

t. 161323

c. 1204533

30  
A

# TRATADO

DE

# TOPOGRAFIA

POR

DON MANUEL MEMBRILLERA Y GUTIERREZ,

COMANDANTE GRADUADO CAPITAN DE ARTILLERÍA,

PROFESOR DE LA ACADEMIA ESPECIAL DEL CUERPO.



SEGOVIA:

IMPRESA DE PEDRO ONDERO, JUAN BRAVO, 40 Y 42.

—  
1879.

Al Sr. D. Francisco Cabello  
Como debil prueba de consideracion y  
agradecimiento.

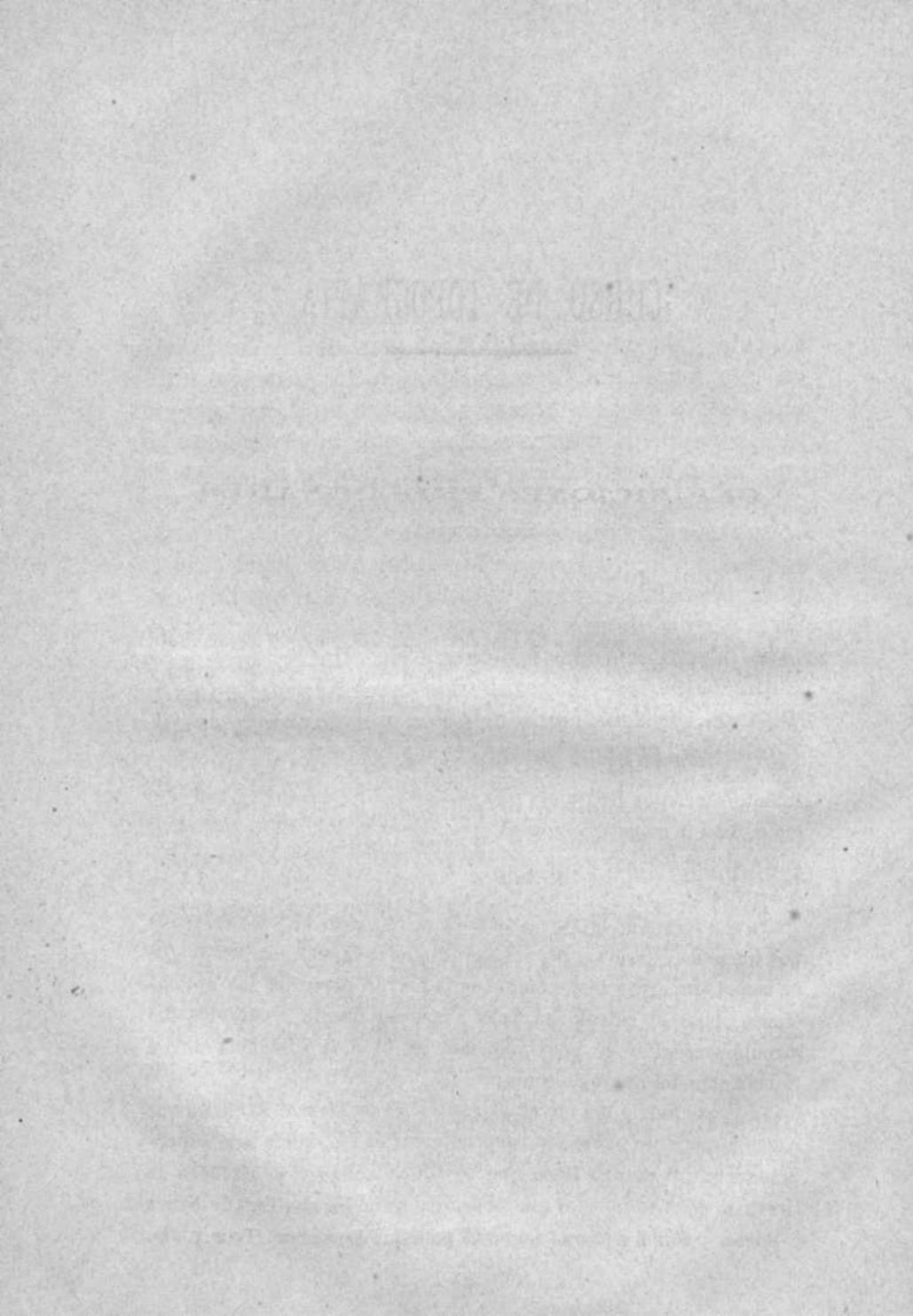
Su afec. S. y subordinado

Manuel Muñiz

AGOTADA la edicion de la obra que hasta aquí ha servido de texto para la enseñanza de la *Topografía* en esta Academia, y viéndome en la imprescindible alternativa de elegir para el estudio de dicha asignatura uno de los varios autores que hoy existen, sin que ninguno satisfaga por completo ni en extension ni en orden á las necesidades de nuestro programa, ó de suplir con explicaciones orales la falta de un autor adecuado, haciendo, por lo tanto, más difícil el estudio á los alumnos, no he titubeado en escribir esta obra, fruto de mis estudios durante el tiempo que llevo desempeñando la clase. En ella he procurado reunir todos los conocimientos necesarios á nuestros alumnos, *prescindiendo de todos aquellos que ya tienen adquiridos*, presentándoselos de manera que su estudio les sea fácil, y ciñéndome, en lo posible, á las excelentes Instrucciones publicadas por el Instituto Geográfico y Estadístico, de las cuales he tomado sus formularios como modelos.

Si al presentar este trabajo lleno una necesidad, es todo mi anhelo; restándome solo hacer presente mi gratitud á los ilustrados Sres. Coronel y Teniente Coronel del Cuerpo D. Enrique Uriarte y D. Francisco Cabello, al Ingeniero Jefe de Montes D. Rafael Breñosa, y á los Comandante y Capitan, Profesores de esta Academia D. Joaquin Cabanyes y D. Eduardo D'Ozouville, por las prudentes observaciones y sábios consejos que me han prestado bondadosamente en cuantas ocasiones los he necesitado.

**Manuel Membrillera.**



# CURSO DE TOPOGRAFÍA.

---

## DEFINICIONES PRELIMINARES.

---

---

1. La *Tierra* es uno de los *planetas* del sistema solar. Está animado de un movimiento de rotacion en el cual emplea veinte y cuatro horas para verificar una revolucion completa, y otro de traslacion describiendo, en un año, alrededor del sol una curva cerrada que se llama *órbita*. El eje alrededor del cual gira en su movimiento diurno se llama *eje de la tierra*, y los puntos en que este eje corta á la superficie terrestre se llaman *polos*, distinguiéndose entre sí con las denominaciones de polo *Norte ó Boreal* y polo *Sur ó Austral*.

2. La figura de la *Tierra* es la de un elipsoide un poco aplanado por los polos. Nosotros la consideraremos como esférica, en lo que se comete un error despreciable en la mayor parte de las aplicaciones, pues el cálculo ha dado á conocer que la separacion del circulo *osculador* es próximamente 0<sup>m</sup>,04 á la distancia de un miriámetro del punto de contacto.

El punto medio del eje es el *centro de la Tierra*. El plano que pasando por este punto sea perpendicular al eje, corta á la superficie terrestre en una línea que se llama *ecuador* y divide á la tierra en dos hemisferios que se designan con los nombres de *Norte ó Boreal* y *Sur ó Austral* segun el polo que contienen. Todo plano

que pase por el eje de la Tierra, corta á su superficie segun una línea que se llama *meridiana*.

**3.** Se llama *horizonte aparente ó sensible* de un punto, á la parte de superficie terrestre limitada por un cono que, teniendo su vértice en dicho punto, sea tangente á la esfera osculatriz; llamándose *horizonte racional* al plano que, pasando por el centro de la Tierra, es perpendicular al radio que pasa por el mencionado punto.

**4.** La línea que une un punto cualquiera, situado sobre la superficie terrestre ó fuera de ella, con el centro, se llama *vertical* de dicho punto. Considerando prolongada esta línea por la parte superior vendrá á cortar á la esfera aparente del cielo en un punto que toma el nombre de *zenit* del primero. La direccion de la vertical es la que toma un cuerpo que se abandona á su propio peso, lo cual nos dá el medio de determinar la direccion de la vertical de un punto, pues bastará fijar en él un hilo del cual esté suspendido un peso, la direccion que tome el hilo será la vertical de dicho punto. Este sencillo aparato toma el nombre de *plomada ó perpendicular* y para usarlo cuando el punto dado está sobre la superficie del terreno, se lleva sobre dicho punto haciendo corresponder con él el peso que le termina.

Aunque todas las verticales concurren en el centro de la Tierra, cuando los puntos á que pertenezcan disten poco entre sí, las consideraremos como paralelas, atendiendo á la gran distancia á que se halla su punto de interseccion.

**5.** Toda recta perpendicular á la vertical se llama *horizontal*. Todas las perpendiculares á la vertical, que se pueden trazar por un mismo punto, serán horizontales y estarán en un mismo plano perpendicular á la vertical, dicho plano toma el nombre de *plano horizontal*.

**6.** El objeto de la *Topografía* es el conocimiento de la forma y dimensiones de una cierta extension de la superficie terrestre, y su representacion sobre un plano. Esta representacion toma el nombre de *plano topográfico* y en él no solo han de aparecer todos los puntos principales del terreno que se considera en sus verdaderas posiciones relativas, sino que el sistema de representacion ha de ser tal, que á la vista del plano hemos de poder formarnos una idea

exacta de la configuracion y de todos los accidentes del terreno que representa. Para cumplir estas condiciones el sistema de representacion que se sigue en la construccion de los planos topográficos es, trazar sobre el papel una figura semejante á la proyeccion sobre un plano horizontal de las líneas más marcadas y de los principales objetos ó accidentes del terreno, tales como los contornos de los edificios, los cercados, los límites de los campos de labor, las orillas de los caminos y de los rios, los arroyos, canales, lagos, pantanos, veredas, las aristas entrantes y salientes de los fosos, los terraplenes, los escarpados de rocas, las plantaciones regulares, los árboles aislados, etc. Y para representar el relieve del terreno del cual tenemos ya la proyeccion horizontal, se encuentran las cotas de diversos puntos sobre el plano horizontal de comparacion y con el auxilio de estas cotas se dibujan las *secciones horizontales* ó *curvas de nivel* que ya conocemos por haberlas estudiado en la parte referente á *Acotaciones* del curso de *Geometria Descriptiva*.

7. Las operaciones que comprende un levantamiento topográfico, se dividen en dos clases: 1.<sup>a</sup> la *planimetria*, y 2.<sup>a</sup> la *altimetria* ó *nivelacion*. Toma el nombre de *planimetria* el conjunto de operaciones que necesitamos efectuar para adquirir todos los datos que son precisos para poder construir sobre el papel la proyeccion horizontal del terreno; llamándose *altimetria* ó *nivelacion* al conjunto de las operaciones por medio de las cuales se determinan las cotas sobre el plano de comparacion de los puntos que convengan para poder representar el relieve del terreno.

8. Para poder construir sobre el papel una figura semejante á la proyeccion horizontal de las diversas líneas que unen entre sí los puntos característicos del terreno, necesitamos medir los ángulos que forman entre sí las proyecciones de estas diversas líneas y además medir ó calcular las longitudes de estas proyecciones; fundándonos luego en que dos triángulos, ó en general, dos polígonos semejantes, tienen sus ángulos homólogos iguales y sus lados homólogos proporcionales, se podrá construir sobre el papel figuras semejantes á las consideradas en el terreno, construyendo los ángulos iguales á los medidos y reduciendo la magnitud de los lados en una proporcion que es lo que se llama *escala* del plano. Vemos, pues, que la escala de un plano no es más que la relacion que existe

entre las líneas del dibujo y sus homólogas del terreno. Esta relación que puede ser arbitraria, se acostumbra á representar por una fracción cuyo numerador es la unidad, tal como

$$\frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{250}, \frac{1}{1000}, \dots, \frac{1}{M},$$

que se leen diciendo, escala de 1 á 10, escala de uno á ciento, ... ó bien diciendo escala de un décimo, de un cienavos, etc., debiendo entenderse cuando se dice que un plano está en la escala  $\frac{1}{M}$  que cada línea del dibujo es la emésima parte de su homóloga del terreno ó lo que es lo mismo que cada unidad de longitud en el dibujo representa M unidades del terreno.

Como todas las líneas del plano han de guardar la misma relación con sus homólogas del terreno, si se representa por  $l$  una línea del plano y por  $L$  su homóloga del terreno siendo la escala  $\frac{1}{M}$  se tendrá la igualdad  $\frac{l}{L} = \frac{1}{M}$  por medio de la cual, conocidas que sean dos de las cantidades que en ella entran se podrá determinar la tercera; así, pues, si se conoce la magnitud de una línea del terreno y la escala, para determinar la longitud de su homóloga en el dibujo se despejará la cantidad  $l$ . Si lo conocido fuese la longitud en el plano y la escala, para determinar el valor de dicha longitud en el terreno bastará despejar la cantidad  $L$  y por último, si se conoce la longitud de una línea en el dibujo y en el terreno y lo desconocido fuese la escala del plano, se encontraría despejando  $M$  en la citada ecuación. Por medio de esta misma pueden resolverse otros problemas entre los cuales el más importante es el siguiente: sabiendo que en el dibujo la menor dimensión que puede apreciarse es de  $0^m 0002$  determinar la escala en que ha de construirse el plano para que en él aparezcan detalles cuya dimensión es  $h$ ; para resolver este problema bastaría sustituir en la ecuación  $\frac{l}{L} = \frac{1}{M}$  en vez de  $l$ ...  $0^m 0002$ ,  $h$  en vez de  $L$  y despejar la cantidad  $M$ .

9. La fracción  $\frac{1}{M}$  que manifiesta la razón que existe entre las magnitudes del dibujo y sus homólogas del terreno se llama *escala*

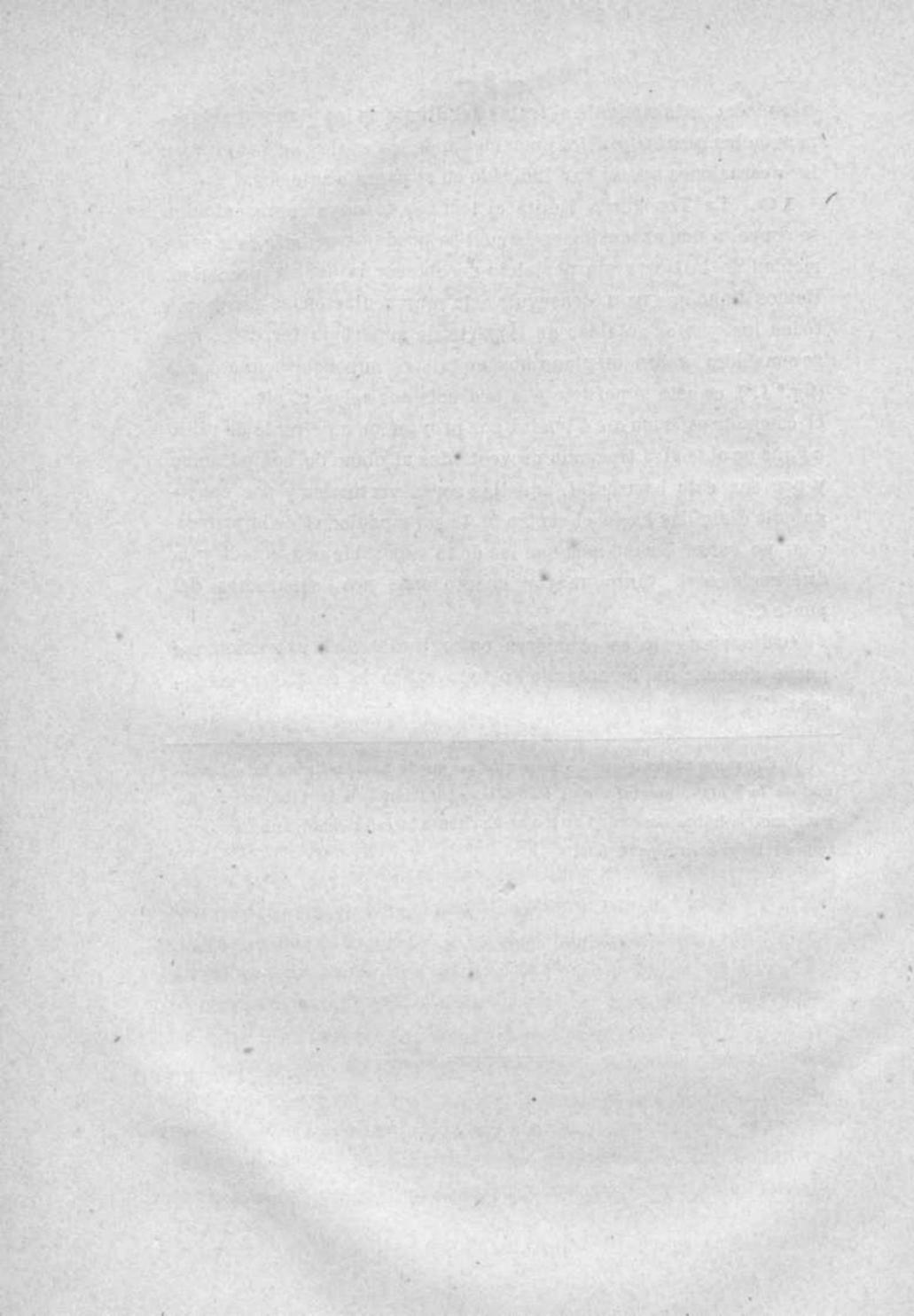
*numérica*, más adelante al tratar del dibujo de los planos hablaremos de las *escalas gráficas* por medio de las cuales se simplifican las operaciones que se han indicado en el párrafo anterior.

**10.** La Topografía limita el terreno de cuya representación se ocupa, á una extensión en la cual se puede prescindir de la esfericidad de la tierra sin perjuicio de obtener la debida precisión. Hemos dicho que para conseguir esta representación, se proyectan todos los puntos notables de la parte de superficie terrestre que se considera, sobre un plano horizontal; si suponemos que  $a c b$  (fig.<sup>a</sup> 1.<sup>a</sup>), es esta superficie y la proyectamos sobre el plano  $f c g$ , el casquete esférico  $a c b$  tendrá por proyección un círculo de radio  $c f$  que se obtendrá trazando proyectantes al plano de comparación y por ser éste horizontal, aquellas serán verticales y por consiguiente dirigidas hacia el centro  $O$ . Las dimensiones de la proyección no serán las mismas que las de la superficie proyectada y la diferencia será tanto mayor cuanto más nos separemos del punto  $C$ .

Ordinariamente se considera como límite de la extensión que puede abarcar un levantamiento topográfico la de 250000 hectáreas. (\*)

---

(\*) Conviene advertir que al decir que se puede prescindir de la esfericidad de la Tierra, nos referimos solo á las operaciones de la planimetría. En la altimetría habrá necesidad de tomar en cuenta la esfericidad, aun en extensiones relativamente pequeñas.



# SECCION PRIMERA.

---

## PLANIMETRÍA.

---

---

### CAPITULO I.

---

#### CONJUNTO DE LAS OPERACIONES.

---

**11.** Hemos dicho que el objeto de la planimetría era determinar los datos necesarios para construir sobre el papel una figura semejante á la proyeccion horizontal del terreno y vamos ahora á ocuparnos de la série de operaciones que comprende esta parte de la Topografía y del orden en que deben ejecutarse.

Es indudable que si fuésemos midiendo todos los ángulos que forman entre sí las diferentes líneas que unan los puntos que necesitamos determinar, midiendo además las longitudes de estas líneas, podríamos con estos datos construir la citada proyeccion; pero las operaciones serian muy prolijas, proporcionarian mucho

gasto de tiempo y dinero, y grandes dificultades en terrenos de grande extension y accidentados.

Por todos los inconvenientes que acabamos de manifestar, el sistema de ir midiendo directa y sucesivamente las longitudes de los lados de las líneas poligonales que unen entre sí los puntos que se quieren fijar, y los ángulos que entre sí forman dichos lados, solo se emplea en el levantamiento de los detalles ó en terrenos de muy cortas dimensiones y que por sus condiciones especiales se presten á ello.

**12.** En los levantamientos de gran extension y que requieran gran precision, lo que se hace es marcar primero un corto número de puntos convenientemente elegidos, los cuales se consideran unidos por líneas rectas formando una red de triángulos que abrace toda la estension de cuya representacion nos ocupamos. De estos triángulos solo se mide un lado y todos los ángulos con la necesaria precision. Partiendo del lado medido y con los valores obtenidos para los ángulos se ván resolviendo trigonométricamente los triángulos quedando asi conocidos todos los demás lados.

A estos puntos se les designa con el nombre de *trigonométricos* ó el de *vértices de la red*, llamándose al conjunto de los triángulos formados por su union *red trigonométrica*, y el lado que se mide directamente toma el nombre de *base*. Sobre los lados de estos triángulos se apoyan otros cuyos vértices, opuestos á dichos lados, son puntos notables del terreno ó puntos que convenga determinar para facilitar las operaciones sucesivas. Dichos puntos auxiliares ó notables quedan de este modo relacionados con los trigonométricos y midiendo los ángulos de los nuevos triángulos pueden encontrarse los valores de sus lados por medio del cálculo sirviéndose de los ya determinados en funcion de la *base*. A el conjunto de todos los triángulos formados por los vértices trigonométricos, por los puntos auxiliares y notables, se le dá el nombre de *triangulacion*. Esta triangulacion nos subdivide el plano en una serie de planos parciales y los errores que se cometan al fijar los detalles de la parte de terreno comprendida en cada uno de los triángulos quedarán localizados sin trasmitirse á los demás. La triangulacion tiene además la ventaja de que las operaciones sucesivas del le-

vantamiento puedan ejecutarse á la vez y con completa independencia por varios operadores, sirviendo la *red* para enlazar entre sí estas operaciones aisladas.

Apoyándose despues en los puntos ya determinados se construyen líneas poligonales siguiendo la direccion de las carreteras, caminos, veredas, rios, arroyos etc., fijando por último los puntos que falten por pequeños triángulos apoyados en las líneas ya conocidas ó por perpendiculares á dichas líneas.

**13.** Cuando la extension superficial del terreno que comprende el levantamiento no llega á 10000 hectáreas bastará una sola *base* situándola, en lo posible, hacia el centro de la triangulación. Si la superficie excediese de 10000 hectáreas y no llegase á 20000, se deben medir dos bases que disten entre sí de 6 á 8 kilómetros; desde 20000 hasta 30000 hectáreas se elegirán tres bases, y así sucesivamente.

**14.** Si la extension del terreno, de cuya representacion nos ocupamos, es pequeña, el orden de las operaciones es el mismo, pero en este caso la red fundamental puede estar compuesta de muy corto número de triángulos, á veces de uno solo; ó bien la operacion fundamental que haga las veces de la red, puede ser el lavantamiento de una línea poligonal de corto número de lados que envuelva al terreno del levantamiento y aun si la extension de éste es muy pequeña, podrá apoyarse el levantamiento en una sola línea convenientemente elegida y medida con precision.

**15.** No es posible determinar, en general, el número de puntos trigonométricos que debe tener un plano topográfico, pues depende; no solo de su extension si no tambien de la configuracion y circunstancias del terreno. Un pais llano, por ejemplo, necesitará menos puntos trigonométricos que otro muy accidentado. Tenemos, pues, que limitarnos á indicar solo las condiciones á que han de satisfacer que son las siguientes: 1.<sup>a</sup> Desde cada uno de los vértices trigonométricos, han de verse por lo menos tres de los de la misma clase, de manera que se pueda formar la red de triángulos de tal modo que éstos esten enlazados unos con otros y todos dependan directa ó indirectamente de la *base* ó *bases*. 2.<sup>a</sup> Deben estos puntos dominar el terreno lo suficiente para descubrir desde

ellos un extenso horizonte. 3.<sup>a</sup> Las distancias de unos á otros no han de pasar del límite marcado por el alcance del instrumento angular que haya de emplearse ó por las condiciones especiales del trabajo. 4.<sup>a</sup> Los ángulos de los triángulos de la red no deben ser menores de  $20^{\circ}$  ni mayores que  $140^{\circ}$ , siendo conveniente que los triángulos se apróximen lo más posible á ser equiláteros. 5.<sup>a</sup> También deben satisfacer á la condicion especial de poderse estacionar en ellos. 6.<sup>a</sup> Por último, conviene tener presente que los resultados serán tanto más exactos, cuanto menor sea el número de triángulos que forman la red.

Los puntos auxiliares se elegirán de manera que siendo en el menor número posible desde ellos se descubran muchos puntos de los que se necesiten determinar para fijar los detalles. Los triángulos que unan dichos puntos á la red tendrán para sus ángulos los mismos límites marcados para los de ésta. No es condicion precisa el que pueda estacionarse en estos puntos, con tal que la situacion de los que carezcan de esta circunstancia, esté bien determinada, á lo menos por tres intersecciones, es decir que estén enlazados á tres vértices en que pueda hacerse estacion.

**16.** Siendo las *bases* los puntos de partida de todos los cálculos, se debe procurar que los errores que se cometan en su medicion sean los más pequeños posibles y siendo la medicion en terreno horizontal la más facil de ejecutar y por lo tanto la menos espuesta á errores, el terreno que se elija para situar las *bases* debe ser despejado, llano y sensiblemente horizontal. La longitud de dichas líneas debe de estar comprendida entre 500 y 1000 metros.

**17.** Las líneas poligonales y triángulos de la red de detalles; la única condicion á que deben satisfacer es, que su posicion y número estén convenientemente elegidos para que, sin dejar de determinar todos los detalles del terreno, no se emplee en estas últimas operaciones más tiempo ni más trabajo que el puramente indispensable.

**18.** Hemos dicho que la longitud de los lados de la triangulacion depende del alcance del instrumento, es decir, de la mayor distancia á que se puede operar con él sin que el error angular que

al emplearlo se cometa, y que dependerá de la bondad del anteojo y de la mayor ó menor apreciacion del instrumento, ocasione en el lado opuesto del triángulo correspondiente un error mayor del que, con arreglo á la importancia del levantamiento, nos hayamos fijado como el máximo de los que podemos considerar como admisibles (\*). Para relacionar entre sí estas cantidades, con objeto de que dada la apreciacion de un aparato angular sepamos siempre la máxima distancia á que se puede operar con él, consideraremos la (fig.<sup>a</sup> 2.<sup>a</sup>) en la cual suponemos que al medir el ángulo  $b a c$  se ha cometido el error  $d a c$ , dando por resultado en el lado opuesto al error lineal  $d c$ . En el triángulo  $d a c$  se tiene:

$$\frac{c d}{a c} = \frac{\text{sen. } d a c}{\text{sen. } a d c}$$

representando por  $\Sigma$  el error  $c d$ , por  $L$  la longitud  $a c$ , por  $\varphi$  el error angular  $d a c$  y poniendo en vez de  $\text{sen. } a d c$  su igual  $\text{sen.}(C+\varphi)$  que por la pequeñez del ángulo  $\varphi$  podemos considerar igual á  $\text{sen. } C$  la ecuacion anterior se convertirá en:

$$\frac{\Sigma}{L} = \frac{\text{sen. } \varphi}{\text{sen. } C} \quad \text{de donde} \quad L = \frac{\Sigma \cdot \text{sen. } C}{\text{sen. } \varphi}$$

Si en la misma ecuacion se despeja el valor de  $\Sigma$  se tendrá:

$$\Sigma = \frac{L \cdot \text{sen. } \varphi}{\text{sen. } C}$$

(\*) Si el objeto de los trabajos es, únicamente, la representacion gráfica del terreno, como sabemos que en el papel no se pueden apreciar dimensiones menores que  $0^m,0002$ , si representamos por  $\frac{1}{M}$  la escala en que se ha de efectuar el dibujo y por  $\Sigma$  el error numérico admisible en las operaciones ejecutadas sobre el terreno, el valor de  $\Sigma$  estaria dado por la desigualdad  $\Sigma < 0^m,0002 \times M$ . Si por el contrario las operaciones topográficas se ejecutan con objeto de obtener datos numéricos á más de la representacion gráfica, la precision con que sea necesario obtener dichos datos nos determinará el valor de  $\Sigma$ .

Esta última fórmula puede servir para probar la conveniencia, que hemos indicado, de que los ángulos de los triángulos de la red sean equiláteros, puesto que vemos que el error  $\Sigma$  será tanto más pequeño cuanto mayor sea  $\text{sen. } C$ , obteniéndose un valor mínimo para dicho error cuando  $C$  sea igual á  $90^\circ$ , y repitiendo las mismas consideraciones en los demás ángulos del triángulo se deduce que, debiendo ser á la vez los tres ángulos de  $90^\circ$  y no siendo esto posible, los triángulos deben aproximarse á la forma equilátera que proporciona á la vez un valor máximo para los tres ángulos.

---

---

## CAPITULO II,



### TRIANGULACION.



#### Reconocimiento.—Señales.

---

19. Lo primero que debe hacerse para que los vértices de la triangulación y la base ó bases resulten bien elegidos, es un reconocimiento preliminar del terreno. Para efectuarlo se recorrerá el terreno en todas direcciones, se hará estacion en los puntos mas elevados ó de posicion mas conveniente, bajo el punto de vista del reconocimiento, y sirviéndose de alguno de los sencillos aparatos que mas adelante describiremos al tratar de los *detalles*, se determinan por intersecciones los puntos visibles desde cada estacion; se medirán tambien algunas distancias, especialmente las que puedan servir de bases. Todos estos datos se van consignando en un registro por el mismo orden que se van adquiriendo, especificando los sectores que se encuentren privados de un horizonte regular y las causas y nombres de los objetos que impidan las visuales, siendo tambien conveniente dibujar en las hojas no destinadas á la observacion, las vistas del horizonte.

Para distinguir, durante el reconocimiento, los sitios en que se ha hecho estacion y algunos de los que se han observado y convengan, se colocará en ellos señales provisionales, cuando por sí

no pudieran distinguirse de los que les rodean. Estas señales serán, en cada caso, las que con más facilidad y menos trabajo puedan proporcionarse, pudiendo ser montones de tierra ó piedra de forma cónica, grupos de ramaje, etc. Con los datos adquiridos se formará en el gabinete un *croquis* ó dibujo á la ligera del terreno: sobre este *croquis* se eligen los puntos que han de servir de vértices de la triangulación, poniéndoles letras ó números para distinguirlos; se unen entre sí por líneas rectas y se numeran los triángulos de la red así formada. En los registros se pone una descripción detallada de la situación de cada vértice, consignando todos los puntos notables que son visibles desde cada uno.

Este reconocimiento hará que la elección de los puntos que han de servir de vértices se haga con completo conocimiento de causa, y el plano ganará notablemente en perfección á expensas del poco tiempo empleado.

**20.** Para marcar despues en el terreno los puntos elegidos de modo que fácilmente puedan ser reconocidos, se fijan en ellos señales cuya naturaleza dependerá no solo de la importancia del levantamiento y del tiempo que han de durar las operaciones sino del temor de que la casualidad ó mala *fé* puedan hacerlas desaparecer.

Con arreglo á estas consideraciones pueden emplearse para marcar definitivamente los vértices, hitos de sillería (fig.ª 3.ª) que tengan un taladro *c* dentro del cual se introduce, cuando sea menester, el regaton de la señal que se emplee para fijar las punté-rias, ó bien se marcan con un taladro hecho en el mismo terreno, de un diámetro igual al del regaton de la señal antes mencionada y de unos cuarenta centímetros de profundidad; este taladro se rellena de polvo de carbon y se cubre con un mojon de tierra ó piedras que se quitan en el momento de la observación. En el caso de estar situado el punto en una roca ó peña, el taladro podrá ser solo de diez centímetros de profundidad. Por último, pueden tambien marcarse los vértices, por medio de estacas de madera clavadas en el terreno. Cualquiera que sea la señal que se elija, se referirá, siempre que sea posible, despues de colocada á tres objetos cercanos y filjos, midiendo las distancias que las separen de estos, con

lo cual se consigue que en el tiempo que duren los trabajos del levantamiento del plano sea fácil su reposición, si la casualidad ó la mala fé las hubieran hecho desaparecer.

**21.** Las señales que determinan en el terreno los puntos elegidos como vértices, son insuficientes para hacer que dichos puntos sean visibles desde todos aquellos en que deben ser observados, por lo cual en el momento de operar es preciso colocar sobre ellos otras señales que siendo visibles á largas distancias precisen bien la dirección de las visuales. Con este objeto se emplean señales que, en general, consisten en un asta de madera de tres ó más metros de longitud terminada en su parte inferior por un regatón de hierro que se introduce en el taladro que marca el vértice, y en cuya parte superior puede llevar una cruz de tablas delgadas, un cono también de madera, ó una banderola de tela etc.

### Medida de los ángulos.

**22. Órganos principales de los goniómetros.**—Los aparatos destinados á la medida de los ángulos toman el nombre general de *Goniómetros*. Existen goniómetros con los cuales se efectúa la medida de los ángulos en el mismo plano de los objetos que los determinan necesitándose después encontrar por medio del cálculo el valor de la proyección horizontal de estos ángulos; tales eran, por ejemplo, los *círculos repetidores* usados antiguamente. Otros goniómetros están contruidos de manera que desde luego se puede determinar con ellos, el valor de la proyección horizontal de los ángulos que se observan. Estos últimos son los que en la actualidad se emplean generalmente.

La medida de los ángulos no requiere siempre el mismo grado de precisión, y de aquí resulta que las dimensiones y la disposición misma de los instrumentos que con frecuencia depende de las condiciones en que se ha de operar, pueden ser muy variadas, y como estos instrumentos se componen en general de los mismos órganos elementales, su estudio se refiere en gran parte al de las propiedades de estos órganos siendo los principales los siguientes:

*Los anteojos, que nos hacen ver los objetos lejanos con más*

claridad que á la simple vista y que nos permiten precisar mejor la direccion de las visuales.

*Los niveles*, por medio de los cuales se dá á los ejes de los instrumentos una direccion vertical ú horizontal.

*Los círculos graduados ó limbos*, sobre los que se evalúan los ángulos.

*Los nónios* unidos á reglas ó círculos móviles alrededor de los mismos ejes sobre que están montados los limbos y cuyo objeto es aumentar la precision de las medidas efectuadas sobre estos limbos.

**23. Anteojos.**—En el curso de Física hemos estudiado la composicion de los anteojos, su manejo, la disposicion del retículo, lo que se entendia por *campo*, la manera de determinar su aumento, etc., por lo que aquí nos limitaremos á decir que los anteojos de que están provistos los goniómetros usados en Topografía, pueden ser astronómicos ó terrestres; son preferibles los primeros, pues los terrestres á igualdad de condiciones en las lentes, no solo tienen mayor longitud, sino que necesitando los rayos luminosos atravesar más lentes, pierden en intensidad y las imágenes presentan menos claridad.

**24. Niveles.**—En los aparatos topográficos se consigue que los anteojos tomen la direccion de tal ó cual linea del terreno, haciéndoles girar alrededor de ejes que deben ser horizontales ó verticales, y para conseguir y comprobar la horizontalidad ó verticalidad de estos ejes, ó poder apreciar su inclinacion, se hace uso de *niveles* cuya construccion está fundada en el mismo principio de la *plomada* ó en el del equilibrio de los fluidos. El aparato que bajo la forma más cómoda puede suministrar al mismo tiempo indicaciones más precisas es el *nivel de burbuja de aire* y éste es el que se usa en casi todos los instrumentos topográficos. El *nivel de perpendicular* cuyo fundamento es el mismo que el de la *plomada*, se usa rara vez y nunca en los aparatos de precision, pero vamos á indicar primeramente su teoría, aunque muy ligeramente, porque así se comprenderá mejor la del *nivel de burbuja de aire* por más que este último se funde en el equilibrio de los fluidos.

**25.** El *nivel de perpendicular*, se compone de dos reglas de

igual longitud unidas entre sí formando un ángulo cualquiera (fig.ª 4.ª), entre las dos reglas existe un arco graduado cuyo centro corresponde al vértice del ángulo formado por las reglas y en él lleva pendiente el hilo de una plomada ó perpendicular.

Spongamos que se quiere medir la inclinacion de una recta A B por medio de un nivel de perpendicular  $abc$ . Se colocará el nivel sobre la recta y si se conociera el punto  $m$  de la graduacion que corresponde á la perpendicular  $bv$  bajada desde el punto  $b$  á la recta A B, la inclinacion B A H, que llamaremos  $\alpha$ , de dicha recta sobre la horizontal A H se deduciria simplemente de la lectura de la division  $g$  marcada por el hilo de la plomada, puesto que el ángulo  $\alpha$  será igual al  $p\delta v$  por tener sus lados respectivamente perpendiculares. Para encontrar el punto  $m$  se invierte el nivel colocándolo en la posicion  $a'b'c'$ , que representamos separada de la primera y no superpuesta como debia estar para que se vea más claro el resultado de esta inversion, y con el mismo objeto consideraremos que la division del arco  $df$  es visible en las dos caras. Despues de la inversion, el hilo de la plomada, que conserva su posicion vertical, marcará otra graduacion  $r$  evidentemente simétrica de la primera con relacion al punto  $m$ , puesto que la inversion del nivel viene á ser una semirevolucion alrededor de la recta  $bm$ . El punto  $m$  quedará, pues, determinado tomando la mitad del arco  $gr$ , y la graduacion correspondiente al mismo será:

$$\begin{aligned} om &= og' + g'm = og' + \frac{1}{2} g'r = og' + \frac{1}{2} (or - og') = \\ &= \frac{2og' + or - og'}{2} = \frac{or + og'}{2} \end{aligned}$$

y representando  $om$  por  $m$ ,  $or$  por  $r$ , y  $og'$  por  $g$  será:

$$m = \frac{g+r}{2}$$

y la inclinacion  $\alpha$  de la recta siendo igual al ángulo  $gbm$  y teniendo éste por medida la mitad del arco  $rg$  será:

$$\alpha = \frac{r-g}{2}$$

Si marcamos el punto  $m$  y se le toma por cero de una gradua-

cion, trazada y numerada simétricamente á los dos lados de este punto, la division que corresponda al hilo del perpendicular dará desde luego la inclinacion de la recta A B. Si lo que se quiere es colocar esta recta horizontal, se elevará una de sus extremidades ó se bajará la otra hasta que el hilo del perpendicular venga á marcar precisamente el punto *m*. Por último, cuando por cualquiera causa temamos que el nivel se haya desarreglado y el punto de referencia *m* no corresponda á la verdadera posicion que debe tener, para comprobarlo y rectificar la posicion de este punto, se seguirá la marcha que se acaba de indicar para su determinacion.

Los defectos de este nivel son, que para ser muy sensible, es decir, para que por medio de él se puedan apreciar pequeñas inclinaciones seria preciso que el radio del arco graduado fuese muy grande lo que haria muy embarazoso el manejo del aparato por sus grandes dimensiones; tiene además el defecto de que teniendo que leer las graduaciones á que corresponde el hilo del perpendicular, por fino que éste sea, siempre cubrirá una cierta porcion del arco lo que ocasiona poca precision en las lecturas.

**26.** El nivel de *burbuja de aire* se compone de un tubo de vidrio ligeramente encorvado, cerrado por sus dos extremidades, que contiene en su interior un líquido muy fluido como el alcohol ó el éter, pero no estando completamente lleno, el resto de su capacidad está ocupado por aire ó por vapor del mismo líquido que contiene, y este aire ó vapor es lo que forma lo que se llama *burbuja de aire*. El tubo está encerrado en un estuche de laton abierto por su parte superior para que pueda verse la burbuja y para servirse de él, debe estar el estuche tendido horizontalmente teniendo la concavidad del tubo vuelta hácia abajo (fig.<sup>a</sup> 5.<sup>a</sup>), de manera que la burbuja de aire HH', cuyo peso específico es menor que el del líquido, corresponderá siempre á la parte superior; en dicha parte superior lleva el tubo, grabada sobre el mismo vidrio, una graduacion cuyo cero corresponde generalmente á una de las extremidades.

Para comprender la teoria de este nivel se puede admitir que la seccion longitudinal principal de la superficie interior del tubo, es un arco de circulo y que por la disposicion misma del aparato, el

plano de esta seccion es vertical. Considerando solo este arco y suponiendo la burbuja de aire reducida á la molécula del medio de su longitud, dicha molécula vendrá á ocupar, en todas las posiciones del nivel, el punto más elevado del arco, determinando sobre éste la traza de la vertical que pasa por su centro. La analogía que existe entre el nivel de perpendicular y el de burbuja de aire, considerado de este modo, es evidente y podemos hacer extensivas á este último las consecuencias deducidas para el primero. En efecto, considerando la fig.<sup>a</sup> 6.<sup>a</sup> en la que está representado un nivel de burbuja de aire en las dos posiciones simétricas, antes y despues de la inversion, y comparando esta figura con la fig.<sup>a</sup> 4.<sup>a</sup> relativa al nivel de perpendicular, vemos que no difieren geométricamente sino por la posicion inversa del centro del arco graduado. Conservando, pues, las mismas notaciones, la expresion de la inclinacion de la recta sobre que se apoya el nivel será:

$$\alpha = \frac{g-r}{2}$$

y la posicion del punto de referencia corresponderá tambien á la division

$$m = \frac{g+r}{2}$$

27. Veamos ahora cuáles son las condiciones de la práctica para poder deducir cómo debe usarse el nivel de burbuja de aire. Hagamos notar primeramente que si se quiere un nivel muy sensible, es decir sobre el cual sea notado el más ligero cambio de inclinacion, por una variacion de lugar muy marcada de la burbuja, es preciso que la curvatura del tubo sea muy pequeña, es decir que el radio de curvatura sea muy grande, y como las dimensiones de los niveles son necesariamente limitadas, es claro que la amplitud total del arco será reducida. Además para determinar en los diferentes casos la posicion del punto medio de la burbuja, al cual se refiere la teoria, es preciso que las dos extremidades de la burbuja, cuya longitud no debe ser muy corta, sean visibles á la vez, es decir que permanezcan en la parte del tubo que no está recubierta, por el estuche metálico. De todo lo cual deducimos: 1.º que

el nivel de burbuja de aire solo puede servir para medir pequeñas inclinaciones, y 2.º que el aparato debe de estar arreglado de tal modo que la referencia del medio de la burbuja coincida sensiblemente con el trazo del medio de la graduacion del tubo, ó más bien, como no se observa nunca el medio de la burbuja sino sus extremidades, se toman por referencias dos trazos situados á igual distancia de una y otra parte, del medio de la graduacion; con frecuencia la graduacion está suprimida en la parte media del tubo y entonces los dos primeros trazos *a* y *b* (fig.ª 7.ª) de cada lado son las verdaderas referencias á las que se refieren las posiciones de las extremidades de la burbuja, observando el número de divisiones que las separan de dichos trazos, diciéndose que la burbuja *está en sus referencias* cuando dicho número de divisiones es el mismo por los dos lados. Cuando la graduacion está dispuesta de este modo, el nivel no puede apreciar inclinaciones y solo sirve para marcar horizontales.

28. A causa de la gran sensibilidad del nivel de burbuja de aire, las menores influencias exteriores son suficientes para des-arreglarlo, por lo cual es necesario comprobar con frecuencia si cumple ó nó con las condiciones á que tiene que satisfacer y rectificarlo, es decir, corregirlo, en caso necesario. Con este objeto el aparato va provisto de un tornillo de correccion *d* (figs. 5.ª y 7.ª) que permite alargar ó acortar uno de los apoyos del estuche de laton que encierra al tubo.

Si recordamos lo dicho en los párrafos anteriores con referencia á las figuras 4.ª y 6.ª, fácilmente comprenderemos la siguiente operacion que hemos de repetir siempre que se trate de instalar y rectificar un instrumento provisto de un nivel de burbuja de aire.

Supongamos que se quiere colocar horizontal una regla *ab* (figura 8.ª) provista de dos tornillos que penetran en unas tuercas abiertas en un soporte invariable LM. Coloquemos el nivel sobre la regla y demos vueltas á uno de los tornillos *g, h*, ó á los dos á la vez, de manera que variando la inclinacion de la regla llevemos la burbuja entre sus referencias. Invirtiendo entonces el nivel, extremo por extremo, si la burbuja vuelve á tomar la misma posicion es señal de que el nivel está bien arreglado y además la regla

*ab* habrá quedado horizontal; si por el contrario, despues de la inversion, la burbuja se separa de sus referencias, el cambio de lugar observado en una cualquiera de sus extremidades y medido sobre la graduacion del tubo, acusará el doble de la inclinacion actual de la regla (párrafos 25 y 26). Se conseguirá, pues, la horizontalidad de la regla haciendo girar los tornillos *g*, *h*, de manera que la extremidad observada de la burbuja retroceda la mitad del número de divisiones que hubiera avanzado en uno ó en otro sentido, y para arreglar el nivel es claro que bastará hacer girar al tornillo de correccion *f* hasta que la burbuja recorriendo la otra mitad de las divisiones que habia avanzado vuelva á sus referencias. De donde deducimos la siguiente regla: *Para rectificar un nivel de burbuja de aire, colocado en un instrumento cualquiera, y hacer que la línea en que se apoya sea horizontal, es preciso observar la burbuja en dos posiciones inversas del nivel, y despues corregir la mitad de la desviacion que se note por los tornillos del instrumento que hagan variar la inclinacion de la línea de apoyo y la otra mitad por el tornillo de rectificacion del nivel.* Siendo difícil conseguir que la burbuja recorra exactamente la mitad de las divisiones, que se hubiera separado de su posicion primitiva, por cada uno de los mencionados tornillos, se repetirán las operaciones que se acaban de indicar hasta conseguir al cabo de algunos tanteos, que la práctica hace breves, que la burbuja ocupe la misma posicion en las dos posiciones inversas del nivel.

Si el nivel carece de correccion ó ésta no quisiese efectuarse, para hacer que la línea de apoyo sea horizontal bastará observar las extremidades de la burbuja en dos posiciones inversas del nivel corrigiendo por los tornillos que permitan variar la inclinacion de la mencionada línea de apoyo, la mitad de la desviacion que se note hasta conseguir, al cabo de algunos tanteos, que la burbuja permanezca inmóvil en las dos posiciones inversas del nivel; la graduacion que entonces corresponda al centro de la burbuja nos marcará el punto en que la tangente al tubo es paralela á la línea de apoyo.

29. Cuando el nivel adaptado á un eje de un aparato es muy sensible y el menor defecto de horizontalidad del eje puede pro-

ducir un error apreciable sobre el resultado de las operaciones, no debemos detenernos á rectificar este eje y el nivel con completa exactitud, porque aunque lo llegásemos á conseguir, este estado de perfeccion duraria muy poco y tendríamos que estar continuamente empezando de nuevo las rectificaciones. Es preferible anotar las divisiones del tubo á que corresponden las extremidades de la burbuja en las dos posiciones inversas del nivel, de cuyas lecturas se deduce la inclinacion del eje y dicha inclinacion, teniendo en cuenta el sentido que debe atribuírsele, sirve enseguida para corregir las observaciones que se hayan efectuado del error producido en ellas por la inclinacion del eje. El origen de la division del tubo puede estar situado en una cualquiera de sus extremidades ó en el medio, pero la fórmula que dá la inclinacion es siempre la misma con tal que sigamos el convenio ordinario relativo á los signos de las cantidades contadas en sentidos contrarios. Supongamos, por ejemplo, que el origen de las divisiones del tubo está en una de sus extremidades, y para fijar las ideas situémosle en el mismo lado del tornillo de correccion, y que el nivel, colocado sobre el eje próximamente horizontal cuya inclinacion queremos medir, esté de tal manera que el origen de la graduacion se encuentre á la izquierda del observador; las extremidades de la burbuja caerán sobre dos divisiones  $a'$  y  $a''$  cuya media aritmética  $\frac{a' + a''}{2} = g$  indicará la posicion del centro de la burbuja. Despues de la inversion las dos extremidades caerán en general sobre otras divisiones  $a_1$  y  $a_2$ , y su media aritmética  $\frac{a_1 + a_2}{2} = r$  indicará la nueva posicion del centro de la burbuja. Sustituyendo estos valores de  $g$  y  $r$  en la fórmula  $\alpha = \frac{g - r}{2}$  encontrada en el párrafo 26 se convertirá en:

$$\alpha = \frac{1}{4} \{ (a' + a'') - (a_1 + a_2) \}$$

la cual nos dá, en divisiones del tubo, la inclinacion del eje. Si se conoce el número de segundos á que equivale cada division del tubo del nivel y se representa dicho número de segundos por  $n''$ ,

se tendrá para valor de la inclinacion del eje expresada ya en segundos:

$$\alpha = \frac{1}{4} n'' \{ (a' + a'') - (a_1 + a_2) \}$$

Mas adelante indicaremos el medio para determinar la equivalencia en segundos de una parte ó division del tubo de un nivel.

**30.** Para rectificar la posicion vertical de un eje por medio del nivel de burbuja de aire, es preciso una operacion más que para conseguir la horizontalidad; pero despues de las explicaciones precedentes no encontraremos dificultad alguna, por cuya razon nos limitaremos á indicar la marcha de las operaciones en el órden que deben ejecutarse.

Advertiremos antes, que el nivel está colocado en la parte del instrumento que puede moverse alrededor del eje que tratamos de colocar vertical, y que el mencionado eje está sostenido, ordinariamente, por un soporte provisto de tres tornillos, por medio de los cuales puede variarse su inclinacion.

Para efectuar la rectificacion mencionada procederemos de la manera siguiente: *se empieza por hacer girar la parte móvil del aparato hasta que el tubo del nivel quede sensiblemente en una direccion paralela á la línea que marcan dos de los tornillos del pié y haciendo girar estos tornillos se trae la burbuja á sus referencias; enseguida se hace girar 180° á la parte móvil del aparato, de suerte que el nivel tomará una posicion simétrica de la primera, si la burbuja no permanece en sus referencias se hace que vuelva á ellas corrigiendo la mitad de la desviacion por los tornillos del pié del instrumento y la otra mitad por el tornillo de rectificacion del nivel, repitiendo estas operaciones hasta conseguir, al cabo de algunos tanteos, que la burbuja del nivel esté en sus referencias antes y despues del giro mencionado. De este modo conseguiremos que el nivel quede rectificado y que el eje del aparato esté situado en un plano vertical perpendicular á la direccion marcada por los dos tornillos de que hemos hecho uso. Se hace girar despues á la parte móvil del aparato hasta que el nivel quede en direccion del tercer tornillo del pié y por el movi-*

*miento de este tornillo solo, se hace que la burbuja quede entre sus referencias, con lo cual conseguimos que el eje del aparato esté contenido en otro plano vertical y por consiguiente dicho eje será vertical puesto que estando contenido á la vez en dos planos verticales estará confundido con su comun interseccion.*

En la práctica sucede que al mover el tercer tornillo del pié suele perderse la horizontalidad de la primera linea, teniendo por lo tanto que volver á colocar el nivel en la primera posicion y mover de nuevo los tornillos del pié. Se repetirán, pues, las operaciones indicadas hasta conseguir que cualquiera que sea la posicion del nivel la burbuja permanezca entre sus referencias.

Si el nivel no tuviera tornillo de correccion ó ésta no quisiera efectuarse, para conseguir la verticalidad del eje del aparato se seguirá la misma marcha que acabamos de indicar, con la única diferencia de que no se hará caso de las referencias y observando solo las graduaciones que corresponden á las extremidades de la burbuja, se moverán los tornillos del pié del aparato hasta conseguir que cualquiera que sea la posicion del nivel las extremidades de la burbuja marquen constantemente la misma graduacion, corrigiendo solo en cada uno de los giros la mitad de la desviacion que se note cuando estos sean de  $180^\circ$  y toda la desviacion cuando las dos posiciones que se comparan formen un ángulo de  $90^\circ$  y efectuando siempre estas correcciones por los tornillos del pié del aparato.

**31.** Cuando el nivel sea muy sensible no se debe tratar de hacer la anterior correccion con completa exactitud por las mismas razones que expusimos en el párrafo 29, bastando que la burbuja permanezca en la parte visible del tubo, y anotando las divisiones á que corresponden las extremidades de la burbuja en dos posiciones inversas del nivel se deduce, no la inclinacion absoluta del eje, pero sí la inclinacion de su proyeccion sobre un plano vertical cualquiera determinado por la direccion del nivel. La fórmula que nos dá dicha inclinacion es la misma deducida en el párrafo 29 puesto que el ángulo que forma la proyeccion del eje, sobre el mencionado plano, con la vertical, será igual al que con la horizontal forma la linea sobre que se apoya el nivel, por te-

ner estos dos ángulos sus lados respectivamente perpendiculares.

**32.** En algunos niveles la longitud de la burbuja es variable á voluntad del observador, pudiendo así contrarrestar éste la influencia del calor sobre el líquido que contienen los tubos; influencia que impide algunas veces la observacion por ser la burbuja demasiado larga ó corta en extremo.

Para conseguir el indicado objeto, los tubos llevan en su interior y cerca de una de sus extremidades un cristal plano que, dividiendo su capacidad en dos partes, deja, sin embargo, comunicacion entre ambas por una pequeña abertura practicada en su circunferencia.

Quando se coloca el tubo en la posicion ordinaria para observar, queda esta abertura hácia abajo y se halla cerrada por el mismo líquido; pero si conviene alargar la burbuja, bastará hacer girar el tubo, de manera que la abertura quede hácia arriba, é inclinarlo para que, hallándose mas baja la parte corta, vaya cayendo en ella el líquido de la más larga, en la cual resultará, por consiguiente, mayor el espacio que constituye la burbuja. Si se desea acortar ésta, se inclinará el tubo en sentido opuesto.

**33.** Algunos aparatos *topográficos* tienen un nivel de los llamados *esféricos*. El nivel *esférico* consiste en un vaso cilindrico que contiene alcohol ó éter dejando un pequeño espacio ocupado por una burbuja de aire ó de vapor del mismo líquido, y cuya tapa superior, que es de cristal, tiene la forma de un casquete esférico de gran radio; en el centro de dicha tapa va marcada una circunferencia. Este nivel se usa y rectifica del mismo modo que el ordinario anteriormente descrito, sin más diferencia que la de mover á la vez los tres tornillos del pié para conseguir que la burbuja venga á ocupar la posicion indicada por la circunferencia grabada en su cara superior y que constituye sus referencias.

**34. Círculos graduados.**—Los *círculos graduados* ó *timbos* que sirven para la medida de los ángulos, están centrados sobre los mismos ejes alrededor de los cuales se efectúan los movimientos de los anteojos; la division marcada en ellos puede ser sexagesimal ó centesimal, siendo la primera la mas usada. En los instrumentos *topográficos* el anteojo forma cuerpo con una regla

que lleva un índice que recorre la division del *limbo*. Como sería imposible, á ménos de dar á los *limbos* dimensiones muy considerables que harian poco portátiles los aparatos, trazar sin confusion divisiones suficientemente próximas para que la lectura inmediata diera la medida de los ángulos con un grado de precision en armonia con el que se consigue dar á las visuales por medio de los anteojos; ha sido preciso recurrir á medios indirectos de subdivision por medio de los cuales podamos apreciar con suficiente exactitud fracciones de las divisiones de los *limbos*. Se consigue esto por medio de los *microscopios micrométricos* y de los *nónios*; los primeros se usan en los aparatos astronómicos y geodésicos, y los segundos, de que nos ocuparemos únicamente, se emplean en los aparatos topográficos.

**35. Nónio.**—Para comprender el fundamento del *nónio* supongamos que  $ab$  (fig.<sup>a</sup> 9.<sup>a</sup>) es un arco de un círculo graduado cuyo centro está en  $c$ , y  $df$  es otro arco concéntrico al primero y unido á una regla  $gc$  móvil alrededor del mismo centro. Sobre este segundo arco tomemos á partir del punto  $d$ , que corresponde al índice de la regla, una magnitud  $df$  igual al intervalo  $hl$  compuesto de  $n \pm 1$  divisiones del primero y dividamos este espacio en  $n$  partes iguales. Por medio de esta division auxiliar que constituye el *nónio*, cuando el trazo  $o$  correspondiente al índice venga á caer entre dos divisiones del arco  $ab$ , se podrá determinar el valor del arco correspondiente con una aproximacion de  $\frac{1}{n}$  del

valor de las divisiones del *limbo*. En efecto, si designamos por  $K$  la magnitud de una de las divisiones del *limbo* y por  $v$  la de una de las divisiones del *nónio* se tendrá por ser  $hl = df$ :

$$(n \pm 1)K = nv \quad \text{de donde} \quad v = K \pm \frac{K}{n}$$

es decir, que cada division del *nónio* difiere, en más ó en ménos, de una division del *limbo* en la  $n$ ésima parte del valor de esta última. Segun que la magnitud que se tome sobre el *limbo* comprenda un número  $n+1$  ó  $n-1$  de divisiones el *nónio*, dividido siempre en  $n$  partes, toma el nombre de *nónio retrógrado* ó *sus-*

*tractivo* ó el de *nónio directo* ó *aditivo*. Este último, en el cual las divisiones son más pequeñas que las del limbo, es el más usado y por lo tanto solo nos detendremos en él. Las divisiones del *nónio* están numeradas desde cero hasta  $n$  en el mismo sentido que la graduación del limbo. Si la posición del *nónio* es tal como representa la figura 9.<sup>a</sup>, de modo que sus dos divisiones extremas coincidan con dos del limbo, vemos inmediatamente que cada una de las divisiones 1, 2, 3, ...,  $(n-1)$  del *nónio* están retrasadas, de las correspondientes del limbo, las cantidades 1, 2, 3, ...,  $(n-1)$  veces  $\frac{K}{n}$ .

Si suponemos ahora que por un pequeño movimiento de la regla avance el *nónio* una cantidad menor que  $K$  de modo que el cero correspondiente al índice se encuentre entre dos divisiones del limbo, para conocer el valor del ángulo que ha girado la regla, se observará, con la ayuda de un microscopio, el *nónio* y la parte correspondiente del limbo y si, por ejemplo, se vé que el trazo núm. 3 del *nónio* está sensiblemente en coincidencia con un trazo del limbo, se deduce que este trazo núm. 3 ha avanzado evidentemente la cantidad  $3 \frac{K}{n}$  que era lo que antes se hallaba retrasado y por consiguiente el cero ó índice habrá avanzado la misma cantidad con respecto al trazo  $h$  del limbo con quien estaba antes en coincidencia. Luego puede decirse en general que *cuando el cero del nóio caiga entre dos trazos del limbo, á la lectura angular hecha directamente sobre el limbo habrá que añadir la cantidad  $\frac{K}{n}$  multiplicada por el número de orden del trazo del nóio en que la coincidencia con uno de los del limbo exista sensiblemente.*

**36.** Hemos visto que la *apreciación* de un *nónio* está representada por la cantidad  $\frac{K}{n}$ , es decir por el cociente de dividir el valor de las divisiones más pequeñas de limbo por el número de divisiones del *nónio*. Así, por ejemplo, si las divisiones más pequeñas del limbo son medios grados y el *nónio* está dividido en treinta partes, la *apreciación* será  $\frac{30'}{30} = 1'$ , y si el limbo estuviese

dividido en sextos de grado ó sea de 10' en 10' y el nónio tuviese 60 divisiones la apreciacion sería  $\frac{10'}{60} = \frac{600''}{60} = 10''$ .

La aproximacion que se puede obtener por medio de los nónios no es indefinida; puesto que esta medida por la relacion  $\frac{K}{n}$  que es la diferencia entre las magnitudes de las divisiones del limbo y del nónio, á medida que esta diferencia disminuye, la coincidencia entre los trazos del nónio y del limbo es más difícil de precisar; de tal manera que, pasado un cierto límite, la incertidumbre podria extenderse á un número más ó ménos considerable de trazos y el error que esto produciría sería superior á la apreciacion que se buscaba. La esperiencia ha probado que en limbos de 0<sup>m</sup>,20 de diámetro, el nónio no puede dar más que una aproximacion de diez segundos. Para obtenerla, el limbo tiene que estar dividido de 10 en 10 minutos y el nónio ha de tener 60 divisiones.

Solo nos hemos ocupado de los nónios circulares; pero también existen reglas; graduadas provistas de nónios, que en este caso son rectilíneos.

Su fundamento y uso son los mismos que los de los nónios circulares, no creemos por eso necesario el repetir su explicacion.

**37.** Para obtener más precision en la medida de los ángulos se disponen varios nónios que deben conservar entre sí la misma distancia y se toma el promedio de las lecturas efectuadas con cada uno de ellos por valor del ángulo que se trata de medir. El mejor sistema de mantener la misma distancia entre los nónios, es trazarlos sobre un círculo completo concéntrico al limbo y que se designa con el nombre de *círculo de los nónios*.

**38. Teodolitos.**—Descritos ya los órganos más esenciales comunes á todos los goniómetros, vamos á describir los que se emplean en la medida de los ángulos de la triangulacion y que reciben el nombre particular de *Teodolitos*. Estos aparatos no solo sirven para encontrar el valor de los ángulos de los triángulos reducidos al horizonte, sino que también se encuentran con ellos los ángulos que con la vertical ó con la horizontal del punto de estacion, forman los lados de dichos triángulos; y, como veremos más

adelante, del valor de estos últimos ángulos y de la magnitud de los lados pueden deducirse las altitudes sobre el plano de comparación de los diferentes vértices.

Un *teodolito* se compone esencialmente; de un soporte de tres pies, provistos cada uno de un tornillo, por medio del cual puede elevarse más ó ménos el pié correspondiente; unido á este soporte y pasando por el centro de un limbo horizontal graduado existe un eje vertical alrededor del cual puede girar, bien sea en union del expresado limbo ó independientemente, un círculo provisto de dos ó más nónios; á este círculo van unidos los soportes de otro eje horizontal que, pasando también por el centro de otro limbo vertical graduado, sirve de eje de giro á un anteojo unido á una regla ó á un círculo provisto de nónios, concéntrico al limbo vertical. El aparato lleva además uno ó más niveles de burbuja de aire para rectificar la direccion de los ejes y, por consiguiente, la de los limbos, que por construccion son perpendiculares á dichos ejes.

El movimiento de rotacion del instrumento alrededor del eje vertical y el del anteojo alrededor del eje horizontal, permiten dirigir dicho anteojo sucesivamente sobre los diferentes objetos ó señales visibles desde una misma estacion, midiéndose los ángulos comprendidos entre sus direcciones en el limbo horizontal y los que éstas forman con la horizontal ó vertical de la estacion en el limbo vertical, por las variaciones de posicion sobre los limbos de los nónios arrastrados en estos movimientos de rotacion.

**39.** Al colocar en estacion un teodolito, es preciso ántes de usarlo comprobar si se verifican las condiciones siguientes, y efectuar en caso necesario las oportunas correcciones hasta que queden satisfechas: 1.<sup>a</sup> *Verticalidad del eje de rotacion del aparato* 2.<sup>a</sup> *Perpendicularidad del eje óptico del anteojo respecto al eje horizontal.* 3.<sup>a</sup> *Horizontalidad de este eje de rotacion del anteojo.*

La primera comprobacion y la rectificacion que hay que hacer si no se cumple la expresada verticalidad del eje de rotacion del aparato, se efectua guiándose de las indicaciones del nivel y de la manera explicada en el párrafo 30.

Para efectuar la segunda, distinguiremos dos casos: 1.<sup>o</sup> *que el*

*anteojo pueda girar en los collares que lo sostienen, 2.º que el anteojo no tenga dicho movimiento.*

En el primer caso, para que en cualquiera de las posiciones que puede tener el eje óptico, á consecuencia del movimiento de rotacion del anteojo en sus collares, sea siempre perpendicular al eje horizontal de rotacion, es preciso que coincida dicho eje óptico con el eje de figura, pues de este modo al girar el anteojo en sus collares no cambiará la posicion del eje óptico por coincidir con el eje de este giro y como por construccion el eje de figura es perpendicular al eje horizontal de rotacion, la segunda condicion quedará cumplida.

Para comprobar si el eje óptico coincide con el de figura, se dirige la visual á un punto lejano y bien definido, haciendo que el cruce de los hilos del reticulo coincida exactamente con dicho punto valiéndose de los movimientos del anteojo; fijándolo en esta direccion, se le hace girar en sus collares y si el cruce de los hilos del reticulo coincide constantemente con el punto observado en una revolucion completa del anteojo, es prueba de que los ejes óptico y de figura coinciden. Si esta coincidencia no se verificase y la posicion de estos ejes fuese tal como la que indica la fig.<sup>a</sup> 10, que representa un corte del anteojo, en la parte correspondiente al reticulo, por un plano perpendicular á su eje y en la que el punto 0 representa la interseccion del eje de figura con dicho plano y v la interseccion con el mismo del eje óptico, siendo las rectas ab y cd los hilos del reticulo y las mn y pq dos diámetros perpendiculares entre sí de esta seccion del anteojo: al hacer girar á éste alrededor de sus collares, el punto v describirá una circunferencia cuyo centro será 0; de manera que si antes de empezar la rotacion el cruce v de los hilos coincidía con el punto observado, en el momento que se empieza á efectuar el giro cesará la coincidencia, indicándonos así que es preciso rectificar la posicion del eje óptico. Para efectuar dicha correccion, la misma figura nos indica que lo que necesitamos es hacer que los hilos del reticulo vengán á colocarse en direccion de los dos diámetros mn y pq, para lo cual se dirige el anteojo á una recta cualquiera, que puede ser la arista de un edificio lejano, la línea di-

visoria de los colores de la tablilla de una mira colocada á 300 ó 400 metros de distancia, etc. haciendo por los movimientos del anteojo que uno de los hilos del retículo aparezca coincidiendo con dicha recta, se imprime enseguida al anteojo un giro de  $180^{\circ}$  en sus collares, conociéndose que ha girado esta cantidad cuando el hilo con quien habíamos efectuado la coincidencia, que para fijar las ideas supondremos que es el horizontal a b, venga á ocupar una posición a' b' paralela á la recta observada, y por los tornillos del retículo se hace que este hilo venga á ocupar una posición intermedia entre la a b y la a' b'; por los movimientos del anteojo se hace que dicho hilo vuelva á coincidir con la recta observada repitiendo otra vez la operación que acabamos de indicar hasta conseguir, al cabo de algunos tanteos, que el hilo de que nos ocupamos coincida en sus dos posiciones inversas con la recta observada. Haciendo exactamente lo mismo con el otro hilo del retículo quedará terminada la rectificación.

En el segundo caso, cuando el anteojo no tenga movimiento en sus collares, para comprobar si el eje óptico es perpendicular al de rotación, se dirige la visual á un punto lejano y bien determinado, anotando la graduación que en el limbo horizontal corresponde á la dirección de esta visual. Se dá despues un giro de  $180^{\circ}$  al aparato alrededor del eje vertical y otro al anteojo alrededor del eje horizontal, si el cruce de los hilos del retículo vuelve á pasar por el mismo punto, al hacer cabecear el anteojo, es prueba de que se cumple la perpendicularidad entre el eje óptico y el de rotación del anteojo. Si esto no se verificase y suponemos que a b (fig.<sup>a</sup> 11) es el eje horizontal de rotación, c d el eje óptico y p el punto observado, al efectuar el giro de  $180^{\circ}$  alrededor del eje vertical del aparato, la dirección del eje óptico será la misma línea c d, pero el ocular del anteojo habrá venido al punto c y el objetivo á d, al hacerlo girar despues alrededor del eje a b para que el ocular vuelva al lado del operador, como suponemos que c d es oblicua con respecto á a b, el eje óptico c d describirá en el giro una superficie cónica y al concluir la semi-revolución tomará la posición c' d' simétrica de la c d respecto á la c'' d'' perpendicular á la a b; el punto que ahora se verá coincidiendo con la

*cruz filar no será el p sino otro cualquiera p', y la misma figura nos indica que si por los tornillos del retículo se varía la posición del eje óptico hasta que la cruz filar venga á coincidir con el punto p'' intermedio entre los p y p', la rectificacion quedará efectuada. Siendo difícil que á ojo se pueda apreciar con exactitud cuál es el punto medio entre p y p', habrá necesidad de repetir algunas veces las operaciones que hemos indicado hasta conseguir que la visual pase por el mismo punto en dos posiciones inversas del antejo.*

La tercera comprobacion dijimos que era ver si el eje de rotacion del antejo es horizontal. Conseguida, por la rectificacion anterior, la perpendicularidad entre los ejes óptico y de rotacion del antejo, dicho eje óptico describirá un plano al hacer girar al antejo alrededor del eje de rotacion mencionado, y dicho plano será vertical cuando el expresado eje de rotacion sea horizontal. Para comprobar esta condicion, *se dirige la visual á una línea vertical, que puede ser el hilo de una plomada ó la arista de un edificio bien construido, y haciendo cabecear el antejo se observará si la cruz filar coincide constantemente con los diversos puntos de la línea observada. En el caso de que dicha coincidencia no se verifique se efectúa la correccion necesaria moviendo los tornillos que puedan hacer variar la inclinacion del eje de rotacion del antejo. Con frecuencia ocurre no tener un punto propósito para colgar la plomada, ni existir un edificio en condiciones favorables para que pueda servirnos para ejecutar la comprobacion que nos ocupa, por cuya razon vamos á indicar otro medio de hacerla. Se buscan dos puntos que en el giro vertical del antejo coincidan sucesivamente con la cruz filar del retículo, se dá despues al aparato un giro de 180° alrededor del eje vertical y se invierte la posición del antejo haciéndole girar alrededor de su eje de rotacion hasta que la visual vuelva á pasar por uno de los puntos observados viendo si al hacer cabecear al antejo la cruz filar coincide con el otro punto. En el caso de que esta coincidencia no se verifique, se corrige la mitad de la desviacion observada por los tornillos antes mencionados.*

Esta manera de efectuar la comprobacion se funda en que, si el

eje de rotacion del anteojo no es horizontal el plano descrito por el eje óptico, al hacer cabecear el anteojo, no será vertical y por los giros efectuados hacemos que el mencionado plano venga á tomar una posicion simétrica de la que tenia con respecto al plano vertical determinado por el punto de estacion y uno de los observados.

**40.** Al tratar de los niveles dijimos que cuando eran muy sensibles no debiamos detenernos en efectuar su rectificacion ni la de verticalidad de los ejes de los aparatos con completa exactitud, siendo preferible en tal caso anotar las divisiones á que corresponden las extremidades de la burbuja en dos posiciones inversas del nivel, de cuyas lecturas dedujimos una fórmula que nos daba el valor de la inclinacion de estos ejes en funcion de las divisiones del tubo del nivel ó bien en segundos siempre que se conociera la equivalencia de cada division ó parte del nivel. Vamos á indicar el medio de encontrar dicha equivalencia suponiendo el nivel de un teodolito. Se coloca el nivel, por los giros del aparato, en una direccion paralela á la línea determinada por dos de los tornillos del pie, anotando la division á que corresponde una de las extremidades de la burbuja; se dirige despues, por el anteojo, una visual á un punto bien definido situado en el horizonte haciendo la puntería con toda precisión, anotando la lectura correspondiente á dicha visual en el círculo vertical, enseguida moviendo uno de los citados tornillos del pie se hace que la burbuja se separe de la posicion que ocupa un número determinado de divisiones, y como esta operacion habrá hecho cambiar la direccion del eje óptico, porque todo el aparato se ha inclinado, al mirar por el anteojo no veremos ya en coincidencia la cruz filar del retículo con el punto antes observado. Se rectifica la puntería por el movimiento vertical del anteojo, haciendo de nuevo la lectura que en el limbo vertical corresponde á la visual, siendo evidente que la diferencia de las dos lecturas hechas sobre el mencionado limbo indicará el valor angular de la variacion de inclinacion del aparato y marcada por la desviacion de la burbuja. Se tendrá, pues, el valor angular de una de las divisiones ó partes del nivel, dividiendo la diferencia de las lecturas efectuadas sobre el limbo vertical, por el número de

divisiones que se haya separado de su primera posición el extremo observado de la burbuja. Haciendo uso del tornillo de rectificación del nivel, la operación que acabamos de indicar puede repetirse varias veces haciendo que la burbuja se mueva en distintas partes del tubo, y se tomará para valor de una de las divisiones del nivel, el promedio de todos los que encontremos por las operaciones descritas.

Cuando el nivel vá unido al mismo anteojo, se puede prescindir de dirigir la visual á un punto lejano, pudiéndose ejecutar estas operaciones en el mismo gabinete, obteniéndose las variaciones de lugar de la burbuja por los movimientos del anteojo.

Puede también encontrarse la equivalencia en segundos de las partes de un nivel cualquiera con más comodidad y exactitud haciendo uso de un aparato destinado á este objeto llamado *probeta*. La *probeta* consiste en una plancha de cristal que tiene por apoyos tres tornillos verticales á favor de los cuales, y auxiliándose de un nivel, se coloca perfectamente horizontal. Sobre esta plancha se apoyan dos reglas metálicas que forman una cruz; en las extremidades de la menor existen dos tornillos, que le sirven de apoyo, por medio de los cuales se consigue su horizontalidad; el brazo mayor de la cruz puede girar alrededor de un eje paralelo á la línea determinada por las puntas de los mencionados tornillos del brazo menor, produciéndose los giros por medio de un tornillo micrométrico que lleva en su extremo y que apoyando su punta en la plancha de cristal lleva en su cabeza un índice que resbala sobre un círculo graduado en el que se aprecian las fracciones de vuelta que se den al tornillo. Se coloca el nivel, en que se quiere conocer la equivalencia en segundos de las divisiones de su tubo, sobre la regla mayor cuya inclinación se varía por medio del tornillo micrométrico haciendo que la burbuja recorra un cierto número de divisiones, y como la inclinación de la regla se conoce en función del paso de rosca del tornillo y de la distancia de su punta al eje de rotación, para encontrar la mencionada equivalencia bastará dividir la inclinación dada á la regla por el número de divisiones recorridas por la burbuja.

41. Los *teodolitos* pueden clasificarse en *repetidores* y *reite-*

*radores*. En los primeros el limbo azimutal y el círculo de los nónios correspondiente pueden girar reunidos con rapidez ó con lentitud, y una vez fijo el limbo el círculo de los nónios, solo, puede tambien tener los mismos movimientos; mientras que en los reiteradores, solo en el círculo de los nónios, cuando gira aislado, puede producirse el movimiento con lentitud, y en cambio, la disposicion del limbo es de tal suerte que puede hacerse girar con entera independencia del círculo de los nónios. El limbo vertical puede tener análogas disposiciones aunque en los teodolitos usados en Topografía lo regular es que el limbo vertical sea completamente fijo y solo pueda moverse el círculo ó regla de los nónios, ó vice-versa.

En cada una de estas clases, pueden á su vez subdividirse en *concéntricos* y *excéntricos*. Los primeros tienen el anteojo colocado de manera que al girar, su eje óptico describe un plano que pasa por el centro del limbo azimutal; mientras que en los segundos, el plano descrito por el eje óptico del anteojo no pasa por el referido centro si bien es paralelo al eje vertical de rotacion del aparato.

Los concéntricos tienen la ventaja de no tenerse que tomar en cuenta la excentricidad del anteojo al hacer las observaciones, pero en cambio son de construccion más difícil y á causa de esta misma dificultad pueden no cumplir con exactitud la condicion á que deben su nombre.

**42. Ejemplo de un teodolito repetidor y concéntrico.**—*Teodolito Troughton*.—Este aparato consta de dos platillos horizontales, sirviendo el uno de limbo azimutal y el otro de círculo de los nónios. El primero *a a* (fig.<sup>a</sup> 12) tiene su diámetro algo mayor que el segundo, estando su superficie lateral trabajada en forma de un tronco de cono y en ella lleva sobre una cinta de plata la graduacion. Los dos platillos están centrados sobre un eje vertical *b* alrededor del cual pueden girar reunidos, existiendo para impedir este movimiento, cuando se quiera, un collar *c* que por medio de un tornillo *d* se puede hacer que forme cuerpo con una abrazadera unida al limbo, y el expresado collar está unido por el tornillo *f* á uno de los pies del aparato. Este tornillo *f* sirve para imprimir al limbo y al círculo de los nónios, reunidos,

un movimiento lento porque teniendo su esferilla fija en un saliente del pie  $g$  penetra en una tuerca que lleva otro saliente del collar  $c$ , y por lo tanto al hacer girar dicho tornillo se mueve el collar y con él el limbo si previamente se ha apretado el tornillo  $d$ . El platillo  $nn$  de los nóios es de superficie cilíndrica llevando en los extremos de un mismo diámetro dos partes  $h$  rebajadas según una superficie prolongación de la del limbo, en donde también sobre plata van marcados los nóios; este platillo  $nn$  puede moverse independientemente del limbo cuando está flojo el tornillo  $K$  y puede fijarse al  $aa$  formando cuerpo con él por medio de unas mordazas que se aprietan contra el  $aa$  por medio del tornillo  $K$ , las cuales van unidas por el tornillo  $l$  á un saliente del platillo  $nn$ ; la esferilla de este tornillo  $l$  está en las mordazas que oprime el  $K$  y su tuerca en el saliente  $m$  unido al platillo  $nn$ , por lo tanto si después de apretado el tornillo  $K$  se hace girar al  $l$  se comunica al platillo  $nn$  un movimiento lento. Sobre el disco  $nn$ , existen dispuestos en dos direcciones perpendiculares entre sí, dos niveles  $p p'$  de burbuja de aire cuyos apoyos son tornillos á favor de los que se pueden rectificar dichos niveles; ocupando la parte central del mencionado platillo existe también una pequeña brújula  $r$ . Elévanse sobre el  $nn$  dos soportes  $q$  que llevan en su parte superior los cojinetes de un eje horizontal  $0$ , en el cual y perpendicular á su dirección está montado un semi-limbo graduado  $vv$ ; éste á su vez sirve de apoyo á los soportes  $xx$  de un anteojo  $A B$ . El semi-limbo  $vv$  puede girar con el eje  $0$ , y para detener este movimiento existe montada en una de las extremidades de dicho eje una pieza  $z$ , que forma cuerpo con él cuando se aprieta el tornillo  $\alpha$ ; en la pieza  $z$  existe la tuerca de un tornillo  $\delta$  cuya esferilla está en el soporte  $q$ , por consiguiente haciendo girar al tornillo  $\delta$  se comunica á la pieza  $z$  y por lo tanto al semi-limbo y al anteojo, si previamente se ha apretado el tornillo  $\alpha$ , un movimiento lento. Advertiremos de paso que los tornillos que como los  $l$ ,  $f$ , y  $\delta$ , sirven para producir movimientos lentos y de pequeña amplitud, se llaman *tornillos de coincidencia*; así como los tornillos que como los  $d$ ,  $K$ , y  $\alpha$ , sirven para hacer que dos piezas formen cuerpo accidentalmente, se llaman *tornillos de presión*. El semi-limbo  $vv$  tiene

su nóio fijo á una pieza unida al platillo  $n n$ . Pendiente del anteojo existe un nivel  $t$  de burbuja de aire, cuyos apoyos son dos tornillos que sirven para rectificarlo. El anteojo puede cambiar de posición en sus collares á favor del giro de la parte superior de éstos alrededor de unas charnelas fijas á la parte inferior, uniéndose las dos partes del collar cuando está cerrado por medio de las clavijas  $\Sigma, \Sigma'$ . Cerrados los collares el anteojo puede girar alrededor de su eje de figura, pues aunque se adaptan á su superficie, le permiten este movimiento. El retículo del anteojo consta de tres hilos cuya disposición es la que representa la figura 13, la razón de esta disposición es el parecerle al constructor más fácil y ménos expuesto á errores, hacer que la imágen del objeto que se observa venga á colocarse en la bisectriz del ángulo  $aob$ , en vez de hacer que un hilo vertical divida á esta imágen en dos partes iguales. Cuatro tornillos, colocados en los extremos de dos diámetros perpendiculares, permiten variar la colocación del anillo del retículo para poder rectificar la posición del eje óptico. Para enfocar el anteojo existe un botón  $\beta$  (fig.<sup>a</sup> 12) el cual por medio de un piñón y una cremallera hace variar la distancia entre el ocular y el objetivo, pudiéndose también sacar ó introducir á mano el tubo que lleva el ocular para separarlo ó acercarlo al retículo y ver con claridad sus hilos.

El eje  $b$  está unido á tres pies  $g, g', g''$ , atravesados en sus extremos por los tornillos  $T, T', T''$  que terminan por su parte inferior en pequeños conos, los cuales penetran en los rebajos de una meseta adicional (fig.<sup>a</sup> 14) compuesta de dos placas, la inferior, en la cual se apoyan los mencionados tornillos, fija y la superior gítoria, ésta lleva unos taladros que cuando coinciden con los rebajos de la inferior permiten la entrada y salida de los tornillos, pero haciéndola girar los sujeta, existiendo además un tornillo  $m$  que puede unir las dos placas impidiendo así el giro de la superior. En el centro de esta plataforma existe un taladro roscado en el cual penetra la espiga  $a$  (fig.<sup>a</sup> 15) de un trípode de los llamados ingleses, compuesto de tres pies que por su reunión forman un doble tronco de cono, estos pies terminan en su parte inferior en unos regatones de hierro y por la superior en unas espigas metáli-

cas taladradas y atravesadas por pernos alrededor de los cuales pueden girar, con lo que se consigue el que dichas piernas puedan abrirse más ó ménos. Los pernos van fijos por tuercas á la cabeza *b* del trípode. En la figura está representado el trípode cerrado, tal como se le dispone para trasportarlo, los anillos *p*, *q*, *r*, sirven para sujetar las piernas, y el sombrerete *h*, representado á la izquierda de la figura, se atornilla en la espiga *a* para evitar que se estropee. En la base inferior de la cabeza *b* y colocado en la prolongacion del eje de la espiga *a*, existe un pequeño gancho para colgar de él el hilo de una plomada.

Las divisiones del limbo azimutal y del semilimbo zenital son sexagesimales; tanto el uno como el otro están divididos en medios grados. Los nónios comprenden 29 divisiones y están divididos en 30 siendo por lo tanto su apreciacion  $\frac{30'}{30} = 1'$ . La graduacion del limbo azimutal es completa de 0° á 360° y está en el sentido de las rotaciones directas, es decir de izquierda á derecha para un observador colocado en el centro; la del semi-limbo vertical vá en dos sentidos contrarios á partir del punto correspondiente al cero del nónio cuando el eje óptico del antejo es horizontal. En la cara posterior de este semi-limbo existe otra graduacion que marca la diferencia entre una recta de 100 metros y su proyeccion horizontal cuando la inclinacion de la recta es la marcada por las lecturas hechas sobre la cara anterior.

Antes de operar con este teodolito deben hacerse las comprobaciones y rectificaciones explicadas en el párrafo 39. Para efectuar la primera se tienen los dos niveles *p*, *p'*. La segunda se efectuará como se explicó en el primer caso del citado párrafo, y en cuanto á la tercera, en el modelo á que nos referimos, no hay que efectuarla, pues por construccion el eje de rotacion *o*, del antejo queda horizontal en el momento que el eje *b* del aparato está vertical, y si por cualquiera causa esto no se verificase, no puede hacerse la rectificacion necesaria por carecer de tornillos que variando la longitud de los soportes *q* puedan variar la inclinacion del eje *o*.

#### 43. Ejemplo de un teodolito reiterador y

**exoétrico.**—*Teodolito Brunner.* Este teodolito representado en la figura 16, consta de tres pies  $a, a', a''$ , que por la union de sus extremos superiores forman una pequeña plataforma  $c$  y tienen atravesados los inferiores por los tornillos  $A, A', A''$  que vienen á ser los apoyos del aparato. Del centro de la plataforma  $c$  se eleva un pivote vertical de acero en el cual está centrado un collar de poca altura  $d d'$  al que vá unido un limbo  $h h'$  que puede fijarse á la plataforma  $c$  por medio de dos tornillos  $f, f''$  que comprimen unas mordazas  $g, g'$ . Centrado en el mismo eje y pudiendo tener un movimiento completamente independiente de el del limbo  $h h'$ , existe un círculo interior á él, que lleva dos nónios cuyos ceros se hallan en los extremos de un mismo diámetro. Para que cuando sea necesario el círculo de los nónios forme cuerpo con el limbo, existe un tornillo  $K$  que comprime unas mordazas  $b$ , y una vez apretado dicho tornillo se puede comunicar al círculo de los nónios un movimiento lento por medio del tornillo de coincidencia  $m$ , cuya accion es opuesta á la de un muelle en espiral encerrado en el tubo  $x$ . Cuando los tres tornillos  $f f'$  y  $K$ , están flojos se puede comunicar al limbo  $h h'$  un movimiento independiente del círculo de los nónios. Unos cristales deslustrados  $\Sigma, \Sigma'$  impiden la reflexion directa de la luz y unos microscópios  $z, z'$  sujetos á una varilla giratoria alrededor del centro, facilitan la lectura de la graduacion y la observacion de las coincidencias de los nónios se hacen con más precision.

En la parte central del círculo de los nónios se eleva un manguito  $B$ , que sostiene toda la parte superior del aparato, el cual puede girar con el círculo de los nónios alrededor del eje de acero unido á la plataforma  $c$  y que penetra en el interior de dicho manguito. En la parte superior de éste va sujeta una regla  $RS$ , en cuyo extremo  $S$  hay un contrapeso cilindrico  $Q$  destinado á equilibrar el aparato. Sobre la regla  $RS$  se elevan dos soportes  $r, s$ , uno de los cuales puede variar de altura por medio de dos tornillos  $t$ ; dichos soportes sostienen la pieza cilindrica hueca  $p$  que en su extremo y perpendicularmente á su eje, por construccion, lleva un limbo  $FG$  fijo invariablemente á ella. En el interior de la pieza  $p$  y pudiendo girar en él, existe un eje de acero terminado en uno

de sus extremos por el boton acordonado  $\alpha$ , llevando en el otro extremo y perpendicularmente á su direccion un círculo con dos nónios cuyos ceros están en los extremos de un mismo diámetro; la circunferencia exterior de este círculo encaja perfectamente con la interior del limbo F G.

Para unir, cuando convenga, el círculo de los nónios al limbo, existe un tornillo  $\alpha$  y una vez apretado éste se puede comunicar al círculo de los nónios un movimiento lento por medio del tornillo de coincidencia  $\beta$ . Sobre el círculo de los nónios y en direccion de uno de sus diámetros se elevan dos soportes  $l$  de igual altura, en los que vá fijo invariablemente un anteojo C D. El retículo de este anteojo está compuesto de cuatro hilos, uno en direccion de un diámetro vertical y los otros tres horizontales y equidistantes entre sí, estando tambien el del centro en direccion de un diámetro de la seccion del tubo del anteojo. La posicion del retículo puede rectificarse por medio de un tornillo  $y$ . Para enfocar el anteojo existe un boton  $\pi$  que á favor de un piñón y una cremallera puede variar la distancia entre el ocular y el objetivo; pudiéndose sacar ó introducir á mano el tubo que lleva el ocular hasta que se vean con claridad los hilos del retículo. En la parte posterior del limbo F G y una direccion perpendicular á la de la pieza  $p$ , existe fijo un nivel de burbuja de aire M N con su correspondiente tornillo de rectificacion  $q$ . El tubo del nivel lleva una graduacion cuyo cero corresponde á la extremidad de la izquierda para un observador colocado de frente á la graduacion del limbo F G, siendo, en el modelo á que nos referimos, próximamente  $12''$  la equivalencia de una de estas partes ó divisiones.

Tanto el limbo azimutal como el zenital están divididos en sextos de grado; comprendiendo cada nónio 59 divisiones y estando divididos en 60 partes, la apreciacion es por consiguiente

$$\frac{10'}{60} = \frac{600''}{60} = 10''.$$

La numeracion de los limbos está colocada de  $10^\circ$  en  $10^\circ$  y vá en el sentido de las rotaciones directas.

El aparato se coloca sobre un trípode (fig.<sup>a</sup> 17) de los llamados

de seis brazos, que consiste en una plataforma de madera que lleva unos tejuelos de laton con unas ranuras para recibir los extremos de los tornillos A, A', A'' (fig.<sup>a</sup> 16) del aparato. A esta plataforma van unidos por unos pernos y clavijas *d, d', d''*, (fig. 17), unos brazos *a, a', a''*, compuestos de dos partes unidas entre sí y que terminan por la parte inferior en unos regatones de hierro. En el centro de la plataforma *bc* existe un taladro por el cual pasa un tornillo *y* terminado por el boton acordonado *m*; dicho tornillo se introduce en una tuerca que lleva el aparato en la parte inferior de la pequeña plataforma *c* (fig.<sup>a</sup> 16), este tornillo está sollicitado hácia abajo por un muelle en espiral *h* (fig.<sup>a</sup> 17) el cual contribuye á que la union del aparato al tripode sea más perfecta. En la parte inferior del boton *m* hay un pequeño cilindro con un taladro para sujetar el hilo de una plomada.

Las comprobaciones y rectificaciones que es preciso efectuar antes de usar este teodolito son las mismas que en general se explicaron en el párrafo 39. Para efectuar la primera se tiene el nivel *MN* (fi.<sup>a</sup> 16) con su tornillo de rectificacion *q* y los tornillos A, A', A'', de los pies. La segunda se efectua como se dijo en el segundo caso del citado párrafo haciendo la correccion necesaria por el tornillo *y* del reticulo. La tercera se ejecuta como allí se explicó, haciéndose la correccion por los tornillos *t* del soporte *s*.

### **Procedimientos para la medida de los ángulos.**

---

**44.** Independientemente de la mayor ó menor apreciacion del instrumento que se emplee en esta medida y por perfecta que sea su construccion, existen diversas causas de error; tales son el que las divisiones de los limbos no son jamás rigurosamente iguales, y que el centro de estas divisiones no coincide exactamente con el eje de rotacion; existiendo además el error llamado de *punteria* que proviene de la dificultad de promediar bien la señal, haciendo que el centro del retículo del anteojo se proyecte sobre su eje verdadero y que se mantenga perfectamente fijo el anteojo en esta posicion mientras se hace la lectura, el error de *lectura* que, no solo

depende de la falta de igualdad en las divisiones del limbo, sino de la dificultad de apreciar el verdadero valor del ángulo descrito por el anteojo cuando no es un número exacto de divisiones del limbo. Por último el error de *faz* que forma parte del de *punteria* y consiste en tomar por eje de la señal que se observa lo que en realidad no es sino eje de la parte iluminada; este error puede ser de consideracion cuando se observan señales voluminosas y que reflejen mucho la luz.

Para atenuar estos errores no solo debe procurarse construir las señales en perfecta armonia con el aparato que se usa procurando que su eje pueda precisarse con facilidad, repitiendo las observaciones á distintas horas cuando se tema que puede cometerse el error de *faz*; haciendo siempre las coincidencias de la señales con el centro del reticulo con lentitud valiéndose de los tornillos de coincidencia y tomando el promedio de las lecturas de los nonios, sino que cuando las operaciones exijan mucha precision se sigue en la medicion de los ángulos uno de los dos sistemas que se conocen con los nombres de *método de repeticion* y *método de reiteracion*.

**45. Repeticion.**—El método de *repeticion*, inventado por el astrónomo Tobias Mayer, consiste en medir muchas veces el ángulo que se desea conocer repitiendo la operacion de tal manera que los arcos que le midan se sumen sin discontinuidad los unos á los otros. Se hacen solo dos lecturas una al empezar y otra al concluir y dividiendo su diferencia por el número de repeticiones que se hayan efectuado se tiene el valor del ángulo.

Para comprender mejor este procedimiento supongamos que se quiere encontrar el valor del ángulo  $A \circ B$  (fig.<sup>a</sup> 18). La primera operacion es situar un teodolito repetidor en estacion sobre el punto  $O$ , vértice del ángulo que se quiere medir, lo que se consigue colocando el centro del tripode en la vertical de dicho punto, para lo que servirá la plomada colgada del tripode, de modo que su plataforma se halle próximamente horizontal. Colocando el teodolito sobre el tripode y despues de asegurarlo se dispondrán el ocular del anteojo y los microscópios de suerte que los hilos del reticulo se vean con claridad con el primero y que las lecturas (de

la graduacion se puedan hacer con precision por medio de los segundos; por último, se efectuarán las comprobaciones y rectificaciones explicadas en el párrafo 39. Concluidas estas operaciones, para empezar la medicion se aprieta el tornillo que une el círculo de los nónios al limbo azimutal y se afloja el que fija á los piés el expresado limbo; por el movimiento del limbo y del círculo de los nónios á el unido, se dirige el anteojo á la señal A de la izquierda, (\*), cuando dicha señal aparezca en el campo del anteojo y próximamente centrada se aprieta el tornillo de presion que detiene el mencionado movimiento y por el de coincidencia se perfecciona la puntería haciendo que el centro del retículo del anteojo se proyecte sobre el eje de la señal, anotando en un cuaderno la graduacion correspondiente á los ceros de los nónios. Fijo el limbo en esta posicion, se afloja el tornillo que lo une al círculo de los nónios y por el movimiento de dicho círculo aislado se dirige el anteojo á la señal B de la derecha, deteniendo el movimiento apretando el tornillo de presion y perfeccionando la puntería con el correspondiente tornillo de coincidencia del mismo modo que se hizo anteriormente. El ángulo descrito por el anteojo y que podemos medir por el arco recorrido sobre el limbo azimutal por los ceros de los nónios, es evidentemente igual al  $A \circ B$ , pero para repetir no se anota la lectura de este arco, sino que volviendo á aflojar el tornillo que fija al limbo, se vuelve á dirigir el anteojo, por el movimiento del limbo y del círculo de los nónios reunidos, á la señal A de la izquierda haciendo la coincidencia por el tornillo de dicho nombre correspondiente al movimiento general. La division del limbo que sirvió de punto de partida habrá venido á colocarse en una posicion  $a'$  separada de la primera por el valor del ángulo  $A \circ B$  y por lo tanto si aflojando el tornillo que une el círculo de los nónios al limbo se dirige el anteojo, por el movimiento aislado de dicho círculo, á la señal B de la derecha, perfeccionando la puntería con el correspondiente tornillo de coincidencia, es indudable que el arco recorrido

---

(\*) Suponemos que la graduacion va de izquierda á derecha, si fuese en sentido contrario bastará cambiar, en la explicacion, la señal de la izquierda, por la de la derecha y vice-versa.

por los ceros de los nónios á contar desde su posicion primitiva será doble de la medida del ángulo A o B.

Si se quiere repetir la medida mayor número de veces se volverán á efectuar, á partir de la posicion actual, la misma série de operaciones que hemos explicado, repitiéndolas tantas veces como se quiera. Cuando se haya terminado la última repetición se hace la lectura de los grados en el mismõ nónio que se hubiese hecho al empezar, se toma el promedio de los minutos y segundos marcados por los dos, obteniéndose así la lectura final y restando de ésta, la que se hizo al principio y dividiendo la resta por el número de repeticiones ejecutadas, se tendrá un valor para el ángulo A o B en el cual los errores de lectura y de division estarán disminuidos puesto que quedan repartidos entre un gran número de observaciones, y los de puntería no habrán aumentado y pueden haber disminuido porque lo probable es que no siempre se hayan cometido en el mismo sentido. Escusado parece advertir que si en los giros del círculo de los nónios y por efecto del número de repeticiones, se hubiese hecho describir á éste más de una circunferencia, á la lectura final, hecha directamente, habrá que añadir tantas veces  $360^\circ$  como circunferencias se hayan descrito.

Si el teodolito empleado fuera excéntrico, para corregir el error debido á dicha excentricidad se efectuan un cierto número de repeticiones teniendo el anteojo á la izquierda del eje de rotacion del teodolito, concluidas éstas se dá un giro de  $180^\circ$  al círculo de los nónios y se invierte el anteojo para que el ocular vuelva al lado del observador; de este modo la excentricidad quedará ahora á la derecha y efectuando en esta posicion el mismo número de repeticiones que se hicieron en la otra y tomando el promedio de los dos resultados es evidente que el error debido á la excentricidad del anteojo quedará destruido.

**46.** El método de repetición, que puede dar buenos resultados cuando los aparatos que se empleen sean de una construccion perfecta, tiene varios inconvenientes siendo uno de los principales el suponer que los arcos descritos sucesivamente por los ceros de los nónios, se sumen sin discontinuidad; lo cual es casi imposible que se verifique á causa del arrastre que el círculo de los nónios

ejerce sobre el limbo, del juego de los tornillos de coincidencia, del rozamiento de las diversas partes del aparato, de la misma elasticidad de los metales de que está construido etc.

Este método ha sido sustituido con ventaja por el de *reiteracion* que vamos á describir.

**47. Reiteracion.**—El método de reiteracion fué emplea-  
do la primera vez por el ilustre astrónomo *Bessel*. Consiste, en  
resúmen, en medir el ángulo de que se trata, haciendo las dos  
lecturas correspondientes á la posicion del anteojo cuando se halle  
apuntado á cada una de las señales, y repetir esta operacion par-  
tiendo de distintas graduaciones del limbo.

Para comprender mejor la manera de practicar este método,  
supongamos que se quieren encontrar los ángulos que en el punto  
A (fig.<sup>a</sup> 19) forman las direcciones á los B, C, D..... Se coloca en esta-  
cion un teodolito reiterador sobre el punto A de la manera explica-  
da en el párrafo 45. Concluidas estas operaciones se afloja el torni-  
llo que une el círculo de los nónios al limbo y se mueve aquél  
hasta que, estando el limbo vertical á la izquierda del observador,  
el cero del nónio más próximo á éste y que para distinguirlo lla-  
maremos primer nónio, marque cero grados y algunos minutos  
en el limbo azimutal. Si el ocular del anteojo no quedase del lado  
del observador se invertirá su posicion para conseguirlo. Hecho  
ésto, se aprieta el tornillo que une el círculo de los nónios al limbo  
y aflojando los que fijan dicho limbo á los pies, se dirige el anteo-  
jo por el movimiento á mano del limbo y del círculo de los nónios  
á él unido, á la señal B de la izquierda deteniendo el movimiento  
cuando la señal aparezca próximamente centrada y haciendo la  
coincidencia de su eje con el centro del reticulo por medio del tor-  
nillo de coincidencia del círculo de los nónios, despues de haber  
apretado los de presion del limbo, moviendo dicho tornillo de ma-  
nera que el movimiento del anteojo sea de izquierda á derecha. Se  
hace enseguida la lectura correspondiente á los ceros de los nónios  
anotando estas lecturas y su promedio en el registro. Fijo el limbo  
en esta posicion se afloja el tornillo que une el círculo de los nónios  
al limbo y por el movimiento aislado de dicho círculo de los nónios  
se dirige el anteojo al punto C, haciendo la coincidencia del centro

del retículo con el eje de la señal por medio del tornillo de coincidencia, despues de haber apretado el de presion, y procurando lo mismo que antes que el movimiento del anteojo sea de izquierda á derecha; se hacen las lecturas correspondientes á los ceros de los nónios y se anotan con su promedio en el registro. Se continua del mismo modo la operacion de izquierda á derecha hasta anotar las lecturas correspondientes á la visual dirigida al último punto de la derecha. Concluida esta primera vuelta de horizonte se empieza una segunda en órden inverso para lo cual lo primero que se hace es girar el anteojo un poco á la derecha del último punto, lo suficiente solo para que se tenga que apuntar nuevamente á él, haciéndose todas las coincidencias en esta segunda vuelta de modo que el movimiento del anteojo sea de derecha á izquierda. Las lecturas correspondientes á cada una de las visuales se van anotando en el registro y como serán casi iguales á las primeras servirán para comprobar que tanto al efectuar las operaciones como al escribir las anotaciones correspondientes, no se ha cometido un error grosero. Al llegar de este modo al punto B de la izquierda quedará terminada la segunda vuelta de horizonte, y antes de empezar la tercera, por el movimiento del limbo aislado, para lo que habrá que aflojar los tornillos de presion que lo unen á los pies y el que lo une al círculo de los nónios, se le hace girar en sentido contrario á la graduacion un número de grados tal que al concluir las reite-raciones que nos hayamos propuesto efectuar, las lecturas se hayan hecho en todas las partes del limbo. Si, por ejemplo, el número de vueltas dobles de horizonte que vamos á efectuar es cuatro y el aparato tiene dos nónios, el número de grados que debemos hacer girar al limbo estará determinado por el cociente  $\frac{360^\circ}{2 \times 4} = 45^\circ$ , de modo que el primer *nónio* que al empezar las observaciones marcaba próximamente cero grados, marcará ahora 45° próximamente. Despues de fijar el limbo, se dá al círculo de los nónios un giro de 180° y se invierte la posicion del anteojo para que el ocular vuelva al lado del observador, con cuyas operaciones se consigue que la excentricidad del anteojo, si la hubiese, sea ahora de sentido contrario. Partiendo de la nueva graduacion se efectúan otras dos

vueltas de horizonte con las mismas precauciones que se hicieron las primeras y al concluir las, se hace girar al limbo el mismo número de grados que al concluir la segunda, se cambia otra vez el sentido de la excentricidad del anteojo y se continúa la misma serie de operaciones hasta haber efectuado el número de reiteraciones que, según la importancia de las operaciones, nos hayamos propuesto.

Las lecturas efectuadas en el limbo azimutal se van anotando en un registro que puede ser de la forma del que ponemos a continuación.

The image shows a very faint, large-scale grid or table structure, likely a registration form for azimuthal readings. It consists of multiple columns and rows, with some text visible in the left margin, possibly indicating column headers or row numbers. The grid is mostly illegible due to fading.

### Estacion de Las Lastras.

DISTANCIA AL CENTRO DE LA SEÑAL  $a=3^m, 15$ .

DIRECCION AL MISMO CON EL CERVO EN LA SEÑAL DEL  
CAMINO DE PEROGORDO= $20^{\circ}-18'-30''$ .

| N. de las vueltas. | Dias.                | Horas.              | Circulo vertical á la | Nombre y forma de los objetos.          | N.º de N.ºs. | Lecturas. |    | Promedios. |     | NOTAS. |    |
|--------------------|----------------------|---------------------|-----------------------|---|--------------|-----------|----|------------|-----|--------|----|
|                    |                      |                     |                       |   |              | °         | '  | °          | '   |        |    |
| 1                  | 22 de Abril de 1877. | 4h, 10 <sup>m</sup> | I                     | <i>Camino de Perogordo.</i><br>(Señal.) | I            | 0         | 30 | 0          | 30  |        |    |
|                    |                      |                     |                       |   | II           | 180       | 30 | 30         | 30  |        |    |
|                    |                      |                     |                       |   | I            | 67        | 48 | 30         | 67  |        | 48 |
| 2                  |                      |                     |                       | <i>Torreón Lozoya.</i><br>(Señal.)      | I            | 119       | 3  | 40         | 119 | 3      | 40 |
|                    |                      |                     |                       |   | II           | 299       | 3  | 40         |     |        |    |
|                    |                      |                     |                       |   | I            | 119       | 3  | 30         | 119 | 3      | 35 |
| 3                  |                      |                     | D                     | <i>San Gabriel.</i>                     | I            | 119       | 3  | 40         | 119 | 3      | 40 |
|                    |                      |                     |                       |   | II           | 299       | 3  | 40         |     |        |    |
|                    |                      |                     |                       |   | I            | 67        | 48 | 40         | 67  | 48     | 40 |
|                    |                      |                     |                       | <i>Torreón Lozoya.</i>                  | I            | 247       | 48 | 40         |     |        |    |
|                    |                      |                     |                       |   | II           | 180       | 30 | 40         | 0   | 30     | 40 |
|                    |                      |                     |                       |   | I            | 0         | 30 | 40         |     |        |    |
|                    |                      |                     |                       | <i>Camino de Perogordo.</i>             | I            | 325       | 26 | 30         | 45  | 26     | 35 |
|                    |                      |                     |                       |   | II           | 45        | 26 | 40         |     |        |    |
|                    |                      |                     |                       |   | I            | 292       | 44 | 50         | 112 | 44     | 50 |
|                    |                      |                     |                       | <i>Torreón Lozoya.</i>                  | I            | 112       | 44 | 50         |     |        |    |
|                    |                      |                     |                       |   | II           | 163       | 59 | 20         | 163 | 59     | 15 |
|                    |                      |                     |                       |   | I            | 343       | 59 | 10         |     |        |    |
|                    |                      |                     |                       | <i>San Gabriel.</i>                     | I            | 163       | 59 | 20         |     |        |    |
|                    |                      |                     |                       |   | II           | 163       | 59 | 20         |     |        |    |
|                    |                      |                     |                       |   | I            | 163       | 59 | 20         |     |        |    |

Para obtener con estos datos las *direcciones* de los diferentes puntos observados, se resta, en cada vuelta, del promedio de los nónicos que á cada uno corresponda, el de la visual dirigida al punto de la izquierda que sirvió de partida y tomando despues el promedio de los resultados asi obtenidos para cada punto.

Estos resultados se anotarán en un registro que puede ser de la forma siguiente:

### Estacion de Las Lastras.

*Estado de direcciones azimutales.*

| N. de las vueltas.  | Dias.                | Horas.                           | Circulo vertical á la | Camino de Perogordo. |   |   | Torreon Lozoya. |    |    | San Gabriel. |    |    |
|---------------------|----------------------|----------------------------------|-----------------------|----------------------|---|---|-----------------|----|----|--------------|----|----|
|                     |                      |                                  |                       | o                    | ' | " | o               | '  | "  | o            | '  | "  |
| 1                   | 22                   | 4 <sup>h</sup> . 10 <sup>m</sup> | I                     | 0                    | 0 | 0 | 67              | 18 | 5  | 118          | 33 | 10 |
| 2                   | de Abril<br>de 1877. |                                  |                       | »                    | » | 0 | 18              | 0  |    | 32           | 55 |    |
| 3                   |                      |                                  |                       | D                    | » | » | 0               | 18 | 15 |              | 33 | 20 |
| 4                   |                      |                                  |                       | »                    | » | 0 | 18              | 10 |    | 33           | 10 |    |
| 5                   |                      |                                  | I                     | »                    | » | 0 | 18              | 0  |    | 33           | 5  |    |
| 6                   |                      |                                  |                       | »                    | » | 0 | 18              | 15 |    | 33           | 15 |    |
| 7                   |                      |                                  | D                     | »                    | » | 0 | 18              | 10 |    | 33           | 20 |    |
| 8                   |                      |                                  |                       | »                    | » | 0 | 18              | 20 |    | 33           | 10 |    |
| Promedios . . . . . |                      |                                  |                       | 0                    | 0 | 0 | 67              | 18 | 9  | 118          | 33 | 10 |

Solo nos queda para encontrar el valor del ángulo que entre si forman las rectas que unen el punto de estacion con dos cualesquiera de los observados, restar del valor de la *direccion* del punto de la derecha, el valor córrespondiente á la *direccion* del de la izquierda. Asi, por ejemplo, si deseamos conocer el valor del ángulo que en la estacion de *Las Lastras* forman las rectas que partiendo de dicho punto van á las señales colocadas en San Gabriel y en el *Torreón Lozoya*, segun el estado anterior, restaremos de 118°—33'—10" que es el valor de la *direccion* á San Gabriel, 67°—18'—9"

que corresponden á la *dirección* de la señal del *Torreón Lozoya* y la difencia  $51^{\circ}-15'-1''$  será el valor del ángulo buscado.

**48.** Operando de esta manera se consigue, teóricamente hablando, destruir todos los errores instrumentales. En efecto, como las vueltas de horizonte se hacen en número par y alternativamente en sentidos contrarios, haciendo las coincidencias en sentido de dichas vueltas, el arrastre del limbo por el movimiento del círculo de los nonios y el error de puntería serán de sentido contrario en ellas y al tomar el promedio de cada dirección quedarán destruidos dichos errores. Por efectuarse las lecturas correspondientes á cada dirección sobre distintas partes del limbo, se compensarán también los errores debidos á la desigualdad de las divisiones del limbo. Por hacer las lecturas correspondientes á los dos nonios y tomar su promedio, quedará destruido el error producido por la excentricidad de la graduación. Por último con el cambio de posición del anteojo se destruirá el error causado por su excentricidad.

Conviene elegir para la observación de las direcciones azimutales, las primeras horas de la mañana ó las últimas de la tarde, pues en el centro del día las imágenes de las señales vistas con los anteojos aparecen animadas de un movimiento oscilatorio que hace muy difícil el apuntarlas con exactitud.

**49. Método generalmente empleado.**—En Topografía rara vez ocurrirá que las operaciones exijan tanta precisión que sea necesario emplear para la medida de los ángulos de la triangulación los métodos de *repetición* ó *reiteración* usados por lo común en las operaciones Geodésicas, lo ordinario es encontrar el valor de los ángulos determinando las direcciones de sus lados por solo dos punterías efectuadas en posiciones inversas del anteojo y haciendo las coincidencias en sentido opuesto con el objeto de atenuar los errores de *puntería* y de *excentricidad* del anteojo que son los más considerables. Las punterías se efectúan de la manera y con las precauciones indicadas en el método de *reiteración*.

Los resultados de las observaciones se van anotando en un registro que puede ser de la forma del que ponemos á continuación. En la casilla de este registro que tiene por epígrafe *forma de los*



Teniendo de este modo las *direcciones* de los vértices, se determinan los valores de los ángulos de los triángulos, encontrando la diferencia entre las *direcciones* correspondientes á los lados que los forman.

**50. Estaciones fuera de los vértices.**—A veces ocurre el no poder hacer estacion en algunos de los vértices, en cuyo caso se elige un punto lo más próximo que sea posible; desde este punto se efectúan las operaciones que hemos descrito y es claro que las *direcciones* observadas desde la estacion no serán las verdaderas que se hubiesen encontrado á poderse hacer la estacion en el vértice.

Para encontrar la correccion que deben sufrir las *direcciones* observadas para convertirse en las verdaderas, supongamos que sea C (fig.<sup>a</sup> 20) el verdadero vértice, E el punto elegido para estacion, EP la *direccion* observada y CP la verdadera. Si por el punto E se considera trazada la recta EP' paralela á la CP vemos que la correccion que tenemos que efectuar es el valor del ángulo PEP' que es igual por alterno-interno al CPE. Haciendo CPE =  $\alpha$ , PEC =  $\alpha$ , PC = A y CE = a, en el triángulo PCE se tendrá:

$$\frac{\text{sen. } \alpha}{\text{sen. } \alpha} = \frac{a}{A} \quad \text{de donde} \quad \text{sen. } \alpha = \frac{a \text{ sen. } \alpha}{A}$$

pero por ser la distancia CE muy corta relativamente á las CP y EP, el ángulo  $\alpha$  será muy pequeño y podemos tomar el valor del seno por el del arco rectificado; conocido el valor de la *rectificacion* para encontrar el valor gradual nos bastará dividir dicha *rectificacion* por el seno de un segundo y se tendrá: (\*).

$$\alpha = \frac{a}{\text{sen. } 1''} \cdot \frac{\text{sen. } \alpha}{A}$$

cuya fórmula nos dá en segundos el valor de la correccion. Este valor se sumará siempre con su signo á las *direcciones* observadas

(\*) En efecto, tomando por *rectificaciones* de los arcos  $\alpha$  y  $1''$  los valores de sus senos, fundándonos en que las longitudes de dos arcos del mismo radio son proporcionales á los valores graduales de dichos arcos podremos establecer

la proporcion  $\frac{\alpha}{1''} = \frac{\text{sen. } \alpha}{\text{sen. } 1''}$ .

para reducirlas al verdadero vértice. De las cuatro cantidades que en ella entran las  $\alpha$ ,  $\text{sen. } 1''$  y  $A$ , son positivas de modo que el signo de  $x$  dependerá del que tenga  $\text{sen. } \alpha$  y para evitar equivocaciones advertiremos que el ángulo  $\alpha$  se contará siempre á partir de la recta que une el punto donde se ha hecho estacion al verdadero vértice, y siguiendo la graduación del limbo de izquierda á derecha hasta llegar á la direccion que se desea reducir. Así, por ejemplo, si la posición de los puntos C, E y P fuese la que representa la figura 21 el valor de  $\text{sen. } \alpha$  y por lo tanto el de  $x$ , seria negativo.

El valor de  $A$  que se necesita conocer para sustituirlo en la fórmula, se encuentra resolviendo el triángulo correspondiente, es decir el triángulo en que uno de sus lados sea la recta PC, tomando para valor de sus ángulos los valores aproximados que resulten de las direcciones sin corregir. El valor de  $\alpha$  se determina midiendo directamente la recta CE ó si ésto no es posible, por procedimientos indirectos fundados en la geometría elemental y que la misma naturaleza del obstáculo que nos impida llegar al punto C nos indicará el que más convenga emplear en cada caso, y lo mismo diremos de la determinacion del ángulo  $\alpha$ .

El cálculo de reduccion al vértice puede hacerse en la forma que indica el siguiente formulario:

Cálculo de reducción al vértice Las Lastras.

| Cálculo de $C = \frac{a}{\text{sen. } 1''}$  | Puntos observados.                    | Direcciones en el punto de observación. | Cálculo de reducción $x = C \frac{\text{sen. } \alpha}{A}$  | Direcciones reducidas al vértice. |
|--|---------------------------------------|---|---|-----------------------------------|
| $a \dots = 3^m, 15$<br>$\log. a \dots = 0,4983105$<br>$C. \log. \text{sen. } 1'' = 5,3144251$<br>$\log. c \dots = 5,8127356$ | Señal en el camino de <i>Perote</i> . | 0    00    00                           | $\log. C \dots = 5,8127356$<br>$\log. \text{sen. } \alpha \dots = 1,6145249$<br>$C. \log. A \dots = 7,0724449$<br>$\log. x \dots = 2,4997054$<br>$x \dots = + 316'' = 5' - 16''$  | 0    05    16                     |
|  | <i>Torreón Losoya.</i>                | 67    18    10                          | $\log. C \dots = 5,8127356$<br>$\log. \text{sen. } \alpha \dots = 1,8337156$<br>$C. \log. A \dots = 6,8525603$<br>$\log. x \dots = 2,5990115$<br>$x \dots = - 397'' = - 6', 37''$ | 67    11    32                    |
|  | <i>San Gabriel.</i>                   | 118    33    10                         | $\log. C \dots = 5,8127356$<br>$\log. \text{sen. } \alpha \dots = 1,9988073$<br>$C. \log. A \dots = 6,8546730$<br>$\log. x \dots = 2,6662159$<br>$x \dots = - 464'' = - 7', 44''$ | 118    25    26                   |
|  | <i>Las Lastras.</i>                   | 204    18    30                         |   |                                   |

51. Suele tambien suceder que al hacer estacion en un vértice y dirigir visuales á los contiguos, alguna de las punterias se dirijan á señales no colocadas en los verdaderos vértices y en este caso habrá que corregir dichas direcciones de una manera completamente análoga y empleando la misma fórmula explicada en el párrafo anterior.

### Medida de las bases.

---

52. Elegidas las líneas, ó línea, que han de servir de *bases*, se marcan sus extremos colocando en ellos señales análogas á las que nos han servido para fijar las punterias al medir los ángulos de la triangulacion, el objeto de estas señales es hacer que desde cada uno de los extremos de la base se vea con claridad el otro y por consiguiente que sea fácil á los encargados de la medicion, el mantenerse al efectuarla en la direccion de la línea marcada. Para medir las *bases* se emplea casi exclusivamente en el día la *cinta metálica*, pues la práctica ha hecho ver que con ella puede obtenerse la exactitud que ordinariamente se necesita en los levantamientos topográficos, pero empezaremos á describir el *aparato de reglas* por si alguna vez necesitásemos encontrar dicha medida con más exactitud.

53. **Aparato de reglas.**—Dejando para la Geodesia la descripcion de los modernos aparatos destinados á la medida de las *bases*, solo nos ocuparemos aqui de los que pueden emplearse en Topografía. El más sencillo consiste en un par de reglas de madera de pino, de fibra recta, (fig.ª 22) introducidas antes de graduarlas en aceite caliente, y barnizadas despues; suelen tener cuatro metros de longitud y están divididas en decímetros. Acompañan á las reglas unos sostenes ahorquillados *ab* (fig.ª 23) que por medio de un tornillo de presion *e* pueden fijarse á más ó ménos altura en unas barras *fgh* prismáticas ó cilindricas de hierro ó madera y que terminan por su parte inferior en punta para clavarse en el terreno ó en un talon sobre el que se apoya el pié. En la parte *c* del sos-

ten existe un cilindro que sirve de apoyo á la regla permitiendo que ésta resbale con facilidad en sentido de su longitud, y para detener este movimiento y hacer que la regla quede fija existe un tornillo de presión *d*.

Para efectuar la medicion con este aparato, si el terreno es llano y sensiblemente horizontal, puede prescindirse de los soportes apoyando las reglas sobre el terreno. Se coloca una de las reglas en direccion de la base y haciendo que su extremo coincida con el punto de partida; á continuacion, y en la misma direccion, se coloca la otra regla haciendo que toque á la primera sin empujarla y como esto es difícil es preferible hacer que no se toquen apreciando su separacion con un doble decímetro graduado de marfil. Fija la segunda regla se separa la primera para volverla á colocar á continuacion de la segunda, continuando así hasta llegar al otro extremo de la base apreciando la fraccion de decímetro que sobre ó falte en la última medida con el doble decímetro de marfil.

Si el terreno fuese inclinado ó desigual se colocarán las reglas sobre sus soportes subiendo ó bajando éstos hasta conseguir la horizontalidad de las reglas. lo que se conocerá por medio de un nivel de burbuja de aire *ca* (fig.<sup>a</sup> 22). Si por la inclinacion del terreno al colocar una de las reglas quedase á distinta altura que la anterior, se cuelga del extremo de la que quede más alta el hilo de una plomada, estableciendo el contacto de dicho hilo con la extremidad de la regla más baja por el movimiento de la que se esté colocando y sin variar la posicion de la otra.

La plomada se usa tambien al principio y fin de la medida, cuando se emplean los soportes para referir al terreno las extremidades de las reglas.

Con este aparato pueden medirse las bases con una aproximacion de  $\frac{1}{5000}$  de su longitud.

**54. Modificacion de Clerc.**—Para establecer el contacto de las reglas evitando los empujes, modificó Clerc el aparato antes descrito haciendo que las reglas terminen por un extremo en un semicilindro de eje horizontal y por el otro en un semicilindro de eje vertical. El de eje horizontal está fijo á la regla, pero

el vertical vá unido á una lengüeta  $r$  (fig.<sup>a</sup> 24) que puede moverse por medio de un piñon  $v$  que engrana en una cremallera unida á la lengüeta. Estas lengüetas llevan una graduacion en milímetros correspondiendo el cero al extremo del cilindro en que terminan y un nóio fijo en las reglas sirve para apreciar las salidas de las lengüetas en décimas de milímetro. Las reglas se colocan á una pequeña distancia una de otra, y se hace salir la lengüeta de la segunda regla hasta que el cilindro  $c$  en que termina venga á tocar al  $d$  de la primera con mucha suavidad, repitiendo esta operacion en toda la medicion. Claro es que á la longitud de las reglas habrá que añadir las salidas de las lengüetas.

Con las reglas de Clerc puede obtenerse una aproximacion de  $\frac{1}{20000}$ , de la longitud medida.

**55. Cinta metálica.**—La *cinta metálica* consiste en una lámina de acero delgada y flexible, cuya longitud suele ser de 10 ó de 20 metros y su ancho 0<sup>m</sup>, 016. Para trasportarla se la arrolla y sujeta entre dos discos de madera ó en dos aspas de metal. Los metros se hallan señalos con unos pequeños discos de laton  $g$  (fig.<sup>a</sup> 25) siendo sus centros, que se hallan bien marcados, los puntos de division; para señalar los dobles decímetros lleva otros discos  $c, f, \dots$  un poco más pequeños y los decímetros están marcados por unos taladros pequeños  $d$ . Una planchita de laton  $h$  en forma de rombo indica con la interseccion de sus diagonales el punto medio de la cinta.

El agarradero  $a$  en que termina por cada uno de sus extremos, forma parte respectivamente del primero y del último doble decímetro. En las caras exteriores de los agarraderos y en sentido de su longitud y latitud, lleva dos canales semicilíndricas perpendiculares entre sí cuyo diámetro es igual al de unas agujas de hierro (fig.<sup>a</sup> 26) que en número de once acompañan á la cinta. La longitud del primero y último doble decímetro puede variarse un poco por medio de un tornillo de paso pequeño que une los agarraderos con la cinta y que se puede fijar cuando se quiera por medio de una tuercas  $b$ .

Antes de usar la cinta hay que cerciorarse si su longitud es

exactamente la que debe tener, para lo que se marcará en el suelo de un edificio, valiéndose de un metro-tipo, con toda precision una longitud igual á la que debe tener la cinta, y luego se compara ésta con la longitud marcada. Si la cinta resulta un poco más corta ó más larga, se corrige alargando ó acortando los dobles decímetros extremos y apretando fuertemente las tuercas *b* cuando se haya conseguido que tenga la longitud exacta que debe marcar.

**56.** Para efectuar la medida de una *base* por medio de la cinta, se procede del modo siguiente: dos peones la cojen por los agarraderos, el que á de ir detrás, que se procura sea el más inteligente, toma una de las agujas de las once que hemos dicho acompañan á la cinta, y el otro toma las diez restantes; coloca el primero su aguja en uno de los extremos de la base adaptando á ella el extremo de la cinta de modo que la aguja quede ajustada en la canal que presentan los agarraderos, tal como está representado en la fig.<sup>a</sup> 27, y hace señas al segundo peon para que entre en la línea, es decir para que quede cubierto con la señal que marca el otro extremo de la base. Bien tendida la cinta, el segundo peon clava verticalmente en el terreno una aguja que enrase con la canal del agarradero correspondiente; hecho esto, el primer peon coje la aguja colocada en el extremo de la línea, levantan ambos la cinta y con el objeto de no tropezar á la segunda aguja, dan un paso á la derecha ó izquierda de la línea, siguen marchando en direccion de ésta y cuando el primer peon llega á la segunda aguja se detienen, coloca éste el agarradero de la cinta de modo que su canal se adapte á la aguja y teniendo cuidado de no moverla hace entrar en la línea al segundo peon; clava éste la tercera aguja como se ha dicho para las anteriores y cogiendo el primero la segunda, teniendo cuidado siempre de no cojerla hasta que el segundo peon haya clavado la suya, se continúa la operacion de la misma manera hasta que el segundo peon haya clavado las diez agujas que llevaba. Cuidando de no levantar la última que se ha clavado para no perder el punto hasta el cual se ha medido y debiendo tener recogidas el primero diez agujas, resulta que segun que la cinta sea de uno ó de dos decámetros, se habrán medido uno ó dos hectómetros. El encargado de la medicion apunta en un cuaderno la medida que

se ha efectuado, el primer peon entrega al segundo las diez agujas y como en el terreno ha quedado clavada la que marca el punto hasta donde se ha medido, á partir de éste se repite de nuevo la operacion explicada hasta llegar al otro extremo de la base. En la última *tirada*, despues de contar las agujas recogidas por el primer peon, se verá el número de metros y decímetros comprendidos entre la última clavada y otra que el segundo peon coloca en la extremidad de la *base*, para añadir al número de hectómetros, los decámetros, metros y decímetros que resulten, y si además hubiese alguna fraccion de decímetro, la apreciará el encargado de la medicion por medio de un doble decímetro graduado en milímetros que debe llevar con este objeto.

La exactitud de la medida depende en gran parte de las precauciones que se tomen para ejecutarla, siendo preciso mucho cuidado en todos los detalles de la medicion para no cometer errores. Los medidores cuidarán siempre de hallarse perfectamente alineados con las señales que marcan los extremos de la *base* al tender la cinta, ésta se colocará bien tendida y tirante, las agujas bien verticales y en contacto con los extremos de aquella. Cuando al ir á clavar una de las agujas, no se pudiera, por ser de roca el terreno, se la tiende en direccion perpendicular á la *base* y de modo que su extremidad marque el punto donde debiera de estar clavada. El descuido en hacer las apuntaciones en el cuaderno cada vez que se han clavado las diez agujas, producirá errores de 100 ó de 200 metros segun la longitud de la cinta. Si cada vez que el primer peon entrega las agujas al segundo no hay cuidado de contarlas, la pérdida de una aguja causaria un error de 10 ó de 20 metros que podria repetirse en los hectómetros ó dobles hectómetros sucesivos. Con el fin de notar enseguida estos errores es conveniente ir midiendo á pasos al mismo tiempo que se mide con la cinta.

Para obtener la longitud de la *base* con más exactitud, se repite la medicion varias veces y se toma el promedio de los resultados obtenidos. La mayor diferecia que puede considerarse admisible

entre estas mediciones es  $\frac{1}{2000}$  de la longitud de la *base*.

57. Cuando el terreno no es próximamente horizontal, se efec-

tua la medicion siguiendo la misma marcha explicada en el párrafo anterior, reduciendo despues al horizonté la longitud obtenida.

Para efectuar esta reduccion supongamos que AB (fig.<sup>a</sup> 28) sea la base medida y AC su proyeccion horizontal, siendo  $\alpha$  el ángulo de inclinacion BAC. En el triángulo rectángulo BAC se tendrá:

$$AC = AB \cos. \alpha$$

Lo que nos dice que para obtener reducida al horizonte la longitud de una base medida segun la inclinacion del terreno, hay que multiplicar la longitud hallada directamente por el coseno del ángulo que con la horizontal, de uno de sus extremos, forme la línea medida.

**58.** Cuando se tienen que medir líneas de gran extension, como son las de tiro de nuestras Escuelas-Prácticas, no basta colocar señales en sus dos extremos sino que es preciso colocar otras intermedias que sirvan de comprobacion para evitar los desvíos laterales al efectuar la medicion. A la operacion que tiene por objeto el establecimiento de estas señales intermedias se le dá el nombre de *alineacion*.

Para establecer una *alineacion*, se coloca sobre la vertical de uno de los extremos de la línea un teodolito concéntrico y despues de rectificarlo se dirige su anteojo á la señal colocada en el otro extremo perfeccionando la puntería, hasta que la señal esté perfectamente centrada en el reticulo del anteojo, por medio del tornillo de coincidencia. Haciendo despues uso solamente del movimiento del anteojo alrededor del eje horizontal, todos los puntos del terreno en que se proyecte el centro del reticulo estarán en el plano vertical de la mencionada línea y podrán marcarse tan próximos como se necesiten colocando en ellos *jalones*, que son unos cilindros de madera de metro y medio ó dos metros de longitud terminados en uno de sus extremos por un regaton de hierro, quedando de este modo establecida la *alineacion*.

Siendo la medicion de estas líneas operacion que suele durar más de un día, si dejáramos puestos los jalones podrian éstos desaparecer, por lo cual es conveniente sustituirlos por clavos de hierro de un decímetro ó decímetro y medio de longitud que se clavan en su lugar de modo que sus cabezas sobresalgan poco,

teniendo éstos la ventaja tambien de estorbar ménos que los jalones al efectuarse la medicion. Para marcar mejor sobre el terreno la traza del plano vertical que pasa por la citada línea, en el momento de ir á medirla, puede irse tendiendo sucesivamente una cuerda de cañamo entre cada dos clavos ó jalones.

### **Orientacion de la base.**

---

**59.** La *orientacion de la base* tiene por objeto determinar la situacion relativa del terreno que comprende el levantamiento, y además el determinar el dato que necesitamos para calcular despues las coordenadas de todos los vértices referidas á un sistema rectangular cuyos ejes sean la *meridiana* y su *perpendicular*, y como más adelante veremos estas coordenadas sirven para fijar sobre el plano la posicion de los vértices.

#### **60. Diversos procedimientos para el trazado de la meridiana y orientacion de la base.**

—La *orientacion de la base* se reduce á encontrar el ángulo que forma dicha línea con la *meridiana* correspondiente á uno de sus extremos. A dicho ángulo se le dá el nombre de *azimut*, y para determinarlo pueden seguirse varios sistemas, entre los que citaremos los siguientes:

Haciendo estacion con un teodolito en uno de los extremos de la base, se observan los lugares del horizonte por donde sale y se oculta el sol, y trazando la bisectriz del ángulo formado por las dos posiciones del anteojo, dicha línea será aproximadamente la direccion de la meridiana y solo nos quedaria el determinar, por los procedimientos usuales, el ángulo que dicha línea forma con la base.

Tambien se puede determinar aproximadamente la direccion de la *meridiana*, colocando un tablero perfectamente horizontal en uno de los extremos de la base, sobre el tablero se fija un papel, se coloca encima un estilete vertical provisto en su parte superior de una placa horizontal con un pequeño taladro. Se marca con una

plomada la proyeccion del taladro de la placa sobre el tablero y haciendo centro en este punto se trazan varios arcos, se observa luego á horas, de mañana y tarde, equidistantes dei mediodia, la marcha del pequeño disco luminoso producido por el rayo de sol que pasa por el orificio de la placa, señalando con un lápiz la posicion del centro de dicho disco cuando pase por uno de los arcos trazados; así resultarán marcados sobre cada arco dos puntos que unidos con el centro formarán un ángulo cuya bisectriz será la direccion de la meridiana haciendo abstraccion del movimiento de traslacion aparente del sol. Se trazan varios arcos para tener comprobacion, pues si la operacion está bien ejecutada, todos los ángulos que resulten uniendo con el centro los dos puntos marcados sobre cada arco, deben tener la misma bisectriz. Marcando despues en el terreno una alineacion en direccion de esta linea, podríamos determinar con un teodolito el ángulo que forma con la base.

Estos dos procedimientos, que en rigor es uno mismo pues el primero puede considerarse como un caso particular del segundo, están fundados en que las alturas iguales del sol sobre el horizonte se verifican en planos verticales que forman el mismo ángulo, á uno y otro lado, con el plano meridiano lo cual no es exacto sino en la época de los *solssticios*.

Existen otros procedimientos igualmente fáciles pero que como los anteriores son insuficientes cuando se quiere encontrar el *azimut* de la base con una aproximacion siquiera de uno ó dos minutos, razon por la cual prescindiremos de ellos y pasaremos á explicar otro casi tan sencillo y mucho más exacto, fundado en observaciones á la estrella *Polar* y en el uso de unas tablas que todos los años se insertan en el *Anuario del Observatorio Astronómico de Madrid*, en cuya publicacion se explica tambien dicho procedimiento.

**61. Orientacion por medio de la Polar.**—La *Polar* es una estrella que por su proximidad al polo celeste, parece inmóvil en el espacio, no coincidiendo sin embargo con dicho punto describe en la bóveda celeste, alrededor del mencionado polo, aparentemente, una circunferencia cuyo radio esférico es próximamente

de 1.<sup>o</sup>—36' Dicha estrella es la última de la constelación llamada *Osa menor*; y para encontrarla con facilidad basta prolongar idealmente la línea que une las dos estrellas posteriores de la *Osa mayor*, una magnitud igual á unas cinco veces la separación de dichas estrellas.

Las tablas á que hemos hecho referencia son tres, al final del libro hemos copiado las correspondientes al año 1877 para facilitar la explicación; la última no la hemos puesto completa, pues en el *Anuario* comprende desde 3 á 9 horas antes ó después del paso de la Polar por el meridiano y nosotros solo hemos puesto la parte correspondiente al intervalo de 5 á 8 horas.

La Tabla 1.<sup>a</sup> sirve para encontrar en un día dado las horas de la salida ó puesta del Sol en un punto cualquiera de la Península. Para conseguirlo, se necesita conocer la *Latitud* del lugar, á cuyo fin se puede consultar un mapa ó bien la tabla de las Latitudes de las Capitales de Provincia inserta en el mismo Anuario. Conocida la Latitud, se busca la hora de la salida ó puesta del Sol en Madrid el día que se trata, en el Almanaque puesto al principio del Anuario, por la Tabla 1.<sup>a</sup> se vé la corrección correspondiente á la Latitud del lugar y sumándola con su signo á la hora marcada por el mencionado Almanaque se tendrá la que se busca, debiendo advertir que los signos expresos en la tabla corresponden á las salidas ú ortos del Sol y que deben tomarse los opuestos cuando se trate de las puestas ú ocasos. Si la Latitud del lugar no estuviera expresada en la Tabla, la corrección se hace tomando un término medio de las que corresponden á las dos Latitudes entre quienes esté comprendida la del lugar.

La Tabla 2.<sup>a</sup> consta de dos partes, la principal expresa de cinco en cinco días, la hora, en tiempo local medio, á que la estrella Polar pasa por el meridiano de Madrid ó, con suficiente aproximación para el objeto que nos proponemos, de cualquiera otro punto de la Península, toda vez que la diferencia de tiempo entre el paso de la Polar por el meridiano de Madrid y por otro distante del primero 30 minutos en Longitud, no llega á ser de 5 segundos. La tablita auxiliar puesta al final, contiene los números que deben restarse de los comprendidos en la principal para deducir las

horas correspondientes á los días intermedios; la combinacion de ambas tablas facilita, pues, el conocimiento de la hora del paso de la Polar por el meridiano en un día cualquiera del año. Por ejemplo, la estrella mencionada pasa por el meridiano el día 24 de Agosto de 1877 á las 3<sup>h</sup> — 4<sup>m</sup> y 10<sup>s</sup> de la mañana, cuatro días despues ó sea el día 28, pasará segun nos indica la tabla auxiliar 15<sup>m</sup>—42<sup>s</sup> antes y por lo tanto el paso en dicho día 28 se efectuará á las 2<sup>h</sup> — 48<sup>m</sup>—28<sup>s</sup> de la mañana.

La Tabla 3.<sup>a</sup> contiene los ángulos reducidos al horizonte, que la visual á la Polar forma con la *meridiana*, de cinco en cinco minutos de tiempo desde 3 hasta 9 horas antes ó despues del paso superior de la estrella por el meridiano; y de medio en medio grado de Latitud desde el paralelo de 36° al de 44°, entre los cuales se halla comprendida la Peninsula. Para deducir cual será el valor del *azimut* de la Polar correspondiente á una Latitud y un horario intermedios y no expresos en la Tabla, habrá que efectuar una doble correccion. Para encontrar la correccion correspondiente á la diferencia de horario se hará uso de la proporcion:

300<sup>s</sup> = *diferencia entre dos horarios consecutivos de la Tabla* :  
 n<sup>s</sup> = *diferencia entre el dado y el superior de la Tabla* :: p<sup>s</sup> = *diferencia entre los azimutes correspondientes á los dos horarios de la Tabla* : ± x = *correccion que se busca*.

El valor de *x* se añadirá con su signo al azimut correspondiente al horario superior de la Tabla, de los dos que comprenden al dado.

Para la correccion de Latitud se hará uso de la proporcion:

30' = *diferencia entre dos latitudes de la Tabla* : n' = *diferencia correspondiente á la Latitud dada y una de las que la comprenden en la Tabla* :: p' = *diferencia entre los azimutes correspondientes á las dos Latitudes de la Tabla* : ± y = *correccion que se busca*.

Supongamos, por ejemplo, que se desea encontrar el azimut de la Polar á los 40°—57' de Latitud y á 6<sup>h</sup>—34<sup>m</sup>—4<sup>s</sup> de horario. Se buscará en la Tabla el azimut correspondiente á los 40°—30' de Latitud y 6<sup>h</sup>—30<sup>m</sup> de horario encontrando que es 1°—45'. El horario dado está comprendido entre los de 6<sup>h</sup>—30<sup>m</sup> y 6<sup>h</sup>—35<sup>m</sup> de la Tabla y los azimutes correspondientes á éstos suponiendo la misma

Latitud, se diferencian en 4 décimas de minuto ó sean 24'' siendo el segundo menor que el primero; la diferencia entre el primer horario y el dado es de  $4^m - 4^s$  ó sean 244<sup>s</sup>.

La correccion de horario se deducirá, pues, de la proporcion:

$$300^s : 244^s :: -24'' : x \quad \text{de donde} \quad x = -19''$$

Para la correccion de Latitud, estando la que se nos dá comprendida entre la de  $40^o - 30'$  y la de  $41^o$  de la Tabla y siendo la diferencia entre los azimutes correspondientes á estas, suponiendo el mismo horario, de 8 décimas de minuto ó sean 48'' y la diferencia entre la primera Latitud y la dada siendo 27', formaremos la proporcion:

$$30' : 27' :: 48'' : y \quad \text{de donde} \quad y = 43''$$

Vemos, pues, que al azimut  $1^o - 45'$  que dá la Tabla para la Latitud de  $40^o - 30'$  y horario  $6^h - 30^m$  para convertirlo en el pedido hay que restarle 19'' por la correccion de horario y añadirle 43'' por la de Latitud. Efectuando estas operaciones se encontrará  $1^o - 45' - 24''$  para valer del azimut buscado.

Explicados ya la disposicion y manejos de las tablas, vemos desde luego que con el auxilio de la segunda podria efectuarse la operacion de la orientacion de la base si el observador poseyera un reloj en cuyas indicaciones tuviera plena confianza, pues bastaria que colocándose en estacion con un teodolito en uno de los extremos de la base, dirigiese el anteojo á una señal luminosa colocada en el otro extremo anotando la direccion correspondiente á esta visual, apuntar luego á la Polar y seguirla con el anteojo en su movimiento de rotacion aparente hasta el momento en que segun la Tabla 2.<sup>a</sup> pasa por el meridiano; haciendo la lectura correspondiente á esta direccion y encontrando la diferencia entre la lectura correspondiente á la visual dirigida al extremo de la base y la de la estrella se tendria el azimut de la base. Pero este procedimiento solo puede emplearse en dias en que el paso de la estrella por el meridiano se verifique durante la noche para poder observarla en dicho momento, exige además una hora precisa de observacion pudiendo ser ésta muy incómoda, no es susceptible de que pudiéndose repetir las operaciones en el mismo dia se tenga alguna comprobacion de la exactitud de los resultados, y además por efecto de la rápida varia-

cion del azimut de la Polar cuando se apróxima al meridiano, exige que se conozca el estado de adelanto ó atraso del reloj que se use con grande apróximacion. Por todos estos inconvenientes, dicho procedimiento no se emplea en la práctica. El uso de la Tabla 3.<sup>a</sup> no exige el conocimiento prévio de la hora local con el mismo grado de rigor, pues segun puede observarse en la misma tabla, se vé que desde las 3 á las 4 horas ó desde las 8 á las 9 horas antes ó despues del paso de la Polar por el meridiano, el azimut de la estrella varía por término medio  $1' - 30''$  en 5 minutos de tiempo; desde las 4 á las 5 ó desde las 7 á las 8 horas antes ó despues del paso, la variacion del azimut es solo de  $1'$  y por último esta variacion es menor de  $30''$  desde las 5 á las 7 horas antes ó despues del paso de la estrella por el meridiano. Por lo tanto, si elegimos para hacer la observacion una hora cuya diferencia con la que nos marque el momento del paso de la Polar por el meridiano, esté comprendida entre estos límites, un error de 5 minutos en las indicaciones del reloj influirá muy poco en la determinacion del azimut de la estrella. Para encontrar el adelanto ó atraso del reloj con este grado de apróximacion, se pueden seguir varios procedimientos que se hallan explicados en el Anuario, entre los cuales uno de los más sencillos es determinar con el auxilio de la Tabla 1.<sup>a</sup> la hora de la puesta del sol, en el día en que se vaya á ejecutar la operacion, y colocándose en un sitio en que se descubra bien el horizonte, se observa el momento del ocaso anotando la hora marcada por el reloj. La diferencia entre ésta y la calculada nos indicará lo que el reloj atrasa ó adelanta y por lo tanto la correccion que debe hacerse á las horas marcadas por él para obtener las verdaderas.

**62.** Pasaremos ya á describir las operaciones que se deben ejecutar para la *orientacion de la base*. Despues de determinar la *latitud* del lugar, bien sea consultando un mapa ó examinando la Tabla de Latitudes inserta en el Anuario, se encontrará el adelanto ó atraso del reloj del modo que se acaba de explicar, luego y habiéndose provisto de dos pequeñas linternas de campaña, se hará estacion con un teodolito en uno de los extremos de la base. Sobre el otro extremo, en un apoyo estable y procurando que quede

bien centrada, se colocará una de las linternas con el objeto de que sirva de punto de mira; y á un lado y cerca de esta señal se encenderá una hoguera que sirva de guía para encontrarla con facilidad, apuntando desde el otro extremo. La segunda linterna sirve para iluminar el retículo del anteojo del teodolito para lo cual se la coloca de soslayo delante del objetivo, sirviendo también para hacer las lecturas de las graduaciones del limbo y anotarlas en el registro.

Se principiará por apuntar dos veces y en posiciones inversas del anteojo á la señal luminosa colocada en el otro extremo de la base, anotando las lecturas que en el limbo azimutal correspondan á dichas punterías. Sin alterar la posición del anteojo respecto del eje central del teodolito, se apunta luego dos veces consecutivas á la Polar; y cuando la estrella, situada en el centro del campo visual, coincida exactamente con el hilo vertical del retículo, se lee la hora, minutos y segundos que señale el reloj, y las graduaciones en los dos nonios del círculo azimutal que correspondan á las dos punterías. Anotadas estas lecturas se invierte la posición del anteojo y se hacen otras dos punterías á la Polar, anotando como ántes la hora, minutos y segundos del reloj y las graduaciones que respectivamente les correspondan en el limbo azimutal.

Después de verificadas las cuatro punterías á la Polar, dos en una posición del anteojo y las otras dos después de invertirlo, se vuelve á dirigir la puntería, en dos posiciones inversas del anteojo, á la señal colocada en el otro extremo de la base; procediendo en todo como ántes de observar la estrella.

Estas operaciones se repiten dos ó más veces y los resultados se anotan en un registro que puede ser de la forma del que ponemos á continuación.

*Orientacion de la base Ramas, Cerro del Aguila, por medio de la estrella Polar haciendo estacion en el extremo Ramas. (\*)*

La observacion se verificó el dia 25 de Setiembre de 1876.

| Objetos.                 | Anteojos. | Tiempos de la observacion. |    |    | Lecturas. |    |    |           |    |    |
|--------------------------|-----------|----------------------------|----|----|-----------|----|----|-----------|----|----|
|                          |           | h                          | m  | s  | Nónio I.  |    |    | Nónio II. |    |    |
|                          |           |                            |    |    | o         | i  | "  | o         | i  | "  |
| <i>Cerro del Aguila.</i> | I         | »                          | »  | »  | 251       | 15 | 30 | 71        | 15 | 10 |
|                          | D         | »                          | »  | »  | 71        | 15 | 50 | 251       | 15 | 30 |
|                          | D         | 7                          | 48 | 00 | 51        | 31 | 30 | 231       | 31 | 10 |
| <i>Polar.</i>            | D         | 7                          | 50 | 30 | 51        | 31 | 50 | 231       | 31 | 30 |
|                          | I         | 7                          | 53 | 15 | 231       | 31 | 50 | 51        | 30 | 50 |
|                          | I         | 8                          | 35 | 00 | 231       | 25 | 00 | 51        | 24 | 20 |
| <i>Cerro del Aguila.</i> | I         | »                          | »  | »  | 251       | 16 | 00 | 71        | 15 | 30 |
|                          | D         | »                          | »  | »  | 71        | 15 | 40 | 251       | 15 | 20 |
|                          | D         | 8                          | 37 | 10 | 51        | 24 | 40 | 231       | 24 | 50 |
| <i>Polar.</i>            | D         | 8                          | 40 | 52 | 51        | 24 | 20 | 231       | 23 | 40 |
|                          | I         | 8                          | 42 | 21 | 231       | 24 | 00 | 51        | 23 | 30 |
|                          | I         | 8                          | 45 | 12 | 231       | 23 | 20 | 51        | 22 | 40 |
| <i>Cerro del Aguila</i>  | I         | »                          | »  | »  | 251       | 15 | 50 | 71        | 15 | 30 |
|                          | D         | »                          | »  | »  | 71        | 15 | 30 | 251       | 15 | 20 |
|                          | D         | 8                          | 51 | 32 | 51        | 22 | 00 | 231       | 21 | 50 |
| <i>Polar.</i>            | D         | 8                          | 56 | 10 | 51        | 21 | 40 | 231       | 22 | 00 |
|                          | I         | 9                          | 00 | 15 | 231       | 21 | 30 | 51        | 21 | 10 |
|                          | I         | 9                          | 2  | 35 | 231       | 21 | 00 | 51        | 20 | 50 |
| <i>Cerro del Aguila.</i> | I         |                            |    |    |           |    |    |           |    |    |
|                          | D         |                            |    |    |           |    |    |           |    |    |
|                          | D         |                            |    |    |           |    |    |           |    |    |
| <i>Polar.</i>            | D         |                            |    |    |           |    |    |           |    |    |
|                          | I         |                            |    |    |           |    |    |           |    |    |
|                          | I         |                            |    |    |           |    |    |           |    |    |
| <i>Cerro del Aguila.</i> | I         |                            |    |    |           |    |    |           |    |    |
|                          | D         |                            |    |    |           |    |    |           |    |    |
|                          | D         |                            |    |    |           |    |    |           |    |    |
| <i>Polar.</i>            | D         |                            |    |    |           |    |    |           |    |    |
|                          | I         |                            |    |    |           |    |    |           |    |    |
|                          | I         |                            |    |    |           |    |    |           |    |    |
| <i>Cerro del Aguila.</i> | I         |                            |    |    |           |    |    |           |    |    |
|                          | D         |                            |    |    |           |    |    |           |    |    |
|                          | D         |                            |    |    |           |    |    |           |    |    |

(\*) Este registro y todos los demás que siguen se han tomado de las Instrucciones para los trabajos topográficos, publicadas por el Instituto Geográfico y Estadístico.

Con los datos así adquiridos se calculan despues en el gabinete, con la ayuda de la Tabla 3.<sup>a</sup> y del modo que anteriormente hemos explicado, los azimutes de la Polar correspondientes á la Latitud del lugar y los horarios que resultan restando de la hora del paso de la estrella por el meridiano, que se conocerá por la Tabla 2.<sup>a</sup>, las horas á que se han verificado las punterías á la mencionada estrella si las observaciones se hicieron ántes del paso y vice-versa si se hubiesen hecho despues; teniendo cuidado de corregir las horas anotadas, del estado de adelantó ó atraso del reloj. Con estos azimutes se corrigen las direcciones anotadas de la Polar, restándolos de dichas direcciones si las observaciones se hicieron ántes del paso de la estrella por el meridiano y sumándolos si la observacion se hizo despues. Tomando el promedio de estas direcciones corregidas y el correspondiente á las visuales dirigidas al otro extremo de la base, se resta del segundo el primero y si la resta no pudiera efectuarse se añade al segundo 360°; el número que resulte será el valor del *azimut* de la base contado desde el Norte por el Este, Sur y Oeste.

Repitiendo los mismos cálculos para cada una de las séries de observaciones que se hayan efectuado se tendrán distintos valores para el expresado *azimut*. Se tomará el promedio de dichos valores y luego se referirá al Sur y se contará por el Oeste que es como ordinariamente se cuentan los *azimutes*.

Todos estos cálculos se consignarán en un registro que puede ser de la forma del que ponemos á continuacion.



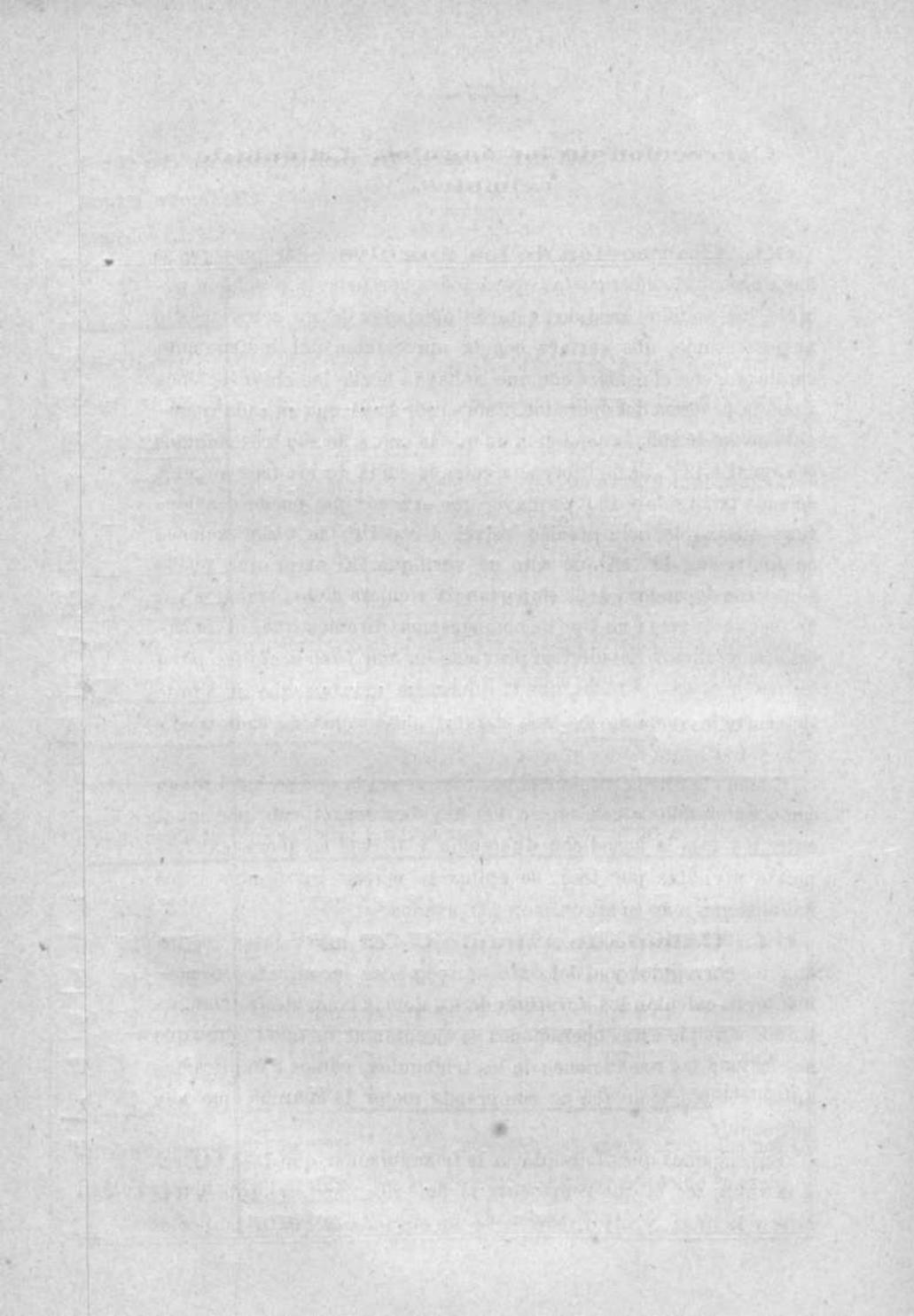
**Cálculo para la orientacion de la base Ramas, Cerro del Aguila, por medio de la estrella Polar.**

*Haciendo estacion en el extremo Ramas, cuya latitud es 39° 59' 15".*

La observacion se verificó el dia 25 de Setiembre de 1876.

|  | D  | D  | I  | I  | D  | D  | I  | I  | D  | D  | I  | I  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| Tiempos del reloj, corregidos de estado. . . . .                 | 7 <sup>h</sup> 35 <sup>m</sup> 00 <sup>s</sup> | 7 <sup>h</sup> 37 <sup>m</sup> 30 <sup>s</sup> | 7 <sup>h</sup> 40 <sup>m</sup> 15 <sup>s</sup> | 8 <sup>h</sup> 22 <sup>m</sup> 00 <sup>s</sup> | 8 <sup>h</sup> 24 <sup>m</sup> 10 <sup>s</sup> | 8 <sup>h</sup> 27 <sup>m</sup> 52 <sup>s</sup> | 8 <sup>h</sup> 29 <sup>m</sup> 21 <sup>s</sup> | 8 <sup>h</sup> 32 <sup>m</sup> 12 <sup>s</sup> | 8 <sup>h</sup> 38 <sup>m</sup> 32 <sup>s</sup> | 8 <sup>h</sup> 43 <sup>m</sup> 10 <sup>s</sup> | 8 <sup>h</sup> 47 <sup>m</sup> 15 <sup>s</sup> | 8 <sup>h</sup> 49 <sup>m</sup> 35 <sup>s</sup> |
| Paso de la Polar por el meridiano. . . . .                       | 12 57 12                                       | 12 57 12                                       | 12 57 12                                       | 12 57 12                                       | 12 57 12                                       | 12 57 12                                       | 12 57 12                                       | 12 57 12                                       | 12 57 12                                       | 12 57 12                                       | 12 57 12                                       | 12 57 12                                       |
| Horario de la Polar. . . . .                                     | 5 22 12  | 5 19 42  | 5 16 57  | 4 35 12  | 4 33 02  | 4 29 20  | 4 27 51  | 4 25 00  | 4 18 40  | 4 14 02  | 4 09 57  | 4 07 37  |
| Azimut inmediato superior á los 40° de Latitud. . . . .          | 1°45'00"                                       | 1°44'42"                                       | 1°44'42"                                       | 1°40'18"                                       | 1°39'30"                                       | 1°38'42"                                       | 1°38'42"                                       | 1°37'48"                                       | 1°36'54"                                       | 1°36'00"                                       | 1°35'00"                                       | 1°35'00"                                       |
| Correccion {   | por horario. . . . .                           | - 0'10"  | - 0'01"  | - 0'14"  | - 0'46"  | - 0'19"  | - 0'07"  | - 0'23"  | - 0'00"  | - 0'14"  | - 0'12"  | - 0'01"  |
|  | por Latitud. . . . .                           | - 0'01"  | - 0'01"  | - 0'01"  | - 0'01"  | - 0'01"  | - 0'01"  | - 0'01"  | - 0'01"  | - 0'01"  | - 0'01"  | - 0'01"  |
| Correccion por horario y Latitud. . . . .                        | - 0'11"  | - 0'02"  | - 0'15"  | - 0'47"  | - 0'20"  | - 0'08"  | - 0'24"  | - 0'01"  | - 0'15"  | - 0'13"  | - 0'02"  | - 0'33"  |
| Azimut de la Polar en el lugar y hora de la observacion. . . . . | 1°44'49"                                       | 1°44'40"                                       | 1°44'27"                                       | 1°39'31"                                       | 1°39'10"                                       | 1°38'34"                                       | 1°38'18"                                       | 1°37'47"                                       | 1°36'39"                                       | 1°35'47"                                       | 1°34'58"                                       | 1°34'27"                                       |
| Promedios de lecturas á la Polar. . . . .                        | 51°31'20"                                      | 51°31'40"                                      | 231°31'20"                                     | 231°24'40"                                     | 51°24'45"                                      | 51°24'00"                                      | 231°23'45"                                     | 231°23'00"                                     | 51°21'55"                                      | 51°20'50"                                      | 231°20'20"                                     | 231°19'55"                                     |
| Promedios de lecturas corregidas á la Polar. . . . .             | 49°46'31"                                      | 49°47'00"                                      | 229°46'53"                                     | 229°45'09"                                     | 49°45'35"                                      | 49°45'26"                                      | 229°45'27"                                     | 229°45'13"                                     | 49°45'16"                                      | 49°45'03"                                      | 229°45'22"                                     | 229°45'28"                                     |

| Lecturas al objeto terrestre.            | Lecturas corregidas á la Polar. | Lecturas al objeto terrestre.            | Lecturas corregidas á la Polar. | Lecturas al objeto terrestre.            | Lecturas corregidas á la Polar. |   |
|--|---------------------------------|--|---------------------------------|--|---------------------------------|---|
| 71° 15' 50"                              | 49° 46' 31"                     | 71° 15' 40"                              | 49° 45' 35"                     | 71° 15' 30"                              | 49° 45' 03"                     | Azimut. . . . . 21° 29' 07"             |
| 251° 15' 30"                             | 49° 47' 09"                     | 251° 16' 00"                             | 49° 45' 26"                     | 251° 15' 50"                             | 49° 45' 16"                     | Azimut. . . . . 21° 30' 12"             |
| 251° 15' 30"                             | 229° 46' 53"                    | 251° 15' 20"                             | 229° 45' 27"                    | 251° 15' 20"                             | 229° 45' 22"                    | Azimut. . . . . 21° 30' 15"             |
| 71° 15' 10"                              | 229° 45' 09"                    | 71° 15' 30"                              | 229° 45' 13"                    | 71° 15' 30"                              | 229° 45' 28"                    | Suma. . . . . 63° 89' 34"               |
| Suma. . . 62' 00"                        | » 184' 93"                      | » 61' 90"                                | » 180' 101"                     | » 60' 130"                               | » 180' 69"                      | Orientacion de la base.. 21° 29' 51"    |
| Promedio. 15' 30"                        | » 46' 23"                       | » 15' 37"                                | » 45' 25"                       | » 15' 32"                                | » 45' 17"                       | +180° 00 00                             |
| Promedio de lecturas á la Polar. . . . . | 229° 46' 23"                    | Promedio de lecturas á la Polar. . . . . | 229° 45' 25"                    | Promedio de lecturas á la Polar. . . . . | 229° 45' 17"                    | Azimut de la base. . . . . 201° 29' 51" |
| Idem al objeto terrestre. . . . .        | 251° 15' 30"                    | Idem al objeto terrestre. . . . .        | 251° 15' 37"                    | Idem al objeto terrestre. . . . .        | 251° 15' 32"                    |   |
| Azimut. . . . .                          | 21° 29' 07"                     | Azimut. . . . .                          | 21° 30' 12"                     | Azimut. . . . .                          | 21° 30' 15"                     |   |



### Correccion de los ángulos.—Cálculo de azimutes.

---

**63. Correccion de los ángulos.**—Par más que se haya procurado efectuar las operaciones con toda la precision posible, los ángulos medidos estarán afectados de un error más ó ménos grande, que variará con la apreciacion del instrumento empleado, con el esmero con que se hayan hecho las observaciones y con la práctica del operador. Este error hará que en cada triángulo no se cumpla la condicion de que la suma de sus tres ángulos sea igual á  $180^\circ$ . Si la diferencia entre la suma de los tres ángulos de cada triángulo y  $180^\circ$  es mayor que el error que puede considerarse admisible, será preciso volver á repetir las observaciones en los triángulos en que ésto se verifique. El error que puede admitirse dependerá de la importancia y objeto de los trabajos y á fin de que se tenga un tipo de comparacion diremos que, el Instituto Geográfico y Estadístico previene en sus *Instrucciones para los trabajos topográficos*, que la diferencia máxima que se admitirá entre la suma de los tres ángulos observados de cada triángulo y  $180^\circ$ , será de un minuto.

Quando la citada diferencia sea menor que la que se haya fijado como admisible se corregirán los ángulos repartiendo por igual entre los tres la susodicha diferencia y si ésta no fuera exactamente divisible por tres, se aplica la mayor correccion á los ángulos que más se aproximen á 90 grados.

**64. Cálculo de azimutes.**—Con los valores de los ángulos corregidos y el del *azimut de la base* encontrado directamente, se calculan los *azimutes* de los demás lados de la triangulacion. Aunque estas operaciones se ejecutan al mismo tiempo que se efectuan las resoluciones de los triángulos, vamos á explicarlas ántes, con objeto de que se comprenda mejor la marcha que hay que seguir.

Supongamos que el croquis de la triangulacion, que debe tenerse á la vista, sea el que representa la fig.<sup>a</sup> 29, siendo el lado A B la *base* y la línea N S la direccion de la *meridiana* que pasa por el

extremo A. Siendo el arco  $ab$  la medida del *azimut* S A B encontrado directamente por las observaciones á la Polar. Si por todos los vértices de la red se consideran trazadas las rectas S' N', S'' N'',.... paralelas á la meridiana N S, dichas rectas podrán representar las meridianas que pasan por dichos vértices, pues si bien en realidad todas concurren en el polo, en los límites de un levantamiento topográfico se pueden considerar como paralelas en razon á la gran distancia á que se halla su punto de interseccion, comparada con la que de una á otra existe. Esto supuesto, desde luego vemos que el *azimut* del lado A O será igual al  $ab$  encontrado para la *base* más el ángulo B A O conocido tambien por ser un ángulo del triángulo A O B. El *azimut* del lado B O será el S B O, medido por el arco  $eh$ , siendo igual al  $ab$  más  $180^\circ$  menos el ángulo O B A tambien conocido. El del lado B C será igual al del B O que acabamos de determinar menos el ángulo O B C, y así sucesivamente se van determinando todos en funcion de los anteriormente determinados y de los ángulos conocidos de los triángulos, siguiendo exactamente la misma marcha que hemos indicado para los de los lados A O, B O y B C.

### Resolucion de los triángulos.—Cálculo de coordenadas.

---

**65. Resolucion de los triángulos.**—Para efectuar la resolucion trigonométrica de los triángulos se tendrá á la vista un croquis de la triangulacion en el que se numerarán los triángulos de manera que al resolver cada uno de ellos, entre como lado conocido el que se halle más próximo á una *base* medida.

La resolucion de los triángulos se efectúa haciendo uso de la fórmula conocida de Trigonometría  $\frac{a}{b} = \frac{\text{sen. A}}{\text{sen. B}}$ .

Si las direcciones observadas en alguno de los vértices hubiera que reducirlas al centro, se hará una resolucion provisional de los triángulos correspondientes, tomando por valor de sus ángulos los que resulten de las direcciones observadas; los valores aproxi-

mados que así resulten para sus lados se sustituirán en las fórmulas de reducción (párrafos 50 y 51) de las que se deducirán los valores de las correcciones. Hechas éstas, de la manera explicada en los citados párrafos, se resuelven definitivamente los susodichos triángulos.

En los triángulos en que no se haya hecho estacion más que en dos de sus vértices, los terceros ángulos se encontrarán restando de 180° la suma de los dos medidos.

En los que se conozcan dos lados y el ángulo comprendido se encontrarán los otros dos ángulos por la fórmula conocida

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{\operatorname{tg.} \frac{1}{2} (A+B)}{\operatorname{tg.} \frac{1}{2} (A-B)}$$

**66. Cálculo de coordenadas.**—Al mismo tiempo que se van resolviendo los triángulos se calculan las coordenadas de sus vértices. Hemos dicho ya que, el sistema rectangular elegido es el formado por la *meridiana* y su perpendicular; si suponemos que A (fig.ª 29) es el origen del sistema, los dos ejes serán las rectas SN y PP'. Para determinar las coordenadas del vértice O se tiene el triángulo rectángulo AOm, en el cual se conoce la hipotenusa AO, por ser un lado ya calculado del triángulo AOB, y el ángulo OAm que llamaremos  $\alpha$  por ser el suplemento del azimut Z encontrado para el lado AO. En dicho triángulo se tendrá:

$$X = Om = AO \cdot \operatorname{sen.} \alpha \quad \text{y} \quad Y = Am = AO \cdot \operatorname{cos.} \alpha$$

Para encontrar las coordenadas del punto B se tiene el triángulo rectángulo ABp, en el cual se conoce la hipotenusa AB y el ángulo pBA que llamaremos  $\alpha'$  suplemento del azimut conocido del lado AB. En dicho triángulo se tendrá:

$$X' = Ap = AB \operatorname{sen.} \alpha' \quad \text{y} \quad Y = Bp = AB \operatorname{cos.} \alpha'$$

Las coordenadas del punto C se determinan encontrando las parciales con respecto á los B ú O y añadiendo á éstas los valores ya conocidos de las coordenadas de dichos vértices. Para determinar las coordenadas parciales del vértice C con respecto al B, se tiene el triángulo rectángulo CqB en que se conoce la hipotenusa

BG y el ángulo agudo  $qCB$  que representaremos por  $z''$  y que es el suplemento del azimut del lado BC. En dicho triángulo se tendrá:

$$X = qB = CB \text{ sen. } z'' \quad \text{y} \quad Y = Cq = CB \text{ cos. } z''$$

y añadiendo á los valores de X é Y de estas coordenadas parciales, los ya conocidos de las coordenadas del punto B se tendrán los de las GK y AK correspondientes al vértice C. Estas pueden tambien encontrarse determinando las parciales con respecto al punto 0, para lo cual se tiene el triángulo rectángulo  $Cr0$ , en el que se conoce la hipotenusa  $C0$ , por ser lado del triángulo  $C0B$ , y el ángulo  $rC0$  por ser la diferencia entre  $360^\circ$  y el azimut conocido del lado  $C0$ ; representando dicho ángulo por  $z_1''$ , del mencionado triángulo se deduce:

$$X = r0 = 0C. \text{ sen. } z_1'' \quad \text{Y} = Cr = 0C. \text{ cos. } z_1''$$

y añadiendo á estas coordenadas parciales las ya conocidas del punto 0 se tendrán las CK y  $rm = AK$  correspondientes al vértice C. Esta doble operacion debe hacerse siempre, tomándose como coordenadas definitivas de los vértices el promedio de los dos valores que así resultan.

Procediendo de un modo análogo se determinarán las coordenadas de todos los demás vértices.

Los estados en que se consignarán estos cálculos pueden ser de la forma de los que ponemos á continuacion. En dichos estados se ha representado por la inicial V el vértice opuesto al lado que en cada triángulo sirve de base para su resolucion, y respectivamente por las letras D é I los vértices de derecha é izquierda, suponiendo al observador colocado en el vértice designado por V y mirando al lado conocido. Los lados están representados por las dos iniciales de los vértices que unen.

Cuando tengan que emplearse en los cálculos, senos de ángulos menores de  $0^\circ 12'$ , ó cosenos de ángulos mayores de  $89^\circ 48'$  se obtendrán sus logaritmos haciendo uso de la tabla de senos naturales.

### Cálculo de los triángulos topográficos y coordenadas rectangulares.

$$VD = DI \frac{\text{sen. I}}{\text{sen. V}} ; \quad VI = DI \frac{\text{sen. D}}{\text{sen. V}}$$

| N.º de los triángulos | Vértices. | Ángulos              |  |              |  | Cálculo de las longitudes de los lados. | Lados. |
|-----------------------|-----------|----------------------|--|--------------|--|---|--------|
|                       |           | reducidos al centro. |  | correctados. |  |   |        |

|    |                    |    |    |    |    |    |    |                                     |         |
|----|--------------------|----|----|----|----|----|----|-------------------------------------|---------|
| 20 | D. Robledar. . . . | 99 | 35 | 58 | 99 | 35 | 40 | Lg. VI = Lg. L = 3,5925301          | 3913,18 |
|    | V. Matacaballos.   | 34 | 24 | 10 | 34 | 23 | 53 | Lg. sen. D. . . . . = 1,9938823     |         |
|    | L. Arroyomuerto.   | 46 | 00 | 45 | 46 | 00 | 27 | Lg. D I . . . . . = 3,3506493       | 2242,07 |
|    |                    |    |    |    |    |    |    | C. lg. sen. V . . . . . = 0,2479985 |         |
|    |                    |    |    |    |    |    |    | Lg. sen. I . . . . . = 1,8569890    | 2855,20 |
|    |                    |    |    |    |    |    |    | Lg. V D = Lg. L' = 3,4556368        |         |

| Puntos cuyas coordenadas se conocen y valores de estas | Puntos cuyas coordenadas se buscan. | Azimut. | Cálculo de las coordenadas parciales |                          | Promedios de las coordenadas locales. |      |
|--|-------------------------------------|---------|--------------------------------------|--------------------------|---------------------------------------|------|
|  |                                     |         | $x = L. \text{sen. } z.$             | $y = L. \text{cos. } z.$ | $X'$                                  | $Y'$ |

|                     |                  |     |    |    |                        |                           |          |         |
|---------------------|------------------|-----|----|----|------------------------|---------------------------|----------|---------|
| D = Robledar. . . . | V. Matacaballos. | 92  | 48 | 53 | Lg. sen. z = 1,9994757 | Lg. cos. z = 2,6911381. n | 14781,60 | 6427,61 |
|                     |                  |     |    |    | Lg. L = 3,4556368      | Lg. L = 3,4556368         |          |         |
| X = 17633,38        | Y = 6287,14      | 192 | 24 | 51 | Lg. $x = 3,4551125$    | Lg. $y = 2,1467749. n$    | 14781,60 | 6427,61 |
|                     |                  |     |    |    | -x+ = 2851,76          | -y- = 140,21              |          |         |
| Y = 6287,14         | V. Matacaballos. | 58  | 25 | 36 | X = 17633,38           | Y = 6287,14               | 14781,60 | 6427,61 |
|                     |                  |     |    |    | X' = 14781,62          | Y' = 6427,35              |          |         |
| I = Arroyomuerto.   | V. Matacaballos. | 192 | 24 | 51 | Lg. sen. z = 1,9304246 | Lg. cos. z = 1,7189909    | 14781,60 | 6427,61 |
|                     |                  | 58  | 25 | 36 | Lg. L = 3,5925301      | Lg. L = 3,5925301         |          |         |
| X = 18115,50        |                  |     |    |    | Lg. $x = 3,52296547$   | Lg. $y = 3,3115210$       | 14781,60 | 6427,61 |
|                     |                  |     |    |    | -x+ = 3333,92          | -y+ = 2048,90             |          |         |
| Y = 8476,77         |                  |     |    |    | X = 18115,50           | Y = 8476,77               | 14781,60 | 6427,61 |
|                     |                  |     |    |    | X' = 14781,58          | Y' = 6427,87              |          |         |

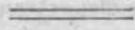
Calculo de los ángulos de los triángulos en que se conocen dos lados y el ángulo comprendido.

| Número de los triángulos. | Vertices.         | Cálculo de los ángulos. |                  |   | Resultados.         |                     |                     |
|---------------------------|-------------------|-------------------------|------------------|---|---------------------|---------------------|---------------------|
|                           |                   | Ángulos conocidos.      | Lados conocidos. | $\frac{VI+DI}{VI-DI} = \frac{\text{tang. } \frac{1}{2}(D+V)}{\text{tang. } \frac{1}{2}(D-V)}$ | $\frac{1}{2}(D+V)=$ | $\frac{1}{2}(D-V)=$ | $\frac{1}{2}(D+V)=$ |
| 20                        | D Robledar.....   | $(D+V)=$                | VI=3913,21       | Lg. tg. $\frac{1}{2}(D+V)=0,3720134$  | $\frac{1}{2}(D+V)=$ | 32 35 43            | 66 59 37            |
|                           | V Matacaballos... | $\frac{1}{2}(D+V)=$     | D1=2242,07       | Lg. (VI-D1)=3,2230128   | $\frac{1}{2}(D-V)=$ | 32 35 20            | 92 35 20            |
|                           | I Arroyomuerto.   | I=                      | (VI+D1)=6155,28  | C.lg. (VI+D1)=6,2107521   | D=                  | 34 23 54            | 46 00 45            |
|                           |                   |                         | (VI-D1)=1671,14  | Lg. tg. $\frac{1}{2}(D-V)=9,8057783$  | I=                  | 46 00 45            | 179 59 59           |
| 21                        | D Arroyomuerto.   | $(D+V)=$                | VI=1675,37       | Lg. tg. $\frac{1}{2}(D+V)=9,9206773$  | $\frac{1}{2}(D+V)=$ | 39 47 47            | 39 47 47            |
|                           | V Matacaballos... | $\frac{1}{2}(D+V)=$     | D1=3245,17       | Lg. -(VI-D1)=3,1958443  | $\frac{1}{2}(D-V)=$ | 14 53 00            | 14 53 00            |
|                           | I Cepeda.....     | I=                      | (VI+D1)=4920,54  | C.lg. (VI+D1)=6,3070872   | V=                  | 54 40 47            | 54 40 47            |
|                           |                   |                         | -(VI-D1)=1569,80 | Lg. tg. $\frac{1}{2}(D-V)=9,4245088$  | D=                  | 24 74 47            | 24 74 47            |
|                           |                   |                         |                  |   | I=                  | 100 24 25           | 100 24 25           |
|                           |                   |                         |                  |   |                     |                     | 179 59 59           |

### CAPITULO III.



#### RED DE LOS DETALLES.



##### Diversos métodos que pueden emplearse.

67. Para determinar, con relacion á los vértices de la triangulacion, las proyecciones horizontales de los diversos accidentes y objetos que constituyen los detalles del terreno de cuya representacion nos ocupamos, pueden seguirse varios métodos que se designan con los nombres de *método de intersecciones*, de *radiacion*, de *rodeo*, de *coordenadas* y de *alineaciones*.

Desde luego advertiremos que en el conjunto de las operaciones que constituyen el levantamiento de los detalles de un plano, no se elige uno de los sistemas para hacer uso exclusivo de él prescindiendo de los demás, sino que por el contrario se combinan unos con otros, empleando indistintamente segun la naturaleza del terreno empleándose en cada caso el mas conveniente para obtener el resultado que nos propongamos con la mayor precision y economía de tiempo posible.

68. **Intersecciones.**—El método de *intersecciones* consiste en hacer estacion con un goniómetro cualquiera en dos puntos ya determinados y encontrando por medio del mencionado aparato los valores de los ángulos que con la línea que une dichos puntos, forman las visuales dirigidas á los que se quieren determinar. Así,

por ejemplo, supongamos que MN (fig.<sup>a</sup> 30) sea un lado de la triangulación ó una línea cuya posición se haya ya determinado por cualquiera de los procedimientos que vamos á explicar y que con respecto á ella se quiere determinar por el método de intersecciones la posición de varios puntos tales como los *a, b, c, d, f,.....* Se hará estación con un goniómetro en el punto M y se determinan los ángulos  $\alpha MN, b MN, c MN, d MN, f MN.....$  Se hace despues estación en el punto N y de la misma manera se determinan los valores de los ángulos  $\alpha NM, b NM, c NM, d NM, f NM.....$  Es evidente que si sobre la representación de la línea MN se construyen, en cada uno de sus extremos, los ángulos que se han medido, los puntos de intersección de sus lados nos determinarán los puntos homólogos á los *a, b, c, d, f,.....* del terreno.

Con objeto de comprobar la posición de cada uno de estos puntos, en vez de determinarlos por la intersección de dos visuales, se elige otro vértice ó punto conocido desde el cual se dirigen también las visuales á los *a, b, c, d, f,.....*, encontrando el valor de los ángulos que dichas visuales forman con la línea que une la nueva estación con uno de los M, N.

Cuando se emplee este método, el registro en el cual se deben ir anotando los resultados en el mismo orden en que se van obteniendo, puede ser de la forma siguiente:

| Puntos de estación. | Puntos observados. | Ángulos. |          | Notas. |
|---------------------|--------------------|----------|----------|--------|
|                     |                    | Grados.  | Minutos. |        |
| M                   | <i>a</i>           | 00       | 00       |        |
|                     | <i>b</i>           | 16       | 7        |        |
|                     | <i>c</i>           | 29       | 15       |        |
|                     | <i>d</i>           | 42       | 24       |        |
|                     | <i>f</i>           | 56       | 32       |        |
| ⋮                   | ⋮                  |          |          |        |

Este método tiene la ventaja de ser bastante rápido; y además, como la posición de cada punto se determina con entera independencia de la de los demás, el error que en uno de ellos pudiera cometerse no se trasmite á los otros. En cambio, necesita la condición indispensable de que los puntos, cuya posición se quiere

determinar, sean visibles desde los dos vértices ó puntos en que se hace estacion lo cual exige un terreno bastante despejado. Tampoco es conveniente seguir este método cuando las visuales, que por su interseccion nos han de determinar los puntos, formen entre sí ángulos muy agudos, por la dificultad de apreciar el verdadero punto de encuentro de dos rectas que se cortan con mucha oblicuidad.

**69. Radiacion.**—El método de *radiacion* consiste en hacer estacion en un vértice ó punto ya conocido y con un goniómetro medir los ángulos que con la recta que une dicho punto á otro tambien conocido, formen las visuales dirigidas á los que se quieren determinar, midiéndose además las distancias que existen desde el punto de estacion á cada uno de los observados. Así, por ejemplo, supongamos que  $MN$  (fig.<sup>a</sup> 31) sea un lado de la triangulacion ó una recta cuya posicion nos sea conocida, y que queremos determinar la posicion de los puntos  $a, b, c, d, f, \dots$  empleando el método de radiacion. Se hará estacion en  $M$  y con un goniómetro se determinarán los valores de los ángulos  $NMa, NMb, NMc, NMd, \dots$  y despues se medirán las distancias  $Ma, Mb, Mc, Md, \dots$ . Es evidente que la posicion de los puntos  $a, b, c, d, \dots$  queda de este modo determinada, pues si sobre la representacion de la recta  $MN$  y en el punto homólogo al  $M$  se construyen ángulos iguales á los medidos tomando sobre sus lados las respectivas distancias medidas reducidas á escala, se obtendrán los puntos homólogos á los  $a, b, c, \dots$  del terreno. El registro de estas operaciones puede ser de la forma siguiente:

| Puntos de estacion. | Puntos observados | Ángulos de las visuales con la línea $MN$ |          | Distancias al punto de estacion. | Notas. |
|---------------------|-------------------|---|----------|----------------------------------|--------|
|                     |                   | Grados.                                   | Minutos. |                                  |        |
|                     | N                 | 00  | 00       |                                  |        |
|                     | $a$               | 50  | 07       | 74 <sup>m</sup> , 37             |        |
| M                   | $b$               | 109                                       | 52       | 71, 14                           |        |
|                     | $c$               | 159                                       | 23       | 58, 45                           |        |
| ⋮                   | ⋮                 | ⋮   | ⋮        | ⋮                                |        |

Este método tiene como el anterior la ventaja de que cada punto se determina con completa independencia de los demás evitándose la acumulación de errores, solo exige que los puntos sean visibles desde uno de los vértices que sirven para su determinación; pero alrededor de este vértice el terreno ha de ser despejado y suficientemente llano para que las distancias que separan el punto de estación de los observados puedan medirse con facilidad. Suele emplearse con ventaja en los claros de los bosques, plazas de las poblaciones ó sitios análogos.

**70. Rodeo.**— El método de *rodeo* consiste en ir midiendo sucesivamente los ángulos y lados de una línea poligonal que pasando por los puntos que se quieren determinar, apoye sus extremos en dos vértices ó puntos ya conocidos. Así, por ejemplo, supongamos que M y N (fig.<sup>a</sup> 32) sean dos vértices de la triangulación ó dos puntos cuya posición sea ya conocida, y *a, b, c, d, e,...* los puntos que se quieren determinar por el método que nos ocupa. Se considerarán unidos estos puntos entre sí y con los M y N por una línea poligonal *M a b c d e f N*; haciendo estación en M, se mide con un goniómetro el ángulo *a M N* y después se medirá la distancia *M a*; se hará en seguida estación en el *a* midiéndose el ángulo *b a M* y la distancia *a b*, continuando del mismo modo se hará estación en los demás vértices de la línea poligonal midiéndose todos sus lados y ángulos hasta llegar al punto N. De este modo se adquieren los datos necesarios para poder fijar en el plano la posición de los puntos *a, b, c,...* puesto que la cuestión quedaria reducida á construir un polígono conociéndose todos sus ángulos y lados. Con objeto de tener alguna comprobación, desde cada una de las estaciones se dirigen visuales á los vértices de la triangulación ó á puntos notables cuya posición esté determinada y que sean visibles, anotando los ángulos correspondientes á estas visuales.

Este método solo exige que desde cada punto se vea el anterior y el posterior á él (\*), por lo tanto puede emplearse en terrenos muy cubiertos y donde el horizonte sea muy limitado, como sucede en

---

(\*) Si el goniómetro usado es la brújula bastará ver desde cada estación el punto siguiente ó el anterior.

los bosques, en el interior de las poblaciones etc. En cambio tiene el inconveniente de que los errores se van acumulando, razon por la cual debe ejecutarse siempre la comprobacion que hemos indicado.

El registro puede ser de la forma siguiente:

| Estaciones. | Puntos observados | Ángulos |          | Distancias.          | Notas. |
|-------------|-------------------|---------|----------|----------------------|--------|
|             |                   | Grados. | Minutos. |                      |        |
| M           | a                 | 00      | 00       | 94 <sup>m</sup> ,72  |        |
|             | N                 | 125     | 07       |                      |        |
| a           | b                 | 00      | 00       | 102 <sup>m</sup> ,27 |        |
|             | C                 | 140     |          |                      |        |
| b           | c                 | 00      | 00       | 82 <sup>m</sup> ,04  |        |
|             | a                 | 129     | 41       |                      |        |
| c           | d                 | ⋮       | ⋮        | ⋮                    |        |
|             | ⋮                 | ⋮       | ⋮        |                      |        |

**71.** Cuando por este sistema se vá efectuando el levantamiento de una línea poligonal cualquiera, empleando los de *intersecciones* y *radiacion*, ó solo el primero de éstos, para ir recogiendo los detalles á derecha é izquierda de la línea poligonal seguida, se dice que se ejecuta un *itinerario* en direccion de la expresada línea.

**72. Coordenadas.**—El método de coordenadas consiste en fijar cada punto por su distancia á un lado de la triangulacion, ó á una recta cuya posicion sea ya conocida, y por la distancia que existe desde una de las extremidades de la recta tomada por *eje*, al pié de la perpendicular bajada desde dicho punto. Supongamos, por ejemplo que MN (fig.<sup>a</sup> 33) sea un lado de la triangulacion ó una recta cuya posicion se haya determinado por cualquiera de los procedimientos descritos, y que *a, b, c, d, ...* sean los puntos que se quieren determinar por el método de coordenadas. Se bajarán desde dichos puntos las perpendiculares *aa', bb', cc', dd'.....* sobre la recta MN; se miden las longitudes de estas perpendiculares y las distancias *Ma', Mb', Mc'....* Para conocer hácia que lado de la recta que se toma por eje, se encuentran los puntos determinados, se

conviene en afectar con el signo más á las ordenadas medidas hácia uno de los lados del eje y con el signo ménos á las medidas en sentido opuesto.

Este método tiene la ventaja de que los aparatos que se necesitan para seguirlo son de los más sencillos que pueden emplearse y que la determinacion de los puntos se hace con completa independencia unos de otros. En cambio exige que las mediciones de las abscisas y ordenadas puedan efectuarse con facilidad y desde luego pierde sus ventajas cuando dichas líneas no son muy cortas.

El registro que debe llevarse puede ser de la forma siguiente:

| Líneas tomadas por ejes. | Orígen de las abscisas. | Puntos determinados. | Abscisas.           | Ordenadas             | Notas. |
|--------------------------|-------------------------|----------------------|---------------------|-----------------------|--------|
|                          | M                       | <i>a</i>             | 12 <sup>m</sup> ,40 | + 8 <sup>m</sup> ,40  |        |
|                          |                         | <i>g</i>             | 20 <sup>m</sup> ,15 | — 10 <sup>m</sup> ,03 |        |
|                          |                         | <i>b</i>             | 25 <sup>m</sup> ,13 | + 14 <sup>m</sup> ,07 |        |
|                          |                         | <i>c</i>             | 32 <sup>m</sup> ,41 | + 7 <sup>m</sup> ,92  |        |
| M N                      |                         | <i>f</i>             | 40 <sup>m</sup> ,17 | — 5 <sup>m</sup> ,21  |        |
|                          |                         | <i>d</i>             | 46 <sup>m</sup> ,09 | + 11 <sup>m</sup> ,71 |        |
| ⋮                        |                         | ⋮                    | ⋮                   | ⋮                     |        |

**73. Alineaciones.**—El método de *alineaciones* consiste en determinar los puntos por medio de alineaciones que pasando por ellos vienen á terminar en los lados de la triangulacion ó en rectas de posicion ya conocida. Se miden las distancias que existen desde los extremos de estos lados ó líneas á los puntos en que son cortadas por las alineaciones y sobre estas últimas se miden tambien las distancias que median desde sus extremos á los puntos que se quieren determinar. Si, por ejemplo, suponemos que ABC (fig.<sup>a</sup> 34) es un triángulo de la red ó bien está formado por tres rectas de posicion ya conocida y que se quiere determinar la posicion de los puntos *a*, *b*, *c*,..... por el método que nos ocupa; se marcarán las alineaciones que pasando por ellos, y yendo en las direcciones que más convengan bien sea por recoger mayor número de ellos ó bien por la facilidad de su medicion, vengán á cortar á los lados conocidos. Si una de ellas es, por ejemplo, la MN para

determinar los puntos  $a$  y  $b$  se medirán las distancias  $GM$ ,  $CN$ ,  $Ma$ ,  $ab$  y  $bN$  sirviendo de comprobacion el que la suma de las tres últimas debe ser igual al lado  $MN$  del triángulo conocido  $CMN$ , y de una manera análoga se determinarán los demás puntos.

Este método tiene la ventaja de que no hace falta un goniómetro, pues basta tener jalones, para establecer las alineaciones, y una sencilla medida. En cambio tiene el inconveniente de exigir que el terreno sea despejado y se pueda recorrer en todas direcciones, siendo además muy pesado por las muchas mediciones de líneas que es preciso efectuar.

El registro puede ser de la forma siguiente:

| Origen de las mediciones. | Dirección en que se mide. | Distancias medidas.  | Puntos determinados. | Notas. |
|---------------------------|---------------------------|----------------------|----------------------|--------|
| $c$                       | de $c$ á $A$              | 304 <sup>m</sup> ,71 | $M$                  |        |
| $c$                       | » $c$ á $B$               | 164 <sup>m</sup> ,84 | $N$                  |        |
| $M$                       | » $M$ á $N$               | 57 <sup>m</sup> ,32  | $a$                  |        |
| $a$                       | » $a$ á $N$               | 72 <sup>m</sup> ,47  | $b$                  |        |
| $b$                       | » $b$ á $N$               | 61 <sup>m</sup> ,32  | $N$                  |        |
| .                         | .                         | .                    | .                    |        |
| .                         | .                         | .                    | .                    |        |

**74.** Al emplear cualquiera de los métodos explicados, se debe acompañar al registro un croquis en el que se representan las operaciones que se van ejecutando. En el método de coordenadas y en el de alineaciones, el croquis es más necesario, siendo conveniente que al lado de cada una de las líneas en él representadas se escriba su longitud. De este modo no es fácil que haya confusión ni duda alguna al tratar de fijar sobre el plano los puntos determinados.

**75. Procedimiento que puede seguirse en la ejecución de los métodos anteriormente expuestos cuando se carece de aparato angular.**

—Por medio solo de la medición de líneas rectas pueden seguirse los métodos de *intersecciones*, *radiación* y *rodeo* cuando se carezca de un aparato angular, determinando de una manera indirecta los ángulos que sea preciso conocer. En efecto, un ángulo cualquiera

tal como el  $A O B$  (fig.<sup>a</sup> 35) se puede determinar midiendo las distancias  $Op$  y  $Oq$  arbitrarias y midiendo luego la  $pq$ , pues es evidente que con estos datos se puede construir sobre el papel del plano un triángulo semejante al  $pOq$  y por consiguiente obtener un ángulo igual al  $A O B$ . Las distancias  $Op$  y  $Oq$ , aunque pueden ser arbitrarias, es más cómodo y conveniente tomarlas iguales. Si por cualquiera causa no fuere fácil la medición en el interior del ángulo  $A O B$ , se determina éste haciendo una construcción análoga á la explicada sobre su opuesto por el vértice  $r O S$ , para lo que bastaría prolongar las alineaciones que marcan sus lados; si tampoco se pudiese efectuar la medición de la recta  $rs$ , la construcción se hará en el ángulo  $S O q$  ó  $r O p$  suplementarios del que se busca.

Tanto al operar de este modo como al emplear el método de alineaciones anteriormente descrito, habrá necesidad de marcar en el terreno las direcciones de las rectas sobre que se han de tomar las medidas que necesitamos, por lo que pasaremos á ocuparnos de la manera de establecer estas alineaciones.

**76. Manera de establecer una alineacion en los distintos casos que pueden ocurrir.**—Para establecer una alineacion cuando no se dispone de un aparato angular y por lo tanto no se pueda efectuar de la manera explicada en el párrafo 58, se clavarán en los puntos  $A, B$ . (fig.<sup>a</sup> 36), extremos de la línea que se quiere marcar, dos jalones y colocándose el observador detras del jalon  $A$  y algo separado de él, dirigirá una visual en la direccion  $AB$ , haciendo que un peon clave el jalon  $d$  de tal manera que esté en la línea  $AB$  lo que se verificará cuando el observador le vea cubierto con los colocados en los puntos  $A$  y  $B$ . Del mismo modo, y auxiliándose por los ya establecidos, se van colocando los jalones intermedios que se necesiten.

Cuando la distancia entre los puntos  $A$  y  $B$  fuese grande, no siendo visible el uno desde el otro, ó hubiese algun obstáculo que impidiese la colocacion del observador en la proximidad del punto  $A$ , se establecerá la alineacion colocándose dos observadores en los puntos intermedios  $f$  y  $g$  desde las cuales sean visibles los puntos  $A$  y  $B$  respectivamente; el observador colocado en  $y$  se sitúa de tal

manera que vea al  $f$  en la línea  $Ag$ , se aproximan despues ambos observadores á la direccion  $AB$ , por medio de una marcha oblicua, teniendo cuidado el  $g$  de ir constantemente en la prolongacion de la línea marcada por el punto  $A$  y las posiciones  $f, f', f''$ ..... ocupadas por el otro observador; de este modo continúan su marcha oblicua ambos observadores hasta llegar respectivamente á los puntos  $c, d$ , en los cuales el observador  $c$  vea cubierto al  $d$  con el punto  $B$ , allí clavan sus jalones y valiéndose de ellos se pueden colocar otros, siguiendo la marcha indicada al principio del párrafo.

Los dos puntos intermedios  $c, d$ , pueden tambien marcarse del modo siguiente: se colocan dos observadores en los puntos  $m$  y  $r$ , el primer observador que debe ver el jalon fijo en  $B$  hará que el segundo se mueva hasta colocar su jalon cubierto con los  $m$  y  $B$  en una posicion tal como la  $r'$ . Éste hará á su vez que el primero mueva el jalon  $m$  hasta colocarlo en  $m'$  cubierto con los  $A$  y  $r'$ . El primer observador hace despues que el segundo se coloque en  $r''$  cubierto con los  $m'$  y  $B$ , y así se continúa hasta que los jalones ocupen las posiciones  $c$  y  $d$  tales, que el jalon  $d$  se halle cubierto con los  $c$  y  $B$ , y el  $c$  se vea cubierto con los  $d$  y  $A$ .

### **Aparatos para la medicion directa de las distancias.**

---

**77.** Explicados ya los métodos generales que pueden seguirse para efectuar el levantamiento de los detalles, pasaremos á describir los aparatos más comunmente usados, empezando por los que sirven para la medicion directa de las distancias.

**78. Cinta metálica.**—La cinta metálica, que puede emplearse en la medicion de las distancias al efectuarse el levantamiento de los detalles, es la misma cuya descripcion y uso se explicó en los párrafos 55 y 56.

**79. Cadena.**—La *cadena* está compuesta (fig.<sup>a</sup> 37) de eslabones de alambre de hierro, no muy grueso, unidos por anillas

del mismo metal. La longitud de cada eslabon, contada desde los centros de las anillas que los unen, es de dos decímetros. De cinco en cinco eslabones las anillas son de laton para que se distingan los metros; llevando algunas cadenas unas medallas tambien de laton en las que van marcados los metros que hay á partir de una de las extremidades de la cadena al anillo que se considera. La mitad de la longitud de la cadena se marca por un pequeño eslabon que pende de la anilla correspondiente, ó con una medalla de mayor tamaño que las que señalan los metros. Terminan las cadenas en ambos extremos por agarraderos dispuestos de manera que la distancia de su extremo al centro de la anilla que une los dos primeros eslabones es de dos decímetros. La longitud total de la cadena es ordinariamente de 10, 15 ó 20 metros. Acompañan á la cadena un juego de once agujas formadas del mismo alambre que los eslabones, y cuya forma es la misma que las que digimos acompañaban á la cinta metálica.

Antes de usar la cadena es preciso comprobar si su longitud es exactamente la que debe tener, cuya comprobacion se hace lo mismo que se explicó en el párrafo 55 al ocuparnos de la cinta. La correccion necesaria se hace apretando los anillos que unen los eslabones ó encorvando alguno de éstos si lo primero no fuese bastante, en el caso que resulte la cadena con mayor longitud de la debida al hacer la comprobacion; si por el contrario resultase más corta, se enderezan los eslabones que estén torcidos y se abren un poco los anillos de union hasta conseguir dar á la cadena la longitud debida.

El uso de la cadena es exactamente el mismo que se explicó para la cinta. Las precauciones que deben tenerse en cuenta al efectuar la medicion con este aparato son, además de las que allí se indicaron, la de procurar cada vez que se tienda la cadena que no se forme ningun nudo y que la tension no sea tan fuerte que dé lugar á que se abran las anillas.

Experiencias ejecutadas midiendo un gran número de veces la misma distancia, han permitido apreciar los errores medios que pueden cometerse en la medicion de las líneas por medio de la cadena, siendo estos errores los siguientes:

$\frac{1}{1200}$  de la longitud medida cuando el terreno es poco ondulado y horizontal.

$\frac{1}{400}$  id. si la pendiente es de  $17^{\circ} 30'$  próximamente.

$\frac{1}{235}$  id. si la pendiente es de  $35^{\circ}$ .

**80. Cuerda métrica.**—La *cuerda métrica* es una cuerda de cáñamo de 20 ó 25 metros de longitud, que á fin de que sea invariable y no se acorte con la humedad, se prepara torciendo sus ramales hácia distintos lados, sumergiéndola en un baño de aceite caliente y pasándola por cera derretida despues de seca.

Las divisiones que han de marcar los metros se obtienen cosiendo trozos de cinta blanca ó de un color cualquiera.

Se usa del mismo modo que la cadena.

**81. Rodetes.**—Los rodetes son unas cintas de hilo, de longitud variable, barnizada y dividida en metros, decímetros y centímetros. En algunas el primer decímetro se halla dividido en milímetros. En la extremidad de la cinta (fig.ª 38) hay un pequeño anillo de laton *a*, va arrollada dentro de una caja cilindrica de cuero alrededor de un eje metálico que pasa por el centro de la caja y que lleva en uno de sus extremos un pequeño manubrio *m*, que sirve para arrollar la cinta introduciéndola en la caja por una abertura lateral que presenta el canto de la misma; para desarro-llarla, basta tirar del pequeño anillo *a*, el cual queda siempre fuera de la caja.

Se usa del mismo modo que la cinta metálica y la cadena, pero tiene los inconvenientes de su poca duracion, pues se rompe con facilidad, sufre frecuentes variaciones en su longitud, y si se moja se le quita el barniz y se borran las divisiones. Se emplea generalmente para tomar medidas en las diversas partes de un edificio, y para este objeto su uso es más cómodo que el de los aparatos descritos anteriormente.

Existen rodetes en los que la cinta tiene la trama compuesta de hilo y alambre, siendo éstos preferibles á los de hilo solo.

## Medida indirecta de las distancias.—Estadias.

82. La medición directa de las distancias, cuando éstas se multiplican mucho, absorbe un tiempo considerable y á veces no se puede efectuar por impedirlo los accidentes del terreno.

Estas razones han hecho que se busque el medio de medirlas indirectamente por medio de aparatos que nos den su valor por medio de una sencilla observación.

Los aparatos que en Topografía se usan con este objeto se llaman *estadias*. Para comprender su teoría, consideremos un simple tubo ABCD (fig. 39) en cuya cara AD lleve un pequeño orificio O que sirva de ocular y en su interior un *micrómetro* compuesto de dos hilos paralelos, que en la figura están proyectados en los puntos *f* y *b*, cortados perpendicularmente por un tercer hilo *cg*.

Supongamos además que tenemos una *mira*, ó sea una regla graduada NP colocada verticalmente, con el auxilio de una plomada ó de un nivel esférico, en el extremo de la línea MRSTN cuya proyección horizontal MN se quiere conocer. Coloquemos el tubo ABCD horizontalmente en el otro extremo de la línea de manera que el orificio que sirve de ocular esté sobre la vertical del punto M. Los dos rayos visuales *or* y *oq* interceptarán sobre la mira una magnitud  $qr = H$  y llamando D á la distancia  $MN = D$  que se quiere medir y representando por *d* la distancia *0a* y por *h* la separación *fb* de los hilos del micrómetro; los dos triángulos semejantes *0fb* y *Orq* nos dan:

$$\frac{D}{H} = \frac{d}{h} \quad \text{de donde} \quad D = H \frac{d}{h} \quad (1)$$

En esta fórmula vemos que si se conocen las cantidades *d* y *h* la distancia D se deduce inmediatamente de la lectura H hecha sobre la mira. Del mismo modo si las cantidades H y *d* fuesen constantes y conocidas, el valor de D se deduciría de los correspondientes de *h*; de aquí que las estadias puedan ser de dos clases: 1.ª las estadias en que la separación de los hilos del micrómetro y su distancia al ocular permanece constante siéndolo por consi-

guiente el ángulo  $fOb$ , que se llaman *estadias de ángulo micrométrico fijo*; 2.<sup>a</sup>, aquellas en que la altura de mira interceptada por las visuales es constante, siendo variable la separacion de los hilos del micrómetro ó su distancia al ocular y por consiguiente variable tambien el ángulo  $fOb$ , las cuales se llaman *estadias de ángulo micrométrico variable*.

**83.** En las estadias de la primera clase, para que la distancia  $D$  que se quiere conocer, pueda determinarse por la lectura  $H$  efectuada sobre la mira, es preciso que con anterioridad se conozca el valor de la relacion  $\frac{d}{h}$  y como en la práctica es muy difícil

medir con precision las cantidades  $d$  y  $h$  se evita este inconveniente sustituyendo á la relacion  $\frac{d}{h}$  otra equivalente susceptible

de poderse medir con más exactitud. Esta relacion se obtiene por medio de una experiencia preliminar que se ejecuta del modo siguiente: se coloca verticalmente la mira  $N'P'$ , por medio de una plomada ó de un nivel esférico, en el extremo de una línea medida con exactitud, en el otro extremo se coloca la estadia de modo que su eje óptico sea horizontal, se mide la altura  $q'r'$  de la mira interceptada por las dos visuales dirigidas por el ocular y cada uno de los hilos horizontales del micrómetro y se tendrá:

$$\frac{D'}{H'} = \frac{d}{h}$$

y como el primer miembro de esta ecuacion es perfectamente conocido se puede poner en lugar del segundo en la fórmula (1), y se tendrá:

$$D = H \frac{D'}{H'}$$

Supongamos, por ejemplo, que  $D' = 100^m$ ,  $H' = 2$  y  $H = 2^m$ , 50 se tendría:

$$D = 2^m. 50 \times \frac{100}{2} = 125^m.$$

La relacion  $\frac{d}{h}$  ó su igual  $\frac{D'}{H'}$  se llama *coeficiente constante de*

la estadia y como por cualquiera causa los hilos del micrómetro, que determinan las visuales, pueden haberse separado más ó ménos, antes de servirse de la estadia debe comprobarse el valor de dicho coeficiente para lo cual bastará repetir la experiencia preliminar que acabamos de explicar.

84. Las estadias de ángulo variable digimos que eran aquellas en las cuales la altura  $H$  y una de las cantidades  $d$  ó  $h$  son constantes obteniéndose el valor de  $D$  en funcion de las variaciones de la otra de dichas cantidades. Lo más frecuente es suponer constante la cantidad  $d$ , encontrándose el valor de  $D$  en funcion de las variaciones de la cantidad  $h$ .

Para lo cual, si á dos distancias  $M N$  y  $M N'$  (fig.<sup>a</sup> 40) desiguales, se dirigen las visuales á una misma magnitud  $r q = r' q'$  estos rayos visuales determinarán sobre el micrómetro dos intervalos diferentes  $f b$  y  $f' b'$ , y en los triángulos semejantes  $O r q$  y  $O f b$ ,  $O r' q'$  y  $O f' b'$  se tendrá:

$$D = M N = O l = r q \frac{O a}{f b} = H \frac{d}{h} \quad \text{y} \quad D' = M N' = O l' = r' q' \frac{O a}{f' b'} = H \frac{d}{h'}$$

de donde:

$$\frac{D}{D'} = \frac{h'}{h} \quad \text{y} \quad D = D' \frac{h'}{h}$$

Imaginemos que el micrómetro es tal como el que representa la figura 41, es decir un círculo dividido en pequeñas zonas iguales, ya sea por hilos muy finos ó bien una lámina de vidrio rayada con delicadeza, y llamemos  $v$  la altura de cada una de estas zonas ó segmentos micrométricos y supongamos que  $h$  vale un número  $n$  de veces  $v$  y  $h'$  vale  $n'$ , la ecuación anterior se convertirá en la siguiente:

$$D = D' \frac{n'}{n} = D' n' \times \frac{1}{n}$$

La cantidad  $D' n'$  puede determinarse previamente por medio de una esperiencia preliminar, midiendo exactamente una longitud  $D'$  y contando el número de divisiones ó zonas  $n'$  que comprenden los rayos visuales  $O r'$  y  $O q'$  dirigidos á los extremos de una magnitud vertical  $r' q' = r q = H$ .

Supongamos, por ejemplo,  $r'q' = r q$ ,  $D' = 100^m$ ,  $n' = 5$  y  $n = 4$ , se tendrá para valor del coeficiente constante  $D' n' = 500^m$  y para valor de la distancia

$$D = \frac{500^m}{4} = 125^m.$$

La cantidad  $n$  es preciso que se pueda apreciar con mucha precision, pues el menor error cometido en ella influirá mucho en la determinacion de la distancia  $D$ . Para obtener esta precision se suele reemplazar al micrómetro que representa la fig.<sup>a</sup> 41 por un micrómetro compuesto de dos hilos, uno fijo y otro móvil apreciándose la separacion que, en cada observacion, existe entre ellos por un mecanismo que varia segun los constructores. Algunas de estas estadias llevan en la pieza cuyo movimiento aumenta ó disminuye la separacion de los dos hilos, una graduacion en la que van marcadas las distancias correspondientes; de manera que basta dirigir la visual al objeto de magnitud constante que ha servido para graduar la estadia, haciendo por el movimiento de la mencionada pieza que el objeto quede comprendido exactamente en el intervalo de los dos hilos, y la lectura que correspondá en la pieza móvil á un estilete ó punto de referencia fijo, nos dará desde luego el valor de la distancia que se quiere encontrar.

**85.** La teoría que acabamos de exponer se funda en la semejanza de los triángulos  $roq$  y  $fo b$  (fig.<sup>a</sup> 39) obtenida por el paralelismo de  $NP$  y  $cg$  pero puede ocurrir, sobre todo cuando se hace estacion en la parte inferior de una pendiente, que sea imposible colocar horizontal el eje de la estadia porque no se varia la mira. En este caso la semejanza de los triángulos  $roq$  y  $fo b$  no se verificará á no ser que se incline la regla colocándola paralela á la línea  $cg$  ó sea perpendicular á la línea  $ol$ . Se puede conseguir esto adosando á la mira el canto menor de una esquadra, y dirigiendo una visual rasante al lado mayor se inclina la mira hasta que dicha visual pase por la estadia; pero en la práctica se prefiere colocar la mira verticalmente y encontrar la correccion que es preciso hacer en la fórmula general

$$D = \frac{D'}{H'} H.$$

Para encontrar dicha correccion, llamemos  $\alpha$  (fig. \* 42) la inclinacion del eje óptico  $ol$  sobre la horizontal  $oh$ ,  $rq$  la altura vertical interceptada por las visuales y  $nm$  una perpendicular á  $ol$ , y se tendrá:

$$ol = \frac{D'}{H'} \times mn \quad \text{peró} \quad mn = rq \cos. \alpha \quad mlq = rq \cos. \alpha,$$

y por consiguiente

$$ol = \frac{D'}{H'} \times rq \cos. \alpha$$

pero en el triángulo rectángulo  $loh$  se tiene:

$$oh = MN = D = ol \cos. \alpha$$

y poniendo en vez de  $ol$  su valor encontrado anteriormente se tendrá:

$$D = \frac{D'}{H'} \cdot H \cdot \cos. \alpha$$

Luego para obtener la distancia horizontal entre dos puntos estando el eje óptico de la estadia inclinado sobre el horizonte, se opera exactamente del mismo modo que si dicho eje fuese horizontal, multiplicando despues el resultado por el cuadrado del coseno del ángulo de inclinacion del mencionado eje ó sea del que mida la inclinacion del terreno si el eje óptico se ha colocado paralelo á dicho terreno.

Aunque un sencillo cálculo logarítmico nos haria conocer en cada caso el valor de la correccion, es más cómodo emplear tablas de reduccion y con este objeto ponemos al final de este libro unas tablas que pueden emplearse para dicho uso.

**86.** Las estadias que acabamos de describir tal como las hemos considerado, solo sirven en realidad para comprender la teoría de estos aparatos, puesto que las distancias que con ellas se pueden apreciar son muy cortas por estar limitadas á aquellas en que la simple vista del observador puede hacer con claridad las lecturas correspondientes en la regla graduada ó mira.

Con objeto de aumentar las distancias á que se puede operar con estos aparatos, se sustituye al sencillo tubo, que nos ha ser-

vido para explicar la teoría, un anteojo en el cual se coloca el micrómetro en el sitio en que en los ordinarios se pone el retículo. Con esta disposición los triángulos semejantes por medio de los cuales se ha determinado la distancia  $D$ , no tienen ya su vértice común en el ocular si no en el centro óptico del objetivo, pero esto no cambia las condiciones de la teoría. En efecto, supongamos un anteojo (fig.ª 43) colocado de tal manera que su eje óptico sea horizontal, que con él se dirijan las visuales  $aoi$  y  $boq$  que pasando por los hilos  $a$  y  $b$  del micrómetro van á parar á una mira  $TP$  colocada verticalmente en el extremo de la línea que queremos medir; los triángulos semejantes  $aoi$  y  $loq$  nos dan:

$$\frac{or}{oc} = \frac{lq}{ab}$$

y haciendo

$$or = MN = D, \quad oc = d, \quad lq = H \quad \text{y} \quad ab = h, \quad \text{se tendrá:}$$

$$\frac{D}{d} = \frac{H}{h} \quad \text{de donde} \quad D = H \frac{d}{h}$$

cuya fórmula es la misma que anteriormente se dedujo, existiendo en este caso la diferencia de que las distancias están ahora contadas desde el centro óptico del objetivo por el cual debe colocarse dicho centro en la vertical que pasa por el extremo de la línea cuya longitud se desea conocer. El valor de  $\frac{d}{h}$  se encuentra por medio de una experiencia preliminar, que se ejecuta de la misma manera que se explicó al suponer la estadia compuesta de un simple tubo. La relación  $\frac{d}{h}$  tiene también por valor

$$\frac{1}{2 \operatorname{tg} \frac{1}{2} aob} = \frac{1}{2 \operatorname{tg} \frac{1}{2} loq} = \frac{1}{2 \operatorname{tg} \frac{1}{2} w},$$

representando por  $w$  el ángulo  $loq$  que toma el nombre de *ángulo diastimométrico*.

**87.** Si el valor de la distancia  $d$  fuese constante la lectura hecha sobre la mira de la cantidad  $H$  daría desde luego la distancia

D en metros, con solo adoptar para unidad de las divisiones de la mira,  $2 \operatorname{tg.} \frac{1}{2} \omega \times 1^m$ ; pero como la separacion entre el retículo y el objetivo, es decir la cantidad  $d$ , varia con D, puesto que dichas cantidades siendo dos distancias conjugadas respecto al objetivo están ligadas con la distancia focal de dicha lente por la relacion:

$$\frac{1}{D} + \frac{1}{d} = \frac{1}{f}$$

conocida de la óptica, vemos que las variaciones de D harán variar la cantidad  $d$  y por consiguiente el valor del ángulo diastimométrico.

En muchas de las aplicaciones de la estadia, cuando no se requiera una gran precision, el error que resulta de la variabilidad del ángulo diastimométrico se puede despreciar, pues si en la ecuacion anterior suponemos  $f = 0^m,35$  y vamos dando á D los diferentes valores puestos á continuacion se obtendrán para  $d$  los siguientes:

|      |                      |                   |
|------|----------------------|-------------------|
| Para | D = 20 <sup>m</sup>  | $d = 0^m,3562240$ |
|      | D = 100 <sup>m</sup> | $d = 0^m,3512293$ |
|      | D = 200 <sup>m</sup> | $d = 0^m,3506135$ |
|      | D = 300 <sup>m</sup> | $d = 0^m,3504088$ |
|      | D = 400 <sup>m</sup> | $d = 0^m,3503065$ |
|      | D = 410 <sup>m</sup> | $d = 0^m,3502990$ |
|      | D = 700 <sup>m</sup> | $d = 0^m,3501750$ |

haciéndonos ver esta pequeña tabla, primero, que  $d$  no disminuye proporcionalmente á los aumentos de D, segundo, que la diferencia entre dos valores consecutivos de  $d$  es más sensible en las pequeñas distancias que en las grandes, y tercero, que para dos longitudes que difieran en 100<sup>m</sup> los valores de  $d$  correspondientes solo se diferencian en algunas décimas de milímetro.

Si se necesitan medir las distancias con mucha precision es preciso que se obtengan independientemente de las variaciones de  $d$ ; para conseguir esto, se pueden referir las distancias al foco

anterior del objetivo con lo que se consigue un valor constante para el ángulo diastimométrico. En efecto si en la ecuacion

$$\frac{1}{D} + \frac{1}{d} = \frac{1}{f}$$

se despeja la cantidad  $d$  se tendrá:

$$d = \frac{Df}{D-f}$$

cuyo valor sustituido en la fórmula general  $D = H \frac{d}{h}$  la convertirá en:

$$D = H \frac{Df}{(D-f)h}$$

de donde

$$D-f = H \frac{f}{h}$$

En esta ecuacion  $D-f$  representa la distancia al foco anterior del objetivo, y como las cantidades  $h$  y  $f$  son constantes, vemos que existe un punto en los anteojos comunes, situado en el foco anterior del objetivo, que goza de la propiedad de que refiriendo al mismo las distancias á que puede hallarse la mira en sus distintas posiciones, habrá siempre una relacion constante entre dichas distancias y las respectivas partes de la mira interceptadas por las visuales dirigidas por los hilos del retículo en cada una de dichas posiciones. Al referido punto le dió Porro la denominacion *de punto analático*.

**SS. Anteojo analático de Porro.**—Siendo muy incómodo el contar las distancias á partir del foco anterior del objetivo, Porro ideó colocar entre dicho objetivo y el ocular una lente convergente que llamó lente *colectora*, cuyo objeto es variar la colocacion del punto *analático* haciendo que venga al centro mismo del anteojo.

Para comprender cómo puede conseguirse ésto, supongamos que 0 (fig.ª 44) sea el objetivo de un anteojo,  $a$  y  $b$  los dos hilos del retículo y  $c$  una lente converjente colocada entre el objetivo y el ocular, de tal manera que su distancia focal principal  $cF$  sea menor

que  $O c$ . Los rayos paralelos al eje del anteojo  $a g$  y  $b k$  despues de su emergencia de la lente  $c$  se cruzarán en su foco  $F$  y refractándose en la segunda lente  $O$  saldrán en las direcciones  $s l$  y  $r q$ , que suponiéndolas prolongadas en direccion opuesta á su marcha vendrán á concurrir en un punto  $M$  que será el foco conjugado del  $F$  con respecto á la lente  $O$ . Los rayos  $l s$  y  $q r$  emitidos por los puntos  $l$  y  $q$  de la mira seguirán la misma marcha que los antes citados aunque en direccion opuesta y vendrán á formar la imágen de dichos puntos en los  $a$  y  $b$ . Si consideramos otra posicion cualquiera  $a' b'$  del retículo correspondiente á otra  $R'$  de la mira, los rayos  $a' g$  y  $b' k$  paralelos al eje del anteojo se cruzarán tambien en el foco  $F$  y despues de refractarse en la lente  $O$  saldrán en las direcciones  $r' q'$  y  $s' l'$  que concurrirán en el mismo punto  $M$  y formarán entre sí el mismo ángulo que las anteriores; y recíprocamente, los rayos  $q' r'$  y  $l' s'$  emitidos por los puntos  $l'$  y  $q'$  de la mira seguirán una marcha inversa viniendo á formar la imágen de dichos puntos en los  $a'$  y  $b'$ . Es decir que cualquiera que sea la posicion de la mira, y por lo tanto la correspondiente del retículo, el valor del ángulo  $q M l$  es constante, y en su consecuencia las distancias del punto  $M$  á los  $R$  y  $R'$  serán proporcionales á las partes  $l q$  y  $l' q'$  interceptadas en la mira por las visuales dirigidas por los hilos del retículo.

**89.** Para determinar el valor que ha de tener la distancia focal principal  $f'$  de la lente colectora para que el punto analítico  $M$  esté en el centró del anteojo, suponiendo dada la separacion que ha de existir entre dicha lente y el objetivo, tenemos que por ser los puntos  $F$  y  $M$  dos focos conjugados con respecto á la lente  $O$  se verificará la relacion:

$$\frac{1}{O F} - \frac{1}{O M} = \frac{1}{f}$$

representando por  $f$  la distancia focal del objetivo. Si ahora llamamos  $p$  á la distancia  $O M$  y  $d$  á la separacion de las dos lentes  $O$  y  $c$ , la ecuacion anterior se convertirá en

$$\frac{1}{d-f'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f} \quad \text{de donde} \quad f' = d - \frac{p f}{p+f} \quad (1)$$

El valor del ángulo diastromométrico  $r M s = \omega$ , se deduce del triángulo  $r M s$  en el cual se tiene:

$$2 \operatorname{tg} \frac{1}{2} \omega = \frac{r s}{0 M}$$

despreciando el espesor de las lentes, los triángulos semejantes  $r F s$ , y  $g F k$ , nos dan

$$r s = \frac{g k \cdot 0 F}{c F}$$

llamando  $h$  á la separacion  $g k = a b$ , y poniendo en vez de  $0 F$  y  $c F$  sus valores se tendrá:

$$r s = \frac{h(d-f')}{f'}$$

y por lo tanto:

$$2 \operatorname{tg} \frac{1}{2} \omega = \frac{h(d-f')}{p f'} = m \quad (2)$$

Las ecuaciones (1) y (2) relacionan entre sí los elementos del anteojo dejando á disposicion del constructor cuatro de las seis cantidades que en ellas entran pudiéndose por lo tanto fijar la cantidad  $p$  de manera que el punto  $M$  corresponda al centro del anteojo, y dando al ángulo  $\omega$  el valor que más convenga.

El valor del ángulo  $\omega$  debe elegirse con la condicion de que la fraccion  $m$  no sea demasiado pequeña, pues el error  $e$  que se cometa en la lectura de la parte de mira interceptada por las visuales, origina en la determinacion de la distancia un error representado por  $\frac{e}{m}$ ; no conviene tampoco que  $m$  sea demasiado grande

para que con los 4 metros ó  $4^m,40$  que suelen tener de longitud las miras, se puedan medir mayores distancias, siendo además conveniente para facilitar las operaciones que  $m$  tenga un valor tal como

$$\frac{1}{25}, \frac{1}{50}, \frac{1}{100} \dots\dots$$

pues de este modo la diferencia de las lecturas correspondientes á los hilos del retículo sobre una mira graduada en centímetros, dará la distancia en metros sin más que multiplicar el número de

centímetros correspondientes, por 4, 2 ó 1 multiplicacion que puede escusarse empleando miras en las cuales las divisiones sean 0<sup>m</sup>,04, 0<sup>m</sup>,02, ó 0<sup>m</sup>,01 respectivamente, puesto que en el párrafo 86 vimos que la fórmula que nos dá la distancia era  $D=H \frac{d}{h}$  y  $\frac{d}{h}$  se dijo que era igual á

$$\frac{1}{2 \operatorname{tg.} \frac{1}{2} w} = \frac{1}{m}$$

por lo que dicha fórmula quedará reducida á la siguiente:

$$D=H \times \frac{1}{m}.$$

**90.** Con el objeto de conseguir mayores aumentos con los anteojos, sin perjudicar á la claridad de las imágenes y sin que las porciones de mira interceptadas por los hilos del retículo sean pequeñas, lo cual haria difícil su lectura, pudiéndose no solo medir distancias más largas si no que el valor de éstas se obtenga con más precision, se han adoptado algunas modificaciones en los oculares.

El ingeniero Salmojrighi consigue dicho objeto colocando una lente divergente entre las dos plano-convexas que constituyen el ocular de Ramsden, llamándose á estos oculares *ortoscópicos*. Porro adoptó para sus anteojos analíticos el ocular múltiple denominado *argos* que se reduce á colocar un pequeño ocular de Ramsden delante de cada hilo del retículo. Por último, algunos constructores colocan un solo ocular montado sobre una pieza móvil para poderlo situar delante de cada hilo al hacer las lecturas correspondientes.

También se han modificado en algunos anteojos modernos la disposicion del retículo; en vez de estar compuestos de hilos de araña que tienen el inconveniente de poderse romper con facilidad y de que su separacion puede variar con el estado higrométrico de la atmósfera, variando en su consecuencia el valor de  $m$ , se compone el retículo de una lámina de cristal de roca en la que se graban unos trazos muy finos que hacen las veces de los hilos, ó bien se graban estos mismos trazos en la lente interior del ocular.

En la mayor parte de los anteojos analíticos puede corregirse el valor de  $m$  moviendo á lo largo del tubo del anteojo la lente colectora, pues por la fórmula (2) del párrafo anterior vemos que el valor de  $m$  depende de la separacion entre dicha lente y el ocular, y por lo tanto modificando dicha separacion se puede obtener siempre el valor conveniente para  $m$  aunque haya variado la separacion de los hilos del reticulo ó las divisiones de la mira.

**91.** La precision de las medidas obtenidas con los anteojos analíticos es superior á la que se puede conseguir por la medicion directa con una cadencion escrupulosa, pero á pesar de las modificaciones indicadas de los oculares, dicha apreciacion ó exactitud no puede obtenerse á mayores distancias de unos 400 metros, á menos de no dar á los anteojos dimensiones tales que su manejo no fuese nada fácil. Estos anteojos tienen su principal aplicacion en los Teodolitos llamados *Taquímetros* de los que más tarde nos ocuparemos.

### Aparatos para la medicion de los ángulos.

**92.** Como la triangulacion ha subdividido el plano total en una série de planos parciales y los errores que se cometan al fijar los detalles del interior de cada triángulo quedarán localizados en él sin transmitirse á los demás, la medicion de los ángulos de la red que nos ocupa no necesita efectuarse con la precision que en la triangulacion. Si para medir dichos ángulos siguiéramos empleando los Teodolitos, las operaciones de un levantamiento topográfico serian interminables y la precision conseguida á costa de tanto tiempo y trabajo seria completamente estéril. Conviene por lo tanto elegir aparatos que por su sencillez y fácil manejo permitan acelerar las operaciones; vamos á ocuparnos de la descripcion de los más generalmente empleados.

**93. Escuadra.**—La *escuadra* consiste en un prisma octogonal hueco de laton que lleva en el medio de cada cara y paralelamente á las aristas unas ranuras  $b, c, d, \dots$  (fig.ª 45). En dos caras opuestas  $m$  y  $n$  y en las  $g$  y  $h$  que son respectivamente perpendi-

culares á las primeras, además de las ranuras hay unas ventanillas rectangulares *a*, en las que van colocadas unas cerdas *rs* en prolongacion de las ranuras. Las cerdas opuestas consideradas dos á dos, determinan dos planos perpendiculares entre sí, y las ranuras de las otras cuatro caras vienen á determinar otros dos planos que forman con los primeros, ángulos de 45°. Estas ventanillas rectangulares con una cerda en el medio se llaman *pinulas*. Cuando se usan dos ranuras opuestas, las visuales no se pueden dirigir con tanta facilidad como cuando se mira por las pinulas, y con objeto de facilitar la vision, llevan las ranuras en sus extremos unos taladros tronco-cónicos por los cuales se buscan los objetos que hay que observar antes de dirigir las visuales por las ranuras.

La parte inferior del prisma va unida á un mango hueco para introducir en él la espiga de un sencillo trípode ó de un chuzo. El chuzo no es más que un baston de madera que lleva en su parte inferior un regaton de hierro terminado en punta para poderlo clavar en el terreno, y en la parte superior tiene una espiga ligeramente tronco-cónica que es la que se introduce en el mango hueco de la escuadra.

Con objeto de que la escuadra pueda moverse con independencia del mango, las modernas se unen á este por medio de un tornillo *a* (fig.<sup>a</sup> 46) fijo en la parte superior del mango, pudiendo girar esta parte superior, y por lo tanto la escuadra unida á ella, alrededor de un eje *bc* que forma cuerpo con la parte inferior *f*, la cual puede afirmarse á la espiga del chuzo ó trípode por medio del tornillo de presion *g*.

La forma de las escuadras puede ser cilíndrica en vez de prismática, en tal caso su disposicion se comprende fácilmente, considerando que su superficie es la del cilindro que podemos suponer inscripto en el prisma que constituye la que hemos explicado.

**94.** Antes de usar una escuadra debemos comprobar si es exacta, es decir, si las alineaciones marcadas por las visuales dirigidas por las pinulas son perpendiculares entre sí, y si las dirigidas por las ranuras de las otras cuatro caras forman con las primeras ángulos de 45°.

Para cerciorarnos de lo primero se clavará el chuzo que sostiene

á la escuadra, colocándole vertical por medio de una plomada, y dirigiendo las visuales por las pínulas opuestas se clavarán en direccion de ellas los jalones P, Q, M, N (fig.<sup>a</sup> 47), en puntos distantes 30 ó 40 metros de el de estacion; hecho esto se girará la escuadra hasta tanto que por las pínulas *a* y *b* se vean los jalones M y N, y es claro que si la escuadra es exacta, por las pínulas de las caras *c* y *d*, deben verse los jalones P y Q en direccion de las visuales marcadas por estas pínulas. Si esto no sucede la escuadra es falsa, y para corregirla hay que variar la colocacion de las cerdas de dos pínulas opuestas hasta conseguir que las alineaciones, por ellas establecidas, se vean por las otras pínulas despues de efectuar el giro.

Para comprobar si las alineaciones dirigidas por las ranuras forman un ángulo de 45° con las dirigidas por las pínulas, se clavarán en direccion de las primeras los jalones R y S, y girando la escuadra hasta que por las pínulas se vean dichos jalones, por las ranuras de las otras cuatro caras deben verse los M, P, N, Q. Por lo regular las escuadras no son rectificables, es decir que no puede variarse en ellas la colocacion de las cerdas, y en el caso de que por la comprobacion anterior resulte falsa la escuadra, es preciso para servirse de ella operar como indicaremos más adelante.

**95.** La escuadra se usa para levantar y bajar perpendiculares á una recta dada, efectuándose estas operaciones de la manera siguiente: Supongamos que en el punto *a* (fig.<sup>a</sup> 48) de la recta MN se quiere levantar una perpendicular. Se hace estacion en dicho punto con la escuadra, colocando el chuzo vertical con el auxilio de una plomada, se hace despues girar á la escuadra hasta que la visual dirigida por dos pínulas opuestas coincida con la recta MN. Dirigiendo despues la visual por las otras dos pínulas se marcará la alineacion *ab* que será perpendicular á la recta MN si la escuadra es exacta.

Para bajar sobre la recta MN (fig.<sup>a</sup> 49) una perpendicular desde un punto *b* exterior á ella; la operacion tiene que hacerse por tanteos, que se ejecutan del modo siguiente: se empieza por hacer estacion con la escuadra en un punto *a* que á la vista parezca ser el

pié de la perpendicular que se desea trazar, por los giros de la escuadra se consigue que la visual dirigida por dos pinulas opuestas coincida con la recta MN. Se dirige despues la visual por las otras dos pinulas observando si pasa por el punto  $b$ , supongamos que dicho punto queda á la izquierda de la visual; se levanta la escuadra y marchando hácia la izquierda, próximamente una cantidad igual á la separacion que existia entre la visual dirigida desde  $a'$  y el punto  $b$ , se hará estacion en otro punto  $a''$  en el cual se repiten las mismas operaciones efectuadas en  $a'$ ; supongamos que, habiendo marchado mas de lo necesario, la visual ahora dirigida deje al punto  $b$  á su derecha, se repetirán estos tanteos moviendo la escuadra entre los puntos  $a'$  y  $a''$  hasta encontrar uno, tal como el  $a$ , en el cual se verifique que la visual dirigida pase precisamente por el punto  $b$ . La línea  $ba$  nos marcará entonces la perpendicular pedida.

Si en vez de marcar perpendiculares á una línea, lo que se desea es establecer alineaciones que formen con dicha línea ángulos de  $45^\circ$ , se colocará la escuadra de manera que por dos pinulas opuestas se vea la línea dada, y se establecerá una alineacion en sentido de la visual dirigida por las ranuras de las caras adyacentes.

**96. Manera de servirse de una escuadra falsa.**—Para levantar una perpendicular á una recta MN (fig.<sup>a</sup> 48) en un punto dado  $a$  sirviéndose de una escuadra falsa, se coloca ésta en estacion sobre el punto  $a$  haciendo que la visual dirigida por dos pinulas opuestas coincida con la línea NM, se marca despues la alineacion  $ab'$  en direccion de la visual dirigida por las otras dos pinulas; se hace despues girar á la escuadra hasta que por las pinulas que antes se veia la alineacion  $ab'$  se vea ahora la MN, por las otras se marca la alineacion  $ab''$  y es evidente que si sobre las alineaciones  $ab'$  y  $ab''$  se marcan dos puntos  $b'$  y  $b''$  equidistantes del  $a$  y se une con éste el punto medio  $b$  de la recta  $b'b''$ , la línea  $ab$  será la perpendicular buscada.

Para bajar una perpendicular desde un punto  $b$  (fig.<sup>a</sup> 50) á una recta MN sirviéndose de una escuadra falsa, se buscará, marchando en direccion de la recta MN, un punto  $a'$  en el cual se vea por dos pinulas opuestas la alineacion MN y por las otras dos el punto

*b*. Se dá despues un giro á la escuadra hasta que por las pínulas que veíamos el punto *b* se vea ahora la alineacion *M N* y permaneciendo la escuadra en esta disposicion se marchará con ella por la recta *M N* hasta encontrar un punto *a''* en el cual la visual dirigida por las otras pínulas pase por el *b*, marcando el punto medio de la distancia *a' a''* la línea *a b* será la perpendicular pedida.

**97. Escuadras de reflexion.**—Las *escuadras de reflexion* consisten, ordinariamente, en un prisma triangular hueco de laton (fig.<sup>a</sup> 51) cuyas caras laterales *h d* y *h f* forman entre si un ángulo de 45 grados. En la parte interior de dichas caras van adosados unos espejos *a* y *a'* encima de los cuales hay unas aberturas rectangulares *b* y *b'* que sirven para dirigir las visuales. La cara opuesta al diedro *h*, que suele estar redondeado, se halla suprimida para proporcionar mayor comodidad en el uso del aparato. En la parte inferior lleva un mango *c* para sostener por él la escuadra con la mano en el momento de operar. Uno de los espejos, ó los dos, van unidos á las caras del prisma por tornillos á favor de los cuales se puede rectificar la posicion de dichos espejos y conseguir que el ángulo que forman entre sí sea exactamente de 45.º

**98.** Para levantar perpendiculares con esta escuadra, se la coje por el mango *c* colocándose en el punto *O* de la recta *M N* (fig.<sup>a</sup> 52) en que se quiere levantar la perpendicular, situándose de manera que el mango esté en la vertical de dicho punto. Se dirige por la cara anterior y la ventanilla que existe encima del espejo *a'* una visual en direccion de la alineacion *N M* y un peon provisto de un jalon va recorriendo el terreno inmediato hasta que la imágen de dicho jalon, vista por doble reflexion en el espejo *a'*, se vea confundida con el punto *M* de la alineacion que se observa directamente. La posicion del jalon en ese momento nos marcará el punto *P* que unido con el *O* dará la perpendicular pedida. Este procedimiento se funda en el conocido teorema de Optica: *Si un rayo de luz se refleja sucesivamente en dos espejos, el ángulo que forma el rayo incidente de la primera reflexion con el rayo reflejado de la segunda, es doble del que forman los espejos.*

Si con esta escuadra se quiere bajar desde un punto *P* la per-

pendicular á la recta MN (fig.<sup>a</sup> 52); se marchará por la recta MN y por tanteos se busca un punto O en el cual se vea, por doble reflexión, el P en coincidencia con un punto de la alineación MN visto directamente por la ventanilla colocada sobre el espejo  $\alpha'$ .

**99.** Existen otras escuadras en las que el ángulo formado por los espejos vale  $22^\circ - 30'$ ,  $30^\circ$  ó  $90^\circ$ ; sirviendo las primeras para trazar alineaciones que formen entre sí ángulos de  $45^\circ$  ó  $60^\circ$  respectivamente, y la última para prolongar alineaciones. También las hay que en vez de espejos llevan prismas en los cuales se utiliza la *reflexión total*. Para comprender como están construidas estas escuadras, nos bastará describir una de ellas y vamos á hacerlo refiriéndonos á la escuadra de prismas que sirve para prolongar alineaciones.

Consiste dicha escuadra en dos prismas rectangulares de vidrio é iguales, colocados uno encima del otro en la disposición que representa en la figura 53 y sujetos en un estuche de latón provisto de un mango. El uso de este aparato se reduce á colocarse en estación en un punto de la alineación que se quiere prolongar y mirando por la cara  $ad$  se verá, por reflexión sobre la hipotenusa del prisma inferior, la imagen de un jalón ó banderola M, perteneciente á la alineación que se quiere prolongar, en dirección de la visual  $hm$ . Un peon provisto de otro jalón va recorriendo el terreno de la derecha hasta encontrar una posición N, en la cual el observador vea, por reflexión sobre la hipotenusa del prisma superior, la imagen de dicho jalón en prolongación de la del M. El punto N pertenece á la alineación porque las rectas  $Mm$  y  $Nn$  son paralelas, y como la distancia  $mn$  es muy pequeña las podemos considerar como confundidas no formando más que una sola recta.

**100.** La comprobación que debe hacerse con las escuadras de reflexión antes de usarlas es, ver si la inclinación de los espejos es la debida. Si la escuadra es de  $45^\circ$  para ejecutar la indicada comprobación se hará estación en medio de una alineación y levantando las perpendiculares á las dos ramas se observa si coinciden; en caso contrario se corrige el ángulo que forman los espejos por medio de los correspondientes tornillos. Si la escuadra fuese de  $22^\circ 30'$  ó de  $30^\circ$  se formarían alrededor de un punto los ángulos neces-

rios para completar  $180^\circ$  observando si el último lado era prolongación del primero, ejecutándose en el caso contrario la correspondiente corrección en el ángulo formado por los espejos, por medio de los tornillos que los unen al estuche de latón.

**101.** Para el levantamiento de los detalles por medio de la escuadra se sigue el método de coordenadas. En el caso de que no se pudiese medir la ordenada correspondiente á un punto, la posición de éste puede determinarse por la intersección de dos perpendiculares bajadas desde él á dos directrices ó rectas de las que se tomen por ejes.

**102. Grafómetro.**—Se compone este aparato representado en la figura 54, de un semicírculo graduado ordinariamente en grados y medios grados desde  $0^\circ$  á  $180^\circ$ . En las extremidades del diámetro  $0^\circ$ — $180^\circ$  se encuentran dos pínulas A, B que forman una alidada fija y determinan un plano que pasa por este diámetro. Otra alidada de pínulas FG puede girar alrededor del centro y el plano de colimación que determina tiene por traza sobre la regla la línea que une los ceros de dos nonios  $n$ ,  $n'$  colocados en las extremidades de esta regla.

El semicírculo AHB puede girar en su plano alrededor de un eje perpendicular á él, que pasa por su centro: este eje atraviesa una pieza cuya extremidad es una esfera que encaja en dos piezas móviles  $c$ ,  $c$ , llamadas *conchas*. Estas conchas forman parte de un mango hueco D que sirve para colocar el instrumento sobre un trípode; un tornillo E permite apretar más ó menos las conchas contra la esfera y fijar ó dejar libre á este sistema que constituye el apoyo conocido con el nombre de *rodilla de nuez*.

Por medio de la rodilla se puede colocar el semilimbo en un plano cualquiera, y, apretando despues el tornillo E, no permitir al limbo más que el movimiento de rotación alrededor de su eje.

**103.** Para medir un ángulo con este instrumento se le coloca en estación en el vértice, de manera que la vertical de dicho punto pase por el centro del limbo. Se afloja el tornillo E, y por los movimientos que permite la rodilla se coloca el limbo en el plano del ángulo que se quiere medir, se aprieta entonces el tornillo E, se hace girar al limbo hasta que la visual dirigida por la alidada fija

pase por uno de los puntos que determinan el ángulo, y se dirige despues la alidada móvil al otro punto. La lectura correspondiente al cero del nóio de esta alidada nos dará el valor del ángulo.

Se pueden tambien medir los ángulos operando de la manera siguiente: despues de haber hecho coincidir el cero del nóio con el del limbo, se hace girar á éste alrededor de su eje hasta que la visual dirigida por la alidada móvil pase por uno de los puntos que determinan el ángulo. La alidada fija tendrá una cierta direccion en la cual se clavará un jalon. Se hace girar enseguida á la alidada móvil, sin mover el limbo, hasta que quede en direccion del segundo punto; la graduacion correspondiente al cero del nóio será el valor del ángulo.

Para asegurarse de que el limbo no se ha movido se dirige la visual por la alidada fija y se observa si sigue coincidiendo con el jalon que se plantó.

**104.** Con el grafómetro tal como lo hemos descrito, se obtienen los ángulos medidos en el plano de los objetos; siendo preciso efectuar despues la reduccion al horizonte. Con objeto de obtener desde luego el valor de la proyeccion horizontal de los ángulos se ha modificado el grafómetro reemplazando las alidadas de pínulas por alidadas de anteojos que pueden moverse en planos perpendiculares al limbo, pudiendo éste colocarse horizontal por medio de un nivel de burbuja de aire. El limbo de estos grafómetros modificados suele ser completo, la rodilla de nuez está sustituida por tres piés provistos de tornillos verticales en algunos, y por último estos aparatos pueden estar dotados de los correspondientes tornillos de presion y de coincidencia con objeto de perfeccionar los movimientos de las alidadas y precisar las punterías. Las comprobaciones y rectificaciones de éstos grafómetros modificados son las mismas que se explicaron en el párrafo 39. Apesar de las citadas modificaciones el grafómetro es un aparato que en el dia casi no se usa.

**105. Pantómetra.**—Consiste este aparato en un cilindro MN (fig.<sup>a</sup> 55) de laton formado de dos partes, la inferior B se une á un chuzo, análogo al de la escuadra, ó á un trípode, por medio del mango hueco C; en la parte superior lleva sobre su superficie lateral una graduacion de 0° á 360°, siendo ordinaria-

mente el sentido de esta graduacion de derecha á izquierda. Sobre la division  $180^\circ$ , lleva una ventanilla rectangular con una cerda y sobre el cero de la graduacion una ranura en sentido de las generatrices del cilindro. Dicha ranura y la ventanilla opuesta hacen las veces de alidada fija. Para hacer girar á esta parte B alrededor de su eje, hay que imprimir dicho movimiento al mango hueco C alrededor del pibote del chuzo ó trípode que sostiene al aparato.

La parte superior A lleva un nónio  $n$  y en direccion del diámetro que pasa por el cero de dicho nónio, lleva unas pínulas que hacen las veces de alidada móvil siendo su disposicion enteramente igual á la de la parte inferior, tambien suele llevar otras dos ranuras que determinan un plano perpendicular al marcado por las pínulas. Esta parte A puede girar independientemente de la inferior por medio de un boton  $f$  unido á una varilla fija á la parte inferior B, y provista en su extremo de un piñon cuyos dientes engranan con una rueda dentada fija interiormente á la parte superior A.

El nónio  $n$  suele estar dividido en 30 partes, y como la graduacion del cilindro B es de grados la apreciacion de este aparato es ordinariamente de dos minutos.

**106.** Para medir con este instrumento un ángulo cualquiera tal como el  $A C B$  (fig.<sup>a</sup> 56), se hace estacion en el punto  $c$ , con el auxilio de una plomada se coloca vertical el chuzo que sostiene la pantómetra, y dando vueltas al boton  $f$  se hará que el cero del nónio venga á coincidir con el de la graduacion. Conseguido ésto, se hará girar á todo el aparato alrededor de la espiga del chuzo ó trípode hasta que por la alidada de la parte inferior se vea el objeto A de la derecha, con lo cual el cero de la graduacion ocupará la posicion 0. Se hace despues girar á la parte superior sola, á favor del boton  $f$  (fig. 55), hasta que la visual dirigida por la alidada superior pase por el punto B (fig.<sup>a</sup> 56) de la izquierda; el cero del nónio habrá venido á colocarse en la posicion  $0'$  y el arco recorrido por dicho cero nos dará el valor gradual del ángulo.

Tambien pueden medirse los ángulos haciendo uso de la alidada superior solamente, efectuando la operacion de la manera explicada en el párrafo 103, con referencia al grafómetro.

**107.** La pantómetro ha sufrido muchas modificaciones. La figura 57 representa una pantómetro modificada que consiste en una ordinaria con las adiciones siguientes: para unir el aparato al tripode lleva en vez de un sencillo mango hueco una rodilla de nuez, análoga á la que hemos explicado en el grafómetro. Cuando se quiere impedir el movimiento de la parte inferior B se aprieta el tornillo *g* que, por medio de una mordaza, une el cilindro B á la pequeña plataforma *h* unida á la esfera de la rodilla. El movimiento independiente de la parte superior A se consigue, lo mismo que en la pantómetro anteriormente descrita, por medio del boton *f*. La parte superior A, lleva una pieza *z* que sostiene un arco vertical graduado DF; de los extremos de éste y en direccion de dos radios, parten las dos varillas G, H. La reunion de estas forma el coginete en donde se apoya un eje horizontal  $\alpha$  perpendicularmente al cual va unido un anteojo *x y*.

La longitud del eje  $\alpha$  es tal que el plano descrito por el eje óptico del anteojo, en los movimientos de rotacion de éste alrededor del mencionado eje, pasa por el eje de los cilindros A B.

En la parte del eje  $\alpha$  que sobresale del coginete, lleva una varilla *t* terminada por un nónio. El arco DF, como la graduacion del cilindro B, suele estar dividido en grados; los nónios suelen estar divididos en 30 partes y en tal caso la apreciacion tanto del limbo azimutal como del zenital sera de dos minutos. El cero de la graduacion del arco DF coincide con el del nónio de la varilla *t* cuando el eje óptico del anteojo es horizontal, y a partir de él la graduacion va creciendo en los dos sentidos.

La base superior del cilindro A suele tambien llevar una brújula y una graduacion en la cual el diámetro 0°—180 corresponde a la direccion del que en el cilindro B marca la misma graduacion. Tambien existen en la base superior del cilindro A dos niveles *s* y *r*, de burbuja de aire, colocados en dos direcciones perpendiculares entre sí.

Antes de usar este aparato es preciso comprobar si se cumplen las condiciones siguientes: 1.ª *Verticalidad del eje de los cilindros A B.* 2.ª *Perpendicularidad entre el eje óptico del anteojo y el eje  $\alpha$ .* 3.ª *Horizontalidad de dicho eje  $\alpha$ .* Las comprobaciones se

efectuan por los procedimientos generales que hemos explicado al tratar de los teodolitos y las oportunas correcciones no pueden verificarse en la mayoría de las pantómetras por carecer de los correspondientes tornillos de correccion, siendo preciso en tal caso que el aparato cumpla por construccion con las condiciones enunciadas.

**108.** Existen otras pantómetras que llevan, en vez de una rodilla de nuez, una plataforma de tres tornillos verticales, análogas á las que hemos visto en los teodolitos, teniendo tambien tornillos de coincidencia para producir los movimientos lentos tanto en los giros de los cilindros A, B, como en el del anteojo alrededor del eje  $\alpha$ , pero todas estas adiciones que quieren asemejar la pantómetra á los aparatos de precision, no consiguen más que complicar dicho aparato, cuya apreciacion, por el diámetro relativamente pequeño de los cilindros A, B, no está en relacion con la precision que se le trata de dar.

El uso de estas pantómetras modificadas es el mismo que se ha explicado para las sencillas, existiendo únicamente las diferencias de que las visuales pueden dirigirse por el anteojo facilitándose con él la observacion de los objetos lejanos; y que con el arco vertical se pueden medir los ángulos de inclinacion, respecto á la horizontal, de dichas visuales.

**109. Brújula.**—La *brújula* es uno de los goniómetros que más generalmente se emplean en el levantamiento de los detalles de un plano, siendo sin duda alguna el que ofrece más ventajas. El fundamento de este aparato es la propiedad que adquiere una aguja de acero imantada de dirigirse, si está libremente suspendida por su centro, en una direccion que es sensiblemente constante en la extension de los levantamientos topográficos y durante el tiempo que de ordinario se invierte en ejecutarlos.

Como en el curso de Física se han estudiado las propiedades de los imanes, lo que se entiende por *declinacion* é *inclinacion* de las agujas imantadas, las variaciones que tanto la declinacion como la inclinacion experimentan, y por último todas las nociones de magnetismo que aquí necesitamos, prescindiremos de ellas y solo recordaremos que la *declinacion* en Europa es en la actualidad

occidental, y su valor en Madrid el día 1.º de Marzo de 1878 es de 17º — 48' próximamente, disminuyendo unos 7' por año. También añadiremos que en las agujas de las brújulas topográficas conviene contrarrestar la influencia de la *inclinacion* para que estando horizontal la aguja no solo sea más fácil leer la graduacion que corresponde á sus extremidades sino tambien evitar el que dichas extremidades tropiecen con la tapa ó fondo de la caja y los movimientos de dicha aguja no se efectúen con completa libertad.

Las *brújulas topográficas* se componen de una caja cilíndrica ó rectangular de madera ó laton A B (fig.ª 58) de cuyo fondo se eleva en el centro un pivote de acero *c* que sirve de apoyo á una aguja imantada *s n*. En dicho fondo hay un disco de cobre en el cual van trazadas dos líneas NS y EO perpendiculares entre sí. Algo elevado sobre el mencionado fondo, con el objeto de que las extremidades de la aguja enrasen con él, existe un limbo con una graduacion completa en grados y medios grados desde 0 á 360. Las divisiones 0º 180º corresponden á la línea NS estando el cero en la parte N; el sentido de la graduacion es de izquierda á derecha. El limbo está cubierto con un cristal plano con el objeto de evitar las oscilaciones que el viento pudiera imprimir á la aguja, sujetándose dicho cristal á la caja por medio de un aro de laton.

Una palanca acodada *a* sirve para levantar la aguja del pivote en que se apoya sujetándola contra el cristal, con el objeto de que la extremidad del pivote no se desgaste mientras no se opere con la brújula. Esta palanca tiene su punto de apoyo cerca de su extremidad *b*, la cual puede bajarse por medio de una pieza metálica *e*, levantándose naturalmente la extremidad *a* cuando se baja la *b*, y para que al levantarse la aguja no se caiga, la separacion entre el cristal y la punta del pivote es menor que la altura de una armadura metálica que lleva la aguja en su centro sujetando una piedra ágata que es la que se apoya sobre el pivote de acero.

En uno de los costados de la caja y paralelamente á la línea 0º—180º del limbo, existe un anteojo *d f* que puede girar alrededor de un eje *j* fijo á la caja. Todo el aparato puede girar alrededor de un eje *g* que forma cuerpo con una pequeña plataforma ó disco *h*; para detener este movimiento existe un tornillo *m* que por medio

de unas mordazas puede unir el disco *h* al pié del aparato que suele ser una rodilla de nuez ó una plataforma de tres tornillos verticales, análoga á la que hemos descrito en los teodolitos.

Algunas brújulas llevan fijo á la parte superior de la caja, un nivel de burbuja de aire y otras suelen tambien llevar además un boton en la parte inferior por medio del cual puede imprimirse al limbo un movimiento de rotacion independientemente del resto del aparato para conseguir que la línea  $0^{\circ}$ — $180^{\circ}$  en vez de quedar paralela al plano de colimacion del anteojo, forme con él un ángulo igual á la declinacion; obteniéndose entonces los rumbos con respecto á la meridiana astronómica.

**110.** Antes de usar una brújula debe comprobarse si se cumplen las condiciones siguientes: 1.<sup>a</sup> *El eje de rotacion *g* del aparato debe ser vertical, y como por construccion el eje *g* es perpendicular al plano del limbo, este debe ser horizontal.* En las brújulas que llevan un nivel se consigue la horizontalidad del limbo, y por lo tanto la verticalidad del eje, valiéndose de los movimientos del pié del aparato y guiándose por las indicaciones del nivel, siguiendo el procedimiento explicado en el párrafo 30. En las brújulas que no llevan nivel se consigue la horizontalidad aproximada del limbo guiándose por la misma aguja, cuyos extremos han de enrasar con la circunferencia del limbo al hacerla oscilar.

2.<sup>a</sup> *La aguja debe moverse con facilidad sobre su pivote.* Esta movilidad se comprueba separando la aguja  $180^{\circ}$  de su posicion de equilibrio, lo que se consigue aproximando á una de sus extremidades una llave ó cualquiera otro objeto de hierro, y contando el número de oscilaciones que efectúa antes de quedar inmóvil, comprobando tambien si vuelve exactamente á la posicion de donde partió. Para que la aguja esté bien, debe volver exactamente á la posicion de partida y el número de oscilaciones debe ser de 25 á 30. Si cualquiera de estas dos condiciones no se cumple nos indicará que el pivote está gastado, cuyo defecto puede corregirse flotándolo con papel de lija ó de esmeril. Tambien puede suceder que la falta de movilidad provenga de que la aguja haya perdido su fuerza magnética, en cuyo caso hay que imantarla de nuevo.

3.<sup>a</sup> El pivote debe estar situado exactamente en el centro del limbo. Para comprobarlo se hacen las lecturas correspondientes á las dos extremidades de la aguja y se vé si su diferencia es igual  $180^\circ$  repitiendo la observacion en dos posiciones, por lo menos, distintas de la aguja con respecto al limbo. Si la diferencia entre las lecturas correspondientes á las dos extremidades de la aguja difiere de  $180^\circ$  en una cantidad que varía segun la posicion de la aguja respecto al limbo, nos indicará que el pivote es excéntrico y la correccion se hace, en el caso de que ésto provenga de haberse torcido el pivote, enderezándole con cuidado por medio de unas pinzas hasta conseguir que su punta se proyecte exactamente en el centro del limbo. Si la excentricidad del pivote no depende de haberse torcido, sino de mala construccion, no puede corregirse; pero siempre se puede eliminar el error debido á la excentricidad tomando como *azimut verdadero*, la semisuma de las lecturas correspondientes á las dos extremidades de la aguja, disminuida dicha suma en  $90^\circ$  si el azimut observado es menor de  $180^\circ$ , y aumentada en  $90^\circ$  si el azimut es mayor que  $180^\circ$  (\*). Esta opera-

(\*) En efecto: sea  $v$  (fig.<sup>a</sup> 59) el centro del limbo,  $pq$  el anteojo paralelo al diámetro  $ns$ . Si la posicion de la aguja es la  $cd$ , se tendrá:

Para la 1.<sup>a</sup> lectura  $nbd =$  azimut verdadero.  $nb +$  el error  $bd$ .

Para la 2.<sup>a</sup> idem  $nbsc = nbd + dsa - ac$

pero  $nbd = nb + bd$ ,  $dsa = 180^\circ - db$ , y  $ac = db$

luego la suma de las dos lecturas será:

$$nbd + nbsc = nb + bd + nb + bd + 180^\circ - 2bd = 2nb + 180^\circ$$

de donde el azimut verdadero

$$nb = \frac{nbd - nbsc}{2} - 90^\circ$$

Si la posicion de la aguja fuese la  $hm$  se tendrá:

$$nfsm = nfs g - gm, \quad nfh = nfs g - 180^\circ + gm, \quad \text{luego}$$

$$nfsm + nfh = nfs g - gm + nfs g - 180^\circ + gm = 2nfs g - 180^\circ$$

de donde el azimut verdadero

$$nfs g = \frac{nfsm + nfh}{2} + 90$$

cion es conveniente ejecutarla siempre por ser muy difícil que la condicion que nos ocupa esté cumplida con exactitud.

4.<sup>a</sup> *El eje óptico del anteojo debe ser perpendicular al eje de rotacion alrededor del cual gira dicho anteojo en su movimiento de cabeceo.*

5.<sup>a</sup> *El expresado eje de rotacion del anteojo debe ser horizontal.*

Estas dos últimas condiciones se comprueban, y en caso necesario se efectúan las oportunas correcciones, por los procedimientos que en general se explicaron al tratar de los teodolitos. Advertiremos que en la generalidad de las brújulas no existen tornillos que puedan hacer variar la inclinacion del eje de rotacion del anteojo, de modo que conseguida la horizontalidad del limbo debe verificarse por construccion la horizontalidad del eje de rotacion del anteojo.

**111.** Las brújulas pueden tener además los defectos siguientes: 1.<sup>o</sup> *Las dos extremidades de la aguja y el punto de suspension pueden no estar en línea recta.* Se conocerá esto, observando si las lecturas correspondientes á las dos extremidades no se diferencian en  $180^\circ$ ; distinguiéndose éste defecto de la excentricidad del pivote en que si las dos extremidades de la aguja no están en línea recta con el punto de suspension, la diferencia de las lecturas correspondientes á dichos extremos permanecerá constante cualquiera que sea la posicion de la aguja respecto al limbo; mientras que si el pivote es excéntrico, la expresada diferencia es variable. 2.<sup>o</sup> *Puede suceder que la línea que une las dos extremidades de la aguja no coincida con su eje magnético, es decir con la línea que une sus polos.* Para comprobar si existe este defecto, se hará la lectura correspondiente á una de las extremidades de la aguja, se levanta despues ésta y se invierte de manera que la cara que tenia encima quede hácia abajo, se vuelve á leer la graduacion que corresponde á la misma extremidad y si las dos lecturas efectuadas no son iguales es prueba de que existe el defecto mencionado (\*). 3.<sup>o</sup> *El diámetro  $0^\circ - 180^\circ$  del limbo puede no ser paralelo al plano de colimacion del anteojo.* Para comprobarlo se coloca una

---

(\*) Esta comprobacion no puede hacerse en la mayoría de las brújulas topográficas porque la aguja no puede invertirse en ellas.

pequeña alidada encima de la caja y en direccion del diámetro  $0^{\circ}$ — $180^{\circ}$ ; se dirige por ella una visual á un punto lejano y se observa si la visual dirigida por el anteojo de la brújula pasa por el mismo punto. Si las dos visuales no coinciden es prueba de que existe el mencionado defecto, pues si bien es verdad que en realidad dichas visuales deben ser paralelas, dada la pequeña separacion que entre ellas existe se las puede considerar como confundidas.

Estos tres defectos que acabamos de indicar no necesitan corregirse porque no influyen en la posicion relativa de los puntos cuyo levantamiento se efectúa con la brújula, porque siendo constantes producirán el mismo error en todas las direcciones. Solo influyen en la orientacion del levantamiento y este error quedará corregido al efectuar la orientacion definitiva por observaciones á la Polar ó al ligar el levantamiento ejecutado á la triangulacion.

**112.** Con la brújula se miden los ángulos que forman las líneas que se consideran en el terreno con la meridiana magnética, ó astronómica si se ha hecho la correccion de declinacion, á estos ángulos se les dá el nombre de *rumbos* ó *azimutes* de las expresadas líneas y con su conocimiento se pueden trasladar al papel las distintas direcciones observadas, como veremos al ocuparnos del dibujo de los planos; por lo demás si se necesita conocer el ángulo que forman dos direcciones, nos bastará encontrar sus azimutes en su punto de concurso y restándolos se tendrá el valor del ángulo que se queria conocer.

Para hallar en la práctica el rumbo ó azimut magnético de una línea cualquiera, tal como la *ab* (fig.<sup>a</sup> 60), se coloca la brújula de modo que el centro del limbo se halle en la vertical del punto *a* extremo de la línea *a b*; se hacen las correcciones que se han indicado en el párrafo 110 y haciendo despues girar al aparato alrededor de su eje vertical se coloca de modo que el punto N de la línea N—S esté mas distante que el S del observador haciendo corresponder al lado de éste el ocular del anteojo. Por medio de la palanca correspondiente, se deja libre la aguja y se hace girar al aparato hasta que la visual dirigida por el anteojo pase por el punto *b*. La punta Austral de la aguja, que se conoce por su color azul,

marcará en el limbo una graduacion  $d$ ; el arco  $N d$  contado á partir del punto  $N$ , donde está el cero, y yendo en el sentido de la graduacion, será el azimut de la recta  $a b$ .

Al dejar libre la aguja, no adquiere su posicion de equilibrio sino despues de un número de oscilaciones tanto mayor cuanto más lejos del meridiano se encontraba, y como para efectuar la lectura de la graduacion que corresponde al azimut que se busca, hay necesidad de aguardar á que la aguja esté completamente inmóvil, si se quiere evitar la pérdida de tiempo se observa el punto medio de la amplitud de las oscilaciones, se levanta de repente la aguja por medio de la palanca correspondiente, cuando su punta vaya á pasar por el mencionado punto y dejándola caer despues no tardará en quedar completamente inmóvil.

El limbo de las brújulas topográficas suele tener unos doce centímetros de diámetro, y aunque no está dividido más que en

grados y medios grados, se puede apreciar á ojo  $\frac{1}{3}$  ó  $\frac{1}{4}$  de grado,

pues es fácil ver cuando la aguja está en el medio del intervalo que hay entre las divisiones, ó cuando se aproxima más á una ú otra de las dos entre las cuales está su extremidad; el error que puede cometerse es tomar un tercio de grado por un cuarto ó vice-

versa y será por lo tanto igual á la diferencial  $\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$  de grado ó

sean cinco minutos.

**113.** El rumbo de la recta  $ab$  (fig.<sup>a</sup> 60) determinado del modo que se acaba de explicar, está afectado de un error debido á la excentricidad del antejo, puesto que el ángulo que realmente forma la línea  $ab$  con la meridiana magnética del punto es el  $baN'$  que tiene por medida el arco  $fd$  y el que se ha tomado por azimut es el ángulo  $NaN'$  cometiéndose un error por exceso igual al arco  $N'f$ . A medida que la longitud de la recta  $ab$  es mayor, el error de excentricidad disminuye. En efecto, suponiendo (fig.<sup>a</sup> 61) que el punto  $b$  se haya trasladado á  $b'$  en la prolongacion de la  $cb$ , el error debido á la excentricidad será en este caso  $N'f'$ , que como se vé es menor que  $N'f$  y si suponemos el extremo de la recta á

una distancia infinita del punto  $a$ , el error sería nulo por ser la línea  $ab''$  paralela á la  $ab$ .

Esta consideracion indica el medio de hacer desaparecer dicho error al hacer las observaciones, pues bastará para conseguirlo dirigir la visual á un punto  $m$  (fig.<sup>a</sup> 62) separado de la extremidad  $b$  de la recta una cantidad  $bm$  igual á la excentricidad  $ag$ , con lo cual se consigue que la visual sea paralela á la recta. Para efectuar la observacion de este modo, se coloca en el pié de la banderola ó jalon, que determina el punto  $b$ , un liston  $hm$  (fig.<sup>a</sup> 63) de una longitud igual á la excentricidad y se dirige la visual á la extremidad  $m$ ; ó bien marcando en el pié del jalon una distancia  $rs$  igual á la excentricidad se aprecia por comparacion la cantidad que hay que separar de la visual á la derecha del eje de dicho jalon.

Tambien pudiera corregirse el error debido á la excentricidad del anteojo haciendo dos observaciones, una con el anteojo á la derecha del eje de rotacion y otra con el anteojo á la izquierda del expresado eje, tomando despues el promedio de los dos valores encontrados del mismo modo que se explicó en los teodolitos, pero en la mayoría de las brújulas topográficas no puede operarse así porque el anteojo no puede invertirse.

**114.** Para relacionar el error debido á la excentricidad de la visual con la distancia á que se opera y con la apreciacion del aparato, consideremos el triángulo rectángulo  $bag$  (fig.<sup>a</sup> 60) en el cual se tiene:

$$ag = ab \text{ sen. } b$$

y como el ángulo en  $b$  es igual al de error  $Naf$  por alterno-interno, se tendrá para determinar dicho error la fórmula:

$$\text{sen. } b = \frac{ag}{ab}$$

por la cual se vé tambien que á medida que la longitud de la recta  $ab$  sea mayor, el error debido á la excentricidad disminuye. En el párrafo anterior hemos dicho que la apreciacion de la brújula es de cinco minutos, se puede, pues, determinar en la fórmula anterior qué valor ha de tener la distancia  $ab$  para que el error de excentricidad sea de  $5'$ , con lo cual se tendrá el mínimo valor que ha de tener la distancia á que se opera para no tener que tomar en

cuenta dicho error, por quedar éste comprendido en los límites de la apreciación del aparato. Con este objeto despejaremos  $ab$  en la fórmula anterior y pondremos en vez de  $\text{sen. } b$ ,  $\text{sen. } 5'$  y se tendrá:

$$ab = \frac{ag}{\text{sen. } 5'}$$

siendo la excentricidad  $ag$  en las brújulas ordinarias de unos  $0^m,11$  resultaría:

$$ab = \frac{0^m,11}{\text{sen. } 5'} = \frac{0^m,11}{0,0014544} = 75^m,63.$$

Segun esto, á distancias mayores que  $75^m,63$  no tendremos que ocuparnos del error de excentricidad por ser éste menor que  $5'$  que es la apreciación de la brújula, y por el contrario á distancias menores tendremos que operar como se ha indicado en el párrafo anterior.

**115.** El límite máximo de la distancia á que se puede operar con la brújula depende, como en todos los goniómetros, de la apreciación del aparato y del error que, segun la importancia de la operación, se considere admisible. Para relacionar estas cantidades sabemos que la apreciación en las brújulas es de  $5'$ , si suponemos que al determinar el rumbo de una recta  $ab$  (fig.ª 64) se ha cometido este error por defecto, al referir su posición á la meridiana magnética se obtendrá la recta  $ab'$  cometiéndose en la posición del punto  $b$  un error  $bb'$ . En el triángulo  $ba'b'$  por ser el ángulo en  $a$  muy pequeño, se puede considerar al  $b$  como recto y se tendrá:

$$ab' = \frac{bb'}{\text{sen. } ba'b'} = \frac{bb'}{\text{sen. } 5'} = \frac{bb'}{0,0014544}$$

en cuya fórmula bastará sustituir en vez de  $bb'$  el error tolerable para obtener el valor de la máxima distancia á que se puede operar para no cometerlos mayores. Si, por ejemplo, suponemos

$$bb' = 0^m,2 \quad \text{se tendría} \quad ab' = 137^m,2.$$

• **116.** En los levantamientos con la brújula pueden seguirse los métodos de *intersecciones, radiación y rodeo* que en general se han explicado, sin más diferencia que la que ya se ha indicado respecto á la manera de medir los ángulos con este aparato. Si

suponemos, por ejemplo, que se quiere efectuar el levantamiento de la línea poligonal  $abcdf$  (fig.ª 65) siguiendo el sistema de rodeo; se hace estacion en el punto  $a$ , se dirige la visual á la señal colocada en  $b$  y se anota la graduacion que marque la punta azul de la aguja, con lo cual se tendrá el valor del azimut magnético ó rumbo  $kl$  de la recta  $ab$ ; se mide despues la distancia  $ab$  y haciendo estacion en  $b$  se dirige la visual al  $c$  anotando la graduacion correspondiente á la punta azul de la aguja, continuando del mismo modo hasta haber hecho estacion en todos los demas vértices

**117.** Al emplear la brújula en el método de rodeo, á mas de la comprobacion que se indicó al explicar en general dicho método, se tiene otra originada por la índole especial de este aparato. Dicha comprobacion consiste en tomar los rumbos correspondientes á cada línea en los dos extremos de ésta, y como se vé en la fig.ª 65, si  $Kl$  es el rumbo de la recta  $ab$  tomado desde el punto  $a$ , al hacer estacion en  $b$  el rumbo de la misma recta será  $qp$ , diferenciándose estos dos rumbos en  $180^\circ$ . A las observaciones efectuadas en la direccion en que se marcha se les dá el nombre de *observaciones directas* y á las que se ejecutan en sentido contrario, el de *observaciones inversas*. Como las observaciones directa é inversa correspondientes á un mismo lado, deben diferenciarse, segun acabamos de ver, en  $180^\circ$ , las inversas servirán para comprobar la exactitud de las directas.

En la práctica, á causa de los errores de lectura que segun hemos dicho pueden ser de  $5'$ , y á la dificultad de hacer la coincidencia exacta del centro del aparato con la vertical del punto de estacion, la diferencia entre las observaciones directa é inversa de un mismo lado no será exactamente  $180^\circ$ , pero cuando difiera poco de este número nos indicará que las operaciones están bien hechas, y en el caso contrario nos indicará que se ha cometido algun error, bien sea al efectuar las observaciones ó bien al anotar sus resultados en el registro, y por lo tanto si ésto sucede se volverán á repetir las observaciones.

**118.** Si al volver á efectuar las observaciones procurando ejecutarlas con esmero, se vuelve á encontrar que la diferencia entre las observaciones directa é inversa difieren mucho de  $180^\circ$ ,

nos indicará ésto que en el terreno en que estamos operando existen sustancias magnéticas que ocasionan perturbaciones en la aguja imantada. Para seguir en tal caso usando la brújula se modifica un poco el procedimiento que hemos explicado, y en vez de anotar el rumbo de cada lado de la línea poligonal que se vá recorriendo, se anotará el ángulo que entre sí forman dichas líneas, el cual se obtiene restando entre sí los azimutes tomados en cada vértice, obteniéndose de este modo los valores de los ángulos independientemente de los errores producidos por la perturbacion de la aguja (\*). En efecto, en cada estacion las causas perturbadoras obrarán con igual intensidad durante el tiempo que dure la observacion, si suponemos, pues, que estamos en estacion en un punto tal como el *c* (fig.<sup>a</sup> 65) y en él se efectúan la observacion directa con respecto al *d* y la inversa con respecto al *b*, el error que afecte á los citados rumbos será el mismo y la indicada figura nos hace ver que la diferencia de estos rumbos, aunque erróneos por no tener la aguja su verdadera posicion, es sin-embargo el valor del ángulo *bcd*.

**119.** La relacion que existe entre las observaciones directas é inversas, nos dá tambien el medio de acelerar las operaciones cuando no se necesite mucha exactitud. Para lo cual, en vez de hacer estacion en todos los vértices de la línea poligonal que se recorra, solo se hará estacion en vértices alternados; por ejemplo, la primera estacion en *a*, la segunda en *c*, la tercera en *f* y así sucesivamente. En cada una de ellas se hará la observacion inversa con respecto al vértice que se deja detrás y la directa con referencia al de delante, y por diferencias entre  $180^\circ$  y las inversas encontradas en los vértices *c*, *f*,.... se deducirán las directas de los lados *bc*, *fd*,.... que se hubieran obtenido al hacer estacion en los puntos *b*, *d*,.....

**120.** También se puede determinar la posicion de un punto con respecto á otros dos ya conocidos haciendo estacion solo en

---

(\*) Suponemos que se ha tenido la precaucion de alejar lo menos á  $40^m$  los objetos de hierro que pueden llevarse y particularmente la cadena y las agujas con que se midan los lados de la línea poligonal.

el primero y valiéndose de la relacion que existe entre las observaciones directas é inversas. En efecto, supongamos que se quiere fijar la posicion del punto  $c$  (fig.<sup>a</sup> 66) con respecto á los  $a$  y  $b$  ya conocidos; se hace estacion en  $c$  y se miden los rumbos de las visuales  $c\bar{b}$  y  $ca$ , estos rumbos serán las observaciones inversas de las que se hubieran hecho desde los puntos  $a$  y  $b$ , por lo tanto encontrando su suplemento se obtendrán los azimutes de las rectas  $bc$  y  $ac$  en los puntos  $a$  y  $b$ , con cuyo conocimiento se puede construir las direcciones  $bc$  y  $ac$  y su punto de encuentro nos determinará la posicion del  $c$ .

**121. Plancheta.**—La *plancheta* no es goniómetro sino un *goniógrafo* por medio del cual se obtiene desde luego, sobre una hoja de papel, una figura semejante á la proyeccion horizontal de las distintas líneas del terreno. Este aparato está reducido en esencia á un tablero de madera con un apoyo que facilite sus movimientos y sostenido por un trípode. Pueden diferenciarse las planchetas por la disposicion de sus apoyos, pero siendo éstos muy parecidos y pudiéndose comprender fácilmente, nos limitaremos á describir la que existe en la clase.

Se compone de un tablero rectangular de madera  $AB$  (figs. 67 y 68) de un grueso suficiente para que el calor y la humedad no le encorven; en direccion de los dos lados menores lleva por su parte inferior dos cilindros  $a, a'$ , tambien de madera, que tienen por objeto el arrollar en ellos el papel antes y despues de ir efectuando el dibujo, dichos cilindros pueden girar en coginetes situados en sus extremos y fijos al tablero. En la parte central é inferior de dicho tablero, lleva una pieza rectangular  $cc'e''e'''$  en cuyo centro penetra un pivote unido á un disco metálico  $dd'$ , pudiendo girar el tablero alrededor de dicho pivote cuando está flojo el tornillo de presion  $f$ ; apretando este tornillo, unas mordazas hacen formar cuerpo al disco  $dd'$  con el tornillo de coincidencia  $g$ , cuya esferilla vá unida al tablero y por lo tanto se evita el movimiento de éste, pudiendo solo tener uno lento cuando se hace girar al expresado tornillo de coincidencia  $g$ . Del disco  $dd'$  sale por la parte inferior un vástago terminado en una esfera que penetra en una mortaja abierta en una pieza unida á otro disco  $hh'$ , el

cual tiene en su cara inferior un cilindro  $l$  en cuya base vá abierto un taladro roscado donde penetra el tornillo  $m$  que une el aparato al trípode. Este es de los de seis brazos y análogo al que explicamos al describir el teodolito Brunner.

Para poder variar la inclinacion del eje de giro del tablero y conseguir la horizontalidad de éste, lleva el disco  $h h'$  una tuerca en las cuales penetran cuatro tornillos  $r, r', r'', r'''$ , cuyas cabezas van á apoyarse en el disco superior  $d d'$ ; dichos tornillos están provistos de unos botones acordonados para poderlos hacer girar fácilmente.

Con objeto de poder dar al tablero pequeños movimientos de traslacion en dos direcciones perpendiculares, existen un tornillo  $v$  y un muelle  $\beta$  por cuya accion combinada se puede hacer que las correderas  $st, s' t'$  y con ellas el tablero, resbale sobre la pieza  $c c' c'' c'''$ ; un tornillo  $s$  y un muelle  $\alpha$  hacen que á su vez las correderas  $xy, x' y'$ , y con ellas el tablero, resbalen sobre las  $st, s' t'$ .

122. Acompaña á la plancheta una *alidada* compuesta de una regla metálica  $AB$  (fig.ª 69) á la que va unida por medio de los tornillos  $a, a' a''$  una segunda regla  $CD$  que sostiene á un montante  $bb'$  en cuya parte superior existe un cojinete en el que puede girar el eje  $c$  de un anteojo  $gh$ , unido á dicho eje por medio de una media caña  $df$  y unas sobremuñoneras que permiten girar al anteojo alrededor de su eje de figura; levantando estas sobremuñoneras se puede sacar el anteojo é invertirlo si conviene. Al eje  $c$ , y participando de sus movimientos, va unido, por la parte opuesta á la que representa la figura, un sector circular  $xy$ ; en el punto medio de dicho sector va el cero de una graduacion que partiendo de él se extiende en dos sentidos opuestos. En la misma cara y fijo al montante  $bb'$ , existe un nónio ó un simple trazo que indica en el sector graduado el ángulo que con la horizontal forma el eje del anteojo. Para detener el movimiento de éste alrededor del eje  $c$ , existe un tornillo de presion  $p$  por medio del cual se consigne que el expresado eje forme cuerpo con la barreta  $lq$ , pudiendo entonces comunicarle un movimiento lento por medio del tornillo  $r$  que empuja á la barreta en un sentido, y cuando se afloja este tornillo un muelle en espiral, encerrado en el pequeño cilin-

dro  $s$ , la empuja en sentido opuesto. Encima del anteojo va apoyado un nivel de burbuja de aire cuyo objeto es conseguir que la visual dirigida por el anteojo sea horizontal cuando el cero de la graduación del sector  $xy$  coincida con el del nóvio unido al montante  $bb'$ , de cuya corrección no nos ocuparemos ahora toda vez que la explicaremos en la Nivelación al tratar de los Eclímetros y que aquí nos referimos solo á la parte planimétrica de los levantamientos.

**123.** Además de la alidada que acabamos de describir, acompañan á la plancheta, un *nivel*, una *declinatoria* y el *compás de doble escuadra ó de espesor*. El nivel es uno ordinario de burbuja de aire que puede colocarse sobre el tablero, siendo uno de sus apoyos un tornillo para poder rectificarlo. La declinatoria es una caja rectangular de madera  $AB$  (fig.<sup>a</sup> 70) cuyos cantos son metálicos; en su centro lleva un pivote sobre el que gira una aguja imantada  $ns$  cuyos extremos enrasan con dos pequeños arcos graduados, siendo la línea que une los ceros la que divide á la caja en dos partes iguales. Por último, el compás de doble escuadra está formado de tres reglas  $ab, bc, cd$  (fig.<sup>a</sup> 71) que pueden girar alrededor de pequeños pernos colocados en los puntos  $b$  y  $c$ , hasta que la  $cb$  queda perpendicular á las otras dos. Las reglas  $ab$  y  $cd$  son de igual longitud, en el extremo  $a$  de la regla  $ab$  hay un orificio y correspondiendo con él en el extremo  $d$  de la otra regla hay otro orificio ó un ganchito del que pende una plomada, la cual nos marcará la vertical que pasa por el extremo  $a$  cuando las reglas estén horizontales.

**124.** Antes de usar la plancheta es preciso comprobar si se cumplen las condiciones siguientes: 1.<sup>a</sup> *El eje de rotación del aparato ha de ser vertical y por consiguiente el tablero, que por construcción es perpendicular á dicho eje, debe ser horizontal.* Esta condición se consigue por los procedimientos que ya conocemos guiándose por las indicaciones del nivel que acompaña á la plancheta, que se colocará sobre el tablero, y haciendo uso de los tornillos  $r, r', r''$  (fig.<sup>a</sup> 67) del apoyo. 2.<sup>a</sup> *El eje óptico del anteojo de la alidada debe ser perpendicular á su eje de rotación  $c$  (fig. 69).* 3.<sup>a</sup> *Dicho eje  $c$  debe ser horizontal.* Estas dos comprobaciones y las correcciones necesarias se ejecutan por los medios

generales explicados en el párrafo 39. 4.<sup>a</sup> *El canto de la regla ha de ser una línea recta.* Lo cual se comprueba trazando por él una línea con un lápiz muy fino, é invirtiendo la regla se observa si su canto vuelve á coincidir con la línea trazada. 5.<sup>a</sup> *Por último, el plano de colimacion del anteojo ha de tener por traza, en el plano de la plancheta, el canto de la regla de la alidada.* Esta comprobacion se ejecuta dirigiendo la visual por el anteojo á un punto lejano trazando con un lápiz una línea por el canto de la regla, se clavan verticalmente dos agujas muy finas en los extremos de la línea trazada y se observa si la visual dirigida tangencialmente á los pies de las agujas pasa por el mismo punto observado con el anteojo. Si así no sucede se hace la oportuna correccion por medio de unos pequeños tornillos que, penetrando en las cabezas de los *a, a' a''* permiten variar la posición de la regla *CD*, y por consiguiente la del anteojo, con respecto á la regla *AB*.

**125.** Para obtener sobre el papel, colocado sobre el tablero de la plancheta, la proyeccion horizontal de un ángulo *A b B* (fig.<sup>a</sup> 72) del terreno, se coloca en estacion la plancheta sobre el vértice *b* del ángulo; por medio del compás de doble escuadra se referirá dicho punto al papel, si en este no estuviera marcado de antemano, y si lo estuviese se hace por medio del indicado aparato y de los movimientos del tablero, que el punto marcado en el papel esté sobre la vertical del de estacion. En el punto del papel se clava verticalmente una aguja muy fina y colocando en contacto con ella el canto de la regla de la alidada se mueve ésta de modo que, sin dejar de tocar á la aguja, la visual dirigida por el anteojo pase por la señal colocada en uno de los lados del ángulo, trazando con un lápiz la línea que marca el canto de la regla. Se hace girar despues la alidada alrededor del mismo punto *b*, hasta que la visual dirigida por el anteojo pase por la señal colocada en el otro lado del ángulo, trazando la línea correspondiente por la nueva posición del canto de la regla.

**126.** Cuando una línea marcada ya sobre el papel de la plancheta representa uno de los lados del ángulo que se quiere trazar, es preciso al colocarla en estacion *orientar* el aparato con respecto á esta línea. Se dice que está *orientada* la plancheta, cuando dada

una línea en el terreno y trazada su homóloga en el papel del tablero, se coloque éste de modo que uno de los extremos de la línea trazada en él, se halle en la vertical del extremo homólogo de la línea del terreno; hallándose además toda la línea marcada en el tablero situada en el plano vertical de su homóloga del terreno. Se consigue ésto por medio de las operaciones siguientes: 1.<sup>a</sup> Se coloca la plancheta sobre el terreno procurando que el punto de estacion coincida con la vertical del marcado en el papel (\*) y que los puntos representados ya en el dibujo se encuentren próximamente en la direccion de los del terreno. 2.<sup>a</sup> Despues de nivelar la plancheta, se coloca la alidada sobre la línea del papel que ha de servir de alineacion y por medio de los movimientos de rotacion del tablero se hará coincidir la visual dirigida por el anteojo con la línea del terreno homóloga á la del dibujo sobre que se ha colocado la alidada. Al efectuar este movimiento se habrá variado, en general, la posicion del punto que en el papel representa la estacion. 3.<sup>a</sup> Haciendo uso de los movimientos de traslacion del tablero se lleva otra vez sobre la vertical de la estacion el punto homólogo del dibujo, con lo cual la alidada habrá tomado una posicion paralela á la que tenia y la visual dirigida por el anteojo se separará de la línea antes visada en una cantidad igual al movimiento impreso al tablero. 4.<sup>a</sup> Por último, á favor de los movimientos de rotacion del tablero se corrige la direceion de la visual.

La orientacion será tanto más aproximada á la verdadera cuanto mayor sea la longitud de la línea que sirva de alineacion y aun será más precisa, si en los movimientos que indica la 3.<sup>a</sup> operacion se tiene cuidado de no llevar el punto de estacion marcado en el papel precisamente sobre la vertical de el del terreno, sino á su inmediacion y de modo que el giro de la operacion 4.<sup>a</sup> favorezca su coincidencia en vez de perjudicarla.

**127.** Al seguir con la plancheta el método de *rodeo*, la orientacion tal como se acaba de explicar ocasiona una pérdida de tiempo considerable, teniendo además el inconveniente, cuando se opera en terreno muy cubierto, de que teniendo que efectuar la

---

(\*) Si es posible, se procura que el punto del papel que representa al de estacion se encuentre próximo al eje del giro del tablero.

orientacion con respecto al último elemento recorrido, este elemento será en general demasiado corto y la orientacion no será con tal motivo muy exacta.

Se remedian en parte estos inconvenientes por medio de la *declinatoria* cuyo uso se funda en que si se supone una brújula fija invariablemente sobre el tablero de la plancheta, cuando esta plancheta se coloque en estacion sobre un punto cualquiera del terreno y se oriente, la aguja imantada marcará siempre la misma graduacion en su limbo y reciprocamente, si por los movimientos del tablero se consigue que la brújula marque la misma graduacion, la plancheta quedará orientada. Para hacer uso de la declinatoria se opera del modo siguiente: estando la plancheta en estacion sobre un punto *a* (fig. <sup>a</sup> 73) y orientada respecto á una línea *ab*, se coloca la declinatoria *d* sobre la plancheta y se hace girar la caja de aquella hasta que la aguja marque la direccion  $0^{\circ}$ — $180^{\circ}$ , trazando sobre el papel con un lápiz el contorno de la caja á fin de poderla colocar exactamente en la misma posicion. Si despues de esto se transporta la plancheta á otro punto cualquiera del terreno, se obtendrá la orientacion colocando la caja de la declinatoria de modo que coincida con el contorno marcado anteriormente sobre el papel y por los movimientos del tablero se hará que la aguja vuelva á marcar la direccion  $0^{\circ}$ — $180^{\circ}$ .

La orientacion por medio de la declinatoria no es tan precisa como la que puede obtenerse operando como se indicó en el párrafo anterior, siendo, pues conveniente rectificarla valiéndose del primer procedimiento siempre que se descubra desde la estacion algun vértice de la red.

### **Resumen de las operaciones que constituyen la red de los detalles.**

---

**128.** Conocidos ya los diversos procedimientos y aparatos que pueden servirnos para ligar los detalles del terreno á los puntos previamente determinados por la triangulacion indicaremos

el sistema que generalmente se emplea para obtener la representacion planimétrica.

Se empezará por trazar itinerarios (párrafo 71) por los ferrocarriles, carreteras, caminos, rios y arroyos que atraviesan la zona que comprende el levantamiento. Estos itinerarios partirán siempre de los puntos determinados por la triangulacion y concluirán en otro punto de las mismas condiciones. Al efectuarlos se van dejando señales en los puntos de estacion situados en las intersecciones con otros caminos, rios, arroyos, etc. Los registros de estas operaciones podrán ser de la forma de los que ponemos á continuacion, sirviendo el primero para cuando el aparato usado sea la brújula, y el segundo para cuando se emple la pantómetra ú otro goniómetro suponiendo que se ha hecho la coincidencia de los ceros en la visual de espalda.

**129.** Sobre estas líneas principales y sujetos á ellas en los puntos de partida y terminacion que habrán quedado señalados, se trazarán los itinerarios que se necesiten para determinar los demás caminos, rios, arroyos, etc. Desde estos itinerarios y desde los anteriores se fijarán por intersecciones todos los puntos y objetos notables como pozos, abrevaderos, cruces, casas aisladas, etc., que se encuentren á derecha é izquierda de la línea seguida, no considerando determinado un punto por este procedimiento sino ha sido observado desde tres estaciones por lo menos pertenecientes á un itinerario. Los objetos muy próximos á una cualquiera de las líneas seguidas podrán fijarse por coordenadas.

Desde las estaciones de los itinerarios se dirigirán el mayor número de visuales posibles á los vértices de la triangulacion, con objeto de que sirvan de comprobacion.

**130.** Apoyándose por último en las líneas ya determinadas se trazarán itinerarios por aquellos accidentes que falten y tengan importancia para el objeto del plano.

Al seguir con un itinerario una línea ondulosa, tal como un camino, la orilla de un rio, etc., no es preciso hacer estacion en todos sus pequeños cambios de direccion, bastando elegirlas de manera que las flechas ó sagitas no escedan de un cierto limite. Tanto éste como la tolerancia que puede admitirse en la medicion de las líneas

| Estaciones.  | Puntos observados.                | Eunibos. |       | Distancias<br>Metros | Notas. | Cronquis. |
|--|-----------------------------------|----------|-------|----------------------|--------|-----------|
|  |                                   | N        | S     |                      |        |           |
| Itinerario n.º 27. Empezar en el punto 27 del itinerario n.º 5 (Camino de la Hoya), y termina en el punto 32 del itinerario n.º 4 (arroyo de la Guija). Determina el Camino del valle. |                                   |          |       |                      |        |           |
| 1  | 27 del itinerario n.º 5.....      | 272      | 15    | 92                   | 30     | 136,10    |
| 2  | 1. _____                          | 291      | 15    | 111                  | 30     | 205,03    |
| 3  | 2. _____                          | 297      | 45    | 117                  | 30     | 321,17    |
| 3  | Vertice Morron.....               | 280      | 30    | 100                  | 00     | 31,25     |
| 4  | 3. _____                          | 300      | 00    | 119                  | 45     | 154,20    |
| Morron   | 4. _____                          | 191      | 00    | 11                   | 30     | 68,25     |
| 5  | 4. _____                          | 302      | 15    | 122                  | 30     | 241,55    |
| 6  | 5. Hito de Piedra.....            | 285      | 15    | 105                  | 30     | 329,23    |
| 7  | 6. _____                          | 264      | 30    | 84                   | 45     | 281,52    |
| 8  | 7. Punto 14 del itinerario n.º 8  | 269      | 00    | 89                   | 00     | 206,65    |
| 9  | 8. _____                          | 272      | 15    | 92                   | 00     | 232,30    |
| 10   | 9. _____                          | 301      | 30    | 121                  | 45     | 301,15    |
| 11   | 10. _____                         | 321      | 00    | 143                  | 30     | 241,10    |
| 12   | 11. Punto 32 del itinerario n.º 4 | 312      | 15    | 132                  | 30     | 126,42    |
| ...  | .....                             | .....    | ..... | .....                | .....  | .....     |

El punto 7 está en el puente de madera sobre el arroyo Pastores.

| Estaciones. | Puntos observados.  | Ángulos | Distancias.<br>—<br>Metros. | Notas.  | Croquis. |
|-------------|---|---------|-----------------------------|---|----------|
|             |   | ° ' "   |                             |   |          |
|             | Itinerario n.º 4. Empieza en el punto 13 del itinerario n.º 20 y termina en el mojón común á los términos de _____ y de _____ y de _____ punto 32 de la línea límite entre los términos de _____ y de _____ |         |                             |   |          |
| 13          | 12. del itinerario n.º 20.....  | 00      | 215,32                      |   |          |
| 13          | 1.  | 425 34  | 437,58                      |   |          |
| 1           | 2.  | 137 40  | 321,45                      |   |          |
| 2           | 3.—Hito de piedra.....  | 102 51  | 278,52                      |   |          |
| 3           | 4.  | 98 17   | 302,81                      |   |          |
| 3           | Torre de _____  | 315 23  |                             |   |          |
| 4           | 5.  | 87 27   | 72,31                       |   |          |
| 5           | 6.  | 92 42   | 42,17                       |   |          |
| 6           | 7.  | 138 15  | 163,05                      |   |          |
| 7           | 8.—Arca de agua.....  | 257 10  | 181,17                      |   |          |
| 8           | 9.  | 162 48  | 100,52                      |   |          |
| 9           | 10.   | 193 13  | 217,15                      |   |          |
| 10          | 11.   | 197 00  | 270,31                      |   |          |
| 10          | Torre de _____  | 18 52   |                             | El punto 11 está en la puerta de la casa de la mina <i>Leon</i> . |          |
| 11          | 12.   | 132 08  | 425,50                      |   |          |
| 12          | 13.   | 201 27  | 380,60                      |   |          |
| 13          | 14.   | 208 32  | 233,47                      |   |          |

y de los ángulos dependerá de la exactitud que se desee segun el objeto é importancia de los trabajos. Si el esclusivo objeto de éstos es la representacion gráfica ya dijimos párrafo 17 (nota) que podrán despreciarse los errores lineales que sean menores que  $0^m0002 \times M$ , siendo  $M$  el denominador de la escala en que se ha de construir el dibujo. Con objeto de que pueda servir de modelo para la comparacion diremos que, el Instituto Geográfico y Estadístico previene en sus *Instrucciones para los trabajos topográficos* que las flechas ó sagitas no escedan de diez méetros, que al comprobar estos trabajos se admitirá como diferencia máxima en los rumbos la de 30' tomando en cuenta la diferencia de declinacion entre la brújula con que se haya observado y aquella con que se compruebe. En la medicion de las distancias tolera  $\frac{1}{500}$  de dife-

rencia, teniendo tambien en cuenta la parte que pueda ser dudosa en la situacion de los extremos á que la distancia se refiere. Por último que la tolerancia en el desarrollo gráfico será para el cierre de cada polígono de  $10^m \sqrt{k}$  (siendo  $k$  la longitud del perímetro del polígono en kilómetros) para aquellos cuyo perímetro no exceda de 100 kilómetros, y  $15^m \sqrt{k}$  para aquellos cuyo perímetro exceda de 100 kilómetros de longitud.

### **Casos particulares en el levantamiento de planos y problemas diversos.**

**131. Planos de poblaciones.**—Para efectuar el levantamiento del plano de una poblacion que exceda de 10.000 habitantes, se empezará por inscribir el casco de la poblacion y los arrabales que deban ser comprendidos en el plano, en un gran polígono cuyos lados tengan una longitud de 1000 á 2000 méetros. Si el plano ha de comprender además los alrededores, se establecerá una triangulacion eligiendo uno de sus vértices, si es posible, en un punto interior de la poblacion que siendo visible desde el exterior se pueda estacionar en él. En este caso los vértices del polígono exterior se referirán al mayor número posible de los de esta triangulacion.

Exista ó no triangulacion exterior, los vértices del polígono mencionado se unirán, siempre que sea posible, á otros que se elegirán en el interior de la poblacion, sobre las azoteas, tejados, torres ú otros sitios elevados, para formar una red de triángulos que, aunque irregular, sirva para referir á ella los trabajos sucesivos.

La medida de los ángulos de esta triangulacion se efectúa de la manera y con las precauciones indicadas en el párrafo 49.

Apoyándose en los vértices del polígono exterior, y marchando por las avenidas ó calles principales, se dividirá aquel en otros polígonos interiores, cuya magnitud variará segun la extension y disposicion especial de la poblacion. Estos polígonos se dividirán á su vez en otros menores y estos en otros, hasta que cada manzana quede encerrada en un polígono.

Todos los vértices de la poligonacion se marcan por señales hechas á cincel en las aceras ó por estacas clavadas en el suelo y que se referirán por medio de tres distancias, por lo menos, á las esquinas de las casas ó á otros puntos fijos.

La medicion de los lados de los polígonos debe efectuarse dos veces, los ángulos se miden con teodolitos sencillos que tengan el antejo concéntrico, para evitar el error de excentricidad y obtener las direcciones con una sola puntería. Como ejemplo de la exactitud con que deben hacerse estas operaciones diremos que el Instituto Geográfico y Estadístico en sus citadas instrucciones dice que, entre las dos mediciones de cada lado se tolerará una diferencia máxima de  $\frac{1}{300}$ , y la máxima tolerancia en el cierre de cada polígono será el duplo de la apreciacion directa del teodolito multiplicada por el número de vértices. Los registros podrán ser como el que ponemos á continuacion.

| Estaciones. | Puntos observados.   | Lecturas. |            |           |       |       |       | Direcciones. |                          |                          | Distancias. |      |        |        |        |
|-------------|----------------------|-----------|------------|-----------|-------|-------|-------|--------------|--------------------------|--------------------------|-------------|------|--------|--------|--------|
|             |                      | Número I. | Número II. | Promedio. |       | °     | '     | ''           | 1. <sup>a</sup> Medicion | 2. <sup>a</sup> Medicion | Pro-medios. |      |        |        |        |
| 22          | Torre de San Juan... | 23        | ° 163      | ' 44      | ° 343 | ' 43  | ° 163 | ' 43         | ° 00                     | ' 00                     | ° 00        | ' 00 | 92,18  | 92,16  | 92,17  |
| »           |                      | 21        | ° 304      | ' 9       | ° 124 | ' 8   | ° 304 | ' 8          | ° 140                    | ' 25                     | ° 00        | ' 00 | »      | »      | »      |
| »           |                      | 26        | ° 328      | ' 39      | ° 148 | ' 39  | ° 328 | ' 39         | ° 164                    | ' 55                     | ° 30        | ' 30 | 52,46  | 52,45  | 52,45  |
| »           |                      |           | ° 58       | ' 12      | ° 238 | ' 11  | ° 58  | ' 11         | ° 254                    | ' 28                     | ° 00        | ' 00 | 37,64  | 37,62  | 37,63  |
| 23          | Torre de San Pedro.  | 24        | ° 46       | ' 26      | ° 296 | ' 26  | ° 46  | ' 26         | ° 00                     | ' 00                     | ° 00        | ' 00 | 71,15  | 71,18  | 71,16  |
| »           |                      | 22        | ° 130      | ' 45      | ° 310 | ' 44  | ° 130 | ' 44         | ° 84                     | ' 18                     | ° 30        | ' 30 | 92,18  | 92,16  | 92,17  |
| »           |                      |           |            | ° 285     | ' 33  | ° 105 | ' 33  | ° 285        | ' 33                     | ° 00                     | ' 00        | ° 00 | ' 00   | 58,35  | 58,31  |
| 27          | Torre de San Diego.. | 26        | ° 115      | ' 57      | ° 295 | ' 58  | ° 115 | ' 57         | ° 190                    | ' 24                     | ° 30        | ' 30 | 117,02 | 117,08 | 117,05 |
| »           |                      | 21        | ° 191      | ' 12      | ° 11  | ' 12  | ° 191 | ' 12         | ° 235                    | ' 39                     | ° 00        | ' 00 | 25,14  | 25,15  | 25,14  |
| »           |                      |           |            | ° 237     | ' 51  | ° 57  | ' 52  | ° 237        | ' 51                     | ° 312                    | ' 18        | ° 30 | ' 30   | »      | »      |
| 38          | Torre de San Diego.. | 34        | ° 164      | ' 37      | ° 344 | ' 38  | ° 164 | ' 37         | ° 00                     | ' 00                     | ° 00        | ' 00 | 95,62  | 95,66  | 95,64  |
| »           |                      | 37        | ° 304      | ' 28      | ° 124 | ' 27  | ° 304 | ' 27         | ° 139                    | ' 50                     | ° 00        | ' 00 | 66,86  | 66,90  | 66,88  |
| »           |                      | 39        | ° 4        | ' 54      | ° 184 | ' 54  | ° 4   | ' 54         | ° 200                    | ' 16                     | ° 30        | ' 30 | 22,02  | 22,04  | 22,03  |
| »           |                      | 42        | ° 74       | ' 22      | ° 254 | ' 23  | ° 74  | ' 22         | ° 269                    | ' 45                     | ° 00        | ' 00 | 21,21  | 21,19  | 21,20  |
| »           |                      | 82        | ° 144      | ' 57      | ° 324 | ' 57  | ° 144 | ' 57         | ° 340                    | ' 19                     | ° 30        | ' 30 | 132,38 | 132,32 | 132,35 |
| »           |                      |           | ° 150      | ' 35      | ° 330 | ' 35  | ° 150 | ' 35         | ° 345                    | ' 57                     | ° 30        | ' 30 | »      | »      | »      |

Desde los vértices de la poligonacion se dirigen visuales á todos los de la triangulacion interior que sean visibles, para que sirvan de comprobacion.

Las manzanas de casas se referirán á los lados de los poligonos por abeisas y ordenadas midiendo sobre las fachadas las distancias entre cada dos ordenadas.

En el caso en que no exista más triangulacion que la interior, debe medirse y orientarse directamente una base ligada á dicha triangulacion.

**132.** Cuando la poblacion no exceda de 10.000 habitantes, se procede del mismo modo sin más diferencia que la de poder suprimir la triangulacion interior dirigiendo sin embargo visuales, siempre que se pueda, desde todos los vértices de la poligonacion á un punto culminante de la poblacion para lo que debe señalarse dicho punto con una banderola, si no tuviese veleta, bola ú otro objeto que pueda servir de señal.

**133. Planos de edificios.**—Los planos de los edificios se componen del contorno exterior, de los planos de las *plantas* ó *secciones horizontales*, de los *alsados* ó *elevaciones*, y por último de *cortes* ó *secciones verticales*.

El contorno exterior puede determinarse cuando el edificio está aislado, refiriendo todas sus aristas por coordenadas á un rectángulo ó polígono circunscrito de corto número de lados. Cuando el edificio está rodeado por otros, tiene que deducirse el contorno del plano del piso bajo.

En las *plantas* ó *secciones horizontales* se ha adoptado el convenio de representar los objetos situados por debajo del plano de proyeccion, figurando además en las piezas abovedadas las aristas entrantes y salientes de las bóvedas, y en las escaleras los escalones ó peldaños situados encima del plano hasta el suelo del piso inmediato superior. En los sótanos ó cuevas, el plano de proyeccion se considera trazado por el arranque de las bóvedas; en los demás pisos el referido plano se considera trazado á la altura de un decímetro sobre el dintel inferior de los balcones ó ventanas, y en los desvanes ó boardillas sobre el mismo suelo.

En los planos de las plantas se representan las diversas habita-

ciones que componen cada piso con su colocacion respectiva, para conseguir lo cual se miden en cada una de las habitaciones sus diversos lados y diagonales, asi como los huecos de puertas ó ventanas y las distancias que separan unos huecos de otros. El espesor de las paredes se mide en las ventanas ó puertas.

Los *alzados ó elevaciones* sirven para representar las fachadas, concibiéndolas proyectadas sobre planos verticales paralelos á ellas, y para determinar las alturas de las diversas partes del edificio. Las dimensiones horizontales se deducen de las plantas de los diversos pisos, y las verticales se determinan por medio de regiones ó plomadas.

En los *cortes ó secciones verticales* se considera cortado el edificio por planos verticales, unos paralelos y otros perpendiculares á la fachada, en cada uno de los cuales se proyectan solamente los objetos comprendidos entre él y las paredes más próximas. Sirven éstos cortes para conocer el espesor de los muros ó paredes, el de los suelos, los materiales de que se hallan formados y sus diversas disposiciones. Las dimensiones horizontales necesarias para la representacion de dichos cortes se deducen de los planos de las plantas, y las verticales, de los alzados ó elevaciones.

#### **134. Terrenos inaccesibles en su interior.**

—Para determinar el contorno de una porcion de terreno inaccesible en su interior, tal como el de las lagunas, pantanos, etc.; puede emplearse el método de coordenadas trazando un rectángulo, ó un polígono de corto número de lados cuyos ángulos sean rectos, envolvente y tomando sus lados como directrices se van determinando todos los puntos que caractericen el contorno que se desea conocer, por sus coordenadas con respecto á los expresados ejes, procurando fijar cada uno con relacion al eje más próximo para evitar la medicion de ordenadas largas.

#### **135. Terrenos inaccesibles en su interior**

**y en su exterior.**—Si el terreno fuera inaccesible en su interior y en su exterior, se puede determinar su contorno y los puntos visibles de su interior, por medio de perpendiculares bajadas desde sus diversos puntos á dos ejes trazados en el terreno accesible y elegidos de modo que formando entre sí un ángulo de

90 ó 135 grados se descubran desde sus diversos puntos los del contorno que se quiere determinar. Por ejemplo, si suponemos que se quiere determinar el contorno del polígono ABCDE (fig.ª 74), siendo inaccesible en su exterior é interior; se trazarán los ejes MN y MP, se bajarán sobre estos ejes, por medio de una escuadra, las perpendiculares correspondientes á sus vértices y midiendo las distancias  $Mc$ ,  $Md$ ,  $Ma$ ,  $Mc$ ,  $Mb$  y las  $Ma'$ ,  $Mc'$ ,  $Mb'$ ,  $Ma'$ ,  $Mc'$ , se tendrán todos los datos necesarios para representar en el papel el expresado polígono.

Tambien pudiera emplearse un goniómetro cualquiera aplicando el método de *intersecciones*, para lo cual bastaría dirigir visuales á los diversos vértices del polígono en cuestion desde los extremos de una recta de posicion conocida, midiendo los ángulos que las expresadas visuales formen con la citada recta.

Este mismo procedimiento puede emplearse aunque no se disponga de goniómetro alguno, estableciendo alineaciones en la direccion de las visuales que, partiendo de los extremos de la recta de posicion conocida, vayan á pasar por los vértices del polígono que se quiere determinar, midiendo despues el valor de los ángulos que dichas alineaciones forman con la citada recta por el procedimiento indicado en el párrafo 75.

**136. Prolongar una alineacion más allá de un obstáculo.**—Supongamos que se quiere prolongar la alineacion  $ab$  (fig.ª 75) más allá del obstáculo P. Se trazarán las líneas  $bh$  perpendicular á la  $ab$ ,  $hm$  perpendicular á  $bh$ ,  $hq$  perpendicular á  $hm$  y tomando la distancia  $mq$  igual á la  $bh$  el punto  $q$  así determinado pertenecerá á la alineacion  $ab$ .

Tambien puede resolverse este problema del modo siguiente: por el punto  $b$  se hace pasar una alineacion cualquiera  $cd$ , se recorre dicha línea con la escuadra hasta llegar á un punto  $c$  en el cual la perpendicular  $cg$  levantada á la  $cd$  pase al otro lado del obstáculo y tomando  $bd=bc$  y  $cg=df$ , el punto  $g$  así determinado pertenecerá á la alineacion.

**137. Establecer una alineacion entre dos puntos que no sean visibles uno de otro por existir entre ellos un obstáculo.**—Sean  $a$  y  $b$  (fig.ª 76)

dos puntos, separados por un obstáculo P, entre los cuales se quiera marcar otros que pertenezcan á su alineacion. Se establece una alineacion auxiliar  $ac$  lo más aproximada que se pueda á  $ab$  y marchando por ella se baja la perpendicular  $bd$  correspondiente al punto  $b$  midiéndose su longitud. Desde los puntos  $h, f, \dots$ , cuyas distancias al  $a$  se medirán tambien, se levantan las perpendiculares  $hq, fh, \dots$  y por las proporciones

$$\frac{ad}{bd} = \frac{ah}{x} = \frac{af}{z} = \dots$$

se encuentran las distancias  $x=hm, z=fg, \dots$  que nos determinarán los puntos  $m, g, \dots$  pertenecientes á la alineacion.

Este problema puede tambien resolverse con la plancheta del modo siguiente: Se coloca en estacion sobre el punto  $a$  y se orienta con relacion á un punto  $r$  elegido arbitrariamente fuera del obstáculo. Se traza en el papel la direccion  $ar$  y sobre ella y á partir de la representacion del punto  $a$  se toma la distancia  $ar$  reducida á escala. Se traslada la plancheta al punto  $r$  y se orienta con relacion al punto  $a$ , marcando en el papel la direccion de la visual dirigida á otro punto  $s$ , tambien elegido arbitrariamente, se toma la distancia  $rs$ , reducida á escala; y así sucesivamente se continúa levantando la línea poligonal que se va estableciendo, hasta llegar á un vértice desde el cual se vea el punto  $b$  que por el mismo procedimiento se marca en el papel. Teniendo ya representados en el papel de la plancheta los dos puntos  $a$  y  $b$  si se coloca esta en estacion en cualquiera de ellos, se orienta con relacion al lado contiguo de la línea poligonal trazada y se hace coincidir el canto de la regla de la alidada con la línea  $ab$  del papel, la visual dirigida por el antejo nos marcará la direccion de la alineacion y por lo tanto si hacemos cabecear á dicho antejo, todos los puntos del terreno en los cuales se proyecte el centro del retículo, pertenecerán á la alineacion.

**138. Medir el ancho de un rio.**—Supongamos que se quiere encontrar la anchura de un rio tal como el  $mnpq$  (fig.ª 77). Fijándose en un punto  $a$  de la orilla opuesta se marca la

alineacion  $abc$ , en el punto  $c$  se levanta la perpendicular  $cd$  por la que se marchará con la escuadra hasta un punto  $d$  desde el cual estando un par de pínulas principales en la direccion  $dc$ , se vea por las ranuras de las caras adyacentes el punto  $a$ . El ángulo  $cd a$  valdrá  $45^\circ$  y por lo tanto se tendrá  $ac = cd$  y  $ab = cd - cb$  cuyas distancias se pueden medir directamente.

Puede resolverse este mismo problema con solo alineaciones y medidas operando del modo siguiente: Despues de marcar la línea  $abc$  (fig.<sup>a</sup> 78). Se establece por el punto  $c$  una alineacion cualquiera  $cdf$ , sobre la que se toma un punto  $d$  arbitrario; hecho ésto se establecen las alineaciones  $adh$  y  $bdg$  y tomando  $df = cd$  y  $dg = bd$  se marcará la línea  $fgh$  hasta que encuentre á la alineacion  $adg$ , deduciéndose de la igualdad de los triángulos  $bcd$  y  $dfg$  el paralelismo de las líneas  $abc$  y  $fgh$ , como consecuencia de ésta y de la igualdad  $bd = dg$  se deduce la de los triángulos  $abd$  y  $dgh$ , y por último que  $ab = gh$ .

**139. Medir la distancia entre dos puntos inaccesibles.**—Supongamos que sea  $ab$  (fig.<sup>a</sup> 79) la distancia que se quiere medir. Se marca en el terreno, y en situacion conveniente una alineacion cualquiera  $cd$ , y en ella los puntos  $c$  y  $d$ , pies de las perpendiculares bajadas desde  $a$  y  $b$ . Se prolongan estas perpendiculares, se marca el punto  $f$  medio de  $cd$  y estableciendo las alineaciones  $afh$  y  $bfg$ , los puntos  $h$  y  $g$  en que estas alineaciones cortan á las perpendiculares  $bd$  y  $ac$  son los extremos de una línea  $gh$  igual y paralela á la  $ab$ . En efecto, de la igualdad de los triángulos  $acf$  y  $fdh$ ,  $bfd$  y  $fcg$  se deduce la igualdad de las líneas  $acg$  y  $b dh$ , y como además estas líneas son paralelas como perpendiculares ambas á la recta  $cd$ , resulta que la figura  $abgh$  es un paralelógramo y por consiguiente que  $ab = gh$ . Si la línea  $gh$  no pudiera medirse directamente, se levantan las perpendiculares  $qh$  y  $mr$  en los puntos  $q$  y  $m$  medios de las  $cf$  y  $fd$ , y la línea  $kr$ , que resulta de unir los puntos en que dichas perpendiculares cortan á las alineaciones  $afh$  y  $bfg$ , será la mitad de  $ab$ .

**140. Trazar la bisectriz de un ángulo en cuyo interior no se puede penetrar y**

**cuyo vértice es inaccesible.** (\*) Supongamos que sea  $\hat{c} a b$  (fig.<sup>a</sup> 80) el ángulo inaccesible cuya bisectriz se quiere conocer. Se establecen las alineaciones  $a d$  y  $a g$  en prolongacion de sus lados, en dos puntos cualesquiera  $d$  y  $g$  de estas prolongaciones se levantan las respectivas perpendiculares  $d f$  y  $g h$  y así se obtendrá el ángulo  $d q h$  igual al  $c a b$  por tener sus lados respectivamente perpendiculares. Se traza despues la bisectriz  $k q$  del ángulo  $d q h$  y la perpendicular bajada desde el punto  $a$  á la recta  $k q$  será la bisectriz buscada. En efecto los dos ángulos  $k a m$  y  $k q d$  son iguales por ser los dos complementarios del  $d k q$  y por consiguiente como  $k q d = \frac{1}{2} x$  el ángulo  $k a m$  tambien será igual á la mitad del  $k a g = c a b$ , ó lo que es igual, que la recta  $a m$  es la bisectriz buscada.

Este problema puede tambien resolverse del modo siguiente: Supongamos que sea  $c a b$  (fig.<sup>a</sup> 81) el ángulo inaccesible cuya bisectriz se quiere conocer. Se establecen las alineaciones  $a d$  y  $a f$  en prolongacion de los lados del ángulo sobre las que se eligen dos puntos arbitrarios  $d$  y  $f$ ; haciendo estacion en dichos puntos se miden los ángulos  $a d f$  y  $a f d$  de los cuales se deduce el valor del ángulo  $c a b = x$  por la ecuacion  $a d f + a f d + x = 180^\circ$ . Conocido el valor del ángulo  $x$  se construyen al lado opuesto y en los extremos de la recta  $d f$  los ángulos  $f d g$  y  $d f g$  iguales á  $\frac{1}{2} x$  y el punto de encuentro  $g$  de sus lados pertenecerá á la bisectriz buscada y por lo tanto la cuestion quedaria reducida á establecer una alineacion en direccion de la linea  $a g$ . En efecto, el cuadrilátero  $a d g f$  es inscribible por tener sus ángulos opuestos suplementarios, los cuatro puntos  $a, d, g, f$  están, pues, sobre una misma circunferencia de la que son cuerdas las rectas  $d g$  y  $g f$  que son iguales porque el triángulo  $d f g$  es ixóscele, luego los dos ángulos  $d a g$  y  $g a f$  son iguales porque siendo inscritos abrazan entre sus lados arcos iguales.

---

(\*) Este problema se presenta con frecuencia en la guerra de sitio al tratar de determinar las capitales de las obras de fortificacion.

**141. Fijar la posición de un punto con relación á otros tres ya determinados y visibles desde él.**—Este problema que suele ocurrir con frecuencia en la parte planimétrica de un levantamiento se puede resolver del modo siguiente: Supongamos que D (fig.<sup>a</sup> 82) sea el punto que se quiere fijar con relación á los A, B, C, ya conocidos. Se hace estación en D, y con un goniómetro se determinan los valores de los ángulos  $\text{ADB}=\beta$  y  $\text{BDC}=\alpha$ , como además, por ser los puntos A, B, C, conocidos y determinados, se conocerán las distancias  $\text{AB}=c$ ,  $\text{AC}=b$  y  $\text{BC}=a$ , se tienen todos los datos necesarios para resolver el problema analítica ó gráficamente.

Para la resolución analítica consideremos los triángulos A B D y B D C de los cuales se deduce:

$$\text{BD} = \frac{c \cdot \text{sen. } x}{\text{sen. } \beta} \qquad \text{BD} = \frac{a \cdot \text{sen. } y}{\text{sen. } \alpha}$$

y por lo tanto

$$\frac{c \cdot \text{sen. } x}{\text{sen. } \beta} = \frac{a \cdot \text{sen. } y}{\text{sen. } \alpha}$$

ó bien

$$c \cdot \text{sen. } x \cdot \text{sen. } \alpha = a \cdot \text{sen. } y \cdot \text{sen. } \beta \dots\dots (1)$$

Además sabemos que la suma de los cuatro ángulos de un cuadrilátero es igual á cuatro rectos y por consiguiente se tendrá:

$$y + \alpha + \beta + \gamma + x = 360^\circ \quad \text{de donde} \quad y = 360^\circ - (\alpha + \beta + \gamma) - x$$

y como los ángulos  $\alpha, \beta, \gamma$ , son conocidos, podemos representar por  $\delta$  la diferencia  $360^\circ - (\alpha + \beta + \gamma)$  y se tendrá:

$$y = \delta - x \qquad (2)$$

cuyo valor sustituido en la ecuación (1) la convertirá en la siguiente:

$$c \cdot \text{sen. } \alpha \cdot \text{sen. } x = a \cdot \text{sen. } \beta \cdot \text{sen. } (\delta - x)$$

desarrollando  $\text{sen. } (\delta - x)$  y pasando todos los términos al primer miembro se tendrá:

$$c \cdot \text{sen. } \alpha \cdot \text{sen. } x - a \cdot \text{sen. } \beta \cdot \text{sen. } \delta \cos. x + a \cdot \text{sen. } \beta \cdot \cos. \delta \cdot \text{sen. } x = 0$$

dividiendo todos los términos por  $\text{sen. } x$  quedará:

$$c. \text{sen. } \alpha - a. \text{sen. } \beta. \text{sen. } \delta. \text{cotg. } x + a. \text{sen. } \beta \cos. \delta = 0$$

de donde

$$\text{cotg. } x = \frac{c. \text{sen. } \alpha + a. \text{sen. } \beta. \cos. \delta}{a. \text{sen. } \beta. \text{sen. } \delta} = \frac{c. \text{sen. } \alpha}{a. \text{sen. } \beta. \text{sen. } \delta} + \text{cotg. } \delta$$

y sacando  $\text{cotg. } \delta$  por factor comun se tendrá:

$$\text{cotg. } x = \text{cotg. } \delta \left( 1 + \frac{c. \text{sen. } \alpha}{a. \text{sen. } \beta. \cos. \delta} \right) \quad (3)$$

si se despeja  $x$  en la ecuacion (2) y se sustituye su valor en la (1), siguiendo una marcha análoga se tendrá:

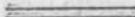
$$\text{cotg. } y = \text{cotg. } \delta \left( 1 + \frac{a. \text{sen. } \beta}{c. \text{sen. } \alpha. \cos. \delta} \right) \quad (4)$$

Siendo ya conocidos, por las ecuaciones (3) y (4) los valores de los ángulos  $x$  e  $y$ , la resolución trigonométrica de los triángulos ABD y BDC nos dará los valores de los lados AD, BD, y CD, y por consiguiente la posición del punto D está completamente determinada con respecto á los A, B, y C.

La resolución gráfica de este mismo problema es la siguiente: Supongamos que  $a$ ,  $b$ , y  $c$ , (fig.ª 83) sean la representación sobre el papel del plano de los puntos A, B y C (fig.ª 82) del terreno. Si sobre la recta  $ab$  se construye un segmento capaz del ángulo  $\beta$ , y sobre la  $bc$  otro capaz del ángulo  $\alpha$ , la intersección de estos dos arcos determinará la posición del punto  $d$  que será la representación del D del terreno.

Puede también resolverse el problema trazando sobre un papel de calcar los dos ángulos  $\alpha$  y  $\beta$ , se coloca después el papel sobre el plano, en que suponemos fijados los puntos  $a$ ,  $b$ , y  $c$ , y haciendo girar el papel trasparente hasta que las rectas trazadas en él pasen por los puntos  $a$ ,  $b$ , y  $c$ , respectivamente, la posición del vértice de los referidos ángulos nos marcará la del punto  $d$  y bastará pasarlo con una aguja muy fina al papel del plano.

Tanto esta solución como la anterior no determinarán la posición del punto D, en el caso particular de estar este punto sobre la circunferencia que pasa por los A, B, y C. En este caso excepcional se elige otro punto conocido que con los dos anteriores y el que se trata de determinar no estén en la misma circunferencia.



# SECCION SEGUNDA.

---

## NIVELACION Ó ALTIMETRÍA.

---

### CAPITULO I.

---

#### DEFINICIONES.—SISTEMAS DE NIVELACION.—RESÚMEN DE LAS OPERACIONES.

---

**142.** La *nivelacion ó altimetría*, segun se dijo ya en el párrafo 7, tiene por objeto determinar las cotas, sobre un plano de comparacion, de los diversos puntos del terreno. Expresándonos con más exactitud, el objeto de la *nivelacion* es encontrar las distancias verticales de los diversos puntos del terreno á una misma *superficie de nivel*. Comparando entre sí estas distancias podremos saber cuáles son los puntos más bajos ó más altos, y comprender los accidentes del terreno en sentido vertical.

**143.** Se llaman *superficies de nivel* las que son perpendiculares en cada punto á la direccion de la vertical. Cuando se consideran puntos cuyas distancias sean tales, que las verticales que pasan por ellos puedan considerarse como paralelas; las superficies de nivel, con respecto á las cuales podemos tomar las cotas de

estos puntos, serán planos horizontales. Pero si los puntos cuyas cotas se quieren comparar estuvieran á distancias tales que no podamos considerar sus verticales como paralelas, teniendo en cuenta que todas las verticales concurren en el centro de la Tierra cuya forma podemos considerar como esférica en los límites de los levantamientos topográficos, las superficies de nivel serán esféricas.

La superficie de las aguas de un estanque, de un lago, ó la del mar supuesto en reposo, son otras tantas superficies de nivel, pues como sabemos, la superficie libre de un líquido sometido solo á la accion de la pesantez, es en todos sus puntos perpendicular á la direccion de esta fuerza, que es la de la vertical.

**144.** Se llama *superficie de comparacion*, la superficie de nivel á partir de la cual se cuentan las distancias verticales ó cotas de los diferentes puntos del terreno. Dicha superficie de comparacion puede elegirse arbitrariamente, y lo mismo puede elegirse la de nivel que pase por el punto más alto del terreno, que la del punto más bajo ó cualquiera otra inferior ó superior á éstas. Si la elegimos inferior á todos los puntos del terreno, el número que exprese la cota de un punto será mayor á medida que el punto esté más elevado, y lo contrario sucederá si la superficie de comparacion es superior al terreno. En los levantamientos topográficos, se toma ordinariamente como superficie de comparacion, una superficie inferior á todos los puntos del terreno y á una distancia fijada arbitrariamente de uno de ellos, para que todas las cotas sean positivas, ó bien la superficie del mar supuesto en reposo y prolongado idealmente por debajo de los continentes. En este último caso las cotas de los diferentes puntos del terreno, se llaman *altitudes*.

**145.** La *diferencia de nivel* entre dos puntos cualesquiera del terreno, es la distancia, contada sobre la vertical de uno de ellos, de las superficies de nivel que pasan por dichos puntos. Consideremos, por ejemplo, los dos puntos *a* y *b* (fig.<sup>a</sup> 84) cuyas verticales *ac* y *bc* determinan un plano. Si en este plano trazamos los arcos *af* y *bd* cuyo centro es *c*, dichos arcos podrán representar las superficies de nivel de los expresados puntos, y suponiendo

que el arco  $hh'$  representa la superficie de comparacion, las cotas ó altitudes de dichos puntos serán las  $ah$  y  $bh'$ , y como

$$ah - bh' = ad = bf$$

resulta que efectivamente *la diferencia de nivel entre dos puntos es la distancia, contada sobre la vertical de uno de ellos, de las superficies de nivel que pasan por los expresados puntos.*

**146.** Para encontrar las cotas ó altitudes de todos los puntos del terreno, bastará que partiendo de uno cuya cota ó altitud se conozca y considerándolos de dos en dos, se vayan determinando sus diferencias de nivel; puesto que si á la cota ó altitud del primero añadimos, con el signo que le corresponda, la diferencia de nivel que exista entre éste y otro punto, tendremos conocida la cota ó altitud del segundo; del mismo modo, conocida la cota ó altitud de éste segundo y la diferencia de nivel con otro tercero, podremos conocer la cota ó altitud de este último, y así sucesivamente la de todos los que convenga determinar.

Segun se vé hace falta conocer una cota ó altitud inicial. Si la superficie de comparacion se ha elegido arbitrariamente desde luego sabremos á qué distancia está de tal ó cual punto del terreno, y éste servirá de partida para la nivelacion. Si la superficie de comparacion no es arbitraria y se ha tomado la del mar, será preciso que con anterioridad se conozca la altitud de un punto comprendido en el terreno del levantamiento ó próximo á él. Tambien se puede partir de un punto de la costa de cota cero, si el terreno que comprende el levantamiento está próximo al mar. Cuando ésto no suceda, ni por operaciones anteriores se conozca la latitud de un punto, y sin embargo se quiera tomar como superficie de comparacion la del mar, se podrá determinar con suficiente aproximacion la altitud de un punto por observaciones barométricas de la manera explicada en el curso de Física.

**147.** Suponiendo conocida la cota ó altitud de un punto, el problema que tenemos que resolver es determinar las diferencias de nivel que existen entre los diversos puntos del terreno considerándolos de dos en dos. Esta determinacion puede hacerse por tres procedimientos. 1.º Por el conocimiento de los ángulos que con las horizontales ó verticales que pasan por los dos puntos ó solo por

uno de ellos, forma la línea que los une, conociéndose además la longitud de dicha línea. 2.º Por las distancias verticales de los dos puntos á una misma superficie de nivel. 3.º Por observaciones barométricas ejecutadas en los dos puntos.

Al primer procedimiento se le dá el nombre de *nivelacion por ángulos verticales ó de pendiente*. Al segundo el de *nivelacion ordinaria ó nivelacion por alturas*, y al tercero el de *nivelacion barométrica*.

**148.** Cuando marchando en direccion de una línea poligonal, se van determinando las diferencias de nivel de sus diversos vértices, se dice que se vá trazando un *perfil* en direccion de la citada línea, por que se llama *perfil* la interseccion del terreno con una superficie prismática ó cilíndrica de aristas ó generatrices verticales cuya base sea una línea poligonal ó curva de direccion determinada.

En la nivelacion es preciso seguir una marcha análoga á la que se ha seguido en la planimetría, con el objeto de evitar la acumulacion de errores y facilitar el enlace de las operaciones. Para elegir y formar lo que podemos llamar *redes* de la nivelacion, debe ténerse en cuenta que, así como en planimetría los resultados son tanto más precisos cuanto menor es el número de triángulos, es decir, cuanto mayores son éstos, en la nivelacion por el contrario, las cotas tendrán tanta mayor precision cuanto que se hayan determinado á menores distancias.

Las *redes* en que se apoyan las operaciones de la nivelacion, están formadas por perfiles que siguen la direccion de las líneas que más caracterizan el relieve del terreno.

---

---

## CAPITULO II.

---

### NIVELACION POR ÁNGULOS VERTICALES.

---

---

#### **Eclímetros.**

---

**149.** Al ángulo que una línea forma con la vertical de uno de sus extremos se llama *distancia zenital*, y al que forma con la horizontal del mismo punto *ángulo de altura*; como en un punto dado la horizontal es perpendicular á la vertical, las distancias zenitales serán los complementos de los ángulos de altura que tambien suelen llamarse *ángulos de pendiente*, siendo por lo tanto indiferente que los aparatos que se usen para la medida de estos ángulos verticales nos determinen las distancias zenitales ó los ángulos de altura, puesto que conocido el valor de estos últimos se puede fácilmente deducir el de las primeras, y al contrario. Dichos aparatos toman el nombre general de *Eclímetros*.

Los *Eclímetros* consisten, esencialmente, en un círculo, semi-círculo ó sector circular graduado, centrado sobre un eje horizontal que por construcción es perpendicular á su plano; alrededor de este eje puede girar un anteojo arrastrando en su movimiento á una regla ó círculo de nonios, y todo el sistema puede girar alrededor de un eje vertical sostenido por tres piés provistos de tor-

nillos verticales por medio de los cuales y guiándose por las indicaciones de un nivel pueda darse á dicho eje la direccion vertical.

Los eclímetros destinados á la medicion de distancias zenitales se diferencian de los que miden ángulos de altura, en que en los primeros el limbo es completo y su graduacion es continua de  $0^{\circ}$  á  $360^{\circ}$  ó de  $0^{\circ}$  á  $400^{\circ}$ , segun la division sea sexagesimal ó centesimal, mientras que los segundos pueden ser solo un semilimbo ó sector circular y á partir del cero las graduaciones se extienden en sentidos contrarios.

**150. Determinacion de las distancias zenitales.**—Para medir el valor de la distancia zenital de una línea dada, se coloca un eclímetro de distancias zenitales en estacion sobre la vertical de uno de los extremos de la línea, se numeran los nónios llamando *primer nónio* al que estando el limbo á la izquierda del observador corresponda á la parte superior, si la línea de los nónios es perpendicular á la direccion del anteojo, ó al que corresponda al ocular si la expresada línea está en direccion del anteojo; efectuando enseguida las comprobaciones siguientes: 1.<sup>a</sup> *verticalidad del eje general de rotacion*, 2.<sup>a</sup> *perpendicularidad entre el eje óptico del anteojo y el eje horizontal alrededor del cual gira*, y 3.<sup>a</sup> *horizontalidad de este último eje*. Estas comprobaciones y las rectificaciones á que haya lugar se efectúan de la manera explicada en el párrafo 39.

Concluidas estas operaciones, se dirige el anteojo á la señal colocada en el otro extremo de la línea, valiéndose de los movimientos azimutales alrededor del eje vertical y de los zenitales alrededor del eje horizontal, haciendo la coincidencia del centro del retículo con la parte superior de la señal por medio del correspondiente tornillo de coincidencia. En el registro se anotan los grados, minutos y segundos marcados por los nónios y en la casilla destinada á los promedios se ponen los grados correspondientes al *primer nónio* y la semisuma de los minutos y segundos marcados por los dos. Se da despues un giro de  $180^{\circ}$  al aparato alrededor del eje vertical y se invierte la posicion del anteojo, haciéndole girar alrededor del eje horizontal, para que el ocular vuelva al lado del operador, con todo lo cual el limbo zenital habrá quedado á la

derecha de éste. En esta posición se dirige otra vez la visual á la señal colocada en el otro extremo de la línea, con las mismas precauciones que antes, y se hacen y anotan las lecturas correspondientes á los dos nónios poniendo en la casilla destinada á los promedios los grados marcados por el *primer nónio* y la semisuma de los minutos y segundos marcados por los dos. Si designamos por I el promedio de las lecturas en la primera posición del círculo vertical y por D el que corresponde á las efectuadas en la segunda posición, la distancia zenital aparente vendrá dada por la fórmula

$$z = \frac{D - I}{2}.$$

En efecto, sea CV (fig.<sup>a</sup> 85) el eje vertical del eclímetro, *ab* la posición del anteojo, dirigido á la señal colocada en el otro extremo de la recta cuya distancia zenital se quiere medir, cuando el círculo del eclímetro está á la izquierda del observador. Sea *o* la posición del cero de la graduación y supongamos que ésta va de izquierda á derecha, siendo *n* la posición del *primer nónio*. La primera lectura que hemos representado por I será el valor del arco *on*. Al hacer girar al aparato 180° alrededor del eje VV', el punto *o* vendrá á ocupar la posición *o'*, el anteojo la *a'b'* estando su ocular en *b'* y su objetivo en *a'*, y el nónio *n* vendrá á la posición *n'* donde continuará marcando la misma graduación siendo *o'n' = on*. Al hacer girar ahora el anteojo alrededor del eje horizontal, proyectado en *c*, hasta que la visual dirigida por él vuelva á pasar por el punto observado, el ocular describirá el arco *b'p'b* que es precisamente el doble de la distancia zenital que queremos encontrar, y como la regla ó círculo de los nónios está invariablemente unida al anteojo, el *primer nónio* pasará de la posición *n'* á la *n''* describiendo un arco *n'n''* igual al *b'p'b* descrito por el ocular del anteojo. La lectura correspondiente á esta nueva posición será el valor del arco *o'pab'n''* (\*), y como el referido nónio lo que ha hecho es

---

(\*) No debe extrañar que ahora contemos este arco como si la graduación del limbo fuese en sentido contrario, pues para que la figura sirva á la explicación, suponemos al observador fijo en su primera posición y observando por lo tanto la graduación como si el limbo se transparentase.

recorrer á partir de su posicion  $n'$  un arco igual al doble de la distancia zenital buscada, claro es que esta segunda lectura se diferenciará de la primera en el doble de la mencionada distancia zenital, y se tendrá:

$$2z = b'p'b = n'an' = o'pan' - o'pn'$$

y como se ha representado  $o'pn'$ , por I y  $o'pan'$  por D, se tendrá:

$$2z = D - I \quad \text{de donde} \quad z = \frac{D - I}{2}$$

**151.** Al encontrar la anterior fórmula hemos supuesto que el eje de rotacion  $VV'$  es exactamente vertical. Si no lo fuese, como operando de la manera que hemos indicado lo que se determina es el ángulo que la recta observada forma con el eje  $VV'$ , tendremos necesidad de conocer la inclinacion de dicho eje respecto á la vertical para sumar ó restar el valor de dicha inclinacion, segun su sentido, al obtenido para  $z$  en la fórmula anterior. En efecto, si suponemos que  $oV$  (fig.<sup>a</sup> 86) es la posicion vertical que debe tener el eje de rotacion del eclímetro,  $oE$  la posicion que realmente tiene formando con la vertical un ángulo  $VoE = y$ , siendo  $c$  y  $c'$  las respectivas proyecciones sobre el plano de la figura del eje de rotacion del antejo, y  $b$  el punto observado. La distancia zenital obtenida por el procedimiento que se acaba de indicar será la  $Ec'b = \delta$ , la verdadera es  $Vcb = z$ , y representando por  $\Sigma$  el ángulo  $cbc'$  se tendrá:

$$z = Vcb = cbo + cob = c'bo - \Sigma + cob = c'bo - \Sigma + y + c'ob = \\ c'bo + c'ob + y - \Sigma = \delta + y - \Sigma$$

pero como el ángulo  $\Sigma$  es muy pequeño se podrá despreciar y quedará

$$z = \delta + y.$$

Si la inclinacion del eje del eclímetro respecto á la vertical fuese en sentido contrario es decir que dicho eje ocupase una posicion tal como la  $oE'$  (fig.<sup>a</sup> 86) se tendria de una manera análoga:

$$z = Vcb = cbo + cob = c''bo + \Sigma' + cob = c''bo + \Sigma + c'ob - y' = \\ c''bo + c''ob - y' + \Sigma' = \delta' - y' + \Sigma'$$

y despreciando el ángulo  $\Sigma$ :

$$z = \delta' - y'$$

La inclinacion del eje del eclímetro, en el plano vertical de la visual, se determina por las lecturas correspondientes á las extremidades de la burbuja del nivel que lleva el eclímetro, en dos posiciones inversas del limbo. En el párrafo 31 se dijo que dicha inclinacion estaba determinada, en funcion de las expresadas lecturas, por la fórmula del párrafo 29:

$$y = \frac{1}{4} n'' \{ (a' + a'') - (a_1 + a_2) \}$$

en la cual  $y$  representa la inclinacion del eje respecto á la vertical,  $n''$  el número de segundos á que equivale una division del tubo del nivel,  $a'$ ,  $a''$ , las lecturas correspondientes á las extremidades de la burbuja estando el limbo del eclímetro á la izquierda del observador, y  $a_1$ ,  $a_2$ , las lecturas correspondientes á las extremidades de la burbuja cuando el mencionado limbo está á la derecha del observador. Ahora bien, si la inclinacion del eje respecto á la vertical es hácia el objeto que se observa, la correccion que tenemos que hacer á la distancia zenital observada es, segun hemos visto, aditiva, y en el caso contrario sustractiva; pero si nos fijamos en que se ha supuesto el origen de las graduaciones del tubo del nivel en la extremidad de la izquierda, suponiendo al observador mirando al limbo y á éste en su primera posicion, las lecturas  $a'$  y  $a''$  serán mayores que las  $a_1$  y  $a_2$ , en el primer caso, resultando por consiguiente el valor de  $y$  positivo; y por el contrario siendo  $a'$  y  $a''$  menores que  $a_1$  y  $a_2$ , en el segundo y por lo tanto el valor de  $y$  negativo, podremos establecer la regla general siguiente: *efectuadas las lecturas correspondientes á las extremidades de la burbuja del nivel en las dos posiciones del limbo del eclímetro, la correccion que de dichas lecturas resulte se añadirá siempre con su signo al valor obtenido para  $z$ , resultando así corregido el error producido por la inclinacion del eje de rotacion del eclímetro.*

Si la graduacion del limbo fuese en sentido contrario del que se ha supuesto, habrá que cambiar el signo de  $D$  ó  $I$  en la fórmula encontrada, y lo mismo habrá que hacer con las sumas  $(a' + a'')$  y  $(a_1 + a_2)$  en la fórmula que nos dá el valor de la inclinacion del eje, si la graduacion del nivel fuese en sentido contrario á como se ha

supuesto. Llamando, pues, numeracion *normal* en el limbo la que crece de izquierda á derecha, suponiendo al observador colocado en su centro, y respecto del nivel cuando crece tambien de izquierda á derecha para el observador colocado de frente á la division del limbo, y numeracion *anormal* en los casos contrarios, se tendrá para los cuatro casos que pueden ocurrir:

$$\begin{aligned} \left. \begin{array}{l} \text{Círculo } \textit{normal} \\ \text{y nivel } \textit{normal} \end{array} \right\} z &= \frac{D-I}{2} + \frac{1}{4} n'' \{ (a' + a'') - (a_1 + a_2) \} \\ \left. \begin{array}{l} \text{Círculo } \textit{anormal} \\ \text{y nivel } \textit{anormal} \end{array} \right\} z &= \frac{I-D}{2} + \frac{1}{4} n'' \{ (a_1 + a_2) - (a' + a'') \} \\ \left. \begin{array}{l} \text{Círculo } \textit{normal} \\ \text{y nivel } \textit{anormal} \end{array} \right\} z &= \frac{D-I}{2} + \frac{1}{4} n'' \{ (a_1 + a_2) - (a' + a'') \} \\ \left. \begin{array}{l} \text{Círculo } \textit{anormal} \\ \text{y nivel } \textit{normal} \end{array} \right\} z &= \frac{I-D}{2} + \frac{1}{4} n'' \{ (a' + a'') - (a_1 + a_2) \} \end{aligned}$$

**152.** Cuando el limbo está unido al anteojo participando de los movimientos de éste, siendo fija la regla de los nónios, y al invertir el anteojo es preciso efectuar el giro de manera que el objetivo vaya por la parte inferior, la fórmula que dá el valor de la distancia zenital será:

$$z = \frac{1}{2} (360^\circ + I - D) + y$$

En efecto, si representamos como antes por *I* la lectura cuando el limbo está á la izquierda del observador; despues del giro de  $180^\circ$  alrededor del eje vertical al invertir el anteojo se hace girar á éste, y por lo tanto al limbo á él unido, un arco *a'p'a* (fig.<sup>a</sup> 85) que es igual á  $360^\circ - 2z$ , la segunda lectura *D* será igual á la primera aumentada en lo que ha girado el limbo y por consiguiente se tendrá:

$$D = I + 360^\circ - 2z \quad \text{de donde} \quad z = \frac{1}{2} (360^\circ + I - D)$$

**153.** Los registros para las observaciones de distancias zenitales pueden ser de la forma del que á continuacion ponemos y en él, además de los datos de que hemos hablado se anotarán tambien las alturas sobre el terreno del eje de rotacion del anteojo y del punto de mira en la señal observada, para hacer despues la correccion que explicaremos á continuacion.

### Estacion en el vértice Palos.

Se empezó la observacion el dia 4 de Enero á las 11<sup>h</sup> — 15<sup>m</sup>

Una parte del nivel = 12"

Altura del instrumento = 1<sup>m</sup>.39

Numeracion

{ del circulo = Normal.  
del nivel = Normal.

| Nombres de los objetos.            | Circulo a la  | Extremos del nivel. | Notas. |     | Lecturas. | Promedios. | + D - I | + $\frac{D-I}{2}$ | Altura del punto de mira | Forma de los objetos. | Notas. |
|------------------------------------|---------------|---------------------|--------|-----|-----------|------------|---------|-------------------|--------------------------|-----------------------|--------|
|                                    |               |                     | 0      | 1   |           |            |         |                   |                          |                       |        |
| <i>Lino.</i>                       | I             | $a' =$              | 8      | 102 | 34        | 20         | 102     | 34                | 15                       | 2 <sup>m</sup> .00    |        |
|                                    |               | $a'' =$             | 22     |     |           |            |         |                   |                          |                       |        |
|                                    |               | $a' + a'' =$        | 30     | 282 | 34        | 10         |         |                   |                          |                       |        |
|                                    | D             | $a_1 =$             | 23     | 279 | 15        | 10         | 279     | 15                | 15                       |                       |        |
|                                    |               | $a_2 =$             | 9      |     |           |            |         |                   |                          |                       |        |
|                                    |               | $a_1 + a_2 =$       | 32     | 99  | 15        | 20         |         |                   |                          |                       |        |
| <i>Cerro.</i><br>(punto interior.) | D             | $a_1 =$             | 22     | 281 | 00        | 10         | 281     | 00                | 00                       | 2 <sup>m</sup> .50    |        |
|                                    |               | $a_2 =$             | 8      |     |           |            |         |                   |                          |                       |        |
|                                    |               | $a_1 + a_2 =$       | 30     | 100 | 59        | 50         |         |                   |                          |                       |        |
|                                    | I             | $a' =$              | 7      | 100 | 50        | 20         | 100     | 50                | 35                       |                       |        |
|                                    |               | $a'' =$             | 21     |     |           |            |         |                   |                          |                       |        |
|                                    |               | $a' + a'' =$        | 28     | 280 | 50        | 50         |         |                   |                          |                       |        |
| <i>Pan.</i>                        | I             | $a' =$              | 7      | 90  | 19        | 20         | 99      | 19                | 25                       | 2 <sup>m</sup> .25    |        |
|                                    |               | $a'' =$             | 21     |     |           |            |         |                   |                          |                       |        |
|                                    |               | $a' + a'' =$        | 28     | 279 | 19        | 30         |         |                   |                          |                       |        |
|                                    | D             | $a_1 =$             | 22     | 282 | 30        | 00         | 282     | 30                | 15                       |                       |        |
|                                    |               | $a_2 =$             | 8      |     |           |            |         |                   |                          |                       |        |
|                                    |               | $a_1 + a_2 =$       | 30     | 102 | 30        | 30         |         |                   |                          |                       |        |
| D                                  | $a_1 =$       | 22                  | 278    | 51  | 10        | 278        | 51      | 15                | 1 <sup>m</sup> .75       |                       |        |
|                                    | $a_2 =$       | 8                   |        |     |           |            |         |                   |                          |                       |        |
|                                    | $a_1 + a_2 =$ | 30                  | 98     | 51  | 20        |            |         |                   |                          |                       |        |
|                                    | I             | $a' =$              | 8      | 102 | 58        | 40         | 102     | 58                |                          |                       | 25     |
|                                    |               | $a'' =$             | 22     |     |           |            |         |                   |                          |                       |        |
|                                    |               | $a' + a'' =$        | 30     | 282 | 58        | 10         |         |                   |                          |                       |        |

**154.** Si la altura del aparato sobre el vértice en que se hace estacion no es igual á la que tiene el punto de mira sobre el otro extremo de la línea cuya distancia zenital se quiere encontrar, es preciso corregir el valor obtenido para  $z$ .

Para hallar la correccion que en tal caso necesitamos efectuar, supongamos que B (fig. \* 87) sea el punto de estacion en el cual está colocado el instrumento, teniendo el eje de giro del anteojo á la altura EB que llamaremos A. Sea C el otro extremo de la línea cuya distancia zenital se quiere encontrar y supongamos que el punto de la señal colocada en C al cual se ha dirigido la visual, está á la altura DC, que llamaremos A'. Sean V y V' las verticales de los puntos B y C, y llamemos L á la distancia que existe entre los referidos puntos. Si por el E se considera trazada la línea EF paralela á la BC, tendremos que la distancia zenital que se quiere encontrar será el ángulo VBC que es igual por correspondiente al VEF.

La distancia zenital que se mide es la de la visual ED que es el ángulo VED, el error cometido será, pues, el ángulo DEF que es la diferencia entre los VEF y VED, y en el triángulo DEF se tendrá:

$$\frac{\text{sen. DEF}}{\text{sen. EDF}} = \frac{DF}{EF} \quad \text{de donde} \quad \text{sen. DEF} = \frac{DF \cdot \text{sen. EDF}}{EF}$$

pero  $DF = A' - A$ , el  $\text{sen. EDF}$  se puede considerar igual á  $\text{sen. } z$ , en vez de EF se puede poner L, y llamando  $\alpha$  al ángulo DEF se tendrá:

$$\text{sen. } \alpha = \frac{(A' - A) \cdot \text{sen. } z}{L}$$

y como el ángulo  $\alpha$  es muy pequeño, se puede tomar el seno por la rectificacion del arco y por lo tanto el valor gradual será:

$$\alpha = \frac{(A' - A) \cdot \text{sen. } z}{L \cdot \text{sen. } 1''}$$

El número de segundos que resulten para valor de  $\alpha$  se añadirá con su signo al valor obtenido para  $z$  en las fórmulas de los párrafos 151 y 152, obteniéndose así el valor de la distancia zenital aparente corregida del error de que nos acabamos de ocupar.

**155. Determinacion de los ángulos de altura.**—Los ángulos de altura pueden ser de *elevacion* ó de *depression*. Se llaman de *elevacion*, cuando la línea, cuyo ángulo de altura se quiere determinar, queda por encima de la horizontal del punto de estacion; llamándose de *depression* en el caso contrario, es decir, cuando la citada línea queda por debajo de la horizontal del punto de estacion.

Los eclímetros destinados á la medicion de los ángulos de altura, dan desde luego su valor por medio de una sola observacion; pero además de ejecutar las rectificaciones indicadas en los de distancias zenitales, es preciso comprobar si el eje óptico del anteojo es horizontal cuando el cero del nónio coincide con el de la graduacion del limbo del eclímetro. Para comprender la manera de efectuar esta comprobacion y la rectificacion necesaria, en el caso en que la mencionada condicion no se cumpla, supongamos que al hacer coincidir el cero del nónio con el de la graduacion del limbo, y despues de efectuadas las comprobaciones y rectificaciones indicadas en el párrafo 150, el anteojo quedase en la posicion *ab* (figura 88), formando su eje óptico un ángulo *bch* con la horizontal *ch* del punto *c* que representa la proyeccion del eje de rotacion del anteojo. Valiéndose solo del movimiento azimutal de todo el aparato alrededor del eje vertical, se dirige la visual á una *mira* ó region graduado colocado verticalmente, con el auxilio de una plomada, á 40 ó 50 metros de distancia, anotando la graduacion *D* que en dicha mira corresponde á la visual. Se dá despues un giro de  $180^\circ$  á todo el aparato alrededor del eje vertical. A consecuencia de este movimiento el anteojo vendrá á ocupar la posicion *a'b'*, estando su ocular en *a'* y el objetivo en *b'*, formando su eje óptico con la horizontal *ch* un ángulo *a'ch* igual al *bch*. Se invierte despues el anteojo para que el ocular venga al lado del operador, teniendo cuidado de volver á hacer coincidir el cero del nónio con el de la graduacion del limbo. Dirigiendo de nuevo la visual á la mira se encontrará una nueva lectura *F*. Ahora bien, siendo la *CH* perpendicular á la *FD* y los ángulos *DCH* y *FCH* iguales, el triángulo *FGD* es ixósecele y por consiguiente  $DH = HF$ . Lo que nos dice, que tomando el promedio de las dos lecturas efectuadas en la mira se obten-

drá la graduacion  $H$  que en ella corresponde á la horizontal  $CH$ , y por lo tanto conocido ya este punto  $H$  bastará que, dejando fijo el anteojo al limbo para no perder la coincidencia de los ceros, por los tornillos correspondientes hagamos girar al limbo hasta que la visual dirigida por el anteojo venga á pasar por el punto  $H$ . Si el limbo estuviese unido al anteojo participando de los movimientos de éste, la correccion se hará dirigiendo el anteojo al punto  $H$  y variando la colocacion del nóvio hasta conseguir que su cero coincida con el del limbo. Si la disposicion particular del eclímetro no permitiese hacer las indicadas correcciones, se dirigirá el anteojo al punto  $H$  y se anota la graduacion que en esta posicion marque el cero del nóvio; este valor será preciso tenerlo en cuenta para añadirlo ó restarlo, segun su sentido, á los ángulos de altura que se midan con el aparato.

Puede suceder que el anteojo del eclímetro no pueda invertirse, en cuyo caso para comprobar la horizontalidad del eje óptico del anteojo cuando el cero del nóvio coincida con el de la graduacion del limbo, se opera de la manera siguiente: se coloca en estacion el instrumento sobre la vertical de un punto  $M$  (fig.<sup>a</sup> 89) del terreno colocando en otro  $N$ , distante del primero 40 ó 50 metros, una señal cuya altura  $bN$  sea igual á la  $aM$  que existe desde el eje de rotacion del anteojo al terreno. Suponiendo que  $ah$  sea la direccion del eje óptico del anteojo, cuando los citados ceros coinciden, al dirigir la visual  $ab$ , que será paralela á la línea  $MN$  por ser  $aM = bN$ , el cero del nóvio marcará una graduacion que será el valor del ángulo  $dah$ . Se traslada despues el instrumento al punto  $c$  de la vertical del  $N$ , colocando en el  $M$  una señal á la que se dará una altura  $gM = cN$ ; al dirigir ahora por el anteojo la visual  $cg$ , que será paralela á la  $ab$  por serlo ambas á la  $MN$ , se obtendrá en el limbo el valor del ángulo  $h'cf$  que debe ser igual al  $dah$  si el eje óptico del anteojo es horizontal cuando los ceros coinciden, porque dichos ángulos tendrán entonees sus lados paralelos, diferenciándose solo en que uno será de elevacion y el otro de depression. Si la expresada igualdad no se verifica nos indicará que la condicion de que nos ocupamos no se cumple y en tal caso para comprender la rectificacion que es preciso efectuar supongamos

que,  $ah$  (fig.<sup>a</sup> 90) sea la horizontal del punto  $a$ ,  $an$  la dirección del eje óptico del anteojo cuando el cero del nónio coincide con el de la graduación del limbo del eclímetro, formando dicho eje óptico con la horizontal un ángulo  $n ah$  que llamaremos  $\Sigma$ . Al dirigir la visual  $ab$  á una señal cuya altura  $bN$  sea igual á  $aM$ , el cero del nónio marcará en el limbo el valor del ángulo  $d an$  que llamaremos  $\alpha$ , y representando por  $x$  el verdadero ángulo de altura  $d ah$  que corresponde á la visual se tendrá  $x = \alpha + \Sigma$ . Al hacer estacion en el punto  $N$ , el eje óptico del anteojo, cuando los ceros del nónio y limbo coincidan, seguirá formando el mismo ángulo con la horizontal  $ch'$ , es decir que se verificará  $n'ch' = \Sigma$ ; al dirigir la visual  $cg$  á la señal colocada en el punto  $M$  y cuya altura  $gM$  sea igual á la  $GN$ , se leerá en el limbo una graduación  $\alpha'$  que medirá el ángulo  $n'cf$  y como la línea  $cg$  es paralela á la  $ab$  los ángulos  $d ah$  y  $fch$  serán iguales y por consiguiente tendremos  $h'cf = x = \alpha' - \Sigma$ , deduciéndose de las dos ecuaciones encontradas  $x = \frac{\alpha + \alpha'}{2}$ .

Determinado ya el valor de este ángulo  $x$ , bastará hacer que el cero del nónio marque en el limbo la graduación correspondiente al valor de  $x$  y fijando el anteojo al limbo se moverá éste último hasta que la visual dirigida por el primero vuelva á coincidir con la línea  $cg$ , en el supuesto que el limbo sea fijo y la regla del nónio se mueva con el anteojo, con lo cual quedará efectuada la corrección. Si por el contrario el nónio fuese fijo y el limbo estuviese unido al anteojo participando por consiguiente de los movimientos de éste, la corrección se efectuará dirigiendo el anteojo en la dirección  $cg$  y variando la colocación del nónio hasta que en esta posición del anteojo y limbo nos marque el valor encontrado para  $x$  en la ecuación anterior.

En algunos eclímetros destinados á la medida de los ángulos de altura, existe un nivel de burbuja de aire apoyado directamente en el anteojo, pudiéndose invertir dicho nivel, bien sea por un movimiento aislado separándolo accidentalmente del anteojo, ó bien por el cambio de éste en sus collares. En este caso la comprobación de la horizontalidad del eje óptico cuando el cero del nónio coincida con el de la graduación del limbo, puede hacerse rectificando el

nivel y viendo despues si, al hacer la expresada coincidencia de los ceros, la burbuja permanece en sus referencias.

**156.** Para determinar el valor del ángulo de altura de una recta dada, se hará estacion en uno de sus extremos con un eclímetro de ángulos de altura y despues de efectuadas las correcciones indicadas en los párrafos anteriores se dirige el anteojo á la señal colocada en el otro extremo de la línea, á esta señal se le dará la misma altura que tenga el eje de rotacion del anteojo sobre el terreno si se quiere evitar la reduccion al terreno del ángulo observado, la lectura que en el limbo del eclímetro corresponda al cero del nónio será el valor del ángulo de altura buscado, conociéndose además, por el sentido de la graduacion en que se verifique la lectura, si el expresado ángulo es de elevacion ó de depresion.

**157. Ejemplos de eclímetros.**—Los eclímetros pueden ser, por construccion, aparatos independientes de los goniómetros usados en planimetría, pero lo regular es que dichos goniómetros tengan las adiciones necesarias para que puedan usarse tambien como eclímetros, y estas adiciones se reducen á un limbo, semilimbo ó sector circular centrado sobre el eje horizontal de rotacion del anteojo, siendo el plano del citado limbo perpendicular por construccion al mencionado eje, y una regla ó circulo de nónios unido al anteojo para marcar en dicho limbo los ángulos de altura ó distancias zenitales de las visuales dirigidas por el anteojo. Ya hemos visto que esta disposicion puede diferir en estar fijo el nónio y en cambio el limbo sea el que unido al anteojo participe de sus movimientos.

Al describir los teodolitos en planimetría explicamos la disposicion del limbo zenital con el que pueden medirse los ángulos verticales, efectuándose esta medida al mismo tiempo que la de las direcciones azimutales al hacer estacion con el instrumento en los diversos vértices de la triangulacion, aprovechando las horas del centro del dia que no son apropósito para la observacion de direcciones azimutales, para medir los ángulos verticales de las expresadas direcciones.

Al ocuparnos tambien en la planimetría de la Pantómetra y de

la alidada de la Plancheta, vimos que dichos aparatos tenian un sector circular vertical y por consiguiente pueden emplearse como eclímetros.

Por último, la mayor parte de las brújulas pueden tambien emplearse como eclímetros, para lo cual llevan, centrado en el eje de rotacion del anteojo, un limbo vertical cuyas disposiciones mas comunes son las que representan las figuras 91, 92 y 93.

### Fórmulas de la nivelacion por ángulos verticales.

---

#### 158. Deduccion de las fórmulas generales:

—Empezaremos suponiendo que los dos puntos cuya diferencia de nivel se quiere encontrar, están á una distancia tal que es preciso tomar en cuenta, no solo la falta de paralelismo entre las verticales de dichos puntos, sino tambien el error producido por la refraccion atmosférica, la cual como sabemos hace que los puntos que se observan aparezcan más elevados sobre el horizonte de lo que realmente están. De este modo tenemos la ventaja de deducir las fórmulas aplicables en el caso de que las distancias sean más cortas, por sencillas modificaciones en las fórmulas generales encontradas.

159. Sean A y B (fig.<sup>a</sup> 94) los dos puntos cuya diferencia de nivel se quiere encontrar, VC y V'C las verticales de dichos puntos, MN la superficie de comparacion,  $a$  y  $a'$  las cotas ó altitudes AM y BN de los referidos puntos. Supongamos que al hacer estacion en A y observar el punto B, por efecto de la refraccion se vea éste en B'; llamemos  $z$  á la distancia zenital aparente VAB' y  $\theta$  al error B'AB debido á la refraccion. Del mismo modo, supongamos que al hacer estacion en B y observar el punto A, se vea éste en A'; llamemos  $z'$  á la distancia zenital aparente V'BA', y  $\theta'$  al error A'BA de refraccion, por último, llamemos L á la distancia horizontal MN que existe entre los dos puntos, y R al radio terrestre CM. En el triángulo ABC se tendrá:

$$\frac{AC}{BC} = \frac{\text{sen. } \angle ABC}{\text{sen. } \angle BAC}$$

de donde

$$\frac{AC + BC}{AC - BC} = \frac{\text{sen. } \angle ABC + \text{sen. } \angle BAC}{\text{sen. } \angle ABC - \text{sen. } \angle BAC} = \frac{\text{tang. } \frac{1}{2} (\angle ABC + \angle BAC)}{\text{tang. } \frac{1}{2} (\angle ABC - \angle BAC)}$$

ó bien

$$\frac{a + a' + 2R}{a - a'} = \frac{\text{tang. } \frac{1}{2} (\angle ABC + \angle BAC)}{\text{tang. } \frac{1}{2} (\angle ABC - \angle BAC)}$$

en cuya ecuacion podemos despejar la diferencia de nivel  $a - a'$  que se quiere encontrar, y se tendrá:

$$(a - a') = \text{tg. } \frac{1}{2} (\angle ABC - \angle BAC) \cdot \text{cot. } \frac{1}{2} (\angle ABC + \angle BAC) \cdot (a + a' + 2R) \dots (H)$$

pero

$$\angle ABC + \angle BAC = 180^\circ - C$$

por lo cual  $\text{cotg. } \frac{1}{2} (\angle ABC + \angle BAC) = \text{tang. } \frac{1}{2} C$

por otra parte  $\angle ABC = 180^\circ - (z' + \theta)$  y  $\angle BAC = 180^\circ - (z + \theta)$

por consiguiente  $\angle ABC - \angle BAC = z + \theta - z' - \theta'$

y  $\text{tang. } \frac{1}{2} (\angle ABC - \angle BAC) = \text{tang. } \frac{1}{2} (z + \theta - z' - \theta')$

sustituyendo estos valores en la ecuacion (H) y sacando 2R por factor comun se tendrá:

$$a - a' = 2R \text{ tg. } \frac{1}{2} C \cdot \text{tg. } \frac{1}{2} (z + \theta - z' - \theta') \cdot \left(1 + \frac{a + a'}{2R}\right)$$

considerando ahora la pequeña magnitud de  $a$  y  $a'$  comparada con el diámetro terrestre 2R, podremos despreciar la fraccion  $\frac{a + a'}{2R}$ ,

y atendiendo tambien á la pequeñez del ángulo en C formado por las verticales, podremos considerar al arco MN confundido con la tangente en su punto medio D y por consiguiente tendremos:

$$\frac{1}{2} L = R \text{ tang. } \frac{1}{2} C \text{ de donde } 2R \text{ tang. } \frac{1}{2} C = L$$

con todo lo cual quedará la ecuacion anterior convertida en la siguiente:

$$a - a' = L \text{ tang. } \frac{1}{2} (z + \theta - z' - \theta')$$

por último, si las observaciones efectuadas en los puntos A y B se han hecho al mismo tiempo ó en condiciones atmosféricas idénticas; los valores de  $\theta$  y  $\theta'$  podrán considerarse iguales, y la ecuacion anterior, llamando  $d$  á la diferencia de nivel  $a - a'$ , quedará reducida á la siguiente:

$$d = L \operatorname{tang.} \frac{1}{2} (z - z') \quad (1)$$

Esta fórmula nos dá el valor de la diferencia de nivel entre dos puntos, en funcion de su distancia horizontal y de las distancias zenitales aparentes de la línea que los une, medidas en los dos puntos, sin tener que tomar en cuenta el error producido por la refraccion.

A las distancias zenitales de una misma recta observadas en sus dos extremos, se les dá el nombre de *distancias zenitales reciprocas*.

### 160. Cálculo del coeficiente de refraccion.

—El conocimiento de las distancias zenitales reciprocas, sirve tambien para calcular el valor del *coeficiente de refraccion*. Se llama *coeficiente de refraccion*, la cantidad por la cual hay que multiplicar el ángulo en C formado por las verticales de dos puntos A y B para que el producto sea igual á la suma  $\theta + \theta'$ .

Para calcular el valor de dicho coeficiente observemos que el ángulo  $z + \theta$  (fig.<sup>a</sup> 94), por ser externo del triángulo A B C, será igual á la suma de los internos opuestos, y por consiguiente  $z + \theta = C + A B C$ , pero en el párrafo anterior hemos visto que  $A B C = 180^\circ - (z' + \theta')$ , y por lo tanto  $z + \theta = C + 180^\circ - z' - \theta'$ , de donde  $\theta + \theta' = C - (z + z' - 180^\circ)$ , y dividiendo los dos miembros de esta ecuacion por C, y designando por K el cociente  $\frac{\theta + \theta'}{C}$ , que es á

lo que hemos llamado coeficiente de refraccion, se tendrá:

$$K = 1 - (z + z' - 180^\circ) \frac{1}{C}.$$

Si se representa por  $n''$  el número de segundos que tiene el arco cuyo desarrollo es igual al rádio, número que en la division sexagesimal es 206264'',80625, por la pequeñez del ángulo C podremos suponer que el desarrollo del arco M N es igual á L, y podrá esta-

blecerse la proporeion  $\frac{C}{r''} = \frac{L}{R}$ , de donde  $C = \frac{L r''}{R}$ , y sustituyendo este valor en la ecuacion anterior se tendrá:

$$K = 1 - (z + z' - 180^\circ) \frac{R}{L r''} \quad (2)$$

**161.** Conocido el valor del coeficiente de refraccion se puede encontrar la diferencia de nivel entre dos puntos cuando únicamente se haya medido una sola distancia zenital. En efecto, si en la ecuacion (2) se despeja el valor de  $z'$  resultará:

$$z' = (1 - K) \frac{L r''}{R} + 180^\circ - z$$

y sustituyendo este valor en la fórmula (1) se tendrá:

$$d = L \operatorname{tg.} \frac{1}{2} (2z - (1 - K) \frac{L r''}{R} - 180^\circ) = L \operatorname{tg.} (z - (1 - K) \frac{L r''}{2R} - 90^\circ)$$

y prescindiendo del signo, que ya lo indicará el valor de la cotg. será:

$$d = L \operatorname{cotg.} (z - (1 - K) \frac{L r''}{2R}) \quad (3)$$

cuya fórmula nos dá el valor de la diferencia de nivel entre dos puntos en funcion de su distancia horizontal del coeficiente de refraccion y de una sola distancia zenital.

### 162. Deducion de las fórmulas especiales.

—Si la distancia que separa los dos puntos cuya diferencia de nivel se quiere encontrar, es suficientemente pequeña para que se pueda despreciar el ángulo formado por las verticales, y considerar á estas como paralelas; como dicho ángulo tiene por valor  $\frac{L r''}{R}$ , si lo consideramos igual á cero la fórmula (3) se convertirá en esta otra:

$$d = L \operatorname{cotg.} z \quad (4)$$

**163.** — Cuando en vez de tomar las distancias zenitales se hubieran medido los ángulos de altura, bastará poner en las anteriores fórmulas en vez de  $z$ ,  $90^\circ - \alpha$ , llamando  $\alpha$  al ángulo de altura.

En virtud de dicha sustitucion la fórmula (4) se convertirá en la siguiente:

$$d = L \operatorname{tang.} \alpha \quad (5)$$

**164. Casos en que deben usarse cada una de las fórmulas.**—Hemos deducido las fórmulas generales de la nivelacion por ángulos verticales y hemos visto la simplificacion de estas fórmulas cuando la distancia á que se opera hace que pueda considerarse como nulo el ángulo formado por las verticales de los dos puntos cuya diferencia de nivel se quiere encontrar. Nos resta determinar los limites entre los cuales pueden usarse las fórmulas (4) ó (5), y cuándo será preciso recurrir á la (1) ó (3), para lo cual bastará considerar que el ángulo formado por las verticales de dos puntos puede considerarse despreciable, siempre que su valor sea menor que la aproximacion del instrumento que empleemos para la determinacion de los referidos ángulos verticales. Así, pues, dada la apreciacion de un aparato, bastará suponer que el ángulo de las verticales tiene un valor igual á dicha apreciacion y despejando  $L$  en la ecuacion  $C = \frac{L r''}{R}$  se tendrá la máxima distancia á que se puede operar con el mencionado aparato sin tener que tomar en cuenta la falta de paralelismo entre las verticales de los dos puntos.

Por ejemplo, en el supuesto de que la apreciacion del instrumento sea de  $10''$  se tendrá  $L = \frac{10'' \cdot R}{r''}$  y suponiendo  $R = 6370143^m$ , será  $L = 308^m,833$ . Así, pues, con un eclímetro cuya apreciacion sea de  $10''$ , solo podrán emplearse las fórmulas (4) ó (5) á distancias menores de 308 metros, y si los puntos, cuya diferencia de nivel se quiere encontrar, estuvieran á distancia mayor que  $308^m$ , deberán usarse las fórmulas (1) ó (3). Si la apreciacion del eclímetro fuese de un minuto, el valor del limite á que se puede operar usando las fórmulas (4) ó (5) seria  $1853^m$ .

**165. Cálculo de las diferencias de nivel entre los vértices de la triangulacion y altitudes de los mismos.**—Ya hemos dicho que al mismo tiempo que se observan las direcciones azimutales en cada uno de los vértices de la triangulacion, se miden tambien las distancias zenitales ó ángulos de altura de sus diversos lados. Con los valores de estos ángulos y los encontrados en la resolucion de los trián-

gulos para los lados, se calculan las diferencias de nivel entre los vértices, constituyendo estas operaciones lo que se llama *nivelación trigonométrica*. Por las distancias que suelen existir entre los vértices y la apreciación de los instrumentos empleados en estas operaciones, lo regular es que se tenga que hacer uso de la fórmula (1).

Quando entre dos vértices no se haya observado más que una sola distancia zenital, se calculará su diferencia de nivel por medio de la fórmula (3) y para poderla usar se calculará previamente el valor del coeficiente de refracción K, por medio de la fórmula (2), utilizando las distancias zenitales recíprocas observadas en terrenos que tengan próximamente las mismas condiciones, pues el relieve, las plantaciones, las aguas y las condiciones climatológicas tienen gran influencia en los valores de  $\theta$  y  $\theta'$ .

La manera de efectuar estos cálculos se indica en los estados que á continuación ponemos.

**166.** Obtenidas del modo que se acaba de indicar, las diferencias de nivel  $d$  entre los dos extremos de los diversos lados de la triangulación, en cada triángulo se obtendrán dos valores para el desnivel de uno de sus lados, proporcionando ésto el medio de corregir los valores obtenidos para  $d$ , para lo que se repartirá por igual la pequeña diferencia que exista entre dichos dos valores, siguiendo al efectuar esta corrección el mismo orden seguido en la resolución de los triángulos.

Para conocer si se ha deslizado un error grosero en la medición de distancias zenitales, se combinarán de dos en dos las recíprocas, las cuales deben satisfacer, prescindiendo de la refracción, á la condición:  $z + z' = 180^\circ + G$ , siendo G el ángulo formado, en el centro de la tierra por las verticales de ambos puntos; cuyo valor

hemos visto que era  $G = \frac{Lr''}{R}$  ó bien  $G = \frac{L}{R \cdot \text{sen. } 1''}$  poniendo

en vez de  $r''$ ,  $\frac{1}{\text{sen. } 1''}$  lo cual se deduce de considerar al desarrollo

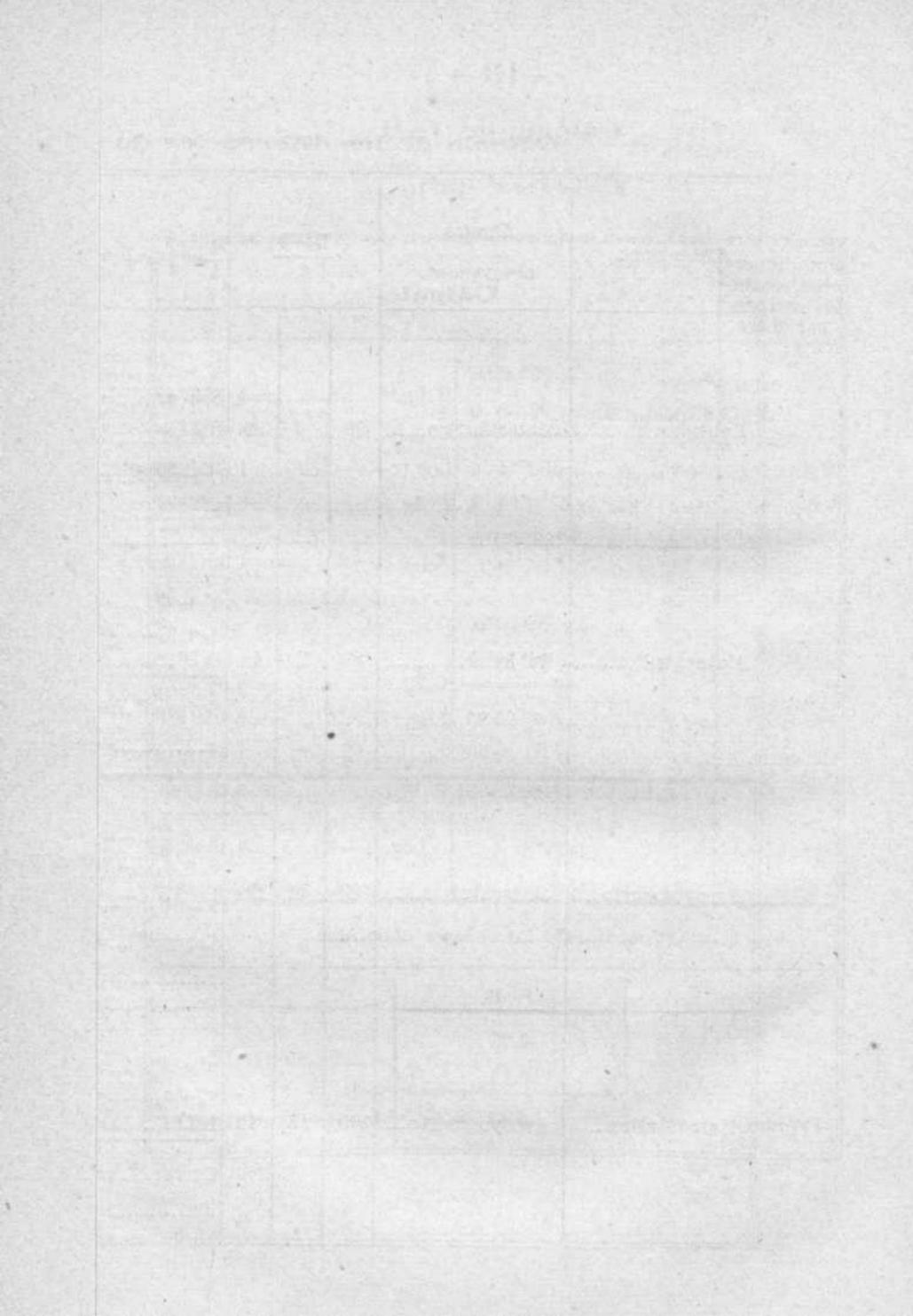
del arco de  $1''$  como igual á su seno y establecer la proporcionalidad entre los valores graduales de los arcos  $r''$  y  $1''$ , y sus longitudes.

**167.** Una vez conocidas las diferencias de nivel, para determinar las cotas ó altitudes de los vértices de la triangulación, se seguirá la marcha indicada en el párrafo 146, tomando sucesivamente para la de cada vértice el promedio de las obtenidas por los vértices anteriores que se relacionen con él, ó aquellas que ofrezcan más garantías de precisión.

**Cálculo de las diferencias de nivel y de altitudes por distancias zenitales recíprocas.**

n=12"

| Estaciones.       | Puntos observados. | D-I |    |    | $\frac{1}{4}n'' \{ (a' + a'') - (a_1 + a_2) \}$   | CORRECCION<br>por diferencias, altura de<br>punto de mira é instrumento<br>$x = \frac{(A' - A) \cdot \text{sen. } z}{L \cdot \text{sen. } 1''}$  | Z-Z'     |    |    | CÁLCULO<br>de la diferencia de nivel<br>$d = L \cdot \text{tang. } \frac{1}{2} (Z - Z')$ | Altitud. |
|-------------------|--------------------|-----|----|----|---|--|----------|----|----|--|----------|
|                   |                    | °   | '  | '' |   |  | °        | '  | '' |  |          |
| Robledar.....     | Matacaballos.....  | 90  | 4  | 30 | $a' + a'' \dots = 30$<br>$a_1 + a_2 \dots = 32$<br>Dif. <sup>a</sup> ..... = - 2<br><br>Correc. <sup>on</sup> ... = - 6''<br>$z \dots = 90^\circ 4' 24''$ | Lg. (A' - A)..... = 1,7634280<br>C. lg. sen. 1'' ..... = 5,3144251<br>Lg. sen. z ..... = 1,9999997<br>C. lg. L ..... = 6,5443601<br>Lg. x. = 1,6222129<br>+ x. = 41'',89<br>Z. = 90° 5' 6''      | Z = 90   | 5  | 6  | Lg. tg. $\frac{Z-Z'}{2} \dots = 3,1233251$<br><br>Log. L ..... = 3,4556399               | 842,45   |
| Matacaballos..... | Robledar.....      | 89  | 55 | 10 | $a' + a'' \dots = 32$<br>$a_1 + a_2 \dots = 30$<br>Dif. <sup>a</sup> ..... = 2<br><br>Correc. <sup>on</sup> ... = + 6''<br>$z' \dots = 89^\circ 55' 16''$ | Lg. (A' - A)..... = 1,7634280<br>C. lg. sen. 1'' ..... = 5,3144251<br>Lg. sen. z' ..... = 1,9999996<br>C. lg. L ..... = 6,5443601<br>Lg. x. = 1,6222128<br>+ x. = 41'',89<br>Z' . = 89° 55' 58'' | Z - Z' = | 9  | 8  | Lg. d ..... = 0,5789650<br><br>d ..... = + 3,79  |          |
| Arroyomuerto .... | Matacaballos.....  | 89  | 44 | 10 | $a' + a'' \dots = 30$<br>$a_1 + a_2 \dots = 30$<br>Dif. <sup>a</sup> ..... = 0<br><br>Correc. <sup>on</sup> ... = 0<br>$z \dots = 89^\circ 44' 10''$      | Lg. (A' - A)..... = 1,8129134<br>C. lg. sen. 1'' ..... = 5,3144251<br>Lg. sen. z ..... = 1,9999954<br>C. lg. L ..... = 6,4074671<br>Lg. x. = 1,5348010<br>+ x. = 34'',26<br>Z. = 89° 44' 44''    | Z = 89   | 44 | 44 | Lg. tg. $\frac{Z-Z'}{2} \dots = 3,6736909$<br><br>Log. L ..... = 3,5925329               | 842,47   |
| Matacaballos..... | Arroyomuerto....   | 90  | 16 | 40 | $a' + a'' \dots = 32$<br>$a_1 + a_2 \dots = 32$<br>Dif. <sup>a</sup> ..... = 0<br><br>Correc. <sup>on</sup> ... = 0<br>$z' \dots = 90^\circ 16' 40''$     | Lg. (A' - A)..... = 1,7634280<br>C. lg. sen. 1'' ..... = 5,3144251<br>Lg. sen. z' ..... = 1,9999949<br>C. lg. L ..... = 6,4074671<br>Lg. x. = 1,4853151<br>+ x. = 30'',57<br>Z' . = 90° 17' 11'' | Z - Z' = | 32 | 27 | Lg. d ..... = 1,2662238<br><br>d ..... = - 18,45   |          |



### Cálculo de 1-K

$$K = 1 - \frac{R}{L r''} (z + z' - 180^\circ)$$

| Por distancias zenitales recíprocas entre | Cálculo.                                   |  |
|---|--|--|
|   | $z \dots\dots\dots = 89^\circ 4' 55''$     | C. lg. $r'' \dots\dots\dots = 4,6855749$       |
|   | $z' \dots\dots\dots = 90 56 9$             | Log. R $\dots\dots\dots = 6,8041493$           |
|   | <hr/>                                      |  |
| Matabuena.                                | $z + z' \dots\dots\dots = 180^\circ 1 4$   | Log. $(z + z' - 180^\circ) \dots = 1,8061800$  |
| Valsequilla.                              | $z + z' - 180^\circ \dots = 0 1 4$         | C. lg. L $\dots\dots\dots = 6,6252848$         |
|   | Lg. L $\dots\dots\dots = 3,3747152$        | <hr/>  |
|   |  | Log. $(1-K) \dots\dots\dots = \bar{1} 9211890$ |
|   |  | 1-K $\dots\dots\dots = 0,83$                   |
|   | $z \dots\dots\dots = 88^\circ 26' 21''$    |  |
|   | $z' \dots\dots\dots = 91 34 9$             | C. lg. $r'' \dots\dots\dots = 4,6855749$       |
|   | <hr/>                                      |  |
| Pozoseco.....                             | $z + z' \dots\dots\dots = 180^\circ 00 30$ | Log. R $\dots\dots\dots = 6,8041493$           |
| Crucero.....                              | $z + z' - 180^\circ \dots = 00 00 30$      | Lg. $(z + z' - 180^\circ) \dots = 1,4771212$   |
|   | Lg. L $\dots\dots\dots = 3,8062405$        | C. lg. L $\dots\dots\dots = 6,1937595$         |
|   |  | <hr/>  |
|   |  | Log. $(1-K) \dots\dots\dots = \bar{1},1606049$ |
|   |  | 1-K $\dots\dots\dots = 0,14$                   |

*Promedio de los valores obtenidos.*

|               | 1-K   |                                |
|---------------|-------|--------------------------------|
|               | 0,83  |                                |
|               | 0,14  |                                |
|               | <hr/> |                                |
| Promedio..... | 0,48  | log. $(\bar{1}-K) = 1,6812412$ |

**Cálculo de las diferencias de nivel y de altitudes por una sola distancia zenital.**

| Estaciones | Puntos observados. | $\frac{D-I}{2}$ | $\frac{1}{4} n'' \{ (a'+a'') - (a_1+a_2) \}$  | Cálculo de la diferencia de nivel<br>$d = L \cdot \cotg. \left( z - \frac{Lr''}{2R} (1-K) \right)$  | Altitudes.           |
|------------|--------------------|-----------------|---|---|----------------------|
|            |                    | °               | $a' + a'' = 32$<br>$a_1 + a_2 = 30$           | Log. (1-K) ..... = 1,6812412<br>Log. r'' + C. lg. 2R ..... = 8,2092458<br>Log. L ..... = 3,5401723  |                      |
|            |                    |                 | Dif. * = +2                                   | Log. correc. .... = 1,4306593<br>correc. .... = 26",95  |                      |
|            |                    | 90              | Correc. = +6"<br>$z = 90^\circ 26' 13''$      | $z - \text{correc.} \dots\dots\dots = 90^\circ 25' 46''$  | 821 <sup>m</sup> ,14 |
| Corona.    | Sierpe.            | 26              | $A' = 0,00$<br>$A = 1,40$<br>$A' - A = -1,40$ | Lg. cot. (z-correc.)... = 3,8747925.n<br>Log. d' ..... = 1,4149648.n<br>d' ..... = -23 <sup>m</sup> ,00<br>A' - A ..... = - 1,40<br>d ..... = - 24,60 |                      |
|            |                    |                 | $a' + a'' = 30$<br>$a_1 + a_2 = 32$           | Log. (1-K) ..... = 1,6812412<br>Log. r'' + C. lg. 2R ..... = 8,2092458<br>Log. L ..... = 3,2044101  |                      |
|            |                    |                 | Dif. * = -2                                   | Log. correc. .... = 1,0948971<br>correc. .... = 12",44  |                      |
|            |                    | 90              | Correc. = -6"<br>$z = 90^\circ 47' 21''$      | $z - \text{correc.} \dots\dots\dots = 90^\circ 47' 9''$   | 821 <sup>m</sup> ,91 |
| Melo.      | Sierpe.            | 47              | $A' = 0,00$<br>$A = 1,42$<br>$A' - A = -1,42$ | Lg. cot. (z-correc.)... = 2,1372350.n<br>Log. d' ..... = 1,3416451.n<br>d' ..... = -21 <sup>m</sup> ,96<br>A' - A ..... = - 1,42<br>d ..... = - 20,54 |                      |
|            |                    | 27              |   |   |                      |

## CAPITULO III.

---

### NIVELACION POR ALTURAS Ó NIVELACION ORDINARIA.

---

---

#### **Preliminares.—Nivelacion simple.**

---

**168. Ideas preliminares.**—Para encontrar las diferencias de nivel que existen entre los diferentes puntos del terreno y por consiguiente conocer las cotas ó altitudes de dichos puntos siguiendo el sistema de la nivelacion por *alturas*, hay que usar unos aparatos llamados *Niveles*, y como accesorio, indispensable, de éstos, otros que se llaman *Miras*.

Un *nivel* es un aparato por medio del cual se pueden dirigir visuales horizontales en todas direcciones alrededor de un mismo punto, pudiéndose por lo tanto determinar ó reconocer cuáles son los objetos que están situados en el mismo plano horizontal que pasa por dicho punto.

Una *mira* es, en resúmen, una regla graduada que se coloca verticalmente, por medio de una plomada ó de un nivel esférico, sobre el punto que se quiere observar, con objeto de hacer visible la vertical de dicho punto y poder medir sobre ella la distancia comprendida desde su pié hasta el punto en que es encontrada por la visual dirigida por el *nivel*.

Sabiendo las funciones respectivas de los niveles y de las miras,

dejaremos para mas adelante su descripcion detallada y pasaremos á ocuparnos de la manera de encontrar con estos aparatos la diferencia de nivel que existe entre dos puntos.

**169. Determinacion de la diferencia de nivel entre dos puntos.**—Supongamos que sean  $a$  y  $b$  (fig.<sup>a</sup> 95) dos puntos cuya diferencia de nivel se quiere determinar. Si haciendo estacion con un nivel en el punto  $a$  se hace girar al aparato hasta que la visual dirigida por él encuentre á una mira colocada en el punto  $b$  y se mide en ella la altura  $bf$  que corresponde á la visual  $df$ , tendremos que si el punto  $f$ , así determinado, perteneciese á la superficie de nivel que pasa por  $d$ , la altura  $bf$  determinará la diferencia de nivel que existe entre los puntos  $d$  y  $b$ , por lo que dejamos dicho en el párrafo 145. Para encontrar la que existe entre los  $a$  y  $b$  bastará restar de  $bf$  la altura  $da$ , que es la elevacion del aparato sobre el punto  $a$ .

Pero la visual  $df$  es la tangente en el punto  $d$  á la superficie de nivel  $dg$  que pasa por  $d$  y no tiene más que un punto comun con esta superficie, por lo cual la altura  $bf$  determinada en la mira no es más que la diferencia de nivel *aparente* entre los puntos  $a$  y  $b$  necesitándose corregir este valor para encontrar la *verdadera* diferencia de nivel. A la línea  $df$ , que es la horizontal del punto  $d$  se llama *nivel aparente* y se reserva el nombre de *nivel verdadero* á la  $dg$ . El error cometido es la cantidad  $fg$  que es la diferencia entre el nivel aparente y el verdadero.

**170. Cálculo del error debido á la diferencia del nivel aparente al verdadero.**—Para calcular el valor del mencionado error, consideremos al triángulo rectángulo  $fdc$  en el cual se tiene:

$$\overline{df}^2 = \overline{cf}^2 - \overline{cd}^2 = (cg + gf)^2 - \overline{cd}^2 = (cd + gf)^2 - \overline{cd}^2 = \overline{cd}^2 +$$

$$2 \cdot cd \cdot gf + g\overline{f}^2 - \overline{cd}^2 = gf(2cd + gf)$$

de donde

$$gf = \frac{\overline{df}^2}{2cd + gf}$$

y representando por  $D$  la distancia horizontal  $d f$  y por  $R$  el radio  $c d$ , será:

$$gf = \frac{D^2}{2R + gf} = \frac{\frac{D^2}{2R}}{1 + \frac{gf}{2R}}$$

como la cantidad  $gf$  es muy pequeña comparada con  $2R$ , el cociente  $\frac{gf}{2R}$  se podrá despreciar, y quedará:

$$gf = \frac{D^2}{2R}$$

**171. Error debido á la refraccion.**—En lo que llevamos dicho no hemos considerado el error que en la lectura de la mira ocasiona la refraccion que, como sabemos, hace que los puntos que se observan aparezcan más elevados de lo que realmente están y por consiguiente, al anotar la altura de mira que corresponde á la visual dirigida por el nivel, esta altura no será la que realmente corresponda al punto  $f$ , sino la de otro punto más bajo tal como el  $m$ , situado de manera que los rayos luminosos emanados de  $d$ , al describir la trayectoria curva  $m d$  por efecto de la refraccion, tenga el último elemento de esta curva en direccion de la visual  $d f$ .

El error que en la lectura de mira produce la refraccion, es la cantidad  $f m$  cuyo valor, calculado por numerosas experiencias, viene á ser próximamente 0,16 de la diferencia entre el nivel aparente y el verdadero. (\*)

La diferencia de nivel entre los dos puntos  $a$  y  $b$  tomando en consideracion los dos errores de que hemos hablado será, llamando  $l$  la lectura  $b m$  efectuada en la mira, y  $A$  la altura  $da = gh$  del aparato sobre el punto de estacion:

$$bh = bm - (gf - fm) - gh = l - \left( \frac{D^2}{2R} - 0,16 \frac{D^2}{2R} \right) - A = l - 0,84 \frac{D^2}{2R} - A.$$

**172. Manera de operar para anular estos errores.**—En la práctica, para no tener que tomar en cuenta el

---

(\*) Este valor 0,16 solo es aproximado y se refiere únicamente á la refraccion ordinaria ó media.

error producido por la diferencia entre el nivel aparente y el verdadero, ni tampoco el ocasionado por la refraccion atmosférica, no se opera, en general, de la manera que acabamos de indicar, y para encontrar la diferencia de nivel entre dos puntos  $a$  y  $b$  (fig.<sup>a</sup> 96) lo que se hace es: elegir un tercer punto  $M$  á igual distancia de los  $a$  y  $b$ , colocar el nivel sobre la vertical del punto  $M$  y dos miras en los  $a$  y  $b$ , ó una sola colocada sucesivamente en  $a$  y  $b$ , anotar las alturas correspondientes á las visuales  $dA$  y  $dB$ , y su diferencia será la diferencia de nivel entre los dos puntos dados, independientemente del error producido por la diferencia entre el nivel aparente y el verdadero y del ocasionado por la refraccion. En efecto, ejecutando las operaciones de esta manera lo que determinamos es, primero, el desnivel que existe entre el punto  $a$  y el  $d$ , y luego, el desnivel entre  $b$  y  $d$ . Estos desniveles estarán afectados de los errores mencionados, pero en la misma cantidad los dos por ser las distancias  $dA$  y  $dB$  iguales, y como para encontrar la diferencia de nivel entre los puntos  $a$  y  $b$  hay que restar dichos desniveles, los errores se destruirán.

Operando de este modo tenemos además la ventaja de que si la visual no fuera exactamente horizontal, siendo vertical el eje de rotacion del nivel, el error que ésto produciría no afectaría tampoco al resultado; pues si suponemos que  $dA'$  y  $dB'$  (fig.<sup>a</sup> 96) son las verdaderas horizontales ó líneas de nivel aparente trazadas por el punto  $d$ , alrededor del cual gira el rayo visual para pasar de la direccion  $dA$  á la  $dB$ , los triángulos iguales  $AdA'$  y  $BdB'$  nos dan  $AA' = BB'$ , es decir, que los errores cometidos, en las alturas de mira observadas por la falta de horizontalidad de las visuales, son iguales y por lo tanto, al restar dichas alturas, se destruirán los mencionados errores.

**173.** Cuando el nivel es exacto, es decir, cuando por medio de él se pueden dirigir visuales exactamente horizontales, las distancias desde el punto en que se hace estacion á los dos que se observan, no es preciso que sean rigurosamente iguales, pues aunque los errores cometidos en la observacion de uno de los puntos no se compensen exactamente con los cometidos en la observacion del otro, la diferencia es muy pequeña á las distancias

á que se suele operar. Para que se pueda formar una idea de las diferencias que pueden tolerarse en las distancias  $dA$  y  $dB$  para que el error cometido sea menor que una cantidad dada, ponemos á continuacion una pequeña tabla en la que, representando por  $D$  la distancia que existe entre los dos puntos cuya diferencia de nivel se quiere encontrar, manifiesta las diferencias que puede haber entre las distancias  $dA$  y  $dB$  para que el error producido á causa de esta desigualdad sea menor que  $0^m,0001$ .

| Valores de $D$ . | Valores de $dA - dB$ . |
|------------------|------------------------|
| 100 <sup>m</sup> | 15 <sup>m</sup>        |
| 200 <sup>m</sup> | 7 <sup>m</sup>         |
| 300 <sup>m</sup> | 5 <sup>m</sup>         |
| 400 <sup>m</sup> | 3                      |

En la práctica es suficiente, en la mayoría de los casos, hacer que las distancias  $dA$  y  $dB$  sean próximamente iguales, lo que se obtiene fácilmente á la simple vista, por una medicion á pasos, ó bien sirviéndose del anteojo del nivel y de la mira como estadia, si el retículo de aquél tiene tres cerdas horizontales colocadas las extremas equidistantes de la del centro, cuya disposicion es frecuente en los retículos de los anteojos de los niveles.

**174.** En algunos casos, como por ejemplo, cuando hay que salvar un barranco de laderas inaccesibles, no es posible colocar el nivel próximamente á igual distancia de los dos puntos cuya diferencia de nivel se quiere encontrar. Para conseguir las mismas ventajas que en el procedimiento anteriormente descrito, hay que operar del modo siguiente: se coloca el nivel en  $A$  (fig.<sup>a</sup> 97) sobre la vertical del punto  $a$ , anotando la altura  $bB'$  que corresponde á la visual, en la mira colocada en  $b$ . Se traslada el aparato al punto  $B$ , sobre la vertical del  $b$ , y se anota la altura  $aA'$  que en la mira colocada en  $a$ , corresponde á la visual; si además se han medido las alturas  $aA$  y  $bB$  que tenia el aparato en las dos estaciones, la diferencia de nivel entre los puntos  $a$  y  $b$  será igual á

$$\frac{Aa + A'a}{2} - \frac{Bb + B'b}{2}.$$

En efecto, con los datos obtenidos en la primera estacion, la diferencia de nivel entre  $a$  y  $b$  tendrá por valor, segun lo dicho en los párrafos 169, 170 y 171, la diferencia entre  $Aa$  y  $bB'$ , corrigiendo esta lectura  $bB'$  del exceso del nivel aparente sobre el verdadero, del error de refraccion y de la falta de horizontalidad de la visual. Si representamos por  $\Sigma$  al conjunto de estas correcciones tendremos para valor de la diferencia de nivel entre  $a$  y  $b$ :

$$Aa - (B'b - \Sigma) = Aa - B'b + \Sigma$$

Con los datos recogidos en la segunda estacion, si las observaciones se han ejecutado en circunstancias atmosféricas idénticas á la primera, se tendrá para valor de la diferencia de nivel que buscamos:

$$(A'a - \Sigma) - Bb$$

Tomando el promedio de los dos valores obtenidos para la diferencia de nivel entre los puntos  $a$  y  $b$ , y representando ésta por  $d$  se tendrá:

$$d = \frac{Aa - B'b + \Sigma + A'a - \Sigma - Bb}{2} = \frac{Aa + A'a}{2} - \frac{Bb + B'b}{2}$$

**175.** Las mismas ventajas se obtienen, si en vez de hacer estacion sobre los dos puntos  $a$  y  $b$  cuya diferencia de nivel se busca, se eligen para colocar el nivel otros dos puntos  $S$  y  $T$  (fig.<sup>a</sup> 98) con la condicion que sus distancias á los  $a$  y  $b$  sean iguales, es decir que se tenga  $Sa = Tb$  y  $Sb = Ta$ . En efecto, si representamos por  $e$  la correccion total que por diferencia entre el nivel aparente y verdadero, por la refraccion, y por la falta de horizontalidad de la visual, hay que hacer á la observacion hecha al punto  $a$  desde la estacion  $S$ , y por  $E$  la correccion correspondiente á la observacion de  $b$  desde la misma estacion; la diferencia de nivel entre  $a$  y  $b$  con los datos tomados en  $S$  tendrá por expresion:

$$(aA' - e) - (bB'' - E) = aA' - e - bB'' + E$$

En la estacion  $T$ , como hemos supuesto  $Ta = Sb$  y  $Tb = Sa$ , los errores cometidos al observar el punto  $a$  serán iguales á los cometidos en  $S$  al observar  $b$ , y los ahora cometidos en la observacion de  $b$  serán iguales á los cometidos en  $S$  al observar el  $a$ ,

obteniéndose por lo tanto, para diferencia de nivel entre los puntos *a* y *b* con los datos tomados en T la expresion:

$$(A''a - E) - (bB' - e) = aA'' - E - bB' + e$$

y tomando el promedio de los dos valores que hemos encontrado para *d* se tendrá:

$$d = \frac{aA' + aA''}{2} - \frac{bB' + bB''}{2}$$

A la determinacion de la diferencia de nivel entre dos puntos del modo que acabamos de explicar, se le suele dar el nombre de *nivelacion recíproca*.

### Nivelacion compuesta.

**176.** Cuando no se puede determinar la diferencia de nivel entre dos puntos por medio de una nivelacion simple, como sucede cuando los dos puntos están muy distantes, ó cuando, por consecuencia de la pendiente ó los accidentes del terreno, ocurre que la visual dirigida por el nivel encuentra á dicho terreno antes de alcanzar á la mira colocada en uno de los puntos, ó pasa por encima de ella, se recurre á la *nivelacion compuesta*. Toma este nombre la operacion por medio de la cual se hace depender la diferencia de nivel que se busca, de algunas nivelaciones simples que puedan ejecutarse con facilidad.

Supongamos que se quiere encontrar la diferencia de nivel que existe entre los puntos A y B (fig.<sup>o</sup> 99), cuya distancia es tal, que no se puede ejecutar la nivelacion del modo explicado en los párrafos anteriores. Se empieza por elegir entre A y B otros puntos tales como los C, D,....., con la condicion de que la diferencia de nivel entre A y C, C y D, D y B, se pueda determinar por una nivelacion simple. Colocando despues un nivel entre A y C, se anotan las lecturas de las miras colocadas en dichos puntos; se traslada enseguida el nivel al punto N y se anotan las alturas correspondientes á la visual en las miras colocadas en C y D; continuando del mismo modo cambiando el nivel de estacion y colocándolo entre

los diversos puntos elegidos, hasta llegar á una estacion, tal como la P, en que pueda observarse la mira colocada en B, anotando en cada estacion las alturas correspondientes á la visual en las miras colocadas en los dos puntos entre los cuales se ha situado el nivel. A cada observacion se le suele dar el nombre de *golpe de nivel*, á la lectura hecha en la mira que deja á su espalda el observador al marchar en la direccion A B se le dá el nombre de *nivelada de espalda, golpe de nivel atrás, ó mira de espalda*, y se llama *nivelada de frente, golpe de nivel adelante, ó mira de frente* á la lectura hecha en la mira colocada en la direccion en que se marcha.

Restando entre sí las alturas de mira observadas en cada estacion, se tendrán las diferencias de nivel entre A y C, C y D, D y B, y para encontrar la que existe entre A y B se restará de la suma de las niveladas de espalda, la suma de las niveladas de frente y la diferencia que resulte dará el desnivel entre los dos puntos dados. En efecto, si llamamos  $a$  y  $b$  las alturas de mira encontradas en la primera estacion del nivel,  $a'$  y  $b'$  las de la segunda,  $a''$  y  $b''$  las correspondientes á la tercera, etc.; tendremos que la diferencia de nivel entre A y C será  $Ct = a - b$ , la que existe entre C y D será  $Cr = Dm = b' - a'$  y la de D y B será  $Dp = qr = a'' - b''$ . La diferencia de nivel entre A y D es  $rt$  y, como se vé en la figura,  $rt = Ct - Cr = (a - b) - (b' - a') = (a - b) + (a' - b')$ . La que existe entre A y B es  $Bx$ , pero  $Bx$  es igual á  $qt$  y  $qt = rt + rq$ , por consiguiente llamando  $d$  á la diferencia de nivel que queremos encontrar, y poniendo en vez de  $rt$  y de  $rq$  los valores que hemos hallado resultará:

$$d = (a - b) + (a' - b') + (a'' - b'') = (a + a' + a'') - (b + b' + b'')$$

que es lo que se queria demostrar, puesto que  $a, a', a''$  representan las niveladas de espalda y  $b, b', b''$ , las niveladas de frente.

Una vez conocida la diferencia de nivel entre A y B si se conoce la cota del punto A, para encontrar la del B, segun lo que se dijo en el párrafo 146, bastará añadir á la cota del punto A la diferencia de nivel encontrada, con el signo que ésta tenga. Dicha diferencia de nivel será positiva cuando la suma de las niveladas de espalda sea mayor que la de las niveladas de frente, y por el con-

trario, será negativa cuando la suma de las primeras sea menor que la de las segundas. El primer caso ocurrirá si el segundo punto está más elevado que el primero, y el segundo caso cuando el primer punto esté más elevado que el segundo.

Escusado parece advertir que siguiendo el mismo procedimiento empleado para determinar la diferencia de nivel entre el punto de partida y el último, se puede también conocer la diferencia de nivel entre aquel y cualquiera otro de los intermedios en que se haya colocado la mira.

**177.** Para encontrar las cotas ó altitudes de los diversos vértices de una línea poligonal cualquiera, no tendremos más que partir de aquel cuya cota ó altitud se conozca é ir determinando, de la manera explicada en los párrafos anteriores, las diferencias de nivel que existen entre ellos. Si la línea poligonal es cerrada, tendremos la comprobación de que siendo el mismo el punto de partida que el de llegada, la suma de las niveladas de espalda debe ser igual á la suma de las niveladas de frente. Si es una línea poligonal abierta, siendo sus extremos de cota conocida, la comprobación será en este caso ver si la cota encontrada para el último punto es igual á la que ya se conocía. Cuando no sean posibles ninguna de las comprobaciones que se acaban de indicar, lo que se hace es repetir la nivelación en un orden inverso, debiendo desecharse la operación si las diferencias de los dos valores que así obtendremos para la cota de cada punto, es mayor que el error tolerable que nos hayamos fijado. Este error dependerá como todos los admisibles de la importancia y objeto del trabajo, y con el fin de que nos sirvan de comparación diremos que el Instituto Geográfico y Estadístico previene que, en cada trozo de las líneas de doble nivelación, cuyo objeto es referir á las nivelaciones de precisión un punto de partida en cada término municipal, la diferencia de los valores obtenidos para el desnivel por las dos nivelaciones no ha de llegar á  $30^{\text{mm}} \sqrt{k}$  (siendo  $k$  la distancia en kilómetros ó sea la longitud de cada trozo que suele ser de dos kilómetros próximamente), que la diferencia de los dos resultados en el total de la línea doblemente nivelada no deberá exceder de  $40^{\text{mm}} \sqrt{k}$  debiendo en caso contrario repetirse los trozos que, por aparecer con

mayores discrepancias, hagan presumir que son la causa de la diferencia total; y por último, que en las líneas de nivelacion interior, la diferencia entre la suma de los desniveles parciales positivos y la de los negativos en cada polígono no debe exceder de  $70^{\text{mm}} \sqrt{k}$  (siendo  $k$  la longitud del perímetro en kilómetros.)

Debemos advertir que estas precisiones solo pueden obtenerse en nivelaciones bien hechas y disponiendo de buenos aparatos.

**178. Perfiles.**—Ya hemos dicho (párrafo 148) lo que se entiende por perfil. Los perfiles pueden tener dos objetos principales: 1.º el adquirir los datos necesarios para la representacion gráfica del relieve del terreno, y 2.º el conocimiento exacto de la configuracion del terreno en una direccion determinada para proyectar ciertas construcciones, como caminos, ferro-carriles, canales, etc.

En ambos casos se empieza por marcar, en la direccion en que se desea el perfil, los puntos en que se ha de colocar la mira, es decir, los puntos cuya cota se quiere conocer. Estos puntos se eligen lo suficientemente próximos para que la representacion del perfil resulte con el grado de precision necesaria, debiendo desde luego ser en todos los cambios de direccion de la línea que debe seguir el perfil, en todos aquellos en que la pendiente cambie de sentido ó varíe notablemente su inclinacion, cuidando sin embargo de no prodigarlos mucho para no perder el tiempo determinando las cotas de puntos que no sean indispensables y tambien para que el dibujo del perfil no aparezca confuso. Una vez elegidos los puntos en que se ha de colocar la mira, se marcan con estacas clavadas en ellos debiendo estar numeradas dichas estacas. Despues se procede á la determinacion de las cotas de los puntos marcados, por medio de una nivelacion compuesta.

El registro de esta operacion puede ser de la forma del que ponemos á continuacion. En la primera casilla se van anotando los puntos de estacion del nivel y en la última se relacionan éstos con los fijados por el itinerario á que se refiere la línea que se nivela. Las casillas que figuran con el epígrafe *colores*, se refieren á que en algunas miras la pintura se hace por trozos de un decímetro y se usan tres colores de manera que el primer decímetro de cada metro tiene color distinto, no pasando la mira de tres metros. Con esto se consigue que, anotando el color en que se efectúa la lectura, como á las mismas unidades de decímetro corresponden colores diferentes en cada metro, es fácil apercibirse de cualquiera error grosero, salvándolo y corrigiéndolo sin tener necesidad de efectuar de nuevo el trabajo.

| Estaciones del nivel. | Diferencias en + metros |        | Nivelada de espalda. |        | Nivelada de frente. |        | Diferencias en - metros | Altitudes. - Metros.  | NOTAS. |
|-----------------------|-------------------------|--------|----------------------|--------|---------------------|--------|-------------------------|---|--------|
|                       | Colores                 | Metros | Colores              | Metros | Colores             | Metros |                         |   |        |
| 1                     |                         | 0,050  | Rojo.                | 2,365  | Rojo.               | 2,315  | 1082,650                | 1.—Mira de espalda en el punto 47 del itinerario n.º 8 (1 del itinerario n.º 9)—Estaca; y mira de frente en el punto 2. Estaca.<br>4.—Mira de frente en el punto 3. Hito de piedra. Señal pintada □ |        |
| 2                     |                         | 0,861  | Rojo.                | 0,861  | Blanco.             | 1,021  | 1082,700                |   |        |
| 3                     |                         | 0,067  | Negro.               | 0,067  | Negro.              | 2,417  | 1079,135                |   |        |
| 4                     |                         | 0,795  | Blanco.              | 0,795  | Negro.              | 1,850  |                         |   |        |
| 5                     |                         | 0,747  | Negro.               | 1,205  | Blanco.             | 0,458  |                         | 9.—Mira de frente en el punto 4. Estaca Arroyo de _____ margen derecha.<br>13.—Mira de frente en el punto 5. Estaca Senda del _____<br>18.—Mira de frente en el punto 6. Estaca.                    |        |
| 6                     |                         | 2,199  | Rojo.                | 2,324  | Blanco.             | 0,125  |                         |   |        |
| 7                     |                         | 2,107  | Negro.               | 2,417  | Negro.              | 0,310  |                         |   |        |
| 8                     |                         | 1,020  | Blanco.              | 1,028  | Negro               | 0,008  | 1085,284                |   |        |
| 9                     |                         | 0,076  | Blanco.              | 1,006  | Negro.              | 0,930  |                         |   |        |
| 10                    |                         |        | Rojo.                | 0,283  | Rojo.               | 1,117  | 0,834                   |   |        |
| 11                    |                         |        | Blanco.              | 0,735  | Negro.              | 1,202  | 0,467                   |   |        |
| 12                    |                         |        | Negro.               | 0,612  | Negro.              | 2,128  | 1,516                   |   |        |
| 13                    |                         |        | Rojo.                | 0,532  | Blanco.             | 2,815  | 2,283                   |   |        |
| 14                    |                         | 1,184  | Rojo.                | 2,326  | Rojo.               | 1,142  |                         |   |        |
| 15                    |                         | 1,863  | Negro.               | 2,716  | Rojo.               | 0,853  |                         |   |        |
| 16                    |                         | 1,584  | Blanco.              | 1,902  | Negro.              | 0,318  |                         |   |        |
| 17                    |                         | 1,019  | Rojo.                | 1,735  | Blanco.             | 0,716  |                         |   |        |
| 18                    |                         | 0,264  | Rojo.                | 2,077  | Negro.              | 1,813  | 1074,270                |   |        |

**179.** El levantamiento planimétrico del perfil se hará por medio de un itinerario si no estuviese ya ejecutado de cuando se llevaron á cabo las operaciones de la planimetría.

Los perfiles que tienen por objeto un trabajo especial solo se diferencian de los destinados á la representacion del relieve del terreno, en el grado de precision que exigen y en la necesidad de dejar bien marcados los puntos nivelados.

Es conveniente que al registro acompañe un croquis del perfil. Este croquis se reduce á dibujar en cada estacion una línea que represente la horizontal del nivel, trazar por sus extremos dos perpendiculares que indiquen las alturas de mira observadas y cortar por la parte inferior estas perpendiculares por una línea inclinada en el sentido de la línea del terreno que representa. Al lado de las líneas que indican las alturas de mira se anotan dichas alturas; sobre la horizontal que representa la línea de nivel se escribe la distancia de los dos puntos observados, si esta distancia se ha medido horizontalmente, ó sobre la línea inclinada, si se ha medido siguiendo la inclinacion del terreno. Tenemos así los datos duplicados, y será fácil notar si al consignarlos en el registro se ha cometido alguna equivocacion.

**180.** La mayor parte de los trabajos que hemos indicado en el párrafo 178, exigen que se conozca la forma del terreno, no solo en direccion de una línea determinada, sino tambien en direccion de otras líneas que corten á la primera. A los perfiles construidos en direccion de estas segundas líneas se les llama *perfiles trasversales* para distinguirlos del perfil cuya direccion es la del proyecto, que se conoce con el nombre de *perfil longitudinal*. Por lo general, las direcciones de los perfiles trasversales son perpendiculares á la del perfil longitudinal.

Los perfiles trasversales se consideran divididos á partir del punto de interseccion de su traza con la del perfil longitudinal, en dos partes llamadas *de la derecha* y *de la izquierda*, denominándose el punto de interseccion mencionado, *punto del eje*. Este, es el origen de las nivelaciones que se ejecutan en cada una de las dos secciones en que se ha considerado dividido cada perfil trasversal.

## Curvas de nivel.

---

---

**181.** Sabemos ya, por haberlas estudiado en la parte de *Anotaciones* del curso de *Geometría descriptiva*, lo que se entiende por *secciones horizontales ó curvas de nivel*, las propiedades de estas líneas y las ventajas de su empleo en la representación de las superficies irregulares.

La equidistancia vertical de los planos de estas curvas, varía con la pendiente del terreno, que por medio de ellas se trata de representar, y con la escala en que se ha de construir el plano.

En el mapa de España, que se está construyendo en la escala de

$\frac{1}{50000}$ , la equidistancia adoptada es de 20 metros; en el plano de

Madrid, ejecutado también por los individuos del Instituto Geográfico,

cuya escala es de  $\frac{1}{2000}$ , la equidistancia es de 1<sup>m</sup>. Tomando,

pues, estos trabajos por modelo podemos decir que la equidistancia será tal que reducida á la escala del plano resulte ser de 0<sup>m</sup>,0005. De este modo como las pendientes más rápidas llegan á valer rara vez 45°, resulta que la separación de las curvas en el plano será por lo menos de medio milímetro, lo cual permitirá dibujarlas sin confusión.

Las cotas de estas curvas deben estar expresadas por números redondos.

**182.** Para adquirir sobre el terreno los datos necesarios para poder construir en el plano las curvas de nivel, se empieza por nivelar el perímetro del terreno que abraza el levantamiento partiendo del punto de cota conocida (párrafo 146). Al efectuar esta nivelación se colocará la mira y se marcarán los puntos en todos los cambios de pendiente, en las intersecciones del perímetro con los caminos, arroyos, etc. que le atraviesen.

Terminada la nivelación del perímetro se trazan perfiles en dirección de los principales accidentes del terreno, eligiendo los más notables para servir de base á la representación del relieve; siem-

pre que convengan al objeto que ahora nos proponemos, se preferirá trazar los perfiles en direccion de los rios, arroyos, carreteras, caminos y demás líneas que atraviesen el terreno y cuyo levantamiento se haya ejecutado al efectuar las operaciones de la planimetría; estos perfiles deben partir de un punto del perímetro de cota conocida y terminar en otro de las mismas condiciones.

Partiendo luego de puntos conocidos de estos perfiles, se trazan otros por las vertientes y divisorias de las aguas, aprovechando siempre que convenga, las cercas, vallados y demás líneas que estén bien determinadas y visibles, hasta terminar en puntos conocidos del perímetro ó de otro perfil.

Apoyándose, por último, en los anteriores se trazan despues los perfiles que sean necesarios, eligiendo para puntos de union de unos con otros aquellos que permitan señalar fijamente el punto de situacion de la mira. De esta suerte quedará el terreno dividido en polígonos, cuyos perímetros estarán nivelados y cuyo número y desarrollo dependerá de la extension y circunstancias del terreno así como tambien de la equidistancia adoptada.

Estos polígonos, así como todos los perfiles, se numeran correlativamente. Los registros de estos perfiles podrán ser de la forma del indicado en el párrafo 178, debiendo acompañar á dichos registros croquis hechos á ojo, de las curvas de nivel trazadas en el interior de cada polígono, con la equidistancia adoptada y en escala aproximada á la que se haya fijado para dibujar el plano, de manera que resulten bien representados sus pliegues, depresiones é inflexiones. Estos croquis se harán con la claridad y aproximacion á la verdad necesarias para que despues se puedan trazar las curvas en el plano sin vacilacion y sin tener que recurrir á la memoria.

Siempre que en los itinerarios de los perfiles se encuentren vértices de la triangulacion, se coloca en ellos la mira y se considerará como cota de los mismos la que resulte de la nivelacion, sin tener en cuenta la que anteriormente haya resultado del cálculo de distancias zenitales. En los vértices en que no se sitúe la mira, se utiliza la cota encontrada por dicho cálculo para el trazado de las curvas.

En los perfiles que sigan la direccion de líneas no marcadas en la planimetría, se empezará por efectuar el levantamiento planimétrico de dichas líneas por medio de alguno de los aparatos y siguiendo los procedimientos explicados al tratar de la red de los detalles.

Cuando se opere en monte muy poblado, se nivelará primero el polígono marcado por sus linderos. Se hace despues estacion en los puntos de este polígono, desde los cuales se descubran algunos otros interiores en que se pueda colocar la mira y observarla. Apoyándose en los ya determinados se determinan las cotas de algunos otros puntos más al interior y así sucesivamente, hasta adquirir el mayor número de datos posibles para la representacion del relieve.

**183.** En los terrenos montañosos y muy quebrados, es muy penoso y difícil el uso de los niveles, por lo cual se empleará en ellos el método de nivelacion por ángulos verticales, empleando brújulas ó pantómetras provistas de limbo zenital. Al emplear este método es conveniente usar como miras, jalones de 1<sup>m</sup>, 40 de longitud y procurar en todas las estaciones que el aparato quede á esta misma altura para evitar las reducciones al terreno. En este caso los registros de los perfiles podrán ser de la forma de los que ponemos á continuacion.

Para calcular los desniveles se hará uso en este caso de la fórmula del párrafo 163,  $d=L \cdot \text{tang. } \alpha$ , y para facilitar estos cálculos ponemos al final una tabla que contiene los múltiplos de las tangentes naturales de los ángulos comprendidos entre 0 y 20° variando de 6 en 6 minutos.

Claro es que empleando este procedimiento, la nivelacion del perfil se ejecuta al mismo tiempo que su levantamiento planimétrico.

**Nivelacion por ángulos de pendiente.**

*(usando la brújula.)*

| Estaciones  | Puntos observados.      | Rumbos. |        | Distancias<br>—<br>Metros. | Ángulos de elevacion. |        | Diferencias de nivel. | Altitud.—<br>—<br>Metros. | Croquis y Notas.   |
|---|-------------------------|---------|--------|----------------------------|-----------------------|--------|-----------------------|---------------------------|--------------------|
|   |                         | N.      | S.     |                            | depre-                | eleva- |                       |                           |                    |
| Perfil núm. 31.—Empieza en el punto 11 del perfil número 22, hito kilométrico número 35, y termina en el punto 6 del perfil número 8, señal pintada. N. T. O. sobre una pena. |                         |         |        |                            |                       |        |                       |                           |                    |
| 1   | 11. del perfil núm. 22. | 67      | 15 247 | 30                         | 205,12                | 12     | 31                    | — 44,455                  | 825,232 11 k.° 15. |
| 2   | 1.—Estaca.....          | 135     | 30 315 | 45                         | 221,05                | 14     | 52                    | — 56,715                  | 780,777 Punto 1.   |
| 3   | 2.—Estaca.....          | 192     | 15 12  | 30                         | 232,42                | 13     | 2                     | — 52,415                  | 724,062 Punto 2.   |
| 4   | 3.—Señal pintada □      | 137     | 15 317 | 00                         | 185,25                | 11     | 53                    | — 38,147                  | 671,647 Punto 3.   |
| 5   | 4.—Señal pintada □      | 58      | 30 238 | 00                         | 162,83                | 10     | 27                    | — 29,534                  | 633,500 Punto 4.   |
| 6   | 5.—Estaca.....          | 72      | 00 252 | 00                         | 191,37                | 0      | 52                    | + 2,891                   | 603,966 Punto 5.   |
| 7   | 6.—                     | 156     | 30 336 | 00                         | 241,73                | 0      | 27                    | + 1,898                   | 606,860 Punto 6.   |
| 7   | 6.—                     | 352     | 00 172 | 15                         | »                     | »      | »                     | 608,758 Punto 7.          |                    |
| 8   | 7.—Estaca.....          | 151     | 30 331 | 30                         | 282,06                | »      | »                     | + 4,750                   | 613,517 Punto 8.   |
| 9   | 8.—Estaca.....          | 142     | 15 223 | 00                         | 325,54                | 2      | 36                    | — 14,768                  | 598,749 Punto 9.   |
| 10  | 9.—Estaca.....          | 110     | 00 290 | 30                         | 321,07                | 5      | 41                    | — 31,796                  | 566,953 Punto 10.  |
| 11  | 10.—Señal pintada □     | 145     | 30 226 | 00                         | 257,32                | 5      | 12                    | — 23,322                  | 543,631 Punto 11.  |
| 12  | 11.—                    | 173     | 30 353 | 30                         | 190,00                | 6      | 27                    | — 21,314                  | 522,287 Punto 12.  |
| 12  | Ermita de San Leon...   | 98      | 00 278 | 00                         | »                     | »      | »                     | — 22,557                  | 499,730 Punto 13.  |
| 13  | 12.—Estaca.....         | 170     | 45 350 | 30                         | 215,20                | 6      | 1                     | — 22,730                  | 477,000 Punto 14.  |
| 14  | 13.—Señal pintada □     | 163     | 00 343 | 15                         | 173,00                | 7      | 33                    | — 33,614                  | 443,386 Punto 15.  |
| 15  | 14.—Estaca.....         | 153     | 15 333 | 00                         | 265,14                | 7      | 17                    | — 14,639                  | 428,747 Punto 16.  |
| 16  | 15.—Estaca.....         | 141     | 30 321 | 00                         | 217,09                | 3      | 52                    | + 7,276                   | 436,023 Punto 17.  |
| 17  | 16.—Estaca.....         | 168     | 15 348 | 15                         | 181,33                | 2      | 48                    | — 2,509                   | 433,514 Punto 18.  |
| 18  | 17.—Estaca.....         | 152     | 00 332 | 30                         | 162,71                | 0      | 53                    | — 8,098                   | 425,416 Punto 19.  |
| 19  | 18.—Señal pintada □     | 147     | 30 327 | 00                         | 253,13                | 1      | 50                    |                           |                    |

**Nivelacion por ángulos de pendiente.** (usando la pantómetra.)

| Estaciones   | Puntos observados.         | Ángulos. | Distancias — Metros. | Ángulos de depresion. — elevacion. | Diferencias de nivel. | Altitudes — Metros. | Croquis y Notas. |
|--|----------------------------|----------|----------------------|------------------------------------|-----------------------|---------------------|------------------|
| Perfil número 13. Empieza en el mojon 16 del limite del término de con el de en el alto de la Pala, y termina en el punto 31 del perfil número 2; punto sobre el arroyo del Carnero. |                            |          |                      |                                    |                       |                     |                  |
| 16   | Mojon 15.....              | 00       | 318,52               |                                    |                       | 4014,581            | Mojon 15.        |
| 16   | 1.—Señal N. T. □.....      | 98       | 215,32               | 7                                  | + 24,715              | 989,865             | Mojon 16.        |
| 1  | 2.....                     | 163      | 173,03               | 6                                  | — 20,339              | 961,636             | Punto 1.         |
| 2  | 3.—Señal + en un hito..... | 171      | 153,32               | 5                                  | — 15,938              | 941,297             | Punto 2.         |
| 3  | 4.—Estaca.....             | 221      | 108,45               | 6                                  | — 12,498              | 925,359             | Punto 3.         |
| 4  | 5.—Estaca.....             | 135      | 72,25                | 6                                  | — 7,719               | 912,861             | Punto 4.         |
| 5  | 6.—Estaca.....             | 85       | 278,10               | 0                                  | — 2,507               | 905,142             | Punto 5.         |
| 6  | 7.—Señal pintada □.....    | 261      | 92,72                | 0                                  | — 1,405               | 902,635             | Punto 6.         |
| 7  | 8.—Estaca.....             | 152      | 109,38               | 3                                  | — 6,677               | 901,230             | Punto 7.         |
| 8  | 9.—Estaca.....             | 205      | 217,23               |                                    | + 38,468              | 894,553             | Punto 8.         |
| 9  | 10.....                    | 172      | 181                  | 43                                 | + 43,103              | 933,021             | Punto 9.         |
| 10   | 11.—Estaca.....            | 164      | 162,83               |                                    | + 26,734              | 976,124             | Punto 10.        |
| 11   | 12.—Estaca.....            | 192      | 103,22               | 5                                  | — 15,613              | 1002,858            | Punto 11.        |
| 12   | 13.—Estaca.....            | 169      | 101,83               | 6                                  | — 9,937               | 1018,471            | Punto 12.        |
| 13   | 14.—Señal pintada □.....   | 169      | 133,18               | 6                                  | — 14,113              | 1008,534            | Punto 13.        |
| 14   | 15.—Estaca.....            | 200      | 171,92               | 6                                  | — 20,595              | 994,421             | Punto 14.        |
| 15   | 16.....                    | 174      | 260,80               | 7                                  | — 35,618              | 973,826             | Punto 15.        |
| 16   | 17.....                    | 182      | 315,23               | 4                                  | — 23,909              | 938,908             | Punto 16.        |
| 17   | 18.....                    | 213      | 301,52               | 3                                  | — 17,094              | 914,899             | Punto 17.        |
| 18   | 19.—Señal pintada N. T. □  | 170      | 207,01               | 3                                  | — 14,014              | 897,805             | Punto 18.        |
| 18   |                            |          |                      |                                    |                       | 885,791             | Punto 19.        |

## Instrumentos empleados en la nivelacion por alturas.

---

**184. Mira de tablilla.**—En el párrafo 168 hemos dicho que una mira es simplemente una regla graduada que se hace colocar verticalmente á un peon, que toma el nombre de portamira, en el punto que se observa, á fin de hacer visible la vertical de dicho punto.

La de *tablilla* se compone de dos reglas  $AA'$  y  $BB'$  (fig.<sup>a</sup> 100) de madera, una de las cuales  $AA'$  puede resbalar sobre la otra  $BB'$  sin separarse de ésta y prolongar por consiguiente la longitud de la mira, para lo cual la union de las dos reglas está dispuesta en la forma que representa el corte figurado en  $M$ . La regla  $AA'$  se sujeta á la  $BB'$  por medio del tornillo de presion  $d$  que tiene su tuerca en la abrazadera metálica  $f$  unida á la regla  $AA'$ . Para evitar que la punta del tornillo deforme la regla  $BB'$ , lleva la pieza  $f'$  una plancha metálica elástica sujeta por uno de sus extremos y sobre la cual viene á apoyarse la punta del tornillo  $d$  oprimiendo dicha plancha contra la regla  $BB'$ .

La tablilla de la mira la constituye un rectángulo  $hk$  de plancha de hierro; su cara anterior está dividida en cuatro rectángulos, dos de los cuales, correspondientes á una misma diagonal de la plancha, están pintados de un color, y los correspondientes á la otra diagonal de otro color diferente. Los colores que generalmente se usan son el rojo y el blanco. La línea  $mn$  es la línea de fé y el punto  $0$  es el *punto de mira*. La tablilla puede estar pintada como representa la  $D$ , siendo en este caso la línea de fé la bisectriz  $rs$  del ángulo formado por las bandas de color.

A la cara posterior de la tablilla va unida una abrazadera  $g$  enteramente semejante á la  $f$ , pudiendo la citada abrazadera, y por consiguiente la tablilla unida á ella, resbalar á lo largo del cuerpo formado por las dos reglas; fijándose á la altura que se desée por medio del tornillo de presion  $j$ . En la parte inferior de la regla  $BB'$  hay un estribo  $pt$  de hierro para apoyar sobre él el pié y fijar la mira al terreno.

La cara posterior de la regla BB' está dividida en metros, decímetros y centímetros, correspondiendo el origen de esta graduación al pié de la mira, llegando en la parte superior á 2<sup>m</sup>,1 (en la que existe en el gabinete de la clase). Una de las caras laterales lleva otra división que empezando en la parte inferior por 2<sup>m</sup>,1 llega hasta la superior donde está marcada la 4<sup>m</sup>,1. Las divisiones que abrazan todo el ancho de la regla señalan los decímetros llevando expresado por un número el metro á que corresponden y el número de orden del decímetro que señalan. Cada decímetro está dividido en centímetros por líneas mas cortas, siendo un poco más larga la que corresponde á los cinco centímetros. La cara posterior de la abrazadera *g*, representada en F, lleva un centímetro dividido en milímetros; la línea superior es el cero de esta graduación y está á la altura de la línea de fé. Este centímetro completa la graduación, pudiéndose por medio de él apreciar los milímetros, pero hay que tener presente que dicho centímetro constituye una *escala*, no un nóio como pudiera creerse á primera vista. La cara de la abrazadera *f* que corresponde á la de la regla BB' donde vá la otra graduación, tiene tambien un centímetro dividido en milímetros.

**185.** Para usar la mira, se corre la regla AA' hasta que la abrazadera *f* tropiece en el tope que lleva la BB' en su parte inferior, se fija el tornillo *d* y se coloca la mira en el punto que se quiere observar, de manera que esté en posición vertical. Se consigue esta verticalidad por medio de una plomada á cuyo hilo ha de ser paralela una de las aristas de la regla, ó bien guiándose por las indicaciones de un nivel esférico unido á la regla posterior.

Para conseguir que la línea de fé de la tablilla coincida con la visual dirigida por el nivel, se afloja el tornillo *j* y el porta-mira sube ó baja la tablilla hasta darle la posición conveniente, guiándose por las indicaciones del observador. Conseguido esto, se aprieta el tornillo *j*; la distancia comprendida desde el pié de la mira al cero de la escala de la abrazadera *g*, indicará la *altura de mira*.

Cuando la tablilla deba subir mas de 2<sup>m</sup>,1 se correrá la abrazadera *g* hasta que tropiece en el tope colocado en la parte superior de la regla AA' se afloja despues el tornillo *d* y se hace subir á la regla AA' hasta que la tablilla esté á la altura de la visual dirigi-

da por el nivel, leyéndose ahora la *altura de mira* en la graduacion lateral de la regla BB' hasta el cero de la escala de la abrazadera *f*.

**186. Mira parlante.**—Las miras parlantes pueden ser de diversas clases, la que representa las figuras 101 y 102, se compone de tres cuerpos que enchufan unos en otros, presentando la mira por su parte posterior la forma que representa la fig.<sup>a</sup> 101, pudiéndose trasportar con facilidad en esta disposicion por quedar su longitud reducida á la del primer cuerpo *ab* que suele tener 1<sup>m</sup>,5. Los mencionados cuerpos son de seccion rectangular, la longitud del segundo *c*, introducido en el primero, suele ser de 1<sup>m</sup>,3 y la del tercero *d*, introducido en el segundo, 1<sup>m</sup>,2; siendo por lo tanto la longitud total de la mira cuatro metros.

En las cantoneras metálicas en que terminan las partes superiores de los dos primeros cuerpos, existen unos taladros circulares *g*, *m*, destinados, el primero á recibir un boton colocado en la parte inferior de la regla *c* y que está empujado por un muelle, de manera que si se saca la regla *c*, en el momento que dicho boton llega al taladro, empujado por el muelle, penetra en él y la regla *c* queda en prolongacion de la *ab*, sin que pueda bajar mientras no se comprima con el dedo el mencionado boton. El taladro *m* sirve á su vez para recibir otro boton colocado del mismo modo en la parte inferior de la regla *d*, pudiendo quedar ésta en prolongacion de la *c*.

En las caras anteriores de cada cuerpo va puesta una graduacion, en metros, decímetros, centímetros y dobles milímetros, cuyo origen corresponde al pié de la mira. La disposicion de esta graduacion es la que representa la figura 102. Las líneas que como la *ab* comprenden todo el ancho de la regla, sirven de separacion á los decímetros; entre cada dos de estas líneas hay un número rojo y otro negro que representan, el primero los metros, y el segundo los decímetros que corresponden á la línea inferior. Los centímetros están marcados por rectángulos alternativamente blancos y negros; los medios decímetros, por un círculo negro cuyo centro corresponde á la línea de separacion de los centímetros quinto y sexto; los dobles milímetros están marcados por trazos alternati-

vamente blancos y negros dispuestos del modo que indica la figura.

**187.** Colocada verticalmente la mira, con el auxilio de una plomada ó de un nivel esférico, en el punto cuya cota se quiere determinar, el mismo observador puede al dirigir la visual por el anteojo del nivel, determinar la *altura de mira* correspondiente, sin más que ver la graduacion que corresponde al hilo central y horizontal del retículo.

Creemos conveniente advertir que si el anteojo es astronómico, la imágen de la mira se verá invertida apareciendo su pié por encima de la visual, debiéndose hacer la lectura, en este caso, de arriba á abajo. Por esta inversion para facilitar las lecturas, llevan algunas miras los números que representan los metros y decímetros escritos al revés y tambien suele estar sustituido el cinco de la numeracion arábica con el de la romana para no confundirlo con el tres.

**188.** Existen otras miras parlantes que consisten en una pieza de madera de algo más de 3 metros de longitud, de 80 milímetros de ancho y 25 de grueso; reforzada con una costilla de la misma madera, fija con tornillos, de 32 milímetros de ancha por 15 de gruesa. En el centro de la otra cara de la mira está la division en centímetros, alternativamente blancos y negros. A un lado de la division están marcados los decímetros con un cuadrado negro de un centímetro de lado, y numerados en su centro con cifras de un centímetro y medio de alto. Al otro lado está la numeracion de los centímetros, dentro de cada decímetro, pero solo con los números pares; esta numeracion está colocada horizontalmente, y los guarismos tienen centímetro y medio de alto. En la parte superior, y al costado, lleva la mira un gancho del que se cuelga el hilo de una plomada, cuya punta coincide con otra colocada en la parte inferior cuando la mira ocupa la posicion vertical. En la parte inferior de la mira está fija una armadura de hierro con un pivote pulimentado de 15 milímetros de diámetro y 20 de largo, que entra en un taladro abierto en una plancha pesada de hierro fundido de forma triangular, en cuya cara inferior tiene tres puntos para que se adhiera al terreno. Esta disposicion es muy ventajosa, pues se evita que el portamira cambie el punto de apoyo en los

giros que tiene que dar á la mira cuando se cambia la estacion del nivel.

Con objeto de aminorar la eventualidad de que se deslicen errores groseros en las lecturas sobre la division de la mira, lleva otra faja longitudinal dividida en decímetros que coinciden con los de la mira; cada decímetro está pintado de color diferente, alternando el negro, blanco y rojo. La designacion del color en que se proyecta el hilo central del reticulo forma parte integrante de las lecturas como se dijo en el párrafo 178.

**189. Nivel de perpendicular.**—En el párrafo 25 dijimos ya en qué consistia el nivel de perpendicular, sus rectificaciones y la manera de servirse de él para colocar una regla horizontal.

En la nivelacion, el uso de este aparato está limitado al caso en que los puntos, cuya diferencia de nivel se quiere encontrar, están muy próximos, determinándose en tal caso el desnivel que existe entre ellos midiéndose las alturas que median desde los mencionados puntos á una regla colocada horizontalmente por medio del nivel.

Existen algunos niveles de perpendicular con las modificaciones necesarias para poder usar este aparato en la determinacion del desnivel entre puntos distantes; pero siendo de poquísimo uso no nos detendremos en describirlos.

**190. Nivel de agua.**—El nivel de agua consiste en un tubo cilindrico, ordinariamente de laton,  $a b c d$  (fig.<sup>a</sup> 103) encorvado en ángulo recto en sus extremidades, en las que enchufan otros dos pequeños cilindros de mayor diámetro; ó bien está terminado en dos esferas  $a$  y  $d$  en las que se atornillan los piés de dos frascos  $f$  y  $g$  abiertos por sus dos extremidades. El tubo  $a b c d$  se apoya por su parte media en un eje  $h$  alrededor del cual puede girar; el expresado eje debe ser, por construccion, perpendicular al tubo  $a b c d$ , está unido á un mango hueco  $K$  en el que se introduce la espiga de un trípode ordinario. Otros niveles llevan, en vez de un sencillo mango hueco, una rodilla de nuez análoga á la que se describió en el Grafómetro. La longitud del tubo  $a b c d$  suele ser de 1<sup>m</sup>,3, y para facilitar su transporte, se compone de tres partes

$a b$ ,  $b c$  y  $c d$  que se atornillan unas á otras. Por uno de los frascos se echa agua en cantidad suficiente para que, lleno por completo el tubo  $a b c d$ , el nivel del líquido se eleve en los frascos  $f$  y  $g$  hasta la mitad ó las dos terceras partes de su altura.

El fundamento de este aparato es el conocido principio de hidrostática: *las superficies libres de un líquido homogéneo, sometido solo á la acción de la pesantéz, en dos tubos comunicantes, están en el mismo plano horizontal.*

Cuando los diámetros de los frascos  $f$  y  $g$  son iguales y el eje de rotación  $h$  es perpendicular al tubo  $a b c d$ , el plano horizontal determinado por las superficies del agua en los frascos es un mismo plano horizontal para todas las posiciones del aparato en una misma estación. En efecto, supongamos que la posición del nivel sea la que representa la figura 104, siendo  $K K'$  el plano horizontal que determinan las superficies libres del líquido en los frascos  $f$  y  $g$ , y llamemos  $v$  y  $v'$  los volúmenes de agua contenidos en dichos frascos. El volumen total del agua contenida en el aparato no cambiará al hacer que ésta tome distintas posiciones por el giro alrededor del eje  $h$ , y como el volumen que llena el tubo  $a b c d$  es siempre el mismo, la suma de los volúmenes parciales  $v$  y  $v'$  tendrá que ser constante; pero el volumen  $v$  es igual al producto de la sección del frasco, que llamaremos  $s$ , por la altura media  $m n$  que tenga el agua en él, y por consiguiente será:  $v = s \cdot m n$ ; por la misma razón tendremos:  $v' = s' \cdot r t$ , luego  $v + v' = s \cdot m n + s' \cdot r t$ , y siendo por hipótesis  $s = s'$  tendremos  $v + v' = s(m n + r t)$ , y como  $s$  es la misma en todas las posiciones del aparato, resulta que la suma  $m n + r t$  es una cantidad constante y por consiguiente

$$\frac{m n + r t}{2} = x z$$

también lo será; de donde se deduce, que siendo la posición del punto  $x$  constante para cada estación, el punto  $z$  tiene también su posición fija, y por consiguiente, teniendo todos los planos horizontales determinados por las superficies del agua en los frascos un punto común se confundirán en uno solo.

Por efecto de la *capilaridad* las superficies del agua en los fras-

cos no son planas, sino que afectan la forma de meniscos cóncavos  $m, m'$  (fig.<sup>a</sup> 105) cuya altura sabemos que depende del diámetro de los frascos. En el caso, pues, en que los frascos no tengan igual diámetro, las alturas de los meniscos serán diferentes, y por consiguiente, el plano tangente á estos meniscos no será horizontal.

Aun prescindiendo de la capilaridad, si los frascos son de desigual diámetro, el nivel tendrá el defecto de que los planos horizontales marcados por las superficies libres del líquido, tendrán distinta altura en las diferentes posiciones que puede tomar el aparato por el movimiento de rotacion alrededor del eje  $h$  (fig.<sup>a</sup> 103). En efecto, supongamos que, siendo desiguales los diámetros de los frascos  $f$  y  $g$ , sea  $abcd$  (fig.<sup>a</sup> 106) el plano horizontal marcado por el nivel en la primera posicion del instrumento. Si hacemos que este gire  $180^\circ$  alrededor de su eje  $h$ , el frasco de mayor diámetro que estaba á la derecha habrá venido á la izquierda y viceversa, estando representada la actual posicion de los frascos por las líneas de puntos. Si suponemos que durante el giro el líquido se ha solidificado, el plano  $abcd$  habrá venido á ocupar la posicion  $d'c'b'a'$  simétrica respecto al eje de rotacion. Si ahora suponemos que el líquido recobra su natural fluidez, el peso de la porcion  $am'c'd'$  obligará á la columna líquida á elevarse en el frasco de menor diámetro para alcanzar en éste el nivel  $cd$ ; pero esto se consigue solo con pasar á este frasco una porcion de líquido  $b'a'd'j'$  igual á la  $abjd'$ , y nos quedará el líquido  $bm'c'g$  que se repartirá por igual en los dos frascos y elevará el plano determinado por las superficies libres, haciendo que venga á ocupar la posicion  $st$ .

Teniendo, pues, en cuenta lo que acabamos de demostrar y el error debido á la capilaridad, vemos que, para que en una misma estacion el nivel marque en todas sus posiciones un mismo plano horizontal, es condicion indispensable que los dos frascos  $f$  y  $g$  (fig.<sup>a</sup> 103) sean de igual diámetro.

**191.** Para usar este nivel se colocará en estacion de manera que el tubo  $abcd$  (fig.<sup>a</sup> 103) quede próximamente horizontal, se echa despues en uno de los frascos agua hasta que el nivel del líquido llegue á la mitad ó á las dos terceras partes de la altura de dichos frascos. Si se quiere que los meniscos se destaquen mejor,

puede mezclarse el agua con un poco de vino. Dirigiendo despues una visual tangente á los dos meniscos que forman las superficies libres del líquido en los dos frascos, dicha visual será una línea de nivel aparente con respecto á la cual podemos determinar las alturas de mira de los puntos cuya diferencia de nivel se quiere encontrar, de la manera que hemos explicado al describir las miras.

Para dirigir la visual es conveniente colocarse á distancia de un metro próximamente del aparato, con objeto de que los meniscos aparezcan disminuidos en lo posible.

**192.** Para encontrar la máxima distancia á que se puede operar con este aparato para que el error cometido en la observacion sea menor que una cantidad dada, supongamos que sea  $ad$  (fig.<sup>a</sup> 107) la visual, que se aparta de la verdadera horizontal la cantidad  $mn$  á la distancia  $an$ , que es la longitud del nivel; á la distancia  $ac$  la separacion será  $dc$ , y por la semejanza de los triángulos  $man$  y  $dac$  se tendrá:

$$\frac{ac}{an} = \frac{dc}{mn}, \quad \text{de donde} \quad ac = \frac{dc \cdot an}{mn}.$$

En la práctica una separacion  $mn = 0^m,0005$  entre la visual y la verdadera horizontal no se nota, si suponemos que la longitud del nivel sea de  $1^m,3$  y que el error  $dc$  tolerable sea  $0^m,01$  se tendrá:

$$ac = \frac{0,01 \cdot 1^m,3}{0,0005} = 26^m$$

luego vemos por este ejemplo que el nivel de agua solo puede servir á distancias pequeñas.

Este nivel es de escaso uso en el dia.

**193. Nivel de agua de tubo flexible.**—Consiste este nivel en dos reglas de madera  $ab$  y  $cd$  (fig.<sup>a</sup> 108) de dos metros de altura, generalmente, que en sentido de su longitud llevan en el medio de una de sus caras unos rebajos semicilíndricos, en los cuales van adosados dos tubos de vidrio  $fg$ ,  $f'g'$  ensanchados en su parte superior en forma de embudos. La parte inferior de dichos tubos está cerrada pero lleva lateralmente un orificio en el cual

entra otro tubo, generalmente metálico y de direccion perpendicular al primero, provisto de una llave que, segun su posicion, permite ó impide el paso del agua, teniendo además estos últimos tubos su extremo roscado exteriormente con el objeto de que pueda fijarse á ellos, por medio de ligaduras, el tubo flexible  $mnp$ , de unos 50 metros de longitud. Este tubo  $mnp$  está formado de una primera envoltura de lona embreada, un forro interior de caoutchouc y una hélice de alambre fuerte que mantiene la redondez del tubo. Al lado de los  $f'g, f'g'$  en las reglas que los sostienen, existe una graduacion en metros, decímetros y centímetros, cuyo origen corresponde al canto inferior de las reglas.

El manejo de este aparato exige cuatro hombres, dos para las reglas y los otros dos para llevar el tubo flexible. Su uso es sencillísimo, no teniendo más que poner en cada uno de los puntos, cuya diferencia de nivel se quiere encontrar, una de las reglas, apoyadas verticalmente en el suelo, dejando que el tubo flexible se apoye en el terreno en cualquiera direccion. Se aguarda á que el agua de los tubos quede en reposo, y observando entonces en las dos reglas á qué graduacion corresponde su nivel, la diferencia entre las dos graduaciones será el desnivel que existe entre ambos puntos.

Las ventajas de este aparato son: que la precision de las observaciones no depende de la práctica del operador en dirigir las visuales tangentes á los meniscos formados en las superficies libres del líquido; que se puede nivelar con él en terrenos muy accidentados con más facilidad que si se emplease un nivel ordinario, y hasta puede emplearse en dias de niebla.

A pesar de estas ventajas, su uso está poco generalizado.

**194. Nivel de burbuja de aire.**—En la planimetría hemos necesitado adelantar la explicacion del nivel de *burbuja de aire*, allí hicimos su descripcion, indicando la manera de usarlo para conseguir la horizontalidad de una línea, de un plano, ó la verticalidad de un eje de un aparato, así como las comprobaciones y correcciones que es preciso efectuar antes de usarlo. Solo nos resta indicar aquí la aplicacion de este nivel á los instrumentos destinados á la nivelacion y su empleo con este objeto.

Los niveles á que nos referimos consisten, en resumen, en una regla que puede girar alrededor de un eje vertical sostenido por tres piés provistos de tornillos, á favor de los cuales se puede cambiar la inclinacion de dicho eje. Sobre la regla se apoyan los soportes de un anteojo cuyo eje óptico se coloca horizontal guiándose por las indicaciones de un nivel de burbuja de aire. Ahora bien, dicho nivel puede estar colocado con entera independencia del anteojo, ó por el contrario, estar apoyado directamente en el anteojo y ésta es la diferencia más esencial que distingue unos de otros los niveles que, casi con exclusion de todos los demás, se emplean en el día para las operaciones de nivelacion.

**195.** Un nivel de los de la primera especie es el que representa la figura 109. Consiste en una regla *AB* apoyada sobre un eje *C* alrededor del cual puede girar; dicho eje está sostenido por tres piés *z*, *z'*, *z''* provistos de los tornillos *x*, *x'*, *x''* que vienen á apoyar sus puntas sobre la meseta de un trípode. Sobre la regla *AB* se apoya un nivel de burbuja de aire *ab* provisto del tornillo de rectificacion *d*. Sobre la misma regla se apoyan tambien los soportes *f* y *g* de un anteojo *lm*; dicho anteojo está sujeto á los soportes por medio de los collares en que éstos terminan y de unas sobremuñoneras que se fijan á ellos por medio de unas chavetas. Levantando las sobremuñoneras se puede sacar el anteojo, y colocadas éstas permiten que el anteojo gire en sus collares alrededor de su eje de figura. Uno de los soportes del anteojo puede variar de altura por medio del tornillo *p*. El reticulo del anteojo, provisto de sus correspondientes tornillos de rectificacion *q*, *q'*, *q''*, *q'''*, está compuesto de dos hilos que se cortan perpendicularmente, ó bien de tres hilos dispuestos como representa la figura 110, estando los *ab* y *cd* equidistantes del punto medio del *ef* y siendo éste último perpendicular á los otros dos.

**196.** Antes de usar este aparato es preciso que se cumplan las condiciones siguientes: 1.<sup>a</sup> *Verticalidad del eje de rotacion C*; 2.<sup>a</sup> *Coincidencia del eje óptico con el de figura del anteojo*; 3.<sup>a</sup> *Paralelismo entre el eje de figura y la horizontal marcada por el nivel, ó sea perpendicularidad de dicho eje y el de rotacion C, supuesto éste vertical*; 4.<sup>a</sup> *Uno de los hilos del reticulo, ó los*

dos a b y c d, si tiene la disposicion de la figura 110, debe ser horizontal.

Para que se cumplan la 1.<sup>a</sup> y 2.<sup>a</sup> condicion sabemos ya, por haberlas explicado en el párrafo 39, las operaciones y rectificaciones que deben ejecutarse.

Para comprobar la 3.<sup>a</sup>, ó sea, si el eje de figura del anteojo, que suponemos ya coincidiendo con el eje óptico, es paralela á la horizontal marcada por el nivel, se opera de la manera siguiente: suponiendo que  $ml$  (fig.<sup>a</sup> 111) sea la posicion del anteojo, se dirige por él una visual á una mira colocada á la distancia ordinaria de las niveladas, anotando la *altura de mira* Q correspondiente á la visual. Se dá despues un giro de  $180^\circ$  al aparato alrededor del eje C, y quitando las sobre-muñoneras se saca el anteojo volviéndolo á colocar invertido en sus collares para que el ocular vuelva á quedar del lado del observador, representando esta segunda posicion del anteojo la línea  $m'l'$  de la figura. Si el anteojo estaba inclinado respecto á la horizontal, la segunda posicion será simétrica de la primera, y la *altura de mira* correspondiente á la visual será la R, distinta de la anterior. Se tomará el promedio de las dos *alturas de mira* encontradas, obteniéndose así la que corresponde á la horizontal, y marcándola en la mira se hará, por el movimiento del tornillo  $p$ , variar la altura de uno de los soportes del anteojo hasta conseguir que la visual pase por el punto marcado  $h$ , repitiendo las operaciones que hemos indicado hasta conseguir que en dos posiciones inversas del anteojo la *altura de mira* correspondiente á la visual sea la misma, en cuyo caso estará cumplida la condicion que nos ocupa

— Para conseguir la 4.<sup>a</sup> condicion, ó sea la horizontalidad de uno de los hilos del reticulo, se empieza por hacer girar al anteojo en sus collares hasta que el expresado hilo sea sensiblemente horizontal. Se hace despues girar al instrumento alrededor del eje C hasta que un punto bien determinado esté cubierto por otro del expresado hilo, y continuando el mismo movimiento, se observa si los demás puntos del hilo van cubriendo sucesivamente al mismo punto observado, durante todo el tiempo que éste permanece en el campo del anteojo, en cuyo caso el hilo será horizontal; si ésto no

sucede, se girará el anteojo en sus collares en el sentido conveniente hasta que dicha coincidencia se verifique. Algunos niveles tienen, unidos al anteojo dos pequeños topes que vienen á tropezar en los extremos de dos tornillos fijos en los montantes, siendo la posición de dichos topes tal, que cuando están en contacto con los tornillos uno de los hilos del réticulo debe ser horizontal. Si al comprobar dicha horizontalidad, de la manera anteriormente indicada, no estuviese satisfecha, se mueven convenientemente los mencionados tornillos hasta conseguirla.

**197.** En las correcciones anteriores hemos supuesto que los collares en que descansa el anteojo son de igual radio, y por lo tanto que el eje de figura es paralelo á las generatrices de contacto con los collares.

Si ésto no se verifica, las restituciones que hemos indicado para conseguir la horizontalidad de la visual, serán ilusorias por ser falso su punto de partida.

Esta desigualdad de los collares no puede ser corregida más que por el constructor; pero antes de usar un nivel, debemos cerciorarnos si tiene ó nó este defecto. Para conseguirlo, se hará estacion con el nivel á igual distancia de dos puntos (*a*) y (*b*) se efectuarán las correcciones indicadas en el párrafo anterior, y concluidas éstas, se determinarán las *alturas de mira* correspondientes á las visuales dirigidas á los puntos (*a*) y (*b*); la diferencia de dichas alturas dará un valor para la diferencia de nivel de los mencionados puntos. Se hace despues estacion en el punto (*a*) y con una plomada se mide con esmero la distancia vertical que existe desde el centro del ocular al suelo, con lo cual tendremos la cota del punto (*a*) respecto á la línea de nivel aparente marcada por el eje óptico del anteojo. Para obtener la cota del punto (*b*) con respecto al mismo plano, se dirige la visual por el anteojo á una mira colocada en dicho punto, determinando en ella la altura correspondiente á la visual; si la distancia fuese grande se corregirá la altura de mira encontrada de los errores debidos á la refraccion y á la diferencia entre el nivel aparente y verdadero. Restando entre sí los valores encontrados de este modo para las cotas de los puntos (*a*) y (*b*), tendremos otro valor para la diferencia de nivel de

dichos puntos; si este segundo valor no es sensiblemente igual al primero nos indicará que los collares tienen distintos radios.

Veamos la influencia que puede tener en las operaciones esta desigualdad. Si llamamos  $r$  y  $r + h$  los radios de los collares, la inclinacion de la generatriz de contacto con respecto al eje de figura del anteojo, y por consiguiente la inclinacion de este eje respec-

to a la horizontal sera  $\frac{h}{l}$ , llamando  $l$  la distancia que separa los

centros de los collares. Si suponemos que la mira que se observa está á la distancia  $D$ , el error que por efecto de esta inclinacion resultara en la altura de mira correspondiente á la visual tendrá por valor:

$$e = \frac{h}{l} D$$

Suponiendo  $l = 0^m, 2$ ,  $D = 100^m$  y  $h = 0^m, 0001$ , el error sera  $0^m, 05$ , y dicho error ascendera aun á  $0^m, 005$  a la misma distancia, suponiendo que la diferencia de rádio de los collares fuese solo de  $0^m, 000001$ .

**198.—Método de Egault.**—Suponiendo que se han efectuado con toda precision las rectificaciones indicadas en el párrafo 196, el estado de perfeccion conseguido durara poco, pues el mismo juego de las distintas partes del aparato sera causa de que se pierda. Si no se quiere tener que repetir en cada observacion las correcciones indicadas, se puede emplear el método de Egault, que permite encontrar la verdadera *altura de mira*, aun suponiendo que las condiciones que hemos mencionado no se hallen cumplidas con exactitud. Dicho método se reduce á operar de la manera siguiente: Supongamos que siendo vertical el eje de rotacion  $O M$  (fig. a 112) del nivel, el eje de figura del anteojo sea la recta  $CD$  inclinada respecto á la horizontal  $AB$ , y que no coincidiendo tampoco el eje óptico con el de figura del anteojo, tenga aquel la posicion  $0 h_1$ . Al dirigir la visual encontraremos por altura de mira correspondiente la  $h_1$ . Si se hace girar el anteojo  $180^\circ$  en sus collares, el eje óptico tomará una posicion simétrica de la anterior respecto al eje de figura, y la altura de mira correspondiente á la

nueva visual será la  $h_2$ . La correspondiente al punto D será el promedio de las dos observadas y tendrá por valor:

$$D = \frac{h_1 + h_2}{2}$$

Dando ahora un giro de  $180^\circ$  al aparato alrededor del eje O M y cambiando la posición del anteojo en sus collares para que el ocular vuelva al lado del observador, el eje de figura del anteojo quedará en la posición EF, simétrica de la CD respecto á la horizontal AB, y el eje óptico quedará en la posición  $Oh_3$ , siendo la altura de mira correspondiente á la visual la  $h_3$ ; si volvemos á hacer girar al anteojo  $180^\circ$  en sus collares corresponderá á la nueva visual la altura de mira  $h_4$ ; siendo la correspondiente al punto F el promedio de estas dos últimas tendrá por valor:

$$F = \frac{h_3 + h_4}{2}$$

La verdadera altura de mira B que corresponde á la horizontal, por ser las rectas CD y EF simétricas respecto á la AB, será el promedio de las D y F, y tendrá por valor:

$$B = \frac{D + F}{2}$$

Si sustituimos ahora en vez de D y F los valores anteriormente encontrados para dichas cantidades se tendrá:

$$B = \frac{h_1 + h_2 + h_3 + h_4}{4}$$

Considerando la misma figura, se observa que para valor de B se tendrán también las dos expresiones:

$$B = \frac{h_1 + h_3}{2} \quad \text{y} \quad B = \frac{h_2 + h_4}{2}$$

Luego vemos que se puede obtener la verdadera *altura de mira*, bien sea tomando el promedio de cuatro valores, ó bien tomando sólo el promedio de dos. En el primer caso, se tendrá la comprobación de que la suma de las dos alturas extremas ha de ser igual á la suma de las dos intermedias. En el segundo caso se opera con más rapidez, necesitándose sólo efectuar una lectura en la mira en

la primera posición del anteojo; se saca después éste de sus collares y se invierte procurando que quede el eje óptico en la misma posición que tenía respecto al eje de figura, se dá después un giro de  $180^\circ$  al aparato alrededor del eje vertical y otro al anteojo alrededor de su eje de figura, se anota la altura de mira correspondiente á la visual dirigida en esta nueva posición, y tomando el promedio de los dos valores obtenidos, se tendrá el verdadero valor de la altura de mira correspondiente á la horizontal del punto 0.

**199. Otra disposición del nivel de burbuja de aire.**—En el párrafo 194 digimos que en algunos niveles, el nivel de burbuja de aire se apoya directamente sobre el anteojo y tal es la disposición del que representa la fig.<sup>a</sup> 113, cuyas principales diferencias con el anteriormente descrito son las siguientes: en vez de estar los soportes del anteojo apoyados en una simple regla y poderse elevar ó bajar uno de ellos por medio de un tornillo, dichos soportes están invariablemente unidos á una primera regla  $cd$  que á su vez se apoya sobre una segunda regla  $ab$ . Las dos reglas están unidas entre sí en uno de sus extremos por una charnela, proyectada en  $m$ , y en el otro por un tornillo  $k$ . Por el movimiento de este tornillo se puede hacer variar la inclinación de la regla  $cd$  respecto de la  $ab$ . Con esta disposición se tiene la ventaja de que, siendo invariable la longitud de los soportes del anteojo, el contacto de éste con los collares puede establecerse en toda la longitud de dichos collares. El nivel de burbuja de aire  $rq$  vá colocado sobre los collares del anteojo por medio de unas horquillas metálicas, fijándose la armadura de dicho nivel á unos montantes que se apoyan sobre la regla  $cd$  por medio de unos pasadores verticales y de unas clavijas  $z$ . Por medio del botón  $y$  puede separarse del aparato el nivel  $rq$ , habiendo sacado previamente las clavijas  $z$ , y colocarlo en posición inversa sin tocar al anteojo. Esta disposición del nivel ofrece la ventaja de poder comprobar la igualdad ó desigualdad de radio de los collares del anteojo más fácilmente que como se explicó en el párrafo 197, pues bastará colocar el aparato en estación, efectuar las correcciones generales, y suponiendo al anteojo dirigido á un punto cualquiera, anotar la

posicion de la burbuja; levantar despues el nivel, dar al aparato un giro de  $180^\circ$  alrededor del eje A, invirtiendo tambien la posicion del anteojo para que el ocular vuelva á quedar al lado del observador. Hecho esto se vuelve á colocar el nivel sobre los collares del anteojo y si estos son desiguales, como han tomado una posicion simétrica de la que tenian al empezar la operacion, la burbuja del nivel cambiará de lugar, y la variacion que esperimente medirá el doble del ángulo que con la horizontal forma la generatriz de contacto de los collares con el anteojo.

Las comprobaciones y rectificaciones que hay que efectuar con estos niveles antes de usarlos son: 1.<sup>a</sup> *Coincidencia del eje óptico con el de figura del anteojo*, que se consigue como ya sabemos. 2.<sup>a</sup> *Paralelismo entre el eje de figura del anteojo y la horizontal marcada por el nivel*. Esta correccion se ejecuta colocando el anteojo en direccion de dos de los tornillos del pié, por el movimiento de estos tornillos se llevará la burbuja del nivel á sus referencias; se levanta despues el nivel y se le vuelve á colocar invertido, corrigiendo la desviacion que haya experimentado la burbuja, la mitad por los tornillos del pié y la otra mitad por el tornillo de rectificacion  $\alpha$  del nivel. 3.<sup>a</sup> *Perpendicularidad de la regla c d respecto al eje A y verticalidad de dicho eje*. Esta correccion se ejecutará del modo siguiente: supuesto que por la correccion anterior la burbuja del nivel está en sus referencias, se dá al aparato un giro de  $180^\circ$  alrededor del eje A, corrigiendo la desviacion que experimente la burbuja, mitad por los tornillos del pié y la otra mitad por el tornillo K. Se coloca despues el anteojo en direccion del tercer tornillo del pié, y por el movimiento de dicho tornillo, se llevará la burbuja á sus referencias, si al efectuar este giro se hubiese separado de ellas. 4.<sup>a</sup> *Horizontalidad de uno de los hilos del retículo*, que se conseguirá de la manera explicada en el párrafo 196.

**200. Límite del empleo del nivel de burbuja de aire.**—La distancia á que se puede operar con un nivel de burbuja de aire para que el error cometido en la determinacion de la *altura de mira* sea menor que una cantidad dada, depende del que se cometa en la apreciacion de la posicion de la bur-

buja, y del radio de curvatura del tubo del nivel. Para encontrar la relacion que liga entre sí á estas cantidades, supongamos que sea  $a b$  (fig.<sup>a</sup> 114) una línea que se quiere poner horizontal por medio de un nivel de burbuja de aire  $c d$ , que al observar la posición de la burbuja se ha cometido un error  $m m'$ , siendo  $m$  el punto medio del tubo y  $m'$  el que ocupa el centro de la burbuja. Por efecto de este error, la línea  $a b$  quedará inclinada respecto á la horizontal, y si dicha línea es el eje óptico del anteojo de un nivel, al observar una mira colocada á la distancia  $f h = D$  se habrá cometido en la lectura de mira el error  $h g = e$ . Llamando  $r$  al radio de curvatura del tubo del nivel se tendrá:

$$\text{tang. } m 0 m' = \frac{m m'}{r} \quad \text{y} \quad \text{tang. } g f h = \frac{e}{D}$$

pero siendo los ángulos  $m 0 m'$  y  $g f h$  iguales por tener sus lados respectivamente perpendiculares, sus tangentes tambien lo serán, y por consiguiente tendremos:

$$\frac{m m'}{r} = \frac{e}{D} \quad \text{de donde} \quad D = \frac{r \cdot e}{m m'}$$

La desviacion  $m m'$  puede llegar á ser de  $0^{\text{m}},0002$  sin ser notada. si suponemos que  $r = 15^{\text{m}}$  y  $e = 0^{\text{m}},001$  se tendrá:

$$D = \frac{15^{\text{m}} \cdot 0,001}{0,0002} = 75^{\text{m}}$$

En la práctica es muy difícil medir con exactitud el radio de curvatura del tubo de un nivel y en cambio es fácil determinar el valor angular de las divisiones del tubo ó sea la apreciacion del nivel; conocida esta apreciacion sabemos que puede determinarse la inclinacion de la recta sobre que se apoya en funcion de dicha apreciacion y de las lecturas efectuadas en las extremidades de la burbuja; por lo tanto se puede encontrar el limite de la distancia á que puede operarse con un nivel para que el error cometido en la lectura de mira sea menor que una cantidad dada por medio de la ecuacion que se acaba de deducir:

$$\text{tang. } g f h = \frac{e}{D}, \quad \text{de donde} \quad D = \frac{e}{\text{tang. } g f h}$$

**201. Nivel de pendientes de Chezi.**—Este aparato conocido tambien con el nombre de *Clistmetro*, se compone de una regla A B (fig.<sup>a</sup> 115) que puede girar alrededor de un eje C sostenido por una plataforma de tres tornillos verticales  $s, s' s''$ . Para sugetar la regla A B é impedir su movimiento, existe un tornillo de presion  $g$  que por medio de unas mordazas une la citada regla á una pequeña plataforma unida al eje C. Sobre la regla se apoya un nivel  $a b$  de burbuja de aire, siendo los apoyos de este nivel dos tornillos por medio de los cuales se puede corregir su posición. En los extremos de la regla A B se elevan dos pínulas de desigual altura; la mayor B N está compuesta de un marco por el que puede resbalar el bastidor F, que tiene una ventanilla rectangular  $r$  con dos cerdas cruzadas en ángulo recto y un pequeño orificio tronco-cónico  $s$ ; en uno de los costados del bastidor existe un nónio cuyo cero está á la misma altura que el punto de cruce de las cerdas de la ventanilla  $r$  y que el orificio  $s$ ; en el costado correspondiente del marco vá una graduacion. El movimiento del bastidor F puede ejecutarse rápidamente moviéndolo á mano por medio de un boton colocado en la parte posterior, ó bien con lentitud, para lo que se aprieta el tornillo de presion K que oprimiendo unas mordazas fijas al bastidor hace que este forme cuerpo con el cilindro  $m n$ , que á su vez puede subir ó bajar con lentitud dando vueltas al tornillo fijo  $f$  cuya tuerca está en el interior de dicho cilindro. La pínula menor está compuesta de un marco A N en el que puede resbalar tambien un bastidor D provisto de una ventanilla rectangular  $x$  con dos cerdas cruzadas en ángulo recto y de un pequeño orificio  $h$ . El movimiento de este bastidor tiene poca amplitud y se produce por medio del tornillo  $p$ .

Las comprobaciones y correcciones que es preciso efectuar con este aparato son: 1.<sup>a</sup> *Verticalidad del eje C*; que se conseguirá por medio de los tornillos del pié y guiándose por las indicaciones del nivel  $a b$  de la manera que ya sabemos. 2.<sup>a</sup> *Paralelismo entre la visual y la horizontal marcada por el nivel, cuando el cero de la graduacion del marco coincide con el del nónio del bastidor F*, despues de efectuar esta coincidencia la mencionada comprobacion se ejecuta de la misma manera que se explicó en el párrafo 196,

sirviendo de ocular, en la primera posición del aparato, el orificio  $h$  y de objetivo, el cruce de las cerdas de la ventanilla  $x$ , y en la segunda posición servirá de ocular el orificio  $s$  y de objetivo el cruce de las cerdas de la ventanilla  $x$ . La corrección que sea preciso efectuar se ejecuta por los movimientos del bastidor D.

**202.** El clisímetro se emplea más comúnmente para medir las pendientes que para determinar una línea horizontal, llevando con aquel objeto el marco de la pínula mayor una graduación que da el valor de las pendientes de las visuales dirigidas por el aparato. Esta graduación se traza de la manera siguiente: Se pone el cero en el punto que corresponde á la horizontal determinada por el orificio  $h$  y el cruce de las cerdas de la ventanilla  $x$ , cuando dichos puntos están igualmente elevados sobre la regla AB y ésta es horizontal; para conocer ahora qué cantidad tendremos que elevar el bastidor de la pínula mayor para que la visual tenga una inclinación dada,  $0^m,020$ , por ejemplo, por metro, se tiene la ecuación: (fig.ª 116)

$$\frac{df}{cd} = 0^m,020 \quad \text{de donde } df = 0^m,020 \cdot cd$$

Si suponemos que  $cd$  sea igual á 30 centímetros, se tendrá  $df = 0^m,06$ .

Dividiendo ahora esta longitud en 200 partes iguales se tendría una escala sobre la cual se podrían evaluar las pendientes en milímetros; pero con objeto de que las divisiones no resulten muy próximas, lo que dificultaría las lecturas, se pueden marcar sólo las divisiones de 5 en 5, lo que permitirá leer directamente las pendientes de 5 en 5 milímetros, y colocando en el bastidor F un nonio que, comprendiendo cuatro de estas divisiones esté dividido en cinco, se podrá ya apreciar las pendientes de milímetro en milímetro.

**203.** Para determinar, por medio de este aparato, la pendiente de una línea cualquiera del terreno, tal como la AB (fig. 117), se colocará en estación en el punto A procurando que el orificio  $a$  de la pínula menor corresponda á la vertical de dicho punto. En el B se colocará una mira á cuya tablilla se le habrá dado una altura igual á la  $a$  A. Hecho esto, se dirigirá una visual por el orificio de la pínula menor como ocular y por el cruce de las cerdas

de la ventanilla de la pínula mayor como objetivo, elevando convenientemente el bastidor de la pínula mayor hasta que la visual pase por el punto de mira. La lectura correspondiente al cero del nonio del bastidor dará el valor de la pendiente de la línea  $ac b$ , y por consiguiente de su paralela  $AB$ .

Si la pendiente fuese descendente (fig.<sup>a</sup> 418), no habrá más diferencia, sino que serviría de ocular el orificio de la pínula mayor y de objetivo el cruce de las cerdas de la pínula menor, colocando el aparato en estacion de modo que la vertical del punto  $a$  corresponda, lo mismo que antes, al  $A$  del terreno.

Si se quisiese resolver el problema inverso, es decir, marcar en el terreno un punto con la condicion de que la línea que lo una al de estacion, tenga una pendiente dada; se elevará el bastidor de la pínula mayor hasta que el cero del nonio marque la pendiente que se dá, y se hace que el portamira suba ó baje por la pendiente del terreno hasta encontrar un punto tal, que la visual dirigida por el aparato vaya á pasar por el punto de mira; el pié de ésta marcará el punto que se busca. En cada estacion se podrán determinar varios puntos que cumplan con la condicion pedida, y de ellos se elegirá el que más convenga.

### Algunos problemas de nivelacion.

---

**204. Dada una línea y un punto de ella, encontrar sobre dicha línea otro punto, cuya diferencia de nivel con el primero sea igual á una cantidad dada.**—Supongamos que  $A$  (fig.<sup>a</sup> 419) sea el punto dado de la línea  $AB$ , sobre la cual se quiere determinar otro punto cuya diferencia de nivel con el primero ha de ser igual á una cantidad dada  $m$ . Se coloca en  $A$  una mira y se hace estacion con un nivel en un punto tal como el  $M$ , que á ser posible, elegiremos con la condicion de que la altura de la visual respecto al punto  $A$  sea mayor que la cantidad  $m$ . Se observa la altura  $aA$  de mira correspondiente á la visual, y restando de ella la cantidad  $m$  se marcará en otra mira una altura igual á la diferencia  $aA - m$ . Se

hace recorrer á dicha mira por la línea A B hasta que la visual dirigida por el nivel pase por el punto de mira, y el pié de ésta nos marcará entonces el punto que buscamos, pues siendo las alturas de mira observadas en los puntos A y C desde la estacion M,  $a A$  y  $A A - m$ , la diferencia de nivel entre A y C será

$$a A - (a A - m) = m.$$

Cuando el desnivel dado  $m$  fuese mayor que la altura total de la mira, se resolverá el problema por medio de una nivelacion compuesta, anotando los desniveles parciales hasta que falte para el total pedido una cantidad menor que la altura de la mira, estando entonces en el caso anterior.

Si el punto dado fuese el C y se quisiera encontrar otro A más bajo, se procederá de un modo análogo añadiendo á la altura de mira en C el desnivel que se ha dado.

**205. Hallar el punto mas alto ó mas bajo de una línea dada.**—Se hace estacion con un nivel en un punto de la línea dada ó en su proximidad, y haciendo que una mira se vaya colocando en distintos puntos de ella, se anotan las alturas correspondientes á las visuales dirigidas por el nivel. El punto á que corresponda la menor altura de mira será el mas elevado, y el mas bajo, aquel en que la altura de mira sea la mayor.

**206. Hallar el punto mas alto ó mas bajo de una superficie.**—Se marcan en la superficie dada algunas líneas sensiblemente paralelas, tanto mas próximas entre sí cuanto mayor sea la precision que se desée. Se determinan en estas líneas los puntos más altos ó más bajos y uniéndolos por una nueva línea, el punto más alto ó más bajo de esta será el que se buscaba.

**207. Trazar sobre el terreno una línea cuyos puntos estén de nivel con otro que suponemos dado.**—Este problema no es mas que la repeticion del caso particular del primero, en que la diferencia de nivel dada fuese cero. Para resolverlo se colocará en el punto dado una mira, y haciendo estacion con un nivel en un punto cualquiera, con tal que su distancia al primero sea menor que el alcance del instrumento, se determina la altura de mira correspondiente á la visual; se marca dicha altura en la mira y haciendo que ésta recorra el

terreno, todos los puntos que cumplan con la condicion de que, colocada en ellos la mira, la visual dirigida por el aparato pase por el punto de mira, estarán de nivel con el primero y pertenecerán á la línea pedida.

Así podrán marcarse todos los puntos comprendidos en la zona limitada por el alcance del instrumento, y para continuar marcando más puntos fuera de esta zona, se coloca la mira en un punto ya marcado, se cambia el nivel de estacion y se repite en la nueva las mismas operaciones explicadas para la primera; continuándose del mismo modo cambiando el nivel de estacion, siempre que sea preciso, hasta marcar todos los que se deseen, teniendo cuidado de colocar la mira en uno de los ya determinados y encontrar la altura que corresponde á la visual, siempre que se cambie de estacion el nivel.

**208. Determinar las cotas de puntos cubiertos por las aguas.**—Pueden ocurrir dos casos: 1.º que el agua que cubre los puntos cuyas cotas se quieren conocer, esté estancada, y 2.º que sea corriente. En el primer caso la superficie se considera de nivel y bastará determinar el desnivel de los puntos sumergidos con respecto á uno de la orilla cuya cota se conozca. Para encontrar dicho desnivel, se vá sumergiendo en los susodichos puntos una mira ó regla graduada y la magnitud sumergida nos indicará el desnivel buscado. Si la profundidad fuese mucha se empleará en vez de la regla una *sonda*, llamándose así á una cuerda, á la extremidad de la cual va suspendido un peso. En el segundo caso, la superficie del agua solo puede considerarse como una série de planos inclinados, y por consiguiente habrá necesidad de levantar el perfil de las orillas, marcando especialmente los puntos en que varíe la velocidad de la corriente. El perfil del fondo se determina como en el caso anterior por medio de reglas ó de sondas que se sumergen en el agua hasta tocar á dicho fondo.

Para fijar la situacion de los puntos sumergidos cuya cota se va determinando, puede emplearse el método de intersecciones, apoyándose en una línea determinada por dos puntos conocidos de la orilla.

---



## SECCION TERCERA.

---

### CONSTRUCCION, COPIA Y REDUC- CION DE PLANOS, CÁLCULO DE ÁREAS.

#### CAPITULO I.

---

##### CONSTRUCCION DE PLANOS.

---

**209.** Hasta aquí solo nos hemos ocupado de las operaciones de campo y de los cálculos que es preciso efectuar con los datos adquiridos en ellas, para conocer la posición de los diversos puntos del terreno. Pasando ya á la representación gráfica de éste, y prescindiendo de la descripción del sistema, pues ya sabemos cuál es el que generalmente se usa, lo primero que necesitamos fijar, es la *escala* en que se ha de efectuar el dibujo. La escala se determina según el objeto del plano y los detalles que en el dibujo se necesitan apreciar. (\*)

Elegida la escala, si se representa por  $\frac{1}{M}$ , llamando  $L$  una longitud del terreno y  $l$  su correspondiente en el papel, se tendrá la

---

(\*) Véase el apéndice 3.º

ecuacion  $\frac{l}{L} = \frac{1}{M}$ , por medio de la cual, segun vimos en el párrafo 8, no solo se pueden encontrar las longitudes que han de tener las diferentes líneas que en el dibujo han de representar á las del terreno, sino resolver tambien una porcion de problemas de los que alli indicamos los mas importantes. El empleo de esta fórmula dá lugar á cálculos, que aunque sencillos son muy repetidos, y para evitarlos se hace uso de las *escalas gráficas*.

Una escala gráfica, se reduce á una recta dividida en partes iguales, de tal modo, que su longitud y la de cada una de sus partes, esté con la unidad de medida y sus divisores en la relacion  $\frac{1}{M}$  que marca la escala. En el comercio se encuentran reglas de marfil ó de boj, de dos decímetros de longitud, divididas con arreglo á las escalas mas usuales. A falta de estas reglas se puede construir una escala gráfica por el procedimiento de transversales del modo que se esplica en *Geometría*.

**210.** Una vez conocida la escala y la extension del terreno que se quiere representar, fácil es determinar la magnitud de la hoja ú hojas de papel en que se ha de efectuar el dibujo. Cuando sea preciso emplear varias hojas, se empieza por dibujar el plano del conjunto, representando sólo los vértices de la triangulacion, en una escala mas pequeña. Este dibujo sirve para estudiar la distribucion de la zona en hojas del tamaño que se conceptúe oportuno, pudiendo muy bien servir para este objeto, el croquis que, como resultado del reconocimiento preliminar, se hizo para elegir los puntos que habian de ser vértices de la triangulacion. Suponiendo que la figura 120 represente este croquis, se trazan en el ángulo inferior de la izquierda un sistema de ejes paralelos á las márgenes del papel, y por líneas paralelas á dichos ejes, se marcan, con arreglo á la escala del croquis, los cuadrados que representan las hojas. Estos se numeran y se anotan los vértices comprendidos en cada uno.

Se toman las hojas de papel y se numeran por el mismo orden que los cuadrados del croquis; en el centro de cada una se trazan dos líneas perpendiculares entre sí y paralelas á los lados del pa-

pel, se dividen estas líneas en partes iguales que con arreglo á la escala del plano correspondan á la unidad de medida ó á sus múltiplos y por los puntos de division se trazan paralelas á los ejes, formando de este modo una cuadrícula (\*) que se cierra en cada hoja en un cuadrado cuyo lado contiene un número exacto de unidades de distancia y que ha de ser equivalente á los trazados en el croquis del conjunto. El espacio que limita este cuadrado es el destinado á la representacion del terreno correspondiente á cada hoja, empleándose el margen para representar los puntos que convengan de las hojas contiguas. Así, por ejemplo, en la figura 120, el punto B estará dentro del cuadrado de la sexta hoja, y puede representarse tambien en el margen de las 5.<sup>a</sup>, 7.<sup>a</sup> y 8.<sup>a</sup>. En el vértice inferior de la izquierda se escribe en cada hoja una fraccion cuyos términos representen las distancias de dicho ángulo á los ejes coordenados.

Preparadas de este modo las hojas, se procede á situar en ellas los vértices de la triangulacion, operacion que no ofrece dificultad alguna toda vez que se conocen sus coordenadas. La cuadrícula sirve para medir las unidades enteras, y por medio de la escala se miden las fracciones de la unidad.

**211.** En las hojas que contengan pocos puntos de la triangulacion, conviene marcar las direcciones de algunas de las líneas que unen dos vértices no comprendidos en la hoja, siendo esto preciso si alguna de las hojas no contuviese más que uno ó dos vértices. En la hoja 3.<sup>a</sup> (fig. 121), por ejemplo, para trazar la recta que une los puntos K y E, bastará encontrar los puntos en que dicha recta corta á los lados del cuadrado que limita la hoja. Este problema es bien sencillo puesto que se conocen las coordenadas de los puntos K y E, y por lo tanto la ecuacion de la recta; tambien se conoce la ecuacion de los lados del cuadrado que limita la hoja y por consiguiente el problema queda reducido á este otro de Geometría Analítica: *determinar el punto de encuentro de dos rectas cuyas ecuaciones son conocidas.*

**212.** Representados ya en el papel del plano los vértices de

---

(\*) Puede suprimirse esta construccion usando el papel cuadrículado que se encuentra en el comercio.

la triangulación, se empiezan á trasladar los detalles. Estos deben dibujarse primero á parte sobre un papel trasparente y despues colocando estos dibujos sobre el papel del plano, en la posicion que deben ocupar, se calcan.

Las líneas poligonales de los detalles se dibujan siguiendo un procedimiento análogo al que se empleó en el terreno para su levantamiento, es decir que se van construyendo los ángulos y tomando las distancias en el mismo órden con que se hubieren obtenido.

**213. Transportadores.**—Para trasladar al papel los ángulos medidos en el terreno, se emplean unos aparatos que se llaman *transportadores*.

El transportador más generalmente usado se reduce á un semi-limbo de metal, de carton, ó mejor de talco (fig.<sup>a</sup> 121) que lleva dos graduaciones, una exterior desde  $0^{\circ}$  á  $180^{\circ}$ , y otra interior desde  $180^{\circ}$  á  $360^{\circ}$ . En las dos graduaciones están marcados los grados y medios grados, siendo el márgen *ab* del transportador paralelo al diámetro  $0-180^{\circ}$ . Algunos trasportadores llevan, como el que representa la figura, otras dos graduaciones interiores á las primeras siendo su disposicion como si á las primeras se les hubiese hecho girar  $90^{\circ}$  de izquierda á derecha. Estas graduaciones constituyen lo que se llama *transportador complementario*, cuyo uso veremos más adelante.

Antes de usar un trasportador hay que cerciorarse si cumple con las condiciones siguientes: 1.<sup>a</sup> *La graduacion debe ser exacta y uniforme.* Se comprobará tomando con un compás una abertura equivalente á un cierto número de grados y llevando esta abertura sobre distintas partes del limbo, debiendo comprender en todas ellas el mismo número de divisiones. 2.<sup>a</sup> *Debe estar bien centrado.* Se comprobará midiendo con él un ángulo trazado en el papel, repitiendo la medida en distintas partes de la graduacion y observando si el número de divisiones comprendidas por los lados del ángulo trazado es siempre el mismo. 3.<sup>a</sup> *El centro del trasportador y los puntos  $0^{\circ}$  y  $180^{\circ}$  han de estar en línea recta.* Se comprueba si esta condicion está cumplida, trazando con una regla una línea muy fina, haciendo coincidir el centro y el punto  $0^{\circ}$  con dicha recta

y observando si el punto  $180^\circ$  coincide con la misma línea. También puede hacerse esta comprobación marcando en un papel, con una aguja muy fina, el centro del transportador y las extremidades de los radios  $0^\circ, 180^\circ$ ; se hace girar después el transportador de manera que permaneciendo fijo su centro venga el extremo  $180^\circ$  á donde estaba antes el  $0^\circ$  y se observará si este último coincide con la posición anterior del  $180^\circ$ . 4.ª Si el canto exterior del transportador se ha de usar como regla será preciso comprobar si dicho canto es una línea recta y si es paralelo á la línea  $0^\circ-180^\circ$ . Lo primero se comprobará de una manera análoga á como se ha explicado en la condición anterior y para comprobar si dicho canto es paralelo á la línea  $0^\circ-180^\circ$  se coloca el transportador sobre una línea AB (fig.ª 122), haciendo coincidir con dicha línea un radio cualquiera, tal como el C— $50^\circ$ , se traza por el canto la línea AM y haciendo resbalar el radio C— $50^\circ$  por la línea AB se trae el punto C sobre el A y se observa si el radio C— $0^\circ$  coincide con la línea AM. En el caso de que no se cumpla alguna de las condiciones que acabamos de enumerar se desechará el transportador.

Para trazar con el transportador un ángulo cualquiera se colocará de manera que coincidiendo el diámetro  $0^\circ-180^\circ$  con la línea sobre que se ha de construir el ángulo, su centro esté sobre el punto que deba ser vértice, se marca con una aguja fina la extremidad del radio que pasa por la graduación que indica el valor del ángulo que se quiere trazar, y levantando el transportador se une por medio de una recta el punto marcado con el vértice.

**214.** Puede también usarse el transportador empleando como regla su canto exterior, ejecutando el trazado de los ángulos del modo siguiente: Supongamos que por el punto A de la recta AB (fig.ª 122) se quiere construir un ángulo de  $50^\circ$ . Se coloca el transportador sobre el papel de manera que la línea AB coincida con el radio C— $50^\circ$  y se hará resbalar al aparato paralelamente á sí mismo, es decir, manteniendo el radio C— $50^\circ$  en coincidencia con la línea AB, hasta que el canto MN pase por el punto A; trazando entonces una línea por dicho canto en dirección del cero de la graduación tendremos formado el ángulo  $MAB=50^\circ$  que se había pedido. Siempre que el ángulo que se quiera trazar sea menor que

180°, la regla que acabamos de dar es general. En el caso en que el ángulo fuese mayor que 180°, no habrá más diferencia que, en vez de hacer coincidir el radio que pasa por la graduacion que expresa el valor del ángulo, con la línea dada, se hará coincidir dicho radio con la prolongacion de la citada línea. La figura 123 representa la posicion del trasportador para construir sobre la línea A B un ángulo de 135° y la figura 124 la disposicion del trasportador para construir un ángulo de 315°.

En lo que se acaba de decir se ha supuesto implícitamente que el aparato que ha servido para medir los ángulos en el terreno, tiene la graduacion de derecha á izquierda, toda vez que si contamos los ángulos á partir de la línea fija de posicion A B, para que la trazada marcarse en el trasportador los ángulos que hemos supuesto, se necesitaria que la graduacion de éste fuese de derecha á izquierda. En el caso en que el aparato angular que se haya empleado en el terreno tuviese su graduacion de izquierda á derecha, para que la regla dada pueda servir para trasladar los ángulos al papel, se necesita un trasportador cuya graduacion vaya de derecha á izquierda ó bien colocar el trasportador, tal como le hemos descrito, apoyando en el papel la cara en que van las graduaciones y leer éstas por transparencia, lo que puede hacerse si el trasportador es de talco.

**215.** Cuando en el levantamiento de la línea poligonal que se quiere dibujar, se ha efectuado con la brújula: para trasladar al papel los azimutes ó rumbos medidos, se empieza por construir sobre el papel una cuadrícula trazando paralelas y perpendiculares á la meridiana magnética. Los lados de esta cuadrícula deben ser un poco menor que el radio del trasportador de que se disponga.

Una vez construida la cuadrícula, para trasladar los azimutes ó rumbos, basta colocar el trasportador sobre la paralela á la meridiana que esté más próxima al punto en que se ha de construir el azimut, haciendo que dicha paralela coincida con el radio que marque la graduacion dada. Se hace resbalar al trasportador paralelamente á sí mismo hasta que su canto pase por el punto dado y trazando una línea por dicho borde se tendrá resuelto el problema. Si

el azimut es menor de  $180^\circ$  se hará uso de la graduacion exterior y la línea se trazará desde el punto dado hacia el cero de la graduacion. Si, por el contrario, el azimut fuese mayor de  $180^\circ$  se hará uso de la graduacion interior y la línea se trazará desde el punto dado hacia la division  $180^\circ$ . En la figura 125 están representadas con los números 1, 2, 3 y 4, las posiciones del trasportador para trazar las rectas  $ab$ ,  $a'b'$ ,  $a_1b_1$ , y  $a_2b_2$  cuyos azimutes son respectivamente  $30^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $250^\circ$  y  $300^\circ$ .

**216.** Cuando hay que trazar sobre el papel una direccion cuyo azimut sea muy próximo de  $0^\circ$ , de  $180^\circ$ , ó de  $360^\circ$ , puede suceder que colocado el rádio que marque la graduacion correspondiente al azimut, sobre la paralela á la meridiana magnética, al hacer resbalar el trasportador no se consiga que su borde pase por el punto dado. En este caso se hace uso del trasportador complementario sirviendo de directrices las perpendiculares á la meridiana, trazando las líneas por el márgen del trasportador y en sentido del cero de la graduacion exterior si el azimut se aproxima á  $0^\circ$ , ó á  $360^\circ$ , y en sentido de la graduacion  $180^\circ$  cuando el azimut sea próximo á  $180^\circ$ . La misma figura 125 representa en los números 5, 6, 7 y 8, la disposicion del trasportador para trazar las líneas

$$\bar{a}\bar{b}, \bar{a}'\bar{b}', \bar{a}_1\bar{b}_1 \text{ y } \bar{a}_2\bar{b}_2,$$

cuyos azimutes son respectivamente,  $15^\circ$ ,  $340$ ,  $160^\circ$ , y  $190$ , sirviendo, como hemos dicho, de directrices las perpendiculares á la meridiana y haciendo uso de las graduaciones del trasportador complementario. (\*)

**217.** Existen otros trasportadores de metal provistos de nonios. Uno de estos, construido por Troughton, está representado en la figura 126. Consiste en una corona circular de laton que lleva en una de sus caras una graduacion completa desde  $0^\circ$  á  $360^\circ$ , en la que van marcados los grados y medios grados. En la cara opuesta lleva unas puntas muy finas para que al colocarlo sobre el papel quede fijo. La circunferencia exterior está dentada, y en dichos

---

(\*) Con el papel cuadriculado al milímetro, que se encuentra en el comercio y se emplea generalmente en la construccion de planos, no hay que hacer uso nunca del trasportador complementario.

dientes engranan los de un piñon  $g$  unido por medio de la varilla  $g p$  á una regla  $a b$  que puede girar alrededor del centro  $o$  del trasportador, y que está provista en sus extremos de los nonios  $n$  y  $n'$ . Unidas á la regla existen unas piezas  $c$  y  $d$  provistas en la cara inferior de sus extremidades de unas puntas. Dichas piezas pueden girar alrededor de las líneas que determinan los extremos de los tornillos  $f$ ,  $f'''$  y  $f' f''$ , y rebatirse sobre la cara superior del trasportador, sirviendo tambien dichos tornillos para corregir la posición de las expresadas piezas. En el centro del trasportador hay un disco circular de talco en el que van marcadas dos líneas cuya intersección determina el centro.

Antes de usar este trasportador, y suponiéndole bien graduado, hay que cerciorarse si las dos puntas de acero  $h$  y  $h'$  están en línea recta con el centro. Para efectuar esta comprobación, se traza una recta, se coloca encima el trasportador de manera que su centro y una de las puntas coincidan con dos puntos de la recta trazada y se observa si la otra punta corresponde á otro punto de la mencionada recta. En caso contrario se corrige la posición de una de las piezas  $c$  ó  $d$  por medio de los tornillos  $f$ ,  $f'''$  ó  $f' f''$ .

**228.** Para construir sobre una recta dada un ángulo cualquiera por medio de este trasportador, se empieza por hacer girar la regla  $a b$  hasta que el cero de uno de los nonios, el  $n$  por ejemplo, coincida con el cero de la graduación, se coloca después el trasportador sobre el papel de manera que su centro coincida con el punto que ha de ser vértice del ángulo y la punta  $h$  con un punto de la recta dada.

Se levanta la pieza  $c$  y dando vueltas al piñon  $g$  se hace girar á la regla  $a b$  hasta que el cero del nonio  $n$  marque en la graduación del limbo del trasportador el número de grados y minutos correspondientes al ángulo dado. Bajando en seguida la pieza  $c$ , el estilite colocado en  $h$  marcará en el papel un punto que unido con el centro dará una línea que formará con la que se ha dado el ángulo pedido.

**219. Tabla de cuerdas.**—Cuando se quieren contruir los ángulos con más precisión que la que se puede obtener con el trasportador, se hace uso de la *tabla de cuerdas*.

Existen varias tablas de cuerdas, siendo una de las más usadas y sencillas, la construida por Francœur. Cada una de las hojas que la componen está dividida en varias columnas. En la primera línea horizontal van puestos los grados empezando por  $0^\circ$  en la primera hoja y concluyendo por  $180^\circ$  en la última. En las columnas extremas de derecha é izquierda de cada hoja y llevando en su parte superior la inicial de minutos van expresados éstos desde  $0'$  á  $60'$ . En las demás columnas verticales, y correspondiendo á los grados colocados en la parte superior y á los minutos de derecha é izquierda, se encuentran los valores de las cuerdas, suponiendo el radio igual á mil partes.

El uso de estas tablas es bien sencillo. Dado el valor de un ángulo, para encontrar el de su cuerda, se buscan los grados en la parte superior, los minutos en las columnas laterales extremas y en la interseccion de la columna vertical correspondiente á los grados con la horizontal correspondiente á los minutos se encontrará escrito el valor de la cuerda que se busca.

Si el ángulo dado no estuviese en la tabla, pero si comprendido entre dos ángulos de ésta, se ejecuta una interpolacion análoga á la que se efectúa en la tabla de logaritmos para encontrar el de un número comprendido entre dos de las tablas. Si el ángulo fuese superior á  $180^\circ$  el valor de su cuerda seria igual á la de su suplemento á  $360^\circ$ .

**220.** Conocido, por medio de estas tablas, el valor de la cuerda de un ángulo, para ver como se puede construir este en el papel, supongamos que sobre la recta  $ab$  (fig.  $^\circ$  127) y siendo  $a$  el vértice, se quiere construir un ángulo de  $37^\circ-20'$ . Se hará centro en el punto  $a$  y con un radio igual á mil partes cualesquiera, por ejemplo mil décimas de milímetro, se traza un arco  $cd$ . Se busca en la tabla la cuerda correspondiente á  $37^\circ-20'$ , encontrándose el número 640. Haciendo centro en  $c$  y con un radio igual á 640 décimas de milímetro se traza otro arco que cortará al primero en el punto  $d$ ; uniendo este punto con el  $a$ , el ángulo  $dab$  será el pedido.

Para que el punto  $d$  quede bien determinado por la interseccion de los dos arcos, es preciso que el ángulo  $cda$  formado por los radios sea al menos de  $30^\circ$ , lo que exige que el ángulo que se quiere

construir no pase de  $120^\circ$ ; si fuese mayor se construirá su suplemento.

**221.** Al construir sobre el papel una línea poligonal, puede suceder, sobre todo cuando en el terreno se haya seguido el método de *rodeo*, que á causa de la acumulacion de errores, la línea no cierre sobre los puntos que sirvieron de base á su levantamiento. Si el error total no es muy grande no se repiten las operaciones de campo y lo que se hace es corregir la construccion. Estas correcciones son en realidad arbitrarias y por lo tanto no deben aplicarse más que á las líneas poligonales de los detalles en que no tenga importancia el que los puntos que las forman queden situados en el plano con algun error. Para hacernos cargo de la manera que de ordinario, se ejecutan estas correcciones, supongamos que el levantamiento de la línea poligonal se haya ejecutado con la brújula y que al dibujarla haya resultado la línea  $A b c d f g$  (fig.<sup>a</sup> 128) cuyos extremos debian apoyarse en los puntos A y B. Como en todas las estaciones los ángulos que se han medido son los que forman los lados de la línea poligonal con la direccion de la meridiana magnética, lo probable es que ejecutándose en todas ellas las observaciones con el mismo cuidado, los errores cometidos en la medida de los azimutes sean iguales, y lo más lógico es, pues, corregirlos por igual. La correccion se reducirá á hacer girar á la línea poligonal alrededor del punto A hasta que el  $g$  venga á caer en un punto  $g'$  de la línea A B. Este giro se efectuará, bajando desde los puntos  $b, c, d, f$ , perpendiculares á la línea A g; desde el punto A se tomarán sobre la A B distancias A  $m'$ , A  $n'$ , A  $p'$ , A  $q'$  iguales á las A  $m$ , A  $n$ , A  $p$ , A  $q$ . En los puntos así determinados se levantan perpendiculares á la A B y tomando sobre ellas magnitudes respectivamente iguales á las  $b m, c n, d p, f q$ , se tendrán los puntos  $b', c', d', f'$ , que unidos entre sí y con los A y  $g'$  forman la línea poligonal A  $b' c' d' f' g'$  con sus azimutes corregidos. Falta ahora corregir las magnitudes de los lados para que el punto  $g'$  venga á caer sobre B. Tambien parece lo más lógico repartir el error total proporcionalmente á las longitudes de los lados. Se conseguirá esto uniendo el punto A, por medio de diagonales, con todos los demás vértices; por el punto B se traza una paralela á la recta

$g' f'$  hasta que encuentre á la diagonal  $A f'$ ; por el punto  $f''$ , así determinado, se traza la recta  $f'' d''$  paralela á la  $f' d'$  hasta que corte á la diagonal  $A d'$  y continuando del mismo modo se obtendrá la línea poligonal corregida  $A b'' c'' d'' f'' B$ .

**222. Representacion de los perfiles.**—Cuando, por el objeto á que se destina el plano, sea preciso representar gráficamente algunos perfiles, el dibujo de éstos se coloca ó en las márgenes del plano ó bien en un papel á parte.

Para dibujar un perfil cuya traza sea, por ejemplo, la línea  $A B C D E F$  (fig.<sup>a</sup> 129). Se traza una línea  $a f$  sobre la que se van tomando distancias iguales respectivamente á las  $AB, BC, CD, DE, \dots$ , en los puntos de division se levantan perpendiculares á la  $a f$  sobre las que se tomarán distancias iguales á las cotas de los puntos  $A, B, C, D, \dots$ , reducidas á escala, y uniendo los puntos así obtenidos por un trazado continuo quedará construido el perfil.

Es ventajoso, al dibujar los perfiles, tomar las cotas en una escala mayor que la que se emplee para las distancias horizontales; pues siendo uno de los objetos de la construccion de perfiles, el hacer muy visibles las desigualdades del terreno, se conseguirá mejor este efecto dando á estas desigualdades dimensiones dobles, quintuplas ó hasta décuplas de las que resultarían de adoptar una escala única. Sin embargo, cuando el perfil represente la figura de alguna obra de arte importante ó algun otro detalle que sea preciso conocer con exactitud, es necesario adoptar la misma escala para las cotas que para las longitudes.

**223. Representacion de las secciones horizontales.**—Despues de dibujar en el plano todas las líneas poligonales de los detalles planimétricos, se dibujarán, solo de lápiz, siguiendo el mismo sistema explicado para aquellas, las trazas de los perfiles cuyo levantamiento se ejecutó con objeto de construir las secciones horizontales ó curvas de nivel. En dichas trazas, y en las demás líneas del plano en que se conozcan las cotas de los puntos que las limitan, se marcarán los puntos de paso de las expresadas curvas, lo que se conseguirá resolviendo el problema de Geometría descriptiva: *encontrar sobre una recta acotada, los puntos de cota entera*; limitándose aquí la determinacion

á los que correspondan á la equidistancia con que se han de trazar las curvas. Uniendo despues por un trazo continuo los puntos de igual cota se téndrán construidas las curvas de nivel.

Es indispensable tener á la vista los croquis hechos en el terreno (párrafo 182) para no unir puntos que correspondan á dos alturas distintas, y para dar á las curvas su verdadera forma.

**224. Líneas de máxima pendiente.**—En muchos planos topográficos se completa el dibujo trazando, entre cada dos curvas, unos trazos normales á ellas y que vienen á ser la representación de las líneas de máxima pendiente. En tal caso, las curvas se dibujan ordinariamente, sólo de lapiz y con objeto de que el plano represente á primera vista las ondulaciones del terreno, para trazar las líneas de máxima pendiente se siguen varios métodos, siendo los principales los siguientes:

**225. Método alemán.**—Segun las reglas formuladas por el mayor sajón Lehmann, que representa esta escuela, los trazos entre cada dos curvas se dibujan finos para las pendientes suaves y fuertes para las pendientes rápidas. La separacion entre los trazos es la misma en todo el dibujo, pero su grueso aumenta en razon directa del número de grados de los ángulos de pendiente. Si se se representa por  $g$  el grueso del trazo, por  $s$  la separacion entre dos de éstos y por  $\alpha$  el ángulo que mide la pendiente, el grueso de los trazos se determina por la proporcion:

$$g : s :: \alpha : 45^\circ \quad \text{de donde} \quad g : s - g :: \alpha : 45^\circ - \alpha$$

es decir que el grueso de los trazos es al intervalo que existe entre ellos como el ángulo de la pendiente es á la diferencia entre  $45^\circ$  y el expresado ángulo.

Los trazos más finos son de  $\frac{1}{9}$  de milímetro y corresponden á una pendiente de  $5^\circ$ . Desde  $1^\circ$  á  $5^\circ$  los trazos conservan el mismo grueso de  $\frac{1}{9}$  de milímetro pero se disminuye su número de manera que el espacio que comprenden 5 trazos siendo la pendiente de  $5^\circ$ , tenga 4 trazos en las de  $4^\circ$ , 3 en las de  $3^\circ$ , 2 en la de  $2^\circ$ , y 1 en la de  $1^\circ$ .

Los mayores defectos de este sistema son: ser de una ejecucion difícil y el ocultar por completo los detalles en las partes muy accidentadas.

**226. Método Müffling.**—El general prusiano Müffling, considerando la Topografía bajo el punto de vista esclusivamente militar, ha introducido algunas modificaciones en el método de Lehmann. Partiendo del principio, que un plano militar debe hacer juzgar, al primer aspecto, la mayor ó menor dificultad que una comarca ofrece á la marcha de un ejército admite para los diferentes terrenos la clasificación siguiente:

**1.ª clase.** *Terrenos propios para las maniobras.....* Desde 0° á 15° de inclinacion.

**2.ª clase.** *Terrenos sobre los cuales no pueden maniobrar sino pequeños destacamentos.....* Desde 16° á 30.

**3.ª clase.** *Terrenos que no se pueden franquear sin mucha dificultad.....* Desde 31° á 45°.

Cada una de estas clases encierra tres subdivisiones de 5 en 5 grados, de manera que es preciso diferenciar de un modo bien marcado nueve gradaciones de pendiente. Para conseguirlo, Müffling ha hecho de los trazos que han de colocarse entre las curvas de nivel, un verdadero signo convencional variando no solo su grueso, sino tambien su forma (fi.ª 130), dándole así una significacion determinada.

Las ventajas del método de Müffling son fáciles de comprender: un dibujante aunque le falte práctica y habilidad puede representar las pendientes convenientemente, el dibujo es fácil de comprender, y un error notable en la lectura de un plano es imposible.

**227. Método francés.**—En este método el grueso de los trazos es invariable y queda á la eleccion del dibujante; pero la separacion varía de manera que el intervalo que quede en blanco sea siempre igual á la cuarta parte de la longitud de los trazos.

Esta regla se modifica cuando la separacion entre las curvas es menor que dos milímetros. En este caso se aumenta el grueso de los trazos á medida que las pendientes son mas rápidas, conservando siempre el intervalo blanco igual á la cuarta parte de la longitud de los trazos (fig.ª 131). Para marcar los trazos el dibujante imita un diapason sin sujetarse á una regla fija.

Se conservan las proyecciones de las curvas que han servido de directrices, ya sea no prolongando los trazos hasta la curva infe-

rior, ó bien marcando éstos de manera que no estén en prolongación unos de otros. El método francés presenta, aunque en menor escala, los mismos inconvenientes que hemos señalado en el método alemán.

**228. Signos convencionales y colores empleados en el dibujo de los planos.**—Para representar en el dibujo los detalles del terreno se emplean ciertos signos convencionales, la lámina 9 indica los signos convencionales adoptados por el Depósito de la Guerra para el dibujo de los planos militares.

En los dibujos que se quiere dar colorido se suelen emplear cuatro colores: el carmin, el azul, el verde y la tinta de china. El carmin sirve para representar todas las construcciones de mampostería. El azul se emplea para figurar las aguas. El verde para los bosques, jardines, prados, etc., y la tinta de china se destina para trazar los límites de los campos de labor, las carreteras, caminos, rocas, etc. (\*)

Quando sobre el plano se quieren marcar las construcciones que sobre él se proyectan, ya sean caminos, canales etc., se acostumbra á indicar las líneas del proyecto con tinta roja.

Los puntos en que las líneas del proyecto cortan á las del terreno ó las líneas segun las cuales se efectúa el encuentro de los planos de aquel con los de éste, toman el nombre de *puntos y líneas de paso*, y se les suele marcar con tinta azul. Las líneas del proyecto y los puntos ó líneas de paso deben acotarse.

Se llaman *cotas rojas* las porciones de vertical interceptadas entre las líneas del proyecto y las del terreno

Dada una línea del proyecto y otra del terreno y conocida la cota roja de un punto de la primera, fácilmente se puede encontrar la cota roja que corresponde á otro punto cuya distancia horizontal al primero sea conocida; puesto que tanto la línea del proyecto como la del terreno están acotadas.

Con la misma facilidad se encontrará la cota de un punto de paso siendo éstos problemas de los más sencillos de la Geometría Descriptiva.

---

(\*) En el mapa oficial de España los colores azul, verde y la tinta de china se han empleado como queda dicho, pero las carreteras de primer orden están indicadas con carmin y las curvas de nivel con sepia.

## CAPITULO II.

---

### COPIA Y REDUCCION DE PLANOS.

---

---

**229. Procedimientos geométricos.**—La copia y reduccion de planos puede hacerse por varios procedimientos de los cuales vamos á dar una ligera idea.

1.º Despues de haber construido un cuadro perfectamente igual al del modelo, se puede determinar por intersecciones la posicion de los puntos principales. Para ésto se construirán triángulos que teniendo por vértices los puntos que se quieren determinar, tengan por base una recta terminada en dos puntos del cuadro ó en dos puntos ya trasportados. Despues de haber establecido la posicion de los puntos principales, se refieren á ellos á ojo los detalles intermedios. Para copiar una línea curva, se unen sus extremos por una recta que se dibuja en la copia por el procedimiento antes indicado, y con relacion á esta recta se determinan por abscisas y ordenadas un cierto número de puntos de la curva.

2.º Pueden fijarse los puntos principales por coordenadas, tomando los lados del cuadro por ejes.

3.º Cuando hay un gran número de líneas rectas pueden trasladarse éstas á la copia por el método de *prolongaciones*, que consiste en prolongar las líneas hasta que corten á los lados del rectángulo que limita el dibujo y trasladar á la copia los puntos de interseccion asi obtenidos.

4.º Puede emplearse tambien en la copia de planos, el procedimiento de construir sobre el modelo una cuadrícula de lados pe-

queños, dibujar en el papel de la copia otra cuadrícula idéntica á la primera é ir colocando todos los puntos á ojo en el cuadrado que les corresponda.

**230.** Si en vez de una copia cuyas dimensiones sean exactamente las del modelo, se quiere que las líneas de la primera estén con las del segundo en una relacion cualquiera  $\frac{m}{n}$ , se pueden seguir los mismos procedimientos, sin mas diferencia que determinar para cada magnitud tomada en el modelo la que, con arreglo á la relacion dada, corresponde en la copia.

Para facilitar estas operaciones puede usarse el compás de reduccion, que consiste en un compás de cuatro puntas cuyas piernas se cruzan en un punto variable á voluntad con objeto de conseguir de este modo que la separacion de las dos puntas situadas del mismo lado del punto de encuentro de las piernas, esté con la separacion de las otras dos puntas en una relacion dada.

A falta de este aparato se puede trazar una recta cualquiera A B (fig.ª 132), se hace centro en uno de sus extremos, y con un radio A C, igual á la mayor longitud del modelo, se traza un arco de circulo C D. Se tomará una abertura de compás C D que esté con

A C en la relacion dada  $\frac{m}{n}$  y haciendo centro en C se traza un arco de circulo que corte al primero. Se une el punto D asi obtenido con el A y para encontrar ahora la magnitud que en la copia ha de tener una línea cualquiera, se hará centro en el punto A y con una abertura de compás igual á la longitud de dicha línea se traza el arco M N. Tomando la magnitud de la cuerda M N, ésta será la que corresponderá en la copia á la representacion de la línea A M del original.

**231. Copia calcando.**—En vez de seguir los procedimientos que se han indicado que no dejan de ser largos, puede copiarse un plano *calcándolo*. Para calcar un plano se colocará sobre una mesa cuyo tablero se sustituye por un cristal que se ilumina por medio de un espejo plano colocado debajo y que reflejando la luz difusa de la admósfera la proyecta sobre dicho cristal. Sobre éste se coloca el plano que se cubre con el papel de la copia

y por transparencia se va dibujando sobre él todos los detalles del plano colocado debajo. Si el papel en que debe hacerse la copia no fuese suficientemente transparente, se puede sacar una primera copia en papel vegetal. A la cara opuesta de éste en que se ha sacado el dibujo, se le da una ligera capa de plombajina y colocándolo despues sobre el papel que haya de recibir la copia de manera que la cara en que se ha dado la plombajina quede debajo, se van siguiendo los contornos del dibujo con un punzón de calcar. En lugar de dar la capa de plombajina, se puede colocar entre el papel vegetal y aquel en que se quiere obtener la copia, un pliego ó varios de papel *poligrafo*.

Tambien puede calcarse un plano colocándolo encima del papel en que se ha de ejecutar la copia y con una aguja muy fina se van pasando todos los puntos extremos de las líneas y los centros de los arcos.

**232. Pantógrafo.**—Los diversos métodos que acabamos de indicar para copiar ó reducir los planos, aunque sencillos en sí mismo, son difíciles de practicar cuando los dibujos presentan una gran variedad de contornos y detalles numerosos. Se ha ideado un instrumento que suple á estos métodos al cual se le ha dado el nombre de *pantógrafo*

El pantógrafo consiste en un paralelogramo articulado A-B-C-D (fig.<sup>a</sup> 133) formado por cuatro reglas M-C, C-D, A-B y H-D que pueden girar alrededor de los puntos de union A, B, C y D. La regla A-B está unida á las M-C y H-D por medio de unas abrazaderas *a* y *b* que pueden correrse á lo largo de las reglas M-C y H-D, y fijarse en la posicion conveniente por medio de unos tornillos de presion. Las reglas están sostenidas sobre el papel por pequeñas rodajas de marfil, con objeto de disminuir el rozamiento y facilitar los movimientos del aparato. En el punto M de la regla M-C se une á ésta, por medio de un tornillo de presion, una abrazadera *m* que lleva un eje vertical *f* unido por su parte inferior á una masa de plomo Q, cuyo objeto es mantener invariable la posicion de este eje, alrededor del cual puede girar todo el aparato.

En un punto P de la regla C-D existe otra abrazadera que lleva un estilete destinado á recorrer el dibujo original, y en el punto en

que la línea MP corta á la regla AB, va colocada una tercera abrazadera que lleva un lápiz destinado á dibujar la copia. Con objeto de que el lápiz roce convenientemente con el papel, en el cilindro en que va colocado pueden ponerse en su parte superior unas rodajas de plomo, y á fin de evitar que marque líneas inútiles, cuando se traslada el estilete de una á otra parte del modelo, al lápiz va unido un hilo que pasando por las poleas *r, s, t, z* permite levantar el lápiz del papel cuando se quiere que no marque trazo alguno.

Las reglas MC, HD y AB llevan unas graduaciones para indicar las posiciones que deben ocupar las abrazaderas *a, b y g*, para que la copia resulte con relacion al modelo en una razon dada.

En los movimientos de todo el aparato alrededor del eje *f* y en los de las reglas al girar en sus puntos de union, se conserva el paralelismo de las reglas AB y CD, y por consiguiente al hacer que el estilete vaya recorriendo las distintas líneas de un dibujo, el lápiz trazará por sí mismo figuras semejantes á las del mencionado dibujo. Para convencernos de esto bastará demostrar que al recorrer el estilete una recta cualquiera, tal como la PP' (fig.<sup>a</sup> 134), el lápiz trazará una recta TT' paralela á la PP' y de tal magnitud que la relacion  $\frac{PP'}{TT'}$  es constante para una misma posicion de las abrazaderas *a, b, g* (fig.<sup>a</sup> 133).

Supongamos que M A B C D H (fig.<sup>a</sup> 134) sean las posiciones de los ejes de las reglas del pantógrafo cuando el estilete está en P y el lápiz en T, y M A' B' C' D' H' la posicion del mismo aparato cuando el estilete está en P' y el lápiz en T'. En la primera posicion del instrumento á causa de la semejanza de los triángulos MCP y MAT se tendrá:

$$MC : MA :: CP : AT$$

pero como  $MC' = MC$ ,  $MA' = MA$ ,  $C'P' = CP$  y  $A'T' = AT$  se tendrá en la segunda posicion del aparato:

$$MC' : MA' :: C'P' : A'T'$$

y como además las rectas A'B' y C'P' son paralelas, se deduce que los puntos M, T' y P' están en línea recta. Demostrado esto y con-

siderando la semejanza de los triángulos  $MCP$ ,  $MAT$ ,  $MC'P'$  y  $MA'T'$  se tendrá:

$$MC : MA :: MP : MT$$

$$MC' : MA' :: MP' : MT'$$

de donde

$$MP : MT :: MP' : MT'$$

Los triángulos  $MPP'$  y  $MTT'$  son, pues, semejantes, por tener el ángulo en  $M$  comun y proporcionales los lados que comprenden dicho ángulo. De la semejanza de los expresados triángulos se deduce que las rectas  $PP'$  y  $TT'$  son paralelas, y que la relacion  $\frac{PP'}{TT'}$  es igual á la  $\frac{MP}{MT}$  y por consiguiente igual tambien á la  $\frac{MC}{MA}$ .

**233.** Antes de usar el pantógrafo es preciso comprobar si se cumplen las condiciones siguientes: 1.<sup>a</sup> *Estando las abrazaderas a, b, g (fig.<sup>a</sup> 133) en los puntos de las respectivas reglas que corresponden á la relacion que ha de existir entre la copia y el modelo; el eje f, la punta del lápiz y la del estilete, deben estar en línea recta.* Se comprobará adaptando á estos puntos el canto de una regla. En el caso en que la punta del lápiz no corresponda á la recta que determina el eje  $f$  y el estilete, el error puede provenir de que la punta del lápiz no esté en prolongacion del eje del cilindro que sirve de lapicero, por estar mal afilado, lo que se conocerá haciéndole girar alrededor de su eje y viendo si traza una pequeña circunferencia en lugar de marcar un solo punto; en cuyo caso se le afilará de nuevo. Si despues de comprobar que el lápiz está bien afilado, su punta no está en línea recta con el estilete y el eje  $f$ , es prueba de que el error está en las divisiones de la regla  $AB$ , en cuyo caso se correrá la abrazadera  $g$  á lo largo de la citada regla en el sentido conveniente hasta conseguir que se cumpla la susodicha condicion. 2.<sup>a</sup> *Suponiendo efectuada la correccion anterior, es preciso comprobar si las reglas  $AB$  y  $CD$  son paralelas.* Se comprueba este paralelismo haciendo recorrer al estilete los dos lados de un ángulo recto, y observando si las dos líneas marcadas por el lápiz son perpendiculares entre sí. En el caso de que esto no se verifique, será prueba de que las divisiones de las reglas

M C y H D no son exactas y que el error no es del mismo sentido en ambas ó por lo menos no tiene la misma magnitud, siendo preciso en tal caso colocar por tanteos la regla A B paralela á la C D, y una vez conseguido esto hay que repetir de nuevo la primera correccion. 3.<sup>a</sup> *Puede suceder que el error de las divisiones de las reglas M C y H D sea en el mismo sentido y tenga la misma magnitud, en cuyo caso al colocarse las abrazaderas a, b, marcando graduaciones iguales, las reglas A B y C D quedarán paralelas, pero la línea marcada por el lápiz no estará con la recorrida por el estilete en la relacion pedida.* Se comprobará si existe este defecto, midiendo la línea marcada por el lápiz, al recorrer el estilete una recta cualquiera, que tambien se mide, y encontrando la relacion de estas dos líneas. Si la citada relacion no resultase la debida, se variará la posicion de las abrazaderas a, b, aproximando ó alejando la regla A B de la C D, cuidando, siempre que se mueva la regla A B, de volver á colocar el lápiz en la línea recta determinada por el estilete y el eje *f*; repitiendo los tanteos hasta conseguir que quede cumplida la condicion que nos ocupa.

**234.** La disposicion del pantógrafo para reducir un dibujo es la que representa la figura 133. En el caso en que se desée obtener una copia de iguales dimensiones que el original, se colocan las abrazaderas a, b en el medio de las reglas M C, H D; la abrazadera que va unida al eje fijo se coloca en el medio de la regla A B y el lapiz en el punto M.

Si lo que se desea es un dibujo amplificado, el lapiz sigue en el punto M, la abrazadera del eje fijo tambien se coloca sobre la regla A B y esta regla se aproximará á la C D hasta que la relacion

$$\frac{A M}{A C} \text{ sea la pedida.}$$

El uso del pantógrafo aunque sencillo necesita alguna práctica.

**235. Papel al Ferro-Prusiato.**—Otro método que recientemente ha empezado á usarse para la copia de planos, es reproducir éstos por medio de un papel recubierto de una capa sensible á la luz y que se conoce con el nombre de *papel al ferro-prusiato*.

Para reproducir en este papel un dibujo, se coloca éste en un

bastidor-prensa de madera, análogo á los que se emplean en la fotografía, sobre el cristal que lleva dicho marco y mirando el dibujo á dicho cristal. Encima del dibujo se coloca una hoja del papel preparado y el conjunto se expone á la luz. El papel preparado cambia de tono pasando sucesivamente por los tintas siguientes: amarillo verdoso, verde azulado, azul gris, y gris aceituna con reflejos metálicos. Al adquirir esta última tinta debe cesar la acción de la luz, se retira el papel del bastidor y evitando la luz se le lava en un baño de agua cuya temperatura es conveniente sea de 30 á 35 grados centígrados, agitando la cubeta y renovando el agua unas cuantas veces. De este modo se obtiene una copia en la cual todas las partes negras del dibujo aparecen en blanco y las partes blancas, de color azulado, tanto más oscuro cuanto que la luz haya penetrado mejor á través del original. La copia obtenida se seca suspendiéndola de una cuerda por medio de unas pinzas de madera; siendo preferible secarla primero entre dos hojas de papel secante.

**236.** Pueden también obtenerse por este medio copias en que las líneas negras del dibujo aparezcan azules sobre fondo blanco. Para esto se empieza por sacar una copia de líneas blancas sobre fondo azul en un papel preparado pero que es más delgado que el que se emplea en el procedimiento antes descrito, y dejándole expuesto á la acción de la luz un tiempo tres veces mayor que el necesario para el papel común. La prueba se lava como antes se ha indicado y dicha prueba sirve para reproducir sobre el papel al ferro-prusiato ordinario, una nueva copia en la cual las líneas del dibujo quedarán azules sobre fondo blanco.

Quando el papel del dibujo que se quiere copiar no sea transparente, se le dará por el reverso un ligero baño de bencina en el momento de ir á sacar la copia. Dicha sustancia hace que el papel que contiene el dibujo adquiera la transparencia suficiente para que la luz penetre á través del mismo y ejerza su acción sobre el papel preparado.

**237. Foto-litografía.**—Para la copia y reducción de planos pueden emplearse también los procedimientos de la *foto-litografía*, siendo muy ventajoso este sistema cuando se quieren

obtener muchas copias. La aplicacion de la foto-litografía á la reproduccion de planos se reduce á obtener primero por la fotografia una prueba negativa.

Sobre una piedra litográfica se extiende una ligera capa de una mezcla formada por 5 gramos de bicromato de potasa, 6 gramos de gelatina y 100 centímetros cúbicos de agua destilada. Sobre la piedra, así preparada, se coloca la prueba negativa obtenida colocando debajo la cara donde está el colodion, y procurando que el contacto sea perfecto se expone á la accion de la luz. Se separa despues la prueba, y á la piedra se aplica con un rodillo una mezcla de tinta litográfica y tinta grasa. Se lava despues con agua ligeramente almidonada, se vierte sobre su superficie agua de goma y queda ya la piedra en disposicion de recibir la tinta y efectuar la tirada, de un número casi indefinido de ejemplares, por los procedimientos ordinarios de la litografía. (\*)

---

(\*) Recomendamos á los lectores que deseen conocer los detalles de estas operaciones, el Tratado de reproduccion de planos por medio de la fotografia, escrito por A. Hannot y puesto al final de la Topografía del Mayor C. Maes, edicion de Paris, año 1874.

## CAPITULO III.



### CÁLCULO DE ÁREAS.

---

**238.** Ocurre casi siempre, el tener necesidad de conocer las superficies de las distintas porciones de terreno que comprende la zona de un levantamiento topográfico. En Geometría se han explicado no solo las fórmulas que nos dan el área de las figuras geométricas en función de los elementos que las determinan, sino también el medio de encontrar el área de una superficie irregular cualesquiera. No creyendo tener necesidad de recordar aquí éstos conocimientos, de los cuales se hace uso para calcular las superficies del terreno, nos limitaremos á indicar en general la marcha que debe seguirse en estas operaciones, describiendo también algunos de los aparatos que pueden emplearse con este objeto.

**239.** Para calcular el área de una cierta extensión de terreno y la de las parcelas que lo componen, debe empezarse por calcular el área del conjunto y después la de cada una de las parcelas, teniendo de este modo la comprobación de que la suma de estas últimas ha de ser igual á la primera. Lo regular es que al sumar las áreas parciales, el resultado no sea completamente igual al área calculada para el conjunto. Cuando la diferencia entre estas dos cantidades sea menor que  $\frac{1}{100}$  para superficies menores que 100 hectáreas, de  $\frac{1}{200}$  para superficies que comprendan de 100 á 300 hectáreas, y de  $\frac{1}{300}$  para las que excedan de este límite; pueden

considerarse las operaciones como bien hechas y las diferencias en más ó en ménos se reparten proporcionalmente á las áreas de las parcelas.

**240.** En el cálculo del área del conjunto pueden ocurrir dos casos: 1.º Que la zona que comprende el levantamiento sea de gran extensión y por consiguiente las operaciones se hayan apoyado en una triangulación. 2.º Que la zona sea pequeña y al efectuar su levantamiento, las operaciones se hayan apoyado solo en un polígono envolvente, del cual no se hayan medido más que sus ángulos y lados sin calcular las coordenadas de sus vértices.

En el primer caso puede determinarse el área, bien sea calculando trigonómicamente la de cada uno de los triángulos de la red, y sumándolas todas, ó bien encontrarla directamente en función de las coordenadas de los vértices, para lo cual, si suponemos que  $a b c d f g$  (fl.ª 135) representa el polígono formado por la reunión de los triángulos de la red, y lo consideremos descompuesto en trapecios cuyos lados paralelos lo sean al eje de las Y; llamando  $x, y, x_1, y_1, x_2, y_2, \dots, x_6, y_6$ , las coordenadas respectivas de los vértices  $a, b, c, \dots, g$ , la expresión del área total será:

$$A = \frac{1}{2} \{ (x - x_1)(y + y_1) + (x_1 - x_2)(y_1 + y_2) + \dots + (x_6 - x_1)(y_6 + y_1) \}$$

Si el polígono se considera descompuesto en trapecios cuyos lados paralelos, lo fuesen al eje de las X, se tendrá otro valor de A, que se deduce de la fórmula anterior, permutando  $x$  por  $y$ , y vice-versa. Estas dos formulas, calculadas á la vez, sirven de comprobación á las operaciones numéricas.

En el segundo caso se descompondrá el polígono, que haya hecho las veces de la red trigonométrica, en triángulos y trapecios cuyos elementos se hayan determinado sobre el terreno ó puedan deducirse fácilmente de los datos adquiridos.

**241.** Encontrada el área del conjunto se determinan las de las distintas parcelas, descomponiendo las figuras que las limitan en triángulos, rectángulos y trapecios, cuyos elementos se conozcan ó puedan determinarse.

Si la superficie que se trata de calcular estuviese limitada por

líneas curvas, se calculará su área, con suficiente aproximación, reemplazando las curvas por una serie de líneas rectas convenientemente elegidas ó por arcos de círculo, los cuales darían una serie de segmentos circulares, ó bien por la fórmula de *Simpson* cuyo fundamento es el siguiente:

Supongamos que se quiere encontrar la superficie de una figura plana, limitada por una recta  $xx'$  (fig.<sup>a</sup> 136), por dos ordenadas  $y$  é  $y'$  perpendiculares á la  $xx'$  y por una curva irregular  $MN$ . Dividamos la base  $xx'$  en un número par de partes iguales de una longitud cualesquiera que representaremos por  $l$ , y levantemos en cada punto de división la ordenada de la curva. Consideremos la superficie comprendida entre dos ordenadas  $y_5$  é  $y_7$  de rango impar y dividiendo el intervalo  $rs$  en tres partes iguales cuya longitud será evidentemente  $\frac{2l}{3}$ , tracemos las ordenadas  $tt'$  y  $nn'$ ; la porción de superficie considerada diferirá poco de la de tres trapecios rectilíneos, limitados por las ordenadas  $y_5$ ,  $tt'$ ,  $nn'$ ,  $y_7$ , y llamándola  $s$ , se tendrá:

$$s = \frac{l}{3} (y_5 + 2tt' + 2nn' + y_7)$$

Uniendo por una recta los puntos  $t'$  y  $n'$  se tendrá:

$$tt' + nn' = 2mm' \quad \text{y} \quad s = \frac{l}{3} (y_5 + 4mm' + y_7).$$

La superficie que dá esta fórmula siendo más pequeña que la verdadera si la curva es convexa y mayor si la curva es cóncava, para atenuar el error reemplacemos á  $mm'$  por la ordenada  $y_6$  y se tendrá:

$$s = \frac{l}{3} (y_5 + 4y_6 + y_7).$$

Répitiendo los mismos razonamientos para las demás porciones de la superficie total y sumando todos los resultados se obtendrá la fórmula de *Simpson*:

$$S = \frac{l}{3} \{ (y + y') + 4 \sum y_{2n} + 2 \sum y_{2n+1} \}$$

que traducida al lenguaje vulgar nos dice que *la superficie que se trata de encontrar es igual á la tercera parte del elemento l mul-*

tiplicado: 1.º por la suma de las ordenadas extremas; 2.º por cuatro veces la suma de las ordenadas de rango par, y 3.º por dos veces la suma de las ordenadas de rango impar.

**242.** Los datos numéricos que se necesitan para calcular las áreas de las parcelas, pueden ser determinados sobre el terreno ó deducidos de los consignados en los registros de las operaciones, ó bien pueden determinarse gráficamente sobre el plano por medio de la escala. En este último caso, dependiendo la exactitud del cálculo del esmero con que está hecho el dibujo, conviene que el plano esté construido en una escala grande. De todos modos, como los errores gráficos son siempre mayores que los numéricos que se cometen en las operaciones de campo, pues aunque la escala se haya elegido de tal modo que el error gráfico sea menor que el numérico que nos hayamos fijado como máximo en las operaciones, ó por el contrario el error admisible en éstas se haya determinado en función de la escala para que no sea apreciable en el dibujo, estando el papel expuesto á las influencias atmosféricas sufrirá á consecuencia de éstas, dilataciones ó contracciones que harán variar las magnitudes en él representadas, este último procedimiento para la determinación de las áreas es menos exacto que el primero.

**243.** También pueden determinarse con aproximación las áreas de las parcelas de un modo gráfico, por medio de la cuadrícula construida para dibujar el plano, viendo el número de cuadrados comprendidos en cada parcela.

Por último, también se usan para la determinación gráfica de las áreas, unos aparatos que se conocen con el nombre de *Planímetros*. Entre los diferentes planímetros que se han construido nos limitaremos á describir dos de los más generalizados.

**244. Planímetro de Wetly y Starke.**—Este planímetro consta de dos partes principales: la primera puede moverse en sentido de la longitud del tablero metálico A (fig.ª 137) que sirve de base al instrumento, por medio de tres ruedas  $a, a', a''$ , que se apoyan sobre unas barras fijas al tablero. Esta primera parte se compone de una regla  $b b'$  que lleva un estilete  $c$  en uno de sus extremos, la cual puede moverse en su plano, y en dirección perpendicular al tablero A, entre cuatro ruedas  $d, d', d'', d'''$ , cuyos

ejes están fijos al bastidor  $l, l', l'', l'''$ . Un hilo metálico  $ff'$ , tendido paralelamente á la longitud de la regla, está fijo por sus extremos á unos soportes unidos á la regla, pudiéndose variar la tension del expresado hilo por medio del tornillo  $g$ . El hilo se arrolla con una sola vuelta á un cilindro  $h$ , que puede girar alrededor de un eje vertical que se apoya en una pieza fija al indicado bastidor, comunicando su movimiento á un disco de cristal  $k$  cubierto de papel de grano cuyo plano es perpendicular al eje del cilindro  $h$ . Los tornillos  $l, l', l'', l'''$ , en que terminan los ejes de las ruedas  $a, a', a''$ , sirven para variar trasversalmente la posición del eje de rotación del disco y el cilindro.

La otra parte del aparato tiene un tablero metálico  $M$ , elevado perpendicularmente al plano del tablero  $A$  y fijo invariablemente á él. Una rueda lenticular  $0$ , que descansa sobre el disco  $k$ , siendo tangente á su plano, forma cuerpo con la varilla  $p$ , y puede girar con ella alrededor del eje de esta última, la cual se apoya por sus extremos en una armadura  $q$ . Esta armadura puede elevarse con la varilla y la rueda lenticular, impidiendo el contacto de ésta con el disco  $k$ , cuando se la hace girar alrededor del eje determinado por los tornillos  $r, r'$  que unen la armadura al tablero  $M$ , y sirven para corregir lateralmente la posición de la varilla. Termina esta última con una doble aguja indicadora  $xx'$  que corresponde á la semicircunferencia graduada  $s$ , y un piñon cuyos dientes engranan con los de la rueda graduada  $t$ , móvil alrededor de un eje fijo al tablero  $M$ .

La primera parte del aparato es susceptible de un movimiento de traslación en sentido de la longitud del tablero  $A$ , haciendo avanzar ó retroceder las ruedas  $a, a', a''$  sobre las barras en que se apoyan, y el disco  $k$  y el cilindro  $h$ , pueden tener un movimiento de rotación, haciendo deslizar á la regla  $bb'$  entre las ruedas  $d, d', d'', d'''$ ; el hilo  $ff'$  se arrolla entonces por un lado y se desarrolla por el otro en el cilindro  $h$ , haciéndole girar de modo que, cada punto de su sección recta recorre un arco igual en longitud al camino que en línea recta recorre cada punto del hilo, siendo este último igual al recorrido por el estilete  $c$ .

Este movimiento de rotación se trasmite del disco  $k$  á la rueda

0, en virtud de una especie de engrane que tiene lugar entre los puntos del canto de esta rueda y los del disco, debido á las asperzas del papel que le recubre. A causa del movimiento de rotacion, el punto inferior de la rueda lenticular 0, describe sobre la placa  $k$ , en cada posicion del eje de esta última, una circunferencia cuyo radio es la distancia de dicho punto inferior al centro de la placa, permaneciendo en reposo la rueda 0, en el caso en que su punto inferior coincida con el centro de la placa  $k$ . El movimiento de la rueda lenticular y de la varilla unida á ella, se comunica por medio del piñon en que ésta termina, á la rueda dentada  $t$ , conociéndose lo que dicha rueda ha girado, por un trazo ó línea de fé marcado en la parte superior del montante  $M$ .

La rueda  $t$  está dividida en 120 partes iguales numeradas de diez en diez; y la semicircunferencia  $s$  lo está en tres partes iguales, y cada una de ellas subdividida en cien partes, numeradas tambien de diez en diez. La aguja indicadora  $xx'$  correspondiente á esta graduacion, recorre la tercera parte de ella, esto es el espacio comprendido entre dos ceros, en el mismo tiempo en que pasa una division de la rueda  $t$  por debajo de la línea de fé correspondiente. Cada una de estas divisiones corresponde á un centímetro cuadrado, y por consiguiente, cada una de las del arco  $s$ , á la centésima parte de las anteriores ó sea, á un milímetro cuadrado.

**215.** Antes de usar este planímetro, es preciso que en él se cumpla la condicion precisa siguiente: *el eje de la varilla  $p$  y el de rotacion de la placa  $k$  y el cilindro  $h$ , deben hallarse en un mismo plano, perpendicular á la vez al del montante  $M$ , y al del tablero  $A$  en todas las posiciones del eje del cilindro; será preciso por lo tanto hacer: 1.º Que el centro del disco  $k$  pase exactamente por debajo del punto inferior de la rueda lenticular, en el movimiento de traslacion de la parte móvil. Para comprobar si esta circunstancia se verifica, se dá al aparato este movimiento hasta que á la vista tenga lugar la coincidencia de dichos puntos, y por tanteos se busca una posicion en la cual dando al disco el movimiento de rotacion sólo, por medio de la regla  $b b'$ , la aguja indicadora permanezca completamente inmóvil; si esta posicion no existe, se mueve la varilla paralelamente á sí misma por medio*

de los tornillos  $r$ ,  $r'$ , hasta conseguir por varios tanteos dar al eje la indicada posición. 2.º *Que el eje de rotación del disco se halle, en todas las posiciones que ocupa por su movimiento de traslación, en el plano determinado por el eje de la varilla y la posición del eje del disco determinada por la corrección anterior.* Se comprueba esta circunstancia, cuando la aguja indicadora permanece estacionaria durante todo el movimiento de traslación del aparato móvil; haciéndose la corrección en el caso en que esto no se verifique por los tornillos  $t$ ,  $t'$ ,  $t''$ ,  $t'''$ . 3.º *La tensión del hilo  $f f'$  debe ser tal, que su desarrollo en el cilindro  $h$  se verifique según la sección recta de este último.* Se conseguirá esta condición por medio del tornillo  $g$ , observando si durante el movimiento de rotación, la parte arrollada del hilo aparece exactamente en línea recta con las porciones del mismo de derecha é izquierda.

**246.** Para comprender la teoría y el uso de este planímetro, supongamos que A B C D (fig.<sup>a</sup> 133) sea un rectángulo cuya área se quiere conocer. Colocando el dibujo y el planímetro en un plano sensiblemente horizontal, se pondrá el extremo inferior del estilete sobre el vértice A, y levantando la armadura de la varilla se hace girar á ésta, á fin de establecer la coincidencia del cero de la rueda graduada con su línea de fé, haciendo al mismo tiempo que la aguja indicadora señale uno de los ceros del arco dividido. Suponiendo que la altura B C del rectángulo sea paralela á la dirección de la varilla  $p$ , al mover la regla haciendo que la punta del estilete recorra la base A B =  $b$  del rectángulo, se habrá desarrollado una longitud  $b$  en el hilo, y cada punto de la sección recta del cilindro en que está arrollado, habrá recorrido un arco cuya rectificación es  $b$ . Al mismo tiempo habrá pasado por debajo del punto inferior de la rueda lenticular un arco de círculo del mismo número de grados que el que ha girado el cilindro, correspondiendo aquel á una circunferencia cuyo radio R es la distancia de O, al centro de la placa. Si representamos por L la longitud de este arco y por  $r$  el radio del cilindro se tendrá la proporción:

$$L : R :: b : r \quad \text{de donde} \quad L = \frac{R \cdot b}{r}$$

El valor del arco L estará representado en el contador por las indicaciones de la línea de fé en la rueda móvil y de la aguja indicadora en el arco dividido. Llevando el estilete de B á c, la aguja y la línea de fé continuarán marcando el mismo valor, toda vez que como se ha dicho, la rueda 0 no gira en el movimiento de traslacion del aparato.

El disco habrá pasado entonces de la posicion K á la K' y su centro al otro lado de 0. Llevando despues el estilete de C á D, el disco girará en sentido contrario al anterior, pero la rueda lenticular en el mismo sentido que en la primera posicion; y el cero de la rueda del contador recorrerá, á partir de la graduacion que marcaba el valor del arco L y en el mismo sentido, otro arco L' para el cual obtendremos como antes el valor:

$$L' = \frac{R' \cdot b}{r}$$

El contador marcará por lo tanto un arco  $L + L'$  cuyo valor será:

$$L + L' = \frac{R \cdot b}{r} + \frac{R' \cdot b}{r} = \frac{(R + R') \cdot b}{r}$$

observando ahora que la suma de los radios R y R' es igual á la distancia que existe entre las dos posiciones ocupadas por el centro del disco y que ésta lo es á la altura  $CB = a$  del rectángulo, se tendrá:

$$L + L' = \frac{a \cdot b}{r}$$

Para que el arco total marcado en el contador represente el área del rectángulo, el constructor ha dispuesto los engrenages y los radios de las distintas ruedas de manera que  $r$  corresponda á un centímetro cuadrado, y por lo tanto la lectura hecha en el contador expresará en centímetros cuadrados el área del rectángulo.

Si en las dos posiciones K y K' (fig.<sup>a</sup> 139) el centro de la placa quedase al mismo lado de 0, el movimiento de esta rueda se verificará en sentido contrario en ambas posiciones, y la lectura final estará dada por la expresion:

$$L - L' = \frac{(R - R') \cdot b}{r}$$

pero entonces las circunferencias descritas por el punto inferior de la rueda lenticular 0, serán tangentes interiormente, y la distancia de los centros, que sigue siendo igual á la altura  $a$  del rectángulo, será la diferencia  $R - R'$  de los radios, resultando como antes:

$$L - L' = \frac{a \cdot b}{r}.$$

Así, pues, el área del rectángulo estará siempre representada en centímetros cuadrados por la lectura final del contador si se toma por unidad las divisiones de la rueda graduada, y en milímetros cuadrados si se toma por unidad las divisiones del arco exterior.

Si al empezar la operación no se hubiese hecho que la línea de fé coincida con el cero de la rueda  $t$  (fig.<sup>a</sup> 137) y que la aguja indicadora corresponda también á uno de los ceros de la graduacion del arco  $s$ ; el área del rectángulo vendría expresada por la diferencia entre la lectura final y la inicial, es decir, por la lectura hecha al concluir la operación ménos la que ya marcase el contador al empezar la operación.

**247.** Supongamos ahora que se quiere hallar separadamente el área de los rectángulos  $ABFG$  y  $FGDC$ . Despues de haber hecho coincidir los ceros se llevará el estilete al punto  $A$  y se recorrerá con él la línea  $ABFG$ . La lectura correspondiente en el contador dará el área del primer rectángulo. Partiendo del punto  $G$  se describirá con el estilete la línea  $GFCD$  y el área del segundo rectángulo vendrá expresada por la diferencia entre la lectura final y la correspondiente á la posición  $G$  del estilete. La lectura final del contador expresará el área del rectángulo total y si se tratase de encontrar el valor de esta última sin ser preciso el conocimiento de las que corresponden á los rectángulos parciales, bastará recorrer con el estilete la línea  $ABCD$  como en el caso general, puesto que el arco que por el procedimiento anterior recorrería el contador al marchar el estilete de  $F$  á  $G$  para determinar el área del primer rectángulo parcial, sería recorrido en sentido contrario al pasar el estilete de  $G$  á  $F$  para determinar la del segundo, y la lectura del contador en el punto  $F$  sería la misma antes y despues. También haremos notar que si despues se pasa el estilete desde el punto  $D$

al punto A de partida, la lectura del contador no variará por no ejecutarse para esto más movimiento que el de traslación. De lo dicho resulta que para hallar el área de un rectángulo compuesto de otros varios, se recorrerá el perímetro total con el estilete, observando la lectura final si coincidían los ceros del contador con la línea de fé y aguja indicadora al empezar la operacion, ó hallando la diferencia de las lecturas inicial y final si no se partió de dicha coincidencia.

**248.** Para hacer extensivo el procedimiento que se acaba de indicar, á un polígono ó á una superficie irregular cualquiera, se considerará ésta dividida por un sistema de rectas paralelas entre sí, en un número de trapecios que podrán considerarse como rectángulos siempre que la separacion entre las paralelas sea suficientemente pequeña. En esta suposicion, y observando que no es necesario recorrer con el estilete las paralelas que consideramos, por la misma razón que no lo fué para la recta FG (fig.<sup>a</sup> 138) en el caso anterior, se hallará el área buscada, recorriendo con el estilete todo el perímetro del polígono ó curva que la limite, y observando la lectura final ó la diferencia de las lecturas inicial y final.

La misma hipótesis que hemos hecho, es aplicable al caso en que tratándose de medir el área de un rectángulo, la altura de éste no fuese paralela á la varilla de la rueda lenticular como se supuso en el párrafo 246.

Advertiremos de paso que si al medir un área cualquiera la rueda *t* hubiese efectuado más de una revolucion, á la lectura final habrá que añadir  $120^{\circ} : ^{\circ}$

**249.** Una vez encontrada el área del plano, para conocer la del terreno que representa, bastará encontrar en funcion de la escala lo que en el terreno representa cada centímetro del papel.

**250. Planímetro polar de Amster.**—Se compone este planímetro de dos reglas *aa'* y *bb'* (fig.<sup>a</sup> 140) que forman un ángulo variable girando alrededor de una charnela fija en la parte *c* de una armadura que lleva al contador del aparato. La regla *bb'* lleva en su extremo *b'* una aguja *d*, que puede subir ó bajar, fijándose á la altura conveniente por medio de un tornillo de presion; dicha aguja se clava en el papel que contiene la figura

cuya área se quiere determinar y sirve de eje de giro á todo el aparato; para aumentar su estabilidad se le coloca encima un peso cilíndrico que acompaña al aparato. La regla  $aa'$  puede correrse á lo largo de la armadura  $f$ , con objeto de fijar uno de los extremos de esta última, que sirve de línea de fé, en la división de la primera que corresponde á la indicacion que se quiere obtener con el planímetro, pues la regla  $aa'$  lleva diferentes graduaciones y según con la que se haga coincidir el canto  $h$  de la armadura  $f$  así se obtendrá el área en unidades métricas ó en medidas inglesas. En la extremidad  $a'$  de la regla  $aa'$  va colocado el estilite  $l$  destinado á recorrer el contorno de la figura cuya área se quiere conocer.

El contador se compone de una rueda graduada vertical  $m$  que puede girar alrededor de un eje que se apoya en la armadura  $f$  y su movimiento se trasmite por medio de un tornillo sin fin á una rueda horizontal  $s$  también graduada. La rueda  $m$  está dividida en 100 partes numeradas de diez en diez y un nóvio  $n$ , fijo á la armadura  $f$ , aprecia las décimas partes de estas divisiones; la rueda  $s$  está dividida en 10 partes, cada una de las cuales corresponde á una vuelta completa de la rueda  $m$ . Estando en canto  $h$  de la armadura  $f$  coincidiendo con la division correspondiente á los centímetros de la graduacion de la regla  $aa'$ , cada una de las divisiones de la rueda  $m$  corresponderá á un centímetro cuadrado y por consiguiente cada una de las de la rueda  $s$ , á un decímetro cuadrado.

**251.** Para hacer uso de este planímetro, se le coloca, en union con el papel que contiene la figura cuya área se quiere determinar, en un plano sensiblemente horizontal. Se clava la aguja  $d$  colocando sobre ella el cilindro de metal, de que antes se hizo mencion, para darla mas estabilidad, descansando entonces el instrumento sobre tres puntos que son: la aguja  $d$ , la punta del estilite  $l$  y el punto inferior de la rueda  $m$ . La disposicion de la aguja  $d$  ha de ser tal que permita al estilite recorrer todo el perímetro de la figura. Se coloca despues el estilite en uno de los vértices ú otro punto notable del perímetro, anotando la lectura que entonces señale el contador; se recorre el perímetro con un movimiento continuo del estilite hasta volver al punto de partida, y se anota también la lectura correspondiente del contador. La diferen-

oia de ambas lecturas nos dará el valor del área de la figura y por consiguiente la del terreno que representa sin más que encontrar la equivalencia en éste de cada centímetro del papel. Puede obtenerse el área por una sola lectura, partiendo de la posición cero del contador, pero la disposición particular de éste, no se presta cómodamente al establecimiento de la coincidencia de los ceros (\*).

**252.** Existen otros planímetros del mismo autor, representados en proyección horizontal en la figura 141, cuya disposición es análoga al que hemos explicado diferenciándose únicamente en que la regla *aa'* no puede correrse. Su uso es también el mismo pero el resultado se obtiene siempre ó en pulgadas inglesas ó en centímetros cuadrados, según sea la graduación del planímetro.

**253.** Tanto en el planímetro de *Wetti* y *Starke*, como en el polar de *Amster*, se puede obtener un múltiplo del área que se busca haciendo que el estilete recorra varias veces el perímetro de la figura. Dividiendo después este múltiplo por el número de veces que se haya recorrido el perímetro, se tendrá un valor más aproximado del área.

---

(\*) Los lectores que deseen conocer la teoría en que se funda este planímetro, pueden verla en la Revista de obras públicas año 1869, ó en la mecánica de Resal.

# SECCION CUARTA.

---

## TOPOGRAFIA IRREGULAR.

---

### CAPITULO I.

---

#### TAQUIMETRIA.

---

#### **Definicion, objeto y modo de situar los puntos.**

---

**254.** Explicados ya todos los procedimientos y operaciones que ordinariamente se emplean en los levantamientos de los planos topográficos, y antes de ocuparnos de la topografía de los *reconocimientos militares y anteproyectos*, vamos á ocuparnos, aunque sea ligeramente, de otro sistema de ejecutar los levantamientos topográficos que, con el nombre de *Taquimetría*, fué ideado á mediados de este siglo por el oficial de ingenieros piamontés *Porro*, y que ha vuelto á ponerse muy en boga desde hace algunos años.

Segun el mismo autor, la *Taquimetría* es el arte de ejecutar el levantamiento de los planos con una economía considerable de tiempo, obteniéndose sin embargo la precision que exigen la mayor

parte de los trabajos topográficos. Se funda en el empleo de un solo aparato llamado *taquímetro*. Dicho aparato, que más tarde describiremos, es muy semejante á los teodolitos ordinarios, solo se diferencia esencialmente de éstos en que el anteojo es analítico.

**255. Modo de situar los puntos.** Para conocer la posición de un punto tal como el B (fig.<sup>a</sup> 142) con respecto á otro A, bastará referirlo á un sistema de ejes coordenados A X, A Y, A Z y determinar la posición  $b$  de la proyección sobre el plano de las X Y y la altura B  $b$  del referido punto sobre dicho plano. La proyección  $b$  quedará determinada por el conocimiento del ángulo  $\theta$ , que forma la proyección A B, sobre el plano de las X Y, del radio vector A B con el eje de las Y y por la de la magnitud A B. En cuanto á la coordenada vertical B  $b$  puede determinarse en función del ángulo  $\delta$ , que con el eje de las Z forma el radio vector A B, y de la distancia horizontal A  $b$ , que llamaremos  $d$ , puesto que en el triángulo rectángulo A B  $b$  se tiene:

$$z = B b = A b \cotg. \delta = d \cotg. \delta \quad (1)$$

Haciendo, pues, estacion en el punto A con un taquímetro, los ejes coordenados estarán representados, el de las Y por el diámetro correspondiente al cero de la graduación del limbo azimutal, el de las X por el perpendicular al anterior y de las Z por el diámetro vertical del limbo zenital. Si en el punto B se coloca una mira graduada y se dirige á ella la visual por el anteojo del aparato colocado en A, podrá determinarse, el valor del ángulo  $b A Y = \theta$  por la lectura correspondiente en el limbo azimutal, el ángulo Z A B =  $\delta$  por la lectura en el limbo zenital, y la distancia A  $b = d$  por medio de la fórmula del párrafo 85, en función de las lecturas que en la mira corresponden á los hilos del retículo del anteojo y del ángulo  $\delta$  medido.

Del mismo modo que se ha fijado la posición del punto B, se determinará la de todos aquellos puntos que convengan y puedan ser observados desde el A, pero si la posición de los puntos sobre el plano se necesita marcar con precisión, en vez de hacer uso de las coordenadas polares que se acaban de determinar, se calculan las coordenadas rectangulares, las que pueden conocerse en función

de los mismos datos, puesto que si por el punto  $b$  se considera trazada la recta  $bc$  paralela á la  $AY$ , en el triángulo  $Abc$  se tendrá:

$$X = Ac = Ab. \text{sen. } \angle abc = d. \text{sen. } \theta \quad (2)$$

$$y = bc = Ab. \text{cos. } \angle abc = d. \text{cos. } \theta \quad (3)$$

La coordenada  $x$  determinada por la fórmula (1) se refiere al punto que determina en la mira la visual dirigida por el eje óptico del anteojo y por lo tanto para encontrar la que corresponde al punto del terreno habrá que restar del valor encontrado por dicha fórmula, la altura del punto de mira visado. Esta altura se conocerá por la lectura que corresponde al hilo horizontal y central del retículo.

**255.** Para enlazar entre sí las operaciones parciales ejecutadas en cada estacion se refieren todas las coordenadas á un sistema único de ejes. Si en todas las estaciones se colocase el instrumento de manera que los diámetros que representan los ejes coordenados fueran siempre paralelos entre sí, bastaría para pasar de las coordenadas deducidas en una estacion á las coordenadas referidas al origen principal, añadir á las primeras las coordenadas del punto de estacion á partir de aquel origen. Este paralelismo es fácil de conseguir en el eje de las  $Z$  que puede colocarse siempre vertical por medio de los niveles del aparato, pero en los ejes horizontales no sucede lo mismo, pues si para conseguirlo se determinase en cada estacion la direccion de la meridiana astronómica y luego se colocase el diámetro que pasa por el cero de la graduacion del limbo azimutal en direccion de la expresada linea, las operaciones serian interminables no consiguiéndose el objeto que se propone el sistema que nos ocupa, por lo cual dicha meridiana solo se determina para alguna ó algunas de las estaciones, tomándose, provisionalmente, como linea orientadora la meridiana magnética de la primera estacion.

El operador se limita á obtener en el campo los datos necesarios para reducir los ángulos á sistemas de ejes paralelos á los de la primera estacion, y despues en los trabajos de gabinete, valiéndose de la direccion de la meridiana astronómica determinada en un punto, se pueden referir á ella todos los ángulos azimutales.

## Métodos que pueden seguirse para enlazar las estaciones.

---

**256.** Para enlazar entre sí las estaciones y referir los datos tomados sobre el terreno á un sistema único de ejes, determinando las correcciones que deban ejecutarse en los ángulos azimutales leídos, pueden emplearse en la práctica tres procedimientos principales que son: *el método de referencia directa, el de referencias indirectas y el método mixto.*

**257.** El método de referencia directa, debido á *Moinot*, consiste en observar desde cada estación el punto elegido para la siguiente, midiéndose los ángulos  $\theta$ ,  $\delta$  y la distancia que las separa; trasportado el instrumento á la segunda estación, se observa el punto que ocupaba la anterior y se miden las mismas cantidades.

La corrección de orientación se obtiene encontrando la diferencia entre los ángulos azimutales leídos en las dos estaciones para la recta que las une. Si las direcciones del diámetro del limbo azimutal que pasa por el cero de la graduación fuesen paralelas, la diferencia entre los ángulos  $\theta$  y  $\theta'$  medidos en las dos estaciones para la recta que las une, sería igual á dos ángulos rectos. Pero si en la segunda estación B (fig. 143) la dirección del susodicho diámetro en vez de ser la BN paralela á la AN, fuese la B N'' ó B N''' la diferencia entre los ángulos  $\theta$  y  $\theta'$  diferirá de dos ángulos rectos y su exceso ó defecto determinará lo que hay que restar ó añadir á los ángulos azimutales medidos en B para referirlos á un sistema de ejes paralelos á los de la estación A á cuya corrección se llama *corrección de orientación.*

Las coordenadas X, Y, se calculan por las fórmulas (2) y (3) y la distancia  $d$  por la fórmula del párrafo 85, sustituyendo en dichas fórmulas los valores de  $\theta$  y  $\delta$  obtenidos en la primera estación y se comprueban por los resultados que dan las mismas fórmulas con los valores medidos en la segunda. Los resultados obtenidos para X e Y deben diferenciarse de los antes encontrados solo en el signo.

En cada estación se considera siempre que el origen de coordenadas se halla en el centro del instrumento, por lo tanto el valor

obtenido para Z en la fórmula (1) hay que corregirlo, agregándole la altura del instrumento considerada siempre como positiva.

**258.** El método de referencias indirectas, aplicado por Porro para relacionar las estaciones, consiste en observar desde cada estacion dos puntos que toman el nombre de *puntos de referencia*.

Supongamos que A y B (fig.<sup>a</sup> 144) sean dos estaciones consecutivas desde las cuales se hayan observado los puntos C y D. La correccion de orientacion se efectúa calculando los ángulos que la recta C D forma con la direccion de la meridiana magnética determinada por la direccion de la aguja imantada en ambas estaciones. Para lo cual en el triángulo D P C obtenido trazando las dos paralelas, D P y C P á los ejes, se tiene:

$$\text{tang. } \theta = \frac{C P}{P D}$$

pero C P y D P son las diferencias entre las coordenadas de D y C, y representándolas por  $X_d$ ,  $Y_d$  y  $X_c$  é  $Y_c$  respectivamente se tendrá:

$$\text{tang. } \theta = \frac{X_c - X_d}{Y_d - Y_c}$$

introduciendo en esta fórmula los valores de X é Y con relacion á A, deducidos de las fórmulas (2) y (3) se obtendrá un valor para  $\theta$ ; y repitiendo lo mismo con los de X é Y deducidos con los datos obtenidos desde la estacion B, se encontrará otro valor de  $\theta$ , igual al anterior si las posiciones de la aguja imantada fueran paralelas en ambas estaciones, y en caso contrario su diferencia será el valor de la correccion de orientacion.

Si se hubiese cometido algun error de lectura al efectuar las observaciones, el valor encontrado para la correccion de orientacion seria inexacto, y para comprobarlo, se calcula la longitud de la recta C D por la fórmula:

$$C D = \frac{C P}{\text{sen. } \theta} = \frac{X_c - X_d}{\text{sen. } \theta}$$

que debe resultar la misma al calcularla con los elementos de las dos estaciones, aunque sea errónea la orientacion.

Las coordenadas de la estacion B se refieren á la anterior A,

restando de las coordenadas de un punto C con relación al A, las del mismo punto respecto de B; en efecto, en la figura 144 se tiene:

$$\begin{aligned} X'_b &= A L = A M - B F = X'_c - X''_c \\ Y'_b &= B L = C M - (-F C) = Y'_c - Y''_c \end{aligned}$$

siendo  $Y''_c$  negativa por hallarse debajo del eje  $B X''$ .

Estos valores se pueden comprobar por los datos que suministra el otro punto de referencia, que serán:

$$\begin{aligned} X'_b &= A L = A N - B G = X'_d - X''_d \\ Y'_b &= B L = D N - D G = Y'_d - Y''_d \end{aligned}$$

El cálculo de las Z se hace exactamente como el de las X é Y, sin necesidad de tener en cuenta la altura del instrumento, puesto que la fórmula (1) da desde luego la altura del punto observado sobre el centro del instrumento, y claro es que la diferencia entre los valores de Z deducidos en cada estacion para un mismo punto, será la que existe entre los centros del instrumento en las dos estaciones.

El procedimiento de Porro ofrece sobre el de Moinot muchas ventajas: deja al operador en completa libertad de elegir los puntos de estacion, que no necesitan ni aun ser visibles unos de otros; economiza gran número de estaciones, pues mientras el procedimiento de Moinot limita la separacion entre las estaciones al alcance del antejo considerado como aparato para medir distancias, el de Porro permite duplicar casi las referidas distancias; tambien dispensa el medir la altura del instrumento simplificando el cálculo de las Z; en cambio para corregir la orientacion, hay que efectuar cálculos numéricos muy incómodos y de resultados poco exactos en la práctica, puesto que el ángulo  $\theta$  correspondiente á la recta que une los puntos que se han elegido como de referencias, se calcula por la fórmula

$$\text{tang. } \theta = \frac{X_c - X_d}{Y_c - Y_d}$$

y si bien los errores cometidos al obtener X é Y pueden ser despreciables respecto á la magnitud de estas cantidades, no sucede lo mismo al considerar sus diferencias, en las que ejercen proporcio-

nalmente más influencia; así como en las relaciones entre éstas mismas cantidades. Los resultados no son, pues, comparables con la medida directa de los ángulos, por lo cual este procedimiento debe emplearse solo en aquellos casos en que se consideren despreciables las variaciones de la aguja imantada en la orientación del aparato.

**259.** El tercer procedimiento llamado *método mixto*, adoptado por algunos ingenieros italianos, es una modificación del anterior, conservando casi todas sus ventajas sin tener sus inconvenientes; este método, preferible á los ya expuestos, consiste en repetir las observaciones desde dos estaciones consecutivas sobre un mismo punto, cuidando además de situarlas de manera que sean visibles una de otra y haciendo desde cada una la lectura del ángulo  $\theta$  correspondiente á la recta que las une. De este modo la corrección de orientación se obtiene como el procedimiento de Moinot y al mismo tiempo las estaciones pueden estar, sin inconveniente, más distantes que el alcance del instrumento, puesto que no hay necesidad de medir directamente la distancia que las separa.

El cálculo de las coordenadas de la segunda estación se hace como en el método de Porro, por una sencilla resta entre las del punto observado desde las dos, no habiendo tampoco necesidad de tomar la altura del instrumento.

Si en lugar de un solo punto de referencia se hacen las observaciones sobre dos, se tendrá el medio de comprobar los resultados.

### Taquímetros.

---

**260.** Los teodolitos usados en el sistema que nos ocupa toman el nombre de *taquímetros*, siendo los más generalizados los de *Troughton*, *Salmoiraghi* y *Richer*, de los cuales nos limitaremos á describir el de Troughton que existe en el gabinete de nuestra clase.

Este taquímetro representado en la fig.<sup>a</sup> 145, es muy semejante al teodolito del mismo nombre descrito en el párrafo 42, diferenciándose solo en algunas modificaciones de detalle, necesarias para

su aplicacion al levantamiento de los planos por el sistema taquimétrico.

El sosten del aparato, la colocacion y movimientos del limbo azimutal y del correspondiente circulo de nonios, es completamente idéntica á la del teodolito descrito en el párrafo 42. Las graduaciones de los limbos son centesimales, la razon de esta diferencia es la de facilitar los cálculos. La brújula colocada en el centro del limbo tiene tambien su graduacion centesimal y en sentido contrario á la del limbo.

Sobre el circulo de los nonios se elevan dos montantes H terminados en su parte superior por los cojinetes del eje horizontal  $e$  de rotacion del anteojo, pudiendo variarse la altura de uno de dichos cojinetes por los tornillos  $t t'$ . Los dos niveles  $n$  que sirven para colocar horizontal el plano del limbo, están dispuestos, uno en uno de los montantes que sostienen al eje  $e$ , y el otro colocado, en una direccion perpendicular á la del primero, sobre el circulo de los nonios. Invariablemente unido al eje  $e$ , va el limbo cenital  $l$ , que es completo y está dividido como el azimutal con arreglo á la division centesimal. Los nonios  $v$  y  $v'$  de este limbo están en una pieza  $p$  que se apoya sobre al eje  $e$  pero que no participa de sus movimientos, estando sujeta por su parte inferior por los tornillos  $x, x'$  á un diente que tienen los montantes H. En la parte superior de la pieza  $p$  vá colocado el nivel  $z z'$ . El anteojo  $a b$  está unido invariablemente al eje  $e$  y al limbo  $l$ , sirviendo el tornillo de presion  $d$  para unir el limbo  $l$  á la pieza de los nonios y detener los movimientos del anteojo, y el tornillo de coincidencia  $f$  para producir dichos movimientos con lentitud. El anteojo es analítico (*véanse los párrafos del 88 al 91, ambos inclusivos*); la lente colectora puede moverse dentro del tubo del anteojo, y para variar su posicion, vá montada en un anillo metálico que por medio de una llave de cuadradillo y un engrane de piñon y cremallera puede correrse desde el exterior. El ocular es positivo y puede deslizarse en sentido vertical para colocarlo en frente de cada uno de los hilos del retículo por medio de un boton no visible en la figura. Encima del anteojo vá colocado el nivel  $y y'$ . El retículo representado en la figura 143, consta de tres hilos horizontales, determinando los extre-

mos un ángulo diastimométrico cuya tangente es 0,02, otros dos verticales sirven para comprender entre ellos el campo de la mira sin ocultarla, y por último otros dos inclinados sirven para fijar la puntería haciendo que la señal que se observa sea la bisectriz del ángulo que forman dichos hilos.

**261.** La mira que acompaña al aparato tiene cuatro metros de longitud pudiendo doblarse por su mitad, á favor de una charnela, para facilitar su transporte. En uno de sus costados lleva una plomada que sirve para colocarla vertical. Las divisiones están dispuestas como representa la figura 147; en la mitad de la izquierda están marcados los dobles centímetros por zonas alternativamente blancas y rojas en los diez primeros, azules y blancas en los diez siguientes y alternando del mismo modo en toda la longitud de la mira. En la mitad de la derecha están marcados los decímetros por zonas blancas y rojas ó blancas y azules segun el color de los dobles centímetros correspondientes. Los números están invertidos y marcan los dobles decímetros. Los correspondientes á la mitad superior de la mira llevan un punto debajo para diferenciarlos de los de la mitad inferior.

Siendo, como hemos dicho, la tangente del ángulo diastimométrico determinado por los dos hilos extremos del retículo del anteojo, 0,02, y valiendo 0,02 cada division de la mira, el número de éstas comprendido entre los hilos horizontales extremos del retículo, dará en metros la distancia que existe entre el centro del aparato y el punto donde esté colocada la mira (párrafo 89) cuando el eje óptico del anteojo sea horizontal, y si dicho eje estuviese inclinado, la mencionada distancia se encontrará reducida al horizonte por medio de la fórmula:

$$D = H . \text{sen.}^2 \delta \quad (\text{párrafo 85})$$

En la cual H representa el número de divisiones de la mira comprendido entre los hilos horizontales extremos del retículo, y  $\delta$  el valor del ángulo que con la vertical del punto de estacion forme el eje óptico del anteojo ó sea el ángulo leído en el limbo zenital.

**262.** Antes de usar este taquímetro, es preciso efectuar á

más de todas las correcciones generales explicadas al tratar de los Teodolitos, la de ver *si el ángulo diastimométrico determinado por los hilos horizontales del retículo, es el que corresponde á la graduacion de la mira, para que la lectura efectuada en ésta nos dé en metros la distancia buscada.* Para efectuar esta correccion se mide en un terreno sensiblemente horizontal, por medio de la cinta metálica, la distancia que media entre el punto á que corresponde la vertical del centro del aparato y la mira colocada en otro punto cualquiera, con tal de estar comprendido en la zona limitada por el alcance del instrumento. Se coloca el antejo horizontal y dirigiendo la visual á la mira si el número de divisiones comprendidas por los hilos horizontales extremos del retículo es el que corresponde á la distancia medida. Si así no fuese, se moverá la lente colectora, por medio de la llave de cuadrillo, en el sentido conveniente hasta conseguirlo.

### **Operaciones de un levantamiento taquimétrico.**

---

**263.** Las operaciones de un levantamiento taquimétrico, deben empezarse por un reconocimiento preliminar del terreno en el que se eligen los puntos que han de servir de estacion. Esta eleccion se hace procurando que desde cada uno de los elegidos se vea el mayor número posible de los inmediatos, y que no quede ningun punto notable del terreno sin que pueda ser observado desde alguna de las estaciones próximas. Las distancias que han de mediar entre las estaciones y por consiguiente el número de estas, depende de la configuracion del terreno y del alcance del instrumento, así como tambien del método elegido para relacionarlas. Empleando el taquímetro que hemos descrito y siendo despejado el terreno en que se opera, las estaciones pueden estar separadas unos 380 ó 390 metros, si se emplea el método de referencias indirectas ó el método mixto, solo unos 180 ó 190 metros, si el método elegido para relacionarlas es el de referencias directas.

**264.** Una vez elegidas las estaciones y señaladas con estacas, mojones de piedra ú otro medio análogo, se eligen y señalan tam-

bien los puntos que han de servir de referencias, si el método adoptado es el de referencias indirectas ó el mixto. Concluidas estas operaciones se coloca el instrumento, que para fijar las ideas supondremos que es el taquímetro que hemos descrito, en la primera estacion y despues de efectuar las correcciones indicadas anteriormente, se hace coincidir el cero de uno de los nónios del limbo azimutal con el cero de la graduacion, cuidando de hacer esta coincidencia en las demás estaciones siempre con el mismo nónio, cuando los ceros estén próximos, se aprieta el tornillo de presion que une el círculo de los nónios al limbo y se concluye de hacer la coincidencia con el correspondiente tornillo de este nombre. Se afloja despues el tornillo de presion que une el limbo al eje del aparato y por el giro del citado limbo se hace que la punta norte de la aguja imantada marque cero en su graduacion especial, concluyendo de efectuar esta coincidencia con el correspondiente tornillo de coincidencia. Conseguido ésto, el limbo debe permanecer inmóvil todo el tiempo que dure la estacion por lo que se tendrá especial cuidado de no tocar el tornillo que lo une al pié del aparato.

Orientado el aparato de la manera que se acaba de explicar, para comprobar al concluir las observaciones correspondientes á cada estacion que esta orientacion no ha cambiado, se empieza por dirigir la visual á uno ó mas puntos que se llaman *directores*, los cuales se eligen de manera que estén bien señalados, como la cruz de un campanario, la arista de un edificio, etc. y que sean visibles desde el mayor número de estaciones. Si la distancia y situacion de estos puntos lo permiten se coloca en ellos una mira, anotando las lecturas que corresponden á los hilos horizontales del retículo y las correspondientes á los nónios de los limbos azimutal y zenital. Si la distancia ó situacion de estos puntos impide la colocacion de la mira en ellos, se dirigirá la puntería centrándolos bien en el retículo y se anotará la lectura que corresponda á los nónios del limbo azimutal.

Despues de observar los puntos directores, se envia la mira á los puntos de estacion inmediatos; se efectúan las mismas observaciones en la mira y en los limbos, midiéndose además la altura

sobre el terreno del eje de rotacion del anteojo en el caso que se haya elegido para relacionar las estaciones el método de referencias directas. Si el procedimiento elegido es el de referencias indirectas ó el mixto, no hay necesidad de colocar la mira en los puntos de estacion inmediatos, bastando colocar en ellos una banderola para fijar la puntería, no siendo tampoco preciso medir la altura del eje de giro del anteojo.

Concluidas las observaciones á los puntos de estacion inmediatos, se pasa á verificar las de todos aquellos que convenga determinar, en los cuales se va colocando sucesivamente la mira, indicando al portamira los puntos en que ha de colocarla y el órden que debe seguir, teniendo presente que como en el procedimiento que nos ocupa, se hacen á la vez las operaciones de planimetría y las de nivelacion, la mira debe colocarse no solo en los puntos que determinen las líneas características del terreno como cercas, caminos, arroyos, etc. sino tambien en todos aquellos que sea necesario determinar para la representacion del relieve, como los puntos mas altos y mas bajos, aquellos en que el terreno presente un cambio de pendiente notable, etc. Para cada uno de los puntos en que se coloque la mira se anotarán las correspondientes lecturas de los limbos y graduacion de la mira.

Antes de levantar el instrumento de una estacion, se vuelve á dirigir la puntería á uno de los puntos directores, debiendo encontrarse para valor del ángulo azimutal correspondiente, el mismo que se determinó al empezar las observaciones.

**265.** Concluidas las observaciones en una estacion se traslada el instrumento á una de las inmediatas, en donde se ejecutan las mismas operaciones que se han indicado para la primera, debiendo empezarse por dirigir la visual al punto de estacion anterior, en el que se habrá colocado la mira si el método adoptado es el de referencias directas.

**266.** Para que las operaciones puedan efectuarse con rapidez, es necesario que á cada taquímetro acompañen tres ó cuatro miras, que irán colocando en los puntos convenientes los portamiras dirigidos por una persona encargada de esta operacion. El observador del aparato debe tambien ir acompañado de un ayudante

que vá anotando en los registros los datos dictados por aquel. Con objeto de evitar confusiones es conveniente hacer las observaciones siempre en el mismo órden; puede empezarse por ejemplo, por las lecturas que en la mira corresponden á los hilos del retículo, siguiendo despues las lecturas correspondientes en el limbo zenital y terminando con las del azimutal.

Al dirigir el anteojo á la mira debe dársele la inclinacion necesaria para que los tres hilos horizontales del retículo caigan sobre la mira, con objeto de que sea posible efectuar la lectura con los tres, y además el hilo que se dirige al pié de la mira conviene que coincida con un número exacto de divisiones fácil de retener. Las lecturas deben empezarse por el hilo que marque el número mayor, pues de este modo al efectuar la lectura del último se puede comprobar la inmovilidad del anteojo, observando si dicho hilo sigue coincidiendo con la misma graduacion á que se dirigió al apuatar el anteojo.

**267.** Cuando el terreno sea de gran extension, conviene apoyar el levantamiento en una triangulacion, ejecutada por los procedimientos ordinarios, sirviendo sus vértices de puntos directores en las operaciones taquimétricas subsiguientes.

**268.** Concluidas las operaciones de campo y antes de empezar los trabajos de gabinete, conviene fijar el límite de tolerancia de los errores que forzosamente han de afectar á los datos y á los resultados, tanto por la imperfeccion de los instrumentos como por la de nuestros sentidos. Este límite dependerá, como ya hemos dicho repetidas veces, de la precision que requiera la naturaleza de los trabajos. En taquimetria suele admitirse como límite de tolerancia en las medidas tomadas directamente sobre el terreno ó sea tolerancia de *primer grado* la que expresa la siguiente fórmula:

$$t = 2^m, 2 + 0,002 \cdot d$$

suponiendo que  $d$  no exceda de un kilómetro.

Si las distancias son mayores, la tolerancia disminuye, siendo en tal caso la que indica la fórmula:

$$t = 2^m, 2 + \sqrt{0,002 \cdot d}$$

En los resultados obtenidos con estos primeros datos, ó sea to-

lerancia de *segundo orden*, se admiten como límites los deducidos de las fórmulas:

$$t = 0^m,1 + 0,001 \cdot d ; \quad t = 0^m,1 + \sqrt{0,001 \cdot d}$$

que corresponden respectivamente á los casos en que  $d$  sea menor ó mayor que un kilómetro. Los coeficientes de las expresadas fórmulas se reducirán aun, si se trata de trabajos de gran precision.

La apreciacion en los cálculos estará en relacion con la del instrumento que se haya empleado y con el objeto del trabajo. En general se estiman solo los decímetros en las distancias y los centímetros en las cotas ó diferencias de nivel.

**269.** Se empiezan los cálculos por los correspondientes á la determinacion de las coordenadas de los puntos de estacion, una vez determinadas éstas y hechas las correcciones á que dé lugar el sistema de enlazar las estaciones que se hubiese elegido, se pasa á determinar las coordenadas de los puntos de detalle. Ordinariamente para estos últimos solo se calcula la distancia horizontal y la cota, fijándose en el papel, con relacion al punto de estacion desde donde se observaron, por la contruccion gráfica del ángulo azimutal correspondiente y el valor encontrado para  $d$ .

La taquimetria perderia todas sus ventajas si los cálculos se hicieran por los procedimientos ordinarios, pues si bien facilita y abrevia las operaciones de campo dá lugar en el gabinete á cálculos muy prolijos. Para evitar estos inconvenientes se han calculado tablas por medio de las que pueden determinarse las coordenadas de los diversos puntos observados en funcion de los datos tomados en el terreno, y aun se emplean con mas ventajas que las que dichas tablas proporcionan las reglas logarítmicas de cuya descripcion y uso vamos á ocuparnos.

**270. Regla logarítmica.**—Pudiéndose reducir todas las fórmulas empleadas en las taquimetria á la forma de productos ó de cocientes, las operaciones quedan reducidas á simples sumas ó restas desde el momento que se empleen los logaritmos. Las reglas á que nos referimos no vienen á ser más que una tabla gráfica de logaritmos y se fundan en que si á partir de un punto, tomado como origen, se lleva sobre una recta una magnitud proporcional á uno de los logaritmos que se tratan de sumar ó restar,

y desde el extremo de dicha magnitud se toma en el mismo sentido ó en sentido contrario una longitud proporcional al otro logaritmo, la distancia que medie entre el origen y el último punto marcado indicará el logaritmo del producto ó del cociente.

Si tenemos, pues, dos escalas iguales cuyas divisiones se hayan marcado tomando, con arreglo á una escala arbitraria, á partir de un punto tomado por origen, magnitudes proporcionales á los logaritmos de los números y en cada una de dichas divisiones se escriben las cifras que indican el número correspondiente; para efectuar una multiplicacion bastará juntar las escalas de manera que enfrente del trazo en que termina la longitud proporcional al logaritmo de uno de los factores se halle el origen de la segunda escala y leer en la primera el número que esté en presencia del trazo en que termina el logaritmo del segundo factor. Si se tratase de una division, se haria corresponder con el trazo en que termina la magnitud proporcional al logaritmo del dividendo, en una de las escalas, el trazo análogo de la otra correspondiente al divisor y se leeria en la primera el número que se halle en presencia del origen de la segunda.

Cuando los factores fuesen dos cantidades muy grandes, la longitud de las líneas proporcionales á los logaritmos tendria que serlo tambien si se quiere obtener la debida apreciacion, haciéndose en tal caso muy embarazosa la operacion por la gran longitud de las escalas. Para evitar este inconveniente se substituyen á la combinacion de las longitudes primitivas, otras de menores dimensiones sin que por ello se pierda la exactitud. Para concebir como puede conseguirse ésto, supongamos que se tiene el producto

$$a = c \times b$$

aplicando el cálculo logaritmico se tendrá:

$$\log. a = \log. c + \log. b.$$

Si al segundo miembro se le añade y quita una misma cantidad la igualdad subsistirá y podrá por lo tanto trasformarse en

$$\log. a = (\log. c - \log. h) + (\log. b - \log. h') + (\log. h + \log. h')$$

ó bien

$$(\log. a - \log. h) = (\log. c - \log. h) + \log. b - \log. h' + \log. h'$$

En cuya fórmula si suponemos que  $\log. h$  y  $\log. h'$  son cantidades enteras, bastará dar á  $h$  y  $h'$  valores convenientes para que los términos  $(\log. a - \log. h)$ ,  $(\log. c - \log. h)$  y  $\log. b - \log. h'$  sean menores que la unidad, y como dichos términos no son otra cosa que los complementos de los logaritmos de  $a$ ,  $b$  y  $c$  á los de  $h$  y  $h'$  todo quedará reducido á tomar sobre las escalas magnitudes proporcionales á dichos complementos, puesto que siendo  $\log. h$  y  $\log. h'$  números enteros, se puede prescindir del término  $\log. h'$  hasta el final, tomándolo solo en cuenta al tratar de determinar las unidades enteras del resultado.

Todo lo que acabamos de decir respecto á los cálculos aritméticos, puede hacerse extensivo á los que comprenden líneas trigonométricas, por medio de escalas que representen los logaritmos de dichas líneas.

**271.** Hechas estas indicaciones generales pasemos á describir la regla logarítmica que se emplea en los cálculos taquimétricos.

La expresada regla consta de otras dos, de madera ó de metal, que tienen cuatro decímetros de longitud. La más ancha está rebajada en su centro y en dicho rebajo encaja y puede resbalar longitudinalmente la segunda regla, llamada *reglilla*. La primera, que hace de regla fija, lleva á uno y otro lado del citado rebajo, dos graduaciones iguales que corresponden á los complementos al  $\log. 10$  de los números comprendidos entre 10 y 1000. Como los logaritmos de los números que difieren en una misma cantidad no varían proporcionalmente á dicha diferencia, las distancias entre los trazos son desiguales y por consiguiente las referidas distancias no están subdivididas en el mismo número de partes, variando por lo tanto la apreciación.

La *reglilla* está graduada por sus dos caras pudiendo éstas colocarse alternativamente en correspondencia con las graduaciones de la regla fija, por una simple inversion. En el borde inferior de una de dichas caras existe una graduación idéntica á las de la regla fija, indicando lo mismo que aquellas los complementos al  $\log. 10$  de los logaritmos de los números comprendidos entre 10 y 1000. En el borde superior lleva otra escala que corresponde á los

senos cuyos logaritmos tienen 8, 9 y 10 de característica y que se refieren á los arcos desde el  $0^{\circ},638$  al  $199^{\circ},362$ , esta escala lleva dos graduaciones, la superior, que crece de izquierda á derecha, lleva marcados los ángulos desde  $0^{\circ},638$  al  $100^{\circ}$ , y la inferior, que crece de derecha á izquierda, completa á la primera llevándola marcados los ángulos restantes desde el  $100^{\circ}$ , al  $199^{\circ},362$ . Estas dos graduaciones están dispuestas de manera que las graduaciones suplementarias, tales como las  $5^{\circ}$  y  $195^{\circ}$ ,  $10^{\circ}$  y  $190$ ,  $30^{\circ}$  y  $170$  etc. se corresponden. Como el seno de un arco es igual al coseno de su complemento, las susodichas graduaciones sirven también para indicar los logaritmos de los cosenos para lo que bastará prescindir de las centenas y emplear la graduación inferior para los arcos del primer cuadrante, y la superior para los del segundo. Las características 8 y 9 van marcadas por números mayores que los de la graduación, la 10 no lo está pero corresponde al trazo extremo marcado con el número 100.

La otra cara de la *regilla* lleva en el canto superior la escala correspondiente á las tangentes y cotangentes cuyos logaritmos tienen 8, 9 y 10 de característica ó sean las de los arcos comprendidos entre  $0^{\circ},638$  y  $50^{\circ}$  para las tangentes y los de  $50^{\circ}$  á  $99^{\circ},362$  para las cotangentes, dispuestas de una manera análoga á la de los senos y cosenos, no llevando tampoco expresada la característica 10 que corresponde á la división extrema  $50^{\circ}$ . En la misma cara y en el canto inferior lleva, á la izquierda una escala de partes iguales que es la que ha servido para marcar las divisiones que en las otras escalas determinan longitudes proporcionales á los logaritmos. En el mismo canto y á la derecha, lleva dos escalas, numeradas en sentidos contrarios, de los  $\text{sen.}^2$  de los ángulos comprendidos entre  $40^{\circ}$  y  $160^{\circ}$ ; dichas escalas están colocadas de manera que en la directa, ó sea la que crece de izquierda á derecha, el  $\text{sen.}^2 100$  corresponde con la característica 10 de la escala de tangentes, y en la inversa el  $\text{sen.}^2 100$  corresponde á la característica 9 de la susodicha escala de tangentes. Ambas llevan dos graduaciones, una que comprende los arcos de  $40^{\circ}$  á  $100^{\circ}$  y la otra sus suplementos de  $100^{\circ}$  á  $160^{\circ}$ .

Las escalas de los senos y tangentes parten del arco de  $0^{\circ},638$  porque para los menores se puede admitir sin gran error que mul-

tiplicando el ángulo por 10, 100 ó 1000 queda multiplicado su seno y tangente por la misma cantidad, y por lo tanto si se tuviese necesidad de operar con arcos menores, bastará multiplicarlos por 10, 100 á 1000, hasta conseguir que estén comprendidos en la escala y despues de operar con los nuevos arcos, dividir los resultados por el factor que se hubiese empleado. La escala de tangentes no comprende mas que hasta el arco de  $50^{\circ}$  fundándose en que

$$\text{tag.} = \frac{R}{\text{cotg.}}$$

y por consiguiente si se tratase de un ángulo mayor que  $50^{\circ}$  se podria hallar su tangente en funcion de la de su complemento. Las escalas de  $\text{sen.}^2$  no comprenden los arcos menores de  $40^{\circ}$  ni mayores que  $160^{\circ}$  porque dichas inclinaciones no deben tomarse nunca, en las operaciones taquimétricas.

272. Deserita ya la regla, veamos la manera de usarla.

Lo primero que se necesita calcular es la distancia horizontal que existe entre el centro de cada una de las estaciones y los diversos puntos observados; la fórmula que nos dá esta distancia en funcion de las divisiones de la mira comprendidas por los hilos del reticulo del anteojo y del ángulo vertical leído en el limbo zenital sabemos (párrafos 85 y 89) que es:

$$d = H \text{ sen.}^2 \delta$$

representando  $d$  la distancia buscada,  $H$  el número de divisiones que en la mira comprenden los hilos horizontales del retículo, y  $\delta$  la distancia cenital medida.

Restableciendo el rádio y tomando los logaritmos se convertirá en:

$$\log. d = \log. H + \log. \text{sen.}^2 \delta - \log. R^2$$

recordando la manera de estar graduada la regla y lo dicho en el párrafo 270 trasformaremos la fórmula anterior en la siguiente:

$$(\log. d - \log. 10) = (\log. H - \log. 10) - (\log. \text{sen.}^2 100^{\circ} - \log. \text{sen.}^2 \delta) +$$

$$(\log. \text{sen.}^2 100^{\circ} - \log. R^2)$$

y por ser  $\log. \text{sen.}^2 100^{\circ} - \log. R^2 = 0$   
 quedará:

$$(\log. d - \log. 10) = (\log. H - \log. 10) - (\log. \text{sen.}^2 100 - \log. \text{sen.}^2 \delta)$$

la cual nos dice que para encontrar el valor de  $d$  hay que restar del complemento del log. de  $H$ , la diferencia entre el  $\log. \text{sen.}^2 100^{\circ}$

y log. sen.  $^{\circ} \delta$ , y como quiera que esta última diferencia está representada en la regla por la distancia que media entre los trazos correspondientes á sen.  $^{\circ} 100^{\text{e}}$  y sen.  $^{\circ} \delta$ , bastará para efectuar las operaciones que indica la anterior fórmula hacer coincidir el número H de la escala inferior de la regla, con la division sen.  $^{\circ} 100^{\text{e}}$  de la escala directa de los sen.  $^{\circ}$  de la *regilla* y leer en la primera el número que corresponda al valor sen.  $^{\circ} \delta$  de la segunda. Supongamos, por ejemplo,  $H=137$  y  $\delta=87^{\text{e}},40$ .

Se hará coincidir el número 137 de la escala inferior de la regla con la division sen.  $^{\circ} 100^{\text{e}}$  de la escala directa de los sen.  $^{\circ}$  de la regilla y veremos en la primera el número 131,80 en presencia de la division sen.  $^{\circ} 87^{\text{e}},40$  de la segunda, quedando las reglas en la disposición siguiente:

|                 |                     |                                |
|-----------------|---------------------|--------------------------------|
| sen. $^{\circ}$ | 87 <sup>e</sup> ,40 | sen. $^{\circ} 100^{\text{e}}$ |
| Núm. $^{\circ}$ | 131,80              | 137                            |

el valor de la distancia  $d$  es, pues,  $131^{\text{m}},80$ .

Si se quiere utilizar la escala inversa de los sen.  $^{\circ}$ , se hará coincidir la division que en la regla fija corresponda al valor de H con la del ángulo zenital  $\delta$  de la citada escala de los sen.  $^{\circ}$ , y se leerá en la primera el número que corresponda á la division sen.  $^{\circ} 100^{\text{e}}$  de la segunda. Refiriéndonos al mismo ejemplo, las reglas se dispondrán como sigue:

|                 |                                |                     |
|-----------------|--------------------------------|---------------------|
| sen. $^{\circ}$ | sen. $^{\circ} 100^{\text{e}}$ | 87 <sup>e</sup> ,40 |
| Núm. $^{\circ}$ | 131,80                         | 137                 |

obteniéndose para  $d$  el mismo resultado.

Debemos hacer notar, tanto para este caso como para los sucesivos, que aun cuando las cifras 87<sup>e</sup>,40 y 131,80 no están marcadas en la regla y solo lo están las 87<sup>e</sup>,88<sup>e</sup>, y 131, 132 entre las que respectivamente se encuentran aquellas, se puede á ojo apreciar las fracciones con suficiente exactitud.

**273.** Una vez conocido el valor de  $d$ , para calcular  $s$  se tiene la fórmula

$$s = d \cdot \text{cotg. } \delta$$

En la que restableciendo el rádio y tomando los logaritmos se convertirá en

$$\log. z = \log. d + \log. \cotg. \delta - \log. R$$

y preparándola para el cálculo con la regla, recordando lo dicho en el párrafo 270, se convertirá en:

$$(\log. z - \log. 10 = (\log. d - \log. 10) + (\log. \cotg. \delta - \log. \cotg. \delta') + (\log. \cotg. \delta' - \log. R) \quad (a)$$

la cantidad  $\log. \cotg. \delta'$  puede hacerse igual á cualquiera de las características **8**, **9** ó **10** que hay en la regla, escogiendo el valor que más convenga para que el resultado quede comprendido en los límites de las escalas; del término  $\log. \cotg. \delta' - \log. R$  puede prescindirse hasta el final, toda vez que es un número entero y conocido. Por lo tanto, la operacion queda reducida á hacer coincidir el trazo correspondiente á  $d$  de la escala superior de los números con el de  $\cotg. \delta'$ , y leer el número que en la primera corresponde al trazo  $\cotg. \delta$  de la segunda, el valor así encontrado se modifica despues con arreglo á lo que indique el término  $(\log. \cotg. \delta' - \log. R)$  de que se ha prescindido, conociéndose por él la verdadera posicion que debe tener la coma en el valor de  $z$ .

Así, por ejemplo, si suponemos  $d = 50^m$  y  $\delta = 98^e,80$  dando á  $\log. \cotg. \delta'$  el valor **8**, se hará la coincidencia del trazo 50 de la escala superior de los números de la regla, con el trazo 8 de la de tangentes de la reglilla y se leerá en la primera el número 94,20 que corresponde al trazo  $\cotg. 98^e,80$  de la segunda, quedando las reglas en la posicion siguiente:

|                    |          |       |
|--------------------|----------|-------|
| Núm. <sup>s</sup>  | 50       | 94,20 |
| Tang. <sup>s</sup> | <b>8</b> | 98,80 |

el término  $(\log. \cotg. \delta' - \log. R)$  es igual en este caso á **8 - 10 = -2** que corresponde al log. de  $\frac{1}{100}$ , por lo tanto habrá que dividir por 100 el número 94,20 encontrado, con lo cual se obtendria en definitiva para valor de  $z$   $0^m,942$ .

Si el ángulo  $\delta$  fuese mayor que  $100^e$ , sustituiríamos en la fórmula (a)  $\text{tang.}(\delta - 100)$  en vez de  $\cotg. \delta$ . La coincidencia se haria, lo mismo que antes, entre los trazos correspondientes á  $d$  y  $\text{tang.} \delta'$ ,

leyéndose el número que en la escala de la regla corresponde á la graduacion tang. ( $\delta-100^\circ$ ) de la reglilla.

Si, por ejemplo, se tiene  $d=140^m$  y  $\delta=104^\circ,50$ .

Haciendo log. tang.  $\delta'$  igual á 9, se hará coincidir el trazo 140 de la escala de los números de la regla con el que corresponde á la característica 9 de la escala de tangentes de la reglilla y leeríamos en la primera el número 99,1 que corresponde al trazo tang.  $4^\circ,50$  de la segunda. Las reglas tendrían la disposición siguiente:

|                    |      |     |
|--------------------|------|-----|
| Núm. <sup>s</sup>  | 99,1 | 140 |
| Tang. <sup>s</sup> | 4,5  | 9   |

Para determinar el verdadero valor de  $z$ , como en este caso el término (log. tang.  $\delta'$ —log. R) de la fórmula, no tomado en consideración vale  $9-10=-1$ , tendríamos que dividir por 10 el número encontrado, con lo que se obtendría  $z=9^m,91$ .

Quando el ángulo  $\delta$  sea menor que  $50^\circ$  ó mayor que  $150$  hay que reemplazar en la fórmula  $z=d \cdot \cotg. \delta$ , á  $\cotg. \delta$  por  $\frac{R}{\text{tang. } \delta}$  quedando por dicha sustitución convertida en

$$z = d \cdot \frac{R}{\text{tang. } \delta}$$

tomando los logaritmos se tendrá:

$$\log. z = \log. d + \log. R - \log. \text{tang. } \delta$$

y trasformándola para el cálculo con la regla, de una manera análoga á como se ha hecho con las anteriores, se tendrá:

$$(\log. z - \log. 10) = (\log. d - \log. 10) + (\log. \text{tang. } \delta' - \log. \text{tang. } \delta) + (\log. R - \log. \text{tang. } \delta')$$

cuya fórmula nos indica que, para obtener  $z$  se prescindirá del término (log. R—log. tang.  $\delta'$ ) hasta el final, y se añadirá al complemento log.  $d$ , la diferencia (log. tang.  $\delta'$ —log. tang.  $\delta$ ). Esta operación se ejecuta con la regla, haciendo coincidir el trazo que corresponde á  $d$ , en la escala superior de los números, con el de log. tang.  $\delta$  de la escala de tangentes, leyendo despues en la primera el número que corresponda á log. tang.  $\delta'$  de la segunda. Lo mismo que en los casos anteriores el término (log. R—log. tang.  $\delta'$ )

nos indicará la verdadera parte entera de  $z$ . Supongamos, por ejemplo;  $d = 125^m,5$  y  $z = 43^s,40$ .

Suponiendo log. tang.  $\delta' = 10$ , haremos coincidir el trazo que, en la escala superior de los números, corresponde á  $125^m,5$  con el de  $43^s,40$  de la escala de tangentes, y en presencia del trazo 10 ó sea log. tang.  $50^s$  se leerá  $154^m,7$  para valor de  $z$ . Las reglas tendrían la siguiente disposición:

|                    |                     |                      |
|--------------------|---------------------|----------------------|
| Núm. <sup>s</sup>  | 125,5               | 154,7                |
| Tang. <sup>s</sup> | 43 <sup>s</sup> ,40 | 50 <sup>s</sup> (10) |

y como en este caso el término (log. R — log. tang.  $\delta'$ ) no tomado en consideración, es igual á  $10 - 10 = 0$ ; el valor encontrado para  $z$  es el verdadero sin que necesite corrección alguna.

Por último, si el ángulo  $\delta$  estuviese comprendido entre  $99^s,362$  y  $100^s,638$ , es decir cuando el ángulo de altura sea menor que  $0^s,638$ , no estando, como ya se dijo, comprendido en la regla; será preciso multiplicar dicho ángulo de altura por 10, 100,.... con lo cual estaríamos en el segundo caso que hemos explicado. Se opera con el nuevo ángulo como allí se dijo y se divide luego el resultado por el factor que se hubiese empleado.

Sea, por ejemplo,  $d = 184^m$  y  $\delta = 100^s,43$

el ángulo de altura será  $0^s,43$ , multiplicándolo por 10 se tendrá  $4^s,3$ , y disponiendo las reglas como se indica á continuación, se obtendrá el número 124,4

|                    |                    |     |
|--------------------|--------------------|-----|
| Núm. <sup>s</sup>  | 124,4              | 184 |
| Tang. <sup>s</sup> | 4 <sup>s</sup> ,30 | 9   |

el término (log. tang.  $\delta' - \log. R$ ) vale en este caso  $9 - 10 = -1$ , por consiguiente habrá que dividir por 10 el número hallado y como además habrá que dividirlo también por 10, que fué el factor porque se multiplicó el ángulo, dividiremos, pues, por 100 y obtendremos  $1^m,244$  para valor de  $z$ .

**274.** Al describir la regla se dijo que la característica 9 de la escala de tangentes se corresponde con la división  $\text{sen.}^s 100^s$  de la escala inversa de los  $\text{sen.}^s$ , lo que permite encontrar á la vez con una sola posición de la reglilla el valor de la distancia  $d$  y el de  $z$ . En efecto, puesto que para determinar  $d$  haciendo uso de la

escala inversa de los sen.<sup>o</sup> la lectura se hace con la division sen.<sup>o</sup> 100, á causa de la correspondencia indicada, la característica 9 de las tangentes marcará en la escala superior el mismo número que en la inferior corresponda á sen.<sup>o</sup> 100<sup>o</sup>, luego al determinar el valor de  $d$  queda hecha la coincidencia necesaria para encontrar  $z$ .

Supongamos, por ejemplo,  $H=165^m,5$  y  $\delta=85^o,50$ ; la colocacion de las reglas será:

|                    |                       |                     |
|--------------------|-----------------------|---------------------|
| Núm. <sup>o</sup>  | 157                   | 364                 |
| Tang. <sup>o</sup> | 9                     | 85 <sup>o</sup> ,50 |
| Sen. <sup>o</sup>  | sen. <sup>o</sup> 100 | 85 <sup>o</sup> ,50 |
| Núm. <sup>o</sup>  | 157                   | 165,5               |

resultando  $d=157^m$  y  $z=36^m,4$  por ser  $(\lg. \cot. \delta' - \lg. R) = 9 - 10 = -1$

**275.** Las fórmulas que dan las coordenadas rectangulares  $x$  é  $y$  en funcion de la distancia calculada  $d$  y del ángulo azimutal  $\theta$  son:

$$x = d \cdot \text{sen. } \theta$$

$$y = d \cdot \text{cos. } \theta$$

tomando los logaritmos y preparándolas para el cálculo con la regla, por medio de trasformaciones análogas á las que se emplearon al calcular  $z$ , se convertirán en:

$$(\lg. x - \lg. 10) = (\lg. d - \lg. 10) + (\lg. \text{sen. } \theta - \lg. \text{sen. } \theta') + (\lg. \text{sen. } \theta' - \lg. R)$$

$$(\lg. y - \lg. 10) = (\lg. d - \lg. 10) + (\lg. \text{cos. } \theta - \lg. \text{cos. } \theta') + (\lg. \text{sen. } \theta' - \lg. R)$$

cuyas fórmulas son completamente análogas á la que empleamos en el cálculo de  $z$ . Las operaciones se ejecutarán, pues, del mismo modo que allí se explicó en el primer caso. Las cantidades  $\lg. \text{sen. } \theta'$  y  $\lg. \text{cos. } \theta'$  se supondrán iguales á 9, 9 ó 10 segun convenga para que el resultado quede comprendido en las escalas, y los sumandos  $(\lg. \text{sen. } \theta' - \lg. R)$  y  $(\lg. \text{cos. } \theta' - \lg. R)$  servirán para indicar la verdadera parte entera de las referidas coordenadas. La diferencia entre el caso á que nos referimos y el actual consistirá en hacer uso de la escala de los logaritmos de los senos y cosenos de la reglilla. Ahora bien, recordando lo dicho al describir la regla, se comprenderá que, si el ángulo  $\theta$  es menor que 100<sup>o</sup>, por ejemplo 30<sup>o</sup>,

el logaritmo de su seno se encontrará haciendo uso de la escala superior; en cuanto al coseno, como es igual al seno de su complemento  $70^\circ$ , podría también encontrarse valiéndose de la misma graduación, pero como este último arco se corresponde con su suplemento  $130^\circ$  de la graduación inferior, podremos determinarle buscando en la graduación inferior, prescindiendo en ella de las centenas, el ángulo dado.

Si el ángulo  $\theta$  fuese mayor que  $100^\circ$ ,  $160^\circ$ , por ejemplo, su seno será igual al de  $40^\circ$  que es su suplemento, y como éste en la graduación superior se corresponde con el  $160^\circ$  de la inferior, buscaremos en ésta el valor de  $\theta$ . El valor numérico del coseno es igual al de  $40^\circ$ , es decir, al seno de  $60^\circ$  que está en la graduación superior; luego para encontrar el logaritmo del coseno prescindiríamos de las centenas del ángulo  $\theta$  y buscaríamos dicho ángulo en la graduación superior.

Si el ángulo  $\theta$  estuviese comprendido entre  $200^\circ$  y  $400^\circ$  se le restarían  $200^\circ$ , con lo cual quedaría comprendido en el primero ó segundo cuadrante.

En el caso en que el ángulo  $\theta$  fuese menor que  $0^\circ,638$  ó mayor que  $99^\circ,362$ , se le multiplica por 10, 100,..... hasta obtener un arco que esté en la escala, se opera con el nuevo arco y se dividen después los resultados por el factor que se haya empleado.

Se tendrá cuidado de atribuir á las coordenadas el signo que les correspondan según el que tengan el seno y coseno del ángulo  $\theta$ , para conocer los cuales bastará fijarse en el cuadrante en que termina el arco.

Para que se comprenda mejor lo que acabamos de decir, vamos á resolver algunos ejemplos.

1.º Sea  $d = 110^m$  y  $\theta = 54^\circ,24$ .

Las reglas se colocarían en la siguiente disposición:

|                   |     |                     |       |
|-------------------|-----|---------------------|-------|
| Núm. <sup>s</sup> | 110 | 724                 | 827   |
| Sen. <sup>s</sup> | 9   | 45 <sup>s</sup> ,76 | 54,24 |
|                   |     | 154,24              |       |

obteniéndose para cifras significativas de  $x$  é  $y$ , 827 y 724 respectivamente y como los términos

$$(\log. \text{sen. } \theta' - \log. R) \text{ y } (\log. \text{cos. } \theta' - \log. R)$$

de las fórmulas, no tomados en consideracion, valen en este caso  $9-10=-1$  tendremos que dividir por 10 los resultados hallados, con lo cual se tendria:  $x=82,70$  é  $y=72,40$ .

2.º Sean,  $d=86^m,40$  y  $\theta=187^r,65$ .

Las reglas se dispondrian del modo siguiente:

|                   |       |        |       |
|-------------------|-------|--------|-------|
| Núm. <sup>a</sup> | 86,40 | 166,7  | 845,8 |
| Sen. <sup>a</sup> | 9     | 12,35  | 87,65 |
|                   |       | 187,65 |       |

Los números 166,7 y 845,8 respectivamente encontrados para  $x$  é  $y$  hay que dividirlos por 10, por la misma razon espuesta en el ejemplo anterior fijándonos además en que los cosenos de los arcos que como el que se nos ha dado están en el segundo cuadrante son negativos, obtendriamos en definitiva  $x=16^m,67$  é  $y=-84,58$ .

**276.** La escala de números de la reglilla puede utilizarse para determinar los puntos de paso de las curvas de nivel, sobre las líneas que resulten de unir dos puntos cualesquiera cuyas cotas y distancia horizontal sea conocida. En efecto, la fórmula que determina las distancias á que las expresadas curvas encuentran á la línea que une dos puntos cuyas cotas son  $z$  y  $z'$ , siendo  $d$  su distancia horizontal y contándose estas distancias á partir del punto de mayor cota, tiene la forma

$$d_1 = \frac{d}{z-z'} \cdot (z-z_1) \quad (b)$$

tomando los logaritmos y preparándola para el cálculo con la regla se convertirá en

$$(\log. d_1 - \log. 10) = (\log. d - \log. 10) +$$

$$\{ (\log. (z-z_1) - (\log. 10) - (\log. z - z') - \log. 10) \}$$

la cual es completamente análoga á la empleada en el párrafo 273 para calcular  $z$ .

Como el factor  $\frac{d}{z-z'}$  es constante para todos los puntos que hayan de determinarse entre los dos dados, pueden encontrarse las distancias correspondientes á cada curva, con una sola posicion de la reglilla, haciendo coincidir el número  $d$  de la regla con el

( $z - z'$ ) de la reglilla y leyendo en la primera los números que correspondan á las graduaciones ( $z - z_1$ ) de la segunda. Si la lectura no pudiera efectuarse por no estar los números ( $z - z_1$ ) comprendidos en la amplitud de las escalas, se multiplicarán dichos números por 10, 100,..... teniendo cuidado despues de dividir los resultados por el factor que se hubiese empleado.

Supongamos, por ejemplo, dos puntos cuyas cotas sean 148<sup>m</sup>,40 y 127<sup>m</sup>,20 respectivamente, siendo su distancia horizontal 84<sup>m</sup>, y que se quieren intercalar entre ellos las curvas de nivel cuyas cotas sean 130, 135, 140 y 145. Sustituyendo estos valores en la fórmula (b) se tendrá:

$$d_1 = \frac{84}{148,40 - 127,20} \cdot (148,40 - 130) = \frac{84}{21,20} \cdot 18,40$$

$$d_2 = \frac{84}{21,20} \cdot (148,40 - 135) = \frac{84}{21,20} \cdot 13,40$$

$$d_3 = \frac{84}{21,20} \cdot (148,40 - 140) = \frac{84}{21,20} \cdot 8,40$$

$$d_4 = \frac{84}{21,20} \cdot (148,40 - 145) = \frac{84}{21,20} \cdot 3,8$$

Multiplicaremos los números 18,40, 13,40, 8,40 y 3,8 por 10 y haciendo coincidir la division 84 de la regla con la 21,20 de la reglilla, leeremos en la primera los números 729, 531, 332 y 150,5 que respectivamente corresponden á los 184, 134, 84 y 38 de la reglilla. Las reglas estarán en la disposicion siguiente:

|          |       |       |     |     |     |
|----------|-------|-------|-----|-----|-----|
| Reglilla | 21,20 | 38    | 84  | 134 | 184 |
| Regla    | 84    | 150,5 | 332 | 531 | 729 |

y dividiendo los resultados obtenidos por el factor 10 que se ha empleado obtendriamos para valor de las distancias buscadas, 72,9, 53,1, 33,2 y 15,05.

**277.** Por último, la escala, de partes iguales de la reglilla determinando las mantisas de los logaritmos de los números comprendidos en la escala de la regla, puede emplearse para las operaciones aritméticas como se usarian las tablas de logaritmos.

Supongamos, por ejemplo, que se quiere encontrar la  $\sqrt[3]{482}$ .  
 Se hará coincidir el cero de la escala de partes iguales de la reglilla con la división 100 de la regla en presencia del número 482, de esta se leerá en la primera 683 que representa la mantisa del logaritmo de 482, y por lo tanto se tendrá  $\log. 482 = 2,683$  dividiendo este logaritmo por 3 se tendrá  $\log. \sqrt[3]{482} = 0,894$  y buscando en la escala de partes iguales el número 894 en su presencia se leerá en la regla la cantidad 784 y por lo tanto  $\sqrt[3]{482} = 7,84$ .  
 Las reglas se disponen en la forma siguiente:

|            |     |     |     |
|------------|-----|-----|-----|
| P. iguales | 0   | 683 | 894 |
| Números    | 100 | 482 | 784 |



## CAPITULO II.

---

RECONOCIMIENTOS MILITARES.—INSTRUMENTOS Y MEDIOS  
QUE PUEDEN EMPLEARSE EN LA TOPOGRAFIA IRREGULAR  
PARA LA MEDIDA DE LAS DISTANCIAS Y DE LOS ÁNGULOS.

---

### Preliminares.

---

278. Se llaman *reconocimientos especiales* á los reconocimientos militares que se ejecutan ordinariamente durante la guerra y algunas veces muy poco tiempo ántes de una accion militar.

En la ejecucion de las operaciones tácticas, los datos generales sobre la forma y naturaleza del país no son suficientes; el terreno que hay que examinar no es, por lo regular de gran extension, pero debe ser reconocido con esmero para examinar en detalle cada uno de los objetos que le recubren, bajo el punto de vista militar; pequeños obstáculos tales como un arroyo, un muro, un foso, una cerca, etc., pueden en efecto, ocasionar retardos imprevistos en la marcha de las columnas ó bien ser utilizados como puntos de apoyo, dependiendo su importancia de la fuerza y composicion de las tropas que deben operar en el terreno reconocido.

Los mapas y los planos topográficos que se posean, podrán ser útiles, pero por detallados que estén no pueden dispensar la necesidad de efectuar los reconocimientos especiales. En efecto, puede suceder que los planos que se tengan no correspondan al estado actual de la comarca que representan, pues si bien los accidentes

naturales no cambian, no sucede lo mismo con las obras ejecutadas por la mano del hombre; pueden haberse construido nuevos caminos, haberse agrandado ó mejorado los edificios existentes, existir otros nuevos, ciertas lagunas haberse desecado, haberse talado algunos montes, etc. sin que los planos, aun los que pasan por ser recientes, den idea alguna de estas trasformaciones. Tambien la comarca puede haber sufrido trasformaciones por la presencia misma del enemigo, el cual puede haber destruido ciertas obras ó construido obstáculos fortificando algunas posiciones.

Existen además detalles que los planos no pueden representar, como por ejemplo, el estado de los caminos, de las vias férreas, de los puentes y vados, la naturaleza de las orillas de un rio, su profundidad, la velocidad de su corriente, si un bosque es más ó menos espeso, si los cultivos permiten fácilmente los movimientos de los hombres y caballos á través de los campos. Tampoco puede apreciarse en un plano el limite del horizonte visual de un punto determinado, ni juzgar si desde este punto se podrán apereibir las posiciones del enemigo ó los movimientos que se ejecuten en tal ó cual parte del terreno. Los edificios y lugares habitados aunque representados en los planos es difícil apreciar en ellos su valor defensivo. Por último, los planos topográficos no pueden dar idea alguna sobre las trasformaciones que puede experimentar el terreno á causa de las influencias atmosféricas, como por ejemplo, el que una llanura cuyo suelo sea excelente en tiempo seco, sea impracticable despues de algunas horas de lluvia.

**279.** Por todo lo que se acaba de decir vemos que los reconocimientos militares deben constar de dos partes. 1.<sup>a</sup> La construccion ó comprobacion de un plano que dé la representacion exacta del terreno en que hayan de tener lugar las operaciones. 2.<sup>a</sup> La redaccion de una memoria ó descripcion del terreno que ayude al dibujo, para explicar y completar todo lo que él no pueda expresar, no solo con respecto á sus propiedades militares, sino tambien á todo lo concerniente á la subsistencia de las tropas.

El tiempo y los medios de que se disponga limitan la extension y perfeccion de los reconocimientos, pero se puede decir en general que, la rapidez debe ser la cualidad esencial de su ejecucion por lo

cual los medios descritos al tratar de la topografía regular no pueden ser empleados y es preciso recurrir á los procedimientos de la *topografía irregular*. Estos planos de una ejecución menos perfecta que la que resulta de los levantamientos regulares y que en ciertos casos podrán presentarse bajo la forma de un sencillo croquis, deben sin embargo estar hechos con exactitud, entendiéndose aquí por exactitud, no el rigor geométrico sino la descripción clara y tan perfecta como sea posible de los detalles del terreno útiles al objeto del reconocimiento y al uso que se quiera hacer de él.

Los procedimientos y medios de la topografía irregular se emplean también en el reconocimiento preliminar que es preciso efectuar para proyectar la triangulación de un levantamiento regular.

### Medida de las distancias.

---

**280.** Para medir directamente las distancias, puede emplearse una cuerda métrica, los rodetes de cinta, ó bien una cuerda de cañamo ordinaria que se divide en metros en el momento de necesitarla por medio de un doble decímetro. La medición se efectúa siguiendo la inclinación del terreno y para evitar los cálculos de reducción al horizonte se puede construir una escala de reducción de la manera siguiente: Supongamos que A B (fig.<sup>a</sup> 148) sea la escala que debe servir para trasladar al plano las distancias horizontales; en el punto medio D se levanta la perpendicular D C y desde un punto C como centro, tomado de manera que D C sea al ménos igual á  $\frac{3}{2}$ . A B, se describe un arco tangente á la A B.

A partir del punto D se subdivide este arco en grados ó de cinco en cinco grados y por cada uno de los puntos de división se traza una paralela á la A B. Se unen después los puntos de división de la escala inferior con el centro C y sobre las líneas extremas A C, B C, se trasportan las graduaciones 5°, 10°, 15°... de los arcos correspondientes á las paralelas á la A B. Cada una de estas paralelas queda de este modo dividida en partes proporcionales á las de la

escala inferior y constituye *una escala reducida*. Supongamos, por ejemplo, que se quiere encontrar la proyección de una línea cuya longitud sea 170 metros y cuya inclinación sean 30°. Se tomará sobre la escala inferior una magnitud  $DH = 170^m$  y la magnitud  $KE$  que corresponde en la paralela marcada 30° será la proyección buscada.

En efecto, en la indicada figura se tiene:

$$KE : DH :: CK : CD$$

y haciendo  $CD = R$  se tiene  $CK = R \cos. 30^\circ$ , luego

$$KE : DH :: R \cos. 30^\circ : R$$

de donde resulta:

$$KE = DH. \cos. 30^\circ.$$

**281. Por pasos.**—Frecuentemente, en los reconocimientos militares, las distancias se evalúan por los pasos del hombre ó del caballo. Para obtener resultados convenientes, es necesario que el oficial se ejercite en regularizar su paso y despues encuentre su longitud con relacion al metro. Se consigue esto último, recorriendo muchas veces una distancia exactamente conocida anotando cada vez el número de pasos que se hayan dado. Tomando el término medio de los números obtenidos é igualándolo á la distancia conocida se podrá deducir la equivalencia en metros de cada paso y aun construir para su uso personal una escala de pasos que facilitará las reducciones; si, por ejemplo, se han dado 125 pasos al recorrer  $100^m$ , 100 pasos equivaldrán á  $\frac{100^m}{125} \times 100 = 80^m$ , y tomando, con arreglo á la escala en que se haya de efectuar el dibujo, la magnitud de  $80^m$ , se podrá por el método de transversales construir una escala gráfica de pasos.

Las experiencias para encontrar la equivalencia de los pasos en metros, deben repetirse con frecuencia sobre diferentes clases de terreno y en condiciones diversas, pues el paso no tiene la misma longitud cuando se marcha por un camino que á través de los campos, sobre un terreno seco que sobre uno húmedo, al subir una pendiente que al descender, al empezar una jornada que al concluirla.

También puede emplearse el paso del caballo que se monte habitualmente, repitiendo las experiencias anteriormente indicadas.

Los pasos se cuentan ordinariamente de dos en dos ó de cuatro en cuatro hasta ciento. Las centenas se van anotando en un registro ó bien entrándose en el bolsillo una pequeña piedra.

**282. Por el tiempo que se emplea en recorrerlas.**—Cuando el tiempo apremia y es preciso ir fijando la atención en los objetos situados á derecha é izquierda del camino que se sigue, el procedimiento anterior es impracticable, y entonces se recurre á evaluar las distancias por el tiempo que se emplea en recorrerlas. Es preciso conocer para ésto, la velocidad del paso, es decir, el número de metros que habitualmente se recorran en la unidad de tiempo. A falta de experiencias preliminares ejecutadas con este objeto, se puede admitir que un hombre de regular estatura recorra, aisladamente, una distancia de 75 metros por minuto. Un caballo, según su alzada, tarda en recorrer un kilómetro, 10 minutos, 9' 5" ú 8' 2", al paso; 4' 20", 4' 10" ó 4' al trote, y 3', 2' 55", ó 2' 45" al galope. Este medio de evaluar las distancias es menos exacto que el anterior.

**283. Por medio del podómetro.**—Sirviéndose del *podómetro*, no hay necesidad de llevar cuenta de los pasos ni de tener constantemente el reloj en la mano.

El *podómetro* es un instrumento contador del número de pasos que da la persona que le lleva, y por lo tanto del camino recorrido, una vez determinada, experimentalmente, la distancia á que el observador se traslada con un cierto número de aqueillos. Dicho instrumento, cuyo tamaño es el de un reloj de bolsillo, se funda en el retraso que, á causa de la inercia de la materia, experimenta un cuerpo articulado con otro al empezar á moverse, respecto del instante en que este otro empieza á verificarlo; dando lugar á un movimiento relativo entre ellos, que se aprovecha para hacer marchar un contador.

Para que el *podómetro* marque unidades métricas, es preciso que cada observador lo arregle á la longitud de su paso, lo que se consigue recorriendo una distancia conocida y modificando la amplitud de las oscilaciones de la pieza oscilante, por medio de un

tornillo con cuyo extremo viene á chocar, hasta conseguir que la cantidad leida en el limbo del contador sea la que corresponda en metros al camino recorrido.

**284. Por los telémetros.**—La *estadia*, cuya teoria hemos explicado en la topografía regular, puede ser útil para medir indirectamente las distancias, pero para usarla en los reconocimientos militares tiene dos inconvenientes: 1.º que las distancias que con ella pueden medirse son cortas y 2.º que muchas veces será imposible colocar la mira en los puntos cuya distancia se necesite conocer. Existen otros aparatos conocidos con el nombre de *telémetros* que no tienen los inconvenientes que acabamos de indicar pero en cambio sólo dan un valor aproximado para las distancias siendo esta aproximación menor que la que se puede obtener con la *estadia*.

Entre la multitud de telémetros que se han construido sin que ninguno de ellos resuelva, de un modo completamente satisfactorio, el problema de la medida indirecta de las distancias, nos limitaremos á describir los tres siguientes:

**285. Telémetro de combate P. L. Boulanger.**—Consiste este telémetro en un tubo de vidrio (fig.ª 149) lleno de agua destilada mezclada con una ligera cantidad de alcohol; lleva dentro una corredera metálica formada de dos discos circulares *a, b* reunidos por un vástago recto *c*. El diámetro de los discos es un poco menor que el del tubo, de modo que cuando éste se coloca en posición vertical, la corredera desciende lentamente y con un movimiento uniforme. El tubo está cerrado por dos tapones de goma elástica, comprimidos en la guarnición metálica que rodea al tubo. Por si se introduce alguna burbuja de aire en el líquido, existe una cámara de reserva formada por un disco de plata *d* en forma de embudo situado en el vidrio delante del tapón. Si se manifestase alguna burbuja en el líquido, bastará poner el instrumento vertical y darle ligeras sacudidas durante el descenso de la corredera, para que dicha burbuja vaya á alojarse en el receptáculo destinado al efecto. En la cara inferior del tubo de cristal lleva pegada una tira de papel y sobre ésta va marcada una graduación en la cual las centenas de metros están representadas por unas

rayas grandes con el número que marca la centena, las divisiones de 50 metros por una raya más pequeña y las de 25 y 75 metros por un punto. Esta graduación se ha marcado sabiendo que la velocidad de la corredera es 25000 veces más pequeña que la del sonido y por lo tanto cada milímetro recorrido por la corredera en su movimiento descendente representará 25 metros recorridos por aquel. El volumen y la densidad de la corredera, así como la densidad y dilatabilidad del líquido se han combinado de tal modo, que la velocidad de la corredera experimente las mismas variaciones, por los cambios de temperatura, que la velocidad del sonido, con objeto que la graduación sea siempre exacta.

Para servirse de este telémetro, se le empuña con la mano de modo que quede en posición horizontal, y que la corredera esté en la extremidad que corresponde al origen de la escala; en esta disposición se observa el punto cuya distancia se quiere conocer y en el momento en que se percibe el fogonazo de un arma de fuego disparada en él, se vuelve rápidamente la mano para que el instrumento tome la posición vertical, en cuyo momento la corredera empieza á descender. Cuando la detonación hiere el oído se hace un movimiento inverso; la corredera se detiene, y basta entonces leer la división que corresponde al disco posterior para obtener la distancia que se buscaba.

Si el instrumento ha permanecido algún tiempo en reposo, es menester, antes de servirse de él, tenerle en la mano y hacer descender á la corredera muchas veces en toda la longitud del tubo. Sin esta precaución, la marcha de la corredera podría resultar ligeramente retardada.

Existen tres modelos de este telémetro. El núm. 1 cuya longitud viene á ser de  $0^m,095$ , limita sus indicaciones á una distancia de 1400 á 1600 metros. El núm. 2, del cual representa un corte la figura 149, tiene de longitud  $0^m,120$  y el límite de sus indicaciones es de 2200 á 2500 metros. Por último, el núm. 3 tiene de longitud  $0^m,180$ , y el límite de sus indicaciones es de 3500 á 4000 metros.

Por su fácil manejo y poco coste, estos telémetros se han generalizado mucho. La exactitud de sus apreciaciones depende en gran parte de la práctica del que le maneja.

**286. Telémetro Gantier.**—El principio en que se funda este aparato es el siguiente: si se supone que  $AC$  (fig.<sup>n</sup> 150) es la distancia que se quiere medir y se toma sobre una dirección  $AX$  que pase por  $A$  una magnitud cualquiera  $AB$ , el triángulo  $ABC$  está completamente determinado cuando se conoce la longitud de la base  $AB$  y los dos ángulos adyacentes. Si el triángulo fuese rectángulo en  $B$ , la distancia  $AC$  sería igual á  $\frac{AB}{\text{sen.}C}$ ; esta expresion representa tambien la longitud de  $AC$  con una gran aproximacion, cuando el ángulo en  $B$  difiere poco de un ángulo recto. En efecto, si se baja la perpendicular  $AD$  se tendrá

$$AC = \frac{AD}{\text{sen.}C}, \text{ pero } AD = AB \cos. BAD \text{ luego } AC = \frac{AB}{\text{sen.}C} \cos. BAD$$

expresion que puede escribirse de la manera siguiente:

$$AC = \frac{AB}{\text{sen.}C} - \frac{AB}{\text{sen.}C} (1 - \cos. BAD),$$

Las tablas de los cosenos naturales dan:

|                          |       |                              |
|--------------------------|-------|------------------------------|
| $\cos. 2^\circ = 0,9994$ | luego | $1 - \cos. 2^\circ = 0,0006$ |
| $\cos. 4^\circ = 0,9976$ | »     | $1 - \cos. 4^\circ = 0,0024$ |
| $\cos. 8^\circ = 0,9903$ | »     | $1 - \cos. 8^\circ = 0,0097$ |

Vemos, pues, que para valores del ángulo  $VAD$  comprendidos entre  $0^\circ$  y  $8^\circ$  el término correctivo  $\frac{AB}{\text{sen.}C} (1 - \cos. BAD)$  es inferior á  $0,01$ . Como veremos más adelante la construccion del aparato solo permite que el ángulo  $BAD$  sea á lo más de  $8^\circ$  y en este caso que es el más desfavorable, al tomar  $\frac{AB}{\text{sen.}C}$  como valor de la distancia  $AC$ , se cometerá un error de un metro para una distancia de 100 metros, de 10 para una distancia de 1000, de 50 metros para una distancia de 5000 metros etc. La expresion  $\frac{AB}{\text{sen.}C}$  nos presentará, pues, la longitud  $AC$  con una aproximacion suficiente en muchos casos. El término  $AB$  se obtiene midiendo directamente

la base sobre el terreno; vamos á ver ahora como por medio del aparato que nos ocupa se puede determinar el cociente  $\frac{1}{\text{sen. } C}$ .

Supongamos que sea  $C$  (fig.ª 151) un punto cuya distancia al  $A$  se desea conocer. Si se hace estacion en  $A$  con un sistema de dos espejos planos que formen entre si un ángulo próximamente de  $45^\circ$ , el punto  $C$  se verá por doble reflexion, en dicho sistema, en una direccion  $AC'$  y el ángulo  $C'AC$  será doble del que forman los espejos. Si en dicha direccion  $AC'$  se vé un punto tal como el  $m$ , directamente, la direccion  $AC'$  estará determinada por los dos puntos  $A$  y  $m$ . Si despues se hace estacion en otro punto  $B$  sobre la prolongacion de la línea  $mA$ , sin cambiar el ángulo que forman los espejos, el punto  $C$  se verá por doble reflexion en una direccion  $BC''$  y el ángulo  $C''BC$  será tambien doble del que forman los espejos y por consiguiente igual al  $C'AC$ . Las direcciones  $BC'$ ,  $BC''$  forman entre si un ángulo igual al  $ACB$ ; en efecto el ángulo  $C'AC$  por ser externo del triángulo  $CAB$  es igual á la suma de los dos ángulos  $ACB$ ,  $C'BC$ , el ángulo  $C''BC$  es igual tambien á la suma de los  $C'BC$ ,  $C'BC$ , y por ser  $C'AC = C''BC$  se tendrá que  $C'AC - C'BC$  ó sea  $ACB$  será igual á  $C''BC - C'BC$  ó sea  $C''BC'$ . Por consiguiente haciendo que la imágen  $C''$  venga á caer sobre el punto  $m$  se tendrá el medio de medir el ángulo en  $C$  y por consiguiente el valor de  $\frac{1}{\text{sen. } C}$ . Se podria hacer que la imágen  $C''$  fuese

á coincidir con el punto  $m$ , haciendo girar uno de los espejos, pero el giro de dicho espejo será la mitad del ángulo  $C''BC' = C$  y como el punto  $C$  está bastante lejos con relacion á la base  $AB$ , dicho ángulo será muy pequeño y por lo tanto muy difícil de apreciar la variacion angular del espejo que como hemos dicho sería  $\frac{1}{2} C$ . Es preciso recurrir á otro medio que haga muy sensibles las pequeñas variaciones de un ángulo.

Se consigue esto por medio de un prisma y para comprenderlo, supongamos un rayo luminoso  $df$  (fig.ª 152) normal á la cara  $ab$  de un prisma  $abc$ ; este rayo se refractará en el punto  $f$  segun la  $fg$ , y por consiguiente el ojo que lo recibe verá el punto  $d$  en  $d'$

sobre la dirección  $fg$  prolongada. Si hacemos girar el prisma sobre sí mismo conservando su cara  $ab$  en el mismo plano, el rayo  $df$  no cambiará de dirección, pero el rayo refractado  $fg$  girará describiendo un cono alrededor de  $df$ ; de suerte que en las diversas posiciones del prisma, el punto  $d$  aparecerá sobre los diversos puntos de la circunferencia  $d' d'' d'''$ . Si el ángulo  $b$  del prisma es muy pequeño el  $\alpha_1 f d'$  que corresponde á una semirevolucion del prisma, lo será también, y los ángulos  $d' f d''$ ,  $d' f d'''$ , etc., que podrán ser de un corto número de grados, corresponderán á variaciones de la posición del prisma cuya amplitud por el contrario estará medida por un ángulo relativamente muy grande. De este modo puede hacerse que para una semirevolucion del prisma, el rayo refractado gire solo 3 grados, lo cual dá un movimiento del prisma 60 veces más grande que el del rayo y permite por lo tanto medir con precisión las variaciones muy pequeñas de un ángulo. Esta propiedad ha sido utilizada en el telémetro *Gautier* del cual podemos ya hacer la descripción.

Se compone este aparato de un tubo cilíndrico  $t$  (fig.<sup>a</sup> 153) que lleva una abertura  $a$  que puede cubrirse por medio de un manguito móvil  $m m$  que rodea en parte al tubo. Dos espejos  $e, e'$  colocados en el interior de dicho tubo, forman entre sí un ángulo de  $45^\circ$ , el cual puede variarse, entre ciertos límites, moviendo el espejo  $e'$  por medio de un tornillo cuya cabeza  $c$  sale al exterior. Este movimiento del espejo  $e'$  sirve para hacer que la imagen doblemente reflejada del punto cuya distancia se desea conocer, venga á coincidir con la de un punto convenientemente elegido, que era el  $m$  en la fig.<sup>a</sup> 151. El movimiento del espejo está limitado á derecha é izquierda de tal manera que el ángulo  $BAD$  (fig.<sup>a</sup> 150) sea siempre inferior á  $8^\circ$ , lo cual es preciso, como hemos dicho anteriormente,

para que el término  $\frac{AB}{\text{sen. } c} (1 - \cos. BAD)$  sea despreciable. Una

pequeña ventanilla practicada en la parte inferior del instrumento, permite ver si el espejo móvil está en su posición media, marcada por una referencia. Delante de los espejos, fijo en un anillo  $p$  (figura 153) que puede girar alrededor del eje del tubo, se encuentra el prisma cuyos giros permiten modificar la dirección de la imagen

de los objetos vistos á través de dicho prisma. Por medio de un pequeño anteojo *bb*, el observador puede ver al mismo tiempo los objetos situados delante de él y los que están á su derecha; los primeros á través del prisma y por encima del espejo *e*, y los últimos por doble reflexion sobre los espejos.

El anillo móvil *p* permite un giro de  $180^\circ$  al prisma, á cuyo movimiento corresponde una desviacion de la imágen de 3 grados hácia la izquierda. Este anillo lleva una graduacion que indica, en presencia de un índice marcado en el tubo, los valores de  $\frac{1}{\text{sen. } c}$  correspondientes á la magnitud de la rotacion efectuada. Estos valores están escritos á partir de la posicion inicial del prisma y en orden decreciente desde el infinito hasta 20. Encima del anteojo existe un tubo *dd* que lleva en su parte anterior un diafragma con un pequeño orificio en su centro. Este tubo puede sustituirse al anteojo sin mas que hacer girar  $180^\circ$  al tapon metálico al cual van unidos. Su objeto es facilitar la vision cuando los objetos son claramente perceptibles á la simple vista.

287. Para medir una distancia AC (fig.<sup>a</sup> 151) con este aparato, se empieza por hacer girar al anillo móvil en el sentido que crecen las divisiones hasta conseguir que la palabra *infinito* quede en presencia del índice fijo con lo cual el prisma queda en su posicion inicial, y por los movimientos del tornillo correspondiente se hace que el espejo móvil ocupe su posicion media. Concluidas estas operaciones preliminares se coloca el observador en el punto A mirando al objeto C cuya distancia se desea conocer, ejecuta un giro de  $90^\circ$  á la izquierda y mirando por el anteojo busca la imágen, doblemente reflejada en los espejos, del punto C. Para encontrarla, se inclina lentamente el instrumento de derecha á izquierda ó de izquierda á derecha, hasta que se vean, por reflexion, los objetos situados á la misma altura que el C; enseguida basta girar lentamente sobre sí mismo para encontrar la imágen del mencionado punto. Se inclina entónces el instrumento hácia adelante ó hácia atrás, sin perder de vista el punto C; con lo cual se ven al mismo tiempo los objetos más ó menos elevados que se tienen al frente, colocarse sucesivamente á la altura del borde superior del espejo *e*.

Entre todos estos objetos se elige uno  $m$ , muy visible, lo mas lejano posible, en el plano del terreno que tenga detrás, y un poco á la izquierda de la imágen del punto C. A este objeto  $m$  se le llama la *señal natural*. Se hace girar enseguida al espejo móvil hasta que la imágen del punto C aparezca en coincidencia perfecta con la señal natural.

Para que la visual esté bien dirigida, no basta que las imágenes del punto C y de la señal natural aparezcan sobre una misma vertical; es indispensable que dichas imágenes estén á la misma altura en el campo del anteojo, y para esto deben colocarse primero en contacto aparente con el borde superior del espejo fijo, lo que se consigue por ligeros movimientos de la mano, observando que inclinando el instrumento de izquierda á derecha, se hace subir la imágen del punto C en el espejo, é inclinándole de adelante á atrás, la imágen de la señal natural parece que desciende en el prisma. Estos movimientos no deben ser exagerados para que las imágenes no desaparezcan. Cuando se ha elegido una señal demasiado separada de la imágen del punto C, no se puede hacer coincidir á las imágenes, siendo preciso, si esto sucede, elegir otra señal. Si no se quiere perder tiempo en buscar una buena señal natural ó en el caso de que no se vea ninguna en buenas condiciones, se puede reemplazarla por un peon que se envía á unos 200 metros y que se coloca, haciéndole señas con la mano, de manera que aparezca ligeramente á la izquierda de la imágen del punto C; haciendo enseguida, y de la manera que se ha explicado, que la imágen de dicho punto coincida con él. Cuando convenga operar sin pérdida de tiempo, será ventajoso el empleo del peon en vez de la señal natural.

Terminada la operacion que acabamos de describir, la punta del pié del observador, ó la proyeccion de la extremidad del instrumento obtenida con una plomada, marcará sobre el terreno la primera estacion la cual se señala con un piquete, un baston, un fusil, etc. Se mide despues una base A B en la alineación  $m A$  y alejándose de  $m$ , de una longitud de 40 metros, por ejemplo. Colocándose despues en B, en la misma posicion que en el punto A, la punta del pié en B, ó la extremidad del telémetro sobre la vertical

que pasa por dicho punto, según la manera de operar, se restablece la coincidencia de las dos imágenes, por una rotación conveniente del prisma y se lee en presencia del índice fijo el valor de  $\frac{1}{\text{sen. C}}$ . Si suponemos que éste sea 60, se multiplica la longitud de

la base por 60 y se encuentra de este modo el valor de la distancia, en el ejemplo que hemos puesto resultarían 2400 metros.

**288.** Cuando la señal natural no esté muy lejana, y particularmente cuando se haya reemplazado por un peon enviado á 200 metros, es importante alinear bien la base con la señal ó con el peon, por lo cual conviene marcar la primera estación con un objeto vertical bien visible.

Si al colocarse el observador en el punto B, la señal aparece demasiado por encima de la primera estación no siendo por lo tanto fácil colocarse correctamente en la alineación de estos dos puntos, puede utilizarse el mismo instrumento para rectificar la alineación. Para conseguir ésto, después de haber restablecido la coincidencia entre la imagen del punto C y la de la señal, se inclina el instrumento de atrás á adelante, de manera que descienda la imagen reflejada del punto C. sin que deje de estar en la parte superior del espejo fijo; si la alineación está bien, dicha imagen podrá llevarse directamente por encima del objeto que marque la primera estación; cuando esto no sea posible, es preciso correrse un poco á derecha ó izquierda, y rectificar la puntería á la señal. Pero en el caso de que la señal esté demasiado elevada por encima de la prolongación de la base, el resultado que dá el instrumento está afectado de un error por exceso, análogo al que proviene de no ser recto el ángulo en B (\*). Es conveniente, pues, operar siempre que sea posible en las condiciones indicadas en el párrafo anterior para no tener que tomar en cuenta ninguna corrección.

---

(\*) Si al unir el punto B al punto *m*, se obtuviese una dirección que formase, en un plano vertical, un ángulo  $\alpha$  con la de la base, no sería AB por quien habría que multiplicar  $\frac{1}{\text{sen. C}}$  para obtener la distancia buscada, sino por la proyección de la base sobre esta dirección B *m*, proyección que sería igual á AB . cos.  $\alpha$ .

Es indispensable que se haga coincidir con la señal natural, el mismo punto del objeto C, en las dos estaciones. Si, por ejemplo, el objeto C es vertical y de una gran altura, se deberá, en las dos estaciones, hacer coincidir con la señal la imagen de la extremidad de dicho objeto, y no la de un punto cualquiera de su altura, lo que podría ocasionar grandes errores. Tampoco es indiferente apuntar a una arista ó al medio de un objeto que sea simétrico con respecto á un eje vertical. Cuando la imagen reflejada no parezca mucho más ancha que la señal, se obtendrá más precisión apuntando á su centro que dirigiendo la visual sobre una arista.

La longitud de la base tampoco debe ser completamente arbitraria. Una base de 20 metros es suficiente para medir las distancias comprendidas entre 400 y 1000 metros; las bases de 40 y 50 metros son buenas para medir las distancias de 1000 á 3000 metros.

En general, conviene operar con bases comprendidas entre  $\frac{1}{50}$  y  $\frac{1}{20}$  de la distancia buscada; el límite de  $\frac{1}{20}$  está impuesto por la construcción del instrumento y el límite inferior  $\frac{1}{50}$  por los errores habituales de las punterías. La exactitud que se puede obtener en las operaciones aumenta á medida que la base es mayor, y para una misma base los errores que hay que temer crecen proporcionalmente á los cuadrados de las distancias.

289. En lugar de emplear una base de una longitud fijada de antemano, se puede, por el contrario, al separarse de la primera estación, poner un factor determinado, 50 por ejemplo, en presencia del índice fijo, y buscar la magnitud de una base que será  $\frac{1}{50}$  de la distancia, retrocediendo en la dirección *mA* hasta conseguir la coincidencia de las imágenes. Procediendo de este modo se eliminan los errores de lectura sobre el anillo móvil.

Los errores probables para un mismo valor de  $\frac{1}{\text{sen. C}}$  son proporcionales á las distancias.

El factor 50 y los factores próximos dan muy buenos resultados. Si los accidentes del terreno no permiten elegir arbitraria-

mente el factor  $\frac{1}{\text{sen. } C}$ , se puede despues de efectuar la primera punteria, tomar, teniendo en cuenta las condiciones especiales que concurren, una base que no se mide desde luego, y determinar por una rápida operacion el valor aproximado de  $\frac{1}{\text{sen. } C}$ . Se establece despues la coincidencia exacta entre el índice y la division más próxima, y se termina la operacion como se acaba de indicar.

**290.** Si no se puede enviar un peon á 200 metros hacia la izquierda del objeto observado y si no se encuentra de este lado ningun objeto apropósito para servir de señal natural, existiendo en cambio hacia la derecha, se puede operar segun uno de los dos procedimientos descritos, invirtiendo el instrumento, lo que coloca á la izquierda del observador la ventana que permite á los rayos luminosos exteriores venir á reflejarse sobre los espejos. Como en las operaciones precedentes, la base debe tomarse en la alineacion de la señal natural y alejándose de ella.

**291.** Se puede en fin operar apuntando directamente al objeto cuya distancia se quiere conocer en lugar de observarlo por reflexion. Sea A C (fig.<sup>a</sup> 154) la distancia que se quiere medir. Despues de preparar el instrumento como se indicó en el párrafo 279 y colocado el observador en el punto A, le dirige hácia el objeto C cuya imagen verá inmediatamente á través del prisma. Inclinando enseguida el instrumento á derecha ó á la izquierda, lo que equivale á hacerle girar alrededor de su eje, se verán las imágenes doblemente reflejadas, de los objetos que se encuentren á la derecha del observador, subir ó bajar en el espejo. Entre todos estos objetos se elige uno *m* para señal natural, eligiéndole si es posible, lejano, muy visible, en el plano del terreno situado á su izquierda y de manera que su imagen vista en el instrumento aparezca un poco á la derecha de la del objeto C, para que el triángulo C A B sea sensiblemente rectángulo. Por el movimiento del espejo móvil se consigue que la imagen *m'* de la señal se vea en la direccion A C y se marca esta primera estacion proyectando verticalmente sobre el terreno la posicion de la ventana lateral. Se toma despues una base hácia la izquierda, en la alineacion de la señal natural y alejándose

de ella. Trasportándose al punto B, extremo de la base medida, se verá la imagen de la señal en una dirección B m'' paralela á la A m' puesto que el ángulo de los espejos no ha cambiado. Esta dirección y la de BC formarán un ángulo igual al ángulo en C del triángulo A B C. Es, pues, fácil determinar el factor  $\frac{1}{\text{sen. C}}$  por la desviación

que, por la rotación del prisma, es preciso imprimir á la imagen del punto C para que aparezca sobre la dirección B m''.

Este procedimiento presenta sobre el primero algunas ventajas, cuando no se tiene mucha práctica en el manejo del instrumento. En efecto, la operación que hay que ejecutar en la primera estación, es más sencilla porque la visual se dirige más fácilmente mirando directamente al objeto, que buscando su imagen doblemente reflejada. En segundo lugar, si el objeto es poco visible, es preferible mirarlo directamente, porque la luz se debilita ménos por su paso á través del prisma, que por su reflexión en los espejos. Pero es preciso hacer notar que debiéndose tomar la base de costado, la alineación es más difícil, sobre todo si se opera de la segunda manera, indicada en el párrafo 281, ó sea por la base proporcional. Es preciso, pues, abstenerse de hacer punterías directas sobre el objeto, cuando no se disponga de una señal natural muy lejana. Si, por el contrario, existen hacia la derecha del objeto referencias ó señales lejanas, muy visibles y convenientemente situadas no encontrándose á la izquierda, será más ventajoso apuntar directamente al objeto que operar con el instrumento invertido.

Este telémetro ha sido adoptado como reglamentario para las baterías de campaña del Ejército Italiano después de numerosas experiencias.

**292. Telémetro Berdan.**—La mayor parte de los telémetros modernos se fundan, como el de Gautier que acabamos de describir, en la resolución de un triángulo rectángulo de base conocida, midiéndose uno de sus ángulos agudos que suele ser el opuesto á la base.

Para dar una idea de estos aparatos, vamos á describir el *telémetro Berdan* pues aunque destinado también como los dos anteriores, y más exclusivamente que el de Gautier, á la medición de

las distancias en campaña, por su misma especialidad es mas importante para nosotros su conocimiento.

En campaña se necesita conocer un cierto número de distancias A B, A B', A B'' ..... (fig.ª 155) cuya diferencia constante  $m$ , sea el intervalo en alcance de las graduaciones del alza. Sea CA =  $b$  una base de longitud conocida y AB =  $c$  la distancia menor que necesitamos conocer; llamemos  $m$  a los intervalos BB' = B'B'' = B''B'''.... Las distancias A B', A B'', A B'''..... estarán representadas respectivamente por  $c + m$ ,  $c + 2m$ ,  $c + 3m$ .....  $c + n \cdot m$ . Los ángulos correspondientes en el vértice estarán determinados por sus tangentes, y éstas tendrán por valores:

$$\text{tg. B} = \frac{b}{c}, \quad \text{tg. B}' = \frac{b}{c+m}, \quad \text{tg. B}'' = \frac{b}{c+2m} \dots \dots \text{tg. B}_n = \frac{b}{c+n \cdot m}$$

Se concibe que en la práctica se podrian medir estos diversos ángulos prolongando al otro lado del punto C, las hipotenusas de los triángulos, hasta un arco descripto desde el punto C, con un radio igual á una magnitud  $l$ . Asi se obtendrian los puntos 0, 1, 2, ...,  $n$ , y los arcos 0D, 1D, 2D.....  $nD$  ó X, X', X''.....  $X_n$  serian las medidas de los ángulos B, B', B''.....  $B_n$ .

Si se tratase, por ejemplo, de medir distancias para la infantería (\*) seria  $c=300$  metros,  $m=50^m$ ,  $c+n \cdot m=1600^m$ , si tomamos  $b=2^m$  y  $l=0^m,4$  se tendrá:

$$\begin{aligned} \text{tang. B} &= \frac{2}{300} = 0,00666, & B &= 22' 55'' \\ \text{tang. B}_n &= \frac{2}{1600} = 0,00125, & B_n &= 4' 17'' \end{aligned}$$

y el ángulo  $X - X_n = B - B_n = 18' 38''$

Sobre una circunferencia de radio unidad, este ángulo intercepta un arco cuya longitud es  $1118 \times 0,000004848$ , ó sea 0,00542.

(\*) La suponemos armada de un fusil cuya alza esté graduada de 50 en 50 metros entre los límites 300 y 1600 metros, y admitiendo que, en el tiro á distancias inferiores á  $300^m$ , la ordenada máxima de la trayectoria, es bastante pequeña para que no sea necesario recurrir á una medida exacta de la distancia.

(siendo 0,000004848 el valor, en partes decimales del radio, del arco de un segundo); en un radio de 400 milímetros

$$X - X_n = 0,00542 \times 400 = 2^{\text{mm}}, 168.$$

Estos arcos son bastante pequeños para que se puedan sustituir á sus longitudes las de sus tangentes, y formar una tabla sin recurrir á las trigonómicas.

Luego vemos que si se consigue medir los arcos  $\alpha$ ,  $\alpha'$ ,  $\alpha''$ ,....., se tendrán determinadas las distancias correspondientes.

Las condiciones esenciales son que se pueda operar con una gran rapidez y que la exactitud de estas medidas esté en relacion con las graduaciones del *alza*.

El telémetro del general H. Berdan, satisface á estas condiciones.

El aparato consiste en dos anteojos reunidos por una base fija, y de los cuales uno puede moverse sin que se altere la longitud de la base. La amplitud de este movimiento se mide por un tornillo micrométrico que dá á conocer inmediatamente la distancia ó el alza correspondiente, en el momento en que la visual dirigida por el segundo anteojo coincide con el mismo punto observado por el primero.

El tornillo micrométrico que produce y mide los movimientos del anteojo móvil tiene un paso igual al arco total  $\alpha - \alpha_n$ . Su cabeza está provista de un ancho tambor cuya circunferencia está dividida en  $n$  partes proporcionales á los arcos

$$\alpha - \alpha', \alpha' - \alpha'', \dots, \alpha_{n-1} - \alpha_n.$$

Cada division corresponde, pues, á una de las distancias

$$c, c+m, c+2m, \dots, c+nm.$$

La cabeza del tornillo debe tener un radio suficientemente grande para que los trazos más próximos  $n-1$  y  $n$  se distinguan con claridad.

La figura 156, representa las partes principales del aparato. A y B son los dos anteojos, el de la derecha B permanece fijo durante la operacion, mientras que el A puede girar alrededor de un pivote  $a$  colocado en su parte anterior. Los dos anteojos están unidos entre sí por un sistema invariable compuesto de las vari-

llas  $c, c', c''$  de los travesaños  $f, f'$  y de cuatro collares  $b, d, e$  y  $g$ . La barra horizontal  $C$  que sirve de eje de rotacion al sistema, está sostenida por dos coginetes  $D, E$  y unida á ellos por collares que impiden pueda moverse en sentido de su longitud. El coginete  $D$  en el cual puede girar horizontalmente la extremidad izquierda del eje  $C$ , gira á su vez sobre el pivote vertical que lo sostiene, de manera que dicho pivote sirve de eje á todo el sistema.

La parte inferior del soporte del coginete  $E$  está guiada en su movimiento por el arco  $HH$  sirviéndole de apoyos tres pequeños rodillos; dicho coginete puede fijarse al mencionado arco por medio del tornillo de presion  $s$ . Por medio de un tornillo de coincidencia  $L$  y un muelle en espiral  $M$ , que obra en sentido contrario, se puede producir un movimiento lento del cojinete  $E$  sobre el arco  $HH$  y conseguir por medio de él apuntar exactamente el anteojo  $B$  al objeto que se observa.

Dicho anteojo puede girar tambien alrededor de un eje horizontal situado en el collar  $d$ , cuyo movimiento se produce por medio de dos tornillos  $k$  situados en el collar  $e$ , cuyo movimiento sirve para concordar los dos hilos horizontales de los dos anteojos. Todo el sistema tiene, pues, un movimiento vertical alrededor del eje  $c$  y un movimiento horizontal alrededor del pivote que sostiene al coginete  $D$ . En estos movimientos, en sentido horizontal ó vertical, los dos anteojos se mueven simultáneamente, y además de ellos, el anteojo  $A$  puede girar aisladamente alrededor del pivote  $a$  situado en su parte anterior.

**293.** Para usar este aparato se empieza por dirigir el hilo vertical del retículo del anteojo  $B$  sobre un objeto situado á 300 metros y se arregla el anteojo  $A$  dirigiéndole sobre el mismo punto, permaneciendo el tornillo micrométrico  $s$  de manera que el índice  $v$  marque sobre el tambor  $T$  el cero de la graduacion; despues se hace que los dos hilos horizontales de los reticulos se correspondan, haciendo uso de los tornillos  $k$  del collar  $e$ , con lo cual queda el aparato dispuesto para servirse de él; basta ahora dirigir la visual por el anteojo  $B$  al objeto cuya distancia se quiere conocer, apuntar despues el anteojo  $A$  sobre el mismo objeto, dando vuelta

al tornillo micrométrico *s*, y el índice *v* nos marcará en el tambor *T* la distancia buscada.

Las divisiones de este tambor están marcadas de 50 en 50 metros y corresponden á las extremidades de los arcos *X*, *X'*, *X''*...*X<sub>n</sub>* (fig.<sup>a</sup> 155.)

La base de este aparato tiene 2 metros de longitud. Por medio de él se pueden medir distancias comprendidas entre 300 y 1800 metros con una aproximacion de 25 metros, y hasta las distancias de 3000 metros con una aproximacion de 50 metros. Se tardan próximamente 10'' en disponer el aparato sobre el campo de batalla, exigiendo de 10 á 15'' la medicion de cada distancia.

El aparato está encerrado en una caja que puede ser trasportada por dos hombres ó bien se puede colocar sobre un pequeño carro que se une al carro de municiones de una pieza.

### Medida de los ángulos.

---

**294.** La medida de los ángulos en los levantamientos de la topografía irregular, debe hacerse, siempre que sea posible, con instrumentos cuyo transporte sea fácil y cuyo uso no exija soportes perfectamente fijos, con el objeto de abreviar y facilitar las observaciones. Vamos á describir los mas generalmente usados.

**295. Sextante.**—El *sextante* es un goniómetro que está fundado en el principio de óptica citado en el párrafo 98. Se compone (fig.<sup>a</sup> 157) de un sector circular de metal *ABC*; en su centro lleva un espejo *ab* perpendicular al plano del sector, armado en una pieza circular giratoria alrededor de dicho centro á la que va unida una regla que lleva en su extremo un nonio *n* correspondiente á la graduacion del arco *AB*. El movimiento de esta regla puede efectuarse con rapidez ó lentitud, por medio de un tornillo de presion que suele ir colocado en la parte inferior de la pieza *l* y otro de coincidencia *d*. La inclinacion del espejo *ab* sobre el plano del sector puede variarse por medio de unos pequeños tornillos *f*. Tiene además otro segundo espejo *gh*, tambien perpendicular al mismo plano. Este espejo tiene azogada la mitad inferior, y transparente la superior para ver directamente los objetos á través de ella;

su inclinacion sobre el plano del sector puede variarse por medio del tornillo *m*, y la pieza en que se apoya puede moverse un poco lateralmente por medio de otros tornillos no visibles en la figura. Unos cristales de colores armados en unas piezas *K* giratorias, pueden colocarse delante del espejo *a b*, y otros *p* se pueden colocar del mismo modo delante del *g h*, para debilitar la intensidad de la luz en las observaciones de objetos fuertemente iluminados. Un antejo *r*, que se introduce á rosca en el collar *s*, está dirigido al espejo *g h*, sin que su dirección sea perpendicular á dicho espejo, debiendo cubrir la cerda horizontal de su retículo á la línea que se para la parte trasparente de la azogada en el espejo; para conseguir esto, el antejo es susceptible de moverse elevándose mas ó menos sobre el plano del sector permaneciendo su eje constantemente paralelo á dicho plano, por medio de un tornillo colocado en la parte inferior del collar.

Un tubo abierto por uno de sus extremos y provisto en el otro de un pequeño orificio, destinado á servir de ocular, puede colocarse en vez del antejo cuando los objetos que se observan son claramente visibles á la simple vista. Los radios extremos del sector están unidos por unos travesaños que dan consistencia al sistema y sirven de apoyo á un mango *x w* destinado á sostener por él el sextante en la mano durante las observaciones. Para facilitar las lecturas de las graduaciones, existe un microscopio *y* unido á una varilla que puede girar alrededor del punto *z*. La division del limbo y apreciacion del nonio *n* dependen del tamaño del sextante.

**296.** Las condiciones á que debe satisfacer este goniómetro y que deben comprobarse antes de usarlo son las siguientes: 1.º *Los espejos a b y g h, deben ser perpendiculares al plano del sector.* Para comprobarlo se coloca sucesivamente delante de cada espejo, un prisma metálico perfectamente construido, que suele acompañar al aparato, y se observa si la cara superior del prisma aparece en el mismo plano que su imagen formada en el espejo, para lo que se colocará el observador de modo que la visual que dirija esté en este plano.

Si la imagen aparece elevada con relacion á la cara del prisma, el espejo estará inclinado hácia adelante, y si dicha imagen está

mas baja, la inclinacion del espejo será en sentido contrario. La correccion se efectúa por los tornillos que hemos dicho pueden variar la inclinacion de los espejos respecto al limbo. A falta del prisma mencionado, puede servir para hacer esta comprobacion la parte del sextante que está delante de cada espejo; dirigiendo las visuales rasantes á ellas y observando si las imágenes de dichas partes están colocadas en su mismo plano. Para comprobar la perpendicularidad del espejo  $g h$  respecto al plano del sector puede tambien seguirse otro procedimiento que consiste en dirigir la visual por el anteojo á un objeto bien determinado y mover la regla  $l$  hasta que en la parte azogada del mismo espejo aparezca la imagen de dicho objeto despues de reflejarse en el  $a b$ ; observando despues si el objeto visto directamente aparece coincidiendo exactamente con su imagen; si esta coincidencia no se verifica será prueba de que el espejo  $g h$  no es perpendicular al plano del sector.

2.<sup>a</sup> *Los dos espejos deben ser paralelos entre sí cuando el cero del nonio  $n$  coincida con el cero del limbo.* Para comprobarlo, despues de efectuar la mencionada coincidencia, se dirige la visual por el anteojo y la parte clara del espejo  $g h$  á un objeto lejano, y se observa si dicho objeto aparece coincidiendo exactamente con su imagen doblemente reflejada. Si la expresada coincidencia no se verifica se variará la posicion del espejo  $g h$  por medio de los tornillos que pueden hacer girar la pieza en que se apoya. 3.<sup>a</sup> *El eje óptico del anteojo debe ser paralelo al plano del limbo.* Para comprobarlo se hace uso de un anteojo de prueba que consiste en un anteojo ordinario cuyo tubo está introducido en unos cubos metálicos perfectamente iguales. Se empieza por corregir el anteojo de prueba, para lo cual se coloca sobre el plano del sector y si está bien centrado su reticulo es evidente que dirigiendo por él una visual á un objeto lejano, al invertirlo de modo que las caras de los cubos que le sirven de soportes queden invertidas es decir que sirvan de apoyo las que antes estaban en la parte superior, la visual irá á pasar por el mismo punto antes observado; si esto no sucediese, se hace la correccion necesaria por los tornillos del reticulo. Corregido de este modo el anteojo de prueba, para comprobar el paralelismo del anteojo del aparato con respecto al plano

del limbo, se colocará el anteojo de prueba sobre el sector en direccion paralela al del aparato, se dirige la visual con el primero á un punto lejano con el cual debe coincidir tambien la visual que se dirija por el segundo. Si esto no se verifica se efectua la correccion necesaria en el anteojo del aparato por los tornillos del reticulo.

Por lo regular esta correccion no puede hacerse por carecer dicho anteojo de tornillos que permitan variar la colocacion de su reticulo, y en tal caso la condicion que nos ocupa debe de estar cumplida por construccion.

**297.** Para hacer uso del sextante se empieza por hacer coincidir el cero del nóio con el de la graduacion del limbo y, colocándose en el vértice del ángulo que se desea medir, se dispone el plano del sector aproximadamente en el de los objetos que determinan dicho ángulo, se mueve el sector en dicho plano hasta que el objeto N (fig.<sup>a</sup> 158) visto directamente por el anteojo y la parte clara del espejo *gh*, aparezca coincidiendo con su imágen vista por doble reflexion en la parte azogada. Fijo el sector con esta posicion, se afloja el tornillo de presion de la regla y se mueve ésta, lo que hará desaparecer la imágen del punto N que se veia en la parte azogada del espejo *gh*, continuando el movimiento de la regla hasta que dicha imágen esté reemplazada por la del objeto M de la derecha. Se aprieta entonces el tornillo de presion y por el de coincidencia se consigue que esta imágen coincida exactamente con el objeto N, que sigue viéndose directamente por la parte transparente del espejo *gh*. El espejo *ab* y la regla del nóio habrán venido á ocupar la posicion que indica la figura. El arco *Bn* marcado por el nóio medirá el ángulo que entre sí forman los espejos, por ser el *gh* paralelo á la línea *CB*; y por el principio de la doble reflexion, este ángulo es mitad del que forman el rayo incidente *MC* y el doblemente reflejado *NP*, es decir del que forman los objetos, pues aunque el punto *P* de concurrencia de estos rayos no coincide con el punto de estacion, la separacion es muy pequena y el error que esto puede producir es despreciable.

Con objeto de evitar el tener que multiplicar por dos los ángulos leidos en el limbo del sextante, la graduacion está dispuesta de

manera que los medios grados están numerados como si fuesen grados, es decir, que la lectura que se hace en el limbo es en realidad doble de la que correspondería al ángulo  $B c n$ .

**298. Sextante de bolsillo.**—La figura 159 representa este sextante que por su pequeño volumen y fácil transporte es muy útil para las operaciones de la topografía irregular. Está compuesto de una caja cilíndrica  $A B$ , en su cara superior lleva incrustada una cinta de plata  $a b$  que lleva marcada una graduación constituyendo el limbo del aparato; una regla  $c n$  puede girar alrededor del centro del arco  $a b$  por el movimiento que le comunica un botón  $d$ , y lleva en su extremo el nonio  $n$ . Los dos espejos que en el sextante ordinario van colocados en la parte superior del plano del limbo, están en éste situados en la cara inferior, pudiéndose variar su inclinación con respecto al plano del limbo y conseguir también que dichos espejos sean paralelos entre sí, cuando el cero del nonio coincide con el del limbo, por tornillos análogos a los del sextante ordinario y que se mueven por medio de una llave de cuadrado  $f$ , que va atornillada en la cara superior y que se desatornilla cuando hay que usarla. Un pequeño microscopio  $g$  unido a una varilla giratoria, sirve para facilitar las lecturas de las graduaciones. El anteojo  $r$  va introducido en un taladro hecho en la superficie cilíndrica de la caja. Existen también dos cristales de colores que pueden interponerse en la marcha de los rayos luminosos para atenuar su intensidad. Los espejos y el anteojo reciben la luz de los objetos exteriores por una abertura lateral que tiene la caja en la parte posterior de la que aparece en la figura.

El anteojo puede introducirse por completo dentro de la caja y la parte inferior de ésta puede desatornillarse é invirtiéndola, servir de tapa a la superior.

Las correcciones y uso de este sextante son las mismas que se han explicado en el ordinario.

El uso del sextante aunque sencillo, necesita sin embargo alguna práctica, razón por la que se usa con ménos frecuencia que los aparatos que siguen.

**299. Brújula de Kater.**—Esta brújula se compone de una caja cilíndrica (fig.<sup>a</sup> 160) en cuyo centro y apoyada sobre un

pivote existe una aguja imantada  $ns$  á la que va unido invariablemente un limbo muy ligero, formado por una corona circular. La graduacion de este limbo es de sentido contrario á la de las brújulas ordinarias, correspondiendo el cero á la extremidad sur de la aguja. En la parte superior de la caja existe una pínula  $ab$  formada por un marco de metal dividido en dos partes iguales por una cerda vertical  $cd$ , pudiendo dicha pínula rebatirse sobre el plano de la caja girando alrededor de una charnela colocada en su parte inferior. Diametralmente opuesta á la pínula  $ab$  existe otra  $fg$  de menor altura, que tiene una ranura  $hl$  que sirve de ocular. El plano determinado por la ranura  $hl$  y la cerda  $cd$  pasa por el centro del limbo. A la pínula  $fg$  va unido un prisma  $p$ , dispuesto de manera que el observador al mismo tiempo que dirige la visual por las dos pínulas, vé por reflexion total las divisiones del limbo, y puede así leer el azimut correspondiente. El pasador  $mr$  mueve la palanca que sujeta á la aguja contra el cristal que cubre la caja. Lo ordinario es sostener la caja con la mano al hacer las observaciones, pero tambien puede apoyarse sobre un ligero trípode ó sobre un chuzo á favor de un mango hueco unido á la parte inferior de la caja.

**300. Brújula de Burnier.**—Consiste esta brújula en una caja de laton (fig.<sup>a</sup> 161) en cuyo interior y apoyada sobre un pivote existe una aguja imantada á la que va unido un cilindro de poca altura, hueco y muy ligero  $fg$ . En la superficie lateral de éste va marcada una graduacion, dispuesta del mismo modo que en la brújula de Kater (\*); una ventanilla  $v$  permite leer la graduacion que corresponde á un alambre  $lm$ , colocado en el mismo plano que determinan la ranura  $r$  de la pínula  $h$  y la cerda  $cd$  de la pínula  $ab$ . Dichas pínulas, que están colocadas en la parte superior de la caja, pueden rebatirse sobre ella por medio de unas charnelas; el plano que determinan la ranura  $r$  y la cerda  $cd$  pasa

---

(\*) Las graduaciones están dispuestas en sentido contrario á las de las brújulas ordinarias á causa de la manera inversa de medir con ellas los ángulos, pues es fácil ver que en las brújulas de Kater y Burnier los ángulos que se miden son los opuestos por el vértice de los que se medirían con una brújula ordinaria.

por el centro del limbo. Dirigiendo una visual por las expresadas pinulas, despues de haber puesto el plano de la caja sensiblemente horizontal, el azimut correspondiente se obtiene viendo por la ventanilla *v* la graduacion que corresponde al alambre *lm*.

Cuando nos ocupemos de los instrumentos de nivelacion veremos el uso del limbo *p q*.

**301. Plancheta simplificada.**—Se compone esta *plancheta* de un tablero *a b* (fig.<sup>a</sup> 162) de madera ligera; en el centro de la cara inferior lleva un taladro roscado donde se atornilla el extremo de un chuzo *c d* que sirve para sostenerlo, pudiendo estar sustituido este chuzo por un ligero trípode cuyos brazos puedan al reunirse formar un baston un poco grueso. La *orientadora* la constituye una pequeña brújula que puede fijarse en uno de los costados del tablero por medio de unos tornillos, procurando que la línea 0°—180° de su limbo quede paralela á uno de los costados del tablero.

La alidada se compone de una regla ordinaria en las extremidades de la cual se fijan dos agujas finas que determinan el plano de colimacion. Tambien se puede emplear como alidada un doble decímetro *fg* que tenga la forma de un prisma triangular, sirviendo la arista superior para dirigir las visuales y una de las aristas de la base de línea de fé.

Algunas veces el tablero de la *plancheta* se compone de varias tablillas de madera *a, a, .....* (fig.<sup>a</sup> 163) pegadas sobre badana ó lienzo fuerte, que se pueden doblar las unas sobre las otras. Cuando se quiere operar con esta *plancheta*, se desdoblan las tablillas y se hacen girar sobre los pequeños pernos *c* los listones *b* que llevan las tablillas extremas, hasta dejar los indicados listones en la posición que indica la figura, en cuyo caso unos pequeños anillos fijos á las *a* pueden penetrar en un rebajo hecho en los *b* y sujetarse por medio de los ganchos *d*, quedando de este modo formado el tablero.

**302. Instrumentos improvisados y procedimientos diversos.**—A falta de los instrumentos precedentes, puede hacerse uso de un *transportador* para medir los ángulos; para conseguirlo se hace estacion en el vértice del ángulo y colocando el *transportador* á la altura de la vista se dirige su diá-

metro 0 — 180° al objeto de la izquierda, haciendo girar despues á una pequeña regla alrededor del centro del trasportador hasta que su canto esté en direccion del objeto de la derecha, el arco comprendido entre el cero y el canto de la mencionada regla será la medida del ángulo.

Puede obtenerse tambien la amplitud de un ángulo haciendo estacion en su vértice y dirigiendo las visuales, en direccion de los objetos que determinen sus lados, por los brazos de una *falsa-esquadra*. Este instrumento puede fácilmente improvisarse puesto que solo está compuesto de dos reglas (fig.<sup>a</sup> 164) reunidas por una punta ó pivote *c* que las atraviesa y alrededor del cual pueden girar aumentando ó disminuyendo el ángulo que forman entre si.

Se puede improvisar una plancheta, con una tabla de madera ligera ó un carton fuerte que se sostiene con la mano por un mango colocado en su cara inferior sirviendo de alidada una regla ó prisma triangular de madera.

Tambien se pueden medir y construir los ángulos por su cuerda. Para esto solo hace falta una regla *ab* (fig.<sup>a</sup> 165) dividida, que se coloca con el brazo extendido delante del ojo. Siendo conocida la longitud *Ba*, 0<sup>m</sup>, 65 por ejemplo, es evidente que la longitud de la parte de regla *ab* interceptada por las visuales, permitirá construir el ángulo *ABC*. Los ángulos de 20 á 25 grados se miden de este modo con más exactitud que cuando comprenden mayor número de grados; por coasiguiente, cuando sea preciso medir un ángulo mayor, se le subdividirá en otros dos ó tres más pequeños que se medirán sucesivamente.

Tambien se encuentra la medida de los ángulos, con bastante exactitud, por medio de su tangente. Para lo cual se opera de la manera siguiente: situándose en el vértice *B* (fig.<sup>a</sup> 166) se coloca una esquadra *Bab*, cuyo lado *Ba* tenga próximamente 20 centímetros de longitud, de manera que estando la esquadra en el plano *ABC* el vértice *B* se apoye contra la mejilla, un poco por debajo del ojo; se dirige el lado *Ba* en direccion del punto *c* y aplicando un doble decímetro contra el canto *ab* se anotará la division á que corresponde el rayo visual *BA*. Conocido ya el valor de la tangente *ac* puede construirse el ángulo *ABC* sobre el papel, pero al ha-

cer la construccion es preciso aumentar la longitud  $B a$  en unos 8 milímetros próximamente, porque los rayos visuales se cruzan en el ojo más atrás del punto  $B$ ; con esta correccion se llegan á medir y construir los ángulos con bastante exactitud para cerrar una vuelta de horizonte con un error de un grado.

### Instrumentos de nivelacion.

---

**303. Eclímetro de Burnier.**—La brújula de Burnier suele tener una disposicion particular que permite emplearla como eclímetro. En la tapa superior de la caja (fig.<sup>a</sup> 161) existe un pivote alrededor del cual puede girar un limbo  $p q$  de la misma forma y del mismo diámetro que el que sirve para la medida de los azimutes. Colocando la caja de modo que la tapa superior sea vertical, el limbo  $p q$  queda en una posicion fija en la cual el diámetro que pasa por el cero de la graduacion es horizontal, en virtud de un sector macizo que tiene dicho limbo y cuyo centro de gravedad está en la línea marcada por el radio que pasa por la division  $90^\circ$ . Moviendo la caja hasta que el alambre  $l m$  coincida con la division cero del limbo  $p q$ , la visual dirigida por las pínulas será horizontal. A partir del cero existen dos graduaciones, una superior y otra inferior, por medio de las cuales pueden determinarse los ángulos de inclinacion de las visuales dirigidas por las pínulas, ya sean de elevacion ó de depresion, sin más que leer por la ventanilla  $v$  la graduacion que en el mencionado limbo corresponde al alambre  $l m$ .

Una vez conocidos los ángulos de altura pueden encontrarse los desniveles y para evitar los cálculos puede construirse una *escala de pendientes*. Para construir dicha escala se trazan por un punto  $A$  (fig.<sup>a</sup> 167) tomado sobre una recta  $AB$  que representa la horizontal, diversas líneas que formen con ella, á uno y otro lado, ángulos de 5, 10, 15, etc. grados; á partir del mismo punto  $A$  se marcarán, unas á continuacion de otras, sobre la  $AB$  magnitudes iguales á la que, con arreglo á la escala del plano, represente 100 metros y en los puntos de division se levantan perpendiculares á la  $AB$ . Las

alturas de estas perpendiculares medidas en la escala del plano nos darán las diversas diferencias de nivel que respectivamente correspondan á una distancia horizontal y á un ángulo de altura dado. Supongamos, por ejemplo, que se quiere encontrar la diferencia de nivel entre dos puntos cuya distancia horizontal es de 270 metros y 15 grados el ángulo de altura de la línea que los une. Se llevará á partir del punto A, la magnitud AC correspondiente á los 270 metros y con un compás se tomará la longitud de la perpendicular DC que corresponde á los datos que se han dado, se llevará dicha abertura de compás sobre la escala del plano en la cual se vería que equivale á unos 72 metros y este sería el desnível buscado.

**304. Alidada nivelante.**—Se compone esta alidada, que suele usarse con la plancheta simplificada, de una regla *ab* (fig. <sup>a</sup> 168) que tiene uno de sus bordes tallado á bisel y dividido en milímetros, sirviendo de línea de fé. Dos pinulas P, P' girando á charnela en *a* y *b* pueden rebatirse sobre la regla y sólo se levantan cuando se va á hacer uso del aparato; la pinula P tiene tres pequeños orificios que sirven de oculares; la segunda P' tiene una ventanilla rectangular dividida en dos partes iguales por una cerda que sirve de objetivo. A los lados de la ventanilla, sobre la pinula P', van trazadas dos graduaciones, una ascendente, y otra descendente, cuyas divisiones son la centésima parte de la distancia *ab* que separa las dos pinulas. Siendo la longitud *ab* ordinariamente de 0<sup>m</sup>,20, las divisiones de la pinula P' serán 0<sup>m</sup>,002.

Los orificios de la pinula P están dispuestos de manera que el primero *v* está en frente del cero inferior, sobre una línea paralela al plano inferior de la regla *ab*; el segundo *v'* corresponde al medio de la graduacion; y el tercero *v''* enfrente del cero superior; estas graduaciones sirven para la nivelacion. Existe además un nivel de burbuja de aire *n* incrustado en el espesor de la regla, y dos palancas con excéntricas *e*, *e'* situadas en las extremidades de la regla sirven para levantar una ú otra de dichas extremidades y conseguir la horizontalidad de la regla, guiándose por las indicaciones del nivel *n*.

Quando se quiere medir una pendiente, se empieza por colocar

á ojo el plano de la plancheta sensiblemente horizontal; despues se coloca encima la alidada en direccion de la línea cuya pendiente se quiere medir, consiguiéndose la horizontalidad de la regla por medio de una de las palancas  $e, e'$ . Colocando el ojo detras del orificio  $v$  (fig.<sup>a</sup> 169), si se trata de medir una pendiente ascendente, se dirige una visual al punto  $A$ , cúspide de la pendiente, y se lee la division  $n$  que corresponde á esta visual en la escala de la graduacion ascendente. La relacion  $\frac{n}{100}$  representará la tangente del ángulo  $A v A'$  y por consiguiente la pendiente buscada. Si la pendiente fuese descendente, la visual se dirigirá por el orificio superior y la lectura se hará sobre la escala descendente. La diferencia de nivel  $A A'$  entre el punto  $A$  y el plano horizontal de la plancheta será igual á  $v A' \cdot \frac{n}{100}$ . Cuando el punto  $A$  haya sido determinado por las operaciones de la planimetria, la longitud  $v A'$  podrá medirse sobre el dibujo por medio de la escala del plano. Para ver más facilmente que division de la pínula  $P'$  corresponde á la visual, se puede correr por dicha pínula una tira de papel colocada horizontalmente hasta que su borde enrrese con la visual.

**305. Nivel de Burel.**—El nivel de reflexion de *Burel*, se funda en el conocido principio de óptica que dice: *la línea que une un punto y su imágen, formada en un espejo plano, es perpendicular á dicho espejo*. Por consiguiente, si tenemos un espejo vertical y nos colocamos de manera que la imágen del ojo esté dividida en dos partes iguales por el borde lateral del espejo, la imágen de la pupila aparecerá entonces sobre dicho borde como un punto negro y el rayo visual que pasa por dicho punto nos determinará una línea horizontal. Colocando, pues, una mira en la prolongacion de esta línea, se podrá determinar la altura correspondiente á la visual.

Se compone el aparato de un espejo plano  $a$  (fig.<sup>a</sup> 170) azogado por sus dos caras en la mitad de la izquierda. Las mitades de la derecha están en una cara pintada de negro y en la otra de rojo, lo cual permite distinguir las. El espejo está unido á una armadura metálica  $b$  terminada en una varilla que puede girar alrededor de un eje fijo á la envuelta metálica  $c d$  que rodea al aparato. En la

extremidad inferior de la expresada varilla va unido un pequeño peso  $f$  de forma troncocónica con un chafan en uno de sus lados. Aflojando los tornillos  $g$  puede hacerse girar al peso  $f$  alrededor del eje de la varilla, pues ésta termina en un tornillo cuya tuerca está en el peso  $f$ , consiguiéndose con este giro variar la posición del centro de gravedad del sistema, y por consiguiente la inclinación del espejo  $a$ . La envuelta cilíndrica  $c d$  está compuesta de dos partes; sujetando con la mano la parte superior  $c$  puede hacerse que la inferior gire  $180^\circ$  alrededor del eje común á las dos, arrastrando en su movimiento á la armadura  $b$  y al espejo  $a$ , pudiendo por lo tanto presentarse á la vista del observador las dos partes azogadas del espejo.

**306.** Antes de emplear este nivel, es preciso comprobar la verticalidad del espejo  $a$ . Para efectuar esta comprobación se dirigirá la visual, de la manera que se ha indicado al explicar el fundamento del aparato, á una mira, colocando el aparato de manera que la imagen del ojo esté en el medio del borde del espejo, se anota la altura de mira correspondiente. Se dá despues un giro de  $180^\circ$  á la parte  $d$  y volviendo á dirigir la visual, se observará si la altura de mira correspondiente es la misma que antes, en cuyo caso el espejo será vertical. Si las dos alturas de mira encontradas fuesen distintas, será preciso variar la inclinación del espejo haciendo girar al pequeño peso  $f$ .

Para conocer el giro que tenemos que dar á éste, supongamos que sea  $a b$  (fig.<sup>a</sup> 171) la primera posición del espejo, la visual será la línea  $c d$  perpendicular á él, y la altura de mira encontrada será la correspondiente al punto  $d$ . Al hacer girar al aparato  $180^\circ$  alrededor del eje de la envuelta, que será sensiblemente vertical, el espejo vendrá á ocupar la posición  $a' b'$ , simétrica de la  $a b$ , la visual será ahora la línea  $f g$ , y la altura de mira encontrada será la correspondiente al punto  $g$ . Tomando el promedio de las dos alturas de mira halladas, se tendrá la del punto  $h$  que corresponde á la horizontal; por consiguiente se hará girar al pequeño peso  $f$  (figura 170), hasta que la visual venga á pasar por el punto  $h$  (fig.<sup>a</sup> 171), en cuyo caso, siendo la visual horizontal, el espejo será vertical.

**307.** Efectuada la rectificación que acabamos de indicar, el

uso de este aparato se reduce á colocarse en estacion entre los dos puntos cuya diferencia de nivel se quiere encontrar, y teniendo el aparato cogido con la mano por la parte superior de la envuelta cilindrica que lo rodea, se eleva la mano hasta que el medio del espejo esté á la altura del ojo. Dirigiendo despues una visual, del modo que anteriormente hemos explicado, á cada una de las miras colocadas en los puntos dados, se tendrán los datos necesarios para encontrar su diferencia de nivel.

**308.** La mira puede improvisarse fácilmente con una regla de madera que se gradúa con la ayuda de un doble decímetro y sobre dicha regla se hace resbalar un pedazo de carton doble que sirve de tablilla (fig.<sup>a</sup> 172.)

**309.** Tambien puede servir el nivel de Burel para encontrar las pendientes de las visuales dirigidas á puntos lejanos, para lo cual situado el nivel en el punto  $n$  (fig.<sup>a</sup> 173) sobre un apoyo ligero, que puede ser un simple baston herrado en su parte inferior para que pueda clavarse en el suelo, se lleva la mira á una distancia de 10 metros sobre la direccion,  $na$  de la línea cuya pendiente se quiere medir. Se determinan primero la altura  $ab$  de la mira que corresponde á la horizontal marcada por el nivel; se dirige despues, por el medio del canto del espejo, la visual  $na$  y se sube la tablilla hasta el punto  $c$  de esta visual. Conociéndose de este modo la magnitud  $bc$ , la relacion  $\frac{bc}{nb}$  será la pendiente buscada.

**310.** Cuando no se pueda disponer de un ayudante que pueda hacer de porta-mira; para encontrar la diferencia de nivel entre dos puntos A y B (fig.<sup>a</sup> 174), se hace estacion en A y teniendo el nivel en la mano, se determina el punto C en que la visual dirigida por el aparato encuentra al terreno; trasportándose al punto C se determina de la misma manera el punto D, y asi sucesivamente. En la última estacion, si la visual pasa por encima del punto B se aprecia á ojo la altura  $Bb$ , ó bien se mide con un baston; por el ejemplo representado en la figura se vé que, la diferencia de nivel buscada es igual á la altura  $h$  del ojo del observador sobre el suelo multiplicada por el número de estaciones disminuido dicho producto de la altura  $Bb$ .

**311. Barómetros metálicos.**—Los barómetros metálicos por su pequeño volumen y fácil manejo son muy apropiados para las operaciones de un reconocimiento militar. Como la descripción y uso de estos aparatos nos es perfectamente conocida por estudiarse en el curso de Física, nos limitamos para no repetir con indicar aquí su utilidad.

**312. Niveles improvisados.**—Puede improvisarse un nivel de agua, colocando sobre el tablero de la plancheta una pequeña artesa de madera ó de zinc, que se llena de agua y en las extremidades de la cual se colocan dos flotadores de la misma altura.

El nivel de perpendicular, fácil de construir, puede también prestar útiles servicios. Para dirigir las visuales con más comodidad se modifica dándole la forma que representa la fig.<sup>a</sup> 175. La visual se dirige por el travesaño *ab*.

Suspendiendo una regla de madera ó de hierro *ab* (fig.<sup>a</sup> 176) á las extremidades de un hilo *acb*, se consigue determinar una línea de nivel con una aproximación suficiente para muchos casos. El punto de suspensión *c* debe determinarse de manera que teniendo el hilo *cd* por su extremidad *d*, la regla *ab* quede horizontal, lo que se consigue por tanteos y empleando el método de inversión, análogamente á como se efectuaron las comprobaciones de los niveles ordinarios.

Un trasportador puede trasformarse en eclímetro suspendiendo de su centro una plomada que sirve para colocar su plano vertical. las visuales se dirigen por el canto *A B* (fig.<sup>a</sup> 177), del trasportador teniendo cuidado de colocar el cero del lado del ojo; cuando el hilo de la plomada esté en equilibrio, se le sujeta con el dedo para hacer la lectura, y la graduación *n* marcada por él nos dará el valor de la distancia zenital  $\delta$  en función de la cual se puede determinar la diferencia de nivel entre el punto de estación y el observado por la fórmula  $d = L \cotg. \delta$  ó bien haciendo uso de la *escala de pendientes*.

Por último se puede construir fácilmente el aparato representado en la fig.<sup>a</sup> 178, por medio del cual pueden medirse las pendientes de una manera análoga á como se hizo con la *alidada nivelante*.

Para construir dicho aparato se fija un pedazo de carton rectangular, bastante grueso, en el extremo de un jalon; por la mitad de la altura de este rectángulo, se traza una línea  $ab$  paralela á las bases. Sobre el lado  $cd$  se marcan divisiones que cada una sea  $\frac{1}{100}$  de la longitud  $ab$ ; en el punto  $a$  se coloca un clavo sobre el que se apoya una pequeña regla, que servirá para dirigir por su canto las visuales, y por último, en uno de los costados del jalon se cuelga una plomada cuyo extremo venga á coincidir con una referencia cualquiera colocada en la parte inferior del jalon y situada de tal modo que al verificarse la susodicha coincidencia la línea  $ab$  sea horizontal.

## CAPITULO III.

---

### LEVANTAMIENTOS IRREGULARES.

---

#### **Levantamientos ejecutados con instrumentos.**

---

---

**313.** Los planos de los reconocimientos militares se ejecutan siguiendo los métodos generales explicados en la Topografía regular. Sea cualquiera el tiempo de que se disponga y los aparatos que se empleen, es preciso no separarse de la marcha metódica que allí se ha indicado. Las operaciones de detalle, tanto de planimetría como de nivelación, deberán siempre apoyarse sobre una red fundamental que será más ó menos extensa según las circunstancias. Solamente que aquí, debiendo en general sacrificar la exactitud á la rapidez de la ejecución, la red no se determina con la misma precisión que en los levantamientos regulares. Nunca se debe prescindir de apoyar las operaciones de detalle en una red fundamental, si creyendo ganar tiempo se prescinde de ella empezando desde luego á levantar los detalles, lejos de abreviar el trabajo se perderá mucho tiempo en buscar los errores y corregir el dibujo; en cambio cuando procediendo metódicamente se han determinado con bastante exactitud diferentes puntos, suficientemente numerosos, se pueden colocar aun á ojo y sin titubear, en los pequeños polígonos formados los detalles comprendidos en su interior.

Cuando el dibujo deba hacerse en pequeña escala, la mayor parte de los errores que se pueden cometer en la determinación de los detalles, serán despreciables y en tal caso la red fundamental no es preciso que tenga un gran número de vértices; los polígonos que la constituyan podrán tener los lados mayores y por consiguiente ser menos numerosos. En general, la extensión de la red dependerá del tiempo de que se disponga para ejecutar el levantamiento.

**314.** Cuando se tengan mapas generales ó particulares, ó algunos planos topográficos de las localidades que han de ser objeto del reconocimiento, es muy conveniente aprovecharse de ellos, pues con su ayuda se pueden simplificar las operaciones eligiendo en ellos algunos puntos que sirvan de vértices de la red fundamental y trasladándolos desde luego al papel en que se haya de dibujar el reconocimiento. El inconveniente que ésto tiene es que, por lo regular la escala en que están dibujados los mapas ó planos es menor que la que se emplea en los reconocimientos (\*) y por consiguiente los errores que puedan existir en aquellos resultarán aumentados, por lo cual será conveniente rectificar la posición de los puntos marcados á medida que se vaya completando la red sobre el terreno.

**315.** El procedimiento más breve y preciso para efectuar el levantamiento de la red fundamental, es el de intersecciones. Se empezará por medir una base, eligiéndola en condiciones favorables á su medida, con la condición de que sus extremos sean visibles uno de otro y procurando además que desde ellos se descubra la mayor extensión posible del terreno que abraza el reconocimiento.

Una vez medida la base, se hará estación en sus extremos y se determinarán por intersecciones los puntos que desde dichos extremos sean visibles; apoyándose despues en los ya conocidos se determinan por el mismo procedimiento todos los demás.

**316.** En los terrenos muy cubiertos ó accidentados, será pre-

---

(\*) La escala generalmente empleada en los reconocimientos militares es la de  $\frac{1}{20000}$

ciso recurrir al método de rodeo, en cuyo caso debe tenerse la precaucion de constituir la red fundamental de poligonos pequeños adosados unos á otros y comprobar los cierres parciales, ya sea sobre el punto de partida ó bien sobre puntos ya determinados.

**317.** Concluido el levantamiento de la red fundamental, se pasa al levantamiento de los detalles, para cuyo trabajo se combinarán los métodos generales, que ya conocemos, fijando la posicion de los puntos que los caractericen por el medio que proporcione mayor rapidez en las operaciones, y por último se concluye el relleno del plano, colocando á ojo los puntos de menor importancia. Los objetos más importantes que deben figurar en el plano de un reconocimiento militar son los que ofrecen obstáculos á la marcha de las tropas, los que pueden servir de abrigo, facilitar el ataque ó defensa, servir para reunir las depues de un ataque infructuoso etc.

La eleccion de los detalles que se han de representar depende tambien de la escala; si ésta es pequeña se suprimen los de menor importancia para que no perjudiquen á la claridad del dibujo, salvo el describirlos en la memoria que completa el reconocimiento.

Se cuidará de representar más bien la direccion general de los caminos, senderos, arroyos etc. que la de sus sinuosidades. Del mismo modo al representar un pueblo, no debe tratarse de reproducir la forma de las casas, sino solamente las manzanas indicando solo los detalles de los edificios que por su importancia, puedan ser útiles á la defensa ó puedan emplearse para hospitales ó almacenes.

**318.** La nivelacion se irá ejecutando al mismo tiempo que la planimetria.

Siempre que sea posible se determinarán, con la ayuda de los instrumentos que se han descrito, las cotas de algunos puntos notables y apoyándose en ellos se determinarán despues las de todos aquellos que por su importancia, bajo el punto de vista de la nivelacion, puedan servir para caracterizar el terreno; lo que se conseguirá tomando la inclinacion de sus líneas más características al mismo tiempo que se van recorriendo para ejecutar los trabajos de la planimetria.

Se tendrá cuidado de medir las inclinaciones de los caminos

para poder apreciar las dificultades que pueden presentar al paso de los carruajes para lo que conviene tener presente la siguiente tabla que manifiesta los límites de las pendientes accesibles á las diferentes armas:

la de 45° ó sea  $\frac{1}{1}$  ó 100 por 100 para la infantería.

la de 30° ó sea  $\frac{4}{7}$  ó 57 por 100 para la caballería.

la de 32° ó sea  $\frac{11}{20}$  ó 55 por 100 para la artillería de montaña.

la de 15° ó sea  $\frac{1}{4}$  ó 25 por 100 para id. montada.

La longitud de una pendiente, la naturaleza del suelo y aun la forma particular de aquella, modifican su practicabilidad; siendo preciso fijarse en todas estas condiciones, cuando se trate de apreciar la mayor ó menor dificultad que para el paso de tal ó cual arma ofrezca una pendiente.

Para representar el relieve es preferible el empleo de las curvas de nivel al de las líneas de máxima pendiente, porque las primeras, dejando más claridad á la representación de los detalles, indican mejor los puntos de la misma altitud.

### **Levantamientos á ojo á la vista del terreno.**

---

**319.** Cuando los reconocimientos se ejecutan en presencia del enemigo, será difícil que el tiempo y las circunstancias permitan efectuar las operaciones topográficas de la manera indicada en los párrafos anteriores; con frecuencia habrá necesidad de renunciar al empleo de instrumentos y ejecutar el levantamiento á ojo. La práctica repetida de los levantamientos ejecutados con instrumentos y la aplicación rigurosa y constante de los métodos regulares, es el único medio de adquirir el golpe de vista necesario en las rápidas operaciones de un levantamiento á ojo.

Estos levantamientos que tienen generalmente por objeto comprobar un plano ó hacer conocer ciertos detalles del terreno poco

antes de una operacion militar, no abrazando, por lo regular, sino pequeñas extensiones de terreno, se reducen casi siempre á simples croquises en los cuales se procura aproximarse lo más posible á la exactitud, agrupando los diferentes objetos del terreno para encerrarlos en figuras geométricas sencillas que se reproducen con arreglo á escala sobre el dibujo.

**320.** En este caso es cuando tienen más utilidad los mapas ó planos que se hayan podido adquirir; por medio de ellos se pueden trasportar al dibujo del reconocimiento los triángulos que tengan por vértices los puntos principales del terreno y las líneas de alguna importancia que se encuentren representadas, obteniendo de este modo una red fundamental que abreviará mucho las operaciones sucesivas.

Recorriendo despues sobre el terreno las líneas que se hayan marcado se podrá no solo rectificar sus posiciones sino tambien ir colocando á ojo los detalles situados á derecha é izquierda de las direcciones seguidas, marcar los puntos en que éstas corten á los caminos, arroyos etc. y encontrar al mismo tiempo los elementos necesarios á la representacion del relieve.

**321.** Si no se tiene mapa ni plano alguno, es preciso elegir algunos puntos notables del terreno cuyas distancias, tomadas dos á dos, se evalúan por los procedimientos rápidos que hemos descrito en el capítulo anterior, y servirán para trasladarlos al papel del plano. Si falta tiempo, solo se elegirán tres puntos. Colocándose sucesivamente en los puntos que se hayan determinado, se marcarán á ojo ó con una regla las direcciones de algunos de los puntos mas principales. Recorriendo despues los lados de esta sencilla red fundamental, se irán dibujando á ojo los detalles próximos y las líneas mas características; descompuesto de este modo el terreno en un cierto número de triángulos y polígonos, se recorrerá el interior de estos siguiendo la direccion de las trasversales cuyos extremos estén fijados, marcando á ojo los detalles situados á derecha é izquierda de la direccion seguida. Estas trasversales serán con preferencia las líneas principales del terreno, tales como caminos, senderos, arroyos, etc.

Despues de tener trazadas un cierto número de líneas, el con-

junto del terreno aparecerá con bastante claridad y podrá completarse el dibujo trasportándose sobre los puntos mas elevados desde donde se podrá establecer á la vista la continuidad de los caminos secundarios, de los que se tendrán ya marcados los puntos de encuentro en las líneas dibujadas, y colocar los detalles en las pequeñas porciones en que habrá quedado subdividido el terreno. El relieve se vá representando al mismo tiempo que la parte planimétrica, indicando por algunas curvas las pendientes que ofrezcan alguna continuidad, despreciando los detalles y procurando dar solo una idea general de las sinuosidades del terreno, sin preocuparse de sus alturas absolutas.

### **Levantamiento de memoria.**

---

**322.** Algunas veces las circunstancias son tales que, el oficial encargado de reconocer una posicion no tiene ni aun el tiempo necesario para dibujar á ojo el plano del terreno, y recorriéndolo rápidamente sin detenerse, es preciso que observe su configuracion, que aprecie las distancias entre los puntos que deban señalarse y recoja en su memoria todas las particularidades, para que á su vuelta pueda hacer un croquis suficientemente exacto para que en él se encuentren algunos datos útiles al objeto que haya motivado el reconocimiento. Se comprende desde luego la dificultad de fijar reglas para la ejecucion de un trabajo de este género: para que un reconocimiento de esta clase pueda ser útil, es preciso que sea ejecutado por un oficial que por una gran práctica haya adquirido la facultad de conservar un recuerdo bastante fiel de las formas y detalles de un terreno, para que pueda dibujar un croquis de él despues de haberlo recorrido.

Estos reconocimientos se ejecutan generalmente en presencia del enemigo y tienen un objeto particular que debe saber el oficial á quien se confie el trabajo, para que se fije únicamente en los accidentes del terreno y en los objetos que puedan favorecer á contrariar la operacion que se proyecta. No sobrecargar la memoria y examinar el terreno solamente bajo el punto de vista especial

que dé lugar al reconocimiento, son las únicas reglas que pueden darse.

Las observaciones recogidas sirven á la vuelta para ejecutar un dibujo en el que se empezará por colocar los puntos principales, cuyas distancias se habrán evaluado por el tiempo que se haya tardado en recorrerlas; despues se colocan á ojo los detalles reconocidos procurando colocarlos en sus verdaderas posiciones relativas.

### **Levantamientos por noticias.**

---

**323.** Cuando un cuerpo de ejército penetra en una comarca de la cual no se posea mapa alguno, es preciso adquirir datos que permitan dibujar algun plano que por imperfecto é incompleto que sea, suministrará en muchos casos indicaciones muy útiles á los comandantes de las columnas que sean las primeras en penetrar en el territorio desconocido.

Los datos necesarios para la ejecucion de estos planos, se toman de los mismos habitantes, consultando con preferencia á aquellos cuyas profesiones obliguen á recorrer el país, como los buhoneros, corsarios, etc.; interrogándoles separadamente y anotando sus respuestas para compararlas despues entre si. De este modo se pueden obtener nociones suficientemente exactas sobre la direccion de los caminos, la situacion de los pueblos y aldeas que aquellos atraviesan, sobre la configuracion del país, la direccion é importancia de las corrientes de agua, los puntos de paso difícil ó peligroso, etc., evaluando las distancias en horas de marcha.

Quando se hayan reunido un número suficiente de datos, sobre cuya exactitud se pueda contar, se procura formar con ellos un croquis, en el que despues de haber colocado los puntos principales se marcarán las direcciones de los caminos y corrientes de agua de alguna importancia. Se volverá á interrogar á los habitantes, poniéndoles delante el dibujo y haciéndoselo comprender, y por sus indicaciones podrá no solo corregirse, sino completarse lo suficiente para que sea util al objeto que nos proponemos.

### Itinerarios.

**324.** Los itinerarios tienen por objeto, dar una descripción bastante exacta y detallada del camino que ha de seguir una columna. En país enemigo los itinerarios son de mucha importancia no solo para suministrar á las columnas que deban seguir tal ó cual camino las indicaciones necesarias para facilitar y asegurar su marcha, sino que en los casos de retirada evitarán los retrasos y equivocaciones cuyas consecuencias pueden ser funestas. Los dibujos de los itinerarios se ejecutan en las escalas de  $\frac{1}{10000}$ ,  $\frac{1}{20000}$  ó  $\frac{1}{40000}$ , según la extensión que se recorra y los detalles que se tengan que representar; en general la escala de  $\frac{1}{20000}$  es conveniente para el itinerario de un día de marcha.

El plano de un itinerario se ejecuta á veces á ojo, pero mas frecuentemente sirviéndose de un carton como plancheta, de una pequeña brújula como declinatoria, y de un doble decímetro por alidada; ó bien, de una pequeña brújula, como las descritas en el capítulo anterior, consignando en un registro los datos necesarios á la redacción del plano. Las distancias suelen medirse á pasos rectificándolas en las carreteras por los postes kilométricos. Los diferentes elementos del camino se levantan por el método de rodeo, determinando al mismo tiempo por intersecciones algunos puntos situados á los dos lados. Algunas veces habrá necesidad de separarse de la dirección seguida bien sea para reconocer mejor un objeto importante ó para hacer estación en un punto elevado desde el cual pueda divisarse una gran extensión y pueda apreciarse la configuración y ondulaciones del terreno. Se tendrá cuidado en marcar todos los caminos y corrientes de agua que cruzan al que se sigue, indicando su dirección, debiendo indicarse también todas las casas aisladas que se encuentren en los bordes del camino ó en sus inmediaciones.

El levantamiento debe comprender el terreno situado á derecha

é izquierda del camino en una extension de 500 á 600 metros, entendiéndose que estos límites no son absolutos; si el país es muy accidentado, por ejemplo, dichos límites son pequeños y habrá necesidad de extender más el reconocimiento, y por el contrario en países muy llanos y despejados bastará con indicar la dirección del camino.

Al mismo tiempo que se hace el dibujo, se forma un cuadro descriptivo con objeto de suministrar todos los datos necesarios para completar el dibujo; este cuadro, cuyo modelo ponemos á continuación, se coloca con frecuencia en la misma hoja del dibujo; añadiendo además algunos croquis de vistas de objetos notables que puedan servir de referencias, sobre todo en las encrucijadas, y aun algunos perfiles de los desfiladeros, arroyos, etc. que se encuentren.

En los vados es necesario estudiar la naturaleza de su fondo é inmediaciones. Un fondo arenisco dificulta el paso de los carruajes, y si es pedregoso el ganado se hiere y pierde pié con facilidad. El mejor es el formado por una mezcla de grava gruesa y cantos rodados.

Los límites máximos de la profundidad para que los vados sean practicables, son los que á continuación ponemos, y que deben disminuirse cuando las corrientes sean muy rápidas.

|  |  |
|--|--|
| Para la caballería.....                                | 1 <sup>m</sup> ,20.                    |
| Para infantería.....                                   | 1 <sup>m</sup> , á 0 <sup>m</sup> ,80. |
| Para la artillería, sin que las municiones se mojen... | 0 <sup>m</sup> ,65.                    |

Itinerario del camino de \_\_\_\_\_ á \_\_\_\_\_ (es una parte del camino de \_\_\_\_\_ á \_\_\_\_\_)

**Cuadro descriptivo.**

| Nombre de los lugares y sus distancias  | Distancias entre los puntos notables que se suceden sobre el camino.  | Designación de los puntos notables.   | Longitud  | Vistas ó perspectivas de los desfiladeros, puentes, vados, u otros objetos notables.  | Detalles descriptivos.  |
|---|---|---|---|---|---|
| Están determinados por un cambio en la dirección ó construcción del camino, por la naturaleza del suelo, el origen de un desfiladero, ó de una pendiente en que los carruajes necesitan poner la rastra, en los malos pasos, un puente, un vado, una casa, en los cruces con otros caminos, minos, etc. | Están determinados por un cambio en la dirección ó construcción del camino, por la naturaleza del suelo, el origen de un desfiladero, ó de una pendiente en que los carruajes necesitan poner la rastra, en los malos pasos, un puente, un vado, una casa, en los cruces con otros caminos, minos, etc. | Están determinados por un cambio en la dirección ó construcción del camino, por la naturaleza del suelo, el origen de un desfiladero, ó de una pendiente en que los carruajes necesitan poner la rastra, en los malos pasos, un puente, un vado, una casa, en los cruces con otros caminos, minos, etc. | Están determinados por un cambio en la dirección ó construcción del camino, por la naturaleza del suelo, el origen de un desfiladero, ó de una pendiente en que los carruajes necesitan poner la rastra, en los malos pasos, un puente, un vado, una casa, en los cruces con otros caminos, minos, etc. | Están determinados por un cambio en la dirección ó construcción del camino, por la naturaleza del suelo, el origen de un desfiladero, ó de una pendiente en que los carruajes necesitan poner la rastra, en los malos pasos, un puente, un vado, una casa, en los cruces con otros caminos, minos, etc. | Están determinados por un cambio en la dirección ó construcción del camino, por la naturaleza del suelo, el origen de un desfiladero, ó de una pendiente en que los carruajes necesitan poner la rastra, en los malos pasos, un puente, un vado, una casa, en los cruces con otros caminos, minos, etc. |

NOTAS.

## CAPITULO IV.

---

### MEMORIAS DESCRIPTIVAS.—ORIENTACION EN CAMPAÑA.

---

#### Memorias.

---

**325.** Ya hemos dicho que en los reconocimientos militares es preciso completar los datos suministrados por los planos topográficos con una descripción escrita del terreno, con el objeto de hacer notar sus particularidades más notables y dar idea, tan exacta como sea posible, de los objetos que por su naturaleza ó la pequeñez de la escala no hayan podido representarse en el dibujo. Puede suceder también que el tiempo y las circunstancias no permitan la ejecución del levantamiento ó le reduzcan á la representación de algunas líneas, en cuyo caso la *memoria* tendrá que reemplazar al dibujo. La redacción de las memorias será diferente según que se trate de hacer conocer el terreno bajo el punto de vista de su configuración física ó de sus propiedades militares, de aquí la clasificación en *memorias descriptivas* y *memorias militares*. Dejando estas últimas por ser del dominio de el *Arte militar*, pasaremos á ocuparnos de las primeras.

**326.** Las *memorias descriptivas* deben ser concisas, describiendo en pocas palabras las cosas más importantes; las investigaciones necesarias á su redacción deben limitarse á ciertas partes ó porciones del terreno y á ciertos objetos solamente.

La memoria deberá hacer conocer principalmente lo que sea relativo á las comunicaciones, considerándolas bajo el punto de vis-

ta de las facilidades ó dificultades que presenten para los movimientos de las tropas y de los trasportes militares.

Deberán examinarse no solo los caminos principales sino tambien los laterales y secundarios, indicando su estado, su naturaleza, qué tropas pueden marchar por ellos, los obstáculos, los desfiladeros que en ellos se encuentren, los puentes, vados, etc. Se estudiarán tambien los caminos de hierro y se dará una descripción de su trazado y construcción; recogiendo los detalles relativos á su explotación, á los recursos en material, número de estaciones, su construcción y capacidad, etc.

Las corrientes de agua merecen una particular atención; se indicará su velocidad y profundidad, los medios de franquearlas; puentes de piedra, de madera, de hierro, vados, barcas, etc.: procurando enterarse de sus variaciones, é inundaciones que pueden producir.

Los pueblos, aldeas, granjas, cortijos y casas aisladas; deben ser descritos con cierto cuidado para dar á conocer su configuración, capacidad, construcción, etc.

La memoria se completará con cuadros descriptivos, indicando las distancias entre los lugares habitados y otros sitios notables que puedan servir de puntos de reunión ó de concentración, evaluando las distancias por el tiempo que se emplee en recorrerlas. Se anotarán igualmente todos los datos relativos á la población, á los medios de transporte, á los recursos que existan en ganados, forrages, etc. Se anotará la capacidad de las habitaciones para alojar los hombres ó los caballos; llamando la atención sobre los cantones cuyos recursos permitan á las tropas estacionar en ellos.

La adquisición de todos estos datos presenta casi siempre dificultades bastante grandes, pues aunque se opere sobre territorio propio, cuesta mucho trabajo el conseguir de los habitantes datos precisos, sobre todo, en lo concerniente á los recursos que puede suministrar el país. Se interrogará con preferencia á los alcaldes, á los funcionarios públicos y á los principales habitantes; empleando al principio la dulzura y la persuasión, pero si se observa que por mala fé sus respuestas son contradictorias ó falsas, es preciso no titubear y usar desde luego el rigor para obtener por la fuerza lo que no se ha conseguido de buena voluntad.

## Orientacion en campaña.

**327.** En campaña es de una necesidad casi absoluta el saber orientarse, no solo al tratar de efectuar el plano de un reconocimiento militar, sino tambien para conocer el camino que debe seguirse para llegar á una posicion dada. (\*) Refiriéndonos á este último caso vamos á indicar algunos medios fáciles de orientacion.

**328. Orientacion por medio del plano.**—Una

---

(\*) Numerosos ejemplos pudieran citarse de esta necesidad, en presencia del enemigo: el siguiente, referido por el Teniente Coronel Vaucreson, en su Escuela teórico-práctica de orientacion militar, es de los más recientes.

El 4 de Diciembre de 1870, la 1.<sup>a</sup> brigada de la 2.<sup>a</sup> division del 15 cuerpo del ejército del Loire, estaba en batalla al Norte de la aldea de Cercottes, al Oeste de la carretera de París á Orlean, apoyando su derecha sobre el camino. El frente de la brigada estaba cubierto, 150<sup>m</sup> al Norte, por el pequeño bosque de Cercottes, de 300 á 400<sup>m</sup> de ancho Norte-Sur, por una longitud de unos 800<sup>m</sup> de Este á Oeste. Una compañía recibió la orden de ir á ocupar el lindero septentrional del bosque, para vigilar los movimientos de los Alemanes que, viniendo del Norte, marchaban sobre Cercottes. El bosque era un monte bravo muy espeso, sin caminos, senderos ni claros, en el cual los hombres, embrazados con los palos de las tiendas, y desprovistos además de los útiles necesarios para abrirse paso, encontraron muchas dificultades para avanzar. Después de largos y penosos esfuerzos, consiguieron por fin establecerse sobre el lindero, y se dispusieron á defender su acceso.

La brigada, que se creia cubierta por esta fuerza, descansaba sin desconfianza; más de pronto recibió algunos tiros que en el primer momento se atribuyeron á una falsa alarma ó tambien á una equivocacion de tropas amigas, pero el tiroteo continuó con viveza, é hizo en pocos instantes numerosas víctimas. Era que los Alemanes, habiendo penetrado sin obstáculos en el bosque, estaban fusilando á las tropas francesas á 150 metros de distancia. Más tarde se supo que la compañía enviada como fuerza exploradora se habia extraviado entre los matorrales, y por inadvertencia se corrió á la extremidad occidental del bosque, en lugar de ocupar el lindero septentrional. Esta compañía, cogida por la espalda, tuvo en su mayor parte que rendirse al enemigo después de una honrosa resistencia. Todos estos accidentes se hubieran evitado si la expresada compañía se hubiese orientado cuidadosamente.

de las principales aplicaciones que en campaña puede hacerse de los planos, consiste en servirse de ellos para saber la direccion que se ha de seguir para llegar á un punto dado. Se consigue este objeto colocando el plano en el punto de partida de manera que dos cualesquiera de las líneas trazadas en él se encuentren en direccion de sus homólogas del terreno y comprobando si la posicion de los objetos notables de los alrededores concuerda con la que ocupan sobre el dibujo; conseguido esto facil es, comparando el dibujo con el terreno, comprender que camino se ha de tomar ó qué direccion se ha de seguir para llegar al punto que se desea. Se emprende la marcha en aquella direccion y de cuando en cuando se vá confrontando si los objetos y accidentes que se van encontrando son los mismos que se hallan representados en el plano. Al llegar á una encrucijada ú otro sitio en que pueda haber duda sobre la direccion que se ha de seguir, se vuelve á repetir la operacion efectuada en el punto de partida. Procediendo de este modo es casi imposible extraviarse.

**329. Empleo de la brújula como medio de conocer la direccion en que se debe marchar para llegar á un punto dado.**—Supongamos que el jefe de un destacamento recibe, á la caída de la tarde, la orden de ir á ocupar una posicion sobre la linde exterior de un bosque, que se encuentra situado delante del frente de un bivac; sin que haya sido posible darle plano ni croquis que le indique el camino que debe seguir y si sólo que el punto que debe ocupar al amanecer está situado en la direccion E — N. E á una distancia del punto de partida de unos 2000 metros próximamente.

En el momento de ponerse en marcha, colocará la brújula de manera que la punta azul de la aguja coincida con la letra N del limbo, ó sea con el cero de la graduacion, y emprenderá la marcha en la direccion indicada por el rádio que pasa por la graduacion  $67^{\circ} 30'$  de la cual deberá separarse lo ménos posible en todo el trayecto, y para esto consultará con frecuencia la brújula, colocando siempre la punta azul en coincidencia con la letra N, á fin de comprobar la direccion de su marcha. Cuando encuentre un obstáculo que no pueda franquear, que le obligue á dar un rodeo, contará el

número de pasos que dé á la derecha ó izquierda de la línea seguida, hasta encontrar una salida, en cuyo momento tomará, valiéndose de la brújula, una dirección paralela á la anterior, y volverá sobre la primitiva dirección contando el mismo número de pasos en sentido inverso. Lo difícil de la operación no es mantenerse sobre la dirección dada, sino volver á ella cuando ha habido necesidad de separarse, por la falta de paralelismo que puede existir entre la línea seguida al separarse de la verdadera dirección y la recorrida después de salvar el obstáculo para volver á ella. Se disminuyen mucho las causas de error haciendo que dichas líneas sean perpendiculares á la verdadera dirección que deba seguirse. Por otra parte, aun suponiendo que en lugar de volver exactamente por la primera dirección, después de haberse separado de ella, se tome otra distante de la primera 100 metros, por ejemplo, solo resultará hallarse al concluir la marcha á 100 metros del punto donde debiera haberse llegado, lo cual no tiene importancia alguna en la mayoría de los casos.

**330. Orientación por medio del sol.**—El sol está sometido á un movimiento diurno aparente que, por la relación que guarda la posición que á consecuencia de él tiene dicho astro con la hora, puede servir para obtener una orientación aproximada.

Admitese como *indicación general*, que el sol está al E. á las seis de la mañana, al S. E. á las nueve, al S. O. á las tres y al O. á las seis de la tarde. Nada más fácil, según esto, que determinar, á una hora cualquiera, la posición de uno de los puntos cardinales. A las nueve de la mañana, por ejemplo, estando el sol al S. E. bastará, después de haberle dado frente, ejecutar medio giro á la derecha para encontrar el S. ó medio giro á la izquierda para encontrar el E.

La esfera de un reloj de bolsillo comprende 12 divisiones de una hora; si se coloca el diámetro VI—XII en la dirección N.—S. el radio IX indicará el E. y el radio III el O. Se ve pues, que el movimiento angular del sol es de 90° en seis horas, lo que equivale á decir que un arco de media hora, sobre el reloj, representa el cambio de lugar del sol en una hora. Por la aplicación de este dato si

se coloca, á las VIII, el rádio X en la direccion del sol, el XII indicará el S. el VI el N. el IX el E. y el III el O. En efecto, teniendo el sol que marchar aun cuatro horas para llegar al mediodia, su cambio de lugar estará representado en el reloj por cuatro medias horas.

Para dirigirse por medio del sol, se determina al momento de partir la direccion que se ha de seguir y se toma despues sobre esta línea un punto lejano y muy visible, como un campanario, un árbol elevado etc. Marchando hácia esta referencia no es necesario volver á orientarse hasta llegar á ella. Sin esta precaucion, es preciso constantemente arreglar su marcha de manera que la direccion seguida y la sombra del observador formen un ángulo variable con el tiempo transcurrido desde el momento de la partida. *Ejemplo.* Un oficial encargado de un reconocimiento, partiendo á las seis de la mañana en direccion del N. verá su sombra, que al principio estará á su izquierda, aproximarse al camino que él recorre, precederle hácia el medio del dia, y á partir de este momento desviarse tanto más hácia la derecha, cuanto más se aproximen las seis de la tarde.

### **331. Orientacion por algunos indicios.—**

Puede suceder que no sea posible emplear ninguno de los medios de orientacion que hemos indicado y en tal caso pueden ser muy útiles los siguientes indicios:

1.º Las paredes de los edificios, sobre todo si estos son viejos y están abandonados, están en general mas secas en el costado S. que en el N.

2.º Los árboles, los postes kilométricos de los caminos, los montones de piedra, las rocas, etc., están con frecuencia cubiertos de musgo en las partes que miran hácia el N.

3.º La seccion de un tronco ó de una rama vertical de un árbol puede tambien servir para orientarse, puesto que se observa que la parte opuesta al S. se desarrolla más que la opuesta; los anillos de cada año van, pues, aumentando de espesor del N. al S. Teniendo presente que esto pudiera tambien ser producido por la desigual proporcion de sustancias nutritivas en el terreno que rodea al ár-

bol y que solo se refiere á un árbol aislado y sometido á la influencia del aire y del sol por todas sus partes igualmente.

Tambien se nota que los árboles aislados tienen con frecuencia sus ramas más espesas y más desarrolladas hácia el S. Cuando son muy elevados se inclinan generalmente un poco hácia el S. E. En un monte puede tambien servir de indicio para orientarse el mayor ó menor desarrollo de sus árboles, que segun su especie, estarán más desarrollados los expuestos hácia el Sur que los expuestos al Norte ó vice-versa. Asi, por ejemplo, los pinos silvestres y las hayas prefieren la exposicion N, y por el contrario los pinos marítimos y las encinas se desarrollan mejor cuando están expuestas al S.

4.º En un nido de hormigas, se nota que el mayor número de huevos se encuentra siempre al S. Además, hacia este lado nunca hay yerba por estar el suelo constantemente removido por las hormigas para procurarse el calor solar y encubar los huevos. Sólo hácia el N está el nido cubierto de yerbas.

5.º A falta de otros medios de orientacion, ó para comprobar los que se posean, se puede interrogar á los habitantes sobre los puntos del horizonte por donde sale ó se pone el sol, sobre la posicion de este astro al mediodia, sobre el sitio del cielo en que aparece la estrella Polar etc. teniendo cuidado de comparar entre sí las respuestas para comprobar su veracidad.



## APÉNDICE 1.º

---

### Orientacion de una base topográfica por observaciones al Sol.

---

**I.** Por creerlo de gran utilidad práctica vamos á indicar el medio de conseguir la orientacion de una base topográfica por medio de observaciones al Sol, tomándolo de las Instrucciones para los trabajos topográficos publicadas por el Instituto Geográfico y Estadístico.

**II.** Lo primero que se necesita conocer es la latitud del lugar de la observacion, lo cual puede conseguirse observando hácia la mitad del dia la culminacion del Sol del modo siguiente:

En un papel blanco ú hoja de cartulina, colocada á mano detrás del ocular del anteojo de un Teodolito y á la distancia de uno ó dos centímetros, se recibe la imágen del Sol arreglando la distancia del ocular al retículo y la de aquel al objetivo de tal manera que simultáneamente y con perfecta claridad se perciban proyectados en el papel los hilos del retículo y el contorno del mencionado astro.

Por los movimientos del anteojo se establece despues la tangencia de la imágen del Sol con el hilo horizontal del retículo, muy cerca de la interseccion de este hilo con el vertical; y, conseguido esto se lee y anota la hora que marque el reloj, la graduacion correspondiente á la posicion del anteojo en el circulo vertical del teodolito y las lecturas que correspondan á las extremidades de la burbuja del nivel.

Sin pérdida de tiempo se repite la misma serie de operaciones sin interrumpirlas mientras las graduaciones del círculo vertical del teodolito varien en el mismo sentido, pues es señal de que aun no ha llegado el momento de la culminacion, continuando de este modo hasta que se advierta que las graduaciones varian decididamente en sentido contrario. La graduacion intermedia máxima ó mínima, segun la posicion del círculo vertical respecto al eje de rotacion del teodolito, será la que corresponde al momento de la culminacion. El número total de observaciones será por lo menos ocho, distribuidas con cierta simetria cuatro antes de la culminacion y otras cuatro despues.

Para poder deducir cuál es en el círculo vertical la graduacion correspondiente á la línea del mismo nombre, antes y despues de las observaciones al Sol se observará un objeto terrestre, en dos posiciones inversas del anteojo respecto al eje de rotacion del teodolito.

En los cuadernos de observacion, que podrán ser de la forma del que á continuacion ponemos, se anotará si la region observada del disco del Sol fué la superior ó la inferior.

Se resguardarán cuidadosamente de los rayos del Sol los círculos y el nivel del teodolito.



Dia 13 de Marzo de 1878.

Numeracion { del círculo: Normal.  
                  { del nivel: Normal.

| Nombre del objeto terrestre. | Anteojo a la  | Extremos del nivel. | Números. | Lecturas. |    |    | Promedios |    |    |
|------------------------------|---------------|---------------------|----------|-----------|----|----|-----------|----|----|
|                              |               |                     |          | o         | '  | "  | o         | '  | "  |
| Carretera.                   | I             | $a' = 9.0$          | I        | 99        | 45 | 40 | 99        | 45 | 45 |
|                              |               | $a'' = 21.0$        | II       | 279       | 45 | 50 |           |    |    |
|                              |               | $a' + a'' = 30.0$   |          |           |    |    |           |    |    |
|                              | D             | $a_1 = 7.0$         | I        | 279       | 40 | 40 | 279       | 40 | 35 |
| $a_2 = 19.0$                 |               | II                  | 99       | 40        | 30 |    |           |    |    |
| $a_1 + a_2 = 26.0$           |               |                     |          |           |    |    |           |    |    |
| idem.                        | D             | $a_1 = 6.0$         | I        | 279       | 40 | 30 | 279       | 40 | 25 |
|                              |               | $a_2 = 18.0$        | II       | 99        | 40 | 20 |           |    |    |
|                              |               | $a_1 + a_2 = 24.0$  |          |           |    |    |           |    |    |
|                              | I             | $a' = 8.5$          | I        | 99        | 45 | 20 | 99        | 45 | 25 |
| $a'' = 20.5$                 |               | II                  | 279      | 45        | 30 |    |           |    |    |
| $a' + a'' = 29.0$            |               |                     |          |           |    |    |           |    |    |
| I                            | $a' =$        |                     |          |           |    |    |           |    |    |
|                              | $a'' =$       |                     |          |           |    |    |           |    |    |
|                              | $a' + a'' =$  |                     |          |           |    |    |           |    |    |
| D                            | $a_1 =$       |                     |          |           |    |    |           |    |    |
|                              | $a_2 =$       |                     |          |           |    |    |           |    |    |
|                              | $a_1 + a_2 =$ |                     |          |           |    |    |           |    |    |
| D                            | $a_1 =$       |                     |          |           |    |    |           |    |    |
|                              | $a_2 =$       |                     |          |           |    |    |           |    |    |
|                              | $a_1 + a_2 =$ |                     |          |           |    |    |           |    |    |
| I                            | $a' =$        |                     |          |           |    |    |           |    |    |
|                              | $a'' =$       |                     |          |           |    |    |           |    |    |
|                              | $a' + a'' =$  |                     |          |           |    |    |           |    |    |
| idem.                        | I             | $a' = 9.0$          | I        | 99        | 45 | 40 | 99        | 45 | 45 |
|                              |               | $a'' = 21.0$        | II       | 279       | 45 | 50 |           |    |    |
|                              |               | $a' + a'' = 30.0$   |          |           |    |    |           |    |    |
|                              | D             | $a_1 = 7.0$         | I        | 279       | 40 | 40 | 279       | 40 | 35 |
| $a_2 = 19.0$                 |               | II                  | 99       | 40        | 30 |    |           |    |    |
| $a_1 + a_2 = 26.0$           |               |                     |          |           |    |    |           |    |    |
| idem.                        | D             | $a_1 = 6.0$         | I        | 279       | 40 | 30 | 279       | 40 | 25 |
|                              |               | $a_2 = 18.0$        | II       | 99        | 40 | 20 |           |    |    |
|                              |               | $a_1 + a_2 = 24.0$  |          |           |    |    |           |    |    |
|                              | I             | $a' = 8.5$          | I        | 99        | 45 | 20 | 99        | 45 | 25 |
| $a'' = 20.5$                 |               | II                  | 279      | 45        | 30 |    |           |    |    |
| $a' + a'' = 29.0$            |               |                     |          |           |    |    |           |    |    |

**Raso del Monte.**

*Una parte del nivel=12''*

Parte observada del disco del sol: *Inferior.*

| Nombre del astro observado | Anteojo a la | Tiempos del reloj. |    |    | Extremos del nivel.                             | Números.        | Lecturas. |          |     | Promedios. |    |    |
|----------------------------|--------------|--------------------|----|----|---|-----------------|-----------|----------|-----|------------|----|----|
|                            |              | H                  | M  | S  |   |                 | °         | '        | ''  | °          | '  | '' |
| Sol.                       | I            | 12                 | 8  | 10 | $a' = 7.5$<br>$a'' = 19.5$<br>$a' + a'' = 27.0$ | I 146<br>II 326 | 11<br>11  | 00<br>10 | 146 | 11         | 5  |    |
| idem.                      | I            | 12                 | 9  | 10 | $a' = 7.5$<br>$a'' = 19.5$<br>$a' + a'' = 27.0$ | I 146<br>II 326 | 11<br>11  | 30<br>30 | 146 | 11         | 30 |    |
| Idem.                      | I            | 12                 | 10 | 12 | $a' = 7.5$<br>$a'' = 19.5$<br>$a' + a'' = 27.0$ | I 146<br>II 326 | 11<br>11  | 40<br>50 | 146 | 11         | 45 |    |
| idem.                      | I            | 12                 | 11 | 10 | $a' = 7.5$<br>$a'' = 19.5$<br>$a' + a'' = 27.0$ | I 146<br>II 326 | 12<br>12  | 00<br>00 | 146 | 12         | 00 |    |
| idem.                      | I            | 12                 | 12 | 15 | $a' = 7.5$<br>$a'' = 19.5$<br>$a' + a'' = 27.0$ | I 146<br>II 326 | 12<br>12  | 10<br>00 | 146 | 12         | 5  |    |
| idem.                      | I            | 12                 | 13 | 10 | $a' = 7.5$<br>$a'' = 19.5$<br>$a' + a'' = 27.0$ | I 146<br>II 326 | 12<br>12  | 10<br>20 | 146 | 12         | 15 |    |
| idem.                      | I            | 12                 | 14 | 10 | $a' = 7.5$<br>$a'' = 19.5$<br>$a' + a'' = 27.0$ | I 146<br>II 326 | 12<br>12  | 10<br>00 | 146 | 12         | 5  |    |
| idem.                      | I            | 12                 | 15 | 20 | $a' = 7.5$<br>$a'' = 19.5$<br>$a' + a'' = 27.0$ | I 143<br>II 326 | 12<br>12  | 00<br>10 | 146 | 12         | 5  |    |
| idem.                      | I            | 12                 | 16 | 16 | $a' = 7.5$<br>$a'' = 19.5$<br>$a' + a'' = 27.0$ | I 146<br>II 326 | 12<br>12  | 00<br>00 | 146 | 12         | 00 |    |
| idem.                      | I            | 12                 | 17 | 20 | $a' = 7.5$<br>$a'' = 19.5$<br>$a' + a'' = 27.0$ | I 146<br>II 326 | 11<br>12  | 50<br>00 | 146 | 11         | 55 |    |
| idem.                      | I            | 12                 | 18 | 10 | $a' = 7.5$<br>$a'' = 19.5$<br>$a' + a'' = 27.0$ | I 146<br>II 326 | 11<br>11  | 40<br>30 | 146 | 11         | 35 |    |
| idem.                      |              |                    |    |    | $a' =$<br>$a'' =$<br>$a' + a'' =$               | I<br>II         |           |          |     |            |    |    |

**III.** Las graduaciones leídas en el círculo vertical del teodolito se refieren á una posición determinada de la burbuja del nivel: ó lo que es igual, se corrigen aquellas lecturas del error de inclinación. Referidas éstas al cero del nivel, por las correspondientes á las observaciones hechas al objeto terrestre, en las dos posiciones del anteojo, se tendrá la graduación que corresponde á la vertical, ó sea al zenit, por medio de las dos fórmulas siguientes:

$$L_z = \frac{D+I}{2} - \frac{n''}{4} \{ (a_1 + a_2) + (a' + a'') \}$$

$$L_z = \frac{D+I}{2} + \frac{n''}{4} \{ (a_1 + a_2) + (a' + a'') \}$$

En las que

$L_z$  .....designa la lectura zenital.

$I$  .....el promedio de las lecturas hechas con el anteojo á la izquierda.

$D$  .....el promedio de las lecturas hechas con el anteojo á la derecha.

$a' a''$  .....las lecturas del nivel cuando el anteojo se halla á la izquierda.

$a_1 a_2$  .....las lecturas del nivel cuando el anteojo se halla á la derecha.

$n''$  .....el valor en segundos de cada división del nivel.

La primera fórmula corresponde á los casos en que las graduaciones del círculo y del nivel sean las dos normales ó las dos anormales.

La segunda se aplica cuando la graduación del círculo sea normal y la del nivel anormal, ó viceversa.

Para obtener la distancia zenital  $z$  del Sol por medio de una sola puntería, se combina en cada caso, la lectura única con la correspondiente al zenit segun las ocho expresiones siguientes:

|                                       |     |                 |  |
|---------------------------------------|-----|-----------------|--|
| Círculo normal y<br>nivel normal..... | y { | Anteojo D ..... | $z = \left( D - \frac{n''}{2} (a_1 + a_2) \right) - L_z$ |
|                                       |     | ..... I .....   | $z = L_z - \left( I - \frac{n''}{2} (a' + a'') \right)$  |

|                                       |     |               |  |
|---------------------------------------|-----|---------------|--|
| Círculo anormal y<br>nivel anormal... | y { | ..... D ..... | $z = L_z - \left( D - \frac{n''}{2} (a_1 + a_2) \right)$ |
|                                       |     | ..... I ..... | $z = \left( I - \frac{n''}{2} (a' + a'') \right) - L_z$  |

$$\begin{array}{l} \text{Círculo normal y} \left\{ \begin{array}{l} \dots\dots\dots D \dots\dots z = \left( D + \frac{n''}{2} (a_1 + a_2) \right) - L_x \\ \text{nivel anormal...} \left\{ \dots\dots\dots I \dots\dots z = L_x - \left( 1 + \frac{n''}{2} (a' + a'') \right) \end{array} \right. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{Círculo anormal y} \left\{ \begin{array}{l} \dots\dots\dots D \dots\dots z = L_x - \left( D + \frac{n''}{2} (a_1 + a_2) \right) \\ \text{nivel normal....} \left\{ \dots\dots\dots I \dots\dots z = \left( 1 + \frac{n''}{2} (a' + a'') \right) - L_x. \end{array} \right. \end{array}$$

Aplicando la que corresponda de estas fórmulas á la puntería hecha en el momento de la culminacion, se tendrá la distancia zenital aparente  $z$  del Sol, y para obténer la verdadera  $\zeta$  se aplicará la fórmula siguiente:

$$\zeta = z + \rho - \pi \pm R$$

en la cual  $z$  representa la distancia zenital aparente.

$\rho$ ..... la correccion debida á la refraccion, cuyo valor puede hallarse por medio de la tabla 8.<sup>a</sup> buscando la que corresponde al valor de  $z$ .

$\pi$ ..... la corrección por paralage, que se encontrará en la misma tabla, tambien en funcion de  $z$ .

$R$ ..... la correccion por razon del semidiámetro aparente del Sol, la cual es variable segun la fecha de la observacion y podrá encontrarse en los almanaques náuticos publicados por los observatorios de San Fernando de Greenwich, de Berlin etc. Dicha correccion será positiva si la parte de disco observada fué la superior y negativa si hubiese sido la inferior.

Por último  $\zeta$  representa la verdadera distancia zenital correspondiente al centro del Sol.

Con este valor de  $\zeta$  se encontrará un primer valor aproximado de la latitud por medio de la fórmula

$$\varphi = \delta - \zeta$$

En la que

$\varphi$ .....representa la latitud.

$\delta$ .....la declinacion del Sol, cuyo valor puede buscarse en alguno de los almanaques antes citados.

$\zeta$ .....la distancia zenital meridiana del centro del Sol.

El orden de estos cálculos es el que indica el siguiente formulario:

*Cálculo de la latitud aproximada del extremo Raso del Monte de la base Raso del Monte-Carretera, determinada por observaciones del Sol, el día 13 de Marzo de 1878.*

|  |                            |     |    |    |
|--|----------------------------|-----|----|----|
| $\zeta = z + p - \pi \pm R$  | $\varphi = \delta - \zeta$ | °   | '  | '' |
| $D - \frac{n''}{2} (a_1 + a_2)$  |                            | 279 | 38 | 00 |
| $I - \frac{n''}{2} (a' + a'')$   |                            | 99  | 42 | 38 |
| $D + I - \frac{n''}{2} \{ (a_1 + a_2) + (a' + a'') \}$                               |                            | 379 | 20 | 38 |
| Graduacion del zenit: $\frac{D+I}{2} - \frac{n''}{4} \{ (a_1 + a_2) + (a' + a'') \}$ |                            | 189 | 40 | 19 |
| Graduacion máxima del Sol, corregida de inclinacion...                               |                            | 146 | 9  | 33 |
| Distancia zenital aparente   | $z =$                      | 43  | 30 | 46 |
| Refraccion y paralaje correspondiente á $z$ .....                                    | $p - \pi$                  |     |    | 49 |
| Distancia zenital verdadera de la parte inferior del disco solar .....               |                            | 43  | 31 | 35 |
| Semidiámetro del Sol.....  | $-R$                       |     | 16 | 7  |
| Distancia zenital del centro del Sol   | $\zeta =$                  | 43  | 15 | 28 |
| Declinacion del Sol  | $\delta =$                 | 2   | 51 | 2  |
| Latitud de Raso del Monte  | $\varphi =$                | 40  | 24 | 26 |

Tambien se tendrá un valor aproximado del estado del reloj, es decir de lo que este adelanta ó retrasa, comparando la hora correspondiente al paso del Sol por el meridiano, que podrá conocerse por los almanaques anteriormente citados, con la que marque el reloj en el momento de la culminacion.

**IV.** Conocidos ya, de la manera explicada, los valores aproximados de la latitud y del estado del reloj, se procede á calcular el valor de la latitud que hemos de emplear en la determinacion más

precisa del estado del reloj y orientacion de la base. En este cálculo se utiliza no solamente la graduacion máxima ó mínima, ó sea la de culminacion, sino tambien las cuatro ó cinco anteriores y posteriores á dicha graduacion y momento correspondiente. Cuando entre las graduaciones crecientes y decrecientes, ó viceversa, hubiere dos ó mas iguales ó casi iguales, estas y las tres ó cuatro inmediatas, anteriores y posteriores, serán las que deben emplearse.

De las antedichas graduaciones, y de la manera explicada en el párrafo anterior, se deducirán los correspondientes valores de  $x$  á los cuales se aplican las correcciones debidas á la refraccion, paralage y semidiámetro aparente del Sol. Dichas distancias zenitales observadas cerca del meridiano se convierten en distancias zenitales meridianas haciendo uso de la siguiente fórmula:

$$x - \zeta = \frac{2 \operatorname{sen}^2 \frac{1}{2} T}{\operatorname{sen} 1''} \times \frac{\cos \varphi' \cos \delta}{\operatorname{sen} \frac{1}{2} (x + \zeta)}$$

en la cual representan

$x$ ..... la distancia zenital observada, referida al centro del Sol.

$\zeta$ ..... la distancia zenital meridiana.

$\varphi'$ ..... la latitud aproximada del lugar, obtenida conforme se ha explicado en el párrafo anterior.

$\delta$ ..... la declinacion del Sol á la hora de su paso por el meridiano.

$\zeta'$ ..... la distancia cenital mínima.

$T$ ..... el horario del Sol, expresado en arco, y correspondiente al momento de la observacion. Este horario se hallará, con suficiente aproximacion para el objeto de que se trata, restando de la hora ó tiempo de la observacion la del paso del Sol por el meridiano, si es occidental; ó viceversa si se cuenta en sentido contrario. (\*)

Por medio de la fórmula precedente se hallarán las correcciones

(\*) Para la reduccion de tiempo á arco se tendrá presente que cada minuto de tiempo equivale á quince minutos de arco.

sustractivas que deben aplicarse á las diferentes  $x$  para convertirlas en  $\zeta$ .

Obtenidos así tantos valores de  $\zeta$  como distancias  $x$  se hubieren observado, por la fórmula

$$\varphi = \delta \zeta$$

se obtendrá otra série de valores para  $\varphi$ , cuyo promedio será la latitud que es necesario emplear en el cálculo para hallar el estado del reloj y azimut de la base.

El orden de los cálculos expresados para hallar la latitud se indica en el siguiente formulario.

**Cálculo para determinar la latitud del extremo raso del monte de la base Raso del Monte.-Carretera.**

Las observaciones se verificaron el día 13 de Marzo de 1878.

Tiempo de la distancia zenital mínima. . . . . = 12<sup>h</sup> 13<sup>m</sup> 10<sup>s</sup>  
 Paso del sol por el meridiano del lugar. . . . . = 12<sup>h</sup> 9<sup>m</sup> 38<sup>s</sup>  
 Estado aproximado del reloj (adelanta). . . . . 0<sup>h</sup> 3<sup>m</sup> 32<sup>s</sup>

Distancia zenital mínima. . . . .  $\zeta' = 43^\circ 15' 28''$   
 Declinacion del sol el día . . . . .  $\delta = 2^\circ 51' 2''$  Sur  
 Latitud aproximada. . . . .  $\varphi = 40^\circ 24' 26''$

$$z - \zeta' = \frac{2 \operatorname{sen.}^2 \frac{1}{2} T}{\operatorname{sen.} 1''} \times \frac{\cos. \varphi' \cos. \delta}{\operatorname{sen.} \frac{1}{2} (z + \zeta')}$$

**Anteojó á la I.**

|  |                  |                  |                   |                   |                   |                   |                   |                   |                   |                   |                   |
|--|------------------|------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| Graduacion del zenit. . . . .  | 189 40 19        | 189 40 19        | 189 40 19         | 189 40 19         | 189 40 19         | 189 40 19         | 189 40 19         | 189 40 19         | 189 40 19         | 189 40 19         | 189 40 19         |
| Lecturas zenitales (corregidas de inclinacion). . . . .                        | 146 8 23         | 146 8 48         | 146 9 3           | 146 9 18          | 146 9 23          | 146 9 33          | 146 9 23          | 146 9 23          | 146 9 18          | 146 9 13          | 146 8 53          |
| Distancia zenital aparente = $z$ . . . . .                                     | 43 13 56         | 43 31 31         | 43 31 16          | 43 31 1           | 43 30 56          | 43 30 46          | 43 30 56          | 43 30 56          | 43 31 1           | 43 31 6           | 43 31 26          |
| $\rho - \pi$   | 49               | 49               | 49                | 49                | 49                | 49                | 49                | 49                | 49                | 49                | 49                |
| $z + \rho - \pi$   | 43 32 45         | 43 32 20         | 43 32 5           | 43 31 50          | 43 31 45          | 43 31 35          | 43 31 45          | 43 31 45          | 43 31 50          | 43 31 55          | 43 32 15          |
| $-R$   | 16 7             | 16 7             | 16 7              | 16 7              | 16 7              | 16 7              | 16 7              | 16 7              | 16 7              | 16 7              | 16 7              |
| Distancia zenital verdadera del centro del sol $z$                             | 43 16 38         | 43 16 13         | 43 15 58          | 43 15 43          | 43 15 38          | 43 15 28          | 43 15 38          | 43 15 38          | 43 15 43          | 43 15 48          | 43 16 8           |
| $z + \zeta' =$   | 86 32 6          | 86 31 41         | 86 31 26          | 86 31 11          | 86 31 6           | 86 30 56          | 86 31 6           | 86 31 6           | 86 31 11          | 86 31 16          | 86 31 36          |
| $\frac{1}{2} (z + \zeta') =$   | 43 16 3          | 43 15 50         | 43 15 43          | 43 15 35          | 43 15 33          | 43 15 28          | 43 15 33          | 43 15 33          | 43 15 35          | 43 15 38          | 43 15 48          |
| Tiempos del reloj. . . . .   | H. M. S. 12 8 10 | H. M. S. 12 9 10 | H. M. S. 12 10 12 | H. M. S. 12 11 10 | H. M. S. 12 12 15 | H. M. S. 12 13 10 | H. M. S. 12 14 10 | H. M. S. 12 15 20 | H. M. S. 12 16 16 | H. M. S. 12 17 20 | H. M. S. 12 18 10 |
| Estado del reloj. . . . .  | 0 3 32           | 3 32             | 3 32              | 3 32              | 3 32              | 3 32              | 3 32              | 3 32              | 3 32              | 3 32              | 3 32              |
| Tiempos corregidos. . . . .  | 12 4 38          | 12 5 38          | 12 6 40           | 12 7 38           | 12 8 43           | 12 9 38           | 12 10 38          | 12 11 48          | 12 12 44          | 12 13 48          | 12 14 38          |
| Paso del sol por el meridiano. . . . .   | 12 9 38          | 12 9 38          | 12 9 38           | 12 9 38           | 12 9 38           | 12 9 38           | 12 9 38           | 12 9 38           | 12 9 38           | 12 9 38           | 12 9 38           |
| Horarios del sol. . . . .  | $T =$ 0 5 00     | 0 4 00           | 0 2 58            | 0 2 00            | 0 0 55            | 0 0 00            | 0 1 00            | 0 2 10            | 0 3 6             | 0 4 10            | 0 5 00            |
| $\frac{1}{2} T =$  | 0 2 30           | 0 2 00           | 0 1 29            | 0 1 00            | 0 0 27.5          | 0 0 00            | 0 0 30            | 0 1 5             | 0 1 33            | 0 2 5             | 0 2 30            |
| Reduccion de tiempo á arco. . . . .  | 0° 30'           | 0° 30' 00''      | 0° 15' 0''        | 0° 15' 00''       | 0° 0' 0''         | 0° 0' 0''         | 0° 0' 00''        | 0° 15' 0''        | 0° 15' 0''        | 0° 30' 00''       | 0° 30' 00''       |
|  | 7 30"            | 0 00             | 7 15              | 0 00              | 6 45              | 0 00              | 7 30              | 1 15              | 8 15              | 1 15              | 7 30              |
|  | 0 00             | 0 00             | 0 00              | 0 00              | 0 7               | 0 00              | 0 00              | 0 00              | 0 00              | 0 00              | 0 00              |
| $\frac{1}{2} T.^\circ$   | 0 37 30          | 0 30 0           | 0 22 15           | 0 15 0            | 0 6 52            | 0 0 0             | 0 7 30            | 0 16 15           | 0 23 15           | 0 31 15           | 0 37 30           |
| log. sen. $\frac{1}{2} T.^\circ$   | 2.03775          | 3.94084          | 3.81105           | 3.63982           | 3.30047           |                   | 3.33879           | 3.67458           | 3.83015           | 3.95857           | 2.03775           |
| 2 log. sen. $\frac{1}{2} T.^\circ$   | 4.07550          | 5.88168          | 5.62210           | 5.27964           | 6.60094           |                   | 6.67758           | 5.34916           | 5.66030           | 5.91714           | 4.07550           |
| log. $\frac{2 \operatorname{sen.}^2 \frac{1}{2} T}{\operatorname{sen.} 1''}$   | 5.61546          | 5.61546          | 5.61546           | 5.61546           | 5.61546           |                   | 5.61546           | 5.61546           | 5.61546           | 5.61546           | 5.61546           |
| log. $\frac{2 \operatorname{sen.}^2 \frac{1}{2} T}{\operatorname{sen.} 1''} =$ | 1.69096          | 1.49714          | 1.23756           | 0.89510           | 0.21640           |                   | 0.29304           | 0.96462           | 1.27576           | 1.53260           | 1.59096           |
| log. cos. $\varphi' \cos. \delta =$  | 1.88111          | 1.88111          | 1.88111           | 1.88111           | 1.88111           |                   | 1.88111           | 1.88111           | 1.88111           | 1.88111           | 1.88111           |
| c. log. sen. $\frac{1}{2} (z + \zeta') =$                                      | 0.16405          | 0.16408          | 0.16410           | 0.16412           | 0.16412           |                   | 0.16412           | 0.16412           | 0.16412           | 0.16411           | 0.16409           |
| log. $(z - \zeta') =$  | 1.73612          | 1.54233          | 1.28277           | 0.94033           | 0.26163           |                   | 0.33823           | 1.00985           | 1.32099           | 1.57782           | 1.73616           |
| $z - \zeta' =$   | 54.5             | 34.5             | 19.2              | 8.7               | 1.8               |                   | 2.2               | 10.2              | 20.9              | 37.8              | 54.5              |
| $\zeta(S) =$   | 43 15 43.5       | 43 15 38.1       | 43 15 38.8        | 43 15 34.3        | 43 15 36.2        | 43 15 28          | 43 15 35.8        | 43 15 27.8        | 43 15 22.1        | 43 15 10.2        | 43 15 13.5        |
| $\delta(S) =$  | 2 51 2           | 2 51 2           | 2 51 2            | 2 51 2            | 2 51 2            | 2 51 2            | 2 51 2            | 2 51 2            | 2 51 2            | 2 51 2            | 2 51 2            |
| $\varphi = \delta - \zeta' =$  | 40 24 41.5       | 40 24 36.1       | 40 24 36.8        | 40 24 32.3        | 40 24 34.2        | 40 24 26.0        | 40 24 33.8        | 40 24 25.8        | 40 24 20.1        | 40 24 8.2         | 40 24 11.5        |
|  | 11.5             | 8.2              | 20.1              | 25.8              | 33.8              | 26.0              |                   |                   |                   |                   |                   |
| Promedios. . . . .   | 40 24 26.5       | 40 24 22.1       | 40 24 28.4        | 40 24 29.0        | 40 24 34.0        | 40 24 26.0        |                   |                   |                   |                   |                   |

Promedios de los valores de  $\varphi$ , correspondientes á observaciones equidistantes de la culminacion.

|       |              |
|-------|--------------|
| 40 24 | 26.5         |
|       | 22.1         |
|       | 28.4         |
|       | 29.0         |
|       | 34.0         |
|       | 26.0         |
|       | 166.0        |
|       | 40 24' 27".7 |

Latitud del extremo Raso del Monte.  $\varphi =$



V. Sabiendo ya la manera de determinar la latitud pasaremos á describir las operaciones que es preciso ejecutar para la orientacion de la base y determinacion del estado del reloj por medio de observaciones al Sol. Las expresadas observaciones pueden ejecutarse 3, 4 ó 5 horas ántes ó despues de la culminacion del expresado astro y se procederá del modo siguiente:

Rectificado el teodolito, se enfla la señal colocada en el otro extremo de la base dos veces, en dos posiciones inversas del anteojo respecto al eje vertical del aparato; y se leen y anotan las graduaciones que en el círculo azimutal corresponden á las dos punterías.

Se dirige luego el anteojo al Sol; y, antes de que la imagen del astro llegue á tocar en el hilo vertical y central del retículo, se aprieta el tornillo de presion que une el círculo de los nonios al limbo azimutal. Se observan con cuidado los dos contactos sucesivos del disco solar con aquel hilo, moviendo en sentido zenital el anteojo cuanto sea necesario para que se verifiquen en la interseccion de ambos hilos horizontal y vertical; anotándose la graduacion única del limbo azimutal y las indicaciones del reloj que correspondan á los dos contactos.

Se afloja despues el tornillo de presion del círculo azimutal; se invierte el anteojo de la derecha á la izquierda ó viceversa; y se repite con el Sol lo acabado de explicar.

Concluido esto, se vuelve á enflar dos veces la señal colocada en el otro extremo de la base como al empezar la operacion.

Para poder determinar el estado del reloj, inmediatamente despues de verificadas las observaciones de azimut; si se opera por la mañana, ó ántes, si por la tarde, se observan los contactos sucesivos con el hilo horizontal del retículo, junto á su interseccion con el vertical, de ambas regiones, superior é inferior, del disco del Sol, tanto con el anteojo á la derecha como á la izquierda del eje vertical del aparato. De las graduaciones leidas, juntamente con la de la línea vertical, se deducirán las *distancias zenitales* del Sol; y de aquí por el cálculo lo que el reloj debería marcar entónces. La diferencia con lo que marcaba en realidad, leido tambien y anotado



**Estado del reloj y orientacion de la base Raso del Monte-Carretera, por medio de observaciones al Sol, haciendo estacion en el extremo Raso.**

La observacion se verificó el dia (astronómico) 17 de Abril de 1876. (\*)

| Objetos observados. | Anteojos & la | Tiempo de las observaciones. |    |    | Notas. |     |    | Lecturas azimutales. |    |    | Tiempo de las observaciones.           |  |    | Extremos del nivel. |    | Notas. |    |  | Lecturas zenitales. |  |  |
|---------------------|---------------|------------------------------|----|----|--------|-----|----|----------------------|----|----|--|--|----|---------------------|----|--------|----|--|---------------------|--|--|
|                     |               | H.                           | M. | S. | I      | o   | '  | ''                   | H. | M. | S.                                     | a'                                     |    | I                   | o  | '      | '' |  |                     |  |  |
|                     |               | »                            | »  | »  | II     |     |    |                      | »  | »  | »                                      |  |    | II                  |    |        |    |  |                     |  |  |
| Carretera           | I             | »                            | »  | »  | I      | 180 | 47 | 20                   | »  | »  | »                                      | a' = 7,0                               | I  | 99                  | 43 | 30     |    |  |                     |  |  |
|                     | »             | »                            | »  | »  | II     | 0   | 47 | 20                   | »  | »  | »                                      | a'' = 19,5                             | II | 279                 | 43 | 20     |    |  |                     |  |  |
|                     |               |                              |    |    |        |     |    |                      |    |    |  | a' + a'' = 26,5                        |    |                     |    |        |    |  |                     |  |  |
| Carretera           | D             | »                            | »  | »  | I      | 180 | 47 | 40                   | »  | »  | »                                      | a <sub>1</sub> = 5,0                   | I  | 279                 | 43 | 00     |    |  |                     |  |  |
|                     | »             | »                            | »  | »  | II     | 0   | 47 | 50                   | »  | »  | »                                      | a <sub>2</sub> = 18,0                  | II | 99                  | 42 | 05     |    |  |                     |  |  |
|                     |               |                              |    |    |        |     |    |                      |    |    |  | a <sub>1</sub> + a <sub>2</sub> = 23,0 |    |                     |    |        |    |  |                     |  |  |
| Sol.                | D             | 4                            | 57 | 3  | I      | 228 | 26 | 30                   | 4  | 58 | 39                                     | a <sub>1</sub> = 9,5                   | I  | 261                 | 18 | 30     |    |  |                     |  |  |
|                     | »             | 5                            | 0  | 27 | II     | 48  | 26 | 40                   |    |    |  | a <sub>2</sub> = 22,5                  | II | 81                  | 18 | 30     |    |  |                     |  |  |
|                     |               |                              |    |    |        |     |    |                      |    |    |  | a <sub>1</sub> + a <sub>2</sub> = 32,0 |    |                     |    |        |    |  |                     |  |  |
|                     | D             | 5                            | 2  | 15 | I      | 229 | 17 | 50                   | 5  | 3  | 59                                     | a <sub>1</sub> = 9,5                   | I  | 262                 | 19 | 20     |    |  |                     |  |  |
| »                   | 5             | 5                            | 45 | II | 49     | 17  | 50 |                      |    |    | a <sub>2</sub> = 22,5                  | II                                     | 81 | 19                  | 40 |        |    |  |                     |  |  |
|                     |               |                              |    |    |        |     |    |                      |    |    | a <sub>1</sub> + a <sub>2</sub> = 32,0 |  |    |                     |    |        |    |  |                     |  |  |
| Sol.                | I             | 5                            | 7  | 54 | I      | 230 | 10 | 30                   | 5  | 9  | 33                                     | a' = 4,5                               | I  | 116                 | 3  | 30     |    |  |                     |  |  |
|                     | »             | 5                            | 11 | 20 | II     | 50  | 10 | 40                   |    |    |  | a'' = 17,5                             | II | 296                 | 3  | 30     |    |  |                     |  |  |
|                     |               |                              |    |    |        |     |    |                      |    |    | a' + a'' = 22,0                        |  |    |                     |    |        |    |  |                     |  |  |
| Sol.                | I             | 5                            | 12 | 47 | I      | 230 | 57 | 40                   | 5  | 14 | 29                                     | a' = 5,0                               | I  | 115                 | 7  | 40     |    |  |                     |  |  |
|                     | »             | 5                            | 16 | 12 | II     | 50  | 58 | 0                    |    |    |  | a'' = 18,5                             | II | 295                 | 7  | 50     |    |  |                     |  |  |
|                     |               |                              |    |    |        |     |    |                      |    |    | a' + a'' = 23,5                        |  |    |                     |    |        |    |  |                     |  |  |
| Carretera           | I             | »                            | »  | »  | I      | 180 | 47 | 30                   | »  | »  | »                                      | a' = 7,5                               | I  | 99                  | 43 | 30     |    |  |                     |  |  |
|                     | »             | »                            | »  | »  | II     | 0   | 47 | 30                   |    |    |  | a'' = 20,5                             | II | 279                 | 43 | 20     |    |  |                     |  |  |
|                     |               |                              |    |    |        |     |    |                      |    |    | a' + a'' = 28,0                        |  |    |                     |    |        |    |  |                     |  |  |
| Carretera           | D             | »                            | »  | »  | I      | 180 | 47 | 50                   | »  | »  | »                                      | a <sub>1</sub> = 5,0                   | I  | 279                 | 43 | 10     |    |  |                     |  |  |
|                     | »             | »                            | »  | »  | II     | 0   | 47 | 50                   |    |    |  | a <sub>2</sub> = 18,0                  | II | 99                  | 43 | 00     |    |  |                     |  |  |
|                     |               |                              |    |    |        |     |    |                      |    |    | a <sub>1</sub> + a <sub>2</sub> = 23,0 |  |    |                     |    |        |    |  |                     |  |  |

(\*) En los dias astronómicos las horas se cuentan de 0<sup>h</sup> á 24, á partir del paso del Sol por el meridiano.

**VI.** Utilizando las observaciones de que nos acabamos de ocupar, se emplea la fórmula siguiente para hallar el estado de reloj.

$$\cos. T = \frac{\cos. z - \text{sen. } \varphi \text{ sen. } \delta}{\cos. \varphi \cos. \delta}$$

en la cual representan

T..... el horario del Sol expresado en arco, y correspondiente al momento de la observacion.

z..... la distancia zenital observada, referida al centro del Sol.

$\varphi$ ..... la latitud del lugar de la observacion.

$\delta$ ..... la declinacion del Sol, en el momento de la observacion.

Obtenida la latitud del lugar y el estado del reloj, se calcula el azimut de la base por medio de las fórmulas siguientes:

$$\text{tang. } \frac{1}{2} (\Lambda + q) = \frac{\text{tang. } \frac{1}{2} T \times \text{sen. } \frac{1}{2} (\varphi + \delta)}{\cos. \frac{1}{2} (\varphi - \delta)}$$

$$\text{tang. } \frac{1}{2} (\Lambda - q) = \frac{\text{tang. } \frac{1}{2} T \times \text{sen. } \frac{1}{2} (\varphi + \delta)}{\text{sen. } \frac{1}{2} (\varphi - \delta)}$$

En las que, T,  $\varphi$  y  $\delta$ , representan lo anteriormente dicho.

A..... el azimut del Sol, contado desde el S.

q..... el ángulo de posicion.

Este último ángulo no se necesita conocer, toda vez que se elimina en el cálculo.

El orden de los cálculos es el que indican los siguientes formularios:

**Cálculo para determinar el estado del reloj empleado en la orientación de la base Raso del Monte.-Carretera.**

*Las observaciones se verificaron en el extremo Raso del Monte, el día 17 (astronómico) de Abril de 1878.*

|  |  |  |  |
|--|--|--|--|
| Latitud del lugar $\varphi$                                  | $= 40^{\circ} 24' 28''$                  | $\log. \text{sen. } \varphi = \overline{1,8117246}$                      | $\log. \text{cos. } \dots = \overline{1,8816416}$                        |
|  |  | $\log. \text{sen. } \delta = \overline{1,2650404}$                       | $\log. \text{cos. } \delta \dots = \overline{1,9925131}$                 |
| Declinacion del sol en el momento de la observacion. . . . . | $\delta = 10^{\circ} 36' 30'' \text{ N}$ | $\log. \text{sen. } \varphi \text{ sen. } \delta = \overline{1,0767050}$ | $\log. \text{cos. } \varphi \text{ cos. } \delta = \overline{1,8641547}$ |
|  |  | $\text{sen. } \varphi \text{ sen. } \delta = 0,1193343$                  | $c. \log. \text{cos. } \varphi \text{ cos. } \delta = 0,1258453$         |

$$\cos. T = \frac{\cos. z - \text{sen. } \varphi \text{ sen. } \delta}{\cos. \varphi \text{ cos. } \delta}$$

|   | Anteojos á la          |                        |                        |                        |
|---|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
|   | D                      | D                      | I                      | I                      |
| Graduacion del zenit. . . . .   | 189° 40' 41''          | 189° 40' 41''          | 189° 40' 41''          | 189° 40' 41''          |
| Lecturas zenitales. (corregidas de inclinacion). . . . .  | 261 15 18              | 262 16 18              | 116 1 18               | 115 5 24               |
| Distancia zenital aparente. . . . .   | 71 34 37               | 72 35 37               | 73 39 23               | 74 35 17               |
| Correccion por refraccion y paralaje. . . . . $\rho - \pi$  | 2 44                   | 2 54                   | 3 7                    | 3 19                   |
| Semidiámetro del sol. . . . . $\frac{\rho + \pi}{R}$  | 71 37 21               | 72 38 31               | 73 42 30               | 74 38 36               |
|   | 15 58                  | 15 58                  | 15 58                  | 15 58                  |
| Distancia zenital verdadera del centro del sol. . . . . $z =$   | 71 21 23               | 72 22 33               | 73 26 32               | 74 22 38               |
| log. cos. $z =$   | $\overline{1,5047163}$ | $\overline{1,4811157}$ | $\overline{1,4548175}$ | $\overline{1,4302407}$ |
| cos. $z =$  | 0,3196806              | 0,3027720              | 0,2849820              | 0,2693021              |
| sen. $\varphi$ sen. $\delta =$  | 0,1193343              | 0,1193343              | 0,1193343              | 0,1193343              |
| cos. $z - \text{sen. } \varphi \text{ sen. } \delta =$  | 0,2003463              | 0,1834377              | 0,1656477              | 0,1499678              |
| log. (cos. $z - \text{sen. } \varphi \text{ sen. } \delta) =$   | $\overline{1,3017813}$ | $\overline{1,2634886}$ | $\overline{1,2191854}$ | $\overline{1,1759980}$ |
| c. log. cos. $\varphi$ cos. $\delta =$  | 0,1258453              | 0,1258453              | 0,1258453              | 0,1258453              |
| log. (cos. $z - \text{sen. } \varphi \text{ sen. } \delta) + c. \log. \text{cos. } \varphi \text{ cos. } \delta = \log. \text{cos. } T$ | $\overline{1,4276266}$ | $\overline{1,3893339}$ | $\overline{1,3450307}$ | $\overline{1,3018433}$ |
| Horario del sol (en arco) ó T.º. . . . .  | 74° 28' 25''           | 75° 48' 46''           | 77° 12' 48''           | 78° 26' 28''           |
| Reduccion de arco á tiempo. . . . .   | h. m. s.<br>4 56 00    | h. m. s.<br>5 0 00     | h. m. s.<br>5 8 00     | h. m. s.<br>5 12 00    |
|   | 1 52                   | 3 12                   | 0 48                   | 1 44                   |
|   | 1,6                    | 3,1                    | 3,2                    | 1,8                    |
| Horario verdadero en tiempo. . . . .  | h. m. s.<br>4 57 53,6  | h. m. s.<br>5 3 15,1   | h. m. s.<br>5 8 51,2   | h. m. s.<br>5 13 45,8  |
| Mediodia verdadero, referido al lugar y momento de la observacion. . . . .  | 23 59 29               | 23 59 29               | 23 59 29               | 23 59 29               |
| Tiempo medio. . . . .   | 4 57 22,6              | 5 2 44,1               | 5 8 20,2               | 5 13 14,8              |
| Tiempo medio de las observaciones, segun el reloj. . . . .  | 4 58 39,0              | 5 3 59,0               | 5 9 33,0               | 5 14 29,0              |
| Estados del reloj. . . . .  | 0 1 16,4               | 0 1 14,9               | 0 1 12,8               | 0 1 14,2               |

|                            |          |           |
|----------------------------|----------|-----------|
| Estados del reloj. . . . . | h. m. s. |           |
|                            | 0 1 16,4 |           |
|                            | 0 1 14,9 |           |
|                            | 0 1 12,8 |           |
|                            | 0 1 14,2 |           |
| Suma. . . . .              | 0 4 58,3 |           |
| Promedio. . . . .          | 0 1 15   | Adelanta. |



**Cálculo del azimut de la base Raso del Monte.—Carretera.**

*Determinado por observaciones del sol.*

Desde el extremo Raso del Monte, verificadas el día 17 de Abril de 1878.

$$\text{tang. } \frac{1}{2}(A+q) = \frac{\text{tang. } \frac{1}{2}T \cdot \text{sen. } \frac{1}{2}(\varphi+\delta)}{\text{cos. } \frac{1}{2}(\varphi-\delta)}$$

$$\text{tang. } \frac{1}{2}(A-q) = \frac{\text{tang. } \frac{1}{2}T \cdot \text{cos. } \frac{1}{2}(\varphi+\delta)}{\text{sen. } \frac{1}{2}(\varphi-\delta)}$$

|   | Anteojo á la                                 |                   |                          |                   |       |                   |       |                   |
|---|--|-------------------|--------------------------|-------------------|-------|-------------------|-------|-------------------|
|   | D  |                   | D                        |                   | I     |                   | I     |                   |
|   | h.   | m. s.             | h.                       | m. s.             | h.    | m. s.             | h.    | m. s.             |
| Tiempos del reloj, correspondientes á dos contactos sucesivos del disco con el hilo vertical. . . . . | $T_1$  | 4 57 3            | $T_2$                    | 5 2 15            | $T_3$ | 5 7 54            | $T_4$ | 5 12 47           |
|   |  | 5 00 27           |                          | 5 5 45            |       | 5 11 20           |       | 5 16 12           |
| $T_1 + T_2$   |  | 9 57 30           | $T_3 + T_4$              | 10 8 00           |       | 10 19 14          |       | 10 28 59          |
| Paso del centro del sol, por el hilo vertical   | $\frac{1}{2}(T_1 + T_2)$                     | 4 58 45,0         | $\frac{1}{2}(T_3 + T_4)$ | 5 4 00,0          |       | 5 9 37,0          |       | 5 14 29,5         |
| Estado del reloj. . . . .   |  | 0 1 15,0          |                          | 0 1 15,0          |       | 0 1 15,0          |       | 0 1 15,0          |
| Tiempo medio del mismo paso. . . . .  |  | 4 57 30,0         |                          | 5 2 45,0          |       | 5 8 22,0          |       | 5 13 14,5         |
| Mediodía verd.º referido al lugar y momento de la observacion.  |  | 23 59 29,0        |                          | 23 59 29,0        |       | 23 59 29,0        |       | 23 59 29,0        |
| Horario verdadero del sol   | T  | 4 58 1,0          |                          | 5 3 16,0          |       | 5 8 53,0          |       | 5 13 45,5         |
|   | $\frac{1}{2}T$                               | 2 29 0,5          |                          | 2 31 38,0         |       | 2 34 26,5         |       | 2 36 52,75        |
| Reduccion de tiempo á arco. . . . .   |  | 30° 0' 0"         |                          | 30° 0' 0"         |       | 30° 0' 0"         |       | 30° 0' 0"         |
|   |  | 7 15 0            |                          | 7 45 0            |       | 8 30 0            |       | 9 0 0             |
|   |  | 0 0               |                          | 9 30              |       | 6 30              |       | 13 0              |
|   |  | 7                 |                          | 0                 |       | 7                 |       | 11                |
|   | $\frac{1}{2}T$                               | 37° 15' 7"        |                          | 37° 54' 30"       |       | 38° 36' 37"       |       | 39° 13' 11"       |
| Declinacion del sol en el momento medio de la observacion   | $\varphi$                                    | 40 24 28          |                          |                   |       |                   |       |                   |
|   | $\delta$                                     | 10 36 30, N       |                          |                   |       |                   |       |                   |
|   | $\varphi - \delta$                           | 29 47 58          |                          |                   |       |                   |       |                   |
|   | $\varphi + \delta$                           | 51 0 58           |                          |                   |       |                   |       |                   |
|   | $\frac{1}{2}(\varphi - \delta)$              | 14 53 59          |                          |                   |       |                   |       |                   |
|   | $\frac{1}{2}(\varphi + \delta)$              | 25 30 29          |                          |                   |       |                   |       |                   |
|   | log. tang. $\frac{1}{2}T$                    | $\bar{1},8810828$ |                          | $\bar{1},8913771$ |       | $\bar{1},9023202$ |       | $\bar{1},9117718$ |
|   | log. sen. $\frac{1}{2}(\varphi + \delta)$    | $\bar{1},6341124$ |                          | $\bar{1},6341124$ |       | $\bar{1},6341124$ |       | $\bar{1},6341124$ |
|   | c. log. cos. $\frac{1}{2}(\varphi - \delta)$ | 0,0148432         |                          | 0,0148432         |       | 0,0148432         |       | 0,0148432         |
|   | log. tang. $\frac{1}{2}(A+q)$                | $\bar{1},5300384$ |                          | $\bar{1},5403327$ |       | $\bar{1},5512758$ |       | $\bar{1},5607274$ |
|   | log. tang. $\frac{1}{2}T$                    | $\bar{1},8810828$ |                          | $\bar{1},8913771$ |       | $\bar{1},9023202$ |       | $\bar{1},9117718$ |
|   | log. cos. $\frac{1}{2}(\varphi + \delta)$    | $\bar{1},9554592$ |                          | $\bar{1},9554592$ |       | $\bar{1},9554592$ |       | $\bar{1},9554592$ |
|   | c. log. sen. $\frac{1}{2}(\varphi - \delta)$ | 0,5898504         |                          | 0,5898504         |       | 0,5898504         |       | 0,5898504         |
|   | log. tang. $\frac{1}{2}(A-q)$                | 0,4263924         |                          | 0,4366867         |       | 0,4476298         |       | 0,4570814         |
|   | $\frac{1}{2}(A+q)$                           | 18° 43' 13"       |                          | 19° 8' 13"        |       | 19° 35' 18"       |       | 19° 59' 8"        |
|   | $\frac{1}{2}(A-q)$                           | 69 27 44          |                          | 69 54 16          |       | 70 21 57          |       | 70 45 26          |
| Azimut del sol  | A  | 88 10 57          |                          | 89 2 29           |       | 89 57 15          |       | 90 44 34          |
| Lecturas azimutales. . . . .  |  | 228 26 35         |                          | 229 17 50         |       | 230 10 35         |       | 230 57 50         |
| Graduacion de la meridiana. . . . .   |  | 140 15 38         |                          | 140 15 21         |       | 140 13 20         |       | 140 13 16         |
| Promedio de las lecturas al extremo Carretera. . . . .  |  | 180 47 36         |                          | 180 47 36         |       | 180 47 36         |       | 180 47 36         |
| Ángulo con la meridiana. . . . .  |  | 40 31 58          |                          | 40 32 15          |       | 40 34 16          |       | 40 34 20          |
| Ángulos con la meridiana. . . . .   |  | 40° 31' 58"       |                          |                   |       |                   |       |                   |
|   |  | 75                |                          |                   |       |                   |       |                   |
|   |  | 196               |                          |                   |       |                   |       |                   |
|   |  | 200               |                          |                   |       |                   |       |                   |
| Suma. . . . .   |  |                   |                          | 529               |       |                   |       |                   |
| Azimut. . . . .   |  |                   |                          | 40° 31' 12"       |       |                   |       |                   |



## APÉNDICE 2.<sup>o</sup>

---

### Método de Grassi para la nivelación barométrica.

---

I. Como ampliacion á lo que en el curso de Física se estudia sobre *nivelacion barométrica*, creemos útil explicar aqui, tomándolo del *Anuario del Observatorio Astronómico de Madrid*, el uso de unas tablas que facilitan los cálculos de dicha nivelacion.

Las tablas á que nos referimos, y que van puestas al final de este libro con los números 9 y 10, están sacadas de otra deducida por *Grassi* fundándose en la fórmula de nivelacion barométrica del conde de *Saint-Robert*.

La tabla 9.<sup>a</sup> contiene el desnivel, en metros, que corresponde á 1<sup>mm</sup> de variacion en la columna barométrica, á diversas presiones, desde 500 á 780<sup>mm</sup>, y temperatura comun de 0°. Asi, por ejemplo: cuando la presion barométrica sea de 508<sup>mm</sup>, ó de 611<sup>mm</sup>,6 ó de 724<sup>mm</sup>,52, consultando la tabla y efectuando una sencilla interpolacion, se deducirá que el barómetro descenderia 1<sup>mm</sup> si, desde los diversos puntos de partida á que corresponden tales presiones, nos elevásemos en la atmósfera respectivamente 16,802 ó 13,122 ú 11,074 metros.

La tabla 10 comprende los factores porque los números de la anterior deben multiplicarse para pasar de la temperatura 0° á otra cualquiera  $t$ , que puede variar desde los 0° á los 35°. Si, por ejemplo, la presion de 724<sup>mm</sup>,52 se ha observado á los 27°,8 de temperatura del aire, el número 11,074 metros, que representa el

desnivel correspondiente á 1<sup>mm</sup> de variacion y temperatura de 0°, deberá multiplicarse por el factor 1,1020 para obtener el 12,203 metros, que corresponde á la temperatura á que se ha hecho la observacion.

Despues de explicada la disposicion y uso de ambas tablas, resta advertir que el método de Grassi consiste: 1.°, en deducir las variaciones de nivel  $A_0$  y  $A$ , por milímetro de mercurio, que corresponden á la altura del barómetro  $H_0$  (reducida á la temperatura de 0° y corregida de capilaridad) y temperatura  $t_0$  del aire ambiente, observadas en la estacion inferior; y á la altura  $H$  y temperatura  $t$ , en la superior: 2.°, en formar el promedio,  $\frac{1}{2}(A_0 + A)$ , de las dos cantidades así determinadas; y 3.°, en multiplicar este promedio por la diferencia  $H_0 - H$ . El producto que resulte expresará muy aproximadamente la diferencia de nivel buscada, sobre todo cuando esta diferencia no sea muy considerable, ó no pase de 1000 metros, como frecuentemente sucede en la práctica.

Por via de aclaracion de cuanto precede, resolvamos el siguiente ejemplo:

Sea  $H_0 = 738^{\text{mm}},5$ ,  $t_0 = 25^{\circ},7$  la altura barométrica y temperatura del aire observadas en la primera estacion, reducida la primera á 0° y corregida de capilaridad, y  $H = 686^{\text{mm}},4$ ,  $t = 26,1$  los mismos datos tomados en la segunda estacion.

En la tabla 9 corresponden á las mencionadas alturas barométricas los números 10,863 y 11,690 metros. Y estos números, multiplicados por los factores 1,0943 y 1,0958, que en la tabla 10 corresponden á las susodichas temperaturas  $t_0$  y  $t$ , se convertirán en:

$$A_0 = 11,886 \quad \text{y} \quad A = 12,809 \text{ metros.}$$

La semisuma de dichas cantidades es  $\frac{1}{2}(A_0 + A) = 12,347$  metros, multiplicada por la diferencia  $H_0 - H = 52,1$ , arroja de producto, y como expresion de la diferencia de nivel buscada, el número 643,3 metros.

**II.** Cuando las observaciones se hubiesen hecho sin el detenimiento necesario, ó con instrumentos de problemática precision, ó en condiciones atmosféricas poco favorables, á la regla de Grassi podrá substituirse la siguiente, todavia más rápida y sencilla.

1.º Fórmese la semisuma  $\frac{1}{2}(H_0 + H)$  y la  $\frac{1}{2}(t_0 + t) : 712^{\text{mm}},5$  y  $25^{\circ},9$ , en el ejemplo anterior.

2.º Búsquese en la tabla 9 el número que corresponde al argumento  $\frac{1}{2}(H_0 + H)$ ; y en la 10 el que se refiere al  $\frac{1}{2}(t_0 + t) : 11,261$  y  $1,095$  respectivamente en el ejemplo que suponemos.

3.º Hállese el producto de ambos números:  $12,330$ .

Y 4.º Multiplíquese este producto por la diferencia  $H_0 - H : 52,4$  en el caso de que se trata.

El producto final,  $642,4$  metros, representará el valor del desnivel, con cuanta aproximación real á la verdad puede racionalmente esperarse en las circunstancias y condiciones supuestas.



## APÉNDICE 3.º

---

### Escalas que deben adoptarse en los planos.

---

*Artillería.*—Junta Superior Facultativa.—Excmo. Sr.:—Ente-  
rada la Junta de lo que V. E. se sirve prevenirla en su superior  
orden de 15 del corriente, respecto á fijar las escalas más conve-  
nientes en los planos y dibujos, tanto de terrenos como de edificios  
y el material, se ha ocupado en estudiar lo que con igual fin se  
practica en otros países, toda vez que en este particular, lo más  
interesante es el fijar reglas, cualquiera que ellas sean, y por lo  
mismo era preferible optar por las más generalmente admitidas,  
acordando en su consecuencia manifestar a V. E. lo siguiente, que  
en su sentir es lo que puede V. E. ordenar se observe como más  
conveniente.

### Objetos del material.

---

1.º *Piezas, cureñas, carruajes, juegos de armas y atatajes.*—  
Planos para una coleccion, en hojas de 270 milímetros de ancho  
por 190 milímetros de alto, escala  $\frac{1}{20}$  del natural. Planos de pro-  
yectos  $\frac{1}{10}$  el conjunto,  $\frac{1}{2}$  los detalles de madera ó bronce,  $\frac{2}{3}$  deta-  
lles de piezas de hierro.

2.º *Proyectiles, artificios y otros objetos de dimensiones pare-  
cidas.*—Planos para coleccion  $\frac{1}{10}$ , proyectos  $\frac{1}{5}$ , detalles de madera  
ó metal  $\frac{2}{3}$ .

3.º *Armas portátiles, instrumentos de precision, máquinas  
muy pequeñas.*—Planos para coleccion  $\frac{1}{10}$ , proyectos  $\frac{2}{5}$ , detalles  
 $\frac{1}{3}$ , detalles más pequeños é interesantes  $\frac{1}{2}$ .

### **Baterías permanentes.**

---

Planos generales de las baterías, espaldones, resguardos, observaciones, comunicaciones y otras obras de escuela práctica  $\frac{1}{500}$  (2 milímetros por metro.) Proyectos  $\frac{1}{200}$  (5 milímetros por metro.) Perfiles, esplanadas, blindajes, pequeños repuestos de pólvora  $\frac{1}{100}$  (10 milímetros por metro.)

### **Edificios, máquinas y terrenos de corta extensión.**

---

1.º *Edificios.*—Planos generales  $\frac{1}{500}$  (2 milímetros por metro.) Proyectos de edificios, cortes, elevaciones  $\frac{1}{200}$  (5 milímetros por metro.) Maderámen, otros detalles y techumbres  $\frac{1}{100}$  (10 milímetros por metro.)

2.º *Polígonos, (escuelas prácticas), y terrenos de corta extensión.*—Planos generales  $\frac{1}{2000}$  (1 milímetro por 2 metros). Proyectos y detalles  $\frac{1}{1000}$  (1 milímetro por metro.)

3.º *Máquinas aisladas, ó reunion de varias máquinas.*—Planos generales,  $\frac{1}{200}$  (5 milímetros por metro), detalles  $\frac{1}{100}$  (10 milímetros por metro.)

### **Plazas de guerra y fuertes sean ó nó permanentes.**

---

Planos de las plazas con sus alrededores hasta 5 kilómetros  $\frac{1}{10000}$  (1 milímetro por 10 metros). Fuertes y frentes de fortificación  $\frac{1}{1000}$  (1 milímetro por metro). Perfiles  $\frac{1}{250}$  (5 milímetros por metro.)

Todo proyecto debe constar del plano, la memoria razonada, el croquis del terreno en que se piensa establecer con curvas de nivel, y los presupuestos detallados con arreglo á los precios de la localidad.

### Trazado de los planos y colores convencionales.

- 1.º Toda obra de fábrica existente, se traza con tinta de china y líneas continuas, lavándola de rojo.
- 2.º Todo proyecto de obra aprobado ya, pero no ejecutado aun, se traza con tinta de china y líneas continuas, lavándolo de amarillo (Tierra y obras de fábrica).
- 3.º Todo proyecto aun no aprobado, como los anteriores, sin más diferencia que las líneas son de puntos.
- 4.º Obras de fábrica arruinadas ó destruidas, ó bien obras subterráneas de fábrica, línea de puntos y lavado de rojo.
- 5.º Obras de tierra destruidas, líneas de puntos y lavado negro.
- 6.º En los edificios particulares, se usa el rojo claro.
- 7.º En los edificios públicos se usa el rojo oscuro, y se representan con techos, tejados ó azoteas.
- 8.º En los edificios de Artillería se usa el color azul, y se representan como los públicos.
- 9.º Todo plano de terreno debe orientarse.
- 10.º Los objetos todos del material, se trazan en todas ocasiones con líneas continuas ó de puntos segun conviene á la mejor inteligencia, de tinta de china y sin lavarlas.

Por más que éstas reglas puedan y deban servir de norma, parece necesario, el que cuando convenga y expresando los motivos que para ello pueda haber, se modifiquen por los que estén en el caso de aplicarlas, pues es casi imposible ni abrazar todos los casos ni que en alguno particular, no sea más acertado el prescindir de ellos.

No obstante lo dicho, V. E. con su superior ilustracion, resolverá lo más acertado.

Lo que por acuerdo de esta Junta Superior Facultativa, pongo en conocimiento de V. E. en contestacion á la superior orden citada. Dios guarde á V. E. muchos años. Madrid 27 de Diciembre de 1858. Excmo. Sr.—El Vicepresidente, Juan Barbaza.—Excmo. Sr. Director general del Cuerpo.



TABLA 1.ª

| Mes y día.  | Latitudes. |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-------------|------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
|             | 36°        | 37° | 38° | 39° | 40° | 41° | 42° | 43° | 44° |
| Enero... 1. | -13        | -10 | -7  | -4  | -1  | +2  | +5  | +9  | +12 |
|             | 6. 13      | 10  | 7   | 4   | 1   | 2   | 5   | 8   | 12  |
|             | 11. 12     | 10  | 7   | 4   | 1   | 2   | 5   | 8   | 11  |
|             | 16. 12     | 9   | 6   | 4   | 1   | 2   | 5   | 8   | 11  |
|             | 21. 11     | 9   | 6   | 4   | 1   | 1   | 4   | 7   | 10  |
|             | 26. 10     | 8   | 6   | 4   | 1   | 1   | 4   | 6   | 9   |
| 31. 9       | 7          | 5   | 3   | 1   | 1   | 4   | 6   | 9   |     |
| Febrero. 5. | 9          | 7   | 5   | 3   | 1   | 1   | 3   | 6   | 8   |
|             | 10. 8      | 6   | 4   | 3   | 1   | 1   | 3   | 5   | 7   |
|             | 15. 7      | 5   | 4   | 2   | 1   | 1   | 2   | 4   | 6   |
|             | 20. 6      | 4   | 3   | 2   | 1   | 1   | 2   | 4   | 6   |
|             | 25. 5      | 4   | 3   | 2   | 1   | 1   | 2   | 3   | 4   |
| Marzo... 1. | 4          | 3   | 2   | 2   | 1   | 1   | 2   | 3   | 4   |
|             | 6. 3       | 3   | 2   | 2   | 1   | 0   | 1   | 1   | 3   |
|             | 11. 2      | 1   | 1   | 1   | 1   | 0   | 1   | 1   | 2   |
|             | 16. 1      | 1   | 0   | 0   | 0   | 0   | 1   | 1   | 1   |
|             | 21. +1     | +1  | +0  | +0  | +0  | -0  | -0  | -0  | -0  |
|             | 26. 1      | 1   | 0   | 0   | 0   | 0   | 1   | 1   | 1   |
| 31. 2       | 2          | 1   | 1   | 0   | 0   | 1   | 1   | 2   |     |
| Abril... 5. | 3          | 3   | 2   | 1   | 0   | 0   | 1   | 2   | 3   |
|             | 10. 4      | 3   | 2   | 1   | 0   | 1   | 2   | 2   | 4   |
|             | 15. 5      | 4   | 2   | 1   | 0   | 1   | 2   | 4   | 5   |
|             | 20. 6      | 5   | 3   | 2   | 1   | 1   | 2   | 4   | 5   |
|             | 25. 7      | 6   | 4   | 3   | 1   | 1   | 2   | 5   | 6   |
| 30. 8       | 6          | 4   | 3   | 1   | 2   | 3   | 6   | 8   |     |
| Mayo... 5.  | 9          | 7   | 5   | 3   | 1   | 2   | 3   | 6   | 8   |
|             | 10. 9      | 7   | 5   | 3   | 1   | 2   | 4   | 7   | 9   |
|             | 15. 10     | 8   | 6   | 3   | 1   | 2   | 4   | 7   | 10  |
|             | 20. 11     | 9   | 7   | 4   | 1   | 2   | 4   | 7   | 10  |
|             | 25. 12     | 10  | 7   | 4   | 1   | 2   | 4   | 7   | 10  |
|             | 30. 12     | 10  | 7   | 4   | 1   | 2   | 5   | 8   | 11  |
| Junio... 4. | 13         | 10  | 7   | 5   | 2   | 2   | 5   | 8   | 11  |
|             | 9. 13      | 10  | 7   | 5   | 2   | 2   | 5   | 8   | 12  |
|             | 14. 13     | 10  | 7   | 5   | 2   | 2   | 5   | 9   | 13  |
|             | 19. 14     | 11  | 8   | 5   | 2   | 2   | 5   | 8   | 13  |
|             | 24. 14     | 11  | 8   | 5   | 2   | 2   | 5   | 8   | 12  |
|             | 29. +13    | +11 | +8  | +5  | +2  | -2  | -5  | -8  | -12 |

TABLA I.<sup>a</sup>

| Mes y día.     | Latitudes. |     |     |     |     |     |     |     |     |
|----------------|------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
|                | 36°        | 37° | 38° | 39° | 40° | 41° | 42° | 43° | 44° |
| Julio. .... 4. | +13        | +10 | +7  | +4  | +1  | -2  | -5  | -8  | -12 |
| 9.             | 13         | 10  | 7   | 4   | 1   | 2   | 5   | 8   | 11  |
| 14.            | 12         | 9   | 7   | 4   | 1   | 2   | 5   | 8   | 11  |
| 19.            | 11         | 9   | 6   | 3   | 1   | 2   | 5   | 8   | 11  |
| 24.            | 11         | 8   | 6   | 3   | 1   | 2   | 5   | 7   | 10  |
| 29.            | 11         | 8   | 6   | 3   | 1   | 1   | 4   | 6   | 10  |
| Agosto. ... 3. | 9          | 7   | 5   | 3   | 1   | 1   | 4   | 6   | 8   |
| 8.             | 9          | 7   | 5   | 3   | 1   | 1   | 3   | 5   | 7   |
| 13.            | 8          | 6   | 4   | 3   | 1   | 1   | 3   | 5   | 7   |
| 18.            | 7          | 5   | 4   | 2   | 0   | 1   | 3   | 5   | 6   |
| 23.            | 6          | 4   | 3   | 2   | 0   | 1   | 2   | 4   | 6   |
| 28.            | 5          | 4   | 3   | 2   | 0   | 1   | 2   | 3   | 4   |
| Setiembre 2.   | 4          | 3   | 2   | 1   | 0   | 1   | 1   | 2   | 4   |
| 7.             | 3          | 2   | 1   | 1   | 0   | 1   | 1   | 2   | 3   |
| 12.            | 2          | 2   | 1   | 1   | 0   | 0   | 1   | 1   | 1   |
| 17.            | 1          | 1   | 1   | 0   | 0   | 0   | 0   | 1   | 1   |
| 22.            | 0          | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   |
| 27.            | -1         | -1  | -1  | -0  | -0  | +0  | +0  | +1  | +1  |
| Octubre... 2.  | 2          | 1   | 1   | 1   | 0   | 0   | 1   | 1   | 2   |
| 7.             | 3          | 2   | 2   | 1   | 0   | 0   | 1   | 2   | 3   |
| 12.            | 4          | 3   | 2   | 1   | 0   | 1   | 2   | 3   | 4   |
| 17.            | 5          | 4   | 3   | 2   | 1   | 1   | 2   | 3   | 4   |
| 22.            | 6          | 5   | 3   | 2   | 1   | 1   | 2   | 4   | 5   |
| 27.            | 6          | 5   | 4   | 2   | 1   | 1   | 3   | 5   | 6   |
| Noviembre 1.   | 7          | 6   | 4   | 2   | 1   | 1   | 3   | 5   | 7   |
| 6.             | 8          | 7   | 5   | 3   | 1   | 1   | 3   | 5   | 8   |
| 11.            | 9          | 8   | 5   | 4   | 1   | 1   | 3   | 6   | 8   |
| 16.            | 10         | 8   | 6   | 4   | 1   | 1   | 4   | 6   | 9   |
| 21.            | 10         | 8   | 6   | 4   | 1   | 1   | 5   | 7   | 10  |
| 26.            | 11         | 10  | 7   | 4   | 1   | 1   | 5   | 7   | 10  |
| Diciembre 1.   | 12         | 10  | 7   | 4   | 1   | 2   | 5   | 8   | 11  |
| 6.             | 12         | 10  | 7   | 4   | 1   | 2   | 5   | 8   | 12  |
| 11.            | 13         | 10  | 7   | 4   | 1   | 2   | 5   | 9   | 12  |
| 16.            | 13         | 10  | 7   | 4   | 1   | 2   | 5   | 9   | 13  |
| 21.            | 14         | 11  | 8   | 5   | 1   | 2   | 5   | 9   | 13  |
| 26.            | 13         | 10  | 7   | 4   | 1   | 2   | 6   | 9   | 13  |
| 31.            | -13        | -10 | -7  | -4  | -1  | +2  | +5  | +9  | +12 |

**TABLA 2.<sup>a</sup>**

III

Hora del paso superior de la Polar por el meridiano, expresada en  
tiempo medio (1877).

|             |    | H. M. S.              |                        |    | H. M. S.              |  |
|-------------|----|-----------------------|------------------------|----|-----------------------|--|
| Enero.....  | 1  | 6...27...26 <i>n</i>  | Agosto....             | 4  | 4...22...32 <i>m</i>  |  |
|             | 6  | 6... 7...42           |                        | 9  | 4... 2...57           |  |
|             | 11 | 5...47...58           |                        | 14 | 3...43...22           |  |
|             | 16 | 5...28...14           |                        | 19 | 3...23...46           |  |
|             | 21 | 5... 8...30           |                        | 24 | 3... 4...10           |  |
|             | 26 | 4...48...46 <i>t</i>  |                        | 29 | 2...44...34           |  |
|             | 31 | 4...29... 2           | Setiembre.             | 3  | 2...24...57           |  |
| Febrero.... | 5  | 4... 9...18           |                        | 8  | 2... 5...20           |  |
|             | 10 | 3...49...35           |                        | 13 | 1...45...43           |  |
|             | 15 | 3...29...51           |                        | 18 | 1...26... 6           |  |
|             | 20 | 3...10... 8           |                        | 23 | 1... 6...29           |  |
|             | 25 | 2...50...25           |                        | 28 | 12...46...51          |  |
| Marzo.....  | 2  | 2...30...43           | Octubre....            | 3  | 12...27...13          |  |
|             | 7  | 2...11... 1           |                        | 9  | 12... 3...38          |  |
|             | 12 | 1...51...19           |                        | 11 | 11...59...42 <i>n</i> |  |
|             | 17 | 1...31...38           |                        | 12 | 11...47...55          |  |
|             | 22 | 1...11...57           |                        | 17 | 11...23...16          |  |
|             | 27 | 12...52...17          |                        | 22 | 11... 8...37          |  |
| Abril.....  | 1  | 12...32...37          |                        | 27 | 10...48...57          |  |
|             | 6  | 12...12...57          | Noviembre              | 1  | 10...29...16          |  |
|             | 11 | 11...53...18 <i>m</i> |                        | 6  | 10... 9...36          |  |
|             | 16 | 11...33...39          |                        | 11 | 9...49...55           |  |
|             | 21 | 11...14... 1          |                        | 16 | 9...30...13           |  |
|             | 26 | 10...54...23          |                        | 21 | 9...10...31           |  |
| Mayo.....   | 1  | 10...34...46          |                        | 26 | 8...50...49           |  |
|             | 6  | 10...15... 9          | Diciembre.             | 1  | 8...31... 7           |  |
|             | 11 | 9...55...32           |                        | 6  | 8...11...24           |  |
|             | 16 | 9...35...55           |                        | 11 | 7...51...41           |  |
|             | 21 | 9...16...19           |                        | 16 | 7...31...58           |  |
|             | 26 | 8...56...43           |                        | 21 | 7...12...15           |  |
|             | 31 | 8...37... 8           |                        | 26 | 6...52...31           |  |
| Junio.....  | 5  | 8...17...32           |                        | 31 | 6...32...47           |  |
|             | 10 | 7...57...57           | <i>Tabla auxiliar.</i> |    |                       |  |
|             | 15 | 7...38...22           | Dias.                  |    | M. S.                 |  |
|             | 20 | 7...18...47           | 1.....                 |    | 3...56                |  |
|             | 25 | 6...59...12           | 2.....                 |    | 7...52                |  |
|             | 30 | 6...39...37           | 3.....                 |    | 11...48               |  |
| Julio.....  | 5  | 6...20... 2           | 4.....                 |    | 15...42               |  |
|             | 10 | 6... 0...27           |                        |    |                       |  |
|             | 15 | 5...40...52           |                        |    |                       |  |
|             | 20 | 5...21...17           |                        |    |                       |  |
|             | 25 | 5... 1...42           |                        |    |                       |  |
|             | 30 | 4...42... 7           |                        |    |                       |  |

ARGUMENTOS:

Horarios en tiempo

| H.           | 36°   | 36° <sup>1</sup> / <sub>2</sub> | 37°    | 37° <sup>1</sup> / <sub>2</sub> | 38°    | 38° <sup>1</sup> / <sub>2</sub> | 39°    | 39° <sup>1</sup> / <sub>4</sub> | 40°    |
|--------------|-------|---------------------------------|--------|---------------------------------|--------|---------------------------------|--------|---------------------------------|--------|
| <i>h. m.</i> |       |                                 |        |                                 |        |                                 |        |                                 |        |
| 5—0          | 97',0 | 97',7                           | 98',3  | 99',0                           | 99',6  | 100',3                          | 101',0 | 101',8                          | 102',5 |
| 5            | 97',5 | 98',2                           | 98',8  | 99',5                           | 100',1 | 100',8                          | 101',5 | 102',3                          | 103',0 |
| 10           | 98',0 | 98',7                           | 99',3  | 100',0                          | 100',6 | 101',3                          | 102',0 | 102',8                          | 103',5 |
| 15           | 98',4 | 99',1                           | 99',7  | 100',4                          | 101',0 | 101',7                          | 102',4 | 103',2                          | 103',9 |
| 20           | 98',7 | 99',4                           | 100',1 | 100',8                          | 101',4 | 102',1                          | 102',8 | 103',6                          | 104',3 |
| 25           | 99',0 | 99',7                           | 100',4 | 101',1                          | 101',7 | 102',4                          | 103',1 | 103',9                          | 104',6 |
| 30           | 99',3 | 100',0                          | 100',6 | 101',3                          | 101',9 | 102',7                          | 103',4 | 104',2                          | 104',9 |
| 35           | 99',5 | 100',2                          | 100',8 | 101',5                          | 102',1 | 102',9                          | 103',6 | 104',4                          | 105',1 |
| 40           | 99',7 | 100',4                          | 101',0 | 101',7                          | 102',3 | 103',1                          | 103',8 | 104',6                          | 105',3 |
| 45           | 99',8 | 100',5                          | 101',1 | 101',8                          | 102',5 | 103',2                          | 103',9 | 104',7                          | 105',4 |
| 50           | 99',9 | 100',6                          | 101',2 | 101',9                          | 102',6 | 103',3                          | 103',9 | 104',7                          | 105',4 |
| 55           | 99',9 | 100',6                          | 101',2 | 101',9                          | 102',6 | 103',3                          | 103',9 | 104',7                          | 105',4 |
| 6—0          | 99',9 | 100',6                          | 101',2 | 101',9                          | 102',5 | 103',2                          | 103',9 | 104',7                          | 105',4 |
| 5            | 99',8 | 100',5                          | 101',1 | 101',8                          | 102',4 | 103',1                          | 103',8 | 104',6                          | 105',3 |
| 10           | 99',7 | 100',4                          | 101',0 | 101',7                          | 102',3 | 103',0                          | 103',7 | 104',5                          | 105',2 |
| 15           | 99',5 | 100',2                          | 100',8 | 101',5                          | 102',1 | 102',8                          | 103',5 | 104',3                          | 105',0 |
| 20           | 99',3 | 100',0                          | 100',6 | 101',3                          | 101',9 | 102',6                          | 103',3 | 104',1                          | 104',8 |
| 25           | 99',0 | 99',7                           | 100',3 | 101',0                          | 101',6 | 102',4                          | 103',1 | 103',8                          | 104',5 |
| 30           | 98',7 | 99',4                           | 100',0 | 100',7                          | 101',3 | 102',1                          | 102',8 | 103',5                          | 104',2 |
| 35           | 98',4 | 99',0                           | 99',6  | 100',3                          | 101',0 | 101',7                          | 102',4 | 103',1                          | 103',8 |
| 40           | 98',0 | 98',6                           | 99',2  | 99',9                           | 100',6 | 101',3                          | 102',0 | 102',7                          | 103',4 |
| 45           | 97',6 | 98',2                           | 98',8  | 99',5                           | 100',1 | 100',8                          | 101',5 | 102',2                          | 102',9 |
| 50           | 97',1 | 97',7                           | 98',3  | 99',0                           | 99',6  | 100',3                          | 101',0 | 101',7                          | 102',4 |
| 55           | 96',5 | 97',1                           | 97',7  | 98',4                           | 99',0  | 99',7                           | 100',4 | 101',1                          | 101',8 |
| 7—0          | 95',9 | 96',5                           | 97',1  | 97',8                           | 98',4  | 99',1                           | 99',8  | 100',5                          | 101',2 |
| 5            | 95',3 | 95',9                           | 96',5  | 97',1                           | 97',7  | 98',4                           | 99',1  | 99',8                           | 100',5 |
| 10           | 94',6 | 95',2                           | 95',8  | 96',4                           | 97',0  | 97',7                           | 98',4  | 99',1                           | 99',8  |
| 15           | 93',8 | 94',4                           | 95',0  | 95',7                           | 96',3  | 97',0                           | 97',6  | 98',3                           | 99',0  |
| 20           | 93',0 | 93',6                           | 94',2  | 94',9                           | 95',5  | 96',2                           | 96',8  | 97',5                           | 98',2  |
| 25           | 92',2 | 92',8                           | 93',4  | 94',1                           | 94',7  | 95',4                           | 96',0  | 96',7                           | 97',3  |
| 30           | 91',3 | 91',9                           | 92',5  | 93',2                           | 93',8  | 94',5                           | 95',1  | 95',8                           | 96',4  |
| 35           | 90',4 | 91',0                           | 91',6  | 92',3                           | 92',9  | 93',6                           | 94',2  | 94',9                           | 95',5  |
| 40           | 89',4 | 90',1                           | 90',7  | 91',4                           | 92',0  | 92',6                           | 93',2  | 93',9                           | 94',5  |
| 45           | 88',4 | 89',1                           | 89',7  | 90',4                           | 91',0  | 91',6                           | 92',2  | 92',9                           | 93',5  |
| 50           | 87',4 | 88',1                           | 88',7  | 89',3                           | 89',9  | 90',5                           | 91',1  | 91',8                           | 92',5  |
| 55           | 86',4 | 87',0                           | 87',6  | 88',2                           | 88',8  | 89',4                           | 90',0  | 90',7                           | 91',4  |
| 8—0          | 85',3 | 85',9                           | 86',5  | 87',1                           | 87',7  | 88',3                           | 88',9  | 89',6                           | 90',2  |
| 5            | 84',2 | 84',8                           | 85',4  | 86',0                           | 86',5  | 87',1                           | 87',7  | 88',4                           | 89',0  |
| 10           | 83',0 | 83',6                           | 84',2  | 84',8                           | 85',3  | 85',9                           | 86',5  | 87',2                           | 87',8  |
| 15           | 81',8 | 82',4                           | 83',0  | 83',5                           | 84',0  | 84',6                           | 85',2  | 85',9                           | 86',5  |
| 20           | 80',6 | 81',2                           | 81',7  | 82',2                           | 82',7  | 83',3                           | 83',9  | 84',6                           | 85',1  |
| 25           | 79',3 | 79',9                           | 80',4  | 80',9                           | 81',4  | 82',0                           | 82',6  | 83',2                           | 83',7  |

**TABLA 3.<sup>a</sup>**

*la Polar (1877.)*

medio y latitud del lugar.

| 40°   | 40° 1/2 | 41°   | 41° 1/2 | 42°   | 42° 1/2 | 43°   | 43° 1/2 | 44°   | H.           |
|-------|---------|-------|---------|-------|---------|-------|---------|-------|--------------|
|       |         |       |         |       |         |       |         |       | <i>h. m.</i> |
| 102,5 | 103,3   | 104,0 | 104,8   | 105,6 | 106,5   | 107,4 | 108,3   | 109,2 | 5—0          |
| 103,0 | 103,8   | 104,5 | 105,3   | 106,1 | 107,0   | 107,9 | 108,8   | 109,7 | 5            |
| 103,5 | 104,3   | 105,0 | 105,8   | 106,6 | 107,5   | 108,4 | 109,3   | 110,2 | 10           |
| 103,9 | 104,7   | 105,4 | 106,3   | 107,1 | 108,0   | 108,8 | 109,7   | 110,6 | 15           |
| 104,3 | 105,1   | 105,8 | 106,7   | 107,5 | 108,4   | 109,2 | 110,1   | 111,0 | 20           |
| 104,6 | 105,4   | 106,1 | 107,0   | 107,8 | 108,7   | 109,6 | 110,5   | 111,4 | 25           |
| 104,9 | 105,7   | 106,4 | 107,3   | 108,1 | 109,0   | 109,9 | 110,8   | 111,7 | 30           |
| 105,1 | 105,9   | 106,6 | 107,5   | 108,3 | 109,2   | 110,1 | 111,1   | 112,0 | 35           |
| 105,3 | 106,1   | 106,8 | 107,7   | 108,5 | 109,4   | 110,3 | 111,3   | 112,2 | 40           |
| 105,4 | 106,2   | 106,9 | 107,8   | 108,6 | 109,5   | 110,4 | 111,4   | 112,3 | 45           |
| 105,4 | 106,2   | 107,0 | 107,9   | 108,7 | 109,6   | 110,5 | 111,5   | 112,4 | 50           |
| 105,4 | 106,2   | 107,0 | 107,9   | 108,7 | 109,6   | 110,5 | 111,5   | 112,4 | 55           |
| 105,4 | 106,2   | 107,0 | 107,9   | 108,7 | 109,6   | 110,5 | 111,4   | 112,3 | 6—0          |
| 105,3 | 106,1   | 106,9 | 107,8   | 108,6 | 109,5   | 110,4 | 111,3   | 112,2 | 5            |
| 105,2 | 106,0   | 106,8 | 107,7   | 108,5 | 109,4   | 110,3 | 111,2   | 112,1 | 10           |
| 105,0 | 105,8   | 106,6 | 107,5   | 108,3 | 109,2   | 110,1 | 111,0   | 111,9 | 15           |
| 104,8 | 105,6   | 106,4 | 107,3   | 108,1 | 109,0   | 109,8 | 110,8   | 111,7 | 20           |
| 104,5 | 105,3   | 106,1 | 107,0   | 107,8 | 108,7   | 109,5 | 110,5   | 111,4 | 25           |
| 104,2 | 105,0   | 105,8 | 106,7   | 107,5 | 108,3   | 109,1 | 110,1   | 111,0 | 30           |
| 103,8 | 104,6   | 105,4 | 106,3   | 107,1 | 107,9   | 108,7 | 109,7   | 110,6 | 35           |
| 103,4 | 104,2   | 105,0 | 105,8   | 106,6 | 107,4   | 108,2 | 109,2   | 110,1 | 40           |
| 102,9 | 103,7   | 104,5 | 105,3   | 106,1 | 106,9   | 107,7 | 108,7   | 109,6 | 45           |
| 102,4 | 103,2   | 103,9 | 104,8   | 105,6 | 106,4   | 107,1 | 108,1   | 109,0 | 50           |
| 101,8 | 102,6   | 103,3 | 104,2   | 105,0 | 105,8   | 106,5 | 107,5   | 108,4 | 55           |
| 101,2 | 102,0   | 102,7 | 103,5   | 104,3 | 105,1   | 105,9 | 106,8   | 107,7 | 7—0          |
| 100,5 | 101,3   | 102,0 | 102,8   | 103,6 | 104,4   | 105,2 | 106,1   | 107,0 | 5            |
| 99,8  | 100,6   | 101,3 | 102,1   | 102,9 | 103,7   | 104,4 | 105,3   | 106,2 | 10           |
| 99,0  | 99,8    | 100,5 | 101,3   | 102,1 | 102,9   | 103,6 | 104,5   | 105,4 | 15           |
| 98,2  | 99,0    | 99,7  | 100,5   | 101,2 | 102,0   | 102,7 | 103,6   | 104,5 | 20           |
| 97,3  | 98,1    | 98,8  | 99,6    | 100,3 | 101,1   | 101,8 | 102,7   | 103,6 | 25           |
| 96,4  | 97,2    | 97,9  | 98,7    | 99,4  | 100,2   | 100,9 | 101,8   | 102,6 | 30           |
| 95,5  | 96,3    | 97,0  | 97,8    | 98,5  | 99,2    | 99,9  | 100,8   | 101,6 | 35           |
| 94,5  | 95,3    | 96,0  | 96,8    | 97,5  | 98,2    | 98,9  | 99,8    | 100,6 | 40           |
| 93,5  | 94,3    | 94,9  | 95,7    | 96,4  | 97,1    | 97,8  | 98,7    | 99,5  | 45           |
| 92,5  | 93,2    | 93,8  | 94,6    | 95,3  | 96,0    | 96,7  | 97,5    | 98,3  | 50           |
| 91,4  | 92,1    | 92,7  | 93,4    | 94,1  | 94,8    | 95,5  | 96,3    | 97,1  | 55           |
| 90,2  | 90,9    | 91,5  | 92,2    | 92,9  | 93,6    | 94,3  | 95,1    | 95,8  | 8—0          |
| 89,0  | 89,7    | 90,2  | 90,9    | 91,6  | 92,3    | 93,0  | 93,8    | 94,5  | 5            |
| 87,8  | 88,4    | 88,9  | 89,6    | 90,3  | 91,0    | 91,7  | 92,5    | 93,2  | 10           |
| 86,5  | 87,1    | 87,6  | 88,3    | 89,0  | 89,7    | 90,4  | 91,1    | 91,8  | 15           |
| 85,1  | 85,8    | 86,3  | 87,0    | 87,6  | 88,3    | 89,0  | 89,7    | 90,4  | 20           |
| 83,7  | 84,4    | 85,0  | 85,6    | 86,2  | 86,9    | 87,5  | 88,2    | 88,9  | 25           |

*Reduccion al horizonte de una longitud de 100<sup>m</sup> medida con la Estadia.*

| Inclina-<br>cion. | Pro-<br>yeccion<br>de<br>100 <sup>m</sup> |
|-------------------|---|-------------------|---|-------------------|---|-------------------|---|-------------------|---|
| 1°                | 99,979                                    | 7°                | 98,515                                    | 13°               | 94,940                                    | 19°               | 89,441                                    | 25°               | 82,139                                    |
| 2°                | 99,878                                    | 8°                | 98,063                                    | 14°               | 94,147                                    | 20°               | 88,302                                    | 26°               | 80,783                                    |
| 3°                | 99,726                                    | 9°                | 97,553                                    | 15°               | 93,301                                    | 21°               | 87,157                                    | 27°               | 79,389                                    |
| 4°                | 99,513                                    | 10°               | 96,985                                    | 16°               | 92,402                                    | 22°               | 85,967                                    | 28°               | 77,960                                    |
| 5°                | 99,240                                    | 11°               | 96,359                                    | 17°               | 91,460                                    | 23°               | 84,733                                    | 29°               | 76,496                                    |
| 6°                | 98,907                                    | 12°               | 95,677                                    | 18°               | 90,451                                    | 24°               | 83,456                                    | 30°               | 75,000                                    |

Reduccion al horizonte de las distancias medidas con la Estadia.

| Inclinacion del eje optico. | Proyeccion horizontal de una distancia de |                 |                 |                 |                 |                 |                 |                 |                 |
|-----------------------------|---|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
|                             | 10 <sup>m</sup>                           | 20 <sup>m</sup> | 30 <sup>m</sup> | 40 <sup>m</sup> | 50 <sup>m</sup> | 60 <sup>m</sup> | 70 <sup>m</sup> | 80 <sup>m</sup> | 90 <sup>m</sup> |
|                             | m   | m               | m               | m               | m               | m               | m               | m               | m               |
| 1 <sup>o</sup>              | 9,99                                      | 19,99           | 29,99           | 39,99           | 49,98           | 59,98           | 69,98           | 79,98           | 89,97           |
| 2                           | 9,98                                      | 19,98           | 29,97           | 39,96           | 49,95           | 59,94           | 69,94           | 79,92           | 89,91           |
| 3                           | 9,98                                      | 19,96           | 29,93           | 39,91           | 49,88           | 59,86           | 69,84           | 79,82           | 89,80           |
| 4                           | 9,97                                      | 19,92           | 29,88           | 39,84           | 49,80           | 59,76           | 69,72           | 79,68           | 89,65           |
| 5                           | 9,94                                      | 19,88           | 29,81           | 39,75           | 49,69           | 59,63           | 69,57           | 79,50           | 89,44           |
| 6                           | 9,91                                      | 19,82           | 29,73           | 39,64           | 49,56           | 59,46           | 69,37           | 79,27           | 89,20           |
| 7                           | 9,88                                      | 19,76           | 29,64           | 39,52           | 49,40           | 59,28           | 69,16           | 79,04           | 88,91           |
| 8                           | 9,84                                      | 19,68           | 29,53           | 39,37           | 49,21           | 59,06           | 68,90           | 78,74           | 88,58           |
| 9                           | 9,80                                      | 19,60           | 29,40           | 39,21           | 49,01           | 58,80           | 68,61           | 78,41           | 88,21           |
| 10                          | 9,75                                      | 19,51           | 29,27           | 39,02           | 48,78           | 58,54           | 68,29           | 78,05           | 87,79           |
| 11                          | 9,70                                      | 19,41           | 29,11           | 38,82           | 48,52           | 58,22           | 67,93           | 77,64           | 87,34           |
| 12                          | 9,65                                      | 19,30           | 28,95           | 38,60           | 48,24           | 57,90           | 67,55           | 77,20           | 86,84           |
| 13                          | 9,59                                      | 19,18           | 28,77           | 38,35           | 47,94           | 57,54           | 67,13           | 76,71           | 86,30           |
| 14                          | 9,52                                      | 19,05           | 28,57           | 38,10           | 47,62           | 57,14           | 66,66           | 76,19           | 85,70           |
| 15                          | 9,45                                      | 18,91           | 28,37           | 37,82           | 47,27           | 56,74           | 66,19           | 75,64           | 85,09           |
| 16                          | 9,38                                      | 18,76           | 28,14           | 37,53           | 46,91           | 56,28           | 65,66           | 75,05           | 84,43           |
| 17                          | 9,30                                      | 18,60           | 27,91           | 37,21           | 46,52           | 55,82           | 65,12           | 74,82           | 83,72           |
| 18                          | 9,21                                      | 18,44           | 27,66           | 36,89           | 46,11           | 55,32           | 64,55           | 73,77           | 82,99           |
| 19                          | 9,13                                      | 18,27           | 27,46           | 36,54           | 45,67           | 54,92           | 64,00           | 73,08           | 82,22           |
| 20                          | 9,04                                      | 18,09           | 27,13           | 36,18           | 45,22           | 54,26           | 63,31           | 72,36           | 81,40           |
| 21                          | 8,95                                      | 17,90           | 26,85           | 35,80           | 44,75           | 53,60           | 62,65           | 71,60           | 80,56           |
| 22                          | 8,85                                      | 17,70           | 26,56           | 35,41           | 44,26           | 53,12           | 61,97           | 70,82           | 79,67           |
| 23                          | 8,75                                      | 17,50           | 26,25           | 35,00           | 43,75           | 52,50           | 61,25           | 70,00           | 78,75           |
| 24                          | 8,64                                      | 17,29           | 25,93           | 34,58           | 43,22           | 51,86           | 60,51           | 69,16           | 77,80           |
| 25                          | 8,53                                      | 17,07           | 25,66           | 34,14           | 42,68           | 51,32           | 59,82           | 68,28           | 76,82           |
| 26                          | 8,42                                      | 16,84           | 25,27           | 33,69           | 42,11           | 50,54           | 58,96           | 67,38           | 75,80           |
| 27                          | 8,31                                      | 16,61           | 24,92           | 33,23           | 41,53           | 49,84           | 58,14           | 66,49           | 74,76           |
| 28                          | 8,19                                      | 16,37           | 24,56           | 32,75           | 40,93           | 49,12           | 57,31           | 65,50           | 73,68           |
| 29                          | 8,06                                      | 16,12           | 24,19           | 32,26           | 40,32           | 48,38           | 56,44           | 64,52           | 72,58           |
| 30                          | 7,94                                      | 15,87           | 23,82           | 31,75           | 39,69           | 47,64           | 55,58           | 63,51           | 71,45           |
| 31                          | 7,81                                      | 15,62           | 23,43           | 31,24           | 39,05           | 46,86           | 54,67           | 62,48           | 70,29           |
| 32                          | 7,68                                      | 15,36           | 23,04           | 30,72           | 38,40           | 46,08           | 53,76           | 61,43           | 69,11           |
| 33                          | 7,54                                      | 15,09           | 22,63           | 30,18           | 37,73           | 45,26           | 52,81           | 60,37           | 67,91           |
| 34                          | 7,41                                      | 14,81           | 22,22           | 29,63           | 37,04           | 44,44           | 51,85           | 59,26           | 66,67           |

*Reduccion al horizonte de una longitud de 100<sup>m</sup> medida sobre un terreno inclinado.*

| Inclina-<br>cion. | Pro-<br>yeccion<br>de<br>100 <sup>m</sup> |
|-------------------|---|-------------------|---|-------------------|---|-------------------|---|-------------------|---|
| 1°                | 99,985                                    | 10°               | 98,481                                    | 19°               | 94,552                                    | 28°               | 88,295                                    | 37°               | 79,863                                    |
| 2°                | 99,940                                    | 11°               | 98,163                                    | 20°               | 93,969                                    | 29°               | 87,462                                    | 38°               | 78,801                                    |
| 3°                | 99,863                                    | 12°               | 97,815                                    | 21°               | 93,358                                    | 30°               | 86,600                                    | 39°               | 77,347                                    |
| 4°                | 99,757                                    | 13°               | 97,437                                    | 22°               | 92,718                                    | 31°               | 85,717                                    | 40°               | 76,604                                    |
| 5°                | 99,619                                    | 14°               | 97,030                                    | 23°               | 92,051                                    | 32°               | 84,805                                    | 41°               | 75,470                                    |
| 6°                | 99,452                                    | 15°               | 96,593                                    | 24°               | 91,354                                    | 33°               | 83,867                                    | 42°               | 74,314                                    |
| 7°                | 99,255                                    | 16°               | 96,126                                    | 25°               | 90,631                                    | 34°               | 82,904                                    | 43°               | 73,135                                    |
| 8°                | 99,027                                    | 17°               | 95,631                                    | 26°               | 89,881                                    | 35°               | 81,915                                    | 44°               | 71,934                                    |
| 9°                | 98,769                                    | 18°               | 95,106                                    | 27°               | 89,101                                    | 36°               | 80,902                                    | 45°               | 70,710                                    |

**TABLA 7.<sup>a</sup>**

*Múltiplos de las tangentes y cotangentes naturales.*

| Ángulos.                      | Múltiplos de las tangentes. |        |        |        |        |        |        |        |        | Ángulos   |
|-------------------------------|-----------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-----------|
|                               | 1                           | 2      | 3      | 4      | 5      | 6      | 7      | 8      | 9      |           |
| 0° — 0'                       | 0,0000                      | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 89° — 60' |
| 6                             | 0,0017                      | 0,0034 | 0,0051 | 0,0068 | 0,0085 | 0,0102 | 0,0119 | 0,0136 | 0,0153 | 54        |
| 12                            | 0,0035                      | 0,0070 | 0,0105 | 0,0140 | 0,0175 | 0,0210 | 0,0245 | 0,0280 | 0,0315 | 48        |
| 18                            | 0,0052                      | 0,0104 | 0,0156 | 0,0208 | 0,0260 | 0,0312 | 0,0364 | 0,0416 | 0,0468 | 42        |
| 24                            | 0,0070                      | 0,0140 | 0,0210 | 0,0280 | 0,0350 | 0,0420 | 0,0490 | 0,0560 | 0,0630 | 36        |
| 0° — 30'                      | 0,0087                      | 0,0174 | 0,0261 | 0,0348 | 0,0435 | 0,0522 | 0,0609 | 0,0696 | 0,0783 | 89° — 30' |
| 36                            | 0,0105                      | 0,0210 | 0,0315 | 0,0420 | 0,0525 | 0,0630 | 0,0735 | 0,0840 | 0,0945 | 24        |
| 42                            | 0,0122                      | 0,0244 | 0,0366 | 0,0488 | 0,0610 | 0,0732 | 0,0854 | 0,0976 | 0,1098 | 18        |
| 48                            | 0,0140                      | 0,0280 | 0,0420 | 0,0560 | 0,0700 | 0,0840 | 0,0980 | 0,1120 | 0,1260 | 12        |
| 54                            | 0,0157                      | 0,0314 | 0,0471 | 0,0628 | 0,0785 | 0,0942 | 0,1099 | 0,1256 | 0,1413 | 6         |
| 1° — 0'                       | 0,0175                      | 0,0350 | 0,0525 | 0,0700 | 0,0875 | 0,1050 | 0,1225 | 0,1400 | 0,1575 | 88° — 60' |
| 6                             | 0,0192                      | 0,0384 | 0,0576 | 0,0768 | 0,0960 | 0,1152 | 0,1344 | 0,1536 | 0,1728 | 54        |
| 12                            | 0,0209                      | 0,0418 | 0,0627 | 0,0836 | 0,1045 | 0,1254 | 0,1463 | 0,1672 | 0,1881 | 48        |
| 18                            | 0,0227                      | 0,0454 | 0,0681 | 0,0908 | 0,1135 | 0,1362 | 0,1589 | 0,1816 | 0,2043 | 42        |
| 24                            | 0,0244                      | 0,0488 | 0,0732 | 0,0976 | 0,1220 | 0,1464 | 0,1708 | 0,1952 | 0,2196 | 36        |
| 1° — 30'                      | 0,0262                      | 0,0524 | 0,0786 | 0,1048 | 0,1310 | 0,1572 | 0,1834 | 0,2096 | 0,2358 | 88° — 30' |
| 36                            | 0,0279                      | 0,0558 | 0,0837 | 0,1116 | 0,1395 | 0,1674 | 0,1953 | 0,2232 | 0,2511 | 24        |
| 42                            | 0,0297                      | 0,0594 | 0,0891 | 0,1188 | 0,1485 | 0,1782 | 0,2079 | 0,2376 | 0,2673 | 18        |
| 48                            | 0,0314                      | 0,0628 | 0,0942 | 0,1256 | 0,1570 | 0,1884 | 0,2198 | 0,2512 | 0,2826 | 12        |
| 54                            | 0,0332                      | 0,0664 | 0,0996 | 0,1328 | 0,1660 | 0,1992 | 0,2324 | 0,2656 | 0,2988 | 6         |
| 2° — 0'                       | 0,0349                      | 0,0698 | 0,1047 | 0,1396 | 0,1745 | 0,2094 | 0,2443 | 0,2792 | 0,3141 | 87° — 60' |
| 6                             | 0,0367                      | 0,0734 | 0,1101 | 0,1468 | 0,1835 | 0,2202 | 0,2569 | 0,2936 | 0,3303 | 54        |
| 12                            | 0,0384                      | 0,0768 | 0,1152 | 0,1536 | 0,1920 | 0,2304 | 0,2688 | 0,3072 | 0,3456 | 48        |
| 18                            | 0,0402                      | 0,0804 | 0,1206 | 0,1608 | 0,2010 | 0,2412 | 0,2814 | 0,3216 | 0,3618 | 42        |
| 24                            | 0,0419                      | 0,0838 | 0,1257 | 0,1676 | 0,2095 | 0,2514 | 0,2933 | 0,3352 | 0,3771 | 36        |
| 2° — 30'                      | 0,0437                      | 0,0874 | 0,1311 | 0,1748 | 0,2185 | 0,2622 | 0,3059 | 0,3496 | 0,3933 | 87° — 30' |
| 36                            | 0,0454                      | 0,0908 | 0,1362 | 0,1816 | 0,2270 | 0,2724 | 0,3178 | 0,3632 | 0,4086 | 24        |
| 42                            | 0,0472                      | 0,0944 | 0,1416 | 0,1888 | 0,2360 | 0,2832 | 0,3304 | 0,3776 | 0,4248 | 18        |
| 48                            | 0,0489                      | 0,0978 | 0,1467 | 0,1956 | 0,2445 | 0,2934 | 0,3423 | 0,3912 | 0,4401 | 12        |
| 54                            | 0,0507                      | 0,1014 | 0,1521 | 0,2028 | 0,2535 | 0,3042 | 0,3549 | 0,4056 | 0,4563 | 6         |
| 3° — 0'                       | 0,0524                      | 0,1048 | 0,1572 | 0,2096 | 0,2620 | 0,3144 | 0,3668 | 0,4192 | 0,4716 | 86° — 60' |
| 6                             | 0,0542                      | 0,1084 | 0,1626 | 0,2168 | 0,2710 | 0,3252 | 0,3794 | 0,4336 | 0,4878 | 54        |
| 12                            | 0,0559                      | 0,1118 | 0,1677 | 0,2236 | 0,2795 | 0,3354 | 0,3913 | 0,4472 | 0,5031 | 48        |
| 18                            | 0,0577                      | 0,1154 | 0,1731 | 0,2308 | 0,2885 | 0,3462 | 0,4039 | 0,4616 | 0,5193 | 42        |
| 24                            | 0,0594                      | 0,1188 | 0,1782 | 0,2376 | 0,2970 | 0,3564 | 0,4158 | 0,4752 | 0,5346 | 36        |
| 3° — 30'                      | 0,0612                      | 0,1224 | 0,1836 | 0,2448 | 0,3060 | 0,3672 | 0,4284 | 0,4896 | 0,5508 | 86° — 30' |
| 36                            | 0,0629                      | 0,1258 | 0,1887 | 0,2516 | 0,3145 | 0,3774 | 0,4403 | 0,5032 | 0,5661 | 24        |
| 42                            | 0,0647                      | 0,1294 | 0,1941 | 0,2588 | 0,3235 | 0,3882 | 0,4529 | 0,5176 | 0,5823 | 18        |
| 48                            | 0,0664                      | 0,1328 | 0,1992 | 0,2656 | 0,3320 | 0,3984 | 0,4648 | 0,5312 | 0,5976 | 12        |
| 54                            | 0,0682                      | 0,1364 | 0,2046 | 0,2728 | 0,3410 | 0,4092 | 0,4774 | 0,5456 | 0,6138 | 6         |
| Ángulos.                      | 1                           | 2      | 3      | 4      | 5      | 6      | 7      | 8      | 9      | Ángulos.  |
| Múltiplos de las cotangentes. |                             |        |        |        |        |        |        |        |        |           |

| Ángulos. | Múltiplos de las tangentes.   |        |        |        |        |        |        |        |        | Ángulos. |
|----------|-------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|----------|
|          | 1                             | 2      | 3      | 4      | 5      | 6      | 7      | 8      | 9      |          |
| 4°—0'    | 0,0699                        | 0,1398 | 0,2097 | 0,2796 | 0,3495 | 0,4194 | 0,4893 | 0,5592 | 0,6291 | 85°—60'  |
| 6        | 0,0717                        | 0,1434 | 0,2151 | 0,2868 | 0,3585 | 0,4302 | 0,5019 | 0,5736 | 0,6453 | 54       |
| 12       | 0,0734                        | 0,1468 | 0,2202 | 0,2936 | 0,3670 | 0,4404 | 0,5138 | 0,5872 | 0,6606 | 48       |
| 18       | 0,0752                        | 0,1504 | 0,2256 | 0,3008 | 0,3760 | 0,4512 | 0,5264 | 0,6016 | 0,6768 | 42       |
| 24       | 0,0769                        | 0,1538 | 0,2307 | 0,3076 | 0,3845 | 0,4614 | 0,5383 | 0,6152 | 0,6921 | 36       |
| 4°—30'   | 0,0787                        | 0,1574 | 0,2361 | 0,3148 | 0,3935 | 0,4722 | 0,5509 | 0,6296 | 0,7083 | 85°—30'  |
| 36       | 0,0805                        | 0,1610 | 0,2415 | 0,3220 | 0,4025 | 0,4830 | 0,5635 | 0,6440 | 0,7245 | 24       |
| 42       | 0,0822                        | 0,1644 | 0,2466 | 0,3288 | 0,4110 | 0,4932 | 0,5754 | 0,6576 | 0,7398 | 18       |
| 48       | 0,0840                        | 0,1680 | 0,2520 | 0,3360 | 0,4200 | 0,5040 | 0,5880 | 0,6720 | 0,7560 | 12       |
| 54       | 0,0857                        | 0,1714 | 0,2571 | 0,3428 | 0,4285 | 0,5142 | 0,6009 | 0,6956 | 0,7813 | 6        |
| 5°—0'    | 0,0875                        | 0,1750 | 0,2625 | 0,3500 | 0,4375 | 0,5250 | 0,6125 | 0,7000 | 0,7875 | 84°—60'  |
| 6        | 0,0892                        | 0,1784 | 0,2676 | 0,3568 | 0,4460 | 0,5352 | 0,6244 | 0,7136 | 0,8028 | 54       |
| 12       | 0,0910                        | 0,1820 | 0,2730 | 0,3640 | 0,4550 | 0,5460 | 0,6370 | 0,7280 | 0,8190 | 48       |
| 18       | 0,0928                        | 0,1856 | 0,2784 | 0,3712 | 0,4640 | 0,5568 | 0,6496 | 0,7424 | 0,8352 | 42       |
| 24       | 0,0945                        | 0,1890 | 0,2835 | 0,3780 | 0,4725 | 0,5670 | 0,6615 | 0,7560 | 0,8505 | 36       |
| 5°—30'   | 0,0963                        | 0,1926 | 0,2889 | 0,3852 | 0,4815 | 0,5778 | 0,6741 | 0,7704 | 0,8667 | 84°—30'  |
| 36       | 0,0981                        | 0,1962 | 0,2943 | 0,3924 | 0,4905 | 0,5886 | 0,6867 | 0,7848 | 0,8829 | 24       |
| 42       | 0,0998                        | 0,1996 | 0,2994 | 0,3992 | 0,4990 | 0,5988 | 0,6986 | 0,7984 | 0,8982 | 18       |
| 48       | 0,1016                        | 0,2032 | 0,3048 | 0,4064 | 0,5080 | 0,6096 | 0,7112 | 0,8128 | 0,9144 | 12       |
| 54       | 0,1033                        | 0,2066 | 0,3099 | 0,4132 | 0,5165 | 0,6198 | 0,7231 | 0,8264 | 0,9297 | 6        |
| 6°—0'    | 0,1051                        | 0,2102 | 0,3153 | 0,4204 | 0,5255 | 0,6306 | 0,7357 | 0,8408 | 0,9459 | 83°—60'  |
| 6        | 0,1069                        | 0,2138 | 0,3207 | 0,4276 | 0,5345 | 0,6414 | 0,7483 | 0,8552 | 0,9621 | 54       |
| 12       | 0,1086                        | 0,2172 | 0,3258 | 0,4344 | 0,5430 | 0,6516 | 0,7602 | 0,8688 | 0,9774 | 48       |
| 18       | 0,1104                        | 0,2208 | 0,3312 | 0,4416 | 0,5520 | 0,6624 | 0,7728 | 0,8832 | 0,9936 | 42       |
| 24       | 0,1122                        | 0,2244 | 0,3366 | 0,4488 | 0,5610 | 0,6732 | 0,7854 | 0,8974 | 1,0096 | 36       |
| 6°—30'   | 0,1139                        | 0,2278 | 0,3417 | 0,4556 | 0,5695 | 0,6834 | 0,7973 | 0,9112 | 1,0251 | 83°—30'  |
| 36       | 0,1157                        | 0,2314 | 0,3471 | 0,4628 | 0,5785 | 0,6942 | 0,8099 | 0,9256 | 1,0413 | 24       |
| 42       | 0,1175                        | 0,2350 | 0,3525 | 0,4700 | 0,5875 | 0,7050 | 0,8225 | 0,9400 | 1,0575 | 18       |
| 48       | 0,1192                        | 0,2384 | 0,3576 | 0,4768 | 0,5960 | 0,7152 | 0,8344 | 0,9536 | 1,0728 | 12       |
| 54       | 0,1210                        | 0,2420 | 0,3630 | 0,4840 | 0,6050 | 0,7260 | 0,8470 | 0,9680 | 1,0890 | 6        |
| 7°—0'    | 0,1228                        | 0,2456 | 0,3684 | 0,4912 | 0,6140 | 0,7368 | 0,8596 | 0,9824 | 1,1052 | 82°—60'  |
| 6        | 0,1246                        | 0,2492 | 0,3738 | 0,4984 | 0,6230 | 0,7476 | 0,8722 | 0,9968 | 1,1214 | 54       |
| 12       | 0,1263                        | 0,2526 | 0,3789 | 0,5052 | 0,6315 | 0,7578 | 0,8841 | 1,0104 | 1,1367 | 48       |
| 18       | 0,1281                        | 0,2562 | 0,3843 | 0,5124 | 0,6405 | 0,7686 | 0,8967 | 1,0248 | 1,1529 | 42       |
| 24       | 0,1299                        | 0,2598 | 0,3897 | 0,5196 | 0,6495 | 0,7794 | 0,9093 | 1,0392 | 1,1691 | 36       |
| 7°—30'   | 0,1317                        | 0,2634 | 0,3951 | 0,5268 | 0,6585 | 0,7902 | 0,9219 | 1,0536 | 1,1853 | 82°—30'  |
| 36       | 0,1334                        | 0,2668 | 0,4002 | 0,5336 | 0,6670 | 0,8004 | 0,9338 | 1,0672 | 1,2006 | 24       |
| 42       | 0,1352                        | 0,2704 | 0,4056 | 0,5408 | 0,6760 | 0,8112 | 0,9464 | 1,0816 | 1,2168 | 18       |
| 48       | 0,1370                        | 0,2740 | 0,4110 | 0,5480 | 0,6850 | 0,8220 | 0,9590 | 1,0960 | 1,2330 | 12       |
| 54       | 0,1388                        | 0,2776 | 0,4164 | 0,5552 | 0,6940 | 0,8328 | 0,9716 | 1,1104 | 1,2492 | 6        |
| Ángulos. | Múltiplos de las cotangentes. |        |        |        |        |        |        |        |        | Ángulos. |
|          | 1                             | 2      | 3      | 4      | 5      | 6      | 7      | 8      | 9      |          |

| Ángulos.                      |    | Múltiplos de las tangentes. |        |        |        |        |        |        |        |        | Ángulos. |  |
|-------------------------------|----|-----------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|----------|--|
|                               |    | 1                           | 2      | 3      | 4      | 5      | 6      | 7      | 8      | 9      |          |  |
| 8°—0'                         | 0  | 0,1405                      | 0,2810 | 0,4215 | 0,5620 | 0,7025 | 0,8430 | 0,9835 | 1,1240 | 1,2645 | 84°—60'  |  |
|                               | 6  | 0,1423                      | 0,2846 | 0,4269 | 0,5692 | 0,7115 | 0,8538 | 0,9961 | 1,1384 | 1,2807 |          |  |
|                               | 12 | 0,1441                      | 0,2882 | 0,4323 | 0,5764 | 0,7205 | 0,8646 | 1,0087 | 1,1528 | 1,2969 |          |  |
|                               | 18 | 0,1459                      | 0,2918 | 0,4377 | 0,5836 | 0,7295 | 0,8754 | 1,0213 | 1,1672 | 1,3131 |          |  |
|                               | 24 | 0,1477                      | 0,2954 | 0,4431 | 0,5908 | 0,7385 | 0,8862 | 1,0339 | 1,1816 | 1,3293 |          |  |
| 8°—30'                        | 0  | 0,1495                      | 0,2990 | 0,4485 | 0,5980 | 0,7475 | 0,8970 | 1,0465 | 1,1960 | 1,3455 | 81°—30'  |  |
|                               | 6  | 0,1512                      | 0,3024 | 0,4536 | 0,6048 | 0,7560 | 0,9072 | 1,0584 | 1,2096 | 1,3608 |          |  |
|                               | 12 | 0,1530                      | 0,3060 | 0,4590 | 0,6120 | 0,7650 | 0,9180 | 1,0710 | 1,2240 | 1,3770 |          |  |
|                               | 18 | 0,1548                      | 0,3096 | 0,4644 | 0,6192 | 0,7740 | 0,9288 | 1,0836 | 1,2384 | 1,3932 |          |  |
|                               | 24 | 0,1566                      | 0,3132 | 0,4698 | 0,6264 | 0,7830 | 0,9396 | 1,0962 | 1,2528 | 1,4094 |          |  |
| 9°—0'                         | 0  | 0,1584                      | 0,3168 | 0,4752 | 0,6336 | 0,7920 | 0,9504 | 1,1088 | 1,2672 | 1,4256 | 80°—60'  |  |
|                               | 6  | 0,1602                      | 0,3204 | 0,4806 | 0,6408 | 0,8010 | 0,9612 | 1,1214 | 1,2816 | 1,4418 |          |  |
|                               | 12 | 0,1620                      | 0,3240 | 0,4860 | 0,6480 | 0,8100 | 0,9720 | 1,1340 | 1,2960 | 1,4580 |          |  |
|                               | 18 | 0,1638                      | 0,3276 | 0,4914 | 0,6552 | 0,8190 | 0,9828 | 1,1466 | 1,3104 | 1,4742 |          |  |
|                               | 24 | 0,1655                      | 0,3310 | 0,4965 | 0,6620 | 0,8275 | 0,9930 | 1,1585 | 1,3240 | 1,4895 |          |  |
| 9°—30'                        | 0  | 0,1673                      | 0,3346 | 0,5019 | 0,6692 | 0,8365 | 1,0038 | 1,1711 | 1,3384 | 1,5057 | 80°—30'  |  |
|                               | 6  | 0,1691                      | 0,3382 | 0,5073 | 0,6764 | 0,8455 | 1,0146 | 1,1837 | 1,3528 | 1,5219 |          |  |
|                               | 12 | 0,1709                      | 0,3418 | 0,5127 | 0,6836 | 0,8545 | 1,0254 | 1,1963 | 1,3672 | 1,5381 |          |  |
|                               | 18 | 0,1727                      | 0,3454 | 0,5181 | 0,6908 | 0,8635 | 1,0362 | 1,2089 | 1,3816 | 1,5543 |          |  |
|                               | 24 | 0,1745                      | 0,3490 | 0,5235 | 0,6980 | 0,8725 | 1,0470 | 1,2215 | 1,3960 | 1,5705 |          |  |
| 10°—0'                        | 0  | 0,1763                      | 0,3526 | 0,5289 | 0,7052 | 0,8815 | 1,0578 | 1,2341 | 1,4104 | 1,5867 | 79°—60'  |  |
|                               | 6  | 0,1781                      | 0,3562 | 0,5343 | 0,7124 | 0,8905 | 1,0686 | 1,2467 | 1,4248 | 1,6029 |          |  |
|                               | 12 | 0,1799                      | 0,3598 | 0,5397 | 0,7196 | 0,8995 | 1,0794 | 1,2593 | 1,4392 | 1,6191 |          |  |
|                               | 18 | 0,1817                      | 0,3634 | 0,5451 | 0,7268 | 0,9085 | 1,0902 | 1,2719 | 1,4536 | 1,6353 |          |  |
|                               | 24 | 0,1835                      | 0,3670 | 0,5505 | 0,7340 | 0,9175 | 1,1010 | 1,2845 | 1,4680 | 1,6515 |          |  |
| 10°—30'                       | 0  | 0,1853                      | 0,3706 | 0,5559 | 0,7412 | 0,9265 | 1,1118 | 1,2971 | 1,4824 | 1,6677 | 79°—30'  |  |
|                               | 6  | 0,1871                      | 0,3742 | 0,5613 | 0,7484 | 0,9355 | 1,1226 | 1,3097 | 1,4968 | 1,6839 |          |  |
|                               | 12 | 0,1890                      | 0,3780 | 0,5670 | 0,7550 | 0,9450 | 1,1340 | 1,3230 | 1,5120 | 1,7010 |          |  |
|                               | 18 | 0,1908                      | 0,3816 | 0,5724 | 0,7632 | 0,9540 | 1,1448 | 1,3356 | 1,5264 | 1,7172 |          |  |
|                               | 24 | 0,1926                      | 0,3852 | 0,5778 | 0,7704 | 0,9630 | 1,1556 | 1,3482 | 1,5408 | 1,7334 |          |  |
| 11°—0'                        | 0  | 0,1944                      | 0,3888 | 0,5832 | 0,7776 | 0,9720 | 1,1664 | 1,3608 | 1,5552 | 1,7496 | 78°—60'  |  |
|                               | 6  | 0,1962                      | 0,3924 | 0,5886 | 0,7848 | 0,9810 | 1,1772 | 1,3734 | 1,5696 | 1,7658 |          |  |
|                               | 12 | 0,1980                      | 0,3960 | 0,5940 | 0,7920 | 0,9900 | 1,1880 | 1,3860 | 1,5840 | 1,7820 |          |  |
|                               | 18 | 0,1998                      | 0,3996 | 0,5994 | 0,7992 | 0,9990 | 1,1988 | 1,3986 | 1,5984 | 1,7982 |          |  |
|                               | 24 | 0,2016                      | 0,4032 | 0,6048 | 0,8064 | 1,0080 | 1,2096 | 1,4112 | 1,6128 | 1,8144 |          |  |
| 11°—30'                       | 0  | 0,2035                      | 0,4070 | 0,6105 | 0,8140 | 1,0175 | 1,2210 | 1,4245 | 1,6280 | 1,8315 | 78°—30'  |  |
|                               | 6  | 0,2053                      | 0,4106 | 0,6159 | 0,8212 | 1,0265 | 1,2318 | 1,4371 | 1,6424 | 1,8477 |          |  |
|                               | 12 | 0,2071                      | 0,4142 | 0,6213 | 0,8284 | 1,0355 | 1,2426 | 1,4497 | 1,6568 | 1,8639 |          |  |
|                               | 18 | 0,2089                      | 0,4178 | 0,6267 | 0,8356 | 1,0445 | 1,2534 | 1,4623 | 1,6712 | 1,8801 |          |  |
|                               | 24 | 0,2107                      | 0,4214 | 0,6321 | 0,8428 | 1,0535 | 1,2642 | 1,4749 | 1,6856 | 1,8963 |          |  |
| Ángulos.                      |    | 1                           | 2      | 3      | 4      | 5      | 6      | 7      | 8      | 9      | Ángulos. |  |
| Múltiplos de las cotangentes. |    |                             |        |        |        |        |        |        |        |        |          |  |

| Ángulos.                      | Múltiplos de las tangentes. |        |        |        |        |        |        |        |        | Ángulos. |
|-------------------------------|-----------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|----------|
|                               | 1                           | 2      | 3      | 4      | 5      | 6      | 7      | 8      | 9      |          |
| 12°—0'                        | 0,2126                      | 0,4252 | 0,6378 | 0,8504 | 1,0630 | 1,2756 | 1,4882 | 1,7008 | 1,9134 | 77°—60'  |
| 6                             | 0,2144                      | 0,4288 | 0,6432 | 0,8576 | 1,0720 | 1,2864 | 1,5008 | 1,7152 | 1,9296 | 54       |
| 12                            | 0,2162                      | 0,4324 | 0,6486 | 0,8648 | 1,0810 | 1,2972 | 1,5134 | 1,7296 | 1,9458 | 48       |
| 18                            | 0,2180                      | 0,4360 | 0,6540 | 0,8720 | 1,0900 | 1,3080 | 1,5260 | 1,7440 | 1,9620 | 42       |
| 24                            | 0,2199                      | 0,4398 | 0,6597 | 0,8796 | 1,0995 | 1,3194 | 1,5393 | 1,7592 | 1,9791 | 36       |
| 12°—30'                       | 0,2217                      | 0,4434 | 0,6651 | 0,8868 | 1,1085 | 1,3302 | 1,5519 | 1,7736 | 1,9953 | 77°—30'  |
| 36                            | 0,2235                      | 0,4470 | 0,6705 | 0,8940 | 1,1175 | 1,3410 | 1,5645 | 1,7880 | 2,0115 | 24       |
| 42                            | 0,2254                      | 0,4508 | 0,6762 | 0,9016 | 1,1270 | 1,3524 | 1,5778 | 1,8032 | 2,0286 | 18       |
| 48                            | 0,2272                      | 0,4544 | 0,6816 | 0,9088 | 1,1360 | 1,3632 | 1,5904 | 1,8176 | 2,0448 | 12       |
| 54                            | 0,2290                      | 0,4580 | 0,6870 | 0,9160 | 1,1450 | 1,3740 | 1,6030 | 1,8320 | 2,0610 | 6        |
| 13°—0'                        | 0,2309                      | 0,4618 | 0,6927 | 0,9236 | 1,1545 | 1,3854 | 1,6163 | 1,8472 | 2,0781 | 76°—60'  |
| 6                             | 0,2327                      | 0,4654 | 0,6981 | 0,9308 | 1,1635 | 1,3962 | 1,6289 | 1,8616 | 2,0943 | 54       |
| 12                            | 0,2345                      | 0,4690 | 0,7035 | 0,9380 | 1,1725 | 1,4070 | 1,6415 | 1,8760 | 2,1105 | 48       |
| 18                            | 0,2364                      | 0,4728 | 0,7092 | 0,9456 | 1,1820 | 1,4184 | 1,6548 | 1,8912 | 2,1276 | 42       |
| 24                            | 0,2382                      | 0,4764 | 0,7146 | 0,9538 | 1,1910 | 1,4292 | 1,6674 | 1,9056 | 2,1438 | 36       |
| 13°—30'                       | 0,2401                      | 0,4802 | 0,7203 | 0,9604 | 1,2005 | 1,4406 | 1,6807 | 1,9208 | 2,1609 | 76°—30'  |
| 36                            | 0,2419                      | 0,4838 | 0,7257 | 0,9676 | 1,2095 | 1,4514 | 1,6933 | 1,9352 | 2,1771 | 24       |
| 42                            | 0,2438                      | 0,4876 | 0,7314 | 0,9752 | 1,2190 | 1,4628 | 1,7066 | 1,9504 | 2,1942 | 18       |
| 48                            | 0,2456                      | 0,4912 | 0,7368 | 0,9824 | 1,2280 | 1,4736 | 1,7192 | 1,9648 | 2,2104 | 12       |
| 54                            | 0,2475                      | 0,4950 | 0,7425 | 0,9900 | 1,2375 | 1,4850 | 1,7325 | 1,9800 | 2,2275 | 6        |
| 14°—0'                        | 0,2493                      | 0,4986 | 0,7479 | 0,9972 | 1,2465 | 1,4958 | 1,7451 | 1,9944 | 2,2437 | 75°—60'  |
| 6                             | 0,2512                      | 0,5024 | 0,7536 | 1,0048 | 1,2560 | 1,5072 | 1,7584 | 2,0096 | 2,2608 | 54       |
| 12                            | 0,2530                      | 0,5060 | 0,7590 | 1,0120 | 1,2650 | 1,5180 | 1,7710 | 2,0240 | 2,2770 | 48       |
| 18                            | 0,2549                      | 0,5098 | 0,7647 | 1,0196 | 1,2745 | 1,5294 | 1,7843 | 2,0392 | 2,2941 | 42       |
| 24                            | 0,2568                      | 0,5136 | 0,7704 | 1,0272 | 1,2840 | 1,5408 | 1,7976 | 2,0544 | 2,3112 | 36       |
| 14°—30'                       | 0,2586                      | 0,5172 | 0,7758 | 1,0344 | 1,2930 | 1,5516 | 1,8102 | 2,0688 | 2,3274 | 75°—30'  |
| 36                            | 0,2605                      | 0,5210 | 0,7815 | 1,0420 | 1,3025 | 1,5630 | 1,8235 | 2,0840 | 2,3445 | 24       |
| 42                            | 0,2623                      | 0,5246 | 0,7869 | 1,0492 | 1,3115 | 1,5738 | 1,8364 | 2,0984 | 2,3607 | 18       |
| 48                            | 0,2642                      | 0,5284 | 0,7926 | 1,0568 | 1,3210 | 1,5852 | 1,8494 | 2,1136 | 2,3778 | 12       |
| 54                            | 0,2661                      | 0,5322 | 0,7983 | 1,0644 | 1,3305 | 1,5966 | 1,8627 | 2,1288 | 2,3949 | 6        |
| 15°—0'                        | 0,2679                      | 0,5358 | 0,8037 | 1,0716 | 1,3395 | 1,6074 | 1,8753 | 2,1432 | 2,4111 | 74°—60'  |
| 6                             | 0,2698                      | 0,5396 | 0,8094 | 1,0792 | 1,3490 | 1,6188 | 1,8886 | 2,1584 | 2,4282 | 54       |
| 12                            | 0,2717                      | 0,5434 | 0,8151 | 1,0868 | 1,3585 | 1,6302 | 1,9019 | 2,1736 | 2,4453 | 48       |
| 18                            | 0,2736                      | 0,5472 | 0,8208 | 1,0944 | 1,3680 | 1,6416 | 1,9152 | 2,1888 | 2,4624 | 42       |
| 24                            | 0,2754                      | 0,5508 | 0,8262 | 1,1016 | 1,3770 | 1,6524 | 1,9278 | 2,2032 | 2,4786 | 36       |
| 15°—30'                       | 0,2773                      | 0,5546 | 0,8319 | 1,1092 | 1,3865 | 1,6638 | 1,9411 | 2,2184 | 2,4957 | 74°—30'  |
| 36                            | 0,2792                      | 0,5584 | 0,8376 | 1,1168 | 1,3960 | 1,6752 | 1,9544 | 2,2336 | 2,5128 | 24       |
| 42                            | 0,2811                      | 0,5622 | 0,8433 | 1,1244 | 1,4055 | 1,6866 | 1,9677 | 2,2488 | 2,5299 | 18       |
| 48                            | 0,2830                      | 0,5660 | 0,8490 | 1,1320 | 1,4150 | 1,6980 | 1,9810 | 2,2640 | 2,5470 | 12       |
| 54                            | 0,2849                      | 0,5698 | 0,8547 | 1,1396 | 1,4245 | 1,7094 | 1,9943 | 2,2792 | 2,5641 | 6        |
| Ángulos.                      | 1                           | 2      | 3      | 4      | 5      | 6      | 7      | 8      | 9      | Ángulos. |
| Múltiplos de las cotangentes. |                             |        |        |        |        |        |        |        |        |          |

| Ángulos.                      | Múltiplos de las tangentes. |        |        |        |        |        |        |        |        | Ángulos. |
|-------------------------------|-----------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|----------|
|                               | 1                           | 2      | 3      | 4      | 5      | 6      | 7      | 8      | 9      |          |
| 16°—0'                        | 0,2867                      | 0,5734 | 0,8601 | 1,1468 | 1,4335 | 1,7202 | 2,0069 | 2,2936 | 2,5803 | 73°—60'  |
| 6                             | 0,2886                      | 0,5772 | 0,8658 | 1,1544 | 1,4430 | 1,7316 | 2,0202 | 2,3088 | 2,5974 | 54       |
| 12                            | 0,2905                      | 0,5810 | 0,8715 | 1,1620 | 1,4525 | 1,7430 | 2,0335 | 2,3240 | 2,6145 | 48       |
| 18                            | 0,2924                      | 0,5848 | 0,8772 | 1,1696 | 1,4620 | 1,7544 | 2,0468 | 2,3392 | 2,6316 | 42       |
| 24                            | 0,2943                      | 0,5886 | 0,8829 | 1,1772 | 1,4715 | 1,7658 | 2,0601 | 2,3544 | 2,6487 | 36       |
| 16°—30'                       | 0,2962                      | 0,5924 | 0,8886 | 1,1848 | 1,4810 | 1,7772 | 2,0734 | 2,3696 | 2,6658 | 73°—30'  |
| 36                            | 0,2981                      | 0,5962 | 0,8943 | 1,1924 | 1,4905 | 1,7886 | 2,0867 | 2,3848 | 2,6829 | 24       |
| 42                            | 0,3000                      | 0,6000 | 0,9000 | 1,2000 | 1,5000 | 1,8000 | 2,1000 | 2,4000 | 2,7000 | 18       |
| 48                            | 0,3019                      | 0,6038 | 0,9057 | 1,2076 | 1,5095 | 1,8114 | 2,1133 | 2,4152 | 2,7171 | 12       |
| 54                            | 0,3038                      | 0,6076 | 0,9114 | 1,2152 | 1,5190 | 1,8228 | 2,1266 | 2,4304 | 2,7342 | 6        |
| 17°—0'                        | 0,3057                      | 0,6114 | 0,9171 | 1,2228 | 1,5285 | 1,8342 | 2,1399 | 2,4456 | 2,7513 | 72°—60'  |
| 6                             | 0,3076                      | 0,6152 | 0,9228 | 1,2304 | 1,5380 | 1,8456 | 2,1532 | 2,4608 | 2,7684 | 54       |
| 12                            | 0,3096                      | 0,6192 | 0,9288 | 1,2384 | 1,5480 | 1,8576 | 2,1672 | 2,4768 | 2,7864 | 48       |
| 18                            | 0,3115                      | 0,6230 | 0,9345 | 1,2460 | 1,5575 | 1,8690 | 2,1805 | 2,4920 | 2,8035 | 42       |
| 24                            | 0,3134                      | 0,6268 | 0,9402 | 1,2536 | 1,5670 | 1,8804 | 2,1938 | 2,5072 | 2,8206 | 36       |
| 17°—30'                       | 0,3153                      | 0,6306 | 0,9459 | 1,2612 | 1,5765 | 1,8918 | 2,2071 | 2,5224 | 2,8377 | 72°—30'  |
| 36                            | 0,3172                      | 0,6344 | 0,9516 | 1,2688 | 1,5860 | 1,9032 | 2,2204 | 2,5376 | 2,8548 | 24       |
| 42                            | 0,3191                      | 0,6382 | 0,9573 | 1,2764 | 1,5955 | 1,9146 | 2,2337 | 2,5528 | 2,8719 | 18       |
| 48                            | 0,3211                      | 0,6422 | 0,9633 | 1,2844 | 1,6055 | 1,9266 | 2,2477 | 2,5688 | 2,8899 | 12       |
| 54                            | 0,3230                      | 0,6460 | 0,9690 | 1,2920 | 1,6150 | 1,9380 | 2,2610 | 2,5840 | 2,9070 | 6        |
| 18°—0'                        | 0,3249                      | 0,6498 | 0,9747 | 1,2996 | 1,6245 | 1,9494 | 2,2743 | 2,5992 | 2,9241 | 71°—60'  |
| 6                             | 0,3269                      | 0,6538 | 0,9807 | 1,3076 | 1,6345 | 1,9614 | 2,2883 | 2,6152 | 2,9421 | 54       |
| 12                            | 0,3288                      | 0,6576 | 0,9864 | 1,3152 | 1,6440 | 1,9728 | 2,3016 | 2,6304 | 2,9592 | 48       |
| 18                            | 0,3307                      | 0,6614 | 0,9921 | 1,3228 | 1,6535 | 1,9842 | 2,3149 | 2,6456 | 2,9763 | 42       |
| 24                            | 0,3327                      | 0,6654 | 0,9981 | 1,3308 | 1,6635 | 1,9962 | 2,3289 | 2,6616 | 2,9943 | 36       |
| 18°—30'                       | 0,3346                      | 0,6692 | 1,0038 | 1,3384 | 1,6730 | 2,0076 | 2,3422 | 2,6768 | 3,0114 | 71°—30'  |
| 36                            | 0,3365                      | 0,6730 | 1,0095 | 1,3460 | 1,6825 | 2,0190 | 2,3555 | 2,6920 | 3,0285 | 24       |
| 42                            | 0,3385                      | 0,6770 | 1,0155 | 1,3540 | 1,6925 | 2,0310 | 2,3695 | 2,7080 | 3,0465 | 18       |
| 48                            | 0,3404                      | 0,6808 | 1,0212 | 1,3616 | 1,7020 | 2,0424 | 2,3828 | 2,7232 | 3,0636 | 12       |
| 54                            | 0,3424                      | 0,6848 | 1,0272 | 1,3696 | 1,7120 | 2,0544 | 2,3968 | 2,7392 | 3,0816 | 6        |
| 19°—0'                        | 0,3443                      | 0,6886 | 1,0329 | 1,3772 | 1,7215 | 2,0658 | 2,4101 | 2,7544 | 3,0987 | 70°—60'  |
| 6                             | 0,3463                      | 0,6926 | 1,0389 | 1,3852 | 1,7315 | 2,0778 | 2,4241 | 2,7704 | 3,1167 | 54       |
| 12                            | 0,3482                      | 0,6964 | 1,0446 | 1,3928 | 1,7410 | 2,0892 | 2,4374 | 2,7856 | 3,1338 | 48       |
| 18                            | 0,3502                      | 0,7004 | 1,0506 | 1,4008 | 1,7510 | 2,1012 | 2,4514 | 2,8016 | 3,1518 | 42       |
| 24                            | 0,3522                      | 0,7044 | 1,0566 | 1,4088 | 1,7610 | 2,1132 | 2,4654 | 2,8176 | 3,1698 | 36       |
| 19°—30'                       | 0,3541                      | 0,7082 | 1,0623 | 1,4164 | 1,7705 | 2,1246 | 2,4787 | 2,8328 | 3,1869 | 70°—30'  |
| 36                            | 0,3561                      | 0,7122 | 1,0683 | 1,4244 | 1,7805 | 2,1366 | 2,4927 | 2,8488 | 3,2049 | 24       |
| 42                            | 0,3581                      | 0,7162 | 1,0743 | 1,4324 | 1,7905 | 2,1486 | 2,5067 | 2,8648 | 3,2229 | 18       |
| 48                            | 0,3600                      | 0,7200 | 1,0800 | 1,4400 | 1,8000 | 2,1600 | 2,5200 | 2,8800 | 3,2400 | 12       |
| 54                            | 0,3620                      | 0,7240 | 1,0860 | 1,4480 | 1,8100 | 2,1720 | 2,5340 | 2,8960 | 3,2580 | 6        |
| Ángulos                       | 1                           | 2      | 3      | 4      | 5      | 6      | 7      | 8      | 9      | Ángulos. |
| Múltiplos de las cotangentes. |                             |        |        |        |        |        |        |        |        |          |

**TABLA S.<sup>a</sup>**  
**Refracciones medias.**

| Z      | p     | Z      | p      | Z      | p       | Z      | p       | Z       | p       |
|--------|-------|--------|--------|--------|---------|--------|---------|---------|---------|
| 0° 00' | 0' 0' | 48° 0' | 1' 4'' | 62° 0' | 1' 48'' | 76° 0' | 3' 47'' | 83° 00' | 7' 20'' |
| 4 00   | 4     | 20     | 1 5    | 20     | 1 50    | 10     | 3 50    | 10      | 7 29    |
| 8 00   | 8     | 40     | 1 5    | 40     | 1 51    | 20     | 3 53    | 20      | 7 39    |
| 9 00   | 9     | 49 00  | 1 6    | 63 00  | 1 53    | 30     | 3 56    | 30      | 7 49    |
| 10 00  | 10    | 20     | 1 7    | 20     | 1 54    | 40     | 3 59    | 40      | 8 00    |
| 11 00  | 11    | 40     | 1 8    | 40     | 1 56    | 50     | 4 02    | 50      | 8 12    |
| 12 00  | 12    | 50 00  | 1 9    | 64 00  | 1 58    | 77 00  | 4 5     | 84 00   | 8 23    |
| 13 00  | 13    | 20     | 1 9    | 20     | 2 00    | 10     | 4 8     | 10      | 8 36    |
| 14 00  | 14    | 40     | 1 10   | 40     | 2 1     | 20     | 4 11    | 20      | 8 48    |
| 15 00  | 15    | 51 00  | 1 11   | 65 00  | 2 3     | 30     | 4 15    | 30      | 9 2     |
| 16 00  | 17    | 20     | 1 12   | 20     | 2 5     | 40     | 4 18    | 40      | 9 16    |
| 17 00  | 18    | 40     | 1 13   | 40     | 2 7     | 50     | 4 21    | 50      | 9 31    |
| 18 00  | 19    | 52 00  | 1 14   | 66 00  | 2 9     | 78 00  | 4 25    | 85 00   | 9 46    |
| 19 00  | 20    | 20     | 1 15   | 20     | 2 11    | 10     | 4 29    | 10      | 10 3    |
| 20 00  | 21    | 40     | 1 16   | 40     | 2 13    | 20     | 4 32    | 20      | 10 21   |
| 21 00  | 22    | 53 00  | 1 16   | 67 00  | 2 15    | 30     | 4 36    | 30      | 10 40   |
| 22 00  | 23    | 20     | 1 17   | 20     | 2 17    | 40     | 4 40    | 40      | 10 59   |
| 23 00  | 24    | 40     | 1 18   | 40     | 2 20    | 50     | 4 44    | 50      | 11 18   |
| 24 00  | 26    | 54 00  | 1 19   | 68 00  | 2 22    | 79 00  | 4 48    | 86 00   | 11 39   |
| 25 00  | 27    | 20     | 1 20   | 20     | 2 24    | 10     | 4 53    | 10      | 12 1    |
| 26 00  | 28    | 40     | 1 21   | 40     | 2 27    | 20     | 4 57    | 20      | 12 24   |
| 27 00  | 29    | 55 00  | 1 22   | 69 00  | 2 29    | 30     | 5 2     | 30      | 12 48   |
| 28 00  | 31    | 20     | 1 23   | 20     | 2 32    | 40     | 5 6     | 40      | 13 15   |
| 29 00  | 32    | 40     | 1 24   | 40     | 2 34    | 50     | 5 11    | 50      | 13 44   |
| 30 00  | 33    | 56 00  | 1 25   | 70 00  | 2 37    | 80 00  | 5 16    | 87 00   | 14 15   |
| 31 00  | 35    | 20     | 1 26   | 20     | 2 40    | 10     | 5 21    | 10      | 14 48   |
| 32 00  | 36    | 40     | 1 28   | 40     | 2 43    | 20     | 5 26    | 20      | 15 23   |
| 33 00  | 37    | 57 00  | 1 29   | 71 00  | 2 46    | 30     | 5 32    | 30      | 16 1    |
| 34 00  | 39    | 20     | 1 30   | 20     | 2 49    | 40     | 5 38    | 40      | 16 44   |
| 35 00  | 40    | 40     | 1 31   | 40     | 2 52    | 50     | 5 43    | 50      | 17 23   |
| 36 00  | 42    | 58 00  | 1 32   | 72 00  | 2 56    | 81 00  | 5 49    | 88 00   | 18 9    |
| 37 00  | 43    | 20     | 1 33   | 20     | 2 59    | 10     | 5 55    | 10      | 18 58   |
| 38 00  | 45    | 40     | 1 34   | 40     | 3 3     | 20     | 6 2     | 20      | 19 52   |
| 39 00  | 47    | 59 00  | 1 36   | 73 00  | 3 7     | 30     | 6 8     | 30      | 20 51   |
| 40 00  | 48    | 20     | 1 37   | 20     | 3 10    | 40     | 6 15    | 40      | 21 56   |
| 41 00  | 50    | 40     | 1 38   | 40     | 3 14    | 50     | 6 22    | 50      | 23 7    |
| 42 00  | 52    | 60 00  | 1 40   | 74 00  | 3 19    | 82 00  | 6 30    | 80 00   | 24 25   |
| 43 00  | 54    | 20     | 1 41   | 20     | 3 23    | 10     | 6 37    | 10      | 25 50   |
| 44 00  | 56    | 40     | 1 42   | 40     | 3 27    | 20     | 6 45    | 20      | 27 23   |
| 45 00  | 58    | 61 00  | 1 44   | 75 00  | 3 32    | 30     | 6 53    | 30      | 29 3    |
| 46 00  | 1 0   | 20     | 1 45   | 20     | 3 37    | 40     | 7 2     | 40      | 30 52   |
| 47 00  | 1 2   | 40     | 1 47   | 40     | 3 42    | 50     | 7 10    | 50      | 32 49   |
| 48 00  | 1 4   | 62 00  | 1 48   | 76 00  | 3 47    | 83 00  | 7 20    | 90 00   | 34 34   |

**Paralaje del sol.**

| $z=0''$ ..... | $\pi=0''$ ,0 |
|---------------|--------------|
| 10            | 1,5          |
| 20            | 3,0          |
| 30            | 4,4          |
| 40            | 5,7          |
| 50            | 6,8          |
| 60            | 7,7          |
| 70            | 8,3          |
| 80            | 8,7          |
| 90            | 8,9          |



## Variaciones en

Correspondiente á la depresion baro-

ARGUMENTO: *altura del*

| H.                | 0 <sup>mm</sup> | 1 <sup>mm</sup> | 2 <sup>mm</sup> | 3 <sup>mm</sup> | 4 <sup>mm</sup> | Diferencia por 1 <sup>mm</sup> |
|-------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|--------------------------------|
| 500 <sup>mm</sup> | 16'054          | 16'022          | 15'991          | 15'960          | 15'928          | 0'031                          |
| 10                | 15'739          | 15'709          | 15'678          | 15'648          | 15'618          | 030                            |
| 20                | 15'436          | 15'407          | 15'378          | 15'349          | 15'320          | 029                            |
| 30                | 15'145          | 15'117          | 15'089          | 15'061          | 15'033          | 028                            |
| 40                | 14'864          | 14'837          | 14'810          | 14'783          | 14'756          | 027                            |
| 550               | 14'593          | 14'567          | 14'541          | 14'515          | 14'489          | 0'026                          |
| 60                | 14'333          | 14'308          | 14'283          | 14'257          | 14'232          | 025                            |
| 70                | 14'081          | 14'057          | 14'032          | 14'008          | 13'984          | 024                            |
| 80                | 13'838          | 13'814          | 13'791          | 13'767          | 13'744          | 023                            |
| 90                | 13'603          | 13'580          | 13'558          | 13'535          | 13'512          | 023                            |
| 600               | 13'376          | 13'354          | 13'332          | 13'310          | 13'288          | 0'022                          |
| 10                | 13'156          | 13'135          | 13'113          | 13'092          | 13'071          | 021                            |
| 20                | 12'943          | 12'922          | 12'902          | 12'881          | 12'861          | 021                            |
| 30                | 12'737          | 12'717          | 12'697          | 12'677          | 12'657          | 020                            |
| 40                | 12'538          | 12'519          | 12'499          | 12'480          | 12'461          | 019                            |
| 650               | 12'345          | 12'326          | 12'308          | 12'289          | 12'270          | 0'019                          |
| 60                | 12'158          | 12'140          | 12'122          | 12'103          | 12'085          | 018                            |
| 70                | 11'976          | 11'958          | 11'941          | 11'923          | 11'906          | 018                            |
| 80                | 11'800          | 11'783          | 11'766          | 11'748          | 11'731          | 017                            |
| 90                | 11'628          | 11'611          | 11'595          | 11'578          | 11'562          | 017                            |
| 700               | 11'462          | 11'446          | 11'430          | 11'413          | 11'397          | 0'016                          |
| 10                | 11'300          | 11'284          | 11'269          | 11'253          | 11'237          | 016                            |
| 20                | 11'143          | 11'128          | 11'112          | 11'097          | 11'082          | 015                            |
| 30                | 10'990          | 10'975          | 10'960          | 10'945          | 10'930          | 015                            |
| 40                | 10'841          | 10'827          | 10'812          | 10'798          | 10'783          | 015                            |
| 750               | 10'696          | 10'682          | 10'668          | 10'654          | 10'640          | 0'014                          |
| 60                | 10'555          | 10'541          | 10'528          | 10'514          | 10'500          | 014                            |
| 70                | 10'418          | 10'405          | 10'391          | 10'378          | 10'364          | 013                            |
| 80                | 10'284          | »               | »               | »               | »               | »                              |

metros de la altitud.

métrica de 1<sup>mm</sup> y temperatura de 0°.

barómetro en milímetros.

| Diferencia por 1 <sup>mm</sup> | 5 <sup>mm</sup> | 6 <sup>mm</sup> | 7 <sup>mm</sup> | 8 <sup>mm</sup> | 9 <sup>mm</sup> | H.  |
|--------------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----|
| 0'031                          | 15'896          | 15'865          | 15'833          | 15'802          | 15'770          | 500 |
| 030                            | 15'587          | 15'557          | 15'527          | 15'497          | 15'466          | 10  |
| 029                            | 15'290          | 15'261          | 15'232          | 15'203          | 15'174          | 20  |
| 028                            | 15'004          | 14'976          | 14'948          | 14'920          | 14'892          | 30  |
| 027                            | 14'728          | 14'701          | 14'674          | 14'647          | 14'620          | 40  |
| 0'026                          | 14'463          | 14'437          | 14'411          | 14'385          | 14'359          | 550 |
| 025                            | 14'207          | 14'182          | 14'157          | 14'131          | 14'106          | 60  |
| 024                            | 13'960          | 13'935          | 13'911          | 13'887          | 13'862          | 70  |
| 023                            | 13'720          | 13'697          | 13'674          | 13'650          | 13'626          | 80  |
| 023                            | 13'489          | 13'467          | 13'444          | 13'421          | 13'399          | 90  |
| 0'022                          | 13'266          | 13'244          | 13'222          | 13'200          | 13'178          | 600 |
| 021                            | 13'050          | 13'028          | 13'007          | 12'986          | 12'964          | 10  |
| 021                            | 12'840          | 12'819          | 12'799          | 12'778          | 12'758          | 20  |
| 020                            | 12'638          | 12'618          | 12'598          | 12'578          | 12'558          | 30  |
| 019                            | 12'442          | 12'422          | 12'403          | 12'384          | 12'364          | 40  |
| 0'019                          | 12'251          | 12'233          | 12'214          | 12'195          | 12'177          | 650 |
| 018                            | 12'067          | 12'049          | 12'031          | 12'012          | 11'994          | 60  |
| 018                            | 11'888          | 11'870          | 11'853          | 11'835          | 11'818          | 70  |
| 017                            | 11'714          | 11'697          | 11'680          | 11'662          | 11'645          | 80  |
| 017                            | 11'545          | 11'528          | 11'512          | 11'495          | 11'479          | 90  |
| 0'016                          | 11'381          | 11'365          | 11'349          | 11'332          | 11'316          | 700 |
| 016                            | 11'221          | 11'206          | 11'190          | 11'174          | 11'159          | 10  |
| 015                            | 11'066          | 11'056          | 11'036          | 11'021          | 11'005          | 20  |
| 015                            | 10'915          | 10'901          | 10'886          | 10'871          | 10'856          | 30  |
| 015                            | 10'769          | 10'754          | 10'740          | 10'725          | 10'710          | 40  |
| 0'014                          | 10'625          | 10'611          | 10'597          | 10'583          | 10'569          | 750 |
| 014                            | 10'486          | 10'473          | 10'459          | 10'445          | 10'432          | 60  |
| 013                            | 10'351          | 10'338          | 10'324          | 10'311          | 10'297          | 70  |
| »                              | »               | »               | »               | »               | »               | »   |



# INDICE.

Párrafos.

Páginas.

| CURSO DE TOPOGRAFIA.                |  |
|-------------------------------------|--|
|                                     | <b>Definiciones preliminares.</b>  |
| 1-6                                 | Definicion de la Tierra.-Eje.-Polos.-Figura de la tierra.-Centro.-Ecuador.-Meridiano.-Horizonte aparente.-Horizonte racional.-Definicion de la vertical.-Linea y plano horizontal.-Objeto de la Topografía.....  |
| 7-10                                | Operaciones que comprende un levantamiento topográfico.-Escala.-Límite de los levantamientos topográficos .....  |
| <b>SECCION PRIMERA.</b>             |  |
| <b>PLANIMETRIA.</b>                 |  |
| <b>CAPITULO PRIMERO.</b>            |  |
| <b>CONJUNTO DE LAS OPERACIONES.</b> |  |
| 11-18                               | Sistema que debe seguirse en las operaciones.-Red principal.-Puntos trigonométricos.-Puntos auxiliares.-Bases.-Su número.-Número de puntos trigonométricos.-Condiciones á que han de satisfacer.-Red de los detalles.-Dependencia que existe entre los lados de una red, el error numérico y el alcance del aparato angular..... |

## CAPITULO II.

## TRIANGULACION.

**Reconocimiento.—Señales.**

|         |  |    |
|---------|--|----|
| 19      | Reconocimiento preliminar y manera de efectuarlo.....                          | 17 |
| 20 - 21 | Señales provisionales.—Señales definitivas.—Condiciones que deben cumplir..... | 18 |

**Medida de los ángulos.**

|         |   |    |
|---------|---|----|
| 22      | <i>Goniómetros.—Organos principales de los Goniómetros</i> .....  | 19 |
| 23      | <i>Anteojos</i> .....   | 20 |
| 24      | <i>Niveles</i> .....  | 20 |
| 25      | <i>Nivel de perpendicular.—Su descripcion.—Teoría y uso</i> .....   | 20 |
| 26 - 33 | <i>Nivel de burbuja de aire.—Hipótesis para deducir la teoría de este nivel de la del de perpendicular.—Condiciones á que ha de satisfacer.—Su uso.—Correccion.—Determinacion de la inclinacion de la recta de apoyo en funcion de las lecturas correspondientes á las extremidades de la burbuja.—Medio de conseguir la horizontalidad de un plano ó la verticalidad de un eje.—Nivel esférico</i> ..... | 22 |
| 34      | <i>Circulos graduados</i> .....   | 29 |
| 35 - 37 | <i>Nonio.—Su objeto, fundamento, uso y apreciacion</i> .....  | 30 |
| 38 - 39 | <i>Teodolitos.—Su descripcion en general.—Condiciones que deben cumplirse antes de usarlos.—Comprobaciones y correcciones</i> .....   | 32 |
| 40      | <i>Procedimientos para determinar la equivalencia en segundos de las divisiones del tubo de un nivel</i> .....  | 37 |
| 41      | <i>Clasificacion y subdivision de los teodolitos</i> .....  | 38 |

|    |   |    |
|----|---|----|
| 42 | <i>Ejemplo de un teodolito repetidor y concéntrico.-Teodolito Troughton</i> ..... | 39 |
| 43 | <i>Ejemplo de un teodolito reiterador y excéntrico.-Teodolito Brunner</i> .....   | 42 |

### Procedimientos para la medida de los ángulos.

---

|         |   |    |
|---------|---|----|
| 44      | Errores que se cometen en la medida de los ángulos... ..  | 45 |
| 45 - 46 | <i>Método de repeticion.-Su fundamento.-Manera de practicarlo, sus inconvenientes</i> ...   | 46 |
| 47 - 48 | <i>Método de reiteracion -Principio en que se funda.-Manera de practicarlo.-Atenuacion de los errores al emplear este sistema</i> ... | 49 |
| 49      | <i>Método generalmente empleado en los levantamientos topográficos</i> .....  | 54 |
| 50 - 51 | <i>Estaciones fuera de los vértices</i> .....   | 56 |

### Medida de las bases.

---

|         |   |    |
|---------|---|----|
| 52 - 53 | <i>Aparato de reglas.-Su descripcion.-Uso y aproximacion que puede obtenerse</i> ....   | 59 |
| 54      | <i>Aparato de reglas modificado por Clerc.-Descripcion.-Uso y exactitud de las medidas obtenidas en este aparato</i> .....        | 60 |
| 55 - 56 | <i>Cinta metálica.-Su descripcion, correccion, uso y aproximacion que puede obtenerse</i> .....                                   | 61 |
| 57 - 58 | <i>Medida de las líneas en terreno inclinado.-Reduccion al horizonte.-Líneas de gran extension.-Alineaciones con anteojo</i> .... | 63 |

### Orientacion de la base.

---

|         |   |    |
|---------|---|----|
| 59 - 60 | <i>Objeto de la orientacion.-Diversos procedimientos para el trazado de la meridiana</i> .....  | 65 |
| 61 - 62 | <i>Orientacion por medio de la polar.-Descripcion y uso de las tablas que publica el Anuario.-Horas convenientes para la observacion.-Sistema que debe seguirse en las observaciones.-Deducion del azimut</i> ..... | 66 |

**Correccion de los ángulos.-Cálculo de azimutes.**

63 - 64 *Correccion de los ángulos.-Error de cierre.- Correccion.-Cálculo de azimutes.* -Marcha que debe seguirse para deducir los azimutes de los diversos lados de la triangulacion..... 77

**Resolucion de los triángulos.-Cálculo de coordenadas.**

65 - 66 *Resolucion de los triángulos.-Fórmulas para la resolucion.-Orden en que deben efectuarse los cálculos.-Cálculo de coordenadas.-Fórmulas para encontrarlas y orden de los cálculos.....* 78

CAPITULO III.

RED DE LOS DETALLES.

**Diversos métodos que pueden emplearse.**

67 Métodos que pueden seguirse para determinar los puntos de detalle con relacion a los vértices de la triangulacion..... 83

68 *Método de intersecciones,* su explicacion, ventajas é inconvenientes..... 83

69 *Id. de radiacion,* su explicacion ventajas é inconvenientes..... 85

70 - 71 *Id. de rodeo,* su explicacion, ventajas é inconvenientes.-*Itinerarios*..... 86

72 *Id. de cordenadas,* su explicacion, ventajas é inconvenientes..... 87

73 - 74 *Id. de alineaciones,* su explicacion, ventajas é inconvenientes..... 88

|   |   |    |
|---|---|----|
| 75  | <i>Procedimiento que puede seguirse en la ejecución de los métodos anteriormente explicados cuando se carece de aparato angular.....</i>      | 89 |
| 76  | <i>Manera de establecer una alineacion en los diversos casos que pueden ocurrir.....</i>  | 90 |
| <b>Aparatos para la medida directa de las distancias.</b> |   |    |
| 78  | <i>Cinta metálica.....</i>  | 91 |
| 79  | <i>Cadena.-Su descripcion, correccion, uso y errores que se cometen en la medicion con este aparato segun la inclinacion del terreno.....</i> | 91 |
| 80  | <i>Cuerda métrica.....</i>  | 93 |
| 81  | <i>Rodetes de cinta.....</i>  | 93 |

**Medida indirecta de las distancias.—Estadias.**

|       |  |    |
|-------|--|----|
| 82-91 | <i>Necesidad de poder obtener en algunos casos la medida de las distancias por medios indirectos.-Teoría de la estadia.-Su clasificacion.-Medida de las líneas inclinadas.-Estadias de antejo.-Errores que se cometen en ellas.-Antejo analítico de Porro.....</i> | 94 |
|-------|--|----|

**Aparatos para la medicion de los ángulos.**

|        |   |     |
|--------|---|-----|
| 92     | <i>Diferencia entre los aparatos destinados á la medida de los ángulos de la red de los detalles y los empleados en la triangulacion.....</i> | 105 |
| 93-95  | <i>Escuadra.-Su descripcion, correcciones y uso.....</i>  | 105 |
| 96     | <i>Manera de servirse de una escuadra falsa..</i>   | 108 |
| 97-101 | <i>Escuadras de reflexion.-Su descripcion, principio en que se fundan y uso de estas escuadras.....</i>                                       | 109 |

| <u>Párrafos.</u>  | <u>Páginas.</u> |
|---|-----------------|
| 102-104 <i>Grafómetro.</i> -Su descripción, correcciones y uso .....  | 111             |
| 105-108 <i>Pantómetro.</i> -Su descripción y uso.-Modificaciones de la pantómetro.-Corrección y uso de la pantómetro modificada.....  | 112             |
| 109-120 <i>Brújula.</i> -Su descripción, correcciones y uso.-Error debido á la excentricidad del anteojo.-Distancia mínima á que se puede operar para no tener que tomar en cuenta dicho error.-Medio de corregirlo si se opera á distancias mas cortas.-Límite máximo de la distancia á que puede operarse con la brújula en función de su apreciación y del error numérico.-Ventajas del empleo de la brújula.-Observaciones directas é inversas.-Determinar la posición de un punto con respecto á otros dos conocidos y visibles..... | 115             |
| 121-127 <i>Plancheta.</i> -Su descripción, alidada, nivel, declinatoria y compás de doble escuadra.-Correcciones.-Manera de colocarla en estación.-Su uso.....  | 126             |

**Resumen de las operaciones que constituyen la red de los detalles.**

|  |     |
|--|-----|
| 128-130 Líneas que deben seguirse con los itinerarios y enlace de estos..... | 131 |
|--|-----|

**Casos particulares en el levantamiento de planos.—Problemas.**

|  |     |
|--|-----|
| 131-132 <i>Planos de poblaciones.</i> -Poblaciones de mas de 10000 habitantes.-Triangulación.-Medida de los ángulos.-Poligonación.-Medida de los ángulos y de los lados.-Errores admisibles.-Poblaciones que no excedan de 10000 habitantes..... | 135 |
| 133 <i>Planos de edificios.</i> -Plantas.-Alzados.-Cortes.   | 138 |
| 134 <i>Terrenos inaccesibles en su interior.</i> .....   | 139 |
| 135 <i>Id. id. en id. y en su exterior</i>   | 139 |

| <u>Párrafos.</u>  | <u>XXV</u><br><u>Páginas.</u> |
|---|-------------------------------|
| 136 Medio de prolongar una alineacion más allá de un obstáculo.....   | 140                           |
| 137 Establecimiento de una alineacion entre dos puntos no visibles.....   | 140                           |
| 138 Medida del ancho de un río.....   | 141                           |
| 139 Medida de la distancia que existe entre dos puntos inaccesibles.....  | 142                           |
| 140 Trazar la bisectriz de un ángulo inaccesible (capital de una obra de fortificacion)....   | 142                           |
| 141 Fijar la posicion de un punto con relacion á otros tres ya determinados y visibles.-Resolucion analítica.-Resolucion gráfica... 144 | 144                           |

## SECCION SEGUNDA.

---

### NIVELACION Ó ALTIMETRIA.

---

#### CAPITULO I.

---

##### DEFINICIONES.—SISTEMAS DE NIVELACION.—RESUMEN DE LAS OPERACIONES.

---

|   |     |
|---|-----|
| 142-148 Definiciones.-Superficies de nivel.-Superficies de comparacion.-Diferencia de nivel, entre dos puntos.-Sistema de nivelacion.-Perfiles.-Redes de la nivelacion..... | 147 |
|---|-----|

#### CAPITULO II.

---

##### NIVELACION POR ANGULOS VERTICALES.

---

##### Eclímetros.

---

|   |     |
|---|-----|
| 149 Distancias zenitales.-Ángulos de altura.-Eclímetros en general.....                     | 151 |
| 150-154 Determinacion de las distancias zenitales.-Correcciones del aparato.-Sistema de ob- |     |

|         |  |     |
|---------|--|-----|
|         | servacion.-Correccion de la fórmula por la inclinacion del eje.-Reduccion al terreno.....  | 152 |
| 155-156 | <i>Determinacion de los ángulos de altura.</i> -Ángulos de elevacion y de depresion.-Correcciones del aparato.....                         | 159 |
| 157     | <i>Ejemplos de eclímetros.</i> -Adiciones que suelen tener los goniómetros usados en planimetría para poderse emplear como eclímetros..... | 162 |

**Fórmulas de la nivelacion por ángulos verticales.**

|         |   |     |
|---------|---|-----|
| 158-159 | <i>Deducion de las fórmulas generales</i> .....   | 163 |
| 160-161 | <i>Cálculo del coeficiente de refraccion</i> .....  | 165 |
| 162-163 | <i>Deducion de las fórmulas especiales</i> . . .  | 166 |
| 164     | <i>Casos en que deben usarse cada una de las fórmulas</i> .....   | 167 |
| 165-167 | <i>Cálculo de las diferencias de nivel entre los vértices de la triangulacion y altitudes de los mismos</i> ..... | 167 |

CAPITULO III.

NIVELACION POR ALTURAS Ó NIVELACION ORDINARIA.

**Preliminares.—Nivelacion simple.**

|         |  |     |
|---------|--|-----|
| 168     | <i>Ideas preliminares.</i> -Ideas sobre lo que es un nivel y una mira.....     | 173 |
| 169     | <i>Determinación de la diferencia de nivel entre dos puntos</i> .....          | 174 |
| 170     | <i>Error debido á la diferencia entre el nivel aparente y verdadero</i> .....  | 174 |
| 171     | <i>Error debido á la refraccion</i> .....                                      | 175 |
| 172-175 | <i>Manera de operar para anular dichos errores.</i> -Nivelacion reciproca..... | 175 |

**Nivelacion compuesta.**

- 176-177 Necesidad de la nivelacion compuesta. -Ma-  
nera de efectuarla. -Determinacion del  
desnivel y cotas de los puntos.... 179
- 178-180 Trazado de un perfil en general. -Perfiles  
especiales..... 182

**Curvas de nivel.**

- 181-183 Equidistancia. -Datos que se necesitan tomar  
sobre el terreno para el trazado de las  
curvas. Orden de las operaciones..... 185

**Instrumentos empleados en la nivelacion  
por alturas.**

- 184-185 *Mira de tablilla.* -Su descripcion y uso..... 190
- 186-187 *Miras parlantes.* -Su descripcion y uso..... 192
- 189 *Nivel de perpendicular.* -Casos limitados en  
que suele usarse..... 194
- 190-192 *Nivel de agua.* -Su descripcion. -Principio en  
que se funda. -Condiciones que ha de  
cumplir. -Uso y limite de su empleo.... 194
- 193 *Nivel de agua de tubo flexible.* -Su descrip-  
cion, uso y ventajas de este nivel... 197
- 194-198 *Nivel de burbuja de aire.* -Su descripcion y  
clasificacion. -Correcciones y uso. -Método  
de Egault..... 198
- 199 *Otra disposicion que puede tener el nivel de  
burbuja de aire.* -Correcciones..... 204
- 200 *Limite del empleo del nivel de burbuja de  
aire*..... 205
- 201 *Nivel de pendientes de Chezi.* -Descripcion,  
correcciones y uso..... 207

**Algunos problemas de nivelacion.**

- 204 *Dada una línea y un punto de ella, encon-  
trar sobre dicha línea otro punto cuya  
diferencia de nivel con el primero sea  
igual á una cantidad dada*..... 209
- 205 *Hallar el punto más alto ó más bajo de  
una línea dada*..... 210

|     |  |     |
|-----|--|-----|
| 206 | Hallar el punto más alto ó más bajo de una superficie... ..                      | 210 |
| 207 | Trazar sobre el terreno una línea cuyos puntos estén de nivel con otro dado..... | 210 |
| 208 | Determinación de las cotas de puntos cubiertos por las aguas.....                | 214 |

## SECCION TERCERA.

### CONSTRUCCION, COPIA Y REDUCCION DE PLANOS. CÁLCULO DE ÁREAS.

#### CAPITULO I.

##### CONSTRUCCION DE LOS PLANOS.

|         |   |     |
|---------|---|-----|
| 209     | Escala gráfica.-Determinación de la longitud de la hoja ú hojas de papel. Preparación de las mismas.-Situación de los vértices de la triangulación.-Idem de las líneas poligonales de los detalles..... | 213 |
| 213-218 | Transportadores.-Su descripción.-Condiciones á que deben satisfacer y uso.....  | 216 |
| 219-221 | Tabla de cuerdas.-Disposición que suelen tener.-Su uso y aplicación.....  | 220 |
| 222     | Representación de los perfiles.....   | 223 |
| 223     | Representación de las secciones horizontales.   | 223 |
| 224-227 | Líneas de máxima pendiente.-Método alemán -Método de Muffling.-Método francés.  | 224 |
| 228     | Signos convencionales y colores empleados en el dibujo de los planos.....   | 226 |

#### CAPITULO III.

##### COPIA Y REDUCCION DE PLANOS.

|     |   |
|-----|---|
| 229 | Procedimientos geométricos.-Por triangulación.-Intersecciones. - Coordenadas.-Por |
|-----|---|

| <u>Párrafos.</u> | <u>XXIX</u><br><u>Páginas</u>                                      |
|------------------|--|
|                  | prolongaciones.-Compas de reduccion.-                              |
|                  | Angulo reductor..... 227   |
| 231              | <i>Copia calcando</i> ..... 228                                    |
| 232-234          | <i>Pantógrafo</i> .-Su descripcion.-Correcciones<br>y uso..... 229 |
| 235-236          | <i>Papel al ferro-prusiato</i> ..... 232                           |
| 237              | <i>Foto-litografia</i> ..... 233                                   |

### CAPITULO III.

---

#### CALCULO DE AREAS.

---

|         |   |
|---------|---|
| 238-243 | Sistema que debe seguirse.-Area del conjunto. Area de las parcelas.-Fórmula de Simpson... 235 |
| 244-249 | <i>Planímetro de Wetly y Starke</i> .-Su descripcion, teoria, correcciones y uso..... 238     |
| 250-253 | <i>Planímetro polar de Amster</i> .-Su descripcion y uso..... 244                             |

## SECCION CUARTA.

---

### TOPOGRAFIA IRREGULAR.

---

#### CAPITULO I.

---

#### TAQUIMETRIA.

---

|         |   |
|---------|---|
| 254-255 | <i>Definicion, objeto y modo de situar los puntos</i> . 247   |
| 256-259 | <i>Métodos que pueden seguirse para enlazar las estaciones</i> .-Método de referencia directa.-De referencias indirectas.-Método mixto..... 250 |
| 260-262 | <i>Taquímetros</i> .-Taquinetro Troughton.-Su descripcion y correcciones.-Mira que acompaña al aparato..... 253                                 |

|         |  |     |
|---------|--|-----|
| 263-269 | <i>Operaciones de un levantamiento taquimétrico.</i> -Reconocimiento preliminar.-Elección de las estaciones.-Manera de ejecutar las observaciones.-Trabajos de gabinete..... | 256 |
| 270-277 | <i>Regla logaritmica.</i> -Su teoría, descripción y uso.....   | 260 |

## CAPITULO II.

### RECONOCIMIENTOS MILITARES.-INSTRUMENTOS Y MEDIOS QUE PUEDEN EMPLEARSE EN LA TOPOGRAFIA IRREGULAR PARA LA MEDIDA DE LAS DISTANCIAS Y DE LOS ANGULOS.

|         |   |     |
|---------|---|-----|
| 278-279 | <i>Preliminares</i> .....   | 275 |
| 280     | <i>Medida de las distancias.</i> -Cuerda métrica.-Rodetes de cinta.-Construcción de una escala de reducción al horizonte..... | 277 |
| 281     | <i>Médcion á pasos.</i> -Medio de contrastar el paso.-Escala de pasos.....  | 278 |
| 282     | <i>Id. por el tiempo que se emplea en recorrer la distancia.</i> .....  | 279 |
| 283     | <i>Id. por medio del podómetro</i> .....  | 279 |
| 284     | <i>Id. por los telémetros</i> .....   | 280 |
| 285     | <i>Telémetro de combate de P. L. Boulangé.</i> -Su descripción y uso.....   | 280 |
| 286-291 | <i>Telémetro de Gautier.</i> -Principio en que se funda, descripción y diversos modos de usarlo.....                          | 282 |
| 292     | <i>Telémetro Berdan.</i> -Principio en que se funda, descripción y uso.....   | 290 |
| 294     | <i>Medida de los ángulos.</i> -Condiciones que han de tener los goniómetros que se empleen.                                   | 294 |
| 295-297 | <i>Sextante ordinario</i> .....   | 294 |
| 298     | <i>Id. de bolsillo</i> .....  | 298 |
| 299     | <i>Brújula de Kater</i> .....   | 298 |
| 300     | <i>Id. de Burnier</i> .....   | 299 |
| 301     | <i>Plancheta simplificada</i> .....   | 300 |

| Párrafos. |   | Páginas. |
|-----------|---|----------|
| 302       | <i>Instrumentos improvisados y procedimientos diversos</i> .....  | 300      |
| 303       | <i>Instrumentos de nivelación.-Eclímetro de Burnier.-Construcción de una escala de pendientes</i> ..... | 302      |
| 304       | <i>Alidada nivelante</i> .....  | 303      |
| 305-310   | <i>Nivel de Burel</i> .....   | 304      |
| 311       | <i>Barómetros metálicos</i> .....   | 307      |
| 312       | <i>Niveles improvisados</i> .....   | 307      |

## CAPITULO III.

## LEVANTAMIENTOS IRREGULARES.

|         |  |     |
|---------|--|-----|
| 313-318 | <i>Levantamientos ejecutados con instrumentos</i> ..   | 309 |
| 319-321 | <i>Levantamientos á ojo á la vista del terreno</i> ... | 312 |
| 322     | <i>Levantamientos de memoria</i> .....                 | 314 |
| 323     | <i>Levantamientos por noticias</i> .....               | 315 |
| 324     | <i>Itinerarios</i> .....                               | 316 |

## CAPITULO IV.

## MEMORIAS DESCRIPTIVAS.—ORIENTACION EN CAMPAÑA.

|         |   |     |
|---------|---|-----|
| 325-326 | <i>Memorias</i> .....   | 319 |
| 327     | <i>Orientacion en campaña.-Orientacion por medio del plano</i> .....  | 321 |
| 329     | <i>Empleo de la brújula como medio de conocer la direccion en que se debe marchar para llegar á un punto dado</i> ..... | 322 |
| 330     | <i>Orientacion por medio del Sol</i> .....  | 323 |
| 331     | <i>Orientacion por algunos indicios</i> .....   | 324 |

## APÉNDICE 1.º

---

|  |            |
|--|------------|
| <i>Orientacion de una base topográfica por observaciones<br/>al Sol.....</i> | <b>327</b> |
|--|------------|

## APÉNDICE 2.º

---

|  |            |
|--|------------|
| <i>Método de Grassi para la nivelacion barométrica..</i> | <b>347</b> |
|--|------------|

## APÉNDICE 3.º

---

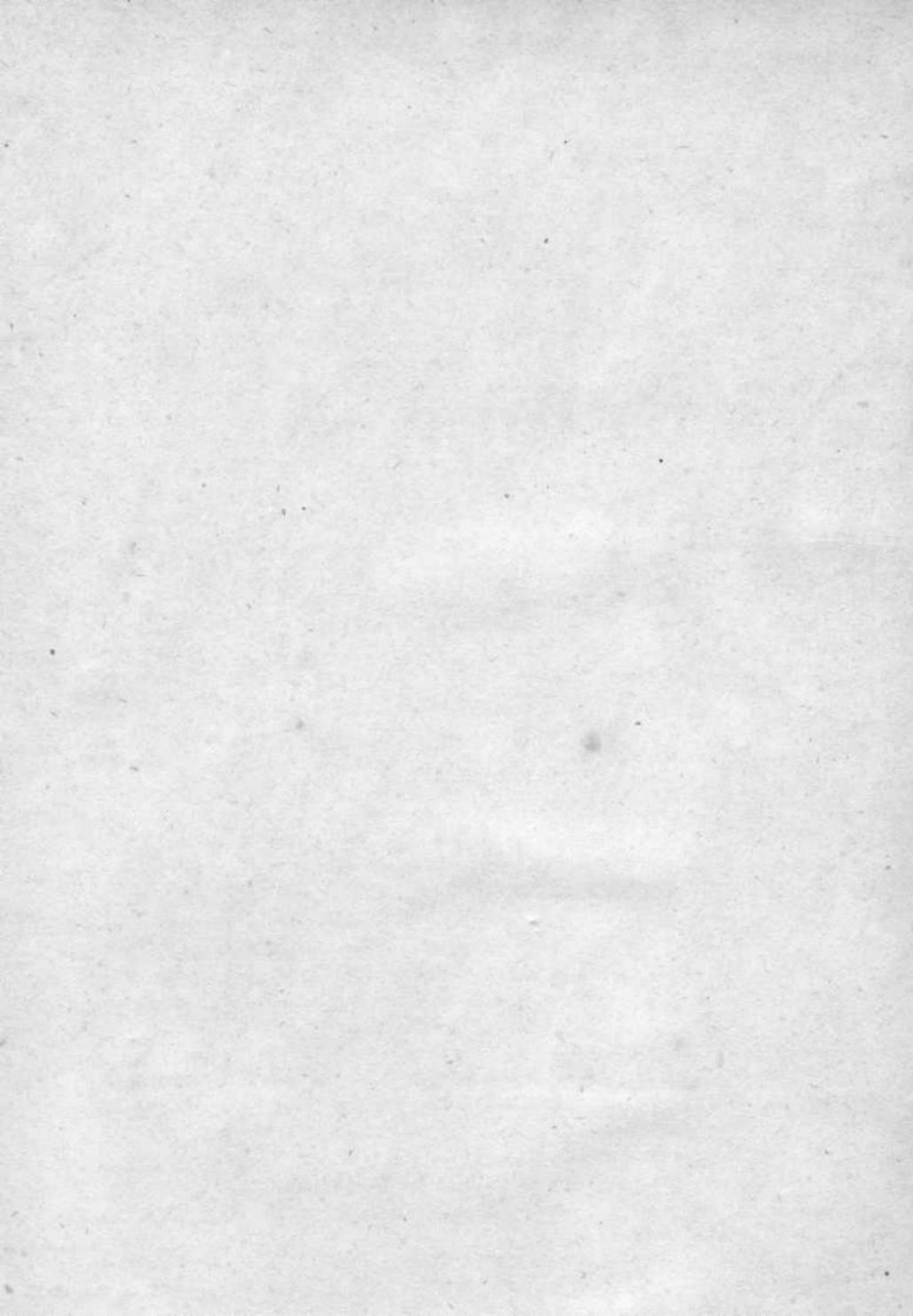
|   |            |
|---|------------|
| <i>Escalas que deben adoptarse en los planos.-Acuerdo<br/>de la Junta superior facultativa.....</i> | <b>351</b> |
|---|------------|

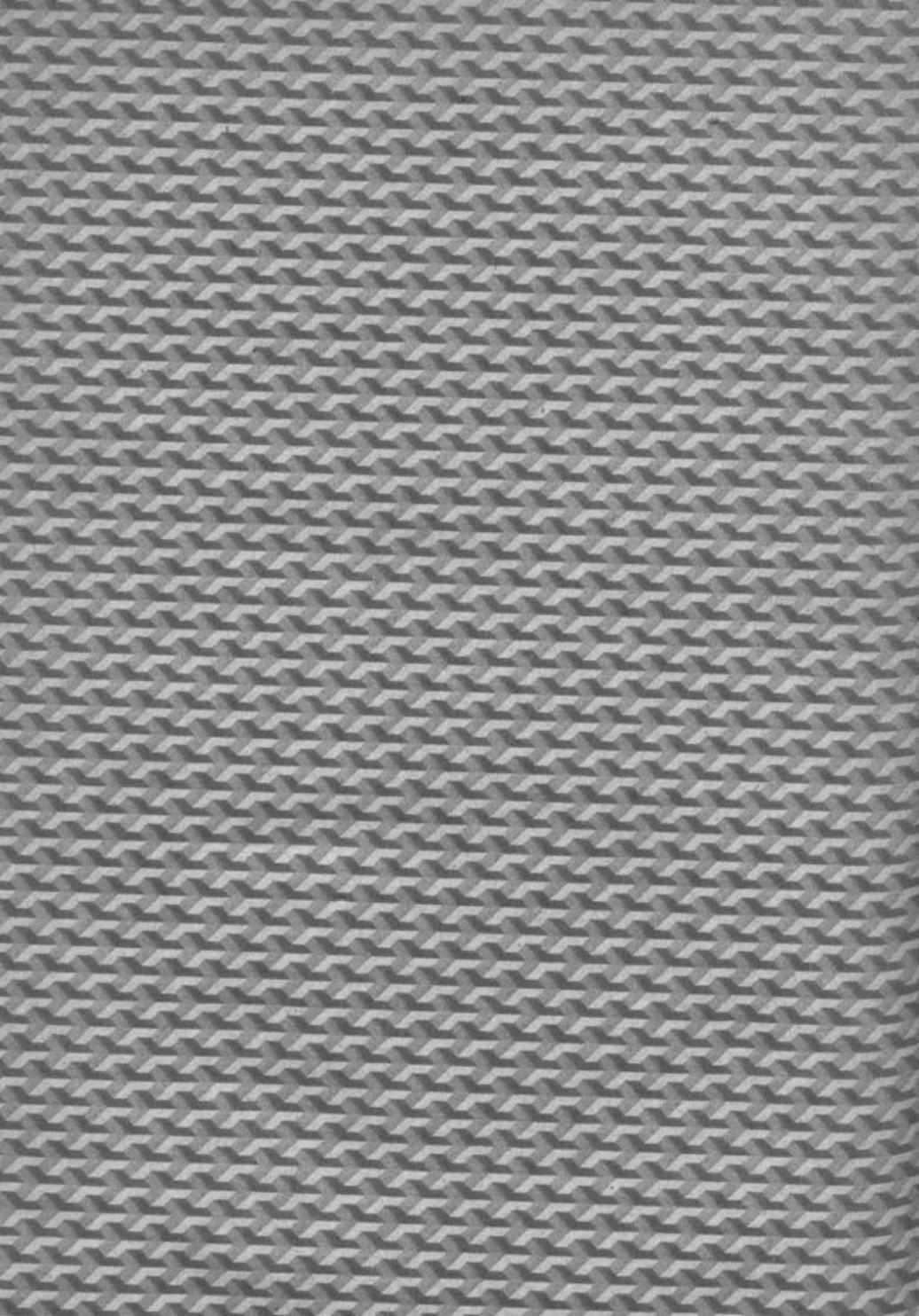
---

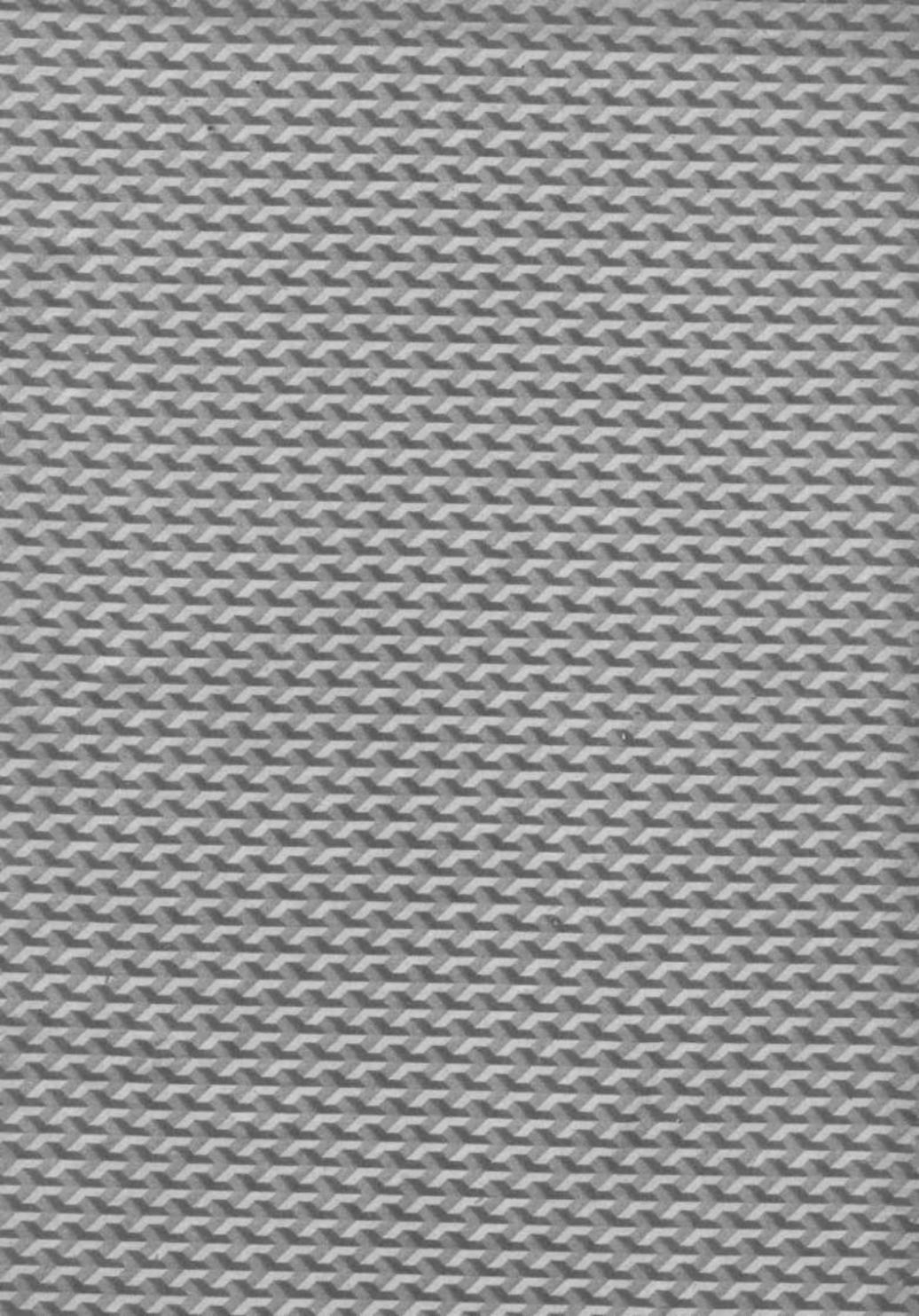
# ERRATAS.

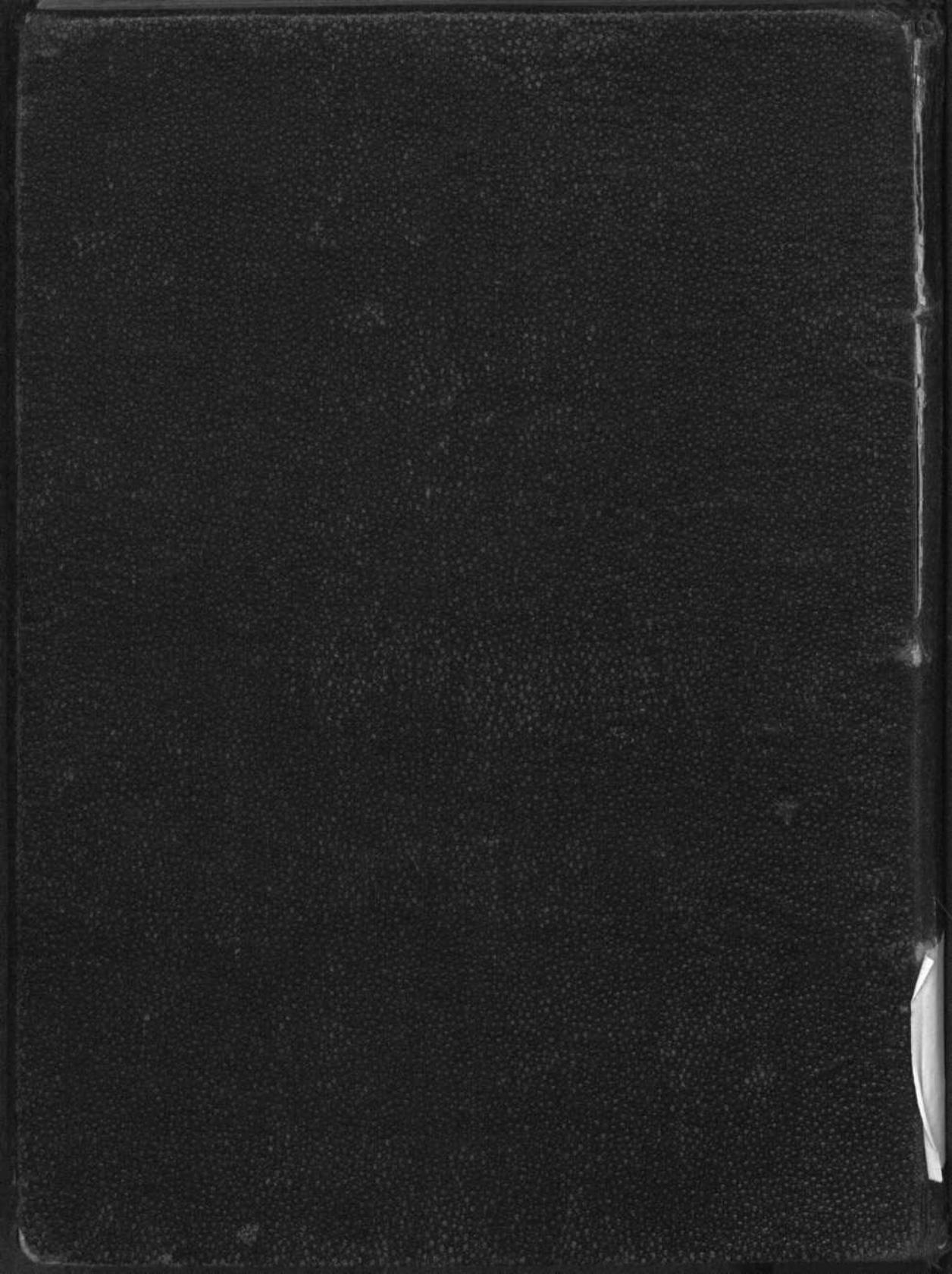
| PÁGINA. | LÍNEA.  | DICE.                            | LÉASE.                    |
|---------|---------|----------------------------------|---------------------------|
| 13      | 16      | extencion                        | extension                 |
| 21      | 22      | arco $g' r$                      | arco $g' r$               |
| 27      | 27      | del nivel                        | del nivel                 |
| 32      | 16      | reglas; graduadas                | reglas graduadas          |
| 44      | 21      | una direccion                    | en una direccion          |
| 50      | 15      | como sarán                       | como serán                |
| 50      | 16      | escribir                         | escribir                  |
| 50      | 23      | guadacion                        | graduacion                |
| 60      | 32      | <i>Clec</i>                      | <i>Clerc</i>              |
| 60      | 34      | semicilindo                      | semicilindro              |
| 78      | 12      | arco $e h$                       | arco $lh$                 |
| 83      | 11      | empleando                        | empleándose               |
| 83      | 12      | empleándose en                   | elijiendo en              |
| 90      | 35      | las cuales                       | los cuales                |
| 97      | 25      | se varia                         | se veria                  |
| 99      | 11      | <i>aol</i> y <i>loq</i>          | <i>aob</i> y <i>loq</i>   |
| 99      | 18      | por el cual                      | por lo cual               |
| 103     | 1       | diastrimométrico                 | diastimométrico           |
| 117     | 33      | flotándolo                       | frotándolo                |
| 121     | 21      | difereneial                      | diferencia                |
| 122     | 13      | de la visual                     | la visual                 |
| 140     | 25 y 26 | $hq$ perpendicular $hm$          | $mq$ perpendicular á $hm$ |
| 149     | 26      | la latitud de                    | la altitud de             |
| 155     | 29      | resalte                          | resulte                   |
| 195     | 8       | están el mismo                   | están en el mismo         |
| 196     | 24      | liquido $bm'c'g$ que             | liquido $lm''c'j$ que     |
| 199     | 25      | medio dol                        | medio del                 |
| 201     | 14      | restificaciones                  | rectificaciones           |
| 207     | 11      | la mayor BN                      | la mayor B M              |
| 208     | 2       | ventanilla $x$                   | ventanilla $r$            |
| 221     | 6       | ezquierda                        | izquierda                 |
| 224     | 5       | conrespondan                     | correspondan              |
| 228     | 33      | admósfera                        | atmósfera                 |
| 242     | 23      | engrenages                       | engranages                |
| 244     | 26      | añadir $120^{\text{c}:\text{c}}$ | añadir $120^{\text{cc}}$  |
| 245     | 19      | Estando en canto                 | Estando el canto          |
| 246     | 3       | centimero                        | centímetro                |
| 255     | 20      | diastrimométrico                 | diastimométrico           |
| 259     | 4       | tas lecturas                     | las lecturas              |
| 264     | 4       | 10, 100 á 1000                   | 10, 100 ó 1000            |
| 314     | 31      | favorecer á contrariar           | favorecer ó contrariar    |
| 324     | 32      | parte opuesta al $s$             | parte expuesta al $s$     |











**G 40965**

MEMBRILINK

NOPOCERADIA