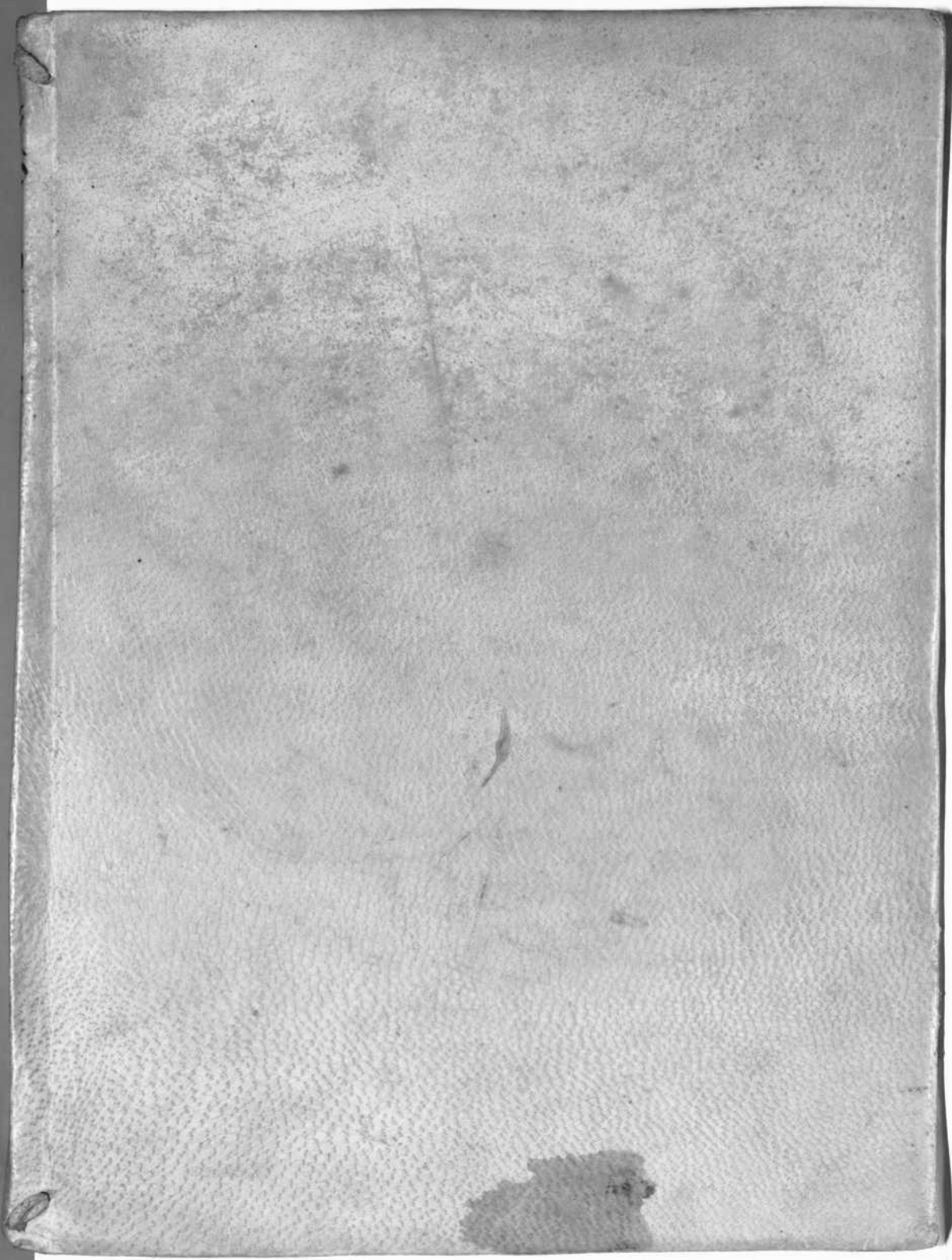






ORIGINAL

PROGRESS

LABOR

THE NEW YORK



ORIGEN,
PROGRESOS
Y ESTADO ACTUAL
DE TODA LA LITERATURA
OPERA ESCRITA EN ITALIANO
ORIGEN,
PROGRESOS
Y ESTADO ACTUAL
DE TODA LA LITERATURA.

TOMO VI

EN MADRID

AÑO DE 1800. NOV.

EN LA IMPRENTA DE SANCHA.

Se hallará en su tienda en la Adelsplatz.

Con las Licencias necesarias.

ORIGEN,

PROGRESOS

Y ESTADO ACTUAL

DE TODA LA LITERATURA.

O R I G E N,
PROGRESOS
Y ESTADO ACTUAL
DE TODA LA LITERATURA.

OBRA ESCRITA EN ITALIANO

POR EL ABATE

D. JUAN ANDRES,

individuo de las Reales Academias Florentina, y de las Ciencias y buenas Letras de Mantua:

Y TRADUCIDA AL CASTELLANO

POR

D. CARLOS ANDRES,

individuo de las Reales Academias Florentina, y del Derecho Español y Público Matritense.

T O M O VII.

EN MADRID

AÑO DE M. DCC. XCV.

EN LA IMPRENTA DE SANCHA.

Se hallará en su libreria en la *Aduana Vieja.*

Con las Licencias necesarias.

O R I G E N ,

PROGRESOS

Y ESTADO ACTUAL

DE TODA LA LITERATURA.

OBRA ESCRITA EN ITALIANO

POR EL ABATE

D. JUAN ANDRÉS.

Indicados de las Reales Academias Florentina y de las Ciencias y Letras de Mantua.

Y TRADUCIDA AL CASTELLANO

POR

D. CARLOS ANDRÉS.

Indicados de las Reales Academias de Ciencias y del Doctorado Español y Pontificio de Mantua.

T O M O VII.

EN MADRID

AÑO DE M. DCC. XCV.

EN LA IMPRENTA DE SANCHA.

Se hallará en su librería en la Alameda Vieja.

Con las Librerías correspondientes.

PREFACION.

Que no deberá esperar un docto y prudente lector al verse llevado á contemplar el quadro, que representa el *Origen, los progresos y el estado actual de las ciencias naturales?* Una obra que contiene el tesoro de las verdades descubiertas por los hombres con el estudio de tantos siglos; una obra que da razon al genero humano de las gloriosas fatigas de sus mas nobles individuos destinados por la naturaleza para cultivar las ciencias; una obra que pone á la vista el poder del espíritu humano; y manifiesta los ingeniosos recursos, que ha sabido encontrar en sus urgencias, y los felices sucesos que en ellas ha obtenido; la historia en suma del *Origen, de los progresos y del estado actual de las ciencias naturales* debe por muchos respetos excitar vivamente la

uni-

universal curiosidad. Se desea ver la continuada derivacion , y la genealogía , por decirlo así , de los descubrimientos científicos, y conocer los vínculos de mutua dependencia , con que están ligados entre sí ; se siente complacencia en desenvolver la sucesion de las ideas, y desde las baxas y reducidas de los primeros tiempos venir paso á paso á las grandiosas y sublimes de los filósofos de nuestros dias ; causa gusto el contemplar juntas , y de un golpe todas las ciencias , que comunmente no se ven mas que separadas y divididas ; los jóvenes estudiosos se inflaman del amor á las ciencias al verlas producir tan bellas y tan inesperadas verdades ; el ánimo de los hombres grandes se llena de una secreta y suavísima complacencia al observar los penosos esfuerzos, que han sido precisos para adquirir los conocimientos , que ellos miran ahora como muy fáciles y llanos , y poco acreedores á su atencion, y al

con-

contemplar la infinita superioridad á que han sabido elevar los suyos propios ; se esparcen y se difunden por toda clase de lectores las luces , que los ingenios mas sublimes no han podido adquirir sino á costa de grandes trabajos y fatigas ; y discípulos y maestros , doctos é ignorantes , todos pueden gozar de ellas , todos pueden sacar ó placer , ó instruccion , ó consuelo ó aliento. ¿Que bellas imágenes , que nobles rasgos , que vivos colores no presentan errores combatidos y destruidos , verdades desenterradas , y puestas á buena luz , descubrimientos contrastados , y que quedan al fin victoriosos y triunfantes , hombres grandes combatiendo con la naturaleza para arrebatarle algun secreto , hora vencedores , hora vencidos , y tantos otros grandiosos objetos que presenta este argumento ? ¿ Pero podré yo lisonjearme de satisfacer con mis fatigas tantos deseos de los curiosos lectores ? Quanto mas co-

noz-

nozcó lo vasto, vario, y grande de los objetos que se comprehenden en esta historia, tanto mas motivo tengo para temer que lejos de obtener la aprobacion de los estudiosos y de los doctos, que corresponde á una obra de esta clase, pueda solo merecer el desprecio de unos y otros. Las vicisitudes y los progresos de una ciencia sola bastan para ocupar todo el estudio de un docto filósofo, que quiera describirla dignamente; solo la historia de la física experimental le parece á Priestley una obra inmensa, y superior á las fuerzas de qualquier hombre por mas erudito que sea (a). ¡Que confusion para mi temeridad, que con mis débiles talentos, con las angustias del tiempo, que debo dividir en tantas otras materias, y con lo reducido de las páginas, que requiere la naturaleza de esta obra, me atrevo á ofrecer la historia no solo de la física

(a) *Hist. de l' electr. Préface.*

sica experimental , ó de una ciencia sola , sino de todas las ciencias naturales juntas ! Sé , que para tratar bien la historia de una ciencia es preciso volverla y revolverla parte por parte , penetrar íntimamente todos sus puntos , repetir muchas veces el examen de cada uno de ellos , ver todas sus relaciones , conocerla plenamente en toda su extension , y estar bien enterado de todas las adherencias que pueda tener , empaparse de sus máximas , de sus reflexiones y de sus miras , estar poseído de la dignidad y extension de sus luces , y de sus verdades , no pensar , no hablar , no respirar , no vivir sino solo para aquella ciencia que se quiere representar. Y yo que por lo tardo de mi ingenio no puedo elevarme á comprender con libertad y seguridad las sutiles teorías , y los sublimes descubrimientos de los genios inventores , ni por lo reducido del tiempo puedo manejar cómodamente todos los puntos,

tos, y hacermé dueño de ellos, sino que habiendo apenas entrado con dificultad en los umbrales de una ciencia debo luego abandonarla para pasar á otra; y dividido en tantas materias no puedo dedicarme libremente á alguna; y deben serme todas extrangeras, ¿podré acaso lisonjearme de tratar con algun decoro y dignidad el origen, los progresos y el estado actual de todas las ciencias naturales?

A mi falta de inteligencia y capacidad se agregan las dificultades de la execucion por lo reducido de los volúmenes destinados á este argumento, y por la variedad de los lectores, cuya aprobacion se desea obtener. ¿Como es posible en tan pocas paginas abrazar tantas materias? ¿cómo ponerlas á tal qual buena luz, y adornarlas con la correspondiente eloquencia? La quadratura del círculo ha dado al docto y sabio Montucla abundante materia para un tomo

de historia; dos ó tres historias diversas tenemos de la cicloyde; muchos volumenes nos ha dado Priestley de la historia de sola la electricidad; ¿como pues podremos nosotros en poquísimas líneas tratar todas estas materias? ¿Quantos tomos no llenan la historia de la medicina de le Clerc, y la de la anatomía de Portal? ¿Quantos no ocupará la de la cirugía de Perilhe si llega á ser conducida á su término? La historia de la jurisprudencia romana forma en manos de Terrasson un tomo en folio. Dos gruesos tomos ha dado Montucla de la historia de las matemáticas, sin llegar á tocar este siglo, que podria darle materia para otros dos. Quatro, ó por mejor decir cinco, ha empleado Bailly para presentar la historia de la astronomía. ¿Como pues nosotros podremos comprehender en solos dos tomos no solo todas estas, sino tantas otras ciencias, que todavia no han sido expuestas historicamente por

otros escritores? Por escasa que sea mi erudicion , hubiera podido decir no pocas veces acá y acullá cosas nuevas , ó desconocidas , ó mal entendidas , ó no bien explicadas por los autores que han tratado tales materias; pero como hemos de llenar las páginas de discusiones , citas y discursos quando se necesitan para tantas otras cosas , conocidas , sí , pero necesarias é indispensables para el complemento de toda la obra? Los hombres grandes , los brillantes descubrimientos inflaman la fantasia del escritor , y lo llevan á contemplar las relaciones , á entregarse á las reflexiones , á extenderse en los elogios , y á manifestar la impresion que hace en su ánimo la vista de ingenios tan grandes y de tan nobles verdades. Pero nosotros debemos sufocar todo movimiento del ánimo , abstenernos de toda reflexion , explicacion é ilustracion , tocarlo todo solo de paso , y sujetarnos á una fria é insipida narra-

racion. ¡Quanto mas fácil no nos hubiera sido , y menos fastidioso y molesto el dexar correr libremente la pluma , y poner en el papel quanto para mayor ilustracion y mayor ornamento de las materias nos presentaba la lectura , la meditacion y la fantasia , y llenar muchos y gruesos tomos sobre cada una de estas ciencias , que no haber de contar continuamente las líneas , medir las palabras , cortar las expresiones y trabajar mucho mas para reducir á pocas páginas , y hacer breve y obscuro , seco é informe, lo que en mayor extension tal vez hubiera salido espontaneamente con mayor felicidad ! La diversa disposicion de los lectores aumenta la dificultad en la execucion de esta obra. Los doctos y peritos en la ciencia de que se trata , no necesitan particularidades é individuaciones , y por ello muchos no quieren mas que ideas generales , y pocos hechos , pero presentados de modo

do que abracen la historia de las ciencias y de los siglos ; sin embargo algunos desean encontrar todo aquello que saben , y se complacen de ver que se hace mencion de todos los conocimientos que á ellos les han costado algun trabajo de lectura y meditacion. Los jóvenes estudiosos, y los lectores menos instruidos necesitan una instruccion mas individual; y por ello deseáran algunos encontrar los hechos explicados y extensos, ver interpuestas las ideas, y seguir paso á paso los progresos que ha hecho la ciencia ; pero á otros al contrario, por lo mismo que entienden poco aquellas materias, les cansan las particularidades é individuaciones , y se contentan con ideas generales y rasgos importantes, que conserven viva y atenta la curiosidad, sin molestarse en individuadas exposiciones. Nosotros hemos procurado guardar un prudente medio , no usar solo insinuaciones y generalidades, ni hacer tam-

co muy freqüentes, y muy extensas explicaciones, desenvolver algunos descubrimientos, y exponer algunas verdades, otras solo nombrarlas, y dexarlas para la inteligencia y erudicion de los lectores, y procurar á los menos doctos alguna instruccion, y á los doctos algun placer. Pero conociendo la dificultad de la empresa, y nuestra debilidad, tememos con razon al contrario causar enfado á los doctos, dexar sin instruccion á los estudiosos, y merecer la desaprobacion de todos.

¿Por que pues no abandonar, segun el consejo de Horacio, una empresa que no puede executarse con el debido esplendor, y no ir en busca del desprecio y de las reprehensiones? Yo me acojo á la indulgencia y discrecion de los lectores. Una obra de esta naturaleza faltaba aun á las ciencias; y era ciertamente útil, y aun tal vez necesaria para su mejor cultura. Si yo he tenido la audacia de

em-

emprenderla , si empleo todas mis fuerzas , quales sean , y no perdono trabajo ni fatiga para salir con alguna felicidad , ¿no podré esperar la indulgencia de los sabios por mis buenos deseos y diligencia , antes que sus reprehensiones por el incauto atrevimiento , ó por la inocente temeridad? Si despues , á pesar de todo el estudio, y de todos los esfuerzos , no salgo con la felicidad que deseo ; si alguna vez padezco equivocacion en la inteligencia de algunos autores ; si carezco de la correspondiente exáctitud y claridad en la explicacion de los descubrimientos , y de las teorías ; si incurro en otros defectos , que hubiera debido , y aun tal vez hubiera podido evitar , me lisonjeo que no culparán mi apuro , ni me pondrán esta tacha, sino que atribuirán á lo grande y difícil de la empresa los defectos de la execucion , y que de todos modos mas querrán una obra tal con algunos defectos , que no tenerla de

-mo
mo-

modo alguno : á mi me basta poder presentar una obra , que no sea enteramente inútil á los lectores, donde los estudiosos encuentren algo que aprender , y no tengan los doctos mucho que reprobar. Lo vasto de la materia no ha permitido comprenderla en un tomo: hemos tenido que extenderla á dos, y queda aun sobrado reducida. Las matemáticas, y aquellas partes que comunmente se entienden con el nombre de física , se comprehenden en este primero , y se reservan para el otro la química , la botánica , la medicina , y todas las otras ciencias naturales. Se incluyen en estas la lógica , la jurisprudencia y otras , las quales aunque mas justamente puedan llamarse intelectuales y morales , las llamamos aquí naturales para distinguirlas de las eclesiásticas ó divinas, que darán materia para el último tomo , y las unimos á aquellas atendiendo mas á una cómoda distribucion de las materias en es-

ta obra, que á una rigurosa exáctitud en la division de las ciencias. El deseo de los lectores, y nuestro cuidado debe ser de tratar exácta y perfectamente todas las ciencias baxo qualquier órden que se dispongan: las presentamos á los lectores del mejor modo que hemos sabido hacerlo, y convidamos al zelo y al saber de los doctos á recibir esta como un simple bosquejo, y á que nos den ellos una obra completa y perfecta qual la requiere la dignidad de la materia, y qual no puede esperarse de la debilidad de nuestras fuerzas.

xv

INDICE

DE LOS CAPITULOS

DE ESTE TOMO.

Origen, progresos y estado actual de las ciencias naturales. Pag. 1

Mérito de la historia de las ciencias naturales. *Ibid.*

De las naciones antiguas. 4

De los griegos. 8

De los romanos. 13

De los tiempos baxos. 23

De los árabes. 24

De los modernos. 25

LIBRO PRIMERO.

De las Matemáticas.

CAPITULO I.

De las Matemáticas en general. 29

Præminencia de las matemáticas. *Ibid.*

Matemáticas de los antediluvianos.

De los modernos. 30

c 2 De

De los atlántides.	31
De los indios.	32
De los chinos.	34
De los caldeos.	35
Verdadero principio de las matemáticas.	36
Tales.	37
Los pitagóricos.	38
Adelantamiento de las matemáticas griegas.	41
Matemática de los árabes.	43
De los europeos.	44
De los griegos de los tiempos baxos.	45
De los romanos.	48
De los latinos de los tiempos baxos.	50
Boecio.	51
San Gregorio falsamente creído perseguidor de los matemáticos.	52
Beda.	53
Influxo de los árabes en las matemáticas de los europeos.	55
De los españoles.	<i>Ibid.</i>
De los ingleses.	<i>Ibid.</i>
De los alemanes.	56
De	

De los italianos.	38
Campano de Novara.	39
Leonardo de Pisa.	<i>Ibid.</i>
Restablecimiento de las matemáticas.	61
Adelantamiento de las matemáticas modernas.	62
C A P I T U L O II.	
<i>De la Aritmética.</i>	66
Origen de la aritmética.	<i>Ibid.</i>
Aritmética de Pitágoras.	68
<i>Tetractys</i> pitagórica.	69
Abaco pitagórico.	71
Cifras numerales no conocidas de los pitagóricos.	72
Griegos aritméticos.	78
Euclides.	80
Archímedes.	<i>Ibid.</i>
Nicomaco.	82
Diofante.	83
Aritmética de los árabes.	86
Cifras numéricas venidas á nosotros por los árabes.	88
Epoca de la introduccion de estas cifras entre los árabes.	96

XVIII

8	Propagacion de las cifras arábigas.	99
9	Griegos modernos escritores de	
10	Aritmética.	101
11	Quadrados mágicos.	102
12	Aritméticos latinos.	108
13	Gerberto.	<i>Ibid.</i>
14	Leonardo de Pisa.	109
15	Juan Nemorario.	110
16	Juan de Sacrobosco.	<i>Ibid.</i>
17	Pablo del Abaco.	111
18	Lucas Pacioli.	112
19	Otros escritores de aritmética.	113
20	Invencion de los logaritmos.	114
21	Rabdología.	118
22	Pascal.	120
23	Fermat.	<i>Ibid.</i>
24	Frenicle.	121
25	Aritmética quaternaria.	123
26	Aritmética de los infinitos.	<i>Ibid.</i>
27	Wallis.	127
28	Aritmética universal de Newton.	128
29	Usos diversos de la aritmética.	<i>Ibid.</i>
30	En los juegos.	129
31	En la Jurisprudencia.	<i>Ibid.</i>
32	En la política.	<i>Ibid.</i>
33	Aritméticos modernos.	130

CAPITULO III.

Del Algebra.	134
Origen del álgebra.	Ibid.
Diofante inventor del álgebra.	135
Arabes cultivadores del álgebra.	140
Moamad.	143
Thabit ben Corrah.	Ibid.
Otros árabes algebristas.	Ibid.
Europeos cultivadores del álgebra.	145
Leonardo de Pisa.	146
Lucas Pacioli.	148
Scipion.	149
Tartaglia.	150
Cárdano.	151
Caso irreducible de las equacio-	
nes del tercer grado.	153
Luis Ferrari.	155
Bombelli.	156
Otros algebristas del siglo XVI.	159
Vieta.	Ibid.
Descubrimientos diversos sobre	
los signos algebráicos.	161
Arriot.	164
Otros algebristas.	166
Ilustradores del álgebra de Dio-	
fante.	Ibid.

Bachet de Meciriac.	167
Fermat.	<i>Ibid.</i>
Frenicle.	169
Cartesio.	170
Aplicacion del álgebra á la geometría.	172
Wallis.	176
Newton.	177
Leibnitz.	178
Cálculo infinitesimal.	180
Disputas sobre el cálculo infinitesimal.	184
Series infinitas.	194
Cálculo de la probabilidad.	197
Nuevos progresos del álgebra en Inglaterra.	199
En Francia.	200
En Alemania.	201
En Italia.	<i>Ibid.</i>
Nueva revolucion del álgebra.	202
Clairaut.	203
D' Alembert.	204
Eulero.	205
Boscovick.	209
Frisio.	<i>Ibid.</i>
Riccati.	<i>Ibid.</i>
La Grange.	210

La Place.	213
Otros algebristas.	<i>Ibid.</i>

CAPITULO IV.

<i>De la Geometría.</i>	216
Orígen de la geometría.	<i>Ibid.</i>
Principio de la geometría de los griegos.	217
Tales.	218
Pitágoras.	220
Progresos de la geometría.	222
Quadratura del círculo.	<i>Ibid.</i>
Duplicacion del cubo.	224
Secciones cónicas.	226
Lugares geométricos.	228
Análisis geométrica.	229
Triseccion del ángulo.	231
Escuela alexandrina.	233
Euclides.	<i>Ibid.</i>
Eratóstenes.	237
Archîmedes.	238
Apolonio.	242
Geometría de los romanos.	248
Geometría de los árabes.	<i>Ibid.</i>
Geómetras árabes.	249
Hassen.	250
<i>Tom. VII.</i>	Abu-

Abu Giafar.	<i>Ibid.</i>
Thabit ben Corrah.	251
Alkindi.	<i>Ibid.</i>
Otros geómetras árabes.	252
Renacimiento de la geometría.	254
Purbach.	<i>Ibid.</i>
Regiomontano.	255
Algunos modernos geómetras.	256
Clavio.	258
Vieta.	<i>Ibid.</i>
Lucas Valerio.	259
Galileo.	<i>Ibid.</i>
Keplero.	262
Guldin.	264
Cavalieri.	266
Roberval.	271
Cartesio.	278
Fermat.	280
Gregorio de san Vicente.	284
Huigens.	287
Wallis.	290
Barrow.	292
Gregori.	<i>Ibid.</i>
Newton.	293
Los Bernoullis.	298
L' Hopital.	<i>Ibid.</i>
Ventajas de la nueva geometría.	299
Otros	

Otros géómetras.	301
Escuela de Juan Bernoulli.	302
Clairaut.	303
Daniel Bernoulli.	<i>Ibid.</i>
D' Alembert.	304
Eulero.	305
Boscovik.	307
La Grange y otros géómetras.	308

CAPITULO V.

<i>De la Mecánica.</i>	311
Orígen de la mecánica.	<i>Ibid.</i>
Archîmedes.	314
Otros griegos.	315
Pappo.	318
Romanos.	319
Arabes.	<i>Ibid.</i>
Griegos y latinos posteriores.	<i>Ibid.</i>
Guido Ubaldo.	321
Stevin.	<i>Ibid.</i>
Galileo.	322
Baliani , Riccioli , Grimaldi y otros.	328
Torricelli.	<i>Ibid.</i>
Borelli.	329
Franceses mecánicos.	<i>Ibid.</i>

Roberval.	330
Cartesio.	<i>Ibid.</i>
Wallis.	333
Wren.	334
Huigens.	<i>Ibid.</i>
Newton.	345
Otros geómetras ilustradores de la mecánica.	353
Leibnitz.	355
Quèstion de las fuerzas <i>vivas</i> pro- movida por él.	356
Propuesta de problemas mecáni- cos.	360
Varignon.	361
Amontons.	<i>Ibid.</i>
Ermart.	362
Daniel Bernoulli.	<i>Ibid.</i>
Eulero.	363
Franceses mecánicos.	370
Clairaut.	371
D' Alembert.	<i>Ibid.</i>
La Grange.	375

CAPITULO VI.

<i>De la Hidrostática.</i>	380
Orígen de la hidrostática.	<i>Ibid.</i>
Ar-	

Archimedes.	xxv
Otros griegos y latinos.	<i>Ibid.</i>
Arabes.	381
Stevin.	382
Galileo.	<i>Ibid.</i>
Castelli.	383
Torricelli.	386
Los franceses.	<i>Ibid.</i>
Pascal.	388
Mariotte.	389
Otros italianos.	<i>Ibid.</i>
Montanari.	390
Cassini.	391
Guglielmini.	<i>Ibid.</i>
Newton.	<i>Ibid.</i>
Otros geómetras hidrostáticos.	394
Daniel Bernoulli.	397
Maclaurin.	398
Juan Bernoulli.	400
Figura de la tierra determinada por las leyes de la hidrostática.	<i>Ibid.</i>
Clairaut.	402
D' Alembert.	403
Juan.	404
La Grange.	406
Otros hidrostáticos mas prácticos.	407
Lecchi.	<i>Ibid.</i>
	409

Bossut.	<i>Ibid.</i>
Nuevas experiencias hidrostáticas.	<i>Ibid.</i>

CAPITULO VII.

<i>De la Náutica.</i>	414
Orígen de la náutica.	<i>Ibid.</i>
Arabes primeros escritores de náutica.	417
Portugueses primeros promovedores de la náutica.	419
Aplicacion de la trigonometría á la náutica.	<i>Ibid.</i>
Problema de las longitudes.	421
Brújula.	424
Matemáticos ilustradores del manejo de las naves.	427
Pardies.	<i>Ibid.</i>
Renau.	428
Huïngens.	429
Jacobo y Juan Bernoulli.	<i>Ibid.</i>
Hoste.	431
Otros escritores de náutica.	433
Bouguer.	434
Eulero.	435
Juan.	436

CAPITULO VIII.

<i>De la Acústica.</i>	439
La música puesta entre las ciencias matemáticas.	<i>Ibid.</i>
Orígen de la música.	440
Pitágoras.	441
Observacion del sonido atribuido á Pitágoras.	<i>Ibid.</i>
Otras observaciones semejantes.	443
Diversas sectas de los griegos.	445
Pitagórica.	446
Aristoxénica.	447
Tolomayca.	448
Diversidad de tetracordios, y sus escalas.	450
Diversidad de los modos.	451
Escritores de música.	<i>Ibid.</i>
Su mérito.	454
Ciencia acústica de los griegos.	457
Mérito de su música.	459
Efectos de la música griega.	461
Música de los romanos.	<i>Ibid.</i>
De los árabes.	462
Música de la iglesia.	464
Guido Aretino.	466

Francon y Juan de Muris.	468
Felipe de Vitri.	469
Introducción de la música en la poesía vulgar.	470
Escuelas públicas de música.	473
Restablecimiento de la música.	475
Escritores de música.	477
Zarlino.	478
Salinas.	479
Galileo.	480
Cartesio.	484
Newton.	485
Juan Bernoulli.	486
Sauveur.	489
Tailor.	492
D' Alembert.	493
Eulero.	494
Daniel Bernoulli.	495
La Grange.	497
Jordan Riccati.	500
Mairan.	501
Eulero.	502
Rameau.	503
D' Alembert.	<i>Ibid.</i>
Tartini.	504
Eximeno.	<i>Ibid.</i>

ORIGEN,
PROGRESOS
Y ESTADO ACTUAL
DE LAS CIENCIAS NATURALES.

No hay monumento mas claro de la sublimidad , y estoy por decir divinidad del espíritu humano , que el quadro y la historia de las ciencias naturales. Colocado el hombre en este vasto teatro de la naturaleza , abandonado á lo grosero de la materia , yaceria ocioso é inerte , ocupado únicamente en satisfacer sus materiales necesidades , deslumbrado de las falsas representaciones de los sentidos , sin cuidarse de extender mas allá su curiosa vista. El espíritu activo y vivaz levantando los ojos al rededor de esta gran máquina del universo , no satisfaciéndose con las imágenes que le presentan los falaces sentidos , rompiendo el velo con que oculta la naturaleza sus operaciones , entra en el sutil y atento exámen de los mas secretos

Merito de
la historia
de las ciencias natu-
rales.

y recónditos fenómenos, y se atreve á penetrar en los mas arcanos misterios de la naturaleza. Pequeños resplandores vistos en el ayre en una noche obscura, tácitos movimientos no perceptibles mas que á fuerza de repetidas observaciones, lo elevan á formar infinitos mundos, y á establecer las leyes que gobiernan toda la máquina del universo. En vano la naturaleza esconde en los cuerpos fluidos desconocidos, porque su penetracion se los hace descubrir, y donde menos se pensaba sabe encontrar segura guia para dirigirse en las difíciles navegaciones, medios oportunos para defenderse de los meteoros, y correspondientes auxilios para elevarse á caminar por el ayre. Las subterráneas minas, los invisibles insectos, los brutos feroces, los páxaros, los peces, las conchas, las plantas, las piedras, todos los seres de la naturaleza, tanto pequeños como grandes, todos se rinden á sus sagaces miradas, y se sujetan á sus científicas contemplaciones. El espíritu mismo, aunque indivisible é inmaterial, sufre una rigurosa anatomía, y se hace á sí mismo objeto de finísimas especulaciones. El mis-

mo Dios , aunque á él tan superior , se le da tambien á conocer , y se dexa , por decirlo así , manejar en sus meditaciones filosóficas : toda la naturaleza creada con su mismo criador está sujeta á la contemplacion del espíritu humano , y dividida en varias clases forma las diversas clases de las ciencias naturales , y da un glorioso testimonio de la sublimidad y penetracion del espíritu humano , que ha sabido sujetarla á sus sutiles teorías. Ahora pues , ¿ que agradable espectáculo no deberá presentar la historia de estas ciencias ? Ver , por decirlo así , elevarse á nuestra vista de pequeños fundamentos el vasto edificio de todas las ciencias ; ver á algunas nacer y crecer en poco tiempo , otras apenas nacidas caer en olvido , sin volver á ponerse en pie hasta despues de muchos siglos ; leves principios producir rápidamente grandiosos descubrimientos ; fecundas y nobles verdades quedar por muchos años estériles y ociosas. Observar por otra parte las naciones asiáticas conservando por tantos siglos las semillas de las ciencias , y produciendo tan pocos frutos : los griegos al contrario agitados de un espíritu de cu-

rioidad correr á las naciones extranjeras para aprender sus ciencias, y traídos apenas muy superficiales conocimientos de ellas, con las fatigas de su propio ingenio, y con las propias especulaciones formar perfectas ciencias, y hacerse maestros de todo el mundo: y el resto todo del universo, fuera de la Grecia, estarse descuidado y ocioso, sin cuidarse de promover estas ciencias, y ni aun de conservarlas: salir del interior del Asia, del medio de la ignorancia y de la barbarie los árabes, hacer renacer las ciencias griegas, adelantarlas, y transmitir las á los europeos, que por tantos siglos las habian despreciado; y estos despues abrazarlas con tanto ardor, que en pocos años les han acarreado mayor engrandecimiento del que en tantos siglos habian recibido de los árabes, de los griegos, y del mundo todo. Estas vicisitudes y estas variedades debén ofrecer á un filósofo observador un agradable é instructivo espectáculo, y nosotros las bosquejaremos brevemente en los libros de este tomo.

De las naciones antiguas.

Sin dar crédito á las muchas fábulas, que algunos vanos rabinos, y algunos mo-

-001

2 A

der-

dérnos filólogos nos quieren vender de los recónditos conocimientos de química, de historia natural, y de matemática de Adán, y de nuestros primeros padres; sin abrazar por verdaderos los libros de Adán, de Abel y de otros pretendidos escritores antiquísimos; sin reconocer como reales y verdaderas sus escuelas y sus diversas sectas filosóficas, que algunos imprudentes escritores pretenden asegurar, podremos creer que los primeros hombres, dotados de fibras mas vigorosas y robustas que las nuestras, y faltos de tantos pensamientos que distraen nuestra mente de las meditaciones científicas, buscasen su deleyte en la contemplacion de la naturaleza, la tomasen por objeto de sus discursos, y formasen de algun modo varias clases de ciencias. Su larguísima vida debia facilitar el establecimiento de tales ciencias. Los principios hallados por un buen ingenio, podian ser por él mismo sólidamente confirmados con muchos siglos de repetidas experiencias y observaciones, y podian tambien mas fácilmente conservarse sin alteracion, y acrecentarse ventajosamente con los reiterados co-

loquios , y viviendo perpetua é interminablemente juntos los estudiosos que los abrazaban. Si Hipócrates y Archîmedes, si Galileo y Newton hubiesen vivido la larga vida de los antediluvianos , ¿quantomas adelantadas no estarían ahora la medicina , la física , la geometría , la mecánica , la óptica , la astronomía? Y á la verdad los inventos de las artes , que ciertamente suponen muchos conocimientos científicos , algunas expresiones de la Escritura , y los testimonios de Josefo y de otros hebreos , nos podrán dar algún no pequeño fundamento para presentar muy científicos á los hombres de aquella remota edad. Las mismas opiniones de los filósofos y eruditos modernos , que hacen ascender á una remotísima antigüedad la cultura de algunas naciones asiáticas , aumentarían el crédito á las ciencias anteriores al diluvio , cuyas reliquias , aunque alteradas y corrompidas , bastaron para dar nombre de doctos á los indios , á los chinos , á los caldeos , á los egipcios y á los persas. ¿Pero para que sirve desvariar vanamente con simples conjeturas , y fabricarnos con estudiados raciocinios unpuc-

pueblo erudito y científico, de cuyos científicos conocimientos jamas sabremos nada con seguridad, ni podremos proferir fundadamente juicio alguno? Ni aun de las ciencias de las gentes antiguas, que fueron las primeras en procurarse la cultura, tenemos suficientes monumentos para tener una descripcion bastante clara. Hemos hablado en otra parte (a) de las ciencias de aquellos pueblos antiguos con la parsimonia y moderacion, á que nos obliga la incertidumbre, y la falta de monumentos; y ahora la copia de las materias que faltan á tratar no nos permite volver á aquellas, que pocas ó ningunas verdaderas noticias podrian presentarnos de nuevo, y solo nos darian campo para violentas cavilaciones. Unicamente diremos, que los asiáticos, los egipcios, los fenicios, y aquellos pueblos llamados bárbaros por los griegos, poseyeron mucho antes que ellos algunas ciencias; que no solo sus libros, y sus tradiciones, sino que hasta los mismos griegos nos dicen, que quando la Grecia todavía estaba envuelta en una profunda

funda ignorancia , cultivaban ya aquellos pueblos la astronomía , la física y la filosofía , y que los griegos tuvieron que reconocerlos por muy superiores en su saber , y debieron sujetarse á su enseñanza. Pero sin embargo las ciencias , por decirlo así , bárbaras , no nos parecen aun bastante dignas del ilustre nombre de ciencias , y solo entre los griegos las podemos ver elevadas á tan sublime dignidad.

De los griegos. Maravillosa gente es la griega , y singular y única en todo género de cultura y de saber. Los griegos , príncipes de la poesía , de la eloqüencia y de la historia ; los griegos que tuvieron un Homero , un Píndaro , un Sófocles , un Platon , un Demóstenes , un Heródoto ; los griegos venerados maestros en todas las clases de las buenas letras ; los griegos obtuvieron igualmente la primacía en las matemáticas , en la medicina , y en todas las ciencias ; y pudieron del mismo modo gloriarse de tener los Hipócrates , los Arquímedes , los Apolonios , los Diofantos , los Hiparcos , los Aristóteles , los Teofrastos , y los caudillos y maestros de todas las clases de las ciencias. Y ciertamente sería difi-

ficil decidir si la Grecia debe mas su gloria á las buenas letras, ó á las ciencias; como tambien si deben mas á la Grecia las ciencias, ó las buenas letras. Al ver, digamoslo así, divinizados por tantos siglos á Homero, Platon, Demóstenes, Heródotó, y otros eloqüentes escritores griegos, y honrados con las adoraciones de quantos profesan algun amor á la amena literatura, parece que el esplendor del nombre griego deba atribuirse todo á las buenas letras. Pero quando se reflexiona que Hipócrates, y los otros medicos y quirurgicos griegos son todavia venerados despues de tantos siglos, y se ven aun en estos dias alabados, estudiados, traducidos é ilustrados por Cocchi, por Boerhaave, por Gorther, por Piquer, por Lorry, y por otros doctos y estimados médicos modernos; al pensar que Euclides, Archîmedes, Apolonio y otros geómetras griegos son mirados con respeto, leídos con atencion, y recomendados con particulares elogios por Simson, por Maclaurin, y por el mismo Newton; que los doctos miembros de la academia de las ciencias(a), que

Tom. VII.

B

Bek-

(a) *Descr. des anim. Præfat.*

Bekman (a), Buffon y otros modernos hablan con admiracion de la historia de los animales de Aristóteles; que Teofrasto y Dioscórides se citan con respeto y adhesion por los botánicos de nuestros dias, es preciso confesar que las glorias científicas de la Grecia en nada son inferiores á las de las buenas letras; Archímedes á los ojos y en la pluma de Newton, Hipócrates sobre el bufete de Boerhaave, Aristóteles en las manos de Buffon son tan gloriosos trofeos de las ciencias de la Grecia, que pueden equivaler á los mas religiosos inciensos ofrecidos á su amena literatura. Bello y grandioso es ciertamente para unos ojos filosóficos el espectáculo de los griegos, poetas, oradores é historiadores, que de un vuelo se elevan á la mayor perfeccion con las alas de su imaginacion, y de su propio gusto: pero el ver á los mismos griegos luchar valerosamente con la naturaleza, y sin ningun auxilio extranjero, con sola la fuerza de su propio ingenio arrebatarse tantas verdades celosamente encubiertas, entrar en el escabroso

cam-

(a) *De ortu et progr. Zoologiae apud vet. c. I, §. 10.*

campo de las ciencias, é internarse con tanta felicidad haciendo á cada paso útiles y gloriosos descubrimientos, ¿no debe causar igual placer, y tal vez mayor admiracion á quien sabe apreciar justamente los esfuerzos de la imaginacion y del ingenio? Ni el ser las obras griegas exemplares mas perfectos en las buenas letras que en las ciencias, ó el haber llegado los griegos en las composiciones de la amena literatura tan adelante como los modernos, quando en las científicas han sido aventajados de estos casi infinitamente, puede tenerse por prueba de deber mas á la Grecia las buenas letras que las ciencias. Las obras de la buena literatura como nacidas únicamente de la imaginacion, y del gusto, y que no tanto provienen de los antecedentes exemplares, como de la propia sensibilidad del que las compone, pueden desde luego llegar á su conveniente perfeccion; pero las ciencias tienen un curso mas grave y pausado, necesitan de repetidos esfuerzos del ingenio, y de continuadas experiencias y observaciones; nuevas meditaciones descubren defectos en las adelantadas teorías, y dan exacti-

tud y perfeccion á los anteriores descubrimientos : las repetidas experiencias , y las nuevas observaciones desenvuelven nuevas verdades , y manifiestan errores tenidos con aparentes razones por principios indubitables ; y las ciencias , obra del ingenio , del trabajo y del tiempo , no pueden en su infancia esperar alguna perfeccion y sazónada madurez. Pero si reflexionamos la necesidad que en el restablecimiento de las ciencias ha habido de las luces y de las obras de los griegos , deberémos confesar que no deben menos á la Grecia las ciencias que las buenas letras. Sin las obras de Eurípides y de Xenofonte hubieran dado Cornelle sus tragedias , Fenelon el Telemaco , y Richardsón la Clarise ; pero sin Hiparco , y sin Tolomeo no hubieran hecho Ticon y Galileo sus descubrimientos astronómicos ; ni sin los astrónomos y geómetras griegos hubiera podido levantar Newton la gran fábrica de sus *Principios*. Pero sin detenernos en semejantes cotejos podremos ciertamente asegurar , que fueron los griegos singularmente beneméritos en todas las ciencias naturales , y deberémos mirar con admiración eno-

blecidas todas las clases de las ciencias con muchos nombres de ilustres griegos. ¡Quantos escritos, no solo de medicina, sino tambien de cirugía y de farmacia! ¡Quantos ilustres escritores sobre la música! Si la geometría se gloria de los ilustres nombres de Euclides y de Archímedes, el álgebra reconoce por padre á Diofante. Si Hiparco y Tolomeo han acarreado muchos adelantamientos á la astronomía, la mecánica debe á Ctesibio y á Eron su científico establecimiento. Finalmente hasta de los mismos sueños formaron los griegos una ciencia, y dexaron escritos algunos libros de onirocrítica. No hay ciencia ni tan grande y sublime, ni tan pequeña y baxa, que los griegos no la hayan manejado, y no la hayan reducido á mayor claridad y nobleza; ni hay parte de ciencia alguna en cuya historia no se vean campear uno ó mas griegos.

No podremos decir lo mismo de los romanos, aunque émulos de los estudios de los griegos. Quanto se acercaron á estos en la cultura de las buenas letras, y aun en algunas clases les aventajaron, otro tanto estuvieron lejos de seguirles en la per-

De los ro-
manos.

perfeccion de las ciencias. No hay un matemático, ni un astrónomo célebre, que pueda dar crédito á las ciencias romanas. No una secta médica ó filosófica, ni un caudillo de escuela, ni un libro clásico y magistral de física ó de otras ciencias. Si alguno se ponía á escribir de estas materias, lo hacia expilando los archivos griegos, amontonando doctrinas griegas, y trabajando mas sobre la erudicion griega, que sobre el original y propio saber. Antes bien muchos de estos escritores procuraban adoptar el idioma griego, como si no encontrasen en el romano palabras propias y correspondientes á las materias tratadas. En griego escribieron L. Aruncio de los astros, y Sestio Nigro y Julio Baso de medicina (a); en griego expuso Sexto pitagórico sus sentencias como las tenemos aun ahora; y en griego trataron materias científicas algunos otros romanos. Y si un Rabirio, un Amafanio, y algun otro filósofo quiso tratar las materias científicas en lenguaje latino, todos usaron de un estilo tan rústico é inculto que no podian leer-

(a) Plin. *Elenc. lib. omnium* &c.

leerse sino por quien no tuviese oído romano, ni hicieron que no pudiera decir con verdad Ciceron, que la filosofía habia estado hasta entonces sepultada entre los romanos, y no habia obtenido las luces de las letras latinas (a). Pero ni aun entre los romanos faltaron estudiosos de las ciencias, que las cultivasen con cuidado, y procurasen hacerlas comunes á sus nacionales. Plinio (b) y otros antiguos citan tantos romanos escritores de astronomía, de medicina, y de otras ciencias naturales, que podría formarse un catálogo no pequeño de solo sus nombres. Pero la idea del estudio y del saber de los romanos, no tanto debe formarse por el número de los escritores, quanto por el uso que ellos hicieron de las ciencias. Si César no escribió obras mecánicas como Eron, hizo sin embargo un puente sobre el Rhin, donde expuso los mas profundos conocimientos de mecánica y de geometría; y aun quando él no hubiese escrito las obras astronómicas, que publicó con singular honor del

(a) Cicer. *Tusc. quaest.* lib. I, n. III.

(b) Lib. I, et al.

del saber romano, solo sus eruditas combinaciones para la coreccion del año civil no bastarian para darnos una ventajosa idea de su talento astronómico, y para ponerlo al lado de los buenos astrónomos de la Grecia? Quanto estudio hiciesen de las ciencias los romanos puede probarlo el exemplo de Vitrubio. Con disculpar él su ignorancia predicando una máxima, útil igualmente que verdadera, esto es, que basta á un arquitecto entender medianamente de las otras ciencias lo que es necesario para su perfeccion, nos dá una noble idea de la cultura y erudicion de los artistas romanos. Puesto que si un arquitecto, contento con los conocimientos necesarios para su arte, no pudo satisfacerse con la lectura de las obras griegas y latinas pertenecientes á la arquitectura, sino que tambien se engolfó en el estudio de la física, y pasando á las matemáticas no supo contentarse en los primeros elementos, sino que se internó en las mas profundas ^{cu}explicaciones geométricas y mecánicas, músicas y astronómicas de Architas, de Aristóxeno, de Eratóstenes, de Archîmedes, de Aristarco, de Eudoxio, de

de Ctesibio, de Apolonio y de los mas sutiles y sublimes matemáticos de la Grecia, ¡que alto concepto no deberémos formar de los arquitectos, y de los otros artistas romanos! ; Quan universal no habrá sido entre los romanos la cultura de las ciencias, quando los arquitectos debian internarse tanto en la física, y en las matemáticas! ; Quan profundas noticias no se habrán adquirido los otros, que hacian profesion de literatos! En efecto vemos al orador Ciceron tratar doctísimamente quèstiones filosóficas y teológicas, y manejar tambien la física con plena erudicion de quanto entonces se sabia de ella (a); vemos al poeta Lucrecio hablar tan propia y adequadamente de varios puntos de física, que es aun respetado y seguido de los físicos de nuestros días; vemos escribir á Virgilio con tanta exâctitud en todas las materias, que merece ser admirado por Macrobio como erudito en el derecho civil y en el augural, en la astronomía, y generalmente en toda clase de

Tom. VII. C

(a) *De nat. Deor.* lib. II, et alib.

filosofía (a). Séneca, aunque no profesaba la física, trata las cuestiones naturales con una sutileza y erudicion, que no se hubiera podido desear mas del mas docto físico griego de aquella edad; antes bien algunas observaciones suyas, y algunas reflexiones manifiestan en él unos ojos finos, y una mente sólida y recta; superior á las preocupaciones de su tiempo, y capaz de comprender las mas sublimes teorías del nuestro. Plinio, aunque alguna vez se dexa llevar de su entusiasmo en algunos razonamientos físicos, sin embargo muestra generalmente un conocimiento de la naturaleza, que daria honor á qualquier docto profesor de historia natural, y que causa admiracion en un hombre siempre ocupado en ministerios gravísimos. Era preciso que Frontino y los otros superintendentes de los aqueductos tuviesen muchas y no vulgares noticias de mecánica, y de hidrostática. Las armas romanas que nos describen Vitrubio, Vegetio y otros, prueban en los artífices de ellas conocimientos ballísticos y geométricos.

Las

(a) Sat. I, cap. XXIV. et alib. (n)

Las luces de las ciencias naturales de los romanos resplandecen singularmente en sus escritos de agricultura. ¡Quantas noticias meteorológicas, quanta historia natural, quanta botánica, quanta física, quanta filosofía! La geometría misma, y la astronomía se hacen servir para la mas exacta pericia de su agricultura (a), y donde menos se esperaban aparecen los vastos y extensos conocimientos científicos de los romanos. Pero en la moral reynaban principalmente los romanos, aunque sin las escuelas y las sectas de los griegos; y tal vez por esto mismo reynaban, porque no sujetos á un sistema particular, ni jurando en la palabra de algun maestro, podian mejor examinarlos todos, y con mas sosegado é imparcial juicio escoger de cada uno las verdades mas probables. Bruto, segun dice Plutarco (b), recorrió todas las escuelas de los griegos, y no hubo filósofo griego que no oyese, ni secta filosófica que no conociese. Y Bruto en efecto escribió de la virtud, y trató materias filosóficas con tal extensión y exactitud,

C 2

con

(a) Colum. lib. V, et alib. (b) In *Bruto*.

con tal copia y elegancia , que , según el testimonio de Ciceron (a) , no dexó en aquellos puntos que desear de los griegos. ¿Y que griego podrá ser justamente preferido á Ciceron? ¿Quantas materias filosóficas no trató profundamente con sólido juicio , con erudicion , y con eloqüencia , qual no se ve en los griegos mas celebrados! ¿Que griego epicureo , ó que estoyco podia exponer los sentimientos de su secta con aquella claridad , precision y fuerza con que Ciceron hace hablar á sus estoycos , y á sus epicureos? El mismo Platon y Aristóteles no llenan su doctrina de tanta copia de razones , y de tanta amenidad de erudicion como vemos que lo hace Ciceron. La sublimidad de los pensamientos , y la gravedad de la doctrina elevaron al latino Séneca sobre los griegos estoycos sus maestros. El se rie con frecuencia de las vanas quëstiones , tras las quales se perdian los filósofos de su tiempo , y manifesta quales deben ser las miras de las especulaciones filosóficas , qual el fin del verdadero filósofo. En suma los

ro-

(a) Ac. lib. I , n. III.

romanos sin el estrepito de las sectas griegas, sin la soberbia de los griegos doctores, sin la celebridad de las escuelas y de las academias llamaban á su servicio las ciencias griegas; y sino tenian Platones, Aristóteles, Teofrastos, Archîmedes é Hiparcos, las entendian tal vez mas que los mismos griegos de su tiempo, que hacian profesion de enseñarlas. Y no debe esto causar admiracion á quien esté medianamente versado en la historia literaria. Sin salir de Italia, ni del presente siglo tenemos el exemplo de muchos magistrados, y de otros personajes, que lejos de las escuelas, y de las academias, estaban tan profundamente instruidos en las ciencias, que hubieran podido dar lecciones á los mismos maestros que las enseñaban. Los condes Fagnani y Riccati, apartados de las cátedras, y de los puestos académicos, tal vez no eran inferiores en las matemáticas á los profesores Grandi y Manfredi, y ciertamente eran superiores á todos los otros de su tiempo. Una vasta y profunda erudicion eclesiástica y profana, adquirida en medio de los empleos civiles, y de las ocupaciones políticas, hacia al marques

Maf-

Maffei un teólogo harto superior á los presumidos doctores de las escuelas, y le inspiraba obras teológicas, cuyo mérito no eran capaces de conocer la mayor parte de los coetáneos profesores de teología. ¿Y en que género de erudicion, y de ciencias no podrá competir con los académicos, y con los catedráticos el conde Carli, aunque haya sido presidente de un tribunal, y distraído por gravísimos negocios? Quantos Carlis, quantos Maffeis, quantos Fagnanis y Riccatis no contaba Roma en sus senadores, ocupados, si, en los negocios civiles, y distraídos de la profesion de las ciencias; pero sin embargo iguales, y tal vez superiores en el sólido saber á los ociosos griegos de su tiempo, que pasaban su ruidosa vida en las escuelas, y en las academias! Pero es preciso confesar que los romanos, aunque procuraban adquirir los conocimientos de las ciencias naturales para su propia erudicion, y por sus propias ventajas, no pensaban como los griegos en acrecentar las mismas ciencias con sus descubrimientos, y en contribuir con sus libros á la instruccion de la posteridad. Bien que aun
en

en esto podrémos decir con verdad, que Lucrecio, Celso, Séneca y Plinio, han dado á los posteriores muchas luces para el adelantamiento de algunas ciencias; y deberémos concluir, que si los romanos no deben ser respetados como maestros en las ciencias naturales, sin embargo no se han de despreciar, como lo hacen muchos, como rústicos é ignorantes.

Pero tales se hicieron luego con el corrompimiento que se siguió del buen gusto, y con el abandono de los buenos estudios. El amor á la propia erudicion estimulaba á los romanos á la lectura de los griegos, y al estudio de sus útiles doctrinas; y faltando aquella cultura se perdió el amor á las ciencias, no se leyeron mas los griegos filósofos y matemáticos, ni se pensó en el estudio de la naturaleza. ¡Que infelicidad haber de andar pescando en la larga serie de diez ó mas siglos un Macrobio, un Boecio, un san Isidoro, un Beda, un Gerberto y algun otro rarísimo, para poder ver que á lo menos se habia conservado entre los latinos alguna sombra de las primeras noticias elementares de algunas ciencias, y la inteligencia á lo

De los
tiempos
baxos.

menos de las voces técnicas! Pero un descubrimiento, una atenta y justa observación, una clara y exacta explicación de algún fenómeno, una ligera muestra de haber á lo menos gustado las ciencias sublimes, y de conocer los libros, no puede encontrarse en los muchos millares de doctores y de escritores que florecieron en todo aquel tiempo. La verdadera cultura de las ciencias solo se encuentra en los árabes, los cuales, como con bastante extensión lo hemos probado en otra parte (a), á todas dirigieron atentamente sus estudios, y no solo conservaron los conocimientos de los griegos descuidados por los latinos, y olvidados de los mismos griegos, sino que añadieron muchos suyos propios, y aumentaron con sus descubrimientos el caudal de las ciencias: los árabes son los únicos que entran á la parte con los griegos en la gloria de felices inventores y padres de las ciencias naturales. Pero su mayor mérito consistió en hacer renacer entre los europeos algún amor á estas ciencias, que despues se mejoró y perf-

De les
árabes.

(a) Tom. I, c. VIII. &c.

ficionó con el estudio de los griegos. La lectura de los griegos afinó en los europeos el gusto de las ciencias, no menos que el de las buenas letras. Empezaron á tomar nuevo aspecto las matemáticas luego que Regiomontano traduxo del original griego algunas obras de los matemáticos griegos, que, ó aun no estaban traducidas, ó solo se habian traducido de las traducciones arábigas. Nuevo espíritu, y nuevo lustre adquirió la medicina con el estudio de los médicos griegos. Las guerras literarias sobre la filosofía de Platon, y la de Aristóteles empezaron á hacer conocer lo futil de las sutilezas, y formar alguna idea de la buena filosofía. Y generalmente al ardor de los estudios griegos deben todas las ciencias su verdadero restablecimiento. Pero las ciencias griegas pasando á las manos de los modernos han recibido en pocos siglos tan notables aumentos, que parece que hayan adquirido un nuevo ser. Las mas sublimes teorías de los geómetras griegos no son mas que los primeros grados para remontarse á las elevadísimas contemplaciones de los nuestros. De las pueriles adivinaciones aritméticas,

De los
modernos.

á que estaba reducida el álgebra, la vemos ahora, erigida en árbitra de la naturaleza, tenerla sujeta á sus fórmulas, y á sus señales. La astronomía, que en boca de los griegos no sabia mas que tartamudear, ahora explica con eloqüencia los movimientos de las estrellas, el orden de los cielos, y el sistema del universo. La aplicacion de la geometría, de la observacion, y de la experiencia á la física ha hecho de esta una verdadera ciencia, que antes solo se reducía á vanas conjeturas y ridículos sofismas. La química, que, ó no conocida, ó mal usada, solo habia servido para inútiles, ó tal vez aun perjudiciales investigaciones, ahora en poco tiempo se ha puesto en estado de dar leyes á la física, á la historia natural y á la medicina. Todas las ciencias en suma se ven ahora tratadas con mas conocimiento, sutileza y solidez, todas han adquirido en pocos años mayores luces de los europeos, de las que habian podido obtener en tantos siglos de todas las mas estudiosas y cultas naciones. El ingenio humano, que por tanto tiempo habia estado entorpecido y ocioso, parece que ahora haya querido reparar las pérdidas

das de su pasada ociosidad, y se haya apresurado á recompensar en breves años los largos siglos consumidos en una vergonzosa y deplorable inercia : y no será fácil decidir si debe causar mas admiracion el ver al espíritu humano yacer por tantos siglos en un ocioso sopor, ó el observar lo despues, despierto apenas del profundo letargo, hacer en pocos años tan maravillosos progresos. Ciertamente dan honor á la humanidad un Galileo, un Cassini, un Cartesio, un Leibnitz, un Newton, un Boerahave, un Morgagni, un Aller, un Lineo, y tantos otros hombres grandes, y por decirlo así sobrenaturales, que puede contar como dados á las ciencias en el breve transcurso de dos siglos : y la inmensa provision de tantas máquinas, y de tantos instrumentos quirúrgicos, anatómicos, químicos, físicos y astronómicos, fabricados en estos dos siglos; y la continua y no interrumpida serie de tantos y tan ruidosos descubrimientos hechos en estos tiempos en todas las ciencias, prueban un vigor y una feracidad del espíritu humano, que de algun modo lo elevan á participar del divino. No, la co-

piosa fecundidad de la naturaleza no quedará exhausta con la producción de tantos ingenios; las fuerzas del espíritu humano no se debilitarán con los repetidos y vehementes esfuerzos de tan sublimes y difíciles inventos, podemos esperar que continuen naciendo la Granges, la Places, Buffones, Bonets, Tissots, y otros ingenios semejantes, como los tenemos ahora; y que siempre se irán enriqueciendo las ciencias con útiles y gloriosos descubrimientos, sin que podamos temer que presto deberemos lamentarnos de ver perderse el ingenio humano tras vanas y sofisticas ineptias, ó sepultarse en una vergonzosa ociosidad. Nosotros entretanto consolándonos con tan alegres pronósticos entraremos gustosos á contemplar separadamente los progresos que hasta ahora ha hecho cada una de las ciencias, y bosquejaremos de todas una historia, aunque muy superficial é imperfecta.

LIBRO PRIMERO.

DE LAS MATEMATICAS.

CAPITULO I.

De las matemáticas en general.

Quan diverso no es el espectáculo que nos presenta la historia de las matemáticas, del que nos ofrece la historia de las otras ciencias! Vese en estas nacer hipótesis y sistemas, cambiar opiniones, suceder errores á errores, y descubrir no mas de quando en quando alguna indubitable verdad: solo en las matemáticas camina la mente humana libre y segura, adelanta con mas ó menos velocidad, pero adelanta de una en otra invencion, y siente casi de continuo la inexplicable complacencia de hacer nuevos descubrimientos. En ninguna ciencia se han padecido menos equivocaciones que en esta, en ninguna se han descubierto tantas y tan sublimes verdades, y en ninguna parte se ve tan lleno de

Premi-
nencia de
las mate-
máticas.

de gloria el espíritu humano, como corriendo los vastos campos de las matemáticas. Y tal vez esta preeminencia, esta pureza é incontaminacion de errores, esta capacidad de mas enérgica y clara demostracion, esta mayor certidumbre y evidencia han dado á aquellas ciencias, á distincion de las otras, el nombre de matemáticas, quando no quiera decirse que les conviene este nombre, por haber sido las primeras disciplinas que se enseñaban en las escuelas, y por ello las llama Platon (a) *Propedia*, y Senócrates (b) *Basa de la filosofía*, ó bien por haber sido las primeras que se reduxeron á ciertos y determinados principios, y se elevaron al honor de verdaderas ciencias. Nosotros daremos ahora una mirada en general sobre el curso de las matemáticas para exâminarlas despues distintamente en cada uno de sus ramos.

Matemáticas de los
antediluvianos.

Si las dos columnas descriptas por Josefo hebreo (c), donde los hijos de Set expresaban sus conocimientos astronómicos, tu-

(a) *De Rep.* VII. (b) Laer. in *Xenocr.* VI.

(c) *Ant.* lib. I. c. IV.

tuviessen algun sólido fundamento; si fuese legítimo el libro de Enoc, ó á lo menos pudiese apoyarse sobre algun antiguo monumento la tradicion citada por Eusebio (a), de haber sido Enoc el inventor de la astronomía; debería tomarse de aquellos antiguos antediluvianos el origen de las matemáticas: la ciencia astronómica que parece haber sido la primera que cultivaron las naciones, ademas de que es una parte de las matemáticas, exíge los conocimientos de todas las otras, por lo qual puede justamente referirse el origen de aquellas ciencias, adonde se descubren los primeros vestigios de la astronomía. Pero aquellas tradiciones hebráicas no son mas que fábulas muy despreciadas de todos los críticos, para que nos detengamos á hablar de ellas. Ni podremos hacer mas aprecio del saber matemático del antiquísimo pueblo de la Atlantida, ingeniosamente imaginado por Bailly, y sostenido con tanto aparato de eloqüencia y de erudicion: son tantas y tan fuertes las impugnaciones que ha sufrido aquel pueblo de

De los Atlántides.

(a) *Præp. ev. lib. IX.*

célebres escritores, y singularmente del eruditísimo Carli (a), que ahora sería temeridad el querer recurrir á él para encontrar el origen de las matemáticas. Su mismo autor Bailly parece haberlo ya abandonado y olvidado; puesto que en su reciente tratado de la astronomía indiana procura, si, dar á esta una antigüedad superior á quanto pueda imaginar la mas erudita cronología; pero no piensa ya en sus atlantides, ni intenta derivar de sus escuelas á la indiana los conocimientos astronómicos. Pero no por esto deberémos fiarnos de la pretendida antigüedad y perfeccion de la astronomía indiana, á quien parece haber vuelto ahora aquel docto astrónomo sus eruditos obsequios. Bailly es un gracioso mago, que con su encantadora facundia nos arrebatá y transporta donde le dá la gana; y hora nos hace correr á las eladas regiones del septentrion para encontrar allí el origen de las ciencias, hora nos detiene en las amenas riberas del Ganges para mostrarnos los mas antiguos vestigios de las mismas; y en todas partes

De los indios.

(a) *Lettr. amer.* t. III.

tes nos hace creer que descubrimos lo que él quiere presentar á nuestra imaginacion. Es preciso estar muy alerta contra todas sus proposiciones, es preciso dexasosegar la fantasia agitada por su mágica voz, es preciso apartar la ilusion causada por su seductora eloqüencia; y entonces tal vez se verá reducida á nada, ó á mera casualidad aquella exâctitud de resultados, que ciertamente no puede ser obra de una tan rústica astronomía, dirigida solo á pronósticos astrológicos (a); entonces tal vez se descubrirán equivocaciones cronológicas, facilísimas de padecerse en una historia tan remota de tiempo y de lugar, y tan falta de monumentos; entonces tal vez caerá por tierra la gran máquina de la astronomía indiana, levantada por aquel sagaz arquitecto sobre una ingeniosa combinacion. Nosotros exâminaremos el mérito de esta quando tratemos particularmente de la astronomía; y ahora solo diremos, que por mas que quiera darse grande antigüedad á las ciencias de los indios,

Tom. VII. E

(a) V. Cassini *Ac. des sc. de 1666 jusques à 1699*, t. II, y. VIII,

De los
chinos.

ciertamente podrán contarse pocos progresos de ellas, y poquísima será su influencia en las de los europeos. Mas distantes estuvieron aun los chinos, separados de nosotros no menos que de lugar de toda literaria, y aun civil comunicacion; y por mas que se glorien de tener de tiempo de Yao, esto es, de mas de quarenta siglos ha, un tribunal de matemáticas; por mas que á una igual, ó á lo menos poco menor antigüedad, refieran observaciones astronómicas, ó teoremas geométricos, en nada han contribuido al adelantamiento de las matemáticas, ni pueden tener derecho alguno á nuestro reconocimiento. A regiones mas cercanas, á los caldeos, á los egipcios, á los fenicios debemos recurrir para encontrar el principio de nuestras matemáticas. Aristóteles lo atribuye generalmente á los egipcios, y dice (a), que en Egipto se formaron aquellas ciencias, porque allá los sacerdotes estaban libres de otros negocios y ocupaciones, y podian vacar á las meditaciones y al estudio. Estrabon (b) de-

ri-

(a) Metaph. I. (b) Lib. XVI.

riva, si, de los egipcios la geometría de los griegos; pero la aritmética y la astronomía de los fenicios; y dice que estos eran excelentes en tales ciencias, porque el continuo comercio y navegacion los obligaba á cultivarlas, como las inundaciones del Nilo hicieron pensar á los egipcios en la invencion de la geometría. Porfirio divide este honor literario entre tres naciones diversas, y dexando á los egipcios la institucion de la geometría, y la de la aritmética á los fenicios, da á los caldeos la gloria de la cultura de la astronomía. (a). Y en efecto los caldeos han comunicado á los posteriores mas luces astronómicas, que aritméticas los fenicios, y geométricas los egipcios: y la astronomía caldaica, no solo tuvo influxo en la egipciaca, y en la griega, sino que hay gran probabilidad, como cree Gentil (b); de que tambien lo haya tenido en la indiana, y que los conocimientos astronómicos de los bracmanes les viniesen de los caldeos. De estos, ó de los fenicios, ó

De los
caldeos.

E 2

bien

(a) *In Vita Pythag.* (b) *Voy. aux Indes*,
prém. part., ch. III.

bien de los egipcios, pasaron algunos rayos de luz astronómica á los antiguos griegos de los tiempos aun rústicos; y Lino escribió entonces de la esfera (a), y poco despues Homero y Esiodo manifestaron en sus poemas no ser desconocidas en la Grecia las observaciones celestes.

Verdadero principio de las matemáticas.
625.

Pero el verdadero principio de las matemáticas solo puede tomarse de los griegos posteriores, quando se vieron por estos establecidos teoremas, fixados métodos para resolver problemas, y reducidas á principios generales, y á leyes estables algunas particulares y vacilantes verdades. Y esto sucedió cabalmente quando la Grecia se gloriaba de sus sabios, y empezaba á ver elevar sus escuelas filosóficas. Beda quiere llamar á Tales autor de la física, y por física entiende la aritmética, la geometría, la música, y la astronomía (b). Pero Beda, escritor muy moderno, que vivió en tiempo de poca crítica, no puede tener en esta parte autoridad alguna, y no tenemos otro fundamento para decir que

Ta-

(a) Laerc. in Proem. (b) Opp. tom. II. De arithm. num. Lib.

Tales se dedicase ni aun ligeramente á la aritmética, ni á la música. Pero sin embargo no carecia de todo derecho para obtener los honores de matemático; y Laercio (a) nos da noticia de algunas investigaciones suyas geométricas y astronómicas. El mismo Laercio cita tambien á un Euforbo anterior á Tales, que trabajó ya en la geometría, é hizo en ella varios descubrimientos: y alguno, leyendo en Plutarco (b), que Licurgo despreció la proporcion aritmética, y adoptó la geométrica, tal vez querrá dar aun harto mayor antigüedad á las matemáticas griegas. Pero Plutarco no habla en aquel pasage de la teoría de Licurgo en el estudio sobre las proporciones, sino de su práctica en el gobierno de la república. Si es cierto, como quiere Suidas, autor á la verdad muy reciente (c), que Anaxíandro, sucesor de Tales, compuso un compendio de geometría, ¿quantas serian ya en aquel tiempo las investigaciones y los descubrimientos geométricos, quando habia nece-

Tales,

(a) *In Thalete.* (b) *Sympos. VIII, quæst. II.* (c) *In Anassim.*

Los pitagóricos.

sidad de reducirlos á compendio, y merecian un abreviador del saber de Anaximandro? Pero sinembargo la verdadera aurora del esplendor de las matemáticas solo despuntó en las escuelas de los pitagóricos; y podremos decir con razon, que el verdadero principio de este estudio debe atribuirse á las meditaciones de aquellos filósofos. *Los pitagóricos*, dice expresamente Aristóteles, autor á la verdad el mas grave que puede citarse en esta materia (a), *los pitagóricos fueron los primeros que se dedicaron al estudio de las matemáticas*. Estos por cierto método general, y por ley de la escuela, no por curiosidad privada, como Tales, Anaximandro y algun otro filósofo de su secta, se aplicaron á las especulaciones matemáticas, y no á una sola parte, sino que extendieron su estudio á toda la enciclopedia matemática; y los pitagóricos fueron en realidad los primeros que obtuvieron, y que verdaderamente merecieron el nombre de matemáticos. Así se ve en efecto en A. Gelio (b), que entre las varias clases de es-

tu-

(a) Metaph. I. (b) Lib. I. c. IX.

tudiantes que componian la escuela pitagórica, la segunda era la de los matemáticos. Aun posteriormente refiere de sí san Justino martir (a), que jamas pudo obtener el ser admitido á la filosofía de los pitagóricos, y que no se lo impidió otra cosa que la precisa é indispensable obligacion de haber de pasar antes por la clase de las matemáticas. Y á la verdad toda la doctrina aritmética, y quanto antiguamente se sabia de los números, todo se debia á Pitágoras, todo salia de su escuela; de la misma salian tambien las quæstiones algo mas arduas, y los mejores descubrimientos de geometría y de astronomía, á los quales no llegaban los filósofos de las otras escuelas; y á Pitágoras, á Hiparco y á otros de aquella secta debe particularmente la música el estar sujeta á cálculos matemáticos, y de un arte de mero solaz y divertimento verse reducida á exácta ciencia. Así que parece que con harto fundamento podremos decir con Aristóteles, que el principio del estudio matemático debe tomarse de la escuela de Pitágoras. Y esta tal vez habrá

si-

(a) *Dialog. cum Tryph.*

sido la única razon de una restriccion del nombre de matemáticas , introducida en los tiempos posteriores entre los griegos y entre los latinos, que puede parecer estraña , y hecha solo por capricho. Como la aritmética y la música , la geometría y la astronomía eran las ciencias predilectas de los pitagóricos , y estas se enseñaban en su secta á los discípulos , que ocupaban la clase de los matemáticos, estas solas obtuvieron posteriormente en las escuelas el nombre de matemáticas ; y aunque Anaxágoras, Demócrito, Euclides y otros hubiesen escrito de óptica ; aunque Arquitas , Archîmedes , Eron , y muchos mas hubiesen ilustrado la mecánica ; aunque Aristóteles hubiese colocado repetidas veces la óptica y la mecánica en la clase de ciencias exâctas , no menos que la música y la astronomía (a), sinembargo estas solas con la aritmética y la geometría gozaron , con preferencia de todas las otras, la honrosa distincion de entrar en el quadrivio latino , y en la griega enciclopedia , y de formar el estudio matemático de muchos siglos. Pero dexando

es-

(a) Post. anal. I, et al.

estas y otras semejantes investigaciones para quien mas oportunamente pueda emplear en ellas sus eruditos ocios, nosotros volviendo á tomar el curso que siguieron las matemáticas, las veremos levantar rápidos vuelos con las alas de los griegos, y de los pequeños descubrimientos de Tales y de Pitágoras elevarse á las analisis de Platon, á atrevidos problemas geométricos, y á vastas y sublimes teorías astronómicas, y las hallaremos cortejadas por Architas, Timeo, Filolao, Platon, Eudoxio y tantos otros célebres geómetras y astrónomos, capaces de hacer respetable é ilustre qualquier ciencia por poco apreciable que fuese. Tantos fueron y tan grandes estos cultivadores de las matemáticas, tantas y tan nobles sus investigaciones, y los felices descubrimientos, que desde luego llamaron la curiosidad de los eruditos, y en tiempo de Alexandro dieron ya copiosa materia á dos historias de las matemáticas en varios libros compuestas por Eudemo y por Teofrasto.

¶ Pero que era todo esto sino los primeros principios de las matemáticas griegas, y pequeños crepúsculos de la clara

Adelantamiento de las matemáticas griegas.

luz, que en los tiempos posteriores se esparció por aquella docta nación? La escuela de Alexandria, erigida y soberanamente protegida por los Tolomeos, fue la fecunda madre de los héroes de aquellas ciencias. Los Aristeos, los Euclides, los Eratóstenes, los Apolonios, los Hiparcos las elevaron á aquel grado de dignidad, que hizo que los posteriores las mirasen con respeto y con admiración, y el grande Archimedes fue el dios de las matemáticas griegas, ante quien inclinán respetuosamente la cabeza los Leibnitz y los Newtones, los venerados oráculos de las modernas. Este noble ardor é intenso estudio de los griegos se manifestó en su mayor esplendor baxo el imperio de los Tolomeos, pero continuó haciéndose conocer en los siglos posteriores; y Tolomeo, Diofante y Papo pueden acreditar bastante que la escuela alexandrina no queria tan presto abandonar su gloriosa prerogativa de amorosa madre, y fecunda inventora de todas las clases de las matemáticas; y despues Teon, Ipacias, Proclo y Eutocio mostraron que todavía se conservaba una plena inteligencia de las su-

sublimes teorías de los maestros griegos, y un profundo conocimiento de aquellas ciencias; y aun mas recientemente Marino napolitano, Isidoro milesio, Diocles, Eron, Filon, Esporo y algun otro, que pueden ser tenidos como las últimas reliquias de aquella escuela, supieron encontrar nuevas verdades, ó ilustrar con nuevas demostraciones las ya descubiertas, é hicieron aun saltar alguna chispa del fuego inventor de sus maestros. Pero cayendo hácia la mitad del siglo séptimo la escuela alexandrina, se extinguió tambien en los griegos el genio matemático, y no se vieron ya doctos inventores, que acarreasen á aquellas ciencias algun adelantamiento. Los árabes destructores de la escuela de Alexandria, los árabes conquistadores en gran parte del imperio de los griegos, los árabes estudiosos y émulos de su saber, los árabes procuraron reemplazarlos en la cultura de las matemáticas, y pretendieron de algun modo recompensar con su estudio las pérdidas que habian causado á las mismas. Los árabes en efecto conservaron los conocimientos de los griegos, y aun en algunas partes los au-

Matemática de los árabes.

De los eu-
ropeos.

mentaron no poco, y los transmitieron á los europeos enriquecidos con algunos descubrimientos suyos. Carecian entonces los europeos de todo conocimiento matemático, y necesitaban de las luces y de la enseñanza de los sarracenos para poder entrar con alguna felicidad en el estudio de aquellas ciencias. Su estudio en aquellos tiempos mas tenía por objeto el uso de los ritos eclesiásticos, que la propia erudicion, ó el adelantamiento de sus estudios, y se reducía á saber calcular los movimientos de los astros para formar un buen kalendario, y fixar oportunamente las fiestas eclesiásticas. Las disputas agitadas desde los primeros siglos de la iglesia sobre el verdadero tiempo de la celebracion de la pasqua, y la costumbre de usar del canto y de la música en los oficios divinos, excitaron el estudio de muchos santos padres para dedicarse á las matemáticas, como útiles para formar los ciclos pasquales, y para regular las fiestas y el canto de la iglesia. Así que san Hipólito estudió la astronomía para componer un canon pasqual, san Agustin escribió de música, y otros padres griegos y lati-
nos

nos se aplicaron á estos estudios, para dar mayor decoro, y mas exácto arreglo á las fiestas, y al canto de los oficios divinos. Este espíritu eclesiástico de los santos padres, mas que el geométrico de los Archimedes y de los Hiparcos, estimuló á los griegos posteriores y á los latinos á la lectura que á veces hicieron de algun libro geométrico, y al manejo del astrolabio. Y de un estudio emprendido con tan pequeños objetos, y con miras tan reducidas, ¿qué provecho podian sacar las matemáticas, aquellas ciencias sublimes y divinas destinadas á caminar por los vastos campos de la naturaleza, y á pesar sus cuerpos, á remontarse á los cielos, y medir el curso de los astros, y á entrar de algun modo á la parte con Dios en el orden del universo? Veamos por mayor qual fuese en aquellos tiempos baxos el estado de las matemáticas entre los griegos, y entre los latinos. Desterradas estas de la Grecia por la irrupcion de los sarracenos, fueron de nuevo llamadas á principios del siglo X por Constantino Porfirogénito, de quien dice Cedreno (a), que

De los griegos de los tiempos baxos.

(a) *Comp. hist.*

restableció con su industria la aritmética, la geometría, la música y la astronomía, que por el descuido é ignorancia de los emperadores precedentes estaban arruinadas mucho tiempo habia. Pero no se vió fruto alguno de este restablecimiento, ni hubo ningun griego escritor, que tratase de aquellas ciencias, y renovase entre sus nacionales la antigua inclinacion á cultivarlas. Vino finalmente en el siglo XI Psello el joven, y adquirió tanto crédito su saber, que á una voz fue llamado por los griegos coetaneos doctísimo y sapientísimo; y despues se ve alabado por Alacio (a), como superior á quantos griegos le precedieron y le subsiguieron en aquellos tiempos. ¿Pero qual es este decantado saber de Psello, tan superior á los de su edad? Tenemos todavía sus obras matemáticas, y no descubrimos en ellas mas que ensayados los primeros elementos de aquellas ciencias; y un tratado suyo astronómico, que se conserva inédito en la real biblioteca de Madrid, y del qual nos ha dado individual noticia Yriarte (b), ha-

(a) De Psellis XXXIII. (b) R. Bibl. Matr. codd. gr. ms. p. 175.

ce ver suficientemente, que todas las miras del grande estudio de Pselo se dirigian principalmente á encontrar el legitimo tiempo de la pasqua, de la septuagésima, y de otras fiestas eclesiásticas. No parece que el nombre y las fatigas de Pselo formasen muchos prosélitos en el estudio de las matemáticas; y ni en aquel siglo, ni en los subsiguientes, se vió entre los griegos ningun escritor, que pudiese dar algun movimiento y calor á áquel estudio. Solo en el XIV se vieron algunos doctos, que parecia quisiesen volver á la Grecia las desterradas ciencias, tan cultivadas por sus gloriosos antepasados. Barlaamo é Isac argino son tal vez los dos griegos, que mas justamente han merecido el nombre de matemáticos despues de la destruccion de la escuela alexandrina; pero si hemos de decir la verdad, estos mismos, tanto como eran superiores en los conocimientos geométricos á sus coetaneos, otro tanto quedaban inferiores á los antiguos mas mediocres; y el libro de Barlaamo citado por Fabricio (a); sobre el

(a) *Bibl. gr.* tom. X.

el verdadero método para conocer el tiempo de celebrar la pasqua, y los dos de Isaac referidos por Petavio (a), para encontrar los ciclos del sol y de la luna, y por consiguiente la pasqua, la quaresma y otros días eclesiásticos, nos hacen ver claramente qual fuese el verdadero objeto de sus estudios. Teodoro Metoquita, Nicéforo, Grégora, Nicolás Cabasila y otros pocos, que con algun cuidado se aplicaron á tales ciencias, todos tomaron por objeto el ciclo pasqual y el kalendario; ninguno intentó entrar en mas sublimes teorías, ninguno pensó en enriquecer el espíritu humano con nuevas luces.

De los romanos.

Si tal era el estado de aquellas ciencias entre los griegos, que habian sido por muchos siglos excelentes maestros, ¿que miserable destrozo no habrán sufrido de los latinos, que jamas hicieron profesion de cultivarlas? Sabemos que Sexto Pompeyo tuvo crédito de matemático entre los romanos, que C. Sulpicio Gallo trató de los eclipses, que L. Aruncio y Julio Cesar escribieron sobre los astros, y que Var-

(a) *Uranol.*

ron y Nigidio Fígulo compusieron algunas obras matemáticas. Pero en medio de todos estos escritores se lamentaba el juiciosísimo Ciceron de los estrechos confines á que reducian los romanos el estudio de las matemáticas , y de los pocos progresos que entre ellos habian hecho aquellas ciencias (*a*). Nosotros no tenemos ahora los escritos matemáticos de los romanos; pero sinembargo podemos creer, que no contribuyesen mucho al adelantamiento de sus estudios. Varron , erudito universal como era , habrá escrito como erudito , no como geómetra ; y de Nigidio Fígulo , tambien versado en varia erudicion , dice A. Gelio (*b*) , que tenia tal sutileza y obscuridad , que no era leido de nadie. En efecto , ¿ donde se ven citados Varron , ó Nigidio Fígulo ú otro romano por nuevos descubrimientos , ó nuevas demostraciones , por observaciones sutiles , ó por qualquiera ilustracion de alguna parte de las matemáticas ? Solo Julio Cesar ocupará siempre un honroso lugar en su historia , no tanto por sus

Tom. VII. G obras,

(*a*) *Tusc.* l. II. (*b*) *Lib.* XIX, c. XIV.

obras, aunque estas tal vez habrán sido superiores á todas las de los romanos, y ciertamente mas estimadas de los griegos que todas las otras, quanto por la correccion del kalendario, bien que aun en esta tuvo gran parte Sosígenes. Si Vitruvio, Columela, Frontino y otros romanos manifestaron haber hecho algun estudio de las matemáticas, esto servia solo para la propia cultura y erudicion, y para poseer mas plenamente las materias que se proponian ilustrar, no para acarrear algun adelantamiento á aquellas ciencias. Pero este mismo amor á la erudicion empezó á decaer entre los latinos; y ni Apuleyo (a), ni Macrobio (b), ni Casiodoro, ni Marciano Capela, ni el verdadero ó supuesto san Agustin, ni el enciclopédico san Isidoro, dan muestras en sus obras matemáticas de haberse internado en aquellas ciencias, mas allá de la mera inteligencia de las primeras palabras técnicas.

De los
latinos de
los tiempos
baxos.

Boecio puede ser tenido por el maestro de las matemáticas de los latinos; y en efecto lo reconocieron como tal Casio-

do-

do-

(a) *V. De Mundo.* (b) *In Somn. Scip.* (c)

doro, san Isidoro, Beda y todos los otros. Pero Boecio con todo su magisterio no hizo mas que traducir con alguna libertad las obras mas elementares de los griegos, como lo confiesa él mismo de las de aritmética, geometría y música, que nos han quedado, y lo dice Casiodoro de las de astronomía y de mecánica, que se han perdido. Estas traducciones de Boecio, aunque citadas como libros clásicos y magistrales por san Isidoro, y por Beda, los dos hombres mas eruditos que hubo despues de él, fueron sinembargo en los tiempos posteriores abandonadas, y casi perdidas; y vemos que Gerberto (a) parece estar muy contento por haber encontrado ocho libros suyos de astronomía, que ya no tenemos, y su geometría. El único libro, en que despues estudiaban los latinos las matemáticas eran las etimologías de san Isidoro, del qual ciertamente podian aprender poco; pero lo poco que se sabía, que estaba reducido á la inteligencia de algunas voces propias de aquellas ciencias, todo provenia de la

Boecio.

G 2

fuen-

(a) Ep. VIII. *Adalb. Rhem. Archiep.*

San Gregorio falsamente creído perseguidor de los matemáticos.

fuelle de aquel santo doctor. Seame lícito hacer aquí una breve reflexion en defensa de san Gregorio, que infundadamente es acusado como ignorante enemigo de las matemáticas, y bárbaro exterminador de los matemáticos. Viendo estos estudios en manos de san Agustin, de Casiodoro, de Boecio, de san Isidoro, hermano de san Leandro íntimo amigo de san Gregorio, y de otros obispos y personas eclesiásticas y piadosas, contemplándolos empleados en regular las fiestas de la iglesia, y servir al culto divino, ¿podrá creerse que aquel gran santo, todo atento á los oficios eclesiásticos, y al culto del Señor, desterrase las matemáticas, y prohibiese su estudio? ¿Aquel santo, tan empeñado en promover el canto, y la música de la iglesia, era posible que condenase las matemáticas, de quienes la música era una parte? ¿Aquel santo, zeloso observador de las instituciones de los concilios, y de la práctica de la iglesia, habrá desterrado la astronomía, tenida en mucho aprecio por el concilio niceno, por los papas, y por toda la iglesia, y empleada en la regulacion de la pasqua, y de las
fies-

fiestas eclesiásticas? Si en algun sentido es cierto lo que dice solo Juan Sarisbery, autor posterior de seis siglos, que el santo *Mathesim jussit ex aula recedere* (a), no puede entenderse mas que de la astrología judiciaria, desterrada repetidas veces baxo el mismo nombre por los emperadores, pero de ningun modo del verdadero estudio de aquellas ciencias abrazado por los santos padres; y san Gregorio, amante de la música, y cuidadoso de la regularidad y exâctitud en el culto divino, lejos de ser reputado como enemigo de las matemáticas, deberá ser tenido por su protector. Pero volviendo á seguir el curso de este estudio, entre los pocos que en aquellos siglos lo cultivaron, solo Beda es el que de algun modo puede llamarse matemático, y ponerse al lado de Boecio; y antes bien sus obras aritméticas, muy superiores á los informes tratados de Casiodoro, de Marciano Capella, de san Isidoro, y de los otros latinos para poderse comparar con ellos, son de algun modo preferibles á los mismos libros

Beda.

(a) Polierat. lib. II, c. XXVI.

bro aritméticos de Boccio, porque interesándose un poco mas que estos en la parte práctica de aquel arte, pueden interesar mas nuestra curiosidad: é igualmente los conocimientos astronómicos de Beda, aunque dirigidos, segun el uso de todos los latinos y griegos, á formar ciclos pasquales, y á regular el kalendario, fueron tambien superiores á los de los otros, porque llegaron á descubrir la precedencia, que despues del concilio niceno se habia seguido en los equinoccios, y la necesidad que habia de reformar el kalendario. Pero este estudio de Beda, tenido mas como eclesiástico, que como científico, no era bastante eficaz para inspirar en el ánimo de los latinos el amor á las matemáticas; ni vemos despues de él mas que algun kalendario algo mas exácto que los vulgares y comunes (a), y los superficiales tratados del quadrivio de Alcuino, que de algun modo pueden reputarse como fruto de sus luces.

El verdadero principio de nuestro es-

(a) V. Ximenez *Intr. istor. del vecchio é nuovo gnomone.*

tudio matemático proviene de los árabes, como lo hemos probado en otra parte con bastante extension. Si Gerberto encontró en España un maestro de matemáticas en el obispo Aiton, un escritor de aritmética en Josef, y otro de astronomía en Lupito; si fueron muchísimos los escritos matemáticos de los españoles, de los quales; como dice Burriel (a), se conservan todavía algunos volúmenes en la biblioteca de Toledo; si corrieron dentro y fuera de España, con particular crédito de doctrina, la fama y las obras de Juan de Sevilla; si en España se compusieron las tablas alfonsinas, que aunque poco exáctas é imperfectas, fueron el origen de la astronomía de los europeos, todos son frutos del magisterio y del influxo literario de los sarracenos. No de Beda, ni de Alcuino; sino de los árabes, quisieron aprender las matemáticas Atelardo godo y Morley; y en la misma fuente bebió posteriormente sus conocimientos físicos y matemáticos el célebre Rugero Bacon, que

Influxo
de los árabes en las matemáticas de los europeos.

De los españoles.

De los ingleses.

de

(a) Carta al P. Rabago, y *Palaeogr. Españ.*

de algun modo puede ser tenido como el glorioso padre de los muchos y nobles físicos y matemáticos, que despues ha dado á las ciencias la Inglaterra. De Alfragano y de los árabes, y de las traducciones arábicas de los griegos, formó Juan de Sacrobosco su celebrada *Esfera*, que por tantos siglos ha sido tenida por la obra clásica de la astronomía de los europeos; y ademas él mismo tal vez no contribuyó menos al adelantamiento de las matemáticas propagando, como lo hizo, la aritmética de los árabes. ¿A quien sino, á los árabes debe la óptica el verse gloriosamente colocada en la clase de las matemáticas? Aunque ilustrada por Euclides, y por otros griegos, se veía sinembargo excluida de la enciclopedia griega, y del quadrvio latino; y hubiera quedado desconocida de los europeos, á no ser por Vitelion, que instruido en las escuelas arábicas, y embebido en la doctrina de Alhacen se la hizo conocer y gustar. De los árabes igualmente se derivan los progresos de las matemáticas en Alemania, donde verdaderamente se han formado y crecido en perfectas ciencias. ¿No se vie-

ron

ron estas cultivadas en Alemania, quando Gerberto volvió de España instruido en las disciplinas arábigas? Fruto de aquella instruccion pueden ciertamente reputarse, no solo las varias obras geométricas, astronómicas y de todas clases, que compuso Gerberto, sino tambien el zelo que él manifestó en sus cartas por el adelantamiento de tales ciencias, y el ardor que excitó en el ánimo de los alemanes por la cultura de ellas. El mismo emperador Oton escribió á Gerberto rogándole que le comunicase sus luces sobre la aritmética. El obispo de Utrech, Adelboldo, dirigió á Gerberto ya papa un opúsculo sobre el modo de encontrar la solidez de una esfera. Escribió poco despues en el siglo XI Ermano Contrado sobre la quadratura del círculo, sobre la medida, y sobre la utilidad del astrolabio, sobre los eclipses, y sobre otros puntos astronómicos, y en todo hizo mucho uso de los conocimientos arábigos, y manifestó quan general fuese entonces el magisterio de los sarracenos. Federico segundo mandó hacer muchas traducciones del árabe tanto de autores griegos como arábigos, y de este mo-

do hizo mas comunes y extensas las noticias de aquellas ciencias, que antes eran muy limitadas, y estaban reducidas á poquísimos particulares. Vinieron despues Alberto Magno, venerado por muchos siglos, y no sin fundamento, por un portentoso de conocimiento de la naturaleza, y Jordan Nemorario, estimado aun en tiempos mas ilustrados; y de este modo se fué preparando la Alemania para producir con el tiempo á Purbach, Regiomontano y Copérnico, que pueden ser tenidos como verdaderos restauradores de la astronomía, y de todo el estudio matemático.

De los
italianos.

Este no debe menos á la Italia que á la Alemania, y la Italia aun mas que la Alemania recibió sus primeras luces de las escuelas de los sarracenos. Gerardo, bien sea carmonés ó cremonés, fué ciertamente discípulo en las matemáticas de los árabes en España, y maestro en las mismas de los italianos, y de otros europeos, y su *Teórica de los Planetas*; fué por muchos siglos, como la *Esfera* de Juan de Sacrobosco, el libro copiado y vuelto á copiar, leído y estudiado de todos los astrónomos, como dice su mismo impugnador Regio-

mon-

montano (a). Harto mayor fué el mérito de Campano de Novara, no tanto por su *Teoría de los Planetas*, estimada como la de Gerardo, y como la *Esfera* de Sacrobosco, quanto por sus *Comentarios sobre los elementos de Euclides*, estudiados hasta en los tiempos mas ilustrados, alabados, y en gran parte abrazados por el célebre Clavio (b), y citados con aprecio aun posteriormente por el sublime geómetra Viviani (c). Y Campano, como todos los matemáticos de aquel siglo, fué, como dice Montucla (d), á aprender de los árabes los conocimientos matemáticos; siguió en todo la tradicion de estos, como observa el mismo Clavio (e), y nos dió el Euclides, que él tomó de los mismos, y fué en todo un matemático arábigo. Campano, y Gerardo contribuyeron ciertamente con sus obras al adelantamiento de aquellos estudios. Pero que son estos mé-

Campano
de Novara.

Leonardo
de Pisa.

H 2

ri-

-
- (a) *Disp. contr. crem. in plan. theor. deliramenta.* (b) *Comment. in Euclid. Præf.* (c) *In Aristæum. Præf.* (d) *Hist. des Math. tom. I, part. III. lib. I.* (e) *Ibid.*

ritos respecto del grande y singular de Leonardo de Pisa de haber introducido el álgebra en Europa? Desconocida era la obra de Diofante, perdidos los comentarios de Ipacias y de otros griegos, y borrada enteramente toda idea de esta ciencia: si tenemos ahora una álgebra, si esta es fecunda madre de los mas sublimes descubrimientos, si se ha hecho el mas útil y oportuno instrumento para el adelantamiento de las ciencias, y para la cultura del espíritu humano, todo se debe á los árabes, que con las luces de Diofante formaron este arte, y á Leonardo, que habiendolo aprendido de los árabes lo comunicó generosamente á sus nacionales. De aquí provino que por mucho tiempo fuese toscana el álgebra, y despues se esparció por el resto de Italia, y se hizo comun á toda la Europa; y esta, aun mas que la óptica, es un ramo de las matemáticas, que ha dado á los europeos copiosos frutos, pero que ellos deben mirar como debido enteramente á la penetracion, y al saber de los musulmanes. Profesemos pues gratitud y reconocimiento á los árabes nuestros maestros, y atribuyamos á sus escuelas,

las,

las, á sus escritos, y á sus traducciones el primer origen de nuestras ciencias, y el verdadero restablecimiento de las matemáticas. Pero sean los que se fuesen los progresos hechos por los europeos con las luces de los árabes, no fueron mas que los primeros pasos, aun languidos y lentos, que dieron sus estudios; ni podian tampoco esperarse notables adelantamientos con el auxilio solo de tales guías. A los griegos, padres y creadores de aquellos estudios, á los griegos maestros de los árabes y de los latinos, á los griegos dueños del verdadero saber, á los griegos era preciso sujetarse para poderse remontar con sublimes y rapidos vuelos. Los autores griegos que entonces manejaban los europeos, todos venian por las manos de los musulmanes, los Euclides y los Tolomeos que estudiaban, no eran aquellos matemáticos griegos, que tan claras luces habian comunicado á sus nacionales, sino que eran, por decirlo así, escritores arábigos, hechos tales en las traducciones arábigas, de las quales se habian hecho las latinas. Era pues preciso buscar los autores griegos en sus mismas fuentes, estudiarlos en su propio idioma, y

Restable-
cimiento
de las ma-
temáticas.

atualsbA
ab origin
-apam val

tra-

traducirlos del texto original; y esto empezaron á hacer en el siglo XV. los alemanes, y los italianos. Seria una empresa no menos enfadosa y molesta á los lectores, que difícil y penosa para nosotros el querer texer un catálogo de los muchísimos traductores, que vertieron del griego al latin los matemáticos griegos: solo Montucla, que suele ser parco en tales enumeraciones, trae mas de los que son menester para manifestar que hubo excesiva abundancia de ellos: y nosotros únicamente diremos que Regiomontano, Maurolico, y Comandino, fueron los mas estimables, que casi todos los mejores matemáticos de aquellos tiempos fueron tambien los mejores traductores, y que á las traducciones que entonces se hicieron del griego deben referirse los rápidos progresos que después se han hecho en las matemáticas. Tanto sirve en estas no solo la proposicion de las verdades, sino tal vez aun mas la misma forma y manera de proponerlas, la conexión y el orden en la exposicion, la elegancia, claridad y fuerza en la demostracion.

Adelantamiento de las mate-

Y en efecto ¿que inmenso salto no se ve desde los pocos y débiles matemáticos de

de los tiempos baxos á aquellos egregios y célebres héroes , que en tanta copia se han presentado despues del mas íntimo conocimiento y trato con los maestros griegos? Regiomontano puede ser llamado el autor de esta feliz revolucion : nueva casta de matemáticos se vió salir despues de él de otra imaginacion , de otro ingenio , de otro ardor de investigación , de otro espíritu de invencion , que parecia tuviesen otra alma , y fuesen de una índole , y de una naturaleza diversa de la de los precedentes. Mas vale un Copernico , un Ticon , un Vieta , un Galileo , un Keplero , que todos quantos latinos , árabes y griegos florecieron despues de Tolomeo , Diofante y Papo. Y no solo con estos , sino con los mismos antiguos griegos sus maestros empezaron á competir los modernos en el siglo XVI , y disputarles el principado matemático , de que por tantos siglos habian estado en quieta y pacífica posesion. ¿Y por que no podian Ticon y Galileo mirarse como superiores á Hiparco y á Tolomeo? ¿Vieta y Keplero no emularon la gloria de los Archîmedes y de los Apolinos? ¿No sobrepujaron á los an-

antiguos, aunque caminando todavía por los mismos caminos que ellos habían abierto, Guldin, Gregorio de san Vicente, Evelio, Bayero, y tantos otros astrónomos y geómetras de aquella edad? ¿Quantas verdades antes celosamente encubiertas no se manifestaron espontáneamente, quando fueron investigadas con el nuevo método de Cavalieri, y de Robelbal? Preséntase nueva escena á las matemáticas al comparecer Cartesio, Fermat, Wallis, Huingens; y empiezan á verse la tierra y los cielos en un aspecto diverso, y baxo mas grandioso y mas verdadero semblante. Pero crece aun el honor de aquellas ciencias á fines del siglo pasado, y á principios del presente. Libnitz, Newton, Casini, Flamsted, Hallejo, y los Bernoullis con sus cálculos han cogido á la naturaleza en sus operaciones, han penetrado sus arcanos, y la han sujetado á sus científicas leyes. Esta es la época de la verdadera gloria de las matemáticas, este es el punto de su mayor elevacion: desde entonces no corrieron, sino que volaron, é hicieron en pocos años mas progresos que habían hecho antes en muchos siglos: no ha habido provincia alguna que

no

no haya producido algun gran matemático, no ha pasado dia alguno que no se haya señalado con algun célebre descubrimiento. Bradley, Simson, Bouguer, Clairaut, d' Alembert, Daniel Bernoulli, Eulero, Bosovich, la Grange, y otros muchos han hecho en pocos años, que el cálculo, la mecánica, la hidráulica, la óptica, la astronomía, la náutica, y hasta la acustica, que parecia la mas descuidada, se vean no solo enriquecidas con nuevas verdades, sino tambien aumentadas con nuevos ramos de ciencias. ¡Quanto no se engrandece la idea del espíritu humano al considerar el espacioso y noble estado, á que desde los pequeños descubrimientos de Pitágoras y de Tales se ven al dia de hoy elevadas las matemáticas! Entrarémos ahora á exâminar distintamente cada una de sus clases, y verémos los gloriosos adelantamientos que todas han hecho con el trabajo de tantos y tan nobles ingenios.

CAPÍTULO II.

De la Aritmética.

Origen de
las mate-
máticas.

Qualquiera que haya sido el primer pueblo ilustrador de la aritmética, ó el Egipto, como creían Platon (*a*), Ecáteo y Aristágoras (*b*), ó la Fenicia, como dicen Estrabon (*c*), Porfirio (*d*) y Proclo (*e*), y como parece mas natural atendida la necesidad que tenia de cálculos aritméticos para su comercio, ó bien algun otro pueblo que pueda pretender esta gloria; nosotros ciertamente no tenemos ahora noticia alguna ni del origen de esta ciencia, ni de sus primeros progresos. Solo sabemos que ya en su tiempo observó Aristóteles (*f*), que casi todas las naciones, con maravillosa uniformidad, se han convenido en reducir el modo de contar á un mismo sistema de nume-

(*a*) In *Phædro*. (*b*) Laert. in *Proæm*. (*c*) Lib. XVI. (*d*) In *Vit. Pythag*. (*e*) *Comm. in Eucl*. (*f*) *Probl. XV*.

meracion, y en abrazar casi todas la progresion decupla. Buscando la razon de esto el citado Aristóteles, cree poderse congeturar que haya nacido esta decupla numeracion de empezar á contar, como todos lo hacen comunmente, por los dedos de las manos, los quales, siendo solo diez, pueden haber dado motivo á esta combinacion (a). A cuyo propósito oportunamente reflexiona Hervas, en su *Aritmética de las naciones* (b), que varios pueblos de América dan el nombre de una mano al número cinco, y de dos al diez; y aun añade para mayor confirmacion, que aquellos poquísimos que cuentan por veintenas, casi todos son salvages, los quales llevando tambien desnudos los pies, pueden añadir los diez dedos de estos á los de las manos, y formar así la vigesimal numeracion. Lo cierto es que no solo los pueblos conocidos en tiempo de Aristóteles, quien solamente exceptua uno de los trances que no sabia pasar del quatro, sino casi todos los otros descubiertos posteriormente siguen un sistéma seme-

gno (c) *Lib. I. Cap. II.* I 2 jan-

(a) Ibid. (b) Art. I.

Origen de
las matemáticas
Aritmética de Pitágoras.

jante de contar. Y esta universalidad puede probar suficientemente no haber sido esta una invencion aritmética de Pitágoras, como algunos quieren creer, sino una muy antigua y general tradicion, fundada en alguna razon natural, como podria justamente creerse la arriba dicha de Aristóteles. Pero á lo menos Pitágoras ha sido el primero que sepamos haber hecho estudio sobre las diversas combinaciones de los números; y el que, acarreando mucha perfeccion á toda la matemática, se dedicó singularmente á una parte suya, qual es la aritmética, como leemos en Laercio (a). Y aunque los críticos puedan tener razon para dudar que escribiese de los números, como quieren Malata (b), san Isidoro (c) y Cedreno (d), es sin embargo cierto que enseñó muchas cosas á sus discípulos acerca de esta materia, y que la doctrina de los números toda es pitagórica. No tiene duda que la aritmética de Pitágoras era en gran parte simbólica y misteriosa, y que él se ocupaba demasiado

en

(a) In *Pythag.* XI. (b) *Chron.* t. I. (c) *Orig.* III, c. II. (d) *Comp. hist.*

en dar á los números muchos sentidos alegóricos. Meursio (a), siguiendo el exemplo de otros muchos, ha recogido los varios sentidos que á cada número daban los pitagóricos, y ciertamente causa admiracion que hombres grandes, como en realidad lo eran Pitágoras y muchos de sus sequaces, pudiesen perderse tras imaginaciones tan vanas. Pero sin embargo el exáminar tanto los números, el contemplarlos, el resolverlos, el combinarlos debia producir varias útiles especulaciones; y si fueron vanos aquellos estudios para su soñada teología, sirvieron á la aritmética para descubrir muchas é importantes verdades, que sin tales investigaciones hubieran quedado por mucho tiempo desconocidas y ocultas. Algunos quieren que Pitágoras, venerador de la *tetractys*, ó del número quaternario, contase solo con quatro números, volviendo al uno despues del quatro, como lo hacemos nosotros con el diez. Y en efecto Weigelio (b), Wallis (c) y algunos otros, han procurado ha-

Tetractys
pitagórica.

(a) *De denario Pythag.* (b) *Tetract. Pythag.*
(c) *App. tom. I.*

cer todas las cuentas usando solo de quatro números, y formar una aritmética quaternaria, qual creia Weigelio que fuese la pitagórica. Pero por mas ingeniosas y laudables que sean estas combinaciones, no parece que puedan atribuirse fundadamente á Pitágoras, quien, segun todas las memorias que nos quedan de los antiguos, usaba como nosotros de diez números, y encontraba, no solo en los quatro primeros, sino en todos los otros curiosos y particulares misterios. Y si miraba el quaternario con alguna particular consideracion, habrá sido solo porque en los primeros quatro números combinados de diversos modos se pueden encontrar todos los diez, y no porque se quedase en el quarto sin usar de los otros. Si Pitágoras hubiese contado solo con quatro números, ¿podria creerse que Aristóteles no lo hubiese dicho, donde buscando (a) las razones porque todos generalmente usan los diez números, exceptua no mas un pueblo de Tracia, el qual usaba cabalmente solo de quatro, pero por incultura y estupidez? El mismo cita en

(a) Probl. XV.

aquel lugar á los pitagóricos, pero por una razon enteramente contraria, y que supone el modo de contar por diez números. Archítas tarentino, célebre pitagórico, escribió una obra citada por Teon esmirneo con el título *De la decena*, περὶ δέκαδος; y Boecio (a) dice, que por el amor que Pitágoras tenia al número decenario constituyó Archítas pitagórico diez predicamentos. Todo esto prueba suficientemente que Pitágoras no usase solo el número quaternario, sino que siguiese como todos los demas el decenario. Un pasage de Boecio al fin del primer libro de la geometría baxo el título *Euclidis Megarensis Geometría ab Anitio Severino Boetio translata*, nos refiere la institucion del abaco inventado por los pitagóricos, y ha hecho creer á muchos que estos hubiesen conocido y usado las cifras, y la aritmética arábica. „ Los pitagóricos, dice Boecio, para no engañarse en las multiplicaciones, en las particiones, y en las medidas (así parece que deba entenderse el „ *podismis*), como en todo eran muy ingeniosos.

Abaco pitagórico.

(a) *Arith.* lib. II, c. XLI.

„ niosos , y sutiles , inventaron cierta fór-
 „ mula que en honor de su maestro lla-
 „ maban *Tabla pitagórica* , y que los de-
 „ mas dicen *Abaco*.” Despues de haber
 referido esta tabla , entra á explicar el mo-
 do como la usaban , y dice que tenian cier-
 tos ápices diversamente formados , ó cier-
 tos caractéres , que correspondian á los
 números , y que puestos en diversas líneas
 hacian que resultase mayor , ó menor nú-
 mero. Por esta tabla , y por esta doctri-
 na quieren muchos reconocer entre los
 antiguos las cifras que llamamos arábigas,
 y el uso de la aritmética arábiga. En efec-
 to en muchos códices antiguos se ve una
 tabla con las cifras arábigas bastante bien
 expresadas ; y la doctrina que del uso de
 aquella tabla deduce Boecio , quieren mu-
 chos que plenamente convenga á nuestro
 modo de contar. ¿Pero es realmente así? ¿y
 de aquella tabla , y de aquel pasage puede
 inferirse claramente el uso de las cifras ,
 y de la aritmética arábiga? Tres copias di-
 versas he visto de esta tabla , sacadas de tres
 diversos códices antiguos , uno de la Vatica-
 na del siglo X , núm. 3123 , otro de la Ot-
 toboniana Vaticana del XIII , núm. 1862 ,

Cifras nu-
 merales no
 conocidas
 de los pi-
 tagóricos.

y el otro de la Barberina del XII, núm. 830, y todas tres enteramente diversas del abaco comun, ó de la tabla impresa en la edicion de Basilea, y tambien todas discrepantes entre sí, y de ningun modo coerentes con la adjunta doctrina del mismo Boecio. Se ven en ellas en la primera línea números semejantes á los arábigos; pero en las otras no se encuentran mas que los romanos, con alguna letra, que puede parecer griega, y con ciertos signos, que son para nosotros ininteligibles. Los números de la primera línea estan acompañados de ciertos nombres, como *Igin*, *Andras*, *Ormis*, *Arbas*, *Quimas*, *Caltis*, *Zenis*, *Zemenias*, *Scelentis*, que en parte son árabes, y en parte hebreos, y pueden creerse alterados por los árabes, pero no tienen la mas mínima semejanza con los griegos. El mismo orden, y la colocacion de los números de la diestra á la siniestra manifiesta desde luego un origen oriental. Y todo prueba que la tabla descripta en los códices de Boecio ciertamente no es de los discípulos de Pitágoras, ni aun del mismo Boecio, sino introducida posteriormente por alguno que habia recibido de los

árabes, ó de los hebreos sus discípulos, las cifras arábigas. En efecto en otros códices no se ven tales cifras, sino solo los caracteres romanos; como de algunos lo asegura Wallis (a), y como se observa en una tabla semejante que se vé en un códice de la Laurenciana, y contiene, no la obra de Boecio, del que ahora hablamos, sino su pequeña geometría con el título *Liber de Geometria*, pero harto mas extensa que la impresa, enriquecida con figuras geométricas, y aumentada con tres libros. Y si al principio del arriba citado códice de la Barberina se juntan á aquellas notas, y á su alterado nombre oriental las correspondientes letras griegas, como me hace observar el célebre abate Marini en un papel suyo, esto no prueba que de las letras griegas se hayan derivado los números arábigos, como han pretendido Huet (b) y algun otro, sino solo que el copiante quiso manifestar su erudicion, haciendo ver que sabia quales eran los signos griegos

que los de Boecio ciertamente no es de los

discipulos de Boecio que in

(a) In Alg. tom. II, p. II. (b) *Demonst.*

evang. prop. IV.

Tom VII.

que correspondian á aquellos números ; puesto que en todo lo demas de aquella tabla no se hallan usados los caracteres griegos , ni se ven mas que los romanos. Ni puedo comprehender como haya quien quiera decir que la doctrina que se trae de Boecio pueda adaptarse á la aritmética arábica. ¿ Como en esta será posible esparcir como polvo aquellas notas en las multiplicaciones , y en las particiones , como él dice que lo hacian los pitagóricos ? ¿ Que diremos despues del diligente exâmen que él exige , para saber á que página deben añadirse los dígitos , ó bien sean las unidades , á qual los artículos ó las decenas ? ¿ Que de aquellos multiplicadores singulares , decenos , centenos , &c. y de sus diversos dígitos y artículos ? ¿ Que uso podremos nosotros hacer de toda esta doctrina en las multiplicaciones y particiones ? ¿ Como se puede adaptar una sola línea de todo aquel pasage á nuestro modo de contar ? Quanto mas exâmino todas las palabras del texto de Boecio , tanto mas lo encuentro mal entendido de quien quiere reconocer en él la aritmética arábica. En mi concepto es una prueba evidente de no haber ha-

blado de ella Boecio el ver que san Isidoro, que habia visto sus obras, dice (a), que las letras entre los griegos componen las palabras, y forman los números, pero jamas dice cosa alguna de las cifras; que Beda erudito aritmético, y versadísimo en las obras de Boecio, habla de los números y de las notas numéricas, pero solo de las siete letras romanas con las sabidas combinaciones, y nada dice de las cifras vulgares, nada del referido pasage, que ciertamente hubiera debido citar, si contuviera una doctrina enteramente diversa de la explicada por él en sus opúsculos aritméticos; y que ninguno en suma de quantos despues de Boecio escribieron de notas romanas y de aritmética, hizo jamas mencion de tales cifras, ni pensó en referir aquel pasage. El ver un número hora *dígito*, hora *artículo*, ó, como explica el mismo Boecio, hora *unidad*, hora *decena*, ha preocupado á aquellos escritores, y les ha hecho creer que reconocian en ellos, como en nuestras cifras, el mismo número elevado á decena con la añadidura de un

(a) *Orig. lib. I, c. III.*

un cero, y á centena con dos. ; Pero quan diverso es el sentido de Boecio, y quan distante de nuestra práctica la doctrina para nosotros inutilísima, y para los antiguos no muy importante de todo aquel largo pasage! Esta parece solo dirigida á enseñar donde deban ponerse en los diversos multiplicadores y multiplicados las unidades y las decenas, ó los dígitos y los artículos, y que si el 2 por exemplo se multiplica por diez será dígito en las decenas, y artículo en las centenas; pero si se multiplica por ciento, será dígito en las centenas y artículo en los millares, y así en todos los demas; doctrina que tal vez podria contribuir á la inteligencia de la aritmética digital, en que se ocupaban los antiguos, como se vé en Beda (a), y en otros escritores, pero que nada sirve para la doctrina práctica de las multiplicaciones y particiones, ni para el buen uso de la tabla pitagórica, como la explican otros escritores, y como la conocen todos comunmente. Así que parece poderse concluir sin nota de temeridad, que no ha sido bien enten-

(a) De loq. per gest. dig. &c. ni. bii2 (a)

tendido de aquellos escritores el pasage de Boecio, ni justamente explicada, ni tal vez entendida del mismo Boecio la tabla pitagórica, á la qual de ningún modo le conviene su adjunta doctrina; lo que no podrá causar mucha admiracion á quien tenga algun conocimiento de las obras de los latinos en estas materias. Pero sea como se fuese por este pasage de Boecio, como por otros de otros escritores, podemos ver, que si los pitagóricos no son los inventores de nuestras cifras, á ellos ciertamente debe referirse la invencion del abaco, que tanto ha servido para las operaciones de la aritmética, y que á Pitágoras, y á los pitagóricos es deudora aquella ciencia de sus mayores progresos. No hablaré de las obras aritméticas de Telauges (a), de Archítas, y de otros pitagóricos, referidas por Fabricio (b), que ciertamente habrán contribuido á hacer mas comunes las luces de aquella ciencia, pero que se han perdido ya. Todavía vemos en Platon, tambien sequaz de la

Griegos
aritméticos.

(a) Suid. in *Thel.* (b) *Bibl. gr.* lib. II, c. XIII.

doctrina de Pitágoras, en quantas sutiles y útiles combinaciones se habian internado ya en aquel tiempo las especulaciones de los aritméticos. El célebre árabe Alkindi, que escribió mucho sobre la aritmética, nos dió una obra en particular sobre los números armónicos referidos por Platon en su *Timeo* (a); y este ademas en el *Teeteto* y en otros muchos diálogos hace ver como se poseía entonces la doctrina de las proporciones, y de muchas operaciones numéricas. Tambien Aristóteles, aun en obras donde menos parece que debian esperarse, hace frecuentes alusiones y llamadas á las doctrinas aritméticas, y nos manifiesta con bastante claridad quan conocidas y comunes fuesen ya entonces entre los griegos sus lectores. De todo esto con razon podrá inferirse, que ya entonces daria aquella ciencia digna materia para muchos libros de historia, como en efecto sabemos haber escrito algunos Eudemo y Teofrasto (b). Pero la primera obra que tenemos, realmente digna de llamarse aritmética, se escribió despues de

Eu-

(a) Arab. phil. bibl. (b) Laerz. in Theoph.

Euclides. Eudemo y Teofrasto, y son algunos libros de los elementos de Euclides (a), y los cuales versan sobre esta materia, y prueban quanto se hubiese adelantado ya en aquel tiempo esta ciencia, quantas ingeniosas y útiles combinaciones se hubiesen hecho sobre las propiedades de los diversos números, y de las varias proporciones, y de los muchos resultados que se derivan de ellos, y quantas justas y prudentes reglas se hubiesen prescripto para encontrar los números que se buscaban, y contar las cantidades propuestas.

Archimedes. Archimedes dió poco después una clara prueba de los progresos de aquella ciencia. Su *Psammite*, ó sea del número de los granos de arena, es un esfuerzo de la aritmética, en que para desengaño de los ignorantes en tales materias, que creían no haber números bastantes para expresar la cantidad de los granos de arena que se encuentran en las playas del mar, prueba que aun quando estuviere lleno de tales granos un espacio mayor que todo el universo.

(a) VII, VIII, IX.

verso entonces conocido, el quinquagesimo término del una progresion decupla ascendente hubiera sobrado para expresar la buscada cantidad. Vigor y solidez de ingenio se requeria en Archimides para llegar á tales determinaciones, pero tambien era menester no poco primor y perfeccion del arte para poder conseguir tanta exactitud; y una tan vasta y dificil operacion manifiesta los muchos progresos y adelantamientos que habia hecho ya la aritmética. En este estado de perfeccion del arte procuró Eratóstenes añadirle la facilidad en las operaciones, é inventó un tablero aritmético, mencionado por Nicomaco (a) y por Boecio (b), que con razon puede ser tenido como la primera invencion de la aritmética instrumental. Este tablero es una tabla de números impares, con la añadidura de divisores comunes y compuestos, para distinguir los números primeros y simples, de los segundos y compuestos; operacion ahora comun, y de poca utilidad, pero entonces no poco subli-

Tom. VII. L me,

(a) *Arihm.* (b) *Arihm.* lib. I, c. XVII.

me, y siempre muy ingeniosa. A esta invencion de Eratóstenes hizo sus anotaciones aun en el siglo pasado Juan Fello obispo de Oxford, como dice Fabricio (a), y mas recientemente trabajó no poco sobre la misma el docto matemático Pell, como se comprehende por una carta de Leibnitz (b); lo que prueba quanta estimacion se hubiese adquirido aquel tablero de Eratóstenes de los justos conocedores de las prendas matemáticas. Pero por grandes que fuesen los méritos en la aritmética de Euclides, de Archîmedes y de Eratóstenes, el que obtuvo la mayor celebridad, el que de algun modo es llamado por antonomasia *el aritmético*, no es otro que Nicomaco escritor de tiempo incierto, pero que puede decirse de principios de la era christiana. Los comentarios é ilustraciones de los griegos, las traducciones, compendios, y tambien ampliaciones y explicaciones de los pocos latinos que podian entenderlo, y de los árabes, harto mas inteligentes que los la-

Nicomaco.

em

I

III. moT ti-

(a) *Bibl. gr. lib. IV. c. XXI, §. III.* (b) *Ad Oldenburg. 27. Aug. 1676.* (c) *Math. (d)*

tinios en tales materias, son una evidente prueba del aprecio en que fueron tenidas de todos las obras aritméticas de Nicomaco. Y á la verdad aunque ahora sea poco importante su doctrina, causa mucho placer el observar el ingenio de los primeros filósofos griegos, que supieron formar tantas y tan graciosas combinaciones de números pares é impares, primeros y segundos, simples y compuestos, perfectos é imperfectos, y tantos otros diversos, producir tantos y tan curiosos números poligonos, encontrar tantas proporciones, y descubrir en todo tan agradables, y tan sutiles y maravillosas propiedades. Mas util y mas ventajosa para el adelantamiento de la aritmética ha sido la doctrina de Diofante, el Leibnitz, ó el Newton de Diofante. los antiguos en esta parte. El no se pone como Nicomaco á explicar la propiedad de los números diversos, sino que suponiendo en breves definiciones las doctrinas teóricas de los aritméticos, pasa á la práctica, y corre rápidamente de cuestión en cuestión, decidiéndolas todas con solidez y agudeza de ingenio, y esparciendo copiosas luces para resolver otras

muchas. En cada libro se va internando en investigaciones mas arduas y difíciles, y manifestando en sus doctísimas resoluciones métodos ingeniosos y seguros de explicarlas; y tanto mas debemos lamentarnos de la pérdida de los seis libros que nos faltan, quanto que por los que existen podemos creer fundadamente que se encontrasen en aquellos mucho mas ampliados los confines de la aritmética. Lo cierto es que en ninguno de los antiguos se descubre como en Diofante una libre franqueza, un pleno dominio, y una vista penetrante y segura para volver y revolver á su arbitrio las quëstiones de aquella ciencia. Pero su aritmética es algebráica; y deberemos volver á hablar de ella quando tratemos del álgebra. Después de Diofante poco mas tenemos en esta materia que un fragmento de Teon esmirneo, el qual mas sirve para entender los escritos de Platon y de los otros antiguos, que para el adelantamiento de la aritmética; y algunos pedazos de los primeros libros de las *Colecciones matemáticas* de Papo, donde doctamente se refieren las doctrinas aritméticas de los antiguos. Así

que

que á Pitágoras y á los pitagóricos, á Euclides, á Archîmedes, á Eratóstenes, á Nicomaco y á Diofante podemos justamente atribuir toda la doctrina aritmética de los griegos.

Esta misma sirvió tambien para los latinos, quienes no tenían obra alguna aritmética mejor que la de Boecio; y esta, como el mismo confiesa (a), no es otra cosa que la doctrina, y aun la obra misma de Nicomaco, traducida en latin libremente, á veces abreviada, á veces ampliada, como á él mas le place, para darnos la justa inteligencia de la materia; de cuya obra de Nicomaco tenían ya antes los latinos otra traduccion debida al africano Apuleyo. Ni Marciano Capela, ni el verdadero ó supuesto san Agustín, ni Casiodoro, ni san Isidoro, ni otro alguno de aquellos latinos, que para formar su *quadri-vio* escribieron tratados de aritmética, merecen ser colocados entre los escritores de aquella ciencia. Solo el célebre Beda á principios del siglo VIII trató de

(a) *Arithm. præf.*

de los números , y del modo de contar, propuso quëstiones numéricas , y las dió solucion , y escribió de modo de aquellas materias , que pudo ayudar al estudio del que quisiese aprender este arte., y dar alguna luz á nuestra curiosidad , para conjeturar despues de tantos siglos las operaciones aritméticas de los antiguos. Estos usaban tambien un arte llamado *datilonomia* , abandonado despues por los modernos, esto es de contar con los dedos, adoptando en vez de caractéres las varias inflexiones y situaciones de ellos, y formando de este modo varios cálculos , de cuyo arte escribió mas distintamente que todos los antiguos el mismo Beda , y despues ha sido seguido por el Nebrisense (a) , por Wover (b) y por otros modernos.

Aritmética de los árabes.

Harto mas que á Beda , y que á todos los latinos debe la aritmética á los árabes, únicos poseedores por muchos siglos de los conocimientos matemáticos. Infinitos son los sarracenos que ilustraron con sus escritos estas materias , y se hicieron en ellas

(a) *De digit. supput.* (b) *Polymath.* (c)

ellas singularmente célebres. Gran crédito se adquirió Thebit ben Corrah, y sus obras aritméticas de los números poligonos, y de los que se multiplican hasta el infinito, de la proporcion compuesta, y del epítome de los libros de Nicomaco, eran estudiadas como clásicas y magistrales en aquella ciencia. Abi Abdalla Moamad fue llamado por antonomasia el *aritmético*. Abu Barza obtuvo particularmente el nombre de *calculador*, se distinguió tanto en el conocimiento y ciencia de los números, como en el arte de manejarlos, y en la erudicion que pertenece á los mismos; y no solo supo ver las propiedades y las relaciones de los números, sino que tambien inventó nuevos modos de combinarlos, y enriqueció la aritmética, con nuevas noticias, y nuevos métodos. Nosotros usamos aun en nuestros cálculos la regla de *falsa posicion*, llamada tambien de *elcatáin*, en la qual tomando á nuestro arbitrio un número, y viendo su resultado, se hace despues la regla de tres, y se halla el verdadero número que se busca; y esta regla se debe á los árabes, como el nombre mismo lo manifiesta, y

co-

como lo atestigua Lucas de Borgo (a), quien siguiendo á Leonardo de Pisa, la trae como invencion arábica, juntamente con algunas otras sobre las mismas materias.

Cifras numé-
ricas
venidas á
nosotros
por los á-
rabes.

Pero la mayor obligacion de nuestra aritmética á los sarracenos proviene de la introduccion que se les debe de las cifras numerales, y de la manera de usarlas; seria todavía imperfecta y balbuciente la aritmética práctica, sino tuviese la facilidad y el auxilio de tales cifras. Y es de advertir, que no solo se han de considerar en las cifras los signos ó las figuras, sino el facil uso, el expedito manejo, y el claro y seguro método de hacer con ellas las operaciones mas difíciles, lo que hace útil, preciosa, é importante su invencion. Lo vasto y abundante de las materias no nos permite texeraquí una breve historia de los signos numéricos de los antiguos, la qual, aunque no importuna para el presente tratado, podria sin embargo parecer mas filológica que matemática; y la tenemos ya formada con bastante extension por Be-

(a) *Somm. d' Aritm. e di Geom.*

veregio (a), y por otros, bien que aun tal vez podría añadirse á sus tratados alguna noticia, y alguna no inútil reflexión. Pasaremos pues á tratar directamente de las cifras llamadas por nosotros arábigas, que deben interesar mas la curiosidad de los matemáticos. Hemos hablado ya en otra parte sobre este punto con tanta difusion (b), y hemos alegado tantas razones y tantos monumentos, para probar que las cifras han venido de los indios, y por medio de los árabes transmitiéndose á los europeos, que seria inútil el volver á hablar ahora sobre esta materia, si casi al mismo tiempo que se imprime esto no hubieran salido á sostener un origen diverso de aquellas cifras dos célebres escritores, Villolison (c) y Adler (d), y no hubieran sido alabados y seguidos por otros. Todo el fundamento de estos escritores se apoya sobre los argumentos de la *Disertacion matemático-crítica* de un anónimo, impresa en la *Coleccion calogeriana*, Tom. VII. M

(a) *Arithm. chronol.* lib. I. (b) Tom. II, c. X. (c) *Anecd. gr. &c.* p. 152. &c. (d) *Mus. Cuf. Barg.* p. 37. &c.

en Venecia 1753 (a); y debe causar admiracion que razones tan débiles, y aun á veces falsas, hayan podido inducir á hombres verdaderamente eruditos á una tan decidida aseveracion. En las siglas lapidarias, y en las notas librarias, dice el anónimo que usaban los antiguos aquellas cifras. Sí; pero basta leer á Valerio Probo, y á los muchos antiguos, que por siete ó mas siglos escribieron sobre la interpretacion de las notas romanas, los quales se refieren en la *Coleccion de gramáticos latinos* de Gotofredo; basta leer á Nicolai, Orsato y los otros modernos que explican las siglas lapidarias de los antiguos, para concluir que no puede con razon traerse á este propósito el exemplo de las notas lapidarias y librarias: se usan, sí, las señales 3, 7, 9 y otras de las nuestras numerales para muchos y diversos significados, pero jamas para señalar los números. Antes bien donde se habla de las notas numerales, se traen las acostumbradas letras romanas, con otros signos, que no son mas que alteraciones de aquellas

(a) *Racc. d'Opusc. &c.* tom. XLVIII.

llas letras, pero de ningun modo las cifras vulgares; y para poder dar á tales cifras la naturaleza romana se requiere, no la mera apariencia y figura, sino la aplicacion y el uso. Tambien los árabes tenían en su alfabeto $\tau\theta$, en la *nunnacion* 69, y algunas otras letras muy semejantes á las cifras; pero sin embargo nosotros no derivamos de los árabes las cifras numerales por aquella semejanza, sino solo por el uso posterior de la práctica aritmética. Y si el erudito anónimo trae algunas inscripciones, en las cuales el 7 parece tomarse por un número, además de que todas sufren alguna excepcion con que poder rebatir su autoridad, puede decirse con fundamento no ser aquel signo mas que un V latino malamente formado, segun el uso sobrado comun entre los grabadores de corromper muchos caracteres. Al argumento del uso de tales cifras en las notas romanas añade el anónimo el del conocimiento de las mismas en los antiguos aritméticos; pero con la misma insubsistencia, y sin mayor apariencia de verdad. Cita á Diofante (a), como no ig-

mi B. C. IV. M 2 no-

(a) Pag. 70. $\sqrt{+} \cdot 8^{\text{a}} \text{ } (3) \cdot 4 \cdot 3^{\text{a}} \text{ } (5)$

norante de tales notas, quando poco antes (a) lo habia citado como quien jamas hubiese tenido de ellas la menor noticia. Cita (b) todos los pasages de la aritmética de Boecio, donde vemos las cifras en los impresos y en los códices recientes, como que estas tienen tanta conexi6n con las operaciones hechas por él, que sería imposible el pretender separarlas; pero quien quiera hacer la prueba de formar las mismas operaciones sin cifras, y con los números romanos, verá quan fácil es superar el imaginado imposible. Al pasage de la geometría de Boecio, referido tambien por él, hemos respondido antes suficientemente, y no queremos causar nueva molestia á los lectores repitiendo las cosas dichas una vez. Con más extension hablaremos ahora de Gerberto, citado tambien con poca oportunidad por el erudito anónimo como conocedor de las cifras numéricas, y como sequaz en esta parte de Boecio, y no de los árabes. Pero es cierto que Gerberto conoció las cifras, y nuestra aritmética? Yo he leído todas las cartas, y las obras matemáticas

-00 105 M 105 XIV III im-

(a) Pag. 54. (b) Pag. 47. 105 804 (n)

impresas de Gerberto , y no descubro en ellas indicio alguno. Las instancias con que el emperador Oton le pide que le enseñe el libro de la aritmética, tal vez podrán hacer creer que Gerberto tuviese una superior á la que entonces se conocia , y esta fuese la arábica. Pero en su respuesta (a) reflexiono, que Oton solo hacia tan vivas instancias porque padecia alguna equivocacion sobre el supuesto valor de los números. El único pasage que suele citarse á este propósito , es la carta CLXI de Gerberto á Constantino , porque en ella dice, que un mismo número hora es simple, hora compuesto, hora dígito, hora artículo. Pero es de observar lo que no veo reflexionado ni por los matemáticos, ni por los críticos , que dicha carta puesta entre las de Gerberto , es cabalmente la misma que se encuentra en las obras de Beda al principio del libro *De numerorum divisione ad Constantinum*. No quiero decidir si deba ponerse entre las obras de Gerberto , ó entre las de Beda ; pero sí diré, que si ninguno en tantos siglos ha

ob pen-

(a) Ep. CLIV.

pensado jamas en atribuir á Beda el conocimiento de las cifras por las expresiones de aquella carta , ¿por qué se ha de querer dar tanta fuerza á las mismas en la pluma de Gerberto? Hemos dicho antes, hablando del pasage de la geometría de Boecio , de que modo un mismo número es á veces artículo , y á veces dígito , sin que intervengan las cifras : ¿y cómo podrán estas hacer un número á veces simple , y á veces compuesto , que no lo hagan igualmente los caracteres romanos , y qualquier otros? Aun puede probar mas en este asunto el pasage de Guillermo de Malesbury (a) , donde refiere los muchos conocimientos que adquirió Gerberto en España , y pasó á las Galias , uno de los quales era el abaco , arrebatado por él á los sarracenos , con ciertas reglas , que hacian sudar á los abaquistas. Tal vez este abaco , y estas reglas habrán sido las cifras y la aritmética arábica , lo que por otra parte no me atrevo á determinar; pero si es así realmente , ¿quien dudará que estas las adquirió de los árabes , y no de

(a) *Hist. Angl.* lib. II. 43

de Boecio? Pero él mismo nos dice (a), observa el ánimo (b), que sigue en la aritmética á Boecio, y no á los sarracenos. ¿Como se dexan llevar ciegamente los hombres de la propia opinion, hasta hacer decir á los autores lo que jamas pensaron decir! Gerberto en todo aquel pasage no dice otra cosa sino que la geometría ocupa el tercer lugar en el orden de las matemáticas; pero que él no dará la razon de este orden de las matemáticas, porque Boecio en el principio de su aritmética lo habia explicado ya con bastante claridad. ¿Como pues de este pasage tan distante de nuestro argumento se podia inferir que Gerberto para las cifras numerales *Boethium non vero arabes magistros esse secutum?* No aseguraré que Gerberto conociese y enseñase á los europeos nuestra aritmética, como se dice comunmente; pero diré, que si en realidad fue así, ciertamente la aprendió de los árabes, ó de los españoles sus discípulos. No seguiré refutando las equivocaciones y errores en que incurre el anónimo, é hizo

incurrir á Villoison y á Adler, que ciega-
mente abrazaron casi todas sus palabras,
y solo diré que con toda justicia pode-
mos dexar á los árabes el mérito de ha-
bernos comunicado las cifras numéricas,
que son tan útiles para las operaciones
aritméticas; y podemos también con igual
derecho conservar á los indios el honor
de la invencion de las mismas, que les he-
mos atribuido (a) con la autoridad de los
mismos árabes, de los griegos y de los la-
tinos. Resta finalmente para concluir este
discurso, que podrá parecer sobrado lar-
go, el fixar el tiempo en que empezaron
los árabes á usar de estas cifras.

Epoca de
la intro-
duccion
de estas
cifras en-
tre los ára-
bes.

Adler dice (b), que se quiere comun-
mente que los árabes las tomasen en las
guerras con los indios en el siglo XI; pero
que él cree, por una medalla del museo
borgiano, donde lee las cifras 585 ó 679,
poderse con mucha verisimilitud determi-
nar el tiempo de la introduccion de aque-
llas cifras entre los árabes, y que sea el
año 1189 ó 1280. Si he de decir la ver-
dad,

(a) Tom. II, c. X. (b) *Mus. Cuf. Borgian.*
8c. p. 37.

dad, no sé, ni que comunmente se señale dicha época en el siglo XI, ni con que monumentos ó razones pueda hacerse esto. Pero sí diré, por lo que mira á la época imaginada por Adler en vista de la medalla borgiana, que ni en ella se puede leer absolutamente lo que él quiere, y en efecto él mismo está incierto sobre si debe leer 585 ó 679, y ciertamente en vista de la estampa de la moneda, donde probablemente habrá hecho expresar con mas claridad lo que en el metal estará mas obscuro, no puede leerse ni lo uno, ni lo otro; ni leyéndose en ella realmente 585 ó 679, corresponderia con exâctitud á 1189 ó 1280, como él dice (a); y aun quando fuera así, no por ser esta la primera moneda que él haya visto con las cifras numéricas, puede servir de prueba de haber sido aquella la época de la introduccion de tales cifras entre los árabes. ¿Quien no sabe que en las monedas y en los monumentos públicos se siguen los usos y las fórmulas establecidas y constantes, y no se admiten facilmente las no-

Tom. VII. N. octo y ve-

vedades? ¿Quantos siglos no se han usado entre nosotros en los escritos privados las cifras arábigas, sin que jamas se adoptasen en los diplomas, ó en los monumentos públicos? No me atreveré á fixar con precision el tiempo de la introduccion de tales cifras entre los árabes; pero se podrá conjeturar con alguna probabilidad, que en tiempo de Aroun Raschid, y mucho mas en el de Almamon, quando se emprendian expediciones literarias á la India para adquirir las luces científicas que conservaban los brácmans; quando se traducian los libros astronómicos, y otros de los indios; en suma quando se abrazaba con empeño quanto podia contribuir á la cultura y á la instruccion de los estudiosos árabes; entonces cabalmente con la astronomía, y con otros muchos conocimientos filosóficos de los indios adquiriesen tambien su aritmética. Vemos en efecto que Alkindi en el mismo siglo IX escribió ya *De la Aritmética indiana*; que en el siguiente dió Almogetabi un tratado mas difuso *Del Arte de los números indianos*, y otro Alkarabisi del *Modo de contar de los indios*; que á principios del XI en-

entró ya el célebre Alhassan á examinar, no solo la mera práctica de aquella aritmética, sino tambien los *principios mismos del modo de contar de los indios*; que en suma era ya hartó comun á todos los árabes la aritmética indiana, mucho antes de todas las épocas insinuadas por Adler; y que con razon podremos referir al siglo VIII la introduccion de la misma en aquella docta nacion. De los árabes tomaron los españoles el uso de aquellas cifras; y Terreros en la *Paleografía española* (a), ó Burriel que le suministró los materiales, explicando un escrito del año 1136 de una traduccion de Tolomeo, referido en la lámina XII, dice, que este es uno de los escritos mas antiguos, en que se descubren las cifras arábigas, las quales, añade, se ven en casi todos los escritos matemáticos de aquella edad, pero no en los otros libros ó instrumentos, y ni aun en las mismas cuentas, en que se continuaban usando los números castellanos, que eran los romanos, con poquísima variacion. De los árabes tomó tambien las

Propagacion de las cifras arábigas.

Grupos modernos escritos en las aritmeticas.

mismas cifras Leonardo de Pisa á fines del siglo XII, é hizo docto uso de ellas en su precioso código, que existe en la Magliabecchiana. De los árabes las recibieron igualmente los griegos; y Máximo Planudes escribió una obra para enseñar el arte de usarlas. En suma toda la Europa debe á los árabes el beneficio de estas cifras, que tan útiles, y aun necesarias han sido para los progresos de la aritmética. ¿Que adelantamientos podia esta hacer sujeta á las embarazosas trabas de los números romanos, impropios, como justamente reflexiona Huet (a), para las operaciones aritméticas? ¿Como podia esperarse, que sin el auxilio de tales cifras llegase jamas á los sublimes cálculos, y á las complicadísimas series, que ahora forman las delicias de los matemáticos? Por falta de estas, dice Vossio (b), no podian los griegos, ni los romanos ser perfectos aritméticos; y si nuestros modernos han llegado á tal perfeccion, debemos profesar eterno reconocimiento á los árabes, que nos han

(a) *Dem. Evang.* prop. IV. (b) *De sc. math.* c. IX. *Addenda.*

han comunicado el auxilio de aquellas cifras. Solo este mérito de los sarracenos debiera bastar para hacer inmortal su nombre en los anales de la aritmética; pero tuvieron varios otros, y con infinitos escritos, con útiles inventos, y de mil modos diversos ilustraron aquella ciencia. Abdulhamid Abulphadhl, además de un libro de la propiedad de los números, y de una obra de toda la aritmética dividida en seis tomos, escribió un libro de las ingeniosas invenciones aritméticas, donde se ven muchas que son propias de sus nacionales; y él mismo con esta obra hizo á su nacion benemérita, no solo de las teorías, sino tambien de la historia de la aritmética.

Mientras los árabes promovian tan utilmente aquella ciencia, volvieron igualmente los griegos á cultivarla. Escribió Psello de la aritmética en el siglo XI; pero con mucha superficialidad. Escribió en el XIV Berlaamo con mayor profundidad, y Wolfio encuentra los seis libros de su logística harto sublimes, y muy superiores á la inteligencia de los lectores principiantes. Escribió como hemos dicho de la

Griegos
modernos
escritores
de arit-
mética.

Quadra-
dos má-
gicos.

la aritmética Máximo Planudes, y explicó á los griegos las reglas de contar con las cifras arábicas ó indianas; y escribieron de aquellas materias varios otros griegos, que pueden verse en Fabricio (a). Nosotros solo hablaremos de Manuel Moscópolo, autor de fines del siglo XIV, ó de principios del XV, no sabiendo si es el tio ó el sobrino el Moscópolo, de quien ahora hablamos, escritor de la obra aritmética de los *quadrados mágicos*, que se conserva manuscrita en la real biblioteca de Paris. A él debemos la invencion, ó á lo menos la primera noticia del *quadrado mágico*; invencion ciertamente curiosa, y tambien útil á la aritmética por las varias combinaciones de números que ha hecho descubrir. Todos los números que componen un cuadrado, v. g. 1, 2, 3 &c. hasta 25; si están dispuestos en progresion aritmética, forman un *quadrado natural*; pero aquel cuadrado se hace *mágico*, si los números se escriben con tal orden, y se combinan con tal método, que sumándose los números de cada uno de los lados, tanto horizontalmente como verticalmente, y en las diagonales, se obtenga siempre la misma suma.

(a) *Bibl. gr. lib. IV, c. XXIII.*

horizontales y verticales , como diagonales , por cada uno resulta la misma suma. El primer autor que sepamos haber hablado de tales quadrados , llamados *mágicos* , no tanto por esta propiedad suya aritmética ó mágica , quanto por el uso que se hacia de ellos en los talismanes , es este Moscópulo en el citado código de Paris , exâminado por la Hire , y él nos presenta , aunque solo en los números impares , dos métodos de formarlos , explicados por el mismo la Hire (a) , y estimados justos é ingeniosos , pero reducidos á dos casos particulares de los métodos propuestos por él en la sexta y en la décima proposicion de su primera disertacion. Estos quadrados fueron despues adoptados prácticamente ; y Agripa formó quadrados de siete números , que son desde el 3 hasta el 9 , para aplicarlos á los planetas. El docto aritmético Bachet de Meciriac habiendo visto los quadrados de Agripa , y no encontrando en autor alguno reglas para formarlos semejantes , propuso una

(a) *Ac. des Sc.* an. 1705.

para los números impares (a), pero no supo encontrarla para los pares; y su método no es otro que el primero de los dos de Moscópulo, pero no tan sencillo. Célebre se hizo tambien en este punto de combinaciones numéricas el ingenioso Frenicle, que tanto crédito se habia adquirido con tantos otros descubrimientos aritméticos; y dió métodos para quadrados de raíces pares é impares; y enseñó á variarlos de infinitas maneras que los otros no habian imaginado, y se determinó felizmente á disponerlos de modo, que algunos, aun quitado uno ó mas contornos de los lados horizontales y verticales, queden siempre mágicos, y otros al contrario dexen de ser tales, siempre que se quiera quitar uno ó mas contornos sea el que se fuese; y manifestó su ingenio y su gran pericia numeral en aumentar las circunstancias de los quadrados, y por lo mismo las dificultades, y en superarlas gloriosamente (b). Quando causaban estrépito en Francia los quadrados mágicos, la Lou-

(a) *Probl. plaisans.* (b) *Anc. Mém. de l'Acad. des Sc.* l. V.

Loubere, que transmitió á la Europa tantos conocimientos de los indios, traxo tambien de ellos un método para formar los quadrados mágicos, no muy diferente del primero de Moscópulo, y dió tambien de él una ingeniosa, pero difícil demostracion (a). A principios de este siglo el flamenco Poignard publicó un tratado de estos quadrados, que quiso llamar *sublimes*, donde explicó muchas novedades ingeniosas y agradables. En vez de tomar todos los números de la serie de los números naturales, que llenasen un quadrado, como se habia hecho hasta entonces, toma solamente tantos números consecutivos, quantas son las casillas de cada lado, y los coloca de modo que ninguno se halle dos veces en un lado, y hagan todos los lados la misma suma. En vez de tomar los números en progresion aritmética solamente, los toma en progresion geométrica, y en armónica, y forma en todas diversas suertes de ingeniosos quadrados. Vino finalmente la Hire, y en dos

Tom. VII. O di-

(a) V. la Hire *Mém. &c. Ac. des Sc. an.* 1705.

disertaciones leídas en la Academia de las ciencias superó mucho los descubrimientos de Frenicle , y de Poignard; propuso tantos métodos , no solo para los quadrados impares , sino tambien para los pares, é hizo de ellos tan solidas é ingeniosas demostraciones, varió de tantos modos todos los quadrados , los adornó con tantas circunstancias , los travó con tantas dificultades , los formó con tanta facilidad , y seguridad , y dió tantas resoluciones á un problema , al qual hubiera sido bastante glorioso el encontrarle una sola , que pareció no dexar mas campo á los otros aritméticos para exercitarse en esta materia. Pero sin embargo en 1710 propuso Sauveur en la misma Academia nuevos descubrimientos para semejantes quadrados : para hacerlos mas generales los compuso no en números , sino en letras , formó quadrados por *analogía* , por *reciprocacion* , por *exceso* , y por *defecto* : los cortó no solo en contorno , sino en cruz , y de otros modos; dió formulas algebráicas para todos los que eran capaces de ellas ; y no contento con tantos quadrados , hizo tambien cubos mágicos; y Fontenelle en la historia de aquel año

año se lisonjeaba de que este seria el último que hablase de una materia, que le parecia ya exhausta, y no muy importante, y de la qual, si hemos de decir la verdad, nos parece estar él ya fastidiado, como tememos que lo esten tambien nuestros lectores. Pero se engañó Fontenelle, y posteriormente en 1750 presentó d' Ons-en-Bray otra memoria, en la qual propuso un método, no para añadir nuevas condiciones á los quadrados, y por consiguiente nuevas dificultades; sino para simplificar la resolucion del problema, dexando en pie las condiciones de que los demas lo habian cargado. Varios otros, ademas de los nombrados hasta aquí, han tratado tambien de estos quadrados; pero lo que llevamos dicho bastará para hacer ver en quanto aprecio hayan tenido los célebres aritméticos la invencion del griego Moscópolo: si esta no ha acarreado alguna sólida ventaja, ni provechoso uso á las ciencias, no ha dexado de ser útil á las mismas. El ingenio se aguza, se dilata el entendimiento, se fortifica la fantasia con tantas y tan sutiles combinaciones de números, las ciencias se aprovechan de las nue-

vas ideas que presentan estas investigaciones, y es siempre una honesta diversion, y un laudable entretenimiento el descubrir, aunque en materia tan esteril y seca, tantas nuevas, y á veces agradables verdades.

Aritmético-
coslatinos.

Aun antes que los griegos empezaron los latinos á abrazar el estudio de la aritmética. En el siglo X habia ya escrito el Español Josef un libro de la multiplicacion, y de la particion de los números, muy buscado por Gerberto (a), y por aquellos pocos, que entonces podian gustar de estas materias. La aritmética puede tal vez decirse que fué el estudio que mas cultivó Gerberto. El habla de ella con frecuencia en sus cartas, y se muestra bastante práctico en las otras obras matemáticas; él, segun el testimonio antes citado de Guillermo de Malesbury, entre todas las adquisiciones científicas hechas en España hacia principalmente alarde de la de las reglas del abaco, y de las cuentas, y su aritmética estaba tenida en tanto aprecio, que el emperador Oton creia poder competir con el vivaz

Gerberto.

(a) *Ep. ad Ger. Aur.*

ingenio de los griegos si llegaba á conseguir de Gerberto que le instruyese en ella. Pero ni de Gerberto, ni de los españoles sus maestros, ni de otro europeo alguno de aquellos tiempos existe ya (escrito alguno sobre la ciencia numérica, que se haya dado á luz. El primer escritor de quien se conservan monumentos es el célebre Leonardo Fibonacci de Pisa, de quien todavía tenemos el precioso códice intitulado *Liber abaci*, tantas veces citado. Este pi-

sano llevado á Africa por su padre hácia fines del siglo XII, empleado en una aduana, se dedicó con empeño á aprender de los árabes la aritmética indiana, que nosotros llamamos arábica, á la qual daba la preferencia sobre la griega, sobre la romana, y sobre todas las otras; y después de algunos años, en 1202 publicó esta obra, que puede ser tenuta como magistral en aquella materia, y en la qual explica tambien la aritmética algebráica. Y no fué esta la única obra de Leonardo sobre el arte de contar, puesto que de un grueso códice en folio, existente en la biblioteca del hospital de santa María la Nueva de Florencia, se infiere haber él com-

pues-

Leonardo
de Pisa.

puesto tambien un *Tratado sobre los números quadrados*, que se halla copiado en el libro XVI de aquel código (a); de cuyo tratado habla tambien con mucho elogio Lucas Pacioli (b). Por grande que haya sido el mérito de Leonardo en la aritmética, y por algun respeto superior á todos los otros, sin embargo han sido conocidos mas generalmente de los matemáticos Jordan Nemorario, y Juan de Sacrobosco, autores tambien del siglo XIII. La aritmética de Jordan conservó aun su crédito entre los posteriores mas ilustrados, puesto que vemos que el docto Regiomontano, juez el mas autorizado en estas materias, queria dar á la prensa sus obras aritméticas (c), que despues en efecto publicó é ilustró Jayme Fabro sus *Elementos aritméticos*, y que Clavio y otros matemáticos hicieron uso de ellos, y los citaron con aprecio. Juan de Sacrobosco mas conocido por el tratado de la *Esfera*, es-

Jordan
Nomora-
rio.

Juan de
Sacrobos-
co.

(a) V. Taxgioni *Viag. Tosc.* t. II. (b) *Somma* &c. distinct. I, tract. IV, art. VI. (c) Gassend. in *Vita Regiomont.* ex ejus Catálogo.

cribió tambien de la aritmética, y tanto con esta obra, como con la de la esfera contribuyó mas que todos á propagar el uso de las cifras, y de la aritmética arábiga. De este modo se esparcian por todas partes las luces de aquella ciencia, los conocimientos de los números se hacian mas comunes, y se poseia mas y mas el arte de manejarlos. Lo vemos en la Toscana donde se conservó siempre viva y fecunda la doctrina de Leonardo; y á principios del siglo XIV floreció con singular crédito de saber aritmético Pablo de Dago-

Pablo del
Abaco.

mari, del qual dice Felipe Villani, que *fué peritísimo aritmético, y en las equaciones superó á todos los antiguos y modernos*, y Ximenez cree por varias razones (a) que sea el mismo Pablo, el que por su pericia en el arte de contar fué distinguido con el sobrenombre *del abaco*. En el siguiente siglo escribió un anónimo el grosísimo código antes citado, intitulado *Tratado del abaco*, conservado entre los códigos de dicho hospital de Florencia, donde siguiendo la doctrina de Leonardo trata copiosamente

(a) *Del gnom. fior. Introd. stor. par. II, §. 6.*

Lucas Pacioli.

esta materia (a); floreció un Benedicto, alabado por Verino en su *Ilustracion de Florencia* como maestro universal de contar; y finalmente Lucas Pacioli de Borgo san Sepolcro escribió la primera obra de aritmética, que se ha dado á la prensa, esto es, su *Suma de aritmética, geometría, proporciones, y proporcionalidad*, en la qual, dice Targioni (b), se adornó con la obra de Leonardo, y en la qual, sea de esto lo que se fuese, ciertamente reduxo á mayor brevedad las operaciones aritméticas del dicho Leonardo, de Nemorario, de Sacrobosco, y de otros maestros alabados por él mismo, y enseñó no solo las reglas aritméticas, sino tambien las algebráicas. Entonces empezó á ser conocida y estimada el álgebra, la qual era toda numérica, criada, puede decirse, para auxilio de la aritmética, y sujeta á su servicio. Y en efecto entonces con el auxilio y socorro del álgebra creció mucho la aritmética, y se elevó á sublimes y difíciles operaciones, á que antes ciertamente no hubiera podido llegar. Todas las ciencias están unidas entre sí con

vín-

(a) Targ. ibi. (b) Ibi. (n)

vínculos de hermandad, y no puede promoverse una sin que todas se muevan y disfruten alguna ventaja. De la cultura del álgebra sacó mucha utilidad la aritmética, y esta debe mirar á los Tartaglias, á los Cardanos, y á los otros algebrístas como sus verdaderos bienhechores. El amor á los griegos y á la antigüedad le fué tambien provechoso: buscando y estudiando á los antiguos griegos se hicieron traducciones, ilustraciones y comentarios de Euclides, de Archîmedes y de Diofante; y con ellos se enriqueció de nuevas luces la aritmética. El estudio de los astros era el predilecto de los matemáticos de aquellos tiempos, como lo ha sido de casi todos, y este estudio era tambien útil á la aritmética, puesto que la vana astrología se ocupaba para sus pronósticos en grandes cálculos, y en diversas combinaciones de números, y de este modo acarreaba no pequeños adelantamientos á los conocimientos numéricos; y la verdadera astronomía, necesitando á cada paso de grande inteligencia de los números, promovía mucho su estudio; y la aritmética de las fracciones decimales ha nacido, ó á lo menos crecido por el influxo de los astros

Otros escritores de aritmética.

con la cultura de los astrónomos, singularmente de Regiomontano. Y de este modo promoviendo las otras ciencias adelantaba siempre la aritmética, y crecían todas con el mutuo fomento, y con el recíproco auxilio adquirían nuevo vigor. En efecto entonces Stifels, Pelletir, Maurolico, Clavio, Vieta y otros muchos escribieron del arte de contar con luces mas justas, y mas finas, que quantos les habian precedido.

Inven-
cion
de los lo-
garitmos.

Pero la invencion que ha sido mas gloriosa á la aritmética, y el mayor regalo que esta ha hecho á las otras ciencias, se debe al escocés Neper, que á principios del siglo pasado inventó los *logaritmos*, con los quales ha hecho inmortal su nombre, y ha merecido que se le coloque entre los bienhechores de las ciencias, y de la humanidad. La geometría, la mecánica, la astronomía, y todas las ciencias deben profesar á la invencion de Neper el mas grato reconocimiento. El ardor que se habia excitado en los siglos XV y XVI de adelantar en toda clase de conocimientos, no podia sujetarse á la lentitud de las operaciones aritméticas conocidas entonces, y exi-
gia

gía métodos mas faciles, mas seguros y mas prontos: las investigaciones haciéndose mas profundas y mas finas, necesitaban de cálculos numéricos muy extensos, y estos robaban todo el tiempo que debía emplearse en llevar adelante las intentadas especulaciones. Todo estaba lleno de subtensas, de tangentes, de senos y de otras líneas, que no podian medirse con exáctitud, ni determinarse con puntualidad y con verdad sin descender á largas fracciones decimales, entrar en difíciles proporciones, engolfarse en intrincadísimas operaciones; era preciso multiplicar y partir muchos números por otros muchos, consumir mucho tiempo, sufrir molestas fatigas, y quedar sin embargo expuestos á incurrir en errores. ¿Que gracias, pues, no deberemos dar á Neper, que nos ha proporcionado el medio de evitar tantos tropiezos, y llegar al mismo fin con brevedad, seguridad y facilidad? La idea de dos líneas tiradas con diversas velocidades, variable la una, la otra uniforme, y de las relaciones, y razones que se encuentran entre aquellas líneas, hizo que le ocurriese el pensamiento de formar dos tablas de

números en proporciones, geométrica la una, y aritmética la otra, y de substituir á las multiplicaciones y particiones de los números, por decirlo así, geométricos, la suma y la substraccion de los aritméticos, haciendo encontrar con estas el mismo número que antes debia buscarse por medio de la multiplicacion y particion de los números geométricos, y despues pensó aplicarlás á las operaciones trigonométricas. De este modo es tanto mas facil encontrar los buscados números de la multiplicacion, de la particion, de la extraccion de raices, de la formacion de potestad, y de qualquiera operacion quanto es mas facil, breve y seguro el operar por sumas y restas, que por multiplicaciones y particiones, por números baxos, como serán siempre respectivamente los aritméticos, que por altos, como los geométricos. Y no solo la aritmética obtuvo por los logaritmos expedicion y facilidad, sino tambien la geometría, y singularmente la trigonometría, y por consiguiente todas las ciencias exáctas sacan de aquella invencion grandes ventajas; y antes bien el primero y principal uso de los

los logaritmos fué buscado por Neper para las operaciones trigonométricas. Dando un arco de círculo, y aun de otras curvas de tantos grados y minutos facilmente se determinan con las tablas logaritmicas, las subtensas, los senos, las tangentes, las secantes, las areas, como tambien el arco, dado el seno &c. quando antes de tener este auxilio se exígian inmensas fatigas. A este fin deben tenerse muchas consideraciones en la formacion de tales tablas: es preciso buscar en cada una que principio y que progresion se deba tomar; es preciso ver á que corresponda el cero, y que número deba darse á cada logaritmo. Por habersele escapado estas consideraciones á Neper no salió en la formacion de sus tablas con la felicidad deseada. El mismo fué el primero que conoció los inconvenientes que resultaban de aquella forma, y pensó desde luego en la correccion, dando otra á sus logaritmos, como propuso en una obra póstuma publicada por su hijo. El método propuesto por Neper fué felizmente executado por Brigio, su docto discípulo, quien en la obra intitulada *Aritmética logaritmica* publi-

Rabdología.

blicó una larguísima tabla de los logaritmos de los números naturales, y empezó otra de los de los senos, y de las tangentes por todos los grados y centenas de los grados del quarto de círculo, la qual fué despues concluida y publicada por Gellibrand. El holandés Ulacq acarreo aun mas perfeccion, y dió mayor finura á la tabla de Neper y de Brigio, y siguiendo su exemplo otros muchos geómetras y aritméticos han trabajado, y todavía trabajan para construir tablas logarítmicas mas y mas exâctas y completas, de mas uso, y de mayor facilidad. Ademas de la invencion de los logaritmos debemos tambien á Neper el hallazgo de una maquinita, propuesta por él en su *Rabdología*, y que puede verse en muchos libros aritméticos, entre otros en Wolfio (a), con la qual, por medio de ciertas varitas, ó laminitas ingeniosamente combinadas, presenta á la vista qualquier multiplicacion, y particion sin trabajo del calculador. Esta máquina, con alguna mejora para la firmeza de las varitas, y para la distincion de los números, fué en 1730 pre-

(a) *Elem. ar. c. II.*

presentada por Roussain á la Academia de las ciencias (a). El ardor que se excitó en el siglo pasado de promover los adelantos de la aritmética hizo que se pensase tambien en buscar los medios de facilitar las operaciones, y enriquecer con nuevos hallazgos la aritmética instrumental. Otra máquina inventó Pascal despues de Neper de uso mas universal; pero sobrado complicada y compuesta para que pudiese ser de alguna utilidad. Otra mas simple presentó Leibnitz en 1673 á la real Sociedad de Londres, de la qual él mismo nos habla con complacencia, y refiere la aprobacion que obtuvo de Tschirnaus, de Huingens y de otros (b); pero que igualmente habia quedado abandonada y olvidada; bien que, como dice Duten (c), fué en estos años pasados puesta nuevamente en uso por Kästner. Otra máquina habia inventado Moreland, de la qual dió él ya la descripcion en 1666:

otras

1730.

(a) *Hist. de l' Acad. des Sc.* an. 1730. (b) *Op. Leibn.* tom. II. *Brev. descr.* &c. (c) *Op. Lecibn.* tom. cit. *Præf.*

otras se han presentado en este siglo á la Academia de las ciencias por l' Epine, y por Boitissendeau, y otras inventadas por otros; pero todas han sido abandonadas, y yacen llenas de polvo, é inútiles, y la aritmética instrumental jamas ha podido estar en alguna reputacion. Son muy nobles y elevadas las matemáticas para que quieran servirse de tales medios, dexan para los muchachos estos juegos de manos, y exigen en sus adoradores intension de mente,

Pascal. y fuerza de imaginacion. Mas honor acarreo á Pascal la invencion de su triángulo aritmético, en el qual señalando á la punta un número á su arbitrio, se forman sucesivamente todos los números figurados, se determinan las razones que tienen entre sí los números de dos casillas, sean las que se fuesen, y las diferentes sumas que resultan por la adiccion de los números de una misma fila, y despues se hacen de ellas varias aplicaciones. Al mismo tiempo

Fermat. que Pascal trabajaba Fermat sobre los números figurados, y descubria en ellos muchas y muy bellas propiedades, de las quales su ingenio geométrico sabia aprovecharse; se aplicaba á la contemplacion de

de los números *primeros*, esto es, de los que no pueden dividirse en otros números enteros, y encontraba en ellos muy sutiles y verdaderos teoremas, que han llamado la atencion de Eulero (a), de la Grange (b), y de otros modernos; promovía mucho la análisis numérica de Diofante, puesta antes en reputacion por Bachet de Meciriac, como diremos despues mas extensamente (c), y daba honor á la aritmética con su nombre, y con sus descubrimientos. Al mismo tiempo florecía en aquella ciencia Frenicle, que se distinguió singularmente por la destreza y maestría en el cálculo numérico. Los quadrados mágicos, como hemos dicho arriba, ocuparon mucho su atencion, y dexó un largo tratado de ellos, que sino contribuye á la mejora de las ciencias, ciertamente le habrá servido á él mismo para disponer su mente á toda suerte de combinaciones numéricas. Otro dió mas útil sobre los *triángulos rectángulos en números*, y otro de una *abreviacion de las*

Tom. VII. Q com-

(a) *Ac. Petr. Nov. Comm.* tom. V. al.

(b) *Ac. de Berl.* tom. XXXI, al. (c) Cap. III.

combinaciones, en los cuales se leen curiosas y útiles especulaciones de toda suerte de números en general, pero particularmente de los figurados. No habia en aquellos tiempos problema alguno sobre los números, de quien no se viese una resolucion de Frenicle, y esta de la mayor elegancia. Fermat y Cartesio, opuestos entresí en tantos otros puntos, solo convenian en alabar las soluciones de Frenicle, y en preferirlas muchas veces á las suyas propias: ocupados, como dice Condorcet (a), en disputarse la superioridad en los grandes objetos, daban voluntariamente á Frenicle esta prueba de justificacion, que era nada violenta á su amor propio. El *Método de las exclusiones* le daba tal facilidad para la resolucion de semejantes problemas, que tenia admirados á los aritméticos, hasta que con la impresion de este y de otros tratados suyos se vieron los caminos que él se habia abierto, y que felizmente habia seguido. Ahora han dexado de ser de moda estos problemas, y merecen poca atencion tales teorías; pero no-

sotros observando que Beguelin presenta con frecuencia á la Academia de Berlin los problemas numéricos en que se habian ocupado Bachet, Fermat y Frenicle (a): oyendo resonar tan amenudo los nombres de estos aritméticos en las Academias de Petersburgo y de Berlin en las bocas de Eulero y de la Grange (b); viendo á estos dos consumados aritméticos de nuestros dias, agitar con tanto ardor y constancia las investigaciones sobre los números primos y enteros, sobre los divisores, y sobre otros puntos semejantes (c), no podemos dexar de aplaudir las especulaciones de Frenicle, y de Fermat, y profesar grato reconocimiento á sus doctas fatigas. Quando estos, y otros célebres matemáticos se empleaban en tales teorías, otros pensaban en mudar todo el sistema de la aritmética, y formar otros enteramente diversos. Weigel observando que los

Aritmética quaternaria.

Q 2

(a) Tom. XXVIII, XXXI, al. (b) *Nov. Comm. Ac. Peter.* tom. II, al; *Academ. de Berl.* t. XXIV, XXVIII, XXXI, al. (c) *Academ. Peter.* *ibid.* *Ac. de Berl.* tom. cit. XXVI, al.

los pitagóricos tenían en particular aprecio la *tetractys*, ó el quaternario, se imaginó que fuese esta una aritmética quaternaria, esto es, una aritmética, que solo usase el periodo de quatro, como nosotros usamos el de diez, y no tuviese mas caracteres que 1, 2, 3, 0, y creyó encontrar grandes ventajas en este modo de contar; así que quiso exponer el método, y la utilidad en dos obras sobre la *tetractys pitagórica*, publicadas hácia el año 1670. Si Weigel por una soñada imitacion de los pitagóricos intentó formar una aritmética *tetractyca*, ó quaternaria, Leibnitz con estudio para mayor comodidad en el exâmen de los números, inventó una aritmética del mas breve y simple periodo que pueda darse, qual es la *dyadica*, ó binaria, que con solos los caracteres 1 y 0, puede expresar todos los números. Estos tienen dos especies de propiedades; algunas esenciales, qual es, que los números impares puestos en serie, y sumados dan la serie natural de los quadrados; otras accidentales, que dependen de una arbitraria colocacion, qual es por exemplo, que en todos los multiplices de 9, las cifras que los ex-
pre-

presan juntandolas dan siempre 9, ó una multiplicacion de 9, lo que proviniendo unicamente de ser 9 el penultimo número del periodo decuplo, colocado arbitrariamente, no es mas que una propiedad accidental, pero que sin embargo acarrea sus comodidades á la aritmética. Ahora pues de semejantes propiedades accidentales encontró Leibnitz mas en su aritmética binaria, que en la nuestra decimal, añadiendo ademas mayor facilidad para todas las comunes operaciones; y en 1702 dió parte de este invento suyo á la Academia de las ciencias, y en seguida de todas las ventajas que creia pudiesen resultar. Al mismo tiempo Lagny, profesor de hidrografía en Rochefort, sin tener noticia del descubrimiento de Leibnitz, para evitar algunos inconvenientes que encontraba en los logaritmos, pensó tambien en una aritmética binaria, con la qual las multiplicaciones y las particiones se hacen necesariamente por simples adiciones y subtracciones, y como él dice, las multiplicaciones y las particiones son los *logaritmos naturales* (a). Dagincourt, en una me-

(a) *Hist. de l'Ac. des sc. an. 1703.*

memoria sobre esta aritmética leibnitcia-
na, hace ver quanto mayor sea la facilidad
de encontrar con ella las leyes de las pro-
gresiones, que con qualquiera otra de mas
caractéres, ó de mas largo periodo (a).
Una utilidad de la aritmética binaria, en
la qual ciertamente no pensaron ni Leib-
nitz, ni Lagny, ni Dagincourt, que fué
enviada por el mismo Leibnitz al P. Bou-
vet en la China, pareció oportuna para ha-
cer entender los antiquísimos caractéres de
Fohi, que eran muchos siglos habia inin-
teligibles á los mismos chinos, y podian
con esta combinacion de números recibir
alguna luz (b). Pero sean las que se fue-
sen las ventajas de estas aritméticas qua-
ternarias y binarias, no bastan á compen-
sar los embarazos que requeririan con la
multiplicacion de caractéres, de que ten-
dria necesidad para expresar los números
algo altos; y antes bien, queriendose in-
troducir alguna novedad, en vez de abre-
viar el periodo de los números á 4, ó 2, se-
ria

(a) *Misc. Ber.* t. I. (b) *Leibn. Ac. des sc.*
an. 1703.

ría mucho mas útil el prolongarlo á doce ó diez y seis, que sufren mas divisiones en números enteros sin necesidad de quebrados. Pero es muy difícil el abandonar los métodos antiguos adoptados generalmente de todos, para recibir otros nuevos imaginados de pocos, singularmente quando las ventajas no son patentes, y pueden ser justamente contrastadas. Así que las aritméticas quaternaria y binaria, no han encontrado sequaces que las abrazasen, ni podia esperarse que encontrasen mas si se quisieran introducir la de doce, ó la de diez y seis números, aunque tuvieran mas manifestas utilidades.

En mas sublimes teorías aritméticas pensaban entonces los profundos ingleses. Nada menos que una aritmética de los infinitos se atrevió á formar Wallis; las mas largas é intrincadas series de números se reducian á sus exâctas sumas, y sujetándose á las leyes que les imponia aquella nueva aritmética, dexaban descubrir sus mutuas razones; la fraccion continua de Brounker, de la qual han manifestado tan bellos usos Eulerò (a) y la Grange (b), ha nacido de

Aritmética de los infinitos de Wallis.

(a) *Ac. Petr.* 1737. (b) *Ac. de Berl.* t. XXIV.

la aritmética de Wallis; el infinito mismo, y las inexplicables series de números infinitos no se escapaban de sus reglas, y se dexaban desenvolver y contemplar, quando estaban en las delicadas manos de Mercator, de Barrow y de otros, aunque pocos, dirigidos de algun modo por la doctrina de Wallis. Todo quanto pertenece á cuentas y cálculo, sea por medio de cifras numéricas, ó de signos algebráicos, sea definido y particular, ó indefinido y universal, sea de razon de números á números, ó de cantidad á cantidad, todo lo abrazó el gran Newton en su *Aritmética universal*: él reduxo á un cuerpo la aritmética y el álgebra, para formar con ellas un cuerpo perfecto del arte de calcular, y dió de este modo á la aritmética la mayor extension y dignidad á que jamas pudiera aspirar. Pero de las series numéricas, tan manejadas por los modernos matemáticos, y de las aritméticas de Wallis y de Newton, hablaremos con mas extension en el capítulo siguiente, como de materias enteramente algebráicas. Tambien por otro camino se ennoblecio la aritmética á fines del siglo pasado aplicandose á diversos

Aritmética universal de Newton.

libro A
fol 56 22
201181
-57 56
all

Usos diversos de la aritmética.

VIXX.1111.11.11 (4) 1111.11.11.11 usos,

usos, á que antes jamas se habian aplicado. Pascal (a), Sauveur (b) y algun otro francés habian ya insinuado alguna aplicacion de la aritmética á las combinaciones de los juegos; Huigens escribió expresamente un tratado (c), donde buscó el modo de En los juegos.
discurrir acertadamente en los juegos que mas dependen de la suerte que de la razon. Leibnitz aplicó tambien el cálculo á la En la jurisprudencia.
jurisprudencia y á la moral, y determinó por su medio la usura, ó el fruto del dinero que puede ser conveniente en diversas circunstancias (d). Petry reduxo á cálculo el número de los habitantes de una En la política.
nacion, las mercaderías que deben consumir, las labores que pueden hacer, la cultura de los terrenos, la navegacion, el comercio, y quanto puede interesar al gobierno público, y dió de este modo principio á la aritmética política. Así se fué aplicando la aritmética á todas las materias; y en breve todas las questões fue-

Tom. VII. R ron

(a) *Triang. aritm.* (b) V. Fonten. *Eloge de Mr. Sauveur.* (c) *De ratioc. in ludis aleæ.* (d) *De interus simpl. in Act. cr. Lyps.* an. 1683. (a)

ron reducidas á quëstiones de mero cálculo. Pero estos no fueron mas que ligeros ensayos de los grandes esfuerzos, que despues han hecho los mas profundos matemáticos para levantar la gran fábrica del arte de conjeturar, de la doctrina de la suerte, del cálculo de la probabilidad. Pero todas estas materias y probabilidades, aunque pueden decirse nacidas baxo la jurisdiccion de la aritmética como dependientes de las combinaciones numéricas, fueron despues transferidas al álgebra, y han quedado sujetas á su dominio. Entretanto las especulaciones aritméticas eran miradas con indiferencia por los matemáticos: estos consideraban como estériles las verdades pertenecientes á los números, y las dexaban abandonadas, como poco dignas de sus meditaciones, segun nos asegura Eulero (a). Sin embargo no faltaron ilustres matemáticos, que gustasen de entretenerse en tales quëstiones, é hiciesen su corte á la aritmética. Vemos á Carré ocupado en explicar una curiosa propiedad del número 6, que tomándose por di-

Aritméticos modernos.

(a) *Ac. Petr. Nov. Comm. t. I.*

visor de todos los números cúbicos, dexa en cada uno una resta, que es la raíz de aquel cubo; y á la Hire con sutiles é ingeniosas combinaciones encontrar la misma propiedad en todos los números elevados á qualquier potestad (a). Vemos á Krafft trabajar sobre las multiplicaciones del 7; y no contento con la regla que nos dieron Stifels, y Juan Krafft en el siglo XVI, propone otra á la Academia de Petersburgo, la qual, evitando los inconvenientes que descubria en la antigua, tuviese mayor claridad y sencillez (b). El mismo Krafft trató de los números *compuestos*, esto es, de aquellos cuyo menor se forma con la suma de los números aliquotes del mayor, como 220, y 284 (c), y encontró en ellos ingeniosas y útiles novedades. Winsheim escribió sobre los números perfectos (d). Hanschio propuso á los matemáticos la teoría de una aritmética enriquecida por él con nuevos inventos (e).

R 2 en-

(a) *Hist. de l'Ac. des Sc.* an. 1704. (b) *Ac. Petr.* t. VII. (c) *Ac. Petr. Nov. Comm.* t. II.

(d) *Ac. Petr.* *ibid.* (e) *Epi. ad Math. de theor.* &c. 1738.

Goldbach expuso un teorema perteneciente á los divisores de los números (*a*), y el antes citado Krafft trató de estos con bastante mas extension. Kruger en sus *Pensamientos sobre el álgebra* ha publicado tablas de los números *primeros*; Lambert las ha aumentado después. Moulieres presentó á la Academia de las ciencias en 1704 (*b*) un método para encontrar los números *primeros*; y Rallier des Ourmes envió á la misma en estos años otro fácil para descubrir todos aquellos, que se contienen en un curso ilimitado de la serie de los impares, y para distinguir al mismo tiempo los divisores simples de aquellos que no lo son (*c*). Buffon (*d*), Lambert (*e*), Beguelin, Bernoulli (*f*) y otros géometras de crédito, no se han dexado llevar de la comun opinion, y han abrazado las especulaciones numéricas que

(*a*) *Act. Erud. Lyps. Suppl.* t. VI. (*b*) *Hist. de l'Ac.* 1705. (*c*) *Mém. de Math. & de Phys. présent. á la R. Ac. des Sc.* t. V. (*d*) *Ac. des Sc.* an. 1741. (*e*) *Act. Helvat.* t. III. (*f*) *Ac. de Berl.* XXVII, XXVIII, al.

que otros habian empezado á abandonar:
 ¿Pero que mas? Los dos oráculos de las
 modernas matemáticas, Eulero (a) y la
 Grange (b), no solo no se han desdeña-
 do de dirigir sus pensamientos á tales ques-
 tiones, sino que las han agitado tan repe-
 tidas veces, y las han examinado con tan-
 to ardor, que parece que hayan encon-
 trado en ellas sus mayores delicias, y cier-
 tamente han hecho ver que no miraban
 las doctrinas numéricas como esteriles ver-
 dades, ó como poco dignas de ocupar su
 geométrica atencion. Pero sin embargo
 es preciso confesar que estos mismos argu-
 mentos, aunque todos versan sobre los nú-
 meros, y por lo mismo son enteramente
 aritméticos, se hallan por la mayor par-
 te tratados algebraicamente, y casi todos
 los escritos insinuados ahora, aunque cita-
 dos por nosotros en este capítulo, mas per-
 tenecen al álgebra que á la aritmética. El
 álgebra que por tantos siglos solo habia
 sido auxiliadora y sierva de la aritmética,
 se

(a) *Ac. Petr.* t. XIV, *Novi Comm.* t. I, II,
 IV, al. (b) *Ac. de Berl.* t. XXIX, XX, XI, al.

se ha elevado despues á formar por si misma una ciencia, y ha sojuzgado, por decirlo así, á su principal y señora: la facilidad y expedicion que ofrece para los mas sublimes cálculos, y para las mas difíciles operaciones, ha llamado la atencion de los mas ilustres matemáticos: todas las quæstiones pertenecientes á los números, que antes eran de la inspeccion de la aritmética se han sujetado á la decision del álgebra; esta se ha enriquecido con el caudal mismo de aquella, y aun para mejorar la aritmética se han dirigido al álgebra los estudios de los matemáticos. Nosotros pues dexando á aquella pasaremos á exâminar el origen y los progresos de esta.

CAPITULO III.

Del Algebra.

Origen del
álgebra.

El álgebra, mirada primero como un método de la aritmética, y despues como una aritmética de signos aplicables á los números, ó como una aritmética mas universal y abstracta, ha sido finalmente aplicada, no menos que á los números, á las magnitudes,

y

y á las quantidades geométricas; y se ha formado una ciencia media entre la aritmética y la geometría, y distinta de una y de otra, ó por mejor decir, que comprende y abraza á ambas á dos. El nombre de álgebra viene del árabe *الْجَبْر* que significa *restitucion*, ó *union en un entero*; y por esto creen muchos que deba tomarse de los árabes el origen de una ciencia, á quien ellos han dado el nombre. Pero el álgebra reconoce un origen harto mas antiguo, y trae de la docta Grecia su literaria nobleza. Los árabes mismos se la confirman espontaneamente; y la obra *De los aritméticos* de Diofante es un incontrastable monumento, que prueba mucho á favor de los griegos, para que se les pueda disputar este honor. ¿Pero á que griego deberémos atribuir la gloria de la invencion de aquella ciencia? ¿Fué Diofante el autor del álgebra, ó solo fué ilustrador y propagador de la misma, conocida ya antes, y usada por otros griegos? Algunos creen descubrir en Euclides (a) los

Diofante
inventor
del álgebra.

(a) *Elemen.* lib. II, c. IX, prop. VII.

fundamentos del álgebra (a). Pero si he de decir la verdad ni en Euclides, ni en ningun otro griego anterior á Diofante puedo encontrar manifiestos indicios de aquella ciencia, aunque tal vez ahora que tenemos la mente algebráica, nos parecerá alguna rara demostracion suya regulada por sus principios; y Diofante es el primero que nos haya dado á conocer el álgebra, y el único, que yo sepa, que la haya tratado con extension y con maestría. El mismo habla de modo, que parece manifestar con bastante claridad haber sido invencion suya la doctrina propuesta por él, y explicada en su obra. El llama tentativa, prueba, conato suyo la formacion de aquel método para la resolucion de los problemas numéricos: él dice, que este modo suyo parecerá mas difícil y trabajoso por ser aun enteramente desconocido; él expone las palabras de que ha de usar, forma definiciones, de las cosas que ha de tratar, y explica individualmente las doctrinas preliminares, como el que va á hablar de una

(a) Bettini Appiar. XI, c. II.

una ciencia nueva, y que aun no es conocida de otros. Observo ademas, que ni Diofante en los muchos problemas que se propone y resuelve, cita jamas á ningun otro matemático, que haya buscado la solucion; ni se ve citado por los griegos posteriores otro escritor de esta ciencia anterior á Diofante; ni los árabes, que en esta parte pueden tener tanta autoridad como los mismos griegos que nos han quedado, hablan de otro griego algebrista que Diofante. Y todo esto me induce á concluir, que Diofante haya sido realmente el autor del álgebra, y que por ella deba coronarse de gloria su nombre con el de los mas ilustres griegos, de los mas famosos inventores, y de los mas beneméritos de las ciencias. Ninguna ciencia ha sido perficionada al mismo tiempo que inventada, y no podia el álgebra aspirar á este lisonjero privilegio, ni llegar desde sus principios á una madura perfeccion. La doctrina de Diofante versa solo sobre las equaciones del primer grado; pero sin embargo él manifiesta acá y acullá, que tambien sabia la fórmula para las del segundo; y por mejor decir desde el prin-

cipio promete (a) enseñar despues el modo de resolver los problemas, que parecen pertenecer á las equaciones del segundo grado. Pero sean los que se fuesen los problemas que él se pone á resolver, ciertamente debe causar maravilla la sagacidad y maestría con que los maneja, y la ingeniosa aplicacion que hace del analisis algebráica para su resolucion. El método y el arte de Diofante de evitar los valores irracionales por medio de ciertas equaciones fictas; la destreza en resolver equaciones simples y dobles, y aun mas altas, y otros bellos inventos del griego algebrista, son mirados con respeto por los mas doctos modernos, y juzgados dignos de ser no solo abrazados, sino ilustrados, y llevados á mayor perfeccion con sus doctas fatigas. Hemos perdido muchos libros de Diofante; pero aquellos que se conservan bastan para darnos una ventajosa y gloriosa idea de su agudo ingenio, y de su profundo saber (*). Estos son tambien los

(a) Lib. I. de fin. XI.

(*) Para no interrumpir el hilo de la historia, daremos aquí alguna ligera idea de las palabras y de los

los únicos monumentos de la doctrina algebráica de los griegos antiguos. La célebre é infeliz Ipacia, acostumbrada á manejar las mas escabrosas espinas de la geometría y del cálculo, era la mas oportuna para ilustrar el álgebra, y las obras de Diofante; y en efecto hizo de ellas un comentario, como sabemos por Suidas (a); pero tambien este precioso monumento del álgebra griega se ha perdido mucho tiempo

S 2 ha,

los signos del álgebra de Diofante. El llama (*Defin. II.*) el quadrado *potestad*, ó $\delta\delta\alpha\mu\iota\varsigma$, y lo señala con el δ , añadiendole un ν de este modo δ^ν ; así el cubo δ^3 , el quadri-quadrado $\delta\delta^\nu$, que es $\delta\epsilon\iota\alpha\mu\omicron\delta\delta\alpha\mu\iota\varsigma$, y el quadrado cubo $\delta\delta^3$. El número que no es mas que simple número, ó, como se dice ahora, primera potencia, es llamado *número*, y señalado con el ϵ ; la unidad con el μ añadiendole un $\circ$, μ° . El *mas* se llama $\epsilon\pi\alpha\rho\iota\varsigma$, el *menos* $\lambda\epsilon\iota\psi\iota\varsigma$; y se señala el *menos* con el $\downarrow$ al revés, ó $\uparrow$; pero del *mas* no se ve signo particular. En las ciencias, como en todas las cosas grandes, las mas pequeñas antigüedades interesan mucho la curiosidad de los doctos y verdaderos filósofos: pero lo vasto de la materia no nos permite tratar distintamente cada cosa de por sí.

(a) V. τ. παρία.

ha, y no nos ha quedado vestigio alguno para poder descubrir qual fuese su doctrina.

Arabes
cultivado-
res del ál-
gebra.

Después de Diofante los árabes son los únicos, que deban llamar nuestra atención. Algunos como hemos dicho arriba, quieren dar á los árabes la gloria de la invencion del álgebra; y si es cierto, como ingeniosamente dice Fontenelle (a), que los descubrimientos pertenecen á quien les da el nombre, ¿de que derecho no podrán gloriarse los árabes sobre aquella ciencia, que en su mismo nombre se manifiesta ya árabiga? Cárđano en efecto no duda asegurar (b), que este arte tomó su principio del árabe Moamad, hijo de Moyses, y cita como testigo irrefragable á Leonardo de Pisa. Tartaglia igualmente llama inventor de esta ciencia al citado Moamad (c). Otros, llevados solo de la semejanza del nombre, quieren atribuir el origen del álgebra al médico y filósofo Gia-ber, ó á Geber famoso astrónomo de Sevilla. Wallis (d) cree, sí, que el álgebra fue-

(a) *Elog.* (b) *Artis magn., seu De regul. alg.* cap. I. (c) *Pref. all Euclid.* (d) *Algebra.*

fuese ya conocida y explicada por los griegos; pero que sin embargo pueda darse á los árabes la gloria de haberla inventado por sí mismos sin recibirla de la Grecia. Porque si fuese griega el álgebra árabe, sería griega igualmente la denominación de las potestades; pero vemos al contrario que el quadrado cubo, que en Diofante no es mas que el quadrado multiplicado por el cubo, entre los árabes es harto mas alto, y es el quadrado del cubo, ó el cubo del quadrado; y de este modo toman los árabes otros nombres en diverso sentido del que tenían entre los griegos: por lo qual no cree Wallis, que los árabes hayan recibido de los griegos aquella ciencia, que tan diversa es entre unos y otros en el significado de las palabras. Por mas fuerza que se le quiera dar á la conjetura de Wallis debe ceder á las razones contrarias mas poderosas, y al testimonio mismo de los árabes, mas fuerte en esta parte que todas las razones. Los árabes tomaron de los griegos la aritmética, la geometría, la astronomía, y todas las partes de las matemáticas, y dexarian solo el álgebra, y se tomarian el

tra-

trabajo de buscarla por sí mismos; quando la tenían en los libros griegos? ¿Y no será mas poderosa razon para inferir la identidad del origen del álgebra arábica y de la griega la semejanza de muchos nombres, que la desemejanza de algunos pocos para probar que sean diversas? Tambien Lucas Pacioli, y los otros primeros algebristas europeos tenían ciertos nombres de números *relatos*, *pronicos* y otros, no usados por los griegos, ni por los árabes; y sin embargo no podrá dudarse que su álgebra no sea de origen sarraceno. ¿Pero para que buscar conjeturas quando los mismos árabes atestiguan haberla recibido de los griegos? „ Diofante (se lee en la *Biblioteca arábica de los filósofos*) compuso una „ obra muy alabada del arte algebráica, „ que ha sido traducida en árabe; y quando han escrito despues de álgebra, todos se han elevado sobre los fundamentos de aquel.” Del mismo modo habla Abulfarage en su historia, y generalmente todos los árabes confiesan honradamente deber á Diofante y á los griegos esta útil ciencia. Pero si aquellos no dieron el origen al álgebra, le acarrearón ciertamente

muchos adelantamientos, y la conduxeron á mayor perfección. El primero, segun el testimonio de Casuined como dice Casiri (a), que enseñó á los árabes aquella ciencia, fué Moamad ben Musa, ó hijo de Moamad. Moamad ben Musa, nombre célebre tambien entre los latinos, llamado por los primeros europeos, como hemos dicho, inventor del álgebra, y celebrado particularmente por Cárđano (b) como uno de los doce ingenios mas grandes que han venido al mundo. Discípulo de Moamad fué Thabit ben Corrah, el qual no solo escribió de aritmética y de álgebra, sino que dió tambien una obra de problemas algebráicos dignos de comprobarse con demostraciones geométricas. Thabit ben Corrah. Montucla (c) cita un códice de Omar ben Ibraim existente en la biblioteca de Leiden, el qual teniendo el título de *Algebra de las equaciones cúbicas*, manifiesta que los árabes llegaron gloriosamente á las equaciones del tercer grado. Otros árabes algebristas. Del álgebra escribió tambien en aquellos

(a) *Bibl. &c.* t. I. p. 37. (b) *De sub.* lib. XVI. (c) *Hist. des Math.* par, II, t. I, §. IX.

tiempos Ahmad Altajeb, discípulo del célebre Alkindi; del álgebra el famoso calculador Ebn Albanna de Granada; del álgebra escribieron Kosein, Jahia, Tejodidín, é infinitos otros, y fué tan universal el deseo de escribir del álgebra, que hasta poemas se compusieron de ella, encontrándose, que yo sepa, uno de Ibn Jasmin, sobre el qual existen los comentarios en la biblioteca Bodleyana (a), y otro de un anónimo en la biblioteca del Escorial (b). Nosotros no gozamos ya, ni hacemos caso de las luces algebraicas de los maestros sarracenos: los ulteriores adelantamientos que le han acarreado los modernos analistas nos hacen olvidar los conocimientos arábigos; pero siempre debemos reconocernos obligados á quien nos comunicó las primeras luces, y nos allanó el camino para podernos internar en mas grandes y útiles descubrimientos. De los árabes pasó á nuestras escuelas la ciencia algebraica; pero no sabemos quienes hayan sido los primeros europeos que

(a) Heilbronner *Hist. math.* p. 611.

(b) Casir. t. I. p. 379.

que comunicaron á sus nacionales tan precioso don. Tal vez aquel Josef Español, cuya aritmética apreciaba tanto Gerberto, habrá conocido igualmente la aritmética especiosa, como suele tambien llamarse el álgebra. Tal vez algunos de los muchos libros matemáticos del Archivo de Toledo, en los cuales, segun dice Terreros, ó Burriel (a), se ven adoptadas las cifras arábigas, habrán tambien tratado el álgebra arábica. Lo cierto es que allí se veian traducidas en latin algunas obras de Thabit ben Corrah, el qual es mirado como uno de los padres de esta ciencia. Tal vez Gerberto, que tan magistralmente habla de la aritmética, que aprendió en España, habrá comprehendido baxo este nombre el álgebra. Tal vez Juan de Sevilla, tal vez...

¿Pero de que sirve el ir en busca de inútiles conjeturas, que no pueden darnos luz alguna sobre los progresos de aquel arte? Sean lo que se fuesen aquellos antiguos matemáticos, nosotros no tenemos ya monumento alguno, ni seguro indicio de su álgebra. El primer europeo de quien se ha-

Europeos
cultivado-
res del ál-
gebra.

Tom. VII.

T

yan

(a) *Paleog. esp.* pag. 102.

Leonardo
de Pisà.

yan conservado es Leonardo Fibonacci de Pisa, en su obra citada arriba del *Abaco*, en la qual todo el capítulo XV de la parte IX es de reglas y proporciones pertenecientes á geometría, y de quèstiones del álgebra, y de almuchabala, ó *Introductoria àlgebrae, et Almuchabale*. En cuyo largo capítulo, dice Targioni (a), se sirve Leonardo de las letras a, b, c, &c. y de otros signos algebráicos. Y aunque en lo poco que he podido leer de aquel códice, ni he visto signos algebráicos, ni creo que las letras a, b, c, &c. se usen para otra cosa que para señalar cantidades geométricas; sin embargo no dudo que él tratase del álgebra con bastante doctrina, segun lo que podia esperarse en aquellos tiempos, y ciertamente merece la veneracion de todos los posteriores, como el primer maestro que se conozca de aquella ciencia. No me atreveré á colocar positivamente entre los algebristas al antes citado Paulo de Dagomari, ó del *Abaco*, porque el llamarlo Villani superior á todos

(a) *Relaz. d' Alc. Viag.* &c. tom. II,

dos los otros en las equaciones, y el cantar de él Verino *Velox qui computat omnia signis*, no basta para darle, como quiere el docto Ximenez (a), la gloria de algebrista, pudiendo entenderse el dicho de Villani no de las equaciones algebráicas, sino de las astronómicas, como dice la edición italiana, y el de Verino, no de los signos algebráicos, sino de los numéricos, los quales en efecto son lo que él alaba como traídos del Ganges por este Paulo. Pero si diré que hácia la mitad del siglo XV eran ya harto comunes los conocimientos algebráicos, no solo en Italia, sino tambien en Alemania, y en otras naciones, puesto que el célebre Regiomontano no solo se sirve utilmente de ellos para resolver varios problemas (b), sino que proponiendo una equacion del segundo grado, dice sencillamente, como de cosa nada nueva, y bien conocida, *fiat secundum cognita artis precepta*, como á este propósito observa Montucla (c). Esta general propagación

(a) *Del gnom. fior., Intr.* (b) *De triangul.*
lib. V. (c) *Hist. des Math.* par. III, lib. II, §. I.

ción del álgebra puede tambien deducirse evidentemente de la obra misma de Lucas Paccioli, aunque la primera sobre esta materia que se haya dado á luz; puesto que en ella vemos desde el principio, que no solo era conocida de algun erudito y profundo matemático, sino que hasta del vulgo era distinguida y nombrada con tres nombres diversos, y hora era llamada *arte mayor*, hora *regla de la cosa*, hora *álgebra y almucabala* (a); y sus reglas se exponen en el discurso del libro como cosas comunes, y sin ninguna señal de novedad, ni jamas se descubre en el autor expresion alguna de vanagloria, ó de complacencia, como si creyera esparcir nuevas doctrinas aun no conocidas de otros.

Lucas Paccioli.

Pero sea lo que se fuese de esta general propagacion del álgebra, lo cierto es que la primera obra dada á luz, que contenga esta doctrina, ha sido la sobredicha *Suma de aritmética, geometría, proporciones, y proporcionalidades* de Lucas Paccioli del Borgo de san Sepolcro. Toda la dis-

(a) Dist. VIII, Pref. (b) IV. dil

distincion octava comprehendida en seis largos tratados versa sobre este arte, llamada por él, qual es en realidad, *muy necesaria á la práctica de la aritmética, y tambien de la geometría*, y explica sus principios y sus reglas, y forma, por decirlo así, un curso hartó completo del álgebra, qual se hallaba en su tiempo. El no pasa de las equaciones del segundo grado, y aun para estas no considera mas que tres casos, para los quales da sus reglas, verdaderas sí, pero no bastante generales y completas, que no abrazan las raices negativas, sino solo las positivas. El mérito de Lucas no fué otro que el de haber expuesto á la pública inteligencia los descubrimientos de otros, y no se le puede atribuir la gloria de haber hecho alguno por sí mismo, ni de haber extendido los confines de su arte. Lo hizo poco despues Scipion del Ferro encontrando las equaciones del tercer grado, que Lucas no solo creia, sino que abiertamente aseguraba que no se podian encontrar; invencion que Cárdano ensalza con las mayores alabanzas, y la llama bella y maravillosa, superior á toda humana agudeza, y á las

lu-

álgebra

Scipion.

Tartaglia.

lucos de todo ingenio mortal (a). Esta invencion comunicada secretamente por Ferro á Antonio María del Fiore, le dió gran facilidad para resolver muchos problemas creidos hasta entonces irresolubles, y le animó á intimar al famoso Tartaglia un desafio aritmético. Entonces Tartaglia estimulado de la emulacion y del deseo de vencer en aquella lid, aguzó su ingenio, é inventó una regla para la resolucion de tales problemas, que tenia el mérito de ser mas general, y de comprehender muchos casos, á los quales no era aplicable la de Scipion. Era costumbre en aquellos tiempos ocultar los métodos hallados, y tener así un medio para resolver muchas questões, de que carecian los demas. En efecto el arriba citado del Ferro no quiso comunicar mas que á un discípulo suyo muy amado, y aun á este baxo riguroso secreto, su estimable descubrimiento. Así que Cárđano, en la breve historia que texe del álgebra, aunque refiere todos los pasos, y los descubrimientos hechos hasta entonces, no conoce los au-

(a) *Art. magn.* cap. I.

tores de ellos, ni sabe nombrar á otros que al árabe Moamad, y á estos dos coetáneos suyos. Pero Tartaglia era en esta parte mas zeloso que todos los demas; y Nuñez (a) lo acusa particularmente de aquella, por decirlo así, literaria avaricia: y Cár-dano refiere que no quiso resolverse á darle parte de su descubrimiento sino sacandose-lo á pura fuerza, y obligado de repetidas é importunas instancias. Fortuna ha sido para nosotros que la activa y obstinada importunidad de Cár-dano llegase á sacarle de la boca el deseado arcano, y que su ambicion de gloria le hiciese superar el escrúpulo de faltar á la palabra de guardar el secreto, y complacerse de comunicarlo al público. Tartaglia era tal vez matemático mas profundo, y de mas agudo ingenio que Cár-dano; pero de un estilo y Cár-dano. discurso rústico é inculto correspondiente á su vulgar educacion, no pulida con los buenos estudios, y de una índole altiva é inquieta que le conciliaba muchos enemigos; por lo qual si él hubiese publicado sus descubrimientos, como lo hizo despues en

— de las razones que se ver-

(a) *Lib. de Alg.*

versos bárbaros, ciertamente no hubieran llamado la atención de los matemáticos, y tal vez hubieran quedado sepultados en su misma obscuridad, y en general abandono. Así que Cárđano siendo erudito y culto, si faltó al secreto prometido á Tartaglia, y le causó disgusto, contribuyó por ello mejor á la celebridad del descubrimiento, al provecho de los estudiosos, y á los progresos de las ciencias. El expuso el método de Tartaglia, ó las fórmulas de las equaciones del tercer grado en clara latinidad, y con expresiones fáciles é inteligibles; él encontró las demostraciones en que no habia pensado Tartaglia; él amplió y extendió á todos los casos las reglas, que solo eran aplicables á aquellas, en las quales falta el segundo término, lo que entonces no podia hacerse comun á todas; él en suma ilustró y enriqueció con tantas mejoras y aumentos las fórmulas de Tartaglia, que con razon mereció la gloria que le ha concedido la posteridad de dar á aquellas el nombre de *Fórmulas de Cárđano*. Gual, ocupado en las investigaciones del número de las raices, que pueden encontrarse en las equaciones de todos

dos los grados, explica distintamente la doctrina de Cárđano perteneciente á estas raíces (*a*); pero parece que no haya sido bastante cauto en decidir, que así él como el mismo Paccioli ignoraron de todo punto las raíces negativas, al paso que en muchas partes de su libro (*b*) manifestamente hace uso de tales raíces. Una observacion, que da mucho honor á la prespicacia algebráica de Cárđano, es la limitacion que él hace de las reglas de las ecuaciones del tercer grado, en el caso que la extraccion de la raiz quadrada, que debe entrar en tales ecuaciones, no sea posible, ó sea como se dice, *imaginaria*. Este es el célebre caso *irreducible*, en el qual se encuentran tres raíces sordas; y han sido vanos todos los esfuerzos hechos hasta ahora para expresar estas raíces en términos racionales, y no se ha podido señalar una regla general para mudar en reales asignables las magnitudes imaginarias, que presenta la fórmula, y baxo las quales se ocul-

Caso irreducible de las ecuaciones del tercer grado.

Tom. VII.

V

tan

(*a*) *Acad. des sc.* an. 1741. (*b*) *Art. magn.* c. III, VII.

tan las raíces reales de las equaciones. Este caso irreducible ha llamado por mas de dos siglos la atención de los algebristas, y ha sido para el álgebra, lo que la quadratura del círculo para la geometría, ó el escollo en que han naufragado quantos han querido superar aquella dificultad; y es gloria de la agudeza de ingenio de Cárđano el haber encontrado desde el principio un caso tal, y reconocido la insuperable resistencia á todos los esfuerzos de los analistas. Estos méritos de Cárđano han transmitido su nombre con mucho crédito á la posteridad, y le han acarreado el honor de ocupar los pensamientos y los estudios de los matemáticos de todos los tiempos; y no solo Wallis (a), Baker (b) y otros en el siglo pasado, sino que tambien Euleró (c) y otros célebres matemáticos del presente, hasta estos dias, se han empleado, y se emplean en dar mayor ilustración, y mas extensión á su doctrina, y todos contribuyen á hacer mas y mas

(a) *Algeb.* (b) *Cardanus promotus.* (c) *Elem. de alg. rect.* IV, ch. XII.

mas ilustre y glorioso en las matemáticas el nombre de Cárđano, que no es muy respetado de los médicos, ni de los filósofos. Para mayor gloria suya tambien su discípulo Luis Ferrari contribuyó mucho al adelantamiento del arte algebráica. Luis Ferrari.

El mismo Cárđano dice abiertamente que algunos descubrimientos referidos por él no son suyos, sino de su discípulo Ferrari, y á este particularmente refiere dos demostraciones (a). Atribuyase á Cartesio un *martillo cúbico*, con el qual se resolvian las equaciones quadri-quadradas; pero Leibnitz escribió espontáneamente á Oldemburgo, que esta invencion no era de Cartesio, ni de Vieta, sino del siglo antecedente, esto es, de Ferrari, y que este antes que ningún otro enseñó á los algebristas á reducir la equacion cúbica la quadri-quadrada (b). El grande mérito de Ferrari fué encontrar un método para resolver las equaciones del quarto grado; ni Ferro, ni Fiore, ni Tartaglia, ni Cárđano.

(a) *Art. magn.* cap. VI. (b) *Op.* t. III, *Ep.* ad Oldemb. p. 41, *Ep.* ad Wall. p. 126.

dano, ni ningun otro matemático anterior habian podido llegar jamas á aquellas equaciones, ni los matemáticos posteriores han sabido pasar mas adelante, y encontrar equaciones para los otros grados. Tanto mérito de Ferrari no ha bastado para obtenerle de Wallis, y de Gua un mas elevado y honroso puesto en sus breves historias del álgebra, como correspondia á Bombelli. Suerte mas dichosa le ha cabido á Bombelli, cuyo nombre, como el de Cárđano, se ha hecho célebre con los propios méritos, y con los de otros. Aunque las fórmulas de las equaciones del quarto grado hayan sido realmente hallazgo de Ferrari, son sin embargo mas conocidas baxo el nombre de Bombelli (a), que las expuso con mas claridad, y les dió mayor extension. El mejor que ningun otro desenvolvió y explicó toda la doctrina algebráica; y sus libros de álgebra pueden ser tenidos como el mas completo y perfecto curso de aquella ciencia, que se publicó en todo aquel siglo. El tuvo ade-

(a) V. Euler. *Elem. d' Alg. & alq.* *discurso* ha

ademas, como Cárđano, el mérito de la invencion. Leibnitz dice, que Bombelli enseñó antes que ningun otro á extraer las raices racionales por los binomios de Cárđano en apariencia imaginarios (a). El fué en efecto harto mas cauto que Cárđano en el exâmen del caso irreducible, y no solo se atrevió á asegurar que la raiz irracional, aunque oculta baxo una forma imaginaria, es siempre posible, sino que demostró de algun modo la posibilidad, y pasó tambien á hacer sus esfuerzos para encontrarla, y lo consiguió en ciertos casos, aunque no pudo dar una regla bastante general. Gua (b) da á Bombelli la gloria de haber sido el primero que ha hablado del cálculo de los radicales, de haber hecho entrar en los cálculos las raices imposibles, y de haber enseñado una regla para la resolucion de las equaciones del quarto grado, en las quales ha desvanecido el segundo término, que dice será siempre mirada como uno de los principales descubrimientos que se han hecho en las matemáticas, y nos presenta la obra

(a) Ubi supra. (b) Ubi supra.

de Bombelli como una obra muy importante para los progresos de esta ciencia. Así que el álgebra debe mucho á Bombelli, y su nombre ocupará siempre honroso lugar en la historia de las matemáticas. Hasta ahora el álgebra puede ser mirada como una ciencia italiana, aunque conocida y cultivada por las otras naciones. Leonardo de Pisa y Lucas del Borgo, los primeros escritores conocidos de esta ciencia, fueron italianos, como lo fueron tambien Ferro, Fiore, Tartaglia, Cárdeno, Ferrari, Bombelli y todos los principales propagadores y promovedores del álgebra. El nombre mismo italiano, que se daba entonces á esta, puede servir de clara prueba de su naturaleza. Si damos á los árabes la gloria de padres del álgebra porque ella tiene el nombre arábigo, el oirla llamar con nombre italiano debe dar algun particular derecho á la Italia para ser considerada como maestra y señora suya. El álgebra, aunque llamada tambien *arte mayor*, y *arte magna*, era universalmente intitulada *Ciencia de la cosa*; y no solo los italianos le daban este nombre, sino que el aleman Rudolphs, y su docto
edi-

editor Stifels dieron el título *Die coss* á una obra acerca del álgebra, y *cosici* se llamaban tambien en latin los números, y *cosica* las raices hasta en el siglo pasado. Pero sin- embargo todas las naciones tuvieron hácia la mitad del siglo XVI sus escritores de álgebra. Ademas de los alemanes que acabamos de nombrar, Rudolphs y Stifels, había franceses algebristas bastante célebres, Pelletier y Buteon, y aun de este quieren algunos tomar el origen de señalar los números con las letras en las operaciones algebráicas; estaba en España el célebre Nuñez, mas conocido con el nombre de Nonio, de quien fueron abrazados y seguidos algunos métodos, que aun en el siglo pasado se ven referidos por Bachet de Méziriac (*a*), por Dechales (*b*), y por otros escritores; en Holanda Stevin, conocido y estimado aun posteriormente; y en toda la Europa había varios estudiosos y cultivadores de aquella ciencia.

Otros al-
gebris-
tas del si-
glo XVI.

Pero todos, tanto italianos como de Vieta.

(a) In *Diophant.* &c. lib. I, quest. XXXIII.

(b) *Alg.* lib. III.

otras naciones, todos deben ceder el puesto al francés Vieta, desde el qual empieza una nueva época para el álgebra, y puede decirse que para todas las matemáticas. Hasta entonces el álgebra, habiendo estado en manos, aunque de hombres ingeniosos, y doctos aritméticos, pero no bastante finos y delicados geómetras, no habia adquirido un grado de dignidad, que la hiciese ocupar un lugar respetable en la literatura. Vieta la elevó á este honor; en sus manos se formó aquel útil y glorioso instrumento, que ahora lo es de los mas difíciles y arduos descubrimientos, y produjo de este modo una memorable revolucion en las matemáticas, y en casi todas las ciencias naturales. Vieta puede ser tenido como padre de los mas profundos analistas de este siglo; y él en efecto abrió, ó á lo menos señaló todos los caminos que despues corrieron Arriot, Cartesio, Oughtred y los mas famosos autores de los progresos algebráicos. Mérito suyo fué una mas fácil y mas cómoda preparacion de las equaciones, que despues ha sido abrazada por los analistas modernos, imaginando él gran parte de las

las transformaciones que se hacen en las equaciones , y de los usos diversos que se pueden sacar de ellas : mérito suyo un método que él llama *Sin crisis* , para conocer, con el cotejo de dos equaciones diferentes solamente por los signos , la relacion que hay entre cada uno de los coeficientes , que son comunes entre sí , y las raíces de una y de otra : mérito suyo la formacion de las equaciones compuestas por sus raíces simples , quando son todas positivas ; la resolucion numérica de las equaciones á imitacion de las extracciones de las raíces numéricas ; la construccion ingeniosa de las equaciones del tercer grado por medio de dos medias proporcionales ; la descomposicion de las equaciones del quarto grado por las del tercero , y algunos otros hallazgos fueron méritos suyos en la analisis. Pero tal vez no menos que por todas estas ventajas se hizo Vieta acreedor al reconocimiento del álgebra y de la geometría , por el feliz descubrimiento de señalar con las letras del alfabeto las cantidades conocidas y las desconocidas. Este método , ademas de evitar el embarazo de la confusion de los números,

Descubrimientos diversos sobre los signos algebráicos.

ros, tiene la ventaja de ser mas general, dando resoluciones comunes á todos los casos, quando con el otro no se daban mas que para los casos particulares. Qualquiera que tenga práctica de tales cálculos facilmente comprehenderá la dificultad y los embarazos, en que deberían poner los números, y la intension de mente que exîgirian en las dilatadas operaciones; quando ahora multiplicando, ó substrayendo una letra, añadiendo otra, ó usando casi materialmente algunos caractéres del alfabeto se resuelven con la mayor facilidad los cálculos mas intrincados. ¿Como podrian tener lugar en los números tantos utilísimos métodos inventados por los algebristas posteriores, para executar todos los cálculos en las teorías geométricas? Este método de las letras fué aun reducido á mayor simplicidad por Arriot, el qual usó de los caractéres minusculos, mas fáciles, y mas expeditos que los mayusculos, los colocó de modo que señalasen los productos de las cantidades multiplicadas, escribiendo una inmediatamente despues de otra las letras que expresan los factores, y facilitó mucho las deseadas operaciones. Aun

hizo mas en esta parte Cartesio : inventó el señalar las letras que expresan las potestades con el número correspondiente á las veces , que segun el método de Arriot deberían repetirse tales letras, ó, como se dice ahora, con el exponente ; y á él debemos tambien la expresion tan necesaria de los polinomos sobreponiendolos en una línea superior , ó , como otros han usado despues , encerrandolos dentro de un parentesis. Tambien otros despues de Arriot y de Cartesio han pensado en la colocacion de las letras, y en la mejora de los signos algebráicos , y han sido tan varios los modos de usar las letras y los signos , que seria una no inutil curiosidad el formar una paleografía del álgebra , y una historia de su estenografía , la qual contribuiria no poco á facilitar la inteligencia de los primeros escritos sobre aquella ciencia , y de los principales maestros de la analisis moderna. Pequeños descubrimientos parecerán estos á quien no tiene práctica de las operaciones algebráicas ; pero quien conoce la prontitud , facilidad y seguridad que ellos producen en la aspereza y confusion de los cálculos,

los, quien sabe la extension de las ideas, la vastedad de las miras, y la profundidad de los conocimientos, que cada uno de ellos requiere para ser establecidos sin peligro de error, y usados con seguridad y utilidad, nunca podrá alabar bastante-mente el ingenio del que los ha sabido inventar, ni profesar el debido reconoci- miento á los esfuerzos de imaginacion que le han costado. Pero volviendo á los progresos que hizo el álgebra, es cierto que los útiles inventos, y las gloriosas fa- tigas de Vieta excitaron los estudios de al- gunos grandes matemáticos á cultivarla con mucho ardor. Mas aunque muchos se adquirieron crédito con sus especulacio- nes, y acarrearón tambien algun adelan- tamiento á su ciencia, solo Arriot llegó á emular la gloria de su maestro Vieta. Los franceses y los ingleses no estan confor- mes en el aprecio del mérito algebráico de Arriot. El único paso, dice Gua (a), que propiamente parece haber dado Arriot en la analisis, es el haber empleado las raíces

Arriot.

ne-

(a) Acad. des Sc. an. 1741. Recherches, &c.

negativas en las equaciones del tercero y del quarto grado, y aun en esto lo acusa de algun error; y Montucla (a), no duda afirmar, que Arriot no tuvo mas que una idea algo clara é individual de dichas raíces, y que dice poco mas que Cárđano, quien ya las habia conocido; pero Wallis (b) cuenta este como uno de los gloriosos inventos algebráicos, que debemos á Arriot. A él se debè tambien el método que muchas veces es cómodo y útil en las equaciones, de poner al mismo lado todos los términos, é igualarlos á cero, esto es, de hacer pasar al primer miembro todos los términos que estaban en el segundo, trasponiendo en ellos los signos positivos en negativos, y poner en el otro lado solo $= 0$: lo que en algunos casos hace las equaciones mucho mas claras, mas fáciles, y mas expeditas. Pero el descubrimiento de Arriot, mas apreciable y mas importante para el álgebra, ha sido el observar que todas las equaciones de órdenes supe-

(a) *Hist. par. IV, l. XI.* (b) *Tract. hist. de Algeb.*

Otros al-
gebristas.

riores son producidas de simples equaciones, de donde se derivan para el adelantamiento de la analisis muchas y utilísimas verdades, que nosotros no podemos explicar aquí. Estos y otros no pocos méritos de Arriot hacen su nombre inmortal en los fastos de la ciencia algebráica, y le ponen al lado de Vieta, y de los mas illustres analistas. Vivian tambien en aquellos tiempos Oughtred, Girard, Anderson y algunos otros, que con sus luces, y con sus especulaciones ilustraban y acrecentaban los conocimientos algebráicos. Entonces obtuvo tambien el álgebra de Diofante mayor esplendor, y mas noble extension.

Ilustradores del álgebra de Diofante.

Ya en el siglo XIV habia comentado el griego Planudes algunos libros del griego algebrista, que poco ó nada sirvieron para ilustrar su doctrina. En el XVI Xilandro, mas inteligente en la lengua griega que en las matemáticas, traduxo en latin, y comentó como supo los libros que habian quedado de Diofante. Mas célebre en aquel arte Van-Ceulen se adquirió crédito por la particular maestría en la analisis del griego maestro. Stevin hizo una especie de comentarios á las
qües-

qüestiones de Diofante ; unió con frecuencia estas á las suyas propias el arriba nombrado Bombelli; el mismo Vieta adoptó muchas veces los métodos del griego algebrista, y trató á su modo muchos problemas, y algunos otros honraron en aquel tiempo el nombre de Diofante. Pero en el siglo pasado se ve su álgebra elevada al mayor esplendor. Nueva traduccion mas fiel, clara y exácta, nuevos comentarios mas doctos y profundos en penetrar el sentido del autor, y mas propios y correspondientes para aclararlo, hizo Bachet de Meciriac á los libros de Diofante ; y no contento con esto acarreó tambien nuevas luces, ulteriores adelantamientos, y mayor extension y engrandecimiento á su doctrina. El fué el primero, dice la Grange (a), que encontró un método general para resolver en números enteros todas las equaciones del primer grado de dos ó mas incognitas; y despues nadie ha dado otro mas directo, mas general, y mas ingenioso que el de Bachet. Mas que todos adelantó la analisis de Diofante el

Bachet de
Meciriac.

Fermat.

(a) *Ac. de Berl.* tom XXVI.

consumado geómetra Fermat. Nuevos caminos, y nuevas razones abrió él á su ciencia; dió nuevos métodos para la resolución de las equaciones indeterminadas, superiores á quantos habian ideado los precedentes analistas, de mayor exactitud, mayor extension y generalidad; resolvió problemas á los quales no habian podido llegar ni Bachet, ni Vieta, ni otro algebrista alguno; propuso muchos teoremas nuevos, sublimes, y fecundos de desconocidas é importantes verdades. Las academias de Petersburgo y de Berlin están llenas de memorias de Eulero, de la Grange, de Beguelin y de otros doctos académicos, para demostrar algunas proposiciones de Fermat, para seguir algunas ideas suyas, y para explicar y proponer á los ojos de los matemáticos las riquezas analíticas, que él nos ha dexado sin ostentacion, y esparcidas acá y acullá con descuido: aquellos célebres analistas han creido emplear utilmente sus fatigas ilustrando con dilatados escritos los pensamientos de Fermat propuestos en pocas líneas. Billy ha recogido de varias cartas que le escribió aquel gran-

grande hombre sus nuevos descubrimientos sobre la doctrina analítica (a); y tiene mucha razon para decir que Diofante es un pigmeo comparado con este gigante; que Vieta no llegó á tocar la cima de esta ciencia, donde tan tranquilamente reposaba Fermat, y que Bachet por mas que fuese en esta parte perspicaz y agudo, parecia tardo y confuso cotejado con este lince. Ademas de Bachet y Fermat estaba Frenicle, que apasionado en extremo, como hemos dicho antes, á todo lo que mira á questões numéricas, contribuyó mucho á aumentar las luces de la doctrina de Diofante, é inventó nuevos métodos: estaba Pell, algebrista inglés, alabado en esta parte por Leibnitz (b): estaba el poco ha citado Billy, que en su *Diofante redivivo*, y en otras obras suyas trató questões mucho mas arduas que las de Diofante, é ilustró su doctrina: estaba Ozanam, que tenia preparada una nueva edicion, y nueva ilustracion del griego algebrista, trataba acá y acullá

Tom. VII.

(a) *Doctr. analyt. Inv. novum*, &c. Edit. Toloſ. *Oper. Diophanti* 1670. (b) *Comm. epist.* p. 65.

muchas quëstiones no tocadas por Diofante, ni por Bachet, y le añadia un libro lleno de quëstiones *paralipomenas*, como escribe con muchos elogios de esta obra Leibnitz (a); y estaban otros, que cultivaban la analisis de Diofante. De este modo se veian generalmente florecer en el siglo pasado todos los ramos del álgebra; y todas las partes de aquella ciencia, que podia decirse nacida pocos años antes, eran ennoblecidas y aumentadas con las fatigas de ilustres ingenios.

Pero por grandes y agudos algebristas que fuesen Arriot, Oughtred, Bachet, Fermat y otros coetáneos suyos, es preciso que todos cedan la gloria al inventor
 Cartesio. Este genio creador no se contentaba con trabajar en los inventos de otros, queria siempre crear por sí: y si alguna vez no podia levantar sólidas fábricas, se divertia con hacer castillos en el ayre, los quales sin embargo servian para albergar muchas útiles verdades, y para destruir y derribar muchos errores entonces dominantes. Casi no hay ciencia

(a) *Oper. t. II. ep. II. ad Oldem. p. 29 & 30.*

cia alguna que no deba á Cartesio algun grado de perfección; pero el álgebra á la geometría fueron los campos donde cogió los mas sazonados frutos, y donde se adquirió la mas sólida gloria. Ademas de la expresion de los polinomos, y los signos de las potestades, ó de los exponentes, como hemos dicho arriba, debemos á él los primeros elementares del cálculo de las potestades, que es tan útil, y aun necesario para las operaciones analíticas. Si los anteriores algebristas, singularmente Arriot y Girard, habian conocido las raices negativas, Cartesio fué el primero que hizo de ellas el verdadero uso, y nos dió una justa idea de la naturaleza, y de las ventajas de tales raices. El ademas enseñó á conocer solo por la vista de los signos quantas sean las raices positivas, y quantas las negativas en qualquier equacion que no tenga imaginarias; descubrimiento que su ilustrador Gua, que tanto ha trabajado sobre las raices de las equaciones, prueba á la larga deberse enteramente á Cartesio (a), y no á este y á Arriot,

(a) *Ac. des Sc.* an. 1741. *Demonstration de la regle de Descartes*, &c.

riot, como pretendia Wallis, y como creian Wolfio y Saunderson. El ha sido tambien el primero que haya dado los medios para encontrar los límites de las raices de las equaciones, que no pueden resolverse exâctamente. El nombre solo de *análisis cartesiana* dado al método de las indeterminadas para las equaciones del quarto grado, usado aun al presente, puede servir de claro testimonio del mérito de Cartesio en esta parte, y de las ventajas que de aquel método suyo resultan á las matemáticas; pero el nombre de *álgebra cartesiana*, aplicado generalmente á la analisis de las cantidades finitas, nos manifiesta aun con mas gloria suya, quanta preeminencia y superioridad, y quanto dominio, por decirlo así, tuviese sobre toda el álgebra conocida antes de la invencion del cálculo infinitesimal. En efecto ¿que sublime y atrevido vuelo no le hizo él tomar manejandola á su modo? ¿Que revoluciones no produjo en todas las matemáticas aplicando el álgebra á la geometría? En los anteriores algebristas se habia visto ya alguna ligera aplicacion de una á otra de estas ciencias. La obra antes citada de

Aplica-
cion del
álgebra á
la geome-
tría.

de Thabit ben Corrah, de problemas algebraicos dignos de comprobarse con demostraciones geométricas, y los exemplos de líneas ó figuras geométricas, que Leonardo de Pisa usa en su capítulo del álgebra, y otros aun mas decisivos de Regiomontano, de Tartaglia, y de otros analistas del siglo XVI, me parecen una prueba bastante clara de quan antigua sea alguna union de aquellas dos ciencias. Pero estos no hacian dicha aplicacion, sino señalando á las líneas dadas valores numéricos, y encontrando la buscada del mismo modo. Vieta habiendo introducido el uso de las letras para representar las cantidades conocidas, y las desconocidas, pudo tambien hacer una mejor aplicacion del álgebra á la geometría, y formar con ella alguna geométrica construccion. Pero todos estos no eran mas que pequeños ensayos de imperfecta aplicacion del álgebra á dos problemas ordinarios, los quales aun sin tales cálculos se hubieran resuelto con la misma facilidad. Cartesio reduxo á arte esta aplicacion, formó el método, dió las reglas, y explicó el artificio: de la pequeña expresion de líneas rectas la elevó á las

solis di-

dificiles teorías de la geometría de las curvas, é hizo una sublime y utilísima ciencia de la que no era mas que una reducida, poco usada, y casi inutil práctica. La geometría y el álgebra han recibido mutuamente de esta union notables adelantamientos; el álgebra se ha ennoblecido pasando de las expresiones numéricas á las demostraciones geométricas, la geometría ha adquirido mayor facilidad y señoría, pudiendo manifestar las propiedades de las curvas sin el embarazo de líneas paralelas, y formar con una expresión algebráica un quadro mas suelto y mas enérgico, que presenta muchos auxilios para sacar por las mas fáciles propiedades las mas difíciles é intrincadas. Los muchos y grandes adelantamientos del álgebra y de la geometría, que debemos á Cartesio por esta aplicacion, han hecho mudar de aspecto á aquellas ciencias, y dan al autor el honor de glorioso conquistador del reyno de las matemáticas. La geometría de Cartesio ha tenido la suerte de las obras originales, de encontrar hombres grandes que la ilustrasen, y que auxiliados de sus luces produxesen ellos

ellos mismos descubrimientos originales. Tal fué Beaune, quien ademas de las doctas y claras anotaciones á la obra de Cartesio, se adquirió distinguido crédito en el álgebra por su teoría de los límites de las equaciones; esto es, la determinacion de los dos números, entre los quales se encuentran la mas grande y la mas chica de las raices buscadas, con que se reducen con freqüencia á un pequeño número los divisores que se han de probar, y se minorá mucho el trabajo de buscarlos; método que despues fué abrazado y aumentado por Newton (a): tal fué Hudde, que se distinguió por la reduccion de las equaciones, y por el método de los máximos, y de los mínimos (b): tal Schooten, docto comentador, y diligente explicador de la obra de Cartesio con sus propias ilustraciones y con las de otros, y autor de un tratado lleno de nuevas ideas del mo-

(a) *Florimondi de Beaune Tract. posth. alter. de nat. & const. alter. de limit. equationum.*

(b) *Joan. Huddenii epist. I. De reduct. equ., ep. II, De maj. & min.*

do de formar las demostraciones geométricas con el cálculo algebráico (a) : tal Sluse, inventor de un método de formar qualquier equacion sólida de infinitas maneras diversas, no solo por medio del círculo y de la parábola, como hacia Cartesio, sino de qualquier otra seccion cónica (b) : tal Craig, tal Witt, tal Rabuel, tal Jacobo Bernoulli, y otros muchos célebres geómetras.

Despues de los adelantamientos que Cartesio y sus sequaces acarrearón al álgebra, parecia que nada quedase que hacer á los posteriores analistas; pero eran muy grandes y sublimes los ingenios, que entonces se dedicaron á aquella ciencia, para que pudiesen quedar esteriles y ociosos sin ocasionarle ulteriores mejoras. ¿Con quantos nuevos descubrimientos no supo Wallis. enriquecerla Wallis en su álgebra, y mucho mas en su fecundísima aritmética de los infinitos? Brounker, Barrow, Mercator, y algunos otros en el siglo pasado acre-

(a) *Tract. De concinn. Demonstr. geom. ex calc. algebr.* (b) *Mesolab. seu duæ med. &c.*

centaron mas y mas sus riquezas. Pero entre tanta copia de profundos analistas, no solo de Inglaterra, sino de todas las otras naciones, es preciso mirar como príncipe de todos al incomparable Newton. Newton.

¿Quan ventajosas no han sido para el álgebra sus bellas y elegantes reglas para conocer los casos en que las equaciones pueden tener divisores racionales, y qué polinomos pueden en aquellos casos ser los divisores; para determinar de un nuevo y mas justo modo los límites de las equaciones, lo que no habia hecho Beaurne; para la aplicacion de las fracciones al cálculo de los exponentes; para reducir las expresiones fraccionarias ó irracionales en series infinitas; su excelente método de aproximacion para determinar quanto mas próximamente se pueda las raíces de las equaciones; el famoso teorema, que se llama del binomio, y es la fórmula estudio. I general de expresar dos cantidades multiplicadas en sí mismas; la aplicacion de todos estos inventos analíticos á la quadratura, y á la rectificacion de las curvas, y á los mas arduos problemas geométricos; y otros mil útiles y gloriosos hallaz-

Tom. VII.

Z

gos

gos suyos para adelantar todas las partes , tanto del álgebra pura , como de la mixta , expuestos en su tratado de la *analisi: para equationes infinitas* , en su *Aritmética universal* , y en otros breves , pero completos , xugosos y profundos escritos , que son el mas autorizado código de las verdades matemáticas , venerable y sacrosanto para los estudiosos de estas ciencias? Pero sin embargo tantos y tan distinguidos méritos de Newton en las doctrinas matemáticas desaparecen de algun modo á la vista de su luminoso descubrimiento del cálculo de las fluxiones , conocido comunmente con el nombre de *cálculo infinitesimal* , del qual hablaremos despues con mas extension ; pero todo prueba evidentemente quan vasta y sublime fuese el alma de aquel grande hombre , superior á las mentes mas elevadas de los otros mortales. Al mismo tiempo que el algebrista inglés , ilustraba el arte analítica el aleman Leibnitz , el único ingenio que pueda entrar con él en competencia. Casi igualmente profundo que Newton , era harto mas universal y extenso en sus conocimientos. Filósofo , jurisperito , an-

tiquario, histórico, filólogo y matemático, no dexaba parte alguna de las ciencias que no ilustrase con las meditaciones de su ingenio, y en cada una de ellas se hacia respetar singularmente como un portento de erudicion. Pero viniendo á nuestro propósito del álgebra, en esta particularmente se hizo admirar su genio creador. Dexo aparte el hallazgo de un nuevo género de equaciones, llamadas por él *exponenciales* (*a*); dexo el método general é infalible, que él dice haber descubierto para encontrar las raíces de todas las equaciones (*b*); dexo su ingenioso método para el caso irreducible; dexo sus sutiles especulaciones sobre la naturaleza de los logaritmos de las cantidades negativas, combatidas por Bernoulli, pero abrazadas por Eutero; dexo otros muchos descubrimientos algebráicos propuestos freqüentemente por él á la contemplacion de los matemáticos, aunque raras veces bastante explicados é ilustrados; y paso

Z 2

(a) Ep. ad Oldemb. opp. tom. III, pag. 106.

(b) *Comm. ep.* p. 60.

Cálculo
infinitesi-
mal.

solo á la nobilísima invencion del cálculo infinitesimal, que lo elevó sobre los otros analistas, y lo puso á nivel con el gran Newton.

El álgebra cartesiana no miraba mas que la analisis finita de las magnitudes curvilíneas; y para penetrar mas intimamente en los arcanos de la geometría, y despues de las otras ciencias, se requería una analisis mas sutil, que conduxese hasta los verdaderos principios de las líneas curvas, y tomase por mira sus pequenísimos é infinitésimos elementos. Estos infinitésimos tienen entre sí relaciones, que no tienen las magnitudes finitas, de las quales ellos son elementos; y cabalmente por estas particulares relaciones conducen á descubrir magnitudes semejantes, y hacen su analisis tan útil y tan fecunda de descubrimientos geométricos. El encontrar estas infinitésimas magnitudes, el calcular sus mutuas relaciones, operar sobre ellas, y descubrir por su medio otras magnitudes finitas es el objeto de la analisis infinitesimal, que ha producido en este siglo tan notables revoluciones en las ciencias; y esta analisis es la que baxo aspectos diver-

versos fué descubierta por Newton, y por Leibnitz. Es una curiosa y extraña combinacion, que no solo á un mismo tiempo viniesen al mundo dos ingenios tan profundos y maravillosos como Newton y Leibnitz, sino que ambos á dos en un mismo tiempo se dedicasen á un tan grande descubrimiento, y que ambos á dos por diversos caminos llegasen á encontrarlo con la misma felicidad. Como las afecciones de las curvas se conocen refiriendolas á las *variables* á ellas anexas y ordenadas, Newton y Leibnitz se ponen á exâminar las instantaneas variaciones, y los insensibles incrementos y decrementos, que en éstas se producen, buscan sus relaciones, las manejan algébricamente, y forman las leyes de su cálculo. Leibnitz da á estos insensibles incrementos y decrementos el nombre de *diferencias infinitésimas*; y las considera como magnitudes infinitésimas, que pueden ser tenidas como ningunas respecto á las magnitudes finitas, y se pueden omitir en el cálculo sin peligro de error; y aun hace infinitésimos de infinitésimos de mas y mas órdenes inferiores, los quales tambien pueden omitir-

tirse al calcular los infinitesimos de órdenes superiores. Newton, sin introducir la idea de partes infinitas ni infinitesimas, considera las cantidades matemáticas como engendradas con el movimiento, llama *fluxianos* las velocidades variables, con que son producidas ó descriptas aquellas cantidades, busca las relaciones de estas fluxiones, y forma mas y mas órdenes de ellas. El método de las fluxiones es el mismo que el de los infinitésimos; pero apoyado á principios exâctos, sin necesidad de la ficcion hipotética de las partes infinitésimas. Las diferencias del uno son las fluxiones del otro; las diferencias infinitésimas se señalan con la letra d , y dx es la diferencia de x , y los infinitésimos de órdenes inferiores se señalan repitiendo la letra d , y así ddx , d^3x , d^4x , &c. son infinitésimos de 2.º 3.º 4.º orden; las fluxiones se señalan con un punto, y $\dot{x}$ es la fluxion de x , y $\ddot{x}$, $\dddot{x}$, $\ddot{\ddot{x}}$, son fluxiones de 2.º 3.º 4.º orden, &c. uno desprecia en el cálculo ciertas partes de un elemento, porque las considera como infinitésimas, y las partes infinitésimas en una magnitud finita pueden des-

pre-

preciarse sin peligro de error: el otro no las considera en su cálculo, porque cree que no le pertenecen; el resultado es el mismo, aunque en el uno, y en el otro provenga de razones diversas, como si un hombre, según el exemplo de Maclaurin (a), que forma una cuenta, y pretende llevar la exactitud hasta lo sumo, omite ciertos artículos como de ninguna importancia, quando el otro los dexa por no pertenecer á aquella cuenta. El cálculo infinitesimal se suele tambien llamar cálculo diferencial; pero realmente se divide en cálculo diferencial, é integral. El integral se opone al diferencial, y es una continuacion del mismo como dice Fontenelle (b): el diferencial descende del finito al infinitésimo, y el integral asciende del infinitésimo al finito, el uno, por decirlo así, descompone una magnitud, el otro la restablece. Hay tambien igualmente en el cálculo de las fluxiones el método directo, y el método inverso; aquel

(a) *Traité des flux. Préface.* (b) *Hist. de l'Ac. des Sc. an. 1700. Sur la Quadr. &c.*

corresponde al cálculo diferencial, este al integral. Y así en todo convienen sustancialmente el cálculo leibnitziano, y el newtoniano: el método de los infinitésimos, y el de las fluxiones. Leibnitz fué el primero que participó al público su método, y dió de él una ligera noticia en las Actas de Lipsia (a); lo siguieron con mucho empeño los dos célebres hermanos Bernoullis, y despues toda la Europa abrazó el nombre y el método del cálculo infinitesimal ó diferencial, y solo los ingleses usaron el nombre y el método del cálculo de las fluxiones. Estos quisieron tambien conservar para su Newton toda entera la gloria del descubrimiento, sin dexarle parte alguna á Leibnitz; y primero Facio, y despues de algunos años Keil con mas dureza le acusaron de plagiarío; y la real Sociedad de Londres, que de algun modo se erigió por juez de esta causa, sino se atrevió á condenarle como reo, tampoco quiso absolverle de esta acusacion. No podemos seguir la historia de esta famosa disputa, que interesaba la curio-

Disputas
sobre el
cálculo in-
finitesi-
mal.

riosidad no solo de Inglaterra y de Alemania, sino de toda la culta Europa; pero puede verse referida brevemente por Fontenelle (a), expuesta individualmente por Jaucourt (b), é ilustrada con mayor profundidad de crítica y de doctrina por el juicioso y docto Montucla (c). Diré únicamente, que como no puede negarse que Newton encontró por sí mismo su método sin auxilio alguno, y antes de tener noticia del de Leibnitz, tampoco puede decirse que Leibnitz haya formado el suyo con la guia de las luces de Newton; y confieso que leyendo la correspondencia epistolar de Leibnitz sobre estos puntos con Oldenburg, con Collins, con Wallis, y con el mismo Newton, se me desvanece toda sombra que pueda nacer de sospecha contra la verdad del descubrimiento de Leibnitz; y diré tambien que excepto Buffon traductor de Newton, y algun otro afecto por motivos particulares al partido inglés, todo el resto de la república ma-

Tom. VII. Aa te-

(a) *Eloge de Leibnitz.* (b) *Vit. Leibnitz.*

(c) *Hist. des Math.* t. II, p. IV, lib. VI.

temática concede, sí, á boca llena á Newton todo el honor del descubrimiento, pero lo confiere tambien entero é intacto á Leibnitz. Otra disputa se movió tambien contra el nuevo cálculo, que solo tocaba á Leibnitz, sin herir ni en un ápice á Newton. Esta versaba sobre la introduccion de los infinitos y de los infinitésimos en la geometría, que se consideraba como un abuso intolerable, y un error perjudicial á la exâctitud y verdad geométrica. El mas fuerte y mas aguerrido adversario que encontró este cálculo, fué el célebre algebrista Rolle. Este despreciaba enteramente las cantidades infinitésimas, y rebatía su cálculo como falto de certeza rigurosa en los principios, como capaz únicamente de inducir á error en vez de conducir á la verdad, y como contrario á los conocidos y recibidos métodos de los géómetras magistrales. Pero sin embargo reflexionando, que todas las verdades que se encuentran con la ordinaria geometría, se presentan igualmente, y aun con mucha mayor facilidad con el auxilio del cálculo diferencial, que en todo un siglo en que los géómetras lo han usado en toda suer-

te de investigaciones, jamas se ha encontrado falto, y que antes bien apenas hay descubrimiento alguno hecho por su medio, que no haya sido confirmado por otros caminos diversos, es preciso concluir que son seguros y exáctos sus principios, y coherentes con los métodos de la mas exácta geometría. Otra acusacion hacia al nuevo cálculo Niewentit, impugnador har-to menos fuerte que Rolle. Admitia él de mala gana, pero sin embargo soportaba, las cantidades infinitésimas; mas no podia sufrir que admitidas tales cantidades se quisiesen admitir otras menores y menores, y se formasen mas y mas órdenes de infinitésimos, no pudiendo haber nada mas pequeño que lo que es infinitamente pequeño. Pero si se admiten los infinitésimos de primer orden, es preciso por consecuencia necesaria admitir todos los otros; y si en un círculo se toma un arco infinitésimo del primer orden, lo serán igualmente la cuerda y el seno recto, pero el seno verso correspondiente será infinitésimo del segundo, y así de todos los otros. No merecian mucha atención las objeciones de Niewentit; pero sin em-

bargo tuvieron respuesta del mismo Leibnitz, y Bernoulli y Erman lo aterraron enteramente. Mayor estrépito causaron las oposiciones de Rolle; pero fueron también victoriosamente rebatidas por Varignon, y por Saurin. En la Academia de las ciencias de Paris empezaron con este siglo las vivas y ardientes disputas del cálculo diferencial, y el descubrimiento de Leibnitz ocupaba las meditaciones y los juicios de los dos cuerpos literarios mas respetables que habia sobre la tierra, la Academia de las ciencias de Paris, y la real Sociedad de Londres. Esta admitia la verdad del cálculo, pero disputaba á Leibnitz la gloria del descubrimiento: aquella omitia las disputas de precedencia, y examinaba solo la verdad. Quedó finalmente triunfante el cálculo infinitesimal, y el mismo secretario de la Academia, el elegante é ingenioso Fontenelle, esparciendo las flores de su brillante estilo sobre la aridez de estas materias, contribuyó no poco á establecerlo, y hacerlo universal (a). Pero sin embargo muchos doc-

(a) *El. de la Geom. de l'Infin.*

tos geómetras posteriores, que no contentos con seguir la parte técnica de este cálculo, han querido entrar á exâminar la metafísica, han admitido, sí, los nombres de infinitos, y de infinitésimos, pero no han admitido la realidad, ni reconocido por verdaderos los infinitos geométricos diversos de los metafísicos; y Maclaurin se pone tambien á responder á las especiosas razones de Fontenelle, y rebate severamente toda la idea de los infinitos, y de sus infinitas especies (a). El método de las fluxiones de Newton, aunque no presentase el flanco de los infinitos é infinitésimos, estuvo sin embargo sujeto á fuertes impugnaciones. El estilo conciso con que lo expuso Newton dexó lugar á falsas interpretaciones, y dió algun no infundado título para poderlo atacar; y el método de las fluxiones fué acusado como lleno de misterios, y como fundado sobre falsos raciocinios. Robin, Colson y algunos otros tomaron luego la defensa del método newtoniano; pero mas que todos Maclaurin explicó con tanta extension y eviden-

cia

(a) *Traité des Flux. Introd.*

cia todos los elementos, y los apoyó sobre principios tan sólidos é incontrastables, que concluyó ser aquel método tan exácto y ajustado como pueda serlo el mas severo de los antiguos geómetras (*a*). Causin sin embargo encuentra aun motivo para reir en aquellos principios del cálculo, tanto de Newton, como de Maclaurin, porque introducen el movimiento en el álgebra, y en la geometría, y así añaden una idea enteramente extraña para ellos, y que no tiene la sencillez que estas ciencias exígen (*b*). Nosotros dexamos para los matemáticos la decision sobre la fuerza de esta objecion, que fué de algun modo prevista por el mismo Maclaurin (*c*). D' Alembert, para evitar los escrupulos que pueden ocurrir á los mas severos geómetras sobre el cálculo infinitesimal, procura explicar claramente su metafísica, y aunque sigue usando por brevedad las palabras de infinitos, y de infinitésimos, prueba sin embargo que el

(*a*) *Traité des Flux.* (*b*) *Leçons de Calcul,*
 &c. *Disc. prél.* (*c*) *Ibi.* t. I, *Elem. de la Méth.* &c.

nuevo cálculo no tiene necesidad de tales cantidades, y que solo consiste, en de-
,, terminar algebráicamente el límite de
,, una relacion, de la qual se tiene ya la
,, expresion en líneas, y en igualar estos
,, dos límites, lo que hacen encontrar una
,, de las líneas que se buscan (a).” Esta
metafísica de d' Alembert ha sido poste-
riormente explicada con mas extension y
claridad por Cousin (b), que la reduce al
método de los límites de los antiguos, y
se vale de sus principios para la mayor
ilustracion de todo el cálculo infinitesimal.
Pero sea lo que se fuese de lo justo de las
nóciones, y de lo exácto de los princi-
pios metafísicos del cálculo newtoniano, y
del leibnitziano, podemos decir con ver-
dad que este ha sido mas útil y venta-
joso para los progresos de la geometría.
El cálculo de las fluxiones fué harto mas
fecundo en las manos de Newton, que el
diferencial en las de Leibnitz; pero aquel
quedó casi sepultado en Inglaterra, mien-
tras este se esparció gloriosamente por
to-

(a) *Encycl. V. Calcul différentiel.* 201 (c)

(b) *Disc. prel. & ch. II.* 201 (d)

toda la Europa. Apenas Leibnitz propuso en las Actas de Lipsia, como hemos dicho arriba, su nuevo método, quando los dos doctísimos hermanos Bernoullis hicieron frecuente y oportuno uso en la resolución de muy arduos, y hasta entonces irresolubles problemas: Jacobo dió de él dos ensayos en las Actas de Lipsia (a), y lo ilustró en varios escritos; y Juan hizo aun mas, porque lo enriqueció con un nuevo ramo inventando su cálculo *exponencial*, que despues ha sido tan fecundo en la geometría (b), y escribió lecciones del cálculo diferencial é interal, que son las primeras lecciones donde lo han aprendido Varignon su acerrimo sostenedor y promovedor, l' Hopital primer maestro y revelador de sus arcanos, y casi todos los mas célebres calculadores de Europa. La analisis de los infinitésimos de l' Hopital corrió el velo á los misterios del cálculo leibnitziano, y puso en manos de todos aquel escondido tesoro; y despues Eulero, los Riccatis, d' Alembert,

(a) 1691. Jan. p. 13. & Jun. p. 282. (n)

(b) *Act. Lips.* 1697. 1123. 1124. 1125. (d)

bert, la Grange, y los mas ilustres y sublimes analistas de toda la Europa han enriquecido mas y mas el método leibnitziano con la invencion de nuevos ramos de cálculo, y con muchos preciosos descubrimientos, y útiles adelantamientos. Pero sin embargo en nuestros dias han salido de nuevo algunos algebristas contra las ideas tan ventiladas de los infinitésimos, y procuran introducir el cálculo de las fluxiones. Y hasta un Bernoulli, de la familia misma de aquellos Bernoullis, que tuvieron tanta parte en la subsistencia del cálculo infinitesimal como el mismo inventor Leibnitz, se declara abiertamente por el cálculo newtoniano, que dice ser en concepto de todos los geómetras mas filosófico, y mas exácto que el leibnitziano (a); y posteriormente Caluso con mayor fuerza de ingenio, y copia de erudicion combate extensamente el cálculo de los infinitésimos de Leibnitz, impugna el método de los límites de d'

Tom. VII. Bb Alem-

(a) *Mém. de l'Academ. des Scien. de Turin*
an. 1764. 1765.

Alembert, y hace reynar solo el de las fluxiones de Newton; y no se contenta con probarlo mas justo y filosófico, sino que procura hacerlo mas facil y breve, reduce al mismo todos los nuevos descubrimientos, y todos los adelantamientos hechos con el infinitesimal, y solicita con el mas ingenioso empeño atraer al cálculo newtoniano todo el obsequio de los analistas, que ahora está dedicado al leibnitziano (a). Nosotros dexamos para los matemáticos la decision de las ventajas de semejantes variaciones, y deseamos que baxo qualquier nombre, y baxo qualquier aspecto teórico que quiera mirarse, adquiera la práctica del nuevo cálculo mayores adelantamientos, con que poder penetrar mas y mas los ocultos misterios de la geometría, y de las otras ciencias.

Series infinitas.

El nuevo cálculo, tanto en las manos de Leibnitz como en las de Newton, tenia continua necesidad de las series infinitas, á quienes puede decirse que debia su origen; y por esto se elevó entonces á mayor esplendor la teoría de tales series.

No

(a) Ibi. an. 1786, 1787.

No quisiera parecer extraño amante de paradojas refiriendo el principio de esta al libro de las *Series geométricas* de Gregorio de san Vicente ; pero quien exâmine con cuidado las bellísimas invenciones, y los útiles métodos que sobre este punto se encuentran en aquel libro , no tendrá dificultad en atribuirle los fundamentos de esta , por decirlo así , nueva ciencia, sobre la qual el estudio de los algebristas se ha dirigido á reducirla á la facilidad, brevedad, y generalidad de los signos aritméticos, y de las operaciones algebriâcas. De esto se deben los primeros honores á Wallis , quien ademas de las luces que acarreo á esta naciente teoría con sus propios descubrimientos, la auxilió tambien estimulando á Brounker para encontrar la famosa serie, que tiene forma de una fraccion, cuyo denominador es un entero mas una fracción, é igualmente el denominador de esta, y así hasta el infinito, que ha sido mas conocida y celebrada baxo el título de *fraccion continua*. Mercator dió en su *Logaritmotecnia* mayor extension á la doctrina de las series; y abrió de algun modo el camino á Leibnitz para el cálculo

infinitesimal. Gregori hizo tambien nuevos progresos en esta teoría. Pero á Leibnitz, á los Bernoullis, á Taylor, á Cotes, é incomparablemente mas que todos al sublime ingenio de Newton debe la doctrina de las series el verse elevada á formar un ramo respetable de la ciencia analítica. Stirling, Moivre, Eulero, Riccati, y tambien los actuales la Grange, la Place, Fontana, Lorgna, y casi todos los mayores ingenios amantes de las especulaciones analíticas, despues de la invencion del nuevo cálculo hasta estos dias, se han aplicado particularmente á enriquecer con nuevas luces la doctrina de las series, y forman sus delicias buscando siempre mayores aumentos á una teoría que justamente puede mirarse como el único instrumento para algunas mas finas y sutiles operaciones, y como el último refugio de las matemáticas sublimes (a). De este modo

(a) Veanse, ademas de las obras de los antiguos citados, las *Memorias* de las Academias de París, de Petersburgo, de Berlin, de Turin, y de la Sociedad Italiana.

do con la introduccion del nuevo cálculo se ha formado un cuerpo de doctrina algebráica sobre las series infinitas, que no solo ha sido útil al mismo cálculo, sino que tambien ha servido para otras muchas especulaciones científicas. Con la doctrina de las series, y con la mayor perfeccion de toda el álgebra, adquirió tambien mayor vigor el cálculo de la probabilidad, y formó un ramo de la ciencia analítica. Despues de los primeros ensayos antes insinuados de Pascal, de Huíngenes, de Leibnitz y de Petty, se dedicó Montmort á manejar íntimamente este cálculo, y tratar á fondo la analisis de los juegos (a), y presentando en vez de espirales, de cicloides, de logarítmicas, y de otras curvas la banca, la baceta, el tresillo, el trié-tac, descubrió, como dice Fontenelle (b), un nuevo mundo á los geómetras. Al instante lo acogieron estos con increíble ardor; y despues de los Bernouillis, que desde luego se dedicaron á ilustrar este, como todos los otros ramos del álgebra, y des-

Cálculo
de la pro-
babilidad.

pues

- (a) *Essai d'anal. sur les jeux de hasárd.*
(b) *Eloge de Mr. Montmort.*

pues de Moivre, que no tardó un punto
 en dar una obra original y clásica sobre la
doctrina de los juegos de suerte, y que en
 concepto de la Place (a) y de Fontana (b),
 jueces los mas competentes en esta mate-
 ria, aun despues de tantos ilustres escrito-
 res sobre la misma, merece sobre todos
 los otros la preferencia, vemos á Simpson,
 Deparcieux, Eulero, d' Alembert, la Gran-
 ge, la Place, Condorcet, Fontana, Lor-
 gna, y á casi todos los mas célebres algebrís-
 tas emplear sus estudios y sus meditaciones
 para encontrar nuevos métodos, imaginar
 nuevas fórmulas, inventar nuevos usos,
 y hacer mas seguras, y exâctas las opera-
 ciones del nuevo arte, y trabajar con em-
 peño para sujetar á sus cálculos la fortuna
 y el azar, como someten á los mismos la
 inconstante Luna, y los otros seres de la
 naturaleza: y el cálculo de la probabili-
 dad se ha hecho uno de los objetos que
 al presente llaman mas la atencion de los

(a) *Meth. &c. présenté à l' Acad. des Scien.*
 tom. VI. (b) *Diss. sopra il com. dell' er. prob.*
nelle Sper. ed Osserv. Pref. alla trad. del Moivre.

profundos algebristas. El cálculo diferencial, la doctrina de las series, el cálculo de la probabilidad, Newton, Leibnitz, los Bernoullis, l' Hopital, y los otros hombres grandes sus coetáneos, acarrearón al álgebra tal perfeccion, y la enriquecieron con tantas mejoras, que puede decirse haberse formado una nueva ciencia á fines del siglo pasado, y principios de este.

Nuevo ardor, nuevo empeño se excitó entonces en toda la Europa para la mejor cultura, y para el mayor adelantamiento de la doctrina algebráica. Allejo, Taylor, Cotes, Sterling, Campbell, Maclaurin, y otros muchos ingleses miraban con particular afecto una ciencia, que tanto honor habia acarreado á Newton, y á la Inglaterra, y no quedaban satisfechos si con sus especulaciones no llegaban á enriquecerla con nuevos descubrimientos. Llenas están las *Transacciones filosóficas* de la Real Sociedad de Londres de nuevas y útiles ilustraciones de la ciencia algebráica, y las obras del célebre ciego Saunderson, las del profundo analista Simpson, y otras de varios otros, leídas y estudiadas en toda la Europa, son un au-

Nuevos
progresos
del álgebra en Inglaterra.

tén-

En Fran-
cia.

téntico testimonio del ardor de aquella docta nación en promover tales estudios. Nuevas luces adquirirían también estos en Francia: Varignon vigorosamente sostuvo, y amplió doctamente el contrastado cálculo diferencial, y aplicó con provecho sus ingeniosas meditaciones á varias partes del álgebra. Rolle, aunque contrario implacable del nuevo cálculo, se hizo sin embargo, con su método de las *cascadas*, y con otros inventos, muy benemérito del álgebra; á quien tuvo el valor de sacrificar su voluntad, sus pensamientos, y toda su persona. Lagny, Prestet y Reyneau, sin haberse distinguido con grandes descubrimientos, hicieron importantes servicios á la ciencia analítica; y Gua mostrando los *usos de la análisis de Cartesio*, demostrando la regla cartesiana para conocer el número de las raíces positivas y negativas (*a*), buscando con nuevo método el número de las raíces reales y de las imaginarias (*b*), y con otras analíticas especulaciones, no solo dió honor á Cartesio, sino que sirvió de

(*a*) *Acad. des Sc.* an. 1741. (*b*) *Ibid.*

múcho auxílio á toda el arte algebráica, No deseó menos la Alemania contribuir al acrecentamiento de este arte, que por los muchos y útiles descubrimientos que habian hecho en él Leibnitz, y los Bernouillis podia con algun derecho mirar como suyo. En efecto Goldbach, Mayer, Erman, Cramer, Wolfio, y algunos otros hicieron honrosa corte á este arte, y le ofrecieron preciosos dones. Los italianos, dueños en otro tiempo, y maestros, y en gran parte creadores del álgebra, manifestaban haberla casi olvidado, y dedicados á otros estudios parecia que hubiesen dexado en poder de otras naciones aquel que en otro tiempo podia llamarse todo suyo. Pero á la fama del nuevo cálculo, y de los portentosos vuelos, á que por su medio se elevaba la geometría, se excitaron vivamente, volvieron á emprender el estudio algebráico, y bien pronto le hicieron conocer su benéfica mano. Jacobo Riccati, Fagnani, Gabriel Manfredi, y Grandi, se introduxeron desde luego en los secretos misterios del nuevo cálculo, y enriquecieron la analisis finita, y la infinitesimal con nuevas fórmulas, y con laudables des-

En Alemania.

En Italia.

cubrimientos. Solo la Italia puede gloriarse de una nueva Ipacia en la célebre Agnesi, autora de dos tomos de instituciones analíticas, expuestas con mucha inteligencia y doctrina, y con la mayor claridad, tanto mas maravillosa y laudable que la de la antigua Ipacia, quanto es mas vasta y sublime la analisis de nuestros dias que la de Diofante.

Nueva revolución del álgebra.

Pero una nueva y no menos gloriosa revolucion ha ocurrido aun á los estudios algebráicos, antes de la mitad de este siglo. Nicolás y Daniel Bernoulli, émulos de su padre Juan, y de su tio Jacobo, ilustraron con obras originales el cálculo de la probabilidad, y las equaciones algebráicas, crearon nuevos métodos dignos de la atencion de los mas ilustrados geómetras, sujetaron á las fórmulas analíticas las ciencias mas abstrusas, y coronaron el álgebra de nuevo esplendor. En la Academia de las Ciencias de París se veian resonar continuamente investigaciones profundas de verdades algebráicas. Niccole hizo suyo el método apenas propuesto por Leibnitz para el caso irreducible por medio de las series, lo desenvolvió, lo aclaró,

ró, y lo reduxo á mayor simplicidad, á mas facil aplicacion, y mas próxîma verdad (a). Sobre la doctrina tan importante de las raíces, sobre la resolucion de las equaciones, sobre las equaciones diferenciales, sobre las otras partes del álgebra esparció doctamente sus luces Fontaine (b). Y para el caso irreducible, para encontrar las raíces racionales, para la integracion y la construccion de las equaciones diferenciales, y para otros muchos puntos del álgebra ha dado nuevas luces Clairaut, el qual al mérito de inventor ha juntado el, no tan glorioso, pero no menos útil, de expositor, y ha enriquecido las ciencias con una obra elementar, original en su género, donde parece que queria, antes que enseñarla, hacer inventar el álgebra á sus lectores, y donde se manifiesta igualmente sagaz inventor que célebre maestro. Los descubrimientos que hizo en sus escritos algebráicos, y el pleno dominio que mostró tener de la ana-

Cc 2 li-

(a) *Acad. des Sc.* an. 1738 & 1741.

(b) *Ibi.* 1734, 1739, 1747, &c.

D' Alembert.

lisis en todas sus sublimes investigaciones, lo elevaron en poco tiempo sobre sus nacionales, y lo hicieron mirar como el príncipe de los analisis franceses. Pero salió á disputarle esta gloria, y á partir con él el principado el célebre d' Alembert, el qual, aunque algo mas jóven que él, y aunque empezase su carrera matemática quando Clairaut gozaba ya la fama mas universal, llegó sin embargo en poco tiempo á igualar, y aun á superar su celebridad. No fueron los progresos de d' Alembert tan rapidos y primitivos, tan extraordinarios y portentosos como los de Clairaut; ni compuso él en la niñez obras matemáticas, que pudiesen dar honor á los mas provectos y maduros géometras; pero en su juventud levantó un vuelo tan alto, que se puso desde luego al lado de Clairaut, y superior á los demas nacionales suyos. El cálculo de las diferencias parciales inventado por él, su nuevo método de los coeficientes indeterminados, la reduccion de las cantidades reales é imaginarias á las expresiones mas sencillas, el cálculo de las funciones racionales é irracionales, el manejo de las fórmulas, la exâctitud de las

las demostraciones, y mil sutilezas analíticas que se encuentran esparcidas en sus obras, hicieron en poco tiempo á d'Alembert el objeto de la veneracion de toda la Europa, y el maestro de los algebristas. Mientras la Francia se complacia con estos sus jóvenes héroes, le oponia la Alemania á Eulero, poco menos joven que ellos, y no temia con este solo haber de quedar inferior en el cotejo á los dos franceses. No hay parte alguna de toda la analisis que Eulero no la haya reducido á mayor perfeccion, y enriquecidola con nuevos descubrimientos. Se lamentaba Leibnitz (a) de ver abandonada de los geómetras el álgebra de Diofante, de la qual creia se debiesen esperar muchas ventajas: y en efecto dice el mismo Eulero (b), que no solo no se habia adelantado nada aquella analisis despues de Fermat, sino que antes la habian dexado enteramente olvidada los posteriores: él pues quiso hacerla renacer, y demostró muchas

(a) *Act. Lips.* 1702. *Spec. sur anal.* &c. I. pag.

(b) *Act. Petr. Nov. Comm.* t. II. pag. 61.

chas proposiciones de Fermat muy verdaderas y utilísimas, pero no demostradas por él, ni por otros, é inventó por sí mismo muchos teoremas, que en nada ceden á los de Fermat, é hizo tantos y tan bellos descubrimientos que la indemnizó completamente de la especie de indiferencia con que la habian mirado los otros geómetras (a). Leibnitz y Bernoulli, aunque íntimos amigos, y sinceros amantes de la verdad, jamas pudieron convenirse sobre el valor de los logaritmos de los números negativos é imaginarios; y esta gran cuestión que habia sido tan debatida por aquellos dos íntimos amigos, y consumados geómetras, tenia despues divididos los mas insignes matemáticos de nuestro siglo. Eulero llegó á decidirla, y vino á ser de algun modo el árbitro de los soberanos dioses de la analisis, y de todos los mortales admiradores y sostenedores del uno y del otro (b), hasta que

(a) *Acad. Petr.* tom. XIV, & *crov. comm.* tom. I, II, &c. *Elem. d' Algeb.* (a)

(b) *Acad. de Ber.* tom. V. (b)

salió d' Alembert á apelar de su decision, y reponer el pleyto en el tribunal de la nueva álgebra mas ilustrada. Los nuevos teoremas con que ha enriquecido el cálculo diferencial y el integral; los excelentes tratados que ha dado sobre estos, y que forman el cuerpo de doctrina mas completo y perfecto que tenemos en este género; los útiles incrementos, y las importantísimas mejoras que ha acarreado á la fraccion continua de Brounker, á la teoría de las equaciones de condicion de Nicolás Bernoulli, al cálculo de las diferencias finitas de Taylor, al de las diferencias particulares de d' Alembert, y á quantos métodos han salido á luz en estos dias; su cálculo de los senos y de los cosenos; sus infinitos descubrimientos sobre las series, sobre la resolution de las equaciones, la eliminacion de las incógnitas, y todos los puntos del álgebra mas abstrusa; la sencillez y elegancia de sus fórmulas, la claridad de sus métodos y de sus demostraciones; el ardor metódico de sus obras, y todas las partes de un consumado analista, poseidas por él plenamente, han producido una útil revolucion

ción en el álgebra, en la geometría, y en todas las ciencias exáctas, y han elevado á Euler á maestro y guía de quantos desean internarse en los escabrosos y asperos, pero rectos y seguros caminos de aquellas ciencias. Todos los matemáticos de algun crédito, que hay actualmente en toda la Europa, pueden llamarse sus discípulos, y ciertamente no hay ninguno que no se haya formado con la lectura de sus obras, que no haya recibido de él fórmulas y métodos, y que en sus descubrimientos no haya sido guiado y sostenido por el genio del grande Euler. El orbe literario disfruta el espectáculo de ver el imperio matemático ocupado algun tiempo por el noble triunvirato de Clairaut, d' Alembert y Euler; pero por finos y sutiles geómetras que fuesen los dos franceses, es preciso que cedan la preferencia al alemán: la inmensa vastedad de las investigaciones, el infinito número de los descubrimientos, la infatigable continuación de los estudios, y su larga vida, le dieron una superioridad, que los mismos franceses doctos y justos no le querrán contrastar. Quando toda la Europa tenia

fi-

fixos los ojos en los matemáticos franceses, y en el alemán, salió un joven italiano á partir con ellos el imperio matemático, y la atencion de los eruditos, y á substituir á Clairaut, que murió entonces, robado á las ciencias en muy fresca y robusta edad. La Italia habia en poco tiempo formado muchas geometrías, que cultivaban la analisis con particular fruto, y con distinguida gloria. El grande ingenio de Boscovick no pudo satisfacerse con las continuas, arduas y gloriosas investigaciones de la óptica, y de la astronomía, sino que quiso tambien ilustrar todas las partes de las matemáticas: y aunque mas sequaz en sus vuelos de la geometría, que del álgebra, esparció sin embargo sobre esta algunos rayos de luz tan brillantes, que lo hicieron mirar con respeto de los mas estimados algebristas. Profundo analista, y dueño del cálculo se manifestó tambien Frisio en sus dinámicas y astronómicas disquisiciones. Pero el verdadero padre del álgebra sublime en Italia puede justamente llamarse Vicente Riccati, el qual, émulo, y tal vez superior á Jacobo su padre, no solo dió mayor cla-

Boscovick.

Frisio.

Riccati.

ridad y extension á las reglas, y á los métodos hallados por otros, sino que él mismo inventó algunos nuevos, y tanto en el *Tratado de las series*, como en los *Opusculos*, y en las *Instituciones analíticas* enseñó muchas nuevas é importantes verdades (a), y en todo se manifestó un verdadero algebrista. Estos y otros ilustres analistas, que en varias partes de Italia se veían descollar, acreditaban entre los géometras modernos los estudios de esta nación. Pero el honor del álgebra Italiana, el digno rival de los Euleros y de los d' Alemberts, el maestro de todas las naciones, el oráculo de todos los matemáticos, no es otro que la Grange, el qual desde las primeras producciones de su juvenil edad puso á la Italia en la cultura del álgebra mas sublime á nivel con las mas doctas naciones, que hasta entonces no podia mirarlas mas que como sus maestras. Luego que compareció en la Academia de Turin, á manera de una esta-

La Grange.

(a) *Opusc.* tom. I, ope. IV, tom. II, ope. IV, & al. *Inst. anal.* l. I, c. XII, lib. III, c. V, & al.

tatua de Fideas , como de Hortensio dice Ciceron , apenas fué visto quando fué admirado y alabado : solo con abrir la boca este Orfeo analítico tenia suspensos y pendientes de sus labios no solo á los mediocres matemáticos , sino hasta los mismos dioses de la analisis, Eulero y d'Alembert, los quales , aunque reconocidos por maestros de toda la Europa , se aplicaron á estudiar , y á aprender del joven geómetra. El cálculo de las variaciones , el nuevo método para las series recurrentes , y otros sublimes descubrimientos , expuestos en la Academia de Turin , fueron las primeras lecciones que dió desde los desconocidos umbrales de aquella Academia á las escuelas mas célebres , á las mas nobles universidades , y á las mas respetables academias de toda la Europa , y desde luego hicieron mirar con respeto al joven maestro , y á la naciente Academia. Su fecundo ingenio ha continuado , y continúa todavía creando nuevos métodos , produciendo nuevos teoremas , encontrando nuevas demostraciones , y sacando del fondo de la naturaleza nuevas é importantes verdades. Emulo del grande Eulero

no ha dexado parte alguna del álgebra; y puede tambien decirse de todas las matemáticas, que no haya vestido de nuevas formas, y no la haya aumentado y adornado de tal manera, que pueda de algún modo llamarse nueva; y él puede tener la complacencia, de que solo han podido gozar Newton, Eulero, y muy pocos otros, de ver su nombre á la frente de quantos escritos se hacen leer en aquellas materias, y pueden gloriarse de algún mérito y fama. La quebrantada salud, y la delicada complexión de d' Alembert lo habian separado mucho tiempo antes de las arduas y abstrusas meditaciones algebraicas, y llevándolo á la amenidad de las buenas letras, y despues de la muerte de Clairaut y de Fontaine, y la debilidad de d' Alembert, la Academia de las ciencias de Paris no levantaba tanto la voz en las investigaciones analíticas, como la de Berlin, que poseia á la Grange, y la de Petersburgo, donde estaba Eulero.

Pero la Francia, que habia dado al álgebra un Vieta, un Fermat, un Cartesio un l' Hopital, un Varignon, un Fontaine, un Clairaut, un d' Alembert, y tan-

tos otros maestros de aquella ciencia, veía de mala gana vueltos los ojos de toda la Europa á Berlín, y á Petersburgo, y poco atendido su París; y excitó el ingenio del valeroso la Place, que *La Place.* substituyó al casi mudo d' Alembert, y tuvo en equilibrio el álgebra francesa con la de Eulero, y de la Grange. Ahora la Academia de las ciencias de París goza la afortunada y gloriosa suerte de encerrar en su seno los dos mayores maestros del álgebra, la Grange y la Place, y puede justamente llamarse la Delos de la Europa matemática, á quien deben recurrir quantos deseen saber las mas recónditas verdades, y consultar los verdaderos oráculos de aquellas ciencias. Al lado *Otros algebristas.* de estas supremas deidades tiene el honor de sentarse Condorcet en aquel olimpo científico; y Cousin, Bossut, y otros célebres héroes hacen aquella Academia mas y mas digna del reverente culto, y de la religiosa veneracion de los amantes del álgebra, y generalmente de las matemáticas, y de todas las ciencias. La Italia, aunque privada de su la Grange, y despojada en pocos años de Riccati, de Frisio, y de

sup
Bos-

Boscovick, no ha quedado sin embargo falta de celebres algebristas, que den honor á sus estudios. ¿Quantos abstrusos puntos de la analisis no ha aclarado Fontana en varios escritos suyos, acarreandole nuevos conocimientos y útiles verdades? ¿Que plena posesion y singular maestría del cálculo no ha manifestado en todos? Lorgna nos presenta un nuevo cálculo, nuevas series, y nuevas y útiles ideas sobre varios puntos del álgebra. Paoli, Ferroni, Canterzani y otros matemáticos italianos cultivan con ardor, y con provecho este importante estudio, y procuran gloriosamente adelantarle con muchos descubrimientos; y Niccolai mas animoso quiere echar por tierra los fundamentos no bastante seguros, sobre que hasta ahora se ha apoyado el álgebra, y fundarla mas solidamente sobre tres métodos suyos generales, y enteramente nuevos, de cuyo mérito, que hasta ahora, como todas las novedades, ha tenido panegiristas y contrarios, dexamos que decida el tiempo, y la comun acceptacion de los matemáticos. Con las luces de estos, de los alemanes Fuss y Bernoulli, y de otros muchos algebristas,

que

que florecen en casi todas las naciones de la culta Europa, podemos justamente esperar, que adelante mas y mas aquella ciencia; que se dé mayor sencillez á algunas fórmulas, y mayor extension á otras; que se formen nuevos métodos, con que despejar incognitas, y elevar cantidades imaginarias; que se quite á las reglas toda duda y obscuridad, y que en suma reciba todo el cálculo mayor solidez y perfeccion, y se haga mas y mas útil á todas las disciplinas matemáticas. El álgebra es verdaderamente la llave que sirve para abrir los mas secretos escondrijos de las ciencias exáctas; es el instrumento con que pueden hacerse en ellas los mas pronto y seguros progresos: quanto mas se desee el adelantamiento de las ciencias, tanto mas cuidado deberá ponerse en limar y refinar este instrumento suyo, tanto mas se deberá procurar dar toda la posible perfeccion al arte algebráica, que empezada para uso de la aritmética, ha pasado despues al manejo de la geometría, y ahora domina casi soberana y árbitra en todas las ciencias.

CAPITULO IV.

De la Geometría.

Origen de
la geometría.

Es harto verisimil que en Egipto, donde se hacían tantos canales, tantos diques, tan grandes lagos, tan inmensas fábricas, tantas y tan portentosas obras, que exigían conocimientos geométricos, donde los sacerdotes, libres de las públicas ocupaciones, y de otros pensamientos, podían atender cómodamente á las meditaciones científicas, donde en efecto florecían las ciencias, y á donde de las naciones extrangeras acudían los estudiosos á aprenderlas; que en Egipto digo, naciese, se cultivase y promoviese la geometría, y se elevase de los trabajos mecánicos, y de las operaciones prácticas á las abstractas y generales teorías. ; Pero que podremos decir de la geometría de los egipcios sino puras conjeturas? Los pocos progresos que baxo su enseñanza hicieron los ingeniosos y estudiosos griegos, dan una prueba mayor de la escasez de luces de los egipcios, que quantas nos pueden presentar de su saber

al-

algunas obscuras expresiones de los antiguos, y algunas memorias suyas, que admiten diversas interpretaciones. ¿Que aprecio podrémos hacer de la geometría de los egipcios al oír lleno de admiracion al rey Amasis por ver á Tales, que midiendo la sombra de su baston, y la de una piramide determinaba la altura de esta (a)? Si despues de mucho estudio de la geometría egipciaca Tales por haber, como dice Laercio (b), formado en el semicirculo un triángulo rectángulo, y Pitágoras por haber encontrado el quadrado de la hipotenusa igual al de los dos lados, saltaron de gozo, é hicieron un sacrificio á las Musas, ¿podrémos concebir una idea muy ventajosa de la ciencia egipciaca? De los griegos, pues, tomaremos el principio de la historia de la geometría, donde se nos presentan hechos sobre que poderla fundar. Los primeros progresos de los griegos son ciertamente muy cortos y reducidos, y prueban la profunda ignorancia en que

Tom. VII. Ee se

Principio
de la geo-
metría de
los grie-
gos.

(a) Plutarc. in *Conviv.* Laert. in *Thaleta*.

(b) In *Thal.* (b) In *Thal.* (c)

se encontraban quando se dieron á cultivar estos estudiosos; pero sin embargo da gusto el ver á la geometría pasar en sus manos de su infantil pequeñez á la mas robusta madurez, verla caminar al principio con los tímidos y vacilantes pasos de Tales, y de Pitágoras, y superar despues los mas altos é intrincados montes de dificultades con los vuelos de Archímedes, y de Apolino. Laercio (a) cita á un Meri, que inventó, como él dice, los principios de los elementos de la geometría; y un Euforbo frigio (b), que segun el testimonio de Calimaco, empezó á establecer alguna doctrina sobre los triángulos escalenos, y sobre las líneas.

Principios
de la Geo-
metría de
los Griegos

Peró es preciso que Meri y Euforbo no esparciesen sus inventos, ni formasen discípulos en aquella ciencia, puesto que vemos á los griegos estudiosos ir á Egipto para aprenderla, y contarse comunmente á Tales por primer introductor de la geometría entre los griegos. Tales apenas vuelto de Egipto formó en Mileto una escuela filosófica, donde sembró las prime-

Tales. te á Tales por primer introductor de la geometría entre los griegos. Tales apenas vuelto de Egipto formó en Mileto una escuela filosófica, donde sembró las prime-

(a) *In Pythag.* XI. (b) *In Thal.* III. (c)

ras semillas de la geometría, que tantos y tan sazonados frutos produxeron despues de algunos siglos en la Grecia. El promovió, y amplió la doctrina de Euforbo sobre los triángulos escalenos, y sobre otras figuras geométricas (a); él, segun el testimonio de Pamfila citada por Laercio, encontró el modo de describir en un semicírculo un triángulo rectángulo, esto es, descubrió la propiedad del círculo, que todo triángulo, que tiene por base el diámetro, y toca con el ángulo opuesto la circunferencia, tendrá este ángulo recto; él en suma hizo muchos descubrimientos (b), que le adquirieron el nombre de geómetra, é hicieron que lo mirasen los posteriores como el padre de la geometría griega. De las escuelas de Tales salió Anaxímandro tambien geómetra; y si es cierto, como dice Suidas (c), que Anaxímandro compuso un compendio de geometría, esto prueba haberse promovido y adelantado mucho este estudio,

Ee 2 por-

(a) Laert. in Thal. (b) Proclus in Euclid. Comm. lib. III. p. I. (c) Anaxim.

porque no se piensa en formar compendios de las ciencias, sino hay muchos descubrimientos, muchas opiniones, y muchas teorías que compendiar. Mientras Tales promovía en la Jonia la geometría, Pitágoras le deba en Italia notable incremento. Célebre es su descubrimiento de ser igual en los triángulos rectángulos el cuadrado de la hipotenusa al cuadrado de los dos lados tomados juntos (a). El demuestra que de todas las figuras sólidas la mas grande (y aun la mas bella, como dice Laercio) es la esfera, y de todas las planas el círculo (b), con lo que hizo de algun modo nacer el primer ensayo de la doctrina de los isoperímetros. Un mediocre geómetra de nuestros dias se reirá de los conocimientos, y del espíritu de los griegos, que miraban como esfuerzos del ingenio de los primeros maestros lo que ahora no es mas que un pequeño juego para los mas débiles principiantes. Pero quien reflexione las gravísimas dificultades que se ofrecen á los primeros inven-

(a) Cicer. Laert. & alt. passim. *ibid.* I. (b)

(b) Laert. *in Pyth.* XIX. *ibid.* III. *ibid.* *ibid.*

ventores de qualquiera ciencia, y la intension demente que necesita, el que sin principio alguno sobre que apoyarse procura hacer generales las propiedades de algunas figuras, y formar por sí mismo sin ningun auxilio precedente algunos teoremas, creará que no se requiere menos ingenio para llegar de la nada á comparar entre sí, y con el círculo los triángulos, á encontrar la proporcion de algunas líneas, y de sus quadrados, á decidir sobre la mayor magnitud, á comparar entre sí las figuras planas y las sólidas, y á hacer los pequeños descubrimientos de Tales, y de Pitágoras, que para pasar de las doctrinas de Cavalieri, de Fermat y de Barrow, á los sublimes descubrimientos de Newton, de Leibnitz, y de los Bernoullis. Las escuelas de Tales y de Pitágoras produxeron muchos geómetras, y otros salieron de la Grecia sin haber venido de aquellas escuelas. Leemos en Laercio (a) quantas obras geométricas compuso Demócrito; y el verle tratar del contracto del círculo y de la esfera, de las

Lib

(a) In Democr. XIII.

líneas irracionales y de las sólidas, y de tantos otros puntos geométricos nos manifiesta con bastante claridad quanto adelantó él en la geometría.

Progresos
de la geo-
metría.

En vano querremos seguir ahora distintamente la historia de los progresos hechos en aquellos tiempos por la geometría, debidos á Archítas, á Euclides pónico, á Hipócrates chio, á Filolao, á Platon, y á otros ilustres matemáticos: son muy escasas y obscuras las noticias, que han llegado hasta nuestros dias de sus fatigas geométricas, para poderlas describir exáctamente; pero sí dirémos en general, que casi todas las proposiciones que forman aun el día de hoy los elementos de la geometría, han sido descubrimientos de aquella edad, y que las sublimes especulaciones en que vemos empleados á los géómetras de aquellos siglos, prueban bastante que se había ya adelantado mucho la geometría. La quadratura del círculo, la duplicacion del cubo, la triseccion del ángulo, son los problemas que disputaban aquellos géómetras; y no podía pensarse en semejantes problemas, si no se hubiesen encontrado antes otras muchas

Quadratura
del círculo.

chas verdades necesarias para tales investigaciones. La quadratura del círculo ha empuñado por su dificultad la atención de los géometras de todos los siglos hasta el nuestro, y ha acarreado á la geometría notables adelantamientos; pero no obstante lo arduo del problema vemos ocupados á los antiguos géometras en buscar la resolución. Plutarco (a) nos dice que Anaxágoras encerrado en la cárcel formaba su divertimento buscando la quadratura del círculo. Y un hecho semejante de Anaxágoras, al paso que nos hace creer que fuese este entonces un problema bastante agitado, no pareciendo verisímil que aun encerrado le ocurriese el pensamiento de trabajar sobre un problema tan arduo, no siendo aun tentado por otro, prueba tambien que eran ya en tiempo de Anaxágoras harto extensas las luces de la geometría, quando se internaban los géometras en tales investigaciones. En efecto poco despues vemos al cómico Aristófanes introducir en la escena un géometa, y hacerle ofrecer pesar el ayre, y quadrar el círculo.

Publica-
cion del
cubo.

(a) De Exil. (b) I. 1545. (c) I. 1545.

(a) De Exil. (b) I. 1545. (c) I. 1545.

como que esta fuese entonces una materia muy disputada por los geómetras (a); y Aristóteles (b) cita tres diferentes quadraturas del círculo, inventadas ya en aquel tiempo por Hipócrates chio, por Brison, y por Antifonte. La investigacion de aquella quadratura empezó bien presto á producir adelantamientos en la geometría; y á ella se debe la quadratura de la lunula de Hipócrates chio, sobre la qual vemos aun ocuparse utilmente l' Hopital, y otros modernos (c), y la quadratriz de Dinostrato, que tomó de esta buscada propiedad el nombre de *quadratriz*.

Duplicacion del cubo.

La duplicacion del cubo era otro problema que tenia en agitacion á los geómetras. No me detendré en la fábula de la peste, y del oráculo de Delos, que no quiso que quedase libre el Atica de aquel mal hasta que fuese duplicada su ara, y como esta ara era cúbica, por eso se llamaba *Delíaco* el problema de la duplicacion del cubo. Pero lo cierto es que los

(a) En los *Uccelli* sc. del Geómetra, y Pistetero. (b) I Elench. (c) *Acad. des Sc.* 1701.

mas célebres géómetras se empeñaron en aquella investigacion, fácil en apariencia, pero en realidad muy ardua, y abstrusa para los conocimientos de aquella edad, por lo qual fueron vanas é inútiles todas sus diligencias. El primer paso para la resolution del problema era conocer la dificultad. Esta se ocultó al principio á los ojos de los géómetras griegos; pero después de inútiles tentativas fué finalmente reconocida. El antes citado Hipócrates de Chio fué el primero que conoció que para duplicar un cubo es preciso encontrar entre el lado del cubo, y el duplo del mismo lado dos medias proporcionales, y que la primera de estas medias será el lado del cubo duplicado que se busca (a). El gran Platon estudió con esmero el problema, y llegó á formarse un instrumento para resolverlo mecánicamente, pero sin la debida exâctitud (b). Eudoxio, géómetra no menos famoso, encontró otra resolution por medio de cier-

Tom. VII. Ff tas

(a) Procl. in Euclid. (b) Eutocium ad Archim. lib. II De Sphæra & Cilindro.

Secciones
cónicas.

tas curvas inventadas por él; y esta, aunque despreciada por Eutocio, fué alabada por Eratóstenes, testimonio mas autorizado por mas inmediato á aquel tiempo, y por haberse empleado tambien en la investigacion del mismo problema. Architas tarentino fué el primero, segun dice Laercio (a), apoyado al testimonio de Platon, que encontró en la geometría la deseada duplicacion del cubo. Menecmo dió dos resoluciones, y estas nos hacen ver otras dos muy importantes materias de las investigaciones de los antiguos geómetras, que manifiestan en sus conocimientos notables adelantamientos; quales son las secciones cónicas, y los lugares geométricos. Los geómetras no satisfechos con los conocimientos adquiridos sobre los triángulos, sobre los círculos y sobre las propiedades de varias líneas y figuras, pensaron en buscar otras curvas con que emplear su estudiosa curiosidad, y las encontraron cortando un cono de diversos modos, y observando las curvas que de aquí nacian. De este modo encontraron la elip-

(a) *In Archyta* VII. se,

se, la parábola, y la hipérbola, las quales tomaron el nombre de secciones cónicas, como formadas por la seccion del cono; y el triángulo, y el círculo que allí se encuentran igualmente, aunque eran ya antes bastante conocidos. Algunos quieren atribuir á Eudoxio la invención de tales curvas; y lo cierto es que las sobredichas resoluciones de Menecmo, discípulo de Eudoxio, se fundan sobre conocimientos harto profundos de aquellas lecciones, que prueban quanto hubiesen adelantado ya los géometras en sus investigaciones. A mas de esto Apolonio, que puede ser mirado como maestro de tales curvas, no hizo mas que perfeccionar los quatro libros de los cónicos de Euclides, y Euclides solo siguió la doctrina de Aristéo, ilustre escritor (a); y este escribiendo sus cinco libros de elementos cónicos, los expuso con una brevedad que prueba ser aquellas materias harto conocidas é ilustradas por los géometras que le habian precedido. Otra especulacion se ve tam-

bien

(a) Pappo Coll. Math. lib. VII. De con. Apol.

Lugares
geométricos.

bien de aquellos siglos, que dá mucho honor á su geometría, y es la de los lugares geométricos, ó de aquellas líneas rectas ó curvas, de las cuales cada punto resuelve igualmente un problema indeterminado, ó capaz de infinitas resoluciones. Estos lugares geométricos son de mucho uso en las matemáticas; y los elogios que han obtenido Cartesio, Fermat, y otros geómetras modernos por lo bien que los han manejado, pueden probar suficientemente quanta sea su utilidad. Grandes alabanzas, pues, debemos dar á los antiguos geómetras de la escuela platónica, los cuales no solo inventaron estas materias, sino que las ilustraron con tanta extension. Tres especies diversas formaban de estos lugares, y llamaban *planos* los que se contenian en líneas rectas, y en arcos de círculos, *sólidos* las secciones cónicas, y *lineares* las otras líneas ó curvas de orden superior; y desde los primeros tiempos los trataron todos tres con mucha extension é inteligencia. Las sobredichas resoluciones de Menecmo manifiestan en él una gran posesion de estos lugares. Solo de los lugares sólidos compuso Aristeo cinco libros muy

muy estimados de los antiguos, que el docto geómetra Viviani quiso dar á conocer de algun modo á los modernos, y con mucha gloria suya compuso sobre ellos una ingeniosa y erudita *Dirvinacion*. Despues de Aristeo escribió Euclides dos libros de los *lugares de la superficie*; escribió Eratóstenes de los *lugares de las medianías*; otros dos libros dexó Apolonio de los *lugares planos*, y otros muchos escribieron de estos lugares (a); y todo prueba quanto adelantaron los antiguos geómetras en aquella utilísima teoría. La analisis geométrica, ó bien sea aquel método que del resultado como concedido, sacando consecuencias, y de estas pasando á otras consecuencias se viene á parar en alguna proposicion evidentemente verdadera, ó falsa en los teoremas, posible, ó imposible en los problemas, es otro invento, que da mucho honor á los antiguos, particularmente á Platon, á quien se atribuye la gloria de la invencion. Algunos creen que los antiguos careciesen de toda

no-

Analisis
geométrica.

(a) V. Papp. lib. VII. (3) .3989, IV. d. I

noción del análisis (a). Pero aun sin recurrir á las obras de Platon, de Archîmedes y de otros antiguos geómetras, donde se ven de ella claros exemplos, basta leer á Pappo y á Proclo para conocer que los antiguos adquirieron copiosas y justas nociones de este método. Pappo (b), ademas del uso que hizo de ella en todos sus libros, en el principio del septimo explica claramente que sea la analisis, de que modo proceda, que usos tenga en los teoremas, y en los problemas, á que geómetras pueda ser útil, quales la hayan tratado, y en suma habla de ella de modo, que es preciso no haberlo leído nunca para sostener que los antiguos no tuvieron noción alguna de la analisis. Proclo tambien habla de ella muchas veces (c), y forma de algun modo su historia. Platon, inventor de este método, lo comunicó antes que á todos á Laodomante, el qual bien pronto supo hacer de él un óptimo uso. Teeteto y Archîtas tomaron tambien de

Pla-

(b) *Encycl. method. Math., Disc. prel.* (b) Lib. VII, princ. (c) *In Eucl. lib. II & III.*

Platón este método, como igualmente Neocolis, Eudoxio, Menecmo y otros: y la analisis fué siempre mirada como una útil y gloriosa invencion de la escuela platónica, de la qual hicieron despues mucho uso Euclides, Archîmedes, Apolino, y los mas sublimes geómetras. La triseccion del ángulo es otro problema, que ocupó mucho las meditaciones de los antiguos, y ha empeñado tambien la atencion de Cartesio (a), y de los mas sutiles modernos. La facilidad de dividir un ángulo en dos partes iguales por medio de una recta perpendicular, movió á los geómetras á procurar dividirlo tambien en tres; pero despues de algunas inútiles aunque ingeniosas tentativas, comprehendieron, que solo con la geometría plana, ó con la regla y con el compas, no podia esperarse tal triseccion, y que esta era, como la quadratura del circulo, y la duplicacion del cubo, un problema casi irresoluble; y el conocer esta dificultad es una grande prueba de la exâctitud de la antigua geometría. Sin embargo pro-

Triseccion
del ángu-
lo.

(a) *Geom. lib. III.*

curaron buscar por otros caminos la deseada resolución; y aplicando la hipérbola, y la concoide encontraron algunas muy ingeniosas, que se ven referidas por Pappo (a), y que hacen ver lo mucho que adelantaron los antiguos en la sutileza geométrica. Quanto hemos dicho hasta aquí puede probar suficientemente, que los antiguos adquirieron mas individuales y profundos conocimientos de geometría de lo que comunmente se cree; pero hay aun otra prueba, que puede quitar mas toda duda. Ya en tiempo de Alexandro escribió Teofrasto quatro libros de historia de la geometría, como dice Laercio (b); y ademas de este escribió mas copiosamente Eudemo rodio, discípulo tambien de Aristóteles como Teofrasto, otra historia de la geometría, de la qual saca Proclo (c) muchas noticias; y estos no llegaban mas que á los primeros siglos, y se quedaban en Ermotimo, y en Filipo, como los últimos geómetras de los

(a) *Collect. Math.* lib. IV. (b) *In Theophr.* XIII. (c) *In Eucl.* I &c.

tiempos de su historia. La antigua geometría no hubiera prestado materiales para tantos libros de historia, sino hubiese hecho muchos descubrimientos, y obtenido gloriosos progresos.

Pero sin embargo es preciso confesar que el verdadero esplendor de la antigua geometría no se vió hasta los tiempos posteriores, despues de la fundacion de la escuela de Alexandría. Entonces los Euclides, los Eratóstenes, los Archîmedes, los Apolonios y tantos otros hicieron que tomase un vuelo mucho mas alto, y que compareciese baxo nuevo y mas respectable aspecto. Euclides puede ser mirado

Escuela
alexandri-
na.

como el padre, y es verdaderamente el maestro de la antigua geometría. Hipócrates chio fué el primero, como dice Proclo (a), que escribió elementos de geometría: despues de él los escribieron mas completos Leon el geómetra, Teudio de Magnesiay otros; pero todos quedaron oscurecidos al comparecer los *Elementos* de Euclides. En ellos se ven recogidas, explicadas y demostradas, enlazadas y unidas

Euclides.

Tom. VII. Gg das

(a) Lib. II in *Euch.*

das en cuerpo de doctrina cuántas proposiciones de geometría elemental se encuentran sueltas y dispersas en los escritos de los otros geómetras, á los quales agregó tambien algunos libros de aritmética; y su obra de los *Elementos* puede llamarse el copioso almacén de las riquezas matemáticas de aquella edad. La exactitud y severidad con que él definió todas las palabras, demostró todas las proposiciones, y unió y encadenó todas las cosas, se puede decir que creó el espíritu geométrico, que tantas ventajas ha acarreado al adelantamiento de las ciencias, y á la perfección del espíritu humano. Los elementos de Euclides han sido en todos los siglos el código de los geómetras, y el libro clásico de todas las escuelas de geometría. Teón alexandrino, Proclo y otros antiguos se esmeraron en comentarlos. Los árabes traduxeron, comentaron é ilustraron de varios modos los elementos de Euclides, y siguiendo las huellas del maestro griego pudieron adelantar en aquella ciencia. Los latinos, que no los conocieron, no hicieron por muchos siglos mas que palpar tinieblas copiando, y alterando

do algunos pocos principios de Boecio, ó de otros menos inteligentes que él en la materia: los primeros crepúsculos de la geometría les vinieron á ellos de las traducciones aunque imperfectas de los elementos de Euclides; y los primeros maestros de la geometría de los modernos, Commandino, Clavio, Barrow y algunos otros aun mas modernos creyeron emplear bien sus fatigas traduciendo, y comentando los elementos de Euclides. Solo en este siglo se ha querido encontrar manchas en aquel lumínar de la geometría, y se ha tachado aquella obra de sobradas definiciones y divisiones escolásticas, de sobrada individualidad y escrupulosidad en demostrar las cosas bastante claras por sí mismas, de sobrada sutileza, y de alguna sofistería. Dexo para los verdaderos y profundos géometras la decision de lo justo de estas acusaciones; y solo diré, que el voto de un Newton y de un Leibnitz, los más sublimes géometras que haya producido el espíritu humano, los cuales aprobaban mucho el método y el orden, la exáctitud y el rigor de los elementos de Euclides, la aprobacion de un Wolfio escritor tan

acreditado en esta materia, las nuevas ediciones de Keil, de Gregory, y aun en nuestros días del más ilustre geómetra de Inglaterra Roberto Simson, deben tener mayor fuerza á favor del maestro griego, que quantas acusaciones le hacen algunos modernos por mas celebrados que sean; y que si el método de estos da mayor facilidad, y abrevia y facilita la inteligencia de los primeros elementos, el de Euclides da mayor seguridad á las demostraciones, y conduce á mayor profundidad en el estudio de aquella ciencia; y que de todos modos los elementos de Euclides son una de las obras que mayores ventajas han acarreado á las ciencias, y mas han contribuido á la ilustracion del espíritu humano. La principal celebridad de Euclides ha nacido de sus elementos; pero tuvo otros muchos méritos en la geometría: sus elementos hicieron mas fácil, mas claro, y mas universal el estudio de aquella ciencia; sus datos, los cónicos, los lugares de la superficie, y los porismos aumentaron los conocimientos, que se tenian de tales materias, y extendieron los confines de la ciencia

a 30

geo-

geométrica. Pappo elogiador de Euclides, y de todas sus obras, alaba particularmente los *porismos* como una obra llena de arte y de ingenio, y utilísima para la resolución de los mas oscuros problemas. Euclides en suma mereció por todos sus escritos singular reconocimiento de los amantes de la geometría, y dió á la escuela de Alexandría una pronta y universal celebridad. Hubiera sido á esta fatal su pérdida, á no verse recompensado por otros sucesores igualmente ilustres. Uno de estos fué Eratóstenes, cuyo genio enciclopédico, gramático, antiquario, geógrafo, cronólogo, filósofo y matemático ha hecho que su nombre se vea escrito con singular elogio á la frente de la historia de todas las ciencias. Las dos profundas especulaciones de los geómetras de aquella edad, sobre la analisis, y sobre la duplicación del cubo, ocuparon el estudio de Eratóstenes, y él escribió utilmente de una y de otra. Pappo nos nombra á Eratóstenes entre los escritores de la analisis geométrica en compañía de Aristeo, de Euclides y de Apolonio, y cita á este propósito dos libros suyos de las medianas,

Eratóste-
nes.

—
—

ó de las proporciones (a). Eutocio nos ha conservado una carta del mismo al rey Tolomeo, en que le explica su invención para la duplicación del cubo, sobre la qual escribió tambien un libro; y despues vemos referida por Pappo (b) su resolución de aquel difícil é intrincado problema. Y si la demostración de Eratóstenes fué rebatida por Nicomedes, y no ha merecido la aprobación de los géometras modernos, él sin embargo manifestó en ella no poco ingenio, y sino ha tenido la suerte de dar en el blanco, puede consolarse de haber errado con Platon, y con los mayores géometras de la antigüedad, entre quienes obtuvo, y conserva siempre un honroso y distinguido lugar. Era ciertamente la escuela alexandrina fecunda madre de matemáticos; pero no la única que produxese de los excelentes.

Archímedes.

Al mismo tiempo que Eratóstenes florecia el grande Archímedes, por quien debieron Atenas, Alexandría, y todo el mundo geométrico ceder la palma á su Siracusa. La geometría recibió de su mano una sagaci-

(a) Lib. VII. (b) Lib. III.

cidad, una seguridad, un vigor, que parecia verse trasplantada en un nuevo mundo, donde empezó á dominar espaciosos campos, y fecundos collados, que antes casi no se atrevia á mirar. ¡Que sublime espíritu, y que noble atrevimiento no se necesitaba para pensar en determinar en los círculos la razon del diámetro á la circunferencia! Pensamiento que habia acobardado á Euclides, y á los otros geómetras, los quales contentos con establecer que las circunferencias son en alguna razon como los diámetros, no habian tenido valor para determinar qual fuese aquella razon. Archîmedes entró valerosamente en esta empresa; y comparando ingeniosamente el círculo con un triángulo, inscribiendo y circunscribiendo poligonos al círculo, y aumentando mas y mas los lados de estos poligonos, vino á concluir, que el diámetro del círculo es respecto de la circunferencia menos que 1 á 3 $\frac{1}{7}$, y mas que 1 á 3 $\frac{1}{8}$, que es quanto basta para conocer suficientemente la medida del círculo; y dió de este modo á los geómetras un exemplo del método de aproximacion tan útil, y tan frecuente-

men-

mente seguido, y del de los límites, al qual Maclaurin (a), d'Alembert (b), Cousin (c) y otros modernos reducen el tanto, y con tanta razon alabado cálculo *infinitesimal*. El descubrimiento geométrico, de que mas se complacia Archimedes, y del qual quiso conservarse la gloria hasta el sepulcro, fué la completa é individual medida de la esfera, y del cilindro, que él determinó menudamente, tanto respectó á su solidez, como á su superficie, y no solo de los cuerpos enteros, sino de cada uno de sus segmentos. Pero no fueron estas las únicas figuras que merecieron sus ilustraciones. Las conoides, y las esferoides obtuvieron de Archimedes la misma exâcta medida, parangonandolas distintamente con los cilindros, y con los conos, que tienen la misma base y altura. La quadratura de la parábola fué tambien uno de sus predilectos descubrimientos; y se alaba con su amigo Dosisteo de haber emprendido una medida aun no tentativa.

(a) *Traité des Flux. Introd.* (b) *Encycl. art. Différ.* (c) *Leçons du Calcul. Différent &c.*

tada por ningun geómetra, y de haberla demostrado con dos diversas demostraciones, *matemática* (a), ó *mecánica* la una, y la otra geométrica. Mas crédito le han adquirido en la posteridad sus muchos, sutiles y útiles descubrimientos sobre la línea, que, como dice Pappo (b), le propuso Conon Hamio geómetra, y grande amigo suyo. Esta es la espiral, de cuya area, de las tangentes, de las secantes, y de todas las propiedades trató con tanta novedad y exáctitud, que ahora es la espiral celebrada de los geómetras como una línea, que debe distintamente honrarse con el nombre de Archîmedes. En todas estas, y en otras muchas especulaciones procede con una exáctitud y severidad, con una sagacidad de ingenio, y vehemencia de imaginacion, que aun yendo tras las huellas que él ha dexado, y auxiliados de sus luces encuentran ahora dificultad para seguirle los mas profundos y doctos geómetras.

Archîmedes ha sido, y será siempre el
 Tom. VII. Hh pas-

(a) Sic. (b) Lib. IV. theor. XVIII.

pasmo de quantos son capaces de conocer la sublimidad de su mérito. El puede ser tenido como el Newton de la antigüedad; y es, como este, el héroe de las matemáticas, y la gloria del ingenio humano. ¿Pero que reconocimiento no deberemos profesar á la antigua geometría, que no contenta con producir los Platones, los Aristeos, los Euclides, y los Eratóstenes, no exhausta con la produccion de un Archímedes, siguió aun enriqueciendo la mente humana, y nos dió un Apolonio, y otros ilustres geómetras? Si Archímedes
Apolonio. fué el Newton, Apolonio podrá ser llamado el Leibnitz, ó el Bernoulli de los antiguos. Solo sus *cónicos* bastan para hacernos ver en él un gran geómetra, qual lo proclamaba la antigüedad. ¿Que prodigiosa profundidad y vehemencia de ingenio no necesitaba Apolonio para seguir en sus *cónicos* tantas, y tan abstrusas investigaciones sin padecer equivocaciones? Singularmente el quinto y el septimo libro manifiestan por todas partes un ingenio inventor, fecundo de nuevas y sublimes verdades. Pero toda la obra fué con razon tenida por una de las mas profundas
que

que hubiese producido el espíritu humano. Por mas que el docto geómetra de l' Hopital haya escrito con todos los auxilios de la moderna geometría una obra de las secciones cónicas, muy estimada, y alabada en medio de las luces de este siglo, esta no ha podido obscurecer la antigua obra de Apolonio, ni ha llegado á darnos una teoría de estas curvas mas extensa, y completa que la del geómetra griego. Pappo que no se manifiesta muy apasionado al carácter moral de este autor, tiene en mucho aprecio su doctrina geométrica, y no solo nos dá noticia de muchas obras suyas pertenecientes por la mayor parte á la analisis geométrica, sino que tambien forma de ellas pequeños extractos; y estos pequeños rasgos bastan para hacer ver el magisterio con que su destreza geométrica manejaba aquellas sublimes y arduas materias; aquellas cortas líneas manifiestan la maestra mano del Apeles, que formó los quadros acabados. Apolonio y Archímedes son los geómetras antiguos, que se leen y se estudian por los mas ilustrados modernos, y que merecen los respetos y la veneracion de todos. Pero á mas de

estos habia otros muchos ilustres geómetras. No hablo de Conón y de Dositeo, amigos de Archimedes, y harto célebres geómetras, no de Eudemo y de Atalo, corresponsales de Apolonio, no de Nicoteles impugnador de Conon, no de otros menos celebrados geómetras de aquella edad; pero merece toda nuestra atencion Nicomedes, que inventó la curva llamada *concoide*, y la aplicó ingeniosamente al famoso problema de la duplicacion del cubo, segun el testimonio de Pappo (a), y de Eutocio (b), trabajó gloriosamente sobre la quadratura del círculo, aplicando á ella la *quadratrix* de Dinostrato (c), y mereció en suma que Newton recomendase mucho, y adaptase su *concoide* para varias geométricas especulaciones, é hiciese respetable á los mas ilustrados geómetras el nombre de Nicomedes. No son menos dignos de particular recomendacion Gemino, Filon, y Eron, que ademas del estudio de la astronomía

sup. congeine matematis sol. nos. rob. min. y
 20. 21. 22. 23. 24. 25. 26. 27. 28. 29. 30. 31. 32. 33. 34. 35. 36. 37. 38. 39. 40. 41. 42. 43. 44. 45. 46. 47. 48. 49. 50. 51. 52. 53. 54. 55. 56. 57. 58. 59. 60. 61. 62. 63. 64. 65. 66. 67. 68. 69. 70. 71. 72. 73. 74. 75. 76. 77. 78. 79. 80. 81. 82. 83. 84. 85. 86. 87. 88. 89. 90. 91. 92. 93. 94. 95. 96. 97. 98. 99. 100. 101. 102. 103. 104. 105. 106. 107. 108. 109. 110. 111. 112. 113. 114. 115. 116. 117. 118. 119. 120. 121. 122. 123. 124. 125. 126. 127. 128. 129. 130. 131. 132. 133. 134. 135. 136. 137. 138. 139. 140. 141. 142. 143. 144. 145. 146. 147. 148. 149. 150. 151. 152. 153. 154. 155. 156. 157. 158. 159. 160. 161. 162. 163. 164. 165. 166. 167. 168. 169. 170. 171. 172. 173. 174. 175. 176. 177. 178. 179. 180. 181. 182. 183. 184. 185. 186. 187. 188. 189. 190. 191. 192. 193. 194. 195. 196. 197. 198. 199. 200. 201. 202. 203. 204. 205. 206. 207. 208. 209. 210. 211. 212. 213. 214. 215. 216. 217. 218. 219. 220. 221. 222. 223. 224. 225. 226. 227. 228. 229. 230. 231. 232. 233. 234. 235. 236. 237. 238. 239. 240. 241. 242. 243. 244. 245. 246. 247. 248. 249. 250. 251. 252. 253. 254. 255. 256. 257. 258. 259. 260. 261. 262. 263. 264. 265. 266. 267. 268. 269. 270. 271. 272. 273. 274. 275. 276. 277. 278. 279. 280. 281. 282. 283. 284. 285. 286. 287. 288. 289. 290. 291. 292. 293. 294. 295. 296. 297. 298. 299. 300. 301. 302. 303. 304. 305. 306. 307. 308. 309. 310. 311. 312. 313. 314. 315. 316. 317. 318. 319. 320. 321. 322. 323. 324. 325. 326. 327. 328. 329. 330. 331. 332. 333. 334. 335. 336. 337. 338. 339. 340. 341. 342. 343. 344. 345. 346. 347. 348. 349. 350. 351. 352. 353. 354. 355. 356. 357. 358. 359. 360. 361. 362. 363. 364. 365. 366. 367. 368. 369. 370. 371. 372. 373. 374. 375. 376. 377. 378. 379. 380. 381. 382. 383. 384. 385. 386. 387. 388. 389. 390. 391. 392. 393. 394. 395. 396. 397. 398. 399. 400. 401. 402. 403. 404. 405. 406. 407. 408. 409. 410. 411. 412. 413. 414. 415. 416. 417. 418. 419. 420. 421. 422. 423. 424. 425. 426. 427. 428. 429. 430. 431. 432. 433. 434. 435. 436. 437. 438. 439. 440. 441. 442. 443. 444. 445. 446. 447. 448. 449. 450. 451. 452. 453. 454. 455. 456. 457. 458. 459. 460. 461. 462. 463. 464. 465. 466. 467. 468. 469. 470. 471. 472. 473. 474. 475. 476. 477. 478. 479. 480. 481. 482. 483. 484. 485. 486. 487. 488. 489. 490. 491. 492. 493. 494. 495. 496. 497. 498. 499. 500. 501. 502. 503. 504. 505. 506. 507. 508. 509. 510. 511. 512. 513. 514. 515. 516. 517. 518. 519. 520. 521. 522. 523. 524. 525. 526. 527. 528. 529. 530. 531. 532. 533. 534. 535. 536. 537. 538. 539. 540. 541. 542. 543. 544. 545. 546. 547. 548. 549. 550. 551. 552. 553. 554. 555. 556. 557. 558. 559. 560. 561. 562. 563. 564. 565. 566. 567. 568. 569. 570. 571. 572. 573. 574. 575. 576. 577. 578. 579. 580. 581. 582. 583. 584. 585. 586. 587. 588. 589. 590. 591. 592. 593. 594. 595. 596. 597. 598. 599. 600. 601. 602. 603. 604. 605. 606. 607. 608. 609. 610. 611. 612. 613. 614. 615. 616. 617. 618. 619. 620. 621. 622. 623. 624. 625. 626. 627. 628. 629. 630. 631. 632. 633. 634. 635. 636. 637. 638. 639. 640. 641. 642. 643. 644. 645. 646. 647. 648. 649. 650. 651. 652. 653. 654. 655. 656. 657. 658. 659. 660. 661. 662. 663. 664. 665. 666. 667. 668. 669. 670. 671. 672. 673. 674. 675. 676. 677. 678. 679. 680. 681. 682. 683. 684. 685. 686. 687. 688. 689. 690. 691. 692. 693. 694. 695. 696. 697. 698. 699. 700. 701. 702. 703. 704. 705. 706. 707. 708. 709. 710. 711. 712. 713. 714. 715. 716. 717. 718. 719. 720. 721. 722. 723. 724. 725. 726. 727. 728. 729. 730. 731. 732. 733. 734. 735. 736. 737. 738. 739. 740. 741. 742. 743. 744. 745. 746. 747. 748. 749. 750. 751. 752. 753. 754. 755. 756. 757. 758. 759. 760. 761. 762. 763. 764. 765. 766. 767. 768. 769. 770. 771. 772. 773. 774. 775. 776. 777. 778. 779. 780. 781. 782. 783. 784. 785. 786. 787. 788. 789. 790. 791. 792. 793. 794. 795. 796. 797. 798. 799. 800. 801. 802. 803. 804. 805. 806. 807. 808. 809. 810. 811. 812. 813. 814. 815. 816. 817. 818. 819. 820. 821. 822. 823. 824. 825. 826. 827. 828. 829. 830. 831. 832. 833. 834. 835. 836. 837. 838. 839. 840. 841. 842. 843. 844. 845. 846. 847. 848. 849. 850. 851. 852. 853. 854. 855. 856. 857. 858. 859. 860. 861. 862. 863. 864. 865. 866. 867. 868. 869. 870. 871. 872. 873. 874. 875. 876. 877. 878. 879. 880. 881. 882. 883. 884. 885. 886. 887. 888. 889. 890. 891. 892. 893. 894. 895. 896. 897. 898. 899. 900. 901. 902. 903. 904. 905. 906. 907. 908. 909. 910. 911. 912. 913. 914. 915. 916. 917. 918. 919. 920. 921. 922. 923. 924. 925. 926. 927. 928. 929. 930. 931. 932. 933. 934. 935. 936. 937. 938. 939. 940. 941. 942. 943. 944. 945. 946. 947. 948. 949. 950. 951. 952. 953. 954. 955. 956. 957. 958. 959. 960. 961. 962. 963. 964. 965. 966. 967. 968. 969. 970. 971. 972. 973. 974. 975. 976. 977. 978. 979. 980. 981. 982. 983. 984. 985. 986. 987. 988. 989. 990. 991. 992. 993. 994. 995. 996. 997. 998. 999. 1000. 1001. 1002. 1003. 1004. 1005. 1006. 1007. 1008. 1009. 1010. 1011. 1012. 1013. 1014. 1015. 1016. 1017. 1018. 1019. 1020. 1021. 1022. 1023. 1024. 1025. 1026. 1027. 1028. 1029. 1030. 1031. 1032. 1033. 1034. 1035. 1036. 1037. 1038. 1039. 1040. 1041. 1042. 1043. 1044. 1045. 1046. 1047. 1048. 1049. 1050. 1051. 1052. 1053. 1054. 1055. 1056. 1057. 1058. 1059. 1060. 1061. 1062. 1063. 1064. 1065. 1066. 1067. 1068. 1069. 1070. 1071. 1072. 1073. 1074. 1075. 1076. 1077. 1078. 1079. 1080. 1081. 1082. 1083. 1084. 1085. 1086. 1087. 1088. 1089. 1090. 1091. 1092. 1093. 1094. 1095. 1096. 1097. 1098. 1099. 1100. 1101. 1102. 1103. 1104. 1105. 1106. 1107. 1108. 1109. 1110. 1111. 1112. 1113. 1114. 1115. 1116. 1117. 1118. 1119. 1120. 1121. 1122. 1123. 1124. 1125. 1126. 1127. 1128. 1129. 1130. 1131. 1132. 1133. 1134. 1135. 1136. 1137. 1138. 1139. 1140. 1141. 1142. 1143. 1144. 1145. 1146. 1147. 1148. 1149. 1150. 1151. 1152. 1153. 1154. 1155. 1156. 1157. 1158. 1159. 1160. 1161. 1162. 1163. 1164. 1165. 1166. 1167. 1168. 1169. 1170. 1171. 1172. 1173. 1174. 1175. 1176. 1177. 1178. 1179. 1180. 1181. 1182. 1183. 1184. 1185. 1186. 1187. 1188. 1189. 1190. 1191. 1192. 1193. 1194. 1195. 1196. 1197. 1198. 1199. 1200. 1201. 1202. 1203. 1204. 1205. 1206. 1207. 1208. 1209. 1210. 1211. 1212. 1213. 1214. 1215. 1216. 1217. 1218. 1219. 1220. 1221. 1222. 1223. 1224. 1225. 1226. 1227. 1228. 1229. 1230. 1231. 1232. 1233. 1234. 1235. 1236. 1237. 1238. 1239. 1240. 1241. 1242. 1243. 1244. 1245. 1246. 1247. 1248. 1249. 1250. 1251. 1252. 1253. 1254. 1255. 1256. 1257. 1258. 1259. 1260. 1261. 1262. 1263. 1264. 1265. 1266. 1267. 1268. 1269. 1270. 1271. 1272. 1273. 1274. 1275. 1276. 1277. 1278. 1279. 1280. 1281. 1282. 1283. 1284. 1285. 1286. 1287. 1288. 1289. 1290. 1291. 1292. 1293. 1294. 1295. 1296. 1297. 1298. 1299. 1300. 1301. 1302. 1303. 1304. 1305. 1306. 1307. 1308. 1309. 1310. 1311. 1312. 1313. 1314. 1315. 1316. 1317. 1318. 1319. 1320. 1321. 1322. 1323. 1324. 1325. 1326. 1327. 1328. 1329. 1330. 1331. 1332. 1333. 1334. 1335. 1336. 1337. 1338. 1339. 1340. 1341. 1342. 1343. 1344. 1345. 1346. 1347. 1348. 1349. 1350. 1351. 1352. 1353. 1354. 1355. 1356. 1357. 1358. 1359. 1360. 1361. 1362. 1363. 1364. 1365. 1366. 1367. 1368. 1369. 1370. 1371. 1372. 1373. 1374. 1375. 1376. 1377. 1378. 1379. 1380. 1381. 1382. 1383. 1384. 1385. 1386. 1387. 1388. 1389. 1390. 1391. 1392. 1393. 1394. 1395. 1396. 1397. 1398. 1399. 1400. 1401. 1402. 1403. 1404. 1405. 1406. 1407. 1408. 1409. 1410. 1411. 1412. 1413. 1414. 1415. 1416. 1417. 1418. 1419. 1420. 1421. 1422. 1423. 1424. 1425. 1426. 1427. 1428. 1429. 1430. 1431. 1432. 1433. 1434. 1435. 1436. 1437. 1438. 1439. 1440. 1441. 1442. 1443. 1444. 1445. 1446. 1447. 1448. 1449. 1450. 1451. 1452. 1453. 1454. 1455. 1456. 1457. 1458. 1459. 1460. 1461. 1462. 1463. 1464. 1465. 1466. 1467. 1468. 1469. 1470. 1471. 1472. 1473. 1474. 1475. 1476. 1477. 1478. 1479. 1480. 1481. 1482. 1483. 1484. 1485. 1486. 1487. 1488. 1489. 1490. 1491. 1492. 1493. 1494. 1495. 1496. 1497. 1498. 1499. 1500. 1501. 1502. 1503. 1504. 1505. 1506. 1507. 1508. 1509. 1510. 1511. 1512. 1513. 1514. 1515. 1516. 1517. 1518. 1519. 1520. 1521. 1522. 1523. 1524. 1525. 1526. 1527. 1528. 1529. 1530. 1531. 1532. 1533. 1534. 1535. 1536. 1537. 1538. 1539. 1540. 1541. 1542. 1543. 1544. 1545. 1546. 1547. 1548. 1549. 1550. 1551. 1552. 1553. 1554. 1555. 1556. 1557. 1558. 1559. 1560. 1561. 1562. 1563. 1564. 1565. 1566. 1567. 1568. 1569. 1570. 1571. 1572. 1573. 1574. 1575. 1576. 1577. 1578. 1579. 1580. 1581. 1582. 1583. 1584. 1585. 1586. 1587. 1588. 1589. 1590. 1591. 1592. 1593. 1594. 1595. 1596. 1597. 1598. 1599. 1600. 1601. 1602. 1603. 1604. 1605. 1606. 1607. 1608. 1609. 1610. 1611. 1612. 1613. 1614. 1615. 1616. 1617. 1618. 1619. 1620. 1621. 1622. 1623. 1624. 1625. 1626. 1627. 1628. 1629. 1630. 1631. 1632. 1633. 1634. 1635. 1636. 1637. 1638. 1639. 1640. 1641. 1642. 1643. 1644. 1645. 1646. 1647. 1648. 1649. 1650. 1651. 1652. 1653. 1654. 1655. 1656. 1657. 1658. 1659. 1660. 1661. 1662. 1663. 1664. 1665. 1666. 1667. 1668. 1669. 1670. 1671. 1672. 1673. 1674. 1675. 1676. 1677. 1678. 1679. 1680. 1681. 1682. 1683. 1684. 1685. 1686. 1687. 1688. 1689. 1690. 1691. 1692. 1693. 1694. 1695. 1696. 1697. 1698. 1699. 1700. 1701. 1702. 1703. 1704. 1705. 1706. 1707. 1708. 1709. 1710. 1711. 1712. 1713. 1714. 1715. 1716. 1717. 1718. 1719. 1720. 1721. 1722. 1723. 1724. 1725. 1726. 1727. 1728. 1729. 1730. 1731. 1732. 1733. 1734. 1735. 1736. 1737. 1738. 1739. 1740. 1741. 1742. 1743. 1744. 1745. 1746. 1747. 1748. 1749. 1750. 1751. 1752. 1753. 1754. 1755. 1756. 1757. 1758. 1759. 1760. 1761. 1762. 1763. 1764. 1765. 1766. 1767. 1768. 1769. 1770. 1771. 1772. 1773. 1774. 1775. 1776. 1777. 1778. 1779. 1780. 1781. 1782. 1783. 1784. 1785. 1786. 1787. 1788. 1789. 1790. 1791. 1792. 1793. 1794. 1795. 1796. 1797. 1798. 1799. 1800. 1801. 1802. 1803. 1804. 1805. 1806. 1807. 1808. 1809. 1810. 1811. 1812. 1813. 1814. 1815. 1816. 1817. 1818. 1819. 1820. 1821. 1822. 1823. 1824. 1825. 1826. 1827. 1828. 1829. 1830. 1831. 1832. 1833. 1834. 1835. 1836. 1837. 1838. 1839. 1840. 1841. 1842. 1843. 1844. 1845. 1846. 1847. 1848. 1849. 1850. 1851. 1852. 1853. 1854. 1855. 1856. 1857. 1858. 1859. 1860. 1861. 1862. 1863. 1864. 1865. 1866. 1867. 1868. 1869. 1870. 1871. 1872. 1873. 1874. 1875. 1876. 1877. 1878. 1879. 1880. 1881. 1882. 1883. 1884. 1885. 1886. 1887. 1888. 1889. 1890. 1891. 1892. 1893. 1894. 1895. 1896. 1897. 1898. 1899. 1900. 1901. 1902. 1903. 1904. 1905. 1906. 1907. 1908. 1909. 1910. 1911. 1912. 1913. 1914. 1915. 1916. 1917. 1918. 1919. 1920. 1921. 1922. 1923. 1924. 1925. 1926. 1927. 1928. 1929. 1930. 1931. 1932. 1933. 1934. 1935. 1936. 1937. 1938. 1939. 1940. 1941. 1942. 1943. 1944. 1945. 1946. 1947. 1948. 1949. 1950. 1951. 1952. 1953. 1954. 1955. 1956. 1957. 1958. 1959. 1960. 1961. 1962. 1963. 1964. 1965. 1966. 1967. 1968. 1969. 1970. 1971. 1972. 1973. 1974. 1975. 1976. 1977. 1978. 1979. 1980. 1981. 1982. 1983. 1984. 1985. 1986. 1987. 1988. 1989. 1990. 1991. 1992. 1993. 1994. 1995. 1996. 1997. 1998. 1999. 2000. 2001. 2002. 2003. 2004. 2005. 2006. 2007. 2008. 2009. 2010. 2011. 2012. 2013. 2014. 2015. 2016. 2017. 2018. 2019. 2020. 2021. 2022. 2023. 2024. 2025. 2026. 2027. 2028. 2029. 2030. 2031. 2032. 2033. 2034. 2035. 2036. 2037. 2038. 2039. 2040. 2041. 2042. 2043. 2044. 2045. 2046. 2047. 2048. 2049. 2050. 2051. 2052. 2053. 2054. 2055. 2056. 2057. 2058. 2059. 2060. 2061. 2062. 2063. 2064. 2065. 2066. 2067. 2068. 2069. 2070. 2071. 2072. 2073. 2074. 2075. 2076. 2077. 2078. 2079. 2080. 2081. 2082. 2083. 2084. 2085. 2086. 2087. 2088. 2089. 2090. 2091. 2092. 2093. 2094. 2095. 2096. 2097. 2098. 2099. 2100. 2101. 2102. 2103. 2104. 2105. 2106. 2107. 2108. 2109. 2110. 2111. 2112. 2113. 2114. 2115. 2116. 2117. 2118. 2119. 2120. 2121. 2122. 2123. 2124. 2125. 2126. 2127. 2128. 2129. 2130. 2131. 2132. 2133. 2134. 2135. 2136. 2137. 2138. 2139. 2140. 2141. 2142. 2143. 2144. 2145. 2146. 2147. 2148. 2149. 2150. 2151. 2152. 2153. 2154. 2155. 2156. 2157. 2158. 2159. 2160. 2161. 2162. 2163. 2164. 2165. 2166. 2167. 2168. 2169. 2170. 2171. 2172. 2173. 2174. 2175. 2176. 2177. 2178. 2179. 2180. 2181. 2182. 2183. 2184. 2185. 2186. 2187. 2188. 2189. 2190. 2191. 2192. 2193. 2194. 21

y de la mecánica, se aplicaron tambien á la geometría, y se adquirieron algun crédito; y particularmente de Eron vemos en Pappo (a) una nueva resolucion del celebrado problema de la duplicacion del cubo, ó de las dos medias proporcionales; Teodosio, cuyos *esfericos* son una obra clásica en geometría no menos que en astronomía; algo despues Menelao, que escribió de trigonometría, y de quien se conservan aun tres libros de los triángulos esféricos sumamente apreciables para el adelantamiento de la geometría; Diocles, de cuya edad no tenemos seguras noticias, pero sabemos haber inventado la *cisoide*, curva perfeccionada y adoptada por Newton, y haber hecho ingenioso y feliz uso del problema de la duplicacion del cubo (b); y finalmente en el siglo IV de nuestra era, el tantas veces citado Pappo, el qual no solo recogió, y puso á buena luz muchos descubrimientos geométricos de los griegos que le habian precedido, sino que él mismo encontró nuevas demos-

on sup. *Archimedes* *de Spir.* *lib. I.* *cap. IV.* *tra-*

Archimedes *de Spir.* *lib. I.* *cap. IV.* *tra-*

no (a) Lib. III, prop. IV. (b) Eutoc. in *Archim.*

no (a) Lib. III, prop. IV. (b) Eutoc. in *Archim.*

traciones, y descubrió nuevas verdades. En Pappo puede decirse extinguida la geometría griega. Teon alexandrino, é Ipasia su hija, Proclo, Marino, Eutocio, y otros de aquellos tiempos mas fueron comentadores y colectores de los descubrimientos de los otros antiguos, que verdaderos geómetras. Pero la geometría griega estaba ya bastante ennoblecida con los nombres de Euclides, de Archîmedes, de Apolonio, y de otros poco inferiores, y har-to rica con sus descubrimientos, y no necesitaba de nuevos auxîlios para su esplendor. Por mas que se haya adelantado la moderna geometría, y haya superado á la antigua en descubrimientos, en conocimientos y en métodos, es una loca ignorancia y temeridad de algunos superficiales modernos el despreciar á los antiguos geómetras, y abandonar su lectura. ¿No es ciertamente mas glorioso, y mas útil el descubrir tantas propiedades, combinaciones y medidas de las figuras, inventar tantas líneas, demostrar tantas verdades, y crear en suma una geometría, que no allanar, abreviar y hermosear los caminos? ¡Un Euclides, un Archîmedes, y un Apo-

Apolonio como pueden ser mirados por quien tenga verdadero espíritu geométrico sin una profunda y sincera veneracion! No pensaron así Leibnitz, Allejo, Simson, y tantos ilustres geómetras como ha habido hasta el día de hoy: no así Maclaurin, el qual ha dexado escrito (a), que „ aunque no haya comparacion alguna entre la extension y la utilidad de los descubrimientos antiguos y los modernos, „ parece sin embargo que los antiguos „ atendieron mas que nosotros á conservar á la geometría toda su evidencia y „ que lo consiguieron mucho mejor”: no así finalmente Newton, el qual tenia tan alto concepto de la geometría griega, que acostumbraba decir, que no habria necesidad de escribir nada sobre la geometría, si hubieran llegado á nuestras manos todas las obras de los geómetras griegos (b): y es cierto que la geometría griega forma una parte muy importante de la historia de las ciencias, y da sumo honor á los

(a) *Traité des flux, Préf.* (b) *In ejus Vita Opusc.* tom. I.

Geometría de los
romanos.

los progresos del espíritu humano. No podremos pensar así de los romanos, los cuales si emularon, ó tal vez superaron á los Homeros, y á los Demóstenes, no pensaron ni aun acercarse á los Archímedes, y á los Apolonios, ni tuvieron jamas un geómetra, que mereciese el estudio de la posteridad. Casiodoro, Marciano Capela, y aquellos pocos latinos, que escribian de geometría, no pueden ponerse en el número de los geómetras. El mismo Boecio, que parece haber sabido mas que todos los latinos, no hizo otra cosa que traducir á Euclides, aunque con cierta excesiva libertad, la qual lo manifiesta harto mas dueño de aquella materia, de lo que lo eran los otros escritores latinos; pero minora mucho la exactitud y el rigor geométrico del griego original. Los árabes si que cultivaron la geometría con bastante mas felicidad que los latinos. Euclides, Archímedes y Apolonio fueron atentamente estudiados, traducidos é ilustrados por los sarracenos. Basta leer el catálogo de los matemáticos antiguos, compilado por el docto Eduardo Bernard, para hacer de ellos una edición

Geometría de los
árabes.

cion en catorce tomos (a), y en él se verá fácilmente quanto hayan contribuido los árabes á la conservacion é ilustracion de los géometras griegos. Algunos libros geométricos de los griegos mas estimados no se encuentran en el original griego, y solo los tenemos traducidos en árabe. Los mismos libros, que se conservan aun en el nativo idioma griego, han sido traducidos en latin de las traducciones arábigas, y no de los originales. Y todo esto deberá tener perpetuamente obligada la gratitud de los géometras á las científicas fatigas de los musulmanes, que les han acarreado tantas ventajas. Pero no se contentaron los árabes con estos méritos, y quisieron tener sus propias prendas, y gloriarse de progresos hechos por ellos mismos en la geometría.

Solo el excesivo número de escritores puede dar algún crédito á la geometría arábica: donde son muchos los cultivadores de una ciencia, es difícil que no se encuentren algunos, que la acarrean

Geómetras árabes.

Tom VII. li. con-

(a) Fabr. *Bibl. gr.* lib. III, c. XXIII.

250 *Historia de las ciencias.*

Geometría de los
árabes.

considerables adelantamientos. En efecto ¿quantos árabes no se podrian contar como beneméritos de la geometría? Si nosotros damos el nombre de geómetras á Archîmedes, si los griegos llamaban el gran geómetra á Apolonio, los árabes tenían tambien sus Archîmedes y Apolinos, á quienes honraban con el nombre antonomástico de geómetras. Hassen, Thabit ben Corrah y Alkindi, han sido distinguidos por los árabes con aquel renombre tan respetable.

Hassen.

Geometría de los
árabes.

De Hassen, uno de los tres hijos de Musa ó Moyses, dice con sumo elogio la *Biblioteca arábica de los filósofos* (a), que inventó, formó y resolvió muchos problemas geométricos que ninguno de los antiguos habia podido jamas imaginar; y que sus tratados sobre la triseccion del ángulo, y sobre las dos medias proporcionales para la duplicacion del cubo, problemas que tanto habian ocupado á los geómetras griegos, fueron mirados por los árabes como obras portentosas de ingenio, y de imaginacion. Excelente era tambien en la geometría el hermano de Hassen Abu Giafar.

Abu Giafar.

far

(a) *Beni Musa ben Shaker.*

far Mohamad; pero sin embargo aun mas; que con sus propios escritos adelantó él aquella ciencia con haber instruido en ella á Thabit ben Corrah, y con haberle procurado los medios para adelantar en los estudios geométricos introduciéndole en la corte del califa Moradhed. Tenemos baxo su nombre una obra manuscrita con el título *De superficierum divisione*, y en la biblioteca del Escorial se encuentra otra *De descriptione trianguli rectilinei* (a), ninguna de las cuales se lee con estos títulos en la *Biblioteca arábica de los filósofos*. Pero en esta se cuentan tantas sobre la quadratura del círculo, sobre las secciones cónicas, y sobre tantas otras sublimes materias geométricas, que justifican los elogios de que se ve plenamente colmado, y el universal respeto con que era mirado por sus doctos nacionales. ¿Quantas alabanzas no merece Alkindi, que se ve puesto por Cárđano entre los doce mas claros ingenios que hasta entonces hubiesen ilustrado al mundo (b)?

Thabit
ben Cor-
rah.

Alkindi.

Li 2

¿Y

(a) Casiri *Bibl. arab. hisp.* tom. I, p. 386.

(b) *De subtil.* lib. XVI.

Otros geó-
metras ára-
bes.

Y quantos otros celebrados geómetras á mas de estos no tuvieron los árabes? Alhassen casi no dexó parte alguna del álgebra que no ilustrase con sus escritos. Jaime ben Tarec, Abdelazig, Assingiari, y algunos otros escribieron de varios puntos de geometría, y fueron muy estimados. Pero singularmente la trigonometría les debe, como dice Bossut (a), obligaciones esenciales. „Ellos dieron, dice, al „cálculo trigonométrico la forma, que „tiene aun en el dia, á lo menos en „quanto á los principios. Ellos substi- „tuyeron el uso de los senos al de las „cuerdas que se usaban antes, y con es- „to hicieron mas sencillas y mas có- „modas las operaciones de la geometría práctica.” Montucla habia dicho ya antes lo mismo, y habia dado parte de la gloria de estos meritos á Mohamad hijo de Musa, y á Giaber ben Aphlah de Sevilla, del qual existe en el Escorial un libro *De las esferas* (b), que puede con-

fir-

(a) *Disc. prélim. Encycl. méth. Mathem.* (1)

(b) Casiri tom. I, p. 367. del *libro de* (d)

firmar el juicio de Montucla. Esta simplificación, y esta facilidad de las operaciones trigonométricas fué, segun el mismo Montucla, uno de los primeros inventos de los árabes, encontrándose ya adoptado por Albatenio (a). Alfragano escribió sobre los senos rectos; Abdelaziz Massudo compuso un tratado de las tablas de los senos, y de su uso en la trigonometría; y trataron tantos otros de esta materia, que puede mirarse como enteramente propia de los árabes. Ademas de la conservacion de los libros griegos, y de los griegos descubrimientos, ademas de los progresos, sean los que se fuesen, producidos por los sarracenos, debe la geometría á los mismos la introduccion, ó el renacimiento entre los latinos. Gerberto, Campano, Atelardo, los primeros restauradores de la geometría en occidente, todos tomaron de los musulmanes los pocos conocimientos que sembraron entre los christianos, y que lentos y estériles al principio brotaron con el tiempo abundantemente, y produxeron aquellos ricos y pre-

(a) *Hist. Math.* tom. I, p. II, lib. I.

ciosos frutos , de que ahora gozamos tan completamente.

Renaci-
miento de
la geome-
tría.

Los progresos en el renacimiento de la geometría fueron aun mas lentos que en el mismo nacimiento. No vemos por muchos siglos mas que malas traducciones, y muchas veces tambien corrupciones de las obras mas elementares de los griegos y de los árabes ; ningun ingenioso descubrimiento, ninguna obra original, ningun adelantamiento en la geometría. Solo hácia mitad del siglo XIII florecieron dos matemáticos , Jordan Nemorario , y Juan de Sacrobosco , que manifestaron tener algun ingenio , y escribieron por sí , aunque siguiendo las guías griegas y árabigas, obras geométricas , y no simples traducciones. Pero estas mismas obras eran tan rústicas y mezquinas , que probaban la escasez de luces de aquellos tiempos ; no eran oportunas para producir otras mejores , y hacer nacer buenos geómetras ; y en efecto no empezamos á verlos hasta en el siglo XV.

Purbach. Purbach puede llamarse el primero que manifestó alguna chispa de genio geométrico ; y que hizo ver en sus observaciones, y en sus obras astronómicas alguna finura

ra

ra de pensar en la geometría, y alguna vislumbre de invencion para el mejoramiento de la geometría práctica, y de la trigonometría. Regiomontano, su discípulo, superó bastante al maestro, y se formó un geómetra harto mas perfecto. Cárđano, oyendo de mala gana las alabanzas de Regiomontano, lo acusaba de plagio en la construccion de las efemerides, en la tabla de las direcciones, en el libro de los triángulos esféricos, y en todas las cosas (a). Pero sea lo que se fuese de estas acusaciones, que nosotros no podemos referir ahora, lo cierto es que la geometría y la astronomía profesarán perpetuo reconocimiento á Regiomontano. Este corrigió y perficionó la invencion de Purbach para la exâctitud de los cálculos trigonométricos, dividiendo el radio en 1000000 partes en vez 6000000, que Purbach, habia substituido á los 60 de los antiguos. Ademas de esto introduxo Regiomontano en la trigonometría el uso de las tangentes, y formó la tabla de ellas.

Regio-
montano.

No

(a) V. Gassend. *in Vita Purbach. & Regiom.*

No solo expuso las teorías de los árabes en la trigonometría, sino que las llevó mucho más adelante, encontrando la resolución de los mas difíciles casos; y podemos decir que nos dió en su obra de los triángulos una trigonometría bastante completa. Sus comentarios de Archímedes, la defensa de Euclides, y otros trabajos geométricos acrecentaron mas y mas sus méritos en la geometría; y todas sus obras, y el estudio que en aquel siglo se hacia de la lengua griega, sirvieron de mucho estímulo á los literatos europeos para dedicarse con nuevo ardor á la cultura de aquella ciencia. Se empezaron á leer y á gustar los géómetras griegos en sus originales, se abandonaron las traducciones hechas del árabe, y se hicieron otras del griego: se vió en su verdadero esplendor la antigua geometría, que hermosecó con sus gracias á los nobles ingenios, y se empezaron á ver entonces muchos géómetras. Tales eran Walter, Durer, Adriano Romano, Vanceulen y otros; tal particularmente Werner, que se internó con provecho en las secciones cónicas, inventó nuevas resoluciones en algunos problemas de geometría.

Algunos
modernos
géómetras.

metría, é ilustró con nuevos escritos la trigonometría. Tales Retico, y Byrge, que acarrearón mayor perfeccion á las tablas trigonométricas; y singularmente Byrge llegó, segun el testimonio de Keplero, á formar la primera idea de los logaritmos. Célebre es la memoria de Nuñez, mas conocido baxo el nombre de Nonio, y benemérito de la geometría por su zelo, y por sus obras, pero mas aun por la invencion del instrumento que lleva su nombre, y que sirve tanto para la exâctitud geométrica. Los comentarios de Euclides, de Ciruelo, algunos escritos de otro Nuñez, y otros de otros escritores manifiestan que en España se cultivaba con ardor la geometría. Los franceses Pelletier, y Oroncio Fineo, son conocidos de los geómetras, no solo por las disputas, y por las oposiciones á que se vieron sujetos, sino tambien por algun mérito de sus escritos. Commandino, y Mauroli, ó Maurolico, son nombres mas ilustres en las matemáticas: solo las traducciones é ilustraciones de los geómetras griegos hechas con mucha inteligencia y sagacidad, hicieron sus nombres muy respetables en la geometría, y las

Tom. VII. Kk obras

obras suyas propias aumentaron tambien la reputacion de su saber adquirida con dichas traducciones. Tartaglia, tan famoso por sus descubrimientos en el álgebra, manifestó tambien en la geometría su original y penetrante ingenio; y muchos se adquirian por todas partes el nombre de

Clavio. geómetras. Descollaba sobre todos Clavio por la fama universal: sus inmensas obras, y la vasta extension de sus conocimientos matemáticos hicieron que fuese tenido de muchos como el oráculo de aquella ciencia; y aunque despues se ha minorado mucho su fama, será siempre respetado de quantos querrán reconocer suplida la falta de ingenio con la eficacia del estudio, y con la constancia del trabajo, particularmente si consideran el estado de aquella ciencia en su siglo, y las ventajas que Clavio le acarrió. No tan extensa, pero mas verdadera, estable y sólida

Vieta. es la gloria de su contemporáneo Vieta, el mas sublime y original geómetra, que se hubiese visto despues de los felices tiempos de los Archîmedes, y de los Apolonios. Embebido en la geometría antigua, é íntimo conocedor de sus primores, mostrando

vi-

vido de una disputa con el arriba nombrado Adriano Romano, geómetra holandés de mucho mérito, se aplicó al restablecimiento del libro *De tactionibus* de Apolonio, y lo dió al público con el título de *Apolonius gallus*. Una mayor exactitud en acercarse á la verdad de la razon del diámetro al círculo; los elementos de la doctrina de las *secciones angulares*, y la determinacion por fórmulas analíticas de las relaciones de los senos de los arcos múltiples y submúltiples; la construccion de las tablas trigonométricas sobre este principio, y otras novedades geométricas son los verdaderos méritos que elevaron á Vieta á la clase de los mas sublimes geómetras. Al mismo tiempo que Vieta y Clavio trabajaba con feliz suceso Lucas Valerio buscando el centro de gravedad de los sólidos, á los que Archîmedes no habia dirigido sus especulaciones; y su libro sobre aquella materia puede llamarse la primer obra latina, que hiciese extender mas los confines de la geometría griega. Galileo buscó tambien el centro de gravedad, y logró encontrarlo en varios cuerpos. Justo amante de la geometría supo gustar

Lucas Valerio.

Galileo.

tar de todos sus primores, y se animó á tentar ulteriores adelantamientos. El fué el primero, ó que encontró, ó á lo menos que examinó la cicloyde, y que buscó sus propiedades. Varios curiosos é importantes coremas geométricos son hallazgos suyos; pero su mayor mérito á favor de la geometría fué el aplicarla como lo hizo á la física, y hacerla servir de segura guía para penetrar los mas ocultos misterios de la naturaleza. De este modo empezaron los geómetras á internarse en los mas profundos arcanos, y á superar á los mismos griegos sus maestros. Hemos visto á los ignorantes europeos buscar por medio de los árabes los primeros elementos de la geometría, y estudiar malamente en sus traducciones las obras de los griegos. ¿Quantos siglos no se han pasado antes de superar en sus escritos los mas primitivos elementos de la geometría ordinaria? ¿Quantas fatigas no se han necesitado para entender bien á Euclides? ¿Quantos años, y quantos esfuerzos antes de llegar á comprehender las teorías griegas de Archímedes, y de Apolonio? ¿Quien pensaba poder añadir luces á las luces de los maestros griegos?

griegos? ¿Desde Gerberto hasta Vieta le ocurrió jamas á alguno buscar lo que Archimedes no habia encontrado? ¿Quien se hubiera atrevido á pronosticar, que en pocos años superarían tanto los europeos á los descubrimientos griegos, que los mas sublimes problemas, á los quales no pudieron llegar los antiguos, no serian en sus manos mas que un juego? Nuevos teoremas, nuevas verdades, nuevo orden de cosas se va á descubrir en la geometría de estos dos últimos siglos. Aunque sequaz al principio de la griega se atrevia sin embargo á superarla, abrir nuevos caminos no pisados por ella, y correr nuevos campos no tocados por la misma; pero hecha ya mas fuerte, y mas valerosa, provista de nuevos medios, y de auxilios propios, osó subir á altas cimas no vistas de aquella, y dominar regiones, de quienes no se tenía idea alguna. Tenemos en estos dos siglos tres especies diversas de geometría: desde Vieta hasta Cartesio la geometría es aun la antigua, solo aumentada con nuevas verdades, y enriquecida con muchos descubrimientos, y esta aun continuó cultivandose y produciendo

12
nue-

nuevos frutos despues de la introducción de la cartesiana. Cartesio , sutil geómetra, y feliz algebrista , forma una nueva geometría , que acompañada y auxiliada del álgebra hace progresos , á los quales no se podia aspirar sin este apoyo : de Newton , y de Leibnitz nació una nueva mas sublime , mas noble , y mas fecunda geometría , que provista del cálculo infinitesimal es tan superior á la cartesiana , quanto esta á la antigua. Entremos pues á recorrer la historia de todas tres.

Vieta , Valerio y Galileo , hicieron ver , que con el método de los antiguos se podia pasar mas adelante de lo que se habian internado los mismos antiguos. Keplero fué mas animoso ; y aunque no bastante provisto de geometría , se atrevió á tentar nuevos caminos no abiertos por los antiguos geómetras. El exâmen de ciertas vasijas le dió ocasion para producir una nueva geometría. Archîmedes , y los antiguos solo ponian la mira en la medida , y en las relaciones de los sólidos engendrados con hacer girar las secciones cónicas al rededor de una base puesta exâ-

Keplero. tamente en el medio. Keplero quiso con-

siderar otros muchos, que podian engendrarse revolviendo al rededor de exes diversos ya las mismas secciones cónicas, y ya cierta porcion sola de las dichas curvas. De este modo llegó á formar mas de ochenta sólidos nuevos aun no contemplados por los geómetras, y los distinguió con nombres de *anillo ancho*, de *anillo angosto*, de *globo turquesco*, de *manzana*, de *membrillo* y de otros semejantes. Da gusto ver las maneras diversas, con que forma aquellos sólidos, y las curiosas imágenes de que se vale para hacerlos conocer á los lectores. Con motivo de hablar de las figuras se atrevió á introducir el nombre y la idea del infinito, formando el círculo de infinitos triángulos, el cono de infinitas pirámides, el cilindro de infinitos prismas, y así de otros sólidos, y demostró de este modo de una manera directa y clara algunas verdades, que en el método antiguo de comparar entre sí las figuras inscriptas y circunscriptas á los planos, y á los sólidos que se han de medir, exigian giros sumamente intrincados, y muy difíciles de executar: pero la escasez de luces geométricas en que se encontraba

todavía, lo hizo caer en muchos errores, y dexar sin la deseada resolucion la mayor parte de sus problemas. Sin embargo las investigaciones de Keplero sobre tantas figuras nuevas, y la introduccion de la idea del infinito en la geometría excitaron la curiosidad de los geómetras, y los conduxeron á nuevos descubrimientos.

Guldin. Guldin encontró la resolucion de los problemas propuestos por Keplero por medio del centro de gravedad, aplicándolo con mucho ingenio y felicidad á la medida de las figuras producidas por revolucion. El primer paso de Guldin fué señalar con exâctitud en cada figura el punto donde precisamente se encuentra el centro de gravedad; y esto solo le produjo ya algunos descubrimientos. Pero pasó mas adelante, y exâminando las figuras formadas por la rotacion de una línea, y de una superficie al rededor de una base inmóvil, encontró que eran como el resultado de la figura generatriz, y del camino que describe su centro de gravedad; y que por exemplo si un triángulo rectángulo girando al rededor de uno de los catetos forma un cono, como el cen-