

tro de gravedad está entonces distante del eje un tercio de la base, y girando describe una circunferencia, que es el tercio de la que describe la extremidad de la base, del mismo modo el cono será como el resultado del triángulo generador por el tercio de la circunferencia descripta por la extremidad de la base; y por ello el cono será el tercio del cilindro de la misma base, y de la misma altura. De este modo aplicando esta regla á otras figuras encontró la resolución de todos los problemas con singular exâctitud, y abrió un camino á los géómetras para descubrir muchas verdades. Pero este no fué seguido de muchos; y se hizo mucho mas fecunda y mas útil á la geometría la introduccion del nombre, y de la ideâ del infinito reconocido por los antiguos, y propuesto baxo nuevo aspecto por Keplero. Galileo (a) se familiarizó aun mas con los infinitos, y con los indivisibles; y no solo reduxo á ellos la demostracion de algunos teoremas, sino que pensó tambien en componer un tratado

Tom. VII. *Libro de la Mecanica* de

---

(a) *Dial. della nuova Scien.* lib. II, y III.

Cavalieri. de los indivisibles. Esto que pensaba hacer Galileo lo había ya dispuesto, y preparado su discípulo Cavalieri. El empieza por considerar el sólido como compuesto de infinitas superficies, las superficies de infinitas líneas, y las líneas de puntos infinitos; y para encontrar la medida de un sólido le basta tener la razón de todos los planos que lo componen, y la de las líneas para la medida de los planos, y generalmente para tener las relaciones entre dos cuerpos, determinar las de sus elementos, que él llama *indivisibles*. Así se resolvió á buscar la medida de muchos sólidos de los inventados por Keplero, y la encontró en mas de veinte (*a*), y despues aun en muchos mas, y abrió á otros un fácil camino para encontrarla en los restantes. Entonces pues con el descubrimiento de Cavalieri se dió principio á una nueva geometría. A las figuras inscriptas y circunscriptas, á las dificultades de inscribir y circunscribir poligonos á una figura, y de buscar los límites de la razón entre el último poligono

ins-

---

(a) *Geometr. indiv. &c. Pref. & al.*

inscripto, y el último circunscripto, al método en suma de doble posición, á que únicamente habían atendido los antiguos, se empezaron á substituir los elementos indivisibles, los infinitésimos, los infinitos, y se facilitaron muchas investigaciones, que antes eran muy difíciles y confusas, se abrió campo para hacer otras muchas, que hasta entonces no se podían tentar, y nació en suma una nueva geometría. El nombre de *indivisibles*, y la novedad del descubrimiento excitó la atención de todos los geómetras, y provocó las censuras de muchos. Pareció desde luego á algunos que el método de los indivisibles fuese tomado de Keplero; pero Cavalieri (a) hizo ver la diversidad; puesto que Keplero de los cuerpos pequeñísimos compone de algun modo los cuerpos mayores, quando él solo decia, que los planos eran como los agregados de todas las líneas equidistantes, y los cuerpos como los agregados de todos los planos. Quisieron otros derivar este método de una obra de Bartolomé del Sovero *De cur-*

---

(a) *Exerc. tert. in Guld.*

*vi, et recti proportione promota* (a); pero Cavalieri hizo ver que bastante antes de la publicacion de esta obra habia él, no solo escrito, sino presentado al senado de Bolonia la suya de la geometría de los indivisibles. La idea sola, y el nombre de indivisibles chocó á muchos geómetras, y él mismo habia ya previsto la extraña impresion que debia causar en el ánimo de muchos, y de algun modo habia anticipado la respuesta en la prefacion del libro septimo; y antes bien puede decirse que todo el libro septimo, probando con otro método las mismas verdades, que en los antecedentes se habian demostrado con el de los indivisibles, forma de algun modo la apología de este método. Salian sin embargo cada dia nuevos opositores y habiendo entre estos uno muy respetable, el poco ha nombrado Guldin, y deseando Cavalieri hacer mas público, y mas firmemente establecido su método, se vió precisado á exponerlo de nuevo en dos *exercitaciones*, y responder en otra á las oposiciones de Guldin. Este muy poseido de sus centros de gra-

s II

---

ve-

(a) Lib. V.

vedad, y agravado tambien de achaques, no pudo mirar con buenos ojos el método de los indivisibles, ni exâminarlo con atencion: y alaba, sí, al autor, y recomienda su método como oportuno para la invencion, pero procura tacharlo de falsedad y de insubsistencia, y querria deprimirlo para hacer reynar el suyo de los centros de gravedad. Nosotros no podemos dexar de alabar uno y otro método, y venerar á sus autores; pero queriendo dar á alguno la preferencia, no temeremos abrazar el de Cavalieri como mas directo, mas expedito, y mas fácil. Es natural, como con razon dice el mismo Cavalieri (a), buscar antes la dimension de las figuras, y despues su centro de gravedad, antes se concibe una figura extendida, que grave. Muchas veces aun es mas dificil el determinar el centro de gravedad que la medida, que por su medio se debería buscar. Pero diremos sin embargo que el método de Guldin debe reputarse como un bellissimo descubrimiento en la geometría, y que por mas que el método de los indi-

---

(a) Exerc. tert.

divisibles haya tenido mas influxo en los progresos de la geometría, merece tambien el de los centros de gravedad los elogios de todos los geómetras, y ambos á dos hacen los nombres de Guldin, y de Cavalieri inmortales en los fastos de la geometría. Galileo, Viviani, y toda la escuela galileana acogió con muchos aplausos el método de Cavalieri, que despues defendió, ilustró, y amplificó un alumno suyo, Estevan de los Angeles. El primero que lo honró con la práctica, y con adaptarlo utilmente fué Torricelli, como se gloriaba de ello el mismo Cavalieri (a). Con este método resolvió Torricelli problemas difícilísimos con suma facilidad, encontró una nueva quadratura de la parábola, una nueva relacion de la esfera al cilindro, la medida del sólido agudo hiperbólico, y, lo que hizo mas célebre el nombre de Torricelli, la dimension de la cycloide. Galileo habia estudiado muchos años la resolucion de tales medidas sin poderla encontrar; el mismo Cavalieri habia empleado en vano sus fatigas

---

(a) *Exerc. par.*

gas en aquella especulacion; y solo Torricelli con el auxilio del nuevo método llegó con tal facilidad á encontrarla, que, como dice Cavalieri (a), el problema que parecia á los géómetras de suma dificultad, fué para él facilísimo. Pero esta bella fatiga del ingenio geométrico de Torricelli le atraxo una grave acusacion de plagiario del géometra Roberval.

La Francia tenia entonces dos géometras de orden superior, Cartesio, y Fermat: Roberval amigo de este, contrario de aquel, y émulo de entrambos, pero inferior á ambos á dos, procuraba igualar á estos, y se consideraba muy superior á todos los otros. El en efecto inventaba métodos, y resolvía problemas, que en vano lo hubieran intentado otros géómetras que Cartesio y Fermat. ¡Con que gusto podia pues oír que el público diese á otros los elogios de algunos inventos, que se debian á él muchos años antes! Habia encontrado un método semejante al de los *indivisibles*, y mientras lo tenia zelosamente guardado, gloriandose de poder resolver con él problema

---

(a) Ibid.

blemas superiores á las fuerzas de los otros geómetras faltos de este auxilio, vió publicar por Cavalieri el método de los *indivisibles*, y arrebatarle la gloria que se hubiera podido adquirir, si hubiese querido comunicar al público sus inventos. Frisio (a) parece querer poner en duda la originalidad de la invencion de Roberval, reflexionando que esta no salió á luz hasta dos años despues de la publicacion de la obra de Cavalieri, y ocho ó nueve despues que ya se conocia en Italia la geometría de los indivisibles. Pero quien reflexione sobre los problemas que resolvian Roberval y Fermat hacia los tiempos del descubrimiento de Cavalieri, no podrá negar que tuviesen ellos algun método semejante en el mérito, y tambien en la forma al de Cavalieri, á quien sin embargo se debe el doble elogio de original en la invencion, y de generoso en la publicacion de la misma. No podia Roberval contrastar á Cavalieri la gloria de la invencion del método de los indivisibles, no habiendo él dado jamas parte del suyo á ningun-

-cid

no

---

(a) *Elog. del Cavalieri.*

ibid (a)

no (a); pero quando vió arrebatarle Torricelli la de la dimension de la cicloyde, á la qual tenia él derecho algunos años antes, no pudo contenerse, y prorrumpió en quejas contra el geómetra italiano, como que se apropiase un invento suyo, y se adornase con sus fatigas. Es cierto que Roberval habia encontrado algunos años antes la medida de la cicloyde; y esto se ve no tanto en la obra *De la Música universal* de Mersseno, publicada en 1637, y en la *Historia de la cicloyde* de Pascal, no contradicha en esta parte por Dati, apolo- gista de Torricelli, quanto en las cartas de Cartesio, de las quales se infiere, quanto mas adelante que la simple medida se hubiese pasado en Francia en exâ- minar los efectos de la cicloyde (b); aun- que de alguna otra carta del mismo Car- tesio (c), y de otros pasages de otros es- critores se pueda sacar algun argumento en contra. Pero que Torricelli tuviese la

Tom. VII. Mm me-

---

(a) Roberv. *Epist. ad Torric.* (b) V. part. III, ep. Carcavi LXX, ep. LXXVI, & al.

(c) Ep. LXIX.

menor noticia de las demostraciones) de los franceses ; que Beaugrand hubiese dado parte á Galileo ; que Torricelli hubiese heredado todas las cartas de este , y encontrado en ellas la medida de la cicloyde , no solo carece de todo fundamento , sino que se ve desmentido por evidentes razones contrarias. El descubrimiento de Roberval quedó oculto en su escritorio , y solo lo comunicó á algun amigo en cartas familiares. La Italia , la Inglaterra , y la Francia misma carecian en un todo de tal noticia ; el mismo historiador Pascal , apasionadísimo á Roberval , ignoraba enteramente su descubrimiento , y tuvo por mucho tiempo la medida de la cicloyde por obra de Torricelli. Cavalieri aun en el año 1647 , tres años despues de la publicacion del descubrimiento de Torricelli , y de las quejas de Roberval , continua dando á Torricelli la gloria de la invencion (a). Wallis muchos años despues pone en duda que Roberval haya jamas executado dicha medida , y reconoce por único autor á Torricelli. El frances la

de 8, IVXXI . q. XXI Lou-

---

(a) Exerc. prima.

Louberé le hizo también el mismo honor; y generalmente toda la Europa literaria reconocía por autor de aquel descubrimiento á Torricelli, y nada sabía de la oculta demostración de Roberval. Las nacidas disputas, las promovidas especulaciones, las agitadas cuestiones en obsequio de la cicloyde dieron materia á dos historias, y á varios otros escritos sobre aquella curva. Nosotros dexando esta disputa, ahora poco importante, solo diremos con Wallis, que aunque Roberval hubiese descubierto antes aquella verdad geométrica, con todo *nos Torricellio plus debemus, qui demonstrationes suas jam páram factas vulgarvit, quam qui suas adhuc supprimit Robervallio*. Tenia Roberval ingenio agudo para la geometría, y se hubiera adquirido mayor fama, y hubiera sufrido menos disputas, sino hubiera sido tan avaro en comunicar sus propios inventos, y hubiese mirado con ánimo tranquilo que otros diesen los suyos á la luz pública. El se formó un método, y compuso un tratado de los indivisibles, semejante de algun modo al de Cavalieri, y se sirvió de él felizmente para resolver

muchos problemas. El inventó otro para las tangentes, llamado *De los movimientos compuestos*, que tenía un remoto principio de semejanza con el de las fluxiones de Newton. El encontró la medida de la cycloide, sobre la qual hizo despues tanto ruido con Torricelli, y resolvió ingeniosamente muchos problemas que pertencen á aquella curva. El inventó ciertas curvas, llamadas por Torricelli *Robervalianas*, y conocidas aun al dia de hoy baxo su nombre; pero que él quiere llamar *quadratrices* (a) porque se sirvió oportunamente de ellas para quadrar las parábolas, y para encontrar espacios finitos iguales en magnitud á los infinitos. El dió métodos para encontrar los centros de percusion, que eran mas exáctos que los de Cartesio, y le daban alguna superioridad sobre el objeto de sus zélos, á quien en todo lo demas quedaba muy inferior. Roberval en suma se adquirió un gran crédito en la historia de la geometría, y le hubiera dexado mas noble y puro, sino lo hubiese manchado con sus pueriles disputas,

---

(a) *Ep. ad Torric.*

-um

2. mM

tas, y con sus obstinadas é inconcluyentes oposiciones contra los descubrimientos de Cartesio. No era solo Roberval el geómetra de la Francia, que se hacia oír en medio del estrépito que movian los grandes descubrimientos de Cartesio, y de Fermat. La Loubere, Beaugrand, Pascal, Leotaud, y algunos otros semejantes hubieran podido bastar para el honor geométrico de una nacion menos rica de lo que lo era entonces la francesa. Por otra parte la Italia, ademas de los poco ha celebrados Galileo, Cavalieri y Torricelli, se gloriaba de tener á Castelli, célebre idráulico, pero no menos famoso geómetra; se gloriaba de Estefano de los Angeles, defensor, ilustrador, y amplificador del método de Cavalieri, y de las doctrinas de Galileo: se gloriaba de Ricci, estimado y alabado por los geómetras dentro y fuera de Italia, y por el mismo Torricelli su maestro; se gloriaba de Borelli, ilustrador de los antiguos geómetras (a); y se gloriaba sobre todo

---

(a) IV. Fabroni *Vita Ital.* &c. tom. II.

de Viviani , digno ciertamente de sumos elogios por las sutiles y exâctas resoluciones de muchos problemas geométricos , y por las sólidas y elegantes demostraciones ; pero mucho mas célebre é ilustre por sus ingeniosas y doctas *Divinaciones* de la doctrina sobre los lugares sólidos de Aristeo , y del quinto libro de los cónicos de Apolonio , en las cuales compitió de algun modo con el ingenio , y con el saber geométrico de aquellos célebres antiguos , y mereció tambien de los modernos el glorioso nombre de sumo geómetra , que los griegos daban á Apolonio ; pero ninguno de estos italianos y franceses podia aspirar á la gloria de sentarse al lado de los dos príncipes de la geometría de aquel tiempo , Cartesio y Fermat.

**Cartesio.** Tenia Cartesio tal superioridad en esta ciencia , que como por juego y entretenimiento resolvia los problemas , que ponian en confusion á los otros geómetras. Sus métodos eran la admiracion de quantos eran capaces de conocerlos , y servian de guia á él , y á sus sequaces para correr nuevas regiones no vistas hasta entonces , y para internarse en descubrimientos

no

no tentados por los anteriores géometras. Jamas se ha remontado tanto la geometría como quando Cartesio aplicó á ella el álgebra para la teoría y conocimiento de las curvas. Una expresion algebraica se ha hecho un quadro vivo y parlante, que en breves y claros rasgos, presenta á la vista las propiedades de una curva; los problemas mas complicados y confusos se reducen á una fácil y clara sencillez, expedicion, extension, y generalidad. Nuevos métodos para la resolucion de los problemas planos; adelantamientos notables de la doctrina de los antiguos sobre los lugares geométricos; fórmula general para las equaciones de las secciones cónicas, sea la que se fuese la posicion de la base, á la qual se refieren; invenciones de nuevas curvas honradas con su nombre, llamadas *óvalos de Cartesio*, útiles para la teoría de la dióptrica y catróptica; elevacion al grado de geométricas de otras curvas, que pasaban por mecánicas; método general para determinar las tangentes, fecundo de muchas y sublimes teorías, y aplicable á las mas arduas é importantes quèstiones; y otros muchos nuevos y útiles

les hallazgos hacen á Cartesio creador, por decirlo así, de una nueva geometría, y á sus tres libros, y los otros escritos suyos pertenecientes á estas materias, el mas precioso depósito de verdades algebráicas y geométricas. No hay parte alguna de la geometría á la qual Cartesio no haya acarreado alguna particular ventaja. Los argumentos mismos, que no habian sido tratados por él, recibian tanta luz de sus principios, que de ellos podian deducirse con bastante facilidad; y tuvo razon para decir al fin de su geometría, que esperaba poder merecer el reconocimiento de los posteriores, no solo por las cosas que habia explicado, sino tambien por las que habia omitido cuidadosamente para dexarles el gusto de encontrarlas (a).

Fermat. Al mismo tiempo que Cartesio, trabajaba Fermat casi con igual provecho en el adelantamiento de la geometría. Quando él vió por primera vez la geometría de Cartesio, se admiró de no encontrar en ella tratada la cuestión tan importante, no solo en la geometría pura, sino tam-

---

(a) *Geom.* lib. III.

tambien en las matemáticas mixtas, de los *máximos*, y de los *mínimos*, esto es, la que determina los puntos, en que una magnitud, que varía creciendo y decreciendo, llega á ser la mas grande, ó la mas chica que sea posible; y como él habia trabajado mucho, y con mucho provecho en esta investigacion, quiso publicar su ingenioso método, que á una fácil sencillez juntaba una suma fecundidad, y que ha merecido los mayores elogios de los geómetras posteriores. A este unió otro método no menos ingenioso para encontrar las tangentes en las curvas; y tambien otro para la construccion de los lugares sólidos. No pudo llevarlo con paciencia Cartesio: acostumbrado, como estaba, á recibir adoraciones, y á no sufrir cosa alguna que contradixese sus glorias, se opuso desde luego á las reglas de Fermat, queriendo hacerlas comparecer inútiles, y aun falsas, y encendió de este modo la guerra entre aquellos dos consumados geómetras, que puso tambien en armas á casi todos los otros. Si en toda la Francia habia algun geómetra capaz de entrar á competir en el mérito mate-

mático con Cartesio, era indubitáblemente Fermat. Además de la gloriosa invención de los métodos antes alabados, pasó él á encontrar otro para los centros de gravedad, y se aplicó también á la medida de muchas curvas harto complicadas, reduciéndola con ingeniosas transformaciones á la del círculo, y de la hipérbola. Su método de los *máximos*, y de los *mínimos* pudo de algun modo abrir el camino al cálculo diferencial, y casi se ve igualado por Leibnitz, en la utilidad para el adelantamiento de las matemáticas, á la aplicación del álgebra á la geometría de Cartesio (*a*): aun por lo que mira á esta aplicación había concebido ingeniosamente Fermat, al mismo tiempo que Cartesio, la idea de expresar la naturaleza de las curvas por medio de las ecuaciones algébricas, y llegó á dar de ella algun ensayo (*b*); Fermat en suma tenía justo derecho para querer sentarse al lado del gran Cartesio, y adquirirse igualmente

---

(*a*) *Act. Lips.* an. 1693. (*b*) *Isag. Topic. &c.*  
*App. ad Isag. &c.*

te que él muchos partidarios y sequaces. Roberval como amigo de Fermat, y como contrario de Cartesio, fué uno de los mas adictos á las sólidas teorías del geómetra su amigo, y reprehendió tambien á Cartesio, á veces no sin razon, como que impugnaba una teoría, que no la tenia bastante exâminada. Pero sin embargo los partidarios de Cartesio fueron muchos mas, y su geometría, y sus cartas llenas de descubrimientos, y de luces geométricas han tenido mayor influxo en los progresos de las ciencias, que las doctas obras, y los útiles inventos de Fermat. Basta ver en la edicion de la geometría cartesiana, hecha por Schooten en 1695, los famosos nombres de sus comentadores é ilustradores, para conocer los progresos que ella hizo en poco tiempo entre los buenos ingenios. Beaune, Schooten, Hudde, Heuraet, Wit, ya bastante célebres é ilustres por sus propios descubrimientos, se han dedicado sin embargo á promover y propagar los del gran Cartesio, y todos juntos concurren con mucha gloria suya á magnificar, y aumentar la de su soberano maestro. Pero

ademas de estos ¿quantos otros doctos matemáticos no emplearon sus fatigas en hacer mas comunes á la inteligencia universal los descubrimientos geométricos de Cartesio? Entre ellos se distinguió Rabel con particular mérito de claridad y de solidez. Los métodos para las tangentes, y para las quëstiones de los máximos, y de los mínimos de los dos príncipes de la geometría, Cartesio y Fermat, se hicieron mas fáciles, y mas expeditos en las manos de Hudde, de Sluse, y de Huïngens. La construccion de los lugares geométricos habia recibido de Cartesio una fórmula general, pero que estaba sujeta á muchos embarazos: Craig inventó nuevas fórmulas, que facilitaron dicha construccion. Y así todas las partes de la geometría se ilustraban mas y mas, y adquirian glóriosos y útiles adelantamientos con las obras de aquellos dos maestros, y de sus doctos sequaces.

Quando estos dos franceses se disputaban el principado en la geometría, el flamenco Gregorio de san Vicente, sin entrar en tal pretension, esparcia infinito número de nuevas verdades, de profun-

Gregorio  
de san Vi-  
cente.

fundas ideas, de extensas investigaciones, de principios fecundos, de métodos generales, y con una obra escrita sobre un asunto, que se habia hecho muy despreciable, esto es, con una obra sobre la quadratura del círculo enriqueció con nuevas luces la geometría, y mereció que Leibnitz lo pusiese al lado de Cartesio, y de Fermat, para formar el triunvirato geométrico, y que aun de algun modo le quisiese dar la primacía sobre los otros dos. Este ingenio vasto, profundo y original, se aplicó con infatigable estudio, por espacio de veinte y cinco años, á la investigacion de la inasequible quadratura del círculo, y se internó animosamente en todos los caminos mas asperos é intrincados, que le parecia pudiesen conducirle á obtenerla. Pensó primero en la espiral; y sino encontró en ella el verdadero medio de la buscada medida, tuvo sin embargo alguna recompensa con el feliz descubrimiento de la concordia, y conformidad, y, como él dice, *simbolización* de la espiral con la parábola, demostrando que la espiral es una parábola envuelta, y la parábola una espiral desenuelta. De la

espiral pasó á la quadratriz, y la formó de tantos modos nuevos, y demostró tantas propiedades suyas, que nos hubiera dado un buen tomo sobre esta curva, si un incendio, acaecido en la toma de Praga por los Saxones, no lo hubiese abrasado. No viendo por estos medios el deseado éxito, se aplicó á las secciones cónicas: y aquí fué donde despues de muchas vueltas y revueltas creyó finalmente hallarla, y donde tuvo ciertamente la venturosa suerte de encontrar los mas apreciables descubrimientos. ¿ Cuantas conformidades y correspondencias no descubrió entre la hipérbola y la parábola, entre esta y la espiral, entre la uña cilíndrica y la esfera, y entre casi todas las figuras geométricas? Entonces puede decirse que nació la geometría comparada, que puede mirarse como la llave de las invenciones geométricas, y de las mas recónditas verdades. Solo el descubrimiento de la bellísima é importante propiedad de la hipérbola inmediata á una asintota de tener los espacios comprendidos entresí, creciendo aritméticamente, quando la abscisa crece geométricamente, y de ser des-

despues el logaritmo de esta abscisa, basta para que quede suficientemente recompensado de las fatigas empleadas en aquellas investigaciones. Muchos ingeniosos y expeditos modos de quadrar la parábola, y tambien la hipérbola, la medida de muchos cuerpos no medidos hasta entonces, muchísimos importantes y curiosos descubrimientos sobre las progresiones geométricas, é infinitas novedades sobre todas las partes de la geometría son frutos de su intenso estudio sobre la quadratura del círculo. Inflamada la fantasía, y llena de tantos descubrimientos creyó ver igualmente la deseada quadratura: pero ¿que nos importa este deslumbramiento suyo, quando nos hace gozar de tantas brillantes luces, y de tantas utilísimas verdades, y nos produce una de las mas ricas y preciosas obras de la antigüedad, y de la moderna geometría? Uno de los admiradores de Gregorio de san Vicente, y el mas célebre impugnador de su quadratura del círculo, su mas justo rival, el único digno de sucederle en la gloria geométrica, fué el holandés Huigens, el qual en la geometría cartesiana,

Huigens.

no menos que en la antigua, se ha adquirido un lugar singularmente distinguido. Ya en su juvenil edad las observaciones sobre la geometría de Cartesio, la impugnacion de la pretendida quadratura de Gregorio de san Vicente, y los ingeniosos descubrimientos sobre las aproximaciones del círculo, hicieron que fuese mirado como un consumado geómetra. Pero quando se elevó á la dimension de las superficies curvas de las conoydes, y de las esferoydes, quando dió su método para reducir las rectificaciones de las curvas á las quadraturas, quando determinó la medida de la cisoyde, y sobre todo quando entrando á hacer anatomía de la logaritmica, á exâminar las áreas, las tangentes, los sólidos, los centros de gravedad, y todos sus efectos, hizo sobre cada uno de ellos muchos é importantes descubrimientos, y mas aun quando enriqueció las matemáticas con la teoría de las *evolutas*, que será siempre mirada como uno de los mas grandes y mas fecundos descubrimientos de la geometría, y descubrió con ella, que la cicloyde forma desenvolviendose una cicloyde igual, pues-

puesta no obstante en situacion inversa , y con la misma , llegó á rectificar varias curvas , á determinar las tangentes , y á encontrar muchas verdades ocultas á los demas geómetras ; entonces fué realmente reconocido por consumado geómetra , venerado de todos como maestro de la geometría , igualmente que de la mecánica , y de la astronomía , proclamado universalmente por uno de los mas sublimes ingenios que hubiesen producido las matemáticas , y , lo que es tal vez mas de estimar , venerado del gran Newton sobre todos los otros geómetras , y alabado singularmente por él como el mas elegante de todos los modernos , y el mas digno imitador de los antiguos (a).

Quando en el continente de Europa se trabajaba con tanta actividad para adelantar la geometría , en la isla de Inglaterra se conducia á largos pasos á su perfeccion. Aquella sola isla producia tantos ilustres geómetras , y daba á luz todos los dias tantos sublimes descubrimientos , que competia , y aun tal vez supe-

Tom. VII.

(a) *In Vita Newtoni ad extrem.*

raba ella sola á todo el resto de la culta Europa en procurar mejoras y ventajas á los estudios geométricos. Gran salto le hizo dar Wallis con su aritmética de los *infinitos*, ó con su particular aplicacion del cálculo al método, conocido ya de los italianos, y de los franceses, de los indivisibles, é infinitos. Con esta se puso en estado de medir muchas figuras, á las quales no habian llegado los otros geómetras, y de sujetar á la exâctitud de la geometría muchísimos objetos, que hasta entonces se de habian escapado. Los problemas de la cycloide, que con tanto enfasis proponia Pascal, fueron todos resueltos por él en poquísimos tiempo, y con mucha facilidad. Pareciale á Cartesio enteramente imposible la rectificacion de una curva: la aritmética de Wallis conduxo á Neil á encontrar una, y despues Wren y Van Heuraet, rectificaron otras curvas, y mas adelante Huingens con sus evolutas dió un método para rectificarlas casi todas. Las ingeniosas operaciones de Wallis para la quadratura del círculo produxeron el método de las *interpolaciones*, que tomaron su nombre, y muchos Jas  
lla-

llaman *Wallisianas*, y se ven usadas con frecuencia en la geometría: las mismas hicieron nacer igualmente el glorioso descubrimiento de Brounker de la *fraccion continua*, de que hemos hablado antes, y su serie infinita para expresar la area de las hipérbolas, la primera que se haya encontrado, aunque no publicada, para este objeto. A la aritmética de los infinitos de Wallis debemos tambien de algun modo la *logaritmotecnia* del alemán Mercator, establecido en Inglaterra en la qual quadraba tambien las hipérbolas, y despues sacaba la construcción de los logaritmos: á la misma se debe tambien la útil invencion del así llamado *binomio newtoniano*; á la misma puede de algun modo referirse el principio del grande hallazgo del cálculo infinitesimal; y generalmente podrá decirse que la geometría es deudora á Wallis, no solo de sus descubrimientos, por sí mismos bastante útiles é importantes, sino tambien de los que produxeron los otros géometras. Quando Wallis, Neil y Brounker, ennoblecian y hacian digna de la estimacion de toda la Europa la geometría inglesa;

quando el aleman Mercator , establecido en Inglaterra , contribuia tambien á aumentar su esplendor , florecian allí igualmente Barrow , que explicó en sus *lecciones* tan profundos y útiles conocimientos sobre la dimension , y sobre las propiedades de las curvas , y dió un método para las tangentes , que abria un espacioso camino para llegar al cálculo diferencial ; y Gregori , no ménos excelso en la geometría que en la óptica , y digno rival del gran Newton en una y en otra , que encontró muchos teoremas curiosos y útiles para la rectificacion de las curvas , y para la transformacion y quadratura de las figuras curvilíneas , y generalizó otras muchas ; que no contento con demostrar la imposibilidad de la rigurosa quadratura del círculo , procuró buscar la mas inmediata aproximacion , y la aplicó ingeniosamente á la hipérbola , que él no separa jamas del círculo , con quien conviene en tantas ánologas propiedades ; é inventó una serie infinita para expresar el area del círculo ; demostró de un modo nuevo la quadratura de la hipérbola de Mercator , y enriqueció con nuevos

mé-

métodos y con nuevas verdades la geometría. De este modo podia la Inglaterra gloriarse de tener un Wallis, un Brounker, un Mercator, un Barrow, un Gregori; la Italia habia producido los Galileos, los Torricellis, los Cavalieris, los Vivianis; la Flandes y la Holanda se jactaban de tener á un Gregorio de san Vicente, y un Huingens, la Francia se ensoberbecia de haber producido á Vieta, Roberval, Cartesio y Fermat, y por todas partes se veian excelentes géometras quando compareció á la luz del mundo el gran Newton.

Parecia que la naturaleza hubiese querido dar varios ensayos de su poder antes de hacer este último esfuerzo, y que hubiese procurado elevarse á grandes producciones para dar finalmente á luz aquel portentoso de sublimidad de ingenio, de fuerza de imaginacion, de solidez de juicio, aquel milagro de la naturaleza, aquel ornamento de la humanidad. Geómetra incomparable, superior á quantos le habian precedido, y sin que haya habido despues quien le igualase ha reunido en sí solo todas las prendas de los

Newton.

antiguos y de los modernos, juntando la precision, la elegancia, y la severidad de las antiguas demostraciones, con la fecundidad de las invenciones de nuevos métodos para descubrir verdades recónditas, y ha manifestado todos los varios talentos de la invencion, de la demostracion, y del cálculo. Sacó de la doctrina de Nicomedes sobre la conchoyde el método de formar las equaciones del tercero y del quarto grado; perficionó el modo de describir la cisoyde inventada por Diocles; resolvió, según el método de los antiguos, un problema de Apolonio, y lo resolvió con una elegancia, que en vano se busca en las resoluciones que del mismo problema dieron Cartesio, y otros algebristas, y se manifestó dueño y maestro de la antigua geometría, superior á los mismos antiguos en la posesion y señoría de ella. Grandes elogios mereció el ingenio de Mercator, que sujetando á las reglas de Wallis una expresion, que habia sido rebelde á los esfuerzos de este su inventor, encontró una serie infinita, con la qual llegó á quadrar la parábola; pero Newton poseia antes que él un mé-

todo, que no solo se extendia á la hipérbola, sino á todas las curvas, no solo á las geométricas, sino tambien á las mecánicas, á sus quadraturas, á las rectificaciones, á los centros de gravedad, á los sólidos formados por sus revoluciones, y á las superficies de estos sólidos (a). Y si era maravillosa su agudeza en imaginar series infinitas, que tuviesen el doble mérito de la convergencia, y de la claridad y facilidad, no causaba menos admiracion su exâctitud y solidez en aplicarlas á las dimensiones de las figuras mas difíciles de encontrarse. El mismo Gregori, que en uno y en otro se habia distinguido singularmente, y por esto al principio se resistia algo á concederle á Newton el principado, reconoció despues todo su mérito, y lo confesó generosamente con los mayores y mas sincéros elogios. Pero por consumado géometra que compareciese Newton con la invencion y aplicacion de series tan útiles é ingenio-

---

(a) *Anal. per. æq. &c. y Meth. flux. & Ser.*  
in fin.

sas, de métodos tan fecundos, y de tan grandes descubrimientos, todo debió ceder á la gloria de la invencion del cálculo de las fluxiones. Entonces no hubo seno oculto y secreto en toda la geometría que no se manifestase claro y patente á su vista perspicaz, no hubo problema difícil é intrincado que él no resolviese con muy expedita facilidad, ni hubo dificultad que le impidiese elevarse á las mas sublimes especulaciones. Para levantar la gran máquina del sistema del universo, que él estableció en la inmortal obra *De los principios matemáticos*, necesitaba un pleno dominio sobre todos los registros de la mas fina geometría, y lo obtuvo plenísimo su nuevo método de las fluxiones. Rectificar curvas, medir areas, determinar tangentes, encontrar los máximos y los mínimos, fixar los puntos de inflexion, manejar libremente á su arbitrio todas las figuras y las líneas de que se sirve la naturaleza, y combinar infinitas fuerzas, infinitas direcciones, y variaciones infinitas de fuerzas y de direcciones se le hizo á Newton fácil y llano con el auxilio de este método; y puede decirse con  
ver-

verdad, que el cálculo de las fluxiones hizo que Newton fuese mirado como el numen de la geometría, y lo elevó sobre los otros hombres en el conocimiento de la naturaleza. Por diverso camino, y baxo diverso aspecto, como hemos dicho arriba (a), encontró Leibnitz el mismo método de Newton, y tuvo igualmente parte en los adelantamientos de la geometría: su vasta y viva fantasía, que de los aridos cálculos lo transportaba á las teológicas, históricas, jurídicas y filosóficas meditaciones, no le permitía seguir tranquilamente las huellas de la naturaleza en las varias figuras, ni formar como Newton copiosas y perfectas obras, donde se viesen expuestas y explicadas las abstrusas y recónditas verdades de la mas sublime geometría; se contentaba con señalar métodos, y fixar reglas, y dexar para otros el valerse de ellas para internarse en nuevos descubrimientos; bastabale, como él decia, haber echado las semillas, y se complacía despues viendolas crecer en manos de otros como plantas

*Tom. VII.*

Pp

per-

---

*(a) Cap. III.*

perfectas. Pero sino igualó el mérito de Newton en la aplicación del nuevo método á muchos y útiles descubrimientos, lo superó en la explicación y propagación del mismo en beneficio de la geometría: las pocas reglas expuestas por él en las Actas de Lipsia (a), como hemos dicho antes, fueron las primeras lecciones que los geómetras recibieron de aquel cálculo. Con su ingenio, y con su cálculo diferencial se había puesto Leibnitz en estado de superar las mas graves dificultades, y de resolver los mas intrincados problemas: y en efecto quantos se proponian entonces los resolvía todos con la mayor expedición. Los dos Bernoullis, viendo la superioridad que en las investigaciones geométricas daba á Leibnitz su cálculo diferencial, quisieron adquirirlo enteramente, y lo poseyeron de modo que pudieron acarrearle notables mejoras. L' Hopital no quedó contento hasta que lo aprendió de Bernoulli y lo comunicó á todos los geómetras. Leibnitz, los Bernoullis y l' Hopital.

Los Bernoullis.

L'Hopital.

---

(a) 1684. y 1686.

pital introduxeron y propagaron de varios modos por toda Europa el cálculo infinitesimal, que Newton con el nombre de cálculo de las fluxiones apenas habia dado á conocer en Inglaterra; y con el auxilio de este cálculo se hizo variar de aspecto á toda la geometría. Todas las teorías geométricas de los superiores matemáticos fueron entonces llevadas á mayor generalidad, y á mas perfecta exâctitud. Los problemas que antes habian sido inaccesibles á los mayores géometras, se sujetaron entonces á sus especulaciones. La curva *brachistocrona*, la *catenaria*, la *velaria*, la *elastica*, la curva, por decirlo así, *hisopiastica*, ó bien sea la que en un plano vertical estaría siempre igualmente oprimida en cada uno de sus puntos, por una fuerza igual á la gravedad absoluta del cuerpo que la describe, y otras curvas antes invisibles para los mas agudos géometras, se dexaron ver entonces por medio de este cálculo. La principal ventaja de la moderna geometría sobre la antigua, es la de tener tales métodos para poder encontrar sin el mayor ingenio verdades mas difíciles con mayor facilidad.

Ventajas  
de la nueva  
geometría.

Es gloria de los antiguos el haber hecho muchos descubrimientos sin el auxilio de nuestros métodos: es loor de los modernos el haber inventado tan proporcionados y poderosos métodos, para hacer otros tanto mayores. De otro modo ¿como hubiera podido Jacobo Bernoulli rectificar jamas, y quadrar la espiral logaritmica, y la loxodromica, desenvolver todas las propiedades de la espiral, y de las curvas que la producen, y que son producidas por ella, establecer su profunda teoría de las curvas que giran al rededor de sí mismas, y hacer tantos otros esfuerzos de valor matemático? ¿Como se hubiera atrevido Juan á engolfarse en las abstrusas especulaciones de los isoperímetros, emprendidas tambien por su hermano Jacobo, del solido de la menor resistencia, de las trayectorias, de los centros de oscilacion, y de varios otros puntos, que requieren tan grande aparato de sublime geometría? ¿Como hubiera podido Varignon tratar las leyes de los movimientos compuestos, y de las fuerzas centrales directas é inversas, que deben sacarse de los mas recónditos co-

nocimientos de una geometría muy fina, y tratarlas con tanta generalidad, que nada se escapa á sus fórmulas de quanto está en el distrito de las materias que trata? Esta puede realmente llamarse la verdadera época del glorioso triunfo de la geometría. Huigens, Newton, Leibnitz, los Bernoullis, P Hopital, Varignon, Taylor, y algun otro semejante hicieron que con la mayor facilidad superase todas las dificultades, que antes habian aterrado á los mas valerosos géometras. En aquella gloriosa época de la geometría por todas partes se oian hallazgos geométricos, y geométricas mejoras. Causaban mucho estrépito las famosas causticas de Tschirnhausen, corregidas por la Hire, y grandemente aumentadas y perficionadas por los Bernoullis. Las epicicloydes descubiertas por Roemero, pero explicadas y desenvueltas por la Hire, ocuparon la atencion de los matemáticos y de los artesanos. Lagni quiso crear una ciencia nueva en su goniometría, de la qual sacaba una trigonometría harto mas sencilla y cómoda que la común, y adelantó la ciclometría llevando la aproximación de la quadra-

Escuela  
de  
Matemáticas

Otros géo-  
metras.

tura del círculo á una exâctitud; que causaba admiracion á los mas célebres calculadores. Tailor, Maclaurin y Simpson, animados del espíritu de Newton, aplicaron la delicadez y escrupulosidad de su cálculo á las operaciones geométricas, y dieron mayor ilustracion á la teoría de las curvas.

Escuela  
de Juan  
Bernoulli.

Pero el mayor lustre y esplendor lo recibió la geometría de la escuela de Juan Bernoulli, de aquel amigo de Leibnitz, de aquel émulo de Newton, de aquel hermano y rival de Jacobo Bernoulli, de aquel maestro no inferior á ninguno, é igual á los mas ilustres geómetras de la antigua y moderna edad. De aquella escuela salieron los príncipes de la geometría, los tres hijos Nicolás, Daniel, y Juan Bernoulli, Herman, Maupertuis, Clairaut, y uno que vale por muchos, el grande Euler; el mismo d' Alembert que no pudo beber el espíritu de Bernoulli de su boca, lo adquirió por sus escritos, y se profesa abiertamente su discípulo, confesando haberlo aprendido todo de sus obras, y deberle á él enteramente quantos progresos ha hecho en la geometría (a). Y

*— (a) Elogio de Monsieur Jean Bernoulli.*

he aquí empezarse entonces una nueva y mas ilustre época para la geometría , agitarse mas sutiles investigaciones , y hacer nacer nuevos métodos , formarse mas finas especulaciones , y obligar á crear nuevos cálculos , reforzarse y engrandecerse con tales auxilios la geometría , y sujetar á sus leyes todas las ciencias. El exámen de las oscilaciones de un péndolo , la teoría de la figura de la tierra , la discusion del problema de los tres cuerpos conduxeron á Clairaut á determinar nuevas curvas , y á descubrir muchas nuevas verdades geométricas. La hidrodinamica de Daniel Bernoulli , su ingeniosa demostracion del principio de la composicion de las fuerzas , y otras obras suyas semejantes se internan en sutilísimas especulaciones , que requieren mayor fuerza de cálculo geométrico , de lo que se conocia entonces , y nos presentan en efecto esparcidos acá y acullá nuevos métodos , y observaciones importantes sobre los métodos ya conocidos , con que poder afinar mas y mas el cálculo , é internarse mas en los misterios de la geometría. El problema de las cuerdas sonoras , aunque

Clairaut.

Daniel  
Bernoulli.

que no tan grave en la apariencia, aun despues de Tailor y otros géometras de principios de este siglo, ha ocupado en nuestros dias á Daniel Bernoulli, Eulero, d' Alembert, la Grange y á los mas profundos matemáticos de la Europa, y ha hecho nacer importantísimos hallazgos en el álgebra, y en la geometría. Deben á d' Alembert nuevas luces la rectificación de las secciones cónicas, la quadratura de las curvas superiores, la quadratura de las superficies de los conos obliquos, y otros muchos puntos de geometría sublime. Sus profundas investigaciones mecánicas, é idrostáticas sobre las leyes del equilibrio, y del movimiento de los cuerpos, sobre las causas de los vientos, sobre la precedencia de los equinoccios, sobre la presion, y sobre el equilibrio de los fluidos, sobre la vibracion de las cuerdas sonoras, y sobre tantos otros puntos dificiles, lo han conducido á mirar baxo un nuevo aspecto las figuras geométricas, y regular de un modo nuevo los cálculos geométricos, y le han hecho inventar nuevos métodos para descubrir toda clase de verdades geomé-

D' Alembert.

métricas y físicas. Pero Eulero ha sido el <sup>Eulero.</sup> que mas ha promovido la analisis, y ampliado los confines de la geometría. No se puede estudiar parte alguna de esta ciencia, donde no se vea campear á Eulero como inventor de nuevas teorías, y como promovedor de las de otros. Fagnani con singular sagacidad de ingenio determinó los arcos de elipse ó de hipérbola, cuya diferencia es igual á una cantidad algebráica. Eulero despues ha enriquecido mucho este nuevo ramo de conocimientos geométricos. Juan Bernoulli, Maupertuis y Nicole, habian propuesto métodos para encontrar curvas rectificables baxo las superficies de la esfera: Eulero dió á este problema mayor extension, y le añadió tambien métodos para las superficies curvas, cuyas partes correspondientes á las partes de un quadrado son iguales entre sí. El cálculo de las diferencias finitas, apenas indicado por Tailor y por Nicole, y el de las diferencias parciales inventado por d' Alembert, deben á Eulero su perfeccion, y la ventajosísima aplicacion que despues se ha hecho de ellos á los mas sutiles puntos

de la geometría. El inventó el cálculo de los senos y de los cosenos, con el qual se facilita la solución de los problemas, que sin este auxilio se deberían abandonar: él encontró un método ingeniosísimo para resolver el problema de los isoperímetros en su mayor extensión, á lo qual no habian llegado ni los mismos Bernoullis: y si la Grange supo aun darle un grado de perfección que le faltaba, él lo recibió desde luego, y lo presentó en su mayor esplendor. El ha sido el primero que haya explicado la teoría general de las superficies curvas, é igualmente la de los radios osculadores de estas superficies. El ha hecho utilísimas investigaciones sobre las trayectorias recíprocas, sobre el sólido de la menor resistencia, sobre la curva de la mas veloz descension, y sobre todos los otros puntos de la geometría. Así que puede con razon decirse que á Eulero debe esta ciencia el notable engrandecimiento, en que ahora se ve en tantas de sus partes, y, lo que debe serle aun mas apreciable, el verse reynar sobre todas las otras disciplinas matemáticas, sujetas todas á su irresistible cálculo.

Todos estos sublimes geómetras, y quantos florecian entonces con mayor fama de ingenio, todos se dedicaban á la análisis algebraica, todos respiraban cálculo, y no se veia mas que números, y signos algebraicos. Entre tanto Boscovik, Boscovik. geómetra no inferior á ninguno, pero no tan propenso á los cálculos analíticos, quiso sostener la abandonada síntesis, y sujetó á sus leyes aquellos mismos problemas, que se creian superiores á ella, y solo obedientes á la análisis algebraica. No contento con haber auxiliado á la geometría con algunos descubrimientos particulares sobre las secciones cónicas, y sobre la trigonometría esferica, quiso honrarla demostrando por medio solo de sus líneas y figuras aquellas profundas y recónditas verdades, que solo parecian demostrables con el auxilio de los cálculos analíticos, y aplicando felizmente á la física, á la óptica, y á la astronomía sus científicas soluciones, esparció mucha luz sobre aquellas ciencias, y en todas hizo resplandecer, como dice de la Lande (a), el

---

(a) Notice &c. Journ. Encycl. Mai 1787.

La Grange y otros  
geómetras.

diversos

ingenio mas raro para la geometría. Pero sin embargo Boscovik no ha encontrado muchos sequaces. La Grange, la Place, Condorcet, y todos los geómetras que reynan al presente en las matemáticas, han abrazado el exemplo de los Bernoullis, de d'Alembert, de Eulero, y quieren mas seguir las fecundas teorías de la analisis, que las seguras, sí, pero difíciles y largas exposiciones de la sintesis. Pero los intensos estudios que ahora se hacen para el adelantamiento del cálculo analítico, los nuevos métodos que se buscan para mejorar sus operaciones, todo tiene por objeto la facilidad de las resoluciones de los problemas geométricos, la seguridad del manejo de las curvas, la perfección de la geometría; la mecánica, la astronomía, y todas las ciencias, que requieren alguna exâctitud, se sujetan al cálculo, pero para entrar por su medio en el asilo de la geometría; y se ve á esta dominar como reyna, y arbitra en todas las ciencias. No obstante esto quisieran algunos que en medio de tanto ardor de cálculo y de álgebra, se introduxese mas estudio de pura geometría, y que mientras el cálculo abre el camino,

y

y facilita los descubrimientos, se dedica-se la geometría á dar evidencia, y fuerza de convencimiento á las demostraciones exâctas. El extravagante, sí, pero tambien muchas veces juicioso, y siempre ingenioso Castel, teme que el empeño que toman todos ahora por el cálculo sea en perjuicio de la misma geometría, para cuyas ventajas debia servir, y que como las tropas auxiliares en los exércitos rómânos, que mientras no fueron mas que auxiliares, y un tercio á lo mas de las legiones romanas, contribuyeron al engrandecimiento del poder romano, y á la conquista del universo; pero quando llenaron los exércitos, y fueron mas que las legiones romanas, las conduxeron al precipicio, y las destruyeron enteramente; así el cálculo, que mirado como un auxilio de la geometría ha sido sumamente ventajoso para sus adelantamientos, tomado como principal causará la ruina de la geometría, llenará la mente de signos y caracteres algebráicos, que nada representan á la imaginacion, y la privará de la claridad, belleza y actividad de la luz geométrica. Y por esto quisiera él que se  
com-

combinasen, se uniesen y se hiciesen marchar juntos, geometría y cálculo, como tropas legionarias y auxiliares; que sirviese el cálculo para batir la estrada, y hacer excursiones, pero que quedase para la geometría el esplendor de la victoria; que se usase del cálculo para bosquejar las ideas y seguir las individuaciones, pero que el mérito del descubrimiento, el cuerpo de la doctrina fuese todo obra de la geometría (a). Nosotros conformándonos con los deseos de aquel zeloso geómetra, de una perfecta é íntima union del cálculo con la geometría, y dexando para los geómetras el señalar á uno, y á otra las partes que mas les correspondarán, pasaremos á seguir el curso de las otras partes de las matemáticas mixtas, y empezaremos por la mecánica.

CA-

---

(a) *Pref. all' Opera dello Stone del Calc. int.*

## CAPITULO V.

*De la Mecánica.*

Si los antiguos inventores de los instrumentos y de las artes mecánicas hubiesen reflexionado sobre los principios, de donde fueron insensiblemente conducidos á tales inventos, y los hubiesen expuesto á la comun inteligencia, tal vez en poco tiempo se hubiera formado de la mecánica una ciencia bastante perfecta. ¿Quantos conocimientos y quantas teorías no requieren la formación y el manejo de cada instrumento mecánico, y las mas pequeñas operaciones de cada arte? Pero aquellos inventores, á veces por un íntimo sentimiento, y un movimiento dirigido por el propio genio, ó por una confusa y no bien clara razon, á veces, tal vez por casualidad, se encontraron con aquellos hallazgos, como tambien ahora vemos suceder comunmente á nuestros artífices en semejantes inventos, y no fueron conducidos á ellos por fundados principios, por ideas generales y reflexas, por

Origen de  
la mecáni-  
ca.

es-

estudiadas teorías ; y sean los que se fuesen sus conocimientos sobre estas materias , no han sido expuestos por ellos , y comunicados á los otros , ni han podido servir para formar un cuerpo de doctrina , y establecer una ciencia de la mecánica.

Mecánicos  
griegos.

Esta reconoce , como todas las otras , su principio de los griegos , y puede contar entre ellos no pequeños adelantamientos. Archîtas , aquel famoso mecánico de la antigüedad , el qual hizo máquinas tan portentosas , que han sido celebradas por todos los posteriores , fué el primer géometra , que , segun el testimonio de Laercio (a) , trató la mecánica , no por mera práctica , sino valiendose de los principios matemáticos , y el primero que conduxo ó reguló el movimiento instrumental ó mecánico con figuras geométricas , el primero en suma que de algun modo pueda llamarse mecánico , en el sentido que en el presente tratado tomamos este nombre. Aunque en todos aquellos tiempos no haya podido encontrar

---

(a) *In Archita* dice realmente ταῖς μηχαναῖς ἀρχαῖς ; pero parece que deba decir μαθηματικαῖς.

noticia de otro geómetra, que escribiere sobre la mecánica, sin embargo es preciso que haya habido algunos, y que las especulaciones mecánicas ocupasen el estudio de muchos matemáticos; puesto que ya en tiempo de Aristóteles se contaba la mecánica entre las partes de las matemáticas, que se fundan en la geometría (*a*); y él mismo mas precisamente determina á que parte de la geometría pertenezca, y la reduce á la que trata de los sólidos, ó la estereometría (*b*). Pero sin embargo parece que no se adelantaron mucho los conocimientos de los antiguos en esta parte, quando vemos que los problemas de Aristóteles, el único monumento de los escritores de aquella edad, donde podemos recoger algun indicio de su pericia teórica en la mecánica, refieren tan insubsistentes y absurdos discursos, que nos hacen creer no haberse aun manifestado en su tiempo ni los primeros principios de aquella ciencia. Por lo qual no habia motivo para que Vossio se admirase de no ver citada la obra de Aris-

---

Tom. VII. Rr tó-

(*a*) *Anal. prior. I.* (*b*) *Ibid.*

tóteles por Archímedes, ni por los otros mecánicos posteriores (a).

Archímedes.

Así que sin disminuir injustamente la gloria de los antiguos matemáticos podremos reconocer como primer maestro, y creador de la mecánica al grande Archímedes, á quien debemos los verdaderos principios de la estática, y aun de la hidrostática. Célebres son en la historia sus muchas y portentosas máquinas, con las cuales no solo promovió y acrecentó las artes mecánicas, sino que pudo hacer frente, y contener, aunque hombre solo é inerme, al irresistible poder de las esquadras romanas. Infinitos son los inventos que los antiguos reconocian por de Archímedes; y Pappo (b), refiriendonos el de mover con una supuesta potencia un supuesto peso, qualquiera que sea, con lo qual pudo decir: dadme un sitio donde pueda ponerme, y moveré todo el globo terráqueo, la llama la quadragésima invención mecánica de Archímedes; pero entre estas invenciones no son las mecánicas las

---

(a) *De Scient. Math.* cap. XLVIII.

(b) *Coll. Math.* VIII.

que constituyen su verdadera gloria. Su mayor mérito entre los matemáticos consiste en haber con su divino ingenio descubierto, y fixado los principios y fundamentos de aquella ciencia. El demostró el gran principio fundamental, que dos pesos en equilibrio en los brazos de una balanza son recíprocamente proporcionales á sus distancias del punto de apoyo; él fundó solidamente la estática sobre la ingeniosa idea del centro de gravedad, buscó este centro en diferentes figuras, é hizo utilísimas aplicaciones, él en suma creó la mecánica. Las muchas y útiles máquinas inventadas, y executadas por él le adquirieron los elogios y la veneracion de su siglo; pero las doctas obras, las sólidas verdades, y los exáctos principios hallados y explicados por él, han contribuido harto mas á la gloria de su nombre, y á la instruccion de la posteridad. Así que con razon podemos reconocer á Archímedes por el verdadero padre de la mecánica. Ademas de Archímedes ci-<sup>Otros grie-</sup>  
ta Vitrubio (a) un Diades, un Ninfodoro,<sup>gos.</sup>

Rr 2

un

---

(a) Lib. VII. *Præf.* & all.

un Difilo, un Cáridas, y algunos otros escritores griegos, que trataron aquella ciencia, y (a) nos describe algunas máquinas, y algunos inventos de Ctesifonte, de Ctesibio y de otros griegos, que hacen ver los vastos y varios conocimientos, y el genio activo é inventor de aquella docta nación. Quedan aun para monumento de su saber algunos escritos de Ateneo, coetáneo de Archímedes, de Eron, celebrado de todos los antiguos en la mecánica, de Filon bizantino, de Biton, y de algun otro, donde se refieren muchos inventos de estos mismos, y de varios otros mecánicos griegos, y se nos da alguna idea del estudio y adelantamiento que se habia hecho en la Grecia en esta, como en todas las otras disciplinas matemáticas. Pero nada nos hace concebir mejor idea del estado de los conocimientos mecánicos entre los matemáticos griegos que el octavo libro de las colecciones de Pappo. Allí se ve como estos no solo habian conocido y estudiado profundamente la mecánica *quirúrgica* ó manual, y esta en in-

---

(a) Lib. X.

finitas especies suyas, sino que tambien se habian internado en la racional, y que de todas las operaciones de la manual habian investigado las demostraciones matemáticas. Archîmedes es justamente mirado por Pappo como el numen de la mecánica, que con la eficacia de su superior ingenio llegó á conocer las razones y las causas de todas las máquinas, de sus fuerzas, y de sus efectos. Eron escribió de la palanca, de la cuña, y de las otras potencias ó facultades, á las quales se reducen todas las máquinas, aun de nuestros dias, y describió en particular varias máquinas no conocidas, que proporcionaban comodidad y facilidad para el movimiento de los pesos. El mismo Eron, y Filon demostraron la razon por la qual todas estas cinco potencias, aunque de figura muy diversa, se reducen á una sola naturaleza; y particularmente Eron no solo explicó doctamente la arriba citada quadragesima invencion de Archîmedes, y manifestó claramente la construccion de aquel problema, sino que expuso muchos problemas utilísimos y convenientes para los usos, y para las comodidades de

Pappo. de la sociedad. El mismo Pappo contribuyó no poco á los progresos de la mecánica, y puede decirse con verdad que á él mas que á ningun otro griego, despues de Archímedes, se deben los adelantamientos de aquella ciencia. Porque dedicándose á discutir toda la parte geométrica de la mecánica, no solo reduxo á mayor fuerza, y á razones mas exáctas los teoremas conocidos y explicados ya por los antiguos, sino que él mismo encontró algunos de muchísima utilidad: y empezando por el centro de gravedad, de donde dependen todas las partes de la mecánica, no se detiene en las cosas ya conocidas, sino que propone otras mas profundas y recónditas, manifiesta el uso que pueda hacerse del centro de gravedad para la dimension de las figuras, doctrina tan importante para la mecánica, y para la geometría, y enseña la gran verdad que las figuras producidas por circunvalacion de una línea, ó de una superficie, son entre sí en razon compuesta de las figuras generatrices, y de las circunferencias descriptas por sus centros de gravedad, de donde se derivan tantos bellos descubrimien-

mientos para la mecánica y geometría. Romanos.

Esta puede decirse que fué toda la mecánica de los antiguos : á las teorías de Archîmedes y de Pappo están reducidos sus conocimientos científicos. Si los romanos adquirieron alabanzas por la invencion , por el manejo , y por la descripcion de algunas máquinas ; si algunos griegos y latinos de tiempos posteriores se han distinguido por algun hallazgo mecánico , todo esto debe atribuirse á una práctica artificiosa é ilustrada , y á un ingenioso instinto ; pero no basta para acrecentar los conocimientos teóricos , ni para adelantar la ciencia mecánica. Los árabes.

trabajaron , sí , sobre las obras de Aristóles y de Archîmedes ; pero ó nada supieron añadir á la doctrina de sus originales , ó á lo menos no se han conservado hasta ahora sus descubrimientos. No hablaré pues del latino Vitruvio , que doc- tamente nos describe muchas máquinas antiguas , ni de los griegos Eliano , Arriano , Mauricio , y otros que trataron de la táctica , ni de Antemio célebre maqui- nista , y autor de una obra sobre las ma- quinas maravillosas ; ni de Boecio , Ger-

Arabes.

Griegos  
y latinos  
posterior-  
res.

berto, Alberto Magno, Rugero Bacon, ni de algunos otros conocidos por la invencion de alguna máquina; ni de Jordan Nemorario, y Regiomontano, que escribieron geométricamente de los pesos, ni de ningun otro escritor de aquellos siglos. Para ver tratada la mecánica como ciencia exâcta, é ilustrada con nuevas teorías, es preciso descender al siglo XVI. La pasión que entonces habia á los autores griegos hacia que se leyesen, y comentasen no solo las questões mecánicas de Aristóteles, muy estimadas en aquellos tiempos, sino tambien las obras de Archímedes y de Pappo, que son los verdaderos maestros, y se estudiasen por ellos sus especulaciones geométricas y mecánicas. Ingeniosas son las explicaciones geométricas, que da Pedro Nuñez sobre el movimiento de las naves con remos, y sobre otros puntos mecánicos. Mas de cerca tocó la mecánica Tartaglia, el qual aunque no llegó á encontrar la justa doctrina sobre los proyectiles, puede sin embargo llamarse el primer autor que haya enseñado alguna verdad de la ballística. Mas se internó en aquella ciencia el docto comentador de los

los antiguos Comandino, que dexó un libro de centrobarica, y buscó el centro de gravedad en los sólidos, no buscado por Archîmedes, aunque no supo encontrarlo en muchos; en lo que mereció Lucas Valerio en aquel mismo tiempo mucho mayores elogios de ingenio y de saber. Pero el primero que de algun modo se podia adquirir el nombre de mecánico, no fué otro que el marques Guido Ubaldo, el qual no solo esparció algunas claras luces sobre esta materia en los comentarios de la obra de los equiponderantes de Archîmedes, sino que en sus propios libros, embebido como estaba de la doctrina de Archîmedes y de Pappo, empezó á encontrar las verdaderas razones de los fenómenos mecánicos, y á manifestarse mecánico. Entonces puede decirse que empezó á renacer aquella ciencia. Entonces el docto matemático Stevin, no solo verificó la doctrina de los antiguos, y corrigió sus errores, sino que tambien la amplió con muchos descubrimientos suyos, y la enriqueció con muchas nuevas y útiles verdades. Entonces finalmente compareció el gran

Galileo

Guido Ubaldo.

Stevin.

Galileo, verdadera lumbrera de la mecánica, y la ilustró con tantos importantísimos inventos, que pudo con razón llamarla una nueva ciencia.

Galileo.

Galileo nos hizo conocer el movimiento en todos sus aspectos, movimiento uniforme, movimiento acelerado, movimiento proyectorio, movimiento oscilatorio, movimiento de los graves por línea perpendicular, movimiento de los mismos por planos inclinados, movimiento por el ayre, y movimiento por otros medios con diversas resistencias, en suma el movimiento en todas sus diversas circunstancias, y en sus diferentes combinaciones, y creó de este modo una ciencia, que en realidad era enteramente nueva. No se ha visto en las ciencias una serie tan completa y continuada de sutiles y útiles descubrimientos, como la que presentó Galileo en la doctrina del movimiento. Este fué el primer adelantamiento científico, que empezó á dar á los modernos alguna superioridad sobre los antiguos. El movimiento uniforme, aunque fácil y llano, no era aun bien conocido hasta que lo explicó Galileo, y lo

pre-

presentó en su verdadero aspecto. El movimiento acelerado fué para él mas fecundo de bellos descubrimientos, y en una materia, en que no se proferian mas que errores, supo enseñarnos muchísimas verdades. Fué un triunfo suyo el demostrar que la fuerza de gravedad es igual en los cuerpos de peso desigual, y que la velocidad de un cuerpo grave no es á proporcion del peso de dicho cuerpo. Son veneradas de todos los mecánicos sus leyes de la aceleracion de los graves: que el aumento de la velocidad no debe tomarse de los espacios corridos, sino de los tiempos; que el movil correrá el espacio con movimiento acelerado en el tiempo que otro lo pasará con movimiento uniforme de dupla velocidad; que los espacios corridos crecen por números dispares, y son como los quadrados de los tiempos; y así de las otras. La resistencia de los medios le dió campo para otros descubrimientos, y supo señalar las proporciones de las velocidades en móviles semejantes ó disemejantes, en el mismo ó en diversos medios, y fixar algunas leyes de la resistencia de tales medios. Muchísimas son las

verdades, no menos útiles que curiosas, que descubrió su agudo ingenio en el descenso por planos inclinados. El encontró que la velocidad del cuerpo grave, ó el ímpetu en el descenso es en razón directa de las alturas ó inclinaciones, é inversa de las longitudes de dichos planos; y deduxo algunas ingeniosísimas y solidísimas paradojas, tirando en un círculo del extremo del diámetro quantas cuerdas se quiera á qualquier punto de la circunferencia, y tirando al contrario de la circunferencia á la línea horizontal diversos planos, que toquen esta línea, ó antes, ó despues, ó al llegar el diámetro; é hizo aquel grande descubrimiento, que, sin embargo de no haber llegado á la perfeccion, ha sido tal vez el mas brillante vuelo geométrico de que pueda gloriarse la mecánica, esto es, que la línea recta, aunque sea la mas corta no es la del descenso mas pronto, y abrió el camino al hallazgo de la *brachistócrona*, que tanto ocupó á los Bernoullis, y á los mas profundos géometras. Nuevos méritos atarreo á Galileo el movimiento proyectorio, no bien conocido hasta entonces; y á él debe la

ballística el oentran en la clase de ciencia exâtra. El determinó á una parábola la línea recorrida por el cuerpo arrojado, señaló qual sea el ímpetu de este en qualquiera de los puntos de tal parábola, y manifestó otras muchas utilísimas verdades. La doctrina de Galileo ha sido la guía de los matemáticos posteriores, que han ilustrado la ballística; y los escritos de Blondello, de Belidor, de los Bernoullis, de Maupertuis, de Eulero, y de otros hombres grandes pueden tenerse por frutos, no menos que confirmacion de los descubrimientos de Galileo. No fué menor la gloria que se adquirió Galileo con su doctrina sobre el movimiento de los péndolos. La demostracion de ser la longitud de los péndolos en proporeion duplicada del tiempo de las vibraciones, y la aplicacion de ella para medir la altura de los edificios fué su primer descubrimiento mecánico, que manifestaba ya bastante quanta fuese la agudeza de su ingenio para seguir los pasos de la naturaleza. ¿Pero qual no fué la admiracion de los matemáticos al oirle anunciar el isocrónismo de las vibraciones de un péndolo.

dolo por arcos diversos baxo un quarto de círculo? Por fin al docto Guido Ubaldo, uno de los poquísimos de aquellos tiempos, que fueron capaces de entender tales doctrinas, le pareció esto una increíble paradoxa. Pero Galileo en una carta dirigida á él, y despues en los diálogos lo expuso con tal apariencia de verdad, que fué precisa toda la perspicacia del agudísimo Huígens para encontrar una pequeña falta, y para fixar el isocronismo de los péndolos, no en los arcos de círculo, sino en los de las cycloides. La estática fué reducida por él á un solo principio, del qual deriva todas las propiedades de las máquinas; y este es, que para mover un peso, sea el que se fuese, se necesita una fuerza mayor que el peso, ó si la fuerza es menor, que sea de una velocidad tanto mayor que compense lo menor de la fuerza, principio que falsamente quieren atribuir algunos á Desaguliers, quando tantos años antes lo habia descubierto Galileo. De este toma tambien la Grange (a) los dos principios

---

(a) *Mech. anal.* part. I, sec. I.

pios fundamentales del equilibrio, esto es, el principio de la composicion de las fuerzas, y el de las velocidades virtuales, que despues han sido tan fecundos de conocimientos mecánicos. En la centrobarica, aunque tratada por él con sobrada brevedad, supo encontrar utilísimas verdades. Parecia que no pudiese mirar parte alguna de la mecánica sin descubrir en ella verdades no vistas aun por otros. ¿Quantas no encontró en la coherencia de los cuerpos, ó en su resistencia para llevar pesos sin romperse? Si Viviani y Grandi, si Mariote y Leibnitz, si Varignon y Muschembroeck han dado despues mayor extension y perfeccion á esta materia, sin embargo ninguno ha adelantado un paso sino siguiendo las huellas de Galileo. No pudo este dar mas que una ligera mirada sobre la fuerza de la percusion; pero esta sola mirada ¡quantas bellas verdades no le hizo ver para medir dicha fuerza, y para encontrarla infinita, para compararla con la presion, para fixar la diversidad de las percusiones, y para otras curiosísimas propiedades.

des! ¡Ojalá hubiese él extendido, y explicado, y no solo bosquejado sus ideas, y hubiese escrito de ella un perfecto tratado! Ha dado sin embargo luces á Bernoulli para ilustrar mas completamente esta materia, y aun en esta parte deberá ser tenido como el primero y verdadero maestro. ¿Que elogios, pues, no merece Galileo, que ha sabido sacar del seno de la naturaleza tantos tesoros de utilísimas verdades encerradas y ocultas por tantos siglos á la penetrante vista de los filósofos y matemáticos? Es una gloria singular y única de Galileo el haber levantado, por decirlo así, de la nada una nueva ciencia, y haber sido no solo maestro, sino padre y creador de la mecánica. Tras las huellas de Galileo se siguió estudiando en Italia esta nueva ciencia tan fecunda de importantes y curiosas verdades. Al mismo tiempo descubrió y probó muchas Baliani; Riccioli, Grimaldi, y otros físicos y matemáticos ilustraron, y confirmaron con muchas nuevas experiencias y razones las doctrinas de Galileo. Mas adelante pasó Torricelli, y enriqueció

Baliani,  
Riccioli,  
Grimaldi  
y otros.

Toricelli.

ció con un nuevo principio la estática , y con otros nuevos descubrimientos la ballística , y mejoró en varios puntos , y acrecentó la doctrina de su maestro. Así lo hizo igualmente Viviani , así tambien Borelli , el qual escribió sobre la fuerza de la percusion , y formó una mecánica animal en su obra bastante docta *De los movimientos de los animales* , y de este modo se fué siempre ampliando la mecánica en la escuela de Galileo.

Entre tanto procuraron los franceses emular tambien en esta parte la gloria de los italianos , se aplicaron á descubrir nuevas verdades , y no quisieron parecer meros sequaces y discípulos de Galileo. Los estudios geométricos , en los quales se habian adquirido tanta gloria , les daban muchas luces para poderse internar con felicidad en discusiones recónditas. De aquí provinieron las profundas quëstiones excitadas entre los matemáticos franceses sobre la posicion del centro de gravedad en algunas circunstancias particulares , y sobre los centros de oscilacion sobre que tanto disputaron Cartesio y Roberval , y en que ambos á dos descubrieron muchas nue-

Franceses  
mecánicos.

Roberval. vas noticias, pero no pudieron en todo dar en el blanco (a). Roberval fué en este punto muy superior á Cartesio, y se acercó mas á la verdad: dió determinaciones exâctas del centro de agitacion de los sectores y de los arcos de círculo movidos perpendicularmente á su plano, y observó que quando debía buscarse el centro de oscilacion, Cartesio y los otros buscaban solo el de percusion; él se aplicó á varios ensayos mecánicos, y encontró en ellos algunas demostraciones ingeniosas, y descubrió un principio de estática, que despues ha sido de mucho uso, esto es, que dos potencias estarán en equilibrio quando estarán en razon recíproca de las perpendiculares tiradas del punto de apoyo sobre las líneas de direccion (b). Mas vastas fueron las disquisiciones mecánicas de Cartesio. Cartesio, quien queria tambien hacerse legislador del movimiento; y se hubiera adquirido mayor gloria, si en vez de despreciar, como lo hizo injustamente (c), á

Ga-

---

(a) *Cartes. epist.* tom. III. *Mersen. Cogit. Physic. Math.*

(b) *Mersen Harmon. univ.* (c) *Ep. XCI.*

Galileo, hubiese procurado imitarle. Pero por desgracia suya solo pudo encontrar la verdad, quando siguió de algun modo las huellas de Galileo, é incurrió en errores, quando quiso atender á sus propias imaginaciones. Exâminó la estática, y la reduxo, como Galileo, á un solo principio, esto es, que se necesita tanta fuerza para levantar un peso á cierta altura, como para levantar doble á la mitad de aquella altura (a). Meditó sobre las leyes del movimiento, y expuso con mas claridad las verdades insinuadas por Galileo acá y acullá, esto es, que subsiste, y continúa perpetuamente el movimiento en la misma direccion y velocidad, entre tanto no sea alterado por algun obstáculo; que todo movimiento se hace siempre por su naturaleza en línea recta, y que no se mueve un cuerpo en línea curva, sino porque algun obstáculo hace variar continuamente su direccion. Pero abandonandose despues á sus principios metafísicos cayó en muchos inescusables er-

Tt 2

ro.

---

(a) Ep. LXXIII, part. I; y *Tract. de Mechan.*

ros. Mérito fué de su sagacidad el pensar en buscar que leyes pudiese seguir la naturaleza en la comunicacion del movimiento. Pero aquí fué donde dexandose llevar de su imaginacion, de que la quietud de los cuerpos sea una real y verdadera fuerza, y que Dios por su inmutabilidad conserve siempre en el mundo la misma cantidad de movimiento, y no observando la justa distincion entre los cuerpos duros, y los elásticos, sino tomándolos todos juntos, estableció leyes para la comunicacion del movimiento, que por la mayor parte son vanas é insubsistentes, que á veces prescriben á los cuerpos duros lo que solo conviene á los elásticos, y con frecuencia dicen lo que para los unos y para los otros es falso y absurdo (a). Su mismo fidelísimo sequaz Malebranche, tan adicto á sus doctrinas, desprecio primero como falsas estas leyes cartesianas (b), y despues procuró de algun modo enderezarlas (c); pero ja-  
mas

---

(a) *Princip. part. II.* (b) *De inq. ver. lib. VI,*  
cap. ult. (c) *Leg. gen. mot. comm.*

mas se atrevió á abrazarlas. El mismo Cartesio en sus cartas habla á veces de estas materias diversamente que en los *principios*, y comunmente con mayor exâctitud y verdad. Pero aun en las cartas presenta tantas ideas falsas é insubsistentes, y á veces juntas con las verdaderas y exâctas, que manifiesta no haber formado jamas otra cosa que un confuso é indigesto bosquejo de la doctrina del movimiento (a). Pero de todos modos las tentativas de Cartesio, sino tuvieron la feliz suerte de encontrar las verdaderas leyes de la comunicacion del movimiento, sirvieron para estimular á otros harto mas felices. La real Sociedad de Londres excitó á los mas doctos matemáticos, dentro y fuera de Inglaterra, á buscar las mas sólidas y seguras teorías. Wallis, tan benémerito del álgebra y de la geometría, acarreó tambien grandes ventajas á la mecánica, exponiendo con exâctitud y verdad las leyes de la comunicacion del movimiento, y otras doctrinas sobre estas materias.

---

(a) V. Ep. LXXIII, part. II & al.

Wren. rias (a). Wren, inventor de algunas ingeniosas máquinas, de algunas teorías é investigaciones mecánicas, y de algunos descubrimientos, particularmente en la mecánica arquitectónica, ilustró tambien las leyes de la comunicacion del movimiento con generalidad, claridad y brevedad.

Huingsens. Pero mas que todos contribuyó el célebre Huingsens á poner en su verdadero esplendor la doctrina de esta comunicacion: todos tres encontraron por diversos caminos las mismas leyes, que son las verdaderas, y las generalmente recibidas de todos; pero Huingsens se extendió tambien á la demostracion de otras nuevas verdades. El hizo ver que siempre que son opuestas las direcciones de los cuerpos movidos, se pierde con el choque alguna parte del movimiento, y no puede decirse con Cartesio, que la naturaleza conserve siempre en ellos la misma cantidad; pero siempre es cierto que el centro de gravedad comun á dichos cuerpos, ó es inmóvil, ó se mueve antes y despues del choque con la misma velocidad,

y.

---

(a) *Tract. de Motu.*

y que si no es absolutamente invariable la cantidad del movimiento, lo es sin embargo la cantidad del movimiento hácia una direccion. Este descubrimiento, llevado á mucha extension por Huingens, ha sido despues recibido y confirmado con nuevas demostraciones por los géometras modernos. La ley de la conservacion de las fuerzas vivas, ó como dicen otros, de las fuerzas ascensionales, por la qual el centro de gravedad de un sistema de cuerpos tiene la fuerza para ascender á la misma altura de donde ha descendido, es otro curioso y útil descubrimiento de Huingens. Suya es igualmente la bella é ingeniosa observacion de que si un cuerpo empuja á otro que está quieto, por medio de un tercero de magnitud media entre ambos á dos, le comunica mas movimiento que si lo empuja inmediatamente, y crece siempre mas este movimiento, quanto mas crecen los cuerpos intermedios de magnitud proporcional. La verdad de estos descubrimientos de Huingens, y de las leyes de la comunicacion del movimiento, ha ido siempre confirmandose mas y mas, no solo con las nue-

vas demostraciones de los matemáticos, sino tambien con las experiencias de los físicos, los cuales hacen ver á los ojos lo que Huingens no presentaba mas que á la sutil razon. Los descubrimientos de este consumado geómetra no se han reducido á las leyes de la comunicacion del movimiento; han abrazado mas profundos y mas recónditos objetos. El reloj oscilatorio le dió campo para hacer finisimas y sutilísimas especulaciones, á las cuales no dudaba dar la preferencia sobre todas las otras suyas (a). La primera idea, y aun tal vez la execucion de semejante reloj, debe ciertamente referirse al inmortal Galileo, quien en los primeros años de sus sublimes meditaciones pensó ya aplicar el movimiento del péndolo á la medida del tiempo; y en edad mas avanzada escribia á Lorenzo Reali como quien habia encontrado el modo de hacerlo; y él mismo, ó su hijo Vicente, con la intervencion del gran duque Fernando II, hizo construir un reloj de péndola á Marcos Treffler, relojero de aquel gran duque.

(a) *Dedic.* LIBROS DE LAS CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

que. Así dice Juan Joaquin Becher (a) haberlo oído referir á el célebre Magalotti, testigo en esta parte irrefragable, y al mismo Treffler, que confesaba haber hecho en Toscana el primer relox de péndola, y haber pasado á Holanda un modelo de este (b). De lo qual dice Nelli tener un documento particular, que publicará en su *Vida de Galileo*, tan deseada de la república literaria (c); y el testimonio de Viviani (d), y los de muchos ilustres sugetos, que se leen en las cartas de hombres ilustres, publicadas por Fabroni, y varios otros monumentos hacen de ello plena fé. Así que han querido algunos privar á Huingens de la gloria de original, y ponerle la tacha de plagiaro, porque con el rey de Francia, y con los Estados-Generales de Holanda se vendia por inventor (e). Pero por verdadera que sea esta relación

Tom. VII. Vv de

---

(a) *Experim. nov. curios. de Minera arenaria perpet.* (b) V. Nelli *Sagg. di St. Lett. Fior. &c.* (c) *Ibid.* (d) *Vita di Gal., y Lett. al Conte Mag.* (e) *De Horol. oscillat. &c. Dedic.*

de Magalotti y de Treffler, de Viviani y de tantos otros, y por mas que yo no tenga la menor duda en alguna execucion del relox galileano, no me atreveré á acusar de mentiroso y plagiaro á un hombre de la agudeza de ingenio, y de la sinceridad de corazon del candidísimo y sutilísimo Huingens. El nos refiere sencillamente la historia de esta invencion suya, y toma ingenuamente el origen del uso del péndolo, aplicado algunos años antes por Galileo para la medida del tiempo, y adoptado despues por los astrónomos moviendo con la mano el péndolo, y contando sus vibraciones á la vista: ¿por que con igual candor no habia de referir al relox imperfecto de Galileo el origen del suyo llevado á la debida exâctitud y perfeccion? Esto fué puesto por obra en el año 1657, y en el de 1661 recibió Huingens cartas de París atribuyendo á Galileo la invencion, y él mismo lo refirió desde luego á Nicolás Heinsio, pero protestando religiosamente haberle sido del todo nueva la noticia de este hecho, y no haber tenido antes el menor indicio: *Sancte testatus,*

tus, como el mismo Heinsio escribia á  
 Dati (a), *sancte testatus ejus rei cum igno-  
 rarissimis igniarum se fuisse.* Aunque estas  
 cartas de París, y los sobredichos monu-  
 mentos, y varios otros que se podrian ale-  
 gar, prueben suficientemente, que per-  
 tenece á Galileo la gloria, no solo de la  
 primera idea, sino tambien de alguna  
 execucion, ó por sí mismo, ó por su hi-  
 jo, del relox oscilatorio; sin embargo es  
 preciso decir que no salió con mucha fe-  
 licidad este primer relox, puesto que ni  
 fué entonces ensalzado con las alabanzas  
 de los estudiosos, y de los amigos de Ga-  
 lileo, ni adoptado despues por los astró-  
 nomos y por los artistas, ni apenas co-  
 nocido mas que de muy pocos de la corte  
 del gran duque, y aun estos bien pron-  
 to lo pusieron en olvido, hasta que les  
 renovó la memoria el nuevo relox de  
 Huingens. Así que pudo este estar en-  
 teramente ignorante de la tentativa de  
 Galileo, pudo probarlo por sí mismo sin

Vv 2 nin-

---

(a) *Clar. Belg. ad Ant. Magliab. nonnullos-  
 que al. ep. vol. I.*

ningun preventivo conocimiento, pudo poner en duda, y aun negar con alguna razon, que ni Galileo, ni su hijo hubiesen llegado jamas á formar un reloj semejante, pudo obtener justamente los elogios de original, y pudo ser realmente el primer inventor. Lo cierto es que el reloj de Galileo, caso que se hubiese verificado su construccion, no podia, atendidos los principios de su doctrina, llegar á la deseada exâctitud, y solo despues de los descubrimientos geométricos y mecánicos de Huingens podia esperarse uno perfecto. Creia Galileo, aunque con alguna apariencia de razon, pero sin la necesaria verdad, que fuesen tautocronas las vibraciones de un péndolo por arcos comprehendidos en un quarto de círculo; la geometría de su tiempo no conocia aun la cicloyde; ni podia darle luces bastantes para fixar los centros de oscilacion en los péndolos; para la construccion misma del mecanismo del reloj faltaban muchos conocimientos teóricos, y muchas noticias geométricas superiores á quanto entonces se sabia. Huingens perficionó la doctrina de Galileo sobre la aceleracion de

de los graves, y exâminando la propiedad de la cicloyde, entonces tan en uso, encontró que solo en esta, y no en el círculo se harán en el mismo tiempo los descensos por qualquier punto, y que serán solo isocronas las vibraciones del péndolo, quando se harán en arcos de cicloyde, no en los de círculo, confesando él mismo, que el descubrimiento de esta propiedad de la cicloyde es fruto de la doctrina de Galileo. No bastaba el estéril conocimiento de esta propiedad de la cicloyde, era menester encontrar el modo de hacer executar en el relox las vibraciones cicloydales. Lo encontró Huïngens aplicando el hilo del péndolo á una cicloyde al revés; y esta especulacion lo conduxo felizmente á la sublime teoría de las *evolutas*, que le produjo tantos descubrimientos, y lo coronó de tan sublime gloria. Era menester igualmente determinar la longitud del péndolo, precisa para que cada segundo haga una vibracion, y la determinó Huïngens valiendose de la misma teoría de las *evolutas*. Pero no bastaba\* determinar solo en general dicha longitud, era menester

ter aplicarla, no á qualquier parte del péndolo, sino á su centro de oscilacion; era menester aclarar la hasta entonces obscurísima teoría de los centros de oscilacion. Y he aquí un nuevo campo para hacer Huigens útiles y gloriosos descubrimientos. Cartesio, Roberval y Fabri, estimulados por Mersenno, se habian aplicado á exâminar esta materia; pero habian adelantado muy poco, no habian sabido mirarla por su verdadero aspecto, y confundian el centro de oscilacion con el centro de percusion: solo Roberval llegó á conocer verdaderamente los elementos, que deben entrar en tal investigacion; pero no le bastaron las luces de la mecánica de aquellos tiempos para resolver la questão. Huigens, como él mismo refiere (a), fué tambien desde su juventud estimulado por Mersenno á entrar en esta investigacion; pero no supo entonces ni aun encontrar el camino para hacer dicha especulacion. Provisto despues de mayores luces geométricas, y conducido de nuevo á este exâmen por sus meditacio-

nes

---

(a) *Horol. oscill.* par. IV.

nes sobre las vibraciones de los péndulos , y sobre el deseado relox , la volvió á emprender con mas felicidad : no solo encontró la resolucion de los problemas de Mersenno , que en vano habian buscado los géometras anteriores , sino que se engolfó en mas profundas investigaciones , se abrió nuevos caminos , se formó mas seguros principios , y descubrió muchas notables verdades sobre los centros de oscilacion , sobre los puntos de suspension , y sobre el verdadero modo de regular las vibraciones del péndolo. La doctrina de Huigens sobre los centros de oscilacion , ha producido despues muchas y muy loables teorías de los Bernoullis , de l' Hopital , de Tailor , de Eulero , de d' Alembert , y de los mas célebres géometras ; y su doctísima obra ha sido fecunda de tantas obras no menos doctas , y tal vez aun mas finas y exâctas. Así al relox oscilatorio debemos un conocimiento mas profundo del descenso de los graves , el descubrimiento de nuevas propiedades de la cycloyde , la doctrina de las evolutas , la teoría de los centros de oscilacion , y un notable mejoramiento , no solo

lo

lo de la mecánica, sino tambien de la mas sublime geometría. La utilísima y sublime doctrina de las fuerzas centrifugas, y de todo el movimiento circular, debe tambien de algun modo su origen á aquel fecundo relox. La fuerza centrifuga de los cuerpos movidos circularmente ha sido siempre conocida de los filósofos, pero jamas atentamente examinada por ninguno. Galileo y Cartesio, hablando de los movimientos de los cuerpos celestes, y tratando acá y açullá de la doctrina del movimiento, han insinúado algunas verdades, que manifestaban tener ellos mas claras y justas ideas de tales fuerzas, que las que habian podido formar los filósofos antiguos y modernos. Pero la verdadera noticia de esta fuerza, los verdaderos principios de esta teoría solo nos han venido de las profundas especulaciones de Huigens. Los justos y precisos teoremas que él ha dexado (a) son la sólida basa, sobre la qual se ha erigido despues la gran máquina de la ciencia de las fuerzas centrales, á la qual puede decirse reducida

---

(a) *Hórol. oscill. part. V.*

la astronomía, y la mas noble parte del saber humano. Tantos descubrimientos, tantas novedades, tantos méritos, elevó á Huingens al alto honor de segundo padre y maestro de la mecánica, que ha reforzado, acrecentado, y perficionado las doctrinas de Galileo en aquella ciencia, y ha sabido encontrar por sí mismo otras nuevas no menos verdaderas é importantes.

Con Huingens, y con Galileo entró Newton. á la parte Newton á ser legislador y regulador del movimiento. La gran máquina que tenia en la mente de establecer el curso de los cuerpos celestes, de explicar sus mutuas relaciones, y de descubrir la verdadera constitucion del universo, le presentaba una infinita variedad de fuerzas y de movimientos, y le obligaba á exâminar mas íntimamente las acciones de estas fuerzas, y la naturaleza de varios movimientos. De tres leyes simplicísimas, conocidas ya en parte por otros filósofos, pero por ninguno bastante explicadas, ni aplicadas á muchos de sus usos, esto es, que todo cuerpo persevera en su estado de quietud, ó de mo-

movimiento uniforme y directo, sino quando las fuerzas impresas le obligan á mudar aquel estado; que la mutacion del movimiento es proporcional á la fuerza motriz impresa, y que se hace segun la línea recta en que se imprime aquella fuerza; y finalmente que en toda accion hay siempre una contraria é igual reaccion, deduxó él muchísimos corolarios, que dan mucha luz á toda la ciencia del movimiento, y le abren paso para elevarse á fixar los movimientos de la luna, de los planetas, y de los cometas, y á contemplar los inmensos espacios del mundo. Como los cuerpos celestes no descienden por líneas verticales, no corren por horizontales, no se mueven por directas, sino que siguen siempre las curvas, se pone Newton á exâminar profundamente las fuerzas que dirigen estos movimientos, y como, y quando deban hacerse estos, y que efectos puedan convenir á cada uno de ellos. Kepleró estableció aquellas dos famosas leyes para los movimientos celestes, que han sido las reguladoras de toda la astronomía, esto es, que los planetas moviendose al re-

de-

dedor del sol describen areas, que son proporcionadas á los tiempos, y que los cuadrados de los tiempos periodicos son como los cubos de las distancias. Newton entra á generalizar estas leyes ; prueba que serán proporcionales á los tiempos las areas descriptas por los cuerpos, que giran tirando los radios á un centro inmovible de las fuerzas ; que los cuerpos que describen estas areas serán tirados á aquel centro por una fuerza centrípeta ; que si describen estas areas tirando los radios al centro de otro cuerpo, de qualquier modo movido, serán tirados por una fuerza compuesta de la centrípeta, y de la fuerza aceleratriz del otro cuerpo ; y va examinando las circunstancias diversas de los cuerpos, que se mueven al rededor de su exe, y demostrando que fuerzas, y de que manera obrarán sobre ellos, qual será el centro, al rededor del qual se mueven los cuerpos, qual la fuerza centrípeta en un círculo, qual en una espiral, qual en una elipse, qual en otras líneas, que velocidades corresponderán en qualquiera de aquellas circunstancias, que espacios correrán, quanto tiempo se nece-

sitará, y generalmente quanto debe considerarse en todo movimiento circular, todo se halla explicado por la vasta mente de Newton, y demostradas todas las cosas con exâctitud geométrica. ¡Que riqueza de sublimes teorías no esparce por todo su generoso espíritu! ¡que inmensa copia de sutilísimas verdades no sale de su fecunda pluma! Encontrar tangentes, describir trayectorias, transformar figuras, resolver difíciles problemas geométricos, son para él ligeros entretenimientos, á que como por diversion quiso aplicar sus mecánicas disquisiciones. La doctrina de los péndolos tratada por Galileo, y por Huingens, recibió aun mayores luces de las diligentísimas experiencias de Newton, y de sus geométricas demostraciones; y se han descubierto nuevas y útiles verdades sobre los tiempos, sobre la velocidad, sobre las fuerzas, sobre las resistencias, y sobre las retardaciones de las vibraciones. Despues de tantos y tan bellos hallazgos de Huingens sobre el isocronismo de las cicloydes, ha sabido Newton mostrar su ingenio original exâminando este isocronismo hasta en un medio

resistente en razon de los momentos del tiempo, y en razon simple de la velocidad, y dando de él una demostracion geométrica; y ha abierto el camino á Juan Bernoulli (a) y á Eulero (b), para demostrarlo tambien en otras hipotesis mas complicadas. La doctrina de las fuerzas centrales, y de los movimientos curvilineos, puede decirse que es uno de los mas preciosos regalos que ha hecho la geometría á la mente humana, y toda es realmente obra del sublime ingenio de Newton. Pero no es este solo el mérito suyo en la mecánica: es preciso, sí, conocer íntimamente las fuerzas motrices, y las diversas circunstancias de los movimientos; pero esta sola noticia no basta para la exácta contemplacion de la naturaleza, sino se sabe qual, y quanta resistencia oponen á tales fuerzas los medios, por los quales deben executarse los movimientos. La ciencia de estas resistencias es otro noble parto de la fecunda mente de Newton.

Al-

(a) Acad. des Scienc. an. 1730. (b) Acad. Petr. nov. Comm. tom. IV, & Mech. tom. II.

Algun ensayo habia dado de ella Galileo en sus diálogos ; pero con aquella brevedad que correspondia á una cosa tocada solo de paso , y á un autor que era el primero que trataba una nueva ciencia. Newton en tiempos mas ilustrados , mas provisto de todos los auxilios de la mas fina geometría , y de las mismas proposiciones insinuadas por Galileo , se pone á exâminar las resistencias de los medios, diversas segun las razones diversas de la velocidad de los cuerpos, que en ellos se mueven, diversas segun la diversa densidad de los medios, y diversas igualmente segun la diversa tenacidad y coesion de las partes de tales medios. La resistencia del medio es como el decremento del movimiento que produce en el móvil, y nace de la reaccion del medio, y de su tenacidad. La resistencia de la tenacidad es siempre uniforme y constante ; pero la de la reaccion debe medirse segun la densidad del medio , y la velocidad del móvil : quanto mas veloz correrá el móvil, el medio será mas denso, mas particillas de este deberán moverse, mayor cantidad de movimiento co-

mu-

municará el móvil, mayor cantidad perderá, y por lo mismo será mayor la resistencia del medio. Así que Newton con su acostumbrada agudeza y profundidad; se pone á considerar diversas hipótesis de las resistencias de los medios en razon, ó de la simple velocidad, ó del quadrado de la misma, ó parte del quadrado, parte de la misma velocidad, ó tambien de lo sumo de la densidad del medio, y del quadrado de la velocidad; y en cada una determina los espacios que correrá el móvil, la velocidad que perderá, y la línea que deberá describir en su movimiento, y la que servirá para manifestar las fuerzas del movimiento, y las de la resistencia. Como la figura del móvil puede tambien hacer variar mucho la resistencia de los medios, observó igualmente Newton, que resistencia sufriría un cuerpo esférico, y la comparó con aquella á que estará sujeto uno cilíndrico; y de este modo abrió el paso para determinarla con seguridad en los cuerpos de otras figuras. Poseído de estas sublimes y justas teorías entra á examinar el movimiento circular en los medios

dios resistentes, que parece ser el objeto de sus precedentes investigaciones; y tomando una logaritmica espiral, de la qual supone ya conocidas las propiedades, la va aplicando al giro del cuerpo móvil en las diversas hipótesis de las densidades de los medios, y de las fuerzas centrípetas, y explicando despues quales deban reputarse la fuerza centrípeta, y la resistencia del medio para hacer volver el móvil de una supuesta velocidad en la supuesta espiral. Con este aparato de mecánica y de geometría se animó á subir á los cielos, y fixar con la correspondiente solidez los movimientos de los cuerpos celestes, combatió los vortices cartesianos, los echó á tierra, y los reduxo á la nada, de donde los habia sacado la fantasia de Cartesio; y solo con las dos fuerzas centrípeta y centrífuga obligó á los planetas á seguir las orbitas elipticas que les corresponden, los sujetó irresistiblemente á las leyes de Keplero, y puso en sistema, y en buen orden todos los cielos. Gran revolucion produjo en todas las matemáticas la obra de los *Principios matemáticos* de Newton. Algebra y geometría, mecánica é hidráu-

lica, física y astronomía, tomaron nueva forma por aquel sacrosanto y venerable depósito de verdades científicas. Nueva ciencia pudo llamarse su mecánica, que corrió el velo á todos los secretos de las fuerzas motrices, á todas las verdades de los movimientos curvilíneos, á todos los efectos de las diversas resistencias de los medios, y á otras muchas verdades relativas al movimiento, que aun no eran conocidas, y las aplicó con toda felicidad para explicar los misterios de la física y de la astronomía; y aun mas puede decirse nueva, porque en todo fué conducida por la severa geometría, ni dió el menor paso, ni profirió la mas leve proposicion, que no fuese regulada por sus rigurosas demostraciones. Entonces se introduxo en todas las ciencias la justa exâctitud y verdad; entonces se vió la mecánica dirigida por la geometría, y á veces tambien reducida al álgebra, ser reguladora de las otras ciencias.

El ardor con que entonces se emprendian las discusiones científicas, producía continuamente nuevos descubrimientos mecánicos, y hacia por todas partes

Otros  
geómetras  
ilustradores de la  
mecánica.

útiles adelantamientos. No señaló Newton la trayectoria, que describe un cuerpo en un medio resistente segun el quadrado de la velocidad; y Juan Bernoulli la encontró, no solo para el quadrado, sino para qualquier razon multiplicada de la velocidad; y Nicolás su hijo, Tailor, Erman y Eulero resolvieron el mismo problema, y dieron mayores luces á toda la doctrina de las trayectorias. Por la doctrina sobre la resistencia de los medios de Newton se movió Huingens á exâminar la logaritmica, y propuso sobre esta algunos teoremas, á los quales dió despues Guido Grandi las correspondientes demostraciones. Llenas están las Actas de la Academia de las ciencias (a) de Memorias de Varignon para dar mas extension á la doctrina newtoniana sobre la resistencia de los medios. Pocas palabras de Newton sobre la curvatura que deberá tener una conoyde para sufrir la menor resistencia posible del medio, excitaron los ingenios de los mas ilustres géometras á tratar este problema, hecho célebre

---

(a) An. 1707. . . . 1711. LOS MICHENOS Y

baxo el nombre *del sólido de la menor resistencia*; y l' Hopital, Juan Bernoulli y algunos otros encontraron sutilísimas resoluciones, y lo reduxeron á claras ecuaciones; y Bouguer (a) y Juan (b) ingeniosa y útilmente lo han hecho servir para varios adelantamientos de la construcción de los navios, y de la mecánica náutica. Así que Newton enriqueció la mecánica no solo con los descubrimientos propios, sino tambien con los de otros, y, lo que es aun mas útil que los mismos descubrimientos, introduxo en la mecánica la exâctitud de la geometría, é inspiró á sus sequaces el genio geométrico. No pudo en esto competir con él su rival matemático Leibnitz; pero tuvo tambien no poca parte en el adelantamiento de aquella ciencia. La resistencia de los sólidos á la rotura, la resistencia de los fluidos al movimiento de los sólidos, y algunos otros puntos mecánicos recibieron nuevas luces por sus meditaciones.

Yy 2 cio

---

(a) *Traité du Nav.* lib. III.  
 (b) *Exam. mar. teor. prac.* tom. I, lib. II.

ciones. Los problemas mecánicos propuestos por él introduxeron en los sublimes géometras un grande deseo de sutilísimas indagaciones. Es particularmente célebre el de la *línea isocrona*, porque fué mirada como el primer triunfo del cálculo infinitesimal, y porque sirvió mucho para adelantar los conocimientos de la dinámica. Como para describir una curva, en la qual en tiempos iguales corra un móvil espacios iguales, es preciso conocer íntimamente qual sea en cada punto la fuerza del móvil, quales los efectos que debe producir aquella fuerza en un descenso perpendicular, y quales en uno mas ó menos inclinado, así las resoluciones de un problema tal del mismo Leibnitz, de Huingens, y de Bernoulli sirvieron para enriquecer con nuevas luces la mecánica igualmente que la geometría. La famosa cuestión de las fuerzas vivas movida por Leibnitz, y abrazada á principios de este siglo por los mas célebres físicos y matemáticos, y ahora abandonada y despreciada como cuestión de voz, excitó grandes deseos de examinar con experiencias, y con cálculos, qual de-

estudio.

Qüestion de las fuerzas vivas promovida por él.

debiese reputarse la verdadera medida de las fuerzas de los cuerpos. Cartesio, y todos los otros tomaban la fuerza de los cuerpos de su mole, y de la simple velocidad. Leibnitz fué el primero que reflexionó sobre la diversidad de las fuerzas *muertas*, ó bien sea de un cuerpo, que solamente pende, y está pronto para moverse; y de las *vivas*, ó bien sea del cuerpo que ya está en movimiento; y determina las fuerzas *muertas* por la simple velocidad, y las *vivas* por el quadrado de la misma (a). Se opuso á la opinion de Leibnitz el abate Conti (b); pero era contrario muy débil para que pudiese causarle gran temor. Respondióle sin embargo Leibnitz (c), y hubo aun alguna nueva réplica de Conti, y nueva respuesta de él; pero la medida, y la denominacion de las fuerzas vivas de Leibnitz no estuvo muy en uso entre los matemáticos, hasta que se puso á defenderla y confirmarla

la

---

(a) *Act. Erud. Lips.* an. 1636.

(b) *Nouv. de la Rep. des Lettr.* Sept. 1686.

(c) *Ibid. Febr.* 1687.

la con nuevas razones Juan Bernoulli (a). Entonces muchos ilustres filósofos alemanes y de otras naciones, entraron en el partido leibnitciano; y Erman, Wolfio, Bulfingéro, Poleni, Gravesande, Muschembroek, y en Francia la famosa marquesa de Chatelet, con delicadas experiencias y con sutiles cálculos, le dieron mas poderoso y firme apoyo, y mas que todos Riccati con un entero y grueso tomo lo adornó de todos los auxilios de la matemática y de la física (b). No faltaban á los cartesianos hombres ilustres, que oponer á los leibnitcianos; los ingleses y los franceses, siguieron midiendo las fuerzas vivas segun la simple velocidad; y Maclaurin en Inglaterra, y en Francia Mairan, sostuvieron su causa con mucha fuerza de ingenio, y copia de doctrina; en Italia Francisco Zanotti, tan superior á Riccati en las gracias de la eloqüencia, como inferior en la fuerza del cálculo y de la geometría, respondió con

---

(a) *Disc. sur les Loix de la comm. du mouv.*

(b) *Dial. delle forze vive.*

con elegantes y amenos diálogos á los profundos y aridos riccacianos; y Boscovik contentandose con la fuerza de inercia, quiso desterrar las fuerzas vivas, y desatar así, ó romper el nudo de la quëstion (a). Y una disputa tan ruidosa, que ha ocupado á tantos y tan ilustres géometras y físicos, está ahora abandonada, y considerada como una mera quëstion de voz. En efecto ambos á dos partidos convienen en conceder á las fuerzas vivas los mismos efectos: y como solo los efectos pueden darnos las verdaderas nociones de las fuerzas, poco debe importarnos que disputen sobre recibir ó no el tiempo en que se executan estos efectos, por un elemento de tal medida; sobre sacar ésta por la cantidad de los obstáculos que vence el móvil, ó por la suma de las resistencias, que oponen al móvil tales obstáculos, y sobre otras sutilezas, que nada importan para la mecánica. D' Alembert (b) expone con mucha claridad y precision el estado de la quëstion,

---

(a) *Diss. de vir. viv.* (b) *Trait. de Dynam.* Pref.

tion, y concluye, tal vez con sobrada aspereza, que „tomada en su verdadero aspecto, no puede consistir mas que „ en una discusion metafísica muy fustil, ó en una cuestión de voz aun mas „ indigna de ocupar á los filósofos.” Pero sin embargo el exâmen de esta cuestión en las manos de hombres tan grandes ha acarreado algunas luces para el verdadero conocimiento de las fuerzas, que tal vez sin ella se les hubieran escapado, y ha servido no poco para el adelantamiento de la mecánica.

Propuesta de problemas mecánicos.

Mayores ventajas le han acarreado los problemas mecánico-geométricos, que en aquellos tiempos proponian los matemáticos. Para describir la curva catenaria, la velaria, la elástica, la brachistocrona, y otras curvas, que entonces se buscaban, es preciso ponderar atentamente las fuerzas de cada partecilla en cada lugar, y en cada momento, y se requieren tantas miras, y tantos conocimientos mecánicos, que ha sido menester toda la perspicacia de un Newton, de un Leibnitz, de l' Hospital, de los Bernoullis, para poder resolver estos problemas con exâctitud; y cier-

ta-

tamente con el exâmen, y con la resolu-  
cion de ellos se han encontrado muchas  
mecánicas verdades, y se ha introducido  
en la mecánica un espíritu analítico, que la  
ha preparado para recibir el nuevo estado  
en que se ve al presente. La deseada brevedad  
en materia tan vasta nos obliga á pa-  
sar en silencio muchos mecánicos que en-  
tonces florecieron, y muchos descubri-  
mientos que cada día se hacian; pero co-  
mo hemos de dexar de nombrar á Varignon,  
que en su *Nueva mecánica*, y en las *Memorias de la Academia de las Ciencias de Paris* puso en todo su esplendor el prin-  
cipio de la composicion de los movi-  
mientos, sacó de él todos los resultados,  
y trató tantos puntos de la estática y de  
la mecánica con aquella extension, á que  
solia elevar todos los objetos que se ponía  
á exâminar? Nuevo campo abrió á los me-  
cánicos Amontons con la doctrina de la  
frotacion, ilustrada despues mas y mas por  
los físicos y por los géometras, y recien-  
temente tratada por Ximenez (a) exten-  
Tom. VII. Zz

(a) *Teor. e Practic. delle resistenze de' soli-  
di ne' loro attriti.*

samente con mayor aparato de experiencias hechas en grande, y con toda la solidez y severidad de la geometría. Nuevos principios, nuevas demostraciones, Erman. nuevas verdades, ha presentado Erman en su *Phoronomia*, y al mérito de los propios inventos, ha juntado el de la exposicion de los descubrimientos de otros, y el de haber reducido á un cuerpo de doctrina la estática, la mecánica, la hidrostática, la hidráulica, y toda la ciencia del equilibrio y del movimiento. Hasta entonces los géometras, arrebatados del gusto de resolver nuevos problemas, no habian pensado en exâminar la evidencia que tenian los principios de la mecánica, y si realmente era qual, y quanta se requeria para servir de basa á un sistéma de conocimientos verdaderamente científicos. Daniel Bernoulli entró en este exâmen, demostró rigorosamente el principio de la composicion y descomposicion de las fuerzas, que se dirigen á concurrir en un punto, y sacó de él muchos nuevos conocimientos (a); ilustró otros principios,

Daniel  
Bernoulli.

---

(a) *Comm. Acad. Petr.* tom. I.

y les dió mayor extension; pasó á resolver problemas, y les impuso nuevas condiciones y circunstancias, que los hacian mas difíciles, y supo reducirlos á equaciones generales, y ponerlos en la mayor generalidad. Mariotte, s' Gravesande, Muschembroek, Desaguliers y otros físicos diligentes, y provistos de las luces de la geometría, con sutiles y concluyentes experiencias confirmaban é ilustraban, y á veces tambien corregian y rectificaban la doctrina mecánica de los géometras. Y así de varios modos, con físicas y geométricas demostraciones, se daba esplendor á la mecánica, y con las resoluciones analíticas de tantos problemas mecánicos se introducía en ella el espíritu analítico.

En este ardor de problemas mecánicos, de mecánicas investigaciones, de descubrimientos mecánicos, de estudio y de entusiasmo mecánico, quando Galileo habia creado la ciencia de la aceleracion de los graves y de los movimientos que se derivan de ellos; Huigens habia fixado las leyes de la comunicacion del movimiento, de las vibraciones de los péndulos.

Eulero.

dolos , y del centro de oscilacion; Newton habia reglado los movimientos circulares , y las resistencias de los medios , y habia hecho árbitra de los cielos á la mecánica; Amontons habia formado un nuevo ramo de mecánica con la doctrina de los atritos; Varignon habia simplificado toda la estática , y reducido los conocimientos mecánicos á mayor extension ; Leibnitz, l' Hôpital, los Bernoullis, Maclaurin, Tailor, Fontaine y otros geómetras no pensaban mas que en los problemas mecánicos; Erman habia formado un cuerpo de doctrina , aunque muy reducido, de los conocimientos mecánicos; Daniel Bernoulli habia demostrado , y reducido á evidencia geométrica algunos principios mecánicos; en suma quando todo respiraba ardor mecánico , todo manifestaba vivo deseo , y ardiente afan de los adelantamientos de la mecánica, compareció Eulero para su engrandecimiento, y para su mayor esplendor. Fiel este á su amada analisis , quiso tambien introducir la y hacerla dominar en la mecánica. Huingens , Newton , Erman y todos los escritores de mecánica , la ilustraron

con exáctas y científicas demostraciones; con lo qual quedaban los lectores persuadidos y convencidos de su verdad, pero no formaban, como de sí mismo lo confiesa Eulero (a), una clara y distinta idea para poder resolver las mismas quëstiones, siempre que se presentasen con alguna pequeña variacion. Vino Eulero, y tentando tratar analíticamente las proposiciones demostradas sinteticamente por Newton y por Erman, vió acrecentarsele mucho los conocimientos, y extenderse sobre manera sus ideas; así que recogiendo, y tratando del mismo modo las otras verdades, esparcidas por otros acá y acullá, pertenecientes á aquella ciencia, hallandose con nuevas quëstiones, aun no tocadas por otros, y resolviendolas felizmente, encontrando nuevos métodos, y descubriendo nuevas verdades, dió al público una mecánica, donde toda la ciencia del movimiento se vió por la primera vez reducida á la análisis; y el feliz uso que hizo de ella mereció á este método la preferencia, que despues ha obtenido constan-

---

(a) *Mech. Prax.*

tantamente sobre todos los otros. Esta so-  
la ventaja hacia ya que la mecánica de-  
biese mucho á Eulero; pero habia tam-  
bien otras muchas que le acarreaban igual  
honor. No habia problema alguno mecá-  
nico, al qual no procurase dar una reso-  
lucion, y no le acarrease alguna mayor  
ilustracion, y notable adelantamiento. Ex-  
puso con mas claridad el principio de  
las velocidades virtuales, de lo que lo  
habia hecho Bernoulli, y le dió mayor ex-  
tension (a). Exâminó el problema del cen-  
tro de oscilacion, y el principio sobre  
que fundaba Erman su resolucion (b); hi-  
zo mas general este principio, y lo apli-  
có á la resolucion de varios problemas  
pertenecientes á las oscilaciones de los  
cuerpos flexíbles é inflexíbles (c). Encon-  
tró al mismo tiempo que Daniel Bernou-  
lli el principio, que los mecánicos lla-  
man *de la conservacion del momento del  
movimiento de rotacion*, y lo explicó con  
su acostumbrada profundidad (d). Exâmi-  
nó

---

(a) *Ac. Berl.* an. 1751. (b) *Phoronom.*

(c) *Comment. Ac. Petr.* tom. VII.

(d) *Opusc.* tom. I.

nó el principio de la *menor accion*, no bien establecido por Maupertuis, y lo miró baxo un aspecto tan general y riguroso, que le hace merecer la atencion de los géometras (a). El problema que busca el movimiento de un cuerpo arrojado sobre el espacio, y tirado hacia dos puntos fijos, se ha hecho célebre por el felicísimo uso que de él hizo Eulero para las substituciones, y por los resultados que sacó de él. El famoso problema de los tres cuerpos, el de las trayectorias ortogonales y otros muchos, se ven resueltos por él con superior magisterio. En suma no habia problema, que no se transformase en sus manos, no presentase nuevos aspectos, y no le sirviese á él para producir nuevas verdades; ni hay principio alguno mecánico, que no haya recibido de él mayores luces, y no se haya hecho con sus ilustraciones mas útil, y mas seguro. Pero principalmente la doctrina del movimiento de los sólidos, que él llama rígidos (b), y nosotros podremos llamar

---

(a) *Tract. de Isoperim.*

(b) *De motu corp. rigid. Cap. I.*

duros , y singularmente de su movimiento de rotacion , ¿que vasto campo no le presentó para producir nuevos ramos de doctrinas mecánicas, y para coger nuevas verdades? El conocimiento de los cuerpos mecanicamente considerados consiste principalmente , como dice el mismo Eulero (a), en conocer su centro de inercia , y sus exes principales. Por perturbado que sea un movimiento, puede siempre resolverse en progresivo , que se toma por el centro de inercia , y en giratorio , que se mueve al rededor de los exes. Así que exâminados el centro de inercia , y el movimiento que se deriva de él , se pone Eulero á exâminar distintamente los exes de los cuerpos , y sus observables propiedades. No eran conocidas las fuerzas que sostiene el exe , ó que deben aplicarse para que este se conserve en su sitio ; y él con particular atencion observa en todos los casos diversos las fuerzas que ha de sostener el exe , y discute tambien los casos en que no sostiene fuerza alguna. En todos los cuerpos

---

en.

(b) *Ibid.* Cap. VIII.

encuentra tres exes principales, esto es, tres exes, en los quales el momento de la inercia sea el máximo y el mínimo; y su analisis lo conduce al bello teorema, dado ya por Segner (a), de que un sólido de qualquier figura que sea, puede girar libremente al rededor de tres exes perpendiculares entre sí, y le hace ver las particulares propiedades de estos exes. El movimiento progresivo de estos cuerpos, el movimiento de rotacion, el movimiento mixto del uno y del otro, las fuerzas que producen estos movimientos, la variacion de los mismos, y las fuerzas que los hacen variar, la aplicacion á los movimientos de los cuerpos celestes, y á los de los conos, de las cuñas y de otros cuerpos terrestres, y quanto hay de útil y de curioso en tales movimientos, todo se ve tratado por Eulero con su acostumbrada prudencia y profundidad. Su sutil analisis le presenta la equacion general del movimiento de un cuerpo, sea qual fuere su figura, y las fuerzas que obran sobre sus elementos, y sobre cada una

Tom. VII. Nova Acta Acad. Sci. Petrop. 1765.

(a) Specimen. theor. Turbinum.

de sus partes, y lo conduce á los mas sublimes y finos descubrimientos; y Eulero deberá ser tenido por el verdadero maestro del movimiento de rotacion, como Newton del circular, y Galileo del descenso de los graves. Un nuevo ramo de la ciencia del movimiento, una notable mejora y perfeccion de todos los otros, y sobre todo una nueva manera de mirar la mecánica, ó bien sea la mecánica reducida á la análisis, hacen á Eulero tan acreedor á esta, como á todas las otras partes de la matemática, y le dan mas y mas derecho para pretender el imperio universal sobre todas.

Franceses  
mecánicos.

Al mismo tiempo que Eulero manejaba, como señor y príncipe, todas las partes de las mecánicas, le presentaba la Francia un rival, que podía disputarle el principado. La Academia de las Ciencias de París no queria ser inferior á ninguna otra en cultivar la mecánica, y aun despues de Mariotte, Varignon y Amon-ton, tenia á Maupertuis, Bouguer, Mairan, Camus y algunos otros, que procuraban enriquecerla con nuevos principios, nuevas demostraciones, nuevas experien-  
cias,

cias, y otros nuevos descubrimientos. El problema de las *tractorías* discutido por Fontaine, excitó el ingenio de Clairaut á Clairaut. ilustrar los problemas mecánicos. Otro que le propuso Klingstierna le hizo exâminar algunos puntos, en que se une la física con la mecánica. Las oscilaciones de un péndolo, que no se hacen en un plano, el problema de los tres cuerpos, objeto de la atención de los mas profundos géometras, la determinacion de la orbita terrestre, la teoría de los cometas, el manejo de las naves, y varias otras materias, dieron campo á Clairaut para manifestar que no era menos profundo mecánico, que sutil géometra. Pero no era este el digno émulo de Eulero en el principio de mecánico. D' Alembert fué realmente el único que pudiese entrar con él á competencia: su dinámica, el tratado de la precedencia de los equinoccios, y algunos otros opúsculos suyos le daban derecho para sentarse al lado del grande Eulero. Encontraba él la mayor parte de los principios de la mecánica, ú oscuros por sí mismos, ó anunciados y demostrados de un modo obscuro, por lo que daban lugar

D' Alembert.

á muchas quæstiones espinosas; y se puso á deducir los principios de las nociones mas claras, y aplicarlos á nuevos usos. El principio hallado por él, que reduce á la consideracion del equilibrio todas las leyes del movimiento, ha sido la época de una gran revolucion en las ciencias fisico-matemáticas. Consiste este, como él mismo lo expone (a), en encontrar en cada instante el movimiento de un cuerpo animado por un número de fuerza, sea el que fuese, mirando el movimiento que tenia en el instante precedente, como compuesto de un movimiento que es destruido por aquellas fuerzas, y de otro movimiento que ha de tomar realmente, y que debe ser tal, que las partes del cuerpo puedan seguirlo sin perjudicarse mutuamente las unas á las otras. Verdaderamente la primera idea de este principio puede atribuirse á Jacobo Bernoulli, el qual en la investigacion del centro de oscilacion de los péndolos, consideró los movimientos impresos como compuestos de los que

---

(a) *Recher. sur la prec. des Equin. &c. Intt.*

pueden tomar los cuerpos, y de los que deben destruirse. Pero D' Alembert miró este principio de una manera general, le dió la sencillez y la fecundidad que le corresponde, é hizo felices aplicaciones. La teoría del equilibrio y de los fluidos, y todos los problemas resueltos hasta entonces por los geómetras, se habian convertido en corolarios de este principio. Le faltaba dar un medio para aplicar su principio al movimiento de un cuerpo de qualquier figura, y de qualquier fuerza que fuese animado. Diólo en su tratado de la precedencia de los equinoccios, y despues en los opúsculos (a), y lo aplicó felizmente para explicar, determinar y combinar los dos fenómenos astronómicos de la precedencia de los equinoccios, y de la nutacion del exe terrestre, y para hacer así triunfar incontrastablemente á Newton, y á la atraccion. Al mismo tiempo buscaba Eulero la resolucion del mismo problema de determinar el movimiento del cuerpo atraído por qualquier fuerza, y lo encontró por ca-

---

(a) Tom. I. sec. mem.

mino tan diverso, que aunque confiesa haber visto el tratado de la precedencia de los equinoccios de d' Alembert, no se puede sospechar que siguiese sus huellas; pero aunque sea gloria de entrambos el haber resuelto por vias diversas un problema tan difícil, sin embargo siempre pertenece á d' Alembert el honor de la primacía. La doctrina de la resistencia de los medios fué tratada por él con una profundidad y extension, qual no habia usado ningun escritor de mecánica (a), y aplicada á la resolucion de problemas que ningun otro se atrevia á tocar (b). El problema de los tres cuerpos, varias quëstiones sobre la atraccion, y las investigaciones sobre varios puntos del sistema del mundo, le dieron campo para acarrear nuevas luces á la mecánica; y puede decirse con verdad, que es obra de su sutileza y profundidad la delicadez y perfeccion en que ahora se encuentra esta ciencia. En este estado de la mecánica, despues de Eulero

---

(a) *Essai d' une nouv. théor. de la resist. des fluides.* (b) *Opusc. tom. I. p. trois mem.*

y d' Alembert, no hablaré de don Jorge Juan, por mas que la haya tratado con el mas exácto cálculo, y con las mas atentas experiencias, y en varios puntos haya oportuna-mente corregido las teorías de los géometras (a); no de Riccati, que solo ha dexado un ensayo de una nueva mecánica que meditaba (b); no de Frisio, aunque rico de cálculo y de geometría; no de la Place, que en tantas memorias académicas ha presentado las mas finas miras mecánicas, acompañadas de toda la sutileza analítica; no de Ximenez, de Lorgna y de otros modernos, que han tratado doctamente algunos puntos particulares, y solo fixará nuestra atencion la mecánica analítica de la Grange, la qual no es un tratado de mecánica, como tantas otras mecánicas, sino que antes bien puede llamarse un arte de tratar la mecánica; no entra á exâminar el movimiento, y buscar en él algunas nuevas verdades, sino que pone la mira en

La Grange.

---

(a) *Exâmen marit.* &c. tom. I. (b) *Lett. de' principi della Mecc.*

la misma ciencia, y reduce su teoría, y el arte de resolver los problemas que le pertenecen, á fórmulas generales, cuya simple exposicion da todas las equaciones necesarias para la resolucion de cada problema, y en suma forma de la mecánica un nuevo ramo de la analisis. Propone y explica la Grange los principios de la estática y de la hidrostática, de la dinámica y de la hidrodinámica, da las fórmulas generales para el equilibrio y para el movimiento, deduce sus propiedades generales, propone los métodos para encontrar en ellas las equaciones, resuelve los problemas, y presenta toda la mecánica sujeta á las operaciones algebraicas, y reducida á mayor facilidad.

En este estado de perfeccion, exactitud y facilidad se ve al presente la mecánica: reducidos sus principios á fórmulas generales, halladas las equaciones para la resolucion de los problemas, y reducida toda la ciencia á operaciones analíticas, parece que no falte para su adelantamiento mas que lo que falta á la analisis de quien se sirve. Sin embargo seria de

de desear que mientras los sublimes géometras se elevan á buscar fórmulas, y ecuaciones generales para descubrir los movimientos mas complicados, y soltar las mas insuperables dificultades, hubiese otros atentos observadores de la naturaleza y de las artes, que exâminasen los hechos, y recogiesen datos, sobre que poder erigir las teorías, y aplicarles las operaciones algebráicas. A veces las especulaciones mecánicas de los géometras están faltas de verdad, porque no están apoyadas sobre las observaciones; y á veces, aun siendo verdaderas y curiosas, quedan inútiles, porque no pueden aplicarse al verdadero conocimiento de los hechos, ni á los usos de la naturaleza y del arte. ¿Quantas bellísimas teorías de los mas ilustres géometras no excluye el docto Juan (a), desmintiendolas incontrastablemente con la práctica? El mismo Newton conociendo la necesidad de las experiencias para establecer las teorías, despues de haber hecho y repetido muchísimas sobre las osci-

*Tom. VII.*

Bbb

la-

---

(a) *Exâmen*, &c. tom. I. Prólogo, & al.

laciones de los péndolos, manifiesta su deseo de que se hagan aun muchas mas ; que se repitan aquellas mismas ; que se inventen otras diversas , y que todas se hagan con mayor diligencia y cuidado (a). ¡De quanto mayores progresos no podria gloriarse ahora la mecánica , si los filosofos en sus especulaciones mecánicas hubiesen puesto mas cuidado en recoger hechos , multiplicar experiencias , verificar observaciones , y hubiesen tomado por guia de sus cálculos la observacion y la práctica ! Ahora la mecánica se ha elevado á reguladora de las otras ciencias , y se ha hecho la llave para entrar en los secretos de la naturaleza : ahora todas las ciencias fisico-matemáticas pueden ser consideradas como otros tantos problemas mecánicos ; pero sin embargo los géometras mecánicos no dan á las investigaciones la conveniente extension , y comunmente toman por objeto y fin de sus especulaciones los movimientos de los cuerpos celestes , y las teorías astronómicas. ¿Quantas nuevas verdades

no

---

(a) *Princ. Math.* tom. II, sec. VI.

no se presentarían á sus ojos, si descendiendo de los cielos contemplasen sobre la tierra la infinita variedad de fuerzas, y de movimientos que producen la naturaleza y el arte, y cuyo conocimiento, si no es tan sublime y noble como el de los movimientos celestes, tal vez puede ser mas útil, y ciertamente no es menos curioso? La fuerza de la percusion, la coherencia de los cuerpos, y algunos otros puntos dinámicos no son aun bien conocidos, é interesan á la sociedad no menos que los movimientos celestes. ¡Que ventajas no deberian esperar las artes y las ciencias, si la mecánica extendiese sus sutiles meditaciones sobre todos los objetos que le pertenecen! Nosotros entre tanto nos complacemos de las mejoras analíticas que los geómetras modernos han acarreado á la mecánica; le deseamos mayor extension en las investigaciones, y mayor auxilio de la práctica y de la observacion, y pasamos á contemplar la hidrostática, que es una parte de la mecánica.

## CAPITULO VI.

## De la Hidrostática.

Origen de  
la hidros-  
tática.

Archíme-  
des.

**L**a hidrostática, y generalmente toda la ciencia del equilibrio y del movimiento de los fluidos, puede considerarse, y es realmente una parte de la mecánica, bien que á veces regulada por algunos principios algo diversos. Nosotros habiendo tratado la mecánica de los sólidos, despacharemos brevemente la de los fluidos, que casi siempre ha seguido el mismo curso. Archímedes es tambien el primer maestro ó creador de la hidrostática, como hemos dicho que lo ha sido de la estática. Gloriase en aquella, como en esta, de muchas máquinas y muchas invenciones; pero su principal gloria consiste en los principios científicos que ha encontrado. Enseña que los sólidos mas pesados puestos sobre un fluido irán al fondo, los de peso igual se sumergirán sin profundarse, y los mas ligeros quedarán sobre el agua, y aun metidos en lo hondo subirán sobre el agua con una fuerza igual al grado de gra-

gravedad con que el sólido es superado del fluido ; da las leyes del equilibrio de diversos sólidos engendrados por secciones cónicas mas ligeros que los fluidos en que están sumergidos ; y explica los casos , en que estas conoydes quedarán inclinadas , en que se mantendrán rectas , y en que se revolverán y enderezarán de nuevo ; y en todo manifiesta aquella sutileza y sublimidad de ingenio que hacen que sea la admiracion de los posteriores ; en todo habla con una solidez y profundidad , que , en medio de tantas luces de conocimientos mecánicos y geométricos , poco ó nada han podido añadir en esta parte los modernos. Despues de Archímedes deberemos tambien dar aquí un gran salto hasta los siglos mas inmediatos á nosotros. Porque si bien Eron , Ctesibio y otros griegos , inventaron ingeniosas máquinas hidráulicas y pneumáticas , no enriquecieron la hidrostática con nuevas teorías ; y Vitruvio , Frontino y otros latinos , aunque manifestaron conocer las leyes del equilibrio y del movimiento de las aguas , se contentaron con servirse de ellas en la práctica en sus grandiosos aque-

Otros  
griegos y  
latinos.

duc-

ductos, y en otras operaciones, y no se cuidaron de ilustrarlas con sus escritos, ni de acrecentar aquella ciencia con sus invenciones teóricas. Los árabes, mas apasionados á las especulaciones matemáticas, cultivaron con mayor cuidado los estudios hidrostáticos, y solo los títulos de dos obras de Alkindi, que se refieren en la *Biblioteca arábica de los filósofos*, esto es, de las cosas que nadan en el agua, y de las que en ella se sumergen, prueban bastante que no solo atendian á la práctica de sus útiles canales y aqueductos, sino que tambien se dedicaban á las teorías hidrostáticas. Pero sean los que fuesen sus estudios, no ha llegado á nuestra noticia ningun descubrimiento suyo hidrostático. El primero despues de Archímedes, que haya acarreado algun adelantamiento á esta ciencia, ha sido Stevin, el qual, probablemente dirigido por la misma doctrina de Archímedes, examinó la presion de un fluido sobre el fondo, y sobre los lados del vaso en que está metido, y descubrió la paradoxa de la presion del fluido en los vasos convergentes, que puede ser mucho mayor que el propio pe-

so; y con mas profundas disquisiciones determinó igualmente la presión de los fluidos sobre los lados verticales ó inclinados, y sobre qualquier parte de ellos (a). Archîmedes y Stevin, abrieron el camino para introducirse en la hidrostática; pero fueron superados por Galileo, que puede ser tenido por el primer verdadero maestro de aquella ciencia. El reduxo la estática de los fluidos á los mismos principios que la de los sólidos, y con los pesos, y con las velocidades explica el equilibrio de los fluidos entre sí, y de los mismos con los sólidos. Despues no solo abraza y demuestra por nuevos caminos las proposiciones de Archîmedes, sino que descubre muchas nuevas y curiosas verdades: deduce el teorema, que la mole de agua que se levanta al sumergir un sólido, ó que baxa al sacarlo, es menor que la mole de dicho sólido sumergido ó sacado, y tiene con esta la misma proporcion que la superficie del agua circunfusa al sólido, tiene á la misma superficie circunfusa juntamente.

---

(a) Stevini *Hypomnem Math.* tom. III.

mente con la base del sólido; y así concluye, que un sólido podrá sumergirse todo en el agua sin levantar ni aun la vigesima parte de su mole, y que al contrario una pequeña cantidad de agua podrá sostener un sólido muy grande; refiere muchas importantes curiosidades sobre los fenómenos que acontecerán á los sólidos de figuras diversas puestos sobre el agua; y demuestra que no la figura de los sólidos, sino solo su específica gravedad los hará nadar ó sumergirse. De la teoría de los sólidos sumergidos en los fluidos, y de la parte del peso que pierden en ellos, antes que, como pensó Vitruvio (a), de la mole de agua sacada por el sólido sumergido, debió deducir Archîmedes la verdadera cantidad de oro y de plata, de la corona del rey Jeron; y de la misma teoría tomó Galileo argumento para formar su balanza hidrostática, en la qual poniendo en un brazo un peso dexado al ayre, y en el otro brazo puesto otro sólido de igual peso sumergido en un fluido, por la parte de peso que

es-

---

(a) Lib. IX, c. III,

este perderá, podrá deducirse su específica gravedad: y esta balanza de Galileo ha sido la madre de las de Castelli, y de Viviani, y de tantas otras balanzas hidrostáticas, que despues con tanto fruto han servido para exâminar los pesos, no solo de los sólidos, sino mucho mas de los líquidos. Así que Galileo, con tantas y tan claras luces sobre el equilibrio de los fluidos, puede justamente ser llamado el primer verdadero maestro de la hidrostática. ¿Pero que no hubiera podido esperar de él la hidráulica, y quantas luces no hubiera acarreado al movimiento de los fluidos, si hubiese dexado escrito quanto sobre esta materia habia meditado, y tenia intencion de exponer al público? Solo la carta sobre el río Bisencio nos enseña algunas verdades sobre dos canales de igual pendiente, pero de diversa longitud, el uno tortuoso, el otro recto, y sobre la velocidad del agua en tales canales, y en las variaciones de direccion; y habla con tal dominio y maestría de la materia, que manifiesta saber mucho mas de lo que escribia, y haberse internado no menos en la hidráulica, que en la hidrostática. No

solo ayudó Galileo á estas ciencias con su propio estudio , sino que tal vez les acreoó aun mayores ventajas con lo mucho que excitó á sus discípulos á cultivarlas con provecho: Castelli, Torricelli, Viviani, Cavalieri y otros eruditos conocedores del movimiento y del equilibrio del agua salieron de la escuela de Galileo. A Castelli debemos un nuevo ramo de hidráulica con la teoría que introduxo de la medida del agua corriente, en la qual nos enseñó á calcular la diminucion del volumen producido por la velocidad, no observada por los demas. Torricelli abrió tambien un nuevo campo á esta ciencia, buscó el movimiento y la velocidad, por decirlo así, *virtual* de un fluido aun no conocida, y la determinó fixando, que no solo un fluido corriente tendrá, como el sólido, una velocidad correspondiente á la altura de donde desciende, sino que el fluido encerrado en un vaso, saliendo por un agujero hecho en dicho vaso, tendrá una velocidad igual á la de un sólido que descendiese de la altura del nivel del fluido; y que el agua saliendo por una fuente saldrá siempre, quitados los im-

pedimentos, á una altura igual al nivel de la del depósito. Aun ayudó mas Torricelli á la hidrostática, y á toda la física con la celebradísima invencion del barómetro. Galileo habia observado que el agua en el tubo, y generalmente en el vacuo, asciende treinta y dos pies y no mas: quiso probar Torricelli si esta observacion se verificaba á proporcion en los demas fluidos, y halló en efecto que el mercurio, cerca de 14 veces mas pesado que el agua, no ascendia mas que á 27 ó 28 pulgadas, y reflexionando sobre la causa de este fenómeno, encontró que la columna de ayre atmosférico, que está sobre el mercurio del reservatorio del barómetro, es la que hace elevar en el cañon al mercurio hasta ponerse en equilibrio. Este descubrimiento de Torricelli fué despues incontrastablemente confirmado por Pascal, el qual con las conocidas experiencias del Monte Puy-de-Dome y de la torre de Santiago de París, probó que quanto mas alto se sube, y por consiguiente es mas pequeña la columna del ayre atmosférico, que oprime al mercurio en el vaso del barómetro, tanto menos

asciende el mercurio en el tubo. De aquí han pasado los físicos á medir con el barómetro la altura de la atmósfera, aunque no hayan llegado á determinarla con precisión, y pueden con el mismo fixar con bastante exáctitud la altura de las montañas, conocer las variaciones de la atmósfera, y hacer varios usos muy útiles á las ciencias y á la sociedad; y todo esto hace mas y mas gloriosa y útil la invencion de Torricelli. Viviani, Micheli, Boreli y toda la Academia del Cimento, con descubrimientos, con experiencias y con tratados, han ilustrado mucho la materia de las aguas; y la hidrostática conoce deber á Galileo y á su escuela, á la Toscana y á toda la Italia sus casi primeras y mejores luces.

Los franceses.

Sin embargo, no estaba reducida á la Italia la cultura de la hidrostática: á la Francia debe igualmente mucho esta ciencia. Dexo aparte las varias especulaciones sobre los fluidos, de que trató Cartesio acá y acullá en sus obras, y en las quales, aunque tocadas solo de paso, esparció, como en todos los demas puntos, conocimientos no poco útiles. Dexo los *fenó-*  
me-

menos hidráulicos de Merseno, aunque en ellos se leen experiencias no poco útiles. Pero Pascal y Mariotte tienen ciertamente todo derecho para ser colocados entre los primeros maestros de aquella ciencia. Pascal, autor de las sobredichas experiencias barométricas, lo fué tambien del primer tratado, donde se demuestran con exâctitud geométrica algunas propiedades del equilibrio de los fluidos (a). Mas adelante pasó Mariotte, y ha merecido mas el estudio de los posteriores hidrostáticos. Los primeros italianos solo habian tomado algunos puntos particulares por objeto de sus investigaciones, y si bien les aplicaron gran sutileza de ingenio, y exâctitud de observaciones, pero faltos de oportunos instrumentos para las correspondientes experiencias, y sin los auxilios de las luces de los anteriores géometras, como suele suceder á los primeros ilustradores de qualquier ciencia, no hicieron mas que ensayar las materias, disipar las tinieblas, esparcir algunas luces;

Pascal.

Mariotte.

On les  
sonil

---

(a) *Traité de l'équil. des liq.*

y abrió á otros el camino para establecer la verdad. Mariotte, auxiliado de los principios, y de los hallazgos de los hidrostáticos anteriores, con las luces de la geometría, y con el subsidio de los instrumentos, pudo con repetidas ingeniosas experiencias, y con justos raciocinios establecer sólidas teorías sobre el equilibrio, y sobre el movimiento de las aguas, fixar las velocidades en alturas diversas, y de aquí pasar á determinar la cantidad que sale de un vaso, ó corre por un canal, y nos dexó en esta parte un cuerpo de doctrina bastante completo, y una obra clásica y magistral. Varignon, Parent, Pitot y varios otros franceses trataron acá un punto, acullá otro, é ilustraron de varios modos la hidrostática práctica y teórica. Parecia sin embargo que debia quedar para la Italia la gloria de descubrir con mas acierto los pasos de las aguas: la Italia, que tanto provecho, y tambien tanto daño recibe de las aguas, tenia obligacion y necesidad de observar atentamente los movimientos de las mismas, y fixar sus leyes con exâctitud. Las disputas entre las provincias y potencias con-

Otros italianos.

confinantes, para desfrutar el goce de las aguas, y para evitar sus daños, obligaban á los mas famosos geómetras á estudiar con atencion estas materias, y á veces producian útiles y gloriosos descubrimientos. Montanari, mas conocido por otras observaciones, se adquirió tambien buen nombre por el estudio y las observaciones de las aguas, particularmente de aquellas que pertenecen á la laguna de Venecia. El gran Cassini, en medio de sus especulaciones celestes, fué tambien destinado á exâminar las aguas, y contempló sus canales, y sus movimientos con el mismo empeño, y con la misma exâctitud con que estaba acostumbrado á mirar las orbitas y los movimientos de los planetas, y la constitucion de los cielos. Pero Cassini, lleno ya de gloria por sus teorías sobre las estrellas, dexó para otros la de darlas sobre los fluidos. Guglielmini fué el verdadero director de las aguas, midió las corrientes, exâminó la naturaleza de los rios, y fué por decirlo así el Cassini de las aguas. Castelli habia dado principio á la medida de las aguas corrientes, y habia calculado su velocidad no contemplada por

Montanari.

Cassini.

Guglielmini.

por otros; pero no habia pasado á examinar las diferencias de las velocidades, diversas en la superficie, en el medio y en el fondo: Guglielmini la ha examinado en todas sus diversas situaciones, y con repetidas experiencias, y con físicos y geométricos racionios, ha establecido sus leyes para la medida de las aguas corrientes, y ha formado una ciencia de la hidro-metría. Mas originales han sido sus especulaciones sobre la naturaleza de los rios; y su obra sobre esta materia ha sido llamada por Manfredi (a), no solo original, sino única en su género, y en la qual se enseña no una ciencia, sino dos, una acerca de las aguas, y otra acerca de los cauces de los rios. La ciencia de las aguas no podia decirse absolutamente nueva, habiendo sido ya tratada por Castelli, por Torricelli, por Mariotte, por algunos otros, y por el mismo Guglielmini, bien que aun en esta supo él hacer en dicha obra muchos adelantamientos, corregir errores, y encontrar nuevas verdades. Pero la ciencia acerca de los cauces de los rios,

---

(a) Pref. all' Annot.

rios, la que considera las direcciones, los declives, las longitudes, los derrames, los desembocaderos, y las demas particularidades de dichos cauces, era tan nueva que ni aun habia ocurrido á los filósofos que de esto se pudiese formar una ciencia. Guglielmini fué el primero que reflexionase, que el nacimiento y formacion de los cauces, siendo obra de la naturaleza, debia sujetarse á sus leyes constantes; que de la fuerza de las aguas, y de la resistencia de la materia, que forma la cama de los cauces, debian tomarse aquellas leyes; que en el acto de obrar la fuerza contra la resistencia la una y la otra son variables, y crece ó se disminuye la una, al disminuirse ó aumentarse la otra, y con estos principios se aplicó á buscar las verdaderas leyes que sigue la naturaleza en la formacion y alteracion de los cauces, y á encontrar una completa teoría de ellos, y un arte bien fundada para regularlos. La situacion, ó bien sea la profundidad, longitud y declive de los fondos, su diversa naturaleza, hora de arena, hora de guija, hora de piedras, hora de otras cosas, lo recto ó tortuoso de los cauces, el

incremento ó decremento, el desembocadero de un rio en otro, los efectos de su union, los escollos de los campos, los nuevos cauces, todo en suma lo que mira á la naturaleza de los rios, y al arte de regularlos, ha sido observado por él con agudo ingenio, y con maduro juicio; y si en todo no ha podido alcanzar la verdad, en todo ha esparcido muchas luces útiles, y ha abierto el camino, y señalado las huellas para encontrarla.

Las especulaciones de los hidrostáticos ahora nombrados estaban fundadas sobre las observaciones y experiencias; y dirigidas por una fácil y elemental geometría, se encaminaban al uso práctico, y á la popular utilidad. Entonces tomó un vuelo mas alto la hidrostática, y guiada por una mas sublime y transcendental geometría apoyada á la naturaleza misma del movimiento, y á las propiedades particulares de los fluidos, estableció principios mas abstractos, y dictó leyes mas universales. Newton dió á la hidráulica aquella marca de certidumbre y de evidencia geométrica, que solia imprimir sobre quantas materias se po-

Newton.

nia á tratar (a). La presion de los fluidos por todos lados sobre sí mismos, y sobre los sólidos, la densidad de los mismos producida por la presion superior, la resistencia al movimiento de los sólidos, la fuerza para mover estos, y otras muchas verdades, fueron en pocas páginas expuestas y demostradas por él con su acostumbrada severidad. La observacion no tanto de la catarata, quanto de la vena estrechada á la salida del agua por el agujero de un vaso, ha corregido las medidas de los anteriores hidrostáticos, y ha dado nuevas leyes á la hidrometría. Maclaurin ilustró y sostuvo con todo el rigor geométrico la catarata, y toda la doctrina hidráulica de su maestro (b). El marques Poleni (c) y Daniel Bernoulli (d) examinaron con severo y justo rigor la nueva medida de Newton, y la encontraron conforme á la verdad; y aunque creyeron, como tambien han creido mas reciente-

Ddd 2 men-

(a) *Princ. Math. &c.* lib. II, sec. V. &c.

(b) *Traité des flux.* tom. II. (c) *De Castel. & Epist. ad Marin.* (d) *Hydrodyn.* sec. IV.

mente Bossut (a) y Mari (b), poderle oponer algunas variaciones, y reducirla á mayor exâctitud en las diversas circunstancias de los vasos y de los agujeros, sin embargo el descubrimiento de aquella medida, oculta á todos los otros hidrómetras, toda se debe á la sutil penetracion de Newton. Y si Juan Bernoulli (c) y d' Alembert (d), han despreciado y combatido la catarata, y la doctrina de Newton y de Maclaurin, no por ello han logrado que sea enteramente abandonada de los hidrostáticos, ni ellos mismos dexan de recomendar con muchas alabanzas el ingenio del inventor. La velocidad del agua que sale en qualquier direccion que sea, y sea qual fuese la figura del ojo ó agujero, la fuerza, de la qual procede todo el movimiento del agua, la presion sobre el resto del vaso, y otras muchas curiosas y útiles teorías, son exâminadas por él con su acostumbrada sutileza. El Conde Ric-

-nem

e b b C

ca-

---

(a) *Hydrod.* tom. II. (b) *Teor. idraul.* tom. I.  
 (c) *Hydraul.* (d) *De la resist. des fluid.* Introd. y *De l'equil. & du mouv. des fluid.* §. 182.

cati y Daniel Bernoulli, Michelotti y Jurin han disputado con bastante ardor, para mayor gloria de Newton, sobre la verdad de algunas proposiciones suyas; y despues de las mas sutiles indagaciones, y las mas atentas observaciõnes, han tenido que sujetarse á las demostraciones de aquel sublime maestro, y recibir como verdad bastante segura, lo que por algunos estaba despreciado como una paradoxa. La observacion de los movimientos retardados del agua, que sale por los agujeros de los vasos, y las leyes de estos movimientos; el exâmen del movimiento propagado por las partículas de los fluidos, y del movimiento circular y vertical de los mismos, los bellos corolarios, y las importantísimas teorías que de aquí se derivan, prueban mas y mas la originalidad y superioridad de la mente de Newton, que se hace ver y admirar en la hidrostática, como en todas las otras partes de las matemáticas. Nuevo aspecto tomó la ciencia de los fluidos despues de haberla manejado Newton; los italianos Grandi, Manfredi, Po-

Otros  
geómetras  
hidrostáti-  
cos.

leni y otros, dueños del cálculo y de la sublime geometría, y por otra parte embe-

bi-

bidos en las observaciones, y en las prácticas descubiertas por sus nacionales, dieron mayor extension, y mayor precision y verdad á las doctrinas de Galileo, de Castelli, de Guglielmini y de Newton, y las enriquecieron con sus propias especulaciones. Juan Bernoulli, Erman y algunos otros trataron con todo el rigor geométrico algunos puntos de esta ciencia, y prepararon los ánimos de los matemáticos para recibir la grande obra de Daniel Bernoulli, su original y profunda *Hydrodinámica*. La teoría del movimiento de los fluidos había ocupado, como hemos visto hasta ahora, á los mas ilustres géometras, y había obtenido por su medio la resolución de algunos problemas, y el descubrimiento de varias verdades; pero aun no se había pasado á establecer principios, para poderla dar de un modo general, y reducirla á ciencia exácta. Daniel Bernoulli tuvo la gloria de elevarla á este honor. El fixó dos principios, uno de la conservacion de las fuerzas vivas, y el otro de dividir el fluido que se mueve en extracciones paralelas, y de suponer á todas las partículas de cada extraccion un movimiento

Daniel  
Bernoulli.

miento comun , que tenga por todas la misma velocidad , y la misma direccion ; y auxiliado de estos principios resolvió todos los problemas pertenecientes á la expulsion y salida de un fluido , contenido en un vaso , ó por un simple agujero , ó por uno ó mas tubos , ó que se mantenga siempre lleno el vaso , ó que se vaya vaciando. El movimiento de los fluidos en los vasos de qualquier figura , la presion de los mismos fluidos puestos en movimiento contra la orilla de los canales que los contienen , las leyes de sus oscilaciones en los sifones , ó en los vasos comunicantes , el empuje de los fluidos contra los planos expuestos á sus acciones , la teoría del ayre y de los fluidos elásticos , todo se ve sujetado por él á aquellos dos principios , y si á veces alguno de estos puntos parece no poder ser comprehendido en ellos , su singular sagacidad sabe resolverlo en tan ingeniosas y plausibles consideraciones físicas , que finalmente lo lleva á donde le da la gana , y lo pone baxo la direccion de sus principios. Lo versatil de su ingenio en encontrar en la analisis muelles para sujetar á sus cálculos todas las circunstancias de

de un fenómeno, y el arte de disponer las experiencias como correspondian al presente objeto, que se dexan ver en todos sus escritos, despuntan aquí particularmente, y todo presenta á Bernoulli un autor original, el primero, como dice d' Alembert (a), que haya emprendido determinar el movimiento de los fluidos con métodos seguros y no arbitrarios, el padre é inventor de una nueva ciencia. Pero no por esto estuvo exênta la doctrina de Daniel de graves oposiciones. Maclaurin rehusó admitir el principio de la conservacion de las fuerzas vivas como verdad primaria y como basa de una resolucion, no quiso que la teoría de Bernoulli fuese considerada como exâcta por todos lados, estando fundada sobre una hipótesis, que no puede suponerse exâctamente verdadera, y siguió la doctrina de Newton, que procuró ampliar y defender (b). Juan Bernoulli habia primero admitido, y aplicado á los teoremas hidrostáticos el principio de la conser-

Maclaurin.

Juan Bernoulli.

(a) *De l'equil. & du mouv. des fluid.* Pref.(b) *Traité des flux* tom. II.

servacion de las fuerzas vivas (a) ; pero despues zeloso , quizá sin exemplo en toda la historia literaria , de su hijo Daniel , por haber entrado con él á la parte en el premio de la Academia de las Ciencias de París , y por deberlo acaso reconocer interiormente por mas acreedor , quiso abandonar como indirecto aquel principio , sobre el qual su hijo fundaba la hidrodinámica , que lo habia coronado de tanta gloria , y se dedicó á buscar otro en su concepto mas directo y universal , sobre el qual erigió su hidráulica para oponerla á la hidrodinámica de su hijo (b). El principio de Juan Bernoulli consiste en substituir á la suma de los pesos de todas las extracciones del fluido una sola fuerza , que no obre mas que en la superficie , substituir otra semejante á la suma de las fuerzas motrices de las partículas del fluido , y hacer despues estas dos fuerzas iguales entre sí. La teoría de Juan Bernoulli tuvo tambien necesidad de recurrir al principio.

Tom. VII.

Ece

(a) *Comm. Acad. Petro.* tom. II.

(b) *Hydraul. opp.* tom. IV.

Figura de  
la tierra  
determina  
da por las  
leyes de la  
hidrostáti-  
ca.

cipio de la conservacion de las fuerzas vi-  
vas, sobre el qual apoyaba la suya Da-  
niel, y estaba ademas sujeta á algunas di-  
ficultades, que despues manifestó d' Alem-  
bert (a), y su hidráulica no ha podido su-  
perar la gloria de la hidrodinámica del hi-  
jo. La cuestión sobre la figura de la tier-  
ra contribuyó tambien á formar mas exác-  
tas teorías sobre la hidrostática. Buscóse es-  
ta figura por medio de la medida de los gra-  
dos, y por la observacion de los péndolos;  
pero tambien se quiso deducir de su cons-  
titucion, y por mera teoría. A este fin era  
preciso exâminar atentamente las leyes  
del equilibrio de los fluidos, y la situa-  
cion y figura á que deberian reducirse en  
el movimiento circular y de rotacion de  
la tierra con las fuerzas centrífuga y cen-  
trípeta, era preciso reducir á mas exác-  
tos cálculos muchas teorías hidrostáticas.  
Huingens y Newton fueron los prime-  
ros que buscaron por estos medios la fi-  
gura de la tierra. Maupertuis y Bouguer  
encontraron insuficientes para este fin los  
prin-

---

(a) *De l'equil. &c. lib. II, cap. III.*

principios de uno y de otro. El principio de Newton era la igualdad de los pesos de las columnas centrales, esto es de las columnas que se tiran del centro al polo, al equador y á las otras partes diversas del globo. Maclaurin generalizó este principio, deduxo de él muchos nuevos teoremas, y lo demostró rigurosamente con el método sintético de los antiguos, y con una sagacidad y elegancia, que causaron admiracion á los géómetras (a). Aun dió mayor generalidad á aquel principio Clairaut (b): él fué el primero que deduxo de este las leyes fundamentales del equilibrio de una masa fluida, cuyas partes todas esten animadas por fuerzas, sean las que se fuesen, y encontró las equaciones de diferencias parciales, por las quales se pueden expresar estas leyes, con lo que hizo mudar el aspecto de la hidrostática. Y de este modo de la cuestión tan agitada de la verdadera figura de la tierra recibió la hidrostática mucho mayor exâctitud y per-

Clairaut.

Eee 2

(a) *Mém. sur le flux & le reflux de la mer.*(b) *Theor. de la fig. de la terr.*

D' Alem-  
bert.

fección, y se formó casi una nueva ciencia. Mayores adelantamientos le acarreo aun d' Alemnbert, quien en su tratado del equilibrio y del movimiento de los fluidos, en el de la resistencia de los mismos, y en los opúsculos procuró substituir principios sencillos y fecundos en lugar de los métodos de los géometras anteriores, y trató toda la ciencia de los fluidos de una manera mas elegante, mas sencilla, mas directa, y mas universal. Examinó las propiedades de los fluidos diversas de las de los sólidos; y de la propiedad que ellos tienen de comprimir igualmente, y de ser igualmente comprimidos por todas partes, deduce claramente las leyes principales de la hidrostática, y la resolución geométrica y rigurosa de muchos problemas hasta entonces no bien resueltos. Conocidos los principios generales del equilibrio de los fluidos, pensó en hacer uso de ellos para encontrar las leyes de su movimiento. A este fin quiso aplicar al movimiento de los fluidos el método que habia establecido para el de los sólidos, esto es, de mirar la velocidad del cuerpo que se mueve, como compuesta de otras dos

ve-

Figura de  
la tierra  
determina  
da por las  
leyes  
de la  
ca.

velocidades, de las cuales la una es destruida, y la otra no perjudica al movimiento de los cuerpos adyacentes; y para que en el movimiento del fluido no se perjudiquen mutuamente sus partículas, suponiendo que la velocidad vertical de todos los puntos de una extraccion horizontal es la misma en todos, encontró que la velocidad de la extraccion debe ser en razon inversa de su longitud, porque no perjudique al movimiento de los otros. Auxiliado de este principio sujetó á las leyes de la hidrostática ordinaria los problemas que miran al movimiento de los fluidos, como habia sujetado á las leyes de la estática los del movimiento de los sólidos, y de este modo reduxo todas las leyes del movimiento á las leyes del equilibrio, y formó una nueva época en la ciencia del movimiento. D' Alembert fué el primero, segun dice la Grange (a), que reduxo á equaciones analíticas las verdaderas leyes del movimiento de los fluidos, y en lugar de las equaciones que habian da-

---

(a) *Mech. analit. sec. part. sept. sec.*

dado algunos geómetras anteriores, supo también substituir otras mas generales y mas rigurosas; pero sin embargo no era aun bastante su doctrina analítica, y muchas de aquellas equaciones no están mas que indicadas, sin llevarse la analisis tan adelante como se requería para tener resultados precisos, y que pudiesen satisfacer la escrupulosidad geométrica. Lo hizo despues Eulero (a), y trató la materia baxo el mismo punto de vista, pero con mas claridad y extension; y d' Alembert y Eulero parecia que hubiesen agotado los recursos que puede presentar la analisis para el conocimiento del movimiento de los fluidos. La observacion y la práctica hicieron ver á Don Jorge Juan muchos elementos que no habian sido conocidos, quanto menos exâminados y adaptados por los otros geómetras para la formacion de sus equaciones; reformó en gran parte y corrigió sus cálculos hidrodinámicos, y nos dió teorías no menos ajustadas

Juan.

---

(a) *Acad. de Berl.* an. 1755. *Acad. de Pietr.* 1756, & *al. Scient. nav.* &c.

á la rigurosa geometría, y mas conformes á la experiencia y á la verdad (a). Finalmente la Grange quiso reducir á la mayor sencillez toda la teoría de los fluidos; y viendo que los géometras anteriores para establecer sus cálculos necesitaban recurrir á algunos supuestos, y á principios fundados sobre las propiedades particulares de los mismos fluidos, procuró formar los suyos sin suposición alguna, y ateniendose solo á los principios generales, y sujetar tanto los fluidos como los sólidos á las mismas leyes del equilibrio y del movimiento, y reunir así la estática y la hidrostática, la dinámica y la hidrodinámica, como ramos de los mismos principios, y como resultados de las mismas fórmulas generales.

Estos puede decirse que son todos los progresos de la hidrostática en las especulaciones geométricas, y en la parte puramente teórica. Pero esta parte, aunque tal vez pueda ser reputada por la mas sublime y mas noble, es sin embargo sobrado abstracta é ideal, para que pueda

Otros hidrostáticos mas prácticos.

(a) *Exam. marit.* Sec. tom. 1.

hacerse algun uso de ella, y es ademas poco segura. Así que otros filósofos, queriendo hacer esta ciencia mas útil á la sociedad, no se contentaban con especulaciones profundas, sino que procuraban adelantar en la práctica; y algunos sin cuidarse mucho de los cálculos y de las fórmulas algebraicas, corriendo tras los hechos, y los fenómenos de los fluidos, y ateniéndose mas á los principios meramente físicos, que á los matemáticos, y otros mas prudentes, queriendo unir lo uno y lo otro, los cálculos analíticos, y las observaciones físicas, han procurado encontrar las verdades prácticas, no establecer las teóricas, y se han aplicado á construir máquinas, formar ingenios, y ponerse en estado de dominar las aguas, y hacerlas mover á su arbitrio. Así Pitot, Parent, Papin y varios otros han inventado algunas máquinas no menos útiles al público, que gloriosas á sus inventores; y mas que todos Belidor, en su *Arquitectura hidráulica*, ha enseñado científicamente toda la práctica de este arte. Otros no contentándose con la mera práctica, por mas razonada y docta que fuese, han querido unir

unir á los conocimientos prácticos las teorías geométricas; y Lecchi en la *Hidro-  
tática examinada en sus principios* ha da- Lecchi.  
do una de las obras mas instructivas, mas  
exâctas, y mas conformes á la verdad,  
que se hayan publicado sobre tales mate-  
rias; y Bossut ha compuesto una *Hidro-  
dinámica*, la qual, comparada con la gran- Bossut.  
de obra de la *Hidrodinámica* de Bernoulli,  
hace ver, en concepto de Condorcet (a),  
quanto se haya adelantado dicha ciencia  
en este siglo, plan mas vasto, tratadas  
qüestiones desconocidas á Bernoulli, y re-  
sultas otras muchas con mayor sencillez  
y precision; y Ximenez, Frisio, Lorg-  
na, Mari y algunos otros, han juntado á  
las instrucciones prácticas, sutiles teorías  
fundadas sobre la experiencia y sobre los  
cálculos, y de varios modos se ve en nues-  
tros dias ilustrada por muchos la hidros-  
tática. Despues de tantos estudios, tantas  
experiencias, tantos cálculos, tantas teo- Nuevas  
rías, parecia que debiese ser bastante co- experien-  
nocida la hidrodinámica, y que pudiese cias hi-  
aplicarse con bastante exâctitud á los usos drostáti-  
de la sociedad; pero al contrario se en- cas.  
Tom. VII. Eff

(a) *Elog. de M. Dan. Bernoulli.*

contraba, que al paso que era digna de alabanza la sagacidad de los geómetras que habian trabajado sobre esta materia, debía confesarse que aun no estaba bastante ilustrada, y que se necesitaba exâminarla mejor para sacar de ella ventajas. Así que fueron estimulados los geómetras á hacer una serie de experiencias en grande, á exâminar atentamente estas experiencias, y combinarlas con las teorías; y finalmente en el año de 1775 d' Alembert, Bossut y Condorcet, hicieron de órden del gobierno, con autoridad pública, las experiencias que juzgaron convenientes para fixar la resistencia de los fluidos con exâctitud y utilidad; y en efecto se vieron nuevos resultados algo diversos de los procedentes de otras experiencias; y Condorcet propuso un método para encontrar las leyes de los fenómenos deducidas de las observaciones para poderse aplicar facilmente á las suyas. Pero sin embargo estas experiencias no han satisfecho plenamente los curiosos deseos de los hidrostáticos, ni han tenido aquella extension de miras que se requería, ni en aquella misma parte que han tomado por objeto

de la resistencia de los fluidos se han repetido con tal variedad y cuidado, que hayan podido mostrarnos los verdaderos pasos de la naturaleza, ni en efecto han producido en los matemáticos aquella sensación, que parecía deberse esperar de los ilustres nombres de sus autores, y del aparato y pública autoridad con que fueron hechas. Queda pues el campo abierto á los hidrostáticos para acarrear una sólida ventaja á las ciencias, estableciendo las correspondientes experiencias, y atentas observaciones, y encontrando las equaciones y las fórmulas generales, que libres de toda suposición arbitraria estén solo fundadas sobre la verdad de los fenómenos observados, que se hagan sencillas y fáciles para trasladarlas en números, y que puedan ser útiles en la práctica. Después de tantas experiencias, y de tantos cálculos no sabemos aun con seguridad si es mayor la velocidad del agua en la superficie ó en el fondo de los canales, ni de que modo se hace el acrecentamiento de la velocidad, ni se ha encontrado un método seguro para medir dichas velocidades, ni un instrumento infalible para hacer las

justas nivelaciones. ¿Quantos elementos para las operaciones analíticas no ha observado Juan, desconocidos á los otros geómetras (a)? ¿Y como es posible que sin examinarlos se puedan formar cálculos, que no sean contradichos por la naturaleza? Diversos son los conocimientos que se requieren para las aguas en los tubos y en las máquinas, en los canales y en los rios, en los lagos y en la mar. Las experiencias de los fluidos en artificiosos ingenios, y en estudiadas máquinas podrán servir para hacer conocer sus movimientos y sus fuerzas en algunas pocas y reducidas circunstancias; pero ciertamente no bastan para manifestarlos en todos sus estados, y en sus mas comunes y naturales pasos. La observacion atentísima y perspicaz de los espontáneos eventos, y de los fenómenos naturales, repetida en varias circunstancias, y con miras diversas, hará conocer mejor los fluidos á los ojos eruditos, que las pequeñas y violentas experiencias, las quales sin embargo podrán á veces regular las miras de las observaciones, y verificar sus

---

(a) *Exam. &c.* tom. II, lib. II.

resultados. De este modo podrán encontrarse con las experiencias, y con las observaciones muchos hechos intrincados, y descubrirse muchas verdades particulares, y sobre su conocimiento establecerse seguros principios, y sólidas teorías, y recibir la parte geométrica aquella exâctitud y perfeccion de que ahora no es capaz. ¿De que sirve el ver llenas las páginas de sutilísimos cálculos, si fundados sobre principios falsos, y sobre arbitrarios supuestos no pueden tener la consistencia necesaria? El prurito de hacer ostentacion de cálculo, mas que el deseo de establecer la verdad, determina muchas veces á los geómetras en la eleccion de los principios, sin cuidarse de exâminarlos antes, y reconocer su oportunidad, como si la geometría debiera mandar á la física en vez de servirla, y ofrecerse obediente á sus disquisiciones. Busquense pues principios verdaderos y seguros, sencillos y fecundos, destierrese toda suposicion, por mas natural y evidente que parezca, y se darán entonces equaciones y fórmulas, que conduzcan á resultados no desmentidos por la naturaleza, y por los hechos.

## CAPITULO VII.

*De la Náutica.*

**D**e la mecánica, y de la hidráulica se forma la náutica, ó aquella parte de ella que pertenece á la construccion, y al manejo de las naves; esta puede llamarse una ciencia nueva, cuyo principio cuenta poco mas de un siglo. La parte astronómica é hidrográfica, ó el arte del pilotage, ha tenido algo antes alguna cultura científica; pero la mecánica, aunque reducida á ciencia tan tarde, ha hecho en poco tiempo muchos progresos, y ha obtenido célebres ilustradores. ¿Que inmenso campo de erudicion sagrada y profana, y de curiosas investigaciones no nos ofrecería la historia de la navegacion, si pudiéramos exâminar sus principios, y seguir todos sus progresos? Pero nuestro instituto nos sujeta solo á la parte científica, y aun en esta lo vasto de la materia de toda la obra nos obliga á una muy reducida brevedad. De la union de pocas ta-

blas,

blas, y del ahuecamiento de algun tronco, que sirvieron para las primeras navegaciones, pasaron los antiguos á construir tales naves, que d' Alembert (a) manifiesta creer que en la parte de la construccion adelantasen mas que los modernos; y ciertamente deberia pensarse así, si las grandiosas naves, que tan pomposamente nos describen algunos escritores, sirvieron realmente de algun uso náutico, y no solo de ostentacion y de vanidad. ¿Quantas paginas de citas y de textos no necesitaríamos para discutir si fué Danao, Jason ó algun otro el inventor de la primera nave grande de los antiguos; si realmente fué Eolo el primero que usó las velas, y por ello fué llamado por los griegos *Dios de los vientos*; si los focences fueron los primeros que tuvieron valor para engolfarse en largas navegaciones; si los cartagineses inventaron las quadriremes; si los sidonios y los fenicios fueron los primeros que navegaron de noche con el auxilio de las estrellas, y tantas otras questões

aun

---

(a) *De la resist. des fluid.* Introd.

aun no bastante bien exâminadas por los eruditos? Y despues de largas discusiones ¿que podrémos sacar mas que violentas é inconcluyentes congeturas? Nosotros pues solo diremos, que el arte de navegar quedó entre los antiguos muy inferior al nuestro, mas lentas y reducidas sus navegaciones, sin medios é instrumentos con que poderse gobernar en alta mar lejos de la tierra; que su construccion naval era tambien muy diversa de la nuestra; que hacian mucho uso de los remos, y entendian poco el manejo de las velas; que necesitaban para los combates navales de agudas proas, de duros rostros, de fuertes flancos, y ponian poco cuidado en los palos y las velas, en el centro y el metacentro, en la figura de la menor resistencia, y en otras sutiles especulaciones de nuestros dias; que tenian algun conocimiento de las estrellas para regular su curso; pero que era muy imperfecto para atreverse á engolfar en el océano, y apartarse mucho de la tierra; y que qualquiera que haya sido su pericia en la construccion de las naves, y en el arte de navegar, toda era obra de la práctica, no se de-

derivaba de establecidos principios , y de fundadas teorías , no formaba una verdadera ciencia. Y en efecto entre la gran multitud de escritores griegos, que sobre todas materias componian infinitos libros, no veo escritor alguno de náutica, ni sé que ninguno de ellos haya tratado el arte de navegar. Los primeros autores que han llegado á nuestra noticia son los árabes, de quienes quedan no pocos escritos que abrazan esta ciencia. El célebre Thabit ben Corrah, que ha ilustrado tantas partes de las disciplinas matemáticas, escribió tambien sobre esta una obra describiendo las estrellas, y su ocaso para uso del arte náutica (a): encuéntrase en la biblioteca del Escorial la obra de un anónimo, que trata aun mas directamente del arte de navegar; y otros doctos árabes dexaron sobre la misma sus escritos científicos. Así que, viendo tantas obras de los árabes sobre la náutica, y ninguna de los escritores anteriores, podremos asegurar con algun fundamento, que á ellos se debe el haber reducido á ciencia matemática el arte

Arabes  
primeros  
escritores  
de náutica.

Tom. VII.

Ggg

prác.

---

(a) Casiri *Bibl. ar. hisp. Esc.* tom. I. p. 388.

práctica de la navegacion , qual fuese entonces. Ademas de esto hemos probado ya que la brúxula , sea qual fuese su primer origen , puede justamente contarse entre los útiles inventos que nos han transmitido los árabes (a). El uso de esta , los conocimientos astronómicos , en que tanto estudiaron , como veremos mas adelante , y el manejo de la trigonometría , que adelantaron con tanta felicidad , como hemos dicho antes , habrán hecho que por sus meditaciones naciese una ciencia del arte de navegar. En efecto la sobredicha obra de Thabit contiene conocimientos astronómicos acomodados á la náutica ; y los primeros ensayos de esta en los estudios de los europeos no eran mas que nocturlabios , astrolabios , brúxulas , cartas de marear , instrumentos y métodos para dirigir las navegaciones con la aguja tocada al iman , ó de marear , con los conocimientos astronómicos y trigonométricos , con la vista del cielo , y con la inspeccion de las estrellas.

Portugueses  
primeros  
promotores

Sagres , pequeño lugar del Cabo de S. Vicente , ha sido la cuna , donde ha nacido

---

(a) V. tom. I. cap. X.

cido para nosotros esta ciencia , donde á principios del siglo XV estableció el infante de Portugal don Henrique una academia de náutica , y con el estudio de Jaime de Mallorca , de Josef y de Rodrigo , y de otros versados en la marina y en las matemáticas se inventaron (a) las cartas hidrográficas , que forman una parte tan importante de la náutica ; se descubrieron nuevos instrumentos y nuevos métodos para gobernarse en los mares con la observacion de las estrellas ; se fixaron leyes y principios para dirigir bien los rumbos ; se adelantó y mejoró la náutica con los conocimientos de la astronomía y de la geometría , y se reduxo por su medio á verdadera y exácta ciencia. Toaldo, ilustrando un obscuro opúsculo veneciano del siglo XV , intitulado *Rason del martologio*, que él fundadamente supone que quiera decir *marilogio*, ó *regla del mar*, explica ingeniosamente ciertos números, que á primera vista parecen ininteligibles, por números trigonométricos, y por esto quiere dar á los venecianos la gloria de haber

vedores de  
la náutica.

Aplicacion de la  
trigonometría á la  
náutica.

Ggg 2 me-

(a) V. tom. VI. lib. III. cap. II.

sido los primeros que aplicaron á la náutica la trigonometría (a). Pero por mas verdadera que sea, como ciertamente es ingeniosa y docta la explicacion de aquella regla y de aquellos números, no sé quan justa pueda parecer su conclusion á favor de los venecianos. El autor de aquel opúsculo no da mas que un prontuario para poder navegar con la mente, como él dice, ó para executar materialmente las operaciones trigonométricas, que los geómetras náuticos habian encontrado teóricamente para seguir los buscados rumbos, y regularse en la navegacion; pero no manifiesta haber sido él ni otro veneciano el inventor de aquellas operaciones. Y como todos los problemas que trata, que solo son los mas sencillos del pilotage, todos son relativos á las cartas hidrográficas llamadas *planas*, y estas cartas son obra de la academia náutica del infante don Henrique, parece mas probable que á esta igualmente deba atribuirse la aplicacion de la trigonometría á la náutica, quando no quiera decirse haber antes provenido de

---

(a) *Saggi di studj Veneti.* III. met. V. (a)

de los sarracenos escritores de una y de otra. El conocimiento de las latitudes, y de las longitudes, es muy necesario á la navegacion para que no fuese buscado por los náuticos. No era este difícil en las latitudes, las quales con la observacion de la estrella polar, fácil de executar aun en la mar, pueden encontrarse con bastante exâctitud. Pero el problema de las longitudes no queria tan facilmente dexarse superar de la inteligencia de los matemáticos. Desde principios del siglo pasado venimos ofrecidos grandes premios por el rey de España y por los holandeses al que propusiese un medio seguro para encontrarlas en la mar. Galileo se presentó á uno y á otros con sus satélites de Júpiter, y con los instrumentos para observarlos en la mar, con el barquillo lleno de agua dentro de la nave para conservar el nivel en medio de los movimientos de esta, con el *celatone* (\*) para mantener constantemente aplicado al ojo el telescopio, y con el relox de péndola para contar exâc-

Problema  
de las lon-  
gitudes.

(\*) Al parecer era un instrumento, que puesto en la cabeza ó la frente, servia para asegurar el telescopio.

exáctamente las horas ; pero diversas razones impidieron la conclusion , y el problema habia quedado por resolver hasta nuestros dias. Los métodos imaginados por Galileo eran ciertamente adaptables á la resolución , y acarrear mucha gloria á su inventor , que en aquel tiempo supo idearlos ; pero con razon podemos pensar que no hubiera sido igualmente feliz la execucion : los repetidos é incesantes estudios que en este siglo han sido precisos para ponerlos en uso con la debida exáctitud , nos hacen temer que no hubiera podido entonces Galileo reducir al deseado efecto lo que le presentaba su mente fecunda. A principios de este siglo ofreció el Parlamento de Inglaterra un gran premio al que con bastante exáctitud resolviese el problema de las longitudes. Para esto bastaba un exáctísimo reloj , que señalando constantemente la hora precisa del mediodia del lugar de donde ha salido la nave , manifieste quantos grados dista aquel lugar del lugar donde se encuentra actualmente , requiriendose 15 grados de longitud para que haya una hora de diferencia. Pero la agitacion de la nave

des-

desconcierta el movimiento del reloj, y por esto no se habia sabido formar uno tan perfecto que conservase en la mar, como conserva en la tierra, uniforme su movimiento. Bastaba observar la inmersión y la emersión de los satélites de Júpiter, sabiéndose por la tabla en que lugar debían verse á cada momento estos fenómenos; pero para estas observaciones tan sutiles se requirerán grandes anteojos de larga vista, y el movimiento de la nave impide el uso de ellos. Bastaba tambien la observación mas fácil de la inmersión, ó de la emersión de alguna estrella del zodiaco baxo el disco de la luna; pero se necesitaba para esto conocer exáctamente el movimiento de la luna, y la luna habia estado rebelde y obstinada en no sujetarse á los cálculos matemáticos. La curiosidad ingeniosa de los hombres, no menos que el deseo del premio, ha sabido de algun modo superar esta dificultad. Arrisson ha construido un reloj, el qual se ha mantenido en la mar tan uniforme y exácto, que ha superado los términos de la exáctitud que requería el programa del Parlamento, y ha obtenido el premio propuesto. Irvino

inventó una silla elástica, que siguiendo con su elasticidad el movimiento de la nave, tuviese siempre en el mismo plano los ojos del observador, y facilitase las observaciones de los satélites de Júpiter. Euler y Mayer formaron tablas tan exactas del movimiento de la luna, que merecieron, como también Irvino, un premio de Inglaterra. Y así de varios modos; pero principalmente con el reloj de Arisson, se ha resuelto en nuestros días este arduo problema, aunque en todos exija ó admita aun mayor perfección, y ha contribuido mucho al mejoramiento de la

Brújula.

El uso de la brújula es el mas poderoso auxilio que haya obtenido la náutica. Esta es la guia, sino la mas precisa y segura, la mas pronta, mas fácil y mas común que en qualquier lugar, en todo tiempo, baxo qualquier cielo, indicando con la aguja de marear el septentrion, señala de algun modo el camino que pueden seguir los navegantes faltos de toda luz de cielo y tierra. En efecto con el auxilio de la brújula se engolfaron en el océano los portugueses y los españoles, y guiados por la misma descubrieron nuevos mundos.

dos. Pero la aguja tocada con la piedra iman, aunque siempre esté vuelta hácia el septentrion, sufre sin embargo sus declinaciones, que la apartan hora mas, hora menos de la línea que toca el polo. Si fuesen siempre constantes estas declinaciones, ó si pudiera tenerse una regla para saberlas determinar, se podrian calcular estas determinaciones, y encontrarse igualmente el punto polar. A este fin se inventó un *compas de variacion*, que manifiesta de algun modo, observandose todos los dias la salida y la puesta del sol, qual y quanta sea en aquel dia la declinacion de la aguja. Allejo, que ha estudiado mas filosóficamente esta materia, presentó á la Real Sociedad de Londres una teoría de las variaciones magneticas; propuso un nuevo compas, que él llama *azimuthal*, y las señala con mayor exâctitud; y despues de haber observado atentamente estas variaciones en varios viages marítimos, publicó sus cartas hidrográficas, en las cuales, como él mismo dice en la prefacion, hay propriamente de nuevo el encontrarse en ellas las líneas curvas tiradas sobre diferentes mares, para hacer ver los grados de *variacion* de

Tom. VII. Hhh la

a aguja de marear. A mas de las declinaciones sufre esta aguja sus inclinaciones, las cuales bien conocidas podrán dar mayores luces para la seguridad de la navegacion. La Academia de las ciencias de París propuso para el premio anual la determinacion de estas inclinaciones, y fué honrado con el premio académico el método presentado por Daniel Bernoulli. Brandt formó con este fin un instrumento llamado por él *inclinatorio*. La Hire, Muschembroek y algunos otros han procurado dar la mayor perfeccion y exâctitud á la construccion de la aguja, y de la brújula; y aunque sus investigaciones le han acarreado algunas mejoras, sin embargo queda aun á los doctos observadores mucho que rectificar y perficionar. Todos estos estudios dirigidos á la cultura científica de la náutica miraban al arreglo del curso de la nave, y al arte del pilotage, y esta sola parecia que fuese el objeto de la ciencia náutica. En efecto, Pedro Medina, Nuñez, Zamora, Cespedes, los primeros escritores de algun crédito, y los primeros verdaderos maestros de aquella ciencia, todos trataban de la observacion

de las estrellas, de la direccion de los rumbos, de la brúxula, de los vientos, de las corrientes, del estudio y del arte del pilotage. Hácia fines del siglo pasado empezó á ocupar la atencion de los géometras la construccion y el manejo de las naves, y esto, que antes solo era obra de pura práctica, ha producido en estos años doctísimas teorías.

El pilotage, como no exíje mas que la simple geometría elemental, podía tratarse en los siglos pasados con bastante exâctitud; y en efecto ha tenido en los dos últimos precedentes escritores bastante doctos: pero la parte del manejo necesitaba de muy fina aplicacion de la geometría sublime á una mecánica complicada y espínosa, para poderse exâminar sin el auxilio de los modernos métodos geométricos. Pardies fué el primero que se atrevió á dar un pequeño ensayo, quando en su *Tratado de mecánica*, publicado en 1663, encontró por modo de exemplo una demostracion del camino que debe seguir la nave movida por un viento lateral. Este solo ensayó debia haber excitado la atencion de los géometras y de los

Matemáticos ilustradores del manejo de la nave.

Pardies.

marineros : nuevas teorías geométricas , nuevos conocimientos de práctica náutica , nueva ciencia teórica y práctica se veía nacer , y tomar la geometría y la náutica nueva extension , y nuevo esplendor. Pasaron sin embargo algunos años antes que ninguno se moviese á seguir aquel camino , que habia abierto el docto jesuita ; y el primero que entró en él animosamente fué en 1689 el marino y geómetra caballero Renau en su obra original sobre esta materia , impresa por expresa orden del Rey en 1689 (a). Esta puso en agitacion á la mayor parte de los matemáticos ; esta hizo nacer realmente la nueva ciencia del manejo de la nave ; y esta produjo una nueva náutica. Dos determinaciones contiene la misma , difíciles é importantes : una de la situacion de la vela la mas ventajosa por lo que mira al viento y al rumbo ; la otra del ángulo mas conveniente del timon con la quilla. La doctrina de Renau era conforme á la de Pardies,

---

(a) *De la théor. de la manoeuvre des Vaisseaux.*

días , y tuvo muchos célebres sequaces ; pero encontró un muy fuerte é ilustre contrario en el docto Huigens , el qual manifestó algunas contradicciones en aquella doctrina , é hizo ver que segun los principios de Renau las velocidades directas de la nave debian ser mucho mayores , y que de aquellos no se deducia como mas ventajoso el ángulo que él señalaba á las velas (a). Respondió Renau (b) haciendose fuerte con la regla de la descomposicion de las fuerzas , que parecia serle enteramente favorable , y publicó despues una mêmoria , donde cree demostrar el principio de la mecánica de los fluidos , de que se habia servido , y que le habia sido contradicho por Huigens (c). Muchos fueron los partidarios del uno y del otro , y muchos mas se declararon por Renau que por Huigens. Pero este contaba á su favor á Jacobo Bernoulli , que valia por muchos , y tambien á Juan , que

Huigens.

Jacobo y  
Juan Bernoulli.

- 
- (a) *Bibl. univers. ann. 1693.*  
(b) *Journ. des Savans, 1695.*  
(c) *Mémoir. où est démontré un princ. &c.*

por la relacion de la cuestión que le hizo el marques de l' Hopital se había inclinado antes á la doctrina de Renau, y habiendola despues exâminado en sí misma se declaró por Huingens. Jacobo sostuvo con alguna modificaciòn la doctrina de este, y se apartó tanto de él, como de Renau en no querer considerar la velocidad del viento como infinita respecto á la de la nave (*a*). Juan trató con mas extension la materia (*b*), y unió á ella mas aparato de geometría y de cálculo de lo que hasta entonces se habia visto. No quiso seguir la opinion de su hermano en limitar la velocidad del viento, y esto le quitó el poder determinar con exâctitud la velocidad de las naves; pero llevó por otra parte ventaja, teniendo consideracion á la obliquidad con que el viento empuja la nave, lo que no habian hecho ni Jacobo, ni Huingens, ni otro alguno. Buscó el ángulo que debe formar la vela con

---

(*a*) *Act. Lips.* 1696.

(*b*) *Essai d'une nouv. théor. de la manoeuv. des Vaiss.*

con la quilla ; sentado el que forma la vela con el viento , examinó las resistencias sufridas por la nave ; no solo suponiéndola , como hacian los otros , como un rectángulo , sino pasando tambien á considerarla como formada por un rombo , por un romboides , y por segmentos circulares ; calculó la curvatura de las velas , sus fuerzas , y los puntos donde estas pueden suponerse reunidas ; trató en suma esta parte de la náutica con la debida extension , y con la correspondiente dignidad ; y hubiera sido de suma utilidad su doctrina si hubiese juntado alguna práctica á la sublime geometría , que poseia tan completamente. Al contrario el P. Hoste , profesor por muchos años en el real colegio náutico de Tolón , y autor de dos obras muy alabadas , y bien acogidas de los marineros (a) , hubiera acarreado muchas mayores ventajas á la práctica de la navegacion , si á los conocimientos , que con el continuado estudio habia

---

(a) *Théor. de la constr. des Vaiss. , & P Art des Armées navales.*

adquirido de esta , hubiese aplicado el sólido fundamento de mas justas y finas teorías. Con la atenta é infatigable lectura de las historias y de los viages , con el fin de instruirse mejor en la náutica , habia observado las ingeniosas y prudentes operaciones de los mas célebres capitanes de marina , y de los mas felices viageros: y estas observaciones le daban muchas lices para establecer sus leyes sobre el modo de construir las naves , manejar las velas , ordenar las esquadras , tomar las variaciones de los vientos , y sobre infinitas operaciones útiles , y aun necesarias en la práctica de la marina. Así que en todas aquellas materias que no exígen principios geométricos , ó los mas recónditos conocimientos mecánicos , ha merecido la aprobacion de los peritos en la náutica , tanto prácticos como teóricos ; pero donde se necesitaban sutiles indagaciones sobre las resistencias de los fluidos contra las superficies que los empujan , sobre las fuerzas de las velas para resistir al viento , y sobre otros arcanos mecánicos , no pudo sostener el peso de la dificultad , ni hacer que su doctrina obtuyese la aprobacion

cion de los teóricos, y la confianza de los prácticos.

Faltaba aun hacer una obra plenamente instructiva, que pudiese servir de seguro código para las oportunas leyes de la construcción, y del manejo de la nave. Escribió brevemente Parent sobre algunos puntos particulares; pero fundando sus cálculos sobre los principios usados por Jacobo Bernoulli, y despreciando otros muy necesarios, no pudo sacar los convenientes resultados (a). Escribió Pitot procurando reducir á práctica la teórica de este arte (b); pero siguiendo él la teórica de Bernoulli, y siendo esta poco adaptable á la práctica, no deduxo mas que reglas falsificadas por la experiencia, y contradichas por los hechos. Escribió Maclaurin como gran geómetra que era; pero superficialmente, y tocando solo un problema de los muchos que se debian tratar (c). Pero todos estos escritos se redu-

Otros escritores de náutica.

Tom. VII. Iii cian

(a) *Essais & Rech. de Math & de Phys.* t. III.

(b) *La théor. de la manoeuv. des Vaiss. réduite en pract.* (c) *Trait. des fluid.* tom. II.

cian á un limitado número de proposiciones sueltas, y no formaban una obra completa, no nos daban un cuerpo de doctrina, no presentaban una exácta ciencia.

Bouguer. Bouguer fué el primero que realmente pueda llamarse autor clásico en esta parte. Empeñado con mucho ardor en cumplir dignamente el empleo á que estaba destinado de hidrógrafo regio, habia ya escrito en 1727, con grande aparato de geometría, sobre la *arboladura de las naves*; y queriendo despues continuar completando la doctrina de la navegacion, dió en 1746 un tratado de la nave, de su construccion, y de sus movimientos. Despues en 1753 escribió un libro del pilotage mas fácil y sencillo para la inteligencia de los pilotos; y finalmente en 1757 publicó la grande obra del manejo de las naves que completó el curso de marinería. He expresado tal vez con sobrada individualidad las fechas de estas obras para hacer ver quan reciente sea el nacimiento de esta ciencia, y quan tierna deba considerarse, y distante de su madurez. Bouguer procuró juntar las verdades descubiertas por los géometras anteriores, singularmente por Bernoulli;

Illi; abandonó algunos principios suyos, que le parecieron, ó falsos, ó inconcluyentes; añadió sus reflexiones y sus inventos, y trabajó en mejorar la práctica, y proponer una completa teórica. Al mismo tiempo dió Eulero á luz en 1749 la gran-  
Eulero.  
de obra de la ciencia naval, en la qual, guiado siempre de su genio analítico, reduxo al mas severo cálculo, y elevó á la mas sublime geometría todas las operaciones de la construccion y de la direccion de las naves: la figura, la colocacion y el manejo de cada parte; el timon, las velas, los palos, los remos, todo fué contemplado por él con severidad geométrica, todo fué sujetado á su amada análisis; y las resoluciones que ha dado, sino siempre son conformes á la verdad, sirven sin embargo de guia para buscarla en quantas disquisiciones se deben hacer para ilustrar el arte náutica. Bouguer y Eulero han obscurecido de algun modo á los escritores precedentes, y han venido á ser los maestros de esta ciencia: singularmente Bouguer, como ha procurado acomodarse á la práctica, y se ha hecho mas inteligible á todos, y mas fácil á la compren-

sion de los géometras y de los marineros, ha obtenido una fama mas universal, y se ha hecho mas clásico, y de mayor uso en la marina. Pero tanto él, como Eulero carecian de la observacion práctica, sin la qual no basta la mas sublime y severa geometría para establecer verdaderas teorías; así que enseñaron doctrinas poco adaptables á la práctica, y propusieron reglas falsificadas por la experiencia, y no pueden por ello servir de seguras guías en el arte de la navegacion. Necesitaba esta un hombre que versado en el álgebra y en la geometría, profundo en la mecánica y en la hidrostática, criado entre las olas del mar, y entre las tablas de las naves, y dueño de las mas doctas obras de los escritores náuticos, se dedicase con todo empeño á desentrañar esta materia, y nos diese una obra que comprehendiese toda la náutica, dictada por la mas perspicaz práctica, y atenta observacion, arreglada á los mas sólidos principios de la mecánica é hidrostática, reducida á la exâctitud de la mas severa geometría, y expuesta con las sencillas y generales fórmulas de una segura analisis. Tal era el docto géometra

Juan.

y perito náutico Don Jorge Juan, el qual provisto de todos los auxilios geométricos, é ilustrado de una continua y variada práctica, internado en los arsenales y en los puertos de España, de Francia y de Inglaterra, se puso á contemplar todas las operaciones de la marina, y á examinar sus principios, rectificó las reglas, ó falsas ó inútiles, y estableció otras mejores, y así finalmente en 1771 presentó en su verdadero aspecto la ciencia náutica (a). Como esta no puede manejarse solidamente sino está fundada sobre los seguros principios de la mecánica y de la hidrostática, quiso sabiamente Juan anteponer este fundamento, y establecerlo y fixarlo sin peligro de ruina, y dió en el primer tomo un completo tratado de estas ciencias, donde con las luces de su larga experiencia pudo corregir varios errores, en que habian incurrido los géometras anteriores, verificar sus sutiles teorías, reducirlas con el auxilio de la geometría y del álgebra á mas seguros y útiles.

(a) *Exám. marit. teorico-práctico, &c.*

les cálculos , y hacerse aun en estas autor clásico y magistral. De aquí pasando inmediatamente á la náutica describió las naves en sus varias partes , en sus usos , en sus figuras , y señaló para cada una las medidas mas oportunas , buscó los centros de las naves , y determinó el centro del volumen , el centro de gravedad , y el metacentro : las resistencias , los momentos , las fuerzas , las velocidades , el timon , los remos , las velas , los palos , las inclinaciones , los ángulos , y en suma todo quanto es digno de consideracion en el arte de navegar , todo es contemplado por él con ojos penetrantes y seguros , todo mirado en su verdadero aspecto , todo expuesto con precision y exâctitud , todo reducido á oportunas fórmulas y equaciones , todo sellado con la marca de la verdad geométrica y práctica. Los ingleses y los franceses han querido apropiarse una obra tan preciosa , é ilustrarla y enriquecerla con traducciones y comentarios ; y todos los venideros respetarán á Juan como maestro de la navegacion , como regulador de los vientos , como el Eolo y el Neptuno de los náuticos , el dios de la marina. Estos son

son los progresos que en poco tiempo ha hecho la náutica : las nuevas mejoras que se harán en la mecánica y en la hidrostática , manejadas por los prácticos observadores , acarrearán mas y mas adelantos á esta ciencia ; y si ella procura siempre adquirirse igualmente los auxilios de las matemáticas y de los conocimientos prácticos, podremos fundadamente esperar verla acercarse á largos pasos á la deseada perfeccion.

## C A P I T U L O V I I I .

### *De la Acústica.*

**A**ristóxeno entre los antiguos (a), y entre los modernos Eximeno (b), y tambien puede decirse d' Alembert (c), han sostenido vigorosamente, que la música es obra del oido, no tiene correlacion con la matemática, y solo debe ponerse entre las

La música puesta entre las ciencias matemáticas.

---

(a) *Harm. elem.* lib. II. (b) *Dell' orig. e delle regole della musica* lib. I, cap. II. (c) *Elem. de music. Disc. prélim.*

las artes deleytables, y no tener lugar entre las ciencias exáctas. Seria para mí muy ventajoso el seguir esta opinion, y omitir este capítulo en un libro, que saldrá mas largo de lo que permite nuestra obra; pero el ver desde el tiempo de Pitágoras, desde el tiempo mismo de la cultura de las matemáticas colocada entre estas la música, aun con preferencia á la óptica y á la mecánica, y despues constantemente conservada en la *Encyclopedía* de los griegos, y en el *quadrivio* de los latinos, tratada en todos los siglos en los cursos de matemática, é ilustrada hasta en nuestros dias por d' Alembert, por Eulero y por los mas célebres matemáticos, no nos permite, dexando para otros el exámen de la cuestión, abrazar la opinion de aquellos filósofos, y excluir de la historia de las matemáticas la de la acústica ó de la música. Sin embargo esperamos que nos sirva de alguna disculpa, si tratamos con sobrada restriccion esta materia, el que, según la opinion de tan ilustres escritores y maestros de la misma, no debería tener lugar en nuestra obra. Dexemos pues para los doctos y diligentes escritores de

Origen de  
la música.

la

la música el buscar en Jubal el inventor de algunos instrumentos de sonido, ó de los cantos acompañados de este; dexemoslos recorrer el Egipto, la Palestina, la Frigia, la Grecia y otras antiguas naciones, y exâminar en ellas su música; dexemoslos entretener con los Thâutes, con los Osirides, con los Apolos, con los Mercurios, con los antiguos Dioses, y con los héroes fabulosos á quienes sea deudora la humanidad por la invencion de algun instrumento músico; dexemos toda curiosa disquisicion de los primeros adelantamientos del arte música, y pasemos á mirarla solo quando se nos presenta reducida á cálculo con alguna apariencia de ciencia exâcta. Esto generalmente se atribuye á Pitágoras, el qual se quiere que haya encontrado las justas relaciones que deben tener las cuerdas, y los otros instrumentos, para causar sonidos, que sean armoniosos y musicales. Bien sabida es la fábula referida por Nicomaco (a), por Macrobio (b) y por otros muchos

Pitágoras.

Observacion del sonido atribuido á Pitágoras.

Tom. VII.

Kkk

chos

---

(a) *Enchy. harmon.* l. I. (b) *Satur.* l. II. c. I.

chos de los sonidos armónicos de los martillos de un herrero, descubiertos por Pitágoras de pesos diversos de 6, 8, 9, 12, y de la aplicacion de estos pesos á cuerdas igualmente largas y gordas, con la qual formó siempre la armonía de los sonidos en quarta, quinta y octava, esto es con los pesos 6 y 12 en octava, 6 y 9 en quinta, y 6 y 8 en quarta. Por mas recibida que haya sido esta narracion de griegos y latinos, de antiguos y modernos, debe sin embargo ponerse entre las fábulas griegas, y despreciarse como falta no solo de verdad, sino de verisimilitud. Stillingfleet (a), Montucla (b), Burney (c) y algunos otros modernos, han observado la imposibilidad de formar con los martillos, dando golpes sobre el ayunque, una armonía sensible, y mucho mas con las cuerdas tirantes por tales pesos, los cuales deberian ser no en razon simple, sino en quadrada de los sonidos. Pe-

ro

---

(a) *Princ. and. prouv. of harmony.*

(b) *Hist. des math. part. I. lib. III.*

(c) *Hist. of music. tom. I. cap. V.*

ro puede ademas observarse en esta relacion, que no solo se quiere manifestar á Pitágoras poco inteligente en la acústica, sino tambien falso racionador. Si los martillos, que dando golpes producian tales sonidos armónicos, eran de aquellos pesos, ¿por que aplicar despues los pesos para tirar las cuerdas, y no ponerlos en las mismas cuerdas, y hacerlas mas ó menos gordas segun dichas razones? Pero aunque una narracion semejante no sea realmente derivada del hecho, sin embargo es cierto que variada alguna circunstancia era conforme á la doctrina del filósofo músico Pitágoras. Está llena la antigüedad de hechos semejantes de sus discípulos, con los cuales intentaban manifestar la proporcion de los intervalos músicos. Teon de Smirna (a) dice, que Lasonermonense, é Hipaso de Metaponto encontraron estos intervalos poniendo en dos vasos enteramente semejantes diferentes porciones de agua, esto es, dexando el uno vacío, y el otro medio lleno, formaban la octava ó el diapason, el diate-

Otras observaciones semejantes.

Kkk 2 sa

(a) De music. cap. XII.

saron ó la quarta llenando de agua una quarta parte, y el diapente ó la quinta poniendo una tercera. No se quan verdadero será el hecho de estas consonancias en los imaginados vasos, y temo mucho que pueda ser desmentido por quien haga una exácta experiencia. Tal vez podrá parecer mas conforme á la verdad otra invencion del mismo Hipaso, que se ve referida por un escoliador de Platon en un fragmento publicado recientemente por Morelli (a). Tomaba él quatro platos de bronce de igual diámetro, pero de solidez diversa, de modo que el primero fuese sexquitercio del segundo, sexquialtero del tercero, y doble del quarto, y tocando estos quatro platos formaba una sinfonía. Estos y otros hechos semejantes, sino son del todo ciertos, á lo menos siendo referidos por Nicomaco, por Teon y por otros matemáticos y maestros de música, y creidos de todos los antiguos, prueban ciertamente quales fuesen sus ideas en estas ma-

---

(a) *Aristid. Orat. &c. ex. Bibl. Ven. D. Marci, Præf.*

terias , y hacen ver quan gróseramente pensasen en la parte acústica , ó bien sea en la mecánica de las vibraciones sonoras , ó de la produccion de los sonidos , y como opinasen sobre las proporciones armónicas.

Muchas fueron sobre estas las diversas sectas de los griegos ; donde era tan universal el amor y la cultura de la música , donde el estudio de la misma tenia tanta parte en la educacion pública y privada , donde no solo los músicos y los poetas , sino tambien los filósofos , los matemáticos y los legisladores , procuraban con empeño la perfeccion de esta ciencia , precisamente habian de nacer sobre ella diferentes opiniones , y sentencias contrarias , debian formarse diversos partidos y salir varias sectas. Nosotros dexaremos que Martini , Burney y otros historiadores de la música hablen de la secta Agenoría , de la Damonia , de la Epigonia , de la Eratoclea y de otras anteriores á Aristóxeno , y de la Arcestracia , de la Agonia , de la Feliscia , de la Ermipia y de otras posteriores á él , y solo presentaremos brevemente las tres que obtuvieron

Diversas  
sectas de  
los grie-  
gos.

mayor crédito en toda la antigüedad, es-  
 Pitagórica. to es, la Pitagórica, la Aristoxénica y la  
 Tolomayca. Los pitagóricos, apasionados  
 á las razones numéricas, y á las sutilezas  
 metafísicas, querian regular toda la músi-  
 ca con sus raciocinios, y nada se cuida-  
 ban del juicio de los sentidos. De aquí pa-  
 saron á fixar que no podia haber consonan-  
 cias sino de intervalos que se expresasen  
 por razones en extremo sencillas, como  
 quarta; quinta y octava, por estar com-  
 prendidas en las razones  $\frac{3}{2}$ ,  $\frac{4}{3}$ ,  $\frac{1}{2}$ . Eran  
 curiosas y seductoras las muchas y bellí-  
 simas combinaciones de razones numéri-  
 cas y armónicas, que sabian sacar de ellas  
 los pitagóricos, y que daban alguna au-  
 toridad á su sistema; pero no eran menos  
 patentes los errores á que los conducia un  
 raciocinio semejante. Por exemplo la oc-  
 tava doble, ó la décimaquinta, como ex-  
 presada por la simple razon de  $\frac{1}{2}$ , era re-  
 cibida por consonancia; pero la quarta so-  
 bre la octava, ó bien sea la undécima oc-  
 tava de la quarta, como expresada por  
 la razon  $\frac{3}{2}$ , era desechada como disonante  
 por mas que el oido juzgase diversamente,  
 y la recibiese por consonante. Y así se de-

rivaban algunos otros errores de la teoría pitagórica; que la hacian comparecer poco segura, sin embargo de ser abrazada de tantos y tan profundos filósofos. Así que la abandonó Aristóxeno, y estableció una nueva doctrina, que tuvo tambien muchos sequaces, y formó una secta igualmente célebre que la pitagórica. Aristóxeno, hijo de un músico, y discípulo de Aristóteles, debia sujetarse mas al juicio de los sentidos, que á los raciocinios matemáticos; y en efecto despreciaba las calculaciones numéricas, y las consonancias ideales y abstractas de Pitágoras fundadas sobre las razones de los intervalos; y solo abrazaba las que podia determinar el oido por la diferencia de los tonos. Suponia que un tono fuese un intervalo bien conocido, que el oido por la comparacion de la quarta con la quinta pudiese juzgar con suficiente exâctitud y facilidad; y por esto hacia al tono la medida de los otros intervalos, de los mas grandes por adición, y de los mas chicos por detracción: la quarta era segun él compuesta de dos tonos y medió, la quinta de

Aristoxénica.

γὰρ οὐκ ἔστι

.55

BIDO

tres

tres y medio, y la octava de cinco tonos y dos semitonos, ó de seis tonos. Pero esta teoría, además de no ser conforme á la verdad, se opone al mismo principio de Aristóxeno, porque no puede, como él quiere, comprenderla facilmente el oído, y exige mas cálculos y combinaciones numéricas, que la teoría y las razones de los pitagóricos. Los antiguos, tanto pitagóricos, como aristoxénicos, no conocian mas que tonos mayores en razon de  $\frac{3}{2}$ , qual es ahora entre quarta, y quinta ó *fa, sol*, que es decir 32, 36: de aquí provenia que las terceras eran para ellos disonantes, como tambien lo serian para nosotros ateniendonos á aquellas razones. Pero era muy fácil reflexionar que algun temperamento en aquel sistema de tonos podia producir mucho aumento en la armonía; y en efecto esto procuró Tolomeo. Didimo alexandrino, famoso gramático del tiempo de Neron, erudito filólogo, é infatigable escritor, entre los muchos centenares de libros que dexó escritos sobre todas materias, se dedicó tambien á tratar de la música, y compuso una obra

Tolomay-  
ca.

2311

obra

obra de la diferencia de la pitagórica y de la aristoxénica (a). Esta obra, de la qual, según dice Porfirio (b), sacó Tolomeo la mas útil enseñanza, contenia la invencion de introducir en la escala el tono menor, y de este modo hacer la tercera verdaderamente armónica y consonante. Tolomeo supo aprovecharse de esta invencion, y formó de ella el principal ornamento de su sistema. Didimo colocó en la escala despues del semitono mayor  $\frac{1}{2}$  el tono menor  $\frac{2}{3}$ , y despues el tono mayor  $\frac{3}{4}$ : Tolomeo mudó este orden poniendo el tono mayor despues del semitono, y despues del tono mayor el menor, por tener de este modo el menor número posible de terceras alteradas. Parece que Tolomeo estuviese inflamado de vivos deseos de formar nuevas escalas, y de variar las de los músicos anteriores; pues en efecto ha dexado ocho formas diferentes de la escala diatónica, añadiendo tres enteramente suyas, é introduciendo muchas novedades en las otras cinco recibidas por los

Tom. VII. Lll

(a) Porphy. *Com. in harm. Ptol.* (b) *Com. &c.*

músicos anteriores. El número de los tonos fué tambien reformado por él; y de trece ó quince que se contaban en su tiempo, los reduxo á siete, creyendo ser mas cómodo el hacer tantos tonos, quantas son las especies de la octava (a). Estas y otras verdades formaron el sistema músico de Tolomeo, que fué en algunas partes menospreciado, pero en otras tuvo quasi tantos sequaces como el astronómico del mismo. Como el tetracordio era el fundamento sobre que se erigian las teorías de los griegos acerca de la música, nacia diversas opiniones entre ellos relativas á las escalas de los tetracordios. Tres eran estos entre los griegos; el diatónico, que usaba solo los tonos, el cromático, que procedia tambien por semitonos, y el enarmónico, que hacia tambien uso de los quartos de tono; y sobre el sistema de cuerdas, sobre la constitucion, ó sobre la escala de los tonos de cada uno de ellos se dividian las opiniones. Diversas eran las razones numéricas, y diversos los intervalos de Archítas, de los dē Aristóxeno: Eratóste-

Diversidad de tetracordios, y de sus escalas.

te-

---

(a) *Harmon. lib. II, cap. IX.*

tenes, Didimo, Tolomeo y otros muchos, proponian otros diversos. El tetracordio enarmónico debe su origen, segun dice Aristóxeno, citado por Plutarco (a), primero á Olimpo, despues á los lidios y á los frigios; pero la dificultad de la execucion de aquellos quartos de tono, y la facilidad de dar ahullidos y chillidos, hizo que despues lo abandonasen los mismos griegos, y no se usaba ya en tiempo de Plutarco y de Tolomeo. Sobre la diversidad de los modos lidios, frigios, dóricos y tantos otros, y sobre la combinacion de estos modos eran tambien muy diferentes las opiniones de los griegos, como lo eran igualmente sobre la forma, y sobre las proporciones de los instrumentos músicos; y en todo se veía quanto ocupase la música las meditaciones y el estudio de aquella nacion singular.

Diversidad de los modos.

Si quisieramos entrar en el inmenso pielago de los escritores que se emplearon en ilustrar esta ciencia, ¿ como podriamos poner fin á este tratado? Tenemos la for-

Escritores de música.

(a) De música.

tuna de que Fabricio (a) nos ha dado un catálogo bastante completo de estos escritores; y posteriormente Martini (b), no sólo ha reconocido quantos escritores, y quantas noticias de ellos ha encontrado en Fabricio, en Meibomio, en Vosio y en otros escritores, sino que llevado del justo amor á su amada arte, ha añadido otros hombres ilustres, que tal vez una severa crítica no los hubiera admitido; pero de todos modos la diligencia de estos escritores nos debe dispensar de un trabajo semejante por mas que pudieramos añadir alguna nueva noticia, aunque poco importante. Diremos solo que despues de Laso ermionés, contemporáneo de Xenofonte y de Simonides, hacia la olimpiada LVIII, creido por los mismos griegos antiquísimos el primero que hubiese escrito de música, hasta los tiempos mas recientes de la literatura griega, han sido infinitos los músicos, matemáticos, filósofos, políticos, gramáticos, históricos y escritores.

---

(a) *Bibl. gr.* tom. II, lib. III, cap. X.

(b) *Stor. della mus.* tom. III, cap. VII, VIII.

tores de todas clases, que han empleado sus eruditas fatigas en ilustrar este arte, y podrá decirse con verdad, que tal vez de ninguna otra podrá contarse tanta copia, y de ninguna ciertamente nos ha quedado igual número. ¿Donde se encontrarán escritos griegos de la pintura, de la escultura y de la arquitectura? ¿Que nos queda de la poética fuera de la obra imperfecta de Aristóteles? De la misma retórica, que ha conservado mas monumentos didácticos, no tenemos tantos escritores como se leen aun de la música, publicados ó recopilados por Meursio, Meibomio, Wallis y otros. Las mismas matemáticas, la aritmética, la geometría, y aun tal vez la astronomía, no pueden gloriarse de tantos doctores griegos, quantos tenemos de la música; y los mismos maestros de las otras partes de las matemáticas lo fueron tambien de esta: el aritmético Nicomaco, el geómetra Euclides, el astrónomo Tolomeo dividieron sus estudios entre su predilecta ciencia y la música. Estos, Aristóxeno, Aristides, Quintiliano, Porfirio, Teon y los otros escritores que se conseruan aun, forman una vo-

lu-

luminosa biblioteca de la música griega. Su mérito. Pero en medio de tanta copia de escritos músicos debemos confesar que hay aun mucha escasez de buena doctrina, y reconocer no poca esterilidad en medio de tanta fecundidad de escritores. Solo el fragmento de la poética de Aristóteles es aun al día de hoy venerado por los poetas como el código de sus leyes. Su retórica, y los libros de Demetrio, de Dionisio de Halicarnaso, de Longino y de Hermógenes son los libros clásicos de los estudios de la eloquencia. Euclides, Apolonio, Archímedes y Tolomeo son tenidos todavia por los oráculos de los matemáticos. Solo de la música en tanta copia de doctos escritores no tenemos un verdadero maestro. Aristóxeno es tenido por Burney como el Rameau griego, que tuvo en Euclides su d' Alembert (a); pero tanto Aristóxeno como Euclides, poco mas enseñaron que nombres y definiciones. Nicomaco es el único entre los muchos escritores de la música pitagórica que se ha-

ya

(a) *His. of music.* cap. V.

ya conservado (a). ¿Pero que saca Nicomaco de la música, sino vanos cotejos de las voces y de los astros, é inútiles cálculos de las razones de los sonidos? Aristides Quintiliano, segun dice Meibomio (b), recogió en sus tres libros sobre la música, quanto enseñaron los aristo-xénicos de las partes musicales de este arte, y quanto imaginó la antigüedad sobre la moral, y sobre la física y cosmología de la misma, y puede decirse haber él juntado la doctrina y la gloria de todos los músicos antiguos. En efecto Aristides nos da alguna mas distinta idea del ritmo, y de otras partes de la música griega que los otros escritores griegos; pero ademas de que una gran parte de su obra se emplea en vanas doctrinas de la armonía del alma, de comparaciones de los pulsos con los ritmos, de la sensibilidad de los instrumentos músicos, y de otras inepcias semejantes, todo lo que mira á la parte verdaderamente armónica y musical, no es

mas

(a) Meibom. *Præf. in Nicom.*

(b) In Aristid. *Quint. Ep. ad Lect.* (s)

mas que explicaciones y definiciones, y doctrina meramente teórica, que poco ó nada conduce para la verdadera práctica de aquel arte. Tolomeo, como nos dice Porfirio (a), tomó la mayor parte de lo que escribió de los escritos de los otros griegos, y fué, según el juicio de Burney (b), el mas docto, mas exácto y mas filosófico escritor en esta materia. Pero el mismo Tolomeo es en muchos puntos inteligible, y en otros de raciocinios y demostraciones pasa á sueños y delirios. Generalmente en tanto número de escritos de música no puede encontrarse uno que realmente sea sólido é instructivo, ni hay entre tantos ilustres escritores un Aristóteles, un Demetrio, un Longino, un verdadero maestro. Dexamos para otros mas llenos de conocimientos, y menos faltos de tiempo, el indagar filosoficamente las verdaderas causas de este fenómeno literario, y solo insinuaremos, que tal vez el haber tratado todos la música como una ciencia teórica, mas que como arte práctica

---

(a) *Com. in Harm. Ptol.* (b) *Hist. Sc. l. c.*

tica, ha producido en sus escritos aquellos vanos raciocinios, y aquella esterilidad.

Pero ¿podrémos sin embargo decir que realmente llegó á alto grado su saber en esta materia? Ciertamente no puede decirse que fueron muy grandes sus conocimientos mecánicos en la formación del sonido. Nicomaco (a) nos explica con extensión la doctrina de los pitagóricos, y el estrepito y sonido que querian produxesen todos los cuerpos movibles, y las proporciones acústicas de los sonidos musicales que creian poder deducir del movimiento circular de los siete planetas. Sé que Gregori (b), Maclaurin (c) y algun otro moderno han pretendido encontrar en este sistema pitagórico el sublime descubrimiento de Newton de las leyes de la atraccion de los cuerpos celestes; pero confieso que no puedo ver en él mas que una suma escasez de conocimientos as-

Ciencia  
acústica de  
los griegos.

Tom. VII. Mmm tro-

(a) *Enchir. harm.* lib. I.

(b) *Astron. Phys. & Geometr. Elem. Præf.*

(c) *Expos. de la phil. Newton.* lib. II. cap. II.

trónicos, é ignorancia de los mecánicos y acústicos. Esta ignorancia la vemos por otra parte manifestada en todos los griegos, por las relaciones esparcidas y creídas de los martillos, de los vasos y de los platos; las cuales prueban sin embargo que tenían alguna confusa idea de los principios del sonido, y de los elementos de longitud, solidez y tensión que deben entrar en su cálculo. Aristóteles en el pequeño tratado *Del objeto del oído, y de las cosas á él pertenecientes*; y Eliano en el segundo comentario del *Timeo* de Platon, referidos por Porfirio (a), son los únicos antiguos que yo sepa, además del mismo Porfirio, que hayan tratado de la mecánica del sonido; pero aquellos profundos filósofos solo supieron descubrir que el movimiento del ayre es la causa del sonido, que el grave lo produce el movimiento retardado, y el agudo el acelerado, y que por esto las cuerdas mas largas y mas gordas harán un sonido mas grave, padeciendo groseras equivocaciones en hacer su aplicacion á los instrumentos

---

(a) *In harm. Ptolom.*

de ayre , y generalmente sabiendo muy poco de la mecánica del sonido. Pero sin embargo no tendré dificultad en dar crédito á los portentos que se refieran de la finura , delicadez y gusto de la música griega. Los griegos de una tan fina sensibilidad para las bellezas de las artes , que forman la admiracion de todos los siglos; los griegos tan delicados particularmente en el oído , que hasta en los escritos y discursos prosáicos no podian sufrir con paciencia una palabra dura , una aspera union de silabas ó de letras , una cláusula falta de armonía , un periodo poco sonoro , una pronunciacion menos suave , y en todo buscaban la eufonía , el número , la sonoridad ; los griegos tan apasionados á la música , que en los estudios escolásticos , y en la educacion civil jamas la perdian de vista ; que no solo en los templos y en los teatros , sino que tambien en las mesas , en los convites , en las visitas y en toda concurrencia usaban de la música como el mas digno culto de los Dioses , y el mas suave deleyte de los hombres ; los griegos tan prácticos en la misma , que no habia noble alguno ni ple-

Mérito de su música.

Música de los romanos.

beyo, grande ni chico, militar, político ni literato, que no formase de ella su estudio, su ocupacion y sus delicias; los griegos, que á tan alto punto elevaron todas las artes y las ciencias, ¿á que perfeccion no habrán llevado la música? Llámense en hora buena faltos y reducidos sus instrumentos, tengase por sencilla y llana su melopeya; la fina, animada, exácta y perfecta execucion, es la que da valor al canto y al sonido, que recompensa qualquier mérito de los instrumentos, y de la composicion, y aquella finalmente que constituye la perfeccion del arte música. Pero nosotros dexamos para los historiadores de ella el manifestar distintamente sus vicisitudes, el distinguir mas exáctamente de lo que se ha hecho hasta ahora, que union tuviese la música con la poesía, cuales han sido las mejoras que se le han acarreado tan celebradas de algunos escritores, qual el corrompimiento de que otros se lamentan, y qual la verdadera índole, qual la época de su perfeccion y de su decadencia, y el darnos una idea mas distinta y exácta de lo que la tenemos de la música de aquella nacion,

2 mmm

que

que tan justamente interesa la erudita curiosidad. De los efectos médicos, morales y políticos de la música griega se ha escrito tanto en estos tres últimos siglos, y particularmente en el nuestro, que sería inútil el querer hablar ahora mas. Sea la que fuese la verdad de los hechos que nos han descrito los antiguos, podrá decirse que estos no deben darse por prueba de la delicadez del gusto griego: efectos semejantes no tanto provienen de la perfeccion de la música, quanto de la disposicion del que la oye; y mas se han visto y se verán siempre en pueblos rústicos con música informe, que en naciones cultas donde las artes hayan llegado á adquirir alguna perfeccion.

Efectos de la música griega.

No nos detendremos mas en la música de los romanos, los quales si en la práctica y en los instrumentos se diferenciaron de los griegos en algo, que pueda interesar la curiosidad de los historiadores del arte, nada adelantaron en la teórica, ni dexaron escritos que ilustrasen esta ciencia, y que puedan merecer nuestras investigaciones. San Agustin, Casiodoro, Marciano Capela, y mas que todos Boecio, son

Música de los romanos.

De los árabes.

son los escritores latinos de la música; pero escritores que no dixeron mas que lo que habian aprendido de los griegos, á quienes seguían ciegamente. Mayores luces podrán tal vez sacarse de los escritos de los árabes, los cuales mas que los latinos, ilustraron la música con los escritos, y le dieron el auxilio de los conocimientos matemáticos. En efecto por un códice de Al-Farabi intitulado *Elementos de música* (\*), que se conserva en la

---

(\*) Al-Farabi en el libro segundo de esta obra expone las opiniones de los teóricos, que habian llegado á su noticia, y manifiesta quanto hubiese adelantado cada uno de ellos en aquella ciencia, corrige sus errores, y, como dice él mismo, llena el hueco de su doctrina para provecho de los censores de aquellos autores. Dirigido por las luces de la física se burla de las vanas imaginaciones de los pitagóricos sobre los sonidos de los planetas, y sobre la armonía de los cielos. Explica físicamente como por las vibraciones del ayre se produzcan los sonidos mas ó menos agudos de los instrumentos, y que miras deben tenerse en la figura, y en la construccion de ellos para tener los sonidos que se desean. El frecuente uso que hace de las palabras

grio-

la biblioteca del Escorial, se ve que los árabes, aunque sequaces de la doctrina de los griegos, no la abrazaron sin exâmen; que tuvieron tal vez mas justos conocimientos de la parte mecánica de los sonidos que sus propios maestros, y que en varios puntos corrigieron los errores, y suplieron la falta de su doctrina. Pero de los escritos arábigos sobre la música que están sepultados en las bibliotecas, poco ó nada sabemos para poder sacar de ellos

---

griegas escritas en árabe, manifiesta quan griega fuese la doctrina arábiga de la música, y la figura de una escala, ó de la armonía de quince tonos que nos presenta, al paso que prueba no haber abrazado la secta de los toloomaycos, no haciendo consonantes las terceras; prueba igualmente que tampoco era de la pitagórica, puesto que hacia consonantes la undecima y la duodecima, ó bien sea las octavas de quarta y de quinta. He creido una cosa grata á los doctos lectores el referir estas breves noticias para dar alguna idea de los escritos arábigos sobre la música, y dar igualmente un testimonio público de mi reconocimiento al eruditísimo Señor Casiri, que me hizo el favor de formarme un largo extracto.

Música de  
la iglesia.

alguna luz, y conocer los progresos que tal vez deberá aquella ciencia á sus eruditas fatigas, aunque nos son poco conocidos. Mas distintas y claras noticias podriamos dar de la música de la iglesia si el mereo uso del canto y del sonido, si alguna variedad y alguna diferencia introducida en el mismo en varias iglesias, y en tiempos diversos, y no el curso solo de la doctrina acústica y música fuese el objeto de nuestras especulaciones. Remitimos pues á los curiosos investigadores de estas noticias á la grande obra de Gerbert sobre el canto, y sobre la música de la iglesia (a), á Lebeuf (b), á Burney (c) y á otros escritores históricos ó didascalicos de la música, que hablan mucho de la sagrada, y solo insinuamos que de la profana y gentilica música de los griegos pasaron á la iglesia griega los modos de los cantos sagrados: que de la iglesia griega ú oriental, como dice S. Agustin (d), los introduxo S. Am-  
bro-

---

(a) *De cantu & musica sacra.*

(b) *Traité hist. & practic. par le chant eccles.*

(c) Vol. II. (d) *Confess. lib. IX, cap. VII.*

broso en la suya de Milan , y despues en las otras occidentales ; que casi dos siglos despues reformó san Gregorio el canto , y desechado el suave , y algo refinado , que en muchas iglesias se usaba , introduxo otro mas llano y serio , ó , por decirlo así , mudó el canto *figurado* en canto *llano* , ó bien fuese el inventor de la nueva música eclesiástica , ó solo , como algunos quieren , compilador de varios modos usados en varias iglesias mas conformes á su devoto espíritu ; que de la iglesia romana se extendió en diversos tiempos la música gregoriana á todas las otras del occidente ; que en las orientales introduxo S. Gregorio Damasceno una reforma en la música , semejante á la gregoriana ; que las iglesias griegas aun modernamente han conservado su música , sin desdeñarse de adoptar alguna parte de la nuestra (\*) ; y

*Tom. VII.* que

---

(\*) V. Lampadario , Leon , Alacio y otros. La biblioteca Naniana en Venecia contiene tantos códices de varios siglos con las notas musicales , que ellos solos dan una casi seguida serie de monumentos para completar la historia de la música eclesiástica griega.

que dexando los griegos posteriores , que poco , ó por mejor decir ningun influxo han tenido en nuestra música moderna , Beda, ó quien sea baxo su nombre , Ubaldo , Odon y otros latinos de los tiempos baxos escribieron sobre la música , sujetandose á la práctica de las iglesias occidentales , pero usando con frecuencia palabras técnicas griegas , que claramente manifiestan derivarse la música eclesiástica de la griega ; y que finalmente en el siglo XI el célebre Guido Aretino formó de algun modo una nueva época en esta arte , que la diferenció de la griega , y la hizo parecer nueva , y de alguna manera dió principio á la música moderna.

Guido Aretino. Muchas son las obras que escribió Guido sobre esta materia , las quales por la mayor parte han quedado olvidadas en las bibliotecas , quando sus inventos músicos obtuvieron desde luego fama universal , y despues le han adquirido nombre inmortal en la posteridad. Las producciones del ingenio , no los trabajos de una penosa fatiga , son las que se transmiten á los siglos posteriores , y á las remotas naciones : y Guido por algunos in-

inventos músicos será inmortal, y celebrado en todos los pueblos cultos, mientras que tantos venerados doctores, y graves escritores de su tiempo yacen eternamente sepultados entre el polvo con sus libros escolásticos, desconocidos y oscuros á la docta posteridad. Guido tomó, como los griegos, por fundamento de la música el tetracordio diatónico; pero como los griegos habiendo unido dos tetracordios tuvieron por conveniente añadirles una cuerda, que se llamaba *proslambanomenos*, así él añadió otra, y formó un hexácordo, donde felizmente se combinaban varias modificaciones de tonos, y esta cuerda señalada por él con la G griega es la famosa *Gamma* celebrada entre las invenciones de Guido. Sobre el hexácordo debió él establecer su solféo, y á este fin tomó las seis sílabas tan celebradas del hymno de san Juan, *ut, re, mi, fa, sol, la*, queriendo que la cuerda fundamental de cada una de las tres propiedades del canto se entonase con el *ut*, y las otras sucesivamente con las siguientes, y dispuso de modo los hexácordos que obligó á los cantores á no pasar de un salto de la pro-

piedad, que llaman de *Bequadrado*, á la de *Bemol*, ni al contrario, sin pasar por la propiedad que llaman de *natura*. La mano armónica tan celebrada por los escritores de aquel tiempo, la escritura, ó los caracteres músicos, esto es, los puntos, las rayas y las claves, se creen tambien inventos de Guido; y el contrapunto, ó como él dice la *diafonía*, de lo que quiere gloriarse la música moderna sobre la antigua, aumenta tambien el mérito músico de aquel famoso maestro: y si Burney (a) pone fundada duda sobre la total originalidad de Guido en alguno de estos inventos, conviene sin embargo en atribuirle en todos tantas mejoras, que puede con algun derecho pasar por inventor. Despues de las novedades musicales atribuidas á Guido, la mas importante ha sido la de las notas, ó de los caracteres de los tiempos, que señalan quanto deba detenerse la voz sobre cada sílaba. Esta generalmente la refieren los modernos á Juan de Muris en el siglo XIV, bien que el mismo Juan y otros escritores mas antiguos, la derivan de

Francon y  
 Juan de  
 Muris.

---

(a) Tom. II, cap. II.

Francon de Colonia, docto monge del siglo XI, y Burney (a) por algunas expresiones del mismo Francon, y por otras memorias contemporaneas cree debersele dar aun mayor antigüedad. Otra novedad introduxo posteriormente Felipe de Vitri, si es cierto, como se quiere comunmente, que él añadiese á las notas musicales la *mínima*, la qual por otra parte se ve ya anteriormente nombrada por el Papa Juan II en un decreto del año 1322. El mismo Felipe se cree tambien el primer compositor de los motetes, que despues han estado tan en uso en la música moderna: y la primera coleccion y publicacion de motetes notados en música con sus partes, que ha llegado á mi noticia, ha sido la de Victoria de Avila, hecha en Roma en 1585 (b). Dexaremos para los doctos historiadores de la música el exâmen de estos puntos eruditos, y solo diremos que has-

Felipe de Vitri.

---

(a) Ibid. cap. III.

(b) *Thomæ Ludovici à Victoria Abulensis Motecta festorum totius anni cum Communi Sanctorum á 4, 5, 6, & 8 vocibus.*

hasta en aquellos siglos de tinieblas y de ignorancia, en aquellos siglos vacíos para la historia de las otras ciencias, puede contar la música muchos ilustradores, y gloriarse de muchos útiles adelantamientos: el servicio eclesiástico, y el culto divino excitaban el ardor de los devotos y religiosos escritores á procurar mejoras á aquel arte, que se creía casi necesario para su decoro. En efecto Guido y Franco eran monges, y en el largo catálogo que podria formarse de los escritores de música de aquellos tiempos, pocos se encontrarán que no sean monges ó eclesiásticos. No por erudicion y cultura, no por completar el quadrivio de las escuelas, no por ilustrar las doctrinas matemáticas, sino para cantar dignamente los divinos oficios se cultivaba el estudio de la música; y los monumentos más antiguos que tenemos de todas las variaciones que se introducian en aquella ciencia, todos provienen de los libros de coro, ó de los cantos de las iglesias.

Introducción de la música en la poesía vulgar.

Però cultivandose tambien entonces con ardor la poesía vulgar, y ocupandose en ella muchos nobles personajes, y has-

ta los mismos príncipes, se empezó igualmente á buscar el auxilio de la música para mayor ornamento de la poesía vulgar; y muchas veces los poetas no solo componian la poesía, sino que tambien inventaban el tono con que debia cantarse, y á veces ellos mismos notaban en música sus composiciones poéticas. El mas antiguo monumento, que ha llegado á mi noticia, es uno que se encuentra en la biblioteca Vaticana de Anselmo Faidit, de principios del siglo XIII, á la muerte de Ricardo primero, llamado *Corazon de Leon*, tambien poeta, si es cierto, como se dice, que las notas musicales sean del mismo poeta Faidit. Posteriores á este, pero de mas auténtica legitimidad son las *Cánticas* del rey de Castilla Alfonso el Sabio de la mitad de aquel siglo, que existen en la biblioteca de Toledo con las notas músicas, y con las correcciones ó apostillas del mismo rey. Burney refiere otro poema de la Vaticana, compuesto por Tibaldo rey de Navarra, el qual seria anterior á las *Cánticas* del rey don Alfonso, si su escritura musical fuese ciertamente obra del mismo tiempo del poema; pero el códi-

dice de la Vaticana, según el mismo Burney (a), es una copia sobrado incorrecta para creerla muy inmediata al tiempo de la producción del original; lo que también puede disminuir no poco la fe que deba darse á la antigüedad de la música de las canciones de Faidit. Arteaga (b) cita al monje Francon, que refiere un verso provenzal, ó mas bien frances, puesto en música, el qual podrá acaso dar alguna prueba de otro poema anterior al de Faidit con las notas musicales. No sé en que forma, ni con que objeto trae Francon aquel verso: si la aplicación de las palabras á las notas musicales está realmente tomada del mismo poema, será ciertamente una prueba incontrastable; pero si solo la hizo Francon siguiendo el hilo de su tratado, no podrá traerse por exemplo de dicha anterioridad. En efecto observo que Burney, que ha hecho una diligentísima y muy individual análisis de los tratados músicos de Francon, no hace mención alguna del poema, de donde este saca dicho verso,

(a) Lib. C.

(a) *Le Rivol. del Teat. music. ital.* t. I. c. IV.

y antes bien refiere como el primer monumento que él conozca de poesía vulgar puesta en música la sobredicha cancion de Faidit. Pero sea la que se fuese la antigüedad de la música en la poesía vulgar , lo cierto es que dicha aplicacion , que ahora es el principal objeto de los estudios músicos , no merecia en aquellos tiempos mucha atencion de los doctos , y que esta enteramente se dirigía al mejoramiento de la música de la iglesia. Para esta se tenian escuelas privadas mas prácticas , que teóricas en las catedrales y en los monasterios , y á esta se referian todos los escritos de música que entonces salian á luz , tanto prácticos como teóricos.

Sin embargo era aun en aquellos tiempos mirada de algunos la música como una ciencia especulativa , y una parte de las matemáticas , mas que como un arte deleytable , ó un instrumento de la devocion ; y no solo tenia acogida en las iglesias y en los claustros , sino tambien en las universidades literarias. La primera que yo sepa haberla honrado con gentil acogida , fué la Universidad de Salamanca , en la qual , segun el testimonio muy autorizado

Escuelas  
públicas  
de música.

en esta materia del célebre Francisco Salinas (a), se erigió ya en el siglo XIII por el rey Alfonso el Sabio una cátedra de música. *Intellexit enim*, referiré para mayor autoridad sus mismas palabras. *Alphonsus Castellae rex hujus nominis decimus cognomento Sapiens, non minus musicae disciplinam, quam caeterarum mathematicarum, in quibus ille maxime excelluit disci oportere. Quamobrem inter primas, et antiquissimas cathedram illius erexit.* En las universidades de Inglaterra se ven desde el siglo XV algunos graduados de música, ó bachilleres, ó maestros, ó doctores, como Hambois, Habengton, Saintwix y algunos otros. Escuela de música tenía igualmente desde la mitad del mismo siglo la Universidad de Bolonia, erigida por el Papa Nicolao V: y en efecto en el año 1482 imprimió en ella una obra de música Bartolomé Ramos (b), donde se ve que habiendo él ocupado por algunos años la cátedra de música de Salamanca, regentaba algun tiempo habia la de Bolonia, á don-

---

(a) *De Música Præf.* (b) *Tract. de Música.*

donde habia sido honrosamente llamado. No sé como Sassi (a) y Tiraboschi (b) hayan podido dexarse seducir de un epigrama, tal vez no bien entendido de Biffi, para asegurar, que ningun príncipe habia aun pensado en fundar escuela pública de música; que Ludovico Sforza duque de Milan, fué el que dió el primer exemplo; y que Franchino Gafurio fué el primer profesor en aquella ciudad; lo que no pudo ser mas que á fines del siglo XV. En todo aquel siglo, y aun antes, habia escuelas públicas en muchas universidades, y en ellas se explicaba comunmente la obra de Boecio, la qual, como él mismo confiesa, no es mas que una compilacion de la doctrina de Nicomaco, y de otros pitagóricos; así que quantos estudiaban entonces la música, todos se formaban con la enseñanza pitagórica sobre las razones de los tonos; y los escritores eclesiásticos no habian pensado en introducir en ellos alguna reforma.

Restable-  
cimiento  
de la mú-  
sica.

Ooo 2 Pe-

---

(a) *Hist. typ. Mediol.* (b) *Storia della Letteratura Ital.* tom. VI, part. I, lib. III, cap. II. V (c)

Pero en aquel siglo se hizo mas común la lengua griega, y los escritores griegos llegaron á ser mas familiares y domésticos, y por ello los profesores eruditos se dieron á estudiar no solo á Boecio, sino á todos los músicos griegos, é introducir en su arte alguna mayor delicadez. Entre los muchos sistemas músicos de los griegos habia el sistema *atemperado*, que hemos insinuado brevemente en el tolmayco; esto es un sistema que para formar mejor armonía introducía alguna alteración en los intervalos (a); y en efecto los tolmaycos alteraron la razón del tono añadiendo el tono menor. Pero los latinos todos pitagóricos ó boecianos, juraban ciegamente en la doctrina de sus maestros, y no pensaban en abrazar el temperamento de los tolmaycos, y ni aun tal vez lo conocian, lejos de introducir otros Ramos, mirando con ojos filosóficos la música, tuvo mayor habilidad, ó mayor osadía, y encontró un útil temperamento, queriendo alteradas las razones

---

(a) V. Rousseau *Dict. de Music. Temperam.*

nes de la quarta y de la quinta ; y si tuvo que sufrir las oposiciones de Burcio, y de Gafurio , fué , casi despues de un siglo, sostenido y promovido por Zarlino , y al fin triunfó tanto en la práctica como en la teórica de los músicos. Eximeno doctamente explica la necesidad de los temperamentos en los intervalos musicales , y las mejoras acarreadas á la música con la doctrina de Ramos , Fogliari y Zarlino (a) ; y aquella copiosa y exácta explicacion suya nos dispensa de detenernos mas en esta materia. Un vasto campo se ofreceria á nuestras investigaciones , si quisiéramos dar alguna noticia de los escritores de música que despues de la mitad del siglo XV , despues de la introduccion de las luces de la literatura griega , despues del principio de la nueva cultura y delicadez acarreada á las nobles artes , se han visto salir en toda la culta Europa. Lampillas insinúa algunos de los españoles , los quales bastan para su intento , pero

Escritores  
de música.

---

(a) *Dubbio sopra il Saggio di Contrappunto*, &c. pag. 85 , 86.

podrían añadirse muchos mas (a). Artega nombra en efecto otros muchos, y nos hace esperar una obra suya sobre la ciencia música de los españoles, que no solo será gloriosa á su nacion, sino que dará muchas luces para toda la historia de la música moderna (b). Nosotros remitiendonos á estos y á otros autores de otras naciones, que han hablado de los escritores músicos de todas, solo diremos que aunque en cada una fué infinito el número de tales escritores en aquellos dos siglos XV y XVI, sin embargo fueron respetados entre todos, como principales maestros, Zarlino y Salinas, los cuales son aun al día de hoy mirados con mucho aprecio por los inteligentes de aquella ciencia. Las instituciones armónicas de Zarlino, aunque muy cargadas de vanas y fantásticas razones, se hicieron sin embargo libro clásico para los estudiosos de la música práctica, y todas sus obras musi-

Zarlino.

---

(a) *Sagg. Istor. Apol. della Lett. Spagn.* part. II, tom. II, diss. III, §. V.

(b) *Rivol. del Teatr.* 8cc. tom. I.

cales sirvieron para ilustracion de su amada arte. Pero los siete libros *De música* de Salinas tuvieron aun una fama mas universal, y despues han conservado mas durable reputacion. Aquel célebre ciego profundamente instruido en la música práctica y en la teórica, y ademas erudito filólogo, poeta, filósofo y matemático, que justamente es llamado de muchos el moderno Didimo, y podria tambien llamarse el Saunderson español, despues de mucho estudio de los griegos y de los latinos, despues de muchas meditaciones y despues de continuo exercicio, dexó á la posteridad en aquella docta obra, quanto las eruditas investigaciones, las atentas especulaciones y las repetidas experiencias, en el largo transcurso de cincuenta ó mas años, le habian sugerido sobre la práctica, y sobre la teórica de la música. Pero sin embargo estos doctos escritores no ocuparon todo el campo de la doctrina música, ni cerraron á los demas todos los caminos de distinguirse en útiles y curiosas investigaciones. La ilustracion de la música antigua, y el paralelo y la aplicacion de ella á la moderna, se hizo el

Salinas.

colilla

es-

estudio no solo de los músicos, sino también de los eruditos. Doni, Vossio, Meursio y sobre todos Meibomio, y mas recientemente Burette, emplearon felizmente en esta parte sus gloriosas fatigas, y á sus eruditos trabajos debemos los mas claros y seguros conocimientos que al presente tenemos de la música griega. Las doctas disputas, los oportunos descubrimientos, y los felices sucesos, que en estos siglos tanto han contribuido á los mayores adelantamientos de la música, darian copiosa materia para un largo tratado, si la naturaleza del presente capítulo, y la vastedad de los argumentos que faltan á tratar, no nos diese continuamente voces al oido, y nos detuviera la pluma para llamarnos al asunto propuesto, y tenernos sujetos dentro de los límites de las matemáticas. Pero cabalmente en el siglo pasado empieza la ciencia del sonido á ser tratada con algun rigor matemático, y á sujetarse la acústica á las leyes de la mecánica.

Galileo. Galileo debe ponerse á la frente de esta ciencia, como hasta ahora lo hemos visto á la de casi todas las otras. De la doc-

doctrina del péndolo saca él los principios fundamentales de la música (a). Con ella resuelve el problema de las dos cuerdas templadas unísonamente, que al sonido de la una se mueve la otra, y resuena; explica muchos fenómenos físicos acústicos, apoya su doctrina de las vibraciones sonoras, y claramente prueba consistir el sonido en las undulaciones del aire producidas por el movimiento de las cuerdas, y llegadas á nuestros oídos. Si estas undulaciones se unen reguladamente para herir el oído, nace una consonancia, y esta es mayor, quanto mas frecüentemente sucede la reunion. La octava es formada por dos cuerdas, de las quales una hace dos vibraciones mientras la otra no hace mas que una; en la quinta una hace tres, y la otra solo dos; en la quarta una quatro, y tres la otra; y asi de las dos terceras, &c. y de aquí proviene que las vibraciones de las cuerdas en la octava, ambas á dos con la aguda llegan unidas al oído, y todas tres en la quinta, &c. y

Tom. VII. Ppp por

---

(a) Dial. I. *della nuova Scienza.*

por esto la mas perfecta consonancia es la octava , despues la quinta , y así de las demas. Pero si las vibraciones de las cuerdas son inconmensurables , esto es , que jamas se unan , ó no lo hagan mas que despues de mucho tiempo , nace entonces la disonancia ; y por esto es disonante la segunda , que tiene la razon de 8 , 9 , y necesita 8 vibraciones de la cuerda grave , y 9 de la aguda , para que concurren á herir las dos á un tiempo el oido. Para formar esta variedad de sonidos , y estos tonos diversos , es preciso establecer la variedad que tales sonidos requieren en las cuerdas. Lo largo , gordo y tirante de la cuerda fixa la agudeza del sonido que deberá producir : lo largo y gordo en razon inversa , y lo tirante en la directa. Esta doctrina era ya conocida de los pitagóricos ; pero groseramente y sin la debida precision : Galileo fué el primero que la trató con exâctitud , y dió los primeros elementos de la acústica , que despues han servido de basa á las sublimes teorías de los mas sutiles géometras. Determinó pues Galileo , que dos cuerdas igualmente largas , gordas y tirantes sonarán uní-

sonas; pero que para formar por exemplo una octava, ó dos sonidos, el uno doble mas agudo que el otro, deberá la cuerda mas aguda ser de doble menor longitud, ó de doble menor diámetro, ó bien de quadrupla tension, ó tirante con quadruplo peso, que es decir, que lo agudo del sonido seguirá la razon simple inversa de la longitud y del diámetro de la cuerda, y la quadrupla directa de la tension, ó de los pesos que la tiran. La doctrina de Galileo tanto en la parte armónica, como en la mecánica de los sonidos, es en general la de los pitagóricos: ; pero que diferencia de la doctrina pitagórica á la galileana! Elevada de la popular inexâctitud á la precision matemática, apoyada no á falsas y groseras experiencias de martillos, de vasos y de platos, sino á finisimas y justísimas observaciones de los movimientos de los péndolos, de las undulaciones de los fluidos, y de las vibraciones sonoras, levantada de una metafísica tenebrosa, y de una misteriosa obscuridad á la mas clara luz de simples raciocinios y de palpables experiencias, se habia hecho sólida y firme, y digna de la

atencion de los filósofos aun en el esplendor de la matemática y física de nuestros días. ¿Y que han dicho en esta parte mas que Galileo el geómetra Eulero, y el físico Nöllet? El mismo Sauveur, aunque autor de una nueva ciencia, apoya su doctrina sobre la doctrina de Galileo ahora insinuada. Si el filósofo músico Eximeno, justamente empeñado en substraer su amada ciencia de las trabas de la matemática, rebate la razon de la consonancia propuesta por Galileo, como no bastante general, ni aplicable á todos los casos de la armonía (a), confiesa sin embargo concurrir en ella tantas experiencias, y tantas apariencias de razon, que no es de maravillar que Galileo y los otros filósofos se hayan inducido á abrazarla; ni encuentra que replicar contra su doctrina mecánica de la formacion de los sonidos diversos, aunque prueba ser desmentida por la práctica la aplicacion en los instrumentos. La

Cartesio. doctrina música de Cartesio es tan conforme á la de Galileo, que el mismo Car-

---

(a) *Orig. e reg. della Musica* lib. I. cap. II.

tesio parece que quiera evitar la tacha de plagiario, y procure refundirla en Galileo (a); y Poisson, ilustrador de su música, mas uso hace de las razones, y de las experiencias de Galileo, que de las de su autor Cartesio (b). A la sombra de estos dos consumados filósofos crecía la música, y llamaba la atención de Merseno, de Gassendo, de Wallis y de otros célebres escritores ocupados en la ilustración de las ciencias mas nobles. La Academia del Cimento, sin entrar en el exámen de la armonía, tomó en consideración el conocimiento del sonido, estableció oportunas experiencias, y nos dió importantes luces sobre la celeridad y propagacion de este. Boyle, Flamsteed, Allejo y varios otros han buscado con repetidas experiencias la justa determinacion de esta velocidad. Entre tanto Newton, oyendo las lecciones de la naturaleza mas en sus geométricas razones, que en las impresiones de los sentidos, por medio de una

---

(a) Ep. XCI, part. II.

(b) *Elucid. phys. in Cartesii Musicam.*

una teoría muy ingeniosa y docta, pero complicada y oscura, de las vibraciones del ayre, y por consiguiente de la velocidad del sonido, demostró la proposición, de que „ propagadas por el fluido „ las vibraciones, todas las particillas del „ fluido adelantandose, y retirandose con „ movimiento recíproco brevísimo, se aceleran siempre, y se retardan según la „ ley de un péndolo que oscila” y encontró con su teoría una velocidad de sonido casi la misma que nos da la experiencia (a). La teoría de Newton pareció tan oscura á Juan Bernoulli el hijo, que en el discurso sobre la *Propagacion de la luz*, premiado por la Academia de las Ciencias de París en 1736, no esperando poderla entender claramente, en vez de estudiarla con atención, juzgó mejor proponer otro método mas fácil, y mas llano para seguirlo, y llegó por medio de él á la misma fórmula, que Newton habia dado con el suyo. Pero tanto un método como otro han encontrado oposiciones en los

Juan Bernoulli.

---

(a) *Princ. Math. &c.* tom. II, prop. XLVII.

los géometras , porque ambos á dos suponen que el sonido se comunica por fibras longitudinales vibrantes , que se forman sucesivamente , y son siempre iguales entre sí , y éste supuesto ni está demostrado ; ni apoyado sobre sólidas pruebas. Se quiere tambien oponer , que Bernoulli con su método debería en aquella hipótesis haber encontrado una velocidad diversa de la que él encuentra , que es realmente la verdadera. Eulero , primero en una conclusion defendida en Basilea en 1727 , y despues en la *Disertacion sobre el fuego*, que dividió el premio de la Academia de las Ciencias de París en 1738, tuvo sospechas de falsedad sobre la teoría de Newton , y propuso otra fórmula para determinar la velocidad del sonido, diversa de la newtoniana ; pero ni manifestó el defecto de ésta , ni dió la demostracion de la suya. Cramer hizo algunas doctas observaciones sobre la teoría de Newton , y manifestó que su demostracion no provenia de la naturaleza de la cosa , sino solo de la hipótesis , que se habia tomado , y que valdria igualmente aplicandose á otra proposicion enteramente.

mente diversa. Los doctos comentadores de Newton, Jacquier y Seur, refieren extensamente esta objecion que les habia comunicado Cramer; y ellos mismos, confesando que la demostracion de Newton no está exenta de defecto, procuran sostener su proposicion tomando por otra parte la demostracion; pero sus cálculos son tan complicados, que no podemos fiarnos enteramente en sus conclusiones; y en efecto los géometras posteriores no han abrazado la doctrina de Newton; y la Grange, despues de un profundo exámen, la ha encontrado fundada en hipótesis incompatibles entre sí, y que necesariamente conducen al error (a). Sin embargo todos estos puntos, la doctrina de Galileo y de Cartesio sobre la música, las experiencias de los físicos, y las teorías de los géometras sobre el sonido no eran más que pequeños ensayos de los muchísimos argumentos que ofrece esta materia, y de las infinitas especulaciones que faltaban hacer. La necesidad que los filósofos han tenido de los telescopios, y

*memoriae sive sup. y obamae sive mi-*

*(a) Ac. de Turin tom. I.*

*mem*

microscópios, les ha obligado á estudiar con suma aplicaci6n los diferentes caminos, y los diversos accidentes de la luz, y formar acerca de ella una ciencia, que teniendo por objeto nuestra vista, toma el nombre de 6ptica; pero como no han tenido igual necesidad de conocer exáctamente lo que pertenece al sonido, ni han mirado la m6sica mas que por el deleyte del oido, para el qual no creian necesario buscar las reglas en el fondo de la filosof6a, ni habian dirigido por aquella parte sus especulaciones, ni habian pensado en formar una ciencia para el oido, como la tenian para los ojos. Sauveur quiso entrar en este pais casi enteramente desconocido, y quanto mas se internaba, tanto mas encontraba que exâminar, tanto mas creia necesario formar una ciencia ac6stica, la qual le parecia que debia ser mäs vasta, y no menos curiosa é importante que la 6ptica, que tanto ocupaba el estudio de los matemáticos. Las experiencias, las observaciones, los cálculos, las reflexiones lo conduxeron á muchos descubrimientos nuevos, y presentaron á sus filósoficos y penetrantes ojos muchas bellas é

Sauveur.

importantes novedades. El descubrimiento del sonido fijo, la distincion del sonido fundamental, y del armónico, la observacion de las *undulaciones*, ó de las vibraciones parciales y separadas de una misma cuerda, de los *nudos* y del *centro* de tales undulaciones, y de las curiosas deducciones que se derivan de ellas, la invencion de ciertas máquinas acústicas, que hubieran sido tan útiles y excelentes como las de la óptica, nueva lengua musical mas extensa, y mas cómoda, nuevos caracteres, nuevas reglas, nuevas divisiones de sonidos, nuevo sistema de intervalos, y en suma una nueva música, ó por mejor decir una acústica, de quien la música no es mas que una parte, son los frutos de sus especulaciones, que él presentó como bosquejo á la Academia de las Ciencias de París (a), y que queria llevar á su madurez y perfeccion. Era ciertamente un fenómeno extraño y maravilloso, que Sauveur, como dice Fontanelle (b), no te-

---

(a) An. 1700, 1701, &c.

(b) *Eloge de Mr. Sauveur.*

niendo voz ni oído, no pensase en otra cosa que en la música; estaba reducido á tomar prestado el oído y la voz, y daba en cambio demostraciones desconocidas á los músicos, que le prestaban aquel auxilio. ¿Qué ventajoso no sería para la humanidad el que la filosofía llegase á dar tantos auxilios al oído como ha dado á la vista? Si Sauveur hubiese podido llevar al término deseado las divisadas teorías, si la muerte no hubiese cortado el curso de sus meditaciones, hubiera él sido el Newton de la acústica, y nosotros tendríamos esta ciencia reducida á la perfección de la óptica. Pero sin embargo debemos á su diligencia muchos descubrimientos sobre varios accidentes de la propagación del sonido, muchas observaciones sobre los instrumentos de cuerda y de ayre, y muchos curiosos y útiles conocimientos sobre varias partes de la música, y de la acústica; y de algunos puntos de su doctrina se han derivado después el sistema físico del sonido de Mairán (a), y el ar-

Qqq 2 mó-

---

(a) Acad. des Scien., an. 1737.

mónico de Rameau, y de d' Alembert. Las tentativas de Sauveur, y mas aun las breves señales de Newton sobre las vibraciones de las cuerdas sonoras, estimularon á los matemáticos á tratar este problema con rigor geométrico, y vencer la dificultad que presentaba su complicacion.

Taylor. El primero que tuvo la gloria de resolverlo felizmente fué Taylor, quien llegó á demostrar con exáctitud las diferentes leyes de tales vibraciones, y sujetar al cálculo el movimiento de las cuerdas oscilatorias (a). Considera él la longitud y la masa de estas, y despues la longitud de una determinada péndola de segundos, y la relacion de la circunferencia de un círculo á su diámetro, y de aquí pasa á dar una fórmula que expresa el número de las vibraciones de la cuerda durante una oscilacion de la péndola. Busca la figura que toma la cuerda quando forma las vibraciones, y encuentra que no es mas que una especie de cycloide prolongada, que él llama compañera de la cycloide, y otros

-om

s pp

geó-

---

(a) *Math. increm. directa & inversa*, 1715.

geómetras llaman curva de los arcos. Para determinar esta figura supone, que todos los puntos de la cuerda llegan al mismo tiempo á la situacion rectilínea, y aunque esta suposicion parece bastante manifestada por la experiencia, quiere sin embargo demostrarla aun sin el auxilio de ella. Juan Bernoulli, que examinó el problema de las cuerdas de vibracion despues de Taylor, dió tambien la misma resolucion. Parecía tal vez á estos geómetras, que dicha hipótesis bastase para dar razon de los principales fenómenos de los tonos músicos, y tal vez creian que no bastasen sus fuerzas para resolver el problema fuera de aquella hipótesis en toda su extension. Esta resolucion, aunque de Taylor y de Bernoulli, no satisfizo la escrupulosa delicadez de d<sup>e</sup> Alembert, y se dedicó á probar que aun en aquella hipótesis puede tomar la cuerda infinitas otras figuras, que igualmente satisfacen el problema, y que sin aquella hipótesis se puede determinar en general la curvatura que en cada momento debe tener la cuerda haciendo sus vibraciones; é hizo en seguida muchas ingeniosas investigaciones sobre la

D<sup>e</sup> Alembert.

naturaleza de estas curvas, que él llama *generatrices*, y de la manera que ellas pueden engendrarse, que han acarreado muchas luces á los matemáticos, á los géometras y á los algebristas, y fué el primero que resolvió el problema en su extension (a). La resolución de d' Alembert era realmente general, pero siempre suponiendo que la curva generatriz fuese regular, y que pudiese ser comprendida en una

Eulero. equacion continua. Eulero trató el problema con un método análogo al de d' Alembert; pero le dió mas extension, y concluyó que qualquier curva *serpeante*, continuada por una y por otra parte alternativamente encima del exe, y debaxo de él, sea regular ó irregular, será propia para la resolución de aquel problema (b).

Esta resolución, aunque hecha con un método muy análogo al de d' Alembert, y semejante á la suya en muchos puntos esenciales, era sin embargo diversa, mas directa, mas analítica, mas aplicable á todas

---

(a) *Acad. de Berlin*, an. 1747.

(b) *Acad. de Berlin* 1748.

das las quæstiones de esta especie, y evidentemente mas general. No pudo llevar con paciencia d' Alembert, el haber de partir con otro la gloria de un tan bello descubrimiento, ni vió en la resolucion de Eulero mas que las señales de semejanza con la suya, ni la creyó suficiente para todos los casos, en los quales en la curva generatriz no se siguiese la ley de la continuidad (a). Pero no tardó á responderle Eulero, y sostuvo tener su resolucion toda la exáctitud necesaria, y la correspondiente generalidad (b). Mientras de este modo se combatian aquellos dos héroes de la matemática, salió al campo otro atleta no menos valeroso, el profundo y sólido Daniel Bernoulli, y de algun modo quiso quitar á ambos á dos la gloria que tanto se disputaban, y darla toda entera á Taylor, primer resolvedor de aquel problema. El cree demostrar que la solucion de Taylor es capaz de satisfacer todos los casos posibles, y establece la proposicion general, que qualquiera que pueda ser el movi-

Daniel  
Bernoulli.

---

(a) Ibid. an. 1750. (b) Ibid. an. 1753.

miento de una cuerda tirante, ésta jamás formará otra cosa que una, ó un complejo de dos ó mas cicloydes prolongadas. Despues quiere que los cálculos de d' Alembert y de Eulero no enseñen nada mas que los de Tailor, y reduce el mérito de la resolución que da él mismo, á solo haber sabido aplicar al método de Tailor una análisis tan nueva, que no existia en tiempo de este, esto es, la de las diferencias parciales. Respondió Eulero á las objeciones de Bernoulli, y el calor de la disputa entre dos geómetras tan profundos, hizo brotar muchas nuévas é importantes verdades sobre las oscilaciones de las cuerdas y del ayre, sobre la formacion del sonido, sobre los instrumentos de cuerda y de ayre, y sobre otros muchos puntos pertenecientes á esta materia. Era de ver con gusto, acompañado de admiracion y de respeto, la larga y gloriosa lucha de aquellos dos sublimes ingenios (a): uno explicaba todas las fuerzas de la análisis, el otro

luna  
ilustrada

---

(a) V. *Eloge de Mr. Daniel Bernoulli, Acad. des Sciens. de Paris* 1782. *oeuvres de Bernoulli* (a)

otro para poderse gobernar sin tener necesidad de ella, empleaba todo el arte, y toda la sagacidad de un ingenio inagotable de recursos; uno esparcía prodigamente esfuerzos y cálculos, porque nada costaban á su genio fecundo é inexhausto, el otro siempre sencillo, elegante y fácil ponía su gloria en hacer mucho con pocas fuerzas, sin temer comparecer falto de ellas, y ambos á dos ilustraban, y tenían suspensa y admirada de su sublime saber á toda la Europa matemática (a). Despues de Newton, Tailor, los dos Bernoullis, d' Alembert y Eulero entró animosamente en el campo el jóven la Grange, y le tocó coger los laureles. El exâmina la doctrina de Newton sobre la propagacion del sonido, expone la analisis pura y exâcta del problema segun los primeros principios de la mecánica, y hace conocer la insuficiencia y la falsedad del método newtoniano, y propone otro camino para la resolucion fundado sobre principios seguros é incontrastables. Discute las teorías

La Grande.

Tom. VII.

Rrr

de

---

(a) V. Acad. de Berlin 1753, &c.

de Tailor , de d' Alembert , de Euleró , y las reformas y las objeciones de Daniel Bernoulli ; y pesadas las razones de unos y de otros , concluye que sus cálculos no bastan para decidir tales questões , y propone una resolución que parece tener todo el mérito de la solidez y de la generalidad. Pasa despues á desenvolver la teoría general de los sonidos armónicos , de los instrumentos de cuerda y de ayre , y por medio de una fórmula sencilla determina el sonido fixo , y los sonidos armónicos que propuso Sauveur , con aquella exáctitud y facilidad , á que aquel no pudo llegar ; y da nuevas y seguras luces para el conocimiento del sonido , aplicables tambien á la práctica de la construcción y del manejo de los instrumentos , á la teoría del eco simple , y á otros curiosos y difíciles puntos de la acústica. Las fórmulas tan sencillas y generales , la integración de tantas equaciones , la análisis tan fina , clara y exácta , la penetracion de su ingenio , la solidez de su juicio , llamaron la atención de todos los géometras : los mismos atletas de aquella noble lid Euleró , d' Alembert y Bernoulli , los vene-

rados oráculos de esta ciencia oyeron con respeto la voz del jóven géometra, y no se desdeñaron de ponerlo á su lado en el trono que ellos ocupaban del imperio matemático. Todos tres escribieron desde luego al jóven la Grange, abrazando muchos puntos de su doctrina, pidiendo de otros mayor ilustracion, y venerandolo en todos casi como su árbitro y juez; y si la Academia de Berlin habia sido pocos años antes el campo de batalla entre aquellos tres ilustres campeones, la Academia de Turin se hizo en su nacimiento el teatro de honor, donde hicieron brillante comparsa la acústica y el álgebra, y donde puede decirse que concurrieron á cortejar á la Grange. Eulero y d' Alembert, los soberanos y príncipes de las disciplinas matemáticas. ¡Que gloria para un jóven géometra verse á la primera produccion llevado en alas de la fama por todas las academias y escuelas, y recibir los aplausos de los mas célebres géometras, y los inciensos y adoraciones de todos los otros!

Esta gloria singular que obtuvo entonces la Grange, siempre la ha conservado, y acrecentadola constantemente hasta nues-

Jordan  
Riccati.

tros días , esparciendo siempre nuevas luces sobre la presente materia , que tan copiosamente habia ilustrado (a). Es pues muy glorioso para el conde Jordan Riccati el merecer ser nombrado aun despues de la Grange , y los poco ha celebrados géometras : el tercer sonido observado por Tartini , el sonido falso , y algunos otros puntos nuevos solo por él han sido tratados geométricamente ; y si no ha igualado á sus ilustres antecesores en el primor de la análisis , y en la profundidad de los cálculos , tal vez los ha superado en la novedad de algunas materias , en la extension de las investigaciones , y en el estudio de conformar con la práctica sus teorías , lo que es un mérito no muy comun en tales especulaciones (b).

Mientras estos géometras contemplaban tan atentamente la parte mecánica del sonido , otros dirigian su atencion á la par-

---

(a) *V. Acad. de Turin* tom. I , II , III. *Recherches* , &c. y *Mechan. anal.* sec. part. sect. IX.

(b) *Delle corde elastiche* , 1767 ; *Suono falso* artic. del *Prodromo della nuova Enc. ital.*

parte física, y otros á la parte armónica del mismo. Mairan, encontrando alguna analogía entre los sonidos y los colores, quiso llevarla mas adelante, y propuso una hipótesis sobre la propagacion del sonido, que se semejaba mucho al sistema de Newton sobre el esparcimiento de la luz y de los colores. El sonido no es mas que las vibraciones de las partículas del ayre producidas por el cuerpo sonoro, y comunicadas á nuestro oido. Quería pues Mairan que las partículas del ayre fuesen de diversa elasticidad, y que al mover la cuerda tocada todas las partículas de ayre que la circuyen, solo siguiese la vibración en las que fuesen análogas á las vibraciones de aquella, y no de otras cuerdas; del mismo modo que puestos unísonos dos clavicordios inmediatos, si suena una cuerda de uno, se oye en el otro un pequeño eco, pero solo en la cuerda unísona, y no en las otras. Con esta diversa elasticidad de las moléculas aéreas, y con esta analogía de algunas con las vibraciones que exíge un tono, y de otras con las de otro, explica con bastante facilidad muchos fenómenos de la pro-  
pa-

Mairan.

Raman.

D'Alc.

Espin.

pagacion de los sonidos diversos, que en qualquier otro sistema son muy embarazosos y difíciles, y da razones harto probables de varios accidentes de la armonía. Pero sin embargo esta hipótesis de Mairan no ha sido abrazada de muchos físicos: la diversa elasticidad de las moléculas del ayre muy contraria á su equilibrio, y la infinita variedad que se quiere de tales moléculas, poco conforme á la simplicidad de la naturaleza, han parecido de mayor dificultad que quantas puede soltar dicha hipótesis. Eulero no contento con haber resuelto analíticamente el problema de las cuerdas sonoras, quiso tambien tratar físicamente del sonido, y formar un sistema de los principios de la armonía, y una nueva teoría música (a). Su principio es, que los tonos serán mas consonantes, ó agradables al oido, quanto mas facilmente se dexará comprehender de la mente la razon de sus vibraciones sonoras; y forma despues la escala de los grados diversos de suavidad en los diversos tonos,

Y las vibraciones que exige un tono, y de  
 otras que se necesitan para formar el sonido.

(a) *Tentamen. nov. theor. mus. &c.*

y establece todo el sistema de la armonía musical. Muchos inconvenientes en la teórica; y muchos mas en la práctica manifiesta. Eximeno en el sistema músico de Euler (a), á quien remitimos á los lectores que deseen verlos. Mayor crédito se ha adquirido Rameau, excelente músico, y útil escritor de música, no solo en la Francia, sino tambien en las otras naciones; afortunado por haber tenido por ilustrador y reformador de su doctrina no menos que á un d' Alembert (b). Y es digno de admiracion que los mas célebres géometras de Europa, mientras disputaban sobre los áridos cálculos de la parte mecánica del sonido, se ocupasen tambien casi á un mismo tiempo en las deleýtables amenidades de la armónica; mas prudente, en mi concepto, d' Alembert por haberse sujetado al sistema de un músico, sin empeñarse en hacer de nuevo uno suyo; y por haber desechado los difíciles cálculos, sin hacinar, como él

Rameau.

D' Alembert.

---

(a) *Orig. della Musica* lib. I, c. III.

(b) *Elem. de Musique.*

dice, cifras sobre cifras en su escrito. Del fenómeno observado ya por Sauveur, que al tocar una cuerda se oye además del sonido propio de esta la duodécima y la décima séptima mayor de aquel tono, sacan Rameau y d' Alembert los principales puntos de la melodía y de la armonía, y muchas útiles doctrinas sobre todas las partes de la música. El descubrimiento del tercer sonido, esto es, que quando con dos instrumentos semejantes se forman dos sonidos diversos, se oye otro diferente de ambos á dos, ha dado mas nombre á Tartini, aunque algunos se lo han disputado (a), que su obscurísimo *Tratado de la armonía*, que fundó sobre este descubrimiento, y que vanamente intenta apoyar con razones aritméticas y geométricas. Después de tan ilustres músicos, después de tan célebres filósofos y tan sutiles matemáticos, compareció Eximeno muy versado en la matemática y en la música para conocer íntimamente la naturaleza de la una y de la otra, y muy sincero filóso-

---

(a) D' Alembert *Elem. de Musique, Dis. prélim.*

sofo para decir libremente su opinion sin respeto á otros escritores, y quitar á la matemática todo influxo sobre la música. Expone él, y refuta los sistemas músicos de los matemáticos y de los músicos que le habian precedido, y quiere fundar su sistema, no sobre cifras y figuras, ni sobre racionios matemáticos, sino solo sobre la observacion de la naturaleza. Los tonos de la música no son para él mas que los acentos del habla; y siete son solamente los tonos de las voces y de las cuerdas armónicas, porque por mas que sean las personas, á quienes se haga entonar la voz que les sea mas fácil y natural, no se oirán otras que las de los siete tonos; y así es perfecta la armonía de tercera, quinta y octava, y son consonantes los intervalos que se encuentran entre aquellas cuerdas, porque este es el temple dictado por la naturaleza, y el que sin reglas de música harán muchas personas que quieran formar naturalmente un concierto. De estas simplicísimas observaciones saca las reglas de la música, y hace volver á entrar este arte en la verdadera filosofía. Rousset, Martini, Sacchi y algunos otros

*Tom. VII.* Sss han

han escrito ó escriben todavía de la música; pero nosotros no podemos seguir todos los pasos de esta ciencia, y tal vez hemos hablado de ella mas de lo que correspondia á nuestro instituto. La música mas ha de ser mirada como arte deleytable, que como ciencia matemática; la acústica, que debe comprehender toda la doctrina del sonido, puede aun considerarse como naciente, y apenas tocada en pocos de sus puntos: empleen en ella sus estudios los geómetras y los físicos, que con experiencias y con cálculos, descubrirán muchas útiles verdades, que son ahora desconocidas, y nos formarán una verdadera ciencia de la acústica, como la tenemos de la óptica que pasaremos á examinar.

## INDICE

## ALFABETICO

## DE LAS COSAS MAS NOTABLES

que contiene este tomo.

## A

*Abaco* pitagórico pag. 71.

*Adler* 89, 96.

*Alembert*: álgebra 190, 204: geometría 304: mecánica 359, 371: hidrostática 404, 410: acústica 440, 493, 503.

*Alfonso* rey de Castilla: música 471, 474.

*Algebra* inventada por Diofante 136: descubrimiento de los signos algebraicos 161: cálculo infinitesimal 180.

*Alkîndi* 79, 98.

*Allejo* 199, 425.

*Amontons* 361.

*Anaximandro* 37.

*Apolonio* 8, 242.

*Arabes* 24, 43: aritmética 86: álgebra 140: geometría 248: mecánica 319: hidrostática 382: náutica 417: música 462.

*Archîmedes*: aritmética 80: geometría 238: mecánica 314: hidrostática 380.

*Aristeo* 229.

*Aristóteles*: música 458.

*Aristóxeno* 447.

*Aritmética* 66: arábica 72, 86: cuadrados mágicos 102: logaritmos 114: mecánica 118: te-

tractyca, y dyádica 124.

Arrios 162, 164.

Atlantides 31.

## B

*Bachet de Meciriac*: cuadrados mágicos 103: álgebra de Diofante 167.

*Bacon Rugero*. 55.

*Baylli*, prefacion VII, 31.

*Barometro* 387.

*Barrow* 176, 292.

*Barza*, calculador 87.

*Beaune* 175.

*Beda* 23, 51: aritmética digital 77, 86: aritmética 86, 93: música 466.

*Bernoulli* 64, 132: álgebra 176, 184, 188, 192, 196, 202: geometría 298: mecánica 354, 362: hidrostática 398: náutica 426, 429: acústica 486.

*Boeio* 23, 51: abaco pitagórico, y cifras numéricas 71, 92: geometría 248: música 461.

*Bombelli* 156.

*Borelli* 329.

*Boscovich*: álgebra 209: geometría 307.

*Bossut* 213, 409.

*Bouguer*: náutica 434.

*Brounker* 127, 176, 291.

## C

*Caldeos* 35.

*Cardano* 113, 140, 149, 151.

*Carli* 22, impugna á Bailly 32.

*Cartesio*: álgebra 160, 170: geometría 278: mecánica 330: música 484.

*Cassini*: hidrostática 391.

*Cas-*

- Castelli** 386.  
**Cavalieri** 266.  
**Cesar** 151, 48, 49.  
**Cicero** 20.  
**Cifras** numerales llamadas arábicas, no conocidas por los pitagóricos 71 : introducidas por los árabes 88.  
**Clairaut** : álgebra 203 : mecánica 371 : hidrostática 403.  
**Condorcet** 213, 409.  
**Cousin** 213.  
**Cubo**, su duplicación 224.
- D**
- Diofante** : aritmética 83 : álgebra 135.
- E**
- Eratóstenes** : aritmética 81 : geometría 237.  
**Erman** 362.  
**Euclides** : aritmética 80 : geometría 233, música 453.  
**Eulero** : aritmética 133 : álgebra 196, 205 : geometría 363 : náutica 424, 435 : música 487, 494, 502.  
**Eximeno** 439, 477, 504.
- F**
- Fermat** : aritmética 120 : álgebra 167 : geometría 280.  
**Ferrari** 155.  
**Ferro** (Scipion del) 149.
- Fon-

*Fontana* (Gregorio): álgebra 214

*Francon* 468.

*Frenicle*: aritmética 104, 121; álgebra 169.

*Frisio* 209, 375, 409.

**G** Galileo: geometría 259; mecánica 322; reloj oscilatorio 336; hidrostática 383; náutica 421; música 480.

*Gerardo* 58.

*Gerberto* 23, 51, 55; cifras numéricas 92; aritmética 108.

*Grange* (la): aritmética 133; álgebra 210; geometría 308; mecánica 375; hidrostática 407; acústica 497.

*Gregori*: álgebra 196; geometría 292.

*Gregorio* de San Vicente 284.

*Griegos* 8; verdaderos padres de las matemáticas 36; traducidos 61.

*Guglielmini* 391.

*Guido* Arefino 466.

*Guido* Ubaldo 321.

*Guldin* 264.

**H**

*Hipaso* 443.

*Hipocrates* chio 222, 224.

*Hire* (la): aritmética 105, 105, 131.

*Hoste* 431.

*Huigens*: aritmética 129; geometría 287; mecánica 334; reloj oscilatorio 336; náutica 429.

## J

Juan (Don Jorge) 355, 377, 406, 436.

## K

Keplero 262.

## L

Lecchi 409.

Leibnitz : aritmética 124 : álgebra 178 : geometría 297 : mecánica 355.

Leonardo de Pisa 59, 88, 100 : aritmética 109 : álgebra 140, 146.

Logaritmos 114.

Lorgna 214, 375, 409.

Lucas Pacioli : aritmética 112 : álgebra 142, 148.

Lugares geométricos 228.

## M

Maclaurin 190, 364, 400, 433.

Mairan : música 501.

Mariotte : hidrostática 389.

Menecmo 226.

Mercator 176, 195, 291.

Moamad : aritmético 87 : álgebra 140, 143.

Moscopula 102.

Muris (Juan de) 468.

Muschembroek 426.

Música : su origen 340 : griega 441 : de los árabes 462 : de la iglesia 464 : su introducción en la poesía vulgar 470 : sus escuelas 473 : su restablecimiento 475.

**Neper**: logaritmos 114.

**Newton**: aritmética 128: álgebra 177: geometría 293: mecánica 345: hidrostática 394: acústica 485.

**Nicomaco**: aritmética 82: música 441, 455.

**Núñez**, ó **Nonio**: álgebra 157: geometría 457: náutica 426.

**Gerardo** 58.

**Gerardo** 58.

**Gerardo** 58.

**Pablo de Dagomari**: aritmética III: 146.

**Pappo**: aritmética 84: geometría 230, 232, 245: mecánica 319.

**Pardies** 427.

**Pascal**: aritmética 120: hidrostática 389.

**Pitágoras**: aritmética 68: geometría 220: música 441.

**Place** 213.

**Platon** 78, 225, 229.

**Purbach** 254.

**Quadratura del círculo** 222, 285.

**Rameau** 503.

**Ramos** (Bartolomé) 474.

**Regiomontano** 25, 110, 147, 255.

**Renau** 428.

**Ricatti** 209, 358, 375, 500.

**Riccioli** 328.

Ro-

*Roberval* 271, 330.

*Rolle* 186, 200.

*Romanos* 13, 48.

W

S

*Sacrobosco* 56, 110.

*Salinas* 479.

*Sauveur* 129, 489.

*Secciones cónicas* 226.

*Stevin* 321.

T

*Tailor* 196, 199, 302, 492.

*Tales* 36, 218.

*Tartaglia* 113; 150, 258, 220.

*Tartini*. 504.

*Thabit*: aritmética 87: álgebra 143: geometría 251:  
náutica 417.

*Tolomeo*: música 448.

*Torricelli* 270: mecánica 328: hidrostática 386.

*Triseccion del ángulo* 231.

*Tschirnausen* 301.

V

*Valerio* (Lucas): geometría 259: mecánica 321.

*Varignon* 354, 361.

*Victoria* 469.

*Vieta* 114: álgebra 159: geometría 258.

*Viviani* 229, 278, 329.

## W

*Wallis* : aritmética 127 : álgebra 176 , 195 : geometría 290 : mecánica 333.

## X

*Ximenez* 147 , 375 , 409.

## Z

*Zarlino* 478.

## V

## ERRATAS DE ESTE TOMO.

<i>Página.</i>	<i>Línea.</i>	<i>Dice.</i>	<i>Lease.</i>
8	25	Apolinos	<i>Apolonios</i>
16	25	explicaciones	<i>especulaciones</i>
34	7	literatura	<i>literaria</i>
39	<del>1</del>	componia	<i>componian</i>
77	<del>9</del>	<del>multiplicados</del>	<i>multiplicados</i>
119	24	1370	1730
126	9	que fué	<i>fue que</i>
129	2	habian	<i>habia</i>
191	7	hacen	<i>hace</i>
207	16	particulares	<i>parciales</i>
218	3	estudiosos	<i>estudios</i>
221	25, 26	contracto	<i>contacto</i>
260	7	eoremas	<i>teoremas</i>
287	21	antigüedad	<i>antigua</i>
324	16	el diámetro	<i>al diámetro</i>
370	19	las mecánicas	<i>la mecánica</i>
475	5	entendido	<i>entendido,</i>

## N O T A.

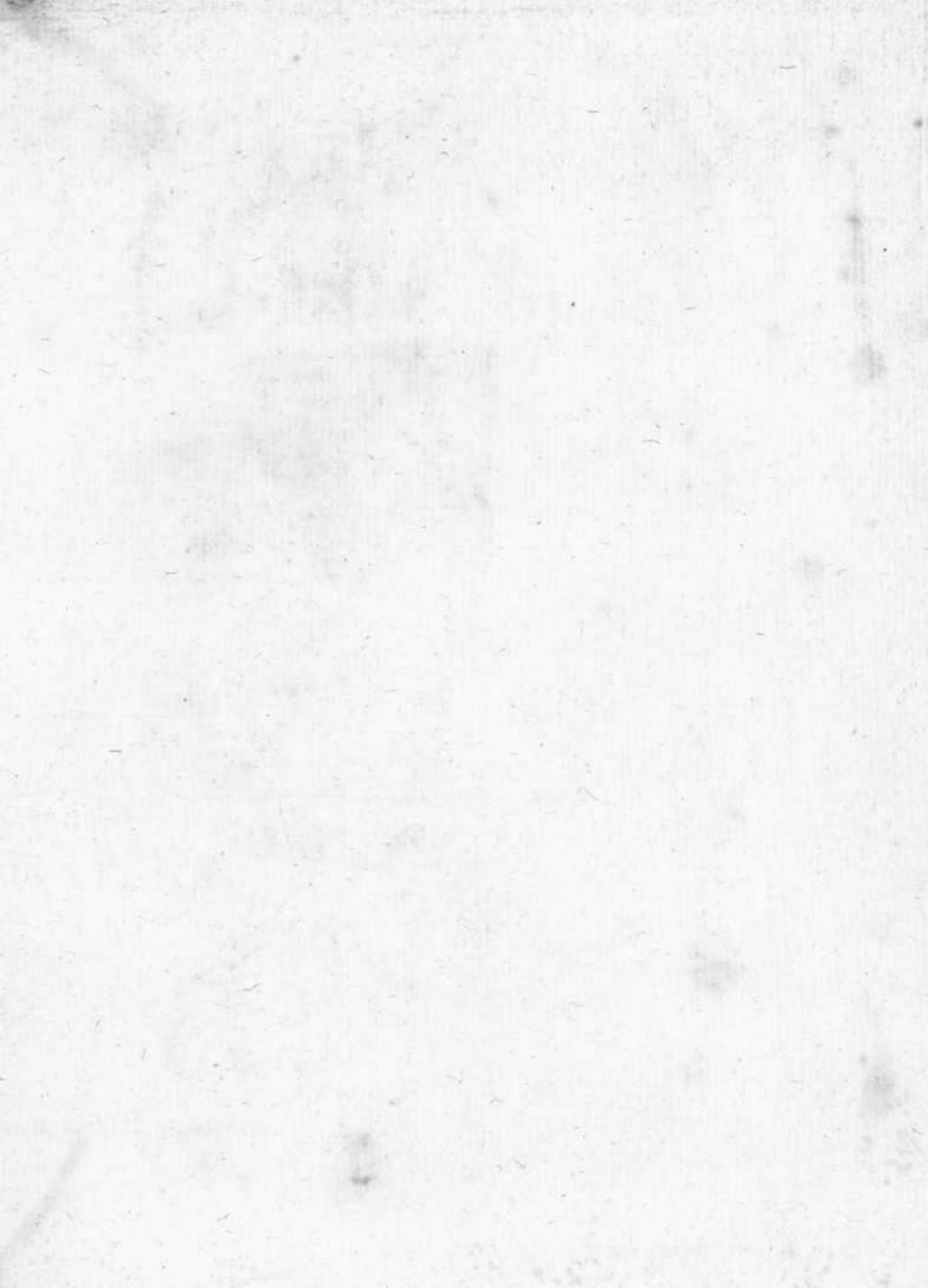
En el tomo VI, pag. 627, lin. 15, donde dice : *de los*, lease *por los*.

ERRATAS DE ESTE TOMO.

Linea	Linea	Linea	Linea
477	2	entendido	entendido
370	19	las mecánicas	las mecánicas
364	16	el diámetro	el diámetro
387	21	antiguas	antiguas
360	7	coronas	coronas
211	22, 20	contacto	contacto
218	3	estudiosos	estudiosos
207	16	particulares	particulares
191	7	hacen	hacen
129	2	habian	habian
129	9	que fue	que fue
110	24	1730	1730
77	9	mutuados	mutuados
39	4	compañia	compañia
34	7	literaria	literaria
16	23	explicaciones	explicaciones
8	22	Apologos	Apologos

NOTA

En el tomo VI, pag. 627, lin. 12, donde dice: se le lee por los





MARQUES DE SAN JUAN DE PIEDRAS ALBAS

BIBLIOTECA

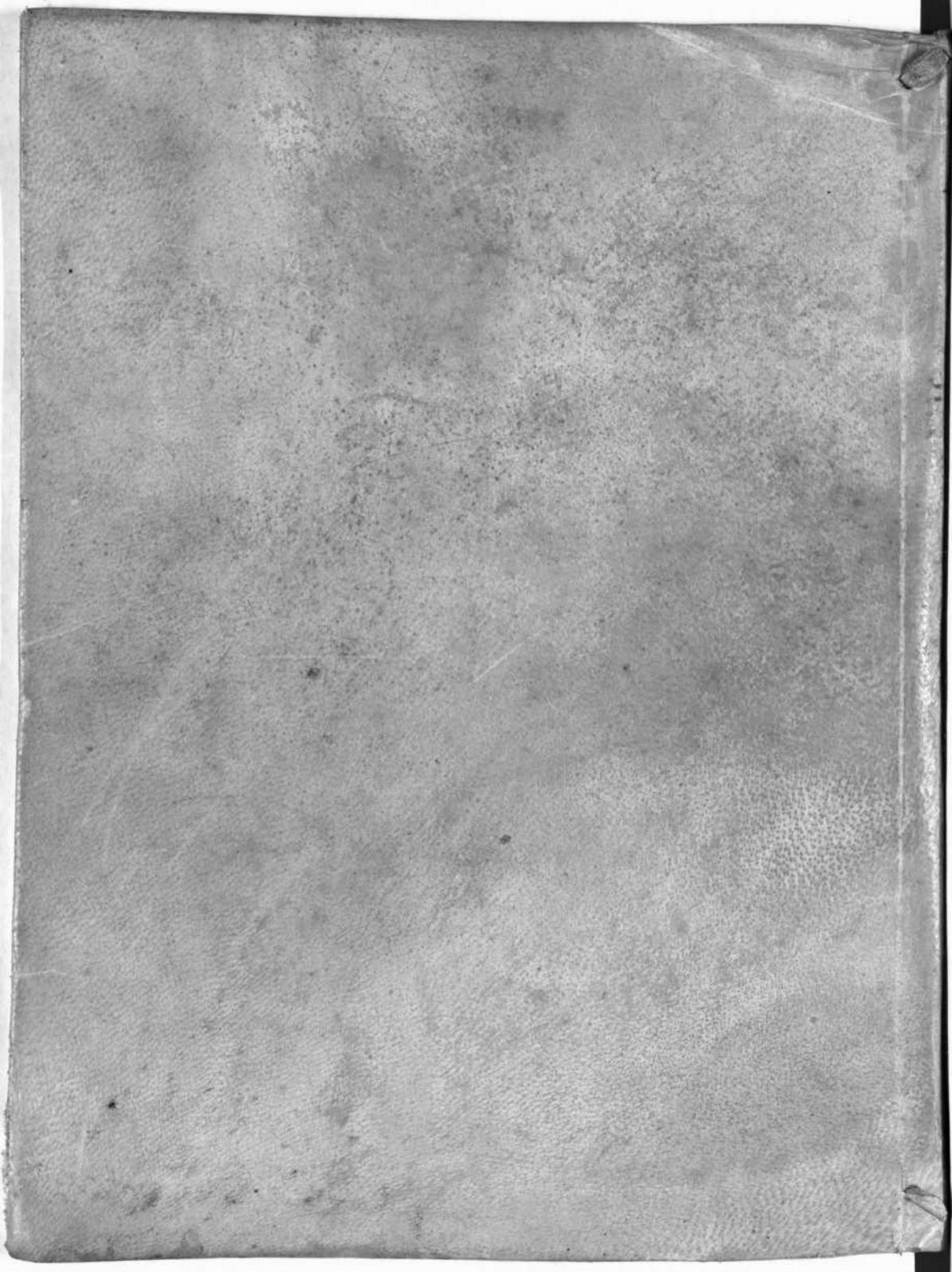
Pesetas.

Número .. 565 | Precio de la obra.....

Estante... 83 | Precio de adquisición .....

Tabla .... 7 | Valoración actual.....

Número de tomos..



---

---

ANDRES

Origen

de Literat.

7

565