ha de perder lo que ha llevado por medirlas, y que ademas de esto quede reprobado, y no pueda volver á executar ninguna medida en aquella jurisdicion; y si sacase menos hanegas, de modo que los segadores fuesen damnificados, está obligado el medidor á pagarlos el importe de las hanegas que sacó de menos, como asimismo el interes que hubiese llevado por razon de la medida, para que sepan que no se han de poner á medidores los que no lo entienden y tienen práctica en ello, por ser un arte á quien le fia su acierto las partes interesadas.

X.

X.

166 Que por quanto en muchas partes se acostumbra pagar las hanegas medidas por mitad, ú por dias entre los dueños y los segadores, por cuya razon, y para su claridad se han de medir siempre las que fueren, y solo se podrá escusar en caso que antecedentemente esten medidas por Agrimensor aprobado por el Real Consejo; y si los segadores quisieren, aunque preceda este requisito que se mida, ha de ser de cuenta de ellos pagar al Geómetra su trabajo, y medida á lo que ajustaren, y el Juez les pueda obligar á ello.

XI.

167 Que todas las cabezas de partido tengan obligacion á tener un Agrimensor con título despachado por el Consejo en la forma arriba dicha, para que pueda él, y no otro extraño, aunque tenga título, medir en la dicha jurisdicion quanto se ofreciere, así de los propios del Concejo como de sus vecinos, y pagandole por cada hanega de las que midiese á un real de vellon, luego que dé la declaracion firmada de su mano solamente.

XII.

168 Que todas las Justicias de las ciudades, villas y lugares de estos reynos y señoríos de España, no consientan que á los Geómetras que tuvieren título despachado por el Real Consejo en la forma referida en la ordenanza V. se les reparta adeala ninguna de pecho, repartimiento de alcavala, ni quintas de soldado, alojamientos ni otro tributo alguno de los que suelen repartir á los vecinos de las referidas poblaciones, sino que se les haga observar y guardar las preeminencias y exênciones que les estan concedidas de tiempo inmemorial á esta parte por los Señores Emperadores Romanos, y Reyes Católicos de España, como profesores de un arte tan noble y liberal como lo es la Geometría, una de las partes principales de las Matemáticas.

De la agrimensura.

Enterados de las partes de Aritmética y Geometría que deben saber un Agrimensor y Aforador, nos resta hacer aplicacion de ellas en los terrenos, manifestando como se miden las tierras, se levanta el plan de ellas, y se hacen las particiones y apeos.

El

169 El buen Agrimensor debe tener el mayor cuidado de que los instrumentos de que se vale para su arte sean exâctos; pues de lo contrario le aprovechará poco su ciencia: estos instrumentos no son otros que el cartabon ó esquadra, la cuerda ó cadena, y unas agujas de hierro delgadas.

170 La cadena sirve para medir las líneas en el terreno: esta suele ser de alambre grueso, dividida en pies, y marcados estos de 10 en 10 (aunque algunos la dividen en estadales). Algunos Agrimensores se valen de cuerdas de cañamo ó esparto, pero estas son defectuosas, porque con el calor y la humedad alargan ó encogen, y las medidas hechas con ellas siempre tienen algun defecto.

171 El Agrimensor debe llevar consigo un peon que le ayude á tirar la cuerda; y si este fuese un discípulo suyo, ú otro que tenga algun conocimiento en el arte, se hará todo mejor.

Al tirar la cuerda la coge el Agrimensor de un cabo y el peon del otro, y este va siempre delante: el Agrimensor procura siempre que la cuerda vaya derecha y esté bien tirante; y así quando tiene que pasar por encima de algun barranco ó zanja, hay necesidad de sostenerla para que no pandée y se acorte.

Tendida la cuerda como se ha dicho, el peon que lleva las agujas de hierro clava una en la tierra en el mismo punto donde remató la cuerda, y echa á andar inmediatamente llevandose consigo la cadena: el Agrimensor llega con el otro extremo de la cuerda, y la coloca donde está clavada la varilla, y el peon clava otra en el otro extremo: continúan de este modo hasta medir la distancia, teniendo cuidado el Agrimensor de recoger todas las agujas que va clavando el peon; pues estas dan á conocer el número de cuerdas que se han tirado. En estas medidas conviene que el Agrimensor lleve alguna vara dividida en pies para medir aquellas distancias que por su pequeñez no se pueden medir con la cuerda.

Fig. 54. 172 El cartabon es un cilindro *adbe* de dos ó tres dedos de grueso, y como medio pie de diámetro, en una de sus bases lleva dos hendiduras *ab* y *de* que se cortan en ángulos rectos, en su centro *C*. Este instrumento se coloca por medio de un tornillo sobre una vara NM de unos 5 pies de largo, y un grueso regular para que no se doble, la qual lleva en su extremo M una punta de hierro bien aguda para clavarla en tierra quando se ha de hacer uso de él.

El cartabon ha de ser de una madera

muy sólida, como encina, box &c., para que no tome vicio y se eche á perder; pero lo mejor será hacerlo de bronce si se puede con unas pínulas en la direccion de dos diámetros que se cortan perpendicularmente como se representa en la figura 55, el qual se coloca tambien como el otro sobre su pie por medio de un tornillo. No hay duda que este cartabon es preferible al otro, por poderse dividir mejor, y no estar tan sujeto á la intemperie. Fig. 55.

El manejo de este instrumento se manifiesta en las qüestiones siguientes.

Qüestion primera.

173 *Comprobar el cartabon.*

En un campo despejado colóquese el cartabon procurando que esté bien horizontal ó á nivel, y mirando por sus hendiduras señalense á grandes distancias los quatro puntos M, N, P, Q hagasele dar un quarto de conversion al rededor de su centro, de suerte que el punto *b* venga á parar á *c*, y el punto *c* á *a* &c.; y si mirando despues por las hendiduras estas se dirigiesen á los puntos M, N, P, Q el cartabon está bien dividido; pero de lo contrario es defectuoso, y es preciso abandonarlo, y hacer otro. Fig. 56.

Qües-

Qüestion II.

174 *Dada una recta CB en el terreno, levantarle una perpendicular en el punto C.*

Fig. 57. Colóquese el cartabon en el punto C de modo que su hendidura *ab* coincida con CB; y mirando por la hendidura *ed* imaginese la visual CD, y esta será la perpendicular que se pide.

Qüestion III.

175 *Desde un punto C en el terreno baxar una perpendicular CO á una recta AB.*

Fig. 58. Colóquese el cartabon, de modo que la hendidura *ab* coincida con la recta AB, y corrase á lo largo de esta recta hasta que la hendidura *ed* se dirija al punto C, y tirando en esta direccion la recta CO, esta será la perpendicular que se pide.

Qüestion IV.

Fig. 59. 176 *Tirar por un punto C una recta CN que sea paralela á otra recta OM.*

Desde el punto dado C baxese una perpendicular CO á la recta OM (175); colóquese el cartabon en C, de modo

que

que la hendidura *de* coincida con CO ; y por la otra hendidura *ab* imaginese la recta CN , y esta es la paralela que se pide.

Qüestion V.

177 *Medir un terreno con el auxîlio del cartabon.*

En una de las lindes del terreno , la que sea mas derecha como Mm por exemplo, colóquese el cartabon en un punto A , de modo que una de sus hendiduras coincida con la recta Mm , y mirando por la otra hendidura dirijase una visual á un objeto K (este podrá tomarse en la linde opuesta *Ll* ó fuera de la tierra á qualquiera distancia , quanto mas desviado mejor) , á lo largo de la qual se lleva el cartabon ; hecho esto se pasa el cartabon á otro punto B , procurando que así en esta estacion como en las demas que se hicieren , la una de las hendiduras coincida con la visual AK , y mirando por la otra hendidura imaginese la recta *Nn* , midanse las rectas *Mm*, *Nn*, y AB , y supongamos que AB tiene 12 estadales , *Mm* 30 , y *Nn* 40 , como la figura *MN nm* es un trapecio , lo medirémos del modo que dexamos dicho (149) ; esto es , sumarémos 40 con 30 , y de la suma 70 tomarémos su mitad que Fig. 60.

es

es 35, esta cantidad 35 la multiplicarémos por 12 que es la altura del trapecio, y el producto 420 son los estadales que contiene el trapecio *MNnm*, cuya cantidad la sentará el Agrimensor en un libro de memoria que para ello debe llevar consigo.

Hecho esto pasará el cartabon á otro punto C en los términos que queda dicho, esto es, que una de sus hendiduras coincida con la visual AK, é imaginará otra visual Pp; medirá la parte BC que supondrémos de 10 estadales, y la recta Pp que supondrémos tener 48; es claro que *NPpn* es otro trapecio que lo medirémos sumando 48 y 40, y multiplicando 44 que es su mitad por la altura 10, y el producto 440 son los estadales que tiene el segundo trapecio que se apuntará en el libro: despues se pasará el cartabon á otro punto D en que se tirará otra recta Qq, con lo que resultará un tercer trapecio PQqp, cuyas bases opuestas tendrán la una 56 estadales, la otra 48, y la altura de él 15, que multiplicando este número por 52 mitad de la suma de la base, sale el producto 780 estadales, que son los que contiene el tercer trapecio.

Continuando la medida del modo que queda explicado hallarémos que el

tra-

trapecio *Qr* tiene 660 estadales *Rs* 770, *St* 663, *Tu* 462, y *Vl* 204, sumando todas estas partidas sale la suma 4399 estadales, y esta es la medida del terreno, que despues lo reducirá el Agrimensor á fanegas, dando á cada una el número de estadales que le corresponda segun práctica del pais.

178 Aunque este método de medir sea bastante general especialmente en los terrenos de grande extension, como son montes, dehesas &c., no es el único: en otras ocasiones se divide el terreno, de modo que resulten triángulos y trapecios como en la figura 61, para lo qual se tira primeramente una diagonal AB que sirve de base; y en segundo lugar se baxan á ella por el método explicado (175) las perpendiculares Cm, Dn, Eo, Gp, Hq desde los ángulos ó esquinas de la figura; es evidente que en este caso el terreno queda dividido en triángulos y trapecios que se medirán del modo que dexamos explicado (147 y 149); y juntando despues todas las superficies que den estas partes tendrémos la medida de todo el terreno. Me parece haber dicho lo suficiente en los dos métodos que dexo explicados acerca de medir y quadrar los terrenos con el auxîlio del cartabon, para que el práctico Agrimensor sepa ma- FIG. 61.

manejarse con prudencia, en quantas medidas puedan ocurrirle.

Advertencia primera.

179 Antes que el Agrimensor principie su medida debe recorrer la tierra todo al rededor, notando todas las entradas y salidas que tuviere, y poniendo en cada una de ellas un coto, á los que dirigirá las visuales que tiene el cartabon quando forme los trapecios ó triángulos, pues de este modo le saldrán mas exâctos; tambien debe tener presente que la irregularidad de las tierras, á causa de no estar las lindes en línea recta, obligan y aun se permite que el Agrimensor comprehenda dentro de su medida alguna porcion de otra tierra inmediata, y es preciso para compensar este aumento que cuide de perder otro tanto por otro lado; como se ve en el último trapecio
Fig. 60. de nuestra figura que en la parte LK hemos tomado un poco terreno de la tierra inmediata, pero lo hemos compensado perdiendo otro tanto hácia Kl.

Advertencia segunda.

180 Quando el terreno que se ha de medir es alguna figura de las que hemos

mos considerado en las qüestiones geométricas, está por demas usar del cartabon, sino es medirla desde luego por la regla que le corresponda: de estas figuras suelen ser los solares de las casas, los jardines y huertas cercadas; y en estas posesiones donde una corta cantidad de terreno tiene un valor considerable, se deben hacer las medidas (en lugar de cadena) con unas varas largas divididas en pies, que para estos casos debe tener el Agrimensor.

Advertencia tercera.

181 Quando el Agrimensor tiene que medir un terreno qualquiera, si es para compra ó arrendamiento debe incluir en su medida la mitad de las lindes; pero si la medida fuese para segadores, solo debe medir la parte que esté sembrada que es lo que se ha de segar.

Reducir unas figuras á otras.

Qüestion primera.

182 *Construir dos quadrados que tengan sus superficies en razon de 2 á 5, esto es, que si el uno tiene 2 pies, el otro tenga 5 pies.*

Fig. 62. Tirese una recta indefinida AB, y tómese en ella una parte AE que tenga como dos partes, y otra parte EB que tenga 5 de las mismas partes: dividase la AB en dos partes iguales en el punto C; y desde este punto como centro con un radio CA tracese el semicírculo ADB; en el punto E levantese la perpendicular DE al diámetro AB, que encuentra la circunferencia en el punto D, tirense las cuerdas AD, y DB, y los quadrados trazados sobre estas líneas tendrán la razon que se pide.

En vez de quadrados se podrian trazar dos círculos, ó dos triángulos equiláteros; ó en general qualesquiera figuras de aquellas que los Geómetras llaman semejantes (que son todas aquellas que tienen iguales sus ángulos, y proporcionales sus lados correspondientes): siempre la figura trazada sobre AD será los dos quintos de la figura que se trace sobre DB.

Si se quisiera que las figuras tuviesen otra razon qualquiera como de uno á 3, de 4 á 7, &c. bastaria tomar las partes AE, y EB en la razon pedida, y hacer lo mismo que se ha dicho.

183 Pero si sucediese que una de las figuras fuese dada, en cuyo caso su lado ó escala sería conocido; para resolver la qüestion en este caso, es indispensable

 (des-

(despues de hecha toda la preparacion de la figura como dexo explicado) tomar sobre AD una parte DM igual á la escala ó lado de la figura conocida, y tirar por el punto M una recta MN paralela al diámetro que corte á la BD en el punto N, y la D N es el lado ó escala de la figura que se pide, y que indispensablemente tendrá con la otra la razon que se pide.

Qüestion II.

184 *Reducir á quadrado una figura qualquiera.*

Sea el campo ABCDEM la figura que se quiere reducir á quadrado; midase su superficie por las reglas que dexamos establecidas, y supongamos que es de 810000 pies superficiales, extraigase la raiz quadrada de este número que es 900, construyase un quadrado BCHG que tenga 900 pies por lado, y este quadrado será el que se pide. Fig. 63.

Por medio de esta regla podemos reducir á quadrado qualquiera superficie por irregular que sea, pues todo el artificio se reduce á buscar su superficie en pies, varas, estadales &c., extraer la raiz quadrada, y formar despues un quadrado que tenga por lado el número de unidades que ha producido la raiz.

Qüestion III.

185 *Un caballero quiere construir un jardin quadrado que comprehenda* 100000 *pies superficiales, se pregunta ¿quantos pies ha de tener por lado?*

Extraigase la raiz quadrada de 100000 que será 316 $\frac{144}{633}$, y este será el lado del quadrado que ha de terminar el jardin.

Qüestion IV.

186 *Un hortelano quiere construir una huerta en forma rectangular que tenga* 600000 *pies de suelo y* 500 *pies de ancho; se pregunta ¿quantos pies ha de tener de largo?*

Pártase el 600000 por 500, y el qüociente 1200 son los pies que debe tener de largo la huerta, para que contenga la superficie que se pide.

Qüestion V.

187 *Un labrador quiere hacer una cerca en forma circular, y que contenga* 7546 *pies superficiales, se pregunta ¿que diámetro se le ha de dar á la tal posesion?*

Fórmese la siguiente proporcion, si

154 dan 196, 7546 ¿quanto darán? que multiplicando el segundo término por el tercero, y partiendolo por el primero sale el quarto término 9604, extraigase la raiz quadrada de este número que será 98, y este es el número de pies que ha de dar al diámetro de la cerca para que su superficie sea 7546, como se puede comprobar.

Por estas mismas reglas se resolverán todas las qüestiones de esta naturaleza.

Qüestion VI.

188 *Un albañil quiere enlosar con baldosas de un pie en quadro una sala de figura rectangular que tiene 40 pies de largo y 24 de ancho; se pregunta ¿quantas baldosas necesita?*

Multiplíquese lo largo de la sala por lo ancho, y el producto 960 son las baldosas de pie en quadro que necesita para la sala.

Si el embaldosado se hubiere de hacer con otra especie de losas, en este caso, es indispensable medir los pies superficiales que contiene cada baldosa, y dividir por esta cantidad la superficie de la pieza que se quiere embaldosar, y el qüociente manifiesta el número de losas que se necesitan.

De

De la particion de las tierras.

189 El punto mas arduo, mas dificil, y en el que mejor se manifiesta el desinteres, pericia y conciencia de un Agrimensor es en la particion de las tierras, operacion donde las mas veces se camina quasi á ciegas, y son necesarias innumerables tentativas para encontrar con los verdaderos resultados; origen de los grandes desaciertos que en esta parte (una de las mas esenciales de la agrimensura) se cometen, ya sea porque el Agrimensor no posee los conocimientos precisos para tan penosa execucion; ó ya sea por no tener aquel grado de paciencia que es indispensable para dar á cada uno lo que es suyo, sin perjudicar á ninguna de las partes.

Pero si es dificil la execucion de esta operacion, no lo es menos el quererla sujetar á reglas ciertas, especialmente quándo su práctica depende de reglas, cuya variedad corre parejas con la diversidad de figuras que suelen tener los terrenos: sin embargo procuraré explicarme con la mayor claridad y generalidad, refiriendome á la particion de un terreno de alguna irregularidad; en la inteligencia, que lo que dixere de esta se apli-

aplicará á qualquiera otro tenga la forma que tuviere; explicando despues algunas particiones particulares de terrenos pequeños, como lo manifiestan las siguientes qüestiones.

Qüestion primera.

190 *Conocida la superficie de una dehesa AMVK, dividirlaen quantas partes iguales se quiera, por exemplo en* 8.

Supongamos que el terreno propuesto sea de 40 fanegas, y que cada fanega comprehenda 400 estadales de á 10 pies cada uno; es evidente, que en este caso á cada una de las suertes ó partes tocará 5 fanegas, ó 2000 estadales superficiales. Fig. 64.

Supongamos ademas de esto que las particiones se han de hacer con rectas paralelas á la linde AM, á causa de que todas participen de bueno y mal terreno; porque podemos figurarnos que el terreno propuesto está en la falda de unos cerros, y que la parte AK por corresponder á una vega es mas fértil que la parte opuesta MV.

Para dar principio á la operacion imaginarémos una recta AM á lo largo de la linde AXZM tirada de tal conformidad, que quando no coincida con ella, por no ser recta la linde, la coja de tal modo, que el terreno que gane en z sea igual al que pierde en x (las tortuosidades de las lindes obligan las mas veces al Agrimensor á proceder de este modo): y midase la línea AM que supondrémos es de 100 estadales, partanse los 2000 estadales que tócan á cada una de las suertes por 100, y saldrá el qüociente 20; en los puntos A y M levantense las perpendiculares AB y MN de 20 estadales de largo cada una; pero de tal modo, que quando no coincidan con la linde correspondiente por la irregularidad de esta; la corten, de modo que ganen á un lado, todo el terreno que pierden á otro: y tirese la recta BN, con lo que tendrémos demarcada una de las partes que se piden que será AXZMNB.

Para hallar otra particion, midase la recta BN, ó si conviene sola la parte Sn, y supongamos que es de 90 estadales, partase 2000 por 90 y saldrá el qüociente $22\frac{2}{9}$; y en los puntos S y O segun lo pidan las circunstancias levantense las perpendiculares bS y n o de $22\frac{2}{9}$ estadales cada una, y tiradas de tal modo que quando no coincidan con las lindes, pierdan tanto terreno por un lado, como ganan por otro, y tirando la recta *OobC* nos resultará otra suerte de las que se piden que será SboN.

Pro-

Procediendo del mismo modo con las demas partes, quedará nuestra dehesa dividida en los términos que se pide. Verificada la division de ella; echan suertes los interesados sobre la parte que toca á cada uno, que es el mejor medio de que todos queden contentos.

Me parece haber dicho lo suficiente para que el Agrimensor sepa conducirse en las particiones, aunque sean mas compuestas que la que he tomado por exemplo; sin embargo me extenderé algo mas, explicando algunas divisiones particulares de terrenos que nunca dañará á un Agrimensor el saberlos: cuyo objeto serán las siguientes qüestiones.

Qüestion II.

191 *Dividir un triángulo ABC en dos partes iguales.*

Dividase la base AC en dos partes iguales en el punto D, y tirese la recta BD, que dividirá el triángulo en las dos partes iguales que se piden. Fig. 65.

Si se quisiera dividir en tres partes iguales, entonces se dividirá la base en otras tres iguales en los puntos E y F, y tirando las rectas BE y BF quedaria resuelta la qüestion.

Qüestion III.

192 *Dividir un triángulo ABC con una recta DE tirada desde un punto D tomado en uno de sus lados.*

Fig. 66. Dividase la base AC en dos partes iguales en el punto F, y tirese la BF; tirese tambien la FD, y por el punto B la BE paralela á la DF, tirese la ED, y esta dividirá el triángulo en las dos partes iguales que se piden.

Qüestion IV.

192 *Dividir un quadrilátero AECB en dos partes iguales con una recta tirada desde un punto D.*

Fig. 67. Tirese la diagonal AC, y por el punto E la EK paralela á AC, que encuentre la base BC prolongada en el punto K, dividase la BK por medio en el punto G, y tirese la DG; por el punto A tirese la AH paralela á DG, y por los puntos H y D la recta DH, y esta dividirá el quadrilátero en las dos partes iguales que se piden.

Si por la misma regla dividimos cada una de estas partes iguales en otras dos, quedará el quadrilátero dividido en quatro partes iguales; pero este modo de partir las tierras, es mejor practicarlo sobre el papel despues de haber levantado el plano de ellas.

Qüestion V.

193 *Dividir un trapecio ABCD en tres partes iguales.*

Dividase cada uno de los lados AB y DC en tres partes iguales cada uno, y tirense las rectas EG, EK con lo que quedará dividida la figura del modo que se pide. Fig. 68.

Qüestion VI.

194 *Dividir un quadrilátero* DCAB *en tres partes iguales con rectas tiradas por dos puntos* E y F. Fig. 69.

Tirese la diagonal DB, y por el punto C la CG paralela á DB que encuentre el lado AB prolongado en el punto G; dividase la recta AG en tres partes iguales en los puntos H, é I, y tirense las rectas DH y DI; por el punto D tirese la DE, y por el punto H la HK paralelas á DE, y tirese la KE, y el quadrilátero DKEA será una de las partes que se piden.

Para las otras dos partes tirese la DF, y por el punto I la IL paralela á DF; tirese la LF, y esta concluirá la division del modo que se pide.

Por

Por estas mismas reglas se podrán dividir las tierras en mayor número de partes iguales.

Método de levantar el plan de un terreno.

Tambien es parte del arte de la Agrimensura el levantar los planos; los métodos que para ello nos subministra la Geometría práctica son muy diversos; pero como la mayor parte de ellos requieren instrumentos muy costosos, y diverso estudio del que necesita un Agrimensor, me ceñiré á explicar solo uno, que por su sencillez, y el poco ó ningun aparato de instrumentos que requiere, me obliga á preferirlo á qualquiera otro; el que explicaré resolviendo la siguiente qüestion, aunque mas adelante explicaré otro por medio de la plancheta, el que tambien es sencillo.

Qüestion.

195 *Levantar el plano de un terreno* ABCDE &c. *de poca ó mucha extension.*

Fig. 70. El Geómetra que se propone levantar el plano de un terreno, debe en primer lugar recorrerlo todo al rededor ponien-

niendo en cada uno de sus ángulos ó rincones, como A, B, C &c. un coto, ó mas bien una vara gruesa bien derecha y perpendicular al terreno (lo que se consigue fácilmente por medio de un plomo pendiente de un hilo): hecho esto tomará desde cada uno de los ángulos sobre los lados de la figura las partes Bm, Bn, Cp, Cq, Dr, Ds &c. iguales entre sí, y que tengan un número determinado de pies, varas ó estadales segun sean de largo los lados de la figura (y supongamos que en la nuestra se tomaron de 10 estadales cada una de las partes insinuadas); imaginense las rectas *nm*, *pq*, *rs*, *tu* &c. (que se llaman los *abrazaderos*), midanse todas estas líneas, é igualmente que los lados de la figurà, y supongamos que tienen

AB.	40	estadales.
mn.	15	
BC.	50	
Pq.	18	
CD.	46	
rs.	15	
DE.	58	
tu.	14	
EF.	46	
zx.	16	
AF.	54	
hd.	13	

He-

Hecho esto, y tomado el apuntamiento en un borrador semejante á la figura que para el fin habrá hecho el Agrimensor, solo le resta trasladar la figura al papel, lo que executará del modo siguiente.

En el papel en que se forma el dibuxo se tira una recta MN la que se divide en cierto número de partes iguales, por exemplo en 60, para que sirva de escala, á la qual se refieren todas las líneas de la figura. Hecho esto se tira una recta *ab* á quien se dan 40 partes de la escala tomadas con un compás (por tener 40 estadales el lado AB en el terreno); con una abertura que contenga 10 partes de la escala, haciendo centro en *b*, se traza un círculo que corte la recta *ab* en el punto 1: con otra abertura de compás que contenga tantas partes de la escala, como estadales tenia *nm* haciendo centro en el punto 1 tracese un arco que corte al círculo en el punto 2; por este punto y el punto *b* tirese la recta *b2c*, y denseле 50 partes de la escala por tener otros tantos estadales el lado *BC* en el terreno. Desde el punto *c* con un intervalo de 10 partes tracese otro círculo que corte la recta *bc* en el punto 3; y
Fig. 70. desde este punto como centro con un intervalo de 18 partes de la escala (porque

pq

pq en el terreno tenia 18 estadales) tracese otro arco que cortará al círculo en el punto 4; por este punto y el punto *c* tirese la recta *c4d* á la que se le darán tantas partes como estadales tuvo CD en el terreno que serán 46; continúese practicando las mismas reglas hasta cerrar la figura, y tendrémos en el papel una figura semejante á la del terreno, la quál se podrá medir en el papel por medio de la escala reduciendola á triágulos (150).

Por las mismas reglas se determina y señala en los planos el curso de un camino, cerca, canal, rio &c.

196 Tambien se podrá levantar el plano de un terreno con el auxîlio del cartabon, si al mismo tiempo que se mide la tierra, el Agrimensor tiene cuidado de apuntar todas las líneas que va midiendo; ya sea que la divida en trapecios ó triángulos (177 y 178) pues por medio de una escala le será muy fácil trasladarla al papel, pero este método no es tan seguro y sencillo como el que he explicado; pero debo advertir que al medir los lados, y especialmente los abrazaderos debe hacerlo con la mayor exâctitud, pues un pequeño error en las medidas puede manifestarnos una figura algo diferente de lo que en sí es.

197 Levantado el plano del terreno,

y puesto en limpio se señalan en él las partes mas principales que contiene, como son el rio, camino, casa, monte, poblacion, viña, olivar &c.

Pero como la expresion de estas partes no puede hacerse bien, si el Agrimensor no tiene algun conocimiento del lavado de los planos y colores que para ello se usan, tengo por oportuno dar las siguientes noticias.

De la delineacion y lavado de los planos.

198 Los colores simples que para ello se usan son los siguientes. *Tinta de china, carmin, gutagamba, verde gris líquido, índigo, añil fino, y extracto de regaliza.*

La tinta de china es una pasta negra que viene de aquel reyno; la mejor es de un color negro con visos de morado, se deslie en una tacita ó concha con agua comun, cargandola mas ó menos segun el fin con que se hace; sirve para tirar las líneas en los planos y perfiles que nó representan un grueso de cal y canto, y tambien para sombrear y dibuxar las montañas, observando que en estas la parte opuesta al sol, sea siempre mas obscura.

El carmin es de color roxo, y el mejor es el que viene de Paris en polvo muy fino, y se deslie con goma. Este color sirve para tirar las líneas que representan un grueso de cal y canto, y lavar las obras de esta materia.

La gutagamba es una goma resinosa que se trae de la India; la mejor es de un amarillo subido, suave y sin arrugas. Desliese del mismo modo que la tinta de china, y es de gran uso en los diseños de fortificacion, particularmente para lavar proyectos, y todas las obras que se hacen para un sitio, como trinchera, paralelas &c.

El verde gris líquido, ó color de agua, para que sea bueno ha de tener un color azul celeste que no tire á verde. De este se usa para representar las aguas echandolo en una taza ó concha, y dexandolo por algun tiempo al viento quando esté muy claro, ó añadiendole agua quando esté muy cargado. Este color se hace del modo siguiente: mezclense dos onzas de cardenillo, media de cristal tártaro, el grueso de una avellana de goma arabiga, un poco de piedra alumbre, y dos quartillos de agua, y puesto todo ello á hervir en una olla nueva á fuego lento hasta que se haya consumido la mitad, se colará despues

 de

de frio por un papel de estraza &c., y recogiendolo en una vasija de vidrio se pondrá al sol, cuyos rayos contribuyen á que tenga mejor color.

El añil fino ó índigo es de color azul turquí, y se deslie del mismo modo que el carmin. Sirve para lavar todo lo que es fierro, vidrio, pizarra &c., cargandolo mas ó menos segun el fin para que se hace.

El extrâcto de regaliza se deslie en agua goma, tiene el color de madera, y sirve en el diseño para lavar las obras de carpinteria. Aunque mezclando el amarillo y roxo, tambien producen color de madera que se emplea para el mismo fin; pero si en la mezcla se echa un poco de carmin, se tiene el color de arena.

El amarillo, roxo y negro hacen mezclados color de tierra; y así la gutagamba, un poco de carmin, y una corta porcion de tinta de china hacen un color adequado para lavar los fosos secos, caminos escarpados, y tierras de labor.

La mezcla de añil y amarillo forman el verde, y así el índigo, añil y color de agua hacen un buen verde, advirtiendo que si se quiere muy subido se echa poco amarillo, y mucho si se quiere verde claro ó verdegay; el qual sirve para representar los jardines, huertas, árbo-

 les,

les, matas, y todo lo que ha de ser de campo.

El azul y roxo hacen color de púrpura, si el azul predomina resulta el de violeta, y si sobresale el roxo se tiene el color morado, de suerte que el carmin mezclado con el índigo, ó con el color de agua producen dichos colores.

La tinta de china y carmin para tirar líneas ha de ser mas fuerte que para el lavado.

De las plumas, pinceles, vasijas y papel para los planos.

199 Las mejores plumas para tirar las líneas en los planos son las claras y menos duras. Quando las líneas son muy gruesas, como las de los marcos de los planos, se usan las plumas de cisne, y se cortan haciendolas tres ó quatro puntos, pero quando las líneas han de ser muy delgadas, se gastan plumas de cuervo, aunque algunos las trazan con los tiralíneas de los estuches.

Los pinceles para lavar los planos deben ser suaves, de una sola punta no muy larga, y que no se enrosque. El diámetro de los pequeños será de 6 á 12 puntos, y el de los grandes de dos á tres líneas; los pequeños sirven para tomar colores, y los grandes para extenderlos ó desvanecerlos, mojandolos para esto con agua comun.

Las vasijas para los colores son unas tacitas pequeñas hechas á propósito, aunque algunos suelen gastar conchas de mar.

El papel que se usa para el diseño y lavado de los planos tiene diferentes marcas y tamaños, el mejor es el mas blanco, batido y engomado.

De la reduccion de las medidas.

200 Es tan grande la variedad de medidas que se usa en España para medir las tierras, que sería un proceder al infinito quererlas referir todas, mayormente quando me hallo enterado de que en algunos pueblos aun siendo de corta vecindad admiten varias medidas segun que las tierras estan situadas en vega, ladera ó monte; por cuya razon me abstendré de aumentar este volúmen con una relacion prolixa é inexâcta segun lo practíca nuestro *Villajos*, y en su lugar substituiré el método de reducir unas medidas á otras por medio de varias qüestiones, que me parece será lo bastante, para que el sabio Agrimensor sepa manejarse en las medidas que se le ofre-

ofreciese practicar en qualquier pais sin necesidad de graduar de nuevo su cadena, cuerda ó varas, porque es evidente que el Agrimensor que pasa á medir á un pueblo qualquiera, la primera diligencia que debe practicar es enterarse de las medidas que en él se usan sin fiarse de lo que Villajos ó qualquier otro Autor le digan; porque estos pueden padecer equivocacion, ó haber variado las medidas desde aquel tiempo.

Y así digo que si al estadal superficial que llaman *real* (que es el que tiene 12 pies por lado) le consideramos dividido en 576 partes; el estadal superficial de Madrid (que es de $10\frac{1}{2}$ pies por lado) tendrá 441 de estas mismas partes, y al estadal superficial de 10 pies por lado (que es el que se acostumbra en la mayor parte de Castilla la nueva) le corresponden 400 de dichas partes. Luego la reduccion de estos estadales de unos á otros se reducirá á practicar una simple regla de tres como lo manifiestan las siguientes qüestiones.

Qüestion primera.

201 *Un Agrimensor de Madrid, que tiene su cuerda dividida en estadales de á $10\frac{1}{2}$ pies, pasa á medir al partido de Al-*

ca-

calá donde los estadales son de á 10 pies, y á la fanega se le dan quatrocientos de estos ; y habiendo hecho la medida por su cuerda le salieron 2012 estadales de á $10\frac{1}{2}$ pies, se pregunta ¿quantas fanegas y estadales de á 10 pies cada uno hacen?

Para resolver esta qüestion dirémos: si 400 dan 441, 2012 estadales ¿quantos estadales de á 10 pies darán? que practicando lo dicho (84) salen $2218\frac{92}{400}$ estadales de á 10 pies, que divididos por 400 para sacar las fanegas que contienen, sale al qüociente $5\frac{1}{2}$ fanegas y $18\frac{92}{400}$ estadales.

Qüestion II.

202 *Un Agrimensor midiendo una tierra sacó 7800 estadales de á 10 pies, y quiere saber quantas fanegas de á 600 estadales reales componen.*

Fórmese una regla de tres diciendo: si 576 dan 400 : 7800 ¿quantos estadales reales harán? Resolviendo esta regla segun lo insinuado (84) salen $5416\frac{384}{576}$ estadales reales, y dividiendo esta cantidad por 600, que es el número de estadales reales que corresponden á la fanega real, sale el qüociente 9 fanegas $16\frac{312}{576}$ estadales.

Qües-

Qüestion III.

203 *Un Agrimensor quiere reducir 8246 estadales de á 10 pies á estadales de 10 ½ pies.*

Resuelvase la qüestion diciendo: si 441 dan 400, 8246 ¿qué número de estadales de á 10 ½ pies darán? Executando lo dicho (84) salen 7479 $\frac{161}{441}$ estadales de á 10 ½ pies, que si se divide por 400 salen 18 fanegas 279 $\frac{161}{441}$ estadales.

Si en qualquiera de las tres qüestiones de reduccion que van explicadas, se invierte la proporcion (85): la primera nos enseñará la reduccion de los estadales de 10 pies á estadales de 10 ½ pies; la segunda la de estadales de 12 pies á estadales de 10 pies; y la tercera la reduccion de estadales de 10 ½ pies á estadales de 10 pies.

Me parece he dicho lo suficiente sobre esta materia, y así tengo por escusado el extenderme mas.

De los apeos ó deslindes.

204 Hacer el apeo de una tierra, no es otra cosa que señalar sus límites, esto se practíca de varios modos; porque unos se contentan con solo trazar

un surco todo al rededor, otros con poner en los ángulos de la tierra unos simples cotos ó mojones compuestos de una simple piedra, y esta muy pequeña, orígen de las muchas tierras que en el dia se hallan perdidas, y sin recurso de encontrarlas sin embargo de permanecer sus escrituras: porque es evidente, que si alguno de los dueños de las tierras contiguas no tienen conciencia, desde luego quita los cotos ó borra el surco, poniendo los límites, ó no poniendolos, donde le acomoda; de suerte que si el dueño de la tierra está ausente, ó es omiso en celar sus intereses, pierde la tierra, hoy un poco, y mañana toda: otros forman lindes teniendo cuidado de dexar todo al rededor una lista de tierra sin labrar, que con el tiempo va criando yerba, y consolidandose á modo de un prado, y sin duda es un buen preservativo; pero no por esto está esenta de que la malicia del hombre la destruya, pues hoy quita un poco, y mañana la destruye toda; y así á mí me parece que el medio mas eficaz de conservar una tierra es hacer en cada uno de sus ángulos ó cornijales entrantes y salientes un hoyo de dos á tres pies de profundo, y echar en cada uno de ellos dos ó tres espuertas de guijo, granzas de cal, ó mas bien de escoria de fragua; cerrarlos, colocar sobre cada uno el coto de piedra ó de otra qualquier materia, trazar un surco de uno á otro, medir sus distancias respectivas, y expresarlo todo en la escritura, igualmente que la noticia de las tierras con quien confina al norte, mediodia, oriente y occidente; y si el dueño de la tierra hiciese levantar planta de ella será mucho mejor, pues allí se verá patentemente su figura; la que perderá precisamente si alguno de sus cotos fuese mudado; y en este caso es muy fácil volverlo á su respectivo lugar, buscando el parage donde se hallan las escorias enterradas, lo que será fácil con solo ver el plan de la tierra (*). Lo que digo respecto de una tierra se aplica á un terreno grande, é igualmente al término de un pueblo.

(*) La malicia de los hombres llega á tal punto, que sin embargo de que las leyes del reyno prohiben la translimitacion, que es un despojo violento, baxo la pena de perder la propiedad de la tierra si esto lo hace de su propia autoridad, y un otro tanto mas el que no es dueño, como puede verse en la primera, y otras del lib. 4. titulo 13. de la recopilacion, todavía hay muchos que se introducen en tierras agenas, ó usurpan parte de ellas rompiendo las lindes.

Quando una tierra con el transcurso del tiempo se llega á perder, no hay otro recurso para restaurarla en todo ó parte, que es el que el Juez pida las escrituras de las tierras confinantes; si medidas estas se halla tienen mas tierra de aquella que expresa la escritura, es señal que en ellas se halla incluida la tierra ó alguna parte de ella, porque puede ser que á estas les hayan quitado alguna parte por otro lado: pero si para restaurar la tierra por este medio se han de suscitar pleytos, lo mejor de todo es abandonarla.

Para levantar la planta de un terreno con la mayor sencillez por no haber necesidad de cartabon, ni de otro instrumento alguno, es muy suficiente el que dexo insinuado (195), pero como puede ocurrir que haya algun Agrimensor ó Señor de tierras que quiera gastar su dinero, y tener algun instrumento de los que usa la Geometría práctica; tengo por oportuno incluir uno de ellos conocido con el nombre de plancheta, explicando aunque con brevedad su construccion y usos.

De la plancheta.

Fig. 71. 205 La plancheta se compone de una

una tabla quadrada ó rectangular como MN, de una alidada ó regla gruesa para dirigir las visuales á los objetos, cuya posicion conviene determinar, y de un armazon de tres pies, sobre el que se coloca asegurandola por medio de un tornillo para su uso.

De todos quantos instrumentos se conocen en el dia para levantar planos, es sin duda alguna la plancheta, quando no el mas exâcto el mas sencillo y usual.

Explicaré sus usos por medio de algun exemplo. Propónesenos levantar el plano de una posesion ABCDEA; póngase en la plancheta un pliego de papel blanco, sujetandolo con un bastidor que para ello lleva, ó pegandolo con engrudo; midase despues uno de los lados del terreno, por exemplo AB con la mayor exâctitud por medio de una cuerda ó de otro modo: en todos los ángulos como C, D, E &c. colóquense unas miras; despues tírese en la plancheta una recta *ab* á quien se darán tantas partes de la escala, como pies, varas ó estadales tuvo la recta AB (la qual suele llamarse *base*): colóquese la plancheta en el extremo A de la base, de suerte que los puntos A y *a* caigan uno sobre otro, y la recta AB coincida con *ab*: dirijanse despues por el canto de la regla varias rec-

rectas, que vayan desde el punto *a* á todos los ángulos del terreno, como E, D, C &c., y tirense en el papel las rectas *ae*, *ad*, *ac*: mudese la plancheta al extremo B de la base, y colóquese de modo que el punto *b* caiga sobre el punto B, y las rectas ab, y AB coincidan, y desde el punto *b* dirijase á los puntos E, D, C &c. la regla mirando siempre por su canto, y tirense en el papel las rectas *bc*, *bd*, *be* &c., que cortarán á las anteriores en los puntos *c*, *d*, *e*, y tirando por último las rectas *ed*, *dc* quedará estampada en el papel una figura *abcdea* en todo semejante á la del terreno, cuya superficie se medirá con la escala, dividiendola en triángulos con tanta y aun mas precision que en el terreno. Es tan sencillo este método, que con solo saber medir un triángulo, puede qualquiera medir los campos de mayor extension.

Del aforo.

206 Aforar los líquidos, es saber que cantidad de ellos se contiene en una vasija determinada, como un tonel, cuba, tenaja &c., y los que se dedican á practicar estas medidas se llaman *Aforadores.*

El Aforador debe ante todas cosas te-

tener una noticia exâcta del número de quartillos que contiene un pie cúbico de licor; pues por lo regular es el pie cúbico la cantidad que se toma por unidad en las medidas de los líquidos. He visto varios Autores que tratan sobre la cabidad del pie cúbico de Castilla; y al notar las diferencias tan considerables que hay entre ellos, me veo obligado á creer, que ninguno hizo la medida con la escrupulosidad que se requiere. Don Teodoro Ardemans en su tratado de Gobierno Político, asegura que el pie cúbico de Castilla cabe 42 quartillos: Don Juan Polanco en su tratado sobre el Orígen de las aguas de Madrid, afirma que dicho pie cabe 46 quartillos. Pero Fernando Sanchez de Bermejo, Agrimensor y Aforador aprobado en esta Corte, llevado del zelo grande que siempre ha manifestado por el exâcto conocimiento de las medidas, mandó hacer una medida de hoja de lata, y que su cabidad interior tuviese un pie cúbico medido con el mayor rigor, y por la parte exterior lo reforzó con varias barras de la misma materia, para evitar que quando se llenase de agua el peso de esta le hiciese pandear: dicho pie fué conducido por Bermejo al contraste donde asegurado exâctamente entre quatro tablas para ra evitar el que alterase su figura, fué medida su cabidad con todo rigor; la que se halló ser de 46 quartillos y medio y un diez y siete avo de otro, como consta por testimonio que de ello tomó el referido Bermejo, el que he tenido en mi poder, igualmente que el pie cúbico: cuyos documentos podrá ver el que quisiere enterarse por menor de ello.

Enterados de que el pie cúbico de Castilla contiene 46 quartillos y medio y un diez y siete avo de otro quartillo, solo nos resta explicar el modo de hacer los aforos, manifestandolo con la resolucion de varias qüestiones.

Qüestion primera.

207 *Medir la cantidad de agua que contiene un estanque que tiene* 12 *pies de largo*, 8 *de ancho y* 3 *de profundo.*

Multipliquese 12 por 8, y el producto 96 multipliquese por los 3 pies que tiene de profundidad, y este segundo producto 288 son los pies cúbicos que contiene nuestro estanque. Si los 288 pies los hacemos quartillos multiplicandolos por 46 $\frac{1}{2}$ y un diez y siete avo de otro quartillo, ó solamente por 46 $\frac{1}{2}$ (despreciando el quebrado menor por ser muy pequeño), y el resultado lo partimos

mos por 32 (que son los quartillos que contiene una arroba) nos resultará que dicho estanque contiene 418 $\frac{1}{2}$ arrobas de agua.

Qüestion II.

208 *Se pide la cantidad de vino contenida en un tonel cilindrico, cuya altura es de 8 pies, y el diámetro de su base de 14.* Fig. 72.

Multipliquese el diámetro por sí mismo, y el producto 196 multipliquese por 11, y este último producto partase por 14, y el qüociente 154 que resulta es la superficie del círculo de la base de nuestro tonel (151); multipliquense los 154 pies por los 8, con lo que tendrémos 1232 pies cúbicos, que multiplicados por 46 $\frac{1}{2}$, y partido el producto por 32, hallarémos que la cabidad del tonel es 1790 $\frac{1}{4}$ arrobas de vino.

Qüestion III.

209 *Medir la cantidad del vino que cabe un tonel redondo, cuyas bases son dos círculos desiguales, que el mayor tiene 14 pies de diámetro, el menor 7, y la altura del tonel es 12 pies.* Fig. 73.

Hallese la superficie del círculo mayor por la regla dada (151) que será

154 pies; hallese igualmente la superficie del segundo (§. citado) que será $38\frac{1}{2}$, multipliquense uno por otro estos dos números, y del producto 5929 extraigase la raiz quadrada (105) que es 77; súmense las bases 154, $38\frac{1}{2}$ y la raiz 77, y la suma $269\frac{1}{2}$ que producen, multipliquese por 4 que es la tercera parte de la altura del tonel, y el producto 1078 son los pies cúbicos que contienen, sean de agua ó de vino, que se reducirán á arrobas, multiplicandolos por $46\frac{1}{2}$, y partiendo el producto por 32, como lo hemos practicado en los exemplos anteriores. (A esta especie de toneles llaman los Geómetras, *cono truncado de bases paralelas*).

210 Enterados ya de las operaciones que se deben practicar para medir el cono truncado, no tendrémos dificultad alguna en medir la *cuba*: porque si esta tiene todos sus diámetros iguales, ó lo que es lo mismo es cilíndrica, se mide del modo que queda explicado en la qüestion anterior (208); pero si el diámetro del medio de ella es mayor que los de los extremos como sucede en la mayor parte de las cubas, es evidente que con suponerla cortada por su mayor círculo quedará dividida en dos conos truncados iguales, y así con medir el uno de

ellos por las reglas establecidas en la qüestion tercera (209), y duplicar el resultado, tendrémos la cantidad de la concavidad de la cuba; sin embargo de lo dicho tengo por conveniente extenderme mas en esta materia dando solucion á la siguiente

Qüestion IV.

211 *Medir la cabidad de una cuba, cuya longitud es de 14 pies, el diámetro mayor, ó el de enmedio de 8 pies, y el diámetro menor de 6 pies.* Fig. 74.

Hallese la superficie del círculo mayor (151) que será $50\frac{4}{14}$; y por la misma regla hallese la del círculo menor que será $28\frac{4}{14}$; multipliquense una por otra estas dos superficies, y tendrémos el producto $\frac{278784}{196}$; extraigase la raiz quadrada de este número; que por quanto es, ó tiene la forma de quebrado, la extraerémos primero la del numerador que será (105) 528; y despues la del denominador que será 14, de suerte que la raiz del quebrado propuesto es $\frac{528}{14}$; sumando este número con las dos superficies $50\frac{4}{14}$ y $28\frac{4}{14}$, ó lo que es lo mismo $\frac{704}{14}$ y $\frac{396}{14}$, tendrémos la suma $\frac{1628}{14}$; multiplicando esta última cantidad por el tercio de 14 pies que es lo que la cuba tie-

ne

ne de largo, sale el producto $542\frac{2}{3}$ pies cúbicos que se harán arrobas multiplicandolos por $46\frac{1}{2}$, y partiendo el producto por 32.

212 La mayor parte de los Autores, y entre ellos Polanco y Moya siguen otros muy diferentes métodos acerca de medir la cuba; sin duda que á todos se les olvidó, ó no supieron que toda pirámide truncada de bases paralelas se compone de tres pirámides que todas tienen una misma altura, y que la una tiene por base la base mayor del tronco, la otra la base menor, y la tercera una media proporcional entre las dos bases del tronco; cuya propiedad se extiende igualmente al cono truncado: el primero de los dos Autores citados se aleja mas de la verdad; pues dice que para medir la cuba, se sumen las superficies de los dos círculos, mayor y menor, y la mitad de esta suma se multiplique por lo largo de la cuba. Si aplicamos estas reglas á la medicion de nuestra cuba, verémos que siendo las superficies de los citados círculos, la una de $50\frac{4}{14}$ pies; y la otra de $28\frac{4}{14}$ pies: la mitad de su suma es $39\frac{4}{14}$, y el producto de esta cantidad por 14 es 550 pies, cantidad mayor que la que hemos sacado por nuestro método, de suerte que hay un error de $7\frac{1}{3}$

pies,

pies, y este será tanto mayor, quanto mayor sea la diferencia que se halle entre los diámetros de los dos círculos, cuyas superficies se miden.

El segundo de los referidos Autores se acerca mas al verdadero resultado: dicho Autor aconseja que se sume el diámetro mayor con el menor, y de esta suma se tome la mitad que se quadre dicha cantidad, y el quadrado se multiplique por lo largo de la cuba; y este último producto se vuelva á multiplicar por $\frac{11}{14}$, y lo que resulte son los pies cúbicos que contiene; y así practicando estas reglas con nuestra cuba, cuya longitud es 14 pies, uno de los diámetros menores 6 pies, y el mayor 8 pies tendrémos el resultado 539 pies, que solo difiere del verdadero resultado en $3\frac{2}{3}$ pies, y por consiguiente es mejor que el que sigue Polanco; y por su sencillez podrá usarse en aquellas medidas que no sean de la mayor consideracion.

Todas estas medidas deben hacerse sin llevar en cuenta el grueso de las maderas; pues en los aforos no se miden las solideces de las vasijas, sino es la cantidad de licor que contienen.

Qües-

Qüestion V.

Fig. 75. 213 *Medir una tinaja, cuya altura interior es 9 pies, y el diámetro por su parte mas ancha es de 8 pies.*

La tinaja es un sólido tan irregular que no puede la Geometría establecer reglas ciertas para medir su cabidad, y así esta se ha de hallar por aproxîmacion. Polanco para medirla la considera dividida por el mayor diámetro en dos partes, y cada una de ellas la mide de por sí como si fuera una media cuba; pero de este modo resultan dos errores de la mayor consideracion, el uno porque dichas partes no se semejan en nada á una media cuba, ó lo que es lo mismo á un cono truncado; y lo segundo porque la regla que establece dicho Autor para medir la semicuba, ó cono truncado es erronea, siendolo tanto mas quanto lo es la diferencia que hay entre los diámetros mayor y menor. Así yo soy de parecer que la tinaja se mida como si fuera un esferoide (156), por ser esta la figura geométrica á quien mas se semeja, pues aunque el resultado no sea exâcto por la irregularidad del cuerpo, siempre se acercará al verdadero, tanto que la diferencia que hayga se pueda despreciar, que-

dan-

dando al cargo del práctico Aforador añadir ó quitar al resultado alguna cantidad, segun que la irregularidad de la tinaja lo requiera, ó las circunstancias lo exîjan.

Y así para medir nuestra tinaja quadrese el diámetro de 8 pies, y su quadrado 64 multipliquese por 11 con lo que saldrá el producto 704, partase este producto por 14, y el qüociente $50\frac{4}{14}$ será la superficie del círculo mayor que contenga su barriga; multipliquese dicha superficie por 6, que es los dos tercios de su altura (§. citado), y el producto $301\frac{10}{14}$ serán los pies cúbicos de vino, ú otro licor que contiene la tinaja que se harán arrobas multiplicandolos por $46\frac{1}{2}$, y partiendo el producto por 32.

En los aforos que se hacen de los vinos es costumbre rebaxar la quarta ó quinta parte de la cantidad de las vasijas por razon de las heces y vacío que siempre se dexa en ellas para que fermente con desahogo.

Qüestion VI.

214 *Un labrador para regar una heredad quiere construir un estanque que quepa* 1000 *pies cúbicos de agua, y que tenga la figura de un cubo, esto es, que*

su

su longitud, latitud y profundidad sean iguales, se pregunta ¿quanto han de tener dichas dimensiones?

Extraigase la raiz cúbica de 1000 que será 10, y dirémos que cada una de las dimensiones del estanque ha de ser de 10 pies, y de este modo cabrá 1000 pies cúbicos.

Qüestion VII.

215 *Un caballero quiere hacer un estanque de figura rectangular en uno de sus jardines, que su cabidad sea 600 pies cúbicos, y tenga 3 pies de hondo y 10 de ancho, se pregunta ¿quanto ha de tener de largo?*

Multipliquese 3 pies de hondo que tiene por los 10 de ancho, y se tendrá el producto 30; partanse los 600 pies por 30, y el qüociente 20 serán los pies que se han de dar de largo al estanque para que quepa los 600 pies.

Qüestion VIII.

216 *Un hortelano para beneficio de su huerta quiere fabricar un estanque en ella, de figura circular que tenga 4 pies de hondo, y su cabidad sea 30184 pies cúbicos, se pregunta ¿qual ha de ser el diámetro del estanque?*

Pa-

Para resolver esta qüestion partanse los 30184 por los 4 pies que ha de tener el estanque de hondo, con lo que se tendrá el qüociente 7546 que son los pies superficiales del círculo cuyo diámetro se busca: hecho esto fórmese la siguiente regla de 3; si 154 dan 196, 7546 ¿quanto? que practicando lo dicho (84) será el quarto término de esta proposicion 9604; pero como esta cantidad es el quadrado del diámetro que buscamos, extraerémos su raiz quadrada que será 98, y estos son los pies que debe tener de diámetro el estanque para que quepan los 30184 pies cúbicos.

Qüestion IX.

217 *Hallar los pies cúbicos que contiene un monton de trigo de base circular, el qual tiene 6 pies de alto, y el diámetro de la base es de 14.*

El monton de trigo en la forma dicha tiene la figura de un cono recto; luego se debe medir como tal (154), y así hallese en primer lugar la superficie de su base (151), que quadrando el diámetro, y multiplicandolo por $\frac{11}{14}$ será 154 pies superficiales; multipliquese esta cantidad por el tercio de la altura que es 2 pies, y el producto 308 son los pies cúbibicos que contiene el monton de trigo; y si supiesemos á punto fixo quantos pies cúbicos ó partes de pie contiene una fanega de trigo ó de otra semilla qualquiera, podriamos determinar las fanegas que se contenian en un monton como el expresado, con solo dividir los pies cúbicos que contiene por los que contiene la fanega; así si en el exemplo propuesto admitimos que la fanega comprehenda 3 pies cúbicos, el monton tendrá 102 $\frac{2}{3}$ fanegas; ó lo que es lo mismo 102 fanegas y 8 celemines. Confieso que no me he parado en exâminar los pies cúbicos de trigo que contiene la fanega; el que quisiese exercitarse en estas medidas podrá exâminarlo; ya sea midiendo inmediatamente la media fanega; ó ya sea formando un monton redondo de trigo, y midiendolo despues del modo que dexo insinuado en la qüestion; bien que de estos dos métodos el primero me parece el mas exâcto.

El que se halle enterado de los pies cúbicos que contiene una fanega de trigo, podrá exâminar con facilidad la cantidad de este genero que contiene un silo; pues siendo las cabidades de estos por lo regular de figura esferica, ó esferoide, deben medirse como aquellos sólidos (155 y 156).

Qüestion X.

218 *Dada una esfera, cuyo diámetro sea de 21 pulgadas, hacer otra que sea quatro veces mayor.*

Para resolver esta qüestion tómese el cubo de 21 que será 9261, y despues fórmese la siguiente regla de tres; si 1 dan 4, 9261 quanto darán, que practicando lo dicho (84) será 37044; de esta cantidad extraigase la raiz cúbica (111) que será 33 y $\frac{1107}{3367}$ que se acerca mucho á 33 $\frac{1}{3}$, y este es el número de pulgadas que ha de tener el diámetro de la segunda esfera para ser quatro veces mayor que la otra.

Qüestion XI.

219 *Medir una viga que tiene 3 pies de tabla, 2 $\frac{1}{2}$ de canto, y 60 de largo.*

Multipliquense unos por otros los números que expresan sus dimensiones, y el producto 450 son los pies cúbicos que contiene (153); si se quiere su peso, es preciso saber quanto pesa un pie cúbico de la misma madera, y multiplicar por dicho peso el número de pies cúbicos que contiene la viga.

Qüestion XII.

220 *Hallar la solidez de una piedra que tiene 9 pies de largo, ó de tizon 6 de ancho, y 3 de grueso ó alto.*

Multipliquese el 9 por el 6, y el producto 54 que resulta, multipliquese por 3, y este último producto 162 son los pies cúbicos que contiene la piedra (153). Si suponemos que sea berroqueña, y que cada pie pese 140 libras, el peso total de la piedra será 907 arrobas y 5 libras.

Por estas mismas reglas se puede hallar el peso de qualquiera cuerpo en conociendo lo que pesa un pie cúbico de su misma materia.

De las excavaciones y desmontes.

El que reflexîone sobre las últimas qüestiones echará de ver que el arte de Aforo no se limita á medir los líquidos; se extiende hasta los cuerpos sólidos, como piedras, maderas &c., é igualmente que las excavaciones ó desmontes, de cuyas medidas me propongo tratar en las siguientes qüestiones.

Qüestion primera.

221 *Un asentista se propone abrir un foso en forma rectangular que tenga de largo 80 pies, de ancho 50, y de profundo 12, ajustado en 6 maravedises cada pie cúbico, se pregunta ¿quanto se le ha de dar por él?*

Para resolver esta qüestion es indispensable medir primero los pies cúbicos Fig. 76.
que contiene el foso, para lo qual (63) multipliquense unos por otros los tres números 80, 50, 12, y el producto 48000 son los pies cúbicos que contiene; multipliquense estos pies por los 6 maravedises que vale cada uno, y el producto 288000 son los maravedises que cuesta el foso; que si se parten por 34 hacen 8470 reales y 20 maravedises.

Qüestion II.

222 *Un jornalero ajustó con un labrador cercarle una tierra todo al rededor con una zanja que tuviese 3 pies de ancho, 2 de hondo; y su longitud todo lo que tenia de contorno la tierra que era 748 pies; por la cantidad de 1500 reales, se pregunta ¿á como le corresponde pagar cada pie cúbico?*

Mul-

Multipliquense entre sí los números 2, 3, y 748, y el producto 4488 son los pies cúbicos que contiene la zanja, reduzcanse á maravedises los 1500 reales que son 51000 maravedises, partase este número por los pies cúbicos, y el qüociente 11 $\frac{1632}{4488}$ son los maravedises que vale cada pie, que con corta diferencia es 11 $\frac{1}{3}$ maravedises.

Qüestion III.

223 *Un hortelano ha cercado su huerta con una zanja que tiene de largo 3000 pies, de hondo 3, y de ancho por la parte de arriba 4 pies, y por la de abaxo 2; pero como esta zanja la ajustase á 3 reales cada* 100 *pies, quiere saber lo primero quantos pies tiene de excavacion, y lo segundo quanto le cuesta.*

Súmense los números 4 y 2 que expresan, el uno lo que la zanja tiene de ancho en la parte superior, y el otro en la inferior, y la mitad de esta suma que es 3, multipliquese por los números 3 y 3000 que expresan lo largo y hondo de la zanja, y se tendrá 27000, que son los pies cúbicos de excavacion: para hallar ahora el precio de toda la obra fórmese la siguiente regla de tres, si 100 valen 3 reales: 27000 quanto valdrán: que execucutando lo dicho (84) sale 810 reales, y esta es la cantidad que el hortelano debe pagar por la zanja.

Qüestion IV.

224 *Un señor de obra para fabricar una casa ajustó con unos destagistas el desmonte de un solar de figura rectangular en dos maravedises cada espuerta terrera; la longitud del solar medido por su base horizontal era de 80 pies; la latitud de 68; pero la profundidad era muy varia, porque en unas partes tenia 8 pies, en otras 5, en otras 3 &c., y de este modo se hallaban hasta 10 alturas ó profundidades diferentes, se pregunta ¿quanto vale la excavacion?* Fig. 76.

Para resolver esta qüestion y todas las de su especie, debe saberse que segun las observaciones hechas por los Asentistas de desmontes, una vara cúbica de tierra, que ni sea muy esponjosa, ni muy apretada, tiene con corta diferencia 60 espuertas terreras; y así para medir nuestro desmonte y tasarlo, tomarémos primeramente todas las profundidades diferentes que contenga; ó á lo menos la mayor parte de ellas que supondrémos son las siguientes.

A.	8 p.
B.	7
C.	$4\frac{1}{2}$
D.	5
E.	6
F.	2
G.	3
H.	$2\frac{1}{2}$
J.	$5\frac{1}{2}$
K.	$3\frac{1}{2}$

Se sumarán estas partes, y su suma 47 se partirá por 10, que expresa las profundidades diferentes que se han tomado, y el qüociente $4\frac{7}{10}$ que es lo que se llama altura media se ha de multiplicar por la superficie de la base, que es lo que resulta de multiplicar los Fig. 76. 80 pies de largo por los 68 de ancho, esto es, por 5440, y el producto 25568 es el número de pies cúbicos que contiene el desmonte. Para determinar su precio fórmese la siguiente regla de 3; si 27 pies cúbicos producen 60 espuertas, 25568 pies cúbicos quantas producirán, que practicando lo dicho (84) serán $56817\frac{21}{27}$ espuertas; y como cada espuerta vale 2 mdravedises, multiplicando esta última cantidad por 2, se tendrá el número de maravedises, que el señor de obra debe dar á los destagistas, la qual es $113635\frac{15}{27}$ maravedises, ó 3342 reales y $7\frac{15}{27}$ maravedises.

No hay otra regla para medir esta especie de desmontes que la que dexo explicada, que se reduce á buscar una altura ó profundidad media entre varias alturas que se toman (quanto mayor sea el número de estas, tanto mase xâcta es la medida), y á multiplicarla por la superficie de la base; y el producto son los pies cúbicos que contiene.

En las aberturas de caminos, allanamientos de tierras, y plantas de edificios se ofrecen excavaciones de esta naturaleza: su medida no es para todos, por requerir conocimientos geométricos que la mayor parte de los destagistas las ignoran; motivo para que muchos de estos se pierdan en esta especie de trabajos, y que no sucedería, si los que se destinan á semejantes ajustes tienen la molestia de imponerse bien á fondo en este tratado; pues de este modo siempre serán sus tratos sobre seguro.

225. He dicho en el discurso de esta obra quanto me ha parecido debe saber un buen Agrimensor y Aforador para presentarse á medir con desembarazo en qualquiera parte que fuese llamado, ya sean superficies, líquidos ó sólidos; pero no he dicho aun nada sobre si en las tierras se debe medir toda la superficie tirando la cuerda, de modo que ciñendose á la tierra participe de todas las irregularidades que esta presenta (especialmente en terrenos desiguales), ó solamente la base horizontal: yo soy de opinion que las tierras siempre deben

medirse por la base horizontal, y no de otro modo: la razon que para ello expongo es, que en ningun terreno por irregular que sea se puede fabricar mayor edificio, ni plantar mayor número de plantas que las que quepan en su ba-
FIG. 77. se; para convencernos de ello represente ABC el perfil de una tierra colocada en la falda de un cerro; si AB representa la longitud de la tierra, y desde el punto B baxamos la BC perpendicular á la horizontal AC, es evidente que si sobre AB se quiere fabricar una casa, esta no tendrá mas longitud que lo que permita la base AC, y si sobre AB se quieren plantar unos olivos ú otras plantas qualesquiera, debiendo estas conservar una cierta distancia entre sí, nunca cabrán en BA mas plantas que en la AC: luego en ningun terreno por irregular que sea se debe tomar mayor parte que la que produzca su base horizontal.

226 Si á vista de estas consideraciones hacemos un paralelo entre la plancheta y el cartabon, hallarémos que aquella debe ser preferida á este: lo primero, porque todos los terrenos los reduce á un plano, y así no da mas superficie que la que corresponde á la base; por cuya razon los terrenos medidos con plancheta siempre dan menos superficie que

que si se miden con cartabon ; lo segundo, porque no habiendo necesidad de medir mas de una línea (205), la operacion se hace con menos trabajo y en menos tiempo ; de suerte que mientras que con el cartabon se mide una tierra, con la plancheta se puede medir un término ; lo tercero, porque la plancheta aun antes de dar la superficie presenta el plano de la tierra tan semejante á ella quanto se puede desear, lo que no hace el cartabon ; pues aun el plano levantado con este, si el terreno no es sumamente llano, jamas se parece al original por mas que Billajos lo abone ; pero sin embargo de lo expuesto, el Agrimensor puede seguir aquel método que le dicte su conciencia, ó sea mas conforme á la práctica del pais donde mida.

Porque no quede cosa que desear en esta materia me resuelvo á finalizarla con un tratado de nivelacion, pues nunca estará por demas el que un Agrimensor ó labrador hacendado sepa el método de nivelar los terrenos, ya sea para regar sus heredades, abrir zanjas para conducir las aguas, ó dirigir los encañados.

De la nivelacion.

FIG. 78. 227 El nivel que comunmente se usa para nivelar los terrenos se compone de un tubo AB recurvo en sus extremos, en los quales se colocan dos vasos de cristal, estos tienen comunicacion uno con otro, de suerte que echando agua ó mas bien vino en el tubo sube en los dos vasos hasta nivelarse; y la línea que se dirige por la superficie del agua en uno y otro vaso es la que se llama línea del nivel.

Este instrumento se coloca sobre un armazon de tres pies quando se quiere hacer uso de él.

Para hacernos cargo de los usos de este instrumento, propongamonos nivelar la línea DE, cuya longitud sea de 700 á 750 pies; esto es, saber quanto el punto D dista mas ó menos que el punto E del centro de la tierra; ya sea con la mira de conducir las aguas de un lugar á otro, ó para regar un terreno.

En el extremo E, por exemplo, coloquese una mira Sn, que no es otra cosa que un reglon de 6 á 7 pies con una tabla H, la qual corre con libertad de arriba á abaxo, y se sujeta por medio de un tornillo: dicha tabla es la mitad negra, y la otra mitad blanca, para que de este te modo se puedan dirigir mejor las visuales.

En el otro extremo *D* se coloca el nivel, y mirando por las superficies del agua de los dos vasos, se dirige á la mira la visual BAn, se fixa la tabla H por medio de su tornillo, y midiendo despues las alturas DS, En, se restan una de otra, y la diferencia es lo que un punto está mas distante que otro del centro de la tierra, y que comunmente se llama el desnivel.

228 Quando la distancia que se ha Fig. 79.
de nivelar es de 1000 á 1600 pies, se coloca el nivel en un punto D que esté con corta diferencia enmedio, y en los extremos M y N se ponen dos miras MO, NP; mirando por la superficie del agua en los vasos se dirigen á las miras las visuales AP, BO; despues se miden las alturas MO, NP; se restan una de otra, y la diferencia es el desnivel de los puntos M y N.

229 Quando la distancia que se ha Fig. 80.
de nivelar es mayor que 1600 pies se repite la operacion dos, ó mas veces, teniendo cuidado de formar una tabla con dos columnas; en la una de estas se sienta todo lo que se sube en pies y pulgadas &c., y en la otra lo que se baxa, despues se suman los números que se han escrito en cada una de las dos columnas,

se restan estas sumas, y la diferencia da á conocer lo que un punto está mas baxo que otro, y por consiguiente, si las aguas pueden conducirse.

230 Hemos dicho que nivelar dos puntos en la superficie de la tierra, era hallar quanto el uno distaba mas que el otro del centro de ella; por lo que solo
FIG. 81. es línea de nivel verdadero un arco AB concéntrico con un círculo máxîmo de la tierra; pues este solo es el que tiene sus puntos á igual distancia del punto C; y otras qualesquiera línea como la que hemos tirado con el nivel, por exemplo DB, se llaman línea de *nivel aparente*; pues es evidente que esta línea tiene el extremo D mas próxîmo al centro de la tierra todo lo que vale la parte BE; y así todas las líneas que da el nivel, necesitan una cierta correccion, pues en rigor no son otra cosa, que unas líneas á quien los Matemáticos llaman tangentes; la correccion que se les debe hacer para reducirlas á nivel verdadero contando desde 300 varas hasta 24000, la manifiesta la adjunta tabla que se compone de dos columnas; en la primera estan las distancias que se han nivelado; y en la segunda lo que se les debe rebaxar en píes, pulgadas, líneas, y quebrado de línea para tener el verdadero nivel.

Tabla de las diferencias del nivel aparente al verdadero.

Distancias.	*Diferencias.*		
Varas.	Pies.	Pulgadas.	líneas.
300	0	0	$\frac{1}{5}$
400	0	0	$\frac{1}{3}$
500	0	0	$\frac{1}{2}$
600	0	0	$\frac{4}{5}$
700	0	0	$1\frac{1}{11}$
800	0	0	$1\frac{1}{3}$
900	0	0	$1\frac{4}{5}$
1000	0	0	2
1200	0	0	$3\frac{1}{5}$
1300	0	0	$3\frac{3}{4}$
1400	0	0	$4\frac{4}{11}$
1500	0	0	5
1600	0	0	$5\frac{1}{3}$
1700	0	0	$6\frac{2}{5}$
1800	0	0	$7\frac{1}{5}$
1900	0	0	8
2000	0	0	$8\frac{4}{5}$
2100	0	0	$9\frac{4}{5}$
2200	0	0	$10\frac{1}{5}$
2300	0	0	$11\frac{7}{10}$
2400	0	1	$0\frac{4}{5}$
2500	0	1	$1\frac{9}{10}$
2600	0	1	3
2700	0	1	$4\frac{1}{5}$

Varas.	Pies.	Pulgadas.	líneas.
2800	0	1	$5\frac{5}{10}$
2900	0	1	$6\frac{3}{5}$
3000	0	1	8
3200	0	1	$9\frac{1}{5}$
3300	0	2	$0\frac{1}{5}$
3400	0	2	$1\frac{3}{4}$
3500	0	2	$3\frac{1}{5}$
3600	0	2	$4\frac{4}{5}$
3700	0	2	$6\frac{1}{5}$
3800	0	2	8
3900	0	2	$9\frac{4}{5}$
4000	0	2	$11\frac{1}{5}$
6000	0	6	8
8000	0	11	$8\frac{4}{5}$
10000	1	6	5
12000	2	2	8
16000	3	10	$11\frac{1}{5}$
20000	6	1	8
24000	8	10	8

231 El que reflexîone sobre las correcciones que se deben hacer á la nivelacion, advertirá inmediatamente que estas son muy pequeñas, y quasi podrán despreciarse en las distancias cortas; pero en las distancias de mucha consideracion es indispensable llevarlas en cuenta para corregir la nivelacion; pues conforme nos lo manifiesta la tabla en una dis-

distancia de 24000 varas, que vienen á hacer 4 leguas españolas con corta diferencia, se levanta una línea que se dirige con el nivel cerca de 9 pies; luego si en una nivelacion de 4 leguas, poco mas ó menos, no se hiciese correccion, ó solo nos dirigiesemos por la línea que da el nivel, el un extremo de esta, qual sería aquel en que se finaliza la nivelacion, estaria 9 pies mas alto que el otro punto desde el qual se principia á nivelar; por cuya razon, el que se ve comprometido en nivelar un terreno de mucha extension, especialmente si es para conducir aguas, debe hacerla con la mayor exâctitud, repitiendo la operacion dos ó mas veces hasta satisfacerse de que está bien; empezando una vez por un extremo, y otra vez por otro, teniendo cuidado de hacer la correccion que le corresponda segun lo insinúa la tabla; evitando de este modo el que le pueda suceder lo que á otros muchos, que despues de haber gastado ó hecho gastar sumas considerables, no consiguieron su intento á causa de la poca exâctitud que guardaron en la nivelacion.

Enterados del modo de nivelar una línea en el terreno, aunque sea de grande extension, podemos manifestar como se mide una distancia qualquiera en el terreno quando nos es imposible andarla toda á causa de la interposicion de algun rio, pantano &c., como lo manifiesta la siguiente

Qüestion.

232 *Medir la distancia AC que hay de un pueblo á otro, la qual no se puede medir mecanicamente, así por su grande extension como por estorvarlo un rio caudaloso.*

Fig. 82. Imaginese una recta AB en un parage llano, la qual se pueda medir con todo rigor, nivelandola primero si fuese necesario, y supongamos que tiene 200 estadales (quanto mas larga es mucho mejor), y desde sus extremos imaginense las visuales AC, y BC que formen con la AB el triángulo ACB: desde los puntos A y B tomense sobre los lados del triángulo las partes iguales Aq, Ap, Bn, Bm, de un número de estadales determinado por exemplo de 40 estadales; y tirense las rectas pq, mn que se medirán con todo rigor, y supongamos pq de 48 estadales, y *mn* de 54.

Tomada esta noticia tracese en un pliego de papel una recta *ab*, á quien se le darán tantas partes de una escala co-

como estadales tuvo la base AB; con un radio que contenga 40 partes de la escala, haciendo centro en los puntos *a* y *b*, tracense dos círculos que cortarán á la *ab* en los puntos *t* y *o*; con otro radio de 48 partes desde el punto t como centro, tracese un arco que cortará al círculo en un punto *x*; por este punto y el punto *a* tirese la recta indefinida *axc*; con otra abertura de compás de 54 partes de la escala, haciendo centro en *ó*, tracese un arco que cortará al círculo en un punto *s*, y tirese la recta *bsc* que encontrará á la *ac* en un punto c; midase quantas partes de la escala tiene la *ac*, y otros tantos estadales tendrá la AC en el terreno.

El método es sencillo, pero muy delicado, y requiere mucha exâctitud en su execucion.

233 Por las mismas reglas podriamos medir tambien las alturas; pero estas se miden mas facilmente por medio de dos reglas, por exemplo: propongamonos medir la altura FC de una torre; tomense dos palitos de madera muy derechos, y que uno sea mas largo que otro; colóquense á alguna distancia de la torre bien perpendiculares al horizonte; pero de tal modo que la visual DF tirada por encima de ellos se dirija á la par- Fig. 83.

parte mas elevada del edificio: imaginese la horizontal *Dh*, y midanse las rectas Dn, En y BC, y supongamos que Dn tiene 6 pies, En 4 pies, y BC 50 pies: hecho esto fórmese la siguiente regla de tres; si 6 dan 4, 50 quanto? que practicando lo dicho (84) serán 33 pies y $\frac{1}{3}$, y esto es lo que el edificio tiene de alto desde el punto h hasta F; añadiendo á esta cantidad lo que tiene de largo el palo AD que lo podemos considerar de 5 pies, tendrémos la altura FC de la torre de 38 $\frac{1}{3}$ pies.

INDICE

de las materias contenidas en este tratado.

PARTE PRIMERA.

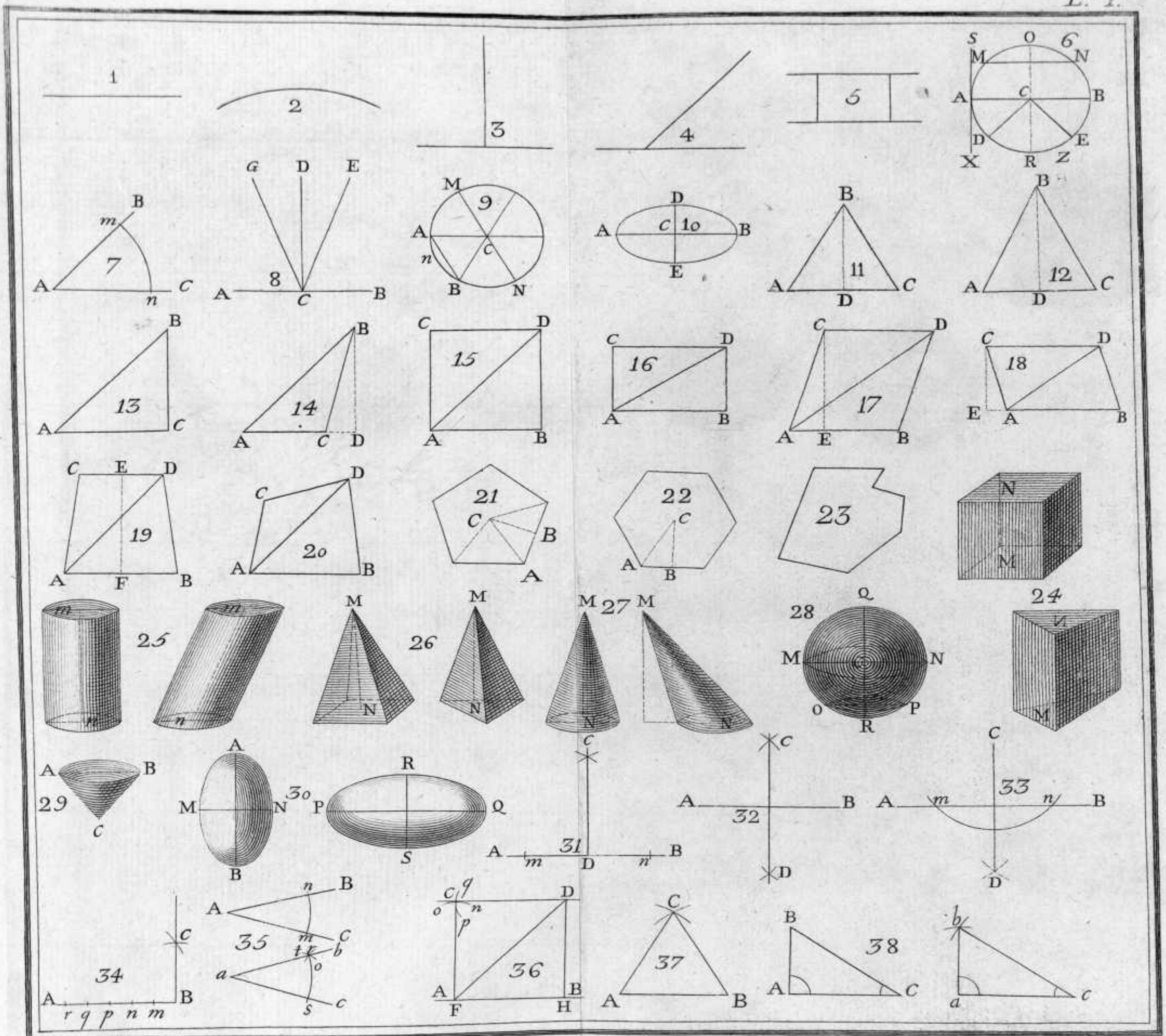
De las partes de Aritmética y Geometría que debe saber el Agrimensor.

De

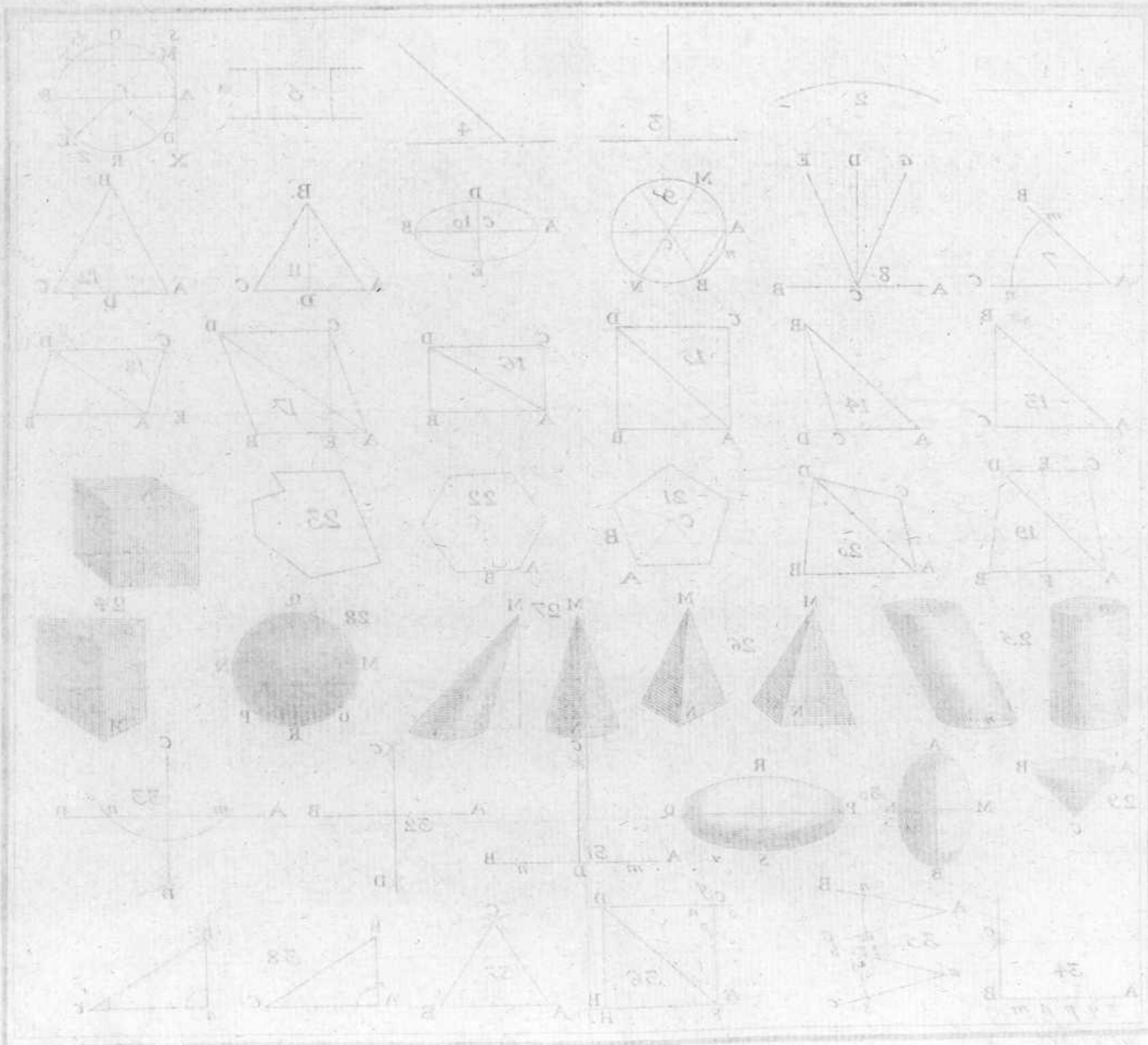
PARTE SEGUNDA.

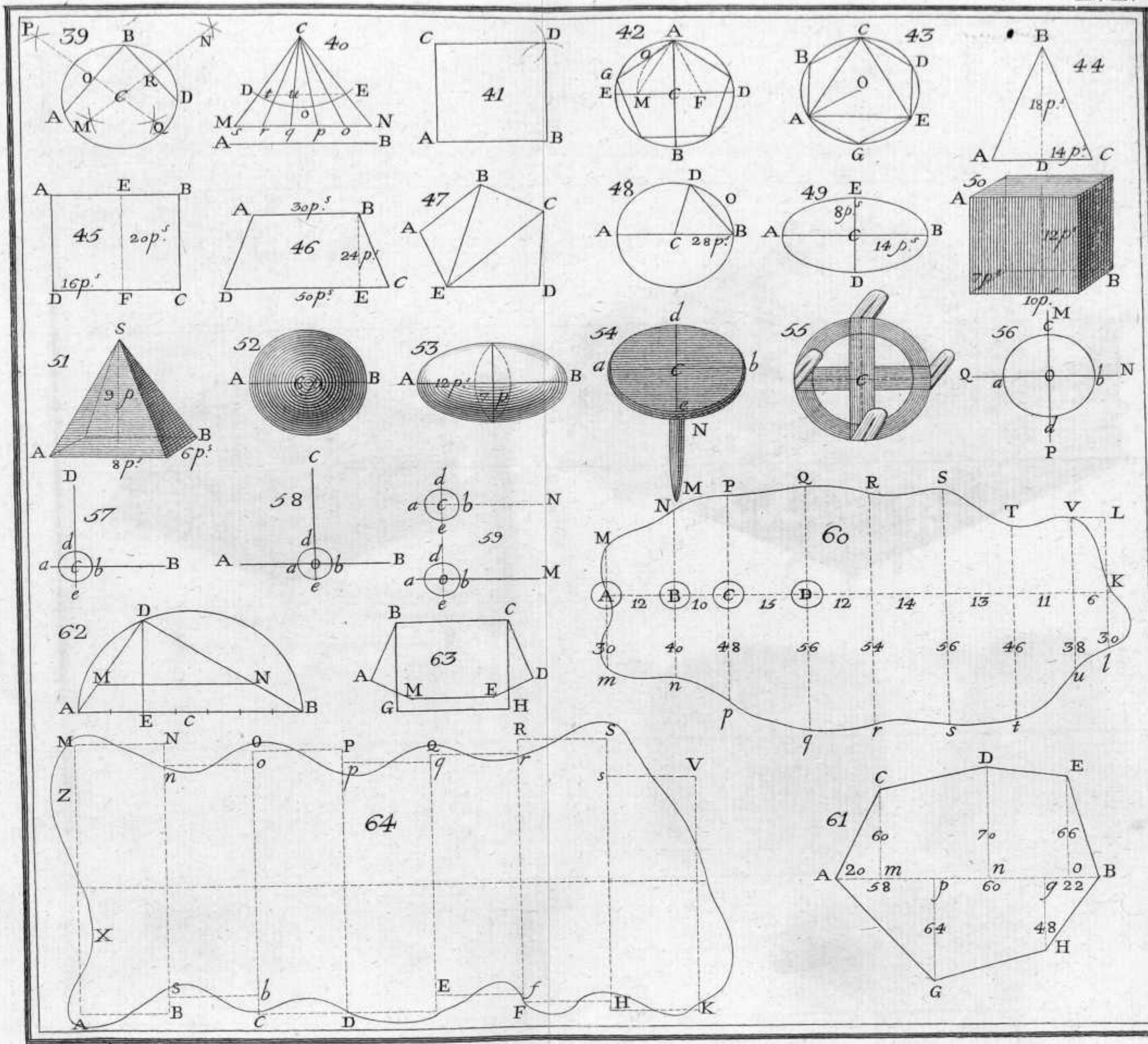
De la agrimensura, y aforo.

De

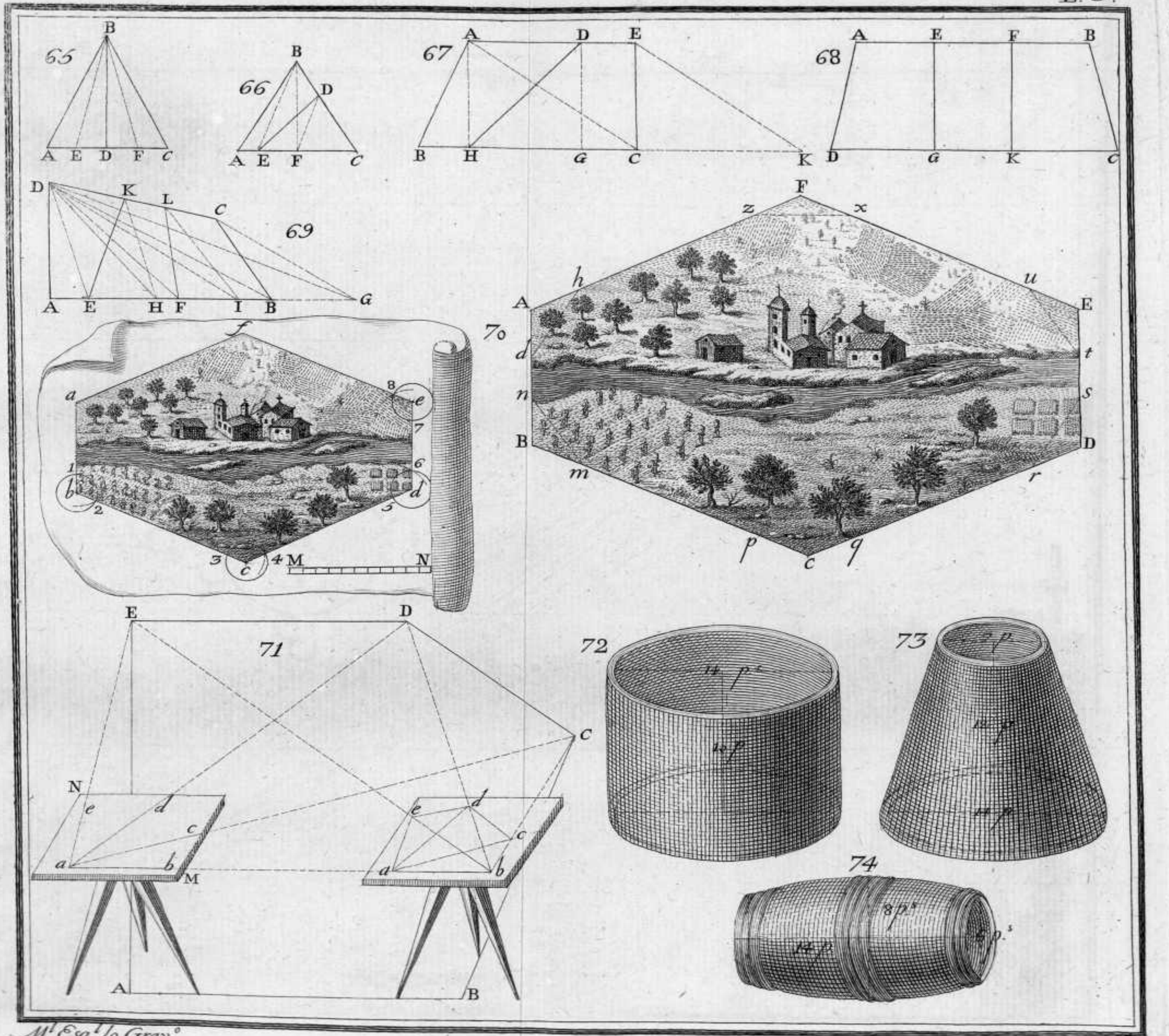


M.l Esq.l lo Grav.o

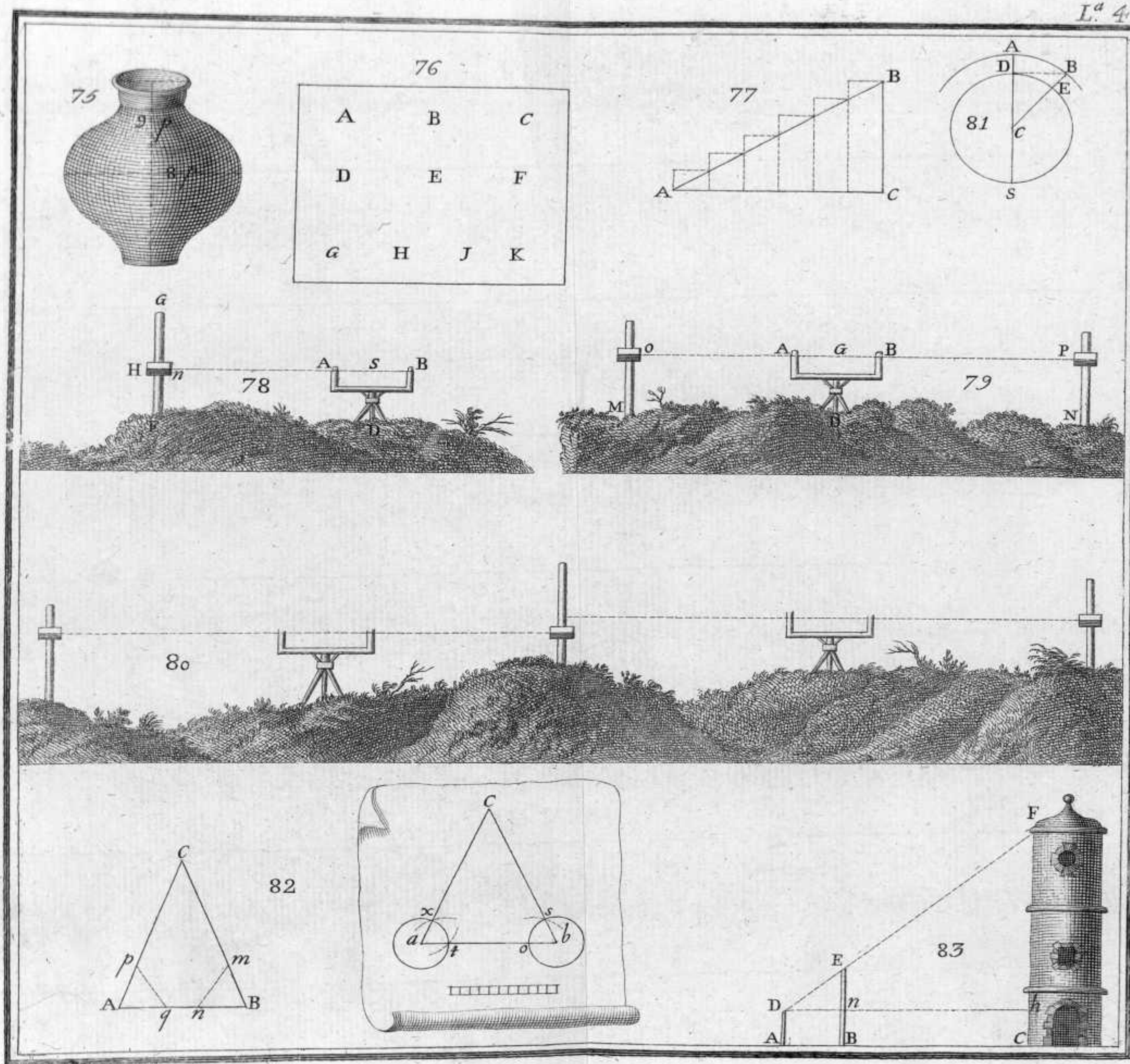




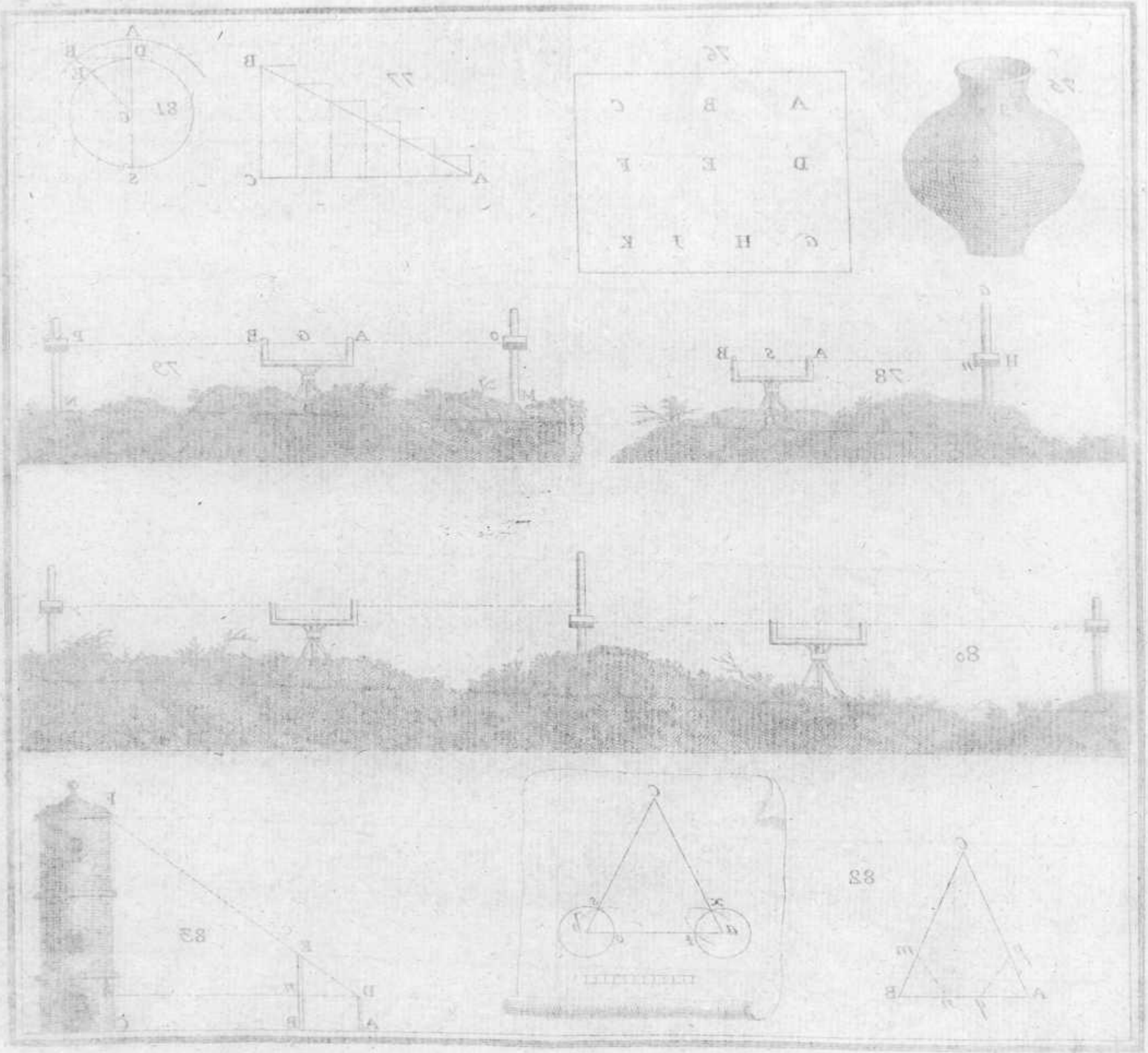
M.t Esq.t lo Grav.



Mᴵ Esqᴵ lo Grav.



Mr. Esqª to Grav.



VERD
DE
AGRIM