TRAITÉ

THÉORIQUE ET PRATIQUE

DE

L'ART DE BATIR

PAR JEAN RONDELET

MEMBRE DE L'INSTITUT

TREIZIÈME ÉDITION

TOME QUATRIÈME

TYPOGRAPHIE DE H. FIRMIN DIDOT. — MESNIL (EURE)

TRAITÉ

THÉORIQUE ET PRATIQUE

DE

L'ART DE BATIR

PAR JEAN RONDELET

ARCHITECTE, MEMBRE DE L'INSTITUT

TOME QUATRIÈME

A PARIS

CHEZ FIRMIN DIDOT FRÈRES, FILS ET C[ie], LIBRAIRES

IMPRIMEURS DE L'INSTITUT, RUE JACOB, 56

1867

TRAITÉ

DE

L'ART DE BATIR.

LIVRE NEUVIÈME.

THÉORIE DES CONSTRUCTIONS*.

DANS les livres precédens nous avons particulièrement considéré les différentes natures de constructions sous le rapport matériel de l'art; nous traiterons maintenant de la science qui a pour objet la détermination des formes et des dimensions à donner aux différentes parties des édifices, pour assurer leur solidité. Cette science constitue la THÉORIE DES CONSTRUCTIONS.

La plupart des auteurs qui ont parle de la theorie et de la pratique, relativement à l'art de bâtir, les ont considérées indépendamment l'une de l'autre. Les uns, pour faire valoir la théorie, se sont plu à présenter la pratique comme une routine aveugle qui ne fait les choses que par imitation, sans raisonnement ni principes. Les autres, par opposition, ne trouvent dans la théorie que des raisonnemens abstraits, dont l'application, loin d'être d'une grande utilité dans les arts, devient souvent pour ceux qui la prennent pour guide une source d'erreurs inévitables. Mais ces deux extrêmes n'existent pas; parmi les praticiens les moins instruits, il ne s'en trouve aucun assez borné pour être réduit à une

* Voir Supplément, tome II, page 211.

imitation servile, d'autant plus que, dans l'art de bâtir, on ne rencontre presque jamais des cas parfaitement sembables, soit pour la forme, soit pour la disposition ou les qualités des matériaux.

Quant aux erreurs qui peuvent résulter d'une confiance aveugle dans la théorie, nous nous bornerons à faire observer que la plupart des savans qui se sont occupés des questions relatives à l'art de bâtir, afin de rendre leurs formules plus générales, ont fait abstraction des procédés de l'art et des qualités des matières. Ils ont cru pouvoir y suppléer par des hypothèses plus ou moins probables; mais il est évident que, malgré l'exactitude mathématique de leurs opérations, le résultat est toujours conditionnel, c'est-à-dire qu'il n'approche de la vérité qu'en raison de ce que leur hypothèse est plus ou moins fondée. Ce n'est qu'en admettant des faits au lieu d'hypothèses, et en ayant égard aux circonstances qui précisent l'état de la question, qu'on peut obtenir des résultats sur lesquels on doit compter.

Ainsi, dans l'art de bâtir, les résultats théoriques doivent être considérés comme des solutions conditionnelles toujours subordonnées aux circonstances matérielles des constructions.

L'idée la plus juste qu'on puisse prendre de la théorie, résulte de la définition même de ce mot, c'est pourquoi nous allons expliquer le sens qu'on doit lui donner, et faire connaître son origine.

Le mot théorie vient du grec Θεωρία, que Vitruve traduit en latin par *ratiocinatio*, dont le sens s'applique bien plus chez lui à l'art qu'à la science. Ce mot peut être traduit en français par *raisonnement*. Cependant, on pourrait plutôt dire que le raisonnement est le moyen dont se sert la théorie pour faire connaître le résultat de ses observations; car la vraie signification de θεωρία est contemplation et méditation profonde.

D'après cette définition, le premier objet de la théorie doit être l'observation; en effet, pour pouvoir raisonner juste sur une matière quelconque et en juger pertinemment, il faut avant tout la bien connaître. Mais cette connaissance dépend de beaucoup d'autres qu'il est difficile de réunir.

Laissant de côté toute digression à ce sujet qui n'aurait pas d'utilité certaine, dans ce traité je considérerai seulement la partie de la théorie qui a rapport à la construction. L'objet de cette branche essentielle de l'art de bâtir est de coordonner tout l'édifice relativement a la solidité ; d'examiner les moyens d'exécution et d'économie, en ayant égard à l'espèce de matériaux; de rechercher quelles sont leurs propriétés naturelles, et ce qu'elles deviennent suivant la manière dont on les met en œuvre.

Si le calcul, la géométrie et la mécanique sont indispensables pour l'analyse profonde des différentes questions qui se présentent alors à l'architecte, cependant elles ne constituent pas à elles seules la théorie; mais, par l'exactitude dont elles sont susceptibles, elles servent d'appui au raisonnement, pour parvenir à déterminer les résistances ou les efforts qui résultent de la combinaison des parties d'un édifice.

Elles peuvent, à l'aide d'expériences exactes, prises pour base de tous les calculs, contribuer beaucoup aux progrès de l'art de bâtir, en lui facilitant les moyens de juger d'avance du résultat de certaines opérations difficiles; mais, pour faire ces applications d'une manière utile, il faut en outre la connaissance des procédés des arts et des moyens ingénieux employés dans des cas extraordinaires

Dans l'art de bâtir, beaucoup de choses ne peuvent être connues que par l'expérience. En effet, les principes de mathématiques et le calcul, appliqués d'une manière convenable, peuvent bien faire connaître la stabilité, l'effort ou la résistance des parties d'un édifice, relativement à leur poids et à leur forme; mais ils ne peuvent pas, seuls, déterminer le degré de stabilité, de force ou de résistance qui constitue la solidité de l'ensemble de ces parties, eu égard à leur position, à la manière dont elles sont construites, et au sol sur lequel elles sont établies; car, en faisant abstraction de ces circonstances, on démontrerait qu'un mur isolé et d'à-plomb pourrait être élevé à une hauteur indéfinie, quel que fût le rapport de la largeur de sa base avec cette hauteur, c'est-à-dire qu'il pourrait, par exemple, avoir en élévation plus de cent fois son épaisseur, prise par le bas. Cependant, l'expérience prouve que sa plus grande hauteur ne saurait être portée à plus de douze ou quinze fois cette épaisseur, et que les murs isolés qui ont plus d'élévation sont renversés par l'effet de la moindre inégalité de tassement, provenant, soit de leur construction, soit du sol sur lequel ils sont établis.

Afin de mettre le lecteur à même de suivre avec fruit la solution des diverses questions relatives aux difficultés des constructions, nous avons pensé qu'il était nécessaire d'exposer succinctement les principes de mécanique sur lesquels se fondent les résultats de la théorie. Une fois cette connaissance acquise, les différens problèmes de l'art de bâtir se résolvant avec la plus grande facilité, nous parviendrons, par des méthodes simples, à la détermination des règles relatives à la force, à la résistance et à la stabilité des murs et points d'appui. Nous trouverons la solution des questions importantes sur la poussée des terres et la résistance des murs de revêtement, et nous serons conduits, enfin, aux considérations plus élevées de la théorie des voûtes.

PREMIÈRE SECTION.

PRINCIPES DE MÉCANIQUE.

CHAPITRE PREMIER.

DU PARALLÉLOGRAMME DES FORCES.

La mécanique est une partie des mathématiques, qui a pour objet les lois de l'équilibre et du mouvement des corps, soit en raison de forces qui les sollicitent, soit en raison de leur position, ou bien, enfin, en raison des forces naturelles de la pesanteur. Nous avons déjà parlé de cette propriété générale des corps au chapitre 2 du Livre II, tome II, page 13 et suivantes. Nous avons dit qu'un solide quelconque, suspendu par un fil assez fort pour le soutenir, le tend selon une direction verticale ou perpendiculaire à l'horizon.

Nous ajouterons que la direction de ce fil peut être détournée par un autre qui tire le corps perpendiculairement ou obliquement à cette direction, figures 1, 2 et 3, planche CLXVI.

Lorsqu'un corps suspendu par un fil est éloigné de la direction verticale par un autre fil ou puissance horizontale DE, fig. 1, cette puissance ne peut augmenter ni diminuer l'effort de la pesanteur du corps; mais il est facile de concevoir que le premier fil, en prenant la direction AD, aura à soutenir, outre le poids du corps, l'effort de la puissance qui l'éloigne de la direction verticale AB.

Si l'on prolonge la direction de la puissance horizontale jusqu'à la rencontre de la verticale, que suivrait le premier fil s'il n'était pas détourné par le second, on aura un triangle ADB, dont les côtés exprimeront le rapport du poids avec l'effort des deux fils dans le cas de l'équilibre; c'est-à-dire qu'en prenant AB pour l'expression du poids, AD exprimera l'effort du fil attaché au point A, et BD celui de la puissance horizontale qui éloigne le corps de la verticale AB.

On peut encore connaître ces différens efforts en portant sur la verticale DH une grandeur quelconque DF pour représenter le poids du corps. Si, du point F, on mène les parallèles FI, F G à la direction des fils, leurs efforts seront indiqués par les lignes ID DG, en sorte que les trois côtés du triangle DGF, semblable au triangle ADB, exprimeront le rapport du poids aux deux puissances appliquées aux fils.

Supposant le poids de 30 livres, si d'après une échelle de parties égales on porte 30 parties de D en F, on trouvera DG de 21 livres pour l'effort de la puissance horizontale DE, et 35 pour l'effort oblique ID.

Si le poids, au lieu d'être de 30 livres était de 100, on trouverait la valeur des puissances DG et ID, par les proportions $30:21::100:x$, x désignant l'effort DG, sa valeur donnée par cette proportion est

$$x = \frac{21 \times 100}{30} = 70$$

et la seconde proportion $30:35::100:y$, y désignant l'effort ID, dont la valeur sera

$$y = \frac{35 \times 100}{30} = 116\tfrac{2}{3}.$$

Lorsqu'on connaît la valeur de l'angle A D H formé par l'oblique A D avec la verticale D H, on peut trouver le même résultat en prenant D F pour sinus total; alors $IF = DG$ devient la tangente qui se trouve dans ce cas-ci de 35 degrés, et ID la sécante, ce qui donne

$$DF : DI : IF :: \text{sin. tot.} : \text{tang. } 35 : \text{séc. } 35.$$

Si l'on prend ID pour sinus total, on aura

$$ID : IF : FD :: \text{sin. tot.} : \text{tang.} 35 : \text{sin. } 55$$

Il faut remarquer que, par l'opération que nous avons indiquée (à la page 5, dernier alinéa), on forme une figure DIFG, à laquelle on donne le nom de parallélogramme des forces, parce que la diagonale DF peut toujours exprimer une puissance mixte susceptible de faire équilibre à deux autres FI, FG représentées par deux de ses côtés contigus IF, FG, ou les suppléer.

Au lieu de deux puissances qui tirent, on peut en supposer deux autres qui agissent, en poussant de E en D et de A en D, figure 4. Si l'on prend la verticale DF pour exprimer le poids, et qu'on tire, comme ci-devant, les parallèles FG et FI aux directions des puissances, les côtés GD et DI du parallélogramme DGFI exprimeront les forces avec lesquelles ces puissances agissent relativement à DF pour soutenir le corps; comme $FI = GD$, le poids et les deux puissances qui le soutiennent pourront être représentés dans le cas d'équilibre, par les trois côtés du triangle rectangle DFI; de sorte que si l'on désigne le poids du corps par H, la puissance qui pousse de G en D par E, et celle qui agit de I en D par P, on aura la proportion $H \cdot E : P \cdot\cdot DF : FI : ID$, ou, si l'on prend DF pour sinus total, comme ce sinus est à la tangente de l'angle FDI et à sa sécante.

Lorsque le corps suspendu est détourné de la direction verticale par une puissance CB plus élevée que le corps, Figure 2, il en résulte que les puissances obliques AB et BC soutiennent, indépendamment des efforts latéraux, chacune une partie du poids de ce corps.

Pour trouver le rapport de ces parties avec le poids total, on portera sur la verticale élevée du centre du corps B, une grandeur quelconque BD pour exprimer son poids, et on formera le parallélogramme DEBF, dont les côtés EB, BF, exprimeront les efforts obliques des puissances A et C. Ces lignes pouvant être considérées comme les diagonales des parallélogrammes rectangles LEIB, BHFM, se décomposent chacune en deux efforts, dont un vertical soutient le corps, et l'autre horizontal l'éloigne des verticales AO, CQ. Ainsi, IB exprimera l'effort vertical, ou la partie du poids que soutient la puissance EB, et HB celle soutenue par l'autre puissance BF : comme ces deux efforts agissent dans le même sens, ils doivent s'additionner, et leur somme doit représenter le poids DB. En effet, IB étant égal à HD, il en résulte que $BH + BI = BI + ID$.

Quant aux efforts horizontaux indiqués par LB et BM, comme ils sont égaux et directement opposés, ils se détruisent.

Il suit de ce qui vient d'être dit, que tous les efforts obliques peuvent se décomposer en deux autres, dont un vertical et l'autre horizontal, en prenant leur direction pour la diagonale d'un parallélogramme rectangle.

Relativement à leur rapport et à leur évaluation, on les trouvera facilement par le moyen d'une échelle, si la figure est tracée exactement, ou par le calcul trigonométrique, si l'on connaît les angles ABD, DBC, que forment les directions AB, BC avec la verticale BD, en prenant successivement pour sinus total les diagonales BD, BE et BF.

Dans la Figure 5, le poids, au lieu d'être suspendu par des fils qui agissent en tirant, est soutenu par des puissances qui sont censées agir en poussant; mais comme cette disposition ne change rien au système des puissances, on peut appliquer à cette Figure tout ee qui vient d'être dit pour la précédente. Il n'y a d'autre différence qu'en ce que le parallélogramme des forces se trouve audessous du poids, au lieu d'être en dessus. Ainsi $ID + IB = BD$, exprime la somme des efforts verticaux qui soutiennent le poids, et MB et BL, les efforts horizontaux qui se détruisent en agissant en sens contraire.

Dans les deux Figures précédentes, la direction des puissances qui agissent en tirant ou en poussant, pour soutenir le poids, forme un angle aigu; dans celles représentées par les Figures 3 et 6, les directions forment un angle obtus; d'où il résulte que dans la Figure 3 la puissance C qui tire pour éloigner le poids B de la verticale AG, au lieu de contribuer à soutenir le poids B, augmente son effort par sa tendance à agir dans la même direction. Pour connaître cette augmentation d'effort, il faut faire sur BD, Figures 3 et 6, qui représente l'action verticale du poids, le parrallélogramme BADF; afin de déterminer les forces obliques BA, BF, on prendra ensuite ces côtés pour les diagonale des deux rectangles LAIB, BHFM dont les côtés BI, BH exprimeront les efforts verticaux, et LB et BM les efforts horizontaux.

Il faut remarquer que dans la Figure 3, la puissance AB agissant de bas en haut, son effort vertical est plus grand que le poids d'une quantité ID qui sert à compenser la partie BH, que l'autre puissance BF ajoute au poids en tirant de haut en bas. De même l'effort vertical de la puissance BE, Figure 6, qui pousse de bas en haut, surpasse l'expression BD du poids d'une quantité DI, pour contre-balancer l'effort BH de l'autre puissance BF qui agit de haut en bas, en sorte que dans les deux cas il ne reste toujours que BD pour l'effort vertical du poids. Quant aux efforts horizontaux LB et BM, il est clair qu'étant égaux et directement opposés dans les deux Figures, ils se détruisent.

Par la même raison qu'on peut décomposer une puissance en deux autres, on peut réunir deux puissances en une seule, en prenant pour son expression la diagonale du parrallélogramme dont ces puissances formeraient deux côtés contigus. Il est évident alors que quel que soit le nombre de forces qui sollicitent un point, on peut les réduire en une seule. Il suffit pour cela de chercher partiellement la résultante de ces forces prises deux à deux, et de combiner ensuite ces résultantes partielles aussi deux à deux, jusqu'à ce que l'on soit parvenu à deux résultantes principales, qui se réduiront à une seule comme nous venons de le voir. C'est ainsi qu'on trouvera que PY, Figure 7, est la résultante des forces PA, PB, PC, PD, qui toutes sollicitent le point P.

Cette réduction est souvent utile dans l'art de bâtir, pour opposer une seule puissance à plusieurs autres qui agissent en sens différens et concourent à un même point.

CHAPITRE DEUXIÈME.

DES LEVIERS.

Les leviers sont des barres mobiles autour d'un appui, à l'aide desquelles on peut élever un poids ou lui faire équilibre. Les différentes positions que le poids et la puissance peuvent avoir, par rapport à l'appui, ont fait distinguer trois espèces de leviers.

Dans les leviers de la première espèce, comme celui représenté par la Figure 8, l'appui O est entre la puissance P et le poids Q.

Le levier de la seconde espèce, Figure 9, est celui où le poids Q est placé entre l'appui O et la puissance P. Il faut remarquer que dans cette position le poids et la puissance agissent en sens contraire.

Dans le levier de la troisième espèce, Figure 10, la puissance P est placée entre le poids et l'appui, et la puissance et le poids s'y trouvent agir en sens contraire.

En regardant l'appui de ces trois espèces de leviers comme une troisième puissance qui fait équilibre aux deux autres, il y a deux cas à considérer: 1°. celui où les directions du poids et de la puissance concourent à un point R Figure 11; 2°. celui où elles sont parallèles.

Dans le premier cas, si du point d'appui O on mène des parallèles à ces deux directions pour former le parallélogramme $OmRn$, Fig. 11 et 12, le rapport de ces trois efforts, c'est-à-dire la puissance, le poids et l'appui, sera comme les trois côtés du triangle OmR ou de son égal OnR : ainsi on aura $P:Q:R::mR:Rn:OR$; et comme on démontre en géométrie que les côtés d'un triangle sont entre eux comme les sinus des angles opposés, on aura, en prenant OR pour sinus total,

$$P : Q :: \sin. ORn : \sin. ORm,$$

et si l'on abaisse du point O les deux perpendiculaires Od, Of, sur les directions RQ, RP,

$$\sin. ORn : \sin. ORm :: Od : Of;$$

de ces deux proportions on déduira

$$P : Q :: Od : Of;\ \text{d'où}\ P \times Of = Q \times Od.$$

Cette dernière expression donne des produits égaux qu'on appelle momens ou énergie de la puissance, par rapport au point d'appui O. Cette propriété est la même pour les leviers droits ou angulaires, Fig. 11 et 12

Et comme ce rapport subsiste, quelle que soit la grandeur des angles mRO et ORn des directions RQ, RP avec RO, il en résulte que s'il devenait nul, ces directions deviendraient parallèles, sans que le rapport changeât; d'où résulte ce principe ou théorème général démontré dans tous les traités de mécanique : *Pour que deux puissances appliquées à un levier droit ou angulaire se fassent équilibre, il faut qu'elles soient en raison inverse des perpendiculaires abaissées du point d'appui sur leur direction*; ou, en d'autres termes : *Pour que deux puissances appliquées à un levier droit ou angulaire se fassent équilibre, il faut que les momens de ces forces, par rapport au point d'appui, soient égaux.*

Puisque pour l'équilibre du levier il suffit de produire des momens égaux, il en résulte que si l'on est libre d'augmenter ou de diminuer la puissance, on peut la placer à la distance qu'on voudra du point d'appui, ou la charger sans détruire l'équilibre. Ceci résulte de la formule $P \times Of = Q \times Od$, car on en tire $Of = \frac{Q \times Od}{P}$ On déterminera donc facilement la distance Of, telle qu'en y appliquant la force connue P, cette force fasse équilibre au poids Q appliqué à la distance Od.

Il est clair du reste qu'il suffit de connaître ces perpendiculaires Of et Od, car la connaissance des côtés Oa et Ob, qui sont les bras de leviers réels, se déduit des triangles Ofb, Oda dont ils font partie.

Supposons donc deux leviers, Fig. 13 et 14, dont l'un est droit et l'autre angulaire, et que le poids Q est de 100 livres, le bras de levier DE de 6 pieds, son moment sera 600. Cela posé, si l'on veut connaître quelle doit être la distance Of, telle qu'en y appliquant un poids de 60 livres, ce poids fasse équilibre au premier, nous aurons

$$Of = \frac{Q \times Od}{P} = \frac{600}{60} = 10$$

Donc, la distance cherchée sera de 10 pieds.

Réciproquement, si l'on veut connaître quel doit être l'effort d'une puissance P, placée au point C, de l'autre bras de levier à une distance du point d'appui connue, et marquée par Of, pour faire équilibre au poids Q placé à la distance Of, on aurait la formule $P = \frac{Q \times Od}{Of}$ si nous appliquons cette formule aux nombres que nous avons choisis dans l'exemple précédent, la question sera : trouver une puissance qui, placée à une distance de 10 pieds du point d'appui, fasse équilibre à un poids de 100 livres au bout d'un bras de levier de 6 pieds. Il faudra alors, pour traduire notre formule, diviser 600 par 10, et le quotient 60 indiquera l'effort avec lequel cette puissance doit agir. Si au lieu de la placer en C, on voulait qu'elle fût en B distant de 12 pieds du point d'appui, son effort serait $= \frac{600}{12}$ qui donne 50, et enfin si l'on voulait la transporter à un point éloigné de l'appui de 15 pieds, son effort serait $\frac{600}{15} = 40$: ainsi, pour transporter une puissance à un point plus ou moins éloigné du point d'appui, il faut diviser le moment du poids qu'elle doit soutenir par la distance du point d'appui prise perpendiculairement à sa direction.

CHAPITRE TROISIÈME.

DU CENTRE DE GRAVITÉ.

Nous avons déjà parlé du centre de gravité, au commencement du Livre II, tome II, pag. 14 et 15, à l'occasion de la stabilité. Nous avons dit que non-seulement les corps entiers tendent par leur pesanteur à suivre une direction verticale, mais encore toutes les parties dont ils sont composés; en sorte que si l'on suspend un corps d'une forme quelconque, par le moyen d'un fil, il prend une situation telle que le prolongement de ce fil dans l'intérieur du corps formerait un axe autour duquel toutes ses parties se soutiennent en équilibre. Toutes les fois qu'on change le point de suspension du corps, la direction du fil prolongée donne un nouvel axe d'équilibre; mais ce qu'il faut remarquer, c'est que tous ces axes se coupent en un même point, situé au centre de la masse du corps, lorsqu'il est composé de parties homogènes, et quelquefois en dehors comme dans les pièces qui ont beaucoup de courbure ; ce point est le centre de gravité.

Il est aisé de voir, d'après ce qui vient d'être dit du centre de gravité, qu'il suffit pour qu'un corps solide se maintienne en repos, que son centre de gravité soit soutenu par une puissance verticale égale à la résultante de toutes les forces qui le sollicitent, mais agissant en sens contraire; ainsi dans les Figures 2 et 5, le poids soutenu par les puissances AB et BC qui tirent ou qui poussent, serait également soutenu par une puissance verticale représentée par la diagonale DB du parallélogramme qui exprime la résultante de ces forces.

La connaissance des centres de gravité est indispensable pour parvenir à évaluer les résistances, les efforts et le degré de stabilité d'une partie d'édifice. Il y a des circonstances où l'on peut faire abstraction de la figure des corps, surtout lorsqu'ils n'agissent que par leur poids, en supposant qu'il se trouve réuni au centre de gravité. On peut encore, pour simplifier les opérations, substituer une puissance à un poids ou à une puissance.

Nous allons donner les règles les plus faciles pour déterminer le centre de gravité des lignes, des surfaces et des solides, en les supposant composés de parties pesantes et homogènes.

Du centre de gravité des lignes.

On peut concevoir une ligne droite composée d'une infinité de points également pesans, rangés dans une même direction; d'après cette définition, il est évident que si on la suspend par le milieu, les deux parties étant composées d'un même nombre de points égaux et placés à des distances égales du point de suspension, doivent nécessairement se faire équilibre: d'où il résulte que le centre de gravité d'une ligne droite est au milieu de sa longueur.

Les points d'une ligne courbe n'étant pas dans une même direction, son centre de volume ne peut pas être le même que son centre de gravité; c'est-à-dire, qu'une courbe suspendue par le milieu ne peut se soutenir en équilibre que dans deux situations opposées, l'une lorsque les branches de la courbe sont en bas, et l'autre lorsqu'elles sont en haut, de manière que la courbe se trouve dans un plan vertical.

Si cette courbe est un arc de cercle ADB, Figure 15, il est facile de voir qu'à cause de l'uniformité de sa courbure, son centre de gravité doit se trouver dans une ligne droite DC, tirée du centre C au milieu D; de plus, si l'on tire la corde AB, le centre de gravité doit se trouver entre les points D et E.

Supposons que par tous les points de la ligne DE, on mène des parallèles à la corde AB, qui se terminent à la courbe, et que l'on conçoive que chacune de ces lignes porte à ses extrémités les parties de courbes correspondantes, la ligne DE se trouvera chargée de tous ces poids; et comme les portions de courbe qui répondent à chaque parallèle AB vont en augmentant à mesure qu'elles se trouvent plus près de D, le centre de gravité G doit se trouver plus proche du point D que du point E.

Pour déterminer la position de ce point sur le rayon CD, qui divise l'arc en deux parties égales, il faudra faire cette proportion : la longueur développée de l'arc ABD est à la corde, AB comme le rayon CD, est à un quatrième terme x dont la valeur sera exprimée par $\frac{AB \times CD}{ABD}$ c'est-à-dire que pour avoir sur le rayon DC la distance CG du centre de gravité au centre de l'arc de cercle, il faut multiplier la corde AB par le rayon CD, et diviser le produit par le contour développé de l'arc ABD.

Lorsque la circonférence du cercle est entière, les axes d'équilibre étant des diamètres, il est évident que leur intersection donne pour centre de gravité le centre de la courbe. Il en est de même de toutes les courbes entières et symétriques qui ont un centre, et de tous les assemblages de lignes droites, formant des polygones réguliers et symétriques.

Du centre de gravité des surfaces.

Pour que les surfaces puissent avoir un centre de gravité, il faut de même que les lignes, les supposer matérielles, c'est-à-dire composées de parties solides, homogènes et pesantes.

Dans les surfaces planes et unies, le centre de gravité est le même que celui du volume; ainsi, le centre de gravité G d'un carré, d'un rectangle ou d'un parallélogramme est déterminé par l'intersection des diagonales AD, BC, Figures 16, 17, 18.

Le centre de gravité d'un polygone régulier, composé d'un nombre pair ou impair de côtés égaux, est le même que celui du cercle auquel il pourrait être inscrit ou circonscrit.

Pour trouver le centre de gravité d'un triangle quelconque, Figure 18, il faut tirer du milieu de chacun de ses côtés des lignes à l'angle opposé; le point d'intersection de ces lignes sera le centre de gravité cherché; car en faisant pour chaque côté la supposition que la surface du triangle est composée de lignes droites parallèles à ce côté, les lignes AE, BF et CD seront des axes d'équilibre dont l'intersection G doit donner le centre de gravité (pag. 12, premier alinéa). On trouvera de plus que ce point est au tiers de chacun de ces axes, à partir de la base, en sorte qu'il suffit d'en tirer un seul et de le diviser en trois parties égales, le point le plus près de la base sera le centre de gravité du triangle.

Pour trouver le centre de gravité d'une surface rectiligne irrégulière quelconque, telle que le pentagone ABCDE, Figure 20, on le divisera en trois triangles AED, ABC, ADC, dont on determinera les centres de gravité F, G, H. On tirera ensuite deux lignes NO, OP, qui forment un angle droit, dans lequel se trouvera placé le polygone. On multipliera ensuite la surface de chaque triangle par la distance de son centre de gravité à la ligne ON indiquée par F*f*, G*g*, H*h*, et on divisera la somme de ces produits par la surface entière du pentagone, ce qui donnera une distance moyenne, par laquelle on mènera une parallèle indéfinie IK à ON; en faisant la même opération par rapport à la ligne OP, on aura une nouvelle distance moyenne pour mener une autre parallèle LO à OP, qui coupera la première en un point M, qui sera le centre de gravité du pentagone.

Le centre de gravité d'un secteur de cercle AEBC, Figure 21, doit être sur le rayon CE, qui divise l'arc en deux parties égales; pour déterminer à quelle distance du centre C de l'arc ce point G doit se trouver, il faut, après avoir multiplié le double du rayon CE par la corde AB, diviser le produit par trois fois la circonférence AEB. Le quotient de cette division exprimera la distance CG du centre de gravité du secteur au centre de la circonférence AEB.

Pour trouver le centre de gravité d'une partie de couronne DAEBF, Figure 22, comprise entre deux circonférences concentriques, il faut:

1°. Chercher le centre de gravité du grand secteur AEBC, et celui du petit DFG;

2°. Multiplier la superficie de chacun de ces secteurs par la distance de leur centre de gravité au centre commun C;

3°. Soustraire le plus petit produit du plus grand, et diviser le reste par la superficie de la partie de couronne DAEBF; le quotient donnera la distance du centre de gravité G au centre C.

Pour déterminer le centre de gravité d'un segment AEB, Figure 23, il faut ôter le produit de la superficie du triangle ABC, multipliée par la distance de son centre de gravité au centre C, du produit de la superficie du secteur par la distance de son centre de gravité au même point C, et diviser le reste par la superficie AEB; le quotient exprimera la distance du centre de gravité G du segment au centre C, qu'on portera sur le rayon EC qui divise ce segment en deux parties égales.

Les méthodes que nous venons d'indiquer suffisent pour trouver le centre de gravité de toutes sortes de surfaces planes, quelle que puisse être leur figure; il ne faut pour cela que les diviser en triangles, en secteurs ou segmens, et opérer comme il a été dit pour le pentagone irrégulier, page 14, dernier alinéa.

Du centre de gravité des solides.

Nous supposons toujours que les solides dont il va être question, sont composés de parties homogènes, dont la pesanteur est partout uniforme. Nous avons distingué toutes les espèces de solides en deux classes principales : savoir, les solides réguliers et les solides irréguliers.

Les solides réguliers compris dans la première classe peuvent être considérés comme composés d'élémens de même figure que leur base, posés les uns sur les autres, de manière que tous leurs centres de gravité se trouvent dans une ligne verticale que nous appellerons axe droit. Ainsi les parallélipipèdes, les prismes, les cylindres, les pyramides, les cônes, les conoïdes, les sphères et les sphéroïdes, ont un axe droit sur lequel se trouve leur centre de gravité.

Dans les parallélipipèdes, les prismes, les cylindres, les sphères, les sphéroïdes, le centre de gravité est placé au milieu de l'axe droit, à cause de la similitude et de la symétrie de leurs parties également éloignées de ce point.

Dans les pyramides et les cônes, Figures 24 et 25, qui diminuent depuis la base jusqu'au sommet, le centre de gravité est placé au quart de l'axe, à partir de la base.

Dans les paraboloïdes qui diminuent moins à cause de leur courbure, le centre de gravité est placé au tiers de l'axe depuis la base.

Pour trouver le centre de gravité d'une pyramide ou d'un cône tronqué, Figures 24 et 25, il faut 1°. multiplier le cube du cône entier ou de la pyramide par la distance de son centre de gravité au sommet; 2°. ôter de ce produit celui de la partie MSR, qui manque au cône ou à la pyramide tronquée, par la distance de son centre de gravité au sommet; 3°. diviser le reste par le cube du cône ou de la pyramide tronqués; le quotient sera la distance du centre de gravité G de ces parties de cône ou de pyramide tronqués à leur sommet.

Le centre de gravité d'une demi-sphère est aux trois huitièmes du rayon qui forme sa hauteur, à partir du centre.

Pour trouver le centre de gravité d'un segment de sphère, Figure 26, il faut faire cette proportion : le triple du rayon moins l'épaisseur du segment, est au diamètre moins les trois quarts de l'épaisseur du segment, comme cette épaisseur est à un quatrième terme qui exprimera la distance du sommet à son centre de gravité placé sur le rayon qui lui sert d'axe.

Ainsi, désignant le rayon par r, l'épaisseur du segment par e, et la distance que l'on cherche par x, on aura, suivant M. De La Caille[1].

$$3r - e : 2r - \frac{3e}{4} :: e : x \text{ qui donne } x = \frac{8re - 3ee}{12r - 4e}$$

[1] *Leçons élémentaires de Mécanique*, page 118.

Supposons actuellement que le rayon est de 7 pieds, et l'épaisseur du segment de 3 pieds, on aura $x = \frac{8 \times 7 \times 3 - 3 \times 9}{12 \times 7 - 3 \times 4}$ qui donne, après avoir fait les calculs indiqués, $x = 1 + \frac{69}{72} = 1 + \frac{23}{24}$, qui sera la distance du sommet de ce segment au centre de gravité sur son axe.

Pour avoir le centre de gravité d'une zône de sphère Figure 27, on opérera comme nous l'avons expliqué ci-devant pour les pyramides ou cônes tronqués, c'est-à-dire qu'après avoir trouvé le centre de gravité du segment retranché, et de celui dans lequel la zône est comprise, on multipliera le cube de chacun par la distance de son centre de gravité au sommet A, et après avoir ôté le plus petit produit du plus grand, on divisera le reste par le cube de la zône.

Ainsi, en supposant, comme ci-devant, que le rayon AC est 7, que l'épaisseur de la zône est de 2, et celle du segment retranché $1\frac{1}{2}$, on trouvera la distance du centre de gravité du segment retranché par la formule $x = \frac{8re - 3ee}{4(3r - e)}$ qui donne pour ce cas-ci $x = \frac{4 \times 2 \times 7 \times 1\frac{1}{2} - 3 \times 2\frac{1}{4}}{4(21 - 1\frac{1}{2})}$ et après avoir fait les opérations indiquées $x = \frac{103}{104}$ qui sera la distance du centre de gravité au sommet A; celle du centre de gravité du segment dans lequel se trouve comprise la zône, sera, d'après la même formule, $x = \frac{8 \times 7 \times 3\frac{1}{2} - 3 \times 12\frac{1}{4}}{4(3 \times 7 - 3\frac{1}{2})}$, qui donne, après les calculs faits, $x = 2 + \frac{11}{40}$ pour la distance de son centre de gravité au même point A.

Pour ne pas renvoyer le lecteur à des élémens de géométrie, nous allons indiquer le moyen de trouver la solidité ou cube d'un segment et d'une zône de sphère.

On démontre dans tous les élémens de géométrie, que la solidité de la sphère est égale au produit de sa superficie par le tiers du rayon, parce qu'elle peut être considérée comme étant formée d'une infinité de pyramides qui ont leur base à la superficie, et leur sommet au centre.

II.

Une portion de sphère telle que ABCD, Figure 26, appelée secteur, présentant d'un côté un segment de sphère BAD, et de l'autre un cône dont le sommet est au centre C, a aussi pour mesure le produit de la surface BAD, par le tiers du rayon AC ou BC, parce qu'on le suppose composé de pyramides terminées au centre, et qui ont pour base la superficie du segment BAD.

III.

Il est encore démontré que la superficie d'une sphère entière est égale au produit de la circonférence de son grand cercle par son diamètre, et que celle d'un segment se trouve en multipliant la circonférence du grand cercle par la flèche AI ou AK qui mesure son épaisseur. Nous allons faire l'application de ce qui vient d'être dit, à une zône de sphère, Figure 27, dont il s'agit de trouver le centre de gravité : d'abord pour le grand segment BAD, dont l'épaisseur est supposée $3\frac{1}{2}$.

Le rayon étant 7, le diamètre 14, la circonférence sera 44, ce qui donnera la superficie de ce segment égale à $44 \times 3\frac{1}{2}$ dont le produit est 154.

Celle du petit segment sera $44 \times 1\frac{1}{2}$, qui donne 66.

Le cube du grand secteur CBAD sera $154 \times \frac{7}{3}$, qui donne $359\frac{1}{3}$.

Pour avoir celui du segment BAD, il faut en ôter le cube du cône BCD, égal au produit de sa base, qui est un cercle dont le rayon est BK, par le tiers de KC; à ce sujet il faut remarquer que la surface du cercle est égale au carré de son rayon multiplié par $3\frac{1}{7}$, et que la propriété du cercle donne le produit de $AK \times KL$, égal au carré de BK, rayon du cercle qui forme la base du cône; d'où il résulte qu'on aura la superficie de ce cercle en multipliant le produit de AK par KL par $3\frac{1}{7}$, c'est-à-dire $3\frac{1}{2} \times 10\frac{1}{2} \times 3\frac{1}{7}$, qui donne $115\frac{1}{3}$ et que le cube du cône sera $\frac{115\frac{1}{2} \times 3\frac{1}{2}}{3}$ qui donne $134\frac{9}{12}$: ôtant ce cube de celui du secteur que nous avons trouvé $= 359\frac{1}{3}$, le reste $224\frac{7}{12}$, sera le cube du grand segment BAD dans lequel se trouve comprise la zône.

La superficie du petit segment étant 66, on aura le cube du secteur auquel il répond, en faisant le produit $66 \times \frac{7}{3}$ qui donne 154; le cube du cône qu'il faut retrancher pour avoir celui de ce segment sera, d'après ce qui vient d'être dit, égal à $AI \times IL \times 3\frac{1}{7} \times \frac{IC}{3} = 1\frac{1}{2} \times 12\frac{1}{2} \times 3\frac{1}{7} \times \frac{5\frac{1}{2}}{3}$

qui donne, après avoir fait les calculs indiqués, $108 \frac{1}{29}$ pour le cube du cône, lequel étant ôté de celui du petit secteur que nous avons trouvé avoir pour valeur 154, donnera le cube du segment cherché EAH, $45 \frac{27}{28}$. Connaissant le cube des deux segmens, la distance de leur centre de gravité à leur sommet commun A, pour avoir celle du centre de gravité, de la zône au même point, il faut multiplier le cube de chaque segment par la distance de son centre de gravité au point A, et après avoir soustrait le plus petit produit du plus grand, diviser le reste par le cube de la zône.

Ainsi le moment du grand segment, c'est-à-dire le produit de son cube par la distance de son centre de gravité au sommet A étant exprimé par $224 \frac{7}{12} \times 2 \frac{11}{40}$, sera $= 510 \frac{2699}{2912}$

et celui du petit $45 \frac{27}{28} \times \frac{103}{104} = 45 \frac{1521}{2912}$

Différence $465 \frac{1178}{2912}$

Cette différence divisée par le cube de la zône que nous avons trouvé être $178 \frac{5}{12}$, donnera pour la distance du centre de gravité de cette zône au sommet $A = 2 \frac{1303}{2141}$, ou à très-peu de chose près $2 \frac{5}{10}$. Nous sommes entrés dans tous ces détails, pour en faciliter l'application aux gens de l'art, et à ceux qui n'ont pas toujours toutes les propositions de géométrie présentes à l'esprit

Du centre de gravité des solides irréguliers.

Comme toutes sortes de solides, quelle que soit leur forme, sont susceptibles d'être divisés en pyramides, de même que nous avons fait voir à la page 14, quatrième alinéa, que les surfaces planes irrégulières pouvaient se diviser en triangles, il en résulte qu'on peut trouver leur centre de gravité par la même méthode. Mais au lieu de deux lignes formant un angle droit, il faut supposer deux plans verticaux NAC, CEF, entre lesquels est placé le solide G ; Figure 28. On rapportera à chacun de ces plans les momens des pyramides, c'est-à-dire le produit de leur cube par la distance de leur centre de gravité ; on divisera la somme de ces produits, pour chaque plan, par le cube total du solide ; le quotient indiquera la distance des deux autres plans BKL, DHM parallèles aux premiers. L'intersection de ces deux derniers plans donnera une ligne IP ou axe d'équilibre sur lequel doit se trouver le centre de gravité du solide. Pour déterminer ce point G, on imaginera un troisième plan NOF, perpendiculaire aux précédens, c'est-à-dire horizontal, sur lequel on peut supposer que le solide est placé. On cherchera encore, par rapport à ce plan, les momens des pyramides, en multipliant leur cube par la distance de leur centre de gravité; divisant ensuite la somme de ces produits par le cube du solide entier, le quotient donnera sur l'axe la distance PG de ce troisième plan au centre de gravité du solide irrégulier.

CHAPITRE QUATRIEME.

DU PLAN INCLINÉ.

Pour qu'un solide quelconque soit parfaitement soutenu, il faut que le plan sur lequel il pose soit perpendiculaire à la direction de la pesanteur, c'est-à-dire horizontal ou de niveau, et que la verticale, abaissée de son centre de gravité, ne tombe pas hors de sa base.

Dès qu'un plan cesse d'être horizontal, les solides posés dessus tendent à glisser, à rouler ou à culbuter.

Comme les surfaces des corps sont plus ou moins rudes, lorsque la direction du centre de gravité ne tombe pas hors de leur base, ils ne commencent à glisser que sur des plans dont l'inclinaison est proportionnée à l'aspérité de leur surface.

Ainsi un cube de pierre dure fine, telle que la pierre de liais, dont les surfaces sont bien dressées, ne commence à glisser que sur un plan incliné d'environ trente degrés; et les marbres polis sur un plan dont l'inclinaison est de quinze degrés.

Lorsqu'un solide est posé sur un plan incliné, si la direction de son centre de gravité tombe hors de sa base, il culbute s'il est terminé par des surfaces droites, et il roule si la surface de ce solide, qui pose sur le plan, est courbe.

Un corps à surfaces planes peut demeurer en repos, après avoir culbuté une première fois, si la surface sur laquelle il tombe est assez étendue pour que la direction de son centre de gravité ne tombe pas en dehors, et que l'inclinaison ne soit pas assez grande pour qu'il puisse glisser.

Les solides à surfaces courbes ne peuvent se soutenir que sur un plan parfaitement horizontal, parce que les uns ne posent que sur un point, comme la sphère, et les autres sur une ligne, tels que les cylindres ou les cônes; de sorte que, pour qu'ils se soutiennent, il faut que la verticale, abaissée de leur centre de gravité, passe par le point de contact et soit perpendiculaire au plan. Ainsi, dès que le plan cesse d'être horizontal, la direction du centre de gravité tombe hors du point de contact, c'est-à-dire du point ou de la ligne qui sert de base à ces solides; alors ces solides tournent, et si la pente a une certaine étendue, ils roulent avec une vitesse accélérée, égale à celle qu'acquerraient ces corps, en tombant de la hauteur du plan incliné à l'endroit où ils ont commencé à se mouvoir.

Pour trouver la force qu'il faut pour soutenir un corps rond sur un plan incliné, il faut considérer le point de contact F, Figures 29 et 30, comme le point d'appui d'un levier angulaire dont les bras seraient exprimés par les perpendiculaires tirées de ce point d'appui, à la direction de la puissance CP et de la pesanteur CD, ce qui donne pour le cas, Fig. 29, où la force qui tire le corps est parallèle au plan

$$P : N :: FC : FD,$$

et comme le triangle rectangle CFD, est toujours semblable au triangle OSH qui forme le plan incliné avec la verticale SO et l'horizontal OH; il en résulte qu'on peut encore exprimer ce rapport par le suivant :

$$P : N :: OS : SH.$$

Dans le premier cas, pour qu'il y ait équilibre il faut donc que la force *soit au poids du corps comme la hauteur* OS *du plan incliné, ou à sa longueur* SH.

Dans le cas où la force est horizontale, Figure 30, on a par les mêmes considérations

$$P:N :: FA:FD.$$

$$\text{et } P:N :: OS:OH.$$

Dans ce cas, il faut donc que *la force soit au poids du corps dans le rapport de la hauteur* OS *du plan incliné à sa base* OH.

Dans le premier cas, la pression du corps sur le plan est exprimée par OH, et dans le second par SH : ainsi on a

$$P:N:F :: OS:SH:OH,$$

$$\text{et } P:N:F :: OS:OH:SH.$$

On peut remarquer que dans le premier cas, l'effort de la puissance étant parallèle au plan incliné, elle n'augmente ni ne diminue la pression sur ce plan : c'est le cas le plus favorable pour tenir un corps en équilibre sur un plan incliné.

Dans le second cas, la direction formant un angle aigu avec le plan, augmente inutilement sa charge.

Lorsque la direction de la puissance forme un angle obtus avec l'inclinaison du plan, en soutenant une partie du poids, elle diminue la charge du plan; mais elle exige une puissance plus grande.

La force qu'il faut pour soutenir sur un plan incliné le corps dont la base est formée par une surface plane, dépend, comme nous l'avons déjà dit (page 19, troisième alinéa), de la rudesse ou aspérité des surfaces, tant du plan incliné que de la base des corps, ce qui ne peut se trouver que par l'expérience.

De tous les moyens que j'ai essayés pour parvenir à évaluer cette résistance connue sous le nom de frottement, le plus simple et celui qui donne les résultats les plus justes, est de considérer l'inclinaison du plan, sur laquelle un corps, dont la direction du centre de gravité ne sort pas de la base, se soutient en équilibre, comme un plan horizontal d'après lequel on compte les degrés d'inclinaison, d'où il résulte qu'un corps qui ne commence à glisser que sur un plan incliné de plus de 30 degrés, étant posé sur un plan incliné de 45, n'exigera pas pour se soutenir une puissance plus grande que pour soutenir un corps rond de même poids placé sur un plan incliné de 15 degrés.

Tout ce qui vient d'être dit sur la force qu'il faut pour soutenir un corps sur un plan incliné, peut être appliqué à un solide soutenu par deux plans, en considérant que le second plan fait l'office de la puissance qui le soutiendrait en équilibre sur le premier, en agissant selon une perpendiculaire au second plan.

Lorsque les directions de trois puissances telles que PG, QG, GR concourent à un même point G, Figure 31, on démontre en mécanique que dans le cas d'équilibre leur rapport est exprimé par les trois côtés d'un triangle formé par des perpendiculaires à leur direction; d'où il résulte que si par le centre de gravité G, d'un solide soutenu par deux plans ou par quelqu'autre point de sa direction verticale, on tire des perpendiculaires à la direction de ces puissances, on aura dans le cas d'équilibre la proportion P:Q:R::BA:BC:AC.

Considérant ensuite que dans toutes sortes de triangles les côtés sont entre eux comme les sinus des angles opposés, on aura

P:Q:R:: sinus BCA : sinus BAC : sinus ABC,

et comme l'angle BCA est égal à l'angleCAD et CBA à BAE, on aura

P : Q : R :: sinus CAD : sinus BAC : sinus BAE,

c'est-à-dire que le poids est représenté par le sinus de l'angle formé par les deux plans inclinés, et que les pressions sur chacun de ces plans sont réciproquement proportionnelles aux sinus des angles qu'ils forment avec l'horizon.

DEUXIÈME SECTION.

MOUVEMENT DES MATÉRIAUX.

CHAPITRE PREMIER.

DES MACHINES A TRANSPORTER LES FARDEAUX.

Le premier usage que nous ferons des principes que nous venons d'exposer sera de les appliquer au transport des matériaux. Notre intention n'est pas de traiter ici complétement toutes les questions dont la connaissance serait nécessaire pour mettre à même, soit d'inventer des machines nouvelles, soit de simplifier celles déjà existantes, en calculant le rapport des forces au poids des matériaux à mouvoir. Cette tâche nous entraînerait trop loin du but que nous nous sommes proposé dans cet ouvrage. Nous ne pouvons à ce sujet que renvoyer aux traités de mécanique industrielle et analytique publiés jusqu'à ce jour[1]; nous bornant à donner ici pour le levier le treuil et les poulies qui sont les machines élémentaires, principes de toute autre machine, une théorie simple et à la portée de tous les esprits. Nous y ajouterons quelques résultats de notre propre expérience, la description claire et précise de quelques machines le plus en usage dans les constructions, et les procédés employés par les architectes anciens et modernes dans des cas qui demandaient des ressources extraordinaires.

ARTICLE PREMIER. — DU LEVIER.

La machine la plus simple pour mouvoir un fardeau, c'est le levier. L'effet qu'on peut produire par son moyen est proportionnel à la distance du point d'appui, comparée à celle de ce point d'appui à l'endroit du levier qui agit sur le fardeau.

En parlant du levier dans la première section de ce livre, nous avons fait voir que, dans l'état d'équilibre, la puissance doit être au poids en

[1] Christian, Borgnis, Poisson, Charles Dupin, Lantz de Bétancourt, etc.

raison inverse de leur distance au point d'appui. Ainsi, dans la Figure 1, Planche CLXVII, où l'on voit un levier, dont A est le point d'appui, si l'on suppose que AC est 1, et que AB est 21, l'effort au point C sera 21 fois plus grand que celui de la puissance appliquée au point B. S'il s'agit de relever une pierre telle que CDEF, dont le poids serait de 4200, comme cette pierre ne cesse pas de poser au point F, autour duquel elle tend à tourner, le levier n'aura à soulever que la moitié du poids, qui sera 2100. Cet effort, qui se fait en C, n'exigera de la part de la puissance placée en B, qu'une force d'un peu plus de 100 livres, parce que 100 livres suffiraient pour faire équilibre.

On pourra aussi, par le moyen d'un levier Figure 2, faire mouvoir un fardeau P, en le faisant tourner autour de son point d'appui A, en sorte que d'une part le point C décrive un cercle dont AC est le rayon, tandis que la puissance appliquée au point B en décrit un autre avec le rayon AB. Dans ce cas, la puissance est au poids comme CA est à AB. C'est de cette manière qu'agissent les barres appliquées aux treuils pour les faire mouvoir, comme celui représenté par la Figure 3. Dans cette machine, *la puissance est au poids, comme le rayon de treuil, plus la moitié de l'épaisseur de la corde, est à la longueur du levier, comprise entre le centre du treuil et celui où la puissance est appliquée.* Ainsi, supposant un treuil de 12 pouces de diamètres, enveloppé d'une corde d'un pouce de grosseur, la distance du centre du treuil au centre de la corde sera de 6 pouces $\frac{1}{2}$; supposons en outre que le point du levier, auquel est appliquée la puissance, est éloigné de 5 pieds 5 pouces du centre du treuil, la puissance sera au poids comme 6 $\frac{1}{2}$ est à 65, ou comme 1 est à 10; c'est-à-dire qu'avec un poids de 100 livres on ferait équilibre à un poids de 1000 livres. Considérant ensuite que les rayons sont entre eux comme les circonférences, on reconnaîtra le principe général que nous avons déjà cité plusieurs fois, qu'indépendamment du frottement dans toutes sortes de machines, la puissance est toujours au poids ou à l'effort produit, en raison inverse des espaces parcourus.

ARTICLE II. — DES CABESTANS.

On fait encore usage, pour mouvoir les fardeaux, d'une autre machine appelée cabestan ou vindas, dans laquelle le treuil est placé verticalement ou d'aplomb. On le fait mouvoir avec des barres ou leviers placés horizontalement. Les marins donnent le nom de cabestan à cette machine, lorsqu'elle est fixe comme sur les vaisseaux; quand elle est mobile, ils l'appellent vindas, comme celle que l'on emploie sur les ports et pour la construction des édifices.

Cette machine est d'un usage fort ancien; il en est parlé dans les questions de mécanique d'Aristote et dans Vitruve, livre X, chapitre 4. Aristote la désigne par le mot Συγον, *Sugon*, *Joug*, sans doute à cause des barres qui en font l'office, et Vitruve par celui d'*Ergata*.

Les Italiens font beaucoup d'usage du cabestan, qu'ils nomment *argano*. En le combinant avec des moufles et des poulies de renvoi, il leur tient lieu de chèvre, de singe et de grue. On s'est servi avec succès de cette machine pour élever et transporter les plus grands fardeaux, tels
Pl. 170. que les obélisques de Rome, Planche CLXX, le rocher qui forme le pié-
Pl. 168 destal de la statue de Pierre-le-Grand à Saint-Pétersbourg, Pl. CLXVIII et
Pl. 168 *bis* CLXVIII *bis* [1], et l'une des grosses pierres qui forment les angles du fronton de la nouvelle église de Sainte-Geneviève de Paris [2].

Lorsqu'on ne peut pas se passer de machines, le cabestan mériterait d'être préféré quand il s'agit d'élever de grands fardeaux, parce que les hommes qu'on y emploie ne courent aucun danger. On peut appliquer aux cabestans, des hommes ou des chevaux; l'effort qu'ils produisent,

[1] La description des moyens employés pour l'érection de plusieurs obélisques, et le transport du rocher de Saint-Pétersbourg, se trouve à la fin de ce livre, aux notes additionnelles sur les Planches.

[2] Ces pierres pesaient 53 miliers, sans compter le chariot sur lequel elles ont été menées. Pour transporter un de ces blocs depuis le port des Invalides jusqu'à Sainte-Geneviève, on a employé deux cabestans, tournés chacun par huit hommes, qui se relayaient de deux heures en deux heures. Il a fallu onze jours et sept nuits pour lui faire parcourir cette distance, qui était d'environ 2600 toises, en passant par les boulevarts. Ce transport a coûté en journées d'hommes, indépendamment des équipages et faux frais, 768 livres.

L'autre bloc a été amené du même endroit et sur le même chariot en moins de trois heures, par un voiturier du Gros-Caillou. Il a fallu pour ce transport 63 chevaux, attelés trois à trois, et 12 charretiers; il a été payé 425 livres : *ce qui prouve qu'il est souvent plus avantageux d'appliquer une puissance suffisante immédiatement au fardeau, que de se servir de machines, même les plus simples.*

quand ils sont appliqués immédiatement sans moufles ni poulies de renvoi, dépend du rapport du demi-diamètre du treuil à la longueur des barres; et, dans tous les cas, du rapport du chemin parcouru par la puissance à celui que parcourt le fardeau, ainsi que nous l'expliquerons à l'occasion du rocher de Saint-Pétersbourg. (*Voyez les notes additionnelles sur les Planches*).

Le treuil des cabestans mobiles est placé dans un assemblage de charpente, auquel on donne le nom de *chèvre*, dont la forme varie la plus ordinaire est celle représentée par la figure 5.

Le treuil des cabestans ordinaires est cylindrique; le bout du haut forme une tête carrée, percée de deux trous qui se croisent à angles droits l'un au-dessus de l'autre. C'est dans ces trous qu'on enfile les barres auxquelles on applique les hommes ou les chevaux qui doivent faire tourner le treuil.

Lorsqu'on veut appliquer beaucoup d'hommes à un cabestan, au lieu de percer des trous pour les leviers dans la tête du cabestan, on forme une espèce de plateau circulaire avec un trou carré au milieu, qui s'enfile dans la tête du treuil, figures 14 et 15. Ce plateau est percé d'autant de mortaises qu'on veut y mettre de leviers, c'est-à-dire 6 ou 8. C'est ainsi qu'étaient ajustés les cabestans dont on a fait usage pour traîner le rocher de Pétersbourg; le plateau était percé de trous pour huit leviers, à chacun desquels étaient appliqués deux hommes. J'ai vu faire usage de ce moyen à Rome, pour les cabestans dont on s'est servi pour tourner les groupes de Monte-Cavallo, Planche CLXVIII *bis*. Pl. 168 *bis*.
(*Voy. les notes additionnelles sur les Planches*).

Le bas du treuil des cabestans est fixé dans la chèvre par un tourillon qu'on fait entrer dans un trou rond de même diamètre, percé dans un madrier arrêté sur la base de la chèvre.

Le haut du treuil est fixé par un autre madrier portant une entaille demi-circulaire, qui le butte en sens contraire de l'effort.

Lorsqu'on veut se servir du cabestan pour traîner un fardeau, on commence par arrêter la chèvre à un point fixe, avec un cordage à plusieurs doubles attaché aux pieds de derrière. Quand il ne se trouve pas de point fixe à portée, on plante dans le terrain de forts pieux pour en tenir lieu, ainsi qu'on le voit exprimé dans les figures 5, 6, 7, 9, 10, 11 et 13. On prend ensuite un câble, dont la grosseur doit être proportionnée au poids du fardeau, et, après lui avoir fait faire plusieurs tours sur le treuil, on attache un des bouts au fardeau et l'on fait teni l'autre par un homme qui est assis par terre. A mesure que les hommes appliqués aux barres du cabestan font tourner le treuil, la partie du câble attachée au fardeau se roule dessus, tandis que celle tenue par l'homme assis se développe, de manière qu'il y a toujours le même nombre de tours sur le treuil. C'est pour produire cet effet qu'on place l'homme assis par terre; il doit tenir le câble assez ferme pour l'empêcher de glisser. La force qu'il faut n'est pas considérable, à cause du frottement qui augmente en raison du nombre de tours; nous en parlerons ci-après.

Il est essentiel de remarquer que la partie du câble qui s'enveloppe sur le treuil avance à chaque tour de son épaisseur, de sorte qu'après un certain nombre de tours le câble ne trouve plus de place pour s'y rouler. On est obligé alors d'arrêter le cabestan et de lâcher le câble pour le faire remonter ou descendre selon que le bout de câble attaché au fardeau est en bas ou en haut, afin de faire de la place pour que le câble puisse continuer à se rouler sur le treuil. Cette opération, que les ouvriers appellent *choquer*, a besoin d'être répétée fort souvent, lorsque la distance où l'on doit transporter le fardeau est considérable; elle est même dangereuse, lorsqu'il s'agit d'élever un fardeau ou de le traîner sur un plan incliné. Depuis environ un siècle, plusieurs mécaniciens se sont occupés des moyens d'obvier à cet inconvénient; en 1739, l'Académie des sciences de Paris proposa un prix à ce sujet. Dans les mémoires et les machines qui furent présentés, il se trouva des moyens ingénieux, mais trop compliqués pour l'usage.

Le moyen le plus simple est de faire le treuil conique, comme je l'ai vu pratiquer à Rome, en ajustant par devant un rouleau sans fin, ou une poulie qui maintient le bout du câble attaché au fardeau toujours à une même hauteur; par ce moyen, le tour qui s'enveloppe par le bas étant le plus serré, fait, pour se placer, remonter les autres tours qui le sont moins, avec d'autant plus de facilité, que la grosseur va en diminuant, en sorte que le câble file sans avoir besoin de *choquer*. Cet arrangement est indiqué par les figures 6 et 7.

Les figures 8, 9 et 10 indiquent un moyen imaginé par M. Cardinet, ingénieur-géographe, qui lui a valu une récompense nationale en l'an 2 (1794), d'après le rapport fait au Bureau de consultation des arts et métiers, par MM. Borda et Lagrange.

Ce cabestan est composé de deux treuils, dont un principal, marqué A, a une tête avec des trous pour enfiler les barres qui doivent le faire tourner; l'autre, qui est de même diamètre, est placé en avant, c'est-à-dire du côté du fardeau à mouvoir. L'intervalle entre ces treuils est occupé par deux galets de cuivre enfilés dans un même axe, et qui répondent à des rebords ou bourrelets formant sur chaque treuil une gorge pour recevoir le câble. Il résulte de cette disposition, que les treuils, serrés par les cordes qui les enveloppent, sont obligés de tourner ensemble avec les galets qui les réunissent.

Il faut remarquer que la gorge du treuil principal A est plus grande que celle du treuil B, de deux épaisseurs de câble, en sorte que les rebords L sont plus larges d'une épaisseur de corde que ceux du treuil A marqué M. Il en résulte que le premier tour de câble sur le treuil s'élève de son épaisseur pour aller sur le treuil B en prenant une direction un peu oblique, et retourne se placer naturellement au-dessus du premier tour du treuil A en suivant une direction horizontale, d'où, s'élevant encore de son épaisseur pour aller sur le treuil B, il va se placer sur le second tour du treuil A, et ainsi de suite; en sorte que d'un côté la direction des tours est un peu oblique, et de l'autre elle est horizontale, de manière que le câble file sans interruption; et, comme il ne change pas de place, il n'est pas besoin de choquer. On pourrait se dispenser des galets de cuivre, parce que le serrement du câble qui enveloppe les deux treuils est plus que suffisant pour les faire tourner; ce qui simplifierait beaucoup cette disposition, dont l'invention est fort ingénieuse.

Le cabestan, représenté par les Figures 11, 12 et 13, est composé aussi de deux treuils, dans lesquels on a creusé des gorges ou cannelures horizontales pour loger séparément chaque tour de corde.

Il faut remarquer que la première cannelure du second treuil est plus élevée d'une épaisseur de corde que la première du treuil principal; les distances des autres cannelures sont les mêmes dans les deux treuils. Cette disposition produit le même effet que celles des treuils précédens. Cependant, comme dans ce dernier cabestan les cordes se croisent pour aller d'un treuil sur l'autre, il faut plus de force pour le faire agir.

Du frottement des cordes entortillées autour des treuils ou cylindres.

Comme c'est le frottement qui permet à un seul homme de soutenir l'effort d'un poids considérable dans l'usage du cabestan, nous allons examiner jusqu'à quel point on peut y compter.

Dans plusieurs traités de mécanique, et surtout dans la première partie de l'*Architecture hydraulique de Bélidor*, tom. Ier., page 3, on démontre que si l'on suspend des poids aux extrémités d'une corde qui enveloppe la demi-circonférence d'un cylindre, la somme de ces poids est à la pression sur ce cylindre comme le rayon est à la demi-circonférence, c'est-à-dire à peu près comme 7 est à 11.

Le frottement étant proportionnel à la pression, il en résulte que, si d'un côté on substitue une puissance au lieu d'un poids, on pourrait connaître, par le moyen de cette pression, combien le frottement peut diminuer l'effort de la puissance par rapport au poids. Mais comme le frottement varie selon que les surfaces sont plus ou moins lisses, il n'y a que l'expérience qui puisse indiquer son rapport avec la pression dans chaque circonstance. Cette expérience consiste à suspendre aux deux extrémités d'une corde semblable à celle dont on veut faire usage, passée sur un cylindre de même matière et de même diamètre, deux poids égaux, et à augmenter un des poids jusqu'à ce qu'il commence à soulever l'autre ; ce qu'on aura ajouté sera l'expression du frottement pour un demi-tour.

L'effort qu'il faut pour commencer à élever, le premier poids étant connu, on le divisera par le double de ce poids ; le quotient sera le nombre par lequel il faudra multiplier successivement le dernier résultat, pour avoir celui qu'exigerait un demi-tour de plus. MM. Gautier et Bélidor, et ceux qui ont adopté leur méthode, pensent que le poids et l'effort qu'il faut pour le soulever pour le premier demi-tour, sont les deux premiers termes d'une progression géométrique ; mais l'expérience prouve que le frottement n'augmente pas dans un si grand rapport, et que le premier terme de cette progression doit être le double du poids, ainsi qu'on peut le voir par la table suivante, où l'on a mis en comparaison les résultats des deux méthodes avec ceux de l'expérience. Ces expériences ont été faites avec un cylindre de bois de frêne fait au tour, de 50 lignes $\frac{1}{2}$ de diamètre, et une corde de 2 lignes de grosseur.

A un des bouts de cette corde, qui formait un demi-tour sur le cylindre, j'ai suspendu un poids de 2 livres, et à l'autre un bassin de balance qui pesait autant avec ce qui était dedans. Pour commencer à élever le poids de 2 livres, il a fallu ajouter dans le bassin 4 livres 2 onces 4 gros $\frac{1}{2}$, ou 4 livres $\frac{16}{100}$, en sorte que la valeur de l'effort était 6 livres $\frac{16}{100}$.

Divisant cet effort par 4, qui est le double du poids, j'ai trouvé pour quotient 1,54 par lequel, ayant multiplié les résultats de chaque demi-tour, j'ai trouvé, pour le second demi-tour, 9,49 ; pour le troisième 14,61, au lieu de 57,68, que donnerait la méthode de MM. Gautier et Bélidor ; et de 14,51 que donne l'expérience.

TABLE

qui indique l'augmentation de l'effort pour chaque demi-tour.

POUR ÉLEVER UN POIDS DE DEUX LIVRES.	MÉTHODE PROPOSÉE.	MÉTHODE de MM. GAUTIER et BÉLIDOR.	EXPÉRIENCE.
Pour un demi-tour.	6,16	6,16	6,16
Pour un tour.	9,49	18,85	
Pour un tour et demi.	14,61	57,68	14,51
Pour deux tours.	22,50	176,50	
Pour deux tours et demi.	34,65	540,10	34,69
Pour trois tours.	53,36	1652,70	
Pour trois tours et demi.	82,17	5057,26	83,00
Pour quatre tours.	126,54	15475,21	
Pour quatre tours et demi.	194,87	7354,14	198,00
Autre expérience faite sur un treuil d'un pied de diamètre, avec une corde de 6 lignes de grosseur et un poids de six livres.			
Pour un demi-tour.	36	36	36
Pour un tour.	108	216	
Pour un tour et demi.	324	1296	334
Pour deux tour.	972	7776	
Autre expérience faite sur le même treuil, avec une corde d'un pouce de grosseur et un poids de 7 livres.			
Pour un demi tour.	44	44	44
Pour un tour.	138 $\frac{2}{7}$	282 $\frac{4}{7}$	
Pour un tour et demi.	435	1776	442
Pour deux tours.	1367	11163	

Lorsqu'on fait usage de cordes plus grosses, il faut augmenter le diamètre du treuil à proportion, à cause de la raideur des cordes, qui augmente dans celles de même genre, comme le carré de leur diamètre, en sorte que, si pour une corde de 12 lignes de grosseur il faut un treuil d'un pied de diamètre, il faudrait, pour une corde de 15 lignes, un treuil de 18 pouces 9 lignes

pour une de 18 lignes	27 pouces	0 lignes;
pour une de 21	36	9
pour une de 24	48	0
pour une de 27	60	9

si l'on veut que la raideur des cordes n'influe pas sur la puissance qui les tient roulées sur ces treuils.

J'ai éprouvé que pour faire courber les cordes ci-dessus sur un treuil de 12 pouces de diamètre, de manière qu'elles embrassent exactement la demi-circonférence du treuil, un des bouts étant arrêté d'aplomb, il a fallu suspendre à l'autre bout pour des cordes :

de 12 lignes, un poids de	45 liv.,	la théorie donne 48 liv.
de 15 lignes	74	75
de 18	112	108
de 21	154	147
de 24	196	192
de 27	250	243

Ces poids indiquent les efforts qu'il faut pour retenir le câble et le faire filer lorsqu'on fait usage du cabestan, afin d'avoir un frottement proportionnel à sa grosseur pour soutenir le fardeau [1].

Ayant suspendu un poids de 100 livres à une des extrémités d'un bout de câble de 27 lignes de grosseur, qui faisait un demi-tour sur un treuil de 12 pouces de diamètre, il a fallu, pour commencer à le soulever, un poids de 367 livres, ce qui fait trois fois $\frac{2}{3}$ le poids; mais comme ce câble ne touchait que les deux tiers de la demi-circonférence, le frottement n'était pas aussi considérable qu'il aurait dû l'être; un poids de 250 livres qui fait joindre le câble dans toute la demi-circonférence donne plus de 1800 livres, c'est-à-dire plus de sept fois le poids.

[1] La seconde colonne indique les poids d'après les carrés des diamètres des cordes.

ARTICLE III. — DES POULIES ET DES MOUFFLES.

Les machines dont on fait usage pour la construction agissent ordinairement avec des cordages et des poulies combinées de manière à faciliter le mouvement en augmentant l'effort de la puissance.

On démontre en mécanique que la force qu'il faut pour mouvoir un corps pesant, est en raison inverse des espaces parcourus en même temps par le fardeau et la puissance. Ainsi, une puissance peut faire mouvoir un fardeau double, triple, quadruple, etc., en ne lui faisant parcourir que la moitié, le tiers ou le quart du chemin qu'elle fait; d'où il résulte que pour mouvoir un fardeau double, triple, quadruple, etc., de l'effort de la puissance, il faut deux fois, trois fois, quatre fois plus de temps, c'est-à-dire que l'on perd en temps ce que l'on gagne en force indépendamment des frottemens occasionés par les combinaisons pour produire un plus grand effet.

Tout le monde sait que les poulies sont des corps cylindriques de peu d'épaisseur, en bois ou en métal, avec une cannelure autour pour tenir le cordage, et un axe de fer dans lequel elles sont enfilées pour tourner avec la corde qui enveloppe une partie de leur circonférence.

Une poulie seule et fixe ne peut pas diminuer l'effort du poids, par rapport à la puissance qui le fait mouvoir, parce qu'elle est obligée de parcourir un espace égal à celui que parcourt le poids; et même, comme il n'y a pas de machine sans frottement, on peut dire que, pour faire mouvoir un poids par le moyen d'une poulie fixe, il faut un peu plus de force que si on le tirait immédiatement. Mais comme on ne peut pas toujours appliquer à un poids une puissance selon la direction qu'il doit suivre, les poulies sont nécessaires pour donner à la puissance la direction que l'on veut, souvent opposée à celle du fardeau, comme dans les chèvres et les grues

Lorsque les poulies dont on se sert pour élever un fardeau ne sont pas arrêtées à un point fixe, c'est-à-dire lorsque les poulies attachées au fardeau suivent son mouvement comme dans les Figures 1, 2, 3, 4 et 5, Planche CLXXI, la puissance étant obligée de parcourir un espace double Pl. 171. de celui que parcourt le fardeau, son effort ne doit être qu'un peu plus de la moitié : ainsi, dans la Figure 1, la force P, appliquée au-dessus de la poulie A, sera un peu plus de la moitié du poids, l'autre moitié étant soutenue par le premier cordon arrêté en E; de même, la puissance Q, appliquée en dessus de la poulie B, n'agira qu'avec un peu plus de la moitié de la force P, l'autre moitié étant soutenue par le second cordon arrêté en F.

Par la même raison, la puissance R, appliquée en dessus de la poulie C, n'agira qu'avec la moitié de l'effort de la puissance Q, l'autre moitié étant soutenue par le troisième cordon arrêté en G. Quant à la poulie D, qui est fixe, la puissance S, placée au-dessous, sera obligée d'agir avec un effort un peu plus grand que la puissance R, parce que le quatrième cordon H n'étant pas arrêté, la puissance S soutient seule l'effort entier de la puissance R. Cette combinaison de poulies est une des plus avantageuses pour la puissance, mais elle a un inconvénient qui en rend l'usage impraticable; c'est que pour trois poulies mobiles, il faut que la poulie fixe D soit à une hauteur huit fois plus grande que celle à laquelle on veut élever le fardeau; ainsi, pour élever un fardeau à 50 pieds de hauteur, il faudrait que la poulie D fût à plus de 400 pieds d'élévation. Le cordon G, F, R, S, devrait avoir plus de 800 pieds, celui F, Q, et les deux autres chacun 400 pieds; ce qui fait plus de 1600 pieds de corde.

Les moufles représentées de face et de profil par les Figures 2 et 3, composées de deux chapes garnies chacune de trois poulies, sont celles dont on fait le plus d'usage; si l'on fait abstraction du frottement des poulies autour de leur axe, on trouvera que, par leur moyen, on pourrait mouvoir un fardeau six fois plus considérable que la puissance, parce qu'elle parcourt un espace six fois plus grand que celui parcouru par le fardeau; mais, pour produire cet effet, il faudrait, pour faire parcourir 50 pieds au fardeau, plus de 300 pieds de corde.

Mais si l'on veut avoir égard au frottement, on trouvera que la puissance, au lieu d'être $\frac{1}{6}$ du fardeau, doit être près de moitié. J'ai éprouvé que, pour élever un fardeau de 107 livres avec des moufles composées de deux chapes de fer, garnies chacune de trois poulies en cuivre dont les diamètres étaient de 6 pouces, 4 pouces et 2 pouces, et ceux de leur axe de 10 lignes $\frac{3}{4}$, 9 lignes $\frac{3}{4}$ et 8 lignes $\frac{3}{4}$, il fallait un poids de 50 livres; ces moufles ayant six cordons, indépendamment de celui qui tire, l'effort de la puissance aurait dû être $\frac{107}{6} = 17\frac{5}{6}$, au lieu de 50, en sorte que les frottemens ont été de $32\frac{1}{6}$.

On trouve d'après les principes démontrés dans tous les traités de mécanique, que le frottement est au poids comme la diamètre des axes est à celui des poulies. Ainsi, pour la chape du haut des moufles dont il s'agit, on trouvera que la somme des diamètres des axes étant de 29 lignes $\frac{1}{4}$, et celle des diamètres des poulies de 144 lignes, le rapport sera, à très-peu de chose, comme 1 est à 5; c'est-à-dire que le frottement est $\frac{1}{5}$ du poids du fardeau. Pour la chape du bas, à laquelle est suspendu le fardeau qui se meut avec lui, le frottement n'est que moitié, c'est-à-dire $\frac{1}{10}$; ce qui fait pour le frottement des six poulies, $\frac{3}{10}$. Le fardeau étant de 107 livres, ces $\frac{3}{10}$ donneront 32 $\frac{1}{10}$, c'est-à-dire $\frac{1}{15}$ de livre de moins que l'expérience, ou un peu plus d'une once; ce qui prouve l'accord de la théorie avec l'expérience, lorsque l'application est faite comme il convient.

Les moufles indiquées par les Figures 4 et 5, qui sont triples des précédentes et composées de deux chapes garnies chacune de neuf poulies, ne sont pas, à beaucoup près, aussi avantageuses qu'elles le paraissent, à cause du frottement et de la quantité de cordages qu'il faut pour les faire agir. Si l'on fait abstraction du frottement, on trouvera qu'au moyen de ces moufles, une puissance pourrait élever un fardeau dix-huit fois plus grand que l'effort qu'elle fait, mais aussi il faut qu'elle fasse dix-huit fois plus de chemin : de sorte que pour élever un fardeau à 50 pieds, il faudrait 900 pieds de cordage; ce qui devient fort embarrassant.

Si l'on veut avoir égard au frottement, il faut, comme pour l'exemple précédent, chercher le rapport de la somme des diamètres des axes et des poulies. Supposons les diamètres des grandes poulies de 9 pouces, et celui de leur axe 10 lignes; le diamètre des poulies moyennes de 6 pouces, et celui de leur axe de 9 lignes; le diamètre des petites de 3 pouces, et celui de leur axe de 8 lignes; on aura pour la somme des axes des grandes poulies de la chape du haut. . . . . $10 \times 3 = 30$

La somme des axes des poulies moyennes sera. . $9 \times 3 = 27$

Celle des axes des petites poulies. . . . . $8 \times 3 = 24$

en tout. . . . . . . 81 lignes.

La somme des diamètres des grandes poulies étant de 9 pouces ou 108 lignes, leur somme sera. . . . . $108 \times 3 = 324$ lignes.

Celle des poulies moyennes de 6 pouces ou 72 lignes, donne. . . . . $72 \times 3 = 216$

Celle des petites poulies de 3 pouces ou 36 lignes. . . . . $36 \times 3 = 108$

En tout. . . . . 648 lignes.

Ainsi le rapport sera $\frac{81}{648}$ qui se réduit à $\frac{1}{8}$, qui indiquera leur frottement; celui des 9 poulies de la chape du bas, étant de moitié, sera exprimé par $\frac{1}{16}$; ces deux rapports réunis donneront pour le frottement des 18 poulies $\frac{3}{16}$, à quoi il faut encore ajouter $\frac{1}{18}$ pour l'effort de la puissance, indépendamment des frottemens, et on aura $\frac{70}{228}$, qui se réduit à $\frac{35}{144}$; c'est-à-dire que, pour élever un fardeau de 1440 livres, il faudrait 350 livres de force, au lieu de 80 livres d'après le principe de sa combinaison, ce qui fait 270 livres pour les frottemens; en sorte que la puissance, au lieu d'être le dix-huitième, serait de près du quart.

L'expérience donne encore des frottemens plus forts, surtout lorsqu'il n'y a qu'un seul cordon pour tirer; quand il y en a deux, il est un peu moindre, et avec trois cordons, c'est-à-dire un pour chaque poulie du haut, il est encore moindre et ne diffère presque pas de ce que donne le calcul.

Les moufles, composées de chapes à deux poulies, comme celles représentées par les Figures 6, 7 et 8, présentent l'avantage d'enlever le fardeau avec le tiers de son poids. Si l'on suppose que les poulies et les axes sont, comme les grandes et les moyennes des moufles précédentes, la somme des axes sera 19 lignes, et celle des diamètres des poulies 170 lignes; ce qui donnera pour le frottement des poulies de la chape du haut $\frac{10}{170}$, et pour celui de la chape du bas $\frac{19}{340}$, et pour les deux $\frac{57}{340}$, à quoi il faut ajouter $\frac{1}{3}$ pour l'effort de la puissance, indépendamment des frottemens, et on aura $\frac{170}{340}$, qui se réduit à $\frac{1}{2}$; ainsi deux paires de moufles de ce genre, appliquées à un fardeau, produiraient avec huit poulies, en une heure de temps, un effet égal aux moufles précédentes avec dix-huit poulies, en trois heures de temps, et trois fois plus de cordage.

Les Figures 9 et 10 représentent des moufles composées de deux chapes en fer; celle du haut, garnie de quatre poulies en cuivre de 4 pouces de diamètre, enfilées dans un même axe de 9 lignes de grosseur. La chape du bas contient trois poulies de même matière et même diamètre, enfilées dans un boulon aussi de 9 lignes de grosseur.

Si l'on applique le calcul à ces moufles pour évaluer le frottement, on trouvera pour la chape du haut, qui est fixe, le rapport des axes aux poulies $\frac{9\times4}{48\times4}$ qui se réduit à $\frac{3}{16}$, et pour la chape du bas $\frac{9\times3}{48\times3}$ qui qui se réduit de même à $\frac{3}{16}$, dont prenant la moitié, parce que cette chape est mobile, on aura pour le frottement des poulies des deux chapes $\frac{3}{16} + \frac{3}{32} = \frac{9}{32}$, à quoi ajoutant $\frac{1}{6}$ pour l'effort de la puissance indépendamment des frottemens, on aura $\frac{9}{32} + \frac{1}{6} = \frac{27}{96} + \frac{16}{96}$, qui se réduit à $\frac{43}{96}$. Pour éprouver le résultat de ce calcul, j'ai accroché à la chape du bas de ces moufles un fardeau qui, avec celui de cette chape, pesait 146 livres; il a fallu, pour élever ce fardeau, suspendre aux deux cordons réunis, qui font mouvoir les moufles, un poids de 65 livres $\frac{1}{2}$.

Nous avons trouvé, par le calcul précédent, que la puissance devait être les $\frac{43}{96}$ du fardeau; ainsi, multipliant ce fardeau, qui est de 146 livres, par la fraction $\frac{43}{96}$, on trouve 65 livres $\frac{8}{96}$ ou $\frac{1}{12}$, qui ne diffère que de $\frac{5}{12}$ de livre ou 7 onces environ de ce que donne le calcul fondé sur les principes de mécanique statique.

Les autres moufles, représentées par les Figures 11, 13, 14, 15, 16 et 17, sont de même genre que les précédentes. Leur force s'évalue de la même manière.

La Figure 18 indique une combinaison de poulies de même diamètre, qui peut être employée avec avantage pour lever les fardeaux d'une certaine longueur. C'est de cette manière qu'étaient combinées les moufles dont on s'est servi pour élever une des grandes pierres du fronton du Louvre, Pl. CLXIX. *(Voy. les notes additionnelles sur les Planches.)* Pl. 169.

OBSERVATION.

Puisque le frottement dépend de la grosseur de l'axe des poulies, comparé à leur diamètre, il en résulte que plus l'axe est petit, moins le frottement est grand. Considérant ensuite que l'axe d'une poulie doit soutenir l'effort du fardeau et de la puissance sans plier; c'est, avant tout, sa grosseur qu'il faut déterminer. Prenant ensuite cette grosseur pour unité, on pourra sûrement déterminer les dimensions des poulies et de leurs chapes.

On a remarqué que les poulies trop minces n'ont pas assez de stabilité, c'est-à-dire qu'elles ne se maintiennent pas facilement selon la direction du cordage qui les enveloppe. Un grand nombre d'opérations et d'expériences m'ont fait connaître que le rapport le plus avantageux du diamètre des poulies, avec leur épaisseur, était $\frac{1}{5}$; c'est-à-dire qu'une poulie de 25 pouces de diamètre devait avoir 5 pouces d'épaisseur.

Celle de 20 pouces 4 pouces.
Celle de 15 pouces 3 pouces.
Celle de 10 pouces 2 pouces
Celle de 5 pouces 1 pouce.

En donnant au boulon le douzième du diamètre, qui est le rapport le plus convenable, ce boulon aura autant de lignes de grosseur que le diamètre a de pouces; ainsi une poulie de 25 pouces de diamètre aura 25 lignes de grosseur, une de 20 pouces 20 lignes, etc.

Comme il faut un peu de jeu aux poulies pour qu'elles puissent tourner librement dans leur chape, il convient d'ajouter $\frac{1}{6}$ de l'épaisseur de la poulie pour avoir la longueur dans œuvre du boulon et la largeur du vide de la chape; ainsi, pour une poulie de 25 pouces de diamètre, son épaisseur étant de 5 pouces, la portée du boulon sera de 5 pouces 10 lignes; pour une poulie de 20 pouces, 4 pouces 8 lignes, etc., en ajoutant $\frac{1}{6}$ de l'épaisseur de la poulie, c'est-à-dire 2 lignes par pouce.

Pour l'usage des bâtimens, le moindre diamètre des poulies devrait être de 5 pouces avec un boulon de 5 lignes d'épaisseur, pour lequel on peut fixer la charge à soutenir à 1000 livres, afin de résister solidement sans plier.

C'est d'après cette base qu'on peut déterminer toutes les dimensions relatives aux poulies et à leurs chapes, ainsi que les charges des boulons, qui doivent être comme le carré des diamètres des axes. Sachant, par exemple, que la charge d'un boulon de 5 lignes peut être de 1000; si l'on veut avoir celle d'un boulon de 6 lignes, on fera la proportion 25, qui est le carré de 5, est à 1000 comme 36, qui est le carré de 6, est à un quatrième terme, qu'on trouvera 1440; ainsi des autres.

On a rassemblé, dans la table ci-après, les dimensions relatives des boulons aux poulies, depuis 5 pouces de diamètre jusqu'à 25 pouces.

DIAMÈTRE des poulies en pouces.	ÉPAISSEUR des poulies en pouces.	LARGEUR du vide des chapes, *id.*	GROSSEUR des boulons en lignes.	CHARGE qu'ils peuvent soutenir.
5	1	$1\frac{1}{6}$	5	1000
6	$1\frac{1}{5}$	$1\frac{12}{30}$	6	1440
7	$1\frac{2}{5}$	$1\frac{19}{30}$	7	1960
8	$1\frac{3}{5}$	$1\frac{26}{30}$	8	2560
9	$1\frac{4}{5}$	$2\frac{3}{30}$	9	3240
10	2	$2\frac{1}{3}$	10	4000
11	$2\frac{1}{5}$	$2\frac{17}{30}$	11	4840
12	$2\frac{2}{5}$	$2\frac{24}{30}$	12	5760
13	$2\frac{3}{5}$	$3\frac{1}{30}$	13	6760
14	$2\frac{4}{5}$	$3\frac{4}{30}$	14	7840
15	3	$3\frac{1}{2}$	15	9000
16	$3\frac{1}{5}$	$3\frac{22}{30}$	16	10240
17	$3\frac{2}{5}$	$3\frac{29}{30}$	17	11560
18	$3\frac{3}{5}$	$4\frac{6}{30}$	18	13360
19	$3\frac{4}{5}$	$4\frac{13}{30}$	19	14440
20	4	$4\frac{2}{3}$	20	16000
21	$4\frac{1}{5}$	$4\frac{27}{30}$	21	17640
22	$4\frac{2}{5}$	$5\frac{4}{30}$	22	19360
23	$4\frac{3}{5}$	$5\frac{11}{30}$	23	21160
24	$4\frac{4}{5}$	$5\frac{18}{30}$	24	23040
25	5	$5\frac{5}{6}$	25	25000

En adoptant les proportions indiquées dans la table précédente, le frottement d'une poulie fixe, placée au haut d'une chèvre ou d'une grue, ou de toute autre manière, pour changer la direction de la puissance qui tire un fardeau, augmentera l'effort de cette puissance de $\frac{1}{12}$, c'est-à-dire que pour un fardeau de 2400 livres, il faudra un effort de 2600 livres.

Si la corde qui passe sur la poulie est tirée par le moyen d'un treuil, le frottement augmentera de $\frac{1}{6}$, lequel, ajouté à $\frac{1}{12}$ pour celui de la poulie, donnera $\frac{1}{4}$ de plus pour la puissance; mais comme elle peut agir à l'extrémité d'un levier ou rayon dix fois plus grand que le rayon du treuil, l'effort sera $\frac{2400+600}{10}$, qui se réduit à 300 livres

Si l'on ajoute une seconde poulie qui se meuve avec le fardeau en doublant le câble, le frottement de cette poulie mobile sera $\frac{1}{24}$, ce qui portera la totalité des frottemens à $\frac{7}{24}$; mais comme par cet arrangement la puissance n'agit que sur la moitié du fardeau, on aura $\frac{2400+700}{10\times 2}$, qui se réduit à 155. Mais si l'on a égard au temps, par cette dernière disposition, il faut qu'il soit double; supposant que dans le premier cas le temps est exprimé par 10, on aura pour résultat $300 \times 10 = 3000$, et pour le second cas 155×20, qui donne 3100, plus grand de $\frac{1}{30}$ que le premier. Si l'on eût enlevé le fardeau immédiatement sans le secours de poulies ni de treuil, il aurait fallu une force égale au fardeau, c'est-à-dire de 2400; mais le temps n'étant que 1 par rapport à celui qu'exigent les autres moyens, le résultat ne sera que 2400, au lieu de 3000 et 3100 : ce qui prouve que le cas le plus avantageux est d'appliquer immédiatement au fardeau une puissance égale, lorsque cela est possible; dans toutes les autres circonstances, il faut préférer la machine la moins compliquée, surtout pour les opérations de l'art de bâtir.

ARTICLE IV. — DES CORDAGES CONSIDÉRÉS PAR RAPPORT A LEUR FABRICATION.

Les cordages se composent de fils dont la grosseur ou diametre est depuis une demi-ligne jusqu'à deux lignes et demie.

Les cordes les plus simples et les plus petites sont nommées ficelles; elles sont composées de deux petits fils cordés ensemble : en terme de marine on les nomme *bitords*.

Celles qui sont composées de trois fils cordés ensemble se nomment, en terme de marine, *merlins*, ou *lignes* en terme ordinaire.

En terme de l'art, au lieu de corder on dit *commettre;* ainsi, pour désigner les merlins ou lignes, on dirait que ce sont de petites cordes composées de trois fils *commis* ensemble.

Pour faire des cordes plus grosses, au lieu d'un seul fil, on en prend plusieurs qu'on tord ensemble pour en former un plus gros, qu'on appelle *touron*.

Ces *tourons commis* ou cordés ensemble forment des cordes simples, désignées dans les grandes corderies par *haussières* ou *aussières;* c'est de ce dernier terme dont se sert M. Duhamel dans son excellent *Traité de l'art de la corderie*.

On distingue les *haussières* ou cordes simples par le nombre de *tou-*

rons dont elles sont formées, ainsi il y a des haussières composées depuis trois *tourons* jusqu'à six.

Chaque *touron* peut être composé depuis deux jusqu'à soixante fils tordus ensemble.

Les cordes composées, appelées *grelins*, sont formées de petites cordes simples ou haussières, au lieu de *tourons*. Pour les distinguer, on les appelle *cordons*.

Une infinité d'expériences, faites par M. Duhamel, prouvent que les cordages en grelin sont beaucoup plus forts que ceux faits en haussière ; mais comme la façon des grelins est un peu plus coûteuse, on fait presque tous les cordages en haussière : il n'y a que des cas particuliers qui déterminent à les faire en grelin.

Les cordages les plus en usage pour la construction des bâtimens sont les lignes, les cordages à main, les vingtaines, les haubans, les châbleaux et câbles et les brayés.

Les lignes sont de petites cordes composées de trois fils, qui servent pour aligner les paremens des murs que l'on construit.

Les cordages à main ont environ 7 lignes $\frac{1}{2}$ de diamètre, formés par quatre tourons de chacun six fils.

Les vingtaines ont environ un pouce de diamètre; elles sont formées aussi de quatre tourons de chacun sept fils.

Les haubans ont 15 lignes de diamètre: ils sont formés de quatre tourons de dix fils chacun.

Les châbleaux ou petits câbles ont 21 lignes de diamètre, à quatre tourons de quarante fils chacun; les câbles, de 2 pouces de diamètre, sont formés de quatre tourons de chacun soixante fils.

Ceux de 2 pouces $\frac{1}{2}$ ont quatre tourons de chacun soixante-douze fils.

Ceux de 3 pouces ont quatre tourons de chacun quatre-vingt-dix fils; ce sont les plus forts dont on fait usage pour les bâtimens.

Les brayés, qui servent à lier les pierres, sont de petits câbles à quatre tourons, qui sont *commis* plus lâches que les câbles et de même grosseur.

Les quatre plus forts câbles, dont on s'est servi pour la construction du dôme de la nouvelle église de Sainte-Geneviève, avaient 2 pouces $\frac{1}{2}$ de diamètre sur 25 toises de longueur; c'étaient des *haussières* à quatre tourons de chacun soixante fils. La plus forte charge qu'ils avaient à soutenir était d'environ 6 milliers.

Il est cependant arrivé qu'un de ces câbles s'est rompu sous une charge de 4200. Cet accident fit naître l'idée d'éprouver ces quatre câbles, pour connaître quelle était la plus forte charge qu'on pouvait leur confier sans risque. Le plus fort se rompit sous un poids de 11553 livres.

Celui qui s'est rompu sous un fardeau de 4200, supporta, avant de se rompre, un poids de 10522; ce qui prouve que sa première rupture fut occasionée par un défaut particulier.

Le troisième câble supporta, avant de se rompre, un poids de 7522;

Le quatrième se rompit sous un poids de 6235 :

Ce qui donne pour poids moyen 8958.

Les tourons avaient 14 lignes de diamètre, 154 lignes de superficie; ils ont porté chacun 2240; chaque fil avait 2 lignes $\frac{3}{5}$ de superficie, répondant à une force de 37 $\frac{1}{3}$ et de 14 $\frac{55}{100}$ par ligne carrée.

Il résulte de ces expériences, qu'on ne peut pas confier, sans risque, plus de ce poids (6000) à des câbles de cette grosseur fabriqués en haussière; surtout si ce fardeau doit demeurer un certain temps suspendu en l'air, ou être élevé à une grande hauteur; mais lorsqu'il ne s'agit que de traîner un fardeau sur un sol horizontal, ou qui n'en diffère pas beaucoup, on peut leur faire soutenir un effort de sept à huit milliers, ou des trois quarts de leur force.

Il résulte encore de ces expériences, et de beaucoup d'autres faites sur des cordages de grosseurs ou diamètres différens, fabriqués en *haussière* et en grelin, que la manière de calculer leur force, qui s'accorde le mieux avec ces expériences et toutes celles de MM. Duhamel, Muschenbrock, Réaumur et autres, est de chercher la force des tourons dont elles se composent, qu'on multiplie par leur nombre, en prenant pour base la force moyenne d'un fil d'une ligne de diamètre. Cette force se trouve de 16 livres $\frac{2}{3}$ pour les expériences de M. Duhamel, faites sur des cordes fabriquées avec beaucoup de soin et avec le meilleur chanvre. Nos expériences portent cette force à 16 livres, pour les cordes au-dessous d'un pouce de diamètre; à 15, pour celles au dessus jusqu'à 2 pouces; et à 14, pour celles au-dessus jusqu'à 3 pouces, ce qui donne une force moyenne de 15 livres. C'est d'après ces données que nous avons calculé la table suivante, dans laquelle on trouve, outre la force moyenne, le poids qu'on peut leur confier sans risque, et leur pesanteur pour 10 pieds de longueur ou 2 brasses.

TABLE

de la force moyenne et réduite des cordes, en raison de leur diamètre.

TOURONS.				CORDES A QUATRE TOURONS.				
Cironférence en lignes.	Diamètre en lignes.	Pesanteur en livres, et parties décimales de la livre.	Force moyenne.	Circonférence en lignes.	Diamètre en lignes.	Pesanteur y compris la mèche.	Force moyenne.	Force réduite.
$2\frac{34}{49}$	» $\frac{6}{7}$	0,024	11	6	2	0,10	58	29
$4\frac{2}{49}$	$1\frac{2}{7}$	0,052	24	9	3	0,22	100	50
$5\frac{19}{49}$	$1\frac{5}{7}$	0,095	44	12	4	0,40	180	90
$6\frac{36}{49}$	$2\frac{1}{7}$	0,150	69	15	5	0,63	276	138
$8\frac{4}{49}$	$2\frac{4}{7}$	0,215	99	18	6	0,90	416	208
$9\frac{3}{7}$	3	0,290	135	21	7	1,22	540	270
$10\frac{38}{49}$	$3\frac{3}{7}$	0,380	176	24	8	1,60	700	350
$11\frac{6}{49}$	$3\frac{6}{7}$	0,475	223	27	9	2,02	892	446
$13\frac{23}{49}$	$4\frac{2}{7}$	0,599	275	30	10	2,52	1112	556
$14\frac{40}{49}$	$4\frac{5}{7}$	0,719	333	33	11	3,03	1332	666
$16\frac{8}{49}$	$5\frac{1}{7}$	0,855	397	36	12	3,60	1588	794
$17\frac{25}{49}$	$5\frac{4}{7}$	1,005	469	39	13	4,23	1868	934
$18\frac{6}{7}$	6	1,171	540	42	14	4,93	2160	1080
$20\frac{10}{49}$	$6\frac{3}{7}$	1,335	620	45	15	5,62	2480	1240
$21\frac{27}{49}$	$6\frac{6}{7}$	1,520	705	48	16	6,40	2820	1410
$22\frac{44}{49}$	$7\frac{2}{7}$	1,710	796	51	17	7,20	3184	1592
$23\frac{12}{49}$	$7\frac{5}{7}$	1,933	893	54	18	8,14	3572	1786
$25\frac{36}{49}$	$8\frac{1}{7}$	2,150	995	57	19	9,05	3976	1988
$26\frac{46}{49}$	$8\frac{4}{7}$	2,325	1105	60	20	10,00	4408	2204
$28\frac{2}{7}$	9	2,629	1215	63	21	11,07	4860	2430
$29\frac{31}{49}$	$9\frac{3}{7}$	2,826	1329	66	22	11,90	5340	2670
$30\frac{48}{49}$	$9\frac{6}{7}$	3,167	1457	69	23	13,33	5828	2914
$32\frac{16}{49}$	$10\frac{2}{7}$	3,433	1587	72	24	14,40	6348	3174
$32\frac{33}{49}$	$10\frac{5}{7}$	3,710	1722	75	25	15,62	6888	3444
$34\frac{1}{49}$	$11\frac{1}{7}$	4,014	1862	78	26	16,90	7448	3724
$36\frac{18}{49}$	$11\frac{4}{7}$	4,327	2008	81	27	18,22	8036	4017
$37\frac{5}{7}$	12	4,655	2160	84	28	19,60	8640	4320
$39\frac{3}{49}$	$12\frac{3}{7}$	4,992	2356	87	29	21,02	9268	4634
$40\frac{20}{49}$	$12\frac{6}{7}$	5,344	2480	90	30	22,50	9920	4960
$41\frac{37}{49}$	$13\frac{2}{7}$	5,705	2648	93	31	24,02	10592	5296
$43\frac{5}{49}$	$13\frac{5}{7}$	6,080	2821	96	32	25,60	11284	5642
$44\frac{22}{49}$	$14\frac{1}{7}$	6,465	3000	99	33	27,22	12000	6000
$45\frac{39}{49}$	$14\frac{4}{7}$	6,864	3185	102	34	28,90	12740	6370
$47\frac{1}{7}$	15	7,272	3375	105	35	30,62	13500	6750
$48\frac{24}{49}$	$15\frac{3}{7}$	7,695	3571	108	36	32,40	14280	7140

Comme les cordes ne sont pas des cylindres réguliers, leur diamètre n'est pas à leur circonférence comme 7 est à 22; il est plus du tiers dans les petites cordes, et à peu près le tiers dans les grosses à quatre tourons Pour les tourons formés de faisceaux de fils tordus ensemble, ce rapport diffère peu de celui de 7 à 22. Dans les cordes à quatre tourons, le diamètre de ces tourons est à peu près le $\frac{3}{7}$ de celui des cordes.

CHAPITRE DEUXIEME.

DES MACHINES A ÉLEVER LES FARDEAUX.

ARTICLE PREMIER.

La Figure 1 de la Planche CLXXII indique la manière d'élever un fardeau par le moyen d'un mât M planté en terre, et maintenu par quatre haubans A B C D. Pl. 172.

Cette figure a été faite pour l'interprétation d'un passage de Vitruve, Livre 10, Chapitre V, où il parle de la simplicité de ce moyen; mais il ajoute qu'il faut avoir une certaine adresse pour s'en servir, en faisant pencher le mât à propos du côté où doit être posé le fardeau. Le nombre de moufles que les anciens adaptaient à cette machine lui avait fait donner le nom de *polypastos*. On fait encore usage de ce moyen en Italie et en France pour les ouvrages maritimes : depuis peu, quelques charpentiers qui ont travaillé sur les ports en ont introduit l'usage à Paris, pour élever des bâtis de charpente faits à l'occasion des fêtes.

Les Figures 2, 3 et 4 indiquent deux espèces de chèvres à trois pieds; l'une agit par le moyen d'un treuil ou moulinet à quatre barres, Figure 2. Vitruve parle de cette machine au III^me^. Chap. du dixième Livre; il la désigne par le mot de *tripastos*, parce qu'elle agit avec des moufles à trois cordons. (*Voyez* les notes additionnelles sur les Planches.)

L'autre, Fig. 3 et 4, porte dans le milieu du treuil un tambour ou grande poulie R, sur laquelle s'entortille le câble qui doit être tiré par les hommes qui élèvent le fardeau, ce qui leur donne un avantage proportionné au diamètre de ce tambour à cause du plus grand développement du câble. Vitruve explique cette machine au Chapitre V du même Livre. (*Voy*. les notes.

Les Figures 5 et 6 représentent deux chèvres modernes, qui ne se soutiennent que par des haubans. Celle indiquée par la Figure 5 agit par le moyen d'un treuil à tête carrée T, percée de trous pour des barres mobiles.

Celle, Figure 6, appelée grande chèvre, agit par le moyen d'un treuil à roue garnie de chevilles R, porté par des poteaux à plomb, assemblés dans les montans et la traverse du bas de la chèvre.

La chèvre est allongée par le haut au moyen d'une pièce ou garouanne G, assemblée dans les bras ou montans de la chèvre, et portant par le haut une poulie.

La Figure 7 représente une manière de réunir deux chèvres, pour élever, sans haubans, des fardeaux très-lourds. Ce moyen ingénieux a été imaginé par M. de Regemorte, qui en a fait usage avec succès pour la construction du pont de Moulins

La Figure 8 indique une chèvre curieuse, en ce qu'au moyen d'un treuil de deux diamètres différens T, *t*, il résulte de la manière dont le câble s'entortille sur les deux parties du treuil, après avoir passé sur les deux poulies du haut, qu'on peut ôter les barres du treuil, sans que le fardeau descende, et qu'il demeure suspendu à la hauteur où il se trouve lorsqu'on ôte les barres.

La Figure 9 est l'engin proprement dit; sa forme ressemble à celle des sonnettes à battre les pieux.

Cette machine agit par le moyen d'un treuil T porté d'un bout dans le principal montant M, et de l'autre dans un montant D qui s'assemble avec deux traverses CC et la grande contre-fiche; elle est montée sur un patin P appelé fourchette, composé de deux pièces assemblées à angle droit et entretenues par des liens.

Le principal poteau M, étant arc-bouté par trois grandes contre-fiches, n'a pas besoin d'être soutenu par des haubans.

Ce grand poteau se termine par une espèce de pivot conique *p*, dans lequel s'enfile une pièce F appelée *fauconneau*, portant deux poulies *oo*, dont une répond au treuil, et l'autre au fardeau.

ARTICLE II.

Grues à volée fixe et tournante, qui ont servi à la construction de la nouvelle église de Sainte-Geneviève, et des Écoles de Médecine et de Chirurgie.

Les grues sont des machines dont on fait usage dans la construction des grands édifices, pour élever les pierres et les transporter à une certaine distance d'un point fixe; ce qui s'exécute par le moyen d'une espèce de bec de charpente, qui a fait donner à ces machines le nom de grue, par analogie au bec et au long cou de cet animal volatile.

Les grues sont d'une invention moderne; celles dont il est parlé dans Vitruve et dans quelques auteurs anciens, étaient des machines de guerre qui n'ont pas de rapport aux grues modernes.

L'église de Sainte-Geneviève est un des bâtimens publics où l'on a fait le plus d'usage des grues; j'y ai vu jusqu'à sept de ces machines en activité. Chargé, pendant près de quarante ans, de diriger les constructions de cet édifice, j'ai eu occasion de faire, sur le service de ces machines, beaucoup d'observations, desquelles il résulte : 1°. que pour qu'une grue ordinaire ait la solidité convenable, il ne faut pas que son bec ou volée éloigne le fardeau de plus des deux cinquièmes de la hauteur totale de cette grue.

2°. Que la partie de poinçon emmanchée dans la charpente mobile formant bec de grue, doit être au moins de la moitié de la volée, c'est-à-dire de la moitié de la distance du câble, qui soutient le fardeau au centre du poinçon.

3°. Que cette partie de poinçon doit être taillée en cône tronqué, dont la grosseur, par le bas, doit être d'autant de pouces que la volée a de pieds, et celle du haut de moitié.

4°. Soit que la grue agisse par le moyen d'une roue à tambour ou à chevilles, l'éloignement du centre du poinçon à cette roue doit avoir les deux tiers de la volée.

5°. Le diamètre de l'une ou l'autre de ces roues doit être douze fois plus grand que celui du treuil sur lequel le câble s'entortille.

6°. La grandeur du patin doit être les deux tiers de la volée.

Quoique les grues ordinaires, proportionnées de cette manière, soient celles dont le service est le plus avantageux, elles ont cependant deux inconvéniens principaux. Le premier est que le fardeau, suspendu à l'extrémité du bec, agit avec une force qui exige une charpente très-forte et très-pesante, qui augmente l'effort du fardeau contre le poinçon; il est si considérable, que j'ai vu des poinçons de 18 pouces de grosseur se rompre par un fardeau de trois milliers suspendu à l'extrémité du bec de la grue.

Le second inconvénient est que la volée étant déterminée, ne peut être d'un bon usage que pour un seul cas; dans tous les autres, elle se trouve ou trop grande ou trop petite, de manière qu'il faut presque toujours tirer le fardeau pour le mettre en place, ce qui augmente tellement l'effort contre le poinçon, que c'est ordinairement dans ces circonstances qu'il se casse. Pour donner une idée de cet effort, nous allons en faire le calcul pour une grue ordinaire, qui aurait 18 pieds de volée.

Pour bien établir ce calcul, il faut savoir que, dans toutes sortes de machines où l'on élève le fardeau par le moyen d'une roue à chevilles dont le diamètre est douze fois plus grand que celui du treuil, il faut au moins un homme pour chaque millier que pèse le fardeau, parce que jamais les hommes ne montent jusqu'à l'extrémité du levier horizontal indiqué par le rayon de la roue, et qu'il serait même dangereux qu'ils fussent obligés d'y monter, de peur que le poids, qui serait alors presque en équilibre avec l'effort des hommes, ne les entraîne par la moindre secousse ou mouvement qui pourrait augmenter l'action du fardeau et occasioner des accidens funestes.

Le centre de gravité des grues ordinaires est en avant du poinçon quand elle n'est pas chargée; mais en supposant qu'en chargeant la queue de la grue on parvienne à ce que ce centre réponde au milieu du poinçon, comme cela devrait être, le bras du levier qui soutient le fardeau étant de 18 pieds, produira, pour un fardeau de trois mille, un effort de 54 milliers. Il est vrai que cet effort sera diminué par le poids de trois hommes placés sur la roue à chevilles, à douze pieds de distance du centre du poinçon; le poids moyen de chaque homme étant 130 livres, leur effort total sera exprimé par $390 \times 12 = 4680$; cet effort étant ôté de celui occasioné par le fardeau que nous avons évalué à 54000 livres, il restera 49320 livres pour celui qui agit, pour rompre la volée du poinçon. Le diamètre du plus fort poinçon étant de 18 pouces pour 18 pieds de volée, la distance de l'endroit où se fait le plus grand effort étant de 9 pieds, on trouvera, par un calcul fondé sur les expériences sur la force des bois (*Voy*. Liv. I, sect. 2, Ch. III), qu'un pareil poinçon ne pourrait résister qu'à un effort de 65680; de sorte que le moindre effort qu'on pourrait faire pour tirer un poids de trois milliers suspendu au bec d'une pareille grue, à une distance un peu plus grande que la volée, pourrait faire rompre le poinçon au collet, ainsi que l'expérience le confirme; car j'ai vu un poinçon de 16 pouces de diamètre se rompre sous l'effort d'un fardeau qui ne pesait pas 2800 livres.

En 1763, lorsqu'on commença à ériger les quatre piliers du dôme de Sainte-Geneviève, on fit faire, à grands frais, une grue qui avait 31 pieds $\frac{1}{2}$ de volée sur 73 pieds de haut; on l'avait placée au centre de ce dôme, dans l'espérance qu'elle pourrait faire le service des quatre piliers, des arcs et de la tour au-dessus; mais on fut bientôt obligé d'y renoncer, parce que l'effort contre le poinçon était si considérable, qu'à peine pouvait-elle porter deux milliers, encore fallait-il qu'elle fût chargée sur la queue de 7 à 800. Cette grue, représentée par la Fig. 1 de la Planche CLXXIII, fut vendue à très-bon compte aux entrepreneurs du pont de Neuilly, qui, par la même raison, ne purent pas s'en servir. Cependant cette grue était très-bien faite et très-bien conditionnée, mais l'artiste qui l'avait imaginée n'avait pas calculé l'effort prodigieux qui devait résulter d'une aussi grande volée.

Grue dont on a fait usage pour la construction des Écoles de Médecine.
(Planche CLXXIII.) Pl. 173.

On avait fait faire pour la construction des Écoles de Médecine de Paris, une grue, Figure 2, qui agissait par le moyen d'une manivelle, dont l'axe avait 14 pouces de rayon. Cette vis sans fin s'engrenait avec une roue de métal de 18 dents, portant un pignon de 4 dents engrenant dans une roue de 24 attachée au treuil, en sorte qu'il fallait 36 tours de manivelle pour en faire faire un au treuil.

Pour évaluer la force de cet engrenage, il faut savoir qu'on démontre en mécanique que, dans toutes sortes de machines, les forces doivent être à l'effet qu'elles produisent en raison inverse des espaces parcourus dans un temps donné, indépendamment des frottemens. Dans celles dont il s'agit, la manivelle ayant 14 pouces de rayon, la puissance parcourt à chaque tour une circonférence de 7 pieds 4 pouces, et, comme il faut 36 tours de manivelle pour un tour de treuil, l'espace parcouru par la manivelle sera, à celui parcouru par le câble qui s'entortille autour du treuil, comme 7 pi. 3 po. $\times$ 36 est à 4 pi. 6 po.; comme 264 est à 4 pieds $\frac{1}{2}$; comme 176 est à 3.

L'expérience a fait connaître qu'un homme de moyenne force appliqué à une manivelle ne peut agir avec plus de 25 livres de force, lorsque ce travail, qui est un des plus pénibles, doit durer quelque temps. Ainsi, on aura la proportion 3 : 176 :: 25 est à un quatrième terme exprimant le poids que pourrait soutenir en équilibre l'homme appliqué à la manivelle; ce poids aurait pour valeur, d'après la proportion ci-dessus $\frac{176\times25}{3} = 1466\frac{2}{3}$; mais comme il faut en outre, pour faire mouvoir le fardeau et vaincre les frottemens inévitables dans toutes sortes de machines, une plus grande force, on peut réduire le poids du fardeau qu'un homme peut faire mouvoir à 1200 livres. Le poids du pied cube de la pierre de Paris étant d'environ 160 livres, il en résulte qu'un homme ne pourrait monter qu'une pierre d'environ 7 pieds cubes, c'est-à-dire du plus petit échantillon pour de la pierre de taille, puisqu'il n'est pas rare d'en trouver qui produisent jusqu'à 40 pieds.

Dans les grues à roues celles à chevilles sont beaucoup plus avantageuses que celles à tambour, parce que l'homme qui monte sur une roue
Pl. 174. à chevilles peut aller jusqu'en B, Pl. CLXXIV, Figure 2; alors il agit avec le plus grand levier possible, au lieu que celui qui est dans une roue à tambour, ne pouvant monter tout au plus qu'en E, n'agira qu'avec le levier EF, qui n'est qu'environ les $\frac{2}{3}$ du précédent.

Supposant une roue de 12 pieds de diamètre, qui est la grandeur la plus ordinaire, et un treuil de 15 pouces et le poids d'un homme de 130 livres, son plus grand effort, par rapport à une roue à chevilles, sera de 130×12, qui donne 1560 livres pour le fardeau qu'un homme pourrait tenir en équilibre; mais, comme pour le faire mouvoir et vaincre les frottemens, il faut environ $\frac{1}{6}$ du poids, on peut réduire le poids que pourrait élever un homme à 1300 livres, c'est-à-dire 100 livres de plus que par la manivelle. Dans une roue à tambour, un homme ne pourrait faire équilibre qu'à un poids de 1300 livres et n'en élever qu'un de 1084 livres; ce qui fait 216 livres de moins que par la roue à chevilles, et 116 livres de moins que par le mécanisme à manivelle; en sorte que ce dernier moyen se trouve entre l'effort des roues à chevilles et de celles à tambour; mais il est plus long et plus fatigant.

Une roue de 15 pieds de diamètre, qui est la dimension le plus en usage, est ordinairement garnie de 45 chevilles. On a observé qu'il fallait environ une minute pour faire faire un tour à la roue, tandis qu'il en faut plus de deux pour faire faire un tour au treuil par le moyen de la manivelle; en sorte que le service est une fois plus long que par les roues à chevilles ou à tambour.

Il faut observer de plus que, lorsqu'un homme agit par sa pesanteur, l'effort est indépendant de sa volonté et de ses forces, au lieu qu'un homme appliqué à une manivelle peut agir selon une partie plus ou moins grande de sa force et de son courage; de sorte qu'il est beaucoup plus difficile d'évaluer le résultat de son travail, qui peut quelquefois se réduire à moitié et quelquefois doubler.

Dans l'usage ordinaire, on compte, pour les roues à chevilles, un homme pour chaque millier que peut peser le poids à élever, et pour les roues à tambour un homme pour 750 livres. On peut placer quatre hommes sur une roue à chevilles et trois dans une roue à tambour, et lorsque la roue est en même temps à chevilles et à tambour, on peut y placer jusqu'à 12 hommes, capables d'élever dix milliers.

Nouvelle grue à volée mobile inventée par l'auteur, pour la construction du dôme de l'église de Sainte-Geneviève.

Les avantages de la nouvelle grue sont :

1°. Que la volée ne soutient pas seule le fardeau, comme dans les grues ordinaires; elle ne fait que l'éloigner, d'où il résulte qu'au lieu d'agir comme un levier qui tend à se rompre vers son point d'appui, elle résiste dans le sens de sa longueur comme le bois debout, et que, n'ayant pas besoin d'être aussi forte, elle est beaucoup moins lourde que le bec de charpente des grues ordinaires;

2°. Que le centre de gravité de la nouvelle grue se trouvant en arrière du poinçon à environ deux pieds de distance, cette position lui donne l'avantage de soutenir un poids de 1800 livres avant que le centre de gravité se porte en avant du poinçon.

Ainsi, lorsque cette grue est chargée de trois milliers, elle n'agit pas avec plus de force contre le poinçon, qu'une grue ordinaire qui ne serait chargée que de 1200 livres; sa volée étant de 18 pieds comme celle de la grue ordinaire que nous prenons pour point de comparaison, l'effort contre le poinçon sera de 21600 livres, dont, ôtant celui occasioné par le poids des trois hommes qui élèvent le fardeau, évalué comme dans l'exemple précédent à 4680 livres, il ne restera que 16920 au lieu de 49320, que donne la grue ordinaire, c'est-à-dire un peu plus du tiers. Mais il faut remarquer que les efforts du poids et de la puissance, qui se réunissent sur la poulie du haut, répondant au centre du poinçon, servent beaucoup à affermir cette espèce de grue, et à diminuer l'effort contre le poinçon. D'après le calcul et l'expérience, on a trouvé qu'elle peut porter un poids égal à sa pesanteur sans culbuter, tandis qu'une grue ordinaire, combinée de la manière la plus avantageuse, culbuterait sous une charge moindre de la moitié de son poids, si le poinçon était assez fort pour y résister.

Ces nouvelles grues, dont on a fait usage pour la construction du dôme de Sainte-Geneviève, et dont on se sert encore actuellement (1808) pour le rétablissement des tours, ont élevé des pierres de 36 à 40 pieds cubes, pesant de 6 à 7 milliers, jusqu'à 150 pieds, sans être fatiguées, et sans qu'il soit arrivé le moindre accident. On n'aurait jamais osé confier des poids aussi considérables à des grues ordinaires, à cause de l'effort extraordinaire contre le poinçon, qui aurait été de plus de 120 milliers, tandis qu'un poinçon de 18 pouces de diamètre ne peut résister qu'à un effort de 65 milliers.

Dans les nouvelles grues, cet effort peut être tout-à-fait supprimé, parce qu'elles peuvent être haubanées comme une chèvre, au moyen d'une boucle à pivot placée sur le chapeau qui les termine par le haut. Cette boucle, répondant au centre du poinçon, ne changeant point de place quand on fait tourner la volée, trois haubans suffisent pour lui faire faire un tour entier sans fatiguer le poinçon.

Un autre avantage des nouvelles grues, c'est de pouvoir diminuer ou augmenter leur volée de moitié, et de les rendre fixes au point où l'on veut. Souvent, dans la construction d'un édifice, on est obligé de *pécher* le fardeau en dedans ou en dehors d'un mur ou pied-droit pour le porter dessus; dans ce cas, il est très-avantageux que la volée puisse se rallonger et se raccourcir, afin de poser le fardeau en place sans être obligé de tirer, au risque de faire culbuter la grue et de décrocher le fardeau.

Pl. 174. *Description des parties de la nouvelle grue.* Planche CLXXIV.

Les dimensions des grues exécutées pour le dôme de Sainte-Geneviève ont été combinées pour la place et le service qu'elles avaient à faire; mais elles sont susceptibles de dimensions plus ou moins grandes, en raison des circonstances.

Leur hauteur totale est de 36 pieds, leur plus grande volée est de 18 pieds, et la plus petite est de 9 pieds, en sorte qu'on peut faire décrire au fardeau des arcs de cercle depuis 9 pieds de rayon jusqu'à 18.

La charpente mobile qui porte la volée est composée d'un double assemblage de pièces. Les deux grandes posées debout, désignées sur les Figures 1, 2, 3, par le chiffre 5, sont appelées jumelles. C'est entre ces pièces que s'ajuste le poinçon 1, de manière à lui laisser assez de jeu pour qu'elles ne puissent pas frotter en tournant. Comme la partie arrondie de ce poinçon va en diminuant, l'intervalle entre ces jumelles est plus rapproché par le haut que par le bas. Ces jumelles sont réunies dans leur longueur par trois entre-toises 6, 6, 6.

La plus basse porte en dessous une forte crapaudine en fer fondu, qui reçoit le pivot du poinçon, sur lequel porte toute la partie mobile de la grue. Par le bas, les jumelles sont assemblées dans une plate-forme 9, formant moise, percée d'un trou rond qui embrasse le poinçon par le bas de la partie arrondie, à l'endroit où se fait le plus grand effort. Pour adoucir le frottement, on a garni la partie du poinçon qui répond au trou rond de cette moise, d'une bande de cuivre formant ceinture, qui rend le mouvement extrêmement doux et égal.

Par le haut, ces deux jumelles sont assemblées dans une pièce 8, appelée chapeau ; elles sont embrassées, aux deux cinquièmes de leur hauteur, par une grande moise 7, qui porte la roue et un des bouts du treuil, par le moyen d'une plate-forme pendante 13, affermie par le haut par deux liens ; l'autre bout est soutenu par deux poteaux 12, assemblés avec la moise du bas 9 et la grande moise 7.

Au-dessous de cette grande moise sont quatre grands liens 11, qui s'assemblent par le bas dans les jumelles 5, et au-dessus quatre contre-fiches 10 pour contrebuter les jumelles par le haut, et les maintenir d'aplomb.

La volée est formée par une pièce de bois 15, arrêtée par le bas au devant du poinçon, sous la grande moise, par un fort boulon autour duquel elle se meut. Ce boulon est soutenu par deux tasseaux entaillés dans les jumelles, et retenus par un étrier de fer qui les embrasse. Cette volée est garnie par le haut, Figure 4, d'une poulie de fonte *a* de deux pieds de diamètre, portant d'un côté une roue de fer à dents de scie, afin de pouvoir l'enrayer lorsqu'on veut rendre la volée mobile ; pour cela, on a adapté au-dessus de la poulie une espèce de levier double *b*, mobile autour d'un boulon *e*, qui est au tiers de sa longueur. A ce levier est adaptée une piece de fer aplatie d'un bout *d*, pour presser le câble sur la poulie, et portant de l'autre un couteau pour s'engager en même temps avec la roue dentée, en sorte que, si la grande roue du treuil agit, elle fera monter ou baisser la volée avec le fardeau.

Le petit levier, qui enraye ou désenraye la poulie, agit par le moyen de chaînes arrêtées à ses deux bouts, et qui passent sur des poulies enfilées dans le même boulon que la volée. Une de ces chaînes vient s'entortiller sur un petit cylindre où elle est arrêtée. On fait bander la chaîne par le moyen d'un poids suspendu à l'extrémité d'un levier planté dans le cylindre; alors la poulie et le câble s'enrayent.

On arrête la volée au point où l'on veut, par le moyen d'une forte crémaillère de fer posée sur une pièce de bois 16, Figure 1, attachée d'un bout à la volée, aux deux tiers de sa longueur, par un étrier de fer et un boulon autour duquel cette pièce peut tourner. L'autre bout roule sur un petit cylindre 27, Figure 2, placé entre les jumelles, mobile autour de son axe, pour diminuer le frottement de la pièce de bois qui roule sur le cylindre; entre les jumelles est aussi une espèce de couteau ou barre triangulaire 17, qui fixe la volée en s'engageant dans les dents de la crémaillère. Ce couteau, qui est arrêté dans une des jumelles par un boulon de fer autour duquel il peut tourner, agit par le moyen d'une tringle de fer verticale 18, Figure 3, posée en dehors de l'autre jumelle, que le manche du couteau traverse. Ce mouvement s'exécute par le moyen d'un grand levier de fer 20, posé vers le bas des jumelles, ajusté à un des bouts d'un axe horizontal qui porte à l'autre bout une espèce de manivelle 10, évidée pour recevoir un bouton ajusté au bout de la tringle verticale 18. Le levier se fixe par le moyen de deux crochets *a* et *b*, Figure 2, placés sur la plate-forme, dans laquelle les jumelles sont assemblées par le bas.

Lorsqu'on transporte le levier du crochet qui est à droite à celui qui est à gauche, la manivelle, en tirant la tringle, fait baisser le couteau qui s'engage dans la crémaillère; alors la volée reste fixe et la grue fait le service d'une grue ordinaire.

Lorsqu'au contraire on transporte le levier du crochet qui est à gauche à celui qui est à droite, ce mouvement fait enrayer d'un côté la poulie de la volée et le câble, de l'autre côté il fait lever le couteau qui était engrené dans la crémaillère; alors la volée devient mobile, et peut hausser ou baisser avec le fardeau, en s'allongeant ou en se raccourcissant, selon les circonstances.

Pour que le grand levier puisse faire mouvoir en même temps la tringle qui lève le couteau, et bander la grande chaîne pour enrayer la poulie de la volée, on a adapté à l'axe qui porte le grand levier et la manivelle un autre petit levier 21, Figure 1, qui se meut entre une des jumelles et le poinçon, Ce petit levier est lié avec un autre 22, planté dans un rouleau ou petit cylindre dont il a déjà été question, auquel est attaché un poids 23, pour faire bander la chaîne qui fait enrayer la poulie et le câble au haut de la volée. Il résulte de cet arrangement que, lorsque le grand levier est porté du crochet qui est à gauche à celui qui est à droite, le bout de chaîne qui lie les deux leviers soulève le poids qui faisait bander la grande chaîne, qui devient alors assez lâche pour que le petit levier double du haut de la volée, puisse se relever, et désenrayer la poulie par le moyen d'un petit poids suspendu à une chaîne attachée à l'autre bout de ce levier double. Il a fallu faire agir ces chaînes qui enrayent et désenrayent la poulie par le moyen de deux poids, parce qu'à mesure que la volée se lève, il se développe une partie de chaînes de dessus les poulies sur lesquelles elles passent au bas de la pièce de bois qui forme la volée; ce qui diminuerait la tension de cette chaîne, si le poids, en s'abaissant, ne la conservait toujours égale et suffisante.

Ce mécanisme, qui paraît compliqué dans une description, s'exécute cependant avec la plus grande facilité et la plus grande sûreté, puisqu'il ne s'agit que de transporter le levier d'un crochet à un autre. Si la volée est fixe et qu'on veuille la rendre mobile, il suffit de dire à un manœuvre le plus borné de changer le levier, et tout s'exécute avec la plus grande précision; il n'y a aucune méprise à craindre de sa part, il le trouve accroché d'un côté, il l'accroche de l'autre. Le mécanisme est tellement combiné, que quand même il l'accrocherait mal, il n'en pourrait résulter aucun inconvénient; le levier peut lui échapper des mains et rester au tiers, au quart de sa course, ce serait la même chose, parce que la poulie ne peut se désenrayer sans que le couteau ne soit engrené dans la crémaillère, et qu'il ne peut se faire aucun effet sans que l'effet contraire ne s'exécute en même temps.

Cette nouvelle grue, malgré ces avantages, paraîtra peut-être trop compliquée pour l'usage des bâtimens; mais on peut supprimer, si l'on veut, tout le mécanisme qui sert à rendre la volée mobile, tandis qu'elle est chargée du fardeau; alors elle devient plus simple, moins coûteuse que les grues ordinaires et d'un meilleur service, puisqu'elle peut élever de plus grands fardeaux; et qu'à volée égale, elle n'a pas besoin de tant d'élévation, qu'en pratiquant les trous dans la pièce de bois qui soutient la volée, on pourrait la fixer, avant de s'en servir, au point où l'on voudrait, par le moyen d'un fort boulon qui passerait au travers des jumelles.

La roue à chevilles 14, qui fait agir cette grue, a 16 pieds de diamètre et le treuil 16 pouces; ces dimensions sont celles que l'usage a fait reconnaître pour les plus avantageuses, de même que la combinaison des pièces de bois qui la fortifie à l'intérieur et qui la fixe au treuil.

Le pied du pivot 1 est établi sur un châssis de charpente de 14 pieds en carré, dont les angles sont entretenus par des liens 10, avec deux pièces qui se croisent au milieu, où s'assemble la partie carrée de ce pivot, fortifiée par quatre contre-fiches 3 [1].

On ajoute quelquefois aux roues des treuils, des cliquets, pour retenir la roue lorsque malheureusement le câble qui soutient le fardeau que l'on monte vient à se rompre, afin d'empêcher la roue de tourner en sens contraire et les hommes d'être enlevés ou blessés; mais j'ai reconnu, par expérience, que lorsqu'un câble casse, le cliquet qui arrête subitement la roue occasione un soubresaut assez violent pour secouer les hommes de dessus les chevilles, quoiqu'ils se tiennent à la roue, et ils s'estropient dans leur chute. Quand il n'y a pas de déclin, la roue n'éprouve qu'un balancement de quelques pieds, qui n'agit pas assez fort pour secouer les hommes.

J'ai vu, pendant la construction de l'église de Sainte-Geneviève, plusieurs fois des câbles casser et des pierres se décrocher en les tirant pour les faire arriver sur le tas; aucun des hommes qui étaient sur les roues des grues ou des singes, n'a été blessé, quoiqu'il n'y eût rien pour arrêter ces roues. Il est arrivé une fois qu'en montant au singe une pierre qui pesait plus de six milliers, le câble se cassa lorsque la pierre était à plus de 60 *pieds de hauteur: il y avait sept hommes sur la roue à chevilles, aucun ne fut blessé; il n'en résulta qu'un balancement d'environ deux pieds. Le fardeau monte si lentement, qu'il ne peut pas procurer à la roue une vitesse et une force assez grandes pour enlever les hommes, comme plusieurs se l'imaginent, parce que le poids des hommes dont elle est chargée, qui fait équilibre au fardeau, s'y oppose.*

[1] Il existe un modèle en grand de la grue qui vient d'être décrite dans la galerie d'architecture de l'École royale des Beaux-Arts. Un autre, de plus petite dimension, a été exécuté aux frais du gouvernement pour le Conservatoire des arts et métiers.

TROISIÈME SECTION.

FONDEMENT DES ÉDIFICES.

Dans l'art de bâtir on doit considérer les fondemens comme la partie la plus essentielle d'un édifice, parce qu'elle sert de base à toutes les autres. C'est principalement de la manière dont ils sont établis que dépend la solidité. Les fautes ou les négligences commises dans leur exécution sont souvent irréparables, et peuvent causer la ruine d'un édifice, ou occasioner des accidens graves qui entraînent toujours à de grandes dépenses.

La première opération à faire avant de construire un édifice, sera donc de chercher à connaître la nature du terrain sur lequel les fondemens doivent être établis.

Ainsi, lorsqu'il se trouve auprès de l'endroit où l'on veut bâtir quelques édifices de même genre, déjà construits, il faut examiner la manière dont ils ont été fondés, l'état où ils se trouvent, afin de juger si les procédés qu'on y a employés sont convenables, et de pouvoir obvier aux inconvéniens qui peuvent être résultés de quelque omission ou de quelque négligence, et éviter les ouvrages superflus. Outre ces renseignemens, il faut encore s'assurer si le sol sur lequel on doit s'établir est de même nature dans toute son étendue: car souvent il change à très-peu de distance, soit parce qu'il a été fouillé, ou par d'autres circonstances. Il faudra sonder le terrain pour connaître les différentes couches dont il est composé parallèlement à la surface du sol; leur épaisseur et leur densité, qui varient, et les rend susceptibles de se comprimer plus ou moins sous le fardeau.

Les couches qui forment le fond le plus solide sont celles qui ne sont pas susceptibles de compression, tels sont les rocs, les masses de pierres qui n'ont pas été fouillées en dessous; ensuite le gravier, les terrains pierreux, le gros sable mêlé de terre, le tuf et les terres franches et compactes qui n'ont pas été remuées.

Les mauvais terrains sont ceux qui sont susceptibles d'un affaissement considérable, tels que les terres légères et poreuses, celles qui ont été fouillées; les terres marécageuses, limoneuses, tourbeuses, bitumineuses;

les terrains glaiseux, les sables mouvans, et ceux au travers desquels l'eau bouillonne. Il est bien essentiel de remarquer que comme les bonnes ou mauvaises couches se trouvent à toutes sortes de distance du sol, ce n'est pas le plus ou moins de profondeur des fondations qui donne une plus grande solidité.

Vitruve, en plusieurs endroits de son ouvrage, parle des précautions qu'il faut prendre pour fonder solidement les édifices.

Entre autres passages, au Chapitre cinquième du premier Livre, à l'occasion des murs et des tours formant l'enceinte des villes, on trouve le suivant :

« Alors on procédera aux fondemens des murs et des tours, de cette » manière : on creusera une tranchée jusqu'au terrain solide (si on peut » le trouver), et dans le solide même, on lui donnera une étendue pro- » portionnée à la grandeur de l'ouvrage. Les fondemens doivent avoir » une épaisseur plus grande que celle des murs qui seront élevés au- » dessus. Pour former ces fondemens, on remplira la tranchée de ma- » çonnerie faite le plus solidement qu'il sera possible. »

Et au Chapitre III du Livre III^e., à l'occasion des temples, il ajoute :

« Il faut d'abord creuser les fondations jusque sur le solide ou dans le » solide (si on peut le trouver), ensuite on établira sur le fond la ma- » çonnerie des fondemens, à laquelle on donnera l'épaisseur que l'on » jugera nécessaire en raison de l'ouvrage. Ces constructions, faites le » plus solidement possible, doivent s'étendre sur toute sa surface.

» Au-dessus de ces fondemens, à compter du niveau du sol extérieur, » on établira les murs qui doivent porter les colonnes; leur épaisseur

De fundamentis murorum et turrium. (Lib. I, Cap. V.)

Tunc turrium murorumque fundamenta sic sunt facienda, uti fodiantur (si queat inveniri) ad solidum, et in solido, (quantum ex amplitudine operis pro ratione videatur), crassitudine ampliore, quàm parietum, qui suprà terram sunt futuri; et ea impleantur quàm solidissimâ structurâ.

De fundamentis templorum (Lib. III, Cap. III.)

Fundationes eorum operum fodiantur si queat inveniri ad solidum, et in solido, quantum ex amplitudine operis pro ratione videbitur; extruaturque structura per totum solum quàm solidissima.

Supraque terram parietes extruantur sub columnis dimidio crassiores quàm co-

» sera égale à une fois et demie le diamètre du bas des colonnes, afin que » ce soubassement, appelé *stéréobate* par les Grecs (à cause de la charge » qu'il soutient), soit assez large pour recevoir la saillie des bases.

» On observera la même précaution pour les murs du temple. Les in- » tervalles entre les murs seront voûtés ou remplis de terre massivée » avec la machine à battre les pieux.

» Mais si, après avoir creusé à une certaine profondeur, on ne trou- » vait, au lieu de fond solide, que des terres rapportées ou marécageu- » ses, alors, après avoir vidé la terre, on plantera dans le fond des pieux » de bois d'aune, d'olivier ou de chêne dur, dont le bout soit un peu brûlé; » on les enfoncera avec des machines très-près les uns des autres, et, » après avoir rempli leurs intervalles avec du charbon, on établira dessus » la maçonnerie faite de manière à former des fondemens très-solides. » Sur ces fondemens arasés de niveau, on placera les stylobates qui doi- » vent porter les colonnes, en les disposant comme nous l'avons ci-de- » vant indiqué. »

Au Chapitre III du Livre Ve., à l'occasion des théâtres, il dit encore :

« Si le théâtre doit être sur un endroit élevé, la manière d'établir ses » fondemens sera bien facile; mais si on est contraint par quelque cir- » constance de le placer sur un terrain plat ou marécageux, il faudra » pour les établir solidement, suivre les procédés que nous avons indi- » qués au Livre IIIe., en parlant de la manière de fonder les temples. »

lumnæ sunt futuræ, uti firmiora sint inferiora superioribus; quæ stereobatæ appellantur nam excipiunt onera. Spirarumque projecturæ non procedant extra solidum.

Item suprà parietis ad eundem modum crassitudo servanda est : intervalla autem concameranda aut solidanda fistucationibus, uti distineantur.

Sin autem solidum non invenietur, sed locus erit congestitius ad imum aut paluster, tunc is locus fodiatur exinaniaturque, et palis scaligneis aut oleagineis, aut robusteis ustulatis configatur, sublicæque machinis adigantur quàm creberrimæ, carbonibusque expleantur intervalla palorum, et tunc structuris solidissimis fundamenta impleantur. Extructis autem fundamentis ad libramentum, stylobatæ sunt collocandæ. Supra stylobatas columnæ disponendæ, quemadmodum suprà scriptum est.

De fundamentis theatrorum. (Lib. V, Cap. III.)

Fundamentorum autem, si in montibus fuerit, facilior erit ratio; sed si necessitas coegerit in plano aut palustri loco ea constitui, solidationes substructionesque ita erunt faciendæ quemadmodum de fundationibus ædium sacrarum in tertio libro est scriptum.

Enfin, au Chapitre XI du Livre VIe., où il traite spécialement de la stabilité et des fondemens des édifices, il s'exprime ainsi :

« Si les édifices qu'on élève au-dessus du rez-de-chaussée sont faits » comme nous l'avons expliqué dans les Livres précédens, en parlant » des murs et des théâtres, il n'y a pas de doute que ces édifices ne se » maintiennent solides jusqu'aux temps les plus reculés. Si l'on fait des » constructions souterraines et des voûtes, elles doivent avoir plus d'é- » paisseur que celles des parties au-dessus. Les murs, les points d'appui » et les colonnes de l'étage supérieur doivent être élevés perpendiculai- » rement au mileu de ceux des parties inférieures, afin que les parties » solides se répondent. Car si la charge des murs et des colonnes était » en porte-à-faux, ils n'auraient ni solidité ni durée. Indépendam- » ment de cette disposition, il est à propos de soutenir la trop grande » portée des linteaux ou poitrails par des décharges pour les rendre » plus fermes ; car, lorsque ces linteaux ou poitrails sont trop chargés, » ils fléchissent dans le milieu, et causent des ruptures et des désunions » dans les constructions qu'ils soutiennent. Mais au moyen des décharges
Pl. 176. » angulaires, (Fig. 1, Planche CLXXVI), qu'on peut établir au-dessous, » les constructions ne souffrent plus de dommage, et les pièces de bois » se trouvent soulagées. On peut aussi les décharger du poids des murs, » en faisant des arcs divisés en voussoirs, dont les joints tendent à un » même centre. Les premiers voussoirs de l'arc étant au delà des bouts » des linteaux ou des poitrails, se trouveront renfermés dans le segment » de l'arc, et par ce moyen ces pièces de bois étant déchargées du far- » deau, ne pourront plus plier. De plus, si dans la suite elles venaient à

De firmitate et fundamentis ædificiorum. (Lib. VI, Cap. XI).

Ædificia quæ plano pede instituuntur, si fundamenta eorum facta fuerint ita, ut in prioribus libris de muro et theatris à nobis est expositum, ad vetustatem ea erunt sine dubitatione firma. Sin autem hypogea concamerationesque instituentur, fundationes eorum fieri debent crassiores quàm quæ in superioribus ædificiis structuræ sunt futuræ, eorumque parietes, pilæ, columnæ ad perpendiculum inferiorum medio collocentur, uti solido respondeant. Nam si in pendentibus onera fuerint parietum aut columnarum, non poterunt habere perpetuam firmitatem. Prætereà inter limina secundùm pilas et antas, postes si supponentur, erunt non vitiosæ : limina enim et trabes structuris cùm sint oneratæ, medio spatio pandantes, frangunt sublisæ structuras. Cum autem subjecti fuerint et subcuneati postes, non patiuntur insidere trabes, neque eas lædere. Item administrandum est, uti levent onus parietum fornicationes cuneorum divisionibus et ad centrum respondentes earum conclusuræ : cum enim extra trabes, aut liminum capita

» être détruites par vétusté, elles pourraient être changées sans avoir » besoin d'étayement.

» On construit aussi des édifices sur des piliers réunis par des arcades » divisées en voussoirs, dont les joints tendent au centre. Alors il faut » que les piliers des extrémités (Figure 2), soient plus larges que les au- » tres, afin de leur donner la force nécessaire pour résister aux efforts » des voussoirs chargés du poids des murs; et comme les voussoirs du » milieu ne se soutiennent que par leurs joints qui, en tendant au cen- » tre, repoussent les coussinets ou premiers voussoirs, c'est pourquoi » si les piliers des angles ont une masse assez grande, ils contiendront » cet effort, et procureront à l'ouvrage la stabilité qui lui convient.

» Lorsqu'on aura apporté dans toutes ces choses les précautions » qu'elles exigent, il faudra encore observer avec le même soin, que » toutes les constructions soient élevées bien d'aplomb, sans déverser » d'aucune part.

» On doit surtout porter la plus grande attention aux murs de revê- » temens qui se font contre les terres, parce qu'ils sont sujets à une in- » finité d'accidens. D'abord, ces terres ne peuvent pas toujours avoir » un poids égal à celui qu'elles ont en été; car les pluies qui les pénè- » trent pendant l'hiver, en augmentant leur volume et leur poids, ten- » dent à détruire et à renverser les constructions qui les soutiennent.

» Voici comment il faudra faire pour remédier à ces inconvéniens » D'abord, on déterminera l'épaisseur du revêtement en raison du volume

arcus cuneis erunt conclusi, primùm non pandabit materies levata onere; deinde si quod è vetustate vitium ceperit, sine molitione fulturarum faciliter mutabitur.

Itemque pilatim aguntur ædificia et cuneorum divisionibus, coagmentis ad centrum respondentibus, fornices concluduntur, extremæ pilæ in his latiores spatio sunt faciendæ, uti vires eæ habentes resistere possint, cum cunei ab oneribus parietum pressi per coagmenta ad centrum se prementes extrudunt incumbas. Itaque si angulares pilæ erunt spatiosis magnitudinibus, continendo cuneos firmitatem operibus præstabunt.

Cùm in his rebus animadversum fuerit uti ea diligentia in his adhibeatur, non minùs etiam observandum est, uti omnes structuræ perpendiculo respondeant, neque habeant in ullâ parte proclinationes.

Maxima autem esse debet cura substructionum, quòd in his infinita vicia solet facere terræ congestio: ea enim non potest esse semper uno pondere, quo solet esse per æstatem; sed hibernis temporibus recipiendo ex imbribus aquæ multitudinem, crescens et pondere et amplitudine disrumpit et extrudit structurarum septiones.

Itaque ut huic vitio medeatur, sic erit faciundum, uti primum pro amplitudine conges-

» de terre à soutenir, ensuite on distribuera sur chaque face des contre-
» forts ou éperons, construits en même temps que le mur. Leur distance
» sera égale à la hauteur du revêtement, et ils auront une même épaisseur.

» Ces contreforts s'élèveront depuis le bas, où la grandeur de leur
» empatement sera plus grande que l'épaisseur du revêtement, en di-
» minuant par degré, en sorte que leur saillie, par le haut, soit égale à
» cette épaisseur (Fig. 3).

» Indépendamment de ces contreforts, on construira à l'intérieur,
» contre le terrain à soutenir, des parties de mur disposées en dents de
» scie, dont la longueur soit égale à la hauteur du revêtement, et qui
» aient une même épaisseur. Pour former celles des angles, on tracera,
» à une distance de chaque angle intérieur, égale à la hauteur du revête-
» ment, des lignes qui marqueront les extrémités du mur en diagonale,
» qu'on doit établir pour fortifier chacun de ces angles, et sur le milieu
» de ce mur on en construira un autre, qui se terminera à l'angle.

» Cette disposition des murs en diagonale et en dents de scie empê-
» chera, en divisant les terres, que tout l'effort de leur poussée ne se
» porte contre les revêtemens.

» L'objet que je me suis proposé dans ce Chapitre, a été d'indiquer à
» ceux qui entreprennent de grandes constructions le moyen de les bien
» faire, et les défauts qu'ils doivent éviter. Quant à ce qui concerne les
» toits et les planchers, ils n'exigent pas les mêmes précautions, parce
» qu'on peut facilement changer les parties vicieuses qui peuvent s'y

tionis crassitudo structuræ constituatur ; deindè in frontibus anterides sive erismæ sint unà struantur, eæque inter se distent tanto spatio, quanta altitudo substructionis est futura, crassitudine eâdem quâ substructio.

Procurrant autem ab imo per quam crassitudo constituta fuerit substructionis, deindè contrahantur gradatìm ita, uti summam habeant prominentiam quanta operis est crassitudo.

Prætereà introrsùs contra terrenum uti dentes conjuncti murro serratìm struantur, uti singuli dentes ab muro tantum distent, quanta altitudo futura erit substructionis : crassitudines autem habeant dentium structuræ uti muri. Item in extremis angulis cùm recessum fuerit ab interiore angulo spatio altitudinis substructionis, in utramque partem signetur, et ab his signis diagonios structura collocetur; et ab eâ mediâ altera conjuncta cum angulo muri.

Ita dentes et diagoniæ structuræ non patientur totâ vi premere murum, sed dissipabunt retinendo impetum congestionis.

Quemadmodum opera sine vitiis opporteat constitui, et uti caveatur incipientibus exposui ; namque de tegulis aut tignis aut asseribus immutandis non eadem est cura, quemadmodum de his; quod ea quamvis sint vitiosa, faciliter mutantur. Itaque nec so-

» trouver, telles que les tuiles, les solives ou les planches. C'est pourquoi » on ne les place pas dans la classe des constructions solides, dont nous » venons de parler, en indiquant les moyens de les rendre durables.

» Relativement au genre de matériaux qu'il faudrait employer, cela » ne dépend pas toujours de l'architecte, parce que, comme nous l'a- » vons déjà remarqué dans le Livre précédent, on ne trouve pas dans » tous les pays les mêmes matériaux.

» D'ailleurs, il est libre au propriétaire qui fait bâtir d'employer les » briques, les moellons ou les pierres de taille.

» C'est par cette raison qu'on peut considérer les jugemens que l'on » porte de toutes sortes d'ouvrages, sous trois points de vue différens; » savoir : par rapport à la délicatesse du travail, la magnificence et la » disposition.

» En voyant un ouvrage fait avec magnificence, c'est la grandeur de » la dépense qui excite l'étonnement. S'il est exécuté avec délicatesse, on » admire le talent de l'ouvrier. Mais si cet ouvrage est digne d'être cité » pour exemple par sa beauté, la juste proportion et l'ordonnance de » toutes ses parties, il fait la gloire de l'architecte.

» Pour parvenir à ce point, un architecte ne doit pas dédaigner de » prendre des conseils des ouvriers et des particuliers, car les archi- » tectes ne sont pas les seuls qui puissent juger de ce qui est bon. Ce- » pendant, il y a cette différence entre les particuliers et les architectes, » c'est que les premiers ne peuvent juger de ce que sera un ouvrage que » lorsqu'il est exécuté, au lieu qu'un architecte, dès qu'il a conçu un pro-

lida quidem putantur esse, quibus rationibus hæc poterunt esse firma, et quemadmodum instituantur, exposui.

Quibus autem copiarum generibus oporteat uti, non est architecti potestas; ideo quòd non in omnibus locis omnia genera copiarum nascuntur, uti in proximo volumine est expositum.

Præterea in domini est potestate, utrum lateritio, an cementitio, an saxo quadrato velit ædificare.

Itaque omnium operum probationes tripartito considerantur, id est fabrili subtilitate, magnificentiâ et dispositione.

Cùm magnificenter opus perfectum aspicietur a domini potestate, impensæ laudabuntur cùm subtiliter, officinatoris probabitur exactio : cùm verò venustate, proportionibus et symetriis habuerit auctoritatem, tunc fuerit gloria architecti.

Hæc autem rectè constituuntur, cùm is et à fabris, et ab idiotis patiatur accipere se consilia. Namque omnes homines, non solùm architecti, quod est bonum possunt probare, sed inter idiotas et eos hoc est discrimen, quòd idiota nisi factum viderit, non potest

» jet, peut se faire une idée de sa beauté, de son usage et de sa conve
» nance, avant qu'il soit commencé, comme s'il était achevé.

» Après avoir expliqué dans ce Livre, le plus clairement qu'il m'a été » possible, les choses qui m'ont paru utiles aux édifices privés, je me » propose de traiter, dans le suivant, des enduits, en indiquant les vices » qu'il faut éviter pour les faire beaux et durables. »

Les passages de Vitruve que je viens de citer, et surtout ce dernier Chapitre, renferment ce qu'il y a de plus essentiel à dire sur les précautions à prendre pour donner aux édifices une solidité convenable; c'est pourquoi je l'ai traduit entièrement. Il paraît que c'est dans cette source qu'ont puisé tous les auteurs qui, après lui, ont écrit sur l'art de bâtir, tels que Léon-Baptiste Alberti, Scamozzi, Philibert Delorme, lesquels ensuite ont été copiés par une infinité d'autres.

La Figure 4 représente le plan d'une partie de mur de terrasse antique, tirée de la ville Adrienne, près Tivoli; elle soutient une grande esplanade qui était environnée de portiques, et désignée sous le nom de Pécile. Contre ce mur, dont la plus grande élévation est de 50 pieds, sont adossés des logemens qui servaient pour la garde prétorienne; le dessus de ces logemens formait le sol des portiques supérieurs; ce mur est élégi par des vides demi-circulaires BB, de 14 à 15 pieds de diamètre, voûtés en niches avec un double mur au-devant, et d'autres vides CC, afin d'isoler celui qui forme le fond de ces chambres, pour les garantir de l'humidité. Ces logemens, appelés *les cent chambres*, à cause de leur nombre, forment deux étages voûtés au-dessus l'un de l'autre; les chambres EE ont chacune 18 pieds et demi de long, sur 14 pieds et demi de large; elles sont séparées par des murs pleins, formant éperons au mur de terrasse; elles n'ont qu'une porte sur la face, et sont voûtées en berceau d'un éperon à l'autre; chacune répond à un des vides pratiqués dans l'épaisseur du mur de terrasse. Ces deux rangs de chambres voûtées formaient quatre étages au moyen de planchers intermédiaires soutenues par des corbeaux de pierre qui existent encore.

scire quid futurum sit; architectus autem simul animo constituerit, antequàm inceperit, et venustate et usu et decore quale sit futurum, habet definitum.

Quas res privatis ædificiis utiles putavi, et quemadmodum sint faciundæ, quàm apertissimè potui perscripsi. De expolitionibus autem eorum, ut sint elegantes, et sine vitiis ad vetustatem, in sequenti volumine exponam.

CHAPITRE PREMIER.

DES FONDEMENS EN MAUVAIS TERRAIN.

ARTICLE PREMIER. — EXPÉRIENCES SUR LA FORCE DU CHOC DES CORPS RELATIVEMENT A L'AFFERMISSEMENT DES TERRAINS COMPRESSIBLES.

Nous avons dit, au Livre IIe., tome 2, page 13, en parlant des constructions en pierres de taille, qu'elles pouvaient être considérées comme un assemblage de corps pesans qui se soutiennent mutuellement dans un état de repos au-dessus de l'équilibre. Il en est de même de toutes les espèces de maçonnerie; tout ce qui tend à diminuer leur stabilité les rend moins solides et peut causer leur ruine.

Dans toutes sortes d'édifices il y a deux causes qui tendent à les détruire, l'une est le tassement, et l'autre la poussée; toutes les deux sont le résultat de la pesanteur. Dans le premier cas, les corps agissent verticalement avec toute l'énergie de leur poids, pour presser, comprimer, et quelquefois écraser ceux qui les soutiennent.

Dans le second cas, la pesanteur ne pouvant agir librement, selon la direction qui lui est naturelle, tend à écarter les obstacles qui l'empêchent de la suivre.

Le tassement est l'effet qui résulte de l'action verticale de la pesanteur sur des matières susceptibles de compression, tels que la plupart des terrains, le mortier, le plâtre et autres matières servant à réunir les pierres dans les ouvrages de maçonnerie.

L'effort de la pesanteur qui cause le tassement, agit en raison inverse de l'étendue des surfaces; ainsi l'effort d'un poids de 1200 kilogrammes sur une surface carrée, dont chaque côté serait d'un mètre, est quadruple de celui que ce même poids exercerait sur une surface aussi carrée, dont chaque côté serait de deux mètres; d'où il résulte que, pour les surfaces semblables, cet effort est en raison inverse du carré de leurs côtés homologues, en sorte que si ces superficies étaient des cercles, l'effort qu'elles soutiendraient serait en raison inverse du carré de leurs rayons ou de leurs diamètres.

Par rapport au tassement qui peut résulter des différentes espèces de terrains, ou des sols sur lesquels doivent être établis les fondemens des édifices, il dépend de leur degré de compressibilité; car des sols qui ne seraient pas susceptibles de compression, tels que ceux formés par des rocs ou des masses de carrière, n'éprouveraient aucun tassement.

Dans les sols compressibles, c'est moins le tassement que son inégalité qui devient dangereux, parce qu'il occasione des ruptures et des désunions qui peuvent causer la ruine d'un édifice. Pour éviter cet inconvénient, il faut que la superficie des fondemens des murs ou des points d'appui augmente en raison de leur charge. La plupart des accidens qui arrivent aux grands édifices, et aux bâtimens ordinaires, viennent de ce que souvent les fondemens des points d'appui, qui portent des charges doubles ou triples de ceux des parties environnantes, occupent quelquefois des superficies moindres, ce qui les rend susceptibles d'un tassement plus considérable.

Comme le tassement des terrains n'est que l'effet du rapprochement de leurs parties, par l'effort de la charge, on peut le prévenir en les battant avec un mouton, ou avec une pièce de bois ferrée par le bas, pesant environ 100 livres, soulevée par deux hommes, ainsi que je l'ai vu pratiquer avec succès par un constructeur habile, qui préférait ce moyen aux plates-formes et au pilotage, dans les terrains dont la fermeté était douteuse.

Pour se faire une idée de cette opération, il faut savoir que la charge d'un mur mitoyen de 60 pieds de hauteur et de 18 pouces d'épaisseur, n'est que d'environ 8 milliers par pied superficiel, et qu'elle ne va pas à 10 milliers avec celle du toit et des planchers; mais comme l'épaisseur en fondation a toujours un pied de plus, cette charge se réduit pour le sol des fondations à environ 6 milliers par pied superficiel : c'est à peu près l'effet que peut produire la pièce de bois dont nous venons de parler. Le nombre des battues doit être en raison de la résistance du terrain; il est à propos que la dernière se fasse sur le premier rang de moellons ou de libages posé sur le sol, préalablement battu et nivelé.

Cette idée de battre le terrain pour le consolider, et la nécessité de connaître, dans plusieurs autres circonstances, la force du choc d'un corps qui tombe de différentes hauteurs, m'ont engagé à répéter des expériences que j'avais déjà tentées plusieurs fois, sans avoir pu en déduire des résultats sur lesquels on puisse compter, parce que la réaction occasionée par le choc ne permet pas de saisir la juste valeur d'un effort qui n'a pour ainsi dire pas de durée.

Après avoir reconnu par une infinité d'essais l'insuffisance de ces moyens et de plusieurs autres employés par différens auteurs, tels que les plateaux de balance, les leviers, j'ai pensé que le dynamomètre imaginé par M. Regnier, garde du dépôt et archives de l'artillerie, à Paris, pouvait donner des résultats plus certains, par la raison que l'effort se fait sentir plus immédiatement sur cet instrument, et que l'impression subite qu'il éprouve est indiquée au même instant par une aiguille qui reste fixe, au point de division qui indique l'effort : cet instrument est représenté par la Fig. *4 bis*, Planche CLXXVI. Pl. 176.

Les expériences ont été faites de deux manières, qui ont donné à peu près les mêmes résultats.

Par la première, on accrochait un plateau de balance au dynamomètre, à une distance un peu plus grande que la hauteur d'où devait tomber le corps. On suspendait au même point le corps qui devait tomber, avec une ficelle très-mince, et à une hauteur déterminée au-dessus du plateau de balance ; on brûlait ensuite cette ficelle, afin de n'occasioner aucun mouvement capable de déranger la direction verticale que devait suivre le corps pour tomber sur le plateau.

Dans la seconde manière, on a supprimé le plateau, en attachant le corps à une ficelle un peu plus longue que la hauteur d'où il devait tomber ; on relevait ensuite le corps, qu'on tenait suspendu par une seconde ficelle beaucoup plus mince, en sorte que la différence de longueur de ces deux ficelles exprimait la hauteur de la chute : on brûlait la petite ficelle ; et le corps, retenu à la fin de sa chute par la grande, communiquait au dynamomètre, auquel il était attaché, la même impression que sur un plateau de balance. Dans la première manière, on diminuait de l'expression du choc indiqué par l'aiguille, le poids du plateau de balance : dans la seconde, on prenait l'expression entière.

Les expériences faites à des hauteurs au-dessous de 15 pieds par la première manière, ont donné des résultats plus forts que par la seconde ; mais, pour les plus grandes hauteurs, les deux manières ont donné à peu près les mêmes résultats.

Ces expériences ont été faites avec des boulets de fer de trois grosseurs différentes. Le premier pesait 9 livres $\frac{1}{2}$, ou 4 kilogrammes 650 grammes.

Le second pesait 6 livres $\frac{1}{4}$, ou 3 kilogrammes 60 grammes.

Le troisième, 3 livres $\frac{3}{4}$, ou 1 kilogramme 840 grammes.

J'ai fait d'abord plusieurs expériences préliminaires, afin de parvenir à connaître le moyen le plus convenable de faire usage du dynamomètre. Ces premiers essais m'ont appris qu'il est difficile d'évaluer les chocs qui résultent des chutes au-dessous d'un demi-mètre. Ce n'est que d'après des expériences faites de mètre en mètre, que j'ai pu obtenir des résultats assez justes pour pouvoir être comparés avec la théorie.

Après avoir fait un très-grand nombre d'expériences, depuis 1 mètre de hauteur jusqu'à 20, qui ont donné des résultats qui approchent plus ou moins de la loi indiquée par la théorie, j'ai pris, pour dresser les tables suivantes, le résultat moyen des expériences faites à 5 mètres de hauteur, parce que ce sont celles qui différaient le moins entre elles. J'ai marqué par des astérisques les résultats de ces calculs qui s'accordent avec l'expérience.

En calculant ces tables, j'ai trouvé que lorsque les chocs sont au poids du corps qui les produit, comme la suite naturelle des nombres 1, 2, 3, 4, etc., les carrés de ces nombres qui, d'après la théorie, doivent exprimer les hauteurs de leurs chutes, pourraient être indiqués par une échelle de parties égales dont l'unité est, à très-peu de chose près, une ligne ou 2 millimètres $\frac{1}{4}$, en sorte que dix fois le poids devrait correspondre à 100 lignes de hauteur, vingt fois à 400, et trente fois à 900 lignes, ou 6 pieds 3 pouces. Cependant, comme la résistance de l'air diminue l'effort en raison des hauteurs des chutes, j'ai cherché à connaître, par de nouvelles expériences, de combien il faudrait augmenter la hauteur de la chute, pour obtenir des chocs qui suivent exactement la progression des nombres, en prenant le poids pour unité. J'ai trouvé que pour trente-huit fois le poids, il fallait que la hauteur fût de 1588 lignes (11 pieds 4 lignes), au lieu de 1444 lignes (10 pieds 4 lignes) que donne la théorie, en faisant abstraction de la résistance de l'air, c'est-à-dire 1 pied de plus, et pour quatre-vingt fois, la différence était d'environ 5 pieds.

Malgré le grand nombre d'expériences et de calculs que j'ai faits, pour parvenir aux résultats que contiennent ces tables, je ne les donne que comme un essai que de nouvelles expériences faites par des savans d'un ordre supérieur pourront perfectionner. Je me suis déterminé à les publier, parce que je les crois suffisantes pour l'usage ordinaire, parce que je ne connais aucune table de ce genre, et parce qu'elles peuvent être d'une très-grande utilité dans l'art de bâtir.

Première Table, *qui indique les différentes hauteurs desquelles un corps doit tomber, pour que la force du choc forme une progression arithmétique dont la différence soit égale au poids de ce corps.*

Les colonnes marquées A indiquent la progression naturelle des nombres qui donnent la force du choc, en multipliant le poids du corps par chacun de ses termes.

Les colonnes B indiquent les carrés des nombres des colonnes précédentes, lesquels expriment, d'après la théorie, les espaces parcourus, en prenant pour unité la valeur de la ligne réduite en millimètres, ou égale à $0^m,0022558310$.

Les colonnes C indiquent les espaces trouvés par l'expérience, pour que la force du choc augmente dans la raison des nombres indiqués par les colonnes A.

Les colonnes D expriment la force du choc pour un boulet de fer pesant 4650 grammes.

Les colonnes E expriment la force du choc pour un boulet de fer pesant 3060 grammes.

Les colonnes F expriment celle pour un boulet de même matière pesant 1840 grammes.

A	B	C	D	E	F
	Millim. et 100ᵉ.	Millim. et 100ᵉ.	Kilog. et gramm.	Kilog. et gramm.	Kilog. et gramm.
1	2.25	2.25	4.65	3.06	1.84
2	9.02	9.46	9.30	6.12	3 68
3	20.31	21.61	13.95	9.18	5.52
4	36.10	38.80	18.60	12.24	7.36
5	56.39	60.90	23.25	15,30	9.20
6	81.21	87.97	27·90	18.36	11.04
7	110.53	120.23	*32.55	*21.42	*12.88
8	144.37	157.24	37.20	24.48	14.72
9	182.73	198.98	41.85	27.54	16.56
10	225.58	246.33	46.50	30.60	18.40
11	272.95	298.22	51.15	33.66	20.24
12	324.84	355.28	55.80	36.72	22.08
13	381.23	417.10	60.45	39.78	23.92
14	442.14	484.10	*65.10	42.84	*25.76
15	507.57	556.05	69.75	45.90	27.60
16	577.49	632.75	74.40	48.98	29.44
17	651.93	714.64	79.05	52.02	31.28
18	730.81	801.50	83.70	55.08	33.12
19	814.35	893.31	88.35	58.14	34.96
20	901.33	990.00	93.00	61.20	36.80
21	994.83	1091.82	*97.65	*64.26	*38.64
22	1091.80	1198.51	102.30	67.32	40.48

A	B	C	D	E	F
	Millim. et 100e	Millim. et 100e.	Kilog. et gramm.	Kilog. et gramm.	Kilog. et gramm.
23	1193.33	1310.18	106.95	70.38	42.32
24	1299.36	1426.81	111.60	73.44	44.16
25	1409.79	1548.62	116.25	76.50	46.00
26	1524.94	1674.98	120.90	79.50	47 84
27	1644.31	1806.50	125.55	82-62	49 68
28	1768.37	1942.98	130.20	85-68	51.52
29	1896.95	2084.44	134.85	88-74	53.36
30	2029.85	2230.84	*139.50	*91.80	*55.20
31	2165.20	2382.41	144.15	94.86	57.04
32	2309.77	2538.97	148.80	97.92	58.88
33	2456.41	2600.69	153.45	100.98	60.72
34	2607.74	2866.94	158.10	104.04	62.56
35	2763.39	3038.18	*162.75	*107.10	*64.40
36	2923.36	3214.37	167.40	110.16	66.24
37	3088.03	3395.93	172.05	113.22	68.08
38	3257.42	3582.26	*176.70	*116.28	*69.92
39	3431.13	3772.90	181.35	119.34	71.76
40	3609.33	3969.82	186.00	122,40	73.60
41	3792.05	4171.03	190.65	125.46	75.44
42	3979.29	4377.42	195.30	128.52	77.28
43	4171.03	4588.36	199.95	131.58	79.12
44	4367.29	4804.47	204.60	134.64	80.96
45	4568 07	5025.35	*209.25	*137.70	*82.80
46	4773.34	5251.35	213.90	140.76	84.64
47	4983.13	5482.39	218.55	143.82	86.48
48	5197.44	5718.35	223.20	146.88	88.32
49	5416.25	5959.91	227.85	149.94	90.16
50	5639.58	6205.58	232.50	153.00	92.00
51	5867.43	6455.99	237.15	156.06	93.84
52	6099.77	6711.89	241.80	159.12	95.68
53	6336.63	6973.69	*246.55	*162 18	*97.52
54	6578.01	7239.42	251.10	165.24	99.36
55	6823.89	7510.34	255.75	168.30	101.20
56	7047.22	7786.24	260.40	171.36	103.04
57	7329.24	8066.86	265.05	174.42	104.88
58	7588.62	8352.47	269.70	177.48	106.72
59	7852.55	8642.84	274.35	180.54	108.56
60	8120.80	8938.99	*279.00	*183.60	*110.40
61	8393.15	9239.89	283.65	186.66	112.24
62	8671.02	9545.36	288.30	189.72	114.18
63	8932.90	9856.18	292.95	192.78	116.02
64	9239.89	10171.78	297.60	195.84	118.86
65	9530.69	10492.56	302.25	198.90	119.70
66	9826.41	10817.85	306.90	201.96	121.54

A	B	C	D	E	F
	Millim. et 100e.	Millim. et 100e.	Kilog. et gramm.	Kilog. et gramm.	Kilog. et gramm.
67	10126.43	11148.33	311.55	205.02	123.38
68	10430.97	11483.99	316.20	208.08	125.22
69	10740.03	11823.41	320.85	211.14	127.06
70	11053.58	12169.99	*325.50	*214.20	*128.80
71	11371.45	12520.32	330.15	217.26	130.64
72	11693.84	12875.45	334.80	220.32	132.48
73	11939.72	13235.10	339.45	223.38	134.32
74	12352.94	13601.54	344.10	226.44	136.16
75	12688.87	13971.95	348.75	229.50	138.00
76	13029.69	14347.10	353.40	232.56	139.84
77	13374.83	14727.43	*358.05	*235.62	*141.68
78	13724.49	15111.72	362.70	238.68	143.52
79	14078.65	15502 99	367.35	241.74	145.36
80	14437.33	15892.20	372.00	244.80	147.20
81	14800.33	16298.39	376 65	247.86	149.04
82	15167.82	16703.54	381.30	250.92	150.88
83	15540.23	17118.16	385.95	253.98	152.72
84	15916.99	17528.72	*390.60	*257.04	*154.56
85	16298.39	17948.31	395.25	260.10	156.40
86	17684.14	18210.35	399.90	263.16	158.24
87	17074.41	18794.69	404.55	266.22	160.08
88	17469.14	19238.67	409.20	269.28	161.92
89	17895.52	19678.76	413.85	272.34	163.76
90	18191.24	20123.83	*418.50	*275.40	*165.60

Deuxième Table, *qui indique les différentes hauteurs desquelles un corps doit tomber pour que la force du choc forme une progression arithmétique dont la différence soit égale au poids de ce corps.*

Dans cette table, les colonnes marquées A indiquent la progression naturelle des nombres qui donnent la force du choc, en multipliant le poids du corps par chacun de ses termes.

Les colonnes B indiquent les carrés des nombres de la colonne précédente, qui expriment les espaces parcourus, en prenant une ligne pour valeur de l'unité.

Les colonnes C expriment, aussi en lignes, les espaces indiqués par l'expérience, pour que la force du choc augmente selon la progression des nombres naturels.

Les colonnes D indiquent les mêmes espaces exprimés en pieds, pouces et lignes.

Les colonnes E indiquent la force du choc pour un boulet de fer pesant 9 livres $\frac{1}{2}$.

Les colonnes F indiquent la force du choc pour un boulet de fer pesant 6 livres $\frac{1}{4}$.

Les colonnes G indiquent celle pour un boulet de même matière pesant 5 livres $\frac{3}{4}$.

A	B	C	D			E	F	G
	Lignes.	Lignes.	Pieds.	pouc.	lignes.	Livres.	Livres.	Livres.
1	1	1.	0.	0.	1.	9 $\frac{1}{2}$	6 $\frac{1}{4}$	3 $\frac{3}{4}$
2	4	4.2	0.	0.	4.2	19	12 $\frac{1}{2}$	7 $\frac{1}{2}$
3	9	9.6	0.	0.	9.6	28 $\frac{1}{2}$	18 $\frac{3}{4}$	11 $\frac{1}{4}$
4	16	17.2	0.	1.	5.2	38	25	15
5	25	27	0.	2.	3.	47 $\frac{1}{2}$	31 $\frac{1}{4}$	18 $\frac{3}{4}$
6	36	39	0.	3.	3.	57	37 $\frac{1}{2}$	22 $\frac{1}{2}$
7	49	53.3	0.	4.	5.3	*66 $\frac{1}{2}$	*43 $\frac{3}{4}$	*26 $\frac{1}{4}$
8	64	69.7	0.	5.	9.7	76	50	30
9	81	88.3	0.	7.	4.3	85 $\frac{1}{2}$	56 $\frac{1}{4}$	33 $\frac{3}{4}$
10	100	109.2	0.	9.	1.2	95	62 $\frac{1}{2}$	37 $\frac{1}{2}$
11	121	132.25	0.	11.	0.2	104 $\frac{1}{2}$	68 $\frac{3}{4}$	41 $\frac{1}{4}$
12	144	157.5	1.	1.	1.5	114	75	45
13	169	184.9	1.	3.	4.9	123 $\frac{1}{2}$	81 $\frac{1}{4}$	48 $\frac{3}{4}$
14	196	114.6	1.	5.	10.6	*133	*87 $\frac{1}{2}$	*52 $\frac{1}{2}$
15	225	246.5	1.	8.	6.5	142 $\frac{1}{2}$	93 $\frac{3}{4}$	56 $\frac{1}{4}$
16	256	280.5	1.	11.	4.5	152	100	60
17	289	316.8	2.	2.	4.8	161 $\frac{1}{2}$	106 $\frac{1}{4}$	63 $\frac{3}{4}$
18	324	355.3	2.	5.	7.3	171	112 $\frac{1}{2}$	67 $\frac{1}{2}$
19	361	396	2.	9.	0.	180 $\frac{1}{2}$	118 $\frac{3}{4}$	71 $\frac{1}{4}$
20	400	438.9	3.	0.	6.9	190	125	75

A	B	C	D			E	F	G
	Lignes.	Lignes.	Pieds.	pouc.	lignes.	Livres.	Livres.	Livres.
21	441	484.	3.	4.	4.	*199 ½	*131 ¼	*78 ¾
22	484	531.3	3.	8.	3.3	209	137 ½	82 ½
23	529	580.8	4.	0.	4.8	218 ½	143 ¾	86 ¼
24	576	632.5	4.	4.	8.5	228	150	90
25	625	686.5	4.	9.	2,5	237 ½	156 ¼	93 ¾
26	676	742.6	5.	1.	10.6	247	162 ½	97 ½
27	729	800.9	5.	6.	8.9	256 ½	168 ¾	101 ¼
28	784	861.4	5.	11.	9.4	266	175	105
29	841	924.2	6.	5.	0.2	275 ½	181 ¼	108 ¾
30	900	989.1	6.	10.	5.1	*285	*187 ½	*112 ½
31	961	1056.2	7.	4.	0.2	294 ½	193 ¾	116 ¼
32	1024	1125.6	7.	9.	9.6	304	200	120
33	1089	1197.2	8.	3.	9.2	313 ½	206 ¼	123 ¾
34	1156	1270.9	8.	9.	10.9	323	212 ½	127 ½
35	1225	1346.9	9.	4.	2.9	*332 ½	*218 ¾	*131 ¼
36	1296	1425.	9.	10.	9.	342	225	135
37	1369	1505.4	10	5.	5.4	351 ½	231 ¼	138 ¾
38	1444	1588.	11.	0.	4.	*361	*237 ½	*142 ½
39	1521	1672.8	11.	7.	4.8	370 ½	243 ¾	146 ¼
40	1600	1759.8	12.	2.	7.8	380	250	150
41	1681	1849.	12.	10.	1.	389 ½	256 ¼	153 ¾
42	1764	1940.4	13.	5.	8.4	399	262 ½	157 ½
43	1849	2034.	14.	1.	6.	408 ½	268 ¾	161 ¼
44	1936	2129.8	14.	9.	5.8	418	275	165
45	2025	2227.8	15.	5.	7.8	*427 ½	*281 ¼	*168 ¾
46	2116	2328.	16.	2.	0.	437	287 ½	172 ½
47	2209	2430.5	16.	10.	6.5	446 ½	293 ¾	176 ¼
48	2304	2535.1	17.	7.	3.1	456	300	180
49	2401	2642.	18.	4.	2.	465 ½	306 ¼	183 ¾
50	2500	2751.	19.	1.	3.	475	312 ½	187 ½
51	2601	2862.	19.	10.	6.	484 ½	318 ¾	191 ¼
52	2704	2975.7	20.	7.	11.7	494	325	195
53	2809	3091.4	21.	5.	7.4	*503 ½	*331 ¼	*198 ¾
54	2916	3209.2	22.	3.	5.2	513	337 ½	202 ½
55	3025	3329.3	23.	1.	5.3	522 ½	343 ¾	206 ¼
56	3136	3451.6	23.	11.	7.6	532	350	210
57	3249	3576.	24.	10.	0.	541 ½	356 ¼	213 ¾
58	3364	3702.7	25.	8.	6.7	551	362 ½	217 ½
59	3481	6831.6	26.	7.	3.6	560 ½	368 ¾	221 ¼
60	3600	3962.7	27.	6.	2.7	*570	*375	*225
61	3721	4096.	28.	5.	4.	579 ½	381 ¼	228 ¾
62	3844	4231.5	29.	4.	7.5	589	387 ½	252 ½
63	3969	4369.2	30.	4.	1.2	598 ½	393 ¾	236 ¼
64	4096	4509.1	31.	3.	9.1	608	400	240

A	B	C	D	E	F	G
	Lignes.	Lignes.	Pieds. pouc. lignes.	Livres.	Livres.	Livres.
65	4225	4651.2	32. 3. 7.3	617 ½	406 ¼	243 ¾
66	4356	4795.5	33. 3. 7.5	627	412 ½	247 ½
67	4489	4942.	34. 3. 10.	636 ½	418 ¾	251 ¼
68	4624	5090.8	35. 4. 2 8	646	425	255
69	4761	5241.7	36. 4. 9.7	655 ½	431 ¼	258 ¾
70	4900	5394.9	37. 5. 6.9	*665	*437 ½	*262 ½
71	5041	5550.2	38. 6. 6.2	674 ½	443 ¾	266 ¼
72	5184	5707.8	39. 7. 7.8	684	450	270
73	5329	5867.5	40. 8. 11.5	693 ½	456 ¼	273 ¾
74	5476	6029.5	41. 10. 5.5	703	462 ½	277 ½
75	5625	6193.7	43. 0. 1.7	712 ½	468 ¾	281 ¼
76	5776	6360.	44. 2. 0.	722	475	285
77	5929	6528.6	45. 4. 0.6	*731 ½	*481 ¼	*288 ¾
78	6084	6699.4	46. 6. 3.4	741	487 ½	292 ½
79	6241	6872.4	47. 8. 8.4	750 ½	493 ¾	296 ¼
80	6400	7047.6	48. 11. 3.6	760	500	300
81	6561	7225.	50. 2. 1.	769 ½	506 ¼	303 ¾
82	6726	7404.6	51. 5. 0.6	779	512 ½	307 ½
83	6884	7586.4	52. 8. 4.4	788 ½	518 ¾	311 ¼
84	7056	7770.4	53. 11. 6.4	*798	*525	*315
85	7225	7956.6	55. 3. 0.4	807 ½	531 ¼	318 ¾
86	7396	8145.	56. 6. 9.	817	537 ½	322 ½
87	7569	8335.6	57. 10. 3.6	826 ½	543 ¾	326 ¼
88	7744	8528.5	59. 2. 8.5	836	550	330
89	7921	8723.5	60. 6. 11.5	845 ½	556 ¼	333 ¾
90	8100	8920.8	61. 11. 4.8	*855	*562 ½	*337 ½

Troisième Table *qui indique le nombre de fois que le poids doit être répété, pour exprimer la force du choc de tiers de mètre en tiers de mètre, ou de pied métrique en pied métrique.*						Quatrième Table *qui indique le nombre de fois que le poids doit être répété, pour exprimer la force du choc par pied de Paris.*			
Tiers de mètre.	**Pieds métr.**	**Force du choc.**	**Tiers de mètre.**	**Pieds métr.**	**Force du choc.**	**Pieds**	**Force du choc.**	**Pieds.**	**Force du choc.**
$\frac{1}{3}$	1	11.61	10.$\frac{1}{3}$	31	64.50	1	11.47	31	63.68
$\frac{2}{3}$	2	16.41	$\frac{2}{3}$	32	65.53	2	16.20	32	64.70
1.0	3	20.09	11.0	33	66.55	3	19.82	33	65.75
$\frac{1}{3}$	4	23.19	$\frac{1}{3}$	34	67.55	4	22.90	34	66.69
$\frac{2}{3}$	5	25.93	$\frac{2}{3}$	35	68.54	5	25.59	35	67.66
2.0	6	28.40	12.0	36	69.51	6	28.02	36	68.61
$\frac{1}{3}$	7	30.67	$\frac{1}{3}$	37	70.47	7	30.28	37	69.56
$\frac{2}{3}$	8	33.24	$\frac{2}{3}$	38	71.41	8	32.37	38	70.50
3.0	9	34.77	13.0	39	72.35	9	34.33	39	71.41
$\frac{1}{3}$	10	36.65	$\frac{1}{3}$	40	73.27	10	36.19	40	72.32
$\frac{2}{3}$	11	38.44	$\frac{2}{3}$	41	74.18	11	37.96	41	73.23
4.0	12	40.15	14.0	42	75.07	12	39.63	42	74.12
$\frac{1}{3}$	13	41.78	$\frac{1}{3}$	43	75.96	13	41.25	43	75.00
$\frac{2}{3}$	14	43.36	$\frac{2}{3}$	44	76.84	14	42.80	44	75.83
5.0	15	44.88	15.0	45	78.71	15	44.30	45	76.71
$\frac{1}{3}$	16	46.31	$\frac{1}{3}$	46	78.57	16	45.76	46	77.56
$\frac{2}{3}$	17	47.78	$\frac{2}{3}$	47	79.43	17	47.17	47	78.40
6.0	18	49.16	16.0	48	80.26	18	48.53	48	79.23
$\frac{1}{3}$	19	50.51	$\frac{1}{3}$	49	81.08	19	49.86	49	80.05
$\frac{2}{3}$	20	51.82	$\frac{2}{3}$	50	81.91	20	51.15	50	80.86
7.0	21	53.09	17.0	51	82.71	21	52.41	51	81.10
$\frac{1}{3}$	22	54.34	$\frac{1}{3}$	52	83.52	22	53.65	52	82.46
$\frac{2}{3}$	23	55.57	$\frac{2}{3}$	53	84.34	23	54 86	53	83.25
8.0	24	56.76	18.0	54	85.20	24	56.03	54	84.03
$\frac{1}{3}$	25	57.93	$\frac{1}{3}$	55	86.21	25	57.19	55	84.81
$\frac{2}{3}$	26	59.08	$\frac{2}{3}$	56	86.80	26	58.32	56	85.57
9.0	27	60.20	19.0	57	87.46	27	59.42	57	86.33
$\frac{1}{3}$	28	61.30	$\frac{1}{3}$	58	88.21	28	60.51	58	87.08
$\frac{2}{3}$	29	62.39	$\frac{2}{3}$	59	88.97	29	61.60	59	87.83
10.0	30	63.45	20.0	60	89.72	30	62.64	60	88.57

La troisième table est divisée en deux parties : la première exprime les chocs des corps tombant, de tiers de mètre en tiers de mètre, que j'ai aussi désignés par pieds métriques.

La seconde exprime les mêmes chocs en pieds de Paris. Pour faire usage de ces tables, il faut multiplier le poids du corps par l'expression du choc qui se trouve vis-à-vis la hauteur d'où il tombe.

Premier exemple.

Si l'on veut connaître la force du choc d'un corps pesant 40 kilogrammes tombant de trois mètres de hauteur, on multipliera 40 par 34,77, qui indique dans la troisième table le nombre de fois que le poids doit être répété pour exprimer cet effet; l'opération donnera 1390 kilogrammes et 8 hectogrammes.

Deuxième exemple.

De même, si l'on veut connaître la force du choc d'un poids de 120 livres tombant de 12 pieds de haut, on multipliera 120 par 39,63, pris dans la quatrième table, et on trouvera pour l'expression de cette force, 4755 livres $\frac{6}{16}$.

Troisième exemple.

Pour connaître la force de percussion d'un mouton ordinaire à battre les pieux, pesant 750 livres, tombant de 5 pieds de haut, on cherchera dans la quatrième table la force qui répond à une chute de 5 pieds, qu'on trouvera exprimée par 25,59 : multipliant le poids du mouton par cette quantité, on aura 19192 pour la force de percussion que l'on cherche.

Quatrième exemple.

On veut connaître le tassement que pourrait occasioner sur un terrain ordinaire un pilier de 4 pieds de superficie de base, dont la charge, en y comprenant son poids, est de 60 milliers.

En supposant ce pilier sans empatement, c'est-à-dire que sa superficie en fondation est la même que celle de sa base au rez-de-chaussée, il est évident que chaque pied superficiel soutiendra 15 milliers.

Pour produire cet effet, on pourra prendre une sonnette ordinaire dont le mouton pèse 750 livres; ensuite, après avoir divisé 15 mille par 750, on cherchera dans la seconde table à quelle hauteur répond le quotient 20, et on trouvera 3 pieds 6 lignes $\frac{3}{10}$; c'est-à-dire que pour produire un effort égal à celui qu'occasionerait sur le terrain le pilier avec sa charge, il faudra faire tomber le mouton de cette hauteur. La mesure de l'enfoncement qu'il aura produit sera celle du tassement que causerait la charge de ce pilier.

Il faut remarquer que si l'on fait tomber le mouton de la même hauteur une seconde fois sur le même endroit, l'enfoncement, à compter de celui produit par le premier choc, sera beaucoup moins considérable; qu'à la troisième fois il sera encore moindre, et qu'il irait toujours en diminuant, en sorte qu'après un certain nombre de coups, l'enfoncement ne serait presque plus sensible. D'où il résulte qu'on peut affermir un sol en le battant avec un mouton, de manière à ce qu'il ne produise presque pas de tassement sous une charge déterminée.

Autre remarque.

Nous avons fait voir, dans l'exemple précédent, que l'effort d'un pilier de quatre pieds de superficie de base, sans empatement, chargé de 60 milliers, serait de 15 milliers par pied superficiel; mais si l'on pose ce pilier sur une assise qui forme tout autour un empatement de 6 pouces, il est clair que la surface qui pose sur le terrain sera de 9 pieds au lieu de 4, ce qui réduira l'effort de la pression à $\frac{60000}{16} = 6444$ au lieu de 15 mille, c'est-à-dire à moins de moitié; et comme le tassement est en raison de la pression, il sera moitié moindre.

Si au lieu d'un seul empatement on en forme deux de chacun 6 pouces, la surface portant sur le terrain sera de 16 pieds et la pression $\frac{6000}{9}$ $= 3750$, Figure 5, Planche CLXXVI : ainsi il est possible de diminuer la pression d'un point d'appui, en augmentant la superficie de sa base qui pose sur le terrain. Ce moyen est très-utile pour égaliser la charge, et empêcher l'inégalité du tassement, qu'il est très-essentiel d'éviter, parce que, comme nous l'avons déjà remarqué, cette inégalité occasione quelquefois des désunions et des ruptures dangereuses qui peuvent causer la ruine des édifices. Pl. 176.

Un mur continu, tel qu'un mur mitoyen, produit souvent une moindre pression sur le terrain, qu'un point d'appui isolé, qui, outre son poids, reçoit la charge des parties environnantes; mais comme il est toujours possible d'évaluer à peu de chose près le poids des parties d'un édifice, il en résulte qu'on peut aussi proportionner l'empatement de leur fondation, de manière que la pression soit partout uniforme. C'est au défaut contraire qu'il faut attribuer les accidens qui arrivent aux constructions nouvellement achevées.

ARTICLE II. — FONDATIONS SUR DES TERRES LÉGÈRES ET POREUSES.

Lorsqu'on est obligé d'établir des fondemens sur des terres légères ou poreuses, et qui ont été remuées, il faut préalablement les battre jusqu'au refus du mouton ou autre machine dont le choc soit proportionné à la charge des constructions qu'on doit établir dessus. Sur ce sol bien battu, on construira les fondemens comme nous l'indiquerons ci-après pour les bons sols.

Le moyen de battre le sol est souvent préférable et moins coûteux que le pilotage, parce que le resserrement que produit d'abord ce dernier moyen, occasione un frottement si considérable, qu'il s'oppose à l'enfoncement des pilots, de manière qu'ils ne cèdent plus au choc du mouton, quoiqu'ils n'aient pas atteint le bon sol. Ce resserrement soulève pour ainsi dire l'épaisseur de terre dans laquelle on enfonce les pieux en buttant contre les terres voisines; mais ces terres venant à céder à la longue, la couche soulevée s'abaisse sous l'effort continuel de la charge, et occasione des tassemens dont on est surpris, surtout lorsqu'on a pris toutes les précautions nécessaires pour faire ce pilotage selon l'usage adopté. Au contraire, il faut observer que le battage d'un terrain compressible et de la maçonnerie des fondemens établis dessus, effectue d'avance le tassement dont ils sont susceptibles, et les rend assez fermes pour résister à la charge qu'ils doivent soutenir, sans crainte de réaction.

ARTICLE III. — FONDATIONS SUR SABLES MOBILES OU PÉNÉTRÉS D'EAU.

Les sables mobiles et ceux pénétrés d'eau au travers desquels elle bouillonne, ont besoin d'être renfermés et desséchés.

On peut, pour cette opération, faire usage de pilotis et de palplanches, pourvu qu'ils puissent pénétrer assez avant dans la couche de terrain au-dessous, pour résister aux effets de la mobilité du sable et faciliter l'épuisement de l'eau, s'il en est pénétré.

Le meilleur moyen d'établir des fondemens solides sur cette espèce de sol, est d'étendre sur toute la superficie de l'enceinte formée par les pieux ou les palplanches, une forte couche de beton ou de maçonnerie en blocage à bain de mortier, comme nous l'indiquerons plus loin

Sur cette couche bien battue, nivelée et arasée, on posera à un pied ou deux en retraite une assise de forts libages aussi à bain de mortier, et battus pour servir de base aux fondemens des murs ou points d'appui. C'est la manière que les anciens Romains ont presque toujours suivie pour fonder leurs édifices, et surtout lorsque le terrain ne paraissait pas avoir assez de fermeté.

Ce moyen de former l'enceinte d'un double rang de pieux réunis par des palplanches, dont l'intervalle est rempli de glaise ou de terre franches, convient également pour les terres marécageuses et les fondemens dans l'eau. Pour faire cette espèce d'enceinte, à laquelle on donne le nom de *batardeau*, on pratique dans des pieux, plantés à très-peu de distance les uns des autres, des rainures dans lesquelles on fait entrer des palplanches ou madriers en bois de chêne taillés en pointe par le bas. La largeur intérieure de cette espèce d'encaissement peut être depuis 1 mètre jusqu'à 4 mètres, en raison de sa grandeur et de la force de l'eau.

On forme aussi les batardeaux entre deux files de pilotis, éloignés environ d'un mètre les uns des autres : au devant de ces pilotis on applique des espèces de moises ou traverses doubles entre lesquelles on fait entrer les palplanches pour les maintenir dans la direction qu'elles doivent suivre. Cet arrangement est exprimé par les Figures 9 et 10, Planche CLXXVI. Pour que les palplanches joignent mieux, au lieu de faire les joints droits, on les fait angulaires, de manière que les uns forment des angles saillans et les autres des angles rentrans; la saillie ou le renfoncement de l'angle du milieu peut être du tiers de l'épaisseur du madrier ou palplanche, Détail A.

Lorsqu'un batardeau est bien fait, il est impénétrable à l'eau, de sorte qu'on peut vider l'espace qu'il renferme, même au milieu d'une rivière, sans craindre que l'eau filtre au travers, et établir sur le fond des fondemens solides pour des piles de pont, des culées et autres ouvrages dans l'eau ou dans des terrains qui en sont pénétrés, tels que des marais, avec autant de facilité que sur des terrains secs.

Lorsqu'il n'y a pas d'impossibilité à faire des batardeaux, ce moyen de fonder à sol découvert est beaucoup plus sûr que les caissons imaginés pour s'en dispenser.

M. Tardif, ingénieur des ponts et chaussées a publié en 1757 une nouvelle méthode de former des batardeaux par encaissement, dont on

peut tirer un parti avantageux pour établir dans les terrains sablonneux, dans les marais, les rivières, et même dans la mer, à la proximité des côtes, des fondemens solides. Ce moyen consiste en un bâti de
Pl. 176. charpente, dont la Figure 11, Planche CLXXVI, exprime le profil. Ce bâti forme une enceinte creuse, composée à l'extérieur de poteaux assemblés dans un sol ou pièce de bois horizontale, taillée en biseau, armée en dessous d'une garniture de fer à branches pour l'arrêter à cette pièce. Le biseau est prolongé à l'intérieur par de petits liens assemblés dans une autre pièce de bois horizontale, plus élevée d'environ 3 pieds : dans cette dernière, sont assemblés d'autres poteaux éloignés de deux pieds ½ des premiers. Cet assemblage de doubles poteaux entretenus par des liens et des moises à différentes hauteurs, produit des espèces de fermes semblables à celle représentée par la Figure 11.

Ces fermes se placent à environ 6 pieds de distance les unes des autres pour former l'encaissement, dont le plan est déterminé par les sablières du bas. On recouvre les rangs de poteaux intérieurs et extérieurs avec de fortes planches ou madriers jointifs, posés en travers, et arrêtés sur chaque poteau ; ce qui forme une enceinte creuse qu'on remplit de maçonnerie.

Cette espèce d'encaissement a l'avantage de pouvoir se monter sur place et de former des batardeaux, sans avoir besoin de battre des pieux ni palplanches ; opération ordinairement très-longue, difficile et coûteuse, surtout lorsqu'il s'agit de fonder dans l'eau.

Pour fonder dans le sable mouvant ou dans un terrain vaseux, on commence par monter la charpente de l'encaissement ; et après avoir garni de planches la partie inférieure B formant biseau, et l'avoir remplie de maçonnerie, on creuse tout autour à l'intérieur, le plus également qu'il est possible. A mesure que l'encaissement s'enfonce, on continue à garnir de planches et de maçonnerie la partie formant l'enceinte, jusqu'à ce qu'on soit parvenu au fond solide. Après avoir fini de vider l'espace que renferme l'enceinte des sables et mauvaises terres, et fait les épuisemens nécessaires, on établit sur le sol bien nivelé et battu, s'il est possible, la maçonnerie des fondemens.

Si le terrain ne peut pas se battre, et s'il n'a pas la fermeté nécessaire, on étendra sur le fond une couche de beton, ou de maçonnerie de blocage faite avec de la chaux nouvellement éteinte. Ayant ensuite dressé et nivelé cette couche, on posera dessus une assise de gros libages posés à bain de mortier et bien battus. Ce moyen est préférable aux plate-formes et grillages de charpente, parce qu'il a le double avantage de consolider le terrain en se moulant exactement sur sa surface, qui devient plus ferme tant par l'effet du battage que par l'humide du mortier dont elle se pénètre. Le temps ne peut qu'augmenter la solidité de cet ouvrage, tandis qu'il détruit les plate-formes de charpente : car il n'en est pas de ces bois, comme des pieux dont la partie enfoncée dans la terre est bien souvent conservée, tandis que les têtes et les sablières sont détruites.

Pour les fondations dans l'eau, comme celles des piles de pont, il suffit de planter quelques pieux à 3 ou 4 mètres de distance les uns des autres, qui serviront à diriger l'encaissement et à le soutenir, tandis qu'on remplit de maçonnerie la partie creuse formant l'enceinte, pour le faire descendre à mesure, jusqu'à ce qu'il ait atteint le fond. Alors on draguera tout autour à l'intérieur pour faire entrer le sabot dans le sable ou le terrain du fond, afin de pouvoir épuiser l'eau du milieu.

La partie de l'encaissement au-dessus du fond de la rivière peut être remplie de glaise, au lieu de maçonnerie, pour mieux s'opposer au filtrage de l'eau, parce que cette partie, qui ne sert que de batardeau, se retranche lorsque la construction de la pile est élevée au-dessus du niveau de l'eau. On laisse le surplus au-dessous du fond pour consolider les fondemens et les garantir des affouillemens.

Les Figures 12 et 13 représentent le plan et la coupe d'une pile de pont fondée de cette manière. La partie A du plan fait voir l'encaissement avec les moises et étrésillonnemens pour résister à la poussée de l'eau et des terres ou sables mouvans, avant que les fondemens et les remplissages autour soient faits.

La partie B indique l'érigement de la pile et les remplissages de maçonnerie autour, jusqu'au niveau du fond de la rivière.

Les moises et autres étayemens de l'intérieur se suppriment à mesure qu'on élève la pile ; on pourrait même s'en passer en faisant les grands côtés du caisson un peu courbes à l'extérieur, au lieu de les faire droits, afin de résister à la pression de l'eau, qui tendrait alors à les raffermir plutôt qu'à les détruire.

L'espace marqué E dans le plan et le profil compris entre l'intérieur du caisson et la pile, n'est que d'environ un pied et demi, ou un demi-mètre.

Le nouveau système de caissons, inventé par M. Tardif, a été récemment appliqué avec des modifications importantes à la construction du puits de descente qui conduit au chemin souterrain, dit *Tunnel*, entrepris avec autant d'habileté que de courage, par M. Brunel, ingénieur français, sous la Tamise, à Londres. (Voyez *les Notes additionnelles sur les Planches.*)

ARTICLE IV. — DES FONDEMENS SUR LA GLAISE.

L'expérience a fait connaître qu'il était dangereux de creuser ou de piloter dans la glaise, et qu'on pouvait établir dessus, d'une manière solide, les fondemens d'un édifice, en y posant une grillage de charpente recouvert de plates-formes. On cite pour modèle en ce genre le moyen employé par le grand Blondel pour fonder la corderie de Rochefort. Ce bâtiment, élevé de deux étages, a 4 toises de largeur dans œuvre, sur 216 toises de longueur, non compris les pavillons des deux extrémités. En faisant fouiller le terrain sur lequel il est établi, il trouva, au-dessous de la première couche, qui était de terre noire couverte de gazon, une masse de glaise de 10 à 12 pieds d'épaisseur, dont le dessus était très-ferme, mais qui s'amollissait ensuite peu à peu, en sorte que le fond n'était qu'une vase à demi-liquide; le mauvais terrain sous la glaise s'étendait à une si grande profondeur, qu'on ne put pas en trouver le fond. Cependant cet édifice était trop considérable, pour oser suivre la pratique du pays, c'est-à-dire de poser les premières assises immédiatement sur le sol, l'expérience ayant fait connaître aux habitans que les deux pieds de bonne terre, affermie et liée par les racines des herbages, suffisaient pour soutenir les murs des maisons ordinaires.

Après plusieurs recherches et informations faites sur la manière de fonder sur la glaise, Blondel se décida à établir les fondemens de son édifice sur un grillage de charpente, formé de pièces de bois de 10 à 11 pouces de gros, assemblées à queue d'aronde tant plein que vide. Ce grillage s'étendait non-seulement dans toute la longueur des murs de face, mais encore sous des murs de traverse (qui ne s'élevaient qu'à la hauteur du sol), que Blondel avait cru nécessaire d'établir, de 4 toises, en 4 toises, pour lier les fondemens des murs de face ensemble.

Sur ce grillage enfoncé de son épaisseur dans la glaise, on forma un plancher de niveau dans toute son étendue avec des madriers jointifs de trois à quatre pouces d'épaisseur chevillés sur les pièces de bois de grillage. C'est sur ce plancher qu'on a établi la première assise de libages pour le fondement des murs; et afin de n'occasioner aucun tassement inégal, on eut l'attention de construire tous les murs ensemble et par assise générale, c'est-à-dire de n'en commencer une nouvelle qu'après avoir entièrement achevé celle de dessous dans tout son pourtour. Au moyen de toutes ces précautions, on parvint à élever cet immense édifice sans qu'il en résultât le moindre accident, et il subsiste encore sans qu'il lui en soit arrivé.

La manière de fonder sur la tourbe est absolument la même. Cette méthode est encore employée avec succès sur les terrains vaseux et marécageux, sans autre préparation que d'établir le grillage dessus. Mais il faut pour cela que l'épaisseur et la consistance du terrain vaseux soient partout les mêmes, afin que le tassement se fasse également, de manière que toutes les parties élevées dessus conservent leur aplomb.

Les constructeurs les plus expérimentés ne font presque plus d'usage des pilotis que pour fixer les fondemens sur le terrain, lorsqu'il s'agit d'ouvrages construits le long des rivières et sur les bords de la mer, et ils les placent plutôt en avant que dessous.

ARTICLE V. — DE L'ÉPAISSEUR DES FONDEMENS.

Vitruve se contente de dire que les fondemens doivent avoir plus d'épaisseur que les constructions qu'on doit établir dessus. Palladio pense qu'il faut donner aux fondemens des murs le double de leur épaisseur au rez-de-chaussée. Scamozzi n'indique que le quart en sus, et le sixième au moins. Philibert Delorme leur donne la moitié en sus; Mansard a suivi cette règle aux Invalides.

Il est étonnant que ces auteurs et tous ceux qui les ont copiés n'aient pas fait attention que l'étendue des fondemens sur le terrain doit être plutôt en raison de la charge que de l'épaisseur des murs. Ainsi, dans les combinaisons représentées par les Figures 7 et 8, Planche CLXXV, les cubes qui forment leur base, étant également chargés, compriment le sol sur lequel ils posent avec une même force. Souvent un mur, ou massif fort épais, presse moins le terrain en raison de sa grande superficie, qu'un mur beaucoup plus mince, d'autant plus que ce qui détermine à leur donner une plus grande épaisseur n'est souvent que le besoin de la rendre capable de résister à des efforts latéraux, tels que la poussée des terres ou des voûtes.

Pl. 176. La Figure 17, Planche CLXXVI, indique un moyen proposé par Léon-Baptiste Alberti, pour relier les fondemens de plusieurs points d'appui isolés, afin de diminuer l'effet de la pression, en le faisant porter sur une plus grande surface. Ce moyen consiste à construire dans les intervalles des piliers des arcs renversés qui renvoient une partie de la charge sur les espaces intermédiaires. On a fait usage de ce procédé pour les fondemens des colonnes intérieures de l'église de Sainte-Geneviève.

Léon-Baptiste Alberti ne regarde pas les fondemens comme faisant partie des constructions établies dessus. Selon lui, ce n'est que la base sur laquelle elles doivent être posées. Il motive son opinion, en disant que si le sol était suffisamment solide, tel que le roc ou une masse de carrière, il serait inutile d'en faire. Ainsi, d'après ce savant auteur, les fondemens ne sont autre chose que des bases artificielles pour suppléer au défaut de fermeté des terrains; en sorte que, s'il était possible de leur procurer par un autre moyen la fermeté suffisante, ils seraient inutiles. S'il ne s'agissait que de la pression verticale qu'exerce le poids, on pourrait les éviter, dans certains cas; mais, cet effort étant presque toujours combiné avec quelque autre, il est prudent d'en établir, même sur les sols les plus fermes.

D'après les difficultés de charger immédiatement un terrain d'un poids assez considérable pour équivaloir à la pression d'une construction, même moyenne, la manière la plus simple d'y suppléer nous a paru être la chute des corps. Lorsque l'usage du mouton que nous avons proposé n'est pas praticable, on peut se servir d'une solive ferrée par le bout et d'une moindre superficie de base, ou d'une demoiselle à paveur, car la force du choc étant en raison inverse de la superficie de la base, il en résulte qu'une pièce de bois qui n'aurait que le quart ou la sixième partie du mouton, peut produire le même choc avec un quart ou un sixième de son poids, et dispenser d'une sonnette. Quatre hommes, au lieu de seize qu'exige un mouton, produiront le même effet sur une superficie quatre fois moindre, avec moins d'effort, parce qu'ils auront de moins à surmonter le frottement du mouton et de la poulie.

J'ai remarqué à ce sujet que les hommes appliqués à soulever cette solive, de même que celui qui se sert de la demoiselle à paveur (une demoiselle pèse environ 50 livres) produisent un plus grand effet que si la solive ou la demoiselle tombait naturellement de la hauteur à laquelle ils les élèvent, lorsque cette hauteur n'est pas plus grande qu'un tiers de mètre, parce qu'involontairement ils s'appuient ou pressent le corps dans sa chute en proportion de l'effort qu'il a fallu pour l'élever. C'est par cette raison qu'on frappe avec un marteau un coup plus fort que si on le laissait tomber de la hauteur où on l'élève pour frapper.

On peut conclure de tout ce qui vient d'être dit, que le principal objet des fondemens doit être l'affermissement du terrain sur lequel ils posent, et que toutes les opérations doivent se diriger à ce but essentiel; car la bonté des constructions qu'on établit sur un sol mal affermi ne peut jamais procurer de vraie solidité à un édifice.

CHAPITRE DEUXIÈME.

DES FONDATIONS SUR LE BON SOL.

Nous avons déjà dit qu'indépendamment des rocs et des masses de carrières qui n'ont pas été fouillées, on compte parmi les fonds solides le gravier, les terrains pierreux, le gros sable mêlé de terre, le tuf, et les terres franches et compactes qui n'ont pas été remuées. Comme ces différens sols sont plus ou moins compressibles, ils ont besoin d'être éprouvés. Bullet propose un moyen qui a quelque rapport à celui que nous avons indiqué. Après avoir parlé des trous ou puits d'épreuve qu'on peut creuser dans le terrain pour connaître les couches dont il est formé, il ajoute :

« Il y a un autre moyen de connaître si le terrain sur lequel on veut » fonder a assez d'épaisseur, et s'il n'y a pas de mauvaises terres en » dessous ; il faut avoir une pièce de bois, comme une grosse solive » de 6 ou 8 pieds, et battre la terre avec le bout : si elle résiste au » coup et que le son paraisse sec et clair, on peut s'assurer que le terrain » est ferme ; mais si en frappant la terre elle rend un son sourd et sans » aucune résistance, on peut conclure que le fond n'en vaut rien. »

Cette épreuve peut bien donner une idée de la fermeté du terrain, mais on ne peut pas, comme par le moyen que nous avons indiqué, l'apprécier pour proportionner la largeur des fondemens au degré de consistance du sol.

Dans les bons fonds, comme ceux dont il est ici question, on peut proportionner le nombre des retraites ou empatemens au degré d'enfoncement de la solive dans le sol. S'il résiste au coup et rend un son clair, une seule retraite peut suffire.

Lorsqu'on veut fonder solidement, il faut que la première assise soit faite en libages, c'est-à-dire en grandes pierres sans paremens, dont les lits soient dressés et piqués à la grosse pointe. On pose cette assise, après avoir bien nivelé et battu le sol, sur un lit de mortier, ou après avoir arrosé le terrain avec un lait de chaux. Cette première assise doit être battue à la hie ou demoiselle ; le surplus peut être construit en gros moellons posés à bain de mortier et battus à mesure, avec des chaînes en libages sous les points d'appui et les parties les plus chargées, en proportionnant, comme nous l'avons déjà dit, leur épaisseur à la charge qu'ils ont à soutenir.

CHAPITRE TROISIÈME.

DES FONDATIONS SUR LE ROC OU SUR LES MASSES DE CARRIÈRE.

Malgré la solidité apparente de ces deux espèces de sol, il y a encore des précautions à prendre pour établir dessus des constructions solides. Il faut d'abord s'assurer si sous le roc ou la masse apparente de carrière il ne se trouve pas des cavités, et si leur épaisseur est assez forte pour soutenir, sans se rompre, le poids des constructions qu'on se propose d'établir dessus. Lorsque le roc ou la masse ont peu d'épaisseur, ou lorsqu'il se trouve des cavités, il faut les remplir de maçonnerie ou les soutenir par des arcs. Quand on commença à bâtir l'église du Val-de-Grâce, on crut établir les fondemens d'une manière très-solide, en les posant sur une masse de carrière; mais à peine fut-on hors de terre, qu'une partie de l'édifice s'affaissa considérablement. Après quelques recherches, on trouva que la partie sur laquelle elle avait été fondée avait été fouillée, et on fut obligé de soutenir le ciel de cette partie de carrière par des constructions faites en dessous.

Lorsqu'on s'est assuré que le roc sur lequel on doit fonder est solide, on commence par faire dresser de niveau les parties sur lesquelles doivent poser les premières assises. Si le roc est trop inégal, on le divise par banquettes de niveau, Planche CLXXVI, Figure 8; et afin que les Pl. 176.
parties basses ne soient pas dans le cas de tasser, il faut, s'il est possible, les construire en pierre de taille ou libages posés sans mortier, à la manière des anciens, jusqu'à la hauteur de l'arasement général. Si l'on est obligé de construire en maçonnerie de moellons et mortier, il faut avoir soin de la battre par assise, pour diminuer autant que possible l'effet du tassement.

Lorsqu'on sera parvenu à l'arasement général, il sera à propos de laisser reposer l'ouvrage pendant quelque temps, pour que la maçonnerie puisse acquérir une certaine consistance avant de construire dessus.

Si le rocher est trop inégal, on peut fonder par encaissement avec de petites pierres et les débris des rocs maçonnés à bain de mortier, fait avec de bon sable et de la chaux nouvellement éteinte, comme le béton, ou la maçonnerie de blocage, Figures 6 et 7, même Planches.

Si cette construction est bien faite et battue comme nous l'avons indiqué à l'article VI de la 3e. section du Livre IIe., page 340 et suivantes, elle formera un banc d'une seule pièce, plus ferme et plus solide que le meilleur sol, capable de remédier à tous les vices des terrains sur lesquels il sera établi. Il faut que l'épaisseur et la largeur de cette couche de maçonnerie soient proportionnées au degré de consistance du sol.

La fermeté d'un sol, tel que le roc, peut aussi permettre de n'établir les fondemens que sur des points d'appui éloignés les uns des autres et réunis par des arcs, ainsi que l'ont pratiqué les Romains dans plusieurs substructions de ce genre, qui soutiennent des parties d'édifices et de chemins antiques.

CHAPITRE QUATRIÈME.

DES FONDEMENS DANS L'EAU.

ARTICLE PREMIER.

Vitruve, en parlant des ports, donne le détail des différens moyens employés par les anciens Romains pour fonder les môles dans la mer.

Il s'explique ainsi livre V, chapitre XII.

Quant aux constructions qui doivent être dans l'eau, voici com-
» ment il convient de les faire. On fera venir de cette poudre (pouzzo-
» lane) qui se trouve depuis Cumes jusqu'au promontoire de Minerve;
» on en broyera deux parties avec une de chaux pour faire le mortier;
» ensuite, dans l'endroit qui aura été déterminé, on formera des caisses
» avec de forts poteaux, on les fera couler dans l'eau, où on les en-
» tretiendra solidement, dans la direction qu'elles doivent avoir, avec
» des chaînes ou des traverses; et après avoir égalisé et nettoyé la par-
» tie sous l'eau de l'enceinte formée par ces caisses, on la remplira avec
» des moellons et du mortier préparé comme nous venons de le dire.

» Mais si l'endroit, par sa position, est tellement exposé à la vio-
» lence des flots, qu'il ne soit pas possible de contenir les caisses,
» alors on établira sur la terre ou sur le bord du rivage une plate-
» forme le plus solidement qu'il sera possible.

» Pour former une plate-forme, il faut que le terrain soit disposé de
» manière que moins de la moitié soit de niveau, et le surplus en

Liv. V, Cap. XII.

Eæ autem structuræ, quæ in aquâ sunt futuræ, videntur sic esse faciendæ, uti portetur pulvis à regionibus, quæ sunt à Cumis continuatæ ad promontorium Minervæ, isque misceatur uti in mortario duo ad unum respondeant. Deindè tunc in eo loco, qui definitus erit, arcæ stipitibus robusteis et catenis inclusæ in aquam demittendæ destinandæque firmiter; deindè inter eas ex transtillis inferior pars sub aquâ exæquendâ et purgandâ, et cæmentis ex mortario materiâ mixtâ (quemadmodùm suprà scriptum est) ibi congerendum, donicum compleatur structuræ spatium, quod fuerit inter arcas.

Sin autem propter fluctus aut impetus aperti pelagi destinatæ arcæ non potuerint continere, tunc ab ipsâ terrâ, sive crepidine pulvinus quam firmissimè struatur, isque pulvinus exæquatâ struatur planitie minus quam dimidiæ partis; reliquum, quod est proximè littus, proclinatum latus habeat.

Deindè ad ipsam aquam et latera pulvino circiter sesquipedales margines struantur

» pente du côté de la mer. On construira de ce côté et en retour, des » murs d'environ un pied et demi d'épaisseur, pour contenir le sable » dont on le remplira, pour égaliser la partie en pente avec celle de » niveau.

» Sur cette plate-forme soutenue ainsi de niveau, on construira un » massif de maçonnerie aussi grand qu'on le jugera convenable. Après » qu'il sera achevé, on le laissera reposer, au moins pendant deux » mois, pour qu'il sèche.

» Au bout de ce temps on démolira les murs qui soutiennent le sa- » ble. Alors les flots de la mer venant à l'entraîner, le massif se préci- » pitera dans la mer; et en répétant ce moyen autant de fois qu'il » sera nécessaire, on pourra avancer les constructions dans l'eau. Nous » avons expliqué les propriétés du mortier de pouzzolane dans ce que » nous avons écrit précédemment. (Voyez Tome Ier., livre Ier., page 132.)

» Dans les endroits où il ne se trouve pas de cette poudre (pouzzo- » lane), il faudra s'y prendre de cette manière : on renfermera l'es- » pace où l'on veut fonder, par une double enceinte creuse, comme » des caisses formées de planches entretenues par des traverses » (Figures 15 et 16). L'intervalle entre les deux enceintes sera rempli » avec de l'argile et des paquets d'herbe des marais (*ulva palustris*), » bien foulés.

Ce remplissage étant bien corroyé pour le rendre le plus dense » qu'il sera possible, on se servira de vis (d'*Archimède*), de roues et » de tympans placés dans cette enceinte pour en épuiser l'eau, et » lorsqu'elle sera mise à sec on creusera les fondations dans l'intérieur.

æquilibres ei planitiæ, quæ suprà scripta est. Tunc proclinatio ea impleatur arenâ, et exæquetur cum margine in planitiâ pulvini.

Deindè insuper eam exæquationem pila quam magna constituta fuerit, ibi struatur, eaque cum erit extructa, relinquatur ne minùs duo menses, ut siccescat.

Tunc autem succidatur margo, quæ sustinet arenam : ità arena fluctibus subruta efficiet in mare pilæ precipitationem. Hâc ratione quotiescunque opus fuerit, in aquam poterit esse progressus. Hoc autem munus naturale habent ea loca, quæ supra scripta sunt.

In quibus autem locis pulvis non nascitur, his rationibus erit faciendum, uti arcæ duplices relatis tabulis et catenis colligatæ in eo loco, qui finitus erit, constituantur, et inter destinatas cretâ meronibus ex ulvâ palustri factis calcetur.

Cum ità benè calcatum et quàm densissimè fuerit, tunc cochleis, rotis, tympanis collocatis, locus qui in ea septione finitus fuerit exinaniatur sicceturque, et ibi inter septiones fundamenta fodiantur.

» On donnera à ces fondations, creusées jusqu'au solide, plus de » largeur qu'au mur qui doit être établi dessus. Après avoir vidé et desséché le fond, on le remplira de maçonnerie faite de moellons à bain de » mortier de chaux et de sable. Si le fond n'est pas solide, on y enfoncera des pieux de bois d'aune, d'olivier ou de chêne, dont on aura » brûlé le bout, et après les avoir recouverts de charbon, on fera le » reste comme nous l'avons ci-devant expliqué pour les fondemens des » murs et des théâtres. (Voyez pages 58 et 64 de ce livre.)

» Sur ces fondemens on élèvera un mur avec des paremens en pierres » de taille qui fassent beaucoup de liaisons l'une sur l'autre, en sorte » que les joints des unes répondent au milieu des autres ; le surplus » sera rempli en béton ou en maçonnerie de blocage. De cette manière, il sera possible d'établir au-dessus des tours très-solides.

OBSERVATIONS.

Perrault et la plupart des commentateurs de Vitruve n'ont pas saisi le véritable sens du texte de cet auteur, parce qu'ils ont voulu l'expliquer par la manière employée par les modernes pour faire les batardeaux avec des poteaux rainés des deux côtés et des palplanches enfoncées en terre comme les pilotis.

Les enceintes ou encaissemens dont parle Vitruve, pour fonder dans la mer, n'étaient que des espèces de caisses sans fond, qu'il désigne par le mot *arcæ inclusæ*. Lorsqu'ils devaient employer le mortier de pouzzolane et des moellons jetés ensemble sans épuiser l'eau de l'encaissement, les Romains le formaient d'un seul rang de forts poteaux, *stipitibus robusteis*, reliés par des traverses. On descendait ces caisses dans l'eau où elles étaient fortement retenues par des chaînes pour les fixer jusqu'à ce qu'elles fussent remplies, *aquam demittendæ et catenis destinandæque firmiter*.

Si terrena erunt, usque ad solidum crassiora quam qui murus suprà futurus erit, exinaniatur, sicceturque, et tunc structura ex cæmentis, calce et arenâ compleatur. Sin autem mollis locus erit, palis ustulatis alneis, aut oleagineis (aut robusteis) configatur et carbonibus compleatur, quemadmodùm in theatrorum et muri fundationibus est scriptum.

Deindè tunc quadrato saxo murus ducatur juncturis quàm longissimis, uti maximè medii lapides coagmentis contineantur. Tunc qui locus erit inter murum, ruderatione sive structurâ compleatur. Ita erit uti possit turris insuper ædificari.

Le mortier de pouzzolane ayant la propriété de durcir dans l'eau, et de faire corps avec les moellons ou petites pierres, il n'était pas nécessaire que les poteaux fussent joints avec assez de précision pour exiger des poteaux rainés et des palplanches; il suffisait qu'ils le fussent assez pour retenir les petites pierres ou graviers mêlés avec le moellon.

C'est aussi l'opinion du marquis de Galliani, l'un des traducteurs de Vitruve. Dans une note sur ce chapitre, il dit, en parlant de ces poteaux rainés et des palplanches :

« Perrault, qui pensait que cet usage était antique, a prétendu que » *arca* signifiait une pièce de bois rainée des deux côtés; mais tout » ce qu'il dit dans une très-grande note, pour tâcher d'adapter les pa» roles de Vitruve à son opinion, nous paraît tiré aux cheveux. » Il conclut par dire « qu'il lui semble très-clair que *arca*, lorsqu'on lui » donne l'épithète *inclusa*, ne peut signifier autre chose que la clôture » ou enceinte que forment les poteaux. »

L'autre espèce d'encaissement approche davantage de notre manière de faire les batardeaux. C'était comme des doubles caisses revêtues de planches : *uti arcæ duplices relatis tabulis*, arrêtées par des chaînes à l'endroit où devait se faire la maçonnerie, *catenis colligatæ in eo loco qui finitus erit*, Fig. 15 et 16.

L'intervalle entre les deux enceintes était rempli d'argile et d'une espèce d'herbe désignée sous le nom d'*ulva palustris*, liée par paquets et foulée, *inter destinatas cretâ meronibus ex ulvâ palustri factis calcetur*

Plusieurs interprètes et traducteurs, entre autres Philander et Barbaro, et d'après eux Perrault, prétendent que par *meronibus* il faut entendre des sacs faits avec la plante désignée par *ulva palustris*, et remplis d'argile; mais ce moyen me paraît moins propre à l'objet qui était de remplir exactement l'intervalle de la double enceinte en foulant la glaise : d'ailleurs les éditeurs et les commentateurs ne sont pas d'accord sur ce mot; les uns lisent *heronibus*, et d'autres *pheronibus*. C'est vraisemblablement un mot technique qui aura été mal écrit par les copistes, et qui peut en d'autres cas indiquer une espèce de sac.

Quant au moyen de construire des massifs de maçonnerie sur le bord du rivage, Fig. 14, Perrault a confondu la plate-forme indiquée par *pulvinus*, avec le massif de maçonnerie désigné par *pila*, quoique Vitruve ait eu soin de les distinguer en s'exprimant ainsi : *ab ipsâ terrâ sive crepidine pulvi-*

nus quàm fortissimè struatur, c'est-à-dire sur la terre même, ou le bord du rivage, on construira le plus solidement possible une plate-forme.

Au reste, cette manière d'opérer, représentée par la Figure 14, peut servir, en la modifiant en raison des circonstances, dans des cas extraordinaires.

Bélidor, dans la seconde partie de son *Architecture hydraulique*, s'est beaucoup étendu sur tout ce qui a rapport aux différentes manières de fonder dans l'eau, et surtout dans la mer; il cite à ce sujet les travaux de ce genre faits à Dunkerque, Cherbourg, Toulon, et autres ports. Comme il a fort bien traité cette partie, nous en avons extrait ce qui peut servir de complément à ce que nous avons déjà dit, en y ajoutant quelques observations. Au premier volume de la seconde partie [1], il dit à l'occasion des batardeaux :

« Quand on ne peut mettre à sec l'endroit où l'on veut établir un » batardeau, comme cela arrive dans les grosses rivières et aux ports » de la mer Méditerranée, où il n'y a pas de flux et reflux, il se fait » alors par encaissement. L'on plante deux files de pilots, l'une pa- » rallèle à l'autre, placés à une distance proportionnée à la hauteur » de l'eau, entretenus avec des liernes et entre-toises; ensuite on en- » fonce dans l'intérieur du batardeau, le long de ces pilots, des files » de palplanches, formant un coffre que l'on remplit de glaise, ou » d'autre terre liante, ou même du crayon qui devient aussi solide que » la glaise, quand il est bien corroyé, Figures 9 et 10 ».

Mais auparavant on enlève avec des dragues la vase qui est dans le fond pour y asseoir le massif du batardeau à une profondeur plus basse que celle du lit de la mer ou de la rivière, afin d'empêcher que l'eau ne filtre par le fond, ce qui arriverait immanquablement, parce que répondant aux plus grandes colonnes d'eau, elles y agissent plus puissamment que sur le reste de la hauteur. La *fiche* que l'on donne aux pilots doit dépendre de la qualité du terrain; c'est pourquoi il faut s'en assurer par des sondes faites avec soin.

« Pour bien employer la glaise, on la réduit d'abord en morceaux » gros comme un œuf, afin de l'éplucher et de voir si elle ne comprend » pas de sable ou de petits graviers. Ensuite on l'arrose pour la battre

[1] Chap. VII, Section XI, page 125.

» et la corroyer avec les pieds sur un plancher, ce qui ne se fait que le » lendemain qu'elle a été humectée, prenant garde qu'elle ne le soit ni trop, » ni trop peu; l'on en fait des pains que l'on jette au fond du batardeau, » d'où l'eau sort à mesure qu'on le remplit; les ouvriers la battent lit » par lit avec des demoiselles à long manche, tant qu'on soit parvenu » à deux pieds au-dessus du niveau de l'eau extérieure, et plus haut » encore si c'est dans la mer, de crainte qu'étant agitée elle ne passe » au-dessus.»

A défaut de glaise, on peut employer de la terre; plus elle sera forte et grasse, mieux elle vaudra : il faut prendre garde qu'il ne s'y trouve ni branche ni racine, ni cailloux ni graviers; on la jette dans le batardeau par lits d'un pied d'épaisseur, qu'on réduit en la battant à 8 pouces.

Si l'on a des terres sablonneuses ou graveleuses, il faut pratiquer du côté où il doit soutenir l'eau un corroy de glaise de deux pieds d'épaisseur au moins, et qui descende à un pied et demi au-dessous du fond.

Les batardeaux en terres doivent avoir une épaisseur égale à la profondeur de l'eau, depuis 3 pieds jusqu'à 9 ; mais on ne leur donne jamais moins de 3 pieds. Pour les profondeurs au-dessus de 9 pieds, on se contente d'ajouter un pied pour 3 pieds de profondeur de plus; ainsi, pour 12, 15, 18, 21 pieds, etc., on donne 10, 11, 12, 13 pieds d'épaisseur.

Lorsque les batardeaux sont remplis de glaise, il suffit de leur donner pour épaisseur les deux tiers de la hauteur de l'eau, à partir de 3 pieds jusqu'à 9, et d'augmenter cette épaisseur pour les profondeurs au-dessus de 9 pieds, comme nous l'avons ci-devant indiqué. C'est plutôt l'expérience que le calcul qui a déterminé ces épaisseurs. On pourrait cependant les fixer d'une manière plus méthodique, par le moyen du triangle rectangle ABC, Fig. 18, dont la base BC serait égale au tiers de la hauteur AB. On tirera d'un point D, pris à volonté, une parallèle à la base qu'on supposera égale à 3 pieds, ou un mètre, et d'après cette hypothèse on divisera la hauteur DB en pieds ou parties de mètre, pour correspondre aux différentes hauteurs au-dessus de 3 pieds, à partir du point D; ainsi 4 *a*, tirée du point 4 parallèlement à la base, indiquera l'épaisseur pour 4 pieds de profondeur; 5 *b* pour 5 pieds, etc.

On pourra même régler cette épaisseur relativement à la consistance de la terre; ainsi, pour la glaise, on tirera une parallèle *fg*, à DB, à 2 pieds du point E, et on prendra les épaisseurs à partir de la ligne fg Pour 6 pieds de profondeur, au lieu de 6 c, on prendra $h\ c$.

On pense qu'il serait avantageux de donner à l'épaisseur du batardeau la forme de trapèze, plutôt que celle d'un rectangle, en mettant la pente en dehors, surtout lorsque le batardeau doit être exposé à l'action des flots de la mer, afin de leur donner moins de prise, et de diminuer l'effort du choc. L'épaisseur du batardeau doit être augmentée en raison de sa longueur et de sa situation plus ou moins exposée à cet effort.

ARTICLE II. — DES PILOTIS, DES GRILLAGES DE CHARPENTE ET DES CAISSONS.

La manière de fonder sur pilotis a été presque exclusivement employée par les modernes, pour toutes les constructions dans l'eau. Bélidor, à l'occasion des piles de pont, dit [1] qu'à moins qu'on ne rencontre un banc de roc d'une épaisseur suffisante, et partout d'une égale solidité, il faudra indispensablement piloter et établir de bons grillages de charpente. Il y a cependant beaucoup de circonstances où l'on peut s'en dispenser. Les anciens ne faisaient usage de pilotis, que lorsque le fond était absolument mauvais, et qu'il n'était pas possible d'atteindre un sol plus solide. Au lieu de plate-forme de charpente, ils préféraient une couche de béton ou de maçonnerie de blocage qu'ils étendaient sur un lit de charbon pour conserver les têtes des pieux enfoncés ou coupés au niveau du terrain. Cette couche de maçonnerie acquérait plus de force en raison de son ancienneté, au lieu que les plates-formes composées de bois, qui se touchent immédiatement, finissent par se détruire, et les remplissages de moellons des grillages par être pénétrés par les eaux qui filtrent au travers.

Ce moyen de fonder sur grillage et pilotis ne peut être regardé que comme un expédient imaginé pour les pays aquatiques, tels que la Hollande, et que nous avons adopté lorsque nous avons voulu imiter leurs canaux, leurs écluses et autres ouvrages hydrauliques, sans faire attention si le sol ne permettait pas de faire usage des moyens plus solides et plus durables. La facilité que présente ce moyen pour l'exécution l'a fait employer presque partout indistinctement, quoique

[1] Architecture hydraulique, seconde partie, page 448.

plus coûteux; en effet, rien n'est si simple que de distribuer des pilotis en quinconces, à trois ou quatre pieds de distance : de les recouvrir d'un grillage en charpente arrêté sur la tête des pilotis; et, après avoir rempli les cases qu'ils forment en moellons, de les recouvrir dans toute leur étendue de planchers de madriers arrêtés sur les pièces de bois du grillage : cela fait, on établit dessus, avec confiance, une construction en pierres de taille, en ayant soin de cramponner celles de la première assise.

Dans la suite, pour économiser la dépense des batardeaux, on a trouvé des moyens pour couper les pieux sous l'eau à une même hauteur; et, au lieu de plate-forme, on a imaginé de grands caissons, à l'imitation de ceux employés pour le pont de Westminster à Londres. Ce moyen, modifié en raison des circonstances, est devenu le moyen unique : toutes les piles des ponts nouvellement construits sont fondés de cette manière indifféremment sur toute sorte de sol.

Nous ne pouvons nous empêcher de faire observer que ce mélange de bois et de maçonnerie ne peut jamais produire la solidité et la durée sans bornes des constructions toutes en maçonnerie, à la manière des anciens qui forment avec le temps des masses indestructibles. Ceux qui voudraient n'attribuer cette propriété qu'au mortier des anciens Romains, n'ont qu'à consulter les ingénieurs et les architectes qui ont eu occasion de faire démolir des masses de maçonnerie en fondation d'une certaine importance, établies depuis 40 à 50 ans seulement, avec du mortier ordinaire.

Lorsqu'on est obligé de piloter et d'établir des grillages de charpente, il vaut encore mieux supprimer le plancher de madriers, et le remplacer par une couche de béton pour lier la maçonnerie des cases du grillage avec celle au-dessus, après l'avoir bien battu et recouvert les pièces de bois avec la poudre de charbon. Sur cette couche bien nivelée et massivée, et retenue autour par des pièces de bois formant encaissement, on posera en retraite une assise de libages à bain de mortier, qui n'auront pas besoin d'être cramponnés s'ils sont mis en place avec soin, et battus à la hie, sans s'embarrasser du niveau du lit supérieur qu'on redressera, s'il est nécessaire, en faisant un dérasement général.

Maçonnerie par encaissement dans l'eau.

Dans les départemens méridionaux et le long des bords de la Méditerranée, où les ouvriers entendent bien les constructions en mortier, on se contente, pour bâtir dans l'eau, de former des encaissemens comme ceux que l'on fait pour les batardeaux, Figures 9 et 10, entre deux files de pilotis avec des palplanches auxquelles on donne une épaisseur proportionnée à la hauteur de l'eau, à l'effort qu'exerce sur les parois la massivation de la maçonnerie, et à la profondeur qu'il faut creuser au-dessous du sol, pour enlever la vase du fond jusqu'au terrain solide : ces palplanches devant être enfoncées à deux pieds dans le bon terrain.

Après avoir vidé la vase et atteint le fond solide, on jette dans cet encaissement alternativement un lit de béton et un lit de pierres arrangés le plus également qu'il est possible, et battus avec des demoiselles à long manche, en continuant ainsi jusqu'au-dessus du niveau de l'eau.

Lorsque ces travaux sont finis en automne, on les laisse reposer pendant l'hiver, afin de donner le temps à la maçonnerie de faire corps. Alors on pose une assise de libage, comme nous l'avons ci-devant indiqué, sur laquelle on établit les constructions en pierres de taille, en moellons ou en briques qui doivent former la partie hors de l'eau. C'est de cette manière qu'on a bâti à Toulon, en 1748, une des jetées pour la nouvelle darse.

Bélidor, qui suivit cette construction, remarque qu'on n'a pas à craindre, comme dans les ouvrages revêtus en pierres de taille, qu'une des pierres venant à se détacher soit suivie de plusieurs autres, et que successivement tout ce qui est dans l'eau tombe en ruine; qu'on doit compter pour beaucoup l'économie des batardeaux, et des épuisemens qui causent quelquefois autant de dépense que la chose même; et il ajoute : « *N'a-t-on pas lieu d'être surpris qu'une pratique, dont les anciens ont fait un si bon usage, ne soit guère suivie que sur les côtes de la Méditerranée? Cependant elle pourrait l'être également dans l'Océan et les rivières, pour fonder un quai; les piles d'un pont, aux endroits qui ne sont jamais à sec, et où il reste toujours une grande profondeur d'eau; ce moyen étant préférable dans bien des cas aux fondations faites à sec dans des caisses qu'on fait couler à fond.* »

S'il s'agit d'établir dans la mer un fort ou une jetée qui ait beaucoup de largeur, on commence par les murs du tour, sans se mettre en peine des terres-plains que l'on fait ensuite en remplissant le milieu de toutes sortes de matériaux. On donne à ces murs une épaisseur proportionnée à la profondeur de l'eau : le parement intérieur s'élève d'aplomb, et celui de l'extérieur avec un talus d'un cinquième ou d'un sixième.

Manière dont le béton a été préparé pour les jetées de la nouvelle darse de Toulon.

« [1] Après avoir choisi un emplacement uni et bien battu, l'on prend » douze parties de pouzzolane et six parties de sable bien grainé et » non terreux : après les avoir mêlées, on forme une bordure circulaire » de 5 à 6 pieds de diamètre. On remplit l'intérieur de neuf parties de » chaux vive bien cuite, concassée avec une masse de fer pour qu'elle » s'éteigne plus vite, ce qui se fait en y jetant peu à peu de l'eau de » la mer, pour les ouvrages maritimes, et en la remuant de temps en » temps avec le dos de plusieurs *rabots de fer* ; dès qu'elle est réduite en » pâte, on y incorpore la pouzzolane et le sable. Le tout étant bien » mêlé, l'on y jette treize parties de recoupes de pierres et trois de » mâche-fer concassé, lorsqu'on est à portée d'en avoir, ou bien on se » contente d'employer seize parties au lieu de treize de recoupes et de » brocailles de pierres, ou de cailloux dont la grosseur ne doit point » surpasser celle d'un œuf de poule. On remue à force de bras toute » cette composition pendant une heure, en la promenant çà et là avec » des pelles, pour en mieux incorporer les parties, après quoi on en » forme des tas auxquels on laisse faire corps pendant vingt-quatre » heures en été dans les pays chauds ; mais en hiver il lui faut quel- » quefois trois ou quatre jours, observant de la conserver à couvert de » la pluie, et de ne l'employer que quand elle est assez ferme pour ne » pouvoir être enlevée qu'avec la pioche. »

Au défaut de pouzzolane, on peut employer la terrasse de Hollande, la cendrée de Tournay, le ciment d'eau-forte, ou la poudre de tuileaux pilés. Au lieu d'eau de mer, on peut se servir avec avantage d'eau douce, dans laquelle on aura laissé séjourner pendant quelque temps de vieilles ferrailles.

[1] Bélidor, architecture hydraulique, 2e. partie, tome II, page 186.

Dans beaucoup d'endroits, le mortier ordinaire de chaux et sable, mêlé de pierrailles, suffit, quoiqu'il fasse corps moins vite, mais avec le temps il acquiert la même dureté : l'objet essentiel est de bien éteindre la chaux, en n'y employant que la quantité d'eau nécessaire, et ayant soin de la bien broyer avec le sable avant qu'elle soit refroidie.

Les pierres à demi-calcinées, qui n'ont pas pu se dissoudre en éteignant la chaux, étant pulvérisées, équivalent au meilleur ciment, de même que les pierres argileuses auxquelles on fait éprouver une demi-cuisson. Le béton fait de toutes ces matières, employé un peu ferme, s'étend et s'affaisse lorsqu'il est au fond de l'eau.

Lorsque l'eau a une certaine profondeur, pour que le béton ne se délaye pas trop en tombant, on peut faire usage d'une caisse semblable à celle dont on s'est servi à Toulon pour les constructions dont nous venons de parler. Le fond est à charnières ou tourillons d'un côté, et arrêté de l'autre par un mentonnet ou déclic, qu'on peut faire jouer par le moyen d'une ficelle ou petite chaîne, lorsque la caisse est descendue à 2 ou 3 pieds au-dessus du fond de l'eau, ou au-dessus de la maçonnerie de béton dont il est déjà couvert. Le fond de la caisse est retenu du côté où il peut s'ouvrir par des bouts de chaînes, de manière à former, quand il est ouvert, un plan incliné d'environ 45 degrés, sur lequel s'écoule le béton. Il faut que la caisse soit bien unie et calfeutrée en dedans ; et pour que le béton ne s'attache pas au fond, on le recouvre d'un lit de sable ou de gravier fin. Cette caisse peut avoir 3 ou 4 pieds sur tous sens. Elle est suspendue à un singe ou treuil avec des roues à chevilles, posé sur un châssis à rouleaux placé sur l'encaissement, afin de pouvoir le faire avancer à mesure qu'on opère, Fig. 1, Planche CLXXVII. Pl. 177.

L'instruction que l'on vient de lire sur la manière de préparer le béton, offre, ainsi que nous l'avons remarqué au Livre Ier., Tom. 1, p. 130, la plus grande analogie avec ce que Vitruve a écrit au chapitre VII du VIIIe. Livre, sur la préparation dn *signinum*, ou mortier hydraulique des Romains. Mais ce qui mérite surtout de fixer l'attention dans le passage cité, c'est, à notre avis, l'épithète de *vehementissima* donnée à la chaux; expression qui semble nous révéler que la perfection qu'on remarque dans la main-d'œuvre de leurs ouvrages de maçonnerie ne doit pas être considérée comme l'unique cause de leur durée, et qu'ils possédaient en effet, au plus haut degré, la connaissance des diverses qualités de cette matière. *Calx vehementissima* de Vitruve offre tous les caractères de notre *chaux hydraulique.*

Des jetées faites avec des encaissemens, ou coffres de charpente.

Pour faire des ouvrages solides, en employant ce moyen, il faut que le remplissage soit fait de manière à se passer dans la suite de son enveloppe, lorsque le temps vient à la détruire; étant fait en bonne maçonnerie, il est souvent préférable aux ouvrages en pierres de taille; mais si, au contraire, il n'est formé qu'en pierres ou autres matières sèches qui ne peuvent former corps sans intermédiaire, tout se détruit avec l'encaissement.

Lorsqu'on se décide à faire ce remplissage en maçonnerie, il faut disposer l'encaissement de manière qu'aucune pièce de bois ne traverse à l'intérieur, parce qu'en le divisant elle l'empêcherait de former une masse continue. On peut citer pour exemple les jetées du port de Dunkerque, dont parle Bélidor au tome II de la 2e. partie de son *Architecture hydraulique*, page 104, où il dit:

» Voulant suivre successivement ce qui a été exécuté à Dunkerque » pour bonifier le port, l'on saura qu'environ vingt ans après qu'on » eut formé les jetées de fascinage, l'on entreprit de les faire plus so- » lides, en les construisant avec des coffres remplis de pierres. Comme » il s'agissait de rendre ces jetées capables d'une grande résistance, par » un assemblage de charpente bien entendu, sans en multiplier les » pièces mal à propos, les plus habiles ingénieurs qui devaient avoir » la direction de ce travail s'appliquèrent à produire des dessins de ce » qu'on pouvait faire de mieux : ils étaient ensuite exposés à l'examen de » M. de Vauban, etc. »

Les Figures 2, 3, 4, représentent les trois profils de charpente qui furent approuvés par M. de Vauban pour être exécutés. Ces fermes sont aussi bien combinées qu'elles puissent être, en les considérant comme ouvrage de charpente; mais nous pensons, comme Bélidor, que ces ouvrages sont moins propres que les massifs de maçonnerie, pour résister aux efforts des vagues, qui font éprouver aux constructions de ce genre des ébranlemens qui finissent par relacher tous les assemblages, et par ôter à la masse, avec le temps, sa solidité primitive.

Les remplissages en pierres sèches, tel bien faits qu'ils puissent être, n'empêchent pas cet effet comme une bonne maçonnerie de blocages à bain de mortier, qui dispense de tous les assemblages intérieurs, et qui forme avec le temps, lorsqu'elle a été bien faite, une masse indestructible.

Des caissons employés pour fonder les piles du pont de Westminster.

Ce pont est composé de treize arches [1] en plein cintre, dont la naissance est élevée d'un pied au-dessus des basses eaux. Celle du milieu, qui est la plus grande, a 76 pieds de diamètre. Les piles qui la soutiennent ont 17 pieds d'épaisseur. La largeur des autres arches de droite et de gauche diminue en progression de chacune 4 pieds, et leurs piles d'un pied.

L'endroit de la Tamise où ce pont est élevé a 6 pieds de profondeur, dans les temps des basses eaux, et 15 pieds dans les grandes crues; celle des moyennes eaux est d'environ 11 pieds. A 3 ou 4 pieds au-dessous du fond, est un ban de gravier d'une épaisseur considérable, sur lequel on a établi le fondement des piles.

M. Labelie, ingénieur suisse, qui fut chargé de la construction de ce pont, imagina des caissons pour fonder les piles, parce qu'il prévit la difficulté d'établir des batardeaux ordinaires sur un fond de gravier, au travers duquel l'eau aurait toujours filtré, de manière à ne pas pouvoir venir à bout d'épuiser l'eau de son enceinte, telle bien faite qu'elle pût être.

Ces caissons, Figures 5 et 6, avaient 80 pieds de longueur, 30 de largeur et 16 de hauteur, afin d'avoir autour des piles un espace suffisant pour manœuvrer.

Afin d'éviter les difficultés et les frais pour les lancer à l'eau, on les fit construire sur un échafaud dressé sur la rivière même, près du bord et dans l'endroit le plus commode pour le mettre à flot, comme un grand bateau plat dont il avait la forme, afin de le conduire à l'endroit où il devait être fixé.

Le fond du caisson était formé par un fort grillage de charpente en bois de chêne G, et les côtés C avec de longues pièces de bois de sapin écarries, d'un pied de grosseur, posées horizontalement les unes sur les autres, bien jointes et arrêtées avec des chevilles, et de plus recouvertes à l'extérieur avec des madriers de même bois de trois pouces d'épais-

[1] Bélidor, architecture hydraulique, 2e. partie, tome II, page 199.

seur, posées verticalement pour croiser les pièces de bois horizontales. Ces côtés avaient par le bas 18 pouces d'épaisseur, réduits à 15 par le haut; ils étaient réunis par de fortes plates-bandes de fer posées à vis, et des courbes dans les angles, placées à l'intérieur, de façon qu'ils pouvaient se démonter lorsque la pile était élevée à la hauteur des bords.

La Figure 5 fait voir la manière dont la caisse fut fixée avant de la faire échouer, après avoir creusé jusqu'au fond solide.

Pour empêcher que le courant ne chariât dans ce recreusement des vases qui auraient pu le combler, on avait planté du côté d'amont, parallèlement aux avant-becs, des pieux avec des rainures destinées à recevoir un vannage, arrêté par des tasseaux, pour servir de contre-garde.

Y indique une double rangée de pieux plus forts, avec des pièces de bois horizontales enfilées dans des anneaux pour garantir l'ouvrage du choc des gros bâtimens.

Du côté d'aval était une semblable rangée de pieux avec des pièces de bois en travers, ainsi que le long des grands côtés, formant ensemble une enceinte qui ne laissait qu'une ouverture pour les bateaux de service.

Parmi les pieux d'enceinte, il s'en trouvait six avec des espèces de lunettes ou pierres percées, destinées à maintenir le caisson avec des cordages, et à le fixer dans la juste situation qu'il devait avoir; et, pour le faire enfoncer dans l'eau également, on avait pratiqué dans une des faces un petit pertuis, fermé par une vanne, qu'on pouvait lever ou baisser à l'aide d'un cric, comme une porte d'écluse. Dans les angles obtus, on avait établi des pompes au moyen desquelles on pouvait, en très-peu de temps, vider l'eau qu'on avait introduite, après qu'il était fixé, ou le remettre à flot s'il était mal descendu.

Quoiqu'on ne puisse pas disconvenir que ce moyen soit fort bien imaginé, pour la facilité et l'économie, on observera qu'il était possible de fonder ces piles sans caissons ni grillages de charpente, en formant des batardeaux dans le genre de ceux proposés par M. Tardif, et en couvrant le sol intérieur creusé jusque sur le gravier d'une forte couche de béton, laquelle, en formant un fond imperméable à l'eau, aurait rendu possible l'épuisement. Sur cette couche bien dressée, on aurait établi une assise de gros libages posés et battus, comme nous l'avons ci-devant indiqué, qui aurait formé une plate-forme plus solide et plus durable qu'un grillage de charpente qui ne s'adapte pas si bien avec le sol.

Le motif qui a fait adopter en France cette manière de fonder les piles de pont dans des caissons, est plutôt l'économie et la facilité de l'exécution, que la solidité et la durée, qui devraient cependant être le principal but dans ces sortes d'ouvrages*.

ARTICLE III. — DES FONDEMENS DANS L'EAU, FAITS A PIERRES PERDUES OU PAR ENROCHEMENT.

Ce moyen qu'on emploie quelquefois pour éviter les batardeaux et les épuisemens, a été pratiqué par les anciens pour fonder des moles ou des constructions isolées dans la mer. Ils ne les faisaient jamais en pierres sèches, ils y employaient des caisses, des bateaux, et même des navires remplis de bonne maçonnerie en chaux vive et pouzzolane, qu'ils faisaient échouer. C'est ainsi que fut fondée la partie du môle que l'empereur Claude fit établir en pleine mer au-devant du port d'Ostie, où, entre autres, il employa le navire sur lequel Caligula avait fait venir d'Égypte un des plus grand obélisques, dont celui actuellement érigé au milieu de la place de Saint-Pierre de Rome n'est qu'un fragment.

Les fondemens à pierres perdues, sans mortier, n'ont de solidité que par leur forme et la grandeur de leur masse. Ils exigent des empatemens considérables avec des talus au-delà, dont la largeur horizontale doit avoir au moins le double de leur hauteur. Pour les établir d'une manière solide, il faut contenir le premier rang de pierres jetées, par des bois retenus par des traverses, en recouvrant les assemblages pour les maintenir, par de grandes pierres entaillées, Fig. 9, qui les embrassent. Indépendamment de ce que ce moyen donne à ces cadres de charpente plus de solidité, il leur procure une pesanteur spécifique qui les fixe au fond de l'eau. On observe en jetant les pierres de les arranger de la manière la plus propre à former une masse solide. Lorsqu'on ne veut pas y employer du mortier, il faut au moins y employer du sable, de la glaise, ou de la terre qui puisse, en remplissant les intervalles des pierres, leur donner plus d'assiette. A moins que ce ne soit pour le premier rang dans l'intérieur des cadres, il ne faut pas y employer des pierres trop grosses, qui s'arrangent toujours mal, mais d'une grandeur qui ne

* Voir Supplément, tome I, page 94.

produise pas plus d'un quart de pied cube; celles qui ont la forme d'un polyèdre s'arrangent mieux, et forment une espèce d'*opus incertum*, qui pour ces sortes d'ouvrages convient mieux que la disposition par assises.

Les fondemens en pierres jetées réussissent mieux dans la mer que dans les rivières, surtout lorsqu'on les fait sans mortier, parce que le courant, en agissant sans cesse dans le même sens, finit par les pénétrer et souvent par les entraîner, quand ils sont exposés à son action. On doit apporter à ces sortes d'ouvrages la plus grande célérité, et profiter du temps le plus favorable; il faut que tous les matériaux soient approvisionnés d'avance, et que l'on ait à sa disposition les bateaux, les équipages et le nombre d'hommes nécessaires pour opérer sans interruption, jusqu'à un pied au-dessous des basses eaux.

On ne peut espérer d'établir sur ces enrochemens aucune construction solide, qu'un an après qu'ils ont été faits. Pendant ce temps, l'agitation des flots de la mer leur fait éprouver l'affaissement dont ils sont susceptibles, et les pierres s'arrangent de la manière la plus convenable.

Pour les fixer invariablement, il faut les couvrir d'une bonne couche de béton, et, après avoir posé une assise de libages, on établira dessus, d'une manière solide, les constructions qu'on se propose d'exécuter. Ce moyen me paraît préférable aux plates-formes et aux grillages de charpente, à moins qu'il ne se trouve des circonstances qui les rendent absolument nécessaires.

QUATRIÈME SECTION.

STABILITÉ ET FORCE DES MURS ET POINTS D'APPUI.

CHAPITRE PREMIER.

RÈGLES RELATIVES A LA STABILITÉ.

Les épaisseurs à donner aux murs et points d'appui, pour leur procurer le degré de stabilité qui leur convient, dépendent non-seulement de la charge qu'ils peuvent avoir à soutenir, et de la force des pierres dont ils sont formés, mais encore de la proportion de leur base avec leur hauteur.

Il est certain que si l'on n'a égard qu'au poids dont un point d'appui est chargé, son épaisseur devra être d'autant plus forte que les pierres qui le composent auront moins de force. Ainsi, par rapport aux pierres de Paris, si le fardeau à soutenir par un mur ou pied-droit exige 15 pouces d'épaisseur en pierre dure, de l'espèce appelée cliquart, qui est la plus dure et la plus forte, il faudra, pour avoir la même force, si on les fait en liais, leur donner 17 pouces d'épaisseur.

	Pouc.	Lig.		Pouc.	Lig.
En pierre dite roche dure. . . .	22	6	En Conflans dur.	92	0
Dite banc-franc.	27	0	En Saint-Leu dur.	105	0
En pierre dure ordinaire. . . .	33	0	Plâtre gâché.	110	0
En brique de Bourgogne.	45	0	Conflans moyen.	115	0
En pierre du faubourg Saint-Marceau.	60	0	Mortier.	120	0
En Lambourde.	68	0	Vergelé tendre.	124	0
En Vergelé dur.	80	0	Conflans tendre.	136	0
			Saint-Leu tendre.	150	0

Les colonnes étant souvent employées comme points d'appui, nous avons calculé la table suivante, qui indique les diamètres que devrait avoir une colonne faite de différentes espèces de marbre et de pierre, pour porter un poids d'un million, en ne prenant que la moitié du poids sous lequel ces matières commencent à s'écraser.

	Pouc.	Lig.		Pouc.	Lig.
Basalte d'Auvergne.	9	0	Marbre de Flandre *dit* Cervelas.	20	6
Porphyre.	9	3	Marbre bleu turquin.	23	6
Basalte de Suède.	9	5	Pierre travertine de Rome. . . .	23	8
Granite rose, oriental.	13	10	Marbre blanc veiné.	23	10
Granite feuille morte, des Vosges.	14	5	Liais de Senlis.	25	11
Marbre noir de Flandre.	14	8	Roche d'Arcueil.	25	8
Granite gris de Bretagne.	16	1	Banc-franc de Vernon.	26	0
Granite vert des Vosges.	16	7	Pierre de Verberie.	26	10
Pierre de choin de Fay.	16	8	Roche de Saint-Maur.	23	7
Pierre d'Istrie.	18	0	Pierre de Gamelon près Compiègne.	33	7
Pierre bleue de Florence. . . .	18	4	Pierre de Tonnerre.	36	4
Pierre de Meudon.	18	8	Pierre de Conflans, moyenne. . .	54	7
Pierre de liais.	19	9	Pierre de Saint-Leu, moyenne. .	58	3
Granite gris des Vosges.	20	0			

Les tables précédentes, calculées d'après les expériences faites sur la force des pierres, peuvent servir à apprécier la hardiesse apparente de plusieurs parties d'édifices, dont les murs ou points d'appui excitent l'étonnement par leur légèreté, surtout dans les édifices gothiques, où l'on voit souvent des colonnes extrêmement élevées qui n'ont pas plus de 7 à 8 pouces de diamètre, et qui semblent, au premier abord, soutenir un poids énorme.

Dans l'église de Saint-Toussaint d'Angers on admire deux colonnes de 11 pouces de diamètre sur 24 pieds de haut qui soutiennent les retombées d'une voûte d'arête gothique de 63 pieds de long sur 31 pieds et demi de large. Cette voûte, représentée par les Figures 3 et 4 de la Planche CLXXIX, est construite en petits moellons de 5 pouces d'épaisseur avec des nervures en pierres. On trouve par le calcul, que la charge qui tombe sur ces colonnes est de 982 pieds cubes, lesquels évalués à raison de 130 livres, produisent un poids de 127,660 livres.

Ces colonnes sont formées de trois morceaux d'une espèce de pierre dure posée en délit, désignée au numéro 127, page 73 du Tome Ier., dont le pied cube pèse 180 livres, et dont le pouce superficiel porte avant de s'écraser 6650; mais, en ne prenant que la moitié de ce poids pour la charge d'un pouce superficiel, ces colonnes, dont la base supérieure contient 95 pouces superficiels et 190 pouces pour les deux, pourraient soutenir un poids de 631750, c'est-à-dire quatre fois et demie plus considérable que celui qu'elles portent.

Ce qui cause l'étonnement est la proportion svelte du fût de ces colonnes, qui ont vingt fois et demi leur diamètre, comparée au développement considérable de la voûte qu'elles soutiennent. Il faut remarquer que cette voûte a très-peu d'épaisseur, et qu'elle est soutenue par des murs de 4 pieds et demi d'épaisseur, en sorte que le poids que ces colonnes ont à soutenir, tombe perpendiculairement sur elles; il est évident que sans ces murs le peu de base de ces colonnes, par rapport à leur hauteur, les mettrait hors d'état de resister au moindre mouvement ou effort oblique, capable de les renverser avec la voûte qu'elles supportent.

Ainsi on voit qu'il ne suffit pas toujours qu'un point d'appui ait une superficie de base assez étendue pour supporter la charge qu'il a à soutenir; il faut de plus qu'elle soit capable de lui procurer la stabilité nécessaire pour soutenir les efforts obliques ou les mouvemens auxquels sont exposées toutes les constructions possibles [1].

Relativement au merveilleux qui résulte du poids dont les colonnes sont chargées, il faut remarquer que l'espèce de pierre dont elles sont faites est huit fois plus forte que la pierre d'une dureté moyenne, qui exigerait des colonnes de 31 pouces de diamètre : or, de semblables colonnes n'auraient rien de surprenant, parce qu'elles n'auraient que 7 diamètres et $\frac{1}{2}$, proportion qu'on attribue à l'ordre toscan qui est le plus solide, et cependant ces colonnes seraient aussi chargées, en raison de leur force, que les colonnes existantes. Mais il est bon d'observer

[1] L'ancien réfectoire de l'Abbaye Saint-Martin-des-Champs, à Paris (aujourd'hui le Conservatoire des Arts et Métiers), Fig. 5 et 6, offre un exemple non moins remarquable de cette extrême légèreté. Ce vaisseau est couvert par un double rang de voûtes d'arêtes gothiques, dont les retombées sont reçues dans le milieu sur une file de colonnes en *perches*, ayant 27 pieds 11 pouces 10 lignes jusqu'aux naissances. Ces colonnes sont en trois parties; la première, formant piédestal, est octogone en plan; sa hauteur est de 4 pieds 7 pouces, et son diamètre de 17 pouces. La deuxième partie, posée dessus comme un premier ordre, porte 10 pieds 10 pouces de haut; elle est ronde, et son diamètre a 12 pouces. La troisième, qui forme second ordre, a 12 pieds 5 pouces de haut sur 10 pouces de diamètre. La largeur du réfectoire est de 30 pieds; les murs ont 2 pieds 6 pouces d'épaisseur au pied des vitraux, et 6 pieds au droit des contreforts. *On croit,* dit Piganiol de la Force, *que c'est Pierre de Montereau qui, sous le règne de saint Louis, fut l'architecte de ce bel ouvrage.* Description de Paris, tome IV[e]., page 35, édition de 1765.

Les Figures 1 et 2 de la même Planche représentent une partie du plan et la coupe sur largeur de la petite église de Cluny, place de Sorbonne, qu'on peut citer comme un exemple de construction très-légère : il en sera parlé dans la suite, lorsqu'il s'agira de la poussée des voûtes de ce genre.

qu'elles exigeraient un cube de pierre et un développement de surface dix fois plus considérable.

Supposant, d'après l'expérience, que le prix de la pierre moyenne soit les deux tiers de celui de la pierre dure, et que la taille de cette dernière soit trois fois plus chère que celle de la pierre moyenne, il en résulterait que les colonnes en pierre dure coûteraient sept fois moins que celles en pierre moyenne; ce qui prouve combien dans certaines circonstances il y a plus d'économie à préférer les pierres dures aux pierres tendres ou d'une dureté moyenne.

Cependant comme l'épaisseur des murs et des pieds-droits doit plutôt être proportionnée à leur hauteur qu'au poids qu'ils ont à soutenir, il en résulte que la stabilité des colonnes en pierre d'une dureté moyenne serait autant au-dessus de ce qu'exige la solidité, que celle des colonnes en pierre dure est au-dessous : d'où l'on peut conclure que dans certains cas les constructions en pierre dure, bien combinées, peuvent coûter un tiers de moins que celles en pierre d'une dureté moyenne, et moitié de celles en pierre tendre d'une solidité égale, et être plus durables.

Les murs ou points d'appui, construits en moellons maçonnés en plâtre ou en mortier, doivent avoir encore plus d'épaisseur que ceux en pierre de taille tendre, parce que le mortier ou le plâtre qui les unit a toujours moins de consistance que la pierre la moins dure, et que jamais la maçonnerie n'est assez bien faite pour que les moellons soient aussi bien liés à l'intérieur qu'ils le paraissent à l'extérieur. Souvent le milieu n'est rempli que de poussière et de recoupes à sec.

Mais en supposant ces constructions bien faites et bien garnies de mortier, comme le pratiquaient les anciens, un mur en moellons, de 2 pieds d'épaisseur, ne vaut pas plus qu'un mur en pierre de taille ordinaire d'un pied; cependant, comme un mur en pierre de taille coûte quatre fois autant qu'un mur en moellons, il n'y a pas d'avantage à le préférer à moins qu'on n'y soit forcé par le défaut d'espace.

L'expérience a fait connaître que, dans les édifices ordinaires dont l'élévation ne passe pas 80 pieds, l'épaisseur qu'il faut donner aux murs et points d'appui, pour leur procurer une solidité suffisante, est beaucoup plus considérable que celle qu'exigerait le poids dont ils sont chargés, qui ne passe pas dix à douze milliers par pied superficiel.

En ne prenant que la moitié du poids que les pierres dures ordinaires soutiennent avant de s'écraser, on trouve qu'un pied de superficie porterait cent cinquante milliers, et la même superficie en pierre tendre trente-six milliers : ce qui réduirait les murs en pierre dure à 1 pouce d'épaisseur, et ceux en pierre tendre à quatre : or, il est évident que de pareils murs ne pourraient pas, faute de stabilité, se construire ni se soutenir, indépendamment de toute charge, puisqu'on voit tous les jours des murs de 15 à 18 pouces d'épaisseur, s'écraser sous une charge moindre de douze milliers, par le défaut de leur construction ou de leur stabilité.

Pour parvenir à connaître l'épaisseur qui convient aux murs, indépendamment de tout système, et à établir à ce sujet une règle fondée sur des faits bien constatés, j'ai visité et examiné avec soin les édifices de tout genre, construits en France et en Italie depuis plus de dix-huit siècles

De tous les endroits que j'ai parcourus, il n'y en a pas où j'aie trouvé des murs de maçonnerie aussi bien construits, aussi solides et aussi bien conservés que dans les ruines de la ville Adrienne, situées dans la Campagne de Rome, auprès de Tivoli. Ces murs, dont la plupart servaient pour des bâtimens d'habitation, subsistent depuis plus de seize cent cinquante ans, et sont exposés depuis plus de dix siècles à toutes les intempéries des saisons. Le temps paraît les avoir réduits à la hauteur où des murs isolés, qui ne sont ni couverts ni entretenus par des planchers, peuvent se soutenir. Les plus élevés de ceux qui se réunissent pour former de grandes pièces ont 30 pieds de haut sur 1 pied 10 pouces ou 2 pieds romains d'épaisseur, ce qui fait un peu moins de la seizième partie de leur hauteur. Le grand mur du Pœcile, dont nous avons déjà parlé au III^e^. Livre, page 266, a 27 pouces $\frac{1}{2}$ ou 2 pieds $\frac{1}{2}$ romains d'épaisseur sur 25 pieds de haut, c'est-à-dire le onzième. Comme ce mur, qui a 613 pieds de longueur, est absolument isolé, on peut en conclure qu'un mur de cette espèce bien construit, et fondé sur un bon sol qui n'est pas susceptible de tassement, a toute la stabilité dont il est susceptible, lorsque sa hauteur n'a pas plus de onze fois son épaisseur. Ce mur et les autres, dont il a été parlé avant sont, construits en maçonnerie de blocage, revêtus à l'extérieur de petits tufs disposés en losange, et encadrés par d'autres tufs ou rangs de briques posés horizontalement, comme on le voit représenté sur la Planche LXI, Figures 4 et 7

Il faut remarquer que ces murs, dont la maçonnerie est partout bien garnie de mortier, ne formant actuellement qu'une seule pièce adhérente à leur fondation, ont acquis une stabilité plus grande que les murs en pierres de taille les mieux construits, et les murs de moellons ordinaires par assises horizontales.

ARTICLE PREMIER. — DE LA STABILITÉ RELATIVE AUX MURS.

On peut distinguer, dans la construction des édifices, trois degrés de stabilité, une forte, une moyenne et une moindre.

Ainsi, d'après les observations faites sur une très-grande quantité d'édifices de tous genres, il résulte qu'un mur aura une forte stabilité, s'il a pour épaisseur la huitième partie de sa hauteur; que la dixième partie lui procurera une stabilité moyenne, et la douzième le moindre degré de stabilité qu'il puisse avoir.

Cependant, comme dans la composition des édifices les murs se combinent les uns avec les autres, il en résulte qu'avec une moindre épaisseur ils peuvent quelquefois avoir une stabilité suffisante.

Pour se former une idée juste de la différence d'un mur tout-à-fait isolé, avec celui qui se relie avec un ou deux autres, on peut, avec des morceaux de pierre équarris, ou avec des briques, bâtir de petits murs, tels que ceux représentés par les Figures 21, 22 et 23, Plan-
Pl. 192. ches CLXXXXII, dont la première présente un mur isolé; la seconde deux murs qui forment ensemble un angle; et la troisième deux murs formant avec un troisième deux angles droits.

Il est facile de concevoir que, dans le premier cas, le mur, Fig. 20, poussé par une puissance horizontale MN, n'éprouvera de résistance qu'en raison de la largeur de sa base; que, dans le second cas, le mur GF, Figure 21, s'opposera en partie à l'action de la puissance MN, de manière qu'il n'y aura que le triangle HIF qui puisse se détacher; et enfin que dans le troisième cas, représenté par la Figure 22, la puissance MN ne pourra renverser que le triangle CGH, qui sera d'autant plus grand que les murs CD, HI seront plus éloignés.

Dans le premier cas, le tassement inégal du sol ou de la construction peut produire l'effet de la puissance MN; il suffit qu'il se fasse dans le bas une désunion horizontale, pour que le mur tombe.

Dans le second cas, il faut qu'il se fasse une désunion oblique qui exige un plus grand effort de la part de la puissance MN.

Enfin dans le troisième cas, pour renverser le mur, il faut qu'il se fasse trois déchiremens qui exigeraient, de la part de la puissance MN, une force encore plus considérable que pour le second cas.

Il est aisé de concevoir que la résistance du mur placé entre deux autres, sera plus grande en raison de ce que les murs CD, HI, seront plus près l'un de l'autre; de manière que dans un rapprochement extrême, le déchirement serait impossible, et que, dans un grand éloignement, la partie du milieu ne résisterait guère plus qu'un mur isolé.

Les murs qui renferment un espace sont dans le cas du mur précédent, parce qu'ils se soutiennent mutuellement par leurs extrémités : ainsi leur épaisseur doit augmenter en raison de leur longueur.

La méthode simple et facile que nous allons donner pour déterminer cette épaisseur dans tous les cas, est le résultat d'une infinité d'expériences, d'observations et de calculs.

Soit ABCD, Figure 2, Planche CLXXVIII, la face d'un des grands murs qui doivent renfermer l'espace rectangulaire EFGH, Figure 1: après avoir tiré la diagonale BD, on portera dessus de B en *d* la huitième partie de la hauteur, si l'on veut lui donner beaucoup de solidité, la neuvième ou dixième partie pour une solidité moyenne, et la onzième ou douzième pour une construction légère. Si par le point *d* on mène une parallèle à AB, leur intervalle indiquera l'épaisseur à donner aux grands murs EF, GH, dont la longueur est égale à AD. Pl. 178.

On aura l'épaisseur des murs EG, FH, en portant leur longueur de A en D', et, après avoir tiré la diagonale, on opérera comme pour les premiers.

Lorsque les murs qui renferment un espace ont différentes longueurs sur une même hauteur, comme la Figure 3, on peut abréger l'opération en décrivant un petit cercle du point B, Figure 4, avec un rayon égal au huitième, dixième, douzième ou telle autre partie de la hauteur qu'on jugera à propos, pour avoir une construction forte, moyenne ou légère; on portera ensuite leur longueur EF, FG, GH, et HE, de A en D, D', D'', et D'''; et, après avoir formé les rectangles AC, AC', AC'' et AC''', on tirera du point commun B les diagonales BD, BD', BD'' et BD''', qui couperont le petit cercle décrit du point B en différens points, par lesquels on mènera des parallèles à AB, qui indiqueront les épaisseurs de chacun de ces murs proportionnées à leur longueur, pour avoir une égale stabilité.

On a rassemblé, dans la Figure 7, les opérations pour trouver les épaisseurs des murs formant les polygones 5, 6, 8 et 9 que l'on suppose avoir même hauteur : ainsi, dans cette Figure, AD indique le côté de l'hexagone, Figure 9; AD' celui du pentagone, Figure 8; AD'' le côté du carré, Figure 5; et AD''' celui du triangle équilatéral, Figure 6.

Il est évident que par la méthode que nous venons de proposer on augmente l'épaisseur des murs en raison de leur longueur et de leur hauteur, car l'une ou l'autre ou toutes les deux ne peuvent recevoir d'accroissement ou de diminution, sans que la diagonale n'éprouve le même effet et en même proportion.

On peut déterminer par le calcul l'épaisseur des murs que nous avons trouvée géométriquement. Il suffit pour cela de faire une figure en proportion comme pour les exemples précédens, et une simple règle de trois. La figure étant faite sur une échelle assez grande pour indiquer les pouces, on mesurera avec cette échelle la longueur de la diagonale : connaissant par ce moyen les trois côtés du triangle ABD semblable au petit triangle B*de*, on aura BD est à B*d*, comme AD est à *ed*. Exemple :

Supposons que la longueur du mur, désignée par AD, soit de 28 pieds, et sa hauteur AB de 12 pieds, on trouvera la longueur de la diagonale de 30 pieds 5 pouces $\frac{1}{2}$; et prenant la neuvième de AB ou 16 pouces pour l'épaisseur à porter sur la diagonale de B en *d*, on dira : si 30 pieds 6 pouces donnent 16 pouces, combien donneront 28 pieds? et on trouvera pour la valeur de *ed*, 14 pouces 8 lignes.

On peut encore trouver cette épaisseur par le calcul trigonométrique, par le moyen de deux analogies ou proportions : la première pour trouver l'angle ABD, que fait la diagonale avec la verticale AB, et la seconde le rapport de la diagonale avec le côté AB. Par la première, en prenant AB pour sinus total, on aura 12 : 28 :: sin. tot. : tang. ABD, et cette proportion donnerait ADB $= 66^{\circ}\,40'$; par la seconde analogie on aura en prenant B*d* pour sinus total, sin. tot. : sin. $66^{\circ}\,40'$ :: 16 : B*d*, d'ou l'on aura *ed* $=$ 14 pouces 8 lignes comme plus haut.

Considérant les différentes formes que peut avoir un espace renfermé par des murs, on reconnaîtra facilement que plus la figure de cet espace aura de côtés, plus chacun de ces côtés sera petit, comme on peut le voir dans les Figures 6, 5, 8 et 9 qui renferment des espaces égaux en superficie; d'où il résulte que plus un espace renfermé par des murs a de côtés, moins ces murs ont besoin d'épaisseur.

Méthode algébrique pour inscrire une superficie donnée en un polygone régulier.

On supposera le polygone divisé en autant de triangles qu'il a de côtés, par des lignes qui aboutissent au centre c, Figure 8; sur un de ces triangles ACB, on abaissera du centre c, devenu le sommet de chacun des triangles, une perpendiculaire CD, sur la base ou côté AB. La superficie de ce triangle sera égale au produit de DB, moitié de AB par CD, ou au rectangle DCFB; si l'on désigne DB par x, et CD par y, et la surface donnée par p, on aura :

Pour le triangle équilatéral $x \times y \times 3 = p$, ou $xy = \frac{p}{3}$.

Pour le carré $xy \times 4 = p$, ou $xy = \frac{p}{4}$

Pour le pentagone, $xy \times 5 = p$, ou $xy = \frac{p}{5}$.

Pour l'hexagone, $xy \times 6 = p$, ou $xy = \frac{p}{6}$.

Afin de résoudre ces équations, qui contiennent deux inconnues, il faut connaître le rapport de x à y, qui doit être comme le sinus des angles opposés aux côtés DB et CD.

Dans le triangle équilatéral, ce rapport est comme le sinus de 60 degrés est au sinus de 30, comme 86603 est à 50000, comme 8 $\frac{2}{3}$ est à 5, comme 26 : 15, ce qui donne

$$x : y :: 26 : 15;\ \text{et}\ 15\ x = 26\ y,\ \text{d'où l'on tire}\ y = \frac{15x}{26}$$

substituant cette valeur dans l'équation $xy = \frac{p}{3}$, on aura

$$\frac{15xx}{26} = \frac{p}{3},\ \text{qui devient}\ xx = \frac{26\,p}{45},\ \text{et}\ x = \sqrt{\frac{26\,p}{45}}.$$

Supposant que la superficie donnée est 3600, on aura

$x = \sqrt{\frac{3600 \times 26}{45}}$, qui donne, après avoir fait les opérations indiquées,

$$x = 45.6,\ \text{et le côté AB} = 91{,}2.$$

Pour le pentagone $x : y$ :: sin. 36 : sin. 54, comme 58779 est à 80902; ce qui donne la valeur de $y = \frac{80902x}{58779}$.

Substituant cette valeur dans l'équation $xy = \frac{p}{5}$ il vient

$$\frac{80902xx}{58779} = \frac{3600}{5}, \text{ et } x = \sqrt{\frac{58779 \times 720}{80902}},$$

qui donne, après avoir fait les opérations indiquées,

$x = 22, 87$, et le côté AB $= 45, 74$.

Pour l'hexagone, on a $x : y$ :: sin. 30 : sin. 60, comme 50000 : 86603 :: 5 : 8 $\frac{2}{3}$, ce qui donne la valeur de $y = \frac{26x}{15}$. Cette valeur étant substituée dans l'équation $xy = \frac{p}{6}$, donnera $\frac{26xx}{15} = 600$, qui devient $xx = \frac{600 \times 15}{26}$, ensuite $x = \sqrt{346{,}15}$, et enfin $x = 18{,}61$, et la valeur du côté AB $= 37{,}22$.

Methode géométrique pour parvenir au même résultat.

Supposons que ce soit un pentagone, on en décrira un d'une grandeur quelconque, ou seulement un des triangles égaux ACB, dont il se compose, ayant pour base un des côtés et le sommet au centre; du sommet on abaissera sur la base une perpendiculaire CD, qui la divisera en deux parties égales; d'où il résulte que la superficie de ce triangle sera égale à celle du rectangle CDBF.

Sur le côté AB, prolongé s'il est nécessaire, on portera CD de D en E, et du milieu de BE comme centre, on décrira une demi-circonférence de cercle, qui coupera CD au point G, et GD sera le côté d'un carré de même superficie que le rectangle CDBF. Les côtés des figures semblables étant entre eux comme les racines carrées de leur superficie, on cherchera la racine de la superficie donnée, qu'on portera de D en g, et du point g on mènera des parallèles à GE et à GB, qui détermineront sur AB des points e et b, qui donneront d'une part Db = à la moitié d'un côté du polygone cherché, et de l'autre le rayon De de la circonférence dans laquelle il serait inscrit; ce qui est évident, à cause des triangles semblables EGB et egb, qui donnent BD : DE :: bD : De.

On peut déduire en général de ce que les côtés des figures semblables sont entre eux comme les racines de leurs superficies, un moyen fort simple de réduire une figure quelconque à une surface donnée : pour cela, il faut former un angle de réduction, figure 10, dont un des côtés soit égal à la racine de la plus grande superficie, et la corde de l'arc qui détermine l'ouverture de cet angle, égale à la racine de la plus petite superficie. Supposant que la plus grande superficie soit 1156, et la plus petite à laquelle on veut réduire la figure = 529, on tirera une ligne indéfinie, sur laquelle on portera de A en B la racine 34 de 1156; ensuite, du point A comme centre ayant décrit un arc indéfini, on fera, avec une grandeur égale à la racine 23 de 529, une section *g*; on tirera A *g* qui formera l'angle de réduction *g* AB, par le moyen duquel on réduira la figure, en portant toutes les mesures de la grande sur la ligne AD, avec lesquelles on décrira des arcs, dont les cordes seront les côtés cherchés.

S'il n'est pas question de réduire, mais de faire une figure dont la superficie et la forme soient données, on fera une figure d'une superficie quelconque, mais plus grande, qu'on réduira à celle proposée.

Le cercle pouvant être regardé comme un polygone d'une infinité de côtés extrêmement petits, il en résulte qu'une enceinte circulaire pourrait subsister avec une épaisseur infiniment petite; cette propriété se démontre par une expérience fort simple: car si l'on prend une grande feuille de papier, on ne pourra jamais la faire tenir debout étendue en ligne droite; mais si l'on s'avise d'en former un cylindre creux, elle se soutiendra avec une certaine stabilité, quoique l'épaisseur qui lui sert de base ne soit pas la millième partie de la hauteur de la feuille.

Cependant comme les murs doivent avoir une certaine épaisseur pour se soutenir solidement, parce qu'ils sont composés de parties qui peuvent se désunir, on pourra considérer une enceinte circulaire comme un polygone régulier de douze côtés, et déterminer son épaisseur par les procédés ci-devant expliqués.

Ou bien, pour rendre l'opération plus simple, chercher l'épaisseur d'un mur droit, dont la longueur serait égale à la moitié de celle du rayon.

Supposons, par exemple, une enceinte circulaire de 56 pieds de diamètre et de 18 pieds de haut; dont il s'agit de déterminer l'épaisseur: on formera un rectangle ABCD, fig. 2, dont la base AD soit égale à la moitié du rayon, c'est-à-dire à 14 pieds, et dont la hauteur AB soit de 18 pieds, ayant ensuite tiré la diagonale BD, on portera dessus, de B en d, la neuvième partie de la hauteur, c'est-à-dire 2 pieds, et on tirera par le point d une parallèle ad, à la base dont la longueur indiquera l'épaisseur du mur que l'on cherche, que l'on trouvera de 14 pouces trois quarts.

Pour faire cette opération par le calcul, on ajoutera ensemble le carré de la hauteur et celui de la moitié du rayon, c'est-à-dire de 18, qui donne 324, et 14 qui donne 196, et on extraira la racine carrée de la somme 520 qu'on trouvera égale à 22,8 qui sera la valeur de la diagonale BD; on fera ensuite la proportion 22,8 est à la moitié du rayon qui est 14 pieds, comme la neuvième de la hauteur du mur qui est 2 pieds est à un quatrième terme, qu'on trouvera être $14^{\text{po.}},74$.

Pl. 181. Le mur extérieur de l'église de Saint-Etienne-le-Rond, à Rome, Planche CLXXXI, forme une enceinte circulaire de 198 pieds de diamètre. Ce mur, qui est construit en maçonnerie de blocage revêtu en briques, a 2 pieds 4 pouces d'épaisseur sur 22 pieds et demi de haut. En y appliquant la règle précédente, on trouvera que la diagonale du rectangle qui aurait pour base le côté d'un polygone égal à la moitié du rayon sur 22 pieds et demi, serait $\sqrt{49\frac{1}{2} \times 49\frac{1}{2} + 22\frac{1}{2} \times 22\frac{1}{2}}$, qui donne, après avoir fait les calculs indiqués, $54\frac{37}{100}$; faisant ensuite la proportion $54,37 : 49{:}5 :: \frac{22\frac{1}{2}}{9}$ est à un quatrième terme x, qui représentera l'épaisseur cherchée, on trouvera $x = 2$ pieds 3 pouces 4 lignes, au lieu de 2 pieds 4 pouces.

Cet accord de la règle que nous proposons pour un mur d'un diamètre presque aussi grand que celui du mur extérieur de la Halle au Blé de Paris, et qui existe depuis plus de quinze siècles, peut donner une idée de son exactitude.

ARTICLE II. — DE L'ÉPAISSEUR A DONNER AUX MURS DES ÉDIFICES QUI NE SONT PAS VOUTÉS.

Ces murs, ordinairement placés à des distances moins grandes que ceux qui forment des enceintes découvertes, se soutiennent avec une moindre épaisseur, surtout lorsqu'ils sont réunis par des planchers ou des toits disposés d'une manière convenable.

Il y a de très-grands édifices, tels que les anciennes basiliques de Rome, qui ne sont couverts que d'un toit; d'autres ont un simple plafond sous le toit; les palais et les bâtimens d'habitation ont souvent plusieurs rangs de planchers au-dessous du toit.

Nous allons commencer par les édifices qui ne sont couverts que d'un seul toit de charpente, comme étant les plus simples après les murs de clôture.

Parmi les édifices de ce genre, il y en a qui ont des points d'appui continus, tels que des murs qui se relient et s'entretiennent mutuellement les uns et les autres; d'autres ont des points d'appui isolés, tels que des piliers, des colonnes ou des pilastres qui se réunissent par des arcades.

Lorsque la charpente qui forme le toit d'un édifice est bien entendue, bien loin de nuire à la solidité des murs ou points d'appui qui la soutiennent, elle sert à les entretenir.

Il existe plusieurs édifices considérables, dont les murs et points d'appui ne pourraient pas se soutenir sans le secours de la charpente des toits qui les couvre. A Rome, la basilique de Saint-Paul hors les murs, représentée par la Planche CLXXXIV, Figure 1, est divisée en cinq nefs formées Pl. 184.
par quatre files de colonnes reliées par des arcades qui soutiennent des murs sur lesquels pose la charpente du comble, comme on le voit par la coupe en travers, Planche CLXXX. La nef du milieu a 23 mètres $\frac{83}{100}$ ou 73 pieds $\frac{1}{2}$ de largeur sur 30 mètres $\frac{1}{4}$ ou 93 pieds 10 pouces de Pl. 180.
hauteur. Les murs qui forment cette nef sont érigés sur des colonnes de 10 mètres $\frac{31}{100}$ ou 31 pieds 9 pouces de haut, et leur épaisseur est d'un peu moins de trois pieds, c'est-à-dire qu'elle n'est que la trente-deuxième partie de leur hauteur.

A la ville Adrienne, les murs les plus élevés qui se soient maintenus jusqu'à présent sur pied n'ont pour hauteur que 16 fois leur épaisseur, sur 16 mètres $\frac{81}{100}$ ou 51 pieds 9 pouces de longueur. Ces murs, qui formaient de très-grandes salles, étaient pleins dans toute leur étendue, et entretenus par d'autres à leurs extrémités. *Ainsi on peut croire que si les murs de la basilique de Saint-Paul n'étaient pas entretenus par la charpente du comble de la grande nef, et appuyés par celle des bas côtés, ils ne pourraient pas se soutenir*[1]. Il en est de même des murs qui forment la nef de l'église de Sainte-Sabine, représentés en plan par la

[1] Cette prévision de la théorie n'a été que trop complétement justifiée lors de l'incendie qui a détruit l'église de Saint-Paul-hors-les-murs, dans la nuit du 15 au 16 juillet 1823. Le tableau que MM. Allaux et Lesueur, alors pensionnaires de l'Académie de France, à Rome, nous ont donné des ruines de cet édifice, ne peut laisser aucun doute à cet égard. Voyez *Vues choisies des monumens antiques de Rome*. — Paris, 1826.

Figure 2 de la Planche CLXXXIV, et en coupe, Planche CLXXX. Ces murs, qui sont aussi élevés sur des colonnes, ont 16 mètres $\frac{9}{10}$ ou 52 pied de haut, 47 mètres $\frac{1}{10}$ ou 145 de long et un peu moins de 2 pieds d'épaisseur, c'est-à-dire la vingt-sixième partie de leur hauteur.

Mais en ne comparant l'épaisseur de ces murs qu'avec la hauteur des bas côtés, qui forment la plus grande partie isolée, on trouve que, dans la basilique de Saint-Paul, elle en est la dix-septième, et à Sainte-Sabine la treizième. Dans les autres basiliques ou églises à colonnes, la moindre épaisseur du mur est le douzième de la grande partie isolée, comme à Sainte-Marie-Majeure, Sainte-Marie, à Transtevère; Saint-Chrysogone, Saint-Pierre-aux-liens, à Rome; Saint-Laurent et Saint-Esprit, à Florence; Saint-Philippe-de-Néri, à Naples: Saint-Joseph et Saint-Dominique-le-Grand, à Palerme.

Il faut remarquer que l'épaisseur à donner aux murs peut dépendre de la manière dont ils sont construits et des matériaux qu'on y emploie, autant que de leur élévation et de leur charge. Un mur en moellons ou en pierre de taille, de 12 pouces, dont toutes les pierres forment l'épaisseur du mur, est quelquefois plus fort qu'un de 18 à 20 pouces, formé de pierres qui n'ont que la moitié ou le tiers de cette épaisseur, dont le milieu n'est qu'un remplissage de pierrailles que les ouvriers emploient souvent avec de la poussière sans mortier. C'est ainsi que sont construits à Paris la plupart des murs mitoyens; j'en ai vu qui se séparaient en deux sous la charge des planchers, presque toujours plus considérables d'un côté du mur que de l'autre.

Mais il ne faut pas perdre de vue que c'est plutôt la stabilité que la force qui constitue la solidité des édifices; car il est certain qu'un mur en pierre dure, de 4 pouces d'épaisseur, serait plus fort qu'il ne faut pour soutenir la charge que portent des murs de 18 pouces d'épaisseur dans les maisons les plus élevées, c'est-à-dire de cinq à six étages; et cependant il est évident qu'un pareil mur n'aurait pas assez de stabilité, à cause du peu de largeur de sa base.

L'examen particulier que j'ai fait d'environ 280 édifices de tous genres, anciens et modernes, situés tant en France qu'en Italie, m'a fait connaître que dans ceux couverts d'un simple toit à deux pentes, composés de fermes d'assemblage en charpente, avec plafond ou sans plafond, et disposés de manière à empêcher l'écartement des murs, la moindre épaisseur des murs bien construits, en moellons ou en briques, est la vingt-quatrième partie de la largeur, dans œuvre, c'est-à-dire prise des nus intérieurs.

Dans les maisons particulières, divisées en plusieurs étages par des planchers, nous avons trouvé que l'épaisseur des murs de face est depuis 15 pouces jusqu'à 24; celle des murs mitoyens, de 16 à 20 pouces, et l'épaisseur des murs de refend de 12 à 18.

Dans les bâtimens plus considérables, les murs de face ont depuis 2 pieds jusqu'à 3 pieds d'épaisseur; les murs mitoyens, de 20 à 24 pouces; et les murs de refend, de 15 à 20 pouces.

Dans les palais et les grands édifices, dont les rez-de-chaussée sont voûtés, les murs de face ont depuis 4 pieds jusqu'à 9 pieds, et les murs de refend depuis 2 jusqu'à 6 pieds.

Il est à propos de faire observer que, dans le grand nombre d'édifices que nous avons eu occasion d'examiner, nous n'avons pas toujours trouvé l'épaisseur des murs et points d'appui proportionnée à leur position, aux espaces qu'ils renferment, ni aux charges qu'ils supportent. Dans quelques-uns, de très-grands espaces et des charges considérables répondent à des murs et des points d'appui très-faibles; et dans d'autres des murs très-épais renferment de très-petits espaces, et de forts points d'appui n'ont presque rien à soutenir.

Afin de parvenir à établir une règle sûre et facile pour déterminer l'épaisseur des murs dans les édifices qui ne sont pas voûtés, nous avons considéré que les entraits des fermes de charpente qui forment les combles, étant toujours posés dans le sens de la largeur, de même que les poutres et les solives des planchers, doivent servir à entretenir les murs opposés; mais à cause de l'élasticité et de la flexibilité dont les bois sont susceptibles, ils ne laissent pas de fatiguer les murs en raison de la plus grande largeur des espaces qu'ils renferment; d'où il résulte que c'est la largeur et la hauteur des pièces qui doivent servir à déterminer l'épaisseur des murs.

Première règle.

Dans les bâtimens qui ne sont couverts que d'un simple toit, si les murs sont isolés des deux côtés dans toute leur hauteur, jusque sous les entraits des fermes du comble, comme l'indique la figure 1 de la Planche CLXXIX, ayant tiré la diagonale BD, on portera dessus, de B Pl. 179

en b et de D en d, la douzième partie de la hauteur AB; ensuite par les points b et d, on mènera des parallèles à BA et DC, qui formeront avec ces lignes le profil de l'épaisseur des murs.

Lorsqu'on connaît la hauteur AB et la largeur AD, on peut trouver l'épaisseur Ac par le calcul, en faisant attention que $BD=\sqrt{AB^2+AD^2}$; connaissant la valeur de BD, on aura celle de cA, en faisant la proportion AD : AD :: Bb : d'où $cA=\frac{AD\times Bb}{BD}$.

Première application[1].

Supposant la largeur BC de 24 pieds, et la hauteur AB de 32, on aura

$$\sqrt{AB^2+AD^2}=\sqrt{24\times 24+32\times 32},$$

qui devient, après avoir fait les calculs indiqués,

$$BD=\sqrt{576+1024},=\sqrt{1600}=40;$$

ainsi BD sera de 40 pieds. Bb, qui indique la douzième partie de AD, ou de 32 pieds, sera 2 pieds 8 pouces; l'épaisseur du mur exprimé par $\frac{AD\times Bb}{BD}$, sera $\frac{24\times 2\frac{2}{3}}{40}$, qui donne, après avoir fait les opérations indiquées, 1 pied $\frac{3}{5}$ ou 1 pied 7 pouces 2 lignes pour l'épaisseur cherchée.

Si les murs qui supportent le toit étaient appuyés à une certaine hauteur par d'autres constructions ou par des toits inférieurs, comme dans les églises en basilique, on porterait sur la diagonale BD, de B en e, le douzième de la hauteur au-dessus de l'appui, et le vingt-quatrième de celle au-dessous de e en f; on mènerait ensuite du point f une parallèle à AB, qui déterminerait l'épaisseur Af que l'on cherche; ou bien, ce qui revient au même, on ajouterait ensemble la hauteur totale AB de l'intérieur, et celle EB de l'extérieur au-dessus de l'appui E, dont on prendrait la vingt-quatrième partie, qu'on trouverait égale à Be plus ef.

[1] Cet ouvrage ayant été composé long-temps avant l'établissement des nouvelles mesures, on a conservé les expressions en pieds partout où l'espèce de mesure est indifférente, sans y ajouter leur équivalent en mètres.

Deuxième application.

Les murs de la grande nef de la basilique de Saint-Paul hors-les-murs, représentés par la Figure 1 de la Planche CLXXX, ont de hauteur à l'intérieur, jusque sous les entraits des fermes du comble, 93 pieds 10 pouces, dont 26 pieds 2 pouces pour la partie extérieure au-dessus des toits des bas côtés. Ces deux mesures ajoutées ensemble donnent 120 pieds, dont le vingt-quatrième est 5 pieds, qu'on portera sur la diagonale BD, de B en f; ensuite du point f, ayant abaissé une verticale, l'horizontale B e déterminera l'épaisseur qu'on trouvera de 3 pieds, la largeur de la nef étant de 73 pieds 6 pouces. Pl. 180.

Si l'on veut opérer par le calcul, on aura

$$BD = \sqrt{93^{pi}.\,10^{po}. \times 93^{pi}.\,10^{po}. + 73^{pi}.\,6^{po}. \times 73^{pi}.\,6^{po}},$$

qui donne, après avoir fait les calculs indiqués,

$$BD = \sqrt{14207} = 119^{pi}.\ 2\ \text{pouces}.$$

Pour avoir l'épaisseur eB, on fera, comme ci-devant, la proportion

$$BD : AD :: Bf : Af',$$

$$\text{d'où } Af' = \frac{AD \times Bf}{BD} = \frac{73\frac{1}{2} \times 5}{119{,}2}$$

qui donne pour valeur de Af' 3 *pieds* 1 *pouce, au lieu de* 2 *pieds* 11 *pouces* 9 *lignes que ces murs ont en exécution.*

La même opération faite pour les murs de la nef de l'église de Sainte-Sabine, Figure 2, même Planche, dont la hauteur est de 51 pieds 2 pouces sur 42 pieds 2 pouces de largeur à l'intérieur, et 16 pieds d'élévation au-dessus des toits des bas côtés, *donne* 21 *pouces* 4 *lignes, ceux en exécution ont un peu moins de* 24 *pouces.*

La nef de l'église de Sainte-Marie-Majeure a 52 pieds 7 pouces $\frac{1}{2}$ de largeur sur 56 pieds 6 pouces 4 lignes d'élévation, sous le plafond en bois qui tient à la charpente du comble.

La hauteur extérieure, depuis le toit des bas côtés, est de 19 pieds 8 pouces : *en y appliquant la règle précédente on trouvera* 26 *pouces* $\frac{1}{4}$ *pour l'épaisseur des murs, au lieu de* 28 *pouces* $\frac{3}{4}$ *qu'ils ont en exécution.*

En faisant la même opération pour la nef de l'église de Saint-Laurent de Florence, dont la largeur intérieure est de 37 pieds 9 pouces, sur 69 d'élévation jusque sous le plafond en bois, comme celui de Sainte-Marie-Majeure, et dont la hauteur extérieure, depuis le toit des bas côtés, est de 18 pieds; *on trouvera pour l'épaisseur des murs 21 pouces, au lieu de 21 pouces 6 lignes ou un bras de Florence qu'ils ont en exécution.*

Dans la même ville, la grande nef de l'église du Saint-Esprit, bâtie par Bruneleschi, est terminée par un plafond en bois, soutenu par les entraits de la charpente du comble, comme dans la précédente; sa hauteur est de 76 pieds jusque sous le plafond sur 37 pieds 4 pouces de largeur : à l'extérieur, les murs sont élevés de 19 pieds au-dessus des toits des bas côtés. *D'après ces dimensions, la règle donne 21 pouces 3 lignes, au lieu de 22 pouces $\frac{1}{2}$ d'épaisseur qu'ont ces murs en exécution.*

La nef de l'église de Saint-Philippe de Néri, à Naples, avec un plafond dans le même genre, a 37 pieds de largeur sur 53 pieds 8 pouces de hauteur jusque sous le plafond : à l'extérieur, les murs sont élevés de 20 pieds 4 pouces au-dessus des toits. *L'application de la règle donne 21 pouces pour l'épaisseur des murs, au lieu de 22 pouces $\frac{1}{2}$.* Le plan de cette dernière église est représenté par la Figure 4 de la Planche CLXXXIV.

Il est bien essentiel de remarquer que, dans les églises que nous venons de citer, les murs extérieurs sont beaucoup plus épais, quoiqu'ils soient pleins depuis le bas dans toute leur longueur, et que cette plus grande épaisseur leur a été donnée pour résister à l'effort des toits des bas côtés, qui sont en appentis, et qui, par cette disposition, agissent avec plus de force contre le mur extérieur. Ainsi, à l'église de Saint-Paul, le mur extérieur le long des bas côtés, a 7 pieds d'épaisseur sur 40 pieds d'élévation, au lieu de 3 pieds 4 pouces qu'il devrait avoir d'après la règle; ce qui produit une résistance quatre fois et demie plus forte, capable de maintenir les autres murs, qui ne sont élevés que sur des colonnes isolées, et qui ne se soutiendraient pas sans ce moyen.

A l'église de Saint-Sabine, le mur extérieur qui a 26 pieds d'élévation, n'a que 26 pouces d'épaisseur, c'est-à-dire celle que donne la règle; mais il n'y a qu'un rang de bas côtés, et les murs de la nef du milieu ont plus d'épaisseur relativement à sa largeur, et moins d'élévation.

A Saint-Paul, les murs de la nef du milieu n'ont que la vingt-quatrième partie de sa largeur intérieure, tandis qu'à Sainte-Sabine ils en ont la vingt et unième, et 42 pieds 8 pouces de moins en élévation.

Aux églises de Saint-Laurent et du Saint-Esprit, à Florence, à Saint-Philippe de Néri, à Naples, les renfoncemens pratiqués pour les chapelles augmentent considérablement la résistance de ces murs; mais les bas côtés sont voûtés.

Deuxième règle, pour les édifices composés de plusieurs étages séparés par des planchers.

Cette règle est, comme la précédente, le résultat d'une infinité de recherches et d'observations faites sur un très-grand nombre d'édifices de ce genre, auxquels nous avons appliqué le calcul d'après les principes de mécanique, afin d'établir une méthode sûre et facile, fondée sur la théorie et l'expérience.

Dans les maisons ordinaires, où la hauteur des planchers ne passe pas 12 à 15 pieds, pour trouver l'épaisseur des murs intérieurs ou de refend, il ne faut avoir égard qu'à la largeur de l'espace qu'ils divisent, et au nombre de planchers qu'ils ont à soutenir. Quant aux murs de face, qui sont isolés d'un côté dans toute leur hauteur, il faut avoir égard à l'épaisseur du bâtiment et à son élévation. Ainsi un corps-de-logis simple exige des murs de face plus épais qu'un corps-de-logis double de même genre et de même hauteur, parce que leur stabilité est en raison inverse de leur largeur.

Supposons un corps-de-logis simple, Figure 1, Planche CLXXXII, Pl. 182.
dont l'épaisseur soit de 24 pieds, et la hauteur jusqu'au-dessous du toit, de 36 pieds; on ajoutera à 24 pieds la moitié de la hauteur 18, et l'on prendra la vingt-quatrième partie de la somme 42, c'est-à-dire 21 pouces pour la moindre épaisseur de chacun des murs de face au-dessus du socle ou première retraite, au rez-de-chaussée. Pour une construction moyenne, on ajoutera 1 pouce, et 2 pouces pour une construction solide.

Si c'est un corps-de-logis double, Figure 2, dont l'épaisseur soit de 42 pieds sur même hauteur que le précédent, on ajoutera ensemble la moitié de la hauteur et de la largeur du bâtiment, c'est-à-dire 21 et 18, et l'on prendra la vingt-quatrième partie de la somme, qui donnera 19 pouces et demi pour l'épaisseur de chacun de ces murs.

Pour déterminer l'épaisseur des murs de refend, on ajoutera à l'espace que ces murs doivent diviser la hauteur de l'étage, et l'on prendra la trente-sixième partie de la somme. Ainsi, pour trouver l'épaisseu du mur IK, qui divise en deux l'espace LM, qui est de 32 pieds, on ajoutera la hauteur de l'étage, que je suppose de 10 pieds, ce qui donnera 42 pieds, dont le trente-sixième est 14 pouces. On peut ajouter à cette épaisseur un demi-pouce pour chaque étage au-dessus du rez-de-chaussée; ainsi, pour trois étages, l'épaisseur du mur par le bas serait de 15 pouces et demi. Cette proportion est celle qui convient pour les constructions en briques et en pierres d'une dureté moyenne.

Si l'on est obligé d'employer des pierres tendres ou des tufs, en usage dans quelques départemens, on ajoutera 1 pouce par étage, au lieu d'un demi-pouce : ainsi, pour l'exemple précédent, on ajoutera aux 14 pouces que donne la règle, 3 pouces pour les étages au-dessus du rez-de-chaussée, ce qui portera son épaisseur à 17 pouces.

Pour le mur AB, qui divise l'espace compris entre les deux murs de face, qu'on trouvera de 35 pieds, on ajoutera la hauteur, 10 pieds; et le trente-sixième de la somme, 45 pieds, qui est 15 pouces, sera l'épaisseur à donner à ce mur, s'il ne s'élève que d'un étage : s'il monte plus haut, on ajoutera, comme il a été dit ci-devant, autant de demi-pouces qu'il soutiendra d'étages au-dessus du rez-de-chaussée. En opérant de même pour les espaces NO, PQ, RS des plans, Figures 1 et 2, on trouvera leur épaisseur.

Pour citer un exemple, nous allons faire l'application de cette règle à une maison de la rue d'Enfer, près le Luxembourg, connue sous le nom d'hôtel de Vendôme : cette maison, bâtie sur les dessins de Le Blond, architecte du czar Pierre, se trouve dans le Cours d'Architecture de Daviller. Le bâtiment a 46 pieds d'épaisseur au droit des arrière-corps, et 47 au milieu, sur 33 pieds d'élévation, depuis le pavé jusqu'au-dessus de l'entablement: ainsi, pour avoir l'épaisseur des murs de face FF, on prendra la moitié de la somme de la hauteur et de la largeur qui est $\frac{47\times33}{2}=40$ pieds, dont le vingt-quatrième est 20 pouces· *mais comme c'est une construction solide, en y ajoutant 2 pouces, on trouvera 22 pouces au lieu de 2 pieds qu'ils ont en exécution.*

Pour l'épaisseur du mur intérieur, qui traverse le bâtiment selon sa longueur, l'espace entre les deux murs de face étant de 42 pieds, et la hauteur de chaque étage de 14 pieds, l'épaisseur de ce mur devrait être de $\frac{42\times14}{36}$, *c'est-à-dire de 18 pouces 8 lignes, au lieu de 18 pouces que l'auteur lui a donnés.*

Par la même opération, on trouvera que l'épaisseur du mur R qui sépare le salon, qui a 22 pieds de largeur, de la salle à manger, *qui en a 15 et 14 pieds de haut, devrait être 18 pouces 6 lignes, au lieu de 18 pouces;* mais comme les murs de face construits en pierre de taille ont 2 pieds d'épaisseur, leur stabilité étant plus grande que ne l'exige la règle, les murs intérieurs se trouvent maintenus, et n'ont plus besoin d'une aussi grande épaisseur, ainsi que nous l'avons expliqué, page 106, en parlant des petites colonnes qui soutiennent la voûte de l'église de Saint-Toussaint d'Angers, représentées par la Planche CLXXIX.

Comme, malgré tout ce que nous avons dit sur la stabilité, on pourrait être étonné de ce que nous proposons des épaisseurs aussi fortes pour les murs et points d'appui en pierre de taille, que pour ceux en moellons ou en briques, dont la force n'est guère plus grande que celle du mortier ou du plâtre qui les unit, nous ferons observer de nouveau que lorsqu'un mur ou point d'appui peut être maintenu bien d'aplomb sur sa base, par l'effet des parties environnantes, il peut soutenir un poids proportionné à l'étendue de sa surface; *et comme les pierres les plus tendres, qui ont moins de consistance que le mortier ou le plâtre, peuvent encore soutenir 500 pesant par pouce superficiel, ce qui donne 72 milliers par pied, tandis que le résultat de tous les calculs que nous avons faits sur des bâtimens élevés de cinq à six étages, ne donne que 10 à 12 milliers;* il est évident que les murs en pierres tendres maintenus bien d'aplomb, ont, d'après les dimensions qu'indique la règle, une force plus que suffisante; mais que s'ils sont dérangés de leur aplomb, faute d'avoir une base assez large pour leur procurer la stabilité qui leur convient, tout l'effort se portant sur une des arêtes de l'épaisseur des murs, comme on le voit par la Figure A de la Planche CLXXVIII, cette arête doit s'écraser, quelle que soit la dureté de la pierre, parce que l'effort, au lieu de se porter sur une face de 15 à 18 pouces de largeur, se trouve agir sur une ligne ou une surface qui n'a presque pas de largeur.

Lorsqu'au lieu d'un mur, on substitue un pan de bois de charpente hourdé en plâtre et ravalé des deux côtés pour ne former qu'une seule pièce, il suffit de lui donner la moitié de l'épaisseur que devrait avoir, d'après la règle, le mur qu'il remplace.

Pour les cloisons légères de distribution, qui ne portent pas plancher, leur épaisseur sera le quart de ce que donne la règle.

Quant aux points d'appui isolés, il faut toujours faire en sorte qu'ils puissent être maintenus d'aplomb par les parties environnantes : la largeur de leur base peut être depuis le huitième jusqu'au douzième de leur hauteur.

La règle que nous proposons s'accorde fort bien avec tous les bâtimens construits par Palladio, quoique la plupart soient en partie voûtés. Celui que nous allons citer pour exemple, Figure 4, est avec plancher; il a été bâti pour les frères Mocenigo de Venise, dans un endroit appelé *la frata del Polesine* : la largeur des principales pièces est de 16 pieds sur autant de hauteur; elles sont séparées par d'autres qui n'ont que 8 pieds, en sorte que la largeur de l'espace divisé par chaque mur, est de 25 pieds et demi, ce qui donne pour leur épaisseur $\frac{25\frac{1}{2} \times 16}{36}$, *qui se réduit, en faisant les calculs indiqués, à* 13 *pouces* 10 *lignes, au lieu de* 14 *pouces qu'ils ont en exécution.*

Les murs de face ayant 24 pieds de hauteur, et l'épaisseur du bâtiment 46 pieds, *leur épaisseur donnée par la théorie précédente sera* 17 *pouces et demi; ceux exécutés ont* 18 *pouces.*

A l'égard des édifices voûtés nous ne donnerons de règle qu'après avoir expliqué la théorie des voûtes, qui fait le sujet de la sixième Section de ce Livre.

ARTICLE III. — DE LA STABILITÉ RELATIVE AUX PIEDS-DROITS OU POINTS D'APPUI.

Pl. 166. Soit ABCD, Figure 31, Planche CLXVI, un pied-droit à base carrée dont on veut connaître la résistance, par rapport à une puissance M, qui le pousserait horizontalement de M en A, ou obliquement de N en A pour le renverser, Figure 32, en le faisant tourner sur le point D. Afin de rendre la démonstration plus facile, on peut considérer le solide réduit à un plan passant par le centre de gravité G de ce pied-droit et le point D, autour duquel la puissance tend à le faire tourner; on abaissera de ce centre une verticale qui coupera la base en un point I auquel on supposera le poids du pied-droit suspendu; faisant ensuite abstraction du pied-droit, on ne considérera que le levier angulaire BDI, ou HDI, dont les bras sont déterminés par les perpendiculaires tirées du point d'appui D, d'une part à la direction verticale du poids, et de l'autre à la direction de la puissance qui pousse le pied-droit, d'après la théorie du levier ci-devant expliquée, page 9, sixième alinéa.

Il faut remarquer que la direction du poids R étant toujours indiquée par une verticale abaissée du centre de gravité, son bras de levier ID ne change pas, quelle que soit la direction de la puissance, et la hauteur à laquelle elle est appliquée; tandis que le bras de levier de la puissance varie en raison de sa position et de sa direction.

Pour qu'il y ait équilibre entre l'effort de la puissance et la résistance du pied-droit, il faut pour le premier cas, Fig. 31, où la puissance M agit selon une direction horizontale, qu'on ait la proportion $M:R::ID:DB$, d'où l'on tire $M \times DB = R \times ID$ et $M = \frac{R \times ID}{DB}$.

Si la direction de la puissance est oblique comme NA, Figure 32, on aura dans le cas d'équilibre $N : R :: ID : DH$, qui donne
$N \times DH = R \times ID$ et $N = \frac{R \times ID}{DH}$

Application.

Pour donner un exemple nous supposerons que la hauteur du pied-droit est de 12 pieds, sa largeur de 4, et son épaisseur d'un pied.

Le poids R du pied-droit pouvant être représenté par son cube, sera $12 \times 4 \times 1$, qui donne 48.

Son bras de levier, indiqué par ID sera 2; celui de la puissance horizontale M, représenté par DB, sera 12.

D'après toutes ces valeurs, on aura $M : 48 :: 2 : 12$, qui donne

$$M \times 12 = 48 \times 2 \text{ et } M = \frac{48 \times 2}{12} = 8.$$

C'est-à-dire que l'effort de la puissance horizontale M doit être égal à 8 pieds cubes de même pierre que le pied-droit, pour être en équilibre avec sa résistance, supposant qu'il est de pierre dure ordinaire dont le pied cube pèse moyennement 160 livres; cet effort serait égal à 1280.

Quant à la puissance oblique qui agit selon NA, supposant $DH = 7\frac{1}{5}$, on aura $N:48::2:7\frac{1}{5}$ qui donne $N\times 7\frac{1}{5}=48\times 2$ et $N=\frac{48\times 2}{7\frac{1}{5}}=13\frac{1}{3}$, tandis que l'expression de la puissance horizontale M contre le même pied-droit n'était que de 8 pieds; mais il faut remarquer que son bras de levier était 12, tandis que celui de la puissance N n'est que de 7 pieds $\frac{1}{5}$, or $13\frac{1}{3}$ par $7\frac{1}{5}=8\times 12=96$, qui est aussi égal à la résistance du pied-droit exprimée par $12\times 4\times 2=96$.

Il est essentiel d'observer que si l'on considère la puissance NA comme la résultante de deux autres MA et FA, la première en agissant horizontalement de M en A, tend à renverser le pied-droit, tandis que la seconde qui agit verticalement de F en A, s'oppose en partie à cet effet, en augmentant la résistance du pied-droit.

Supposons que la puissance NA fasse avec la verticale AF un angle de 53 degrés et un de 37, avec l'horizontale AM, on aura

NA:FA:MA :: sin. tot. : sin. 37 deg. : sin. 53 deg. :: 10:6:8.

Ainsi, NA ayant été trouvé $=13\frac{1}{3}$, on aura $10:6:8::13\frac{1}{3}:8:10\frac{2}{3}$.

Il est évident que par cette décomposition de la puissance NA, la résistance du pied-droit se trouve augmentée par l'effort de la puissance FA=8, laquelle agissant au point A selon la direction FA, aura pour bras de levier CD=4, ce qui donne son effort $=8\times 4=32$.

La résistance du pied-droit ayant été trouvée=96, deviendra, par l'effet de la puissance $FA=96+32=128$.

L'effort de la puissance horizontale M étant devenu $=10\frac{2}{3}$, et son bras de levier étant toujours 12, son effort sera 128 égal à la résistance du pied-droit, ce qui prouve que dans cette décomposition, on a, comme ci-devant, l'effort égal à la résistance.

Cette proposition mérite d'être considérée avec beaucoup d'attention, parce que son application est d'une grande utilité pour parvenir à évaluer, avec exactitude, les effets des parties d'édifices qui ne se soutiennent que par des efforts obliques ou latéraux.

Si l'on veut trouver quel devrait être le prolongement du pied-droit our équivaloir à l'effort vertical EA, il faut diviser son expression par ID; c'est-à-dire 8 par 2, qui donnera 4 pour ce prolongement, et on aura pour l'expression de sa résistance $(12+4)\times 4\times 2=128$, comme ci-dessus.

Si l'effort de la puissance est connu, et qu'on cherche l'épaisseur que doit avoir un mur ou pied-droit dont on connaît la hauteur, pour y résister, on désignera la puissance et les parties du pied-droit par des lettres différentes, afin d'indiquer les opérations à faire pour résoudre le problème. Ainsi, nommant la puissance p, la hauteur du pied-droit d, l'épaisseur que l'on cherche x, si la puissance p agit selon une direction horizontale à l'extrémité du mur ou pied-droit, son expression sera $p \times d$.

La résistance du pied-droit sera exprimée par sa superficie, multipliée par son bras de levier, c'est-à-dire par $d \times x \times \frac{x}{2}$; et comme dans le cas d'équilibre la résistance doit être égale à la poussée, on aura l'équation $p \times d = d \times x \times \frac{x}{2}$; les deux membres de cette équation pouvant être divisés par d, sans déranger leur égalité, l'équation se réduira à $p = x \times \frac{x}{2}$; et comme le second membre est divisé par 2, on peut supprimer ce diviseur sans détruire l'équation, en multipliant p qui forme le premier membre par 2, ce qui donnera $2p = x \times x$ ou xx, c'est-à-dire à un carré dont la superficie est égale à $2p$ et dont x indique le côté ou la racine, ce qui s'exprime ainsi $x = \sqrt{2p}$. Cette expression est une formule qui indique, dans tous les cas, l'épaisseur que doit avoir un pied-droit CD, pour résister à une puissance M, placée à son extrémité supérieure, et qui agirait selon une direction horizontale MA, Figure 31

Il est à propos de remarquer que, dans cette formule, la hauteur du pied-droit n'est pas nécessaire pour trouver la valeur de x, parce que cette hauteur étant commune au pied-droit et au bras de levier de la puissance, ne change pas son résultat : car le cube du pied-droit qui représente son poids, augmente ou diminue en même raison que ce levier. Ainsi, soit que la hauteur du pied-droit soit de 12, de 15 ou de 24 pieds, son épaisseur sera toujours la même.

EXEMPLE:

Si la puissance horizontale exprimée par p dans la formule $x = \sqrt{2p}$ est 8', on aura $x = \sqrt{16}$, qui donne $x = 4$ pour l'épaisseur du pied-droit. Tant que la puissance qui agit à l'extrémité du pied-droit restera la même, cette épaisseur suffira, quelle que soit sa hauteur. Ainsi, pour 12 pieds de hauteur, l'effort de la puissance sera $8 \times 12 = 96$, et la résistance $12 \times 4 \times 2 = 96$.

Si le pied-droit est de 15 pieds de haut, sa résistance sera
$15 \times 4 \times 2 = 120$, et l'effort de la puissance $8 \times 15 = 120$.

Enfin, si la hauteur est de 24 pieds, sa résistance sera
$24 \times 4 \times 2 = 192$, et l'effort de la puissance $8 \times 24 = 192$.

Lorsque le point où est appliquée la puissance horizontale est moins élevé que le mur ou pied-droit, on peut indiquer dans la formule la différence par f,

et on aura $p \times (d - f) = d \times x \times \frac{x}{2}$,

qui devient $2pd - 2pf = dxx$,

et $2p - \frac{2pf}{d} = xx$.

Enfin $x = \sqrt{2p - \frac{2pf}{d}}$,

supposant $p = 9$,
$f = 6$,
$d = 12$.

La formule deviendra $x = \sqrt{18 - \frac{18 \times 6}{12}}$, qui donne, en faisant les calculs indiqués, $x = \sqrt{9}$; et enfin $x = 3$, qui sera l'épaisseur cherchée.

Lorsque la puissance NA est oblique, Figure 32, on peut également trouver l'épaisseur en se servant du bras du levier DH, ou en la décomposant en deux efforts, comme nous l'avons fait ci-devant, page 127. Ainsi, dans le cas de la puissance oblique p sera $13\,\frac{1}{3}$ nommant f son bras de levier $7\,\frac{1}{5}$, on aura $p \times f = \frac{dxx}{2}$ qui deviendra $\frac{2pf}{d} = xx$, et qui se réduira à $x = \sqrt{\frac{2pf}{d}}$, dans laquelle substituant les valeurs connues, on aura $x = \sqrt{\frac{2 \times 13\frac{1}{3} \times 7\frac{1}{5}}{12}}$ qui se réduit, après avoir fait les calculs indiqués, à $x = \sqrt{16}$, qui donne $x = 4$ pour l'épaisseur du pied-droit cherchée.

En décomposant la puissance oblique NA, Figure 32, en deux efforts, dont un MA tend à renverser le pied-droit en agissant selon une direction horizontale, et l'autre fA à l'affermir en agissant verticalement, comme nous avons déjà dit, page 127 :

On désignera l'effort horizontal MA par p, son bras de levier égal à la hauteur du pied-droit par d, l'effort vertical fA par n; le bras de levier de ce dernier effort étant égal à l'épaisseur que l'on cherche, sera désigné par x; ce qui donnera l'équation

$$pd = \frac{dxx}{2} + nx, \text{ qui se réduit à } 2p = xx + \frac{2nx}{d};$$

mais comme le second membre de cette équation n'est pas un carré parfait, il faut le compléter en ajoutant à chaque membre ce qui lui manque, c'est-à-dire, le carré $\frac{nn}{dd}$ de la moitié de la quantité $\frac{2n}{d}$ qui multiplie x dans le second membre; ce qui donnera

$$2p + \frac{nn}{dd} = xx + \frac{2nx}{d} + \frac{n}{d}$$

Le second membre étant devenu, par cette addition, un carré dont la racine est $x + \frac{n}{d}$ on aura $x + \frac{n}{d} = \sqrt{2p + \frac{nn}{dd}}$

et enfin $x = \sqrt{2p + \frac{nn}{dd}} - \frac{n}{d}$, qui sera la formule générale pour trouver l'épaisseur cherchée, désignée par x.

Application.

Appliquons cette formule au cas que nous avons déjà traité au commencement de cet article, page 128, et prenons les données que nous a fournies la première méthode.

Dans ce cas nous avions

$$p = 10\tfrac{2}{3}, \qquad n = 8, \qquad d = 12;$$

substituant ces valeurs dans la formule, elle deviendra

$$x = \sqrt{10\tfrac{2}{3} \times 2 + \tfrac{64}{144}} - \tfrac{8}{12}, \text{ qui se réduit à}$$

$$x = \sqrt{21\tfrac{1}{3} + \tfrac{4}{9}} - \tfrac{2}{3} = \sqrt{21 + \tfrac{7}{9}} - \tfrac{2}{3} = 4.$$

Si, maintenant, pour preuve, on veut calculer l'expression de sa résistance; en remplaçant dans l'équation d'équilibre $2pd = dx\frac{x}{2} \times nx$ les quantités p, d et x par les valeurs ci-dessus; on trouvera

$$10\tfrac{2}{3} \times 12 = 12 \times 4 \times 2 + 8 \times 4$$

qui donne, en faisant les opérations indiquées, 128 = 128, comme nous l'avions trouvé plus haut, page 128 dans l'expression FA = 96 + 32.

CHAPITRE DEUXIÈME

RÈGLES RELATIVES A LA FORCE DES MURS ET POINTS D'APPUI.

Il résulte, de ce que nous avons dit précédemment, que tous les effets qui tendent à détruire les édifices, proviennent de la pesanteur, laquelle agit en raison inverse des obstacles qu'elle éprouve. Lorsque des corps pesans sont posés immédiatement les uns sur les autres, le résultat de leur effort est une simple pression susceptible de produire le tassement ou l'écrasement des parties qui les soutiennent.

Les fondemens qui ont une plus grande superficie de base que les parties qu'ils soutiennent, sont plutôt susceptibles de tassement que d'écrasement. Mais les points d'appui isolés au-dessus, qui supportent quelquefois de très-grands fardeaux sur une petite superficie de base, sont susceptibles de tassement et d'écrasement, lorsque la charge qu'ils ont à soutenir est plus grande que la force des matières dont ils sont formés; c'est ce qui rend la connaissance de la force des pierres très-nécessaire à un constructeur. Ce n'est cependant que de nos jours qu'on a cherché à s'en assurer par des expériences, et il a fallu pour cela une circonstance extraordinaire.

Cette connaissance avait peut-être été regardée comme inutile, parce que la plupart des pierres à bâtir ont une force plus que suffisante pour les bâtimens ordinaires, et même pour les grands édifices.

L'épaisseur considérable que les anciens donnaient généralement à toutes les parties de leurs édifices, prouve que pendant long-temps on ne tint aucun compte de la force des pierres. Ceux qui remontent à une plus haute antiquité sont les plus massifs.

Dans la suite, l'expérience apprit aux architectes à faire leurs édifices moins lourds. Les colonnes qui, chez les anciens Égyptiens, n'avaient que cinq ou six diamètres de hauteur, furent portées jusqu'à neuf par les Grecs, dans les ordres ioniques et corinthiens. Les Romains donnèrent encore plus de hauteur à leurs colonnes, et plus de légèreté à leurs édifices. Mais ce fut vers la décadence de l'empire romain, sous le règne de Constantin, que des bâtisseurs sans goût, dont tout le mérite se réduisait à mettre en œuvre les colonnes et les marbres dont ils dépouillaient les plus beaux édifices antiques, poussèrent la hardiesse et la légèreté aussi loin qu'il était possible, en faisant porter à des colonnes isolées des murs d'une hauteur considérable, soutenant des combles de charpente et des couvertures en tuiles très-lourdes, comme l'ancienne basilique de Saint-Pierre de Rome, celle de Saint-Paul hors-les-murs, *qui existe encore* [1].

Plusieurs architectes, enhardis par ces exemples, ont construit des édifices sur le même plan, où les colonnes portent, outre la charpente et la couverture, des voûtes et des plafonds, comme à Sainte-Marie-Majeure, Saint-Chrysogone, etc.

Les églises du Saint-Esprit, de Saint-Laurent de Florence, construites sur les dessins de Bruneleschi, sont encore plus hardies, à cause de l'espèce de dôme bâti sur les piliers qui forment la croisée des nefs.

L'invention des dômes, qui suivit de près ces premiers essais, occasiona encore une plus forte charge sur les piliers qui les soutenaient.

Les premiers architectes qui en construisirent, effrayés de la masse qu'ils avaient à soutenir, donnèrent à leurs piliers une superficie de base beaucoup plus considérable que celle exigée par le fardeau et la nature des pierres dont ils sont construits. Ceux qui en ont fait bâtir depuis laissèrent la question dans l'état où ils l'avaient trouvée, et se contentèrent d'imiter ceux qui les avaient précédés. Les uns et les autres déterminèrent la forme et les dimensions de ces piliers, plutôt d'après l'idée de la disposition et de la décoration qu'ils avaient imaginées, que d'après la connaissance du fardeau qu'ils devaient soutenir; de sorte qu'on trouve une différence assez considérable entre les rapports des superficies de ces piliers et les poids dont ils sont chargés.

La charge des piliers qui supportent le dôme de Saint-Pierre de Rome, évaluée en kilogrammes, est pour chaque mètre superficiel de. . . . . 163539 *kil.* Pied superficiel.

Et en livres pour chaque pied superficiel de. . 35,254 liv.

La charge de chaque mètre superficiel des piliers du dôme de Saint-Paul de Londres. . . 193498 ou 41,713

Celle *idem* des piliers du dôme des Invalides. 147826 ou 31.862

Celle *idem* des piliers du dôme de l'église de Sainte-Geneviève. . . . . 294290 ou 63,440

[1] Ce passage était écrit en 1805 : il a été reproduit sans aucun changement dans les éditions subséquentes, jusqu'en 1822. Nous avons cru devoir le laisser encore subsister dans cette édition, pour ne pas mettre en défaut les observations de l'auteur sur les conditions de l'existence de la basilique de Saint-Paul, qui est devenue la proie des flammes en 1823.

Celle *idem* des colonnes de la basilique de Saint-Paul-hors-les-murs. . . . . 197609 ou 42,950

Un mètre superficiel d'un des piliers qui supportent la tour de l'église de Saint-Méry. . 294234 ou 63,325 liv.[1]

Mais quel est le juste rapport, relativement à la solidité, qui doit se trouver entre le fardeau et la superficie des points d'appui? C'est ce qui ne peut être décidé que par des expériences sur la force des pierres. C'est aussi un des moyens dont on s'est servi, dans l'espèce de controverse qui s'est établie au sujet des accidens arrivés aux piliers du dôme de la nouvelle église de Sainte-Geneviève.

L'origine de cette discussion date de l'an 1770, époque où M. Patte, architecte, publia un mémoire dans lequel il prétendit prouver que les piliers destinés à porter la coupole projetée alors, pour la nouvelle église de Sainte-Geneviève, n'avaient pas les dimensions suffisantes pour donner aux murs de la tour qui devait être établie au-dessus, l'épaisseur nécessaire pour résister à la poussée de la coupole que cette tour devait soutenir.

M. Gauthey, inspecteur général des ponts et chaussées, répondit à ce mémoire par un autre, sur l'application des principes de mécanique à la construction des voûtes et des dômes, imprimé en 1771.

Dans ce mémoire, M. Gauthey, après avoir réfuté celui de M. Patte, conclut par dire, que non-seulement les piliers étaient suffisans pour supporter la coupole projetée, mais qu'il était possible de s'en passer, et de ne conserver que les douze colonnes qui y sont engagées. C'est à ce sujet que cet ingénieur imagina une machine pour éprouver la force des pierres[2].

Cette machine était composée d'un levier de fer ajusté dans un fort poteau de charpente, et arrêté par un boulon autour duquel il était mobile. A la face inférieure de ce levier, à environ un décimètre du boulon, était un cran dans lequel se plaçait une pièce partie en bois et

[1] Dans cette estimation nous nous sommes arrêtés aux millièmes, et nous avons augmenté le dernier chiffre d'une unité, toutes les fois que le chiffre qui aurait suivi aurait été ou 5 ou plus grand que 5.

Du reste, dans ce parallèle, nous avons pris

Pour valeur du kilogramme en livres, 1 kil. = 2 ℔, 0°, 5gr., 35gr.,15 = 2,0429,

Et pour valeur du mètre superficiel, 1 m. c. = 9 p.,474.

[2] La machine de M. Gauthey a été gravée et se trouve au n°. XII des Planches du premier volume de ses Œuvres, publié en 1809 par M. Navier.

partie en fer, terminée en coin par le haut, c'est sous cette pièce que se posait la pierre à écraser. A l'autre extrémité du levier, et en dessus était un autre cran dans lequel s'ajustait un anneau portant un plateau de balance. Ce second cran était éloigné du premier d'une distance vingt-quatre fois plus grande que celle comprise entre le centre du boulon et le premier cran, d'où il résultait que lorsqu'on mettait un cube de pierre sous le coin, il soutenait un effort vingt-quatre fois plus considérable que celui qui avait lieu au droit du cran où était suspendu le plateau de balance. M. Gauthey a fait avec cette machine cinquante expériences sur les pierres dures et tendres de Givry, près de Châlons-sur-Saône, dont il a rendu compte dans un mémoire imprimé dans le journal de physique de l'abbé Rosiers, du mois de novembre 1774.

Il résulte de ces expériences que le moindre poids sous lequel la pierre blanche de Givry s'est écrasée, répond à 7 livres $\frac{1}{2}$ par ligne de la superficie des pierres mises en expérience, et le plus fort à 18 liv. $\frac{5}{10}$. M. Gauthey réduit ces deux termes extrêmes, à cause de quelques irrégularités, à 9 livres pour la moindre force, et 15 livres pour la plus grande; ce qui lui donne un résultat moyen de 12 livres, qui s'accorde assez bien avec celui de 11 livres $\frac{4}{5}$ que donne la somme portée par la totalité des pierres éprouvées, divisées par leur nombre.

En adoptant le poids moyen de 12 livres par ligne, il en résulte que le poids nécessaire pour écraser un pouce superficiel, serait de 1728 liv. ou 846 kilog., et pour une superficie d'un pied, 248832 ou 121803 kilog., *d'où il conclut qu'il serait possible de construire avec cette pierre une colonne de* 286 *toises de hauteur, ou* 557 *mètres.*

Quant à la pierre dure de Givry, les expériences de M. Gauthey donnent le moindre poids pour une ligne superficielle de 18 livres $\frac{1}{2}$, et le plus fort de 57 livres, qu'il réduit, à cause des irrégularités, à 22 livres pour le moindre poids, et à 42 pour le fort, ce qui lui donne 32 pour la force moyenne. L'addition des poids portés par les pierres mises en expérience, divisée par leur nombre, donne 32 livres $\frac{11}{14}$; mais en adoptant le poids de 32 livres pour la force qui répond à une ligne de superficie, celle pour un pouce serait de 4608 livres, ou 2256 kilogrammes, pour un pied, 663552, ou 324807 kilogrammes, *équivalant à une hauteur de* 670 *toises, ou* 1306 *mètres.*

M. Soufflot ayant eu connaissance de ces expériences, fit exécuter une machine, tout en fer, à peu près semblable à celle de M. Gauthey.

A l'aide de cette machine, représentée par la Figure 1 de la Planche VII, il fit, avec M. Perronet, premier ingénieur des ponts et chaussées, un très-grand nombre d'expériences auxquelles j'assistai. Je fus chargé d'en rédiger le résultat.

Dans le cours de ces expériences, je m'étais aperçu que quand le plateau de balance était chargé de plus de deux cents livres, le levier éprouvait autour du boulon auquel il était arrêté, un frottement considérable qui exigeait un plus grand effort pour écraser les pierres.

Une semblable machine que M. Perronet a fait faire pour l'école des ponts et chaussées, a le même inconvénient, quoiqu'elle ait été perfectionnée. Elle est représentée par les Figures 1 et 2 de la Planche CLXXXIII.

Pour éviter ce frottement qui empêche d'obtenir des résultats justes, je fis faire, en 1787, une troisième machine représentée par la Fig. 2 de la Planche VII, et 3 et 4 de la Planche CLXXXIII, dans laquelle le levier n'est pas arrêté par un boulon, il pose sur l'arête d'un appui triangulaire, indiqué par la lettre *m*, Figure 4. Au-dessus de ce levier est placée une pièce de fer E portant en dessous une languette triangulaire *n*, dont l'arête pose sur le levier à quatre centimètres de distance de l'appui triangulaire *m*. C'est sur la surface supérieure de cette pièce de fer E que l'on place la pierre à écraser. Il résulte de cette disposition que, lorsque le levier A agit, il comprime la pierre de bas en haut.

La longueur du levier contient, depuis le point d'appui *m*, cinquante-deux divisions, égales chacune à la distance *m*, *n*, comme on peut le voir par la Figure S où cet appareil se trouve dessiné à part, afin de laisser voir dans son entier l'effet d'un quatrième moyen où la pression s'exerce par l'action d'une vis, comme nous le dirons tout à l'heure.

Les pièces de fer marquées ED dans les Figures 3 et 4, dans lesquelles se place la pierre à écraser, sont ajustées à coulisse, afin de conserver leur niveau et leur aplomb pendant que le levier agit, et de produire une pression uniforme.

Cette machine, ainsi disposée, écrase les pierres plus également et sous un moindre poids que les deux précédentes.

Cependant, comme le levier agit en tournant sur son point d'appui, il en résultait que lorsque la pierre à écraser exigeait un effort considérable, le mouvement du levier faisait un peu déverser le coulisseau, ou pièce de fer E, ce qui occasionait un frottement et une plus grande pression sur le devant, qui empêchaient encore d'avoir des résultats justes.

Pour obvier à ces inconvéniens, j'ai imaginé de substituer au levier une vis de 2 pouces de diamètre indiquée par la lettre k, dans les Figures 3 et 4. A la tête de cette vis j'ai fait ajuster un quart de cercle M [1]. Ce quart de cercle, ainsi que la vis, sont mis en mouvement par le moyen d'une corde R, attachée d'un bout à l'extrémité f du quart de cercle, passant sur une poulie N, et soutenant de l'autre bout un plateau de balance P chargé de poids; l'effort de ces poids, joint au plateau de balance, en tendant à faire tourner la vis, produit une pression considérable sur la pièce D, et la pierre C placée au-dessous finit par s'écraser.

Pour pouvoir trouver le rapport de l'effort de la vis avec le poids P qui l'occasione, indépendamment des frottemens, j'ai réuni le moyen du levier avec celui de la vis, en plaçant le levier A sur son point d'appui m et sous la pièce E, Figure 3; ayant ensuite chargé le plateau X du levier A d'un poids tel que son effort au point Q était connu, par exemple, de cent kilogrammes, j'ai mis sur l'autre plateau P des poids jusqu'à ce que l'effort au point f fût en équilibre avec celui qui avait lieu au point Q; et pour connaître plus précisément l'instant où l'effort f commence à l'emporter sur l'effort Q en soulevant le levier, je place au-dessous une tringle g un peu inclinée, de manière à se soutenir sous le levier, sans rien porter de sa charge. Il résulte de cet arrangement, que dès que l'effort f devient supérieur à l'effort Q, le levier se soulève et la tringle tombe; et comme le levier A fait alors l'office de peson, il est évident que pour évaluer l'effort au point n ou C, il faut multiplier l'effort Q par le nombre de fois que la partie du levier mn, est contenue dans m Q, et que connaissant les trois efforts C, f, Q, on aura le rapport de l'effort C de la vis avec l'effort f qui lui fait équilibre.

Ayant trouvé que l'effort du bout du levier joint au plateau de balance, pesé en Q, était de 20 kilogrammes 313 grammes, j'y ajoutai 79 kilogrammes 687 grammes pour avoir un effort de 100 kilogrammes

[1] Le rayon du quart de cercle est de 30 pouces $\frac{1}{4}$ jusqu'au centre de la corde, ou 363 lignes; ce qui donne pour le diamètre 726 lignes, et pour la circonférence $726 \times 3\frac{1}{7} = 2281\frac{5}{7}$ qui exprime l'espace parcouru par le plateau P, pendant que la vis ne descend que de 5 lignes $\frac{4}{10}$: ce qui donne le rapport du poids à la force de la vis comme 1 est à 422, tandis que dans le lévier ce rapport n'est que comme 1 est à 52. Ainsi la force du lévier est à celle de la vis à peu près comme 1 est à 8; mais à cause des frottemens ce rapport se réduit à $\frac{13}{35}$ ou $\frac{1}{140}$, comme je l'indique à la page suivante.

juste. Multipliant cet effort par 52, qui indique le nombre de fois que la partie du levier, m, n, est contenue dans mQ, je trouvai que l'effort de la vis en C était de 5200 kilogrammes.

Pour balancer cet effort, il fallait mettre sur le petit plateau accroché en S un poids de 28 kilogrammes $\frac{7}{10}$, auquel ajoutant 8 kilogrammes 443 grammes pour le poids de ce plateau et de tout ce qui y tient, je reconnus que l'effort en f, que l'on peut regarder comme causant la pression de la vis en C, était de 37 kilogrammes 143 grammes. La pression en C étant, dans ce cas, de 5200 kilogrammes, il en résulte que le rapport de ces deux efforts est exprimé par $\frac{37,143}{5200,000}$ qui se réduit à $\frac{1000}{13999}$ ou à très-peu de chose près $\frac{1}{140}$. Ayant répété la même expérience, en faisant l'effort au point Q, de 60, 80, 120, 130 et 150 kilog. j'ai obtenu à très-peu de chose près le même résultat.

Les deux dernières colonnes des tables qui se trouvent à la 2^e. Section du Livre I^{er}., indiquant les poids sous lesquels les pierres se sont écrasées, ont été calculées d'après ce rapport. Toutes les expériences qui avaient été faites avec la troisième machine à levier, ont été répétées avec la vis et le quart de cercle; le plus grand nombre a donné à peu près les mêmes résultats, surtout pour les pierres tendres et moyennement dures.

Les expériences faites avec la vis ne présentent aucun des inconvéniens des machines à levier, la pression se fait également sur toute la superficie des pierres éprouvées; en s'écrasant elles se décomposent d'une manière plus régulière et plus symétrique, soit en pyramides b, soit en lames ou en aiguilles a.

Plus de huit cents expériences faites sur cent quarante-cinq espèces de pierres différentes, m'ont fait apercevoir des indications générales sur les qualités les plus essentielles des pierres, relativement à leur emploi dans la construction des édifices.

Il résulte de ces indications, 1°. que dans toutes sortes de pierres la pesanteur, la force, la dureté, la nature du grain, la contexture plus ou moins serrée, sont des qualités qui semblent se déduire les unes des autres. Ainsi, dans les pierres de même espèce, les plus pesantes sont ordinairement les plus fortes, les plus dures, celles dont le grain est plus fin, la texture la plus compacte;

2°. Que les pierres dont la couleur tire sur le noir ou le bleu, sont plus dures que les grises, et celles-ci que les blanches ou rousses, et qu'en général celles qui ont les couleurs les plus claires sont ordinairement moins fortes et moins pesantes;

3°. Que les pierres dont le grain est homogène et la texture uniforme, sont plus fortes que celles dont le grain est mélangé, quoique ces dernières soient quelquefois plus dures et plus pesantes.

4°. Les qualités des pierres influent aussi sur la manière dont elles s'écrasent, celles qui ont le grain fin, la texture homogène et compacte, et qui rendent un son clair lorsqu'on les frappe, se divisent en lames ou en aiguilles, Figure *a*, Planche CLXXXIII : les plus fières se brisent tout à coup et avec bruit, et se réduisent en poudre. Pl. 183.

5°. Les pierres dont le grain est moins fin, qui ont leur texture moins compacte, et qui ne résonnent que peu ou point, se décomposent en pyramides, ayant pour base les surfaces du solide; de manière que les pointes se réunissent au centre Figure *b*, même Planche, où la pierre se réduit en poussière ; les deux pyramides opposées ayant pour bases le dessus et le dessous du solide, chassent celles du tour ; ces dernières se divisent par fentes verticales.

6°. Toutes les espèces de pierres éprouvées ont diminué sensiblement de hauteur, avant de s'écraser et même de se fendre. Cette diminution a été plus considérable dans les pierres qui se décomposent en pyramides.

7°. Lorsque les pierres avaient en hauteur plus de deux fois la largeur de leur base, les parties comprises entre les pyramides formées se fendaient verticalement en se divisant en lames ou en aiguilles, Fig. *c*.

8°. On a éprouvé encore qu'il faut moins de force pour faire fendre les pierres vives que pour les écraser; tandis que les pierres molles s'écrasent plutôt qu'elles ne se fendent.

9°. Mais l'indication la plus importante est celle qui fait apercevoir que la force des pierres de même espèce est à peu près comme le cube de leur pesanteur spécifique [1]. Cette indication se trouve justifiée par de nouvelles expériences que j'ai faites pour m'en assurer et dont voici le détail.

J'ai fait scier, dans un morceau de pierre de liais de 27 centimètres d'épaisseur, une tranche prise dans le sens de cette épaisseur; dans cette tranche, j'ai fait débiter cinq rangs de cubes de chacun 5 centimètres sur tous sens; ces cinq rangs formaient ensemble la hauteur de

[1] Les détails dans lesquels nous sommes entrés tome Ier., page 203 et suivantes, sur la manière de connaître la pesanteur spécifique des corps, nous dispense ici de toute explication à ce sujet.

la pierre entre les deux lits. Après les avoir exactement pesés dans l'air et dans l'eau pour avoir leur pesanteur spécifique, je les ai mis en expérience : la Table suivante indique les résultats movens des expériences faites sur trois cubes pris dans chaque rang.

I.

PIERRE DE LIAIS. — RÉSULTAT MOYEN des expériences faites sur 3 cubes de chaque rang.	PESANTEUR spécifique.	POIDS en kilogrammes pour écraser un cube de 25 centimètres de superficie de base.	
		Expérience.	Calcul.
1er. rang à partir du lit de dessus.	2340	8328	8328
2e. rang.	2353	8408	8468
3e. rang.	2403	9136	9019
4e. rang.	2386	8882	8829
5e. rang.	2364	8452	8587

Le résultat moyen de la pesanteur spécifique des cubes de ces expériences est de 2369, et celui de la force moyenne d'après l'expérience de 8641 kilogrammes, et d'après le calcul de 8646 kilogrammes.

J'ai fait les mêmes expériences sur dix-huit autres parallélepipèdes cubiques, de 25 centimètres de superficie de base, et 5 centimètres de hauteur, comme les précédens, pris dans une tranche sciée sur la hauteur d'un bloc de *pierre dure du fond de Bagneux*, de l'espèce appelée *banc-franc*, dont on s'est servi pour la construction des *parties inférieures de la nouvelle église de Sainte-Geneviève*. Ces cubes ont été débités sur six rangs, formant ensemble la hauteur entre les deux lits taillés au vif. La Table suivante présente le résultat moyen des expériences faites sur trois cubes de chaque rang.

II.

Banc-franc du fond de Bagneux n°. 36. de la description, tome I, page 64.	Pesanteur spécifique	POIDS en kilogrammes pour écraser un cube de 25 centimètres de base.	
		Expérience.	Calcul.
Premier rang, en partant du lit de dessus. . . .	2203	6200	6200
2e. rang.	2229	6417	6423
3e. rang.	2255	6732	6650
4e. rang.	2207	6269	6235
5e. rang.	2165	5874	5886
6e. rang.	2116	5363	5495

On voit que les résultats indiqués dans cette Table, et ceux des expériences faites sur les cubes en pierre de liais, tendent à confirmer le rapport présumé de la force des pierres de même nature, avec le cube de leur pesanteur spécifique. Il est bon cependant d'observer que ce rapport est un peu plus grand pour les parties qui se trouvent au centre de l'épaisseur de la pierre, et un peu moindre pour celles qui approchent de la superficie des lits; mais le résultat moyen donne ce rapport juste dans la pierre de liais, et n'en diffère presque pas dans les pierres du fond de Bagneux. Dans cette dernière, la pesanteur moyenne se trouve de 2194, et la force de 6142, d'après l'expérience; et 6125 par le calcul.

III.

Roche dure de Châtillon, première qualité, tirée de la carrière de Chavastel.

RÉSULTATS moyens des expériences faites sur 3 cubes de chaque rang.	PESANTEUR spécifique.	POIDS en kilogrammes pour écraser un cube de 25 centimètres de base.	
		Expérience.	Calcul.
1er. rang, à partir du lit de dessus.	1977	3090	3090
2e. rang.	2239	4502	4489
3e. rang.	2298	4797	4854
4e. rang.	2307	4992	4911
5e. rang.	2396	5542	5502
6e. rang.	2350	5412	5191
7e. rang.	2342	5320	5138
8e. rang.	2312	5127	4943
9e. rang.	2213	4462	4335
10e. rang.	2005	3250	3224
11e rang.	1945	2854	2943
12e. rang.	1882	2492	2666

Cette troisième Table présente le résultat des expériences sur la roche dure de Châtillon; elles ont été faites, comme les précédentes, sur des cubes de vingt-cinq centimètres de base, pris dans une tranche formant la hauteur entre les deux lits. Cette hauteur a été divisée en douze rangs de cubes. Les quantités exprimées dans cette Table sont les résultats moyens des expériences faites sur trois cubes de chaque rang : ces résultats font connaître, 1°. que la force et la pesanteur de cette espèce de pierre, vont en augmentant, en partant de la surface des lits.

2°. Que le maximum de sa force et de sa pesanteur est plus près du lit de dessus que du lit de dessous

3°. Que la force suit, à très-peu de chose près, le cube de la pesanteur spécifique, comme dans les exemples précédens.

4°. Que le poids moyen supporté par ces cubes, avant de s'écraser, a été de 4320 kilogrammes.

5°. Que la pesanteur spécifique moyenne est de 2189, ce qui donne pour le poids d'un stère ou mètre cube, 2189 kilogrammes, et pour celui d'un pied cube 153 livres 3 onces 5 gros.

Il faut remarquer que les poids sous lesquels ces pierres ont commencé à se fendre, étaient presque toujours les deux tiers de ceux sous lesquels elles s'écrasaient tout-à-fait. Les pierres de liais et celles du fond de Bagneux, commencent à éclater et à se fendre sous la moitié du poids qu'il faut pour les écraser; ainsi le plus grand fardeau qu'on puisse confier à ces deux dernières espèces de pierres ne doit pas être plus grand que le tiers de celui sous lequel elles s'écrasent, tandis qu'on peut porter le poids jusqu'à plus de moitié dans les pierres de roche qui sont moins fières.

IV.

Roche de Châtillon, deuxième qualité, moins dure que la précédente.

RESULTATS moyens des expériences faites sur 3 cubes de chaque rang.	PESANTEUR spécifique.	POIDS en kilogrammes pour écraser un cube de 25 centimètres de base.	
		Expérience.	Calcul.
1er. rang, à partir du lit de dessus.	1875	2307	2307
2e. rang.	2016	2886	2868
3e. rang.	2099	3224	3236
4e. rang.	2162	3508	3537
5e. rang.	2215	3784	3803
6e. rang.	2205	3874	3752
7e. rang.	2141	3405	3434
8e. rang.	2088	3617	3641
9e. rang.	2017	2858	3872
10e. rang.	1955	2598	2615
11e rang.	1880	2316	2325
12e rang, lit de dessous.	1793	1970	2017

Cette Table prouve, comme la précédente, 1°. que la pesanteur et la force de cette espèce de pierre vont en augmentant, depuis la surface des lits jusque vers le milieu de leur épaisseur.

2°. Que cette augmentation diffère peu de celle du cube de la pesanteur spécifique;

3°. Que le poids moyen sous lequel ces cubes se sont écrasés est de 3029 kilogrammes.

4°. Que la pesanteur spécifique ou le poids d'un mètre cube est de 2037 kilogrammes, 333 grammes, et le poids du pied cube de 142 livres 9 onces 2 gros.

Il en résulte encore qu'à superficie et pesanteur spécifique égales, cette roche est moins forte que la précédente, d'environ un huitième, probablement parce que sa texture est moins compacte.

V.

Roche de Châtillon, troisième qualité, carrière de l'Espinasse.

RÉSULTATS moyens des expériences faites sur trois cubes de chaque rang.	Pesanteur spécifique.	POIDS en kilogrammes pour écraser un cube de 25 centimètres de baase. Expérience.	Calcul.
1er. rang, à partir du lit de dessus.	2019	2909	2909
2e. rang.	2044	2942	2989
3e. rang.	2127	3184	3320
4e. rang.	2199	3796	3721
5e. rang.	2223	3902	3844
6e. rang.	2179	3737	3621
7e. rang.	2139	3453	3425
8e. rang.	2097	3168	3227
9e. rang.	2029	2961	2923
10e. rang.	1992	2714	2667
11e. rang.	1974	2610	2692
12e. rang.	1857	2179	2241

Les résultats de cette Table offrent un peu plus de différence, entre la force et la pesanteur, et cette différence est en faveur des cubes des quatrième, cinquième et sixième rangs. Le poids moyen qu'il a fallu pour écraser ces cubes a été de 3129 kilogrammes.

Le résultat moyen de la pesanteur spécifique donne, pour le poids d'un mètre cube, 2073 kilogrammes, et pour celui d'un pied cube 145 livres, 1 once 6 gros.

Il faut encore observer qu'à base, hauteur et pesanteur spécifique égales, cette espèce de roche est plus forte que la précédente d'environ $\frac{1}{30}$.

La Table suivante indique les résultats des expériences faites sur des cubes en pierre de Mont-Souris, employée à la construction des piliers du dôme de la nouvelle église de Sainte-Geneviève, à partir de 6 mètres 40 centimètres au-dessus de la base. Ces cubes ont été pris comme les précédens dans une dalle ou tranche faite dans la hauteur de la pierre, entre les deux lits. Cette hauteur comprenait dix rangs de cubes, de chacun 5 centimètres de haut.

Cette Table indique les résultats moyens des expériences faites sur 3 cubes de chaque rang.

VI.

Pièrre de Mont-Souris, employée aux parties supérieures des piliers du dôme de l'église de Sainte-Geneviève.

RÉSULTATS moyens des Expériences faites sur 3 cubes de chaque rang.	PESANTEUR spécifique.	POIDS en kilogrammes pour écraser un cube de 25 centimètres de base. Expérience.	Calcul.
1er. rang, à partir du lit de dessus.	2045	2731	2779
2e. rang.	2183	3328	3381
3e. rang.	2221	3591	3560
4e. rang.	2236	3611	3633
5e. rang.	2224	3566	3575
6e. rang.	2169	3359	3316
7e. rang	2041	2755	2763
8e. rang.	2036	2732	2743
9e. rang.	2008	2607	2631
10e. rang.	1976	2491	2507

Il résulte de ces expériences, 1°. que la pesanteur moyenne d'un metre cube est de 2114 kilogrammes, ou de 148 livres pour un pied cube;

2°. Que la force moyenne est de 3077 kilogrammes, pour une surface de 25 centimètres, tandis que le calcul fondé sur le rapport du cube des pesanteurs spécifiques donne 3089 kilogrammes;

3°. Que la force de cette pierre, à pesanteur spécifique et surface de base égales, est d'environ $\frac{1}{50}$ moins forte que la roche de Châtillon, 3e. qualité, et à peu près de même force que celle de la seconde qualité.

Après avoir éprouvé séparément les cubes pris dans les six espèces de pierres différentes, j'ai voulu éprouver si plusieurs cubes, posés l'un sur l'autre, opposaient plus ou moins de résistance qu'un seul; ces expériences m'ont donné les résultats indiqués dans la Table ci-après.

VII.

RÉSULTATS moyens des Expériences faites sur des cubes posés les uns sur les autres.	PESANTEUR spécifique.	POIDS en kil. pour des cubes de 25 centim. de superficie.
Un cube en pierre de liais fort dure.	2388	8851
Deux cubes *idem* posés l'un sur l'autre.		5411
Trois cubes *idem*, l'un sur l'autre.		4780
Un cube de pierre dure du fond de Bagneux.	2255	6650
Deux cubes *idem*, l'un sur l'autre.		4223
Trois cubes *idem*.		3890
Un cube en roche dure de Châtillon.	2342	5138
Deux cubes *idem*.		4010
Trois cubes *idem*.		3853
Un cube en roche *idem*, de dureté moyenne.	2162	3537
Deux cubes l'un sur l'autre.		2829
Trois cubes *idem*.		2752
Un cube en roche *idem*, un peu plus dure.	2199	3721
Deux cubes l'un sur l'autre.		2977
Trois cubes *idem*.		2890
Un prisme de même base, dont la hauteur était double, en roche dure de Châtillon.	2346	5164
Un autre *idem*, de même hauteur, composé de quatre morceaux posés l'un sur l'autre		4431
Un autre *idem*, divisé en huit morceaux		3698

Cette table fait connaître que plusieurs cubes posés les uns sur les autres, ont moins de force qu'un parallélipipède de même base et de même hauteur, qui serait d'une seule pièce. J'ai observé que cette diminution de force vient de ce que les fentes qui précèdent l'écrasement, en se prolongeant d'un cube à l'autre, empêchent la formation des pyramides intérieures, parce qu'il faut moins de force pour faire fendre une pierre que pour former les pyramides qui causent l'écrasement. *Ainsi les pierres qui ne sont que posées les unes sur les autres, doivent céder sous un moindre poids que celles qui sont liées par un ciment ou mortier quelconque.* Cette diminution ne va pas cependant en raison du nombre des pierres posées les unes sur les autres, car on voit, relativement aux cubes en pierre de liais, que deux cubes ayant porté les cinquièmes environ du poids sous lequel un seul s'est écrasé, les trois réunis auraient dû n'en porter que les $\frac{2}{5}$, tandis qu'ils ont porté plus de la moitié.

Quant à la pierre dure de Bagneux, qui est un peu moins fragile que le liais, les deux cubes posés l'un sur l'autre ont porté presque les quatre cinquièmes du poids soutenu par un seul, tandis qu'ils n'auraient dû porter, en raison de leur nombre, que les $\frac{8}{15}$ ou un peu plus de moitié.

On peut faire les mêmes remarques par rapport aux deux espèces de roches douces; mais cette différence est encore plus sensible dans les dernières expériences faites sur des parallélipipèdes en roche dure, dont la hauteur est double de la base. Celui divisé en quatre morceaux ayant porté 4431 kilogrammes, si la diminution était en raison du nombre de morceaux, le parallélipipède divisé en huit n'aurait dû porter que 2215 kilogrammes au lieu de 3698.

Plusieurs autres expériences, faites sur six et sept cubes posés l'un sur l'autre, ont donné des résultats un peu plus forts, parce que les pierres cubiques se fendent plus difficilement que celles qui ont moins de hauteur que de base.

Toutes ces expériences indiquent que, dans l'évaluation de la force d'un pied-droit, il faut avoir égard à la hauteur des assises et à leur nombre; si chaque assise est composée d'une ou de plusieurs pierres, toutes ces choses influent beaucoup sur la résistance des pieds-droits, lorsque leur charge est considérable. Il faut encore observer que les pierres qui paraissent les plus fortes lorsqu'elles sont éprouvées par des machines, résistent quelquefois moins au fardeau dans les constructions en grand, en raison de ce qu'elles sont plus fières, plus fragiles et plus faciles à éclater.

Les accidens arrivés aux piliers du dôme de l'église de Sainte-Geneviève en fournissent une preuve : les parties en pierre de Mont-Souris ont résisté, tandis que celles en pierre dure de Bagneux se sont fendues, brisées et éclatées de toutes parts; cependant les expériences ne portent la force de la pierre de Mont-Souris qu'aux quatre septièmes de celle de Bagneux.

MM. Soufflot, Perronnet et Gauthey, ont fait des expériences pour découvrir si la force des pierres augmentait en raison des superficies de leurs bases, et si la forme différente des bases de même superficie, ou les différentes hauteurs sur même base, pouvaient influer sur la force. Mais comme dans ces expériences on a négligé de prendre la pesanteur spécifique de chaque morceau éprouvé, il s'ensuit que les résultats ne paraissent avoir aucun rapport, ni à la superficie des bases, ni à leurs formes, ni à la hauteur des pierres. Ainsi dans les expériences faites sur la pierre tendre de Givry, par M. Gauthey, on trouve que les surfaces exprimées en lignes étant 100, 144, 215, 324, 576, les forces ont été 1350, 1824, 2295, 3450, 5472; tandis que, pour être proportionnelles aux surfaces, elles auraient dû être 1350, 1944, 2916, 4376, 7776; et par rapport à la pierre dure de Givry, qui est rouge et d'une autre qualité que la pierre tendre, les surfaces étant 112, 144, 180, 240, 324, les poids supportés ont été 2808, 3408, 4008, 10152, 13440; pour être proportionnels, il aurait fallu qu'ils fussent comme 2808, 3610, 4512, 6017, 8123.

Les expériences faites par MM. Soufflot et Perronnet sur la pierre de Saillancourt de moyenne qualité, dont la pesanteur du pied cube était évaluée à 156 livres, ont donné la force moyenne entre deux expériences, pour un demi-pouce de superficie de base. 825

Pour un pouce.	1825
Pour deux pouces.	3600
Pour trois pouces.	4775
Pour quatre pouces.	6225
Pour six pouces.	10725

Si les forces eussent été en proportion des surfaces, on aurait trouvé 825, 1650, 3300, 4950, 6600, et 9900.

J'ai répété ces expériences avec trois espèces de pierres différentes, 1°. sur la pierre franche du fond de Bagneux, avec des cubes de 9, de 16, de 25 et de 36 centimètres de superficie de base, pris dans une petite dalle de 22 centimètres de long, 10 centimètres de large, et six d'épaisseur, provenant du cœur de la pierre; le grain était fin et la texture bien égale : sa pesanteur spécifique était de 2255. Les expériences ont été faites sur deux cubes de chaque dimension; ceux de 9 centimètres de superficie de base ont porté :

	kilog.	poids moyen.
Le premier	2228	2423
Le second	2618	

Cubes de 16 centimètres de superficie de base.

Premier cube	4325	4263
Second cube	4201	

Cubes de 25 centimètres.

Premier	6875	6650
Second	6425	

Cubes de 36 centimètres.

Premier	9521	9775
Second	10029	

Pour avoir des résultats moyens, proportionnels aux surfaces, il aurait fallu 2423, 4308, 6732 et 9694, qui ne diffèrent pas beaucoup de ceux des résultats de l'expérience.

2°. De semblables cubes en pierre de Tonnerre, pris dans un même morceau, dont la pesanteur spécifique était de 1786, mis en expérience, ont donné les résultats ci-après :

	kilo.	poids moyen.
Premier cube de 9 centimètres de surface	928	1053
Second	1178	
Premier cube de 16 centimètres	1957	1817
Second	1677	

	kilo.	poids moyen.
Premier cube de 25 centimètres.	3023	3119
Second cube.	3215	
Premier cube de 36 centimètres.	4825	4423
Second cube.	4021	

La comparaison des surfaces donne 1053, 1872, 2925 et 4212.

La troisième espèce de pierre sur laquelle j'ai répété les expériences est la pierre de Conflans; avec des cubes de mêmes dimensions, pris dans un même morceau dont la pesanteur spécifique était de 1782, ils ont donné les résultats suivans :

Cubes de 9 centimètres de superficie de bas.

	kilo.	poids moyen.
Premier.	422	495
Second.	568	

Cubes de 16 centimètres.

Premier.	845	874
Second.	903	

Cubes de 25 centimètres.

Premier.	1452	1387
Second.	1322	

Cubes de 36 centimètres.

Premier.	2059	2023
Second.	1987	

Le rapport des surfaces donne 495, 880, 1375, 1980.

Toutes ces expériences prouvent que la force des pierres de même nature et de même forme croît à peu près en même raison que la superficie de leur base.

Quant aux pierres qui ont des bases de même superficie, mais de figure différente, on a observé que celles dont la base est rectangulaire, commencent à s'écraser sous un moindre poids que les pierres à base carrée : la différence est d'autant plus grande, que les côtés contigus du rectangle sont plus inégaux, lorsqu'elles ont peu d'épaisseur; les grandes faces résistent moins, et il ne se forme pas de pyramides.

Quand ces pierres ne se brisent pas en lames ou en aiguilles, il se détache par le haut des grandes faces, des parties qui produisent au milieu une espèce de biseau à deux pentes, figure *d*, qui s'écrase successivement. Pour avoir quelques expériences à ce sujet, j'ai fait faire en pierre de Conflans, d'une dureté moyenne, trois parallélipipèdes à base carrée et trois autres à base rectangulaire de même superficie. Les côtés de ceux à base carrée avaient 4 centimètres, et pour ceux à base rectangulaire, le grand côté était de 8 centimètres et le petit côté de 2.

Le premier des parallélipipèdes à base carrée s'est écrasé sous un poids de 864
Le second. . . . . 832 } 863
Le troisième. 893

Le premier de ceux à base rectangulaire.

A porté	828	
Le second	842	821
Le troisième	793	

Les résultats moyens comparés donnent pour ce cas-ci environ $\frac{1}{20}$ de moins pour les bases rectangulaires que pour les bases carrées de même superficie.

Lorsque la différence entre les côtés est plus considérable, la diminution est encore plus grande, mais elle n'est pas sensible lorsqu'elle est moindre.

J'ai fait faire avec cette espèce de pierre deux piliers de même forme que ceux qui supportent le dôme de Sainte-Geneviève, pour les comparer avec d'autres à base carrée et circulaire de même superficie, c'est-à-dire de 16 centimètres. Ces piliers mis en expériences, ceux de même forme que les piliers du Panthéon ont porté, avant de s'écraser,

	kilo.	poids moyen.
Le premier	709	703
Le second	697	

Ceux à base carrée.

Le premier	850	856
Le second	862	

Ceux à base circulaire.

	kilo.	poids moyen.
Le premier.	912	917
Le second.	922	

Deux autres de même superficie de base, dont le plan était un triangle équilatéral, ont porté :

Le premier.	786	789
Le second.	792	

On peut conclure de ces expériences, que la forme la plus avantageuse à donner aux points d'appui est la circulaire, et que celle de ces piliers est la plus désavantageuse.

Voici d'autres expériences comparatives, faites en 1774 par MM. Soufflot et Perronnet, sur des parallélipipèdes et des cylindres de même superficie de base et de même hauteur, en pierre de Saillancourt. Les parallélipipèdes sont les mêmes que ceux que nous avons cités à l'occasion de la différence des surfaces.

	PARALLELIPIPÈDES.	Poids moyen.	CYLINDRES.	Poids moyen.
D'un demi-pouce de superficie.			*Idem.*	
Premier.	925	825	925	950
Deuxième.	725		975	
D'un pouce.				
Premier.	1850	1825	1850	1875
Deuxième.	1800		1900	
De 2 pouces.				
Premier.	3675	3600	4175	4300
Deuxième.	3525		4425	
De 3 pouces.				
Premier.	4775	4775	6050	5950
Deuxième.	4775		5850	
De 4 pouces.				
Premier.	6825	6025	7000	6587
Deuxième.	5225		6175	
		17050		19662

En comparant la somme 17050 des poids moyens portés par les parallélipipèdes à 19662, qui est celle portée par les cylindres, on voit que la force des cylindres est d'environ $\frac{2}{13}$ plus grande que celle des parallélipipèdes de même superficie de base.

Les mêmes expériences faites sur des parallélipipèdes et des cylindres en pierre de Conflans, d'une dureté moyenne, ont donné les résultats ci-après.

PARALLÉLIPIPÈDES.		Poids moyen.	CYLINDRES.	Poids moyen
Deux de 6 pouces de superficie de base.			*Idem.*	
Le premier a porté.	4860	4785	5340	4845
Le deuxième.	4710		4350	
Deux de 4 pouces.				
Le premier.	2550	2820	3750	3345
Le deuxième.	3090		2940	
Deux de 3 pouces.				
Le premier.	2310	2385	2700	2700
Le deuxième.	2460		2700	
		9990		10890

La somme des poids moyens portée par les parallélipipèdes étant 9990,

Celle portée par les cylindres de 10890, il en résulte que leur force est comme 111 est à 121, ou comme 11 est à 12 : il faut remarquer que ce rapport est, à peu de chose près, en raison inverse des périmètres des cercles et des carrés de même superficie. Supposons, par exemple, un cercle de 14 pouces de diamètre : sa circonférence sera $14 \times 3\frac{1}{7}$ qui donne 44, et sa superficie de 154, dont il faut extraire la racine, pour avoir le côté d'un carré de même superficie, qu'on trouvera $=$ à $12\frac{10}{25}$, qui donne pour son contour ou périmètre $49\frac{3}{5}$; et l'on a d'ailleurs $49\frac{3}{5} : 44 :: 12\frac{2}{5} : 11$.

Il résulte de toutes ces expériences, et d'une infinité d'autres qu'il serait trop long de rapporter, *que les pierres ordinaires dont on fait usage pour la construction des édifices, commencent à éclater et à se fendre sous une charge égale à un peu plus de la moitié du poids qu'il faut pour les écraser, et qu'elles s'écrasent sous un moindre poids d'une charge continuée, depuis cinq heures jusqu'à quarante-huit heures :* ainsi en supposant que la charge que doit soutenir un mur ou point d'appui se distribue également sur toutes les parties de leur surface, il serait imprudent de leur faire porter une charge égale à la moitié de celle sous laquelle ils pourraient s'écraser, d'après les expériences citées et les tables de la 2^e. Section du premier livre de cet ouvrage; parce que l'expérience prouve qu'il est impossible, quelque précaution qu'on puisse prendre, de compter sur le degré de perfection capable de produire cet effet. D'ailleurs il faut encore avoir égard à la position des parties soutenues, qui ne sont pas toujours immédiatement posées les unes sur les autres, de manière à ne produire qu'un simple effort de pression, agissant perpendiculairement aux surfaces portantes; mais que ces parties sont souvent disposées de façon qu'il en résulte des efforts obliques tendant à renverser les pieds-droits qui les soutiennent, et à transporter sur une partie de leur surface la charge qui devrait être répartie également sur leurs surfaces entières.

Il faut de plus avoir égard au mouvement qui se fait toujours sentir dans les édifices faits sans interruption à l'instant où les grosses constructions viennent d'être terminées, et que toutes les parties prennent leur assiette, par l'effet du tassement et des irrégularités inévitables dans les ouvrages faits avec le plus de soin, et surtout pour ceux qui ont besoin de soutiens provisoires pour les exécuter comme les voûtes.

CHAPITRE TROISIÈME.

SUPERFICIES COMPAREES DE L'AIRE ET DES CONSTRUCTIONS DANS PLUSIEURS ÉDIFICES.

Après avoir exposé, dans les deux Chapitres précédens, les principes sur lesquels repose la stabilité relative des murs et points d'appui, et en avoir fait l'application à des édifices de différens genres, nous avons pensé qu'il serait intéressant de faire connaître les rapports qui existent entre la superficie des murs et points d'appui des édifices cités, et l'étendue de l'espace total qu'ils occupent. Nous observerons dans ce parallèle le même ordre que nous avons suivis dans l'exposé des principes, en passant successivement des constructions les plus légères à celles dont les murs et points d'appui sont les plus considérables, relativement à leur superficie totale.

La basilique de Saint-Paul-hors-les-murs, représentée par la Figure 1 de la Planche CLXXXIV, occupe une superficie de 9899 mètres ou 2605 toises carrées, dont 1176 mètres $\frac{1}{10}$ ou 309 toises $\frac{1}{3}$ en points d'appui, ce qui fait à peu près les $\frac{2}{17}$ de la superficie totale, ou les deux quinzièmes de l'espace libre qu'ils renferment. On distingue dans son plan trois dispositions différentes. Pl. 184.

Dans la première, comprenant le vestibule, les murs et points d'appui sont la huitième partie de l'espace total, ou la septième de l'espace intérieur.

Dans la seconde partie, qui comprend la grande nef, et les doubles bas-côtés, formés par quatre files de colonnes, les murs et points d'appui sont la dixième partie de l'espace total, et la neuvième de l'espace libre intérieur.

Dans la troisième partie, formant le chœur, la grande niche et les deux chapelles à côté, les murs et points d'appui sont le cinquième de l'espace total et le quart de l'espace libre.

L'église de Sainte-Sabine, située sur le Mont-Aventin à Rome, représentée par la Figure 2 de la même Planche, occupe une superficie de 1407 mètres, ou 370 toises $\frac{1}{4}$, et celle des murs et points d'appui 143 mètres $\frac{45}{100}$, ou 37 toises $\frac{3}{4}$, ce qui fait un peu plus du dixième de l'espace total, et du neuvième de l'espace libre de l'intérieur. La charpente qui forme le toit au-dessus de la nef du milieu est apparente comme à Saint-Paul-hors-les-murs; celle des toits au-dessus des bas-côtés est recouverte en partie d'un plafond en bois, le fond est terminé par trois niches voûtées; celle du milieu a 10 mètres $\frac{91}{100}$, 33 pieds 7 pouces de diamètre, et les deux autres 3 mètres ou 9 pieds $\frac{1}{4}$. Le plan de cette église offre le plus bel exemple de simplicité et de légèreté qu'il soit possible de réunir, pour construire à peu de frais un édifice de ce genre.

L'église de Saint-Pierre-aux-liens, représentée par la Figure 3, offre un plan dans le même genre; mais les bas-côtés et les parties du fond au devant des grandes niches, sont voûtés, ainsi que le vestibule extérieur; la nef du milieu l'est aussi, mais en bois.

La superficie totale de cette église est de 2000 mètres $\frac{6}{100}$, ou 529 toises $\frac{2}{3}$, dont 311 mètres $\frac{6}{10}$ ou 82 toises en murs et points d'appui, c'est-à-dire environ $\frac{2}{13}$ de la superficie totale, ou les $\frac{2}{11}$ de l'espace libre qu'ils renferment.

Le plan représenté par la Figure 4 est celui de l'église de Saint-Philippe de Néri, une des plus belles de Naples. La nef d'entrée est avec un plafond en bois et des bas-côtés voûtés, soutenus par des colonnes de granit d'une seule pièce. Ces colonnes sont réunies par des arcades, au-dessus desquelles s'élève un mur percé de croisées. Le surplus de l'église est voûté avec un dôme au centre. Cette église occupe une superficie de 2121 mètres $\frac{4}{10}$, ou 558 toises $\frac{1}{4}$, dont 273 mètres $\frac{6}{10}$, ou 72 toises en murs et points d'appui, ce qui fait moins du septième ou $\frac{3}{22}$ de la superficie totale, et $\frac{3}{19}$ de l'espace libre qu'ils renferment. Mais si l'on ne considère que la partie de l'entrée, les points d'appui sont moins du neuvième de la superficie totale et du septième de l'espace libre intérieur.

Le plan représenté par la Figure 5 est celui du grand temple de Pestum : sa superficie, à compter du nu extérieur des colonnes par le bas, est de 1426 mètres $\frac{9}{10}$, ou 375 toises $\frac{1}{2}$, dont 64 toises $\frac{3}{4}$ en points d'appui, c'est-à-dire plus du sixième, ou $\frac{4}{23}$ de la superficie totale, et $\frac{4}{19}$ de la superficie libre, ou plus du cinquième.

Dans le plan, Figure 6, qui représente le temple de Junon Lucine à Girgenti, en Sicile, la superficie totale du temple, prise, comme pour le précédent, du nu extérieur des colonnes, est de 634 mètres ou 166 toises $\frac{3}{4}$, et celle des murs et points d'appui, de 103 mètres $\frac{3}{10}$ ou 27 toises $\frac{1}{6}$, ce qui fait un peu moins du sixième de la superficie totale, et moins du cinquième de la superficie libre.

Le plan, Figure 7, représente celui du temple de la Concorde, situé aussi à Girgenti; sa superficie totale est de 636 mètres $\frac{6}{10}$ ou 167 toises $\frac{1}{2}$, et celle des points d'appui de 123 mètres $\frac{6}{10}$ ou 32 toises $\frac{1}{2}$, c'est-à-dire moins du cinquième de la superficie totale, et du quart de la superficie libre.

Ces trois exemples prouvent que dans les temples grecs, qui n'étaient couverts que par un toit en charpente et des plafonds en bois ou en pierre de taille, les murs et points d'appui sont doubles de ceux des églises en basilique dont il vient d'être question.

Dans les monumens égyptiens, comme celui connu sous le nom du tombeau d'Osymandias, les murs et points d'appui sont les $\frac{2}{9}$ de l'espace total qu'ils occupent, et les $\frac{2}{7}$ de l'espace libre qu'ils renferment. (*Voyez Description de l'Égypte, Antiquités. tome IV.*)

Des édifices circulaires.

Nous avons dejà fait observer (page 115, second alinéa) que les édifices circulaires exigent des points d'appui moindres que ceux qui sont rectangulaires ou à faces droites. Parmi les édifices de ce genre, qui ne sont couverts que d'un toit de charpente, l'église de Saint-Étienne-le-Rond, dont il a déjà été parlé page 116, est un de ceux qui contiennent une moindre superficie de points d'appui, par rapport à son étendue.

Plusieurs antiquaires prétendent que cet édifice, dont le plan est représenté par la Figure 1 de la Planche CLXXXI, est un ancien temple de Faune, bâti par l'empereur Claude; d'autres ont pensé que c'était un arsenal ou magasin pour la marine. Il occupe une superficie de 3914 mètres $\frac{1}{10}$ ou 898 toises $\frac{2}{9}$, et celle des points d'appui n'est que de 190 mètres $\frac{6}{10}$ ou 50 toises $\frac{1}{6}$; ainsi, supposant que cet édifice ait été en- Pl. 181

tièrement couvert, comme il est très-probable, la superficie des murs et points d'appui ne serait que le dix-huitième de la superficie totale, et le dix-septième de l'espace libre qu'ils renferment. La coupe représentée par la Figure 2 fait voir d'un côté la manière dont cet édifice pouvait être couvert et éclairé, et de l'autre son état actuel.

Pour les édifices à plusieurs étages avec planchers, nous avons trouvé que, dans la plupart des hôtels de Paris, bâtis sous la fin du règne de Louis XIV, ou au commencement de celui de Louis XV, la superficie des murs et points d'appui est environ le quart de la superficie totale, en ne déduisant pas les vides des portes et croisées; mais en les déduisant, à peu près du sixième.

Dans les bâtimens construits par Palladio dans le Vicentin et autres lieux de l'état de Venise, les murs et points d'appui sont depuis le quart jusqu'au cinquième, et en diminuant les vides depuis le septième jusqu'au huitième; mais il faut observer que, dans la plupart, le rez-de-chaussée est voûté, et que les grandes pièces ont depuis 18 pieds jusqu'à 25 pieds de hauteur : dans ceux à planchers, les grandes pièces ont depuis 15 pieds jusqu'à 20; les murs sont presque tous construits en briques ou en pierres d'une dureté moyenne.

Dans la Belgique, et les départemens du nord, où l'on fait beaucoup d'usage de briques, la superficie des murs et points d'appui n'est souvent que les $\frac{2}{15}$, sans déduire les vides des portes et croisées, et en les diminuant, environ des $\frac{2}{17}$.

Dans plusieurs bâtimens de Paris, bâtis depuis le regne de Louis XV, les murs et points d'appui sont le cinquième, sans déduction des vides, et les $\frac{2}{15}$ en les déduisant; c'est à très-peu de chose près la proportion que donne la règle que nous proposons pour les moindres épaisseurs, c'est-à-dire les $\frac{3}{16}$ sans déduction, et les $\frac{2}{16}$ avec déduction, ou $\frac{1}{8}$.

Dans les palais de Rome, tels que les palais Farnèse, Altems, Madame, de Monte-Cavallo, Barberini, Borghèse, Rospigliosi, Alessandrini, Spada, Falconieri, Lanceloti, etc., où les pièces du rez-de-chaussée sont voûtées, les murs et points d'appui sont d'environ le quart de l'espace total qu'ils occupent, et les $\frac{2}{9}$ en déduisant les vides des portes et croisées.

Aux palais de Paris et des environs, tels que le Louvre, les Tuileries, le Luxembourg, Versailles, les murs et points d'appui formnt les $\frac{7}{18}$e et les $\frac{5}{18}$, en déduisant les vides des portes, croisées, arcades et autres.

Dans les ruines de la ville Adrienne, on trouve des restes considérables d'édifices voûtés, et d'autres avec des planchers qui peuvent être rangés dans la classe des palais. Les calculs que j'ai faits de leurs points d'appui, comparés aux superficies qu'ils occupent, m'ont fait connaître que, dans les édifices voûtés, ces superficies, tout vide rabattu, sont entre le sixième et le septième de celle qu'ils occupent. Pour les édifices qui ne sont pas voûtés, ce rapport est entre le huitième et le neuvième De plus, il faut observer que les murs sont presque tous pleins, parce que ces édifices étaient éclairés par le haut.

Le Panthéon de Rome, dont le plan est représenté Figure 1, Planche CLXXXV, est le plus grand édifice voûté construit par les anciens, Pl. 185.
c'est-à-dire celui qui comprend le plus grand espace couvert par une seule voûte. Son diamètre extérieur est de 55 mètres $\frac{9}{10}$, ou 172 pieds et sa superficie, sans y comprendre le portique, de 2475 mètres $\frac{8}{10}$, ou 651 toises $\frac{1}{2}$, dont 616 mètres $\frac{8}{10}$, ou 162 toises $\frac{1}{3}$ en murs et points d'appui, ce qui fait un peu moins du quart.

En comprenant le portique, la superficie totale de cet édifice est de 3182 mètres ou 837 toises $\frac{7}{18}$; celle des points d'appui de 739 mètres $\frac{2}{10}$, ou 194 toises $\frac{1}{4}$, c'est-à-dire les $\frac{2}{9}$ de la superficie totale.

Il faut remarquer que c'est le même rapport que pour les palais de Rome, et lorsqu'on ne comprend pas le portique le rapport est comme pour les palais de Paris.

Le dôme des Invalides, dont le plan est représenté Fig. 2, même Planche, occupe une superficie de 2695 mètres $\frac{4}{10}$ ou 709 toises $\frac{1}{3}$; celle des murs et points d'appui est de 724 mètres ou 190 toises $\frac{1}{2}$, ce qui fait environ les $\frac{4}{15}$ de la superficie totale, c'est-à-dire $\frac{2}{45}$ de plus qu'au Panthéon de Rome.

L'édifice de la Halle au Blé de Paris, représenté Fig. 3 de la même Planche (*voyez les Notes additionnelles*), occupe une superficie de 3660 mètres $\frac{4}{10}$, ou 963 toises $\frac{2}{7}$, dont en murs et points d'appui 307 mètres $\frac{8}{10}$, ou 81 toises. En considérant cet édifice indépendamment de la cour, on trouve que la superficie du bâtiment voûté qui est autour, est de 2466 mètres $\frac{2}{10}$ ou 648 toises; dans ce cas, le rapport des murs et points d'appui serait d'environ $\frac{1}{8}$; mais si l'on voûtait la cour, comme je l'ai proposé et prouvé qu'il était possible de le faire, dans un mémoire que j'ai publié en 1803, alors les murs et points d'appui ne seraient plus que $\frac{9}{107}$, c'est-à-dire un peu plus du douzième. En se rappelant ce que nous avons dit relativement à l'avantage des murs circulaires sur les murs droits, on ne sera point surpris de ce rapport. En parlant de l'église de Saint-Etienne-le-Rond, nous avons fait voir que les murs et points d'appui n'étaient que la dix-huitième partie de l'espace qu'ils occupent, tandis qu'à Saint-Paul-hors-les-murs, dont la largeur est à très-peu de chose près égale au diamètre de l'église de Saint-Etienne, et qui est disposé de même, ce rapport est $\frac{1}{10}$, c'est-à-dire presque double, ou comme 9 est à 5.

Il existe à Rome, près la porte Majeure, les ruines d'un grand édifice appelé vulgairement Galluzzo, représenté par les Fig. 1 et 2 de la Planche LXIX. L'intérieur forme en plan un polygone de dix côtés, dont le diamètre est de 23 mètres $\frac{67}{100}$, ou 72 pieds 10 pouces entre les faces parallèles opposées. Les restes de cet édifice, que les uns prennent pour une basilique et les autres pour un temple d'Hercule, occupent une superficie de 855 mètres $\frac{2}{3}$ ou 225 toises $\frac{1}{6}$, dont 201 mètres $\frac{4}{10}$ ou 53 toises en murs et points d'appui, pour la partie au rez-de-chaussée indiquée en plan par A, ce qui fait un peu moins du quart de la superficie totale, c'est-à-dire les $\frac{4}{17}$. Mais comme une partie de ces points d'appui servait à des constructions qui n'existent plus, en ne prenant que la partie isolée au-dessus des niches, indiquée dans le plan par B, on trouve que l'espace qu'elle occupe avec les contre-forts, est de 627 mètres ou 165 toises, dont 114 mètres ou 30 toises en murs et contre-forts ce qui fait les $\frac{2}{11}$ de la superficie totale. Cet édifice est construit comme le Panthéon, en maçonnerie de blocage revêtu en briques. La voûte qui est sphérique est aussi en blocage de petits tufs et de pierres légères, avec des chaînes de briques érigées en forme de pendentifs au droit des angles rentrans.

Pl. 69.

Le plan de l'Église de Saint-Vital de Ravenne [1], qui se trouve sur la même Planche, Fig. 3, offre un édifice octogone bâti dans le sixième siècle, avec une partie en saillie, formant chœur, et des chapelles qui paraissent avoir été construites depuis. La partie primitive indiquée par une teinte plus forte occupe une superficie de 676 mètres $\frac{2}{10}$ ou 178 toises,

[1] Nous avons donné la description de ce monument et de celui qui précède, et les détails de leur construction, au Livre IV, tome II, page 291.

dont 106 mètres $\frac{1}{10}$ ou 28 toises en murs et points d'appui, ce qui fait moins du sixième de la superficie totale ou $\frac{3}{19}$.

La grande coupole du milieu qui a 16 mètres $\frac{9}{10}$, ou 52 pieds de diamètre, est formée avec de petits tuyaux en place de briques qui s'emmanchent les uns dans les autres, comme on le voit par la Figure B formant spirale, au lieu de rangs concentriques. Cette voûte qui est en plein cintre, a ses reins garnis jusqu'à environ 36 degrés, ou les $\frac{2}{5}$ de sa hauteur, d'une maçonnerie faite avec des poteries ou vases de terre cuite, dont la forme et les dimensions sont indiquées par la figure A, afin d'éviter le poids en la fortifiant. La partie de la voûte au-dessus est formée par le bas, de trois épaisseurs de tuyaux, et de deux par le haut, ainsi qu'on le voit dans les coupes Fig. 4 et 5.

La première Figure de la Planche CLXXXVI est le plan de l'église de Sainte-Sophie de Constantinople, construite par Anthemius de Tralles et Isidore de Milet, architectes grecs, sous l'empire de Justinien, vers le milieu du sixième siècle, c'est-à-dire dans le même temps que Saint-Vital de Ravenne. Cet édifice, qui est entièrement voûté, occupe avec les vestibules et les escaliers, une superficie de 9571 mètres $\frac{1}{10}$ ou 2524 toises, dont 2097 mètres $\frac{3}{10}$ ou 552 toises en murs et points d'appui, c'est-à-dire à peu près les $\frac{3}{14}$ de la superficie totale. Pl. 186.

La coupole qui s'élève au centre de cet édifice a 35 mètres $\frac{1}{10}$ ou 108 pieds de diamètre; son sommet est élevé de 61 mètres $\frac{4}{10}$ ou 189 pieds au-dessus du pavé. (*Voyez les notes additionnelles.*)

On a gravé sur la même planche, Figure 2, le plan de l'édifice connu à Rome sous le nom de temple de la Paix, commencé par l'empereur Claude, et fini par Vespasien.

Cet édifice occupe avec le portique une superficie de 1665 toises $\frac{1}{2}$, dont 209 $\frac{2}{3}$ en murs et points d'appui, ce qui fait un peu moins du huitième de la superficie totale ou $\frac{25}{199}$.

La nef du milieu avait, d'après les ruines qui existent, 77 mètres $\frac{4}{10}$ ou 239 pieds de longueur, sans y comprendre la grande niche du fond, sur 25 mètres $\frac{19}{100}$, ou 77 pieds $\frac{1}{2}$ de largeur, et 36 mètres $\frac{4}{10}$, ou 112 pieds d'élévation jusqu'au sommet de la voûte.

Les Thermes construits par les empereurs étaient des édifices immenses, avec de très-grandes salles au centre, à l'instar de celle du temple de la Paix; ce qui a fait croire à plusieurs antiquaires que ce beau monument était plutôt un reste d'anciens Thermes, ou une dépendance du palais de Néron connu sous le nom de maison Dorée, qu'un temple.

Les Thermes sont, de tous les édifices voûtés construits par les Romains, ceux qui occupent une plus grande étendue. La superficie de ceux bâtis par Doclétien, est de 119934 mètres ou 31351 toises carrées, dont 43563 mètres ou 11464 toises en bâtimens.

Ceux d'Antonin Caracalla occupaient une étendue de 144332 mètres ou 32719 toises carrées, dont 59553 mètres $\frac{6}{10}$, ou 15672 toises en bâtiment.

L'hôtel des Invalides, qui est un des plus grands établissemens de Paris, ne contient que 35309 mètres $\frac{6}{10}$ ou 9292 toises superficielles de bâtimens, savoir :

Pour le dôme et l'église.	4696 mètr.	$\frac{8}{10}$ ou	1236 toises.
Pour les grands bâtimens.	14679	$\frac{4}{10}$ —	3863
Pour les bâtimens moyens. . . .	11989	0 —	3155
Et en petits bâtimens.	3944	$\frac{4}{10}$ —	1038
	35309 mètr.	$\frac{6}{10}$ ou	9292 toises

De ces bâtimens, il n'y a que le dôme et l'église qui puissent être comparés aux bâtimens des Thermes, dont les grandes salles du milieu équivalent à nos plus grandes églises.

Aux Thermes de Dioclétien, le bâtiment du milieu a 32680 mètres, ou 8600 toises de superficie, c'est-à-dire une fois et demie plus que l'église de Saint-Pierre de Rome, et plus de 5 fois autant que l'église de Notre-Dame de Paris. La grande salle du milieu, qui sert actuellement d'église, a 58 mètres $\frac{71}{100}$ ou 180 pieds 8 pouces de longueur, sur 24 mètres $\frac{18}{100}$ ou 75 pieds 5 pouces de largeur et 30 mètres $\frac{55}{100}$ ou 94 pieds d'élévation jusqu'au sommet de la voûte. Les murs et points d'appui sont un peu plus du sixième de la superficie totale.

Aux Thermes de Caracalla, le bâtiment du milieu, représente par la
Pl. 187. Planche CLXXXVII, occupe une superficie de 25604 mètres $\frac{4}{10}$ ou 6738 toises carrées, dont 1184 en murs et points d'appui, ce qui fait un peu plus qu'aux Thermes de Dioclétien, c'est-à-dire $\frac{3}{17}$ [1].

La grande salle du milieu, marquée B, a 55 mètres $\frac{41}{100}$ ou 170 pieds

[1] Jusqu'ici le plan de cet édifice n'était qu'imparfaitement connu; les savantes recherches de M. Blouet, architecte, ancien pensionnaire de l'Académie de France, à Rome, viennent enfin de le rétablir dans son intégrité. C'est dans l'intéressant ouvrage qu'il a publié à ce sujet, que nous avons pris la figure qu'en offre cette Planche.

6 pouces de longueur, 21 mètres $\frac{64}{100}$, ou 74 pieds 4 pouces de large, et 30 mètres $\frac{22}{100}$ ou 93 pieds de haut.

La grande rotonde, marquée A, avait 33 mètres $\frac{8}{10}$ ou 104 pieds de diamètre; celle marquée C est la fameuse *Cella Soleare*, dont parle Spartian dans la vie d'Antonin Caracalla. (*Voy. au Livre VII, la citation de ce passage.*)

Les citoyens romains, qui ne s'occupaient ni des arts ni du commerce, avaient besoin de très-grands édifices pour se rassembler; de là, la quantité et la grandeur des bâtimens publics, et surtout des Thermes. Ammien Marcellin dit que leur nombre, leur étendue et leur magnificence excitaient l'admiration de tous ceux qui venaient à Rome.

Le nom de ces édifices vient du grec θερμὸς qui signifie chaleur; il leur fut donné parce qu'ils servaient de bains chauds. Dans la suite on y joignit les cinq exercices qui avaient lieu dans les palestres des Grecs, c'est-à-dire la course, le disque, la paume, la lutte et le pugilat. Il y avait des portiques, des galeries, des salles de conversation où se rendaient les philosophes pour enseigner leur doctrine, les auteurs pour réciter leurs ouvrages. Toutes les pièces dont se composaient les Thermes étaient très-spacieuses et voûtées. L'intérieur était décoré de colonnes de granite; les murs étaient revêtus de marbres précieux, et ornés de vases, de statues et de tableaux; le pavé était en mosaïque, et les voûtes décorées de peintures et d'ornemens de stucs. On peut prendre une juste idée de cette magnificence inouïe dans l'ouvrage, déjà cité, de M. Blouet.

Il paraît que les empereurs s'étaient plu à procurer à ces édifices la plus grande magnificence; on y trouvait réunis les chefs-d'œuvre de peinture et de sculpture, et autres objets précieux que les Romains avaient transportés des principales villes de la Grèce et de l'Asie : les plus remarquables sont ceux bâtis

	Ère vulgaire.		Ère vulgaire.
par Agrippa, vers l'an.	10	par Ant. Caracalla, vers l'an. .	217
Néron.	64	Alexandre Sévère. . . .	230
Vespasien.	68	Philippe.	245
Titus.	75	Dèce.	250
Domitien.	90	Aurélien.	272
Trajan.	110	Dioclétien.	295
Adrien.	120	Constantin.	324
Commode.	188	. . . .	

Indépendamment de ces Thermes, Victor et Ruffus comptent jusqu à 800 bains, dont les principaux étaient ceux de Paul Emile, de Jules César, de Mécénas, de Livie, de Salluste, d'Agrippine, etc.

Relativement à l'art de bâtir, ces édifices sont encore remarquables par la manière dont ils sont construits, les matériaux qu'on y a employés, et les précautions avec lesquelles ils ont été mis en œuvre. Quoique les murs et points d'appui ne soient qu'en maçonnerie de blocage revêtue de brique, toutes les parties en sont si bien liées, que celles qui existent encore ne forment qu'une seule masse, quoique la plupart soient dépouillées de leur revêtement de briques, et exposées depuis nombre de siècles à toutes les intempéries des saisons. La Figure 9 de la Planche LXI indique la manière dont cette construction est faite.

Les canaux, les bassins et les réservoirs qui fournissaient de l'eau à ces bains ont été faits avec tant de soins que parmi ceux qui restent, les uns servent encore et les autres pourraient servir aux mêmes usages. Leur intérieur est revêtu d'une forte couche de ciment, tous les angles rentrans sont arrondis, leur fond est une surface courbe en tous sens, plus basse dans le milieu et qui se raccorde avec les arrondissemens le long des murs; la maçonnerie de ces murs est faite à bain de mortier, en sorte qu'il en résulte des pièces imperméables à l'eau, comme des vases de marbre ou de terre cuite.

L'édifice le plus grand et le plus magnifique, bâti par les modernes, est l'église de Saint-Pierre de Rome, dont le plan est représenté par la
Pl. 188. Planche CLXXXVIII. Cet édifice occupe une superficie de 21103 mètres $\frac{1}{10}$ ou 5553 toises $\frac{4}{9}$, dont 5511 mètres $\frac{1}{10}$ ou 1450 toises $\frac{1}{2}$ en murs et points d'appui, c'est-à-dire plus du quart de la superficie totale et plus du tiers de la superficie libre. Ces murs et points d'appui, sont en pierre travertine, pour l'extérieur, et en pierre péperine et en briques pour l'intérieur, avec des remplissages de maçonnerie en blocage. Bramante, qui fut le premier architecte de cette édifice, avait conçu le projet de réunir ce que les anciens ont fait de plus grand et de plus magnifique, en élevant, selon son expression, le Panthéon au-dessus du temple de la Paix. Le plan de Bramante était réellement beau et vaste; sa superficie, sans y comprendre le péristyle extérieur, était de 19843 mètres ou 5222 toises, et les murs et points d'appui 4354 mètres $\frac{8}{10}$ ou 1146 toises, ce qui fait environ les $\frac{2}{9}$ de la superficie entière, comme dans l'édifice

exécuté par ceux qui lui succédèrent; mais dans le plan de Bramante, les points d'appui étaient beaucoup mieux distribués, tant pour l'effet et la belle disposition que pour la solidité. Cependant Bramante, dont le caractère était extrêmement ardent, et qui aurait voulu voir cet édifice aussitôt terminé que commencé, mit tant de précipitation, et si peu de soin aux parties qu'il fit construire, qu'à peine les quatre arcs du dôme furent-ils achevés, qu'il s'y manifesta des lézardes considérables.

Les architectes qui succédèrent à Bramante, effrayés de ces désunions, ne songèrent qu'à augmenter les points d'appui, sans faire attention que ces accidens provenaient plutôt des vices de construction que de leur trop petite superficie, et surtout de la manière dont ils avaient été fondés sur des sols différens, deux des piliers ayant été établis sur les fondemens d'un ancien cirque de Néron, et les deux autres sur un terrain pénétré des eaux qui s'écoulaient des collines qui sont auprès. (*Voyez les notes additionnelles à la fin du tome II.*)

Il était impossible que ces piliers, fondés isolément et sans avoir pris aucune des précautions convenables, ne fussent pas sujets à des tassemens inégaux, qui furent la véritable cause des lézardes que ces arcs éprouvèrent. Les autres parties de cet édifice ont été construites avec la même imprévoyance. Vazari raconte que San-Gallo, un des successeurs de Bramante, avait fait venir de Florence un certain Lorenzetto, homme sans talens et fort intéressé, qui faisait les ouvrages à tant la canne; il s'enrichit en très-peu de temps, en faisant de très-mauvais ouvrages. Les constructions faites du temps de Michel-Ange ont aussi le défaut d'avoir été faites avec des remplissages à pierres perdues, sans soin ni arrangement, c'est ce qui a occasioné dans la suite toutes les lézardes du dôme, comme nous l'avons déjà expliqué, Tome 2, pages 274, 275 et 341 à 345.

L'Église cathédrale de Sainte-Marie-des-Fleurs à Florence, dont le plan est représenté par la Figure 2 de la Planche CLXXXIX, fut commencée en 1298 par Arnolphe, architecte florentin. Pl. 189.

Ce plan offre deux parties si différentes, qu'on a de la peine à croire qu'elles soient du même temps et du même architecte. La partie qui comprend la nef d'entrée a toute la légèreté du gothique moderne, et celle du fond, comprenant le dôme et les trois bras de la croix, a toute la lourdeur de l'ancien gothique. Il est probable qu'Arnolphe, dont l'intention était de couvrir l'espace octogone du milieu par une grande voûte semblable à celle du Baptistère de Saint-Jean, qui est auprès, avait cherché à donner aux pieds-droits qui devaient le soutenir, une force extraordinaire pour résister à l'effort dont il croyait qu'elle était susceptible.

En 1300, lorsque Arnolphe mourut, il n'y avait de fait que trois des arcs destinés à soutenir cette grande voûte ou coupole. Les ouvrages furent interrompus jusqu'en 1420, que Philippe Bruneleschi fut chargé de les continuer. La grandeur extraordinaire de cette coupole, dont le diamètre est de 42 mètres $\frac{4}{100}$, ou 129 pieds 4 pouces, avait excité l'attention de tout le monde; on convoqua une assemblée des plus fameux architectes et mathématiciens du temps, pour aviser aux moyens d'exécuter une voûte aussi considérable. Après bien des contestations, Bruneleschi, qui s'était occupé depuis long-temps de cet objet, offrit de s'en charger et de la construire, sans avoir besoin des piliers et des cintres qu'on avait proposés, et qui auraient doublé la dépense; mais, voyant qu'on tournait sa proposition en ridicule, il refusa de faire voir ses dessins et son modèle. On finit cependant par accepter sa proposition, et quand il eut fait voir son modèle, on ne douta plus de la possibilité de son exécution. La coupole fut finie en 1434. La lanterne au-dessus n'était pas encore achevée lorsque Bruneleschi mourut, en 1440; elle ne fut terminée, d'après ses dessins, qu'en 1456.

La superficie de l'église de Sainte-Marie-des-Fleurs est de 7881 mètres $\frac{2}{10}$ ou 2074 toises, dont 1582 mètres $\frac{7}{10}$ ou 416 toises $\frac{1}{2}$ en murs et points d'appui, c'est-à-dire un peu plus du cinquième de la superficie totale, et du quart de la superficie libre.

Mais si l'on ne considère que la partie comprenant le dôme et les trois bras qui y aboutissent, on trouve que la superficie est de 4582 mètres, ou 1205 toises $\frac{5}{6}$, et celle des points d'appui de 1252 mètres $\frac{7}{10}$ ou 329 toises $\frac{2}{3}$, c'est-à-dire les $\frac{3}{11}$ de la superficie totale et les $\frac{3}{8}$ de la superficie intérieure.

Lorsqu'on ne considère que la nef d'entrée, on trouve sa superficie de 3294 mètres $\frac{4}{10}$ ou 868 toises, dont 329 mètres $\frac{7}{10}$ ou 86 toises $\frac{5}{6}$ en murs et points d'appui, c'est-à-dire, à peu de chose près, le dixième de la superficie totale et $\frac{1}{9}$ de la superficie intérieure.

L'église de Saint-Paul de Londres, dont le plan se trouve sur la même Planche, Fig. 1, présente une espèce de croix, au centre de laquelle s'élève un dôme qui est le plus grand qui existe après celui de Saint-Pierre de Rome. Son plan, par le bas, forme un octogone régulier percé de huit arcades, dont quatre grandes répondent aux nefs, et les autres aux bas-côtés. Cette disposition ingénieuse procure des percés très-intéressans. C'est peut-être le plan de la coupole Sainte-Marie-des-Fleurs à Florence qui en a fait naître l'idée; mais, quoi qu'il en soit, il faut convenir que cet arrangement est beaucoup plus heureux que celui à pans coupés, qu'on a adopté dans les autres coupoles modernes; il a de plus l'avantage de former une base plus solide, composée de huit piliers, et d'avoir des pendentifs moins saillans.

A Saint-Paul de Londres, le cercle racheté par les pendentifs est plus petit que l'octogone formé par les piliers, son diamètre n'étant que de 31 mètres $\frac{92}{100}$, ou 98 pieds 3 pouces, tandis que celui de l'octogone est de 32 mètres $\frac{93}{100}$, ou 101 pieds 4 pouces. Ces pendentifs sont couronnés par un entablement complet orné de consoles et de modillons.

La tour du dôme qui s'élève au-dessus n'est pas érigée, comme dans les autres, d'aplomb sur le cercle racheté par les pendentifs, mais à 1 mètre $\frac{14}{100}$, ou 3 pieds $\frac{1}{2}$ en arrière, en sorte qu'elle a par le bas 34 mètres $\frac{2}{10}$, ou 105 pieds 3 pouces de diamètre. Ce reculement de 1 mètre $\frac{14}{100}$, ou 3 pieds $\frac{1}{2}$, est occupé par deux marches et un gradin sur lequel on peut s'asseoir; au-devant est un balcon en fer, posé sur la saillie de la corniche, dont le dessus est élevé de 29 mètres $\frac{97}{100}$, ou 92 pieds 3 pouces au-dessus du pavé.

Le mur circulaire formant cette tour, au lieu d'être aplomb, est incliné à l'intérieur d'un mètre et demi, ou 4 pieds 8 pouces, sur une hauteur de 19 mètres $\frac{9}{100}$ ou 58 pieds 9 pouces, c'est-à-dire d'environ $\frac{1}{12}$. Cette disposition, qui serait un vice dans les constructions ordinaires, a été imaginée par le chevalier Wren, architecte de cet édifice, pour augmenter la résistance de ce mur, afin d'avoir plus de force pour soutenir les efforts réunis de la grande voûte intérieure formant coupole, et de la tour conique qui porte la lanterne.

La superficie totale de cette église est de 7809 mètres, ou 2055 toises, dont 1330 mètres, ou 350 toises en murs et points d'appui, c'est-à-dire un peu plus du sixième de la superficie totale, et $\frac{1}{4}$ de l'espace libre.

Mais si l'on ne considère que la partie qui répond au dôme, terminée par les quatre avant-corps A, B, C, D, on trouve que les points d'appui sont un peu moins du quart de la superficie totale, c'est-à-dire les $\frac{8}{33}$ et les $\frac{2}{23}$ de l'espace libre. (*Voyez les Notes additionnelles sur les Planches.*)

Pl. 190 Dans la Planche CLXXXX on a mis en parallèle les plans de la cathédrale de Milan et de Notre-Dame de Paris; toutes deux d'architecture gothique, sont remarquables par la belle disposition de leur plan : l'église de Milan, Figure 1, qui est la plus grande, occupe une superficie de 11696 mètres $\frac{4}{10}$ ou 3078 toises, dont 1985 mètres $\frac{6}{10}$ ou 522 toises $\frac{1}{4}$ en murs et points d'appui, c'est-à-dire plus de la sixième partie de la superficie totale, ou $\frac{8}{47}$, en ne déduisant pas les vides des vitraux qui sont fort élevés; et en les diminuant, la superficie des points d'appui se réduit à moins du septième de la superficie totale.

En ne comparant que l'espace intérieur aux piliers isolés qui soutiennent les voûtes, on trouve que ces points d'appui ne sont que la quarante-troisième partie de l'espace compris entre les murs : cet espace, sans y comprendre les sacristies, étant de 8677 mètres $\frac{3}{10}$, ou 2283 toises $\frac{1}{2}$, et la superficie des piliers isolés, 201 mètres ou 53 toises.

L'église de Notre-Dame de Paris, Figure 2, occupe une superficie de 6258 mètres $\frac{6}{10}$ ou 1647 toises, dont 816 mètres $\frac{4}{10}$ ou 230 toises $\frac{2}{3}$ en murs et points d'appui, en déduisant le vide des vitraux des chapelles, ce qui donne un peu moins du septième de la superficie totale; d'où il résulte que cette église est d'une construction un peu plus légère que celle de Milan.

La superficie intérieure de l'église de Notre-Dame de Paris est de 4520 mètres, ou 1189 toises $\frac{1}{2}$, sans y comprendre les chapelles, dont en points d'appui pour soutenir les voûtes, 136 mètres $\frac{8}{10}$, ou 36 toises, c'est-à-dire un peu moins de la 33^{me}. partie de la superficie libre. Ainsi l'on voit que les points d'appui intérieurs qui se trouvent en plus grand nombre et beaucoup plus rapprochés dans cette église que dans celle de Milan, donnent, en proportion de l'espace intérieur, une plus grande superficie de points d'appui, c'est-à-dire $\frac{1}{33}$, au lieu de $\frac{1}{43}$, ce qui fait $\frac{1}{142}$ de plus.

Dans l'église de Notre-Dame, les galeries au-dessus des bas-côtés forment une superficie d'environ 2234 mètres $\frac{4}{10}$, ou 588 toises, laquelle ajoutée à celle du bas, que nous avons trouvée de 4520 mètres ou

1189 toises $\frac{1}{2}$, déduction faite des chapelles, donne 6754 mètres $\frac{1}{2}$, ou 1777 toises $\frac{1}{2}$ de superficie libre, tandis que la superficie intérieure de l'église de Milan est de 8677 mètres $\frac{3}{10}$, ou 2283 toises $\frac{1}{2}$, c'est-à-dire plus d'un quart en sus de Notre-Dame de Paris, en y comprenant les galeries.

La nouvelle église de Sainte-Geneviève, Figure 1, Planche CLXXXXI, occupe une superficie de 5593 mètres $\frac{5}{10}$ ou 1472 toises, dont 861 mètres $\frac{4}{10}$ ou 226 toises $\frac{3}{4}$ en murs et points d'appui, ce qui fait un peu moins du sixième ou $\frac{4}{25}$ de la superficie totale.

En ne prenant que la superficie renfermée par les murs, pour la comparer aux points d'appui isolés qui soutiennent le dôme et les voûtes, on ne trouve, pour 4389 mètres $\frac{35}{100}$ ou 1155 toises $\frac{1}{4}$, que 35 toises $\frac{1}{3}$ ou 134 mètres $\frac{24}{100}$ de points d'appui, c'est-à-dire un peu plus de $\frac{1}{33}$ de la superficie intérieure; d'où il résulte que, dans cet édifice, les points d'appui intérieurs sont à très-peu de chose près dans la proportion de ceux de l'église de Notre-Dame de Paris. (*Voyez les Notes additionnelles sur les Planches.*)

L'église de Saint-Sulpice, qui se trouve sur la même Planche, Figure 2, occupe une superficie de 5646 mètres $\frac{8}{10}$ ou 1486 toises, dont 848 mètres $\frac{2}{10}$ ou 223 toises $\frac{1}{5}$ en murs ou points d'appui, ce qui fait moins du sixième de la superficie totale, ou $\frac{3}{20}$.

En ne comparant que les piliers isolés avec la partie intérieure, sans les chapelles, on trouve que les points d'appui qui soutiennent les voûtes des nefs et de la croisée, sont moins de la trente-deuxième partie de l'espace intérieur, c'est-à-dire plus forts qu'à Notre-Dame de Paris, et qu'à la nouvelle église de Sainte Geneviève.

L'autre plan, Fig. 3, qui se trouve sur la même Planche, est celui de l'église de Saint-Dominique-le-Grand, à Palerme en Sicile; sa superficie est de 3173 mètres $\frac{2}{10}$ ou 835 toises $\frac{7}{18}$, dont 463 mètres $\frac{6}{10}$ ou 122 toises en murs ou points d'appui, ce qui fait un peu plus du septième ou $\frac{8}{55}$ de la superficie totale. Mais en ne prenant que la partie du milieu, dont les voûtes sont soutenues par des points d'appui isolés, on ne trouve que 39 mètres $\frac{9}{10}$, ou 10 toises $\frac{1}{2}$ de points d'appui pour un espace de 1866 mètres $\frac{8}{10}$ ou 491 toises $\frac{1}{4}$ c'est-à-dire un peu moins d'un quarante-septième.

L'église de Saint-Joseph, dans la même ville, est encore d'une construction plus légère : sur 2420 mètres $\frac{6}{10}$, ou 637 toises de superficie, elle n'a que 335 mètres $\frac{6}{10}$, ou 88 toises $\frac{1}{3}$ en murs ou points d'appui, c'est-à-dire moins du septième de la superficie totale, ou $\frac{4}{29}$. Les points d'appui isolés sont moins de la soixantième partie de l'espace intérieur dont ils soutiennent les voûtes, sans y comprendre le chœur ni les chapelles.

La table suivante a été faite pour servir de résumé à tout ce qui vient d'être dit sur le rapport des murs et points d'appui avec la superficie totale de plusieurs édifices. On les a disposés selon l'ordre de leur plus grande solidité, en commençant par ceux dont les murs et points d'appui sont les plus considérables en raison de leur superficie totale.

Les première et deuxième colonnes indiquent les superficies totales en mètres et en toises carrées.

Les troisième et quatrième colonnes indiquent les superficies des murs et points d'appui aussi en mètres et en toises carrées.

Dans la cinquième colonne on a exprimé en fractions décimales le rapport des murs et points d'appui avec les superficies totales, en supposant chacune de ces dernières égale à mille parties.

Table qui indique le rapport des murs et points d'appui de plusieurs édifices, avec la superficie totale qu'ils occupent.

NOMS DES ÉDIFICES.	Superficies totales en		Superficies des points d'appui en		Rapport en milles. des sup. totales.
	Mètres.	Toises.	Mètres.	Toises:	
Le dôme des Invalides de Paris.	2695.4	$709\frac{1}{2}$	724.0	$190\frac{1}{2}$	0.268
L'église de Saint-Pierre de Rome.	21103.1	$5553\frac{4}{9}$	5511.0	$1450\frac{1}{2}$	0.261
Le Panthéon de Rome.	3182.0	$837\frac{7}{18}$	739.2	$194\frac{1}{4}$	0.232
Temple antique, appelé *Galluzzo*, à Rome.	855.6	$225\frac{1}{6}$	201.4	53.0	0.226
Projet de Saint-Pierre de Rome, par Bramante.	19843.0	5222.0	4354.8	1146.0	0.219
Église de Sainte-Sophie de Constantinople.	9591.1	2524.0	2097.3	552.0	0.217
Église de Sainte-Marie-des-Fleurs, à Florence.	7881.2	2074.0	1582.7	$416\frac{1}{2}$	0.201
Temple de la Concorde, à Girgenti en Sicile.	636.6	$167\frac{1}{2}$	123.6	$32\frac{1}{2}$	0.194
Bâtiment du milieu des Thermes, de Caracalla.	25604.4	6798.0	4499.2	1184.0	0.176
Grand temple de Pestum.	1426.9	$375\frac{1}{2}$	24.6	$64\frac{3}{4}$	0.172
Église de Saint-Paul de Londres.	7809.0	2055.0	1330.	350.0	0.170
Bâtimens du milieu des Thermes de Dioclétien.	32680.0	8600.0	5464.4	1438.0	0.167
Temple de Junon Lucine, à Girgenti.	634.0	$166\frac{3}{4}$	103.2	$27\frac{1}{6}$	0.163
Église Cathédrale de Milan. . . .	11696.4	3078.0	1985.6	$522\frac{1}{4}$	0.161
Église de Saint-Vital de Ravenne.	676.2	178.0	106.1	28.0	0.157
Église de Saint-Pierre-aux-Liens, à Rome.	2000.0	$529\frac{2}{3}$	311.6	82.0	0.155
Église Sainte-Geneviève. . . . . ,	5593.6	1472.0	861.4	$226\frac{3}{4}$	0.154
Église de Saint-Sulpice.	5646.8	1486.0	848.2	$223\frac{1}{5}$	0.151
Église de Saint-Dominique de Palerme.	3173.2	$835\frac{1}{18}$	463.6	122.0	0.146
Église de Notre-Dame de Paris. .	6258.6	1647.0	816.4	$230\frac{2}{1}$	0.140
Église de Saint-Joseph de Palerme.	2420.6	637.0	335.6	$88\frac{1}{3}$	0.139
Église de Saint-Philippe-de-Néri à Naples.	2121.4	$558\frac{1}{4}$	273.6	72.0	0.129
Temple de la Paix, à Rome. . . .	6238.2	$1665\frac{1}{3}$	796.7	$209\frac{2}{3}$	0.125
Halle au blé de Paris, sans comprendre la cour.	2466.2	649.0	307.8	81.0	0,125
Église de Saint-Paul-hors-les-murs, à Rome.	9899.0	2605.0	1176.1	$309\frac{1}{2}$	0.112
Église de Sainte-Sabine, à Rome.	1407.0	$378\frac{1}{4}$	143.4	$37\frac{3}{4}$	0.100
Halle au blé de Paris, en supposant la cour voûtée.	3660.4	$963\frac{2}{7}$	307.8	81.0	0.084
Église de Saint-Étienne-le-Rond, à Rome.	3413.2	$898\frac{2}{9}$	190.6	$50\frac{1}{6}$	0.056

Il résulte du rapprochement que présente cette table, que le dôme des Invalides est un des édifices voûtés où l'on a employé le plus de matière. On voit que ses murs et points d'appui, qui sont construits en pierre de taille, forment plus du quart de la superficie totale, tandis qu'à Saint-Sulpice, qui ne peut pas certainement être regardé comme une construction légère, ils sont moins du sixième.

Au temple de la Paix, qui n'est construit qu'en maçonnerie de blocage revêtue en briques, les murs et points d'appui ne sont que la huitième partie de la superficie totale : ce rapport ne pouvant pas être regardé comme le dernier terme de la solidité, on peut, en disposant les points d'appui d'une manière convenable, le fixer au neuvième, le terme moyen au septième, et celui de plus grande solidité au cinquième, pour les édifices à base carrée ou rectangulaire : pour ceux à base circulaire, le rapport des murs et points d'appui peut être fixé entre le neuvième et le douzième, à cause de leur avantage sur ceux disposés en ligne droite ci-devant expliqués pages 115 et suivantes au sujet de *San'-Stephano-Rotondo*.

Quant aux édifices du même genre qui ne sont pas voûtés, on voit que dans les anciens temples grecs, le rapport est entre le cinquième et le sixième, et pour les églises en basilique entre le septième et le dixième ; en sorte que le terme moyen peut être fixé au huitième pour les édifices à base carrée ou rectangulaire, et depuis le douzième jusqu'au dix-huitième, pour les édifices circulaires, comme à Saint-Étienne-le-Rond.

En parlant des bâtimens à plusieurs étages, nous avons dit que dans les palais de Rome, où toutes les pièces du rez-de-chaussée sont ordinairement voûtées, 1°. le rapport des murs et points d'appui comparés à la superficie totale qu'ils occupent est, en déduisant le vide des portes et des fenêtres, d'environ les. . . . . $\frac{2}{9}$ ou 0.222

2°. Que dans les palais de Paris il est les. . . . . $\frac{1}{18}$ ou 0.388

3°. Que, dans les ruines de la ville Adrienne, cette proportion est pour les édifices voûtés entre le 7^{me}. ou 8^{me}. ou 0.155

4°. Que pour ceux qui ne l'étaient pas, il est entre le 8^{me}. et le 9^{me}. . . . . ou 0.118

5°. Que dans les bâtimens avec planchers, construits sur la fin du règne de Louis XIV et le commencement de celui de Louis XV, la superficie des murs et points d'appui, en déduisant le vide des portes et des fenêtres, est environ. . . . . $\frac{1}{6}$ ou 0,166

6°. Que dans ceux construits depuis le règne de Louis XV jusqu'à présent, ce rapport est environ. . . . . $\frac{1}{8}$ ou 0.122

7°. Enfin que dans les bâtimens construits en briques, ce rapport est les. . . . . $\frac{3}{17}$ ou 0.177

Ce second rapprochement fait voir que dans les bâtimens de Paris à plusieurs étages, dont le rez-de-chaussée est voûté, on a employé, à superficie égale, beaucoup plus de matière que dans les grands édifices de même genre où elle a été le plus prodiguée, tels que le dôme des Invalides.

Dans les palais de Rome, le rapport des murs et points d'appui est plus grand que dans les Thermes de Dioclétien et de Caracalla; dans les hôtels de Paris bâtis sur la fin du règne de Louis XIV et le commencement de celui de Louis XV, le rapport des points d'appuis est plus fort qu'à Saint-Sulpice. Dans ceux construits depuis, ce rapport, qui s'accorde avec la règle que nous avons donnée, est presque égal à celui des points d'appui du bâtiment de la Halle au Blé, sans y comprendre la cour. Enfin dans les bâtimens en briques bien construits, ce rapport est presque égal à celui trouvé pour les édifices à un seul étage. *Au reste, il est essentiel d'observer que cette plus grande superficie de pieds-droits qu'on donne aux bâtimens d'habitation à plusieurs étages, est nécessitée par les ébranlemens et les commotions auxquels ils sont plus exposés (surtout ceux avec des planchers de charpente), que les grands édifices.*

CINQUIÈME SECTION.

MURS DE REVÊTEMENT.

CHAPITRE PREMIER.

DE LA POUSSÉE DES TERRES.

On remarque que les terres prennent d'elles-mêmes un talus proportionné à leur consistance. Pour avoir quelques données à ce sujet, nous avons fait faire une caisse dont un des côtés peut s'ôter lorsqu'elle est remplie de la terre qu'on veut éprouver. Il résulte de plusieurs expériences faites avec différentes espèces de terres, que la plus mobile est le sable fin bien sec, ou le grès pulvérisé. Le talus qu'il prend, lorsqu'on ôte la dalle qui forme le côté mobile, forme un angle de 55 degrés $\frac{1}{2}$, avec un plan vertical, et de 34° $\frac{1}{2}$ avec le plan horizontal, sur lequel pose le sable ou le grès. Dans l'usage ordinaire, on suppose que les terres forment un angle de 45 degrés; c'est, à peu de chose près, l'inclinaison moyenne que prennent les terres nouvellement remuées et jetées sur la berge.

M. Bélidor, pour parvenir à évaluer la poussée des terres contre les murs de terrasse ou de revêtement pour les fortifications, divise le
Pl. 192. triangle EDF, Figure 1, Planche CLXXXXII, représentant la masse de terre qui opère la poussée, par des parallèles à sa base ED, formant des tranches d'égale épaisseur qu'il suppose divisées en triangles égaux entre eux, et semblables au grand; d'où il résulte qu'en prenant le premier triangle aFb pour unité, la seconde tranche est 3, la troisième 5, la quatrième 7, ainsi de suite, en suivant une progression dont la différence est 2.

Chacune de ces tranches étant supposée glisser sur un plan incliné parallèle à ED pour agir contre la face FD, si on les multiplie par la hauteur moyenne à laquelle elles agissent, la somme de ces produits donnera l'effort total qui tend à renverser le mur; mais comme cette somme est égale au produit du triangle total par la hauteur déterminée par la ligne tirée de son centre de gravité parallèlement à sa base, c'est cette dernière méthode que nous avons suivie, parce qu'elle est beaucoup moins compliquée et plus facile, et que d'ailleurs M. Bélidor, pour rendre sa méthode moins difficile, a recours à des suppositions qui ne sont pas rigoureusement exactes.

Première application.

La caisse indiquée au commencement de ce chapitre a de longueur 16 pouces $\frac{1}{2}$ sur 12 pouces de large et 17 pouces $\frac{1}{2}$ de hauteur, mesurés dans œuvre, c'est-à-dire à l'intérieur; comme le talus que prend la poudre de grès lorsqu'elle n'est pas soutenue par la dalle de devant, forme avec l'horizon un angle de 34 degrés $\frac{1}{2}$, la hauteur AE, Figure 1, est de 11 pouces $\frac{1}{3}$, de sorte que la partie qui agit contre cette dalle est représentée par le triangle EDE.

Pour trouver par le calcul la valeur de cet effort et l'épaisseur que doit avoir la dalle pour y résister, il faut, 1°. chercher la superficie du triangle $EDF = \frac{16\frac{1}{2} \times 11\frac{1}{3}}{2}$ qui donne 93 $\frac{1}{2}$, mais comme la pesanteur spécifique (c'est-à-dire à volume égal) de cette poudre de grès n'est que les $\frac{13}{15}$ de celle de la dalle de pierre qui soutient son effort, elle se réduira à $73\frac{1}{2} \times \frac{13}{15}$, qui donne 81. Cette masse étant censée glisser sur le plan ED, son effort sera à son poids comme AE est à ED : : $11\frac{1}{3}$: 20, ce qui donne $81 \times \frac{11\frac{1}{3}}{20} = 45{,}9$; il faut considérer cet effort comme une puissance oblique qr, passant par le centre de gravité de la masse, et agissant à l'extrémité d'un levier ik. Pour parvenir à connaître ce bras de levier dont la longueur dépend de l'épaisseur de la dalle que l'on ne connaît pas encore, on remarquera que les triangles qsr, qho, et kio étant semblables, ont leurs côtés proportionnels, ainsi on aura $qs : sr :: qh : ho$; et, comme $ko = hk - ho$, on aura $qr : qs :: hk - ho : if$

$$\text{d'où l'on tire } if = \frac{(hk - ho) \times qs}{qr}.$$

Les trois côtés du triangle qsr sont connus à cause de la position de l'angle q au centre de gravité du grand triangle EFD, qui donne chacun des côtés du petit triangle égal au tiers de celui du grand, auquel il correspond.

Ainsi désignant le côté qr par a,
le côté qs par b,
le côté rs par c,
sh qu'on ne connaît pas par x,
hk par f,
l'effort de la poussée 45,9 par p,
la hauteur de la dalle DF par d,
on aura $b : c :: b + x : \frac{bc + cx}{b} = ho$ et $hk - ho$, sera $f - \frac{bc + cx}{b}$;

Pour avoir ik, on fera la proportion $a : b :: f - \frac{bc - cx}{b} : ik$

d'où l'on tire $ik = \frac{bf - bc - cx}{a}$ en sorte que la poussée $p \times ik$ est représentée par $p\left(\frac{bf - bc - cx}{a}\right)$ à laquelle devra faire équilibre la résistance de la dalle exprimée par $\frac{dx^2}{2}$; on aura donc l'équation d'équilibre

$$\frac{dx^2}{2} = p\left(\frac{bf - bc - cx}{a}\right)$$

$$\text{ou } x^2 + \frac{2pcx}{ad} = \frac{2p(bf - bc)}{ad}.$$

Pour rendre la solution plus facile, faisons $\frac{2pbf - 2pbc}{ad} = 2m$, et $\frac{2pc}{ad} = 2n$, on aura $x^2 + 2nx = 2m$, équation du second degré qui résolue nous donnera $x = \sqrt{2m + nn} - n$, qui est la formule générale pour résoudre tous les problèmes de ce genre.

Reprenant les valeurs des quantités connues, exprimées par des lettres, on aura. . . . . $a = 6\frac{2}{3}$,

$$b = 5\tfrac{1}{2},$$
$$c = 3\tfrac{3}{4},$$
$$f = 7\tfrac{5}{9},$$
$$p = 45\tfrac{9}{10}$$
$$d = 11\tfrac{1}{3};$$

$m = pb \times \frac{f - c}{ad}$ deviendra $m = 45{,}9 \times 5\frac{1}{2} \times \frac{7\frac{1}{9} - 3\frac{3}{4}}{6\frac{2}{3} + 11\frac{1}{3}}$, qui donne, après avoir fait les calculs indiqués, $m = 12{,}70$, et $2m = 25{,}4$; et $n = \frac{pc}{ad}$ deviendra $\frac{45{,}9 \times 3{,}75}{75{,}55} = 2{,}28$, et $nn = 5{,}20$.

Ainsi, la formule $x = \sqrt{2m+nn} - n$ donnera $x = \sqrt{25,4+5,20} - 2,28$; $x = \sqrt{30,6} - 2,28$; enfin, $x = 5,50 - 2,28 = 3,22$.

Ce résultat s'accorde autant qu'il est possible avec l'expérience, car il a fallu, pour le cas dont il est question, une dalle de 3 pouces $\frac{1}{4}$ d'épaisseur pour résister à l'effort de la poussée de la poudre de grès qui renversait une dalle de 3 pouces d'épaisseur.

Par la méthode de M. Bélidor, on aurait trouvé 4 pouces $\frac{8}{10}$, mais nous avons déjà observé que dans cette méthode, l'application des principes n'est pas faite comme il convient.

Deuxième application.

Lorsque la même caisse est tout-à-fait remplie de poudre de grès, il faut une dalle de 5 pouces $\frac{1}{4}$ pour résister à sa poussée.

Pour appliquer la formule précédente à cet exemple, il faut d'abord chercher la superficie du trapèze BEDF, Figure 2, qu'on trouvera de 195 $\frac{1}{4}$, qu'il faudra multiplier par $\frac{13}{15}$ pour la réduire à une même pesanteur spécifique que la dalle, ce qui donnera 169 $\frac{1}{5}$. Cette masse étant censée glisser sur un plan incliné ED, son effort parallèle à ce plan sera $195\frac{1}{5} \times \frac{11\frac{1}{3}}{20}$, qui donne pour cet effort 95,76 désigné par p; ayant trouvé que dans la formule qs, désigné dans la première équation

$$\begin{aligned} \text{par } b &= 6,93, \\ \text{que } sr \text{ désigné par } c &= 4,76, \\ \text{que } qr \text{ désigné par } a &= 8,40, \\ f &= 11,3, \\ d &= 17,5, \end{aligned}$$

l'épaisseur de la dalle $= sh - x$, $m = pb \times \frac{f-c}{ad}$ deviendra, en substituant les valeurs, $m = 95,76 \times 6,93 \times \frac{11,3-4,76}{8,40 \times 17,50}$, et faisant les calculs indiqués, on aura $m = 29,52$, et $2m = 59,04$; $n = \frac{pc}{ad}$ deviendra $n = \frac{95,76 \times 4,76}{8,40 \times 17,50}$; et après les calculs faits, $n = 3,1$ et $nn = 9,61$, substituant ces valeurs dans la formule $x = \sqrt{2m+nn} - n$, on aura $x = \sqrt{59,04+9,61} - 3,1$; $x, = \sqrt{68,65} - 3,1$. $x = 8,3 - 3,1$, et enfin $x = 5,2$.

On voit que le résultat de cette seconde application est encore conforme à l'expérience; c'est une nouvelle preuve de l'avantage que peut procurer l'union des principes de la théorie avec l'expérience.

Troisième application.

La même caisse remplie de terre ordinaire bien sèche et pulvérisée, forme un talus de 46 degrés 50 minutes; la superficie de la partie poussante est de 144 pouces $\frac{3}{8}$, mais comme le poids de cette terre, à volume égal, n'est que les $\frac{3}{4}$ de celui de la dalle qui la soutient, elle se réduit à 108. L'effort de cette masse, en agissant selon la direction oblique qr, est à son poids comme AB est à BD, c'est-à-dire comme $17\frac{1}{2}$ est à 24, ce qui le réduit à $78\frac{3}{4}$.

La partie poussante étant, dans ce cas-ci, un triangle BDF semblable au petit triangle qrs, leurs côtés seront proportionnels. Un de ses angles étant placé au centre de gravité du grand triangle, comme dans la première application (page 117, paragraphe 7), chaque côté de ce petit triangle sera le tiers de celui du grand triangle auquel il correspond.

Ainsi, en conservant les mêmes notations que ci-dessus, nous aurons

qr désigné par $a = 8$,
qs désigné par $b = 5\frac{1}{2}$,
sr désigné par $c = 5\frac{5}{6}$,
sD désigné par $f = 10\frac{2}{3}$,
l'effort de la poussée désigné par $p = 78\frac{3}{4}$,
la hauteur de la dalle désigné par $d = 17\frac{1}{2}$.

D'après ces données, m de la formule exprimée par $pb \times \frac{f-c}{ad}$ donnera $m = 78{,}55, \times 5{,}5 \times \frac{10{,}66-5{,}83}{8 \times 17\frac{1}{2}}$ qui se réduit, d'après les calculs faits, à $m = 18{,}04$ et $2m = 36{,}08$.

n de la même formule, étant $= \frac{pc}{ad}$, deviendra $n = \frac{78{,}55 \times 5{,}83}{8 \times 17\frac{1}{2}}$ qui se réduit à $n = 3{,}2$ et $nn = 10{,}24$; substituant ces valeurs dans la formule $x = \sqrt{2m+nn} - n$, elle devient

$x = \sqrt{36{,}08+10{,}24} - 3{,}2$, qui donne, après les calculs faits,

$x = 6{,}8 - 3{,}2$, et enfin $x = 3$ pouces $\frac{6}{10}$.

Nous observons que l'expérience ne donne que 3 pouces, parce que cette terre ne coule pas aussi facilement que le grès pilé ou le sable fin : aussi les résultats de tous les essais que nous avons faits avec diverses sortes de terres, sont toujours moindres que ceux du calcul : les terres un peu humectées coulent encore moins. La moindre inclinaison du talus formée par ces terres, a été de 46 degrés 50, et la plus grande de 54; ainsi l'inclinaison moyenne serait de 50 degrés, au lieu de 45 degrés qu'on a pris jusqu'à présent pour base du calcul de la poussée des terres. Cette dernière inclinaison doit donner des résultats beaucoup au-dessus de l'effort avec lequel elles agissent, surtout si l'on a la précaution de battre les terres le long des revêtemens, et de les relier par des lits de fascinage qui les empêchent de glisser. D'ailleurs les murs ne sont pas mobiles sur leur base, comme on le suppose pour faciliter l'application des principes.

Il faut de plus remarquer qu'à la rigueur on devrait supprimer de la partie poussante la tranche EtDV dont l'effort serait soutenu par le petit triangle DVk de la même terre, auquel se trouve substituée une maçonnerie plus pesante, et par conséquent plus forte; mais cette suppression rendrait la solution de ce problème beaucoup plus difficile, parce que la largeur de cette tranche dépend de l'épaisseur Dk que l'on cherche.

Cependant, comme la solidité exige que la résistance des murs soit plus forte que la poussée, on peut adopter cette hypothèse qui réunit le double avantage de produire ce résultat, et de rendre les opérations plus simples et plus faciles.

Quatrième application.

Lorsque les terres forment un talus de 45 degrés, Figure 3,

$qu=sr=b=c=\frac{d}{3}$ et $f=\frac{2d}{3}$ ce qui donne au lieu de

$$m=pb\times\frac{f-c}{ad},\ m=\frac{pd}{3}\times\frac{2d-d}{3ad}=\frac{2pdd-pdd}{9ad}\text{ qui se réduit à }\frac{pd}{9a},$$

$$\text{et au lieu de } n=\frac{pc}{ad}\ n=\frac{pd}{3ad}\text{ qui se réduit à }\frac{p}{3a}.$$

La surface du triangle rectangle isocèle BDF, qui cause la poussée, sera $16\frac{1}{2}\times 8\frac{1}{4}=136$ dont les $\frac{3}{4}$ sont 102; ce résultat, qui indique le poids de la partie poussante, sera à son effort comme 10 est à 7, ce qui le réduit à 71,4, qui sera la valeur de p; a sera $=7\frac{7}{9}$.

D'après ces valeurs, on aura

$$m=\frac{71,4\times16.5}{7\frac{7}{9}\times9}=\frac{1178,1}{70}=16,83;\ n=\frac{71,4}{7\frac{7}{9}\times3}=3,06 \text{ et } nn=9,36;$$

ces valeurs substituées dans la formule $x=\sqrt{2m+nn}-n$ donnent

$$x=\sqrt{33,66\times9,36}-3,06,=6,57-309, \text{ et enfin}$$

$x=3$ pouces $\frac{51}{100}$, ou à peu près 6 pouces 6 lignes.

En adoptant l'hypothèse que la poussée des terres se fait selon un angle de 45 degrés, on peut trouver une formule qui n'exige que la connaissance de la hauteur des terres à soutenir : ainsi, reprenant l'équation $x=\sqrt{2m+nn}-n$ dans laquelle nous avons fait voir que

$$m=\frac{pd}{9a} \text{ et } n=\frac{p}{3a}.$$

Pour réduire ces expressions en d'autres qui ne contiennent que la hauteur exprimée par d, on remarquera que la superficie du profil de terre BFD qui cause la poussée, sera exprimée par $d\times\frac{d}{2}=\frac{dd}{2}$; prenant les $\frac{3}{4}$ de cette superficie pour répondre à la pesanteur spécifique de la maçonnerie du mur qui doit la soutenir, on aura $\frac{dd}{2}\times\frac{3}{4}=\frac{3dd}{8}$.

Cette masse agissant sur un plan incliné de 45 degrés, son effort sera à son poids comme la hauteur AB du plan est à sa longueur BD : comme le côté du carré est à sa diagonale, qui se trouve, à très-peu de chose près, comme 70 est à 99, on aura pour l'expression de cet effort

$$\frac{3dd}{8}\times\frac{70}{99}=p \text{ de la formule et } pd=\frac{3ddd}{8}\times\frac{70}{99}.$$

Cette valeur étant divisée par $9a$, on remarquera que a est égal au tiers de la diagonale BD. Ainsi on aura

$$70:99::d:\frac{99\times d}{70}=3a \text{ et } 9a=\frac{3d\times99}{70}, \text{ ce qui donne}$$

$$m=\frac{3ddd\times70\times70}{8\times3d\times99\times99}=\frac{3ddd\times4900}{24d\times9880} \text{ qui se réduit à}$$

$$\frac{dd}{8}\times\frac{1}{2}=\frac{dd}{16}=m \text{ et } 2m=\frac{dd}{8}.$$

$n = \frac{p}{3d}$ deviendra $\frac{3dd \times 70 \times 70}{8d \times 99 \times 99}$, qui se réduit à

$\frac{3d}{8} \times \frac{1}{2} = \frac{3d}{16}$, ce qui donne $x = \sqrt{\frac{dd}{8} + \frac{3d}{16} \times \frac{3d}{16}} - \frac{3d}{16}$;

en faisant l'application de cette formule à l'exemple précédent, on aura

$$x = \sqrt{\frac{16\frac{1}{2} \times 16\frac{1}{2}}{8} + \frac{16\frac{1}{2} \times 3}{16} \times \frac{16\frac{1}{2} \times 3}{16}} - \frac{16\frac{1}{2} \times 3}{16},$$

qui donne, en faisant les opérations $x = 3{,}51$, comme la formule précédente. C'est de cette dernière, qui est beaucoup plus simple, dont je me suis servi pour calculer les tables qui terminent cet article.

Si au lieu d'un mur à plomb, on voulait construire un mur en talus dont la résistance fût égale, il faudrait considérer son profil, Figures 5 et 6, comme formé d'un rectangle DFHI et d'un triangle HIK. Le talus pouvant être fixé à volonté, sa base IK sera connue, il ne s'agira que de trouver celle DI du rectangle : ainsi faisant

la hauteur du mur. . . . . . $= d$
la base du talus. . . . . $= a$,
la base du rectangle. . . . . . $= x$,

comme la direction du centre de gravité de ce dernier tombe au milieu de la base DI, son bras de levier par rapport au point d'appui K sera $a + \frac{x}{2}$, et celui du triangle formant le talus tombant aux deux tiers de IK, on aura pour la résistance de ce mur

$$dx \times \left(a + \frac{x}{2}\right) + \frac{da}{2} \times \frac{2a}{3}$$

qui doit être egale à la résistance du mur à plomb que nous désignerons par R, ce qui donnera l'équation

$$adx + \frac{dxx}{2} + \frac{2a^2d}{6} = R.$$

Divisant les deux membres par d et les multipliant par 2 pour dégager xx, on aura $xx + 2ax = \frac{2R}{d} - \frac{2a^2}{3}$; ajoutant à chaque membre le carré de a pour pouvoir extraire la racine du premier, et indiquer celle du second, l'équation deviendra $x + a = \sqrt{\frac{2R}{d} - \frac{2a^2}{3} + aa}$;

d'où $x = \sqrt{\frac{2R}{d} - \frac{2a^2}{3} + a^2} - a.$

Maintenant, si l'on nomme e, l'épaisseur $\sqrt{2m+n^2}-n$ trouvée par la formule précédente pour un mur à plomb, sa résistance sera $ed \times \frac{e}{2} = \frac{eed}{2} = \text{R}$, et $2\text{R} = eed$; enfin $\frac{2\text{R}}{d}$ sera $= ee$, qui étant mis dans la formule précédente à la place de $\frac{2\text{R}}{d}$ donnera

$$x = \sqrt{ee - \frac{2a^2}{3} + a^2} - a.$$

L'épaisseur désignée par e ayant été trouvée dans les applications précédentes $e = 3{,}51$, son carré sera $12{,}3201$; et supposant la base du talus égale au sixième de la hauteur $= \frac{16.5}{6} = 2{,}75$, son carré sera $7{,}5625$. Substituant ces valeurs dans la formule précédente, on aura

$$x = \sqrt{12{,}32 - \frac{7{,}5625 \times 2}{3} + 7{,}5625} - 2{,}75,$$

qui donne, après avoir fait les calculs indiqués, $x = 1\,\frac{1}{10}$, c'est-à-dire qu'en donnant à ce profil un sixième de talus et un pied $\frac{1}{10}$ ou 1 pouce 2 lignes $\frac{2}{5}$ d'épaisseur par le haut, sa superficie serait de 40 pieds $\frac{5}{6}$ et sa résistance égale à celle d'un profil rectangulaire, ou d'un mur à plomb, dont l'épaisseur uniforme serait de 3 pieds $\frac{51}{100}$ produisant une superficie de 57 pieds $\frac{183}{200}$ presque double de celle d'un mur en talus. Ce calcul, qui est justifié par la théorie et l'expérience, prouve l'avantage des murs en talus sur les murs à plomb, tant pour la solidité que pour l'économie, lorsqu'il s'agit de murs de revêtement ou de terrasse.

Comme on peut donner différentes formes aux profils des murs qui soutiennent les terres, nous allons comparer la résistance à superficie égale de celles qui sont le plus usitées.

Pour trouver l'épaisseur au sommet d'un mur en talus dont la superficie du profil soit égale à celle d'un mur droit, tel que celui dont il a été question (*ci-devant page* 180, 4^e. *application*) ayant 16 pieds $\frac{1}{2}$ de hauteur sur 3 pieds $\frac{51}{100}$ de largeur et produisant, comme nous l'avons déjà dit, une superficie de 57 pieds $\frac{183}{200}$, il faudra, après avoir fixé le talus, soustraire la superficie du triangle (qu'il forme dans le profil) de la superficie donnée, et diviser le reste par la hauteur. Ainsi pour un sixième de talus, la superficie du triangle étant, dans ce cas, de 22 pieds $\frac{11}{16}$, si on la retranche de la superficie donnée 57 pieds $\frac{183}{200}$, le surplus 35 $\frac{91}{400}$ étant divisé par la hauteur 16 $\frac{1}{2}$, donnera pour l'épaisseur FH au sommet, Fig. 5, 2 pieds $\frac{27}{200}$ ou 2 pieds 1 pouce 5 lignes, au lieu de 1 pied 1 pouce

5 lignes que donne le profil, Figure 6. Cette augmentation d'épaisseur produit une plus grande résistance, dont l'expression est égale au produit de la superficie du rectangle FHDI, Figure 5, multiplié par le bras de levier kL, plus la superficie du triangle HIk multiplié par $\frac{2IK}{3}$, c'est-à-dire $35\frac{91}{400} \times 3\frac{327}{400}$, qui donne $134\frac{1}{2}$, plus $22\frac{11}{16} \times \frac{2\frac{3}{4} \times 2}{3}$ qui, donne $41\frac{19}{32}$, et en tout $176\frac{3}{32}$. La résistance du mur à plomb de même superficie représenté par la Fig. 4, est égale au produit du rectangle FDHK, par la moitié de DK, c'est-à-dire $57\frac{183}{200} \times \frac{3,\frac{51}{100}}{2}$, qui donne $101\frac{64}{100}$. Ainsi, à superficie égale, la résistance d'un mur dont le talus est $\frac{1}{6}$ de la hauteur, est plus d'une fois trois quarts celle du mur à plomb, c'est à dire qu'elle est à ce dernier à peu près comme 7 est à 4, sans avoir égard à la diminution de poussée qui résulte de la tranche de terre *mn* DV à supprimer, qui a plus d'épaisseur dans la Figure 5 que dans la Figure 4.

La Figure 7 indique un profil de mur avec une espèce de talus du côté des terres et d'aplomb à l'extérieur. Le talus est formé par des assises posées en retraites les unes au-dessus des autres, ce qui produit un plus grand effet pour la résistance, parce que la terre trouve des points d'appui dans ces retraites, qui diminuent son action contre ce mur. Malgré cette disposition avantageuse, il est facile d'apercevoir, sans calcul, que la résistance de ce profil ne doit pas être aussi grande que lorsque le talus est à l'extérieur, parce que c'est la moindre superficie, c'est-à-dire le triangle FDI qui a le plus grand bras de levier KL, et le rectangle FIHK qui a le plus petit KM. Le talus et la hauteur étant les mêmes que dans l'exemple précédent, le produit de la superficie du triangle par son bras de levier, sera $22\frac{11}{16} \times 3\frac{1}{20}$, qui donne pour la résistance. . . . 69, 2
Celui de la superficie du rectangle par le sien sera $35\frac{91}{400} \times 1,\frac{27}{400}$
qui donne pour sa résistance. 37, 6

	106, 8

au lieu de 101, 64 que donne le profil rectangulaire, Figure 4, et de $176\frac{3}{32}$, que donne le profil 5 où le talus est en dehors.

Le profil représenté par la Figure 8 a un double talus, l'un du côté des terres du sixième de la hauteur formé en dedans, et l'autre d'un douzième placé en dehors, en sorte que sa résistance se compose, 1° du

triangle intérieur FID multiplié par son bras de levier LK, c'est-à-dire 22,69 × 3, 73 = ... 84,63
2° du rectangle FIHN, du milieu par son bras de levier MK ou 23,72 × 0,72 qui donne. 17,08
et enfin du triangle extérieur HNK multiplié par son bras de levier NK ou 11,35 × 0, 916 = ... 10,39

en tout 112,10.

Le profil représenté par la Figure 9, formant à l'extérieur un talus d'un douzième de sa hauteur, et à l'intérieur un sur-plomb par encorbellement de même saillie, a une résistance égale au produit de sa superficie FDHK par son bras de levier LK, lequel est égal à la moitié de l'épaisseur du mur, plus à la moitié du talus, c'est-à-dire 57, 75 × 2, 47, qui donne 142, 64; lorsque le talus est d'un sixième, la résistance est 57, 75 × 3, 125 = 180, 46; ainsi les résistances des profils, Figures 4, 5, 6, 7, 8, 9, seront 101, 64; 106, 14; 112, 10; 142, 64; 176, 09 et 180, 46.

On voit par ce rapprochement, que les murs les moins propres à soutenir la poussée des terres, sont ceux dont les faces sont à plomb et dont le profil est un parallélogramme rectangle, et que les murs qui ont pour profil un trapèze, résistent avec plus de force, surtout ceux dont la face extérieure est en talus, et la face intérieure à plomb comme dans la Figure 5.

Ceux dont le profil est un parallélogramme oblique, Figure 9, opposent encore une plus grande résistance; mais il ne faut pas que la verticale abaissée du centre de gravité sorte de la base, et même qu'elle passe les trois quarts. Lorsqu'on a en vue la solidité, il faut préférer le profil, Figure 5, avec un talus à l'extérieur et d'à plomb du côté des terres: quant à l'appareil et à la manière de construire ces murs, nous renvoyons à ce qui a été dit au Chapitre II du troisième Livre, Tome IIe., pages 19 à 22.

Des contre-forts.

Il a déjà été question au même Chapitre que nous venons de citer, Tome IIe., pages 19 à 22, de ces espèces de renforts qu'on ajoute aux murs de terrasse, en raison de leur épaisseur et de la manière dont ils sont construits. Nous allons les considérer ici, sous le rapport de la plus grande résistance qu'ils procurent aux murs auxquels on les adapte.

Nous avons déjà remarqué à l'occasion des profils, Figures 5, 6, 7 et 8, susceptibles de se diviser en plusieurs parties, que leur résistance était plus considérable lorsque les plus grandes masses répondaient aux plus grands bras de levier; c'est-à-dire, en raison de ce que la verticale abaissée de leur centre de gravité était plus éloignée du point d'appui autour duquel l'effort de la poussée tend à les faire tourner : il en est de même des murs avec des contre-forts; il résistent davantage lorsque ces contre-forts sont appliqués à la face extérieure, que lorsqu'ils sont placés à l'intérieur du côté des terres; parce que, dans le premier cas, c'est le mur qui est toujours la plus grande masse qui répond au plus grand bras de levier; d'où l'on peut conclure que le degré de stabilité des murs dépend souvent de leur forme et de la disposition des parties qui les composent.

Soit BDEF, Figure 10, le profil d'un mur de terrasse de 16 pieds $\frac{1}{2}$ de haut et 2 pieds $\frac{1}{2}$ d'épaisseur, auquel on veut ajouter des contre-forts de 2 pieds $\frac{1}{2}$ de large sur même hauteur que le mur, afin de suppléer à son épaisseur qui devrait être de trois pieds $\frac{51}{100}$, d'après les calculs précédens, page 125, 15^e paragraphe, pour pouvoir résister à l'effort de la poussée des terres. Nous allons d'abord supposer que les contre-forts doivent être placés à l'intérieur, comme on le pratique pour les murs de revêtement des fortifications, et que l'intervalle entre les contre-forts est égal à la hauteur du mur.

Il est évident que pour avoir la résistance d'un pareil mur avec ses contre-forts, il faut opérer sur une partie comprise du milieu d'un contre-fort à l'autre, ou, ce qui revient au même, sur une des parties intermédiaires et un contre-fort, en y comprenant la partie du mur à laquelle il répond, telles que ESGH et ADBCES, Fig. 11. Cela posé, on désignera la hauteur EF, Fig. 10, commune au mur et au contre-fort, par d

la longueur de la partie de mur, entre les contreforts, étant égale à la moitié de la hauteur, sera indiquée par. . . . . $\frac{d}{2}$

l'épaisseur du mur ainsi que la largeur des contre-forts, que nous supposerons être égales, par. . . . . e,

la longueur ou saillie des contre-forts qu'il s'agit de trouver, par x,

le bras de levier de la partie de mur, par rapport au point d'appui K, exprimé dans le profil, par IK, sera. . . . . $\frac{e}{2}$

le bras de levier KL, du contre-fort, joint à la partie de mur à laquelle il répond, sera. . . . . $\frac{x+e}{2}$

D'après ces données, le cube de la partie de mur entre les contre-forts, sera $d \times \frac{d}{2} \times e = \frac{d^2e}{2}$; son bras de levier étant $\frac{e}{2}$, sa résistance sera $\frac{d^2e}{2} \times \frac{e}{2} = \frac{d^2e^2}{4}$; le cube du contre-fort, joint à la partie à laquelle il tient, sera $(e+x) \times d \times e$, qui donne $de^2 + dex$, son bras de levier étant $\frac{e+x}{2}$, sa résistance sera exprimée par

$$(de^2 + dex)\left(\frac{e+x}{2}\right) = \frac{de^3 + 2de^2x + dexx}{2},$$

et nommant R l'effort que le mur et le contre-fort doivent soutenir, on aura l'équation

$$\frac{d^2e^2}{4} + \frac{de^3 + 2ed^2x + dexx}{2} = \mathrm{R},$$

qui devient, en l'ordonnant par rapport aux quantites multipliées par x, et faisant passer les autres dans le second membre,

$$\frac{dex^2 + 2de^2x}{2} = \mathrm{R} - \frac{de^3}{2} - \frac{d^2e^2}{4}.$$

Multipliant les deux membres par 2, et les divisant par de pour dégager xx, on aura $xx + 2ex = \frac{2\mathrm{R}}{de} - e^2 - \frac{de}{2}$; ajoutant à chaque membre le carré de e, pour qu'on puisse extraire la racine du premier, on aura

$$x^2 + 2ex + ee = \frac{2\mathrm{R}}{de} - \frac{d}{e}, \text{ dont extrayant la racine, il vient}$$

$$x + e = \sqrt{\frac{2\mathrm{R}}{de} - \frac{de}{2}}, \text{ et enfin } x = \sqrt{\frac{2\mathrm{R}}{de} - \frac{de}{2}} - e.$$

Puisque ce mur avec ses contre-forts doit soutenir un effort égal à celui du mur à plomb, dont nous avons trouvé l'épaisseur (page 179, 4^e. *application*) de 3 pieds $\frac{51}{100}$, c'est la résistance de ce mur qui doit être la valeur de R. Pour la trouver, il faut faire le calcul pour une longueur égale à la partie du mur comprise entre les contre-forts, c'est-à-dire à 8 pieds $\frac{1}{4}$, plus 2 pieds $\frac{1}{2}$, qui font 10 pieds $\frac{3}{4}$, ou 10, 75, ce qui donne pour le cube $10,75 \times 16,5 \times 3,51 = 622,59$, et pour sa résistance $622,59 \times 1,755 = 1092,64 = \mathrm{R}$; substituant cette valeur, et les autres connues dans la dernière équation, on aura

$$x = \sqrt{\frac{2185,28}{41,25} - \frac{41,25}{2}} - 2,5$$

qui donne, après avoir fait les opérations indiquées, $x = 3,188$.

Ainsi la longueur des contre-forts placés à l'intérieur doit être de 3 pieds $\frac{188}{1000}$, ou 3 pieds 2 pouces 3 lignes, pour que ce mur avec ses contre-forts soit en équilibre avec la poussée des terres.

Application pour servir de preuve.

Le cube de la partie de mur entre les contre-forts doit être exprimé par $16,5 \times 8,25 \times 2,5$, qui donne 340,312; le bras de levier par rapport au point d'appui K étant 1,25 sa résistance sera $340,312 \times 1,25$ qui donne. 425,390

Le cube des contre-forts, en y comprenant la partie de mur à laquelle il répond, sera $3,188 + 2,5 \times 2,5 \times 16,5$, qui donne 234,63, et le bras du levier étant égal à $\frac{3,188 + 2,5}{2} = 2,844$, l'expression de sa résistance sera $234,65 \times 2,844$, qui donne 667,287

En tout. 1092,677

au lieu de 1092,64, que nous avons ci-devant trouvé pour la valeur de R ou résistance d'un mur à plomb de même longueur. Cette légère différence, $\frac{3}{100}$ de pied, vient de ce que la valeur de x devrait être un peu plus petite que 3,188; mais comme elle approche plus de 3,188, que de 3,187, nous avons adopté la première, qui ne diffère pas d'un millième.

Si les contre-forts doivent être placés en dehors, comme aux Fig. 12 et 13, le bras de levier de la partie de mur entre les contre-forts, désigné par IK, Fig. 12, sera égal à x, plus la moitié de l'épaisseur du mur, c'est-à-dire $x + \frac{e}{2}$; ainsi son cube étant, comme dans l'exemple précédent, exprimé par $\frac{d^2 e}{2}$, sa résistance sera $\frac{d^2 ex}{2} + \frac{d^2 e^2}{4}$.

Le cube du contre-fort joint à la partie de mur à laquelle il tient sera comme ci-devant $= de^2 + dex$, et sa résistance $\frac{de^3 + 2de^2x + dexx}{2}$. Ces deux résistances réunies donneront l'équation

$$\frac{d^2 ex}{2} + \frac{d^2 e^2}{4} + \frac{de^3 + 2\,de^2x + dexx}{2} = \mathrm{R}:$$

ordonnant les termes multipliés par x, et faisant passer les autres dans le second membre, l'équation devient

$$\frac{dexx + d^2 ex + 2\,de^2x}{2} = \mathrm{R} - \frac{de^3}{2} - \frac{d^2 e^2}{4};$$

multipliant par 2 et divisant par de, il vient

$$xx + dx + 2ex = \frac{2R}{de} - e^2 - \frac{de}{2};$$

et faisant la quantité $d + 2e$, qui multiplie $x = 2n$, on aura

$$xx + 2nx = \frac{2R}{de} - \frac{de}{2}.$$

Ajoutant à chaque membre nn, afin de pouvoir extraire la racine du premier, on aura $xx + 2nx + nn = \frac{2R}{de} - e^2 - \frac{de}{2} + nn$, dont extrayant la racine, il vient $x + n = \sqrt{\frac{2R}{de} - e^2 - \frac{de}{2} + nn}$; et enfin

$$x = \sqrt{\frac{2R}{de} - e^2 - \frac{de}{2} + nn} - n;$$

substituant les valeurs dans cette dernière équation, elle donne

$$x = \sqrt{\frac{2185,28}{16,5 \times 2,5} - 2,5 \times 2,5 - \frac{16,5 \times 2,5}{2} + 10,75 \times 10,75} - 10,75,$$

qui donne, après avoir fait les opérations indiquées, $x = 1,53$, pour la longueur des contre-forts, ou 1 pied 1 pouce 10 lignes au lieu de 3 pieds 2 pouces 3 lignes, que nous avons trouvé pour les contre-forts placés en dedans, *ce qui prouve combien il est plus avantageux de placer les contre-forts à l'extérieur qu'à l'intérieur, puisque ces derniers exigent près de trois fois autant de longueur que les premiers.*

Application pour servir de preuve.

Le cube de la partie de mur comprise entre les contre-forts, sera, comme dans l'exemple précédent, de 340, 312; mais son bras de levier étant de 2,403. . . . . sa résistance sera $340,312 \times 2,403$, qui donne. 817,769
le cube du contre-fort sera
$2,5 + 1,53 = 3,653 \times 2,5 \times 16,5$ qui donne 150,686; son bras de levier étant $\frac{3,653}{2}$, sa résistance sera $150,686 \times \frac{3,653}{2}$, qui donne 275,152

en tout 1092,921

qui diffère de la précédente à cause des restes négligés qui portent ce dernier résultat plus fort d'environ 4 pouces.

Pour achever le parallèle, nous allons chercher quelle devrait être la base du talus qui pourrait suppléer à ces contre-forts. Les murs en talus ayant partout un même profil comme les murs à plomb, il suffit d'opérer sur la superficie de leur profil, auquel on suppose un pied d'épaisseur. Ainsi, le mur à plomb qui sert de point de comparaison ayant 16,5 de haut sur 3,51 de largeur, et un pied d'épaisseur, produit un cube de 57,915, lequel étant multiplié par son bras de levier $\frac{3{,}51}{2}$ donnera 101,64 pour l'expression de sa résistance, que nous indiquerons par R. Exprimant, comme ci-devant, la hauteur du mur par d, son épaisseur au sommet fixée à 2 pieds $\frac{1}{2}$, par e, on aura la superficie du rectangle connu FHDI, Figure 14, $= de$; son bras de levier étant

$x + \frac{e}{2}$, sa résistance sera exprimée par $de\left(x + \frac{e}{2}\right) = dex + \frac{de^2}{2}$.

La superficie du triangle qui doit former le talus sera $\frac{dx}{2}$ et son bras de levier $\frac{2x}{3}$, ce qui donnera pour sa résistance $\frac{2dxx}{6}$. Ces deux expressions réunies donneront l'équation $\frac{2dxx}{6} + dex + \frac{de^2x}{2} = \text{R}$, qui se réduit en faisant $de = 2n$, et opérant comme pour les exemples précédens, à $x = \sqrt{\frac{3\text{R}}{d} + nn} - n$; dans cette dernière équation

$$n = \frac{6e + 3e^2}{4} = \frac{6 \times 2{,}5 + 3 \times 2{,}5}{4} = 8{,}44,$$

$$\text{et } nn = 71{,}23;\ \frac{3\text{R}}{d} = \frac{3 \times 101{,}64}{16{,}5} = 18{,}48$$

Substituant ces valeurs dans la dernière équation, on a $x \sqrt{89{,}71} - 8{,}44$ et $x = 9{,}48 - 8{,}44$, et enfin $x = 1{,}04$; c'est-à-dire un pied 5 lignes $\frac{3}{4}$ environ pour la base du talus, ce qui fait un peu plus du seizième de la hauteur du mur.

CHAPITRE DEUXIÈME.

DES PROFILS DES MURS DE REVÊTEMENT.

Comparaison des quatre manières de former un mur de terrasse de même hauteur et de même résistance.

Dans les calculs relatifs aux Figures 10 et 11, pages 185, 187, nous avons pris pour longueur commune 10 pieds $\frac{3}{4}$, qui est celle donnée par un contrefort et une partie de mur intermédiaire. Supposant cette même longueur pour les murs à plomb et en talus, il en résulte :

Pour le mur à plomb.

Dans le premier exemple détaillé, page 179, 4e. *application*, nous avons trouvé que pour soutenir 16 pieds $\frac{1}{2}$ de hauteur de terre, un mur à plomb devait avoir 3 pieds $\frac{51}{100}$ d'épaisseur, ce qui donne pour 10 pieds $\frac{3}{4}$ de longueur un cube de 622,58.

Nous avons trouvé, page 187, premier alinéa, que pour un mur de 2 pieds $\frac{1}{2}$ d'épaisseur, il faudrait ajouter à l'intérieur des contre-forts de même largeur sur 3 pieds $\frac{188}{1000}$ de longueur pour avoir une résistance égale au mur précédent. Nous avons trouvé de plus, que la partie de mur comprise entre les contre-forts, produisait un cube de 340 pieds $\frac{312}{1000}$, et chaque contre-fort, un de 234 pieds $\frac{63}{100}$, d'où il résulte pour 10 pieds $\frac{1}{2}$ de longueur un cube total de. . . . . 574,942.

A la page 187, quatrième alinéa, nous avons trouvé qu'en plaçant les contre-forts en dehors, il suffisait de leur donner 1 pied $\frac{51}{100}$ de longueur, pour procurer au mur de 2 pieds $\frac{1}{2}$ d'épaisseur une résistance égale à celle du mur d'aplomb, et qui donne pour le cube de chaque contre-fort 150 pieds $\frac{686}{1000}$; les parties de mur entre les contre-forts ayant toujours les mêmes dimensions produisent le même cube de 340 pieds $\frac{188}{1000}$, ce qui donne pour chaque travée de 10 pieds $\frac{1}{2}$ de longueur un cube de 490,998.

Le mur avec un simple talus produit pour la superficie de la partie rectangulaire du profil de 16,5 sur. . . . 2,5 = 41,25
pour celle du triangle formant talus. 8,58

en tout. . . . . 49,83.

Cette superficie du profil étant multipliée par 10 $\frac{3}{4}$, donne un cube de. 535,672

Il résulte de ces calculs que les cubes de ces trois espèces de murs à longueur et hauteur égales, sont entre eux comme 622 $\frac{1}{2}$, 575, 491 et 535 $\frac{2}{3}$; en sorte que si les dépenses étaient en même raison que les cubes, *ce serait le mur à plomb qui coûterait le plus, et celui avec des contre-forts en dehors qui coûterait le moins ;* mais comme dans les ouvrages de ce genre ce n'est pas toujours la plus grande quantité de matière qui produit la plus forte dépense, il en résulte que la plus grande superficie de paremens et les angles rentrans et saillans que forment les contre-forts, augmentent beaucoup leur valeur. *Ainsi, on peut dire qu'à volume égal ce sont les murs à contre-forts qui sont les plus coûteux et qui exigent le plus de soin pour bien lier les contre-forts avec les murs auxquels ils sont adaptés.*

De plus, il faut observer que pour établir les contre-forts d'une manière solide, il faut qu'ils soient posés sur un massif en fondation qui ait une largeur continue capable de les recevoir, afin d'éviter le tassement inégal tant du sol que des constructions ; ce sont, comme nous l'avons déjà dit, les effets les plus dangereux qu'il faille prévoir. C'est presque toujours au peu de soin que l'on prend à la construction de ces murs et de leurs fondemens, qu'il faut attribuer la cause de la ruine de la plupart des murs de revêtement, plutôt qu'au défaut d'épaisseur ; pour peu que le point d'appui qui reçoit le plus grand effort éprouve un tassement plus considérable, il entraîne le mur et le fait pencher à l'extérieur, malgré les contre-forts. Dans les murs construits d'aplomb, cet effet est d'autant plus sensible que leur hauteur est plus grande par rapport à leur base, en sorte qu'un pouce de tassement inégal peut quelquefois produire un surplomb de plus d'un pied.

Les murs en talus ont le double avantage d'être moins coûteux et d'obvier à l'effet du tassement, en éloignant le centre de gravité du point d'appui de manière que la plus grande inégalité de tassement ne peut que dimimuer le talus sans causer de surplomb. Cette sonsidération doit faire préférer les murs en talus aux murs d'aplomb avec contre-forts, tant pour la solidité que pour l'économie et la facilité de l'exécution.

De la forme des contre-forts.

On donne aux contre-forts différentes formes qui les rendent plus ou moins propres à soutenir les murs auxquels ils sont appliqués. Ceux dont la base est rectangulaire, représentés par les Figures 11 et 13, sont les plus usités et presque toujours les plus convenables.

Les contre-forts dont la forme de la base est un trapèze, Fig. 17 et 19, qui sont plus larges à la racine qu'à la queue, à la manière de M. de Vauban, étant appliqués à l'intérieur, forment une construction plus solide; mais on trouve, d'après les principes de mécanique et le calcul, qu'ils doivent opposer moins de résistance que ceux à base rectangulaire, parce que dans cette situation leur centre de gravité est plus près du point d'appui; mais c'est dans la supposition que ces contre-forts avec leur revêtement ne sont que posés sur leur fondement sans y être adhérens, tandis que, dans les constructions bien faites, ils ne doivent faire ensemble qu'un seul corps, et ne peuvent se désunir que par une rupture pour que le renversement ait lieu.

M. Bélidor propose de disposer la base des contre-forts en sens contraire, comme ils sont indiqués dans la Figure 16, en sorte que leur épaisseur à la racine est moindre qu'à la queue. Mais cette disposition, qui éloigne le centre de gravité du point d'appui, rend les contre-forts plus susceptibles de se détacher du mur par le moindre tassement ou mouvement irrégulier à cause de leurs parties en queue d'aronde engagées dans les terres, qui les empêche de suivre l'effet du mur quand il prend son assiette.

La Figure 20 indique un moyen employé par les anciens Romains pour fortifier les murs de terrasse ou de revêtement à l'extérieur, et pratiquer des évidemens à l'intérieur, ainsi qu'on le voit à plusieurs murs de substructions antiques et au mur du Pœcile de la ville Adrienne, dont il a été question à la page 64, et au Panthéon de Rome. Ce moyen a l'avantage de réunir la plus grande solidité et la plus forte résistance, à volume égal, et de présenter à l'extérieur une forme plus agréable que les contre-forts ordinaires. Cette disposition est préférable aux arcades proposées par quelques ingénieurs pour relier les contre-forts, parce que toutes les parties sont également fortifiées en plan et en élévation, et qu'il ne se trouve pas d'angles rentrans. Au reste, ces moyens de contre-forts, d'arcades, de voûtes ou de niches étant toujours plus dispendieux qu'un mur simple, on ne doit en faire usage que lorsqu'on y est obligé par quelque circonstance ou motif particulier.

Quant au moyen proposé par Vitruve, et que nous avons représenté par la Figure 3 de la planche CLXXVI, il n'y a pas besoin de calcul pour prouver qu'il est bien au-dessus des plus grands efforts que peuvent produire les terres dans les cas les plus désavantageux. Les augmentations de poids et de volume que peuvent éprouver les terres lorsqu'elles sont pénétrées d'eau, ne sont jamais assez considérables pour exiger ces moyens extraordinaires. Il résulte même des observations et des expériences faites à ce sujet, que les terres humectées ou pénétrées d'eau coulent moins que celles qui sont sèches, en sorte que la partie poussante diminue en plus grande raison que le poids n'augmente. Pl. 176

Quant au gonflement que l'humidité ou l'eau peuvent produire, comme il se fait en tout sens et que son effet est limité, il n'est jamais assez considérable pour causer un déversement dangereux.

Il n'en est pas de cet effet, comme de ceux que l'on cite d'une corde ou d'un coin de bois mouillés, dont le premier est capable de faire remonter un très-grand fardeau qui serait suspendu à la corde, et l'autre de faire fendre un bloc de marbre ou de granite.

Les terres étant compressibles, le gonflement se porte plutôt en dessus, où il n'éprouve aucun obstacle, que latéralement.

D'ailleurs son action n'étant pas continue comme celle de la poussée, quand elle a acquis le degré dont ce gonflement est susceptible, il n'agit plus, et son plus grand effet n'est jamais, comme nous l'avons déjà dit, capable de produire un déversement sensible.

L'effet le plus dangereux est celui qui résulte des eaux qui pénètrent les murs et dégradent leurs joints, quand on n'a pas la précaution de ménager une issue à ces eaux. Ces filtrations, en détruisant le mortier qui unit les pierres et qui fait que les murs ne forment qu'un corps solide, peuvent diminuer leur résistance au point de causer leur ruine, indépendamment de la poussée des terres, dont l'action continue ne trouve plus une force suffisante pour la soutenir.

L'humidité et les eaux qui n'ont pas d'issue sont même dans le cas de décomposer, à la longue, certaines espèces de pierres qui peuvent avoir été employées à la construction de ces murs.

Le moyen d'obvier à ces inconvéniens, est de pratiquer à des distances convenables des ouvertures étroites, appelées barbacanes, évents ou chantepleures, pour donner issue aux eaux qui pénètrent les terres, ou les conduire à l'extérieur par quelque autre moyen

Lorsqu'on fait usage de barbacanes, il faut qu'elles descendent jusqu'au bas du revêtement, et que le remplissage derrière soit plutôt en gravois ou pierrailles qu'en terres.

J'ai eu occasion de faire rétablir de cette manière un mur de terrasse qui était tombé plusieurs fois par l'effet des eaux qui le dégradaient l'épaisseur de ce mur, qui soutient 22 pieds de hauteur de terre, est de 4 pieds par le bas avec un talus d'un douzième, qui réduit son épaisseur par le haut à 26 pouces. Ce mur, construit depuis trente ans, est dans le meilleur état possible.

Il nous reste à examiner l'effet que peut produire sur les murs de revêtement, l'ébranlement causé par des décharges de pièces d'artillerie posées au-dessus ou derrière, ou par quelque autre commotion violente. Il est certain que cet effet, capable d'ébranler des masses considérables, serait beaucoup au-dessus de celui qu'il faudrait pour renverser les remparts les plus solides, s'il ne se faisait pas sentir en même temps aux parties qui poussent et à celles qui résistent, de manière à produire une réaction qui modifie cet effet; mais il faut que le revêtement soit assez solide pour conserver pendant le mouvement une certaine supériorité sur l'effort de la poussée, d'autant plus que ce dernier augmente par cet effet, en bien plus forte raison que la résistance.

M. le maréchal de Vauban, qui avait fait travailler à trois cents places fortifiées, et qui en a fait construire trente-trois nouvelles, ayant trouvé [1] « que les anciens ingénieurs n'étaient pas d'accord sur » les dimensions qu'il fallait donner aux revêtemens de maçonnerie, » les uns les faisant d'une épaisseur extraordinaire, et les autres leur » donnant à peine celle qu'il fallait pour soutenir le poids des terres, » a établi un profil général accommodé à toutes sortes de hauteurs de » rempart avec parapets, depuis 10 pieds jusqu'à 80. »

Dans ce profil représenté par la Figure 18, qui paraît être le résultat de l'expérience et des observations qu'il avait eu occasion de

[1] Bélidor, Science des Ingénieurs, livre I^{er}., page 67.

faire dans les immenses travaux de ce genre qu'il avait fait réparer ou exécuter, on voit que l'épaisseur du revêtement au sommet est la même, quelle que soit sa hauteur. Il paraît que M. de Vauban a pensé que ces murs devaient avoir une certaine solidité, indépendamment de celle qu'il faut pour résister à la poussée des terres; c'est pourquoi il fixe cette épaisseur à 6 pieds, quelle que soit la hauteur du revêtement, avec $\frac{1}{5}$ de talus : il y ajoute des contre-forts espacés de 18 pieds de milieu en milieu, plus épais à la racine qu'à la queue, Figure 19. Les dimensions de ces contre-forts sont proportionnées à la hauteur du revêtement; ainsi pour 10 pieds, il leur donne 4 pieds de longueur, et 18 pieds pour 80 pieds, en sorte que cette longueur augmente de 2 pieds pour chaque dixaine de pieds de hauteur. Quant à leur épaisseur, il leur donne un tiers de plus à la racine qu'à la queue. Ainsi pour 10 pieds, il donne aux contre-forts 3 pieds d'épaisseur à la racine, et 2 pieds à la queue. L'épaisseur à la racine augmente d'un pied pour chaque dixaine de pieds de hauteur, en sorte que pour 80 pieds de hauteur cette épaisseur est de 10 pieds à la racine, et 6 pieds 8 pouces à la queue.

M. Bélidor, qui donne une explication de ce profil, a trouvé, en y appliquant sa méthode, que sa résistance était d'autant moindre que sa hauteur était plus grande; ainsi, selon lui, la hauteur des profils étant

	10,	20,	30,	40,	50,	60.
les efforts de la poussée sont	15,	41,	75,	117,	170,	233,
et les résistances du profil	28,	51,	82,	124,	176,	237;

d'où il résulterait que pour 10 pieds de hauteur la résistance du profil serait presque double de la poussée, tandis que pour 60 pieds elle serait presque en équilibre avec la poussée, ce qui serait insuffisant.

Il n'ose cependant pas regarder ce profil comme assez défectueux pour qu'on ne puisse pas s'en servir, parce que l'expérience prouve le contraire; il voudrait seulement qu'on donnât moins de 5 pieds d'épaisseur au sommet des petits revêtemens, et davantage à ceux qui sont plus élevés, c'est-à-dire, pour ceux au-dessus de 25 pieds.

La table suivante offre un parallèle du profil de M. de Vauban avec la méthode de M. Bélidor, tiré d'une table qui se trouve au 3^{e}. livre de la *Science des Ingénieurs*, page 78.

Cette table est divisée en onze colonnes; la première comprend les hauteurs des revêtemens ou plutôt des terres à soutenir. La seconde et la troisième comprennent les épaisseurs au sommet et à la base des revêtemens, selon M. de Vauban.

La quatrième et la cinquième contiennent les mêmes épaisseurs, d'après la méthode de M. Bélidor.

Les trois colonnes suivantes indiquent les dimensions des contreforts, qui sont les mêmes pour le profil de M. de Vauban et la méthode de M. Bélidor.

La neuvième colonne contient les efforts de la poussée exprimés en pieds et centièmes de pied, calculés d'après notre méthode.

Dans la dixième colonne on trouve la résistance des profils de M. de Vauban, et dans la onzième celle des profils de M. Bélidor.

I.

TABLE des épaisseurs à donner au sommet et à la base des murs de revêtement ou de rempart et à leurs contre-forts, en les supposant espacés de 18 pieds de milieu en milieu. avec leur résistance comparée à l'effort de la poussée qu'ils ont à soutenir.

HAUTEUR des murs.	Pour $\frac{1}{5}$ de talus épaisseur des murs, selon M. de Vauban.		Pour $\frac{1}{5}$ de talus, épaisseur des murs selon M. Bélidor.		Dimensions des contre-forts pour les deux manières.			Efforts de la poussée des terres en pieds et $\frac{1}{100}$ de pied.	Résistance du profil de M. de Vauban, en pieds et $\frac{1}{100}$ de pied.	Résistance du profil de M. Bélidor en pieds et $\frac{1}{100}$ de pied.
	Au sommet	A la base.	Au sommet.	A la base.	Longueur.	Épaiss. à la racine.	Épaiss. à la queue.			
	Pieds.	P. po.	P. po. lig.	P po. lig.	P po.	P. po.	P. po.			
10	5	7. 0	3. 5. 4	5. 5. 4	4. 0	3. 0	2. 0	76.15	287.59	182.19
15	5	8. 0	4. 1. 4	7. 1. 4	5. 0	3. 6	2. 4	180.62	582.01	472 95
20	5	9. 0	4. 8. 8	8. 8. 8	6. 0	4. 0	2. 8	352.72	1018.88	953.20
25	5	10. 0	5. 2. 0	10. 2. 0	7. 0	4. 6	3. 0	618.85	1629.50	1677.55
30	5	11. 0	5. 5. 9	11. 5. 9	8. 0	5. 0	3. 4	969.47	2453.55	2632.16
35	5	12. 0	5 8. 3	12. 8. 3	9. 0	5. 6	3. 8	1445.00	3543.42	3893.10
40	5	13. 0	5. 10. 7	13. 10. 7	10. 0	6. 0	4. 0	2054.10	4916.33	5488.45
45	5	14. 0	6. 0. 6	15 0. 6	11. 0	6 6	4. 4	2819.61	6593.00	7489.00
50	5	15. 0	6. 1 8	16. 1. 8	12 0	7. 0	4. 8	3751.62	8797.21	9905.29
55	5	16. 0	6. 2. 9	17. 2. 9	13, 0	7. 6	5. 0	4876.37	11061.60	12489.30
60	5	17. 0	6. 3. 4	18. 3. 4	14. 0	8. 0	5. 4	6193.78	14551.48	16301.30
65	5	18. 0	6. 4. 6	19. 4. 6	15. 0	8. 6	5 8	7739.09	18446.72	20550.00
70	5	19. 0	6. 5. 7	20. 5. 7	16. 0	9 0	6. 0	9576.01	22699.51	25404.40
75	5	20. 0	6. 6. 6	21. 6. 6	17. 0	9. 6	6. 4	11560.00	27851.50	31116.57
80	5	21. 0	6. 7. 4	22. 7. 4	18. 0	10. 0	6. 8	13862.00	33826.60	37711.25

Comme la longueur du bras de levier de la poussée dépend de l'épaisseur par le bas du mur qui la soutient, pour trouver la valeur de cet effort indiqué dans la neuvième colonne de cette table, nous avons fait usage de la formule $x = \sqrt{\frac{dd}{8} + \frac{3d}{16} \times \frac{3d}{16}} - \frac{3d}{16}$, dont la formation est expliquée page 179, 4^e. *application*, et qui sert à trouver l'épaisseur d'un mur à plomb, pour que sa résistance soit égale à la poussée, parce que ce moyen nous a paru le moins compliqué et le plus facile. Ces deux efforts égaux sont exprimés dans l'équation $\frac{pbf - pbc - pcx}{a} = \frac{dxx}{2}$, page 175, 1re. *application*, dont le premier membre indique l'expression de la poussée multipliée par son bras de levier, et le second $\frac{dxx}{2}$, la résistance qui lui fait équilibre : dans cette dernière expression d indique la hauteur du mur, ou plutôt celle des terres à soutenir.

Ainsi, connaissant la valeur de x, par le moyen de la formule $x = \sqrt{\frac{dd}{8} + \frac{3d}{16} \times \frac{3d}{16}} - \frac{3d}{16}$, on aura la valeur de la poussée, qui est égale à $\frac{dxx}{2}$, en multipliant le carré de cette valeur par la moitié de la hauteur des terres à soutenir, c'est-à-dire par $\frac{d}{2}$.

Lorsqu'il s'agit d'un mur de rempart, terminé par un revêtement, comme celui indiqué par les lettres a, b, c, d, e, B Figure 18, on trouve que l'effort de la poussée est, à très-peu de chose près, égal à la résistance d'un mur à plomb, dont la hauteur aurait 5 pieds de plus que celle comprise entre le dessus du cordon B, et le bas du revêtement marqué k. Ainsi pour avoir la poussée des terres contre un revêtement de 35 pieds de haut, il faut chercher la résistance d'un mur à plomb de 40 pieds de haut; substituant cette hauteur à la place de d, on aura $x = \sqrt{\frac{40 \times 40}{8} + \frac{40 \times 3}{16} \times \frac{40 \times 3}{16}} - \frac{40 \times 3}{16}$, qui donne, après avoir fait les calculs indiqués, $x = 8\,\frac{1}{2}$, et pour $\frac{dxx}{2}$, qui exprime un effort égal à la poussée $\frac{40 \times 8\frac{1}{2} \times 8\frac{1}{2}}{2} = 1445$, et ainsi des autres.

Pour trouver les résistances des profils, indiquées dans les deux dernières colonnes, on a considéré chaque profil comme une tranche d'un pied d'épaisseur, composée de deux parties, l'une triangulaire formant le talus, et l'autre rectangulaire, ayant pour largeur l'épaisseur du mur au sommet; on a multiplié le cube de chacune par leur bras de levier, ou distance de la direction de leur centre de gravité au point d'appui. Pour les contre-forts, comme ils sont éloignés de 18 pieds de milieu en milieu, après avoir multiplié le cube d'un contre-fort par son bras de levier, on a pris la dix-huitième partie de ce produit qu'on a ajouté aux deux autres.

Ainsi pour un revêtement de 40 pieds de hauteur, selon le profil de M. de Vauban, le talus étant de $\frac{1}{5}$, le cube du triangle qui le forme sera $\frac{40 \times 8 \times 1}{2} = 160$; son bras de levier étant égal aux $\frac{2}{3}$ de la base, sa résistance sera 160×5 pieds $\frac{1}{3}$, qui donne $853\ \frac{1}{3}$.

Le cube du rectangle formant le corps du mur, sera exprimé $40 \times 5 = 200$; son bras de levier étant égal à la base du talus, plus la moitié de la largeur du rectangle, sera 10 pieds $\frac{1}{2}$, et sa résistance $160 \times 10\ \frac{1}{2}$, qui donne 2100.

Les contre-forts ayant 10 pieds de long, sur 6 pieds d'épaisseur à la racine, et 4 pieds à la queue, la superficie de leur base sera de 50 pieds, laquelle étant multipliée par 40 de hauteur, donne en cube 2000. Leur bras de levier étant de 17 pieds $\frac{1}{2}$, sa résistance sera $35333\ \frac{1}{3}$, laquelle étant divisée par 18, donne pour celle répondant à un pied, 1963; ces trois résistances réunies donnent une résistance totale de $4916\ \frac{1}{3}$ ou $\frac{33}{100}$, comme elle est indiquée dans la table. Les autres ont été trouvées par une opération semblable.

Il faut remarquer que le profil de M. de Vauban donne pour une hauteur de 10 pieds une résistance presque quadruple de la poussée, tandis que pour 80 pieds, elle est moins de 2 fois $\frac{1}{2}$.

Le profil de M. Bélidor donne pour 10 pieds de hauteur une résistance qui n'est pas deux fois et demi, tandis qu'elle est presque deux fois trois quarts pour 80 pieds.

Ainsi il ne faut pas être surpris de ce qu'il existe des revêtemens dont les dimensions sont beaucoup au-dessous du profil de M. de Vauban, que M. Bélidor trouve trop faibles pour les revêtemens au-dessus de 30 pieds. Cela vient de ce que la manière dont il évalue la poussée des terres, donne des résultats beaucoup plus forts que l'expérience et la juste application des principes de mécanique.

Il faut observer que si les hypothèses sur lesquelles M. Belidor fonde ses opérations étaient justes, une résistance d'un quart au-dessus de la poussée ne serait pas suffisante pour donner aux revêtemens le degré de solidité qui leur convient. D'après toutes les recherches et les observations que j'ai faites à ce sujet, je pense que, pour mettre les revêtemens au-dessus de tous les efforts qu'ils peuvent avoir à soutenir, il faut que leur résistance soit double de la poussée.

C'est la conviction que j'ai de la nécessité de cette proportion, qui m'a déterminé à calculer les trois tables suivantes pour $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, et $\frac{1}{8}$ de talus. Chacune de ces tables est divisée en huit colonnes.

La première indique la hauteur des terres à soutenir.

La seconde, l'effort de la poussée qui résulte de ces hauteurs.

Les troisième et quatrième, l'épaisseur à donner au sommet et à la base du mur, en raison de son talus.

Les cinquième et sixième colonnes comprennent les dimensions à donner aux contre-forts, que je suppose à base rectangulaire.

Dans la septième, j'ai donné pour chaque hauteur le cube de la maçonnerie, en distinguant les parties de mur, de talus et de contre-fort.

Enfin la huitième colonne présente la résistance de chacune de ces parties et la résistance totale.

Pour dresser ces tables, j'ai d'abord cherché à établir l'épaisseur nécessaire pour donner aux murs une solidité suffisante, indépendamment de la résistance qu'exige la poussée. D'après les renseignemens que je me suis procurés à ce sujet, j'ai cru pouvoir la fixer, pour 10 pieds de haut, à 3 pieds pour les murs dont le talus est le cinquième de la hauteur, à 3 pieds 6 pouces pour ceux dont le talus est d'un sixième, et à 4 pieds pour ceux dont le talus est un huitième; j'augmente cette épaisseur de 3 pouces pour chaque terme de la progression arithmétique, indiquant les hauteurs, qui augmentent chacun de 5 pieds.

L'épaisseur de la base du mur, se déduit de celle au sommet, en y ajoutant le cinquième, le sixième ou le huitième de la hauteur pour le talus.

II.

TABLE des épaisseurs à donner au sommet et à la base des murs de remparts en talus, avec parapets, et à leurs contre-forts éloignés les uns des autres de 18 *pieds de milieu en milieu, pour que la résistance de ces murs soit double de la poussée.*

Pour un cinquième de Talus.

HAUTEUR des terres à soutenir.	POUSSÉE.	ÉPAISSEUR DES MURS. Au sommet.	ÉPAISSEUR DES MURS. A la base.	CONTRE-FORTS. Longueur.	CONTRE-FORTS. Largeur.	CUBE.			RÉSISTANCE.		
10	76. 1. 9	3.0	5.0	3.8	2. 6. 1	Mur. . . . . Talus. . . . Contre-fort.	30. 0. 0 10. 0. 0 5. 0. 0	45. 0. 0	Mur. . . . . Talus. . . Contre-fort.	105. 0. 0 13. 4. 0 34. 0. 0	152. 4. 0
15	180. 7. 5	3.3	6.3	4.4	3. 0. 0	Mur. . . . . Talus . . . Contre-fort.	48. 9. 0 22. 6. 0 14. 0. 0	85. 3. 0	Mur. . . . . Talus. . . Contre-fort.	225. 5. 7 45. 6. 0 90. 9. 4	361. 2.11
20	352 8. 7	3.6	7.6	5.0	3. 6. 4	Mur. . . . . Talus. . . . Contre-fort.	70. 0. 0 40. 0. 0 19. 7. 2	129. 7. 3	Mur. . . . . Talus. . . . Contre-fort.	402. 6. 0 106. 8. 0 196. 3. 4	705. 5. 4
25	608.10. 2	3.9	8.9	5.8	4. 0. 0	Mur. . . . . Talus. . . . Contre-fort.	93. 9. 0 62. 6. 0 31. 6. 0	187. 9. 0	Mur . . . . Talus. . . . Contre-fort.	644. 6. 4 208. 4. 0 364.10. 0	1217. 8. 4
30	969. 5. 7	4.0	10.0	6.4	4. 5. 6	Mur. . . . . Talus . . . Contre-fort.	120. 0. 0 90. 0. 0 47. 0. 8	257. 0. 8	Mur. . . . . Talus. . . . Contre-fort.	960. 0. 0 360. 0. 0 618.11. 3	1938.11. 3
35	14.5. 0 0	4.3	11.3	7.0	4. 9. 6	Mur. . . . . Talus. . . . Contre-fort.	148. 9. 0 122. 6. 0 65. 2. 8	336. 5. 8	Mur. . . . . Talus. . . . Contre-fort.	1357. 4. 1 571. 8. 0 961. 2. 5	2890. 2. 6
40	2054. 5 4	4.6	12.6	7.8	5. 0. 9	Mur. . . . . Talus. . . . Contre-fort.	180. 0. 0 160. 0. 0 86. 3. 8	426. 3. 8	Mur. . . . . Talus. . . . Contre-fort.	1845 0. 0 853. 4. 0 1410. 6. 9	4108.10. 9
45	2819. 7. 3	4.9	13.9	8.4	5. 4. 0	Mur. . . . . Talus. . . . Contre-fort.	213. 0. 0 202. 6. 0 106. 8. 0	22. 2. 0	Mur. . . . . Talus. . . . Contre-fort.	2431. 4. 8 1215. 0. 0 1992. 0. 0	5639. 2. 8
50	3751. 7. 5	5.0	15.0	9.0	5. 6. 9	Mur. . . . . Talus. . . . Contre-fort.	250. 0. 0 250. 0. 0 139. 0. 8	639. 0 8	Mur. . . . . Talus. . . . Contre-fort.	3125. 0 0 1666. 8. 0 2711. 7. 0	7503 3. 0
55	48.6. 4. 5	5.3	16.3	9.8	5. 9. 4	Mur. . . . . Talus. . . . Contre-fort.	288. 9. 0 302. 6. 0 169.10 0	761. 1. 0	Mur. . . . . Talus. . . . Contre-fort.	3933. 2. 9 2218. 4. 0 3601. 2. 3	9752. 9. 0
60	6193. 9. 4	5.6	17.6	10.4	5.11. 4	Mur. . . . . Talus. . . . Contre-fort.	330. 0. 0 360. 0. 0 204. 9. 0	894. 9. 0	Mur. . . . . Talus. . . . Contre-fort.	4867. 6. 0 2880. 0. 0 4640. 0. 8	12387. 6. 8
65	7739. 1. 0	5.9	18.9	11.0	6. 1. 3	Mur. . . . . Talus. . . . Contre-fort.	373. 9. 0 422. 6. 0 242. 5. 7	1038. 8. 7	Mur. . . . Talus. . . Contre-fort.	5933. 3. 0 3661. 8. 0 5883. 3. 2	15478. 2. 2
70	9576. 0. 1	6.0	20.0	11.8	6. 3. 3	Mur. . . . . Talus. . . . Contre-fort.	420. 6. 0 490. 0. 0 288. 3. 6	1198. 3. 6	Mur. . . . . Talus . . . Contre-fort.	7140. 0. 0 4573. 4. 0 7438. 8. 4	19152. 0. 4
75	11560. 0. 0	6.3	21.3	12.4	6. 4. 7	Mur. . . . . Talus. . . . Contre-fort.	468. 9 0 566. 6. 0 327.11 6	1359. 2. 6	Mur. . . . . Talus. . . . Contre-fort.	8496. 0. 0 5625. 0. 0 8999. 0. 0	23120. 0. 0
80	13862 0. 0.	6.6	22.6	13.0	6. 5.11	Mur. . . . . Talus. . . . Contre-fort.	520. 0. 0 640. 0. 0 375. 1.10	1535. 1.10	Mur. . . . . Talus. . . . Contre-fort.	10010. 0. 0 6826. 8. 0 10887. 4. 0	27724. 0. 0

III.

TABLE des épaisseurs à donner au sommet et à la base des murs de remparts en talus, avec parapets, et à leurs contre-forts éloignés les uns des autres de 18 pieds de milieu en milieu, pour que la résistance de ces murs soit double de la poussée.

Pour un sixieme de Talus.

HAUTEUR des terres à soutenir.	POUSSÉE.	ÉPAISSEUR DES MURS. Au sommet.	ÉPAISSEUR DES MURS. A la base.	CONTRE-FORTS. Longueur.	CONTRE-FORTS. Largeur.	CUBE.		RÉSISTANCE.	
10	76. 1. 9	3.6	5.2	4.0	1. 5. 8	Mur. . . . . 35. 0. 0 Talus. . . . 8. 4. 0 Contre-fort. 3. 3. 0	46. 7. 0	Mur. . . . 119. 7. 0 Talus. . . 9. 3. 1 Contre-fort. 23. 5. 6	152. 3. 7
15	180. 7. 5	3.9	6.3	4.9	2. 9 2	Mur. . . . . 48. 9. 0 Talus . . . 18. 9. 0 Contre-fort 14.10. 9	82. 4. 9	Mur. . . . . 202. 1. 4 Talus. . . . 30. 5. 0 Contre-fort. 128. 9. 0	361. 3. 1
20	352. 8. 7	4.0	7.4	5.6	3. 4. 0	Mur. . . . . 80. 0. 0 Talus. . . . 33. 4. 8 Contre-fort. 20. 4. 0	133. 8. 0	Mur. . . . . 426. 8. 0 Talus. . . . 74. 0.10 Contre-fort. 204. 8. 8	705. 5. 6
25	608.10. 2	4.3	8.5	6.3	4. 0 5	Mur. . . . . 106. 3. 0 Talus. . . . 52 1. 0 Contre-fort. 35. 3. 4	193. 7. 4	Mur. . . . . 668. 5.10 Talus. . . . 144. 7. 5 Contre-fort. 404. 7. 1	1217. 8. 4
30	969. 5. 7	4.6	9.6	7.0	4. 8. 2	Mur. . . . . 135. 0. 0 Talus. . . . 75. 0. 0 Contre-fort. 54. 7. 4	264. 7 4	Mur. . . . . 978. 9. 0 Talus. . . 250. 0. 0 Contre-fort. 710. 2. 3	1938.11. 3
35	1445. 0. 0	4.9	10.7	7.9	5. 2. 2	Mur. . . . . 166. 3. 0 Talus. . . . 102. 1. 0 Contre-fort. 78. 0. 9	346. 4. 9	Mur. . . . . 1364. 7. 7 Talus. . . . 396.11.10 Contre-fort. 1128. 6.11	2890. 2. 4
40	2054 5. 4	5.0	11.8	8 6	5. 7. 2	Mur. . . . 200. 0. 0 Talus. . . . 133. 4. 0 Contre-fort. 105. 9. 3	439. 1 3	Mur. . . 1833. 4. 0 Talus. . . 592. 7. 1 Contre-fort. 1682.11. 9	4108 10.10
45	2819. 7. 3	5.3	12.9	9.3	5.11. 9	Mur. . . . . 236. 3. 0 Talus. . . . 168. 9. 0 Contre-fort. 138. 3. 2	543. 3. 2	Mur. . . . . 2392. 0. 4 Talus. . . . 843. 9. 0 Contre-fort. 2403. 5. 4	5639. 2. 8
50	3751. 7. 5	5.6	13.10	10.0	6 3. 7	Mur. . . . . 275. 0. 0 Talus. . . . 208. 4. 0 Contre-fort. 176. 8. 4	660. 0. 4	Mur. . . . . 3047.11. 0 Talus. . . . 1157. 4.10 Contre-fort. 3327.10.11	7533. 2. 9
55	4876. 4. 5	5.9	14.11	10.9	6. 7. 0	Mur. . . . . 316. 3. 0 Talus. . . . 252. 1. 0 Contre-fort. 232. 8. 0	801. 0. 0	Mur. . . . 3491.11. 1 Talus. . . . 1540. 6. 1 Contre-fort. 4720. 4. 0	9752. 9. 2
60	6193 9. 4	6.0	16.0	11.6	6.10. 2	Mur. . . . . 360. 0. 0 Talus. . . . 300. 0. 0 Contre-fort 262. 5. 8	922. 5. 8	Mur. . . . . 4680. 0. 0 Talus. . . . 2000. 0. 0 Contre-fort. 5707. 6. 8	12387. 6. 8
65	7739. 1. 0	6.3	17.1	12.3	7. 0.11	Mur. . . . . 406. 3 0 Talus. . . . 352. 1 0 Contre-fort. 312. 8. 8	1071. 0. 8	Mur. . . . . 5670. 6.10 Talus. . . . 2542. 9.10 Contre-fort. 7264. 9. 6	15478 2. 2
70	9576. 0. 1	6.6	18.2	13.0	7. 4. 6	Mur. . . . . 455. 0. 0 Talus. . . . 408. 4. 0 Contre-fort. 372.10. 0	1236. 2 7	Mur. . . . . 6778. 9. 0 Talus. . . . 3175.11. 1 Contre-fort. 9197. 4. 3	19152. 0. 4
[illegible]	11560 0 0	6.9	19.3	13.9	7. 5. 7	Mur. . . . . 506. 3 0 Talus. . . . 468. 9 0 Contre-fort. 427. 8. 4	1402. 8. 4	Mur. . . . . 8036. 9. 0 Talus. . . . 3906. 3. 0 Contre-fort. 11177. 0. 0	23120. 0. 0
80	13862 0. 0.	7.0	20.4	14.6	7. 7. 6	Mur. . . . . 560. 0. 0 Talus. . . . 533. 4. 0 Contre-fort. 491. 3. 2	1584. 7. 2	Mur. . . . . 9426. 8. 0 Talus. . . . 4739.10.10 Contre-fort. 13557. 5. 3	27724. 0. 1

IV.

TABLE des épaisseurs à donner au sommet et à la base des murs de remparts en talus, avec parapets, et à leurs contre-forts éloignés les uns des autres de 18 *pieds de milieu en milieu, pour que la résistance de ces murs soit double de la poussée.*

Pour un huitième de Talus.

Hauteur des terres à soutenir.	POUSSÉE	ÉPAISSEUR DES MURS. Au sommet.	A la base.	CONTRE-FORTS. Longueur.	Largeur.	CUBE.		RÉSISTANCE.	
10	76. 1. 9	4.0	5. 3. 0	4.0	0. 8.11	Mur. . . . . 40. 0. 0 Talus. . . . 6. 3. 0 Contre-fort. 1. 7. 7	47.10. 7	Mur. . . . 130. 0. 0 Talus. . . . . 10. 5. 0 Contre-fort. 11.10. 8	152 3. 8
15	180. 7. 5	4.3	6. 1. 6	5.0	2. 5. 7	Mur. . . . . 63. 9. 0 Talus . . . 14. 0. 9 Contre-fort. 10. 3. 3	88. 1. 0	Mur. . . . . 255. 0. 0 Talus. . . . 17. 6.11 Contre-fort. 88. 8. 0	361. 2.11
20	352. 8. 7	4.6	7. 0. 0	6.0	3. 6. 6	Mur. . . . . 90. 0. 0 Talus. . . . 25. 0. 0 Contre-fort. 23. 7. 4	138. 7. 4	Mur. . . . . 427. 6. 0 Talus. . . . 41. 8. 0 Contre-fort. 236. 3. 4	705. 5. 4
25	608.10. 2	4 9	7.10.6	7.0	4. 4. 5	Mur. . . . . 118. 9. 0 Talus. . . . 39 0. 9 Contre-fort. 39. 1. 7	196.11. 4	Mur. . . . 653. 1. 6 Talus. . 81. 4. 6 Contre-fort. 483. 2. 4	1217 8. 4
30	969. 5. 7	5.0	8. 9. 0	8.0	5. 0. 9	Mur. . . . . 150. 0. 0 Talus. . . . 56. 3. 0 Contre-fort. 67. 7. 1	273.10. 1	Mur. . . . . 937. 6. 0 Talus. . . . 140. 7. 6 Contre fort. 860. 9. 9	1938.11. 3
35	1445. 0. 0	5.3	9. 7. 6	9.0	5. 6. 4	Mur. . . . 183. 9. 0 Talus. . . . 76. 6. 9 Contre-fort. 96. 7. 6	356.11. 3	Mur. . . . . 1286. 3. 0 Talus. . . . 226. 6. 0 Contre-fort. 1377. 5. 4	2890. 2. 4
40	2054. 5. 4	5.6	10. 6. 0	10.0	6. 0. 1	Mur. . . . . 220. 0. 0 Talus. . . . 100. 0. 0 Contre-fort. 133. 4. 6	453. 4. 6	Mur. . . . . 1705. 0. 0 Talus. . . . 333. 4 0 Contre-fort. 2070. 6 10	4108.10.10
45	2819. 7. 3	5.9	11. 4. 6	11.0	6. 4. 8	Mur. . . . . 258. 9. 0 Talus. . . . 126. 6. 9 Contre-fort. 176. 3. 2	561. 6.11	Mur. . . . . 2199. 4. 6 Talus. . . . 474. 7. 3 Contre-fort. 2965. 2. 7	5639. 2. 4
50	3751. 7. 5	6.0	12. 3. 0	12.0	6. 8. 5	Mur. . . . . 300. 0. 0 Talus. . . . 156. 3. 0 Contre-fort. 225. 0. 0	681. 3. 0	Mur. . . . . 2775. 0. 0 Talus. . . . 651. 1. 6 Contre-fort. 4077. 1. 6	7503. 3. 0
55	4876. 4. 5	6.3	13. 1. 6	13.0	6.11.11	Mur. . . . . 343. 9. 0 Talus. . . . 189. 0 9 Contre-fort. 277. 6. 0	810. 3. 9	Mur. . . . . 3437. 6. 0 Talus. . . . 866. 6. 5 Contre-fort. 5448. 8. 4	9752. 8. 9
60	6193. 9. 4	6.6	14. 0. 0	14.0	7. 2. 6	Mur. . . . . 390. 0. 0 Talus. . . . 225. 0. 0 Contre-fort. 336. 6. 0	951. 6. 0	Mur. . . . . 4192. 6. 0 Talus. . . . 1125. 0. 0 Contre-fort. 7070. 0. 8	12387. 6. 8
65	7739. 1. 0	6.9	15. 1. 6	15.0	7. 4. 3	Mur. . . . . 438. 9. 0 Talus . . . 264. 0. 9 Contre-fort. 398. 4. 2	1101. 1.11	Mur. . . . . 5225. 7. 6 Talus. . . 1430. 4. 0 Contre-fort. 9022. 2. 9	15478. 2. 3
70	9576. 0. 1	7.0	15. 9. 0	16.0	7. 8. 3	Mur. . . . . 490. 0. 0 Talus. . . . 306. 3. 0 Contre-fort. 478. 4. 0	1274. 7. 0	Mur. . . . . 6002. 6. 0 Talus. . . . 1786. 5. 6 Contre-fort. 11363. 0. 8	19152. 0. 2
75	11560 0. 0	7.3	16. 7. 6	17.0	7. 9. 4	Mur. . . . . 543. 9. 0 Talus. . . . 351. 6. 9 Contre-fort. 550.11. 1	1446. 2.10	Mur. . . . . 7068. 9 0 Talus. . . . 2197. 3 2 Contre-fort. 13854. 0. 0	23120. 0. 2
80	13862 0. 0.	7.6	17. 6. 0	18.0	7.11. 1	Mur. . . . . 600. 0. 0 Talus. . . . 400. 0. 0 Contre-fort. 633.10. 8	1633.10. 8	Mur. . . . . 8250 0. 0 Talus. . . . 2666. 8. 0 Contre-fort. 16807. 4. 0	27724. 0. 0

V.

TABLE des épaisseurs à donner au sommet et à la base des murs de rempart avec talus et parapets et sans contre-forts, pour que leur résistance soit double de la poussée.

Hauteur des terres à soutenir.	Épaisseur des murs pour $\frac{1}{5}$ de talus. Au sommet.	Épaisseur des murs pour $\frac{1}{5}$ de talus. A la base.	Cube de maçonnerie pour une tranche d'un pied.	Épaisseur des murs pour $\frac{1}{6}$ de talus. Au sommet.	Épaisseur des murs pour $\frac{1}{6}$ de talus. A la base.	Cube de maçonnerie pour une tranche d'un pied.	Épaisseur des murs pour $\frac{1}{8}$ de talus. Au sommet.	Épaisseur des murs pour $\frac{1}{8}$ de talus. A la base.	Cube de maçonnerie pour une tranche d'un pied.	Poussée.	Résistance.
	P. po. lig.	P. po. lig.	P. po. lig.	P. po. lig.	P. po. lig.	P. po. lig.	P. po. lig.	P. po. lig.	P. po. lig.	P. p. lig.	P. po. lig.
10	3. 7. 8	5 7. 8	49. 8. 9	3. 11. 3	5. 7 3	47 8.10	4. 2. 8	5. 5. 8	48. 5. 8	76. 1. 9	152. 3. 6
15	4. 1. 9	7. 1. 9	89. 9. 0	4. 7. 2	7. 1 2	87. 9. 0	5. 1.10	7. 0. 4	91. 4. 3	180. 7. 5	361. 2.10
20	4. 8. 6	8. 8. 6	134. 2. 0	5. 3. 1	8. 7. 1	138.11. 2	6. 0. 2	8. 6. 2	145. 3. 0	352. 8. 7	705. 5. 2
25	5. 5. 9	10. 5. 9	199. 5. 9	6. 0. 0	10. 2. 0	202. 1. 0	6. 11. 8	10. 1. 2	213. 4. 5	608.10. 2	1217. 5. 4
30	5. 10. 5	11 10. 5	266. 0. 6	6. 8. 9	11. 8. 9	276.10. 0	7. 9. 0	11. 6. 0	288. 9. 0	969. 5. 7	1938.11. 2
35	6. 5. 7	13. 5. 7	348. 3. 5	7. 5. 4	13. 3. 4	362.10. 0	8. 6. 0	13. 10. 0	381. 7. 0	1445. 0. 0	2890. 0. 0
40	7. 0. 9	15 0. 9	442. 4. 9	8 1. 0	14. 9. 0	456. 8. 0	9. 7. 2	14. 7. 2	483.10. 8	2054. 8. 4	4108.10. 8
45	7. 8. 0	16. 8. 0	547. 7. 9	8. 10. 6	16. 4. 6	568. 4. 2	10. 5. 7	16. 1. 1	597. 5 11	2819. 7. 3	5639 2. 6
50	8. 3 0	18. 3. 0	662. 6. 0	9. 8. 2	18. 0. 2	692. 4. 0	11 5. 4	17. 8. 4	728. 7. 8	3751. 7. 5	7503. 2.10
55	8. 10. 5	19. 8. 5	790 4. 2	10. 4. 9	19. 6. 9	824. 1. 0	12. 4. 6	19. 3. 0	869. 8. 3	4876. 4. 5	9752. 8.10
60	9. 5. 7	21. 5. 7	928. 2. 4	11. 1. 6	21. 1. 6	967. 9. 7	13. 3. 4	20. 9 4	1021. 8. 0	6193. 9. 4	12387. 6 8
65	10. 0.10	23. 0 10	1077. 0. 0	11. 10. 5	22. 8. 5	1123. 7. 6	14. 2. 4	22. 3.10	1186. 7. 9	7739. 1. 0	15478. 2 0
70	10. 9. 0	24. 9. 0	1242. 6. 0	12. 8. 2	24. 4. 1	1295.11. 2	15. 1. 9	23. 10. 9	1366. 5. 6	9576. 0. 1	19152. 0 2
75	11. 3 7	26. 3. 7	1410. 0. 0	13. 5. 0	25. 11. 0	1475. 0 0	16 0. 3	25. 4. 9	1553. 1. 6	11560. 0. 0	23120. 0 0
80	11. 10. 9	27. 10. 9	1592. 0. 0	14. 1. 2	27. 5. 1	1661. 1. 4	16. 10. 9	26 10. 9	1751. 8. 0	13862. 0. 0	27724. 0 0

VI.

TABLE des épaisseurs à donner au sommet et à la base des murs de terrasse ou de remparts, sans parapets, avec talus et contre-forts, espacés de 18 pieds de milieu en milieu, pour que la résistance de ces murs soit double de la poussée.

Pour un cinquième de Talus.

HAUTEUR des terres à soutenir.	POUSSÉE.	ÉPAISSEUR DES MURS.		CONTRE-FORTS.		CUBE.		RÉSISTANCE.	
		Au sommet.	A la base.	Longueur.	Largeur.				
10	22. 6.11	2.0.0	4. 0. 0	0.0.0	0. 0. 0	Mur..... 20. 0. 0 Talus.... 10. 0. 0 Contre-fort. 0. 0. 0	30. 0. 0	Mur..... 60. 0. 0 Talus.... 13. 4. 0 Contre-fort. 0. 0. 0	73. 4. 0
15	76. 1. 9	2.3.0	5. 3. 0	0.0.0	0. 0. 0	Mur..... 33. 9. 0 Talus ... 22. 6. 0 Contre-fort. 0. 0. 0	56. 3. 0	Mur..... 139. 1. 6 Talus.... 45. 0. 0 Contre-fort. 0. 0. 0	184. 1. 6
20	180. 7. 5	2 6.0	6. 6. 0	0.0.0	0. 0. 0	Mur..... 50. 0. 0 Talus.... 40. 0. 0 Contre-fort. 0. 0. 0	90. 0. 0	Mur..... 262. 6. 0 Talus.... 106. 8. 0 Contre-fort. 0. 0. 0	369. 2. 0
25	352. 8. 7	2.9.0	7. 9. 0	1.10.0	2. 9. 0	Mur..... 68. 9. 0 Talus.... 62 6. 0 Contre-fort. 7. 0. 0	133. 3. 0	Mur..... 438. 4. 6 Talus.... 208. 4. 0 Contre-fort. 60. 8. 0	707 4. 6
30	608.10. 2	3.0.0	9. 0. 0	3.5.0	3. 0. 0	Mur..... 90. 0. 0 Talus.... 90. 0. 0 Contre-fort. 17. 1. 0	197 1. 0	Mur..... 675. 0. 0 Talus.... 360. 0. 0 Contre fort. 182. 8. 4	1217. 8. 4
35	969. 5. 7	3.3.0	10. 3. 0	4.10.3	3. 3. 0	Mur..... 113. 9. 0 Talus.... 122. 6. 0 Contre-fort. 30. 8. 0	266.11. 0	Mur..... 981. 1. 1 Talus.... 571. 8. 0 Contre-fort. 386. 2. 1	1938.11. 2
40	1445. 0. 0	3.6.0	11. 6. 0	5.11.6	3. 6. 0	Mur..... 140. 0. 0 Talus.... 160. 0. 0 Contre-fort. 46. 4. 2	346. 4. 2	Mur..... 1365. 0. 0 Talus.... 853. 4. 0 Contre-fort. 671. 8. 0	2890. 0. 0
45	2054. 5. 4	3.9.0	12. 9. 0	6.11.6	3. 9. 0	Mur..... 168. 9. 0 Talus.... 202. 6. 0 Contre-fort. 65. 2. 9	436. 5. 9	Mur..... 1835. 1.10 Talus.... 1215. 0. 0 Contre-fort. 1058. 8.10	4108.10. 8
50	2819. 7. 3	4.0.0	14. 0. 0	7.10.8	4 0. 0	Mur..... 200. 0. 0 Talus.... 250. 0. 0 Contre-fort. 87. 8. 0	537. 8. 0	Mur..... 2400. 0. 0 Talus... 1666. 8. 0 Contre-fort. 1572. 6. 6	5639. 2. 6
55	3751. 7. 5	4.3.0	15. 3. 0	8.8.4	4. 3. 0	Mur..... 233. 9. 0 Talus.... 302. 6 0 Contre-fort. 112.11. 7	649. 2. 7	Mur..... 3067.11. 3 Talus.... 2218. 4. 0 Contre-fort. 2216.11. 7	7503. 2.10
60	4876. 4. 5	4.6.0	16. 6 0	9.5.10	4. 6. 0	Mur..... 270. 0. 0 Talus.... 360. 0. 0 Contre-fort. 142. 4. 2	772. 4. 2	Mur..... 3847. 6. 0 Talus.... 2880. 0. 0 Contre-fort. 3825. 2.10	9752. 8.10
65	6193. 9. 4	4.9.0	17. 9. 0	10.4.0	4. 9. 0	Mur..... 308. 9. 0 Talus ... 422. 6. 0 Contre-fort. 177. 2. 1	908. 5. 1	Mur..... 4747. 0. 4 Talus.... 3661. 8. 0 Contre-fort. 3978.10. 4	12387. 6. 8
70	7739. 1. C	5.0.0	19. 0. 0	10.9.8	5. 0. 0	Mur..... 350. 0. 0 Talus.... 490. 0. 0 Contre-fort. 210. 0. 5	1050. 0. 5	Mur..... 5775. 0. 0 Talus.... 4573. 4. 0 Contre-fort. 5129.10. 0	15478. 2. 0
75	9576. 0. 0	5.3.0	20. 3. 0	11.6.10	5. 3. 0	Mur..... 393. 9. 0 Talus. .. 562. 6. 0 Contre-fort. 253. 1. 0	1209. 4. 0	Mur..... 6939. 10 1 Talus.... 5625. 0.0 Contre-fort. 6587. 1.11	19152. 0 0
80	11560 0 0.	5.6.0	21. 6. 0	11.11.7	5. 6. 0	Mur..... 440. 0. 0 Talus.... 640. 0. 0 Contre fort. 292. 7 2	1372. 7. 2	Mur..... 8250. 0. 0 Talus.... 6826. 8. 0 Contre-fort. 8043. 4. 0	23120. 0. 0

VII.

TABLE des épaisseurs à donner au sommet et à la base des murs de terrasse ou de remparts, sans parapets, avec talus et contre-forts, espacés de 18 pieds de milieu en milieu, pour que la résistance de ces murs soit double de la poussée.

Pour un sixième de Talus.

Hauteur des terres à soutenir.	POUSSÉE.	ÉPAISSEUR DES MURS. Au sommet.	A la base.	CONTRE-FORTS. Longueur.	Largeur.	CUBE.		RÉSISTANCE.	
10	22. 6.11	2.6.0	4. 2. 0	0.0.0	0. 0. 0	Mur.... 25. 0. 0 Talus.... 8. 4. 0 Contre-fort. 0. 0. 0	33. 4. 0	Mur.... 72.11. 0 Talus.... 9. 3. 1 Contre-fort. 0. 0. 0	82 2. 1
15	76. 1. 9	2.9.0	5. 3. 0	0.0.0	0. 0. 0	Mur.... 41. 3. 0 Talus... 18. 9. 0 Contre-fort 0. 0. 0	60. 0. 0	Mur.... 159.10. 1 Talus.... 30. 5. 0 Contre-fort. 0. 0. 0	190. 3. 1
20	180. 7. 5	3.0.0	6. 4. 0	0.0.0	0. 0. 0	Mur.... 60. 0. 0 Talus.... 33. 4. 0 Contre-fort 0. 0. 0	93. 4. 0	Mur.... 290. 0. 0 Talus... 74. 0.10 Contre-fort. 0. 0. 0	364. 0.10
25	352. 8. 7	3.3.0	7. 5. 0	2.4.0	3. 3. 0	Mur.... 81. 3. 0 Talus.... 52 1. 0 Contre-fort. 10. 6. 4	143.10. 4	Mur.... 470. 6.10 Talus.... 144. 7. 5 Contre-fort. 90. 4. 4	705. 6.17
30	608.10. 2	3.6.0	8. 6. 0	4.2.3	3. 6. 0	Mur.... 105. 0. 0 Talus.... 75. 0. 0 Contre-fort. 24. 4.11	204. 4.11	Mur.... 708. 0. 0 Talus.... 250. 0. 0 Contre-fort. 258.11. 4	1217. 8. 4
35	969. 5. 7	3.9.0	9. 7. 0	5.10.2	3. 9. 0	Mur.... 131. 3. 0 Talus.... 102. 1. 0 Contre-fort. 42. 7. 6	275.11. 6	Mur.... 1011. 8. 7 Talus.... 396.11.10 Contre-fort. 530. 2. 9	1938.11. 2
40	1445. 0. 0	4.0.0	10. 8. 0	7.2.3	4. 0. 0	Mur.... 160. 0. 0 Talus.... 133. 4. 0 Contre-fort. 63.10. 8	357. 2. 8	Mur.... 1386 8. 0 Talus.... 592. 7. 1 Contre fort. 910. 8.11	2890. 0. 0
45	2054. 5. 4	4.3.0	11. 9. 0	8.6.5	4. 3. 0	Mur.... 191. 3. 0 Talus.... 168. 9. 0 Contre-fort. 90. 8. 1	450 8. 1	Mur.... 1840. 9. 4 Talus.... 843. 9. 0 Contre-fort. 1424. 4. 4	4108.10. 8
50	2819. 7. 3	4.6.0	12.10. 0	9.6.8	4. 6. 0	Mur.... 225. 0. 0 Talus.... 208. 4. 0 Contre-fort. 119. 5. 3	552. 9. 3	Mur.... 2381. 3. 0 Talus.... 1157. 4.10 Contre-fort. 2100. 6 8	5639. 2. 6
55	3751. 7. 5	4.9 0	13.11. 0	10.7.0	4. 9. 0	Mur.... 261. 3. 0 Talus.... 252. 1. 0 Contre-fort. 153. 7. 2	666.11. 2	Mur.... 3015. 3. 1 Talus.... 1540. 6. 1 Contre-fort. 2947. 5. 8	7503. 2.10
60	4876. 4. 5	5 0.0	15. 0 0	11.6 8	5. 0. 0	Mur.... 300. 0. 0 Talus.... 300. 0. 0 Contre-fort. 192.10. 5	792.10. 5	Mur.... 3750. 0. 0 Talus.... 2000. 0. 0 Contre-fort. 4002. 8.10	9752. 8.10
65	6193. 9. 4	5 3.0	16 1. 0	12.5.0	5. 3. 0	Mur.... 341. 3. 0 Talus 352. 1. 0 Contre-fort. 235. 4. 9	928. 8. 9	Mur.... 4592. 7.10 Talus.... 2542. 9.10 Contre-fort. 5252. 1. 0	12387. 6. 8
70	7739. 1. 0	5.6.0	17. 2. 0	13.3 2	5. 6 0	Mur.... 385. 0. 0 Talus.... 408. 4. 0 Contre-fort. 283. 8. 4	1077. 0. 4	Mur.... 5550. 5. 0 Talus.... 3175.11. 1 Contre-fort. 6751. 9.11	15478. 2. 0
75	9576. 0. 0	5.9.0	18. 3. 0	14.2.3	5. 9. 0	Mur.... 431. 3. 0 Talus.... 468. 9. 0 Contre-fort. 339.10.10	1239.10 10	Mur.... 6630. 5 7 Talus... 3906. 3. 0 Contre-fort 8615. 3. 5	19152. 0 0
80	11560 0 0.	6.0.0	19. 4. 0	14.9.5	6. 0. 0	Mur.... 480. 2. 0 Talus.... 533. 4. 0 Contre-fort. 394. 3. 1	1407. 7. 1	Mur.... 7840. 0. 0 Talus.... 4739.10.10 Contre-fort. 10540. 1. 2	23120. 0. 0

VIII.

TABLE des épaisseurs à donner au sommet et à la base des murs de terrasse ou de remparts, sans parapets, avec talus et contre-forts, espacés de 18 *pieds de milieu en milieu, pour que la résistance de ces murs soit double de la poussée.*

Pour un huitième de Talus.

HAUTEUR des terres à soutenir.	POUSSÉE.	ÉPAISSEUR DES MURS. Au sommet.	ÉPAISSEUR DES MURS. A la base.	CONTRE-FORTS. Longueur.	CONTRE-FORTS. Largeur.	CUBE.		RÉSISTANCE.	
10	22. 6.11	3.0.0	4. 3. 0	0.0.0	0. 0. 0	Mur. . . . . 30 0. 0 Talus. . . . 6. 3. 0 Contre-fort. 0. 0. 0	36. 3. 0	Mur. . . . . 60. 9. 0 Talus. . . . 10. 5. 0 Contre-fort. 0. 0. 0	71. 2. 0
15	76. 1. 9	3.3.0	5. 1. 6	0.0.0	0. 0. 0	Mur. . . . . 48. 9. 0 Talus . . . 14. 0. 9 Contre-fort. 0. 0. 0	62. 9. 9	Mur. . . . . 170. 7. 6 Talus. . . . 17. 6. 1 Contre-fort. 0. 0. 0	188. 2. 5
20	180. 7. 5	3.6.0	6. 0. 0	0.10.6	3. 6. 0	Mur. . . . . 70. 0. 0 Talus. . . . 25. 0. 0 Contre-fort 3. 4.10	98. 4.10	Mur. . . . . 297. 6. 0 Talus. . . . 41. 8. 0 Contre-fort. 22. 0.10	361. 2.10
25	352. 8. 7	3.9.0	6.10.6	3.5.7	3. 9. 0	Mur. . . . . 93. 9. 0 Talus. . . . 39 0. 9 Contre-fort. 19. 5. 2	152. 2.11	Mur. . . . . 468. 9. 0 Talus. . . . 81. 4. 6 Contre-fort. 155. 3. 8	705. 5. 2
30	608.10. 2	4.0.0	7. 9. 0	5.6.2	4. 0. 0	Mur. . . . . 120. 0. 0 Talus. . . . 56. 3. 0 Contre-fort. 36.11. 2	213. 2. 2	Mur. . . . . 690. 0. 0 Talus. . . . 140. 7. 6 Contre-fort. 387. 0.10	1217. 8. 4
35	969. 5. 7	4.3.0	8. 7. 6	7.4.0	4. 3. 0	Mur. . . . . 148. 9. 0 Talus. . . . 76. 6. 9 Contre-fort. 60. 7. 2	285.10.11	Mur. . . . . 966.10. 6 Talus. . . . 226. 6. 0 Contre-fort. 745. 6. 8	1938.11. 2
40	1445. 0. 0	4.6.0	9. 6. 0	8.11.4	4. 6. 0	Mur. . . . . 180. 0. 0 Talus. . . . 100. 0. 0 Contre-fort. 89. 6. 0	369. 6. 0	Mur. . . . . 1305. 0. 0 Talus. . . . 333. 4. 0 Contre-fort. 1251. 8. 0	2890. 0. 0
45	2054. 5. 4	4.9.0	10 4. 6	10.4.10	4. 9. 0	Mur. . . . . 213. 9. 0 Talus. . . . 126. 6. 9 Contre-fort. 123. 6. 8	463.10. 5	Mur. . . . . 1710. 0. 0 Talus. . . . 474. 7. 3 Contre-fort. 1924. 3. 5	4108.10. 8
50	2819. 7. 3	5.0.0	11. 3. 0	11.9.2	5. 0. 0	Mur. . . . . 250. 0. 0 Talus. . . . 156. 3. 0 Contre-fort. 163. 5. 5	569. 8. 5	Mur. . . . . 2187. 6. 0 Talus. . . . 651. 1. 6 Contre-fort. 2800. 7. 0	5639. 2. 6
55	3751. 7. 5	5.3.0	12. 1. 6	13.0.3	5. 3. 0	Mur. . . . . 288. 9. 0 Talus. . . . 189. 0. 9 Contre-fort. 220. 0. 7	697.10. 4	Mur. . . . . 2743. 1. 6 Talus. . . . 866. 6. 5 Contre-fort. 3893. 6.11	7503. 2.10
60	4876 4. 5	5.6.0	13. 0. 0	14.2.9	5. 6. 0	Mur. . . . . 330. 0. 0 Talus. . . . 225. 0. 0 Contre-fort 261. 0. 7	816. 0. 7	Mur. . . . . 3382. 6. 0 Talus. . . . 1125. 0. 0 Contre-fort. 5245. 2.10	9752. 8.10
65	6193. 9 4	5.9.0	13.10. 6	15.3.8	5. 9. 0	Mur. . . . . 373. 9. 0 Talus . . . 264. 0. 9 Contre-fort. 317. 9. 4	955. 7. 1	Mur. . . . . 4111. 3. 0 Talus. . . . 1430. 4. 0 Contre-fort. 6845.11. 8	12387. 6. 8
70	7739. 1. 0	6.0.0	14. 9. 0	16.4.5	6. 0. 0	Mur. . . . . 420. 0. 0 Talus. . . . 306. 3. 0 Contre-fort. 381.11. 0	1108. 2. 0	Mur. . . . . 4935. 0. 0 Talus. . . . 1786. 5. 6 Contre-fort. 8756. 8. 6	15478. 2. 0
75	9576 0 0	6.3.0	15. 7. 6	17.5.9	6. 3. 0	Mur. . . . . 468. 9. 0 Talus. . . . 351. 6. 9 Contre-fort. 455. 2. 3	1275. 6. 0	Mur. . . . . 5859. 4 6 Talus. . . . 2197. 3. 2 Contre-fort. 11095. 4. 4	19152 0. 0
80	11560 0. 0.	6.6.0	16. 6. 0	18.3.5	6. 6. 0	Mur. . . . . 520. 0. 0 Talus. . . . 400. 0. 0 Contre-fort. 528. 2. 7	1448. 2. 7	Mur. . . . . 6900. 0. 0 Talus. . . . 2666. 8. 0 Contre-fort. 13553. 4. 0	23120. 0. 0

IX.

TABLE des épaisseurs à donner au sommet et à la base des murs de rempart en talus sans contre-forts ni parapets, pour que leur résistance soit double de la poussée.

Hauteur des terres à soutenir.	Épaisseur des murs pour $\frac{1}{5}$ de talus. Au sommet.	Épaisseur des murs pour $\frac{1}{5}$ de talus. A la base.	Cube de maçonnerie pour une tranche d'un pied.	Épaisseur des murs pour $\frac{1}{6}$ de talus. Au sommet.	Épaisseur des murs pour $\frac{1}{6}$ de talus. A la base.	Cube de maçonnerie pour une tranche d'un pied.	Épaisseur des murs pour $\frac{1}{8}$ de talus. Au sommet.	Épaisseur des murs pour $\frac{1}{8}$ de talus. A la base.	Cube de maçonnerie pour une tranche d'un pied.	Poussée.	Résistance.
	P. po. lig.	P. po. lig.	P. po. lig.	P. po. lig.	P. po. lig.	P. po. lig.	P. po. lig.	P. po. lig.	P. po. lig.	P. p. lig.	P. po. lig.
10	2. 0. 0	4. 0. 0	30. 0. 0	2. 6. 0	4. 2 0	33. 4. 0	3. 0. 0	4. 3. 0	36. 3. 0	22. 6.11	45. 1.10
15	2. 3. 0	5. 3. 0	56. 3. 0	2. 9. 0	5. 3. 0	60. 0. 0	3. 3. 0	5. 1. 6	62. 6. 0	76. 1. 9	152. 3. 6
20	2. 6. 0	6. 6. 0	90. 0. 0	3. 0. 0	6. 4. 0	93. 4. 0	3. 6. 0	6. 0. 0	95. 0. 0	180. 7. 5	361. 2.10
25	3. 0. 8	8. 0. 8	139.10. 8	3. 8. 8	7. 10. 8	145. 1. 8	4. 7. 11	7. 8. 3	154. 4. 1	352. 8. 7	705. 5. 2
30	3. 7. 9	9. 7. 9	199. 4. 6	4. 5. 6	9. 5. 6	208. 9. 0	5. 6. 2	9. 3. 5	221.10. 6	608.10. 2	1217. 8. 4
35	4. 3. 4	11. 3. 4	272. 2. 8	5. 2. 9	11. 2. 9	288. 0. 3	6. 5. 3	10. 9. 5	301. 4. 8	969. 5. 7	1938.11. 2
40	4. 10. 6	12 10. 6	355. 0. 0	5. 11. 6	12. 7. 5	371. 8. 0	7. 4. 3	12. 4. 3	394. 2. 0	1445. 0. 0	2890. 0. 0
45	5. 5. 9	14. 5. 9	449. 0. 9	6. 8. 3	14. 2. 3	469. 8. 3	8. 2. 7	13. 10. 5	496.10. 6	2054. 5. 4	4108.10. 8
50	6. 1. 0	16. 1. 0	554. 2. 0	7. 5. 3	15. 9. 2	580. 2. 6	9. 2. 4	15. 5. 4	615.11. 8	2819. 7. 3	5639 2. 6
55	6. 8. 4	17. 8. 4	670. 8. 4	8. 2. 9	17. 3. 4	701 3. 0	10. 1.11	16. 11. 6	745. 6. 8	3751. 7. 5	7503. 2.10
60	7. 3. 7	19. 3. 7	797.11. 0	8. 11. 1	18. 11. 1	835. 5. 0	11. 0. 4	18 6. 5	886. 8. 0	4876. 4. 5	9752. 8.10
65	7. 11. 0	20. 11. 0	937. 1. 0	9. 8. 1	20. 5. 9	979.11. 7	12. 0. 1	20. 0. 4	1040. 5. 5	6193. 9. 4	12387. 6. 8
70	8. 6. 4	22. 6. 4	1086.11. 0	10. 5. 1	22. 1. 0	1137.11.10	12. 10. 6	21. 7. 6	1207. 6. 6	7739. 1. 0	15478. 2. 0
75	9. 2. 4	24. 2. 4	1252. 1. 0	11. 2. 7	23. 8. 5	1309. 4. 6	13. 10. 2	23 3. 0	1391. 1. 9	9576. 0. 0	19152. 0. 0
80	9. 9. 8	25. 9. 8	1424. 5. 4	11. 11. 0	25. 3. 0	1486. 8. 0	14. 8. 5	24 8. 5	1576. 1. 4	11560. 0. 0	23120 0. 0

Pour la longueur des contre-forts, on a commencé à établir celle pour 10 pieds de hauteur, en raison des talus, ensuite on a fixé leur augmentation pour chaque hauteur de 5 pieds,

à 8 pouces pour un cinquième de talus,
à 9 pouces pour un sixième,
à 1 pied pour un huitième.

Quant aux largeurs indiquées dans la sixième colonne, comme mon objet était d'avoir toujours une résistance double de la poussée, j'ai été obligé d'employer le calcul pour les déterminer.

Le motif qui m'a déterminé dans la fixation du premier terme, à partir duquel doit commencer le complément de mesure nécessaire pour produire cette résistance, est la facilité qui en résulte pour le calcul.

Il nous suffira d'en donner un exemple, pour faire connaître la manière d'opérer.

Ainsi pour un revêtement de 30 pieds de hauteur dont le talus est fixé au sixième, on trouvera dans la troisième table que l'épaisseur au sommet doit être de 4 pieds 6 pouces, ce qui donne pour la superficie de la partie rectangulaire du profil $30 \times 4^{pi}.\ 6^{po}.$, qui donne 135. Pour avoir sa résistance, il faut multiplier cette surface par son bras de levier, égal à la base du triangle formant le talus, plus la moitié de la largeur du rectangle, c'est-à-dire à $5 + 2\frac{1}{4}$ ou $7\frac{1}{4}$; ce qui donne. . $978\frac{3}{4}$.

A ce produit on ajoute celui de la superficie du triangle formant le talus, par son bras de levier égal aux deux tiers de la base, c'est-à-dire $\frac{30 \times 5}{2} \times \frac{10}{3}$, qui donne. . . . . 250 0.

Et pour ces deux résistances. . . . . $1228\frac{3}{4}$.

Pour trouver celle des contre-forts, je soustrais ce total du double de la poussée, qui se trouve pour cette hauteur $= 1938{,}94$, le reste 710,19 est l'expression de la résistance d'un des contre-forts divisée par 18, qui est la distance des contre-forts de milieu en milieu. La longueur de ces contre-forts étant donnée, je puis avoir l'expression de leur résistance, indépendamment de leur épaisseur, en multipliant leur superficie $30 \times 7 = 210$, par leur bras de levier qui est égal à l'épaisseur du mur par le bas, plus la moitié de la longueur du contre-fort, c'est-à-dire à 9 pieds 6 pouces, plus 3 pieds 6 pouces qui font ensemble 13 pieds, ce qui donnera 2730, qu'il faut diviser par 18 pour avoir le quotient $151\frac{2}{3}$; mais comme la résistance de chaque contre-fort doit être de 710 $\frac{19}{100}$, pour que celle du revêtement soit double de la poussée, on divisera 710,19 par 151,66, et le quotient donnera l'épaisseur des contre-forts de 4 pieds $\frac{6}{10}$, ou 4 pieds 8 pouces 2 lignes, comme elle est indiquée dans la sixième colonne de la troisième table, sur la ligne qui correspond à 30 pieds de hauteur. Les cubes de maçonnerie qui se trouvent dans la septième colonne, et leurs résistances qui se trouvent dans la huitième, ont été trouvés par les mêmes opérations que nous avons ci-devant détaillées à l'occasion de la résistance des profils de MM. de Vauban et Bélidor. Mais afin de faire connaître pour combien chaque partie contribue à la totalité du cube et de la résistance, nous avons exprimé séparément le cube et la résistance du mur, du talus et des contre-forts.

Ces trois parties ont été combinées de manière à produire la plus grande résistance avec le moins de matière possible; les épaisseurs de mur au sommet et les dimensions des contre-forts sont en raison inverse des talus, c'est-à-dire qu'elles sont d'autant plus grandes que ces talus sont plus petits.

On peut encore remarquer dans chaque tableau, qu'à mesure que les murs sont plus élevés, les cubes des différentes parties produisent une plus grande résistance; ainsi dans la troisième table, on voit que pour 10 pieds de hauteur, 35 pieds cubes de mur produisent une résistance de 119 pieds 7 pouces, c'est-à-dire plus de trois fois plus grande, tandis que pour 80 pieds de hauteur, 560 pieds cubes produisent 9426 pieds 8 pouces, c'est-à-dire une quantité 17 fois plus grande que le cube de matière : de même un talus produisant 8 pieds 4 pouces cubes ne forme pour 10 pieds de hauteur qu'une résistance de 9 pieds 3 pouces, tandis que pour 80, ce même talus produisant un cube de 533 pieds 4 pouces, forme une résistance de 4739 pieds 10 pouces 10 lignes, c'est-à-dire presque 9 fois plus grande.

Enfin le cube des contre-forts, qui n'est que de 3 pieds 3 pouces pour 10 pieds, produit une résistance de 23 pieds 5 pouces 6 lignes, c'est-à-dire de 7 fois plus grande; mais pour 80 pieds de hauteur, le cube des contre-forts étant de 491 pieds 2 pouces 9 lignes, produit une résistance de 13557 pieds 5 pouces 3 lignes, c'est-à-dire plus de 27 fois et demie; d'où il résulte qu'à cube égal, ce sont les contre-forts qui produisent la plus grande résistance.

Ce résultat ne détruit pas ce que nous avons dit ci-devant, page 191, que le moindre cube de matière que paraissent exiger les contre-forts, se compense par la plus grande dépense qu'occasione le développement de leurs faces et l'établissement d'un massif général au-dessous. Pour le prouver, nous allons prendre pour exemple le dernier article des trois tables précédentes, qui indique les dimensions d'un mur de revêtement de 80 pieds de hauteur, avec un talus à l'extérieur et des contre-forts à l'intérieur, espacés de 18 pieds de milieu en milieu, comme le propose M. de Vauban : ainsi dans la table II^e., calculée pour un cinquième de talus, on trouve que pour 80 pieds de hauteur, le cube général du mur avec son talus, ses contre-forts réduits pour une tranche de profil d'un pied d'épaisseur, est 1535 pieds un pouce 10 lignes, formant une résistance de 27724 pieds, évaluée en même matière que le mur.

Nous allons chercher quelle devrait être l'épaisseur à donner à la partie rectangulaire du mur, pour produire une résistance égale en supprimant les contre-forts et conservant le même talus. La résistance de ce talus qui est de 6826 $\frac{2}{3}$, restant la même, le surplus de l'effort à soutenir ne sera plus que de 20897 $\frac{1}{3}$, nommant R cet effort,

a la base du talus conservé $= 16$ pieds,

d la hauteur du mur $= 80$ pieds,

x la largeur de la partie rectangulaire que l'on cherche, on aura l'équation $dx \times \left(a + \frac{x}{2}\right) = \mathrm{R}$, qui se réduit, en faisant les opérations ci devant expliquées, à $x = \sqrt{\frac{2\mathrm{R}}{d} + aa} - a$, dans laquelle, substituant les valeurs connues, il vient

$$x = \sqrt{\frac{20897 \frac{1}{3} \times 2}{80} + 16 \times 16} - 16,$$

qui donne, après avoir fait les calculs indiqués, $x = 11$ pieds $\frac{9}{10}$; ainsi en donnant au revêtement par le haut cette épaisseur et un cinquième de talus à l'extérieur, il aura autant de résistance qu'avec des contre-forts de 13 pieds de long, sur 6 pieds 5 pouces 11 lignes de large : mais au lieu de 1535 pieds 1 pouce 10 lignes cubes de maçonnerie, il en faudra 1592, ce qui fait 57 pieds de plus. Il est évident que cette faible augmentation ne compenserait pas le massif indispensable à établir sous les murs et contre-forts, pour leur procurer une base commune, et obvier à l'inégalité de tassement capable de faire détacher ces contre-forts du mur et de les rendre par conséquent inutiles, indépendamment de la plus grande dépense qu'occasione le développement des surfaces de ces contre-forts.

Pour un sixième de talus, on trouve dans la table III[e]., que pour 80 pieds de hauteur, le cube total du mur, talus et contre-forts réduits à un profil d'un pied d'épaisseur, serait de 1584 pieds 7 pouces 2 lignes, dont la résistance est, comme pour le précédent, de 27724 pieds. Celle du talus étant de 4739 pieds 10 pouces 10 lignes, il reste pour la valeur de R, 22984, celle de a étant 13 pieds 4 pouces, et d, 80 pieds.

La formule $x = \sqrt{\frac{2R}{d} + aa} - a$, devient

$x = \sqrt{\frac{22984 \times 2}{80} + 13\frac{1}{3} \times 13\frac{1}{3}} - 13\frac{1}{3}$, qui donne, après avoir fait les opérations indiquées, $x = 14$ pieds $\frac{1}{10}$ pour l'épaisseur à donner au sommet du mur dont le cube, compris la partie formant talus, serait de 1661, au lieu de 1584 pieds 7 pouces 2 lignes qu'il produit avec les contre-forts, ce qui fait 76 pieds $\frac{3}{4}$ de différence, laquelle est insuffisante pour compenser le massif des fondemens et la plus-valeur de la main-d'œuvre.

Enfin, pour un huitième de talus, on trouve par des opérations semblables aux précédentes, $x = 16$ pieds $\frac{95}{100}$, ce qui produit une augmentation de cube de 122 pieds, dont la valeur serait encore au-dessous de celle des massifs et des précautions qu'exigent les contre-forts.

La table V indique les épaisseurs au sommet et à la base des revêtemens, avec parapet sans contre-forts pour les trois espèces de talus indiqués dans les précédentes, avec leur cube et leur résistance comparés à la poussée.

Voulant connaître la forme de revêtement qui oppose la plus grande résistance sous le moindre volume, indépendamment des principes de la théorie et des exemples tirés des constructions de ce genre, j'ai fait un grand nombre d'expériences, desquelles il résulte que si du centre de gravité q de la masse de terre triangulaire qui cause la poussée, on mène une parallèle qP, Figures 1, 2 et 3, à la pente que prend naturellement la terre qu'on éprouve, jusqu'à la rencontre de la base prolongée en P, le triangle PDF représentera la Figure du revêtement qui oppose la plus grande résistance. Ainsi un revêtement en bois dont le profil est égal à ce triangle soutient l'effort de la poussée de la poudre de grès, quoique sa pesanteur spécifique ne soit que la moitié de celle de cette poudre.

Cette expérience est d'accord avec la théorie, qui prouve que lorsque la direction d'une puissance ne passe pas au-dessus du point de sa base, qui forme point d'appui, elle ne peut pas le renverser, mais seulement le faire glisser.

En supposant que le talus naturel des terres est de 45 degrés comme dans la Figure 3, la base DP du triangle devient le tiers de la hauteur; mais comme le profil des revêtemens est presque toujours un trapèze, tel que FDHK, Figure 5, ou un rectangle, il en résulte que lorsqu'ils ont pour base le tiers de la hauteur, ils ne peuvent jamais être renversés par l'effort de la poussée, tel grand qu'on puisse le supposer. Ainsi les épaisseurs de la table précédente auraient pu être moindres pour les hauteurs au-dessous de 80 pieds, si nous n'avions eu en vue que la poussée des terres; mais nous avons considéré que ces murs, au lieu d'être d'une seule pièce, ne sont composés que de parties réunies par leurs poids, leur forme et le mortier qui ne commence à les lier fortement qu'au bout d'un certain espace de temps; en sorte que pour être solides, ils doivent avoir, indépendamment de l'épaisseur nécessaire pour résister aux efforts qu'ils ont à soutenir, une épaisseur qu'on ne saurait fixer à moins de trois pieds. C'est pourquoi nous avons considéré la résistance indépendamment de la direction de la poussée, qui rend son bras de levier nul, dès que la base du mur a plus du tiers de sa hauteur.

Les quatre dernières tables ne diffèrent des quatre précédentes, que parce qu'elles sont faites pour des revêtemens sans parapets, ou des murs de terrasse ordinaires, terminés par un petit mur d'appui.

Il faut cependant remarquer que dans les tables II, III, IV, la longueur des contre-forts étant donnée, c'est leur épaisseur que l'on a cherchée par le calcul; au lieu que dans les tables VI, VII, VIII, c'est la largeur des contre-forts qui est donnée et leur longueur que l'on a cherchée. Par cette dernière méthode, la largeur des contre-forts est égale à l'épaisseur du mur au sommet, ce qui produit une résistance plus forte à masse égale, mais l'autre est d'une application plus facile.

La formule pour trouver la longueur des contre-forts, quand toutes les autres dimensions sont connues, est

$x = \sqrt{\frac{2Rf}{de} + cc} - c$, dans laquelle

R indique le double de la résistance que doit avoir chaque contre-fort,

f, la distance du milieu d'un contre-fort à l'autre,

d, la hauteur des terres à soutenir,

e, la largeur du contre-fort,

x, sa longueur,

et c, l'épaisseur des murs ou revêtemens à la base, c'est-à-dire en y comprenant le talus.

Ainsi, pour une hauteur de 30 pieds et un huitième de talus (table VIII), la résistance de chaque contre-fort devant être $387^{p}\ 0^{o},10^{l} = R$ 2 R sera $774^{p}\ 1^{o}\ 8^{l}$, $f = 18$; $d = 30$; $e = 4$, et $c = 7^{p}\ 9^{o}$; ces valeurs substituées dans la formule, donneront

$$x = \sqrt{\frac{774^{p}.\ 1^{po}.\ 8^{l}. \times 18}{30 \times 4} + 7^{pi}.\ 9^{po}. \times 7^{pi}.\ 9^{po}.} - 7^{pi}.\ 9^{po}.,$$

qui donne, après avoir fait les calculs indiqués, $x = 5$ pieds 6 pouces 2 lignes pour la longueur à donner au contre-fort.

Il faut encore remarquer que, pour donner plus d'épaisseur à ces murs pour les petites hauteurs, on n'a commencé à leur donner de contre-forts qu'à 25 pieds d'élévation, pour $\frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{6}$ de talus, et à 20 pieds pour $\frac{1}{5}$.

Quant à la table IX, il n'y a rien à ajouter à ce qui a été dit au sujet de la table V.

Méthode facile pour trouver l'épaisseur des murs de terrasse et de revêtement.

Comme les différentes méthodes que nous avons ci-devant indiquées peuvent paraître trop longues et trop difficiles à plusieurs de nos lecteurs, nous allons terminer cet article par des règles faciles, qui n'exigent que la connaissance des premiers principes de géométrie et d'arithmétique. Ces règles simples donnent des résultats assez justes pour qu'on puisse s'en servir avec confiance, étant fondées sur les mêmes principes que les méthodes précédentes, et donnant des résultats un peu plus forts, ce qui est à l'avantage de la solidité.

Première règle. — Trouver, par une opération géométrique, l'épaisseur à donner à un mur à plomb, pour qu'il résiste avec une force suffisante à la poussée des terres.

Ayant trouvé par une expérience quelconque la pente naturelle de l'espèce de terre à soutenir, on fera les triangles AED ou ABD, Figures 1 et 3, Planche CLXXXXII, dont les hauteurs AE ou AB, soient égales à celle Pl. 192.
des terres à soutenir, en sorte que les lignes ED et BD représentent l'inclinaison que prennent les terres, lorsqu'elles ne sont pas soutenues; ayant divisé ED ou BD en six parties égales, avec une de ces parties pour rayon, et du point D comme centre, on décrira un arc de cercle qui coupera la base AD, prolongée en un point k, et Dk sera l'épaisseur cherchée.

Deuxième règle, par le calcul.

Si l'on prend 45 degrés pour la pente naturelle des terres, ainsi qu'il est d'usage, cette ligne BD sera la diagonale d'un carré, dont on connaît toujours le côté AB indiquant la hauteur des terres à soutenir. Pour avoir la longueur de cette ligne BD, il suffit de connaître le rapport du côté du carré avec sa diagonale; quoique ce rapport soit reconnu incommensurable, on peut cependant, pour l'usage ordinaire, adopter sans erreur sensible celui de 70 à 99 qui donne, à $\frac{1}{9800}$ près, le carré de la diagonale double de celui des côtés dont les racines indiquent le véritable rapport de ces deux lignes.

Ainsi, supposant la hauteur AB de 15 pieds, on aura $ED = \frac{15 \times 99}{70}$, qui donne, en faisant les calculs indiqués, 21 pieds 2 pouces 7 lignes; divisant cette grandeur par 6, le quotient 3 pieds 6 pouces 5 lignes sera l'épaisseur cherchée, au lieu de 3 pieds 1 pouce 9 lignes que donnerait la formule indiquée page 175, ainsi qu'on le voit à la 4^e. *application*. page 179.

Si l'on veut une plus grande résistance, on prendra le cinquième au lieu du sixième, ce qui donnera 4 pieds 3 pouces d'épaisseur au mur, et produira une résistance presque double de la poussée, comme dans les tables précédentes.

Troisième règle.

Si au lieu d'un mur à plomb, on veut faire un mur avec un talus de $\frac{1}{6}$, on ne donnera à l'épaisseur du mur par le haut que le neuvième de la diagonale; ainsi pour 15 pieds de hauteur, l'épaisseur par le haut sera de 2 pieds 4 pouces 3 lignes, et par le bas de 4 pieds 10 pouces 3 lignes.

Si l'on ne veut donner au talus que un huitième, il faudra que l'épaisseur au sommet soit le huitième de la diagonale; ainsi pour 24 pieds de hauteur, la diagonale étant de 33 pieds 11 pouces 3 lignes, l'épaisseur par le haut sera de 4 pieds 2 pouces 10 lignes, et par le bas de 7 pieds 2 pouces 10 lignes.

Quatrième règle.

Pour trouver l'épaisseur d'un mur à plomb, auquel on veut ajouter des contre-forts de même épaisseur que le mur, éloignés de 18 pieds de milieu en milieu, on divisera la ligne de pente ou diagonale en dix parties égales; une de ces parties sera l'épaisseur cherchée. Exemple :

En supposant cette pente à 45 degrés pour 40 pieds de hauteur, la diagonale sera de 56 pieds 6 pouces 10 lignes, dont le dixième sera 5 pieds 7 pouces 10 lignes. La longueur des contre-forts sera le double, c'est-à-dire de 11 pieds 3 pouces 8 lignes, et leur épaisseur, comme celle du mur, de 5 pieds 7 pouces 10 lignes. En faisant le calcul qui résulte de ces dimensions, on trouvera que la résistance de ce mur avec les contre-forts, serait exprimée par 2497^{p} 1^{o} 7^{l}, tandis que la poussée des terres n'est que de 1445.

Cinquième règle.

Si le mur auquel on ajoute des contre-forts avait un talus, pour trouver l'épaisseur du mur au sommet, il faut d'abord déterminer la moindre épaisseur pour 10 pieds de hauteur, afin d'avoir une certaine solidité, indépendamment de celle nécessaire pour soutenir la poussée des terres. Cette épaisseur peut être fixée à 2 pieds; pour les hauteurs au-dessus, on ajoutera pour chaque pied une quantité qui doit être d'autant plus grande que le talus sera moindre.

Ainsi, pour un talus de $\frac{1}{5}$ on ajoutera 5 lignes,
pour $\frac{1}{6}$ — 6 lignes,
pour $\frac{1}{8}$ — 9 lignes;
on donnera aux contre-forts la même épaisseur qu'au mur, et leur longueur sera double.

EXEMPLE.

Pour un cinquième de talus et 40 pieds de hauteur, on ajoutera à 2 pieds 40 fois 5 lignes, ce qui donnera 3 pieds 4 pouces 6 lignes pour l'épaisseur du mur au sommet et la largeur des contre-forts; leur longueur sera le double, c'est-à-dire 6 pieds 9 pouces.

Les calculs faits d'après ces dimensions donnent pour la résistance 2907, *au lieu de* 2890 *indiqué dans la table IV*, *ou un peu plus du double de la poussée.*

Pour un sixième de talus et même hauteur, en multipliant la hauteur par 6 lignes en y ajoutant 2 pieds, on trouvera pour l'épaisseur au sommet du mur et la largeur des contre-forts, 3 pieds 8 pouces, sur 7 pieds 4 pouces de longueur. *Les calculs faits d'après ces dimensions, donnent pour résistance* 2926, *au lieu de* 2890 *indiqué dans la table VII.*

Enfin pour un huitième de talus et même hauteur, on trouvera, en multipliant la hauteur par 9 lignes, l'épaisseur du mur au sommet de 4 pieds 6 pouces, et la longueur des contre-forts de 9 pieds, produisant une résistance de 2943, *au lieu de* 2890, *indiqué dans la table VIII*, *contre une poussée de* 1445.

Il faut remarquer que, dans les deux premiers exemples que nous venons de citer, les quantités de lignes par lesquelles on multiplie la hauteur croissent comme les dénominateurs des fractions qui indiquent le talus; mais elles ne suivent pas la même progression pour les talus au-dessus du premier exemple et au-dessous du troisième : car elle devient zéro lorsque le talus est les $\frac{3}{8}$ de la hauteur, tandis que pour $\frac{1}{12}$ de talus elle est de 25 lignes. Pour un mur d'aplomb il faudrait 48 lignes pour avoir la même résistance que les murs en talus dont il vient d'être question, qui d'ailleurs sont le plus généralement en usage.

SIXIÈME SECTION.

THÉORIE DES VOUTES.

Les voûtes en général peuvent être considérées sous trois points de vue différens :

1°. Sous le rapport de leur forme ;

2°. Par rapport à la manière dont elles sont construites ;

3°. Relativement à leur poussée.

Sous le premier rapport, l'étude des voûtes fait l'objet de la Ire. Section du IIIe. Livre, qui traite de la stéréotomie, et dans lequel il est question du tracé des courbes qui peuvent servir à former les surfaces intérieures des voûtes. Considérée sous le second rapport, cette étude embrasse les connaissances relatives à l'appareil et à la construction des voûtes qui ont été exposées dans le plus grand détail dans les IIIe., IVe., Ve. et VIe. Sections du IIIe. Livre, ainsi que dans la IIIe. Section du IVe. qui traite de la maçonnerie. L'étude des voûtes, considérée sous le rapport de leur poussée, repose sur des connaissances théoriques qui expliquent les conditions et les principes de statique en vertu desquels elles se soutiennent; c'est ce qui forme la théorie des voûtes que nous allons exposer dans cette Section.

On n'a commencé que très-tard à sentir la nécessité de soumettre le problème de l'équilibre des voûtes aux lois de la mécanique. Il ne paraît pas que les anciens architectes, non plus que ceux de l'époque de la renaissance, fussent conduits par des principes certains et géométriques dans la recherche des moyens qu'ils employaient pour assurer la solidité des diverses parties de leurs édifices, et particulièrement des voûtes [1]. L'expérience, l'imitation, et *une mécanique naturelle* [2], leur servaient de guides. En effet, bien qu'on observe en général dans tous leurs monumens une grande sûreté dans les moyens d'exécution, et l'apparence d'une hardiesse extraordinaire dans quel-

[1] Voyez les Notes additionnelles sur les Planches.

[2] Introduction de la statique des voûtes, de Bossut, qui termine son Traité de Mécanique, publié à Paris, en 1802.

ques-uns d'entre eux, *ces résultats semblent néanmoins relever bien plus de l'art que de la science.*

Vitruve qui florissait sous Auguste, et qui a rassemblé dans son ouvrage toutes les connaissances qu'il regarde comme nécessaires à ceux qui exercent la profession d'architecte, ne parle aucunement des secours qu'ils doivent emprunter de la mécanique pour connaître et décomposer les forces, et pour renvoyer leurs efforts vers des appuis capables de les soutenir. Il ne dit rien non plus de l'*art du trait* ou de la coupe des pierres et des bois. Vraisemblablement les anciens architectes, de même que ceux qui ont brillé aux quatorzième et quinzième siècles, occupés d'une manière trop exclusive de tout ce qui regardait la décoration externe et la distribution interne de leurs édifices, abandonnaient presque entièrement aux appareilleurs la partie de l'art qui a pour objet la solidité et le détail des moyens de construction : en quoi ils ont eu malheureusement trop d'imitateurs parmi ceux qui leur ont succédé

MM. Parent et de la Hire, de l'Académie royale des Sciences, passent pour être les premiers mathématiciens qui se soient occupés de la théorie des voûtes ; il les ont d'abord considérées comme un assemblage de voussoirs ou pierres taillées en forme de coin, susceptibles de glisser sans obstacle les unes sur les autres comme des corps dont les surfaces seraient infiniment polies. Dans cette hypothèse, M. de la Hire a prouvé, dans son *Traité de Mécanique*, imprimé en 1695, que, pour qu'une voûte en plein cintre dont tous les joints tendent à un même centre puisse se soutenir, il faut que les poids des voussoirs qui la forment soient entre eux comme les différences des tangentes des angles qui renferment chaque voussoir; mais comme ces tangentes augmentent dans une très-grande proportion, il en résulte que ceux qui formeraient les naissances devraient avoir un poids infini pour résister à l'effort des voussoirs supérieurs. D'après cette hypothèse, non-seulement les voûtes en plein cintre seraient impossibles, mais encore toutes celles sur-haussées ou sur-baissées dont le cintre se raccorde avec des pieds-droits d'aplomb et parallèles. De sorte qu'il n'y aurait de possibles que les voûtes dont le cintre serait formé par des courbes ouvertes, formant des angles avec des pieds-droits d'aplomb, telles que la parabole, les hyperboles et la chaînette. Il est bon de remarquer à ce sujet que, dans les voûtes paraboliques et hyperboliques, c'est le voussoir qui forme la clef qui doit être le plus pesant, ou avoir le plus de hauteur, et que le poids des autres doit aller en diminuant depuis la clef jusqu'aux naissances; enfin que la chaînette est la seule courbe qui puisse former des voûtes extradossées parallèlement, c'est-à-dire qui aient partout une même épaisseur, parce que c'est la seule dont les voussoirs, divisés également, donnent des différences de tangentes égales. Voyez les Figures 8, 9, 10 et 11 de la Planche XXVII, et l'explication qui y a rapport, Livre III[e]., tome II, page 98 et suivantes, où il est question de la forme d'extrados des voûtes.

Dans les Mémoires de l'Académie des Sciences de 1729, M. Couplet a publié un premier mémoire sur la poussée des voûtes, dans lequel il adopte l'hypothèse des voussoirs polis; mais, ayant reconnu dans la suite que cette hypothèse ne pouvait pas convenir aux matières dont on forme les voûtes, il les a considérés dans son second mémoire, imprimé en 1730, comme des corps tellement grenus qu'ils ne peuvent pas glisser; hypothèse qui s'éloigne autant de la vérité que la première.

M. Danisy, de l'Académie de Montpellier, ne voulant adopter aucune de ces hypothèses, fit faire plusieurs modèles de voûtes de différens cintres, pour consulter l'expérience. Ces modèles étaient extradossés d'égale épaisseur, et divisés en voussoirs égaux, avec des pieds-droits assez épais pour soutenir leur effort. Pour connaître les endroits où ils étaient susceptibles de se désunir, lorsque les pieds-droits étaient trop faibles, il les chargeait de différens poids. De plusieurs expériences répétées dans la séance publique de 1732, il tira une règle pratique pour trouver l'épaisseur des murs ou pieds-droits d'une voûte en berceau, pour résister à sa poussée [1].

Le père Derand en avait déjà donné une dans son traité d'architecture des voûtes; mais cette règle ne paraît fondée sur aucun principe. Elle fut cependant adoptée par François Blondel et le père Dechalles, et dans la suite par M. de la Rue.

M. Gautier, architecte et ingénieur des ponts et chaussées, en a proposé une autre dans son traité des ponts qui n'est pas mieux établie que celle du père Derand.

[1] Cette règle est citée par Frezier dans le troisième volume de la Coupe des Pierres, page 370.

A la fin du traité théorique et pratique de la coupe des pierres de M. Frezier, cet auteur a ajouté un appendice sur la poussée des voûtes, qui est un extrait de ce qui avait été publié jusqu'alors sur cet objet, par MM. de la Hire, Couplet, Bernouilli et Danisy, avec des applications à différentes espèces de voûtes en berceau, et un moyen de les appliquer aux voûtes sphériques, sphéroïdes, annulaires, et aux voûtes composées. C'est le premier qui ait tenté de faire ces applications.

MM. Coulomb et Bossut, membres de l'Institut, se sont aussi occupés de la théorie des voûtes. Le premier présenta en 1773, à l'Académie des Sciences, un mémoire sur quelques problèmes relatifs à l'architecture, parmi lesquels il s'en trouve un sur l'équilibre des voûtes.

M. Bossut a fait imprimer dans les Mémoires de cette Académie, de 1774 et 1776, deux mémoires sur la théorie des voûtes en berceau et sur celles en dôme, dans lesquels il est question de la coupole de la nouvelle église de Sainte-Geneviève, dont la possibilité était alors, comme nous l'avons déjà fait connaître, l'objet d'une contestation animée entre les ingenieurs et les architectes.

En Italie, M. Lorgna, ingénieur militaire et directeur de l'école de Vérone, a aussi traité cette partie dans un ouvrage qui a pour titre: *Saggi di statica mecanica applicate alle arti*; enfin M. Mascheroni de Bergame a publié, en 1785, un ouvrage sur cet objet, dont le titre est : *Nuove ricerche delle volte*, où il est question de coupoles à bases circulaire, elliptique et polygonale.

CHAPITRE PREMIER.

DE LA POUSSÉE DES VOUTES SIMPLES.

ARTICLE PREMIER. — RECHERCHES SUR L'ÉVALUATION DES FROTTEMENS RELATIVEMENT A LA THÉORIE DES VOUTES.

Le désir d'étudier à fond cette partie essentielle de l'art de bâtir, m'a porté à lire avec attention les différens ouvrages des auteurs que nous venons de citer. En les lisant, j'ai fait toutes les opérations qu'ils donnent ou qu'ils indiquent ; j'ai appliqué leur formule à plusieurs exemples pris dans des édifices exécutés, et à des modèles faits exprès : j'ai répété toutes les expériences qu'ils citent, et j'en ai fait de nouvelles, afin de parvenir à découvrir la véritable manière dont les voûtes agissent, et d'y appliquer les principes de mécanique, de manière à obtenir des résultats qui s'accordent avec l'expérience.

C'est de toutes ces recherches et des observations que j'ai été à portée de faire, en examinant et en faisant exécuter des ouvrages de ce genre, que j'ai tiré la théorie que je vais développer, où j'ai affecté de n'employer que les propositions et les opérations les plus faciles du calcul et de la géométrie.

Expériences sur le frottement.

J'ai commencé par ces expériences, afin de ne pas m'égarer dans mes recherches par de fausses hypothèses. Je vais rapporter celles que que j'ai faites sur les obstacles qui empêchent les pierres les mieux taillées et dont le grain est le plus fin, de glisser les unes sur les autres, afin de parvenir à évaluer combien cette difficulté qu'on appelle *frottement* peut diminuer la poussée dans une voûte en pierre de taille composée de voussoirs désunis.

Observations.

1°. Pour faire glisser un parallélipipède ABCD de pierre sur un plan horizontal FG, Figure 1, Planche CLXXXXIII, il faut que la puissance P, qui tire ou qui pousse parallèlement à ce plan, ne soit pas plus élevée que la longueur de sa base AB; car si cette puissance agit à un point plus haut, tel que C, le parallélipède culbutera, au lieu de glisser.

Comme les efforts des puissances P et M sont en raison inverse des hauteurs axquelles elles agissent (page 1, 1er. alinéa), il en résulte qu'un parallélipipède glissera toutes les fois que la force qu'il faudrait pour le faire culbuter sera plus grande que celle pour le faire glisser, et qu'au contraire il culbutera lorsqu'il faudra moins de force pour produire cet effet que pour le faire glisser.

2°. Si le plan sur lequel on pose le parallélipidède est incliné, il glissera toutes les fois que la verticale QS, tirée de son centre de gravité, ne sortira pas de la base AA. Ainsi pour connaître si un parrallélipipède à base rectangulaire, comme ABCD, Fig. 2, doit glisser ou culbuter, il faut du point B élever la perpendiculaire BE : si elle passe en dehors du centre de gravité Q, il glissera; si au contraire cette ligne BE passe en dedans, il culbutera.

Si les surfaces des pierres étaient infiniment polies, comme on le suppose pour généraliser l'application des principes de mécanique, elles glisseraient dès que le plan sur lequel on les pose cesse d'être parfaitement horizontal; mais, comme leurs surfaces sont remplies d'inégalités qui s'engagent mutuellement lorsqu'on les pose les unes sur les autres, j'ai trouvé, par des expériences répétées plusieurs fois, que celles dont les surfaces sont les mieux taillées ne commencent à glisser sur des plans bien dressés et faits des mêmes espèces de pierres, que lorsque ces plans sont inclinés depuis 28 degrés jusqu'à 36; parce qu'il faut pour ainsi dire les soulever, ou briser ces inégalités pour les faire glisser. Cette difficulté de mouvoir les pierres les unes sur les autres croît en raison de la rudesse de leurs surfaces, et jusqu'à un certain point en raison de leur poids : car il est évident, 1°. que plus leurs surfaces sont rudes, plus les inégalités qui s'engagent les unes dans les autres sont considérables.

2°. Que plus leur poids est grand, plus il faut d'effort pour les dégager; mais, comme ces inégalités sont susceptibles de se briser, le maximum de la force pour vaincre le frottement doit être égal à celle qui produit cet effet, quel que puisse être le poids de la pierre.

3°. Que cette force doit être plutôt en raison de la dureté de la pierre que de sa pesanteur.

En faisant glisser des parallélipipèdes de pierres dures de différentes grandeurs, qui pesaient depuis 2 livres jusqu'à 60, j'ai éprouvé que le frottement, qui était plus de la moitié du poids pour les premiers, se réduisait à moins du tiers pour les derniers.

J'ai remarqué, après chaque expérience faite avec les plus gros, qu'il se détachait, des surfaces qui avaient frotté l'une contre l'autre, une poussière provenant de ces inégalités brisées.

Par les expériences faites sur les pierres tendres, j'ai reconnu que les poudres qui provenaient de ces inégalités brisées les faisaient glisser plus facilement.

Ces considérations, qui pourraient influer beaucoup pour des pierres d'un poids considérable, ne font rien relativement aux expériences que je vais citer; mon objet n'étant que de vérifier, sur des pierres dures d'un très-petit volume, le résultat des opérations indiquées par la théorie

Par des expériences faites et répétées avec beaucoup de précautions, sur des parallélipipèdes en pierre de liais bien équarris et dressés au grès, j'ai reconnu, 1°. qu'ils ne commencent à glisser que lorsque le plan formé de la même espèce de pierre et dressé de même est incliné d'un peu plus de 30 degrés.

2°. Que, pour traîner sur cette pierre un parallélipipède de même matière, il faut un peu plus de la moitié de son poids. Ainsi, pour traîner sur un plan de niveau un parallélipipède de 6 pouces de long, 4 pouces de large, et de 2 pouces d'épaisseur, qui pesait 4 livres 11 onces, il fallait une puissance horizontale égale à 2 livres 7 onces 4 gros.

3°. Que la grandeur de la surface frottante ne fait rien, puisqu'il faut précisément la même force pour faire mouvoir ce parallélipipède sur la face de 2 pouces de large, que sur celle qui en a 4.

Considérant ensuite que, par les principes de mécanique, on prouve que pour faire monter un corps parfaitement poli ou un corps rond sur un plan homogène incliné de 30 degrés, il faut une puissance parallèle à ce plan, qui agisse avec une force un peu plus grande que la moitié de son poids, j'en ai tiré cette conclusion qui me paraît fondée, qu'il *faut autant de force pour traîner un parallélipipède en pierre de liais, sur un plan horizontal de même matière, que pour faire monter un corps rond ou infiniment poli sur un plan incliné de* 30 *degrés*.

Ainsi, j'ai pensé que, pour faire l'application des principes de mécanique aux arcs composés de voussoirs en pierres de liais taillés et dressés comme le parallélipipède des expériences précédentes, on pouvait considérer le plan de 30 degrés, sur lequel ces voussoirs se soutiennent en équilibre, comme un plan horizontal.

Voici une autre preuve que fournit l'expérience, pour établir cette hypothèse. Si l'on place un parallélipipède C (Figure 3) de cette pierre entre deux autres BD, RS, qui soient chacun doubles de volume, et posés sur un plan de même pierre, le parallélipipède C se soutient par le seul frottement des surfaces verticales qui se touchent. Cet effet est une conséquence de notre hypothèse; car les inégalités des surfaces de ces corps se trouvant engagées les unes dans les autres, il faut pour que le parallélipipède C tombe qu'il repousse les deux autres BD, RS, en les faisant glisser sur le plan horizontal de même matière, et pour cela il faut qu'il emploie une force égale au double du poids soutenu.

Si l'on applique à cette expérience les principes de mécanique, en prenant le plan de 30 degrés pour plan horizontal, les faces verticales ED, FR pourront être considérées comme des plans inclinés de 60 degrés. D'après cette hypothèse, on démontre en mécanique, que pour soutenir un corps entre deux plans formant un angle de 60 degrés (Figure 4), il faut que la résistance de chacun de ces plans soit à la moitié du poids à soutenir, comme HD est à DG, comme le sinus total est au sinus de 30 degrés, ou comme 1 est à 2.

La résistance de chaque parallélipipède, représentée par le prisme ADBE, Figure 3, étant égale à la moitié de leur poids, il en résulte que le poids à soutenir par les deux prismes doit être égal au quart des deux parallélipipèdes, pris ensemble ou à la moitié d'un, ce que confirme l'expérience. Cet accord m'a déterminé à faire l'application de cette hypothèse à des modèles de voûtes composés de voussoirs et de claveaux désunis, faits en pierre de liais avec toute l'exactitude possible; les joints et les paremens sont dressés au grès, comme les parallélipipèdes des expériences précédentes.

Le premier modèle est un arc en plein cintre, de 9 pouces de diamètre, compris entre deux demi-circonférences de cercle concentriques, distantes de 21 lignes. Il est divisé en 9 voussoirs égaux. *Cet arc, qui a 17 lignes d'épaisseur, se soutient sur des pieds-droits de 2 pouces 7 lignes de largeur. On a éprouvé, en diminuant peu à peu ces pieds-droits, qui avaient d'abord 2 pouces 10 lignes, que c'était la moindre largeur qu'ils puissent avoir pour résister à l'effort des voussoirs.*

Première application.

Soit ce modèle de voûte représenté par la Figure 5 [1], nous observerons, 1°. que le premier voussoir I, étant placé sur un joint de niveau, non-seulement se soutiendra seul, mais pourrait encore résister, par le frottement à un effort égal à la moitié de son poids.

2°. Que le second voussoir M, étant sur un joint incliné de 20 degrés, se soutiendra encore à cause du frottement; et que de plus ces deux voussoirs réunis résisteraient, avant de reculer sur le joint AB, à un effort horizontal égal à la moitié de leur poids.

3°. Que le troisième voussoir N, étant placé sur un joint incliné de 40 degrés, glisserait s'il n'était pas retenu par une puissance PN qui agisse en sens contraire.

4°. Qu'en prenant, d'après notre hypothèse, le plan de 30 degrés sur lequel ces pierres se soutiennent en équilibre, pour plan horizontal, ce joint incliné de 40 degrés pourra être considéré comme un plan incliné de 10 degrés dans l'hypothèse des voussoirs polis.

5°. Qu'on trouvera que l'effort de la puissance horizontale, qui tiendrait ce voussoir en équilibre sur son joint, sera à son poids comme le sinus de 10 degrés est à son cosinus, ainsi que nous l'avons démontré ci-devant page 22, 6ᵉ alinéa, et 23, 1ᵉʳ alinéa.

Le modèle de voûte dont il s'agit, ayant 9 pouces ou 108 lignes de diamètre, sur 21 lignes de largeur entre les deux circonférences concentriques qui forment son épaisseur, sa superficie entière sera de 4257 lignes carrées, laquelle étant divisée par 9, donnera pour celle de chaque voussoir 473 lignes. Ainsi indiquant le poids de chaque voussoir par sa superficie, et nommant P la puissance horizontale, on aura la proportion P : 473 :: sinus 10°. : cosinus 10°.,

ou P : 473 :: 17365 : 98481, qui donne $P = 83\frac{4}{10}$.

Le quatrième voussoir O, étant posé sur un joint de 60 degrés, sera considéré comme s'il était sur un plan incliné de 30 degrés; ce qui donnera, en nommant Q la puissance horizontale qui le retiendrait sur son joint, Q : 473 :: sin. 30ᵈ. : cosin. 30ᵈ. :: 50000 : 86603, qui donne $Q = 273\frac{3}{10}$.

[1] Le modèle dont il est ici question, et ceux de toutes les applications qui vont suivre, font aujourd'hui partie de la galerie des modèles de l'École royale d'architecture.

La demi-clef S, étant posée sur un joint incliné de 80 degrés, sera considérée comme si elle était sur un plan incliné de 50. La superficie de cette demi-clef qui représente son poids, étant 236 $\frac{1}{2}$, si l'on nomme R la puissance horizontale qui la retient sur son joint, on aura la proportion R : 236 $\frac{1}{2}$ :: sin. 30 : cosin. :: 76604 : 64279, qui donne R=281 $\frac{9}{10}$.

Voulant connaître si la somme des efforts horizontaux qu'il faut pour maintenir sur leurs joints les deux voussoirs N, O et la demi-clef était capable de faire reculer le premier voussoir sur son joint horizontal AB, j'ai posé la demi-voûte sur un plan de niveau de même pierre sans pieds-droits, et j'ai éprouvé que, pour la faire reculer, il fallait un effort horizontal de plus de 16 onces, tandis qu'il ne faut que 10 onces pour soutenir la demi-clef et les deux voussoirs N, O. Les deux moitiés de voûtes réunies soutiennent un poids de 5 livres 2 onces avant que les premiers voussoirs reculent.

Pour trouver l'effort de chacun de ces voussoirs lorsque la voûte est élevée sur les pieds-droits, j'abaisse des centres de gravité N, O, S de ces voussoirs, les verticales Nn, Oo, Ss, pour avoir les bras de levier des puissances P, Q, R qui les soutiennent sur leurs joints, en tendant à faire tourner le pied-droit qui porte la demi-voûte sur son point d'appui T; ce qui donnera pour leur effort

$$P \times Nn + Q \times Oo + R \times Ss.$$

La hauteur du pied-droit étant de 195 lignes,

on trouvera Nn de 244,94,

Oo de 256,26,

et Ss de 260,50.

Ainsi on aura

l'effort P × Nn =	83,4 × 244,94, qui donne.	20427,996;
Q × Oo =	273,3 × 256,26, qui donne.	70035,858
R × Ss =	281,9 × 260,50, qui donne.	73434,950;
pour l'effort total, par rapport au point d'appui.		163898,804

Le pied-droit résistera à cet effort 1°. par son poids ou sa superficie multiplié par son bras de levier, déterminé par la distance Tu, du point d'appui T à la verticale abaissée du centre de gravité G, sur la base du pied-droit.

2°. Par le poids de la demi-voûte, multiplié par son bras de levier VY, déterminé par la verticale LY abaissée du centre de gravité L, et qui devient, par rapport au point d'appui commun, $T = Tt$ ou $VB - BY$, afin de distinguer BY, qui indique la distance du centre de gravité de la demi-voûte, et qui est censé connu, parce qu'il peut l'être par les opérations indiquées page 15, second alinéa, de la largeur VB que doit avoir le pied-droit pour résister à l'effort de la demi-voûte que l'on cherche.

Pour parvenir à la trouver, je nomme P l'effort de la voûte que nous avons trouvé $= 163898{,}804$,

La hauteur du pied-droit. . . . . a,
Sa largeur que l'on cherche. . . . . x,
Le poids de la demi-voûte. . . . . b,
La partie BY de son bras de levier. . . . . c.

La superficie du pied-droit qui représente son poids, multipliée par son bras de levier, sera $ax \times \frac{x}{2} = \frac{axx}{2}$.

Celle de la demi-voûte multipliée par le sien, désigné par $VB + BY$ ou $x + c$, sera $bx + bc$; ce qui formera l'équation $P = \frac{axx}{2} + bx + bc$, qu'il s'agit de résoudre.

Une équation algébrique peut être considérée comme une espèce de balance composée de quantités égales, séparées par le signe $=$ qui indique cette condition; de sorte que pour trouver la valeur d'une quantité inconnue, telle que celle exprimée par x, il ne s'agit que de la faire trouver seule dans un des membres de l'équation, en la dégageant de toutes les quantités connues avec lesquelles elle se trouve combinée.

Faisant d'abord passer toutes les quantités combinées avec x dans un même membre, on aura $\frac{axx}{2} + bx = P - bc$; et multipliant tous les termes par $\frac{2}{a}$ pour dégager xx, on aura $xx + \frac{2bx}{a} = \frac{2p - 2bc}{a}$, expression dans laquelle x est élevée au second degré; mais comme $xx + \frac{2bx}{a}$ n'est pas un carré parfait, c'est-à-dire qu'il lui manque le carré de la moitié de la quantité connue $\frac{2b}{a}$, qui multiplie le second terme, en ajoutant ce carré qui est $\frac{bb}{aa}$, à chaque membre, pour ne pas déranger l'équation, on aura $xx + \frac{2bx}{a} + \frac{bb}{aa} = \frac{2p - 2bc}{a} + \frac{bb}{aa}$: le premier membre se trouvant, par cette addition, un carré parfait dont la racine est $x + \frac{b}{a}$, on aura $x + \frac{b}{a} = \sqrt{\frac{2p - 2bc}{a} + \frac{bb}{aa}}$, qui devient, en faisant passer $\frac{b}{a}$ dans le second membre, $x = \sqrt{\frac{2p - 2bc}{a} + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a}$; dans laquelle x, se trouvant seule dans le premier membre, aura pour valeur le résultat des opérations indiquées dans le second, en quantités connues. Les valeurs de ces quantités étant substituées aux lettres qui les représentent donneront l'équation

$$x = \sqrt{\frac{163898,804 \times 2 - 2128 \times 2 \times 12\frac{1}{3}}{195} + \frac{2128}{195} \times \frac{2128}{195}} - \frac{2128}{195},$$

qui donne, après avoir fait toutes les opérations indiquées, $x = 28$ *lignes* $\frac{1}{4}$, *au lieu de 2 pouces 5 lignes qu'on a conservées à ces pieds-droits pour qu'ils se soutiennent avec une stabilité un peu au-dessus de l'équilibre.*

Autre application, d'après une autre manière d'évaluer les frottemens.

Pour avoir une nouvelle preuve de la vérité de cette hypothèse, nous allons appliquer au même modèle la méthode proposée par M. Bossut, membre de l'Institut, dans son Traité de mécanique, articles 329 et 330 de l'édition de 1775, et 272 et 273 de l'édition de 1802.

Soit, Figure 6, le voussoir N posé sur un plan incliné et soutenu par une puissance Q, qui agit horizontalement. Du centre de gravité j'abaisse la verticale Nn, que je prends pour exprimer le poids du voussoir. Ce poids se décompose en deux efforts, dont un Nc, parallèle au joint, et l'autre Na qui lui est perpendiculaire. Je décompose de même la puissance Q, exprimée par la partie QN de sa direction, en deux efforts, dont un Nf sera parallèle au joint, et l'autre Nd lui sera perpendiculaire.

Ayant ensuite prolongé la ligne du joint HG, mené l'horizontale GI, et abaissé la verticale HI, nous considérerons la ligne HG comme un plan incliné dont la hauteur est HI, et la base IG : cela posé, la force Nc avec laquelle le voussoir tend à descendre, sera au poids comme la hauteur HI du plan incliné est à sa longueur HG : ainsi nommant p le poids du voussoir, on aura la force N$c = p \times \frac{\mathrm{HG}}{\mathrm{HI}}$, et la force N$a$ qui presse le plan, comme la base du plan IG est à sa longueur, ce qui donne la force $Na = p \times \frac{IG}{HG}$.

Considérant de même les deux efforts de la puissance Q, qui retient le voussoir sur le joint incliné, on trouvera l'effort parallèle $Nf = Q \times \frac{IG}{GH}$, et l'effort perpendiculaire $Nd = Q \times \frac{IH}{HG}$. L'effort résultant des deux forces Na, Nd, qui pressent le joint, sera exprimé par $p \times \frac{IG}{HG} + Q \times \frac{H}{GH}$; et comme ce voussoir ne commence à glisser que sur un plan au-dessus de 30 degrés, le frottement sera à la pression comme sinus 30 degrés est à son cosinus, à très-peu de chose près, comme 500 est à 866, ou les $\frac{500}{866}$ de son expression : nommant ce rapport n, on aura, pour l'expression du frottement,

$$\left(p \times \frac{IG}{GH} + Q \times \frac{IG}{GH}\right) \times n.$$

Comme le frottement empêche le voussoir de glisser sur son joint, on aura, dans l'état d'équilibre, la force Nf égale à la force Nc, moins le frottement : ce qui donnera l'équation

$$Q \times \frac{IG}{HG} = p \times \frac{HI}{HG} - \left(p \times \frac{IG}{GH} - Q \times \frac{IH}{HG}\right) \times n.$$

Tous les termes de cette équation ayant pour diviseur commun HG, elle devient $Q \times IG = p \times HI\ (p \times IG - Q \times IH) \times n$; et faisant passer les quantités multipliées par Q dans un même membre, on a $Q \times IG + (Q \times IH) \times n = p \times HI - (p \times IG) \times n$, qui devient $Q \times (IG + n \times IH) = p \times (HI - n \times IG$, d'où l'on tire $Q = p \times \frac{HI - n \times IG}{IG + n \times IH}$, qui servira de formule pour chaque voussoir, en substituant aux lettres leur valeur en nombre.

Ainsi pour le troisième voussoir N de la Figure 5, qui est posé sur un plan incliné de 40 degrés, HI qui représente le sinus de cette inclinaison, sera 643, et son cosinus représenté par IG, 766; l'expression du frottement désignée par n, sera $\frac{500}{866}$, qui se réduit à $\frac{15}{26}$; le poids du voussoir exprimé par sa superficie sera 473 : toutes ces valeurs étant substituées dans la formule, on aura

$Q = 473 \times \frac{643 - \frac{15}{26} \times 766}{766 + \frac{15}{26} \times 643}$, qui donne, après avoir fait les calculs indiqués, $Q = 83{,}6$, pour l'expression de l'effort de la puissance horizontale P, qui tiendrait le voussoir N en équilibre sur son joint, au lieu de 83,4 trouvé par l'opération précédente, qui a l'avantage d'être moins compliquée.

La même formule $Q = p \times \frac{HI - n \times IG}{IG + n \times IH}$, donne pour le voussoir M posé sur un joint incliné de 60 degrés dont le sinus HI est 866, et le cosinus IG, 500, $Q = 473 \times \frac{866 - \frac{15}{26} \times 500}{500 + \frac{15}{26} \times 866}$, dont le résultat, après avoir fait les opérations indiquées, est 273,4, au lieu de 273,3, trouvé par l'opération précédente.

Pour la demi-clef, le sinus HI étant de 80 degrés, sera exprimé par 985, et son cosinus IG par 174; la demi-clef par $236 \frac{1}{2}$, et l'expression du frottement par $\frac{15}{26}$.

La formule deviendra $Q = 236 \frac{1}{2} \times \frac{985 - \frac{15}{26} \times 174}{174 + \frac{15}{26} \times 985}$, qui donne, après avoir fait les calculs indiqués, $Q = 282,2$, au lieu de $281 \frac{9}{10}$, trouvé par l'autre méthode : ces légères différences peuvent venir de ce qu'on a supprimé les deux derniers chiffres des sinus, et de quelques restes de fractions négligés.

Multipliant ces valeurs des puissances qui tiennent les voussoirs en équilibre sur leurs lits par leur bras de levier, qui sont les mêmes que pour l'opération précédente, on aura leur énergie :

Pour le voussoir.	N,	83,6 × 244,94	=	20476,98
Pour le voussoir.	O,	273,4 × 256,26	=	70061,48;
Et pour la demi-clef.	S,	282,2 × 260,50	=	73313,10;
Et pour l'effort total, par rapport au point d'appui T. .				163851,56,

qui sera la valeur de p, laquelle étant substituée dans la formule $x = \sqrt{\frac{2p - 2bc}{a} + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a}$, ainsi que la valeur des autres lettres, qui est la même que pour l'exemple précédent, on aura

$$x = \sqrt{\frac{163851,56 \times 2 - 2128 \times 2 \times 12\frac{1}{2}}{195} + \frac{2128}{195} \times \frac{2128}{195}} - \frac{2128}{195},$$

qui donne, après avoir fait les opérations indiquées, $x = 28$ lignes 16 pour la largeur des pieds-droits, au lieu de 28 lignes $\frac{1}{4}$ trouvé par l'opération précédente.

Troisième application à un modèle de voûte en plate-bande.

Le second modèle sur lequel nous avons fait l'application des deux méthodes précédentes, est une plate-bande en même pierre, Fig. 7, de 9 pouces de portée entre les pieds-droits. Cette plate-bande a 21 lignes de hauteur sur 18 lignes d'épaisseur ; elle est divisée en 9 claveaux, dont les joints tendent à un même centre. Pour déterminer la coupe des joints on a tiré sur la face de la demi-plate-bande la diagonale FG, et de son extrémité F, qui touche le pied-droit, la perpendiculaire FO, jusqu'à la rencontre O de la verticale qui passe par le milieu de la largeur entre les pieds-droits : c'est à ce point O que tendent toutes les coupes. Les coupes des pieds-droits qui supportent la plate-bande forment chacune un angle de 21 degrés 15 minutes avec la verticale du milieu, et de 68 degrés 45 minutes avec l'horizontale FN.

En opérant pour chacun des claveaux de la demi-plate-bande, comme nous avons fait pour les voussoirs de l'arc précédent, nous avons trouvé que pour retenir le premier claveau A sur le joint IF du pied-droit, qui forme avec l'horizontale NF un angle de 68 degrés 45 minutes, il fallait un effort horizontal de. 217,50;

Pour le second B. 254,33;
Pour le troisième C. 298,75;
Pour le quatrième D. 354,66;
Pour la demi-clef. 212,83;

En tout. . . . 1338,07.

La hauteur des pieds-droits étant de 195 lignes, jusque sous la plate-bande, et de 216 lignes jusqu'au-dessus de l'extrados, il en résulte que le bras de levier qui est le même pour tous les claveaux, est de 206 $\frac{1}{3}$, ce qui donne pour l'effort de la poussée, exprimée par p dans la formule,

$$x = \sqrt{\frac{2p-2bc}{a} + \frac{bb}{aa}} - \frac{a}{b},$$

sera 1338,07 $\times$ 206,33, qui donne 276084.

b qui exprime la superficie de la demi-plate-bande, est de 1219 $\frac{1}{2}$.

c qui exprime la distance de son centre de gravité à la verticale

$Fn=24$, et la hauteur du pied-droit, $a=216$: substituant ces valeurs dans la formule, elle devient

$$x=\sqrt{\frac{276084\times2-2439\times24}{216}+\frac{1219\frac{1}{2}\times1219\frac{1}{2}}{216\times216}}-\frac{1219\frac{1}{2}}{216},$$

qui donnera pour la valeur de x, après avoir fait les calculs indiqués, 42 lignes$\frac{1}{2}$. L'expérience donne 44 lignes pour la moindre largeur des pieds-droits, sur lesquels ce modèle puisse se soutenir; mais il faut se rappeler ce que nous avons dit Tome II^e, pages 117 et 118, à l'occasion de l'appareil de ces espèces de voûte, c'est-à-dire, que les joints de coupe ne pouvant pas être perpendiculaires à la surface inférieure, il en résulte que les efforts des claveaux ne peuvent pas se correspondre, et qu'ils poussent à faux les uns des autres, comme on le voit par les lignes Fa, $1c$, $2e$, et $3g$ perpendiculaires aux joints contre lesquels se portent ces efforts; en sorte qu'une pareille voûte ne peut pas se soutenir quand la perpendiculaire FG ne se trouve pas renfermée dans l'épaisseur de la voûte. Ces voûtes ne sont solides que lorsqu'elles peuvent comprendre un arc dont l'épaisseur soit égale à la coupe sur les pieds-droits IF, ainsi qu'on le voit par la Figure 7 *bis*.

ARTICLE II. — NOUVELLES OBSERVATIONS SUR LA MANIÈRE DONT LES PIERRES QUI COMPOSENT LES VOUTES AGISSENT POUR SE SOUTENIR.

Soit, Figure 10, une demi-voûte circulaire AHCDNB, composée d'une infinité de voussoirs qui peuvent agir sans frottement, et qui ne se soutiennent que par les efforts mutuels qu'ils font les uns sur les autres; il doit en résulter, 1°. que le premier voussoir représenté par la ligne AB, ayant ses joints sensiblement parallèles et horizontaux, agira avec tout son poids selon la direction verticale IE pour affermir le pied-droit.

2°. Que le voussoir vertical CD qui représente la clef, ayant aussi ses joints sensiblement parallèles, agira avec tout son poids, selon des directions horizontales pour renverser les deux demi-voûtes et les pieds-droits qui les soutiennent.

3°. Que tous les autres voussoirs placés entre ces deux extrêmes, agiraient avec des efforts mixtes Gn, nm, ml, lK, Kh, hg, gf, fT, qui tiennent des deux précédens, et qui peuvent se décomposer chacun en deux autres, dont un vertical et l'autre horizontal : ainsi l'effort mixte Kh

peut être considéré comme le résultat d'un effort vertical $4h$, et d'un autre horizontal 4K.

4°. Que l'effort vertical de chaque voussoir va en diminuant de T en G, où il devient nul pour la clef ou voussoir CD, tandis que les efforts horizontaux vont en augmentant en raison inverse; de manière que le voussoir HN, qui est au milieu, a un effort vertical égal à son effort horizontal.

5°. Que dans les voûtes dont le cintre est formé par une demi-circonférence de cercle, et qui sont extradossées d'égale épaisseur, la circonférence passant par le centre de gravité des voussoirs, peut représenter la somme de tous les efforts mixtes que les voussoirs font les uns sur les autres pour se soutenir, en agissant sans obstacles par leur poids.

6°. Que si des points T et G on tire, d'une part, la verticale TF, et de l'autre, l'horizontal GF, qui se rencontrent au point F, la ligne TF pourra représenter la somme des efforts verticaux qui contribuent à affermir le pied-droit, et FG la somme des efforts horizontaux qui tendent à le renverser.

7°. Que si, par le point K, on mène l'horizontale IKL entre les parallèles FT et CO, la partie IK pourra représenter la somme des efforts horizontaux de la partie inférieure de voûte AHNB, et KL celle des efforts horizontaux de la partie supérieure HCDN.

8°. Les voussoirs inférieurs compris entre T et K, étant maîtrisés par leurs efforts verticaux, la partie de voûte AHNB tendra à tomber en dedans en tournant sur le point B, tandis que les voussoirs compris entre K et G, étant maîtrisés par leurs efforts horizontaux, la partie de voûte HCDN repoussera la partie inférieure en tendant à la faire tourner sur le point A.

9°. Les efforts horizontaux de la partie supérieure de voûte, désignés par KL, agissant de L en K, et ceux de la partie inférieure désignés par IK, en sens contraire des premiers, c'est-à-dire de I en K, ces efforts étant directement opposés se détruiraient s'ils étaient égaux, et la voûte n'aurait pas de poussée; mais comme ils sont toujours inégaux, c'est la différence de ces efforts qui occasione la poussée, et qui agit selon la direction de la puissance la plus forte.

10°. Si l'on imagine que la largeur BO d'une demi-voûte diminue continuellement, tandis que sa hauteur reste la même, la somme des efforts horizontaux diminuera en même raison; en sorte que si le point B se confond avec le point O, l'effort horizontal étant anéanti, il ne resterait plus que l'effort vertical qui agirait seul sur le pied-droit, et contribuerait à l'affermir, et il n'y aurait pas de poussée, puisque ce ne serait plus une voûte, mais un simple pied-droit continué.

11°. Si, au contraire, c'est la hauteur OD qui diminue, tandis que la largeur BO reste la même, il arrivera à la fin que la courbe B et D se confondra avec la ligne droite BO et la voûte deviendra un plancher ou voûte plate horizontale. Dans ce cas, les efforts verticaux qui affermissent le pied-droit étant anéantis, il ne restera plus à cette voûte pour se soutenir que les efforts horizontaux qui agiront seuls avec tout le poids de la voûte; d'où il résulte que ces espèces de voûtes doivent être celles qui poussent le plus, et que les voûtes en berceau circulaire tiennent le milieu entre des voûtes qui n'auraient point de poussée, et les voûtes plates dont la poussée serait infinie, si les pierres dont elles sont formées pouvaient glisser librement les unes sur les autres, et si les joints étaient perpendiculaires à leur surface inférieure comme dans les autres voûtes.

12°. Nous avons ci-devant parlé des inconvéniens qui résultent de la nécessité de faire tendre les joints des voûtes plates à un centre; car si les pierres pouvaient glisser librement, comme elles ne pourraient agir qu'à faux les unes des autres, leurs efforts ne pourraient jamais se balancer ni se détruire.

13°. Un infinité d'expériences faites sur 54 modèles de voutes de différentes formes de cintre et d'extrados, divisés également et inégalement en nombre de voussoirs pairs ou impairs, m'ont fait connaître que les pierres ou voussoirs qui composent les voûtes agissent plutôt comme des leviers que comme des coins ou des corps qui tendent à glisser les uns sur les autres.

14°. Que lorsque les pieds-droits sont trop faibles pour résister aux efforts des voussoirs, plusieurs s'unissent ensemble et ne forment qu'une masse qui tend à tourner autour du point opposé à l'endroit où le joint s'ouvre.

15°. Les voûtes divisées en nombres pairs de voussoirs ont plus de poussée que celles divisées en nombres impairs.

16°. Dans celles divisées en nombres impairs et inégalement, plus la clef est grande, moins elles ont de poussée; en sorte que le cas de la plus grande poussée est lorsqu'il se trouve un joint au milieu au lieu de clef, comme dans les voûtes divisées en nombres pairs.

17°. Une voûte en plein cintre divisée en quatre parties égales a plus de poussée qu'une autre divisée en 9 voussoirs égaux.

18°. Les voûtes surhaussées poussent moins que celles en plein cintre de même diamètre, de même forme d'extrados et divisées de même.

19°. La poussée n'augmente pas en raison de l'épaisseur des voûtes; en sorte qu'à condition égale d'ailleurs une voûte qui a le double d'épaisseur n'a pas le double de poussée.

20°. Un voûte en plein cintre extradossée également dans toute son étendue, étant divisée en quatre parties égales, ne peut pas se soutenir lorsque son épaisseur est moindre de la dix-huitième partie de son diamètre; quelle que puisse être la résistance des pieds-droits et même sans pieds-droits.

21°. Toutes les fois que, dans l'épaisseur d'une demi voûte extradossée d'égale épaisseur, on peut tirer une ligne droite de son point d'appui extérieur au milieu de l'extrados de la clef, Figure 9, il ne se fait pas de fraction dans le milieu des reins, si les pieds-droits ont la même épaisseur que la voûte par le bas.

22°. Les voûtes dont l'épaisseur diminue en allant de leur naissance au sommet, ont moins de poussée que celles dont l'épaisseur est partout égale.

23°. Les voûtes en plein cintre et surbaissées, extradossées en ligne droite de niveau, ont moins de poussée que de toute autre manière.

24°. Lorsque les pieds-droits d'un modèle de voûte sont trop faibles pour soutenir sa poussée, ils peuvent être retenus par un poids double de la différence entre la poussée et la résistance d'un pied-droit, suspendu par un fil qui passe par les joints placés au milieu des reins, ou par un poids égal à cette différence, placé au-dessous de chaque joint du milieu des reins, comme on le voit Figure 9. *C'est sur cette propriété qu'est fondé le système d'armature des plates-bandes du portail de l'église de Sainte-Geneviève, ainsi qu'on l'a dit au VII^e. Livre, Tome III, page* 368.

D'après les expériences que nous venons de citer, et un grand nombre d'autres qu'il serait trop long de rapporter, dont celles-ci sont les résultats, nous avons établi une formule générale pour déterminer l'épaisseur des pieds-droits de toutes sortes de voûtes en berceau, extradossées d'égale épaisseur, quelle que soit la forme de leur cintre.

Opération.

Après avoir décrit leur circonférence moyenne GKT, Figures 10, 12, 13, 14, 15, etc., des points G et T, on tirera des tangentes à cette courbe qui se rencontreront au point F. De ce point, on mènera à cette circonférence une perpendiculaire FO qui la coupera au point K; ce point indiquera l'endroit où se fait le plus grand effort, et la désunion qui en est la suite, lorsque l'épaisseur des pieds-droits est trop faible pour résister à l'effort de leur poussée.

Par le point K, on mènera entre les parallèles TF et GO l'horizontale IKL, qui représentera la somme des efforts horizontaux, et la verticale TF, qui exprimera celle des efforts verticaux; la circonférence moyenne GKT indiquera celle des efforts mixtes.

Ces voûtes ayant partout une épaisseur égale, la partie IK de l'horizontale IKL multipliée par l'épaisseur de la voûte, exprimera l'effort horizontal de la partie inférieure de chaque voûte, et KL multipliée par la même épaisseur sera l'expression de celui de la partie supérieure.

Ces deux efforts agissant en sens contraire, et étant directement opposés, se détruiront en partie; ainsi portant IK de K en m, la différence mL multipliée par l'épaisseur de la voûte, sera l'expression de la poussée.

Cet effort agissant au point K selon la direction horizontale KH, son bras de levier sera déterminé par la perpendiculaire PH, élevé du point d'appui P du pied-droit à cette direction qui est celle de la poussée, de sorte que son énergie sera exprimée par $m\overline{L} \times AB \times PH$.

Le pied-droit résistera à cet effort,

1°. Par son poids, représenté par sa superficie EP × PR, multiplié par son bras de levier PS, déterminé par une verticale abaissée du centre de gravité Q; ce qui donnera pour l'expression de la résistance du pied-droit EP × PR × PS.

2°. Par la somme des efforts verticaux de la partie supérieure de chaque voûte représentée par MK × AB, ces efforts agissant au point K, leur bras de levier par rapport au point d'appui du pied-droit P sera KH.

3°. Par la somme des efforts verticaux de la partie inférieure représentée par IT multiplié par AB, cette somme agissant au point T, aura TE pour bras de levier : ainsi, dans le cas d'équilibre, on aura

$$\overline{mL \times AB} \times PH = \overline{PE \times PR} \times PS + \overline{MK \times AB} \times KH + \overline{IT \times AB} \times TE;$$

mais comme dans cette équation on ne connaît ni PR=BE, ni PS, ni KH, ni TE, il faut avoir recours à une équation algébrique, dans laquelle nous indiquerons l'effort de la poussée exprimé par

mL×AB par. . . . . p
la hauteur du pied-droit PE par. a
EH=TI=KL=KV, par. . . . . d
PH par. . . . . $a+d$
EB=PR par. x
PS par. . . . . $\frac{x}{2}$
la somme des efforts verticaux de la partie supérieure MK×AB par. . . . . m
celle des efforts de la partie inférieure IT×AB par . . . . n
la partie iK de l'horizontale IKL par. c
TB égal à la moitié de l'épaisseur de l'arc, par. . . . . e
le bras de levier KH par. . . . . $c\times x$
celui TE par. . . . . $x-e$.

L'équation précédente deviendra $pa+pd=\frac{axx}{2}+m(c\times x)+n(x-e)$, ou bien encore

$$pa\times pd=\frac{axx}{2}+mx+mc+nx-ne;$$

faisant passer les quantités connues dans le second membre, on a

$$\frac{axx}{2}+mx+nx=pa+pd+ne-mc:$$

multipliant ensuite tous les termes par 2 et les divisant par a, afin de dégager xx, on aura

$$xx+\frac{2(m+n)x}{a}=2p+\frac{2pd+2ne-2mc}{a};$$

faisant $m+n=b$, et ajoutant à chaque membre $\frac{bb}{aa}$, afin de pouvoir extraire la racine du premier membre, on aura

$$xx+\frac{2bx}{a}+\frac{bb}{aa}=2p+\frac{2pd+2ne-2mc}{a}+\frac{bb}{aa},$$

dont, extrayant la racine, il vient

$$x+\frac{b}{a}=\sqrt{2p+\frac{2pd+2ne-2mc}{a}+\frac{b}{aa}},$$

et enfin

$$x=\sqrt{2p+\frac{2pd+2ne-2mc}{a}+\frac{bb}{aa}}-\frac{b}{a}.$$

Cette dernière équation sera une formule pour trouver l'épaisseur des pieds-droits de toutes sortes d'arcs et de voûtes en berceau extradossées d'égale épaisseur. Pour en faire l'application, nous allons prendre pour premier exemple un modèle d'arc en plein cintre, entièrement extradossé d'égale épaisseur, représenté par la Figure 12.

Cet arc a 36 pouces 3 lignes de diamètre et 3 pouces d'épaisseur, renfermé entre deux circonférences concentriques; il est divisé en quatre parties égales par un joint vertical au milieu, et deux autres inclinés de 45 degrés.

Les pieds-droits sur lesquels il est élevé ont 40 pouces 4 lignes de hauteur. En traçant sur le dessin de ce modèle les lignes ci-devant indiquées, on trouvera, en prenant pour plus d'exactitude des millièmes de pouce, que la valeur de PE désignée dans la formule par a, est de. . . . . 40,333.

Celle de EH = TI = KL = KV, désignée par d, est de. . . . 13,876.

ML × AB, qui exprime la poussée désignée par p, étant 8,127 × 3, sera. . . . . 24,381.

$2p$. . . . . 48,762.

$2pd$, qui indique 48,762 + 13,876, sera. . . . . 676,621.

2 MK × AB × KH, désigné par $2\,mc$, sera 5,749 × 3 × 4,249. = 73,282

$2\,ne$, qui représente IT × AB × AB, sera 13,876 × 3 × 3. . . = 124,824.

$b = m + n =$ (MK + IT) × AB = 19,625 × 3, sera. . . . . . 58,875.

$a =$ EP, qui désigne la hauteur du pied-droit étant 40,333, $\frac{b}{a}$ sera $\frac{58,875}{40,333}$, ce qui se réduit à. . . . . 1 459.

Et $\frac{bb}{aa}$. . . . . = 2,128.

Substituant ces valeurs dans la formule

$$x = \sqrt{2p + \frac{2pd + 2ne - 2mc}{a} + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a}$$

on aura

$$x = \sqrt{48,762 + \frac{676,621 + 124,824 - 73,282}{40,333} + 2,128} - 1,459,$$

qui donne, après avoir fait les calculs indiqués, $x = 5{,}8$ ou 5 pouces 9 lignes $\frac{1}{2}$, pour l'épaisseur des pieds-droits, dont la résistance serait en équilibre avec la poussée de cet arc, en le supposant d'une exécution parfaite; *mais comme il n'est pas possible d'atteindre ce degré de perfec-*

tion, quoique ce modèle soit fait avec beaucoup de précision, il ne commence à se soutenir que lorsque l'épaisseur des pieds-droits est de 6 *pouces* 3 *lignes.*

Quand cette épaisseur est de 7 pouces $\frac{1}{2}$, l'arc supporte à son sommet, au-dessus du joint d'aplomb qui le divise en deux, un poids de 3 livres équivalant à 8 pouces de la superficie de l'arc en augmentation sur les parties supérieures qui causent la poussée, ce qui porte la valeur de $2p$ de la formule à 56,762, au lieu de 48,762, et qui donne pour l'équation

$$x = \sqrt{56,762 + \frac{787,629 + 124,828 - 86,458}{40,333} + 2,430} - 1,55,$$

qui donne, après les opérations faites, $x = 7,366$ *ou* 7 *pouces* 3 *lignes* $\frac{1}{7}$: *il n'est guère possible d'obtenir un accord plus parfait de la théorie avec l'expérience.*

Autre méthode pour servir de preuve à la précédente.

Ayant remarqué que dans les modèles d'arc divisés en nombre pairs de voussoirs, quand les pieds-droits sont trop faibles pour résister à leur poussée, le joint du milieu s'ouvre en dessous, et ceux des milieux des reins en dessus, ainsi qu'on le voit représenté par la Figure 11, j'ai voulu appliquer à cet effet la théorie des prismes qui tendent à culbuter ou à être renversés par une puissance.

Ainsi, en prenant pour exemple le modèle précédent, je considère le demi-arc uni à son pied-droit, et ne formant d'abord qu'une seule pièce : il est évident que, dans cette supposition, la demi-voûte étant posée sur un plan de niveau, si la verticale abaissée de son centre de gravité passe en dehors du point d'appui R, elle ne pourra se soutenir que par le moyen d'une puissance G, qui l'empêche de tomber en tournant sur le point R. Mais si l'on joint deux demi-voûtes semblables et opposées, les efforts avec lesquels elles agiront étant égaux et directement opposés, ils se détruiront, et la voûte entière se soutiendra.

Considérant ensuite la voûte divisée en quatre parties posées sur des pieds-droits, il est certain qu'elle ne pourra se soutenir que dans le cas où l'effort des parties supérieures ne serait pas plus grand que celui qui tend à faire tourner chaque demi-arc, consideré d'une seule pièce sur son point d'appui R : cela posé, si du centre de gravité G du voussoir supérieur, on abaisse la verticale Gg, et que du point N, considéré comme un appui, on tire l'horizontale Ng et la verticale Nn, on pourra considérer ce voussoir comme tendant à culbuter, et soutenu par une puissance horizontale P, agissant à l'extrémité du bras de levier Nn. Nous avons déjà fait voir que dans le cas d'équilibre, le produit du poids du voussoir par le bras de levier Ng doit être égal à celui de la puissance P par l'autre bras de levier Nn; de sorte qu'indiquant le poids du voussoir par Q, on doit avoir $Q \times Ng = p \times Nn$, d'où l'on tire $P = \frac{Q \times Ng}{Nn}$.

Pour avoir cette valeur de P, il faut, indépendamment de la superficie de ce voussoir, qui représente son poids, connaître la position de son centre de gravité, qu'on trouvera en opérant, comme nous l'avons ci-devant indiqué, page 15, 2ᵉ. alinéa, c'est-à-dire qu'il faut,

1°. Chercher le centre de gravité du grand secteur CHO, dans lequel le voussoir est compris.

2°. Celui du petit secteur DNO.

3°. Multiplier la superficie de chacun de ces secteurs, par la distance de leur centre de gravité au centre commun O.

4°. Oter le plus petit produit du plus grand, et diviser le reste par la superficie du voussoir : le quotient donnera la distance du centre de gravité du voussoir au même centre O.

A la page 14 nous avons dit que pour trouver le centre de gravité d'un secteur, il faut multiplier le double du rayon par la corde, et diviser ce produit par trois fois la circonférence.

Dans ce cas-ci, le rayon du grand secteur sera. 21,125
la corde. 16,168
et la circonférence. 16,600

Ainsi l'opération sera $\frac{21,125 \times 2 \times 16,168}{16,60 \times 3}$, qui donnera, après avoir été faite, la distance de son centre de gravité au centre O = 13,72.

Le rayon du petit secteur étant. 18,125
la corde. 13,870
et la circonférence. 14,240

l'opération sera $\frac{18,125 \times 2 \times 13,87}{14,24 \times 3}$, qui donnera 11,77 pour la distance de son centre de gravité au centre O

Le produit de la superficie du grand secteur, par la distance de son centre de gravité au centre O, sera exprimé par

$\frac{16,60 \times 21,125}{2} \times 13,72. \dots\dots\dots\dots\dots\dots = 2404,63$

Et pour le petit secteur $\frac{14,24 \times 18,125}{2} \times 11,77. \dots\dots = 1518,98$

Ce qui donnera pour la différence. 885,71

Cette différence exprimera le moment du voussoir, c'est-à-dire le produit de sa superficie par la distance de son centre de gravité au centre O.

Cette superficie étant égale à la différence des deux secteurs, sera 46,29 : on aura la distance du centre de gravité de ce voussoir en divisant 885,71, par 46,29, dont le quotient donnera 19,13 pour cette distance.

Pour avoir la distance de la verticale abaissée de ce centre de gravité au point d'appui N, on cherchera d'abord sa distance à la verticale CO, par cette analogie : sinus total est au sinus de l'angle HOC, qu'on trouvera de 22 degrés 30 m. comme 19,13 est à un quatrième terme, qui donnera pour cette distance 7,32.

On cherchera ensuite la distance du point N à la même verticale CO par cette analogie : sin. tot. : sin. 45d. :: 18,125 est à un quatrième terme qui sera 12,81 ; dont ôtant 7,32 le reste 5,49 sera la distance cherchée Ng, qui est le bras de levier du poids du voussoir réuni à son centre de gravité.

Ainsi en exprimant ce poids par la superficie du voussoir, on aura pour son énergie $46,29 \times 5,49 = 254,13$. Mais comme la puissance doit agir au point C, on aura son expression par rapport à ce point, en divisant 254,13 par $Nn = 8,315$, qui donnera pour cette expression 30,56. Comme elle agit au point C, son bras de levier sera $40,333 + 21,125 = 61,458$, et son énergie $30,56 + 61,458 \times 1878,156$. Le pied-droit chargé de la demi-voûte résistera à cet effet, 1°. par son poids exprimé par sa superficie et multiplié par son bras de levier, plus par le poids de la demi-voûte exprimé aussi par sa superficie et multiplié par son bras de levier, lequel sera exprimé par la verticale abaissée de son centre de gravité au point B. Pour l'avoir, on opérera pour cette demi-voûte comme nous avons fait pour le voussoir supérieur, et on trouvera pour cette distance 7,135; la superficie de la demi-voûte étant 92,575, cet effort sera 661,236.

Pour trouver l'épaisseur du pied-droit, il faudra prendre la première formule, page 229, c'est-à-dire

$x = \sqrt{\frac{2p - 2bc}{a} + \frac{b\,b}{a\,a}} - \frac{b}{a}$, dans laquelle p exprime l'énergie de la poussée que nous avons trouvée. . . . . $=$ 1878,156

$b =$ 95,575

et $bc =$ 631,236

Substituant ces valeurs dans la formule, on aura

$$x = \sqrt{\frac{3756,313 - 1322,472}{40,333} + 5,24} - 2,29,$$

qui donnera, après avoir fait les opérations indiquées, $x = 5,80$, c'est-à-dire précisément le même résultat que par la méthode précédente; ce qui prouve la certitude de la première, qui a l'avantage d'être moins compliquée, et qui dispense des opérations pour trouver les centres de gravité qui rendent cette dernière plus longue et plus difficile. Cependant elle est quelquefois la seule dont on puisse faire usage pour les voûtes qui ne sont pas extradossées d'égale épaisseur ou qui sont irrégulières, comme nous le ferons voir dans la suite.

Seconde application.

Nous allons prendre pour exemple le modèle d'arc en pierre de liais, représenté par la Figure 5, dont il a été ci-devant question, divisé en 9 voussoirs égaux, extradossés à 21 lignes d'épaisseur, et dont le diamètre intérieur est de 9 pouces.

Ayant tiré les lignes ci-devant indiquées, on trouvera $m\mathrm{L} \times \mathrm{AB}$, désigné dans la formule par

$p = 26,7 \times 21$, qui donne 560,70

et pour $2p$ 1121,40

EH = TI = KL = KV, désigné par d, sera 45,60

ce qui donnera pour $2pd$ 5113,584

$2ne$ indiquant le double de l'effort vertical de la partie inférieure de l'arc multiplié par la moitié de AB, sera $45,6 \times 21 \times 21$, qui donne 20109,60

$2mc$ qui indique le double de l'effort vertical de la partie supérieure, multiplié par iK, sera $\overline{18,9 \times 21 \times 2} \times 8,4$, qui donne, après avoir fait les calculs indiqués 6667,92

a qui désigne la hauteur des pieds-droits étant 195, et $b = m + n = 64,5 \times 21 = 1354,5$:

$\frac{b}{a}$ sera $\frac{1354,5}{195} = 6,94$

et $\frac{bb}{aa}$ 48,163

Toutes ces valeurs substituées dans la formule, donnent

$$x = \sqrt{1121,40 + \frac{5113,584 + 20109,6 - 6667,92}{195} + 48,163} - 694,$$

qui donne, après avoir fait les calculs indiqués, $x = 28,62$, c'est-à-dire 28 lignes $\frac{2}{3}$, au lieu de 28 lignes $\frac{1}{4}$ que nous avons trouvé par les méthodes précédentes.

Ayant fait deux demi-voussoirs, et collé les autres ensemble, afin d'avoir un arc divisé en quatre parties égales il n'a pu se soutenir que sur des pieds-droits de 30 lignes d'épaisseur; ce qui prouve que cette manière de diviser les voûtes est celle qui produit la plus grande poussée, ainsi que nous l'avons déjà observé page 236, N°. 17.

Troisième application.

Le modèle, Figure 12, sur lequel nous allons faire cette application est en pierre de Conflans; il fait partie de la collection d'arcs de même diamètre, même épaisseur et même hauteur de pieds-droits, mais de différens cintres et formes d'extrados, que j'ai fait faire, afin de parvenir à comparer d'une manière plus immédiate leurs efforts et la manière dont ils agissent.

Ce modèle en plein cintre, a 9 pouces ou 108 lignes de diamètre, sur 9 lignes d'épaisseur; il est divisé en quatre parties égales; les pieds-droits ont 10 pouces ou 120 lignes de hauteur.

Ayant tiré les lignes ci-devant indiquées, on trouvera pour la valeur de la poussée, désignée par $m\mathrm{L} \times \mathrm{AB}$, et par p dans la formule $24,22 \times 9$, qui donne 217,98

et pour $2p$ 435,96

$EH = TI = KL = KV$, désigné par d, sera 41,36
ce qui donne pour $2pd$ 180,31,30
n qui désigne $TI \times AB$, sera $41,36 \times 9 =$ 372,24
$e = \frac{AB}{2}$ étant 4,5, $2ne$, sera $372,24 \times 9 =$ 3350,16
m qui désigne $KM \times AB$, sera $17,14 \times 9 =$ 154,26
et c qui représente iK étant 12,64, on aura
$2mc = 308,5 \times 12,64$, qui donne 3899,69
a qui désigne la hauteur des pieds-droits étant 120, et
$b = m + n = 372,24 + 154,26 = 526,5$, on aura
$\frac{b}{a} = \frac{526,5}{120}$, qui se réduit à 4,387, et $\frac{b\,b}{a\,a}$ sera = 19,245

Ces valeurs substituées dans la formule

$$x = \sqrt{2p + \frac{2pd + 2ne - 2mc}{a} + \frac{b\,b}{a\,a}} - \frac{b}{a}, \text{ donneront}$$

$$x = \sqrt{\frac{435,96 + 3350,16 - 3899,69}{120} + 19,245} - 4,387,$$

qui donne, après avoir fait les calculs indiqués, $x = 20,123$, c'est-à-dire 20 lignes $\frac{1}{8}$ pour l'épaisseur des pieds-droits qui ferait équilibre à la poussée de cet arc, parfaitement exécuté : mais comme nous avons déjà remarqué que cette perfection était impossible, de même que l'évaluation rigoureuse des efforts, à cause des irrégularités insensibles et inévitables qui se trouvent toujours, quelque précaution que l'on prenne, et à cause de la nature de pierre dont il est formé, qui ne soutient pas aussi-bien ses arêtes que la pierre de liais (ces arêtes étant essentielles aux points d'appui P, N et C, autour desquels se font les efforts); il en résulte que ce modèle, qui, fraîchement taillé et ajusté, se soutient sur des pieds-droits de 20 lignes $\frac{3}{4}$ d'épaisseur, ne peut plus se soutenir que sur des pieds-droits de 21 lignes $\frac{1}{3}$, lorsque ces arêtes sont émoussées.

Il faut encore observer que dans l'application que nous venons de faire, nous avons considéré l'arc réduit à sa circonférence moyenne TKG, et comme tendant à tourner sur le point T, tandis qu'à cause de son épaisseur, il ne peut tourner réellement que sur le point B.

Ainsi, dans l'application de notre formule, au lieu de porter IK de K en m, il ne faut porter que iK; ce qui donnera, pour la valeur de p, $m\mathrm{L} \times \mathrm{AB} = 28\,72 \times 9$, qui donne 258,48, et pour $2p$, 516,96

d étant toujours 41,36, $2pd$ sera 21381,46

En considérant la partie inférieure de l'arc comme tendant à tourner sur le point B, l'effort vertical IT sera transporte en iB; alors TB représenté par e deviendra zéro, ainsi que $2ne$.

$2mc$ sera toujours 3899,69

$\frac{b}{a}$ sera toujours 4,387

et $\frac{b\,b}{a\,a}$ 19,245

Par cette modification, $2ne$ n'ayant plus de valeur, la formule se réduit à $x = \sqrt{2p + \frac{2pd - 2mc}{a} + \frac{b\,b}{a\,a}} - \frac{b}{a}$, qui donnera l'équation

$$x = \sqrt{516{,}96 + \frac{21381{,}46 - 3899{,}69}{120} + 19{,}245} - 4{,}387,$$

qui donne, après avoir fait les calculs indiqués, $x = 20{,}14$, c'est-à-dire 20 lignes $\frac{1}{7}$ environ. Cette manière de faire l'application, qui donne un résultat un peu plus fort, est préférable pour la pratique.

Ces applications ne sont devenues si compliquées, que parce que nous avons voulu trouver une épaisseur de pied-droit qui fasse précisément équilibre à la poussée; mais comme il est indispensable, pour la solidité, que la résistance soit plus forte, il suffit, pour avoir l'épaisseur des pieds-droits, de prendre la racine carrée du premier terme $2p$ du second membre de la formule qui exprime le double de la poussée, indiquée par $m\mathrm{L} \times \mathrm{AB}$, qui donne pour ce dernier exemple $28{,}72 \times 9 = 258{,}48$ pour la valeur de p, et pour celle de $2p$, 516,96, dont la racine carrée 22,73 ou 22 lignes $\frac{3}{4}$, indiquera l'épaisseur qu'il couvient de donner aux pieds-droits pour leur procurer la solidité convenable.

Il est bon d'observer que cette épaisseur est suffisante, quelle que soit la hauteur des pieds-droits; car en examinant avec attention la dernière formule

$$x = \sqrt{2p + \frac{2pd - 2mc}{a} + \frac{b\,b}{a\,a}} - \frac{b}{a},$$

on verra que les quantités exprimées par $2pd - 2mc + bb - b$, étant toutes divisés par a, qui désigne la hauteur des pieds-droits, il doit en résulter que si cette hauteur était infinie, ces quantités deviendraient zéro, en sorte qu'il ne resterait de la formule précédente que $x = \sqrt{2p}$ Donc, *la racine carrée du double de la poussée donne une épaisseur suffisante, quelle que puisse être la hauteur des pieds-droits.*

Ce résultat se trouve confirmé, autant qu'il est possible par l'expérience; car en essayant ce dernier modèle d'arc sur des pieds-droits de 10, 15, 20 et jusqu'à 25 pouces de hauteur, j'ai trouvé qu'il se soutenait sur ces pieds-droits, quoique leur épaisseur ne fût que de 21 lignes $\frac{1}{2}$, au lieu de 22 lignes $\frac{3}{4}$ que donne la formule : ainsi, cette dernière épaisseur doit suffire pour les arcs entièrement extradossés, dont la hauteur ne passe pas trois fois le diamètre, qui est la plus grande proportion que les Goths aient donnée aux nefs de leurs églises.

Quoique l'extraction de la racine carrée ne soit pas une opération bien difficile, surtout en se servant des logarithmes, ou des tables que plusieurs auteurs ont fait imprimer, et entr'autres celles faites par M. Seguin l'aîné, entrepreneur de bâtiment [1], nous allons donner une méthode géométrique fort simple, pour trouver l'épaisseur à donner aux pieds-droits de toutes sortes de voûtes extradossées d'égale épaisseur.

Méthode géométrique.

Quelle que soit la courbe du cintre de la voûte, après avoir tracé la courbe moyenne TKG (Figures 12, 13, 14, 15, etc.), la sécante FO perpendiculairement à la courbe du cintre, et par le point K où cette sécante coupe la courbe moyenne, mené l'horizontale IKL, et élevé du point B une verticale qui rencontre l'horizontale IKL au point i, on portera iK de K en m, et la partie mL de B en h, et le double de l'épaisseur de la voûte de B en n. On divisera ensuite hn en deux parties égales au point d, duquel, comme centre et avec un rayon égal à la moitié de hn, on décrira une demi-circonférence de cercle qui coupera en E l'horizontale BA prolongée. La partie BE indiquera l'épaisseur qu'il faudra donner aux pieds-droits de chacune de ces voûtes, pour qu'ils puissent résister avec une solidité convenable à l'effort de leur poussée.

[1] Ces Tables se trouvent chez Firmin Didot.

Cette opération donnera pour le grand modèle de voûte en pierre de Conflans de 36 pouces 3 lignes de diamètre, 7 pouces $\frac{1}{2}$ ou 90 lignes.

Pour celui en pierre de liais de 9 pouces de diamètre, 39 lignes $\frac{1}{2}$.

Et pour celui de l'exemple précédent, 22 lignes $\frac{3}{4}$.

Il est bien facile de se rendre compte de la rigueur mathématique de cette opération, et de la certitude des résultats qu'elle doit donner, en remarquant que la construction qu'elle exige se réduit à la solution graphique du problème suivant : Trouver le côté BE d'un carré qui serait égal à une superficie donnée $m\mathrm{L} \times 2e$. Expression qui n'est autre chose que $2p$, et nous avons vu précédemment que $x = \sqrt{2p}$ était une limite plus que suffisante; ainsi on peut conclure que l'épaisseur BE, obtenue par la méthode géométrique sera suffisante dans tous les cas, où notre formule est applicable. La cassinoïde, qui ne s'emploie pas ordinairement dans les constructions, est la seule courbe pour laquelle la formule graphique donne l'épaisseur BE moindre que celle indiquée par l'expérience; ainsi qu'on le verra page 255.

Quatrième application. Voûtes surhaussées.

Désirant connaître la courbure de cintre la plus avantageuse pour les voûtes surhaussées, j'ai fait faire en même pierre trois modèles d'arcs représentés par les Fig. 13, 14 et 15, de même diamètre que le précédent, dont l'élévation de cintre était de 81 lignes. Celui sur lequel nous allons faire l'application, a son cintre intérieur formé par une demi-ellipse; il est divisé en quatre parties par un joint d'aplomb au milieu, et deux autres vers le milieu des reins déterminés par la sécante FO, perpendiculaire à la courbe du cintre intérieur.

Ayant tracé la circonférence moyenne GKT, l'horizontale IKL et la verticale Bi, on trouvera

$$\begin{aligned}
\mathrm{KL} &= 36\tfrac{3}{4}\\
\mathrm{IK} &= 21\tfrac{3}{4}\\
i\mathrm{K} &= 17\tfrac{1}{4}\\
\mathrm{IT} &= 66\tfrac{1}{2}\\
\mathrm{MK} &= 19 = d.
\end{aligned}$$

L'effort de la poussée désigné par $\mathrm{KL} - i\mathrm{K} = m\mathrm{L}$, sera $19\frac{1}{2} \times 9$, qui donnera pour l'expression p de la formule, 175,5

et pour $2p$, 351.

d étant 66,5, $2pd$ sera $351 \times 66{,}5$, qui donne 23341,5

m qui désigne $\mathrm{KM} \times \mathrm{AB}$, sera 19×9, qui donne 171,0

c qui désigne iK étant $17\frac{1}{4}$, on aura $2mc = 171 \times 17\frac{1}{4} \times 2$,

qui donne 5899,50

La hauteur des pieds-droits désignés par a = 120,00

b qui exprime la somme des efforts verticaux $m + n$ sera égal à MK + IT×AB, ou $19 + 66\frac{1}{2} \times 9$, qui donne 769,50

Ainsi $\frac{b}{a}$ sera $\frac{769,5}{120}$, qui se réduit à 6,41

Enfin $\frac{b\,b}{a\,a}$ sera 41,11

Substituant ces valeurs dans la formule

$$x = \sqrt{2p + \frac{2pd - 2mc}{a} + \frac{b\,b}{aa}} - \frac{b}{a}, \text{ on aura l'équation}$$

$$x = \sqrt{351 + \frac{23341,5 - 5899,5}{120} + 41,11} - 6,41,$$ qui donne, après avoir fait les calculs indiqués, $x = 16,77$, c'est-à-dire un peu plus de 16 lignes $\frac{3}{4}$.

Ce modèle de voûte ne commence à se soutenir que sur des pieds-droits de 17 lignes.

En ne prenant que la racine du double de la poussée, qui est, dans ce cas, 351, on trouvera 18 lignes $\frac{3}{4}$, ainsi que par la méthode géométrique.

Cinquième application.

Le modèle, Figure 14, sur lequel nous allons faire l'application de la formule ci-dessus, a même hauteur de cintre, même épaisseur, même diamètre et même hauteur de pieds-droits que le précédent; mais la courbe intérieure qui forme son cintre, au lieu d'être une ellipse, est formée par la cassinoïde, espèce de courbe plus ouverte que l'ellipse, dont il a déjà été parlé Tome II^e., Livre III^e., page 50 et suivantes.

Ayant tracé à l'ordinaire, la courbe moyenne GKT, les tangentes TF et GF, la sécante FO, l'horizontale IKL, les verticales MK et Bi, on trouvera. . . . . KL = 39 $^{\text{lig}}$

iK = 15,00

TI = Bi 67,67

MK 17,83

mL = KL — iK sera 39 — 15 = 24,00

et $mL \times AB$, indiqué par p dans la formule, $=$ 216,00

$2p =$ 432,00

TI représenté par d étant 67,67, $2pd$ sera 29233,44

m, qui désigne $KM \times AB$, sera $17,83 \times 9$, qui donne 160,47

c, qui désigne iK, étant 15, on aura $2mc = 160,47 \times 15 \times 2$,
qui donne. 4814,10

la hauteur des pieds-droits désignée par a étant. 120,00

et b, qui exprime la somme des efforts verticaux $m + n$,
sera, comme ci-devant, $85,5 \times 9$, qui donne. 769,50

et $\frac{b}{a} =$ 61,41

$\frac{bb}{aa} =$ 41,11

Ces valeurs substituées dans la formule donneront l'équation

$x = \sqrt{432 + \frac{29233,44 - 4814,10}{120} + 41,11} - 6,41$, qui donne, après avoir fait les opérations indiquées, $x = 19,62$ ou 19 lignes $\frac{5}{8}$: en ne prenant que la racine de $2p = 432$, on trouve 20,79; ou un peu plus de 20 lignes $\frac{3}{4}$, ainsi que par la méthode géométrique.

L'expérience fait connaître que ce modèle ne peut se soutenir que lorsque les parties inférieures de l'arc sont collées aux pieds-droits, ou lorsque les pieds-droits sont prolongés jusqu'en e; *alors la voûte se soutient presque en équilibre sur des pieds-droits de* 20 *lignes d'épaisseur.*

OBSERVATION.

Nous avons dit ci-devant, page 236, quatrième alinéa, qu'une voûte ou arc en plein cintre, extradossé d'égale épaisseur, ne peut pas se soutenir, quelle que puisse être l'épaisseur de ses pieds-droits, si l'épaisseur de cette voûte ou arc a moins de la dix-huitième partie de son diamètre : dans les voûtes surhaussées qui ont pour cintre la cassinoïde, il faut, pour qu'elles se soutiennent, que leur épaisseur soit plus de la neuvième partie du diamètre : ainsi celle dont il vient d'être question ne commence à se soutenir sans pieds-droits que lorsque son épaisseur est de plus de 12 lignes $\frac{1}{2}$, d'où il résulte que cette courbe ne pourrait convenir pour des arcs ou voûtes qui devraient être entièrement extradossés d'égale épaisseur.

Sixième application.

Le modèle, Figure 15, sur lequel nous allons faire cette application, a les mêmes dimensions que le précédent; mais son cintre est formé par deux demi-cycloïdes, avec un joint d'aplomb au milieu, et deux autres vers le milieu des reins, déterminés, comme pour l'exemple précédent, par une perpendiculaire FO, à la courbe tirée du point F, où se rencontrent les tangentes tirées des points G et T de la circonférence moyenne GKT : ayant mené par le point K l'horizontale IKL, on trouvera

KL	=	$35 \frac{1}{4}$
iK	=	$18 \frac{3}{4}$
TI	=	$65 \frac{1}{2}$
MK	=	20,00

La poussée p indiquée par mL × AB, sera $16 \frac{1}{2} \times 9$. . . . . =	$148 \frac{1}{2}$
ce qui donne pour $2p$.	297,00
TI représenté par d étant 65,5 on aura $2pd$. . . . . =	19453,50
m, qui représente KM × AB, sera 20 × 9, qui donne. . .	180,00
c, qui représente iK, étant 18,75, on aura $2mc$. . . . . . =	6750,00
b, qui exprime la somme des efforts verticaux $m+n$, sera, comme dans l'exemple précédent.	769,50
et $a = 120$; en sorte que $\frac{b}{a}$ sera encore.	6 41
et $\frac{bb}{aa}$	41,11

Ces valeurs substituées dans la formule donnent

$x = \sqrt{297 + \frac{19453,5 - 6750}{120} + 41,11} - 6,41$, qui donne, après les opérations faites, $x = 14,66$ ou 14 lignes $\frac{2}{3}$: *ce modèle commence à se soutenir sur des pieds-droits d'un peu plus de* 15 *lignes.*

En ne prenant que la racine de $2p = 297$ exprimant le double de la poussée, on trouve 17 lignes $\frac{24}{100}$, de même que par la méthode géométrique.

Il n'est pas nécessaire, comme dans l'exemple précédent, de coller les voussoirs du bas avec les pieds-droits. Le calcul et l'expérience prouvent qu'elle peut se soutenir étant également extradossée avec une épaisseur un peu plus forte que la dix-huitième partie de son diamètre, comme les arcs en plein cintre.

En comparant les épaisseurs 16,77, 19,62 *et* 14,96, *trouvées pour les trois modèles de voûte précédens, on voit que le cintre le plus avantageux est celui formé par la cycloïde, et celui formé par la cassinoïde, le plus désavantageux, et que l'ellipse qui tient le milieu doit être préférée.*

A la vérité, les constructeurs n'emploient jamais la cycloïde, ni la cassinoïde; mais les cintres qu'ils forment avec des arcs de cercle peuvent cependant se rapprocher plus ou moins de ces courbes.

Septième application à un arc gothique.

Le modèle Figure 16, sur lequel nous allons faire cette application, a les mêmes dimensions que les précédens, extradossé d'égale épaisseur, et divisé en quatre parties.

Ayant tracé la circonférence moyenne et les autres lignes comme dans les exemples précédens, on trouvera

iK désigné dans la formule $x = \sqrt{2p + \frac{2pd - 2mc}{a} + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a}$, par

	$c =$	20
	KL $=$	34
	mL $=$	14
	IT, désigne par d, $=$	63
	MK $=$	23
	AB $=$	9
mL$\times$AB, désigné par p dans la formule, sera.	$14\times9 =$	126
	et $2p =$	252
$2pd$ sera 252×63, qui donne.	$=$	15876
m, qui désigne KM$\times$AB, sera.	$23\times9 =$	207
et $2m = 414$; $2mc = 414 \times 20$, qui donne.		8280

La hauteur du pied-droit désigné par a étant 120, on aura $\frac{2pd - 2mc}{a} = \frac{15876 - 8220}{120}$, qui se réduit à 63,8; b, qui désigne FT $\times$ AB, sera 86×9, qui donne 774 : ainsi $\frac{b}{a}$ sera $\frac{774}{120}$, qui se réduit à 6,45, et $\frac{bb}{aa}$ à 41,60. Substituant ces valeurs dans la formule, on aura $x = \sqrt{252 + 63,8 + 41,6} - 6,45$, qui donne, après les opérations faites, $x = 12$ lignes $\frac{46}{100}$ pour l'épaisseur des pieds-droits en équilibre avec la poussée de cette espèce d'arc.

En ne prenant que la racine du double de la poussée, on trouve 15 lignes $\frac{88}{100}$ de même que par la méthode géométrique.

La plus petite épaisseur des pieds-droits sur lesquels ce modèle puisse se soutenir, est de 14 lignes.

Huitième application, à un arc dont la courbe du cintre est formée par la parabole.

Ce modèle, Figure 17, a les mêmes dimensions que le précédent, divisé de même en quatre parties, et élevé sur des pieds-droits de même hauteur.

Ayant tiré les tangentes FG, FT à la circonférence moyenne, et la sécante FO, on mènera à l'ordinaire, par le point K, l'horizontale IKL: on remarquera que la partie KL, qui représente l'effort horizontal de la partie de voûte supérieure, étant plus petite que IK, qui représente celui de la partie inférieure, il en résulte que ce sont les parties inférieures qui tendraient à soulever les parties supérieures, si les voussoirs pouvaient agir sans obstacle; c'est pourquoi, en parlant de la forme d'extrados de cette espèce de voûte, au III^e. Livre, Tom. II, pag. 105 et 106, nous avons fait voir que son épaisseur devait être plus forte au sommet, ainsi qu'on le voit à la Figure 14 de la Planche XXVII. Comme Pl. 27. le frottement empêche les voussoirs d'agir, il ne se fera pas de désunion en K: en sorte que si la tangente TF était d'aplomb comme dans les exemples précédens, il n'y aurait pas de poussée contre les pieds-droits; mais cette ligne TF étant inclinée, la voûte entière agira selon cette direction, qui pourra être considérée comme celle d'un effort mixte qui peut se décomposer en deux autres, dont un vertical Tf tend à affermir le pied-droit, et l'autre horizontal Tm à le renverser. Ce dernier effort, qui cause la poussée, serait exprimé par T$m \times$ AB, si la voûte était sans épaisseur, et réduite à sa circonférence moyenne; mais comme elle a une épaisseur, cette expression sera Bm $\times$ AB ou $25\frac{1}{4} \times 9$, qui donne $227\frac{1}{4}$ pour la valeur de p de la formule

$$x = \sqrt{2p + \frac{2pd - 2mc}{a} + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a}; \text{ ainsi } 2p \text{ sera } 454\tfrac{1}{2}.$$

Comme dans cette voûte la poussée s'exerce au droit des naissances, il en résulte que d, qui dans les applications précédentes représentait TI, deviendra zéro, ainsi que $2pd$.

De plus, comme la partie supérieure de voûte ne peut pas causer de désunion, il en résulte que $2\,mc$ devient nul. Ainsi pour cette espèce de voûte, la formule précédente se réduira à

$$x = \sqrt{2p + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a}.$$

b, qui représente $Tf \times AB$, sera $85\frac{1}{2} \times 9$, qui donne 769,5, et $\frac{b}{a} = \frac{769,5}{120}$, qui se réduit à 6,41, et $\frac{bb}{aa}$ à 41,11. Substituant ces valeurs dans la dernière formule, on aura $x = \sqrt{454,5 \times 41,11} - 6,41$, qui donne, après avoir fait les calculs indiqués, $x = 15$ lignes $\frac{85}{100}$.

La moindre épaisseur de pieds-droits sur lesquels cette voûte puisse se soutenir, est d'environ 17 lignes.

En ne prenant que la racine du double de la poussée, on trouve par le calcul ou la méthode géométrique, 21 lignes $\frac{3}{10}$.

Neuvième application, à un modèle d'arc surhaussé dont le cintre est formé par la chaînette.

Ayant décrit, comme pour l'exemple précédent, la circonférence moyenne TKG, les tangentes TF, FG, et la verticale Tf, on verra
Pl. 194 que dans ce modèle, Figure 18, Planche CLXXXXIV, comme dans le précédent, IK étant plus grand que KL, il ne se fera pas de désunion, et que la voûte entière agira contre les pieds-droits selon la direction oblique FT, qui se décompose en deux autres Tf et Tm; la formule se réduira comme ci-devant à

$x = \sqrt{2p + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a}$; ainsi, ayant trouvé $Bm = 22\frac{1}{3}$, on aura la valeur de $p = 22\frac{1}{3} \times 9$, qui donne 201, et pour $2p$, 402.

Ce modèle ayant même hauteur de cintre, même épaisseur et même hauteur de pied-droit que le précédent, b qui représente $Tf \times AB$ sera de même 769,5 et $\frac{bb}{aa}$, qui se réduit à 6,41 et $\frac{b}{a}\ \frac{769,5}{120}$ à 41,11. Ces valeurs substituées dans la formule, donneront

$x = \sqrt{402 + 41,11} - 6,41$, qui devient, après les opérations faites, $x = 14$ lignes $\frac{64}{100}$ ou $\frac{2}{3}$. En ne prenant que la racine du double de la poussée, on trouve par le calcul ou l'opération géométrique, $x = 20$ lignes $\frac{5}{100}$; *l'expérience donne 16 lignes.*

En comparant les résultats des six applications précédentes, on voit que c'est l'arc gothique qui pousse le moins, et que c'est celui dont le cintre est formé par la cassinoïde, qui pousse le plus.

On a rassemblé dans la petite table ci-après, les résultats de la formule et de l'expérience, pour faire connaître d'un seul coup d'œil le rapport de la poussée de ces différens cintres à dimensions égales.

MODÈLES D'ARCS.	ÉPAISSEUR des pieds-droits d'après		
	La formule.	L'expérience.	La formule simplifiée et la construction graphique.
	lig. 100e.		lig. 100e.
Formé par un cintre gothique. .	12 46	14	15 88
Formé par une chaînette. . . .	14 64	15	20 05
Formé par la cycloïde.	14 66	15	17 24
Parabolique.	15 85	16 50	21 30
Elliptique.	16 77	17	18 75
Formé par la cassinoïde.	19 62	21	20 79

Ce Tableau sert à faire connaître que dans la pratique, pour la construction des voûtes surhaussées, la limite $x=\sqrt{2p}$ ou l'épaisseur donnée par la construction graphique, est plus que suffisante, puisqu'elle se trouve toujours au-dessus des résultats donnés par l'expérience, *en exceptant toutefois le cas de la cassinoïde* et encore, dans le cas de cette courbe, *la construction graphique s'approche-t-elle plus de l'expérience que le résultat de la première formule.*

On voit en outre, par ce rapprochement, que la forme de cintre la plus avantageuse pour les voûtes surhaussées est celle des voûtes gothiques composées de deux arcs de cercle, formant un angle au sommet qui n'est pas désagréable dans l'architecture de ce genre.

Les voûtes gothiques construites par les architectes des dixième et douzième siècles sont en général remarquables par leur élégance, leur hardiesse apparente et le système de leur combinaison.

Les voûtes gothiques sont très-propres à former les toits des édifices où l'on ne veut pas employer de charpente, afin de les mettre à l'abri des incendies, parce que la forme de leur cintre se prête mieux que toute autre pour former des toits à double pente, avec le moins de charge, le plus de solidité et d'économie.

Après le cintre gothique, celui qui convient le mieux aux voûtes surhaussées, est celui formé par la chaînette.

Nous avons déjà parlé des propriétés de cette courbe, et de la manière de la tracer, au III^e. Livre, Tome II, pages 70 et 105. Il est certain que, si l'on n'a en vue que la solidité et l'économie, c'est la courbe qui convient le mieux pour former le cintre des voûtes, surtout lorsqu'elles doivent être extradossées d'égale épaisseur. Cette courbure de cintre ne serait point désagréable, si elle pouvait se raccorder avec des pieds-droits d'aplomb; mais on peut faire disparaître ce léger défaut, en plaçant une corniche au droit des naissances, ou en raccordant le bas de la courbe avec les pieds-droits par le moyen d'un arc de cercle.

Cette espèce de voûte a encore une particularité que j'ai reconnue en éprouvant un modèle d'arc en chaînette, de 16 pouces de diamètre et de 11 pouces de hauteur de cintre, extradossé également à 1 pouce d'épaisseur, et divisé en 29 voussoirs.

Ce modèle étant en équilibre sur ses pieds-droits, si l'on ajoute sur le milieu de la clef un poids capable de causer des désunions; en ôtant subitement ce poids, *la voûte se relève et balance pendant quelque temps en s'élevant et s'abaissant successivement.*

Les voûtes paraboliques ont une courbure moins agréable que celles dont le cintre est formé par la chaînette; elles poussent davantage; elles ont aussi l'inconvénient de former un angle avec des pieds-droits d'aplomb, et n'ont pas la même flexibilité : quand on ôte le poids dont on les surcharge pour causer des désunions, elles se relèvent subitement sans faire d'oscillations. Cependant, comme ces voûtes ont beaucoup de fermeté, on pourrait les employer avec succès pour des voûtes ou des arcs de construction qui auraient de grands fardeaux à supporter, en leur procurant des buttées suffisantes.

Relativement aux trois autres espèces de courbes qui se raccordent avec des pieds-droits d'aplomb, nous avons déjà dit que la cycloïde qui produit le moins de poussée est celle dont la courbe est la moins agréable; et que la cassinoïde qui produit le meilleur effet a le défaut d'avoir beaucoup de poussée et d'exiger une épaisseur de voûte et de pieds-droits considérable; d'où il résulte que l'ellipse qui a une courbure moyenne, et dont les diamètres ne sont pas fixés dans un rapport invariable, est préférable aux deux autres.

Dixième application. Voûtes surbaissées.

Afin de parvenir à connaître les courbes qui conviennent le mieux aux voûtes surbaissées, j'ai fait faire trois modèles d'arcs, Figures 19, 20 et 21, de même diamètre et épaisseur que les précédens, sur 35 lignes d'élévation de cintre, formés par l'ellipse, la cassinoïde et la cycloïde. Celui sur lequel nous allons faire l'application de la formule

$$x=\sqrt{2p+\frac{2pd-2mc}{a}+\frac{bb}{aa}}-\frac{b}{a},$$

a son cintre formé par une demi-ellipse : ayant tracé à l'ordinaire les lignes ci-devant indiquées, on trouve KL = 45,5

iK = 8,5

IT désigné par d dans la formule. . . . . = 24,84

MK = 14,66

mL×AB qui désigne la poussée par 37×9, qui donne pour la valeur de p. 333,00

et pour celle de $2p$ 666,00

Tl représenté par d étant 24,84, on aura $2pd$. 16543,44

m représentant KM×AB, sera 14,66×9, qui donne. 131,94

c qui représente iK étant 8,5, on aura $2mc$= 2242,94

b qui exprime la somme des efforts verticaux $m+n$ sera 39,5×9, qui donne. 355,50

a étant toujours 120, $\frac{b}{a}$ sera $\frac{355,5}{120}$, qui se réduit à. 2,96

enfin $\frac{aa}{bb}$ sera 8,76

Substituant ces valeurs dans la formule, on trouve

$$x = \sqrt{666 + \frac{16543,44 - 2242,94}{120} + 8,76} - 2,96,$$

qui donne, après les opérations faites, $x = 25,22$, c'est-à-dire un peu moins de 25 lignes $\frac{1}{4}$.

Ce modèle ne commence à se soutenir que sur des pieds-droits de 26 lignes; mais il faut que les voussoirs inférieurs soient collés aux pieds-droits.

En ne prenant que la racine du double de la poussée, c'est-à-dire de 666, on trouve 25,81, ou un peu plus de 25 lignes $\frac{3}{4}$, de même que par la méthode géométrique.

Pour que cet arc se soutienne sans qu'on soit obligé de coller les voussoirs du bas avec les pieds-droits, il faut que son épaisseur soit un peu plus de la dixième partie de son diamètre.

Onzième application.

Le modèle, Figure 20, sur lequel nous allons faire cette application, a les mêmes dimensions que le précédent, mais son cintre intérieur est formé par une demi-cassinoïde.

Ayant tracé les lignes ci-devant indiquées, on trouve KL =	47
iK =	7
TI =	26,5
KM =	13
mL =	40
ce qui donne, pour la poussée exprimée dans la formule par p, 40×9, qui donne	360
et pour $2p$	720
TI représenté par d étant 26,5, on aura $2pd$ =	19080,00
m représentant KM × AB sera 13×9, qui donne	117,00
c qui représente iK étant 7, on aura $2mc = 234 \times 7$ qui donne	1638,00
b qui exprime la somme des efforts verticaux $m+n$ sera comme pour l'exemple précédent	355,5
$\frac{b}{a}$	2,96
et $\frac{bb}{aa}$	8,76

Substituant ces valeurs dans la formule, on aura

$$x = \sqrt{720 + \frac{19080-1638}{120}} + 8,76 - 2,96,$$

qui donne, après les calculs faits, $x = 26,61$, c'est-à-dire un peu moins de 26 lignes $\frac{2}{3}$.

Ce modèle ne commence à se soutenir que sur des pieds-droits de 27 lignes $\frac{1}{2}$; mais il faut que les voussoirs inférieurs soient collés aux pieds-droits.

En ne prenant que la racine du double de la poussée, c'est-à-dire de 720, on trouve 26,84, c'est-à-dire un peu moins de 27 lignes, de même que par la méthode géométrique.

Pour que cet arc se soutienne sans qu'on soit obligé de coller les voussoirs inférieurs avec les pieds-droits, il faut que son épaisseur soit plus de la neuvième partie du diamètre.

Il faut remarquer que dans les voûtes surbaissées les efforts verticaux qu'on supprime en ne prenant que la racine du double de la poussée n'étant pas aussi considérables que dans les voûtes en plein cintre et surhaussées, l'épaisseur que l'on trouve est celle des pieds-droits sur lesquels elles commencent à se soutenir.

Douzième application.

Le modèle, Figure 21, sur lequel nous allons faire cette application est de même dimension que le précédent, mais son cintre intérieur est formé par un cycloïde.

Ayant tracé les lignes indiquées, on trouve.	KL =	45,25
	iK =	8,75
	TI =	23,50
	KM =	16 00
mL × AB, qui exprime la poussée désignée par p dans la formule, sera 36,5 × 9, qui donne.		328,50
	et pour $2p$	657,40
TI représenté par d étant 23,60, on aura $2pd$.		15439,50
m représentant KM × AB sera 16 9, × qui donne 144, et pour $2m$.		288,00

c, qui représente iK, étant 8,75, on aura. . . . . . $2mc =$ 2520,00
b, qui exprime la somme des efforts verticaux, sera encore 355,50

$$\frac{b}{a} = 2{,}96$$

$$\text{et } \frac{bb}{aa} \quad 8{,}76$$

Substituant ces valeurs dans la formule, on aura

$x = \sqrt{657 + \frac{15439{,}5 - 2520}{120}} + 8{,}76 - 2{,}96$, qui donne, après avoir fait les calculs indiqués, $x = 24{,}85$, c'est-à-dire moins de 25 lignes.

Ce modèle commence à se soutenir sur des pieds-droits de 26 *lignes.* En ne prenant que la racine du double de la poussée 657, on trouve 25,64 ou 25 lignes $\frac{2}{3}$, de même que par la méthode géométrique.

Il résulte des six dernières applications, et des modèles sur lesquels elles ont été faites, que dans les voûtes de même diamètre, même hauteur de cintre et même épaisseur, celles dont le cintre a le plus de courbure par le haut, et qui donnent une plus grande retombée iK, ont le moins de poussée : ainsi dans les voûtes surhaussées, celle dont le cintre est formé par la cycloïde,

la partie iK $= 18\frac{3}{4}$, et la poussée $148\frac{1}{2}$
dans l'elliptique... iK $= 17\frac{1}{4}$, et la poussée $175\frac{1}{2}$
dans la cassinoïde iK $= 15$, 216

Pour les voûtes surbaissées.

La cycloïde donne iK $= 8\frac{3}{4}$, et la poussée $328\frac{1}{2}$
l'ellipse. . . . . . . $= 8\frac{1}{2}$ 333
et la cassinoïde. . $= 7$ 360.

Nous ajouterons à ce que nous avons déjà dit au III^e. Livre, Tome II, pages 50-52, et à la page 249 de celui-ci, que la cassinoïde est celle de ces trois courbes qui renferme le plus grand espace, et celle qui, inscrite dans un rectangle formé par le diamètre et la hauteur de la voûte, produit le meilleur effet; mais outre que cette courbe ne peut pas servir pour tous les cas, c'est celle qui produit la plus grande poussée. Lorsqu'elle est entièrement extradossée d'égale épaisseur, et divisée en quatre parties, elle ne peut pas se soutenir étant posée sur un plan de niveau et sans pieds-droits, lorsque son épaisseur est moins de la neuvième partie de son diamètre.

La cycloïde qui renferme le moindre espace est celle qui produit le moins de poussée, mais elle ne s'ajuste pas aussi bien dans le rectangle formé par le diamètre et la hauteur du cintre de la voûte; elle a encore l'inconvénient de ne pouvoir servir que dans un seul cas, c'est-à-dire lorsque le rapport de la largeur est à la hauteur du cintre, comme 22 est à 7 pour les voûtes surbaissées, et pour les voûtes surhaussées, comme 14 est à 11.

La moindre épaisseur qu'exigent les voûtes dont le cintre est formé par cette courbe pour se soutenir, lorsqu'elle est posée sur un plan sans pieds-droits, est un peu plus de la dix-huitième partie du diamètre, comme dans les voûtes dont le cintre est formé par une demi-circonférence de cercle.

L'ellipse, dont la courbure est moyenne entre les deux précédentes, a l'avantage de pouvoir servir pour toutes sortes de hauteurs de cintre; inscrite dans un rectangle, elle produit un meilleur effet que la cycloïde, mais elle a plus de poussée que cette dernière et moins que la cassinoïde.

Comme les constructeurs préfèrent de former les cintres des voûtes surbaissées avec des assemblages d'arcs de cercle qui produisent une courbe qui approche plus de la cassinoïde que de l'ellipse, il faut qu'ils soient prévenus que ces sortes de voûtes ne doivent jamais être entièrement extradossées d'égale épaisseur, et de plus, que leurs murs ou pieds-droits doivent être continués, au moins jusqu'à l'endroit où la ligne du pied-droit prolongée rencontre l'extrados à l'endroit où elle se détache des murs: comme on le voit, Figure 24, leur épaisseur à cet endroit peut avoir la douzième partie du diamètre, et de là en diminuant jusqu'au milieu de la clef, où cette épaisseur peut être réduite au vingt-quatrième.

Il est bien essentiel d'observer qu'une voûte trop mince, extradossée également, peut tomber, quelle que soit la résistance des murs ou points d'appui qui la soutiennent, surtout lorsqu'elle est surbaissée, parce qu'une fois rompue par un accident quelconque, l'effort des parties supérieures peut faire relever les parties inférieures sans que les murs s'écartent.

Treizième application.

Soit ACA' le modèle d'un arc rampant, Figure 22, de même diamètre et épaisseur que les précédens, extradossé également, élevé sur des pieds-droits d'inégale hauteur, dont le plus bas a 10 pouces ou 120 lignes, et le plus haut 14 pouces $\frac{1}{2}$ ou 174 lignes : nous avons dit au IIIe. Livre, Tome II, page 145, en parlant de la manière de tracer les cintres de ces espèces d'arcs, qu'elle dépendait de la ligne de sommité qui pouvait être inclinée ou de niveau. Dans cette application, la ligne de sommité est supposée parallèle à la ligne de rampe B, B'.

Cette voûte étant composée de deux moitiés d'arcs différens, on tracera sur chacune la circonférence moyenne et les autres lignes, comme il a été ci-devant indiqué ensuite on prolongera indéfiniment l'horizontale KL du petit arc qui coupera la circonférence moyenne de l'autre en S, et la ligne intérieure de son pied-droit en *g*.

La partie KLS indiquera l'effort horizontal de la partie de voûte KGS commune aux deux demi-arcs, de sorte que si l'on suppose un joint en S, la partie LK indiquera l'effort qui agit contre la partie inférieure du petit arc, et LS celui contre la partie inférieure du grand. Ces parties résisteront à ces efforts, savoir : le petit arc, avec une force indiquée par *i*K; et le grand avec une force indiquée par *g*S. Mais comme *g*S est plus grand que LS, on portera LS de *g* en *f* pour avoir la différence *f*S, qui exprimera de combien LS doit être augmenté pour résister à l'effort du grand demi-arc, c'est-à-dire que l'effort du petit doit être égal à L*f*; mais comme ce dernier a besoin pour se soutenir que le grand agisse contre lui avec un effort égal à KL, ce sera la différence de ces deux efforts opposés qui causera la poussée contre la partie inférieure du petit arc et le pied-droit qui le soutient : ainsi, ayant porté la grandeur *f*L de L en *q*, on prendra la moitié de *iq*, qu'on portera de L en *h*; la partie *h*K multipliée par l'épaisseur AB, sera l'expression de la poussée désignée par *p* dans la formule

$$x = \sqrt{2p + \frac{2pd - 2mc}{a} + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a}$$

Ayant trouvé $hK = 30\,\frac{1}{2}$ et $AB = 9$, on aura pour la valeur de *p*, $30\,\frac{1}{2} \times 9 = 274\frac{1}{2}$; et pour celle de $2\,p - 549$, *d*, qui représente IT, étant 29 $\frac{1}{2}$, on aura $2pd = 16195 \frac{1}{2}$ dans $2mc$, m qui désigne MK $\times$ AB, sera 12 $\frac{1}{3} \times 9 = 111$, et 2 $m = 222$.

c qui désigne iK étant 8, on aura $2\,mc = 222 \times 8$, qui donne 1776.

La hauteur du pied-droit désignée par a étant 174, on aura

$\frac{2pd - 2mc}{a} = \frac{16195\frac{1}{2} - 1776}{174}$, qui se réduit à. 82,81

L'effort vertical désigné par b, exprimé par TF $\times$ AB, sera

41 $\frac{2}{3} \times 9 = 375$, et $\frac{b}{a} = \frac{375}{174}$, qui se réduit à. 2,15

et $\frac{bb}{aa}$ 4,64

Substituant ces valeurs dans la formule, on aura

$x = \sqrt{549 + 82{,}81 + 4{,}64} - 2{,}15$, qui donne, après avoir fait les calculs indiqués, $x = 23{,}08$, c'est-à-dire un peu plus de 23 lignes pour l'épaisseur du grand pied-droit qui soutient le demi petit arc.

Pour le demi grand arc il faudra, après avoir prolongé indéfiniment l'horizontale IK' L', porter la grandeur VL' de K' en r, et diviser rL' en deux parties égales au point t; la ligne K' t indiquera l'effort avec lequel le petit demi-arc agira contre le grand, qui lui résistera avec une force indiquée par i' K' : ainsi, portant i' K' de K' en q', l'effort de la poussée sera indiqué par $q'\ t \times$ AB, dont la valeur désignée dans la formule par p,

sera $20 \times 9 = 180$, et pour $2p$ 360

d qui désigne TI étant 69 $\frac{2}{3}$, $2pd$ sera. 25080

Dans $2mc$, m étant $26 \times 9 = 234$ et $c = 23 \frac{1}{6}$, $2mc$ sera. . . . 10842

a qui désigne la hauteur du petit pied-droit étant. 120

on aura $\frac{2pd - 2mc}{a} = \frac{25080 - 10842}{120}$, qui se réduit à. . . . . — 118,65

b, qui représente TF$\times$AB, sera 95 $\frac{2}{3} \times 9$, qui donne. 861

$\frac{b}{a}$ sera $\frac{861}{120}$, qui se réduit à 7,175, et $\frac{bb}{aa}$ à. 51,48

Substituant ces valeurs dans la formule, on aura

$x = \sqrt{360 + 118{,}65 + 51{,}48} - 7{,}175$, qui donnera, après les calculs faits, $x = 15{,}855$, c'est-à-dire près de 16 lignes pour l'épaisseur du petit pied-droit qui porte le demi grand arc.

En ne prenant que la racine carrée du double de la poussée, on trouve pour le grand pied-droit 23 lignes $\frac{44}{100}$, et pour le petit 19 lignes.

Pour l'opération géométrique il faudra, pour le grand pied-droit, porter hK de B en u, et le double de AB de B en n; ensuite sur un, comme diamètre, décrire une demi-circonférence de cercle qui coupera en E l'horizontale BA prolongée; BE qu'on trouvera de 23 lignes $\frac{1}{2}$, sera l'épaisseur à donner à ce pied-droit.

Pour le petit pied-droit, on portera $q' t$ de B' en u', et le double de A' B' de B' en n'; la demi-circonférence décrite sur un comme diamètre, donnera 19 lignes pour son épaisseur.

Ce modèle de voûte, éprouvé avant que les arêtes fussent émoussées, s'est soutenu sur des pieds-droits dont le grand était de 22 lignes, et le petit de 18 lignes.

Quatorzième application.

Pour l'autre modèle d'arc rampant, Figure 23, après avoir fait les mêmes opérations que pour le précédent, on trouve pour le petit arc $hK \times AB = 30\frac{1}{2} \times 9$, qui donne

$p = 273$ et $2p =$ 546

d, étant $22\frac{2}{3}$, on aura $pd =$ 12376

m, qui représente $MK \times AB$, sera $9\frac{1}{6} \times 9$,

qui donne $82\frac{1}{2}$, et pour $2m$, 165

c, qui représente iK étant $4\frac{2}{3}$, $2mc$ sera

$165 \times 4\frac{2}{3} =$ 770

La hauteur du grand pied-droit, désigné par a dans la formule, étant 174, on aura pour la valeur de $\frac{2pd - 2mc}{a}$,

$\frac{12376-770}{174}$, qui se réduit à. 66,70

La somme des efforts verticaux désignée dans la formule par b, qui représente $TE \times AB$, sera $31\frac{5}{6} \times 9$, qui donne

$286\frac{1}{2}$, et pour $\frac{b}{a}$ $\frac{280\frac{1}{2}}{174}$. . . . . $=$ 1,65

et pour $\frac{bb}{aa}$ 2,71

Substituant ces valeurs dans la formule

$$x = \sqrt{2p + \frac{2p - 2mc}{a} + \frac{b^2}{a^2}} - \frac{b}{a},$$

on trouve $x = \sqrt{546 + 66{,}7 + 2{,}71} - 1{,}65$, qui donne, après les opérations faites, $x = 23$ lignes $\frac{15}{100}$ pour l'épaisseur du grand pied-droit.

Pour avoir celle du petit, après avoir opéré comme pour l'exemple précédent, on trouvera $q't \times A'B'$, désigné dans la formule par $p = 25 \times 9$. qui donne 225, et pour $2p$. 450

d qui désigne IT étant 60 $\frac{1}{6}$, on aura. . . . . $2pd = 27075$

m, désignant $M'K' \times A'B'$, sera 25×9, qui donne 225, et $2m$ 450

c désigné par iK étant 20 $\frac{1}{2}$, on aura. . . . . $2mc = 9225$

La hauteur du pied-droit désignée par a étant 120, on aura

$\frac{2pd - 2mc}{a} = \frac{27075 - 9225}{120}$, qui se réduit à. 148,75

b qui représente $TF \times AB$, sera 85 $\frac{1}{6} \times 9$, qui donne. 766,05

et $\frac{b}{a} = \frac{766,5}{120}$, qui se réduit à 6,387, et $\frac{bb}{aa}$ à. 40,80

Substituant ces valeurs dans la formule, on aura

$x = \sqrt{450 + 148,75 + 40,80} - 6,387$, qui donne, après avoir fait les opérations indiquées, $x = 18$ lignes $\frac{9}{10}$ pour l'épaisseur du pied-droit.

En ne prenant que la racine carrée du double de la poussée, on trouve pour le grand pied-droit 23 lignes $\frac{37}{100}$,

et pour le petit 21 lignes $\frac{22}{100}$.

L'opération géométrique donne les mêmes résultats.

L'expérience donne 22 lignes pour le grand pied-droit, et 19 lignes $\frac{1}{2}$ pour le petit.

Il suit de ces deux applications et de leur résultat confirmé par l'expérience, que plus l'arc soutenu par le grand pied-droit, est petit par rapport au grand arc soutenu par le petit pied-droit, plus la poussée contre le grand pied-droit est considérable. *D'où l'on peut conclure que lorsqu'il s'agit d'arc-bouter un mur, il vaut mieux déterminer la courbe par une ligne de sommité horizontale que par une ligne de sommité rampante, et que le cas le plus avantageux est lorsqu'on ne forme qu'un demi-arc.*

Quinzième application.

Dans les applications précédentes, notre objet était de faire connaître les courbures de cintre qui conviennent le mieux aux voûtes surhaussées, surbaissées et rampantes; c'est pourquoi nous les avons considérées comme étant entièrement extradossées d'égale épaisseur, ce qui n'arrive presque jamais, parce que c'est le cas le plus défavorable. Dans les applications suivantes, nous allons les considérer comme on a coutume de les construire, et comme elles doivent être pour avoir toute la solidité dont elles sont susceptibles.

Le sujet de cette application est un modèle de voûte en plein cintre Figure 24, dont les pieds-droits sont continués jusqu'à l'endroit où la ligne de leur face intérieure prolongée rencontre celle de l'extrados de la voûte. D'ailleurs les autres dimensions de ce modèle sont semblables à celui sur lequel nous avons fait la troisième application, page 244, Figure 12.

Cette disposition donne la hauteur du pied-droit indiquée par a de 152,5, au lieu de 120 dans la formule

$$x = \sqrt{2p + \frac{2pd - 2mc}{a} + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a}.$$

L'effort de la poussée indiqué par $m\,\mathrm{L} \times \mathrm{AB}$, désigné par p dans la formule, sera toujours 217,98 et $2p$. . . . . = 435,96

d, qui représente EH, sera 8,86; ce qui donnera pour $2pd$ 3862,60

$2mc$ sera comme ci-devant. 3899,69

$\frac{2pd - 2mc}{a}$ sera $\frac{3862,60 - 3899,69}{152,5}$, qui se réduit à. 37,09

b, qui représente $t\mathrm{F} \times \mathrm{AB}$, sera 36×9, qui donne. . . . 324,00

$\frac{b}{a}$ sera $\frac{324}{152,5}$ qui se réduit à 2,124, et $\frac{bb}{aa}$ à. 4,51

Ces valeurs étant substituees dans la formule donneront $= \sqrt{435,96 - 37,09 + 4,51} - 2,124$, qui se réduit à $x = 17,934$, c'est-à-dire un peu moins de 18 lignes, *au lieu de 20 lignes $\frac{1}{8}$ qu'exigent les pieds-droits de la même voûte lorsqu'elle est entièrement extradossée.*

En ne prenant que la racine du double de la poussée, on trouve par le calcul, ou la méthode géométrique, 20 lignes $\frac{88}{100}$, au lieu de 22 lignes $\frac{3}{4}$ que donne la même opération, lorsque la voûte est entièrement extradossée. Ce résultat prouve qu'il y a avantage à ne pas extradosser entièrement les voûtes.

La moindre épaisseur de pieds-droits sur lesquels ce modèle commence à se soutenir, est de 19 lignes $\frac{1}{2}$.

Seizième application.

Le modèle d'arc, Figure 26, sur lequel nous allons faire cette application, a le même diamètre que les précédens; mais il est extradossé en ligne droite de niveau, comme pour former le sol d'un étage supérieur. L'épaisseur au milieu de la clef est de 9 lignes. Pour trouver l'endroit où se ferait la fraction, ou le plus grand effort, il faut, après avoir élevé du point B la verticale BF jusqu'à la rencontre de la ligne d'extrados, tirer la sécante FO qui coupe perpendiculairement la circonférence intérieure au point K : par ce point, on mènera l'horizontale IKL et la verticale HKM.

La partie CDKF sera celle qui cause la poussée avec un effort indiqué par KL, qu'on trouvera = 35,14

FH=IK, désigné par c dans la formule, sera	18,86
l'arc ou circonférence KD de 40^d, 36^m =	38,28
l'arc KB	46,57
l'arc DKB	84,85
KH désigné par d	22
la verticale HKM	63

la hauteur du pied-droit, désignée par a dans la formule est de 183

La superficie du voussoir supérieur, indiquée par FKCD, est de 667,44; mais comme la charge des reins se porte sur le voussoir inférieur, il faudra en déduire le triangle FKH$=\frac{18,26\times 22}{2}=207,46$: le surplus 459,98, étant multiplié par KL et divisé par l'arc KD, c'est-à-dire $\frac{459,98\times 35,14}{38,28}$, qui se réduit à 422,24, désignera l'effort de la partie supérieure.

Celui de la partie inférieure, désigné par $\frac{FBKH\times IK}{KB}$ sera $\frac{651,07\times 18,86}{46,57}$ qui se réduit à 263,67 : la différence de ces deux efforts = 158,57 sera l'expression de la poussée désignée par p dans la formule, et l'on aura alors $2p=317,14$.

Les pieds-droits étant censés continués jusqu'à la ligne d'extrados EC, seront plus grands que le bras de levier de la poussée qui agit au point K. Ainsi l'expression de ce bras de levier, au lieu d'être exprimée par $a+d$, comme dans les exemples précédens, sera $a-d$ en désignant par d leur différence, ce qui fera changer le signe de $\frac{2pd}{a}$, et la valeur numérique de cette expression étant $\frac{317,14\times22}{183}=38,19$, il faudra dans la formule remplacer $+\frac{2pd}{a}$ par $-38,12$.

$2mc$ qui, dans les applications précédentes, désignait le double de l'effort vertical du voussoir supérieur, multiplié par son bras de levier, devient nul, parce qu'il se trouve compris dans l'addition faite au voussoir inférieur, en sorte que la formule devient

$$x=\sqrt{2p-\frac{2pd}{a}+\frac{bb}{aa}}-\frac{b}{a}.$$

b, qui désigne toujours l'effort vertical de la demi-voûte, sera $\frac{1111,05\times63}{84,85}$, qui donne 824,94 et pour $\frac{b}{a}$, $\frac{824,94}{183}$, qui se réduit à 4,51, et pour $\frac{bb}{aa}$, à 20,25.

Ces valeurs étant substituées dans la dernière formule donneront

$$x=\sqrt{319,14-38,12+20,25}-4,5,$$

qui se réduit à $x=12,80\frac{8}{10}$. En prenant la racine du double de la poussée, on trouve 17 lignes $\frac{1}{10}$: *l'expérience donne 14 lignes pour la moindre épaisseur de pieds-droits sur lesquels cette voûte puisse se soutenir.*

Pour trouver cette épaisseur par la méthode géométrique, on portera IK de K en m, et m L de B en h, le double de l'épaisseur CD de B en n, et sur nh, comme diamètre, on décrira une demi-circonférence de cercle, qui coupera l'horizontale OB prolongée au point A; ce qui donnera l'épaisseur cherchée $BA=17\frac{1}{4}$.

Autre solution par la méthode des centres de gravité, pour servir de preuve à la précédente.

En faisant l'application de cette méthode au grand modèle de voûtes extradossées d'égale épaisseur, nous avons dit, page 243, qu'elle convenait particulièrement à celles qui ne sont pas extradossées d'égale épaisseur.

On cherchera d'abord la position du centre de gravité de la partie de voûte supérieure FCDK, et de ce centre G on abaissera une verticale indéfinie; considérant ensuite le point K comme un appui, on tirera de ce point une perpendiculaire Kg à cette direction, et une autre KH à celle de la puissance désignée par CF : cela fait, considérant HKg comme un levier angulaire dont l'appui est en K, soutenant à l'extrémité du bras Kg le poids du voussoir par le moyen d une puissance horizontale placée à l'extrémité H de l'autre bras, on aura, en nommant cette puissance p, et le poids Q, $p : Q :: Kg : KH$, qui donne $Q \times Kg = p \times KH$, et $p = \frac{Q \times Kg}{KH}$.

Q, qui désigne la superficie de la partie supérieure de voûte étant. 667,44

Kg — 8,34

et KH — 22,00

aura $p = \frac{67,44 \times 8,34}{22}$, d'où $2p = \frac{667,44 \times 8,34}{11} = 505,86$.

b qui désigne la superficie de la demi-voûte, sera $= 1111,05$ et $2b = 2222,10$.

c qui indique la distance du point B à la verticale abaissée du centre de gravité de cette demi-voûte, sera 18,57.

a, qui désigne la hauteur du pied-droit, sera comme ci-devant 183.

Ainsi $\frac{2bc}{a}$ sera $\frac{2222,1 \times 18,57}{183}$, qui se réduit à. 225,48

$\frac{b}{a}$ sera $\frac{1111,05}{183}$, qui se réduit à. 6,07

et $\frac{bb}{aa}$ à. 36,84

Substituant ces valeurs dans la formule, on aura l'équation

$$x = \sqrt{505,86 - 225,48 + 36,84} - 6,07,$$

qui se réduit à $x = 11,74$, au lieu de 11,8 trouvé par la méthode précédente.

Il faut convenir que cette dernière méthode est plus juste que la précédente; mais les opérations qu'il faut faire pour trouver la position des centres de gravité et les distances de leurs directions aux points d'appui K et B, la rendent beaucoup plus longue et plus difficile.

D'ailleurs, comme c'est plutôt la stabilité que l'équilibre qu'on doit avoir en vue dans ces recherches, il n'y a pas d'inconvénient à ce que les résultats soient plutôt un peu forts que plus faibles; il suffit de prendre la racine du double de la poussée, ou le résultat de l'opération géométrique.

La moindre épaisseur de pieds-droits sur lesquels ce modèle ait pu se soutenir lorsqu'il était nouvellement taillé et que les arêtes étaient encore vives, a été de 14 lignes.

Dix-septième application.

Le modèle, Figure 27, comprend une voûte semblable à la précédente, un étage au-dessus formé par deux murs dont la hauteur est 100, et un toit en charpente. Il s'agit de savoir quel changement cette addition doit apporter à l'épaisseur des pieds-droits, à cause du poids de ces constructions qui tendent à les affermir.

Le moyen le plus simple est de réduire ces constructions en superficie de même matière, et de les considérer comme un prolongement de pieds-droits

Dans ce modèle, la hauteur des murs prolongés est 100 lignes; au lieu d'être en pierre de Conflans comme le bas, ils sont en plâtre, dont la pesanteur spécifique n'est que les $\frac{3}{4}$ de celle de la pierre de Conflans.

Le toit au-dessus avec la charpente pèse 12 onces. D'abord, il est aisé de voir que la hauteur EG des murs, qui est 100, n'équivaudra à cause de leur moindre pesanteur qu'à 75. Quant à la charpente qui pèse 12 onces, ayant éprouvé que 576 lignes de superficie de pierre de Conflans sur même épaisseur que le modèle pèsent 5 onces, on trouvera, par une simple règle de proportion, que 12 onces répondent à une superficie de 13,82, dont la moitié 6,91 doit être ajoutée à celle des efforts verticaux désignés par b dans $\frac{b}{a}$ et $\frac{bb}{aa}$. Nous désignerons ces termes par $\frac{h}{a}$ et $\frac{hh}{aa}$, et la formule deviendra

$$x=\sqrt{2p-\frac{2pd}{a}+\frac{hh}{aa}}-\frac{h}{a}.$$

La hauteur des pieds-droits désignée par a dans cette formule sera dans ce cas-ci $183+75=258$.

p ne changeant pas de valeur, on aura, comme dans la *quinzième application*, $2p=265,86$.

d, qui représente la différence de la hauteur du pied-droit avec le bras de levier, sera 75; ce qui donnera la valeur de

$$\frac{2pd}{a}=\frac{565,85\times75}{258}, \text{ qui se réduit à } 77,28.$$

h sera $750,69+691=1441,69$,

Et $\frac{h}{a}\frac{1441,69}{358}$, qui se réduit à 5,58.

Et $\frac{hh}{aa}$, devient 31,22.

Substituant ces valeurs dans la formule, on a

$$x=\sqrt{265,86-77,28+31,22}-5,58, \text{ qui donne } x=9,15.$$

Ce modèle se soutient sur des pieds-droits de 11 *lignes.*

En ne prenant que la racine du double de la poussée, on trouve 13 lignes.

Pour la méthode géométrique, après avoir operé, comme nous avons ci-devant indiqué, page 268, on ôtera du résultat 17 lignes $\frac{1}{4}$, la valeur de $\frac{h}{a}$, c'est-à-dire, 5,58,5; le reste, 11 lignes $\frac{2}{3}$, sera l'épaisseur que l'on cherche.

Il est bon de faire observer qu'en avançant les murs du haut d'une ligne en dedans de la verticale BF *en* hf, *il suffit qu'ils aient* 6 *lignes d'épaisseur pour que le modèle se soutienne, parce que cette espèce de porte à faux augmente la résistance des pieds-droits.* Ce moyen a été souvent mis en usage avec succès dans l'architecture gothique, *ainsi que celui de faire porter la naissance des arcs ogives sur des encorbellemens, afin d'éviter de donner une trop grande épaisseur aux murs ou pieds-droits qui les soutiennent.* Voy. Planche CLXXIX, Fig. 1, 3 et 5. Pl. 179.

Dix-huitième application.

Le modèle, Figure 28, représente un arc composé de 11 voussoirs, Pl. 194. dont 10 avec des crossettes pour se raccorder avec des assises horizontales, et le onzième formant clef. Son diamètre est de 9 pouces, ou 108 lignes, comme les précédens.

Ayant tiré les lignes BF, FC, la sécante FO, et l'horizontale IKL, en considérant ce modèle, indépendamment des 5 rangs d'assises ajoutés au-dessus de la ligne d'extrados FC, on trouvera KL = 30,73

IK = 23,27

OC = BF = 78

l'arc KD = 32,70

l'arc KB = 52,15

KG = 33,59

a qui indique la hauteur du pied-droit, 198.

La superficie de la partie de voûte supérieure KFCL, sera 1223,1, dont ôtant celle du triangle FKG, qui est de 590,82; le reste, 832,28, étant multiplié par 30,73, et divisé par 32,7, donnera pour l'effort de cette partie 782,44.

La superficie de la partie inférieure sera de 697,95, à laquelle ajoutant le triangle FKG = 390,82, on aura 1088,77, qui, étant multiplié par 23,27, et divisé par 52,15, donne 485,82 pour son effort.

L'expression de la poussée désignée par p dans la formule

$x = \sqrt{2p - \frac{2pd}{a} + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a}$, étant egale à la différence de ces deux

efforts, sera 296,62, et $2p$. . . . . = 593,24

d qui représente KG étant. 33,59

on aura $2pd = 19926,93$; $\frac{2pd}{a}$, sera. 100,64

b, représentant la somme des efforts de la demi-voûte, sera

$\frac{1921 \times 78}{85}$, qui se réduit à. 1762,08

$\frac{b}{a}$ sera $\frac{1762,8}{198}$, qui se réduit à 8,9, et $\frac{bb}{aa}$, à. 79,21

Substituant ces valeurs dans la formule, on aura l'équation

$x = \sqrt{593,24 - 100,64 + 79,21} - 8,9$, qui se réduit à $x = 15,01$.

En ne prenant que la racine du double de la poussée, on trouve 23,91; mais cette épaisseur est un peu trop forte, parce que la somme des efforts verticaux dont on fait abstraction est considérable.

Par la méthode géométrique, on trouve 19 lignes.

La moindre épaisseur de pieds-droits sur lesquels ce modèle puisse se soutenir est de 16 lignes.

Autre solution par la méthode des centres de gravité.

Nous considérerons le voussoir N, joint à la demi-clef, comme ne faisant qu'un seul voussoir, dont la superficie est de 791,79 ; après avoir trouvé le centre de gravité de ce voussoir, on trouvera que la distance du point d'appui f à la verticale abaissée de son centre de gravité est de 15,73; ainsi, en considérant nfd comme un levier angulaire, on aura pour l'expression de l'effort qui soutient ce voussoir sur le joint hf, $\frac{791,79 \times 15,73}{28,88}$, qui donne 431,26 pour la valeur de p dans la formule $x = \sqrt{2p - \frac{2bc}{a} + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a}$,

b, qui indique la superficie de la demi-voûte, étant 1921,14, et c qui exprime la distance du point à la verticale abaissée de son centre de gravité 22,14, on trouvera $bc = 42534,0396$, et $2bc = 85068,08$; ce qui donne $\frac{2bc}{a} = \frac{85068,08}{198}$, qui se réduit à 429,13.

$\frac{b}{a}$ sera $\frac{1921,14}{198} = 9,7$, et $\frac{bb}{aa} = 94,09$

Substituant ces valeurs dans la formule, on trouve $x = \sqrt{862,52 - 429,13 + 94,09} - 9,7$, qui donne $x = 13,26$, au lieu de 15,01 trouvé par l'autre méthode.

Pour trouver l'épaisseur des pieds-droits par la méthode géométrique, après avoir porté IK, de K en m, on portera, comme il a été dit ci-devant, mL, de B en h, et le double de CD, de B en n; ensuite sur nh, comme diamètre, on décrira une demi-circonférence qui coupera l'horizontale OB, prolongée en E, et BE, qu'on trouvera 18 lignes $\frac{3}{4}$, sera l'épaisseur qui conviendrait à cet arc, ou aux pieds-droits d'une voûte dont cette figure peut représenter la coupe, qui serait extradossée de niveau, selon la ligne FG.

Il est bon de remarquer que si l'on pose au-dessus de cet arc plusieurs assises de pierres carrées, comme pour former un mur en pierre de taille, bien loin d'augmenter l'effort de la poussée contre les pieds-droits, on augmente leur résistance, en sorte que l'arc se soutient avec plus de solidité, et même sur des pieds-droits de moindre épaisseur que celle indiquée par les deux méthodes pour l'état d'équilibre; trois assises suffisent pour détruire l'effort de la poussée, et lorsqu'il y en a cinq, on peut ôter la clef de l'arc, et la pierre au-dessus. *Ce qui prouve que les murs construits au-dessus des arcades détruisent souvent leur poussée au lieu de l'augmenter, parce qu'il se forme une voûte naturelle par encorbellement*, ainsi qu'on le voit par la Figure 28, par la Figure 1 de la Planche XVI, et la Figure 9 de la Planche CLXXV.

Relativement à l'appareil à crossettes employé dans ces divers exemples, il est essentiel d'observer qu'il ne saurait jamais convenir que pour des arcs d'une faible dimension, et seulement lorsque les têtes des voussoirs peuvent dessiner un encorbellement complet dans les assises du mur, ensorte que ces deux constructions deviennent presqu'indépendantes l'une de l'autre. Dans ce cas, leur office se réduit à prévenir le glissement des voussoirs, lors du mouvement inévitable qui s'opère dans l'ensemble quand toutes les parties prennent leur assiette; mais dans les grands arcs, ce moyen ne pourrait qu'empêcher le cintre de prendre sa courbure naturelle, après le décintrement, si toutefois la pierre était assez forte pour ne pas se rompre au droit du pli des voussoirs; c'est pourquoi l'appareil à tas de charge, comme les Romains l'ont pratiqué depuis Vespasien (*Voyez tome* II, *page* 123), doit toujours être préféré pour les arcs d'une grande ouverture.

Dix-neuvième application de la formule.

Le modèle de voûte sur lequel nous allons faire cette application, Figure 25, est extradossé par une circonférence de cercle qui n'est pas concentrique avec celle qui forme le cintre intérieur, en sorte que son épaisseur va en diminuant depuis le bas jusqu'au milieu de la clef; son diamètre est comme ceux des modèles précédens, de 9 pouces ou 108 lignes. Son épaisseur au sommet est de 4 lignes; vers le milieu des reins, de 7 lignes $\frac{1}{2}$, et à sa naissance de 14 lignes $\frac{1}{2}$.

La courbe d'extrados est formée par un arc de cercle dont le centre est au-dessous de celui du cintre intérieur de la sixième partie de la corde AO, en sorte que le rayon

	DN est de	68,05
	KL	38,18
	IK	15,82
L'arc BK =	KC	42,43

La superficie de la partie supérieure de voûte KHDC est de 268, 75
Celle de la partie inférieure BAHK de 486 5.

D'après ces valeurs, on aura pour l'expression de l'effort de la partie supérieure $\frac{258,75 \times 38,18}{42,43}$, qui se réduit à 232,47

Le demi-segment ABe étant supposé uni au pied-droit, il n'y aura que la partie BeHK, dont la superficie est de 178, qui puisse balancer l'effort supérieur : son expression sera $\frac{178 \times 15,82}{42,43}$, qui donnera 66,24.

La différence de ces deux efforts, 166,23, sera l'expression de la poussée indiquée par p dans la formule

$$x = \sqrt{2p + \frac{2pd - 2mc}{a} + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a}:$$

ainsi $2p$ sera 332,46

IB = KL, indiqué par d, sera. 38,18

Ce qui donne la valeur de $2pd$. . . . . = 12693,92

L'effort vertical de la partie supérieure indiqué par m, sera

$$\frac{258,75 \times 1582}{42,43} = 96,30$$

et pour $2m$ 192,60

La valeur de c étant 15,82, on aura. . . . . $2mc$ = 3046,50

La hauteur des pieds-droits étant toujours 120, on trouvera $\frac{2pd - 2mc}{a} = \frac{12693,92 - 3046,5}{120}$ qui se réduit à. 80,39

b qui indique l'effort vertical de la demi-voûte, représenté par FB, sera $\frac{745,26 \times 54}{84,85}$, qui donne. 473,48

$\frac{b}{a}$ sera $\frac{473,48}{120}$, qui se réduit à. 3,95

et $\frac{bb}{aa}$ à 15,56

Ces valeurs étant substituées dans la formule donneront $x = \sqrt{332,46 + 80,39 + 15,56} - 3,95$, qui donne, après les opérations faites, $x = 16,74$.

La moindre épaisseur de pieds-droits sur lesquels ce modèle puisse se soutenir, est de 17 lignes $\frac{1}{4}$.

Pour trouver l'épaisseur par la méthode géométrique, au lieu du double de CD, il faut porter le double de l'épaisseur moyenne HK de B en h, et mL de B en n, et décrire à l'ordinaire sur nh comme diamètre, une demi-conférence qui coupera OB prolongé en E, et EB sera l'épaisseur cherchée qu'on trouvera de 18 lignes $\frac{1}{3}$.

Si le pied-droit est continué jusqu'au point *e*, où l'épaisseur de la voûte se dégage du pied-droit, la hauteur de ce pied-droit désignée dans la formule par *a*, sera de 151,5, au lieu de 120, et la différence *b*, au lieu d'être $\frac{745{,}26 \times 54}{85}$ ne sera plus que $\frac{436{,}75 \times 54}{85}$, qui se réduit à 277,46.

d, exprimé par I*e*, sera 6,5. Toutes les autres valeurs restant les mêmes que dans l'exemple précédent, l'équation se réduira à $x = \sqrt{332{,}46 - 5{,}71 + 4} - 2$, qui donnera, après avoir fait les opérations indiquées, $x = 16{,}21$.

Par la méthode des centres de gravité, on trouve 15,84, *et par l'expérience* 16 $\frac{1}{4}$.

ARTICLE III.

Dans les applications précédentes, nous avons considéré les voûtes plutôt comme des arcades supportées par des pieds-droits, que comme des voûtes soutenues par des murs d'une certaine longueur; nous allons les considérer actuellement sous ce dernier point de vue, et comme servant à couvrir un espace renfermé par des murs.

Par rapport aux voûtes en berceau supportées par des murs parallèles, il est évident que la résistance de ces murs n'augmente pas en raison de leur longueur, comme l'effort de la voûte; car si l'on suppose la longueur de cette voûte divisée en une infinité de tranches, telles
Pl. 195. que C, D, E, Figure 30, Planche CLXXXXV, on trouvera pour chacune de ces tranches une même épaisseur de pieds-droits, en sorte que tous ces pieds-droits réunis ensemble formeront un mur de même épaisseur. C'est pourquoi nous n'avons considéré, dans les exemples précédens, que la surface de ces arcades et de leurs pieds-droits, qui peut être considérée comme la coupe ou le profil d'une voûte d'une longueur quelconque. Ainsi on peut dire que l'épaisseur de mur trouvée pour le profil en coupe d'une voûte, convient à cette même voûte prolongée à l'infini, en supposant les deux murs qui la supportent isolés, et qu'elle n'est pas terminée par d'autres murs à ses extrémités.

Lorsque les voûtes en berceau sont terminées à leurs extrémités par des murs, qu'on appelle murs de pignon, contre lesquels la voûte se profile, il est facile de concevoir que moins ces murs seront éloignés, plus il faudra d'effort aux voûtes pour renverser ceux qui les supportent; ainsi on peut appliquer, à ces derniers murs, la règle que nous avons ci-devant indiquée pour ceux qui renferment un espace, pag. 111, c'est-à-dire qu'il faut porter leur longueur de R en T, Figure 24, Planche CLXXXXIV; et après avoir tiré la ligne oblique TB, prolongée indéfiniment, porter sur cette ligne l'épaisseur trouvée pour le profil, de B en *a*; du point *a*, abaisser une verticale, qui donnera l'épaisseur *e* B, qu'il suffit de donner à ces murs, à cause de la plus grande résistance que leur procurent les murs de pignon, avec lesquels ils sont liés. Il faut encore faire attention qu'en reliant les voûtes avec ces murs de pignon, on peut diminuer beaucoup l'effort de leur poussée, surtout lorsqu'ils sont peu éloignés. Quand il se trouve des vides dans les murs, il faut ajouter à leur longueur le double de ces ouvertures, ainsi que de celles pratiquées dans les murs de pignon. Pl. 194.

La Figure 11 de la Planche CLXXXXIII, fait voir que lorsque les murs n'ont pas assez d'épaisseur pour résister à la poussée des voûtes, elles s'ouvrent en dessous vers le sommet, et en dessus vers le milieu des reins; d'où il résulte qu'on parviendrait à supprimer la poussée d'une voûte en pierre de taille, en cramponnant les voussoirs près de la clef en dessous, et ceux des milieux des reins en dessus. Ce moyen serait préférable aux chaînes ou tirans de fer qu'on place sur l'extrados des voûtes, parce que ces tirans ne peuvent pas empêcher qu'il ne se fasse un écartement en dessous, assez considérable pour que les coupes puissent échapper, lorsque leurs arêtes supérieures sont déjà brisées par l'effort de la poussée. Pl. 193.

Les chaînes placées au droit des naissances, quoique plus avantageuses, ne peuvent non plus empêcher les voûtes, extradossées d'égale épaisseur, de se rompre, et de tomber lorsqu'elles sont trop minces, parce qu'elles ne sauraient s'opposer au renflement qui se fait au milieu des reins, semblable à celui qu'éprouve un demi-cerceau, dont les deux bouts sont fixés, lorsqu'on appuie sur le milieu. *La position la plus avantageuse d'une chaîne horizontale, pour s'opposer à l'effort d'une voûte, serait de passer par le point K, où se fait la réunion des deux efforts.*

Parallèle de notre méthode avec celles du P. Déran, de Gauthier, de Bélidor et les résultats de l'expérience.

La méthode du père Déran consiste à diviser la courbe du demi-cintre intérieur d'une voûte quelconque en trois parties égales, Figures 1, 2 et 3, Planche CLXXXXIV *bis*. Ayant ensuite tiré la corde A 2, prolongée indéfiniment, on porte la longueur A 2 de A en 4, et par ce dernier point on tire une verticale D 4 F, qui détermine avec A E l'épaisseur à donner au mur.

Pl. 194 *bis*.

On voit que par ce procédé, qui ne paraît fondé sur aucun principe, on n'a point d'égard à l'épaisseur de la voûte, ni à la forme d'extrados; c'est pourquoi il donne pour le second modèle une épaisseur trop faible et une trop grande pour tous les autres, surtout pour le modèle de voûte gothique et celui en plein cintre extradossé de niveau, où cette règle donne une épaisseur presque double de l'expérience. On a lieu d'être surpris que cette méthode ait été adoptée par François Blondel et le père Dechalles, qui étaient géomètres. Cette méthode est cependant moins vicieuse que celle de M. Gauthier, qui a prétendu la corriger. Par cette dernière, on n'a égard qu'au diamètre et à la hauteur du cintre.

Ainsi, quelle que soit la courbe du cintre de la voûte, son épaisseur et sa forme d'extrados, on commence par tirer de sa naissance au milieu de la clef, la ligne BC; ensuite du point B comme centre, et avec cette ligne B C pour rayon, on décrit un quart de circonférence du cercle DCG, dont on tire la corde DG, qui coupe BC en un point I, par lequel ayant tiré une horizontale indéfinie, on porte I L de L en K, et on abaisse de ce dernier point une verticale K R, qui forme avec la parallèle B P l'épaisseur du mur ou pied-droit. Cette méthode, fondée sur un faux principe, donne des épaisseurs beaucoup plus considérables que la précédente, et qui sont presque les mêmes pour toutes sortes de voûtes. L'épaisseur pour les voûtes gothiques et pour celles en plein cintre extradossées de niveau est presque triple de celle qu'indique l'expérience.

Nous avons réuni, dans la table placée ci-après, les résultats des différentes méthodes dont il vient d'être question, ainsi que ceux de la méthode analytique de Bélidor.

Par rapport à cette dernière on voit que, bien qu'elle soit fondée sur les vrais principes de la mécanique, elle donne cependant des résultats plus forts que l'expérience, mais c'est que l'hypothèse sur laquelle les calculs sont établis est exagérée; au reste on peut remarquer que ses résultats sont plus proportionnels à l'expérience que ceux des méthodes pratiques du père Déran et de M. Gauthier. En dernier résultat, il y aurait donc cet avantage à faire usage de la formule de Bélidor, qu'en aucun cas il ne pourrait y avoir à ajouter à l'épaisseur qu'elle donne.

Cette table sert encore à faire connaître que la méthode analytique que je propose est celle qui s'accorde le mieux avec l'expérience, qui ne donne des résultats un peu plus forts que parce qu'il est impossible d'exécuter des modèles avec assez de précision et de trouver des matières assez parfaites pour que leur effet coïncide avec des résultats mathématiques. C'est pourquoi il faut, pour avoir toute la solidité requise, ajouter un sixième à ce que donne la formule.

Comme ma méthode géométrique donne des résultats plus forts, il suffit d'y ajouter un huitième; et comme l'effort des voûtes est d'autant plus grand qu'elles ont moins d'élévation de cintre, on portera cette augmentation sur le prolongement d'une ligne tirée du milieu de la clef aux naissances.

TABLE des épaisseurs de murs pour des modèles de voûtes en berceau de différens cintres, trouvées par les méthodes du Père Déran, de Gauthier, et la formule de Bélidor, comparées à celles que donnent, pour les mêmes modèles, les méthodes analytiques et géométriques que je propose, et l'expérience.

APPLICATION.	PAGES.	DÉSIGNATION DES VOUTES.	MÉTHODE DE Déran.	Gauthier.	Bélidor.	Rondelet. Analytique.	Géométrique.	EXPÉRIENCES.
			Lignes.	Lignes.	Lignes.	Lignes.	Lignes.	Lignes.
1	222	Modèle de voûte en plein cintre de 36 pouces $\frac{1}{4}$ de diamètre extradossée également, à 3 pouc. d'épaisseur, divisée en 4 parties et élevée sur des pieds-droits de 40 pouces 4 lignes.	$108\frac{1}{4}$	$152\frac{2}{3}$	104	$69\frac{1}{2}$	84	75

APPLICATION.	PAGES.	DÉSIGNATION DES VOUTES.	MÉTHODE DE Déran.	Gauthier.	Bélidor.	Rondelet. Analytique.	Rondelet. Géométrique.	EXPÉRIENCES.
			Lignes.	Lignes.	Lignes.	Lignes.	Lignes.	Lignes.
2	243	Modèle de voûte *idem*, de 9 pouces de diamètre, extradossée à 21 lignes d'épaisseur élevée sur des pieds-droits de 16 pouces $\frac{1}{4}$, et divisée en 9 voussoirs.	27	39	40 $\frac{1}{11}$	28 $\frac{2}{3}$	33 $\frac{1}{2}$	30
3	244	Modèle de voûte *idem*, de 9 pouces de diamètre, extradossée à 9 lignes d'épaisseur et divisée en quatre parties, élevée sur des pieds-droits de 10 pouc . .	27	39	26	20 $\frac{1}{6}$	21 $\frac{1}{2}$	21
4	248	Modèle de voûte surhaussée de même diamètre et épaisseur, sur 6 pouces 9 lignes de hauteur de cintre, divisée aussi en quatre parties, pieds-droits de 10 pouces de haut et de cintre elliptique.	23	39	22 $\frac{3}{4}$	16 $\frac{3}{4}$	18 $\frac{3}{4}$	17
5	249	Modèle de voûte *idem*, pour les dimensions, divisée de même, mais dont le cintre est formé par une courbe plus ouverte que l'ellipse appelée cassinoïde.	22	39	24	19 $\frac{1}{3}$	20 $\frac{1}{4}$	20 $\frac{1}{4}$
6	251	Modèle de voûte *idem*, pour les dimensions, divisée de même, dont le cintre est formé par une courbe plus fermée que l'ellipse appelée cycloïde.	24	39	21 $\frac{1}{5}$	14 $\frac{2}{3}$	17 $\frac{1}{4}$	15
7	252	Modèle de voûte gothique de mêmes dimensions, divisée de même en quatre parties, dont le cintre est formé par deux arcs de cercle formant un angle au sommet.	25 $\frac{1}{2}$	39	22 $\frac{1}{4}$	1 [illegible]/2	15 $\frac{1}{10}$	14
8	253	Modèle de voûte de même dimension, divisée de même, dont le cintre est formé par une parabole.	26 $\frac{1}{2}$	39	19 $\frac{1}{2}$	15 $\frac{8}{9}$	23 $\frac{3}{10}$	17
9	254	Autre *idem*, pour les dimensions et la division, dont le cintre est formé par la chaînette. . . .	26	39	16 $\frac{2}{3}$	14 $\frac{1}{3}$	20	16

APPLICATION.	PAGES.	DÉSIGNATION DES VOUTES.	MÉTHODE DE Déran.	Gauthier	Bélidor.	Rondelet. Analytique.	Rondelet. Géométrique.	EXPÉRIENCES.
			Lignes.	Lignes.	Lignes.	Lignes.	Lignes.	Lignes.
10	257	Modèle de voûte surbaissée de même diamètre, dont la hauteur du cintre est de 35 lignes, et la courbe une ellipse divisée de même.	31	38	$31\frac{1}{6}$	$25\frac{1}{5}$	$25\frac{4}{5}$	26
11	258	Modèle de voûte *idem*, en tout pour les dimensions, divisée de même, dont la courbe du cintre est formée par la cassinoïde. .	30	38	$28\frac{9}{10}$	$26\frac{2}{3}$	$26\frac{4}{5}$	27
12	259	Modèle de voûte *idem*, en tout pour les dimensions et la division, dont la courbe du cintre est formée par la cycloïde. . .	$31\frac{1}{2}$	38	$29\frac{3}{7}$	$24\frac{5}{6}$	$25\frac{2}{3}$	$25\frac{1}{2}$
13	262	Modèle de voûte en arc rampant de 9 pouces de diamètre, extradossée à 9 lignes d'épaisseur, divisée en quatre parties : pour le grand pied-droit de 14 pouces $\frac{1}{2}$ de haut.	$33\frac{1}{4}$	50	$25\frac{2}{3}$	23	$23\frac{1}{2}$	$23\frac{1}{4}$
		petit pied-droit de 10 pouces.	$18\frac{1}{3}$	$26\frac{1}{2}$	$21\frac{4}{9}$	16	19	18
14	264	Modèle de voûte *idem* pour les dimensions, mais dont la courbe du cintre est différente ; pour le grand pied-droit.	$39\frac{3}{4}$	$55\frac{3}{4}$	27	23 [illegible]	$23\frac{1}{3}$	$23\frac{1}{2}$
		pour le petit.	$13\frac{3}{4}$	$19\frac{1}{2}$	$25\frac{1}{11}$	$18\frac{9}{10}$	$21\frac{1}{5}$	$19\frac{1}{2}$
15	265	Modèle de voûte en plein cintre de 9 p. de diamètre extradossée à 9 li. d'épaisseur ; jusqu'au point où le cercle de l'extrados rencontre le prolongement de la face intérieure du pied-droit.	27	39	$24\frac{3}{4}$	18	21	$19\frac{1}{2}$
16	267	Modèle de voûte de même diamètre et hauteur extradossée de niveau par-dessus.	27	39	$29\frac{1}{2}$	$12\frac{8}{10}$	$17\frac{8}{10}$	14
17	270	Modèle de voûte *idem*, avec un étage au-dessus composé de deux murs et un toit.	27	39	18	$9\frac{12}{15}$	13	11
18	271	Modèle d'arc composé de onze voussoirs à crossettes, pour se raccorder avec des assises horizontales.	27	39	49	15	19	16
19	274	Modèle de voûte extradossée inégalement, en sorte que son épaisseur à la clef est de 4 lignes, et de $14\frac{1}{2}$ aux naissances.	27	39	$18\frac{1}{7}$	16 [illegible]	$18\frac{1}{3}$	$17\frac{1}{2}$

CHAPITRE DEUXIÈME.

DE LA POUSSÉE DES VOUTES COMPOSÉES.

M. Frézier, en parlant de la poussée de ces espèces de voûtes, propose, pour trouver l'épaisseur des pieds-droits qui doivent les soutenir, de chercher par la manière ordinaire l'épaisseur qui convient à chaque
Pl. 195. partie de voûte en berceau BN, BK, Figure 32, dont se compose l'arête: ainsi, portant de B en E l'épaisseur qui conviendrait au berceau BN, et de B en F celle qu'exigerait le berceau BK, le pied-droit BEHF devrait suffire pour résister à la poussée du quart de voûte OKBN.

Par ce procédé, on trouverait que pour soutenir une travée de voûte d'arête de 9 pouces de diamètre, il ne faudrait des pieds-droits que de 21 lignes d'épaisseur en tous sens, sur 120 lignes de hauteur: cependant l'expérience prouve qu'une semblable voûte a bien de la peine à se soutenir sur des pieds-droits de 44 lignes en carré, dont la superficie de base est cependant plus de quatre fois plus grande que celle indiquée par M. Frézier; il n'a pas fait attention que, dans ces sortes de voûtes, la partie qui pousse est six fois plus considérable que celle qui résiste, (tandis que dans les berceaux ordinaires ces deux parties sont égales); ce qui produit une poussée quatre fois plus grande.

Vingtième application, à un modèle de voûte d'arête.

Le modèle sur lequel nous allons faire cette application a 9 pouces de diamètre, extradossé également à 9 lignes d'épaisseur; élevé sur quatre pieds-droits de 10 pouces ou 120 lignes de hauteur.

La voûte est formée par deux berceaux circulaires de même diamètre, qui se croisent à angles droits, ainsi qu'elle est représentée par la Figure 32. Les quatre portions de voûte étant semblables, il suffit de chercher l'effort d'une de ces parties contre le pied-droit qui y répond.

Après avoir fait, à l'ordinaire, le profil, Figure 29, décrit la circonférence moyenne TKG, tiré les deux tangentes FT, FG, la sécante FO, et mené l'horizontale IKL, on élèvera la verticale B*i*, et on portera KL sur le plan, Figure 32, de N en G et de K en I.

Dans les applications précédentes faites pour les arcs et les voûtes en berceau, nous n'avons eu besoin que de considérer la surface du profil, qui est constamment la même dans toute leur longueur. Mais l'espèce de voûte dont il s'agit, étant composée de pans de voûte triangulaire, dont le profil change à chaque point, nous serons obligés d'opérer sur les cubes, au lieu des superficies, et de suppléer les lignes par des surfaces : ainsi en ne considérant que la partie triangulaire KBO, la somme des efforts horizontaux de la partie supérieure de cette portion de voûte, désignée dans le profil par KL, sera représentée en plan par le trapèze KILO.

La somme de ceux de la partie inférieure désignée dans le profil par iK, sera représentée en plan par le triangle BIL.

La poussée sera exprimée par la différence de la superficie du trapèze et du triangle, multipliée par l'épaisseur de la voûte : ainsi KB et KO du plan étant $=54$, la superficie du triangle BKO sera $54 \times 27 = 1458$; la partie BK du plan étant égale à IL, et BI à iK du profil $= 12\frac{9}{14}$, la superficie du triangle BIL, qui indique la somme des efforts horizontaux de la partie inférieure, sera $12\frac{9}{14} \times \frac{9}{28}$, qui donne $79\frac{13}{14}$.

On aura la superficie du trapèze KILO, en ôtant celle du petit triangle BIL, de celle du grand triangle BKO, c'est-à-dire $79\frac{13}{14}$ de 1458; le reste, $1378\frac{1}{14}$, indiquera l'effort horizontal de la partie supérieure; ôtant ensuite $79\frac{13}{14}$ de $1378\frac{1}{14}$, le surplus $1298\frac{2}{14}$, sera l'expression de la poussée, dont on aura la valeur en multipliant $1298\frac{2}{14}$ par 9, qui donnera $11683\frac{2}{7}$, désignée par p dans la formule

$$x = \sqrt{2p + \frac{2pd - 2mc}{a} + \frac{bb}{aa}} - \frac{b}{a}.$$

Désignant toujours la hauteur par a, et TI du profil par d, le bras de levier de la poussée sera, comme ci-devant, $a + d$, et son expression algébrique $pa + pd$.

Le pied-droit résistera à cet effort par son cube, multiplié par son bras de levier.

Si l'on prolonge les lignes KB et OB du triangle BKO, qui représente la projection de la partie de voûte pour laquelle nous allons opérer, on verra que la base du pied-droit qui résisterait à sa poussée, serait représentée par le triangle opposé BHF, qui est rectangle et isocèle : ainsi désignant son côté BF par x, la superficie de ce triangle sera exprimée par $\frac{xx}{2}$: la hauteur du pied-droit étant désignée par a, son cube sera $\frac{axx}{2}$.

Le bras de levier de ce pied-droit sera déterminé par la distance de la verticale, abaissée de son centre de gravité, à la ligne $HF = \frac{x}{3}$; ce qui donnera pour l'expression de la résistance du pied-droit $\frac{axxx}{6}$.

Cette résistance sera augmentée par l'effort vertical de chaque partie de voûte, multipliée par son bras de levier.

Celui de la partie supérieure sera exprimé par son cube, multiplié par la verticale KM, et le produit divisé par l'arc moyen KG.

Le cube de cette partie sera égal à la superficie moyenne, désignée par l'arc KG, multipliée par l'épaisseur de la voûte.

Pour avoir la superficie moyenne, on multipliera l'arc KG, moins KM, par la longueur GO, prise sur le plan (ainsi que l'a démontré M. Mauduit, dans ses Élémens de géométrie, article 387, pag. 222 et 223, édition de 1773).

La circonférence de l'arc KG étant 46, et $KM = 17\frac{1}{7}$, on aura $KG - KM = 28\frac{6}{7}$; GO étant 54, la superficie moyenne sera $28\frac{6}{7} \times 54$, qui donne 1558. Cette superficie multipliée par 9, qui est l'épaisseur de la voûte, donnera pour le cube de la partie supérieure, $14024\frac{4}{7}$. Ce cube multiplié par $KM = 17\frac{1}{7}$, et divisé par l'arc $KG = 46$, donnera $5226\frac{2}{4}$ pour la valeur de l'effort vertical de cette partie de voûte qui se trouve désignée dans la formule par m; son bras de levier sera $iK + iH$.

iK étant désigné par c, et iH par x, son expression sera $mx + mc$.

L'effort vertical de la partie inférieure sera exprimé par son cube multiplié par TI, et le produit divisé par la circonférence de l'arc TK.

On aura ce cube en multipliant la surface moyenne par l'épaisseur de la voûte. Cette surface étant égale à l'arc $TK - TI \times GO$, c'est-à-dire $46 - 41\frac{5}{14} \times 54$, qui donne $250\frac{5}{7}$ pour la surface moyenne, et $250\frac{5}{7} \times 9 = 2256\frac{3}{7}$ pour le cube de la partie inférieure de voûte. Ce cube multiplié par TI et divisé par l'arc TK, donnera

$\frac{2256\frac{3}{7} \times 41\frac{5}{14}}{6} = 2028\frac{2}{3}$, pour la valeur de l'effort vertical de cette partie désignée dans la formule par n. On remarquera que cet effort agissant au point B, son bras de levier BF sera x, et son expression nx.

En rassemblant toutes ces valeurs algébriques, on formera l'équation $pa + pd = \frac{ax^3}{6} + mx + mc + nx$; et faisant $m + n$, qui multiplie x

égal b, on aura $pa + pd = \frac{ax^3}{6} + bx + mc$: faisant ensuite passer mc dans le premier membre, il vient $pa + pd - mc = \frac{ax^3}{6} + bx$; enfin multipliant tous les termes de cette équation par $\frac{6}{a}$, afin de dégager x^3, on aura, au lieu de la formule précédente, $6p + \frac{6pd - 6mc}{a} = x^3 + \frac{6bx}{a}$, qui est une équation du troisième degré, dont le second terme manque.

Pour parvenir à résoudre cette équation plus facilement, nous allons d'abord chercher la valeur de $6p + \frac{6pd - 6mc}{a}$ et celle de $\frac{6b}{a}$, qui multiplie x dans le second membre.

p étant $11683\,\frac{2}{7}$, $6p$ sera.	$70069\,\frac{5}{7}$
d étant $41\,\frac{5}{14}$, $6pd$ sera.	$2899124\,\frac{3}{7}$
m étant $5226\,\frac{3}{5}$, $6mc$ sera.	$537593\,\frac{1}{7}$

Ainsi $\frac{6pd - 6mc}{a}$ sera $\frac{2361537\,\frac{2}{7}}{120}$, qui se réduit à $19679\,\frac{5}{14}$ et $6p + \frac{6pd - 6mc}{a}$ à $89779\,\frac{1}{7}$, que nous désignerons par g, afin de simplifier le reste de notre opération.

b qui désigne $m + n$ sera $5226\,\frac{3}{5} + 2038\,\frac{2}{3} = 7255\,\frac{1}{3}$ et $\frac{6b}{a} = \frac{43534}{120}$, qui se réduit à $362\,\frac{3}{4}$, que nous désignerons par f: ainsi, au lieu de l'équation $6p + \frac{6pd - 6mc}{a} = x^3 + \frac{6bx}{a}$ nous aurons $g = x^3 + fx$, que nous allons résoudre par le moyen de la formule suivante, tirée des Élémens d'algèbre de M. Bossut (art. 235, page 213, édition de 1776):

$$x = \sqrt[3]{\frac{g}{2} + \sqrt[2]{\frac{gg}{4} + \frac{f^3}{27}}} + \sqrt[3]{\frac{g}{2} - \sqrt[2]{\frac{gg}{4} + \frac{f^3}{27}}}.$$

Substituant dans cette formule les valeurs de g et de f, on aura

$$x = \sqrt[3]{44889\,\tfrac{4}{7} + \sqrt[2]{2015073623 + 1767902}} + \sqrt[3]{44889\,\tfrac{4}{7} - \sqrt[2]{2015073623 + 1767902}},$$

qui se réduit à $\sqrt[3]{44889\,\frac{4}{7} + 44909\,\frac{2}{7}} + \sqrt[3]{44889\,\frac{4}{7} - 44909\,\frac{2}{7}}$, dont, extrayant la racine cubique, on trouve $x = 44\,\frac{3}{4} - 2\,\frac{3}{4}$, et enfin $x = 42$ pour la longueur BF d'une des faces du pied-droit triangulaire BAF, l'autre FA sera déterminée par le prolongement de la diagonale ou ligne d'arête OB. La partie de pied-droit répondant à la partie de voûte BNO, sera déterminée en menant des points B et A, des parallèles BM et MA à FA et FB.

Ces deux triangles formeront une base carrée, dont chaque côté sera de 42 lignes, qui répondra au quart de voûte KBNO ; ainsi, pour soutenir l'effort de la poussée de cette voûte, il faudrait quatre piliers à base carrée de 42 lignes de grosseur.

Ce résultat s'accorde autant qu'il est possible avec l'experience ; car ce modèle de voûte a bien de la peine à se soutenir sur des pieds-droits de 43 lignes $\frac{1}{2}$

En faisant l'application par les centres de gravité, on trouve la distance hg de la verticale, abaissée du centre de gravité de la partie supérieure de voûte, au point d'appui $h = 23{,}28$ et $gn = 24{,}84$; ce qui donne la valeur de $p = \frac{14024{,}57 \times 23{,}28}{24{,}84}$, qui se réduit à 13143,8 et pour $6p$, 78862,8.

d, qui représente os, étant 63, on aura $pd = 828059{,}4$, et $6pd = 4968356{,}4$.

Au lieu de mc qui désignait l'effort vertical de la partie supérieure de voûte, dans l'application précédente, on aura le poids des deux parties de voûte exprimé par leur cube $= 16281$, que nous désignerons par b, et désignant par c la distance mA du centre de gravité de ces deux parties de voûte, on aura $bc = 16281 \times 24{,}75 = 402954{,}75$, et $6bc = 2417728{,}50$, ce qui donnera

$$6p + \frac{6pd - 6bc}{a} = 78862{,}8 + \frac{4968356{,}4 - 2417728{,}5}{120},$$

qui se réduit à $100118 = g$. b étant 16281, et $a = 120$, on aura $\frac{b}{a} = 814 = f$; substituant ces valeurs dans la formule

$$x = \sqrt[3]{\frac{g}{2} + \sqrt[2]{\frac{gg}{4} + \frac{f^3}{27}}} + \sqrt[3]{\frac{g}{2} - \sqrt[2]{\frac{gg}{4} + \frac{f^3}{27}}},$$

on aura

$$x = \sqrt[3]{50059 + \sqrt[2]{2505903481 + 19976042}} + \sqrt[3]{50059 - \sqrt[2]{2505903481 + 19976042}}$$

qui se réduit à $x = \sqrt[3]{50059 + 50268} + \sqrt[3]{50059 - 50268}$,

dont extrayant la racine cubique, on trouvera

$x = 46{,}46 - 5{,}93 = 40{,}53$, au lieu de 42 trouvé dans l'application précédente.

La première méthode que nous avons exposée ci-dessus, page 282, est donc préférable, quoique cependant ses résultats se trouvent en-dessous des limites données par l'expérience.

La méthode géométrique ne pouvant pas avoir lieu pour cette espèce de voûte, on pourra donner à BF et BA le double de ce qu'on trouve pour une voûte en berceau de même genre, même forme et dimension : ainsi le modèle dont il s'agit, ayant même diamètre, même cintre et épaisseur que celui de la troisième application, pour lequel nous avons trouvé 21 lignes $\frac{3}{4}$, devrait avoir 43 lignes $\frac{1}{2}$, comme l'indique l'expérience.

On suppose dans ces applications que les parties de voûtes formant lunettes, ne sont pas continuées dans l'épaisseur des pieds-droits. Lorsqu'elles le sont, comme leur poids augmente la résistance des pieds-droits, il suffit de donner aux faces $B^I F^I$, $B^I M^I$, l'épaisseur qui convient aux parties de voûte auxquelles elles correspondent, telle que FC, DM, c'est-à-dire qu'on peut supprimer la partie CHDA, ou, ce qui revient au même, on donnera aux faces $B^{II} F^{II}$ et $B^{II} M^{II}$ du pilier carré une fois $\frac{3}{4}$ l'épaisseur trouvée pour les parties de berceau correspondantes, ainsi que le prouve l'expérience.

Il est aisé de concevoir, que si le plan de la voûte était barlong, au lieu d'être carré, le pied-droit angulaire aurait la même forme, et que si les quatre côtés étaient inégaux, il faudrait répéter l'opération pour chaque pied-droit.

Lorsque les voûtes d'arête sont composées de plusieurs travées, comme celles représentées par les Figures 33 et 34, il n'y a que les piliers formant les angles extérieurs qui aient besoin d'une aussi grande épaisseur. Ceux du milieu étant contrebutés tout autour, n'ont à soutenir que le poids des parties de voûtes qui y répondent, et il suffit qu'ils aient une superficie proportionnée à ce poids, et à la force de la pierre, comme le prouve l'exemple que nous avons déjà cité de l'église de Saint-Toussaint d'Angers, représentée par les Fig. 3 et 4 de la Pl. CLXXIX. Pl. 179.
Mais il faut observer que les murs qui renferment cette voûte ont beaucoup plus d'épaisseur qu'il ne faut pour résister aux efforts de sa poussée. *En bonne construction, il vaut mieux que la superficie des points d'appui soit distribuée de manière à procurer à chacun une stabilité suffisante, parce qu'un des points faibles qui viendrait à fléchir pourrait entraîner la ruine totale de la voûte.*

La méthode pratique la plus facile, et qui s'accorde le mieux avec la htéorie et l'expérience, est celle-ci : soit ABCD, Figures 33 et 34, la forme de l'espace que l'on veut couvrir d'une voûte d'arête, supportée au centre par un pilier E; après avoir divisé chaque côté en deux parties égales, on tirera les lignes BI, FE, qui se croiseront au centre E, et les diagonales AE, EB, EC, ED, et HF, HG, IF, IG, qui se croiseront aux points K, K', K'', K'''; on portera ensuite la moitié de la hauteur que doit avoir le pilier, Figure 35, jusqu'au niveau de la naissance de la voûte, de K en L, et on divisera EL en 12. Le premier point de division 1 indiquera la moitié d'une des diagonales du pilier, qui sera égale aux autres, si le plan forme une figure régulière, telle qu'un carré, un rectangle, ou un parallélogramme, et qu'il faudra chercher de la même manière pour chacune, si la figure est irrégulière.

Pour les piliers intermédiaires H, F, I, G, après avoir trouvé les diagonales des demi-piliers, on les prolongera en dehors du double de leur saillie en dedans, de manière à former ensemble des piliers dont l'épaisseur ait une fois et demi leur largeur. Cette opération donnera, pour les piliers angulaires, une superficie de base une fois et demie plus considérable, qui les mettra en état de résister au plus grand effort de poussée qu'ils ont à soutenir.

Lorsque la largeur de l'espace à voûter doit être divisée en trois travées, et que celle du milieu doit être plus large et plus élevée que les autres, comme dans la plupart de nos églises, on peut déterminer les bases de leurs points d'appui de deux manières. Celle la plus en usage, et qu'on tient des architectes goths, consiste à ne donner à la superficie des bases des points d'appui intérieurs que l'étendue nécessaire pour recevoir la charge qu'ils doivent supporter, en rejetant l'effort de la poussée sur les piliers extérieurs, par le moyen d'arcs-boutans, en donnant à ces points d'appui une position et une superficie de base capables d'y résister solidement.

La méthode la plus facile qu'on puisse tirer des principes de la théorie pour ce premier cas consiste, après avoir fait le plan des deux demi-travées qui tombent sur un même pilier, Figure 36, à prendre la moitié de la somme des deux demi-diagonales AD, AE, à laquelle on ajoutera la moitié de la hauteur isolée du point d'appui, et à prendre le douzième du tout, comme rayon, pour décrire un cercle qui indiquera la surface de la base du point d'appui cherché. Si elle ne doit pas être circulaire, on circonscrira autour la forme qu'on voudra lui donner, afin d'augmenter plutôt que de diminuer sa solidité. Pour le point d'appui extérieur B, on formera un rectangle, qui aura pour largeur le côté du carré inscrit au cercle précédent, et pour longueur, le double.

Au-dessus des toits des bas-côtés, on établira un arc-boutant dont le pied-droit sera élevé sur celui du bas, en retraite d'un sixième sur le nu extérieur, et en surplomb d'autant sur le nu intérieur. La ligne de sommité ou tangente de cet arc-boutant, qui doit être d'un seul arc de cercle, sera déterminée par la corde de l'arc de la partie supérieure de la voûte prolongée indéfiniment. Pour avoir son centre, on tirera la corde GH, Figure 37, sur le milieu de laquelle on élèvera une perpendiculaire qui coupera l'horizontale GF en un point 1 qui sera le centre de l'arc.

On pourra relier ces arcs rampans par d'autres arcs en retour, qui porteront une plate-forme ou trottoir au-dessus, avec un appui sur lequel on pourra faire le tour de l'édifice, et qui formera en dehors un attique, pour cacher les arcs-boutans.

Pour le second cas, on cherchera une base de pied-droit qui puisse résister à l'effort de la grande voûte de la nef du milieu, en prenant pour hauteur de pied-droit l'élévation de sa naissance au-dessus de la voûte des bas-côtés, Figure 39; on portera la moitié de cette hauteur de B en H, sur le plan, Figure 38. Ayant ensuite divisé IH en douze parties égales, on en portera une de I en A, et deux de A en F; le rectangle fait sur la diagonale FI indiquera la superficie du pied-droit intérieur, auquel on ajoutera des saillies de droite et de gauche, pour recevoir les retombées des arcs communiquans aux bas côtés. La longueur FD sera divisée en six parties égales, dont deux pour la saillie du pilastre ou demi-colonne intérieure, sur laquelle doit se profiler l'entablement, trois pour l'épaisseur du mur, et une pour le pilastre du côté des nefs latérales, dont le prolongement formera contre-fort au-dessus des bas-côtés.

Pour le pied-droit extérieur B, on portera, comme ci-devant, la moitié de la hauteur jusqu'à la naissance de E en G, et $\frac{1}{12}$ de BG, de B en L; enfin, $\frac{2}{12}$ de B en K, le rectangle fait sur la diagonale KL désignera la superficie du pied-droit; on ajoutera, comme pour celui en face, les saillies pour les retombées des arcs ou vitraux, comme on le voit indiqué à la Figure 38.

Lorsque les intervalles entre les pieds-droits sont remplis d'un mur plein, si on le place en arrière-corps, afin que les pieds-droits forment dosserets en dedans, comme *ihef*, Figure 33, dont la saillie *ef* est égale à la moitié de la face *he*, ce mur doit avoir une épaisseur égale à *he*; mais si ce mur est avancé à l'alignement de la face des piliers, il suffit qu'ils aient les deux tiers de cette épaisseur, de manière que les pieds-droits forment contre-forts à l'extérieur : au reste, connaissant l'effort de la poussée, on peut opérer pour les murs de talus et les contre-forts, comme nous l'avons ci-devant indiqué pour ceux des murs de terrasse, depuis la page 180 jusqu'à la page 192.

Des voûtes d'arêtes antiques.

Ce qui reste des grands édifices construits par les anciens Romains, nous fait connaître qu'ils avaient la précaution de soutenir la retombée des voûtes d'arête par des colonnes placées en avant des murs, afin d'augmenter leur résistance précisément aux endroits où se font les plus grands efforts. Ces colonnes avaient encore l'avantage de diminuer le diamètre de ces voûtes, en produisant un genre de décoration noble et utile. On peut juger de cette belle disposition par les grandes salles des Thermes, telles que celle des Thermes de Dioclétien à Rome, qui forme actuellement l'église des Chartreux, et par les restes des Thermes de Caracalla et du Temple de la Paix, ainsi que par plusieurs parties d'édifices construits d'après ces modèles.

Voûtes du Temple de la Paix.

En examinant la belle disposition de l'édifice connu sous le nom de
Pl. 186. Temple de la Paix, représenté par la Figure 2 de la Planche CLXXXVI, on ne peut pas s'empêcher d'admirer la manière avantageuse dont ses points d'appui sont distribués pour résister à la poussée des voûtes immenses qui couvraient ce grand édifice. La voûte de la partie du milieu, qui a 25 mètres 22 centimètres de largeur (77 pieds 8 pouces), sur 74 mètres 92 centimètres (239 pieds 7 pouces 9 lignes) de longueur, était formée par trois travées de voûtes d'arête, dont les retombées étaient soutenues par 8 grandes colonnes de marbre de 1 mètre 847 millimètres de grosseur (5 pieds 8 pouces 4 lignes). Ces colonnes étaient placées en avant des murs, de manière à diminuer le diamètre intérieur de la voûte de 3 mètres 42 centimètres (10 pieds 6 pouces 4 lignes).

Les parties collatérales sont formées de chaque côté de trois renfoncemens voûtés en berceau de 23 mètres 12 centim. de largeur (71 pieds 2 pouces), et 16 mètres 59 centimètres de profondeur (51 pieds 1 pouce). Ces voûtes sont séparées par des murs dont l'épaisseur est de 3 mètres 356 millimètres (10 pieds 4 pouces); les murs des extrémités marqués A et B, ont 4 mètres 575 millimètres (14 pieds 1 pouce).

Voulant comparer les résultats que donnerait la théorie que j'ai établie ci-dessus, avec ceux qui nous sont donnés par l'expérience dans les grands édifices, j'ai appliqué la formule trouvée

$$x=\sqrt{2p+\frac{2pd-2mc}{a}+\frac{b^2}{a^2}}-\frac{b}{a}$$

aux voûtes de ce temple; cette formule m'a donné 3 mètres 25 centimèt. (10 pieds) pour l'épaisseur des murs capables de résister à leur poussée, au lieu de 3 mètres 356 millimètres que se trouvent avoir les murs qui les séparent, et de 4 mètres 575 millimètres qu'on a donnés à ceux des extrémités : ainsi l'on voit que ces murs n'ont que l'épaisseur qui convenait à un édifice de ce genre, indépendamment des efforts qu'ils avaient encore à soutenir de la grande voûte du milieu. Cependant, comme ces derniers efforts agissent dans le sens de la longueur de ces murs, ils acquièrent par le poids des parties de la grande voûte qu'ils soutiennent, une résistance beaucoup plus forte que l'effort de la poussée; car on ne trouve, par la formule des voûtes d'arête, que 6 mètres 18 centimètres pour la longueur des murs intermédiaires C et D, sur l'épaisseur qu'ils ont, tandis que leur longueur est de 16 mètres 59 centimètres, et pour celle des murs extérieurs, 8 mètres 69 centimètres, c'est-à-dire, moins de la moitié de celle qu'ils ont. Il faut remarquer que ces voûtes n'étaient entretenues par aucune chaîne, ni tiran de fer, comme nous le pratiquons, et qu'elles se soutenaient par la seule résistance de leurs pieds-droits. Il est vrai que ces voûtes étant construites en blocage et en briques maçonnées avec d'excellent mortier, elles ont acquis, avec le temps, autant de solidité que si elles étaient formées d'une seule pièce, *mais il a fallu un certain nombre d'années pour qu'elles parviennent à ce degré de solidité, et que les murs soient assez solides pour résister aux premiers efforts de la poussée* [1].

[1] Nous avons déjà fait observer, dans l'Introduction de cet ouvrage (pages xxij, xxiij), que lors de l'enlèvement des colonnes qui décoraient la grande salle du temple de la

Observations sur les voûtes d'arêtes gothiques.

La courbure de cintre la plus favorable pour les voûtes d'arête est celle des arcs gothiques, parce que la partie qui pousse le plus se trouve supprimée. On trouve que l'effort de leur poussée n'est que les trois septièmes de celui des voûtes en plein cintre de même diamètre, épaisseur, hauteur de pied-droit et forme d'extrados, et qu'il suffit de donner à leurs points d'appui les trois quarts de ceux des voûtes en plein cintre de même forme et dimension.

Dans la plupart des églises gothiques et des églises modernes, en arcades et voûtées en voûtes d'arêtes, l'épaisseur des piliers est entre le tiers et le quart de la largeur des bas-côtés, et celle des murs extérieurs entre le tiers ou le quart de la largeur de la nef du milieu, qui est ordinairement double des bas-côtés.

A l'église de Notre-Dame de Paris, les piliers ronds qui soutiennent le milieu des voûtes des doubles bas-côtés, ont pour diamètre la neuvième partie de la largeur qu'ils divisent en deux, entre les nus des colonnes. Celles qui séparent la nef du milieu n'ont que la dixième partie de sa largeur; mais les murs des chapelles, qui se trouvent opposés selon leur longueur à l'effort des voûtes, suppléent à ce que les colonnes ou piliers ronds ont de moins que ceux des autres édifices de ce genre.

A la cathédrale de Milan, où les doubles bas-côtés sont fort élevés, le diamètre des piliers, formant un faisceau de huit colonnes, est le tiers

Paix, la masse des pendentifs ou *retombées* qui étaient restées après la destruction des voûtes demeurèrent comme suspendues sans se détacher des murs. Ce fait, qu'il faut attribuer à la puissance du mortier, dont les Romains avaient acquis une si grande expérience, n'affaiblit en rien l'importance des principes de la théorie, comme on peut en juger par ce qui précède; mais il semble devoir fournir une nouvelle preuve de cette profonde sagacité qui brille dans tous leurs ouvrages. En effet, il paraît aujourd'hui démontré par l'état actuel des choses, que ces élémens, si essentiels en apparence, formés même quelquefois des matières les plus dures, sans doute en raison de la charge qu'ils semblaient avoir à soutenir [1]; en un mot, que toutes ces dispositions démonstratives d'un ingénieux mécanisme de construction ne pouvaient avoir d'autre objet que de dissimuler un artifice encore plus admirable. Quoi qu'il en soit, il demeure toujours évident que, bien loin d'être, comme dans la plupart des édifices modernes, *le type auquel toute la construction se trouve subordonnée,* les colonnes n'apparaissaient là, en quelque sorte, que comme une concession faite, par l'art de bâtir, aux ordonnances grecques, dont l'introduction encore récente exerçait alors tant d'influence sur l'architecture.

[1] Aux Thermes de Dioclétien, aujourd'hui la Chartreuse, les retombées des voûtes d'arête portent sur huit colonnes de granite.

de leur distance prise de milieu en milieu, et le sixième de la largeur de la grande nef. Mais les murs d'enceinte, en y comprenant les demi-piliers et les contre-forts, n'ont que le tiers de la largeur de la nef du milieu; tandis qu'à Notre-Dame de Paris les murs des chapelles opposent une épaisseur de plus de la moitié de la largeur de la grande nef.

A la cathédrale de Florence (Sainte-Marie-des-Fleurs), les piliers qui séparent la grande nef des bas-côtés sont extrêmement éloignés les uns des autres, et les murs extérieurs fort minces. Leur épaisseur, qui n'est que la septième partie de la largeur de la nef, serait insuffisante pour soutenir la poussée des voûtes d'arête qui sont fort élevées, si cette poussée n'était pas détruite par des doubles tirans de fer qui traversent la nef du milieu au droit de chaque pilier, et par de fortes armatures de charpente posées au-dessus des voûtes des bas-côtés, avec des arcs boutans en pierre, qui ne paraissent pas à l'extérieur.

Nous avons déjà remarqué que ces voûtes d'arête gothique ne sont pas, comme les voûtes régulières, le résultat de parties de voûte en berceau qui se croisent; c'est l'assemblage de plusieurs arcs, dont les intervalles sont garnis de maçonnerie légère, disposée de la manière la plus propre à les maintenir et à former un ensemble régulier. Comme le milieu des lunettes ne forme jamais une ligne droite horizontale, mais une courbe, il en résulte que tout l'effort ne tombe pas seulement sur les pieds-droits, et qu'une partie est soutenue par les parties de murs intermédiaires : c'est pourquoi ces voûtes, pour la légèreté et la solidité, ont l'avantage sur les voûtes régulières.

Cette multitude d'arcs-boutans, dont la plupart des églises gothiques sont garnies à l'extérieur, sont souvent superflus, ainsi que le prouvent, indépendamment de la théorie, plusieurs édifices de ce genre, où l'on a évité d'en mettre, quoique leurs voûtes soient beaucoup plus élevées que la plupart des grandes nefs au-dessus des bas-côtés des églises ordinaires, telles que la Sainte-Chapelle à Paris, et la petite église de Cluni, près la Sorbonne, que nous avons déjà citées, et plusieurs autres qui n'en sont pas moins solides.

Dans la plupart de nos églises modernes, où les lunettes ont un diamètre beaucoup plus petit que celui de la grande voûte, afin d'éviter de leur donner un cintre surhaussé, on s'est servi de différens expédiens : les uns, en conservant les naissances à la même hauteur, ont formé des lunettes qui rencontrent la grande voûte au-dessous de son sommet; d'autres ont élevé les naissances des lunettes jusqu a ce que leur sommet se trouve à la même hauteur que celui de la grande voûte, en coupant sa partie inférieure d'aplomb jusqu'à la hauteur de la naissance des lunettes; d'autres ont pris un parti moyen, en élevant d'une part les naissances des lunettes au-dessus de celles de la grande voûte, et abaissant de l'autre leur sommet au-dessous de celui de la grande voûte; d'autres enfin ont donné une inclinaison au sommet des lunettes, qui forme une tangente à la courbe du cintre de la grande voûte.

Le premier de ces moyens a le désavantage de produire une plus grande poussée, en augmentant le poids de la partie qui la cause.

Le second a le défaut de diminuer la force de la grande voûte dans la partie coupée d'aplomb, et de produire une arête de lunette, qui forme un jarret désagréable à la hauteur de la naissance de la lunette.

Le troisième moyen ne fait que pallier les inconvéniens qui résultent des deux autres, en les rendant moins sensibles.

Le quatrième, dont on voit beaucoup d'exemples en Italie, est préférable, surtout lorsque la différence des diamètres des lunettes avec celui de la grande voûte n'est pas trop considérable.

Cette inclinaison des lunettes opposées équivaut en partie à la courbure des lunettes gothiques; mais elle porte sur les murs intermédiaires une plus grande partie de la poussée.

De tout ce qui vient d'être dit, il est aisé de conclure que le meilleur moyen est de former les voûtes d'arête avec des parties de voûtes en berceau de même diamètre, dont les naissances soient au même niveau, ainsi que l'ont pratiqué les anciens Romains dans leurs plus beaux édifices.

Cette disposition de voûte convient parfaitement aux édifices qui doivent être éclairés par le haut, surtout pour ceux dont la longueur est très-considérable par rapport à la largeur : elle produit un effet moins lourd et plus agréable que les voûtes en berceau continu, par la manière dont la lumière se répand. La bibliothéque de la Minerve, à Rome, est un modèle qu'on peut citer en ce genre.

Je pense que c'est le moyen qui conviendrait le mieux pour une galerie de tableaux, telle que celle du Muséum; c'est aussi un de ceux que j'avais proposés, en 1786, à M. le comte d'Angivillers, directeur général des bâtimens du roi, et qu'il avait accueilli. On aurait pu soutenir les retombées de ces voûtes par des colonnes de marbre, comme au Temple de la Paix et aux grandes salles des Thermes. Ce genre de décoration eût employé utilement les colonnes de marbre précieux qui s'y trouvent. Comme il n'eût été possible de tirer des jours qu'à de certaines distances, la longueur de la galerie eût été divisée en parties de voûtes, qui eussent été alternativement en berceau derrière les frontons, et d'arête dans leur intervalle, séparées par des arcs doubleaux. Cette division aurait fait disparaître la monotonie de cette longue voûte qui, après le bouchement des croisées, n'offrira plus que l'aspect d'un aquéduc souterrain, éclairé par des trous qui, en détruisant la solidité de la voûte, produiront, sans doute, le plus mauvais effet.

Vingt-unième application, à un modèle de voûte en arc de cloître.

Ce modèle, représenté par la Figure 40, forme en plan un carré dont chaque côté est de 9 pouces, mesuré à l'intérieur, sur 10 pouces de hauteur de mur, jusqu'à la naissance de la voûte. Cette voûte est plein cintre et extradossée également à 9 lignes d'épaisseur; elle est divisée en dix-sept parties coupées aux endroits où se font les plus grands efforts, ainsi que l'indiquent le plan et la coupe, Figures 40 et 41. Sur un des côtés de la première, on a tracé à l'ordinaire la circonférence moyenne TKG, les tangentes FT, FG, la sécante FO, l'horizontale IKL, et les verticales B*i* et MK : cela fait, on a considéré cette voûte comme formée de quatre portions triangulaires de voûtes en berceau, soutenues chacune dans toute la longueur de leur base par un des murs qui forment les côtés du carré.

Comme dans ce cas-ci les portions sont égales, il suffit de faire l'application à une, relativement au mur qui la soutient.

Pour opérer il faudra, pour cette voûte comme pour la précédente prendre les cubes au lieu des surfaces, et les surfaces au lieu des lignes.

Ainsi, en désignant la longueur du mur par f, sa hauteur par a, et son épaisseur par x. Son bras de levier étant toujours $\frac{x}{2}$ sa résistance sera exprimée par $afx\ \frac{x}{2}$.

Indiquons maintenant l'effort de la poussée par. . . . . p
EH=TI=KL=KV par. . . . . d
PH sera. . . . . $a+d$
la somme des efforts verticaux de la partie supérieure par. . . . m
celle des efforts inférieurs par. . . . . n

la partie IK de l'horizontale par. c
TB $=$ à la moitié de l'épaisseur de l'arc. . . . . e
le bras de levier KH sera. . . . . $c+x$
TE $=$. . . . . $x-e$

Nous aurons alors l'équation d'équilibre

$$pa+pd=\frac{afx^2}{2}+(m+n)x-ne+me$$

et si nous posons $m+n=b$,

$$\frac{afx^2}{2}+bx=pa+pa+ne-mc;$$

d'où l'on tire

$$x=\sqrt{\frac{2p}{f}+\frac{2pd+2ne-2mc}{af}+\frac{b^2}{a^2f^2}}-\frac{b}{af}$$

Si maintenant nous supposons que l'effort se fait au point B; supposition que nous avons admise jusqu'à présent dans nos formules, nous aurons $e=o$, et la valeur de x devient

$$x=\sqrt{\frac{2p}{f}+\frac{2pd-2mc}{af}+\frac{b^2}{a^2f^2}}-\frac{b}{af}$$

L'effort horizontal de la partie supérieure, désignée dans la coupe par la ligne KL, sera exprimé par le triangle eEd du plan.

Celui de la partie inférieure, désigné dans la coupe par iK, sera exprimé par le trapèze eBCd, du plan.

Le plan de cette voûte étant un carré, la base ed sera double de Eg $=$ KL de la coupe, et la superficie du triangle eEd égal au carré de KL, qu'on trouvera $=41\frac{5}{14}\times 41\frac{5}{14}$, qui donne $1710\frac{2}{7}$.

Ea du plan étant 54 et E$g=41\frac{5}{14}$, on aura la surface du trapèze égale au carré 54, moins le carré de $41\frac{5}{14}$, c'est-à-dire à $1206\frac{5}{7}$: l'effort supérieur étant $1710\frac{2}{7}$, leur différence sera 504, qui, étant multipliée par l'épaisseur de la voûte, qui est 9, donnera 4536 pour l'expression de la poussée désignée par p dans la formule, et pour celle de

$$2p=9072,\ \text{et}\ \frac{2p}{f}=84$$

d qui représente TI, étant $41\frac{5}{14}$, on aura $2pd=375192$.

Pour avoir la valeur de l'effort vertical de la partie supérieure de la voûte désignée par m, il faudra multiplier son cube par KM, et diviser le produit par l'arc KG.

Le cube de cette partie est égal à la superficie courbe qui passe par le milieu de son épaisseur, multipliée par cette même épaisseur.

La superficie moyenne est égale au produit de la longueur nq, prise sur le plan, multipliée par KM, ainsi que l'a démontré M. Mauduit, dans ses Élémens de géométrie.

nq étant 117 et KM $17\frac{1}{7}$, leur produit, qui exprime la superficie moyenne, sera $2005\frac{5}{7}$, qui étant multiplié par 9, donnera pour son cube $18051\frac{3}{7}$. Ce cube, multiplié encore par $\text{KM} = 17\frac{1}{7}$, et divisé par la circonférence $\text{KG} = 46$, donnera 6727 pour la valeur de m, et pour $2m$, 13454. c étant $12\frac{9}{14}$, on aura $2mc = 170100\frac{5}{7}$,

$$\frac{2pd - 2mc}{af} = \frac{375192 - 170100\frac{5}{7}}{120 \times 108}, \text{ qui se réduit à } 15{,}82.$$

b, qui désigne l'effort vertical de la demi-voûte, sera exprimé par son cube multiplié par $\text{B}f = 58\frac{1}{2}$, et divisé par la circonférence moyenne $\text{TKG} = 92$.

Pour avoir le cube, on multipliera la superficie moyenne, c'est-à-dire $nq \times \text{B}f$, ou $117 \times 58\frac{1}{2}$, par l'épaisseur $\text{AB} = 9$, qui donnera

$$6844\tfrac{1}{2} \times 9 = 61600\tfrac{1}{2}.$$

Ce cube multiplié par $\text{B}f = 58\frac{1}{2}$, et divisé par la circonférence moyenne $\text{TKG} = 92$, c'est-à-dire $61600\frac{1}{2} \times \frac{58\frac{1}{2}}{92}$, qui donnera 39169,88 pour la valeur de b, et pour celle de $\frac{a}{b}$, $\frac{39169{,}88}{120 \times 108}$, qui se réduit à 3,02, et $\frac{bb}{aa}$ à 9,12.

Substituant toutes ces valeurs dans la formule

$$x = \sqrt{\left(\frac{2p}{f} + \frac{2pd - 2mc}{af} + \frac{bb}{a^2 f^2}\right)} - \frac{b}{af},$$

on aura

$$x = \sqrt{84 + 15{,}82 + 9{,}12} - 3{,}02,$$

qui donne, après avoir fait les opérations indiquées, $x = 7{,}41$, c'est-à-dire un peu moins de 7 lignes $\frac{1}{2}$ pour l'épaisseur des murs qui serait moindre que celle de la voûte; ce qui fait voir qu'en donnant à ces murs la même épaisseur que la voûte, ils auront toute la solidité qu'ils doivent avoir, ainsi que le prouve l'expérience, *ce modèle de voûte se soutenant également bien sur des murs de 9 lignes d'épaisseur, divisés en 8 parties, et sur 12 colonnes doriques dont le diamètre est de 9 lignes, savoir : quatre placées aux angles, et huit autres sous les parties infé-*

rieures de voûte, ainsi qu'on le voit indiqué pour un quart dans la Figure 41, Planche CLXXXXV.
Pl. 195

Pour trouver l'épaisseur de ces murs, par la méthode geométrique, il faut prendre la différence de la superficie du triangle BEC, avec celle du triangle Eed, qu'on divisera par la longueur BC.

Ainsi, la surface du grand triangle étant $\frac{108 \times 54}{2}$, qui donne 2916, et celle du petit $\frac{82\frac{5}{7} \times 41\frac{5}{14}}{2} = 1710{,}4$, leur différence 1205,6 divisée par 108, donnera 11,16, qu'on portera à l'ordinaire sur le profil de B en h, et l'épaisseur de la voûte de B en n, pour décrire sur nh, comme diamètre, une demi-circonférence de cercle, qui, en coupant l'horizontale BE, déterminera l'épaisseur du mur qu'on trouvera de 10 lignes.

Le peu de poussée que donne cette espèce de voûte vient de ce que la partie supérieure qui la cause diminue de volume à mesure que l'effort horizontal devient plus considérable, et de ce que la forme triangulaire de ses parties et leur position lui procure l'avantage d'avoir leur plus grand côté pour base; tandis que dans les voûtes d'arête, les parties triangulaires ne posant que sur un angle, le poids augmente en plus grande raison que les efforts horizontaux.

De plus, comme les parties en retour se soutiennent mutuellement, il en résulte qu'une demi-voûte, et même un quart de voûte à base carrée se soutient seul, lorsque l'épaisseur des murs est de 10 lignes; ce qui prouve que, les parties opposées n'agissant presque pas les unes contre les autres, la poussée devient presque nulle.

En appliquant à cette voûte la méthode des centres de gravité, la formule devient

$$x = \sqrt{\frac{2p}{f} + \frac{2bc}{af} + \frac{bb}{a^2 f^2}} - \frac{b}{af};$$

on trouvera que la verticale abaissée de celui de la partie supérieure de voûte est éloignée du point d'appui N, autour duquel elle tend à tourner $= 11{,}18$, et que la distance Ng de ce point d'appui à la direction de la puissance horizontale Gg, est de 24,82.

Le cube de cette partie de voûte étant 18051,41, l'expression de l'effort qu'il faudra pour la soutenir, sera $18051{,}41 \times \frac{11{,}18}{24{,}82}$, qui donne pour la valeur de p, 8131,13, et pour $\frac{2p}{f}\ \frac{16262,26}{108}$, qui se réduit à 150,57, b étant 61600,5; et c, qui indique la distance de la verticale abaissée du centre de gravité de la demi-voûte au point B, autour duquel elle tend à tourner, étant 7,23, on aura

$$\frac{2bc}{af}=\frac{123201\times7,23}{120\times108}, \text{ qui se réduit à } 68,73,$$

$$\frac{b}{af} \text{ sera } \frac{61600,5}{120\times108}=4,75, \text{ et } \frac{bb}{a^2f^2}=22,56.$$

Ces valeurs substituées dans la formule donnent

$$x=\sqrt{150,57-68,73+22,56}-4,75;$$

qui donne, après avoir fait les opérations indiquées $x=5,47$, environ 5 lignes $\frac{1}{2}$, c'est-à-dire moins que par l'autre méthode, parce que la forme triangulaire exigerait quelque petite modification que nous avons négligée, par la raison que nous avons déjà alléguée, qu'il vaut mieux trouver un résultat un peu trop fort qu'un peu trop faible.

Il est bon d'observer que le plus grand effort de cette espèce de voûte devant se faire vers le milieu de la longueur du mur en $a\,h$, c'est là où devrait être la plus forte épaisseur; d'où il résulte qu'au lieu d'un mur à base rectangulaire, il en faudrait un à base triangulaire. *Cette observation est confirmée par l'expérience, car le modèle entier se soutient bien sur des pieds-droits de* 9 *lignes d'épaisseur, tandis que, pour qu'un quart de voûte se soutienne, il faut que l'épaisseur des parties de mur qui y répondent soit de* 10 *lignes.*

Pour trouver l'épaisseur que devrait avoir le pied-droit à base triangulaire au droit de l'angle, il faut changer dans la formule l'expression algébrique de la résistance du pied-droit : ainsi, désignant l'épaisseur ah de la Figure 41, par x, la superficie de la base du pied-droit triangulaire sera $f\times\frac{x}{2}$, et son cube $\frac{afx}{2}$; et comme son centre de gravité répond au tiers de ah, la résistance du pied-droit sera

$$\frac{afx}{2}\times\frac{2x}{3}, \text{ qui donne } \frac{2afxx}{6}.$$

Ainsi on aura l'équation $pa+pd=\frac{2afxx}{6}+bx+mc$, qui donnera, après avoir fait les réductions comme ci-devant,

$$x=\sqrt{\frac{3p}{f}+\frac{3pd-3mc}{af}+\frac{9bb}{4a^2f^2}}-\frac{3b}{2af},$$

dans laquelle substituant les valeurs, on aura

$$x=\sqrt{126\tfrac{1}{6}+23\tfrac{1}{2}+28\tfrac{4}{9}}-5\tfrac{1}{3},$$

qui donne 8 lignes pour l'épaisseur *ah*; mais comme cette forme de pied-droit ne peut pas convenir à une voûte dont l'épaisseur par le bas est terminée par des lignes parallèles, le moyen le plus convenable est de donner au pied-droit la même épaisseur que la voûte a par le bas.

Il est facile de concevoir que les avantages des voûtes en arc de cloître diminuent en raison de ce qu'elles sont plus longues que larges, en sorte que le milieu du grand côté d'une voûte de ce genre, dont la longueur est plus du double de la largeur, doit agir comme une voûte en berceau ordinaire. Si les parties de voûtes sont séparées par les diagonales du plan que la voûte doit couvrir, comme la Figure 1 de la
Pl. 44. Planche XLIV, on donnera aux murs les deux tiers de l'épaisseur que devrait avoir une voûte en berceau, de même cintre, ayant la largeur pour diamètre. Mais si elles sont séparées par des lignes qui divisent l'angle du plan en deux, comme aux Figures 7 et 12 de la même Planche, il faudra donner aux murs l'épaisseur entière, au lieu des deux tiers.

Comme dans ces espèces de voûtes le plus grand effort se fait vers le milieu des côtés, il faut éviter, autant qu'il est possible, d'y pratiquer des vides pour des ouvertures de porte ou de fenêtre.

Cette forme de voûte convient très-bien pour les appartemens voûtés, auxquels on a peu d'élévation de cintre à donner, et dont le plan ne présente pas une longueur plus grande que le double de leur largeur.

Lorsque la hauteur de cintre qu'on peut donner à ces voûtes est moindre de la sixième partie de leur largeur, il faut le former d'un seul arc de cercle.

Vingt-deuxième application, à un modèle de voûte sphérique.

Ce modèle, représenté par les Figures 42, 43, 44 et 45, a même diamètre et épaisseur que le précédent; il est coupé en huit parties égales par des plans verticaux qui se croisent à l'axe : chacune de ces parties est subdivisée en deux autres par un joint à 45 degrés, ce qui forme en tout seize morceaux. Cette voûte est élevée sur un mur circulaire de même épaisseur qu'elle, divisé en huit parties correspondantes à celles de la voûte : toutes ces parties sont posées de manière à former des joints continus, sans aucune liaison, afin de présenter le cas le plus défavorable. Cependant ce modèle se soutient solidement, et peut même porter un poids sur son sommet.

Si l'on substitue aux huit parties de murs circulaires huit petites colonnes de même hauteur, comme le représente la Figure 44, de manière que les joints verticaux répondent au milieu de chaque colonne, cette voûte se soutient encore, quoique le cube de ces colonnes, ainsi que leur poids, ne soit que la neuvième partie du mur circulaire qu'elles remplacent.

Il résulte de ces expériences que les voûtes sphériques ont encore moins de poussée que les voûtes en arc de cloître.

Pour faire l'application, il faudra, après avoir fait le profil de cette voûte, et décrit la circonférence moyenne, tirer à l'ordinaire les tangentes TF, GF, la sécante FO, l'horizontale IKL, et les verticales KM et Bi; ensuite, opérant pour un huitième de voûte, on prendra le secteur Ohm pour exprimer l'effort horizontal indiqué par KL, et la partie de couronne HhMm, pour exprimer l'effort horizontal de la partie inférieure.

La différence de ces deux superficies, multipliée par l'épaisseur de la voûte, sera l'expression de la poussée, désignée par p dans la formule.

Le rayon Om du secteur étant $41\frac{5}{14}$, et sa circonférence $32\frac{1}{2}$, sa superficie sera $672\frac{3}{56}$.

La superficie de la partie de couronne hHMm sera égale à la différence des deux secteurs OHM et Ohm, dont le premier est égal au produit de la moitié de $\text{OM}=27$ par l'arc $\text{HM}=42\frac{3}{7}=1145\frac{4}{7}$, et le second $=672\frac{3}{56}$, on trouvera cette différence $=473\frac{29}{56}$.

La poussée, étant égale à la différence entre $672\frac{3}{56}$ et $473\frac{29}{56}$, sera $198\frac{15}{28}\times 9$, qui donnera pour la valeur de p de la formule $786\frac{23}{28}$.

f exprimant pour ce modèle le développement de la huitième partie de mur circulaire, sera $42\frac{1}{2}$, ce qui donnera $\frac{p}{f}=42$.

d, qui exprime la différence de la longueur du bras de levier avec la hauteur du pied-droit, étant $41\frac{5}{14}$, on aura $pd=73897\frac{4}{7}$.

Pour avoir la valeur de mc, il faut d'abord chercher celle de m, qui indique l'effort vertical de la partie supérieure de voûte, qui doit être égal au cube de cette partie, multiplié par KM, et divisé par l'arc KG.

Le cube de cette partie de voûte est égal à la différence du cube du secteur de sphère, dans lequel elle est comprise avec celui qui forme sa capacité intérieure.

Nous avons déjà dit, page 18, que le cube d'un secteur est égal au produit de la superficie de sphère dont il fait partie par le tiers du rayon, et que cette superficie était égale au produit de la circonférence du grand cercle par la flèche de cette surface : ainsi la superficie du grand secteur ORC r, Figure 42, sera égale au produit du grand cercle, dont A a est le diamètre $= 126$ par la flèche C $s = 18\,\frac{5}{11}$, qui donne 7308, et son cube par 7308×21, qui donne 153468.

La superficie du petit secteur OND n sera égale au produit du grand cercle, dont Bb est le diamètre $= 108$ par la flèche VD $= 15\,\frac{9}{11}$, qui donne $5369\,\frac{27}{77}$ et son cube par $5369\,\frac{27}{77} \times 18$, qui donne $96648\,\frac{24}{77}$. Otant ce dernier cube de celui du grand secteur, que nous avons trouvé $=$ 153468, le reste, 56819, sera le cube de la partie de voûte supérieure formant calotte, dont la huitième partie $7102\,\frac{3}{8}$ sera le cube que nous cherchions, lequel étant multiplié par KM $= 17\,\frac{1}{7}$, et divisé par l'arc KG $= 46$, donnera $2646\,\frac{2}{3}$ pour la valeur de m de la formule.

c, qui représente iK, étant $12\,\frac{9}{14}$, on aura

$$mc = 33461\,\tfrac{3}{7}\text{; ainsi } pd - mc \text{ sera } 73897\,\tfrac{4}{7} - 33461\,\tfrac{3}{7} = 40436\,\tfrac{1}{7};$$

$$\text{et pour } \frac{pd-mc}{af}\ \frac{40436\,\frac{1}{7}}{120 \times 42\,\frac{1}{2}} \text{ qui se réduit à } 7{,}92.$$

Dans l'application précédente au modèle de voûte en arc de cloître, les murs étant droits, la distance de leur centre de gravité au point d'appui se trouvait égale à la moitié de leur épaisseur : dans celle-ci, le mur étant circulaire, son centre de gravité est d'autant plus éloigné du point d'appui qu'il embrasse une plus grande partie de la circonférence du cercle : en ne prenant que la huitième partie, son centre de gravité se trouve hors de l'épaisseur du mur, d'une quantité que nous désignerons par e; en sorte que son bras de levier, au lieu d'être $\frac{x}{2}$, sera $e + x$, ce qui changera la formule précédente en celle-ci :

$$afx\,(e + x) + bx = pa + pd - mc$$

qui en ordonnant par rapport à x, devient,

$$afx^2+(eaf+b)\,x=pa+pd-mc,$$

d'où l'on tire :

$$x^2+\left(e+\frac{b}{af}\right)x=\frac{pa+pd-mc}{af},$$

et si l'on pose $e+\frac{af}{b}=2h$, on a la valeur de x.

$$x=\sqrt{\frac{p}{f}+\frac{pd-mc}{af}+h^2}-h,$$

b exprime l'effort vertical d'un huitième de voûte, égal à son cube, multiplié par la verticale Bf, et divisé par la circonférence moyenne TKG.

Ce cube est égal au huitième de la sphère, dont Aa est le diamètre, moins celui du huitième de la sphère, qui a pour diamètre Bb.

Le diamètre Aa étant 126, le huitième de la circonférence du grand cercle sera $49\frac{1}{2}$, qui, multiplié par la flèche qui se trouve être le rayon $=63$, donnera pour la superficie du huitième de la grande sphère $3118\frac{1}{2}$, et pour son cube $3118\frac{1}{2}\times 21=65688\frac{1}{2}$.

Le diamètre Bb étant 108, le huitième de la circonférence du grand cercle sera $42\frac{3}{7}$, qui, multiplié par le rayon 54, donnera pour la superficie $2291\frac{1}{7}$, et pour son cube $2291\frac{1}{7}\times 18=41240\frac{4}{7}$: en ôtant le plus petit de ces cubes du plus grand, la différence, $24447\frac{13}{14}$, sera celui de ce huitième de voûte qu'il faudra multiplier par B$f=58\frac{1}{2}$, et diviser le produit $1430203\frac{23}{28}$, par l'arc moyen TKG $=91\frac{6}{7}$; le quotient 15558 exprimera l'effort vertical du huitième de voûte, exprimé par b dans la formule, ce qui donne pour celle de

$$\frac{b}{af}\;\frac{15558}{5100}\text{, qui se réduit à } 3{,}05.$$

e, étant 2,51, on aura pour la valeur de h, $h=2{,}78$, et pour celle de hh, $h^2=7{,}72$.

Substituant les valeurs trouvées dans la formule,

$$x=\sqrt{\frac{p}{f}+\frac{pd-mc}{af}+hh}-h,$$

on aura

$$x=\sqrt{42+7{,}92+7{,}72}-2{,}78=\sqrt{57{,}64}-2{,}78,$$

qui se réduit, après les opérations faites, à $x=4{,}72$, au lieu de 7,41 trouvé pour la voûte d'arc de cloître, dont le plan serait formé par le carré circonscrit. Cette différence vient de ce que les murs droits qui répondent à chaque quart de voûte, n'ont pour bras de levier que la moitié de leur épaisseur, tandis que dans les voûtes sphériques la partie de mur correspondante a un bras de levier trois fois plus considérable.

Application par la méthode des centres de gravité.

Pour cette application, nous allons faire usage d'un moyen fort simple de déterminer les centres de gravité des voûtes sphériques, que j'ai déduit des principes de théorie établis dans un ouvrage de mathématiques de l'abbé Deidier, intitulé : *Mesure des surfaces et des solides par l'arithmétique des infinis et les centres de gravité* [1].

Considérant la voûte réduite à sa circonférence moyenne, pour avoir le centre de gravité de la partie supérieure, indiqué par KG, Figure 44, on tirera par le milieu 2 de GL une horizontale qui coupera l'arc KG au point 3; portant ensuite la distance 2, 3 sur le plan, on décrira un arc 5, 6, dont on cherchera le centre de gravité, en multipliant sa corde par son rayon, et divisant le produit par le contour de l'arc (comme nous l'avons ci-devant expliqué, page 114); le quotient 29,68 indiquera la distance du centre de gravité à l'axe, qu'on portera sur le profil de 2 en 4. Nn étant $=38{,}18$, la différence N4 sera 8,50, désignant le bras de levier du poids de la partie supérieure de voûte exprimée par son cube.

Ng sera, comme dans l'application précédente, 24,82, exprimant le bras de levier de la puissance horizontale qui soutient la partie de voûte supérieure sur son joint HN.

Le cube de cette partie étant $7102\frac{3}{8}$, l'effort de la puissance sera exprimé par $\frac{7102\frac{3}{8}\times 8{,}50}{24{,}82}$, qui se réduit à 2432,32 pour la valeur de p l'on a aussi $\frac{p}{f}=\frac{2432{,}32}{42{,}5}=57{,}23$.

b, qui exprime le poids des deux parties de voûte réunies, sera 24447,93.

c, indiquera, dans ce cas-ci, la distance de la verticale abaissée du centre de gravité des deux parties de voûte réunies, au point B.

Pour avoir ce centre de gravité, on tirera une horizontale du mi-

[1] Volume in-4°. avec des planches. Paris, 1740, chez C. A. Jombert.

lieu 7 de GO, qui coupera la circonférence moyenne au point 8; portant ensuite la distance 7,8 sur le plan, on décrira un arc 9, 10, dont on cherchera le centre de gravité, qu'on trouvera à 49,36 de l'axe, et à 4,64 du point B, qui sera la valeur de c. Ainsi, on aura

$$\frac{bc}{af}=\frac{24447,93\times4,64}{120\times42,5},\text{ qui se réduit à } 22,24.$$

h, qui représente, comme dans l'application précédente,

$$e+\frac{b}{af},\text{ sera } 2,51+\frac{24447,93}{5100},\text{ qui se réduit à } 7,30,$$

en sorte que $h=3,65$, d'où $h^2=13,32$.

Toutes ces valeurs, étant substituées dans la formule

$$x=\sqrt{\left(\frac{p}{f}-\frac{bc}{af}+hh\right)}-h,\text{ donneront}$$

$$x=\sqrt{57,23-22,24+13,32}-7,3,$$

qui se réduit à $x=3,30$, au lieu de 4,72, que donne l'autre méthode, différence qui vient de ce que, par la première méthode, les efforts verticaux sont un peu faibles : au reste, cette différence est à l'avantage des pieds-droits.

Il résulte des applications faites aux quatre modèles de voûte précédens, qui sont les plus en usage,

1°. Que pour la voûte en berceau en plein cintre, dont la longueur est égale au diamètre, la superficie des deux murs parallèles qui la soutiennent est de 4698.

2°. Que celle des quatre piliers à base carrée, qui soutiennent la voûte d'arête, est de 7056.

3°. Que celle des quatre murs de la voûte en arc de cloître, est de 3425 $\frac{2}{3}$.

4°. Que celle du mur circulaire de la voûte sphérique, est de 1238 $\frac{1}{6}$.

Ainsi en n'ayant égard qu'au diamètre de ces voûtes, qui est le même pour toutes, on trouvera que si l'on désigne la superficie du mur circulaire de la voûte sphérique par 1,

Celle des murs de la voûte en arc de cloître sera un peu moins de 3;

Celle des murs de la voûte en berceau, moins de 4;

Et celle des piliers de la voûte d'arête, moins de 6.

Mais si l'on a égard à l'espace que chacune de ces voûtes occupe, avec leurs murs et point d'appui, on trouvera qu'à superficie égale les murs de la voûte en berceau en seraient les $\frac{2}{7}$.

Ceux de la voûte en arc de cloître, moins du quart.

Les piliers de la voûte d'arête, en la supposant continuée dans l'épaisseur des piliers, un peu plus du septième.

Et le mur circulaire de la voûte sphérique, un peu plus des deux dix-septièmes.

En sorte que si l'on suppose que l'espace occupé par chacune de ces voûtes est 400,

Les murs de la voûte en berceau seront.	115
Ceux de la voûte en arc de cloître.	91
Les piliers de la voûte d'arête.	60
Le mur circulaire de la voûte sphérique.	48

D'où il résulte qu'après les voûtes sphériques, ce sont les voûtes d'arête qui exigent le moins de points d'appui : conclusion à laquelle il semble qu'on ne devait pas s'attendre, d'après ce que nous avons dit de leur poussée, mais qui est justifiée par l'expérience.

On pourra peut-être regarder comme une chose extraordinaire, que ces formules donnent pour les voûtes d'arc de cloître et les voûtes sphériques des épaisseurs de murs moindres que celles de ces voûtes. Quoique ce résultat soit constaté par l'expérience, nous ne prétendons pas en conclure qu'il faille donner à ces murs moins d'épaisseur qu'aux voûtes qu'ils soutiennent, mais qu'ils peuvent n'être pas pleins dans toute leur longueur.

Nous nous bornerons à démontrer, d'après les principes ci-devant établis, pages 256 et 257, n°. 5, 6, 7, 8 et 9, et notamment ce dernier, où l'on fait voir que la poussée est égale à la différence des efforts horizontaux des parties de voûte qui agissent en sens contraire; en sorte que si ces deux efforts étaient égaux, n'y ayant pas de différence, il n'y aurait pas de poussée : c'est ce qui arrive dans les voûtes en arc de cloître et les voûtes sphériques.

Preuve pour la voûte en arc de cloître.

Supposant cette voûte réduite à sa superficie moyenne, la partie qui
Pl. 195. cause la poussée sera indiquée dans le profil, par KL (Planche CLXXXXV, Figures 40 et 41), et en plan, par le triangle E*ed*, égal au carré *keg*E; la

partie qui lui résiste sera indiquée dans le profil par IK, et en plan par le trapèze *enqd*, égal à la partie formant équerre *enmgek*. Cela posé, si l'on fait attention que le côté du grand carré *enm*E est égal à la diagonale du petit *keg*E, la superficie de ce dernier sera égale à la moitié de celle du grand; donc la partie en équerre, qui exprime l'effort de la partie de voûte inférieure, sera égale au carré exprimant l'effort de la partie supérieure; donc elle ne doit pas avoir de poussée. Celle que nous avons trouvée dans l'application des deux méthodes vient de ce que nous avons supprimé de l'expression de la partie inférieure, le petit trapèze B*nq*C, formant la moitié de son épaisseur; parce qu'en considérant cette partie inférieure d'une seule pièce, elle tend à tourner autour de la ligne BC, ce qui n'arriverait pas si elle était composée d'une infinité de voussoirs qui pussent agir.

La même démonstration peut s'appliquer aux voûtes sphériques; car, en tirant les lignes M*n*, *dn*, Figure 43, il est facile de voir que le rayon O*h* étant égal à la moitié de la diagonale *n*O, la superficie du cercle décrit avec le rayon O*h* sera moitié de celle du cercle décrit avec le rayon O*m*. Donc la couronne, qui exprime l'effort de la partie inférieure, étant égale au cercle qui exprime celui de la partie supérieure, cette voûte, de même que celle en arc de cloître, n'aura pas de poussée.

Cette propriété des voûtes sphériques peut encore se démontrer d'une autre manière, en faisant voir que le produit de la partie supérieure de voûte, multiplié par KL, est égal à celui de la partie inférieure, multiplié par IK; car, supposant cette voûte réduite à sa circonférence moyenne, l'effort de la partie supérieure sera égal au produit de la circonférence qui lui sert de base, que nous désignerons par C, par LG, et par son bras de levier KL. Celui de la partie inférieure sera $C \times TI \times IK$; et comme $LG = IK$, et $TI = KL$, on aura

$$C \times LG \times KL = C \times TI \times IK.$$

Preuve pour la voûte sphérique.

Nous avons pensé que l'on verrait avec intérêt le travail que l'auteur fit à ce sujet, en 1796, sur les voûtes et pendentifs du dôme de l'église de Sainte-Geneviève, alors le Panthéon français, et qu'il s'était borné à indiquer ici pour exemple de cette application dans les éditions précédentes.

APPLICATION FAITE PAR L'AUTEUR, EN 1796, AUX VOUTES ET PENDENTIFS DU DÔME DE L'ÉGLISE DE SAINTE-GENEVIÈVE, ALORS PANTHÉON FRANÇAIS[1].

Les trois voûtes qui terminent le dôme du Panthéon français ont ensemble, par le bas, une épaisseur réduite de 4 pieds 6 pouces. Quoique le mur circulaire qui les soutient à différentes hauteurs n'ait que 3 pieds 3 pouces, et qu'il soit ouvert par douze grandes croisées de chacune 8 pieds 4 pouces de large; et malgré le tassement qui a eu lieu et les accidens qui se sont manifestés aux piliers, on ne s'est aperçu d'aucun effort latéral qui tende à écarter les parties de ce mur.

Quant à la position de la tour d'un dôme érigée sur des arcs et des pendentifs, soutenu en avant de ses points d'appuis; le principal effet qui en résulte, est une forte tendance à l'intérieur, occasionée par la majeure partie du poids du dôme, soutenu par les pendentifs, et transmise en partie sur les arcs et les faces intérieures des piliers.

Les pendentifs peuvent être considérés comme des portions d'une voûte sphérique, prenant sa naissance sur les faces intérieures des piliers. Le diamètre de cette voûte étant plus grand que celui de la tour du dôme, elle se trouve tronquée verticalement par les faces des quatre grandes arcades formant l'ouverture des nefs, et horizontalement par l'intérieur de la tour circulaire du dôme, de manière que les parties restantes, c'est-à-dire les pendentifs, se trouvent retenus chacun de trois côtés, savoir, de droite et de gauche par les arcades, et dans le haut par l'assise formant cercle qui réunit tout l'ensemble; d'où il résulte que ces pendentifs ne peuvent céder à la charge qu'ils soutiennent, sans agir contre le flanc des arcades sur lesquelles ils s'appuient. Mais l'assise formant cercle qui réunit les pendentifs s'y oppose, et l'obstacle qu'elle y met est d'autant plus grand, que cet effet ne peut avoir lieu sans qu'il se fasse un écrasement, non-seulement dans les pierres composant cette

[1] Extrait du Mémoire historique sur le dôme de l'église Sainte-Geneviève, alors Panthéon Français, divisé en quatre parties : la 1re. contient la description de ce monument; la 2e. le détail historique et raisonné de sa construction ; dans la 3e. partie on examine si les murs et points d'appui du dôme ont les dimensions nécessaires pour résister aux efforts qu'ils ont à soutenir; la 4e. partie contient le détail exact de tous les accidens qui se sont manifestés aux piliers du dôme, les causes de ces accidens, et les divers moyens proposés pour les réparer. Par J. Rondelet, architecte, ex-commissaire des travaux publics, et membre du conseil des bâtimens civils. — Paris, Dupont, imprimeur-libraire, an V (1797).

assise, mais encore dans toutes les parties de la tour qui ne se trouvent pas interrompues par des vides.

La partie de la tour portée par les arcades serait capable d'occasioner un effort de poussée contre les points d'appui qui les soutiennent, mais cet effort se trouve balancé et même détruit par celui des pendentifs qui pressent les reins de ces arcades avec une force supérieure. On a cherché à augmenter cet effet autant qu'il était possible de le faire, en disposant les voussoirs qui terminent les assises des pendentifs du dôme, de manière qu'ils se relient avec ceux des arcades.

Pour parvenir à connaître la valeur de ces efforts, on a considéré un quart de la tour avec le pilier qui y répond, et on a reconnu qu'en supposant ce quart isolé il ne pourrait pas se soutenir seul, quoique d'une seule pièce, parce que la verticale, qui passe par le centre de gravité de sa masse, tombe hors de la face intérieure des piliers, à 5 pieds 6 pouces 5 lignes en avant des pilastres, de sorte qu'il aurait besoin de l'aide d'une puissance quelconque qui renvoyât le fardeau sur le pilier: or, il est évident que tout l'effort qui résulterait de ce renvoi tomberait sur la face intérieure des piliers et sur les colonnes engagées qui soutiennent les grandes arcades formant l'ouverture des nefs. Si l'on tire une ligne CH, Planche CLXXXXVI, parallèle à cette face, qui passe par le centre de ces colonnes, elle indiquera l'axe ou le milieu de la plus forte impression; c'est ce qui se trouve confirmé par l'expérience, puisque les pilastres et les colonnes qui y tiennent sont les plus maltraités. Pl. 196.

Le poids de ce quart de dôme jusqu'au-dessous des architraves des piliers est de 7,449,980, son centre de gravité se trouve à 6 pieds 4 pouces 8 lignes de l'axe CH; d'où il résulte que l'effort avec lequel il tend à culbuter est de 45,597,075. Cet effort se distribuant sur une superficie d'environ 80 pieds, donne pour chacun 569,963.

En appliquant le poids moyen que porterait un pied superficiel de la pierre du fond de Bagneux, aux 80 pieds de superficie de chaque pilier du dôme (sur lesquels nous avons dit que se faisait la plus forte impression de la charge évaluée à 45,597,075), il se trouverait qu'elle est les $\frac{5}{6}$ de celle qui serait capable d'écraser cette superficie; mais comme les pierres ne portent pas partout également, à cause des démaigrissemens et des flaches, on peut dire que cette partie ne serait pas suffisante pour soutenir cet effort, si elle n'était fortifiée par le surplus du pilier auquel elle tient.

Pour connaître la valeur de la résistance qu'oppose la partie inférieure de la tour à l'effort précédent, il faut diviser 45,597,075 par 25 pieds, exprimant la hauteur moyenne du bras du levier, à l'extrémité duquel cette résistance agit, on trouvera qu'elle se réduit à 1,823,883; et comme elle se distribue sur une superficie qui a plus de 600 pieds, on peut dire, sans rien hasarder, qu'elle est cent fois au-dessus de l'effort.

Quant à l'effort nécessaire pour empêcher le quart du dôme de tomber en dedans, on le trouvera en multipliant son poids total, qui est de 8,247,304, par la distance de la direction du centre de gravité de cette masse, à la ligne qui passe par les points d'appuis, autour desquels il tournerait. Ces points étant les angles saillans des bases des pilastres pliés, cette distance se trouve de 3 pieds, ce qui donne pour le produit de cet effort 24,741,912. La puissance horizontale qui soutient cet effort, étant placée à la hauteur du centre de gravité qui se trouve à 98 pieds 6 pouces au-dessus des points d'appui, elle se réduira à 251,187.

Enfin, pour montrer que cet effort n'est pas assez considérable pour renverser le pilier avec la charge qu'il soutient, il suffit de dire qu'il faudrait, pour cela, un effort égal à 8,247,304, multiplié par 18 $\frac{1}{4}$, et divisé par 98 $\frac{1}{2}$ qui donne 1,528,053; c'est-à-dire, six fois plus grand que celui de la puissance, soutenant la bascule du poids du dôme.

Il nous reste à connaître l'effort de la poussée occasionée par le poids, dont chaque arcade est chargée, lequel est de 1,789,626; pour cela, il faut d'abord tirer sur la coupe prise sur le milieu des arcs,
Pl. 197. Figure 1re, Planche CLXXXXVII, les lignes bf, fc, la sécante fo; cela fait, on trouvera le rayon de la circonférence moyenne bkg, de 21 pieds; kl de 14 pieds $\frac{6}{7}$, et ik de 6 pieds $\frac{1}{7}$; l'arc kg de 16 pieds $\frac{1}{2}$, et le bras de levier de la poussée de 67 pieds 6 pouces.

A cause de l'isolement des parties de la tour placées entre deux croisées, qui transmettent ce poids sur les arcades, on le prendra tout entier pour celui qui cause la poussée, quoique ce dernier soit inférieur, ce qui donne pour l'effet de la poussée, en ne considérant qu'une demi-arcade,

$$\frac{894{,}813 \times 14\frac{6}{7}}{46\frac{1}{2}} \times 67\tfrac{1}{2} = 54{,}386{,}032,$$

et pour les deux demi-arcades de droite et de gauche du pilier 108,772,064: Considérant ensuite que les directions de ces efforts, qui forment un angle droit, se détruisent en partie, et que leur résultat est égal à la diagonale d'un carré dont chacun de ces efforts formerait les côtés contigus; c'est-à-dire, que le résultat doit être à 108,772,064, comme 7 est à 10, ce qui donne 76,140,445.

Il faut ajouter à cet effort celui qu'il faudrait pour tenir le quart du dôme en équilibre, que nous avons trouvé de 24,741,912, ce qui donne pour la somme totale des efforts qui tendent à renverser le pied-droit 100,882,357; mais comme sa résistance est égale à $8,247,304 \times 18\frac{1}{4}$, qui donne 150,513,298, il en résulte que la somme de tous les efforts qui tendent à écarter les pieds-droits du dôme, n'est que les deux tiers de la résistance qu'ils peuvent leur opposer avec leur charge, aussi ne remarque-t-on dans cet édifice aucun effet qui puisse indiquer un effort à l'extérieur. Il faut de plus observer que dans tous les calculs qui viennent d'être faits, on n'a point compris les arcs-boutans qui augmentent de beaucoup cette resistance.

Péristyle extérieur du dôme[1].

La colonnade extérieure et les voûtes qui y tiennent avec les grands arcs et les pendentifs qui la soutiennent forment ensemble un poids de 16,226,224, ce qui fait pour la charge de chacun des quatre angles rentrans des murs extérieurs sur lesquels retombe ce poids 4,056,556. Pour trouver la poussée de chaque partie de ces grands arcs, et des pendentifs qui transmettent ce poids sur les murs extérieurs, il faut les multiplier par la demi-corde, et diviser le produit par la demi-circonférence, ce qui donnera $\frac{4,056,556 \times 47\frac{17}{24}}{61} = 3,172,648$ pour la somme des efforts qui se réunissent à angle droit; mais comme ils se composent en une seule force sur la diagonale, on aura la valeur de leur effort en multipliant cette somme par 7, et divisant le produit par 10, ce qui donnera 2,220,853. Cette force ou poussée agissant à l'extrémité d'un levier de 52 pieds, produit un effort de 115,485,356; mais la résistance de l'angle, formant pan coupé à l'extérieur, jointe à celles des murs qui y aboutissent, étant de 289,075,800, se trouve un peu moins du double: cependant les pans coupés ont un peu fléchi vers la naissance des grands arcs; *mais il faut observer que, dans ce calcul, on suppose que toutes les parties résistantes ne forment qu'une seule*

[1] Voyez les Notes additionnelles sur les Planches.

pièce, tandis qu'elles sont réellement composées d'une infinité de morceaux.

OBSERVATION.

La solidité d'un dôme circulaire, élevé sur des arcs et des pendentifs, consiste principalement en ce que toutes les parties qui le composent tendent au centre, c'est-à-dire à l'axe de la tour; et comme les avant-corps extérieurs peuvent diminuer cet effet, il ne faut en faire usage qu'avec beaucoup de circonspection.

Le savant architecte qui a construit le dôme de Saint-Paul de Londres, a si bien senti la nécessité de diriger les efforts de ce dôme sur l'axe, qu'il a fait sa tour conique à l'intérieur, au lieu de la faire cylindrique; et que pour augmenter encore cet effort, il a donné au mur qui forme cette tour moins d'épaisseur par le bas que par le haut, d'où il résulte un surplomb de cinq pieds, dont on ne trouve d'exemple dans aucun autre édifice.

Les voûtes composées, régulières ou irrégulières, n'étant qu'un assemblage de parties de voûtes simples, si l'on a bien compris tout ce que nous avons dit à ce sujet, et qu'on ait répété les opérations en les lisant, on parviendra facilement à déterminer les efforts de toutes sortes de voûtes; c'est pourquoi nous nous sommes étendus sur le détail de ces opérations, qui sont immédiates et justifiées par des expériences que tout le monde peut répéter.

Les solutions plus savantes et plus générales, données par les géomètres du premier ordre, ne sont presque jamais consultées, parce que, comme il faut toujours finir, lorsqu'on veut en faire usage, par substituer des valeurs aux lettres, la résolution de leurs formules et leur application à des cas particuliers devient extrêmement difficile; c'est la réponse que m'ont faite plusieurs personnes fort instruites dans les mathématiques transcendantes, et entre autres le célèbre Lagrange, auxquelles j'indiquais ces formules.

CHAPITRE TROISIÈME.

DE LA FORCE AVEC LAQUELLE LE MORTIER ET LE PLATRE PEUVENT UNIR LES PIERRES OU LES BRIQUES.

Il est évident que cette force doit être en raison de la surface des joints, comparée au volume des pierres, briques ou moellons. Ainsi, un voussoir en pierre de taille, d'un pied cube, pourra être lié aux voussoirs voisins par quatre joints, de chacun 1 pied de surface, qui produiront ensemble 4 pieds. Mais si à ce voussoir on substitue trois moellons, au lieu de 4 pieds de surface de joints, on en aura 8. Enfin, si l'on emploie des briques à la place de moellons, il en faudra 27 pour former le même volume, qui donneront pour le développement des surfaces qui se joignent, 13 pieds. Ainsi, désignant la force qui lie le voussoir en pierre de taille par 4, celle qui unit les moellons sera 8, et celle pour les briques 13; *d'où il résulte que les voûtes en moellons doivent pousser moitié moins que celles en pierre de taille, et celles en briques plus de trois fois moins.*

Nous avons cité au Livre Ier., Tome 1er., pages 223 et 224, des expériences sur la force avec laquelle le mortier et le plâtre peuvent unir différentes espèces de pierres et de briques; il résulte de ces expériences, qu'au bout de six mois, le mortier peut unir les briques avec assez de force pour supprimer entièrement les efforts de la poussée dans une voûte surbaissée d'un tiers, de 15 pieds de diamètre et 4 pouces d'épaisseur, extradossée également; et le plâtre, celle d'une voûte de 18 pieds de diamètre, de même cintre et épaisseur. Cette force est plus grande pour les voûtes extradossées inégalement, dont la moindre épaisseur est à la clef; elle augmente en raison de l'épaisseur prise vers le milieu des reins où se ferait la rupture : en sorte que, quels que soient le diamètre et le cintre de la voûte, la force du mortier, au bout de six mois, dans les voûtes bien faites, est capable de supprimer la poussée, toutes les fois que l'épaisseur, prise au milieu des reins, est plus forte que la dixième partie de KL, Figure 25, Planche CLXXXXIV, pour celles ma- Pl. 194
çonnées en mortier, et le douzième dans celles maçonnées en plâtre : mais il est bon de répéter l'observation que nous avons déjà faite : tant que les ouvrages en plâtre sont à l'abri des intempéries de l'air et de l'humidité, ils conservent leur solidité, et, dans le cas contraire,

quelquefois 7 ou 8 ans suffisent pour les détruire, tandis que la durée des ouvrages en mortier n'a pas de bornes.

Le peu de mortier ou de plâtre qu'on emploie dans les voûtes en pierre de taille, dont les joints ne sont souvent que coulés, fait qu'on ne peut guère compter sur leur force pour l'union des voussoirs; mais il y a d'autres moyens qu'on peut employer avec autant de succès, tels que les goujons et les crampons, dont les anciens Romains ont fait constamment usage dans les constructions de ce genre. Ces moyens sont préférables aux chaînes et tirans de fer employés par les modernes.

EXPÉRIENCES POUR SERVIR DE BASE A LA MANIÈRE DE CALCULER LA FORCE DU PLATRE ET DU MORTIER DANS LA CONSTRUCTION DES VOUTES.

Première expérience.

Une tringle de plâtre, ou parallélipipède dont la base avait 16 lignes, sur 9 lignes $\frac{1}{2}$, et 15 pouces de longueur, étant posée de champ sur deux appuis éloignés l'un de l'autre de 12 pouces, a porté dans son milieu, avant de se rompre, 17 livres 10 onces 5 gros, Fig. H, Planche LXVII.

Le même morceau, tiré par les deux bouts, a soutenu, avant de se rompre, un poids de 80 livres 6 onces. Connaissant la force qu'il faut pour rompre un solide d'une texture simple, tel que la pierre, le plâtre, le mortier, en le tirant par les deux bouts, on peut connaître celle capable de le rompre, étant posé sur deux appuis, en multipliant la première par l'épaisseur perpendiculaire du solide, et divisant le produit par la distance de cette puissance ou poids aux points d'appui. Ainsi, dans cet exemple, la force pour rompre le solide tiré par les deux bouts, étant 80 livres 6 onces, ou $\frac{3}{8}$, l'épaisseur perpendiculaire du solide de 16 lignes, la distance du poids aux points d'appui de 72, on aura la valeur du poids ou de la force pour le rompre, étant posé en travers sur deux appuis, $= \frac{80\frac{3}{8} \times 16}{72}$, qui donne 17 livres $\frac{5}{5}$, au lieu de 17 livres 10 onces 5 gros, ou $\frac{2}{3}$, qui ne diffère que d'un sixième de livre, c'est-à-dire de moins de 3 onces.

Deuxième expérience.

Un morceau de plâtre gâché depuis trois jours, de 11 lignes $\frac{1}{2}$ sur 7 lignes de gros, scellé dans un mur par un bout, comme l'indique la Figure G, et posé de champ, s'est rompu sous un poids de 4 livres 2 once suspendu à l'autre bout : sa longueur AB était de 6 pouces.

Troisième expérience.

Un autre morceau du même plâtre, de 15 pouces de long sur même grosseur, et posé aussi de champ sur deux appuis éloignés l'un de l'autre d'un pied, Figure H, s'est rompu sous un poids de 4 livres 2 onces 7 gros.

Quatrième expérience.

Un troisième morceau de plâtre, de mêmes dimensions que le précédent, et posé de même, mais scellé avec des appuis placés à la même distance l'un de l'autre, a porté avant de se rompre 12 livres 12 onces.

OBSERVATION.

Dans les deuxième et troisième expériences, il ne s'est fait qu'une fracture; savoir : auprès du scellement, dans la deuxième, et au milieu dans la troisième; mais, dans la quatrième, il s'en est fait trois, une auprès de chaque appui, et l'autre dans le milieu.

Il résulte de ces expériences et de plusieurs autres que j'ai répétées sur des morceaux de plâtre de différentes grosseur et longueur, 1°. que, si l'on connaît la force absolue d'un solide à texture simple, on peut connaître sa force relative dans quelque position qu'il se trouve.

2°. Que la force nécessaire pour rompre un solide de ce genre, est pour ceux de mêmes forme et dimension, en raison inverse de la distance du poids au point d'appui.

3°. Que cette distance étant la même, la force est égale, soit que le poids soit placé à une des extrémités ou dans le milieu.

4°. Que cette force est proportionnelle au nombre des ruptures et à leur superficie.

Les expériences faites sur la force des bois prouvent que ce dernier effet n'est pas le même pour les corps dont la texture est composée de fibres susceptibles de plier. En sorte qu'un morceau de bois arrêté des deux bouts n'exige, pour se rompre, qu'une force double, tandis qu'elle se trouve triple pour les solides à texture simple, tels que le plâtre le mortier et les pierres.

Cinquième expérience.

Dix cubes en pierre dure ordinaire, de 2 pouces sur tous sens, scellés l'un au bout de l'autre depuis un mois, et posés en linteau, sur deux appuis éloignés de 16 pouces, en sorte que les deux des extrémités posaient sur les appuis sans y être scellés, se sont désunis dans le milieu, sous un poids de 25 livres $\frac{3}{4}$; deux de ces cubes scellés en même temps ne se sont séparés en tirant par les deux bouts que sous un poids de 121 livres.

En appliquant à cette expérience le calcul indiqué pour la première, on aura $\frac{121 \text{ li.} \times 2 \text{ po.}}{8 \text{ po.}}$, qui donne 30 livres 4 onces; le poids sous lequel les cubes se sont désunis, n'étant que 25 livres 12 onces, si on y ajoute le poids des 8 cubes intermédiaires, qui pèsent chacun 12 onces, on aura pour l'effort qui les a désunis 31 livres 12 onces, *au lieu de* 30 *livres 4 onces que donne la règle.*

J'observe que 25 lignes $\frac{3}{4}$ est le moindre poids trouvé par plusieurs expériences que j'ai répétées : il y en a qui ont donné 26 livres, d'autres 27 $\frac{1}{2}$ et jusqu'à 28.

Les mêmes expériences, faites avec des cubes scellés sur les pieds-droits, ont donné 79 livres 81 livres et 82 livres $\frac{1}{2}$.

Sixième expérience.

Cette expérience ne diffère des précédentes que parce que les cubes étaient scellés en mortier; elle n'a été faite qu'un mois après que les cubes ont été scellés. Il a fallu pour en séparer deux, en les tirant par les deux bouts, un poids de 64 livres. Ainsi, l'application de la règle donnera $\frac{64 \times 2}{8}$, qui donne 16 livres pour le poids qu'il faudrait pour les désunir, étant posés en linteau sans être scellés aux pieds-droits· l'expérience donne pour le moindre résultat 10 livres $\frac{3}{4}$, et pour le plus fort 13 livres $\frac{1}{2}$; en ajoutant comme ci-devant le poids des cubes intermédiaires, qui est de 6 livres, on trouvera pour la moindre force 16 $\frac{3}{4}$, et pour la plus grande 19 livres $\frac{1}{2}$.

Septième expérience.

Cette expérience a été faite sur un modèle de voûte en pierre de Conflans, en plein cintre extradossé également de 12 pouces de diamètre, 1 pouce d'épaisseur, et divisés en quatre parties par un joint vertical au sommet. Deux autres inclinés de 45 degrés vers le milieu des reins.

Ayant scellé le joint vertical du milieu, il a fallu un poids de 16 liv. $\frac{3}{4}$ pour les désunir. Si, outre le joint du milieu, on scelle ceux à 45 degrés, il faut un poids de 52 livres pour la désunir. Enfin, si l'on scelle de plus les joints horizontaux qui séparent la voûte des pieds-droits, elle ne se désunit que sous un poids de 85 livres.

Des expériences faites sur d'autres modèles de voûtes surbaissées et surhaussées m'ont fait connaître que la force du mortier ou du plâtre qui lie les pierres ou les briques dont elles se composent, paraît être proportionnelle au produit de la superficie des joints où se feraient les désunions par LG, divisés par KL, Planches CLXXXXIII et CLXXXXIV. Il est essentiel de remarquer que, moins la voûte a d'épaisseur, moins cette force est considérable, et que dans les voûtes extradossées de niveau elle est la plus grande possible.

Application.

On veut savoir si la force du plâtre peut suffire pour lier les briques d'une voûte en berceau et en plein cintre, extradossée également à 4 pouces d'épaisseur, son diamètre étant de 28 pieds : comme la longueur n'influe en rien, nous allons, pour faciliter le calcul, opérer pour une tranche d'un pied de longueur.

Le poids des constructions en briques et plâtre, de 4 pouces d'épaisseur, étant d'environ 42 livres par pied superficiel, le poids de cette tranche sera de 1848, qui représentera le poids que nous avons suspendu au milieu pour faire les expériences précédentes.

Comme la force qu'il faudrait pour désunir le joint horizontal au droit des naissances est toujours plus considérable que la résistance des murs, on ne peut avoir égard qu'aux trois joints du dessus, qui, en s'ouvrant, peuvent occasioner la ruine de la voûte.

La superficie de chacun de ces joints étant de 48 pouces, celle des trois sera de 144 : cette superficie étant multipliée par 50, qui indique pour chaque pouce la force avec laquelle le plâtre peut lier les briques, donnera pour la force totale 7200. Cette force étant encore multipliée par le rapport de LG à KL, qui, dans les voûtes en plein cintre est toujours $\frac{29}{70}$, on trouvera 2983 pour l'effort du poids auquel cette force pourrait résister. Le poids de la voûte n'étant que de 1848, il en résulte que le plâtre suffit pour lier les parties de la voûte en brique dont il s'agit, en la supposant bien construite, de manière à n'occasioner aucun effort contre les murs qui la soutiennent : ce qui se trouve confirmé par les expériences du comte d'Espie, et d'autres que nous avons citées (*tome* II, *pages* 283, 292).

Comme la superficie des joints ne change point pour une voûte en berceau de même longueur, quel que puisse être son diamètre ; en divisant 2983 par 42, qui indique le poids d'un pied superficiel de voûte en brique et plâtre, on trouvera que la force du plâtre, dans une voûte de 4 pouces d'épaisseur, ne peut plus suffire, dès que sa circonférence a plus de 71 pieds, répondant à une voûte en plein cintre de 45 pieds de diamètre.

Pour les voûtes d'arêtes, il suffit d'opérer pour un pendentif, si elles sont régulières, mais si elles sont irrégulières, il faut faire l'opération pour chacun.

Quant aux voûtes en arc de cloître, sur un plan carré, et aux voûtes sphériques, la force du plâtre ou du mortier est toujours plus que suffisante pour lier les briques ou moellons, quel que puisse être leur diamètre.

CONCLUSION.

J'ai déjà eu l'occasion de dire plusieurs fois, et principalement dans mon Mémoire sur la reconstruction de la coupole de la Halle au Blé de Paris, que la poussée dont on a cherché à effrayer les constructeurs dépend presque toujours de la manière dont les voûtes sont construites.

Elle ne peut être dangereuse que lorsqu'on a négligé de prendre les précautions que nous nous sommes fait un devoir d'indiquer d'après la théorie et l'expérience, tant pour la forme de leur cintre, de leur épaisseur, de leur extrados, que par rapport au genre de matériaux employés à leur construction, leur disposition, leur appareil, afin d'éviter les effets du tassement irrégulier dont elles sont susceptibles, ainsi que ceux de leurs murs ou point d'appui, qui sont les plus à craindre. Nous avons fait voir que la moindre rupture ou désunion dans une voûte trop mince, extradossée d'égale épaisseur, peut causer sa ruine. Nous ajouterons que ce défaut est plus dangereux dans les voûtes où les joints sont très-multipliés, telles que celles construites en briques de champ; car si elles sont maçonnées en mortier, elles sont sujettes à un tassement considérable, qui ne se fait jamais bien également : si elles sont en plâtre, il en résulte un renflement qui les brise vers les flancs quand ils ne sont pas appuyés, ou qui renverse les murs lorsqu'ils le sont, et qu'on n'a pas pris toutes les précautions nécessaires pour éviter ces inconvéniens. Il faudrait, pour y obvier, pouvoir faire un emploi du plâtre et du mortier, tel, que le renflement du premier pût compenser le tassement du second. Ainsi, on pourrait maçonner en mortier les parties inférieures, et le remplissage des reins et les parties supérieures en plâtre.

Quels que soient les matériaux qu'on emploie à la construction des voûtes, il faut prendre toutes les précautions nécessaires pour qu'il ne puisse pas se faire des désunions, et que dans le cas où, par quelqu'accident imprévu, il viendrait à s'en faire, la résistance des parties inférieures puisse balancer l'effort des parties supérieures. Les désunions qui se font dans les voûtes en berceau sont les plus dangereuses, parce qu'elles se font en lignes droites, qui se continuent dans toute leur longueur, parallèlement aux murs qui les soutiennent. C'est pour éviter les suites de cet effet qu'il faut que les reins soient remplis au moins jusqu'à la hauteur où se ferait la désunion indiquée par $K, K^{I}, K^{II}, K^{III}$, Figure 8, Planche CLXXXXIII, et le surplus, en diminuant d'épaisseur jusqu'au milieu de la clef.

J'ai trouvé, comme M. Couplet, que la moindre épaisseur qu'on puisse donner à un arc extradossé d'égale épaisseur, pour qu'il se soutienne, ne devait pas être plus petite que la cinquantième partie du rayon.

Cependant, comme les pierres et les briques qu'on emploie à la construction des voûtes ne sont jamais aussi parfaites que le suppose la théorie, on peut réduire la moindre épaisseur pour des voûtes en berceau, depuis 9 pieds jusqu'à 15 pieds de rayon à 4 pouces, soit qu'on les forme d'un rang de briques posées de champ, ou de deux rangs de briques posées de plat, comme dans des voûtes à la manière du Roussillon; et de 5 pouces pour les voûtes en pierres tendres, comme celles de l'église de Sainte-Geneviève, en augmentant cette épaisseur depuis le milieu de la clef jusqu'à l'endroit où leur extrados se détache des murs ou pieds-droits qui les soutiennent.

Mais si les reins sont garnis jusqu'à l'endroit indiqué par N dans la
Pl. 193. Figure 8 de la Planche CLXXXXIII, on trouve que pour l'arc gothique cette épaisseur pourrait n'être que $\frac{1}{143}$ du rayon, et pour la voûte en plein cintre $\frac{1}{60}$.

Pour les voûtes surbaissées, formées d'un seul arc de cercle, on prendra pour la moindre épaisseur la cinquième partie de la flèche de l'arc KG, ou du sinus verse de la moitié de cet arc. Ce dernier moyen est aussi applicable aux voûtes gothiques, et à toutes sortes de voûtes en berceau. Au résultat que donne cette opération, on ajoutera pour les voûtes maçonnées en plâtre, une ligne par pied de la longueur, ou ou $\frac{1}{144}$ de la corde KG que soutient la partie extradossée.

Pour les voûtes maçonnées en mortier, on ajoutera $\frac{1}{96}$ et $\frac{1}{72}$, pour celles exécutées en pierre de taille tendre, qui n'ont pas de charge à porter. Cette épaisseur ira en augmentant, à partir du milieu de la clef, jusqu'au point N, où la voûte se détache des reins, où elle aura une fois et demie celle trouvée pour le milieu de la clef. C'est ainsi qu'ont été réglées les épaisseurs de toutes les voûtes en berceau de l'église de Sainte-Geneviève, exécutées en pierre de Conflans.

Les voûtes d'arête, d'arc de cloître, et les voûtes sphériques de même diamètre que les voûtes en berceau, peuvent avoir moins d'épaisseur; ainsi, on peut se dispenser de rien ajouter à l'opération pour les profils qui leur correspondent.

D'après toutes les observations que nous avons faites, la construction en pierre de taille me paraît préférable, pour les voûtes d'un très-grand diamètre, à celles en briques ou en moellons, lorsqu'on ne peut leur donner que très-peu d'épaisseur, et pour celles des édifices publics qui doivent être décorées d'ornemens, comme à Sainte-Geneviève. C'est le moyen que j'ai proposé pour la reconstruction de la coupole de la Halle au Blé de Paris, dans le Mémoire que j'ai publié en 1803, auquel je renvoie pour les détails et les observations, sur les moyens de construire cette coupole en briques, en bois et en fer.

Les voûtes construites en pierre de taille ont l'avantage de n'être sujettes à aucun tassement, et de se soutenir indépendamment du plâtre ou du mortier qu'on y emploie. Il est vrai que ces matières ne peuvent pas lier les voussoirs en pierre de taille avec autant de force que les moellons, mais on peut y suppléer d'une manière encore plus sûre, par des crampons et des goujons en fer, scellés dans les joints. Il y a des constructeurs qui, au lieu de goujons, se sont servi de cailloux ronds, scellés dans des cavités hémisphériques, creusées dans les joints qui se réunissent afin de fortifier leurs coupes, et d'empêcher les voussoirs de glisser, lorsque les voûtes éprouvent quelques mouvemens ou quelques désunions, qui, par cette précaution, ne deviennent pas dangereuses. J'ai trouvé dans les restes de plusieurs voûtes antiques de Rome, construites en pierre de taille, des bossages pratiqués dans le joint d'un des voussoirs, et encastrés dans l'autre, de manière à produire le même effet; on y remarque aussi les entailles des crampons, qui liaient entre eux ceux d'un même rang. Enfin, dans la démolition de plusieurs édifices gothiques, on a trouvé des têtes d'os, au lieu de cailloux dans les joints des nervures en pierre de taille, pour les empêcher de se déranger et de glisser sur leurs joints.

APPENDICE A LA SIXIÈME SECTION DU NEUVIÈME LIVRE.

Après avoir établi la théorie des voûtes sur des bases dont les résultats, confirmés par l'expérience, méritent une entière confiance, nous avons pensé qu'il importait surtout d'en rendre les applications faciles dans la pratique C'est pour atteindre plus directement à ce but, que nous avons placé ici des Tables calculées en mètres et en pieds, contenant les épaisseurs qu'il convient de donner aux voûtes en berceau en plein cintre, qui sont le plus généralement en usage, et aux murs qui doivent les soutenir, depuis 4 mètres de largeur jusqu'à 42 $\frac{1}{2}$, et depuis 12 pieds jusqu'à 130.

On a réuni dans ces Tables les trois états où elles ont coutume de se trouver; savoir : entièrement extradossées de niveau pour former plancher; moitié de niveau, et moitié d'égale épaisseur; enfin, moitié de niveau et moitié d'inégale épaisseur, pour les voûtes qui ne forment pas planchers au-dessus, comme celles des églises et autres grands édifices.

Quoique ces Tables ne soient calculées que pour des voûtes en plein cintre, on peut, à l'aide d'une figure semblable à celle numérotée 8 dans la Pl. CLXXXXIII, trouver les dimensions correspondantes pour les voûtes en berceau surbaissées et surhaussées.

Ayant tracé la moitié de la courbe surhaussée ou surbaissée du cintre de la voûte dont il s'agit, on tirera du point B une ligne indéfinie B 4, formant un angle de 45 degrés avec la verticale B 6; on portera sur cette ligne, de B en 4, l'épaisseur trouvée dans la table pour une voûte en plein cintre, de même diamètre et forme d'épaisseur, et on décrira le quart de cercle 1, 4, 6; ensuite on tirera du milieu du cintre la corde GB, qu'on prolongera jusqu'à la rencontre de ce quart de cercle : si par le point où elle le coupe, on mène une parallèle à la verticale B 6, elle indiquera l'épaisseur du mur qui convient à la voûte surhaussée ou surbaissée dont il s'agit. Ainsi, pour une voûte surbaissée d'un tiers, la corde G' B prolongée donnera le point 3, par lequel on mènera la verticale 3*c*, qui indiquera l'épaisseur du mur pour cette voûte.

Lorsque les épaisseurs à la clef et vers le milieu des reins doivent être plus fortes ou plus faibles que celles indiquées dans les Tables; il faudra, si la partie extradossée en ligne courbe est d'égale épaisseur, prendre la racine carrée du double de l'épaisseur de cette partie, multipliée par mL, qu'on portera de B en 4, pour décrire le quart de cercle 1, 4, 6, qui déterminera, par la longueur de la corde prolongée au-delà du point B, l'épaisseur du pied-droit.

Supposons une voûte de 30 pieds de diamètre, extradossée moitié de niveau et moitié d'égale épaisseur; si l'on voulait ne donner que 6 pouces d'épaisseur à la lef, au lieu de 10 pouces indiqués par la Table, le rayon étant 15 on aura

$$KL = \frac{15 \times 70}{99} = 10{,}6, \text{ et } iK = 15 - 10{,}6 = 4{,}4,$$

ce qui donne $mL = 6{,}2$, qui, étant multiplié par 1 pied, double de l'épaisseur à la clef, donnera 6,2, dont la racine carrée est 2,49, ou à très-peu de chose près 2 pieds 6 pouces, au lieu de 2 pieds 8 pouces 9 lignes marqués dans la Table. Ce sont ces 2 pieds $\frac{49}{100}$, ou 2 pieds 6 pouces, qu'on portera de B en 4, pour tracer le quart de cercle qui doit fixer l'épaisseur par le prolongement de la corde BG, en raison de ce que la voûte sera plus ou moins surbaissée.

On peut trouver cette racine carrée par la méthode géométrique ci-devant indiquée, c'est-à-dire en portant le double de l'épaisseur de la voûte de B en n, et mL de B en h, pour décrire sur nh, comme diamètre, une demi-circonférence qui coupe l'horizontale BO en un point, qui indiquera l'épaisseur qu'il faudra porter de B en 4, sur la ligne inclinée de 45 degrés : pour le reste on opérera comme ci-devant.

Si les épaisseurs GD, KN de la partie extradossée en ligne courbe, ne sont pas semblables à celles indiquées dans les Tables, on portera la somme des épaisseurs que l'on veut donner de B en n, et mL de B en h, pour opérer comme ci-devant.

Il est facile de voir qu'au moyen de ces opérations et des Tables, on pourra trouver facilement les épaisseurs des murs pour toutes sortes de voûtes en berceau, extradossées des trois manières indiquées par les Tables, tant surbaissées que surhaussées.

Comme dans les calculs de ces Tables on a fait abstraction des efforts verticaux qui tendent à affermir les pieds-droits, les résultats pourront convenir, quelle que soit la hauteur des murs ou pieds-droits, ainsi que nous l'avons ci-devant démontré, page 246, et on peut les adopter avec sécurité pour toutes les voûtes dont la hauteur des pieds-droits n'est pas plus grande que le diamètre.

Pour les voûtes en arc de cloître, on ne prendra que les deux tiers de l'épaisseur trouvée, et pour les voûtes sphériques, seulement la moitié. Quant aux voûtes d'arête, on déterminera les dimensions de leurs points d'appui par les méthodes que nous avons ci-devant expliquées, pages 287, 289.

Remarque.

Nous nous sommes souvent servi de pieds au lieu de mètres. 1°. parce que le pied est plus connu, et que sa grandeur est plus proportionnée aux dimensions qu'on a coutume de donner aux parties des édifices;

2°. Parce que la subdivision par 12, qui permet de prendre les demies, les tiers, les quarts et les sixièmes, dont on fait beaucoup d'usage dans les arts, est plus avantageuse que la division décimale qui ne peut donner que les demies et les cinquièmes.

On faciliterait beaucoup l'usage du mètre en le divisant en 3 pieds métriques; ce nouveau pied serait partagé en 12 pouces, et le pouce en 12 lignes. Ce pied serait plus grand que l'ancien pied de roi, ou pied de Paris, d'un peu plus de 3 lignes $\frac{3}{4}$, ou d'un trente-neuvième, en sorte que 39 pieds métriques vaudraient 40 pieds anciens.

39 pouces métriques, 40 pouces anciens

39 lignes métriques, 40 lignes anciennes.

On voit qu'il serait très-facile, d'après ce rapport, d'évaluer les pieds anciens en pieds métriques, ou les pieds métriques en pieds anciens, et de faire usage des Tables en pieds comme de celles en mètres [1].

[1] Nous nous sommes abstenus de rien changer à cette remarque qui parut pour la première fois dans l'édition de 1805; on sait qu'un décret du 12 février 1812, a autorisé depuis la fabrication d'étalons de mesures et de poids qui présentent sur une de leurs faces les fractions et multiples de leur unité principale.

TABLE des différentes épaisseurs qu'il faut donner aux voûtes en berceau, en plein cintre, et à leurs pieds-droits, en raison de leur diamètre et de la manière dont elles sont extradossées.

VOUTES EXTRADOSSÉES

Diamètres indiqués de quart de mètre en quart de mètre.	Entièrement de niveau.		Moitié de niveau et moitié d'égale épaisseur.		Moitié de niveau et moitié d'inégale épaisseur.		
	ÉPAISSEUR		ÉPAISSEUR		ÉPAISSEUR		
					Des voûtes.		
	Des voûtes à la clef.	Des pieds-droits.	Des voûtes. à la clef.	Des pieds-Droits.	Au milieu des reins.	A la clef.	Des pieds-droits.
4. 0	0.083	0,363	0.111	0.444	0 125	0.083	0.400
4.25	0.088	0.386	0.118	0.472	0.132	0.088	0.425
4.50	0.093	0.409	0.125	0.500	0.140	0 093	0.450
4.75	0.098	0.432	0.131	0.527	0.148	0.098	0.475
5. 0	0.104	0,454	0.138	0 550	0.156	0.104	0.500
5.25	0 109	0.477	0.145	0.583	0.164	0.109	0.525
5.50	0.114	0.500	0.152	0.611	0.171	0.114	0 550
5.75	0.119	0.522	0.159	0.638	0.179	0.119	0.575
6. 0	0.125	0.545	0.166	0.666	0.187	0.125	0.600
6.25	0.130	0.568	0.173	0.694	0.195	0.130	0.625
6.50	0.135	0.590	0.180	0.722	0.203	0.135	0.650
6 75	0.140	0.613	0.187	0.750	0.210	0.140	0.675
7. 0	0.145	0.636	0.194	0 777	0.218	0.145	0.700
7.25	0.151	0.659	0.201	0.805	0.226	0.151	0.725
7.50	0.156	0 681	0.208	0.833	0.234	0.156	0.750
7.75	0.161	0.704	0.215	0.861	0.242	0.161	0.775
8. 0	0 166	0.727	0.222	0.888	0.250	0.166	0.800
8.25	0.171	0.745	0.229	0.916	0.257	0.171	0.825
8.50	0.176	0.772	0.236	0.944	0.265	0.176	0.850
8.75	0.182	0.795	0.243	0.972	0.272	0.182	0.875
9. 0	0.187	0 818	0.250	1.000	0.281	0.187	0.900
9.25	0.192	0.841	0.256	1.027	0.289	0.192	0.925
9.50	0.197	0.863	0.263	1.055	0.296	0.197	0.950
9.75	0.202	0.886	0.273	1.083	0.304	0.202	0.975
10. 0	0.207	0.909	0.277	1.111	0.312	0.207	1.000
10.25	0.213	0.932	0 284	1.138	0.320	0 213	1.025
10.50	0.218	0.954	0.291	1.166	0.328	0.218	1 050
10.75	0.223	0.977	0.298	1.194	0.335	0.223	1.075
11. 0	0 228	1.000	0.305	1.222	0.343	0.228	1.100
11.25	0.233	1.022	0.312	1.250	0.351	0.233	1.125
11.50	0.239	1.045	0.319	1.277	0.359	0.239	1.150
11.75	0.244	1.068	0.326	1.305	0.367	0.244	1.175
12. 0	0.250	1.090	0.333	1.333	0.375	0.250	1.200
12.25	0.255	1.113	0.340	1.361	0.382	0.255	1.225
12.50	0.260	1.136	0.347	1.388	0.390	0.260	1.250
12.75	0.265	1.159	0.354	1.416	0.398	0.265	1.275

VOUTES EXTRADOSSÉES

Diamètres indiqués de quart de mètre en quart de mètre.	Entièrement de niveau.		Moitié de niveau et moitié d'égale épaisseur.		Moitié de niveau et moitié d'inégale épaisseur.		
	ÉPAISSEUR		ÉPAISSEUR		ÉPAISSEUR		
					Des voûtes		
	Des voûtes à la clef.	Des pieds droits.	Des voûtes à la clef.	Des pieds-droits.	Au milieu des reins.	A la clef.	Des pieds-droits.
13. 0	0.270	1.181	0.361	1.444	0.406	0.270	1.300
13.25	0.276	1.204	0.368	1.472	0.414	0.276	1.325
13.50	0.281	1.227	0.375	1.500	0.421	0.281	1.350
13.75	0.286	1.250	0.382	1.527	0.429	0.286	1.375
14. 0	0.291	1.273	0.389	1.555	0.437	0.291	1.400
14.25	0.296	1.295	0.396	1.583	0.445	0.296	1.425
14.50	0.302	1.318	0.402	1.611	0.453	0.302	1.450
14.75	0.307	1.340	0.409	1.638	0.460	0.307	1.475
15. 0	0.312	1.363	0.416	1.666	0.468	0.312	1.500
15.25	0.317	1.385	0.423	1.694	0.476	0.317	1.525
15.50	0.322	1.409	0.430	1.722	0.484	0.322	1.550
15.75	0.328	1.431	0.437	1.750	0.492	0.328	1.575
16. 0	0.333	1.454	0.444	1.777	0.500	0.333	1.609
16.25	0.338	1.477	0.451	1.805	0.508	0.338	1.625
16.50	0.343	1.500	0.458	1.833	0.516	0.343	1.650
16.75	0.348	1.522	0.465	1.861	0.523	0.348	1.675
17. 0	0.353	1.545	0.472	1.888	0.531	0.353	1.700
17.25	0.359	1.568	0.479	1.916	0.539	0.359	1.725
17.50	0.364	1.590	0.486	1.944	0.546	0.364	1.750
17.75	0.369	1.613	0.493	1.972	0.554	0.369	1.775
18. 0	0.374	1.636	0.500	2.000	0.562	0.374	1.800
18.25	0.379	1.659	0.507	2.027	0.570	0.379	1.825
18.50	0.385	1.681	0.514	2.055	0.578	0.385	1.850
18.75	0.390	1.704	0.521	2.083	0.585	0.390	1.875
19. 0	0.395	1.727	0.528	2.111	0.593	0.395	1.900
19.25	0 401	1.750	0.535	2.138	0.601	0.401	1.925
19.50	0.406	1.773	0.542	2.166	0.609	0.406	1.950
19.75	0.411	1.795	0.549	2.194	0.617	0.411	1.975
20. 0	0.416	1.818	0.556	2.222	0.625	0.416	2.000
20.25	0.421	1.840	0.563	2.250	0.632	0.421	2.025
20.50	0.426	1.863	0.570	2.277	0.640	0.426	2.050
20.75	0.432	1.886	0.576	2.305	0.648	0.432	2.075
21. 0	0.437	1.909	0.583	2.332	0.656	0.437	2.100
21.25	0.442	1.931	0.590	2.361	0.664	0.442	2.125
21.50	0.447	1.954	0.697	2.388	0.672	0.447	2.150
21.75	0.453	1.977	0.604	2.416	0.679	0.453	2,175
22. 0	0.458	1.000	0.611	2.444	0.687	0.458	2.200
22.25	0.463	1.022	0.618	2.472	0.695	0.463	2.225
22.50	0.468	1.045	0.625	2.500	0.703	0.468	2.250
22.75	0.473	1.068	0.631	2.527	0.711	0.473	2.275
23. 0	0.479	1.090	0.638	2.555	0.718	0.479	2 300
23.25	0.484	1.114	0.645	2.583	0.726	0 484	2.325
23.50	0.489	1.136	0.651	2.611	0.734	0.489	2.350
23.75	0.494	1.159	0.659	2.638	0.742	0.494	2.375

VOUTES EXTRADOSSÉES

Diamètres indiqués de quart de mètre en quart de mètre.	Entièrement de niveau. ÉPAISSEUR		Moitié de niveau et moitié d'égale épaisseur. ÉPAISSEUR		Moitié de niveau et moitié d'inégale épaisseur. ÉPAISSEUR		
	Des voûtes à la clef.	Des pieds-droits.	Des voûtes à la clef.	Des pieds-droits.	Des voûtes — Au milieu des reins.	Des voûtes — A la clef.	Des pieds-droits.
24. 0	0.499	2.181	0.666	2.666	0.750	0.499	2.400
24.25	0.505	2.204	0.673	2.694	0.757	0.505	2.425
24.50	0.510	2.227	0.680	2.722	0 765	0.510	2.450
24.75	0.515	2.250	0.687	2.750	0.773	0.515	2.475
25. 0	0.520	2.272	0.694	2.777	0 781	0.520	2.500
25.25	0.526	2.295	0.701	2.805	0.789	0.536	2.525
25.50	0.531	2.318	0.708	2 833	0.796	0.531	2.550
25.75	0.536	2.340	0.715	2.861	0.804	0.539	2.575
26. 0	0.541	2.363	0 722	2 888	0.812	0.541	2.600
26.25	0.546	2.386	0·729	2.916	0.820	0.546	2.625
26.50	0.551	2.409	0.736	2.944	0.828	0.551	2.650
26.75	0.557	2.431	0.743	2.971	0.835	0.557	2.675
27. 0	0.562	2.454	0.750	3.000	0.843	0.562	2.700
27.25	0.567	2.472	0.757	3.027	0.851	0.567	2.725
27.50	0.572	2.500	0.763	3.055	0.859	0.572	2.750
27.75	0.578	2.522	0.770	3.083	0.867	0.578	2.775
28. 0	0.583	2.545	0.777	3.111	0.875	0.583	2.800
28.25	0.588	2.568	0.784	3.138	0.882	0.588	2.825
28.50	0.593	2.590	0.791	3.166	0.890	0.593	2.850
28.75	0.598	2.613	0.798	3.194	0.898	0.598	2.875
29. 0	0.604	2.636	0.805	3.222	0.906	0.604	2.900
29.25	0.609	2.659	0.812	3 250	0.914	0.609	2.925
29.50	0.614	2 681	0.819	3.273	0.921	0 614	2.950
29.75	0.619	2.704	0 826	3.305	0.929	0 619	2.975
30. 0	0.624	2 727	0.833	3 333	0.937	0.624	3.000
30.25	0.630	2.750	0.840	3.361	0 945	0.630	3.025
30.50	0.635	2.772	0.847	3.388	0.953	0.635	3.050
30.75	0.640	2.795	0.854	3.416	0.960	0.640	3 075
31. 0	0.645	2.818	0.861	3.444	0.968	0.645	3.100
31.25	0.650	2.841	0.868	3.472	0.976	0.650	3.125
31.50	0.656	2.863	0.876	3.500	0.984	0.656	3.150
31.75	0.661	2 986	0.881	3.527	0.992	0.661	3.175
32. 0	0.666	2 909	0.888	3.555	1.000	0.666	3 200
32 25	0.671	2.932	0.895	3 587	1.007	0.671	3.225
32.50	0.676	2 954	0.902	3.611	1.015	0 676	3.250
32.75	0.682	2.977	0 909	3.638	1.023	0.682	3.275
33. 0	0.687	3.000	0.916	3.666	1.031	0.687	3.300
33.25	0.694	3.022	0.923	3.694	1.039	0.692	3.325
33.50	0 697	3.045	0.930	3.722	1.046	0.697	3.350
33.75	0.703	3.068	0.937	3.750	1.054	0.703	3.375
34. 0	0.708	3.090	0.944	3.777	1.062	0.708	3.400
34.25	0.713	3.113	0.951	3 805	1.071	0.713	3.425
34.50	0.718	3.136	0.958	3.833	1.078	0.718	3.450
34.75	0.723	3.159	0.965	3.861	1.085	0.723	3.475

VOUTES EXTRADOSSEES

Diamètres indiqués de quart de mètre en quart de mètre.	Entièrement de niveau. ÉPAISSEUR		Moitié de niveau et moitié d'égale épaisseur. ÉPAISSEUR		Moitié de niveau et moitié d'inégale épaisseur. ÉPAISSEUR		
	Des voûtes à la clef.	Des pieds-droits.	Des voûtes à la clef.	Des pieds-droits.	Des voûtes. Au milieu des reins.	Des voûtes. A la clef.	Des pieds-droits.
35. 0	0.729	3.181	0.972	3.888	1.093	0.729	3.500
35.25	0.734	3.204	0.979	3.916	1.101	0.734	3.525
35.50	0.739	3.227	0.986	3.944	1.109	0.739	3.550
35.75	0.744	3.250	0.993	3.972	1.117	0.744	3.575
36. 0	0.750	3.272	1.000	4.000	1.125	0.750	3.600
36.25	0.755	3.295	1.006	4.027	1.132	0.755	3.625
36.50	0 760	3.317	1.013	4.055	1.140	0.760	3 650
36.75	0.765	3.340	1.020	4.083	1.148	0.765	3.675
37. 0	0.770	3.363	1.027	4.111	1.156	0.770	3.700
37.25	0.776	3.386	1.034	4.139	1.164	0.776	3.725
37.50	0.781	3.409	1.041	4.166	1.171	0.781	3.750
37.75	0.786	3.431	1.048	4.194	1.179	0.786	3.775
38. 0	0.792	3.454	1.055	4.222	1.187	0.792	3.800
38.25	0.797	3.477	1.062	4.250	1.195	0.797	3.825
38.50	0.802	3.500	1.069	4.277	1.203	0.802	3.850
38 75	0.807	3.522	1.076	4.305	1.210	0 807	3.875
39. 0	0 812	3.545	1.083	4.333	1.218	0.811	3.900
39.25	0.817	3.568	1.090	4.361	1.226	0.817	3.925
39.50	0.822	3.590	1.097	4.388	1.234	0.822	3.950
39.75	0.828	3.613	1.104	4.416	1.242	0.828	3.975
40. 0	0.833	3.636	1.111	4.444	1.250	0.833	4.000
40.25	0 838	3.659	1.118	4.472	1.256	0.838	4.025
40.50	0.843	3.681	1 125	4.500	1.265	0.843	4.050
40.75	0.848	3.704	1.131	4.527	1.273	0.848	4.075
41. 0	0.854	3.727	1.138	4.555	1.281	0.854	4.100
41.25	0.859	3.750	1.145	4.583	1.287	0.859	4 125
41.50	0.864	3.772	1.152	4.611	1.296	0.864	4.150
41.75	0.869	3.795	1.159	4 638	1.304	0.869	4.175
42. 0	0.874	3.818	1.166	4.666	1.312	0.874	4.200
42.25	0.880	3.840	1.173	4.694	1 320	0.880	4.225
42.50	0.885	3.863	1.180	4.722	1.328	0.885	4.250

TABLE des différentes épaisseurs qu'il faut donner aux voûtes en berceau en plein cintre et à leurs pieds-droits, en raison de leur diamètre et de la manière dont elles sont extradossées.

VOUTES EXTRADOSSÉES.

Diamètres en pieds.	Entièrement de niveau. ÉPAISSEUR		Moitié de niveau et moitié d'égale épaisseur. ÉPAISSEUR		Moitié de niveau et moitié d'inégale épaisseur. ÉPAISSEUR		
	Des voûtes à la clef.	Des pieds-droits.	Des voûtes à la clef.	Des pieds-droits.	Des voûtes: Au milieu des reins.	Des voûtes: A la clef.	Des pieds-droits.
	p. po. lig.	p. po. lig.	p. po. lig.	p. po. lig.	p. po. lig.	p. po. lig.	p. po. lig.
12	0. 3. 0	1. 1. 1	0. 4. 0	1. 4. 0	0. 4. 6	0. 3. 0	1. 2. 5
13	0. 3. 3	1. 2. 2	0. 4. 4	1. 5. 4	0. 4.10	0. 3. 3	1. 3. 7
14	0. 3. 6	1. 3. 3	0. 4. 8	1. 6. 8	0. 5. 3	0. 3. 6	1. 4. 9
15	0. 3. 9	1. 4. 4	0 5. 0	1. 8. 0	0. 5. 7	0. 3. 9	1. 6. 0
16	0. 4. 0	1. 5. 6	0. 5 4	1. 9. 4	0. 6. 0	0. 4. 0	1. 7. 2
17	0. 4. 3	1. 6. 6	0. 5 8	1.10. 8	0. 6. 4	0. 4. 3	1. 8. 4
18	0. 4. 6	1. 7. 7	0. 6. 0	2. 0. 0	0. 6 9	0. 4. 6	1. 9. 7
19	0. 4. 9	1. 8. 8	0. 6. 4	2 1. 4	0. 7 1	0. 4. 9	1.10. 9
20	0. 5. 0	1. 9.10	0. 6. 8	2 2 8	0. 7 6	0. 5. 0	2. 0. 0
21	0. 5. 3	1.11. 0	0. 7. 0	2. 4. 0	0. 8. 0	0. 5. 3	2. 1. 2
22	0. 5. 6	2. 0. 0	0. 7. 4	2. 5. 4	0. 8. 3	0. 5. 6	2. 2. 5
23	0. 5. 9	2. 1. 1	0. 7. 8	2. 6 8	0. 8. 7	0. 5. 9	2. 3. 7
24	0. 6. 0	2. 2. 2	0. 8. 0	2. 8. 0	0. 9. 0	0. 6. 0	2 4. 9
25	0. 6. 3	2. 3. 3	0. 8. 4	2. 9. 4	0. 9. 4	0. 6. 3	2. 6. 0
26	0. 6. 6	2. 4. 4	0. 8. 8	2 10. 8	0. 9. 9	0. 6. 6	2. 7. 2
27	0. 6. 9	2. 5. 6	0. 9. 0	3. 0. 0	0.10. 1	0. 6. 9	2. 8. 5
28	0. 7. 0	2. 6. 7	0. 9. 4	3. 1. 4	0.10. 2	0. 7. 0	2. 9. 7
29	0. 7. 3	2. 7. 8	0. 9. 8	3. 2. 8	0.10.10	0. 7. 3	2.10. 9
30	0. 7. 6	2. 8. 9	0.10. 0	3. 4. 0	0.11. 3	0. 7. 6	3. 0. 0
31	0. 7. 9	2. 9.10	0.10. 4	3. 5. 4	0.11. 8	0. 7. 9	3. 1. 2
32	0. 8. 0	2.11. 0	0.10. 8	3. 6. 8	1. 0. 0	0. 8. 0	3. 2. 5
33	0. 8. 3	3. 0. 0	0.11. 0	3. 8. 0	1. 0. 4	0. 8. 3	3. 3. 7
34	0. 8 6	3. 1. 1	0.11. 4	3. 9. 4	1. 0. 9	0. 8. 6	3. 4. 9
35	0. 8. 9	3. 2. 2	1.11. 8	3.10. 8	1. 1. 1	0. 8. 9	8. 6. 0
36	0. 9. 0	3. 3. 3	1. 0. 0	4. 0. 0	1. 1. 6	0. 9. 0	3. 7. 2
37	0. 9. 3	3. 4. 4	1. 0. 4	4. 1. 4	1. 1.10	0. 9. 3	3. 8. 5
38	0. 9. 6	3. 5. 6	1. 0. 8	4. 2. 8	1. 2. 3	0. 9. 6	3 9. 7
39	0. 9. 9	3. 6. 7	1. 1. 0	4. 4. 0	1. 2. 7	0. 9. 9	3.10. 9
40	0.10. 0	3. 7. 8	1. 1. 4	4. 5. 4	1. 3. 0	0.10. 0	4. 0. 0
41	0.10. 3	3. 8. 9	1. 1. 8	4. 6. 8	1. 3. 4	0.10. 3	4. 1. 2
42	0.10 6	3. 9.10	1. 2. 0	4. 8. 0	1. 3. 9	0.10. 6	4. 2. 5
43	0.10. 9	3.11.11	1. 2. 4	4. 9. 4	1. 4. 1	0.10. 9	4. 3. 7
44	0.11. 0	4. 0. 0	1. 2. 8	4.10. 8	1. 4. 6	0.11. 0	4. 4. 9
45	0.11. 3	4. 1. 1	1. 3. 0	5. 0. 0	1. 4.10	0.11. 3	4. 6. 0
46	0.11. 6	4. 2. 2	1. 3. 4	5. 1. 4	1. 5. 3	0.11. 6	4. 7. 2

VOUTES EXTRADOSSÉES

Diamètres en pieds.	Entièrement de niveau. ÉPAISSEUR		Moitié de niveau et moitié d'égale épaisseur. ÉPAISSEUR		Moitié de niveau et moitié d'inégale épaisseur. ÉPAISSEUR		
	Des voûtes à la clef.	Des pieds-droits.	Des voûtes à la clef.	Des pieds-droits.	Des voûtes Au milieu des reins.	Des voûtes A la clef.	Des pieds-droits.
	p. po. lig.	p. po. lig.	p. po. lig.	p. po. lig.	p. po. lig.	p. po. lig.	p. po. lig.
47	0.11. 9	4. 3. 3	1. 3. 8	5. 2. 8	1. 5. 7	1.11. 9	4. 8. 5
48	1. 0. 0	4. 4. 4	1. 4. 0	5. 4. 0	1. 6. 0	1. 0. 0	4. 9. 7
49	1. 0. 3	4. 5. 5	1. 4. 4	5. 5. 4	1. 6. 6	1. 0. 3	4.10. 9
50	1. 0. 6	4. 6. 7	1. 4. 8	5. 6. 5	1. 6. 9	1. 0. 6	5. 0. 0
51	1. 0. 9	4. 7. 8	1. 5. 0	5. 8. 0	1. 7. 1	1. 0. 9	5. 1. 2
52	1. 1. 0	4. 8. 9	1. 5 4	5. 9. 4	1. 7. 6	1. 1. 0	5. 2. 5
53	1. 1. 3	4. 9.10	1. 5. 8	5.10. 8	1. 7.10	1. 1. 3	5. 3. 7
54	1. 1. 6	4.10.11	1. 6. 0	6. 0. 0	1. 8. 3	1. 1. 6	6. 4. 9
55	1. 1. 9	5. 0. 0	1. 6. 4	6. 1. 4	1. 8. 7	1. 1. 9	5. 6. 0
56	1. 2. 0	5. 1. 1	1. 6. 8	6. 2. 8	1. 9. 0	1. 2. 0	5. 7. 2
57	1. 2. 3	5. 2. 2	1. 7. 0	6. 4. 0	1. 9. 4	1. 2. 3	5. 8. 5
58	1. 2. 6	5 3. 3	1. 7. 4	6. 5. 4	1. 9. 9	1. 2. 6	5. 9. 7
59	1. 2. 9	5. 4. 4	1. 7. 8	6. 6. 8	1.10. 1	1. 2. 9	5.10. 9
60	1. 3. 0	5. 5. 5	1. 8. 0	6. 8. 0	1.10. 6	1. 3. 0	6. 0. 0
61	1. 3. 3	5. 6. 7	1. 8. 4	6. 9. 4	1.10.10	1. 3. 3	5. 1. 2
62	1. 3. 6	5. 7. 8	1. 8. 8	6.10. 8	1.11. 3	1. 3. 6	6. 2. 5
63	1. 3. 9	5. 8. 9	1. 9. 0	7. 0. 0	1.11. 7	1. 3. 9	6. 3. 7
64	1. 4. 0	5. 9.10	1. 9. 4	7. 1. 4	2. 0. 0	1. 4. 0	6. 4. 9
65	1. 4. 3	5.10.11	1. 9. 8	7. 2. 8	2. 0. 4	1. 4. 3	6. 6 0
66	1. 4. 6	6. 0. 0	1.10. 0	7. 4. 0	2. 0. 9	1. 4. 6	6. 7. 2
67	1. 4. 9	6. 1. 1	1.10. 4	7. 5. 4	2. 1. 1	1. 4. 0	6. 8. 5
68	1. 5. 0	6. 2. 2	1.10. 8	7. 6. 8	2. 1. 6	1. 5. 0	6. 9. 7
69	1. 5. 3	6. 3. 3	1.11. 0	7. 8. 0	2. 1.10	1. 5. 3	6.10. 9
70	1. 5. 6	6. 4. 4	1.11. 4	7. 9. 4	2. 2. 3	1. 5. 6	7. 0. 0
71	1. 5. 9	6. 5 5	1.11. 8	7.10. 8	2. 2. 7	1. 5. 9	7. 1. 2
72	1 6. 0	6. 6 7	2. 0. 0	8. 0. 0	2. 3. 0	1. 6. 0	7. 2. 5
73	1. 6 3	6. 7 8	2. 0. 4	8. 1. 4	2. 3. 4	1. 6. 3	7. 3. 7
74	1. 6. 6	6. 8. 9	2. 0. 8	8. 2. 8	2. 3. 9	1. 6. 6	7. 4. 9
75	1. 6. 9	6. 9.10	2. 1. 0	8. 4. 0	2. 4. 1	1. 6 9	7. 6. 0
76	1. 7. 0	6 10.11	2. 1. 4	8. 5. 4	2. 4. 6	1. 7. 0	7. 7. 2
77	1. 7. 3	7. 0. 0	2. 1. 8	8. 6. 8	2. 4.10	1. 7. 3	7. 8. 5
78	1. 7. 6	7. 1. 1	2. 2. 0	8. 8. 0	2. 5. 3	1. 7. 6	7. 9. 7
79	1. 7. 9	7. 2. 2	2. 2. 4	8. 9. 4	2. 5. 7	1. 7. 9	7.10. 9
80	1. 8. 0	7. 3. 3	2. 2. 8	8.10. 8	2. 6. 0	1. 8. 0	8. 0. 0
81	1. 8. 3	7. 4. 4	2. 3. 0	9. 0. 0	2. 6. 4	1. 8. 3	8. 1. 2
82	1. 8. 6	7. 5. 5	2. 3. 4	9. 1. 4	2. 6. 9	1. 8. 6	8. 2. 5
83	1. 8. 8	7. 6. 7	2. 3. 8	9. 2. 8	2. 7. 1	1. 8. 9	8. 3. 7
84	1. 9. 0	7. 7. 8	2. 4. 0	9. 4. 0	2. 7. 6	1. 9. 0	8. 4. 9
85	1. 9. 3	7. 8. 9	2. 4. 4	9. 5. 4	2. 7.10	1. 9. 3	8. 6. 0
86	1. 9. 6	7. 9.10	2. 4. 8	9. 6. 8	2. 8. 3	1. 9. 6	8. 7. 2
87	1. 9. 9	7.10.11	2. 5. 0	9. 8. 0	2. 8. 7	1. 9. 9	8. 8. 6
88	1.10. 0	8. 0 0	2. 5. 4	9. 9. 4	2. 9. 0	1.10. 0	8. 9. 7
89	1.10. 3	8. 1. 1	2. 5. 8	9.10. 8	2. 9. 4	1.10. 3	8.10 9
90	1.10. 6	8. 2. 2	2. 6. 0	10. 0. 0	2. 9. 9	1.10. 6	9. 0. 0

VOUTES EXTRADOSSÉES

Diamètres en pieds.	Entièrement de niveau. ÉPAISSEUR		Moitié de niveau et moitié d'égale épaisseur. ÉPAISSEUR		Moitié de niveau et moitié d'inégale épaisseur. ÉPAISSEUR		
	Des voûtes à la clef.	Des pieds-droits.	Des voûtes à la clef.	Des pieds-droits.	Des voûtes: Au milieu des reins.	Des voûtes: A la clef.	Des pieds-droits.
	p. po. lig.	p. po. lig.	p. po. lig.	p. po. lig.	p. po. lig.	p. po. lig.	p. po. lig.
91	1.10. 9	8. 3. 3	2. 6. 4	10. 1. 4	2.10. 3	1.10. 9	9. 1. 2
92	1.11. 0	8. 4. 4	2 6. 8	10. 2. 8	2 10. 7	1 11. 0	9. 2. 5
93	1.11. 3	8. 5. 5	2. 7. 0	10. 4. 0	2.11. 0	1.11. 3	9. 3. 7
94	1.11. 6	8. 6. 7	2. 7. 4	10. 5. 4	2.11. 4	1.11. 6	9. 4. 9
95	1.11. 9	8. 7. 8	2. 7. 8	10. 6. 8	2.11. 9	1.11. 9	9. 6. 0
96	2 0. 0	8. 8. 9	2. 8. 0	10. 8. 0	3. 0. 0	2. 0. 0	9. 7. 2
97	2. 0. 3	8. 9.10	2. 8. 4	10. 9 4	3. 0. 4	2. 0. 3	9. 8. 5
98	2. 0. 6	8 10.11	2 8. 8	10.10. 8	3. 0. 9	2. 0. 6	9. 9. 7
99	2. 0. 9	9. 0. 0	2. 9. 0	11. 0. 0	3. 1 1	2. 0 9	9.10. 9
100	2. 1. 0	9. 1. 1	2. 9. 4	11. 1. 4	3. 1. 6	2. 1 0	10. 0. 0
101	2. 1. 3	9. 2. 2	2 9. 8	11. 2. 8	3. 1.10	2. 1. 3	10. 1. 2
102	2. 1. 6	9. 3. 3	2.10. 0	11. 4. 0	3. 2. 3	2. 1. 6	10. 2. 5
103	2. 1. 9	9. 4. 4	2.10. 4	11. 5. 4	3. 2. 7	2. 1. 9	10. 3. 7
104	2. 2. 0	9. 5. 5	2.10. 8	11. 6. 8	3. 3. 0	2. 2. 0	10. 4. 9
105	2. 2. 3	9. 6. 7	2.11. 0	11. 8. 0	3. 3. 4	2. 2. 3	10. 6. 0
106	2. 2. 6	9. 7 8	2.11. 4	11. 9. 4	3. 3. 9	2. 2. 6	10. 7. 2
107	2. 2. 9	9. 8. 9	2.11. 8	11.10. 8	3. 4. 1	2. 2. 9	10. 8. 5
108	2. 3. 0	9. 9.10	3. 0. 0	12. 0. 0	3. 4. 6	2. 3. 0	10. 9. 7
109	2. 3. 3	9.10.11	3. 0. 4	12 1. 4	3. 4.10	2. 3. 3	10 10. 9
110	2. 3. 6	10. 0. 0	3. 0. 8	12. 2. 8	3. 5. 3	2. 3. 6	11. 0. 0
111	2. 3. 9	10. 1. 1	3. 1. 0	12. 4. 0	3. 5. 7	2. 3. 9	11. 1. 2
112	2. 4. 0	10. 2. 2	3. 1. 4	12. 5. 4	3. 6. 0	2. 4. 0	11. 2. 5
113	2. 4. 3	10. 3. 3	3. 1. 8	12. 6. 8	3. 6. 4	2. 4. 3	11. 3. 7
114	2. 4. 6	10. 4. 4	3. 2. 0	12. 8. 0	3. 6. 9	2. 4. 6	11. 4. 9
115	2. 4. 9	10. 5. 5	3. 2. 4	12. 9. 4	3. 7 1	2. 4. 9	11. 6. 0
116	2. 5. 0	10. 6. 7	3. 2. 8	12.10. 8	3. 7. 6	2. 5. 0	11. 7. 2
117	2. 5. 3	10. 7. 8	3. 3. 0	13. 0. 0	3. 7.10	2. 5. 3	11. 8. 5
118	2. 5. 6	10. 8. 9	3. 3. 4	13. 1. 4	3. 8. 3	2. 5. 6	11. 9. 7
119	2. 5. 9	10. 9.10	3. 3. 8	13. 2. 8	3. 8. 7	2. 5. 9	11.10. 9
120	2. 6. 0	10.10.11	3. 4 0	13. 4. 0	3. 9. 0	2. 6. 0	12. 0. 0
121	2. 6. 3	11. 0. 0	3. 4. 4	13. 5. 4	3 9 4	2. 6. 3	12. 1. 2
122	2. 6. 6	11. 1. 1	3. 4. 8	13. 6. 8	3. 9. 9	2. 6. 6	12. 2. 5
123	2. 6. 9	11. 2. 2	3. 5. 0	13. 8. 0	3.10. 1	2. 6. 9	12. 3. 7
124	2. 7. 0	11. 3. 3	3. 5. 4	13. 9 4	3.10. 6	2. 7. 0	12. 4. 9
125	2. 7. 3	11. 4. 4	3. 5. 8	13.10. 8	3.10.10	2. 7. 3	12. 6. 0
126	7. 7. 6	11 5. 5	3. 6. 0	14. 0. 0	3.11. 3	2. 7. 6	12. 7. 2
127	2. 7 9	11. 6. 7	3. 6. 4	14. 1. 4	3.11. 7	2. 7. 9	12. 8. 5
128	2. 8. 0	11. 7. 8	3. 6. 8	14. 2. 8	4. 0. 0	2. 8. 0	12. 9. 7
129	2. 8. 3	11. 8. 9	3. 7. 0	14. 4. 0	4. 0. 4	2. 8. 3	12.10. 9
130	2. 8. 6	11 9.10	3. 7. 4	14. 5. 4	4. 0. 9	2. 8. 6	13. 0. 0

CHAPITRE QUATRIÈME.

DES PONTS EN PIERRE.

Pendant le siècle dernier, la construction des ponts s'est enrichie d'une foule de connaissances qui en ont fait l'objet d'une science à part dans l'architecture, et dont les développemens ne sauraient entrer dans le plan de cet ouvrage. Nous nous bornerons à ajouter ici quelques observations à ce que nous avons dit précédemment au sujet des différentes questions de l'art de bâtir qui se rattachent particulièrement à ces ouvrages [1]. Les savans ouvrages de Péronet et de Gauthey offriront une source féconde d'instruction à ceux qui désireraient se livrer à une étude approfondie de cette matière.

Les principales conditions à remplir dans la disposition de ce genre d'édifices nous paraissent exposées avec une précision remarquable dans le premier cahier des études sur l'Art des Constructions, recueillies par M. Bruyère : on y trouve en quelque sorte le résumé de la doctrine moderne.

« Les voûtes des ponts, dit cet habile ingénieur, présentent généralement à l'intrados une surface cylindrique, dont la génératrice s'appuie constamment sur une courbe d'espèce variable suivant les circonstances. Cette courbe peut être une demi-circonférence de cercle ou une demi-ellipse; mais on substitue le plus ordinairement à cette dernière une courbe à plusieurs centres, nommée *anse de panier*. Les anciens ont presque toujours adopté le demi-cercle pour les arches de leurs ponts. Cette forme, qui satisfait le goût, est en même temps la plus favorable à la solidité et à l'économie : elle paraît donc préférable toutes les fois que les données peuvent le permettre. On ne peut cependant se dissimuler qu'elle n'est pas propre à l'écoulement des grandes eaux, parce que l'étendue des tympans diminue la largeur du débouché, surtout au moment où il faudrait pouvoir l'augmenter. Les avant-becs, tels qu'on les construit, ne pouvant embrasser toute l'étendue entre les deux arcs,

[1] Voyez Livre Ier., Tome Ier., pages 132 à 139. — Livre IIe., Tome IIe., page 1 à 33. — Livre IIIe., Tome IIe., pages 1 à 74. — *Idem*, pages 97 à 108. — *Idem*, pages 121 à 124. — *Idem*, pages 125 à 131. — *Idem*, pages 279 à 280. — Livre Ve., Tome IIIe., pages 88 à 113. — *Idem*, pages 162 à 177. — *Idem*, pages 320 à 340. — Livre IXe., Tome IVe., pages 57 à 104. — *Idem*, pages 207 à 300. — *Idem*, 310 à 325.

défendent très-imparfaitement les arêtes contre les eaux et les corps flottans. Ces mêmes avant-becs, appliqués contre les tympans, ne semblent pas faire partie de l'ordonnance générale, et c'est ce qu'on peut voir dans celui de Sèvres, qui est cependant un des plus beaux en ce genre.

Les inconvéniens dont on vient de parler sont communs aux arches en demi-cercle et en anse de panier. Celui relatif à l'écoulement devient très-grave, lorsque le rapprochement des deux rives ne permet pas de compenser, par la largeur totale du débouché, les pertes dues à la forme des tympans, et cette dernière considération a fait souvent accorder la préférence aux voûtes en portion de cercle, dont les naissances sont placées au-dessus des grandes eaux ordinaires.

Palladio, dont les opinions font loi en architecture, avait généralement adopté les portions de cercle pour les différens ponts, dont on trouve les dessins dans ses œuvres; mais il s'est renfermé, pour l'ouverture et la flèche des arcs, dans des limites qu'il faudrait pouvoir ne jamais dépasser. Les petites dimensions des arches lui ont permis d'adopter pour ses ponts le caractère de solidité et le genre de décoration qui leur conviennent. Malheureusement, lorsque les eaux s'élèvent à une grande hauteur, il n'est pas facile de l'imiter entièrement, et de satisfaire à la fois aux règles du goût et à la nécessité de procurer aux eaux un écoulement facile, et enfin à toutes les conditions imposées par les localités. La solution rigoureuse de cette espèce de problème est rarement possible; mais on peut chercher à s'en rapprocher. »

Terminons cette citation par l'observation judicieuse dont l'auteur fait précéder la description qu'il donne des ponts de Sèvres et de l'École militaire, dont le premier est formé de neuf arches en plein cintre, et l'autre de cinq arches en arc de cercle :

« Ces deux ponts, dit M. Bruyère, sont également remarquables par leur belle exécution et par une heureuse position. Quoique conçus d'après des systèmes très-différens, ils peuvent être mis au rang des plus beaux ponts de France. Je me contenterai, en ce moment, de faire observer à ceux qui préfèrent exclusivement l'un ou l'autre système, que celui adopté pour le pont de l'École militaire est motivé par la nécessité de conserver aux eaux un débouché suffisant, tandis qu'à Sèvres la largeur du lit pouvait permettre de multiplier les piles et de contenir les voûtes en plein cintre; il en est résulté que chacun de ces ponts présente un caractère particulier, en harmonie avec les objets qui l'environnent. Ces convenances sont telles, que tout le monde peut sentir qu'ils perdraient beaucoup de leur effet, si l'on transportait l'un à la place de l'autre.»

Avant le douzième siècle de l'ère chrétienne, l'Italie seule offrait une quantité considérable de ponts bien construits. Les monumens élevés par les Romains, et qui ont en grande partie résisté aux efforts du temps, fournissent des modèles que les architectes de cette contrée ont assez exactement suivis. Mais dans le siècle dernier, la France a surpassé tous les autres pays de l'Europe, par le nombre et la grandeur de ses ponts; les ingénieurs français ont élevé des ouvrages d'une hardiesse et d'une perfection dont les restes de l'antiquité n'avaient pu donner aucune idée [1].

Des arches en plein cintre.

Les arches de presque tous les ponts antiques sont en plein cintre, c'est-à-dire formées par une demi-circonférence de cercle; et lorsque les anciens ont été obligés de les faire surbaissées, ils ont employé, pour la courbure de leur cintre, un arc de cercle moindre que la demi-circonférence. Les arches dont les cintres sont elliptiques, ou formés de plusieurs arcs de cercle imitant l'ellipse, sont d'une invention moderne.

Parmi tous les ponts antiques dont les arches sont en plein cintre, nous citerons d'abord celui de Rimini, bâti par Auguste, Figure 1, Planche CLXXXXIX. Palladio le regarde comme le plus beau de tous les ponts qu'il ait vu; et la plupart des projets qu'il a donnés, n'en sont en effet que des copies. Il est composé de cinq arches en plein cintre; les deux extrêmes ont 22 pieds d'ouvertture (7 mètres 14), et les trois intermédiaires 27 pieds (8 mètres 77). L'épaisseur des piles est presque égale à la moitié du vide des arches; elles sont formées par un piédestal qui s'élève à 6 pieds 3 pouces 9 lignes (4 mètres) au-dessus de l'eau, et qui est surmonté par des niches accompagnées de colonnes qui supportent un fronton. Une corniche, ornée de modillons d'un beau profil, complète de la manière la plus satisfaisante l'ordonnance architecturale de ce monument.

Les Figures 2 et 3 représentent l'une des trois arches du pont Saint-Ange, à Rome et une coupe prise au milieu de cette arche sur la largeur du pont. Ce monument magnifique, qui portait autrefois le

[1] Gauthey, Traité de la Construction des Ponts.

nom de pont Élius, fut construit l'an 138, par Adrien, vis-à-vis le superbe tombeau qu'il s'était fait élever. Les piles étaient surmontées de huit colonnes colossales, portant des statues de bronze : ces colonnes furent détruites pendant les troubles de l'Italie; et une grande foule, occasionée par une procession de Jubilé, ayant fait tomber les parapets dans le Tibre, le pape Clément IX les fit relever en 1668, sur les dessins de Bernin. Ils furent alors décorés de piédestaux en marbre blanc, portant dix statues colossales d'anges. Les intervalles sont remplis par des appuis à jour aussi en marbre, dont les vides sont garnis de grillages en bronze. Les arches en plein cintre, de 56 pieds 5 pouces 4 lignes (18 mètres 33) d'ouverture, *appareillées à tas de charge*, sont décorées d'archivoltes; elles forment aujourd'hui, en y comprenant une des petites arcades latérales du côté du château Saint-Ange, un débouché de 200 pieds de longueur (64 mètres 96). La largeur du pont Saint-Ange est de 32 pieds 1 pouce (10 mètres 42).

La Figure 3 offre, dans la hauteur de la pile, un exemple remarquable de l'appareil irrégulier dont il a été question au IIe. Livre, Tome II, p. 6. Nous avons déjà fait observer qu'en général la cause de ces irrégularités provenait de l'inégalité des blocs de travertin; mais ici la régularité des assises, sur les faces du pont et sous les arcs, pourrait faire considérer l'encastrement des pierres dans les assises des piles comme un moyen d'assurer leur résistance contre l'impétuosité du courant. Il paraît, d'ailleurs, que le même système d'appareil a été observé dans l'intérieur des massifs des arcs, et que, de plus, toutes les pierres sont cramponnées sur tous les sens dans cette partie [1]. Quoi qu'il en soit, le renversement du pont Sénatorial, aujourd'hui *ponte Rotto*, dont l'aspect semblait présenter encore plus de solidité, peu de temps après sa restauration par le pape Grégoire XIII, semblerait devoir donner quelque poids à cette conjecture.

Des arches en anse de panier.

Le pont d'Orléans, sur la Loire, passe pour être celui où l'on a employé les premières grandes arches de ce genre. Cet ouvrage a été commencé en 1751, sur les projets de M. Hupeau. Les travaux ont été conduits sous ses ordres, par M. Soyer; il a été fini en 1760. M. Pitrou avait fait un autre projet à peu près semblable, si ce n'est que l'emplacement en

[1] Voyez les Ponts antiques de Rome, par Piranési.

était un peu différent, et que le rayon des arcs, à partir des naissances dans les anses de panier, était plus grand, ce qui tendait à augmenter le débouché.

Ce pont est composé de neuf arches, dont les naissances sont établies à 12 pouces (325 millimètres) au-dessus des basses eaux : celle du milieu, Figure 5, a 100 pieds d'ouverture (32 mètres 48), et 28 pieds de hauteur sous clef (9 mètres); son cintre, qui est surbaissé, est composé de trois arcs de cercle, formant ensemble une courbe plus ouverte que l'ellipse. Le rayon des petits arcs, au droit des naissances, est de 22 pieds 9 pouces (7 mètres 38), et celui de l'arc du milieu de 56 pieds 6 pouces (18 mètres 35).

La partie du milieu est extradossée de niveau, la clef a de hauteur de 6 pieds 6 pouces (2 mètres 11), et les voussoirs des extrémités E, 10 pieds (3 mètres 24); celle des autres va en diminuant jusqu'aux naissances. Cette disposition, qui place les parties les plus pesantes d'une voûte à l'endroit où se fait le plus grand effort, est contraire à ce qu'indique l'expérience et à ce que prescrivent les principes de la théorie, desquels il résulte *que, pour mettre les voussoirs d'une voûte en équilibre entre eux, il faut, qu'à surface de douelle égale, leur hauteur aille en augmentant depuis la clef jusqu'aux naissances, dans le rapport de la différence des tangentes*; comme il a été expliqué au Livre IIIe., Tome IIe., pages 103 à 108. Nous avons dit que cette augmentation devait avoir lieu jusqu'à la rencontre des lignes perpendiculaires ou d'aplomb, tirées des naissances de la courbe formant le cintre. C'est principalement pour les grandes voûtes, et surtout pour les arches de pont que cette disposition doit avoir lieu. La disposition contraire est sans doute une des causes de la chute de quelques arches de ponts modernes et des accidens plus ou moins graves qui ont eu lieu au décintrement de plusieurs autres, tels que ceux de Mantes, de Neuilly et surtout de Nogent-sur-Seine.

La disposition des pièces de bois qui composent les fermes des cintres de charpente peut aussi contribuer à ces accidens, lorsqu'elles ne sont pas fortifiées par des entraits, ainsi que nous l'avons démontré au Chapitre II, IIIe. Section du Ve. Livre; parce que la compression dont elles sont susceptibles change leur courbe, qui, ne se trouvant plus la même que celle d'après laquelle les voussoirs ont été taillés, se trouve faussée dans son action par le déplacement des coupes et l'irrégularité des joints.

Ajoutons encore que les différens polygones inscrits dont se composent les fermes des cintres modernes, les rendent moins propres à résister à la charge qu'ils ont à soutenir lorsqu'on pose les voussoirs, jusqu'à ce que le rang qui forme la clef soit placé.

La compressibilité des cintres retroussés, auxquels d'ailleurs on paraît avoir renoncé pour les grandes arches, contribue encore à produire ces effets, en ce qu'elle s'oppose au remplissage des reins au-dessus des piles en maçonnerie, assez haut pour contreventer les parties inférieures des arcs, et les mettre par-là à même de résister à l'effort des parties supérieures [1]

Des Arches en arc de cercle.

Il faut distinguer trois cas différens, par rapport aux arches en arc de cercle. Le premier est celui où les naissances sont plongées dans l'eau, comme elles le sont dans les premiers grands ponts bâtis en France, tels que le pont du Saint-Esprit et l'ancien pont d'Avignon; alors la forme de l'arche a sur l'anse de panier le désavantage de donner un débouché moins considérable, et d'occasioner des tympans très-massifs. Ce dernier défaut paraît avoir été senti par les premiers constructeurs, car les reins de leurs voûtes sont presque toujours remplis simplement en terre, ou déchargés par le moyen de petites arcades.

[1] L'opinion que nous venons d'émettre, relativement aux causes des effets observés lors du décintrement des ponts, nous paraît acquérir un grand poids par le détail des faits suivans, consignés dans le traité des ponts de Gauthey.

L'arche du pont de Nogent, Figure 4, Planche CLXXXXIX, faite sur une anse de panier dont l'ouverture est de 90 pieds (29 mètres 236 millim.), et dont la flèche est un peu moindre que le tiers du diamètre, a éprouvé, pendant le cours de la pose, un tassement de 2 pouces 7 lignes (74 millimètres); quarante-cinq jours après le décintrement, qui avait été fait immédiatement après la pose des clefs, le tassement avait augmenté de 1 pied 6 lignes (338 millimètres); il s'est encore accru de 1 pouce 3 lignes (33 millimètres) au bout de l'année, de sorte qu'il était alors de 1 pied 4 pouces 7 lignes (446 millimètres).

La grande arche du pont de Mantes, de 120 pieds d'ouverture (39 mètres), avec un soubassement au tiers, a tassé pendant la pose de 12 pouces (325 millimètres); dans les dix jours qui ont suivi le décintrement, de 5 pouces (135 millimètres); et dans le cours de l'année suivante de 3 pouces 9 lignes (97 millimètres): Le tassement total a donc été de 1 pied 8 pouces 9 lignes (557 millimètres). On avait eu la précaution, en taillant les cintres, de surhausser la courbe des voûtes de 12 pouces (325 millimètres). Le décintrement a été fait treize jours après la pose des clefs.

Les arches du pont de Neuilly, Figure 6, ont également 120 pieds (39 mètres) d'ouverture, mais comme elles sont surbaissées au quart, le tassement a été plus considérable. Le poids seul du cintre avait suffi pour le faire baisser au sommet d'environ 1 pouce (27 millimètres); pendant le cours de la pose, il a fléchi de 1 pied 6 lignes (338 millimètres). Le

Dans le second cas, les naissances de l'arc sont élevées sur des piles, à la hauteur la plus constante des eaux du fleuve, comme dans plusieurs ponts antiques, tels que le pont Fabricius, aujourd'hui *Quatro Capi*, et celui de Sestius, aujourd'hui *Ponte Sixto*, à Rome. L'emploi de cette disposition nécessite, comme pour le premier cas, l'évidement des tympans, pour procurer un débouché suffisant aux eaux du fleuve, pendant les crues extraordinaires; et les anciens ont été les premiers à donner l'exemple de cette ingénieuse combinaison.

Le troisième cas est celui où les naissances de l'arc sont élevées sur des pieds-droits, à peu près à la hauteur des grandes eaux du fleuve, comme on le trouve pratiqué pour la première fois par les anciens au pont antique de Vicence, décrit par Palladio, et dans beaucoup de ponts modernes. L'emploi des arches en arc de cercle oblige ordinairement, dans ce dernier cas, de faire l'arc très-surbaissé, d'où il résulte que la pression latérale des voussoirs est très-considérable.

L'expérience a démontré jusqu'à quel point on pouvait compter, en pareil cas, sur le secours du fer pour relier entre elles les pierres des arcs et des piles, et procurer même à leur ensemble les moyens de résister, contre toute vraisemblance, aux efforts de la poussée. On sait que c'est à cette précaution que le pont de Sainte-Maxence, formé de trois arches en arc de cercle fort surbaissées, dut en partie sa conser-

décintrement a été commencé dix-huit jours après la pose des clefs : trois jours après il s'était fait un tassement de 8 pouces 9 lignes (237 millimètres); ainsi le tassement total a été de 2 pieds 5 pouces (66 centimètres). On avait surhaussé la courbe de 1 pied 3 pouces 2 lignes (41 centimètres).

Les voûtes en arc de cercle du pont de Nemours ont 50 pieds (16 mètres 24) d'ouverture sur une flèche de 3 pieds 4 pouces 7 lignes (1 mètre 11). Le lendemain du décintrement des voûtes, le tassement était de 3 pouces 7 lignes (95 millimètres); il est allé par la suite à 9 pouces 6 lignes (203 millimètres). La flèche avait été augmentée, lors de la taille du cintre, de 7 pouces (189 millimètres).

Les voûtes du pont d'Iéna, Figure 7, sont en arc de cercle de 86 pieds 2 pouces 4 lignes (28 mètres) d'ouverture, sur 10 pieds 5 pouces 10 lignes (3 mètres 4 décimètres) de flèche; elles ont été décintrées trente-huit jours après la pose des clefs. Le tassement sur le cintre a été de 3 pouces 2 lignes (85 millimètres), et le tassement total de 4 pouces 5 lignes (12 centimètres). On avait surhaussé les cintres sur l'Epure de 8 pouces 2 lignes (22 centimètres).

Il faut observer, en faisant usage de ces exemples, que quand les cintres sont portés sur des pieux, le tassement qui a lieu pendant la pose des voussoirs, et qui résulte de la compression du bois, est nécessairement beaucoup moins considérable que dans les ponts désignés ci-dessus, où, à l'exception de celui d'Iéna, les voûtes ont été construites sur des cintres retroussés. (Gauthey, construction des ponts, tome II, page 304.)

vation, lors de la destruction de la première arche sur la rive de l'Oise, pendant la campagne de 1814.

Le plus beau pont moderne de ce genre est, sans contredit, celui construit à Paris, de 1806 à 1812, au devant de l'École militaire, par M. Lamandé, Ingénieur en chef des Ponts et Chaussées. Ce pont est composé de cinq arches égales en pierre de taille; elles ont 86 pieds 2 pouces 4 lignes d'ouverture (28 mètres), 10 pieds 1 pouce 1 ligne de montée (3 mètres 30 centimètres), et leur courbe génératrice est un arc de cercle de 96 pieds 5 pouces 9 lignes de rayon (31 mètres 347 centim).

Le rapport entre la flèche et la sous-tendante est comme 2 est à 17.

Les naissances des voûtes sont à 18 pieds 6 pouces 10 lignes au-dessus de l'étiage. L'épaisseur à la clef est de 4 pieds 5 pouces 2 lignes (1 mètre 44 centimètres). « Cette épaisseur, dit M. Lamandé dans l'extrait du Devis qu'il a publié pour la construction de ce pont, est celle des voûtes du pont Louis XVI. Devant employer la même qualité de pierre (la pierre de Saillancourt, *Voyez* livre I[er], 1[re] et 2[e] sections), et l'ouverture des arches de ce pont étant à peu près la même que celle de celui projeté, nous avons cru devoir ne rien changer à cette dimension que l'expérience a prouvé être suffisante, et que Perronet n'a pas regardée comme trop forte. On sait que cet habile ingénieur s'est appliqué à donner à tous les ponts qu'il a construits un caractère de légèreté et d'élégance, et que, par cette raison, il a réduit le plus qu'il lui a été possible l'épaisseur des voûtes et celle des piles. Les nombreuses expériences qu'il a faites sur la résistance des pierres, et qui servent de guide aux ingénieurs, avaient pour objet de connaître le terme où il devait s'arrêter pour concilier la solidité avec la hardiesse de ses constructions [1]. »

Les piles ont 9 pieds 2 pouces 10 lignes d'épaisseur (9 mètres), sur 3 pieds 1 pouce 2 lignes (14 mètres) de longueur; le pont a 41 pieds de large entre les parapets (13 mètres 34 centimètres); la largeur de la chaussée est de 28 pieds 9 pouces (9 mètres 34 centimètres).

Ce pont est couronné par une corniche d'un fort beau caractère imitée de celle des murs d'enceinte du temple de Mars Vengeur.

Aux trois espèces d'arches dont il vient d'être question, et qui sont

[1] Qu'il nous soit permis de faire remarquer ici, que cette épaisseur coïncide pareillement avec celle que nous avons fixée nous-même, par notre théorie, pour les arches de pont de cette ouverture, dans la Table placée Tome II, page 107.

les seules qui soient actuellement en usage en France, on peut ajouter la forme gothique, composée de deux arcs de cercle, et connue sous le nom d'ogive; cette dernière aurait l'inconvénient de diminuer considérablement le débouché, mais on remédie aisément à ce défaut, en pratiquant des ouvertures dans les tympans, ainsi qu'on l'a fait à l'un des ponts de Pavie. On peut rencontrer des cas où cette forme ait ses avantages; le goût d'ailleurs n'en doit proscrire aucune, parce qu'elles ont toutes leur mérite quand elles sont employées convenablement.

OBSERVATION.

Il n'est pas possible de donner de règles générales pour le choix qu'il faudra faire entre ces différentes espèces d'arches; on se décidera dans chaque cas particulier d'après les circonstances locales qui pourront se présenter. La surface du débouché qu'il faudra donner à la rivière, les hauteurs relatives des plus grandes et des plus basses eaux, celle à laquelle on sera maître d'élever la surface du pavé du pont, *l'obligation où l'on sera quelquefois de laisser la liberté de détruire une arche, et par conséquent de faire faire aux piles la fonction de culées*, fourniront les principaux motifs du parti qu'on prendra sur cet objet. Il faudra aussi faire entrer en considération la nature des matériaux que l'on aura à sa disposition, et le degré de résistance qu'ils pourront offrir.

Du décintrement des ponts.

Il était assez d'usage autrefois, pour décintrer une voûte, de commencer par ôter un couchis entre deux dans toute son étendue, en sorte qu'il en restait la moitié; de recommencer la même opération pour n'en laisser que le quart, et de continuer de la même manière jusqu'à ce que le dernier couchis fût enlevé; mais cette méthode était vicieuse, parce que la totalité de la voûte venant à être soutenue sur un petit nombre de couchis éloignés les uns des autres, il pouvait se former dans leurs intervalles des tassemens particuliers plus ou moins sensibles. Il est préférable d'ôter les couchis, en commençant aux naissances des deux côtés de l'arche, et finissant au sommet. Les premiers couchis sont aisés à enlever, mais au delà des points de rupture, et surtout près de la clef; la voûte pressant fortement sur le cintre, on ne peut les ôter qu'en ruinant peu à peu les cales avec un ciseau. Le cintre déchargé tend d'ailleurs à se soulever, et cette circonstance augmente la force avec laquelle les derniers couchis sont serrés contre le cerveau de la voûte. On doit alors placer à côté de ces pièces de petits étrésillons verticaux dont la base est taillée en pointe; ils donneront la facilité de les enlever, et supporteront le poids de la voûte. On les fera ensuite écraser en commençant par les plus éloignés de la clef, et diminuant avec le ciseau la surface de la pointe. Ces diverses opérations doivent être exécutées en même temps aux voussoirs placés symétriquement des deux côtés de la clef; et dans les ponts où les piles ne servant pas de culées, les arches reportent leur poussée les unes sur les autres, elles doivent se faire à la fois à toutes les arches. *Il faut les conduire avec beaucoup de lenteur et de précaution, en évitant toute espèce de choc, et tout ce qui pourrait faire prendre quelque vitesse à la masse des voûtes.*

Le décintrement du pont de Nemours a été opéré en faisant au pied des arbalétriers des entailles en biseau, dont on augmentait progressivement la profondeur, jusqu'à ce que le tassement du cintre lui eût fait quitter la voûte. Cette méthode est plus expéditive que la précédente, et ne peut donner lieu à aucun accident; mais elle ne peut avoir lieu que pour les arches construites sur des cintres retroussés. On en a employé une autre au pont de l'Ecole militaire, où les cintres étaient en partie portés sur des pieux. Les poteaux qui soutenaient les fermes avaient à leur pied un tenon qui entrait dans une semelle dont les pieux étaient coiffés; mais ce tenon ne pénétrait pas jusqu'au fond de la mortaise, et ses joues étaient supportées par des cales. Quand on a voulu décintrer, on a ruiné peu à peu les cales, de manière à faire porter les jours sur la semelle, et rendre le tenon au fond de la mortaise; alors le cintre s'est abaissé, et il a été facile d'enlever les couchis.

En parlant de l'ingénieuse combinaison des cintres qui ont servi à la construction du pont du Strand, tome III, page 175, nous avons dit que le décintrement des arches avait été prévu et opéré au moyen d'un procédé dont le mérite surpasse, à notre avis, tout ce qu'on peut imaginer en ce genre. Il faut d'abord ajouter aux détails dans lesquels nous sommes entrés au sujet de leur construction, que chaque cintre composé de huit fermes, formait, à partir du niveau des hautes eaux, une immense armature dont toutes les parties étaient intimement reliées entre elles, en sorte que cet ensemble pouvait se lever et s'abaisser d'une seule pièce, et se transporter d'une arche à l'autre au moyen d'une barque construite exprès. Indépendamment de l'avantage que ce système de construction devait offrir lors du décintrement, observons premièrement qu'on se trouva dispensé par-là de l'établissement d'un cintre général, et que trois cintres purent suffire pour construire successivement les neuf arches dont ce pont se compose.

Tout l'ensemble des cintres était porté, comme on le voit Planche CXXVI, Pl. 126. par des étais E, appuyés sur les retraites de la fondation des piles. Les pieds du cintre et la tête de ces étais étaient terminés par une forte pièce P taillée à l'extérieur en crémaillère; ces deux pièces recevaient entre elles une autre pièce taillée en forme de coin V, dont les échancrures répondaient en sens inverse à celles des crémaillères. La pose des cintres était conduite de manière à ce que, placés à leur hauteur, ils se trouvaient portés sur les parties les plus saillantes des redents des coins et des crémaillères, en sorte qu'après la construction de l'arche il suffisait de repousser simultanément les seize coins en dehors pour opérer à la fois le décintrement de la voûte entière.

Au reste, le transport des cintres, et leur pose d'une arche à l'autre se faisaient avec la plus grande facilité au moyen de l'abaissement et de l'accroissement successifs de l'eau pendant les hautes et basses marées. Toute l'opération était ordinairement terminée en huit jours pendant le beau temps; mais s'il arrivait deux marées en un jour, en quatre ou cinq jours le cintre pouvait être changé de place. Chaque cintre pesait environ 320 tonneaux, qui répondent à 325,000 kilogrammes.

FIN DU LIVRE NEUVIÈME.

NOTES ADDITIONNELLES
SUR PLUSIEURS PLANCHES.

Description des divers moyens employés par les anciens et les modernes, pour mouvoir, traîner ou élever des blocs de formes et de dimensions extraordinaires.

Les ruines immenses des anciens édifices d'Égypte attestent le goût que les Égyptiens avaient pour tout ce qui était grand et durable; les pierres employées à leur construction étaient d'une grandeur étonnante. Hérodote parle d'un édifice qui faisait partie du temple de Latone à Buto, dont les murs étaient formés d'une seule pierre de quarante coudées de long sur autant de hauteur. Le plafond qui servait de couverture à cet édifice était aussi d'une seule pierre qui avait quatre coudées d'épaisseur.

Dans un autre endroit, il dit qu'Amasis fit transporter de l'île d'Éléphantine à la ville de Saïs, éloignées l'une de l'autre de vingt journées de navigation, un édifice formé d'un seul bloc de pierre : sa longueur extérieure était de 21 coudées sur 14 de largeur et 8 de hauteur. Il avait à l'intérieur 18 coudées $\frac{5}{6}$ de longueur sur 12 coudées de largeur et 5 de hauteur. Deux mille hommes furent employés pendant trois ans à ce transport.

La masse de ce dernier édifice, en déduisant le vide de l'intérieur, était de 1222 coudées cubiques, et son poids de 440 milliers (208000 kilogrammes), en supposant que la pierre dont il était formé était du même granite que les obélisques.

Quant à l'autre édifice qui faisait partie du temple de Latone à Buto, le texte grec d'Hérodote paraît dire que les quatre murs étaient formés d'une seule pierre *creusée comme une auge*. Dans ce cas il aurait fallu un bloc dont la solidité aurait été de plus de 64 mille coudées cubiques, et le poids de 22 millions de livres (11 millions de kilogrammes); et quand on supposerait qu'il ne fut transporté qu'après avoir été creusé, son poids aurait encore été de plus de 9 millions de livres (4 millions cinq cent mille kilogrammes.)

Le transport d'une masse aussi lourde et d'un volume aussi considérable nous paraît d'une difficulté inconcevable, même par eau, à cause de la grandeur prodigieuse du bateau ou radeau qu'il aurait fallu pour soutenir à flot un aussi énorme fardeau, qui était vingt fois plus grand que celui de l'édifice qu'Amasis fit transporter. Les difficultés pour débarquer et mouvoir sur terre une masse aussi considérable devaient être insurmontables, parce qu'il n'était pas possible de trouver des machines ni des rouleaux assez forts pour soutenir, sans s'écraser, un aussi grand poids. Le comte de Carbury qui fut chargé de transporter le rocher de Pétersbourg, dont le poids n'était que de trois millions, dit qu'il ne lui fut pas possible de faire usage de rouleaux; ceux de fer même étaient insuffisans. Les boulets de fer forgé et fondu par lesquels il voulut les remplacer s'aplatissaient et se brisaient, ainsi que les coulisses de même métal dans lesquelles on faisait rouler ces boulets; il n'y eut que ceux faits d'un mélange de cuivre, d'étain et de calamine qui purent résister. Cependant, comme il n'est pas possible de contredire une chose qu'Hérodote dit avoir vue et examinée avec étonnement, il faut croire que les murs de cet édifice avaient été creusés dans une masse de rocher qui se trouvait sur le lieu. *Cette conjecture est d'autant plus probable, qu'Hérodote ne parle pas d'où cet énorme bloc fut tiré, ni de la manière dont il fut transporté.*

Quant à la pierre qui formait le dessus de cet édifice, il est évident qu'elle fut tirée d'un autre bloc, et qu'il fallut la mouvoir pour la conduire et l'élever audessus des murs. Cette pierre, qui devait avoir 40 coudées de long sur autant de large, et 4 coudées d'épaisseur, produisait, toute taillée, une masse de 6400 coudées cubiques et un poids de plus de 1800 milliers (ou 900 mille kilogrammes), en la supposant de pierre moyennement dure, comme celle employée pour la plupart des temples et les gradins des pyramides.

Une pierre d'une ausi grande largeur ne pouvait être transportée que de plat, c'est-à-dire dans le sens qu'elle devait être mise en place. Il fallait pour cette opération une superficie plane et solide, d'une grande étendue; et comme le bois était rare en Égypte, on peut présumer, d'après ce que dit Hérodote à l'occasion de la grande pyramide de Cheops, que dans ces circonstances extraordinaires l'usage des Égyptiens était de construire de larges chaussées et des plans inclinés en pierre de taille, sur lesquelles ils traînaient les pierres énormes qu'ils se faisaient un mérite de mettre en œuvre dans la construction de leurs édifices. Ces moyens, qui seraient pour nous extrêmement dispendieux, étaient peu de chose pour eux, à cause de la quantité considérable d'hommes qu'ils employaient dans leurs travaux, qui leur coûtaient peu en raison de ce que nous payons les ouvriers, et parce que les matériaux ne leur coûtaient rien.

Lorsqu'il s'agissait de transporter des masses de granite brutes et arrondies, comme il s'en trouve dans les carrières d'Égypte, ils les faisaient rouler ou culbuter à force d'hommes. On trouve en plusieurs endroits fort éloignés de ces carrières, des masses de granite dont le transport paraît avoir été interrompu par quelques circonstances imprévues.

Quant aux blocs dont la forme ne se prêtait pas a ce genre de transport, et ceux dont les surfaces étaient planes, comme la pierre qui servait de couverture au temple de Buto, et l'édifice monolithe d'Amasis, on pourrait croire qu'ils faisaient usage de rouleaux et de cabestans, qui sont les machines les plus simples et les plus anciennes, celles dont les effets sont les plus puissans et les plus immédiats. Pour en donner une idée, nous allons rapporter le résultat d'une expérience faite à ce sujet avec une pierre de taille dont le poids était d'environ 1080 livres.

Pour traîner cette pierre sur une surface horizontale de même matière grossièrement taillée, il a fallu 758 livres

La même, traînée sur des pièces de bois, a exigé une force de 652 livres.

La même pierre, posée sur une plate-forme de bois et traînée sur du bois, a exigé 606 livres de force. Mais après avoir savonné les deux surfaces de bois qui glissaient l'une sur l'autre, il n'a fallu qu'un effort de 182 livres.

Cette pierre, posée sur des rouleaux de trois pouces de diamètre et mise en mouvement sur une surface de même matière, n'a exigé qu'une force de 34 livres; la même, roulant sur des pièces de bois, a cédé à un effort de 28 livres, et lorsque les rouleaux étaient placés entre deux pièces de bois, 22 livres suffisaient.

Il résulte de cette expérience que, pour traîner une pierre à cru sur un sol de niveau ferme et uni, il faut un peu plus des deux tiers de son poids; les trois cinquièmes si la superficie est en bois, cinq neuvièmes si le mouvement se fait bois sur bois; et si l'on savonne les deux surfaces de bois qui glissent l'une sur l'autre, il ne faut qu'un sixième. Mais si l'on fait usage de rouleaux, il faudra, s'ils sont placés immédiatement entre la pierre et le sol, un peu plus de la trente-deuxième partie du poids, et la quarantième partie s'ils roulent sur du bois; et, enfin, s'ils roulent entre deux surfaces unies comme du bois, il ne faudrait qu'environ la cinquantième partie du poids.

Cependant, il est à propos d'observer que, comme le bois se comprime sous les grands fardeaux, les rouleaux faits de cette matière sont sujets à changer de forme, à s'écraser et à s'enfoncer dans les pièces de bois entre lesquelles ils sont placés; cela produit un frottement dans leur effet qui augmente en raison du fardeau. Nous avons déjà dit que, pour élever l'obélisque de la place de Saint-Pierre de Rome, qui pesait avec tous ses agrès plus de sept cent cinquante milliers, il fallut quarante cabestans, et que pour le traîner sur un plan horizontal, en faisant usage de rouleaux placés entre deux surfaces en bois, il ne fallut que quatre de ces cabestans; d'où il résulte que dans ce cas la force était la dixième partie du poids, tandis que l'expérience que nous venons de citer ne donne qu'un peu plus de la cinquantième partie. Mais Fontana, qui fut chargé de cette opération, fait observer que plusieurs de ces rouleaux, qui étaient au nombre de soixante-dix, s'écrasèrent, et que d'autres s'enfoncèrent dans les pièces de bois entre lesquelles ils étaient placés.

Il faudrait, pour conserver l'avantage que procurent les rouleaux, qu'ils fussent incompressibles de même que les surfaces entre lesquelles ils se meuvent; comme, par exemple, des rouleaux de granite qui rouleraient entre des surfaces de même matière. Pour qu'ils ne pussent pas se rompre, il faudrait qu'ils fussent fort courts, et que leur nombre fût très-grand afin que chacun portât une moindre partie du fardeau. Leur longueur ne devrait pas être de plus d'un diamètre et demi. Lorsque les pierres auraient une largeur considérable, comme celle qui formait la couverture du temple de Buto, on en mettrait plusieurs rangs. Ce moyen, s'il était praticable, serait plus avantageux que les boulets dont le comte de Carbury a fait usage pour le transport du bloc de granite qui sert de soubassement à la statue équestre de Pierre le Grand à Saint-Pétersbourg, qui exigeaient une force égale à la vingt-deuxième partie du poids.

D'après les résultats de ces expériences et les observations auxquelles elles ont donné lieu, on peut calculer la force qu'il aurait fallu pour transporter la pierre qui formait la couverture du temple de Buto et l'édifice monolithe de Saïs.

L'expérience journalière des travaux nous a fait connaître qu'un homme moyennement robuste et accoutumé au travail, comme ceux qu'employaient les anciens, peut porter une charge égale à son poids, et traîner un fardeau une fois et demie plus pesant; d'où il résulte que pour la pierre qui servait de couverture au temple de Buto, dont nous avons évalué le poids à 1800 milliers, il aurait fallu 10,000 hommes pour la traîner sur un sol uni et solide ; 9,000 hommes pour la traîner sur une superficie formée par des pièces de bois, 8333 hommes si l'on suppose que cette pierre était placée sur une plate-forme de bois et traînée sur du bois, et seulement 2500 hommes si l'on avait eu soin de savonner les deux surfaces qui glissaient l'une sur l'autre.

Cette pierre ayant 40 coudées de largeur, on pouvait facilement disposer les hommes par rang de chacun 40, ce qui aurait formé une colonne de 250 rangs pour le premier cas, en les supposant égaux, et de beaucoup moins en les faisant diverger; 225 pour le second; 208 pour le troisième; et 62 et demi pour le quatrième : il n'y aurait guère que ce dernier moyen de praticable.

La largeur extraordinaire de cette pierre et sa pesanteur devaient rendre l'usage des rouleaux de bois impossible. Quant à ceux de granite dont nous avons parlé, s'il eût été possible de former un sol assez ferme et assez uni pour pouvoir en faire usage, il aurait suffi de trois cents hommes ou sept rangées et demi pour mouvoir ce fardeau. Mais nous ne pensons pas qu'on ait jamais fait usage de ce moyen, qui aurait exigé une trop grande dépense. Il est infiniment plus probable qu'on a pu faire usage de cabestans.

En supposant un cabestan simple traversé par deux leviers horizontaux, dont la longueur moyenne à l'endroit où agissent les hommes est de dix fois le diamètre du treuil, chaque homme appliqué à cette machine fait un effort qui, d'après l'expérience, peut être évalué à 500 livres. Ainsi, supposant douze hommes à un cabestan, leur effort sera de six milliers, ce qui donnera pour le premier cas où il faut agir avec une force égale aux deux tiers du fardeau, 2400 hommes et 200 cabestans.

Pour le second cas, 2160 hommes et 180 cabestans.

Pour le troisième, 2000 hommes et 267 cabestans

Et pour le quatrième, 600 hommes et 50 cabestans.

Il est certain qu'en faisant usage de poulies et de moufles, on peut diminuer le nombre d'hommes et de cabestans de moitié ou du quart, ainsi que nous l'avons fait connaître au commencement de ce Livre.

Les résultats que nous venons de trouver indiquent les forces qu'il faudrait pour mouvoir cette pierre sur un plan horizontal; mais comme il faudrait de plus l'élever sur les murs du temple auquel elle devait servir de couverture, en la faisant monter sur un plan incliné, il est évident que la force devait être plus grande en raison de l'inclinaison de ce plan. Nous allons citer à ce sujet quelques expériences qui serviront à faire reconnaître en quelle proportion cette force devait augmenter.

Si l'on pose sur un plan droit un solide à base carrée, dont les surfaces ne soient point polies, on éprouve plus ou moins de difficultés pour le mouvoir, en raison de ce que la surface qui pose sur le plan, et celle de ce plan, sont plus ou moins rudes. Mais si, au lieu de pousser ce corps pour le mouvoir, on incline le plan jusqu'à ce qu'il commence à glisser, on trouve qu'il faut autant de force pour faire monter sur ce plan incliné un corps infiniment poli, ou plutôt un corps rond, que pour traîner le solide à base carrée sur un plan horizontal. On trouve aussi que, pour faire monter un solide à base carrée sur un plan incliné, il est nécessaire d'employer une force égale à celle qu'il faudrait pour faire monter un corps rond ou infiniment poli sur un plan incliné, d'autant de degrés au-dessus du plan sur lequel le solide à base carrée commence à glisser, que le premier plan est au-dessus du plan horizontal.

La force qu'il faut pour faire monter un corps rond sur un plan incliné est, à très-peu de chose près, égale à celle que donne la théorie; d'où il résulte que, si l'on prend pour plan horizontal le plan sur lequel un solide à superficie plane commence à glisser, on trouvera la force nécessaire pour faire monter ce solide sur un plan incliné quelconque, en ajoutant à son inclinaison celle du plan que l'on prend pour plan horizontal.

EXPÉRIENCES.

Pour traîner sur une dalle en pierre de liais, posée horizontalement, un cube de même matière dont chaque face est de 4 pouces, pesant 6 livres 4 onces, il faut un poids de 3 livres 5 onces. Ce cube ne commence à glisser que lorsque le plan sur lequel il est posé a une inclinaison d'un peu plus de 30 degrés. Pour faire monter sur ce plan incliné un corps rond de même poids et de même matière que le cube précédent, il faut 3 livres 4 onces 2 gros; le diamètre de ce corps est de 4 pouces un quart; il se meut en roulant.

Pour faire monter le cube précédent sur ce même plan incliné de 30 degrés, il faut une force de 5 livres 8 onces 2 gros en le tirant parallèlement au plan.

Cette force de 5 livres 8 onces est suffisante pour faire monter le corps rond sur un plan incliné de 60 degrés.

La force qu'il faut pour faire monter le corps rond sur les plans inclinés de 30 *et de* 60 *degrés, est, à très-peu de choses près, égale à celle que donne l'application des principes de mécanique. Car, dans le premier cas, la théorie donne* 3 *livres* 2 *onces, et l'expérience* 3 *livres* 5 *onces.*

Pour le second cas, la théorie donne 5 *livres* 7 *onces, et l'expérience* 5 *livres* 8 *onces* 2 *gros.*

Il résulte de ces expériences qu'en prenant pour plan horizontal celui sur lequel un solide à superficie plane commence à glisser, on trouvera la force qu'il faut pour faire monter ce solide sur un plan incliné quelconque, en ajoutant à l'inclinaison de ce plan celle du plan sur lequel le solide commence à glisser. Ainsi, pour faire l'application de cette règle à la grande pierre de Buto, nous supposerons que le plan pour la conduire au-dessus des murs était incliné de 12 degrés. Cela posé, on démontre en mécanique que la force qu'il faut pour faire monter un corps rond sur un plan incliné, est à son poids comme la hauteur du plan incliné est à sa longueur, ou comme le sinus de l'inclinaison du plan est au sinus total; nous avons trouvé que pour traîner cette pierre sur un plan horizontal, dans le premier cas, la force nécessaire était les deux tiers du poids; c'est-à-dire qu'elle répond à celle qu'il faudrait pour faire monter un corps rond sur un plan incliné de 41 degrés 48 minutes, auxquels ajoutant 12 degrés, pour la pente du plan sur lequel la pierre doit monter, on trouve 53 degrés 48 minutes, dont le sinus indique qu'il faut les quatre cinquièmes du poids, au lieu des deux tiers.

Dans le second cas, la force étant les trois cinquièmes du poids, répond au sinus d'un angle de 36 degrés 53 minutes, auxquels ajoutant 12 degrés, on aura 48 degrés 53 minutes, dont le sinus indique les trois quarts du poids.

Pour le troisième cas, la force est les cinq neuvièmes du poids qui répondent au sinus de 33 degrés 45 minutes, et de 45 degrés 45 minutes, en y ajoutant les 12 degrés, dont le sinus indique les sept dixièmes du poids.

Enfin, le quatrième cas, qui n'exige qu'un sixième du poids, répond au sinus de 9 degrés 36 minutes, auxquels ajoutant la pente du plan incliné, on aura 21 degrés 36 minutes, dont le sinus indique une force égale aux neuf vingt-cinquièmes du poids. Ainsi, en faisant usage des cabestans simples sans moufles, il faudrait dans le premier cas, pour faire monter cette pierre sur un plan incliné de 12 degrés, 240 cabestans et 2880 hommes.

Pour le second cas, 225 cabestans et 2700 hommes.

Pour le troisième cas, 210 cabestans et 2520 hommes.

Pour le quatrième cas, 108 cabestans et 1296 hommes.

En faisant les mêmes applications à l'édifice monolithe d'Amasis dont nous avons trouvé le poids de 440 milliers, on trouvera que pour le traîner, sans cabestans, sur un plan horizontal, comme celui du premier cas, il aurait fallu 2444 hommes.

Pour le second cas 2200 hommes, pour le troisième 2037 hommes, et pour le quatrième 611 hommes. La description d'Hérodote prouve que c'est du troisième moyen dont on s'était servi pour transporter cet édifice, et qu'on ne fit pas usage, pour cette opération, de rouleaux ni de cabestans. Il paraît que l'édifice était posé sur une plate-forme de charpente, et traîné sur des pièces de bois. C'était probablement le même procédé qui fut employé pour transporter l'obélisque de Rhamessès, dont parle Pline, pour lequel on employa 20,000 hommes. Cet obélisque, qui est le troisième de la Planche Ire. et du tableau qui y a rapport, pouvait peser 1500 milliers avec les agrès et armatures de charpente qu'il fallait pour l'empêcher de se rompre, à cause de sa grande longueur. Ce procédé devait exiger plus de 7000 hommes, sans compter ceux occupés à préparer les chemins et les machines, ce qui pouvait former ensemble 10,000 hommes en activité, et un pareil nombre pour les relayer.

PLANCHE CLXVIII. Pl. 168

Description des moyens employés pour transporter le rocher qui sert de base à la statue de Pierre le Grand, à Saint-Pétersbourg.

Ce bloc, dont la base était plate, avait 42 pieds de long (13 mètres 643 millimètres) sur 27 pieds de largeur (ou 8 mètres 770 millimètres), et 21 pieds de haut (6 mètres 821 millimètres); mais il fut réduit, avant de le transporter, à 37 pieds de long (12 mètres 19 millimètres) sur 21 pieds de largeur (6 mètres 822 millimètres), et 22 pieds de hauteur (7 mètres 146 millimètres). Nous avons déjà dit que ce bloc pesait trois millions; il fut transporté de l'endroit où il était, sur le bord de la Neva, qui en était éloignée d'une lieue et demie, par le moyen d'un fort châssis de charpente qui lui servait de chariot, dont les bras ou pièces latérales étaient formés par des poutres de 42 pieds de long (13 mètres 643 millimètres) sur 18 pouces de large (487 millimètres) et 16 pouces d'épaisseur (433 millimètres), creusées en forme de canal, garni d'une matière composée de cuivre, d'étain et de calamine. Ces montans posaient sur des couchis ou grandes pièces de bois de 33 pieds de long (10 mètres 720 millimètres) sur 14 pouces de large (378 millimètres) et 12 pouces d'épaisseur (324 millimètres), creusées et garnies comme les précédentes; entre ces pièces de bois étaient des boules de même métal de 5 pouces de diamètre (ou 135 millimètres), comme on le voit représenté par la Figure 1, et les détails de la Planche CLXVIII.

Les bras ou pièces latérales du chariot étaient réunis par quatre fortes traverses de chacune 14 pieds de long (4 mètres 548 millimètres) sur 12 pouces d'équarrissage (325 millimètres), et trois forts boulons de fer placés dans les intervalles. Il fallait six hommes pour traîner chaque poutre qui servait de couchis; les boules étaient espacées dans les coulisses de 2 pieds en 2 pieds, en sorte que le fardeau se trouvait partagé sur 30 à 32 boules, lorsqu'elles portaient toutes. Les nattes indiquées par les lettres K, K, servaient à placer des hommes qui avaient le soin de faire rouler les boules qui ne portaient pas, tandis que le fardeau était en marche, afin d'éviter les inconvéniens qui auraient pu résulter si plusieurs de ces boules se fussent jointes; ils avaient pour cela des instrumens de fer faits exprès. Quoique cette opération paraisse dangereuse, elle n'a produit cependant aucun accident.

Le transport de ce fardeau énorme devant se faire au travers du marais, au milieu duquel il était placé, on choisit le temps des fortes gelées; mais comme il se trouvait des endroits couverts d'une couche de limon gras, qui empêchait le marais de geler à une profondeur assez considérable, on fut obligé, pour consolider le terrain, de l'enlever et de faire transporter à la place, du gravier et des couches alternatives de petits sapins ébranchés. L'humidité du marais qui pénétrait ces couches, les fit geler à plus de 4 pieds de profondeur (1 mètre 299 millimètres), et forma une masse très-solide et compacte, capable de supporter le fardeau. On demeura six semaines pour lui faire parcourir l'espace d'environ une lieue et demie, qui se trouvait entre le lieu où il était, et le bord de la rivière de Neva où il fut embarqué pour être conduit à Saint-Pétersbourg.

Pour faire mouvoir ce fardeau, disposé comme il vient d'être dit, sur un sol à peu près de niveau, il ne fallait que deux cabestans mis en mouvement chacun par 32 hommes. Ces cabestans étaient garnis de 8 barres de chacune 8 pieds de longueur, prise depuis le centre du treuil (2 mètres 599 millimètres). Les hommes étaient placés de manière que le centre d'impression de la force avec laquelle ils agissaient était à 5 pieds de distance de ce centre (1 mètre 624 millimètres). Cette force, qui peut être évaluée à 50 liv. (24 kilogrammes 475 grammes) pour chaque homme, donne 1600 livres (783 kilogrammes 209 grammes) pour les trente-deux. A chaque révolution du treuil, le centre d'impression parcourait une circonférence de 31 pieds $\frac{3}{7}$ (10 mètres 909 millimètres), tandis que la partie de câble qui s'enveloppait sur le treuil, était de 4 pieds $\frac{5}{7}$ (531 millimètres).

Ce câble n'était pas immédiatement attaché au fardeau, il répondait à des moufles garnis de trois poulies qui ne faisaient parcourir au fardeau que la sixième partie de la portion de câble qui s'enveloppait sur le treuil, c'est-à-dire 9 pouces $\frac{3}{7}$ (252 millimètres); de sorte que le chemin que parcourait la puissance, était de 10 mètres 209 millimètres, tandis que le fardeau n'avançait que de 252 millimètres, c'est-à-dire de la quarantième partie de l'espace parcouru par la puissance. Or, on démontre en mécanique que les forces motrices sont en raison inverse des espaces parcourus, d'où il résulte que celle qui faisait mouvoir ce fardeau devait être égale à quarante fois la force employée par les hommes appliqués aux deux cabestans, c'est-à-dire de 128 milliers (62,556 kilogrammes). Cette force était les deux quarante-septièmes du poids, au lieu du cinquantième qui devrait résulter des expériences faites sur des objets dont la pesanteur n'était pas assez considérable pour comprimer les matières les plus dures comme celui dont il s'agit. Ceux qui ont eu occasion de faire transporter de grands fardeaux, conviendront que les moyens simples et ingénieux employés pour mouvoir une aussi lourde masse, dont le poids était pour ainsi dire au-dessus de la résistance des matières qui devaient le soutenir en mouvement, exigeaient beaucoup de connaissances et de ressources dans celui qui les a imaginés.

Machine pour détourner le rocher.

Comme la situation du rocher n'avait pas permis de le faire traîner en ligne droite, depuis le lieu où on le trouva jusqu'à la rivière, on fut obligé de faire une machine avec laquelle on pût le détourner, pour lui faire changer de route. Elle est indiquée par la lettre A dans les Figures 2 et 3.

Elle était absolument comme celle qui servait à avancer en ligne droite, à cela près seulement qu'elle était plus forte. Les poutres et les coulisses de cette seconde machine étaient de forme circulaire, ainsi qu'on le voit par les Figures 2 et 3, en sorte que les extrémités du rocher, Figure 2, se mouvaient, tandis que le centre restait fixe. La machine circulaire est indiquée dans cette figure par des lignes ponctuées sous la masse du rocher. C'était un cercle de 12 pieds de diamètre (3 mètres 898 millimètres) : la poutre qui le formait avait 18 pouces d'équarrissage (487 millimètres), et la coulisse en cuivre 8 pouces et demi d'épaisseur à son fond (95 millimètres) : quinze boulets soutenaient le rocher sur cette machine.

Emploi des vis pour soulever le rocher.

Comme on se disposait à transporter le rocher, la première opération qu'il y avait à faire était de l'élever un peu pour substituer au radier sur lequel il posait, le châssis sur lequel il devait s'asseoir, afin qu'on pût le traîner.

Il était d'autant plus important de faire cette opération d'une manière simple, qu'elle devait être répétée toutes les fois qu'il faudrait faire changer de route au rocher, en substituant au châssis disposé pour le tirer en ligne droite, celui qui était arrangé seulement pour le faire tourner.

A cet effet on fit faire des vis représentées par les Figures BB, qui entraient dans un écrou en cuivre *e* : elles soutenaient un chapeau *t*, aussi en cuivre, et s'appuyaient, avec deux cercles de fer et deux boulons qui les traversaient sur une pièce de bois dur R. Lorsqu'on avait posé les vis sous le rocher, et qu'on tournait les leviers qui traversaient leur tête, ces vis, par leur mouvement dans un sens ou dans un autre, élevaient ou abaissaient le rocher, comme on le voit sur la Fig. 3. Ces vis étaient établies sous le rocher, et hors du châssis sur lequel il portait, afin qu'on pût avec facilité substituer à ce châssis la machine circulaire dont il a été parlé.

Ces vis avaient tant de force, qu'on n'en employa que 12 pour soutenir le fardeau de ce rocher.

Préparatifs faits pour embarquer le rocher, et difficultés qu'on rencontra en commençant cette opération.

Pour transporter le rocher dans l'espace qu'on devait lui faire parcourir sur la Neva, on fit construire une barque LL, Figure 4, de 180 pieds de longueur (58 mètres 471 millimètres), et de 66 de large (21 mètres 439 millimètres), sur 17 de hauteur (5 mètres 522 millimètres). Elle était munie d'un triple rang de poutres transversales à sa cale, et d'un radier qui s'élevait au milieu. On pourra peut-être trouver ces dimensions exorbitantes pour un fardeau de trois millions, vu qu'elle en aurait porté presque le double; mais il faut remarquer que dans plusieurs endroits où elle devait nécessairement passer, la Neva n'a qu'environ 8 pieds d'eau (2 mètres 599 millimètres). On devait donc disposer la barque de manière qu'elle ne tirât pas plus d'eau, afin qu'elle ne fût pas exposée à échouer.

Quant à la hauteur qu'on lui a donnée, voici ce qui la rendait nécessaire. Il y avait 11 pieds d'eau depuis le bord du môle jusqu'au fond : la barque n'en tirait qu'environ 8 (2 mètres 599 millimètres) ; mais pour la charger il fallait nécessairement que le fond de la barque fût tellement appuyé, qu'un côté ne pût pas lever, tandis que l'autre baisserait ; sans quoi, dès que le rocher aurait porté sur un côté de la barque, l'autre côté aurait été élevé par l'eau, et, la barque perdant son équilibre, le rocher serait tombé entre elle et le môle. Il était donc nécessaire que la barque fût assise au fond de l'eau, pour qu'elle reçût le rocher sans en être renversée.

Ceux qui furent chargés de l'embarquement laissèrent remplir la barque d'eau, et la forcèrent par-là à reposer sur le fond de la rivière. Comme le môle s'enfonçait de 11 pieds dans l'eau (3 mètres 573 millimètres), qu'il s'élevait de 3 pieds au-dessus de sa surface, et que la hauteur des bords de la barque était de 17 pieds (5 mètres 522 millimètres), quoique le radier n'en eût que 14 (4 mètres 548 millimètres), on ouvrit la barque du côté où le rocher devait entrer ; et le radier et le môle étant précisément de la même hauteur, on tira le rocher horizontalement et on le fit avancer jusqu'au milieu du radier par deux cabestans placés dans un vaisseau. Dès qu'il y fut, on rétablit le côté de la barque que l'on avait ouvert, et on calfeutra bien toute cette partie de la barque.

Quand cela fut fait, avec des seaux, et en faisant jouer les pompes, on commença à vider l'eau qui était dans la barque. Comme on était occupé à cette opération, on s'aperçut avec autant de surprise que de peine que toutes les parties de la barque ne s'élevaient pas également. Le centre, trop chargé, restait au fond de la rivière, et la poupe et la proue seulement s'élevaient, et faisaient prendre au fond de la barque une courbe représentée par CC, Figure 4. L'effort que les madriers de la barque souffrirent par la courbure qu'elle prit, fit disjoindre ses membres, et l'eau commença à y entrer en grande quantité. On employa jusqu'à 400 hommes pour la vider plus promptement; mais plus on diminuait le volume d'eau contenu dans la barque, plus l'effet que l'on craignait augmenta; et elle prit une forme d'arc si prononcée qu'on craignit de la voir se rompre.

Moyens employés pour faire reprendre à la barque sa première forme.

On employa deux semaines en manœuvres inutiles, pour remédier à l'accident qui était arrivé à la barque. Le mois de septembre ayant amené des vents qui firent craindre que le rocher ne pérît dans la baie, et personne ne proposant de moyens de remédier à l'accident arrivé à la barque, le comte de Carbury fut chargé de retirer le rocher sur le môle.

« Ce fut alors, dit-il, que je voulus mettre à exécution mes idées pour rendre à la barque sa première forme, sans qu'il fût nécessaire de remettre le rocher sur le môle. J'ai remarqué d'abord que la barque n'avait perdu sa première forme que parce que le fardeau ne portait que sur son centre, et que, pour parer à cet inconvénient, il ne fallait que distribuer ce fardeau également sur toutes les parties de la barque. Je fis d'abord charger de pierre la poupe et la proue de la barque et les forçai ainsi à s'asseoir de nouveau au fond de l'eau.

» Ce que j'avais prévu arriva, les madriers ayant repris leur première situation, les ouvertures par lesquelles l'eau pénétrait se bouchèrent presque entièrement, et ayant fait épuiser toute l'eau de la barque, elle ne se courba plus, mais le milieu s'éleva un peu comme tout le reste. Il ne s'agissait donc plus que de distribuer également le fardeau sur toute la surface de la barque. Pour y parvenir, j'élevai, au moyen des vis, le rocher de 6 pouces au-dessus du châssis qui le portait, et je mis de chaque côté des arcs-boutans BB, Figure, 4 qui s'appuyaient par un de leurs bouts dans des entailles faites au rocher, et, par l'autre contre de forts tasseaux fixés au fond de la barque

» Ces arcs-boutans diminuaient graduellement de longueur, de façon qu'il y en eut sur toute la surface de la barque; et j'avais mis, pour les entretenir, les pièces de bois PP, rangées comme on le voit sur la Figure, et liées avec des croix de fer. Tout étant ainsi préparé, je fis ôter les vis qui soutenaient le rocher au-dessus des châssis, et l'ayant laissé redescendre, son poids se distribua sur les arcs-boutans et sur toute la surface de la barque.

» Après cette opération, on acheva de vider l'eau de la barque. Je fis ôter toutes les pierres dont je l'avais fait charger à la poupe et à la proue DD, et la barque s'éleva en conservant parfaitement sa forme. »

PLANCHE CLXVIII (*bis*).

Lettre adressée par l'auteur à M. le comte d'Angivillers, sur le déplacement des groupes de Monte-Cavallo.

« Monsieur le comte,

« Je travaille actuellement à mettre au net ce que j'ai fait sur le temple de la » Paix. J'en ai relevé les principales dimensions, parce que je me suis aperçu que » le plan que j'avais, d'après lequel j'ai eu l'honneur de vous marquer quelque » comparaison avec les Invalides, n'était pas juste. D'après les mesures que j'ai » prises, et que j'ai confrontées avec les monumens antiques de Desgodets, il en ré- » sulte que les pieds-droits ne sont que le huitième de la superficie libre. J'ai exa- » miné avec la plus grande attention la manière dont ce temple est construit, j'ai » comparé ce que j'ai vu, avec ce que Vitruve et Pline disent sur la manière de » bâtir des anciens Romains. J'ai distingué dans les anciens vestiges trois manières de » construire différentes. Les plus anciennes ruines sont presque toutes en ouvrage » maillé ou à petits losanges; la seconde manière est en grandes pierres jointes » ensemble sans mortier avec des crampons de bronze; la troisième manière est » en briques pour les paremens des murs et le milieu en blocage. Toutes les » voûtes sont faites par encaissement avec toutes sortes de débris de pierre, de » marbres de briques et de tuileaux, employés à bain de mortier et battus. J'ai aussi » examiné le ciment qui servait pour les aquéducs et les conserves d'eau; j'ai com- » paré le stuc avec celui que l'on fait à présent.

» » J'ai interrompu mon travail pour vous envoyer une idée des préparations que » l'on avait faites pour tourner un des groupes qui sont à *Monte-Cavallo* devant le » palais du pape. Il y a quinze jours qu'on avait tenté cette opération, mais elle » n'avait pas réussi, parce que l'architecte n'avait pas bien disposé toutes ses » forces; mais il y a travaillé depuis, et hier il en est venu à bout à son honneur. » Ce groupe est composé d'une figure colossale en marbre qui semble dompter » un cheval, elle est posée sur un piédestal d'environ 12 pieds sur tous sens, le

» milieu de ce piédestal est en maçonnerie de blocage, et l'extérieur est revêtu en » marbre. Le tout peut produire environ 2000 pieds cubes, et peut peser, avec » tout l'appareil pour le tourner, 320 milliers.

» La manière dont on s'y est pris est très-simple : on a commencé par percer le » piédestal en deux sens dans toute son épaisseur comme il est marqué en A dans » la Figure 1. Ensuite, on a formé une croix avec des poutrelles de 9 à 10 pouces » de gros. Chaque branche de cette croix est composée de quatre rangs de pou- » trelles, dont quatre à chaque rang. Deux rangs de ces poutrelles traversent le » piédestal dans toute son épaisseur, les deux autres rangs sont pour raccorder » aux poutrelles qui traversent le piédestal de l'autre sens; de sorte que chaque » bout de croisillons présente 16 poutrelles, comme on le voit à la Figure 2 en B. » Au centre de cette croix en dessous on avait emmanché un fort pivot de fer de » 3 pouces de diamètre. Lorsque la croix a été bien assurée sous le piédestal, on a » coupé les quatre parties de maçonnerie marquée *c*, *d*, *e*, *f*, Figure 3. Avant, on » avait fait l'encaissement représenté par la Figure 2, pour empêcher le pié- » destal de se désunir. Lorsque tout le poids du piédestal s'est trouvé sur la » croix, les branches ont plié de 2 pouces, le pivot s'est enfoncé dans la pierre » qui lui servait de crapaudine, et on essaya inutilement, il y a quinze jours, à » mouvoir le piédestal avec quatre cabestans; on cassa deux câbles sans rien faire » bouger. Depuis, l'architecte ayant fait regarnir et fortifier toutes les parties de sa » machine, il en est venu à bout hier; mais au lieu de 4 cabestans il y en avait 8, » avec des poulies mouflées, et 12 hommes à chaque cabestan. La machine a été » très-bien; on a fait faire un huitième de révolution au piédestal, en quatre re- » prises, en moins de trois heures de temps, malgré le frottement considérable. » J'espère, monsieur le comte, que vous voudrez bien me continuer votre protec- » tion; à la première occasion je ferai mes efforts pour vous envoyer quelque » chose de plus intéressant. J'aurais voulu avoir le temps de finir le dessin que je » vous envoie, mais j'ai pensé que vous ne seriez pas fâché d'être informé tout de » suite d'une opération qui n'est pas ordinaire.

» J'ai l'honneur d'être, monsieur le comte, avec le plus profond respect,

» Votre très-humble et obéissant serviteur,

» RONDELET. »

De Rome, le 3 septembre 1783.

Pl. 169

PLANCHE CLXIX.

Description des machines qui ont servi au transport et au levage des deux grandes pierres du fronton du Louvre.

« Ces pierres, dit le savant Perrault (dans les notes de sa traduction de Vitruve), qui pesaient plus de 80 milliers, n'étaient pas tant difficiles à élever à cause de leur pesanteur, que par la raison de leur figure qui les rendait faciles à être rompues si elles n'avaient pas été soutenues également ; car, ayant 52 pieds de long sur 8 de large, elles n'avaient tout au plus que 18 pouces d'épaisseur.

» Pour empêcher que cette fracture ne leur arrivât, soit dans leur transport de la carrière, qui est sur la montagne de Meudon, à deux lieues de Paris, soit dans leur élévation et leur posement, qui était à près de 20 toises du rez-de-chaussée, les précautions que l'on a apportées ont été, que l'on a fait un assemblage de charpenterie de la longueur de la pierre, composé de grosses pièces de bois pour le rendre plus ferme, et le moins susceptible de plier qu'il serait possible ; car la pierre y étant enfermée et suspendue par huit endroits de chaque côté par des câbles, elle ne pouvait plier, quelqu'effort que son énorme pesanteur pût faire, si l'assemblage qui la tenait suspendue, et par le moyen duquel on la remuait, était assez fort pour ne pouvoir plier. Pour l'élever à la hauteur nécessaire, et pour la poser, comme on ne pouvait pas se servir de l'assemblage des poutres qui avait été employé a l'amener, on se servit d'un grand pan de charpenterie qui avait été élevé le long de la face du Louvre, et jusqu'à la hauteur de plus de 20 toises, pour servir d'échafaud, sur lequel on fit un plancher composé de six poutres, entre lesquelles les câbles qui devaient élever la pierre pouvaient passer. Ce plancher en soutenait un second, sur lequel il y avait huit treuils ou gros rouleaux qui, par le moyen des leviers, qu'on passait à chacun de leurs bouts, bandaient les câbles qui devaient élever la pierre, laquelle étant élevée un peu plus haut que l'endroit où elle devait être posée, fut poussée avec toute la machine, au-dessus de cet endroit, ce qui se fit en faisant avancer le second plancher qui coulait sur d'autres rouleaux posés entre les deux planchers.

» Or, la difficulté était de faire que les câbles qui élevaient la pierre fussent toujours également bandés, car on ne pouvait pas être assuré qu'il y eût assez d'égalité dans la grosseur des treuils ni dans celle des câbles, pour faire que, bien qu'on tournât tous les treuils ensemble, il fût certain que les câbles tirassent toujours tous également, et que les uns ne fussent pas quelquefois lâches pendant que les autres étaient bandés : joint que ces câbles de même grosseur pouvaient presser et s'allonger l'un plus que l'autre. Pour remédier à cet inconvénient, le maître était sur la pierre pendant qu'elle montait, et y marchait comme dans une galerie, pour toucher les câbles l'un après l'autre, afin que, connaissant par-là celui qui était plus bandé que les autres, il ordonnât que le treuil qui bandait ce câble cessât d'agir, pendant que les autres continuaient à être bandés. Pour cet effet, les treuils avaient chacun leur nom, et il y avait ordre d'observer un grand silence afin que les commandemens pussent être entendus. On aurait peut-être pu omettre quelques-unes de ces précautions, mais on crut que dans une chose si importante on ne pouvait prendre assez de sûreté. »

Explication de la Planche CLXIX, d'après Perrault.

La Figure 1 représente la machine qui a servi à amener la pierre. AABB, un grand assemblage de charpenterie de la longueur de la pierre.

CC, la pierre enfermée dans l'assemblage et suspendue par les huit endroits marqués AAA.

ΔΔΔ, un plancher sur l'assemblage, au-dessus duquel il y avait huit moulinets bandés avec des leviers.

ΓΓΓ, un poulain fait de la longueur de la pierre sur lequel elle était posée. Ce poulain avait à chacun des huit endroits par lesquels il était suspendu deux mortaises où étaient logées des poulies. Dans le haut de l'assemblage, vers les endroits marqués A, il y avait aussi des mortaises dans chacune desquelles était logée une poulie. Près de chacune de ces poulies, le câble était attaché, qui, après avoir été descendu et avoir passé sur la première poulie du haut de l'assemblage, descendait encore pour passer sous la seconde poulie des poulains, pour ensuite remonter, et passant au travers du plancher, s'attachait aux moulinets. Tous les détours de ce câble, tant de fois redoublés, servaient à donner plus de force au câble pour tirer, et à faire qu'il ne tirât pas avec trop de raideur; mais en obéissant, à cause de la longueur que ce câble ainsi redoublé avait dans un petit espace.

DD, les bouts des deux essieux sur lesquels l'assemblage posait.

EE, les faces des deux petits assemblages sur lesquels posaient les essieux, et qui servaient de roues.

FGF, un des essieux vu séparément, et renversé le dessus en dessous.

FF, deux entailles arrondies dans l'essieu par lesquelles il posait sur le petit assemblage.

HIKIH, une des faces du petit assemblage vu séparément.

II, deux mortaises pour recevoir les tenons des pièces qui, avec les pièces de la face, formaient le petit assemblage.

K, une moise pour recevoir l'entaille arrondie de l'essieu.

HH, deux autres moises par le moyen desquelles le petit assemblage posait sur des rouleaux marqués NN.

LML, un des rouleaux vu séparément.

LL, entailles dans lesquelles les moises HH étaient affermies sur les rouleaux. Il faut remarquer que ces rouleaux étaient bandés avec des viroles de fer attachées avec des clous dont les têtes étaient en pointe de diamant, tant pour empêcher que ces rouleaux ne glissassent sur des dosses qui faisaient un plancher le long du chemin, depuis les bateaux jusqu'au pied du mur, que pour faire avancer la machine, outre plusieurs vindas, chacun de huit hommes, qui la tiraient. Il y avait de chaque côté quatre grands leviers, dont les bouts d'en bas étaient passés dans les bouts des rouleaux, et les bouts d'en haut avaient chacun une poulie dans laquelle une corde attachée au bas du grand assemblage passait, et était tirée par deux ou trois hommes; il résultait de là que les rouleaux, que les têtes de clous empêchaient de glisser sur les dosses, ne pouvaient être remués qu'ils ne fissent avancer la machine.

La Figure 2 représente la machine qui a servi à élever et à poser la pierre.

AAA, la pierre.

BB, le même poulain sur lequel elle était posée dans la première machine, mais qui est ici sur la pierre qui lui est attachée en huit endroits par des cordes.

CCC, un autre poulain qui répond à la partie supérieure du grand assemblage de la première machine, marqué AA, et qui a de même des mortaises et des poulies, et à qui les câbles sont attachés pour passer et repasser sur les poulies des poulains d'en bas, et retourner s'attacher aux moulinets qui sont aussi aux poulains d'en haut, sur le plancher, comme à la première machine.

DD, les quatre bouts des poutres qui portaient le poulain du haut.

EE, les rouleaux qui soutenaient ces poutres.

FF, d'autres poutres sur lesquelles les rouleaux pouvaient tourner.

Il faut remarquer que, la pierre étant élevée un peu plus haut que l'endroit où elle devait être posée, on faisait tourner ces rouleaux avec des leviers vers l'endroit où il fallait faire aller la pierre; ce qui faisait que tout le plancher qui soutenait les moulinets, et par conséquent la pierre qui y était suspendue, s'avançait sur l'endroit où elle devait être posée, et où on la descendait en lâchant les moulinets. Pour poser la pierre on avait étendu une couche de mortier un peu plus épaisse que la grosseur des cordes dont la pierre était attachée au poulain, afin qu'étant soutenue par le mortier elle donnât le moyen d'ôter les cordes, après quoi la pierre s'affaissa insensiblement et fit sortir ce qu'il y avait de trop de mortier, jusqu'à n'avoir que l'épaisseur ordinaire du joint.

PLANCHE CLXX.

Pl. 170.

L'histoire ne nous a rien transmis au sujet des moyens employés par les Égyptiens pour l'érection de leurs obélisques. On ignore également les procédés que les anciens Romains mirent en œuvre pour ériger ceux qu'ils transportèrent en Italie, et le défaut même de renseignemens à cet égard peut porter à penser, avec Scammozzi, que ces travaux n'entraînaient pas, au moins chez ces derniers, un appareil aussi considérable que celui qui fut déployé par D. Fontana, pour l'obélisque de Saint-Pierre de Rome. Les seuls documens qui soient parvenus jusqu'à nous, ne remontent pas au delà de la décadence de l'Empire; et l'un deux, la description d'Ammien Macellin, relative au transport et à l'érection de l'obélisque du grand Cirque à Rome, du temps de l'empereur Constance, peut bien n'être qu'un témoignage de plus de l'impuissance de l'art à cet époque. Au reste, voici en quels termes cet auteur rend compte de tous les travaux auxquels donna lieu cette entreprise, au Chapitre IV du XVII Livre.

« Après qu'il fut enlevé de sa place, l'obélisque demeura couché tout le temps » que demandaient les préparatifs nécessaires pour pouvoir le transporter. On le » conduisit ensuite sur le Nil jusqu'à Alexandrie, où l'on construisit un bâtiment » d'une grandeur jusqu'alors inouïe, que devaient faire mouvoir trois cents rames. » Mais tout étant préparé, la mort de l'empereur Constantin suspendit l'exécution » de cette entreprise. Long-temps après on en chargea le bâtiment, et traversant » les mers et le Tibre, il arriva au bourg d'Alexandre, éloigné de Rome de trois » lieues. Ici, l'obélisque fut transféré sur un traîneau d'une construction particu- » lière, et doucement conduit par la porte d'Ostie et la Piscine publique jusqu'au » grand Cirque. Il ne restait plus qu'à l'élever, ce qu'on croyait à peine de pou- » voir exécuter. *Après avoir dressé, non sans péril, de hautes poutres dont le » nombre ressemblait à une forêt, on y attacha de longs et gros câbles qui s'entre- » laçant comme une trame dérobaient par leur épaisseur la vue du ciel.* Par ce » mécanisme, cette masse, pour ne pas dire cette montagne chargée d'emblèmes, » fut insensiblement élevée en l'air, et après y être demeurée long-temps sus- » pendue, *à l'aide de plusieurs milliers d'hommes qui semblaient tourner des meu- » les de moulin*, on la plaça au milieu du grand Cirque; on mit à sa pointe une » boule d'airain couverte d'une feuille d'or. Mais ayant été frappée de la foudre, on » y substitua l'effigie d'une flamme étincelante, aussi d'airain, pareillement recou- » verte de feuilles d'or dont l'éclat imitait celui d'une torche allumée. »

Il est facile de reconnaître que la machine décrite ici n'est autre chose que le Tripastos dont Vitruve a donné la description au Chapitre III du Xe. Livre. Nous avons déjà vu Tome Ier., page 339, que l'obélisque d'Arles avait été élevé avec la plus grande facilité, par un moyen analogue; mais le principe de ce mécanisme si bien approprié pour enlever un fardeau de 2,000 quintaux, pouvait bien n'être pas sans péril pour soulever une masse de 983,000 livres; sans compter que la mécanique eût pu fournir des procédés beaucoup plus économiques.

A l'égard du bas-relief sculpté sur la base de l'obélisque de Constantinople, dont il a été déjà question au premier Livre, un examen plus approfondi nous porte à croire qu'il s'agit seulement du transport et non de l'érection de cette aiguille. Telle est du moins l'idée qu'on en peut prendre sur les copies que les voyageurs nous en ont données.

Depuis l'empereur Théodose, sous le règne duquel eut lieu l'érection de ce dernier obélisque, il ne paraît pas qu'aucun monument de ce genre ait subi de déplacement, jusqu'au moment où ils furent tous renversés par les barbares. Ce ne fut guère qu'au milieu du seizième siècle, que le goût des arts vint réveiller l'admiration pour ces entreprises difficiles. Scammozzi, qui avait été témoin des premiers essais qu'avait fait naître l'idée de cette entreprise, en donne une description qui mérite de trouver place dans l'histoire de l'architecture. Voici comment il s'exprime au Chapitre XIX, du VIIIe. Livre de son architecture universelle.

« Les obélisques de Rome ayant été pour la plupart renversés et brisés lors des invasions étrangères, et par les divers incendies que cette ville a soufferts, demeurèrent long-temps ensevelis sous les ruines de l'ancienne cité : l'obélisque du Cirque de Néron, protégé sans doute par le voisinage de la basilique de Saint-Pierre, ou peut-être par l'exiguité de la place dans laquelle il était renfermé, resta seul debout à la suite de tant de ravages. Vers la fin du siècle dernier (1580) cette circonstance fit généralement considérer comme une entreprise merveilleuse pour ces temps modernes, l'idée de le transporter pour le placer au devant de cette basilique. Déjà plusieurs ingénieurs et mécaniciens tant de la ville que du dehors s'étaient exercés à diverses époques à rechercher les moyens de réaliser ce projet de la manière la plus sûre et la plus ingénieuse Ayant eu occasion de voir, en grande partie, tout ce qui avait été proposé à cet effet, pendant le séjour que je fis à Rome dans ma jeunesse, je donnerai ici une description succincte des inventions les plus remarquables, en ne citant que pour mémoire celle où il était question d'établir un immense chariot de charpente porté sur quantité de grandes roues garnies en fer, et sur lequel l'obélisque, enveloppé de cordages, devait d'abord être conduit sur place, et dressé ensuite en le faisant basculer par son milieu : de même que l'idée de creuser un canal revêtu de maçonnerie, propre à contenir de l'eau, afin de pouvoir conduire l'obélisque sur un radeau au lieu où il devait être placé; enfin, je passerai sous silence une foule d'autres projets de la même force.

» Parmi ceux qui s'occupèrent de cette question avec les connaissances voulues, les uns, se fondant sur la puissance infinie du levier, proposèrent d'élever et d'abaisser l'obélisque, au moyen d'une immense branche de romaine en fer, appuyée près des crochets sur une forte charpente, et chargée à l'autre extrémité d'un poids capable de faire équilibre à la masse de ce fardeau. Une fois couché, et bien appuyé sur tous les points, l'obélisque devait être traîné par des cabestans au lieu qu'il devait occuper, et là, le même mécanisme aurait été employé pour le mettre en place. D'autres, s'appuyant en principe sur la force des vis (dont l'action est d'une lenteur extrême), présentèrent divers projets dans l'un desquels on voyait deux grandes vis dirigées obliquement vers l'obélisque, et arrêtées à ses faces latérales : leur effet devait être de le renverser gradativement jusque sur la pente d'une armature faite exprès, pour le conduire ensuite, bien assujetti dans cette position, à sa nouvelle place, où le même appareil eût été mis en jeu pour le redresser.

» Dans un autre projet, l'obélisque devait être élevé au moyen de quatre fortes vis assujetties verticalement sur leurs écrous dans un fort bâtis de charpente ; deux autres vis plus longues, placées horizontalement et retenues après de grosses pierres, devaient servir à faire avancer peu à peu tout l'ensemble, au moyen de rouleaux, jusqu'à l'endroit désigné, après quoi les premières vis l'auraient élevé de nouveau et descendu sur son piédestal. Venait ensuite l'idée d'établir deux grandes fermes de charpente, en forme de demi-roues, posées sur leur diamètre et dont la circonférence était taillée en redans, destinés à loger successivement de fortes pièces de bois contre lesquelles l'obélisque devait être appuyé à mesure qu'on l'aurait abaissé. Une fois descendu le transport eût été effectué à l'aide des cabestans, et l'on eût procédé ensuite à l'érection, en suivant une manœuvre inverse à celle qu'on avait observée pour la descente.

» L'idée d'une demi-roue fut aussi proposée dans une disposition inverse; ici la base de cette armature de charpente devait être solidement arrêtée par des liens de fer au fût de l'obélisque, en sorte, qu'après avoir été renversé, il se fût trouvé en équilibre sur sa circonférence : tout cet appareil aurait été transporté sur une plate-forme, à une distance telle du point désigné, qu'en faisant avancer la roue d'un quart de révolution, l'obélisque se fût trouvé en place. Un homme d'un génie inventif fut conduit, par la connaissance approfondie des avantages du mouvement circulaire sur tous les autres, à concevoir le projet de faire une roue double de 120 palmes de diamètre, répondant à 15 pas de nos mesures, qui est aussi la grandeur de l'obélisque. Chacun des côtés de cette roue était divisé sur son contour en huit armatures, appuyées dans leur milieu et à leurs extrémités par 16 pièces dirigées du centre à la circonférence; ces pièces étaient entretenues par d'autres qui les recroisaient dans tous les sens. L'intérieur de cette machine devait être assez grand pour contenir entièrement l'obélisque, et, après qu'il y eût été bien assuré et mis à l'abri de toute avarie, on l'aurait enlevé en faisant rouler cette machine sur une plate-forme en charpente au moyen de cabestans avec des cordages enroulés autour de deux axes placés au centre des deux parties de la roue, et il eût été conduit de manière à ce que, en tournant, le pied se rencontrât précisément au point où il devait être érigé.

» L'idée d'élever peu à peu l'obélisque sur des coins (moyen le plus long et le plus pénible de tous), dans une armature de forme pyramidale assujettie sur un bâtis de charpente, et de retirer ensuite les cales pour le laisser descendre sur son piédestal, après l'y avoir conduit avec des cabestans, ne fut pas non plus oubliée. Enfin, un de mes amis, homme de talent, et très-versé dans la mécanique, imagina, entre autres belles inventions, une armature de charpente, en forme d'obélisque, dont il exécuta le modèle : la pierre y paraissait entièrement enveloppée et recouverte dans toutes ses parties ; elle était soulevée au moyen de quatre grands leviers de bois, placés au sommet, et manœuvrés par de grands cordages. Après avoir été calée à la hauteur convenable, elle aurait été conduite toute dressée à sa place, et descendue sur son pied par le même mécanisme. »

N. Zabaglia a donné, dans son intéressant ouvrage, plusieurs esquisses de ces divers projets, tracées d'après les descriptions qu'on vient de lire. Au reste, on ne peut s'empêcher de convenir, avec Scammozzi, que cette importante question ne se trouve ici résolue de différentes manières, mais seulement d'une manière rationnelle, et il est à regretter que la connaissance exacte des moyens matériels qui devaient assurer leur exécution ne soit pas parvenue jusqu'à nous. Scammozzi entre ensuite dans quelques détails sur les moyens employés par le chevalier Fontana, qui fut chargé de cette entreprise. Nous avons pensé que les Fig. 1, 2 et 3, copiées sur celle de l'ouvrage qui fut publié à ce sujet par C. Fontana, frère de cet habile architecte, pouvaient être d'une utilité plus générale, en pareil cas, que la description la plus circonstanciée. Le Chapitre XIX du VIII^e. Livre de Scammozzi est terminé par l'indication des procédés que l'auteur aurait lui-même employés pour une opération de ce genre, et qui diffèrent peu, quant au mécanisme, de ceux qui furent mis en usage.

Pl. 170.

LÉGENDE DE LA PLANCHE CLXX.

D'après Zabaglia et Fontana.

Fig. 1 et 2. A, l'obélisque encore sur sa base antique.

B, ceintures et chaînes de fer dont il était armé.

C, pièces verticales, formées de poutres assemblées, fortement maintenues dans le système.

D, pièces inclinées, ou contre-fiches, composées comme les précédentes, qui étayent le système dans tous les sens.

E, armatures qui relient les pièces verticales au sommet de l'échafaudage.

Fig. 1 et 2. F, moufles arrêtés à l'armature supérieure de la charpente.

G, moufles fixés aux ceintures de l'obélisque, garnis de leurs cordages.

H, place des poulies de renvoi qui dirigeaient les câbles vers les cabestans.

I, leviers de charpente dont on s'est servi pour faciliter l'enlèvement de l'obélisque.

L, croix de Saint-André qui maintenaient la fermeté des assemblages.

M, câbles attachés aux moufles, et dirigés sur les cabestans, en passant par les poulies.

Figure 3. La manœuvre représentée ici est celle de la descente de l'obélisque, qui ne diffère en rien, pour l'ensemble des opérations, de celle qui fut observée pour son érection.

A, poutres doublées, auxquelles étaient fixés les moufles principaux, dans lesquels passaient les câbles qui supportaient la plus forte charge.

B, obélisque suspendu aux câbles, dans le moment où il s'abaisse peu à peu vers la terre.

C, amarres qui obviaient aux oscillations que le système pouvait éprouver sous la charge.

D, contre-fiche mobile, composée de quatre poutres, qui arc-boutait l'obélisque à mesure qu'il descendait.

Q, plate-forme longue de 80 palmes, large de 9, composée de quatre poutres de 2 palmes et un quart de grosseur, reliées entre elles par des traverses entaillées, destinée à recevoir l'obélisque et sur laquelle sa base était arrêtée par des cordages, afin qu'il pût l'entraîner avec lui par l'effort oblique de son poids sur les rouleaux qui la supportaient.

E, pied de l'obélisque, maintenu par l'action de quatre cabestans, qui lui rendaient du câble au fur et à mesure qu'il descendait.

F, pointe de l'obélisque excédant l'ensemble de l'échafaudage de charpente.

G, rouleaux ferrés à leurs extrémités, d'un palme de diamètre, placés au nombre de 70 entre la plate-forme et les couchis de charpente, dont quelques-uns s'écrasèrent sous la charge, et d'autres furent enfoncés dans les pièces inférieures.

H, cabestans agissant ensemble pour la descente de l'obélisque.

Figure 3... *i*, petite plate-forme de 30 palmes de long, placée primitivement sous le pied de l'obélisque, et qui fut retirée après qu'il fut descendu.

h, Échelle pratiquée sur les pièces même de l'échafaudage, pour pouvoir le transporter partout où le besoin pouvait le requérir.

s, colliers de fer qui servaient à relier, avec les boulons *t*, les maîtresses pièces de l'échafaudage. Il est essentiel de faire observer que plusieurs de ces colliers s'étant rompus par l'effet de l'immense effort que la masse exerça sur tous les assemblages, lors de la descente de l'obélisque, on jugea convenable d'ajouter à ce moyen celui des liens de cordages en usage dans la mâture des vaisseaux, lequel a été reconnu d'un effet plus certain après l'érection de ce monument.

Pl. 172.

PLANCHE CLXXII.

Explication donnée par Vitruve, relativement aux machines en usage pour la construction des édifices.

LIVRE X. — CHAPITRE II[1].

« Nous traiterons, en premier lieu, des machines qui sont nécessaires pour la construction des temples et pour les autres ouvrages publics : elles se font en cette sorte. On dresse trois pièces de bois proportionnées à la pesanteur des fardeaux que l'on veut élever, Figure 2; elles sont jointes par en haut avec une cheville et écartées par en bas. Le haut, qui est attaché et retenu des deux côtés par des écharpes, soutient un moufle appelé par quelques-uns *rechamus*, dans lequel on met deux poulies qui tournent sur leurs goujons. Le câble qui doit tirer ayant été passé sur la poulie d'en haut, on le fait passer ensuite sur une autre poulie qui est dans le moufle inférieur; ensuite on le fait revenir passer sur la poulie qui est au bas du moufle supérieur, et on fait encore descendre la corde pour en attacher le bout au trou qui est dans le moufle inférieur. L'autre bout de la corde descend en bas, vers l'endroit où les grandes pièces de bois équarries se retirent en arrière en s'écartant, et auxquelles sont attachées les amarres qui reçoivent les deux bouts du moulinet, afin qu'ils y puissent tourner aisément. Le moulinet, vers chacun de ses bouts, a deux trous disposés en sorte que l'on y puisse passer des leviers. On attache à la partie inférieure du moufle des *tenailles de fer*, dont les crochets s'accommodent aux trous que l'on

[1] L'auteur n'ayant pas donné la traduction de ces chapitres, nous suivons ici celle de Claude Perrault

fait pour cela dans les pierres. L'effet de toute la machine pour élever et poser en haut les fardeaux, est que l'on attache le bout de la corde au moulinet qui, étant tourné par les leviers, bande la corde qui est entortillée à l'entour. »

CHAPITRE III.

« La machine dont nous venons de parler, qui est faite de trois poulies, s'appelle *trispastos;* quand il y en a deux à la partie inférieure et trois à la partie supérieure, on l'appelle *pentaspastos*. Que, si l'on veut avoir des machines capables de lever de plus grands fardeaux, il faudra avoir des pièces de bois plus longues et plus grosses, et augmenter à proportion la force des chevilles et des autres liens qui sont en haut, et des moulinets qui sont en bas.

» Ces choses étant ainsi préparées, les câbles qui sont en la partie de devant de la machine seront laissés lâches et sans être tendus, et l'on attachera assez loin de là les écharpes qui tiennent au haut de la machine : ensuite l'on fichera des pieux inclinés en terre, et on les y enfoncera bien avant, avec des maillets, s'il n'y a point d'autre chose où l'on puisse attacher fermement une corde. Après cela il faut lier la partie supérieure du moufle au haut de toute la machine, et de ce même endroit faire conduire un câble vers un pieu auquel la partie inférieure sera attachée, et, l'ayant passé par-dessus la poulie de cette partie inférieure, le faire retourner à la partie supérieure, et de là le faire descendre vers le moulinet d'en bas et l'y attacher. Le moulinet étant bandé par les leviers, la machine s'élèvera elle-même sans aucun danger, à cause que, par le moyen des écharpes qui seront disposées de çà et de là, et attachées à des pieux, la machine sera fortement arrêtée, et alors on se pourra servir du moufle et du câble, comme il a été dit ci-dessus. »

CHAPITRE IV.

« S'il se rencontre dans un ouvrage des fardeaux d'une grandeur et d'un poids énormes, on ne se doit pas fier à un moulinet, mais il faudra passer un essieu par les amarres, dans lesquelles les deux bouts du moulinet tournent, lequel essieu aura en son milieu un grand tympan, que quelques-uns appellent roue, Figure 3, et les Grecs ἀμφίρευσιν ou πέριτροπον. Il faudra aussi que les moufles soient d'une autre façon, car le supérieur de même que l'inférieur doivent avoir deux rangs de poulies, et il faut que le câble soit passé dans le trou du moufle inférieur, en sorte que ses deux bouts soient égaux, quand il sera étendu, et que par son milieu, qui est dans le trou du moufle inférieur, il y soit bien attaché avec une petite corde, qu'il ne puisse glisser ni d'un côté ni d'autre : cela étant ainsi, il faut passer les deux bouts du câble dans le moufle supérieur par la partie extérieure, et sur les poulies basses pour redescendre et repasser sur les poulies du moufle inférieur par sa partie intérieure, et ensuite retourner encore à droite et à gauche, pour passer sur les poulies qui sont au haut du moufle supérieur, où étant passés par sa partie supérieure, ils descendent des deux côtés du tympan s'attacher à son essieu : outre ce câble, il y en a un autre, qui du tympan, autour duquel il est entortillé, va à un vindas qui, étant bandé et faisant tourner le tympan, tire également les câbles qui sont autour de son essieu, et ainsi lève insensiblement les fardeaux sans danger. Cela se fera encore plus aisément si l'on veut faire le tympan fort grand, car, sans se servir de vindas, on le pourra tourner ou en faisant marcher des hommes dedans au droit du milieu, ou en les faisant agir vers l'une des extrémités. »

CHAPITRE V.

« Il y a une autre machine assez artificieuse et qui est fort commode pour lever les fardeaux en peu temps; *mais il faut être bien adroit pour s'en servir.* On a une pièce de bois qui est levée et arrêtée des quatre côtés avec des cordes, Figure 1. Au haut de cette pièce, un peu au-dessous de l'endroit où ces cordes sont attachées, on cloue deux armatures auxquelles on attache le moufle avec des cordes. On appuie le moufle par une règle longue environ de deux pieds, large de six doigts et épaisse de quatre. Les moufles ont chacun selon leur largeur trois rangs de poulies, en sorte qu'il y a trois câbles qui, étant attachés au haut de la machine, viennent passer du dedans au dehors sur les trois poulies qui sont au haut du moufle inférieur, et retournant au moufle supérieur passent de dehors en dedans sur les poulies qu'il a en bas : delà, descendant au moufle inférieur, ces câbles passent encore de dedans en dehors sous les poulies qui sont au second rang et retournent au moufle supérieur, pour passer sur les poulies qui sont au second rang, et ensuite retournent au moufle inférieur, et enfin au supérieur, où, ayant passé sur les poulies qui sont en haut, ils descendent au bas de la machine, à un troisième moufle que les Grecs appellent ἐπαγον, et nous *artemon*. Ce moufle qui est attaché au pied de la machine a trois poulies sur lesquelles passent les trois câbles qui sont tirés par les hommes. Ainsi, trois rangs d'hommes peuvent tirer et élever promptement les fardeaux sans vindas.

» Cette espèce de machine est appelée πολισπαστος par les Grecs, à cause que par le moyen d'un grand nombre de poulies, elle tire avec beaucoup de facilité et de promptitude. Elle a encore une grande commodité, en ce que n'y ayant qu'une seule pièce de bois élevée on peut la faire pencher en avant ou par côtés, à droite et à gauche, afin de poser le fardeau où l'on veut.

» Toutes les machines qui ont été décrites ici sont utiles non-seulement à ce que nous avons dit, mais même à charger et décharger les navires, et pour s'en servir on les peut dresser ou les coucher sur des pièces de bois, sur lesquelles on les peut faire glisser, afin de les tourner du côté qu'il sera besoin. On peut aussi, sans élever cette pièce de bois dont il a été parlé, tirer le navire hors de l'eau, en se servant seulement des câbles passés dans les moufles. »

La description de cette dernière machine s'applique parfaitement à celle dont on a fait usage pour l'érection de l'obélisque du grand Cirque, ainsi que nous l'avons vu ci-devant dans le passage d'Ammien Marcellin. C'est peut-être à l'habileté avec laquelle on s'en servait pour la marine qu'il faut attribuer le choix de ce moyen dans cette circonstance.

PLANCHE CLXXIII.

Pl. 173.

Grande grue qui avait été faite pour le service du dôme de Sainte-Geneviève, en 1763.

1. Poinçon arrondi par le haut, avec des bossages.
2. Partie inférieure dudit poinçon, qui est carrée et entretenue par des doubles contrefiches, 3.
4. Cercle horizontal.
5. Patin de la grue, composé de doubles sablières dans lesquelles sont assemblées les contre-fiches et qui embrassent le pied du poinçon.
6. Rouleaux sans fin, placés entre des doubles couchis entre lesquels agissent les rouleaux.

7 et 8. Charpente de la volée, composée de deux grandes pièces, marquées 7 et 8 entées l'une au bout de l'autre, avec un renfort en dessous, 9.

10. Crapaudine dans laquelle s'emmanche le tourillon du poinçon.

12 et 13 Deux grandes moises par le bas, qui embrassent le poinçon.

14. Clef pendante.

15 et 16. Grands liens pour soutenir la volée.

17, 18, 19 et 20. Autres moises qui embrassent les liens et la volée.

21 et 22. Autres clefs pendantes servant à soutenir le treuil.

23. Tambour à chevilles, dans lequel marchent les hommes qui élèvent le fardeau.

24. Cercle horizontal sur lequel tournent des roulettes coniques ajustées à l'extrémité des clefs pendantes qui portent le treuil, afin de faliciter le mouvement de la volée autour du poinçon.

25, 26 et 27. Poulies de fer fondu, avec des douilles de cuivre.

Grue qui a servi à la construction de l'École de chirurgie (1772).

1. Poinçon arrondi par le haut et carré par le bas, entretenu par quatre contre-fiches, 2, 2.
3. Patin composé de deux pièces de bois qui se croisent à angles droits.
4. Volée composée de deux pièces entées l'une au bout de l'autre.
5 et 6. Deux grands liens qui soutiennent la volée.
7, 8, 9, 10 et 11. Moises qui fortifient l'assemblage des liens avec la volée.
12. Crapaudine de fer fondu, qui reçoit le tourillon du poinçon.
13 et 14. Aiguilles pendantes, et liens qui soutiennent le treuil.
16. Roue dentée, adaptée au treuil, qui engrène avec un pignon à quatre dents, portant une roue de chêne, qui tourne par le moyen d'une vis sans fin, à laquelle est adaptée une manivelle qu'un seul homme fait agir.
17. Balancier servant de modérateur.
18. Échafaud léger sur lequel est placé l'homme.

PLANCHE CLXXIV.

Explication des chiffres qui indiquent les parties de la nouvelle grue imaginée, en 1785, *par M. Rondelet, architecte, alors inspecteur des travaux de la nouvelle église de Sainte-Geneviève.*

POINÇON.

1. Tige du poinçon, arrondie, portant tourillon.
2. Partie carrée dudit poinçon, entretenue par 4 contre-fiches, marquées 3.
4. Châssis de charpente formant patin, dans lequel s'assemblent les contre-fiches.
5. Jumelles et assemblage de charpente mobile autour du poinçon.
6. Entre-toise avec crapaudine de fer fondu, servant à recevoir le tourillon du poinçon.
7. Grande moise.
8. Chapeau.
9. Sablière du bas.
10. Contrefiches pour entretenir les jumelles au-dessus de la grande moise.
11. Grands liens faisant le même effet en dessous.
12. Poteaux doubles servant à soutenir le treuil d'un bout.
13. Clef pendante, à tête, avec lien, soutenant l'autre bout du treuil
14. Grande roue à cheville.

15. Volée mobile, portant une poulie pour éloigner le câble et le fardeau qu'il soutient.
16. Bras avec crémaillère de fer, servant à soutenir la volée et à la fixer par le moyen d'une espèce de couteau, 17, qui engrène dans la crémaillère.
18. Tringle de fer, avec coulisse, pour faire mouvoir le couteau pour engrener ou désengrener
19. Arbre de fer portant une manivelle évidée faisant agir la tringle par le moyen d'un levier de fer marqué 20.

a et *b* sont deux crochets pour arrêter le levier en *a* pour rendre la volée fixe, et en *b* pour qu'elle soit mobile.

21. Petit levier de fer ajusté dans l'arbre marqué 19, pour faire mouvoir, par le moyen d'une chaîne, un autre petit levier 22, portant un poids 23, et un petit treuil 24, autour duquel s'enveloppe une chaîne 25, répondant à un levier double qui enraye la poulie du haut, en engrenant dans une roue de fer dentée attachée à la poulie.
26. Petit poids qui tient le levier double levé, lorsque la poulie est désenrayée et que la volée est fixe.
27. Rouleau de bois pour faciliter le mouvement du bras, marqué 16, portant crémaillère.

Le poids marqué 23 sert à tendre également la chaîne 25, tandis que l'on fait mouvoir la volée.

28. Déclic pour arrêter la roue, 29 poids pour lever le déclic, pour que la roue soit mobile.

PLANCHE CLXXVI.

Pl. 176.

Nous avons dit, page 82, à l'occasion du nouveau système de caissons de l'invention de M. Tardif, que ce moyen avait été appliqué avec d'importantes modifications à la construction du puits de descente, conduisant au chemin souterrain, dit *Tunnel*, qui s'exécute en ce moment sous la Tamise, à Londres. Voici quelques détails, à ce sujet, extraits d'un Mémoire lu à l'Académie des beaux-arts de l'Institut, le 25 novembre 1826, par M. B. Schlick, architecte danois, qui a suivi pendant quelque temps ces importans travaux, sous les yeux de M. Brunel, ingénieur français, auteur de cette entreprise hardie.

Construction des puits ou descentes.

Il fallut commencer par creuser un puits dont la profondeur atteignit le niveau des travaux à exécuter. L'architecte s'y prit d'une manière aussi habile qu'ingénieuse, et qui mérite d'autant plus nos observations, *que les détails de cette ingénieuse construction ne sont pas encore connus.*

L'endroit étant définitivement arrêté, il y fit placer un cercle de pilotis destiné à soutenir momentanément la construction d'une espèce de cylindre creux, ou tour destiné à devenir le revêtement d'un trou de même dimension. Ces pilotis ainsi préparés on construisit dessus, à la hauteur de quarante pieds, cette tour dans laquelle il nous faut remarquer cinq parties distinctes. La première est un cercle en fer de fonte, de 3 pieds de hauteur, *dont la base est tranchante, sur un angle de quarante-cinq degrés, qui suffit pour que, par le poids de la construction qui doit le surmonter, il tranche la terre sur ses parois.*

La seconde est un anneau en bois, de 3 pieds de large et d'un pied d'épaisseur, reposant sur ce cercle, et destiné à servir d'intermédiaire entre le cercle et la construction.

La troisième est la construction, faite de briques, intimement liées par du ciment.

La quatrième consiste en 48 pièces de bois renfermant autant de boulons qui traversent perpendiculairement cette construction en briques, et qui, à l'aide d'écrous, la tiennent dans un état de resserrement. Ces boulons n'étant pas destinés à y rester lorsque la construction sera terminée, sont par cela même faciles à retirer, et une fois enlevés, la place qu'ils occupaient laisse à la filtration des eaux un passage commode qui les conduit dans un puisard construit au fond de cette descente, d'où il sera facile de la retirer. La cinquième partie est composée de légers cercles en bois qui, de distance en distance, ont été placés pour guider l'ouvrier dans cette construction. Au sommet de cette tour fut construite une plateforme sur laquelle on a établi une machine à vapeur, à haute pression et à double cylindre, de la force de 36 chevaux, avec pompe, chaudière, cheminée, etc., et qui met en mouvement une chaîne d'augets, jouant le rôle d'une machine à draguer, qui puise la terre creusée par les ouvriers, et l'enlève pour la porter à la surface.

Manière dont le revêtement de ce puits entre en terre.

Cette hardie et ingénieuse construction ainsi préparée, les excavations commencèrent le 1er. avril 1825; on se mit à creuser la terre, que la machine enleva aussitôt. Comme on risquait de trouver l'eau, ce cas fut prévu, et des pompes ont été placées à cet effet. La terre étant dégagée peu à peu, *la construction, par son propre poids et par sa base tranchante*, descendit presque insensiblement.

Toutefois, pendant que je suivais ces travaux, on éprouva une secousse très-sensible. La construction descendit tout à coup de 8 pouces, avec un bruit semblable à celui de la foudre. Nous fûmes saisis de frayeur ; nous crûmes que le revêtement était brisé, et que la machine, avec son fourneau, allait fondre sur nos têtes Heureusement la construction se rassit, le bruit cessa, et nous vîmes avec une satisfaction inexprimable que l'œuvre n'avait éprouvé aucune avarie, et que le mécanisme supérieur n'avait en rien souffert

PLANCHE CLXXXIII.

Pl. 183.

Description de la machine de M. Perronet.

Figures 1 et 2. Cette machine étant fort simple, dit M. le Sage, à qui nous empruntons cette description, peut être employée dans tous les cas où l'on a de grandes pressions à produire, puisque le maximum du poids total peut être porté jusqu'à *trente-neuf milliers* ($18{,}649^{k}$, 950). Elle consiste en un levier ou barre de fer A, A′, dont une des extrémités B ne peut tourner qu'autour d'un arc fixé à un très-fort montant en fer C, invariablement scellé dans un massif de maçonnerie sous le carreau, et au mur vertical contre lequel tout le système de la machine est adossé.

La barre qui forme levier est composée de deux parties, dont une mobile sur l'autre, dans le sens de sa longueur, permet d'allonger ou de raccourcir le bras de levier. Elles portent l'une et l'autre des traits de divisions qui servent à mesurer l'allongement ou la diminution du bras de levier, lorsqu'une pièce quelconque est mise en expérience, au moyen de poids posés avec précaution et sans secousses sur un fort plateau de bois E, qui est suspendu par quatre cordes, et un fort anneau de fer placé dans une échancrure F, faite exprès à l'extrémité du bras de levier, supposé à très-peu près horizontal.

Lorsqu'on veut se servir de cette machine pour produire de grandes pressions, on place d'abord l'objet à comprimer sur le sommier en bois de chêne N, qui sert de base à toute la machine, et ensuite sous le centre du mouton, ou masse de fer G, au moyen de cales de bois et de fers de différentes épaisseurs. Ce mouton, qui a la forme d'un parallélipipède rectangle, surmonté d'un prisme triangulaire, dont les arêtes sont horizontales et perpendiculaires à la longueur du levier; ce mouton est mobile seulement dans le sens de sa hauteur, de manière à pouvoir transmettre la pression qu'il reçoit du levier, à l'objet mis en expérience. Lorsqu'il n'y a pas d'objet mis sous le mouton, un petit boulon de fer le traverse dans son milieu et l'empêche de tomber.

Connaissant le poids du mouton, celui du levier et du plateau, et la distance du point d'application de ce poids au centre de la pression et à celui de rotation, on calculera la mesure du premier effort produit par les élémens de la machine elle-même; considérant ensuite le poids mis dans le plateau, et ajoutant ce poids à son produit par le rapport entre les distances du point d'application et de l'axe de rotation au centre de pression, on aura la mesure du deuxième effort produit par la charge employée. La somme de ces deux efforts donnera l'expression de la pression communiquée à l'objet dont on veut connaître la résistance. Cette résistance aura pour limite la charge sous laquelle il s'écrase, ou change sensiblement de forme.

La même machine peut encore faire connaître la résistance que les corps opposent à la flexion. Pour cela, on y a adapté une espèce d'échafaud en fer H, très-solide, et destiné à supporter horizontalement le corps par ses extrémités, au moyen de traverses en fer I, droites ou courbées, qu'on pose dessus : le mouton porte alors sur le milieu de la pièce mise en expérience.

Si la machine doit être employée à mesurer la ténacité ou a cohésion des bois et des métaux, dans le sens de leur longueur, alors son effet devra être de communiquer une traction, au lieu d'une pression qu'elle produisait dans la première expérience. On a pratiqué à la barre du levier un trou J, à l'endroit où elle porte sur l'arête du mouton. On fait passer dans ce trou une des extrémités de la pièce qu'on veut tirer dans le sens de sa longueur. On fixe cette extrémité à la base inférieure du levier, par une tête, un écrou, ou tout autre moyen. L'autre extrémité est serrée très-fortement par une mâchoire en fer K. Cette mâchoire est munie d'une tige à vis 4; le fort écrou taraudé M, de cette vis, porte sur encorbellement tenant d'une manière invariable au montant C, qui porte déjà l'axe du levier AA'. La tige de la mâchoire permet de l'éloigner ou de la rapprocher de la base du levier, au moyen de l'écrou, selon que l'exige la longueur de la pièce que l'on soumet à l'expérience. L'effort que produit la machine se mesure, dans ce cas absolument de la même manière que dans le précédent.

LÉGENDE.

AA, double levier, calculé dans toutes ses proportions, et parfaitement exécuté.

B, centre de rotation.

C, montant en fer qui doit soutenir tout l'effort de la machine.

D, étriers qui lient les deux bras du levier.

E, plateau sur lequel on pose successivement les poids, et dont la somme peut être portée jusqu'à 900 livres, poids de marc (440 ki., 550).

F, échancrure dans laquelle est placé l'anneau qui supporte le plateau.

G, mouton en fer.

H, échafaud en fer.

I, deux traverses en fer, qui, par leur forme et leur position, peuvent varier entre elles les intervalles, en raison de la longueur de la pièce à éprouver.

J, trou vertical percé à l'extrémité du levier, dans lequel on passe les pièces qu'on veut mettre en expérience.

K, mâchoire en fer, pour servir à connaître la tenacité ou la cohésion des métaux.

L, tige a vis, taraudée avec soin.

M, son écrou taraudé.

N, fort sommier en chêne.

O, billots de bois de différentes hauteurs, pour commencer à caler.

P, poulies de renvois pour élever et baisser le levier.

Q, premier poids posé sur le plateau.

La description de la machine de M. Perronet, qui diffère peu de celle de M. Soufflot, dont il a été question au Livre Ier., peut servir à faire mieux connaître plusieurs détails que la perspective ne permet pas de saisir dans la Fig. 1 de la Planche VII de cet ouvrage.

PLANCHE CLXXXV.

Pl. 185.

Coupole du Panthéon de Rome et autres coupoles antiques.

On voit encore à Rome, les ruines d'une infinité de temples ronds; on en compte plus de cinquante, dont les principaux sont le Panthéon, les temples de Bacchus, de Faune, de Vesta, de Romulus, d'Hercule, de Cybèle, de Neptune, de Vénus, etc., et beaucoup d'autres qu'il serait trop long de nommer, sans compter les édifices ronds des thermes et autres voûtes en coupole. La plus grande et la plus magnifique voûte de cette espèce est sans contredit celle du Panthéon d'Agrippa, aujourd'hui l'église de Sainte-Marie-des-Martyrs. Le diamètre intérieur de cette coupole est de 134 pieds 7 pouces $\frac{1}{3}$: elle est ouverte au milieu par un œil de 27 pieds 5 pouces de diamètre. L'élévation de cette voûte est de 66 pieds 7 pouces $\frac{1}{4}$, depuis le dessus de la corniche de l'attique, jusqu'à l'arête de l'œil de la voûte. Elle est décorée à l'intérieur par cinq rangs de grands caissons carrés, dont ceux du premier rang ont près de 12 pieds; leur intérieur, qui est très-profond, est entouré de cinq faces ou plates-bandes formant saillie l'une sur l'autre. Les fragmens de lames d'argent qu'on a trouvés dans le fond de ces caissons, ont fait croire qu'ils étaient revêtus de ce métal, avec des rosaces de même. Il existe encore autour de l'œil de cette voûte, un reste de corniche en bronze doré, dont les moulures sont taillées d'ornemens; et des harpons de même métal destinés à soutenir cette corniche, ainsi que les revêtemens au-dessus, qui ont été enlevés.

A l'extérieur, la plate-forme autour de l'œil est encore recouverte de grandes lames de bronze antiques de 5 lignes et demie d'épaisseur; ces lames ont 6 pieds de longueur, sur 4 pieds et demie de largeur réduite. Les joints qui tendent au centre de l'œil sont recouverts par des bandes de même métal qui ont 3 pouces un quart de largeur · elles sont arrêtées avec des vis à têtes fraisées. On dit que le surplus de la calotte était aussi recouvert en bronze, et que le tout était doré. Ce fut Constance II, empereur d'Orient, qui enleva l'argent et le bronze qui décoraient ce monument; le surplus de la calotte resta exposé aux injures de l'air jusqu'à ce que Benoît II fit recouvrir cette partie en plomb. Cette couverture fut renouvelée par Nicolas V, et Urbain VIII. Ce dernier enleva du portique une quantité prodigieuse de bronze, qui a servi à faire la chaire et le baldaquin de Saint-Pierre, et de plus une pièce de canon qui est au château Saint-Ange. La coupole du Panthéon est dégagée à l'extérieur du mur circulaire qui la soutient, par un grand socle formant une retraite de 9 pieds, et six gradins au-dessus, de hauteur inégale, formant aussi retraite. La partie au-dessus, depuis les gradins jusqu'à la plate-forme, est extradossée, c'est-à-dire, qu'elle a la figure d'une calotte; à la partie opposée au portail, on a pratiqué une rampe d'escalier d'environ 3 pieds de largeur, pour monter sur la plate-forme qui règne autour de l'ouverture circulaire, par laquelle cet édifice est éclairé. Les gradins et la calotte sont revêtus en plomb, et la plate-forme est couverte en lames de bronze antiques, ajustées comme il l'a été ci-devant expliqué. Cette plate-forme a 6 pieds de largeur. Il paraît, par les dessins de Serlio, qu'avant que le pape Urbain VIII eût fait recouvrir la calotte en plomb, au lieu d'une seule rampe d'escalier, il y en avait plusieurs, qui se répétaient symétriquement, ainsi qu'il le déclare dans l'explication jointe à la figure qui représente l'extérieur de ce monument.

Cette coupole est construite, partie en brique, partie en blocage. Les plate-bandes renfoncées, qui règnent autour des caissons, sont bâties en briques, pour les parties apparentes, et le surplus, ainsi que les fonds, le sont en petits tufs et pierres ponces.

La coupole du Panthéon de Rome a environ 16 pieds d'épaisseur à l'endroit où elle se détache du mur d'enceinte qui la supporte; elle a 4 pieds 10 pouces, au-dessus du dernier gradin, et 4 pieds 4 pouces, joignant la plate-forme qui règne autour de l'œil.

L'enceinte circulaire qui soutient cette coupole a 19 pieds d'épaisseur, mais elle est évidée par de grandes niches et renfoncemens carrés, qui, sans diminuer beaucoup la résistance de ce mur, en réduisent le cube au tiers; de façon que, pour la matière mise en œuvre, cette enceinte n'équivaut qu'à un mur de 6 pieds d'épaisseur. La forme et la disposition des évidemens pratiqués dans le mur d'enceinte sont combinées avec beaucoup d'art; de manière qu'il en résulte la plus grande force, avec le moins de matière possible. Malgré que ce mur d'enceinte ne soit construit qu'en blocage avec des revêtemens de briques, cette construction a été faite avec tant de précaution et d'intelligence que quoiqu'en petites pierres elle équivaut, pour la solidité, à une construction en pierre de taille. Pour éviter les tassemens considérables et inégaux pouvant résulter d'une construction de ce genre, qui, outre son propre poids, avait à soutenir une voûte immense, 1° on a formé de grands arcs de décharge à doubles rangs de briques, de chacun 22 pouces de hauteur; 2° les revêtemens sont formés de briques triangulaires posées de plat, de manière que la pointe entre dans le massif du mur et que le grand côté forme parement; ce grand côté a environ 10 pouces et demi; 3°. pour diminuer l'effet du tassement et le rendre plus uniforme, de 4 pieds en 4 pieds, on a formé un arrasement général, sur lequel sont posées à plat de grandes briques carrées, appelées par les Italiens *tavoloni*, dont chaque côté est de 22 pouces, et l'épaisseur de 2.

Les antiquaires ne sont pas d'accord sur l'époque à laquelle ce monument a été commencé; les uns prétendent que c'est du temps de la république, d'autres en attribuent la construction à Agrippa, gendre d'Auguste. Deux raisons semblent se réunir en faveur de cette dernière opinion : la première, c'est que cet édifice est construit en briques cuites, et les Romains n'ont commencé à en faire usage que du temps d'Auguste. La seconde raison est le silence que Vitruve a gardé sur un édifice de cette importance. Il est plus que probable, que, si cet édifice eût existé de son temps, il n'aurait pas manqué d'en parler dans son ouvrage sur l'architecture, surtout à l'article des temples ronds. Il est à présumer que cet édifice ne fut bâti qu'après que Vitruve eut publié son ouvrage, et peut-être après sa mort.

La difficulté d'exécuter une coupole, d'une aussi prodigieuse grandeur, avec des cintres ordinaires, a fait croire que, lorsque le mur d'enceinte fut achevé, on avait rempli l'intérieur de terre, pour former le galbe de la coupole et que, pour engager le peuple à ôter ces terres, on y avait semé de l'argent qui fut abandonné à ceux qui les enlevèrent. L'opinion vulgaire, à Rome, est que le mont Citorio a été formé par les terres qui sortirent de l'intérieur du Panthéon, après que la coupole fut achevée. Ceux qui ont accrédité cette fable, n'ont pas fait attention que l'usage des temples circulaires était connu fort long-temps avant la construction du Panthéon, et qu'il date des premiers siècles de la république. Tels sont les temples de Romulus et de Rémus, de Vénus, Vesta et autres. Ainsi, lorsqu'on commença le Panthéon, environ l'an 14[e]. de l'ère chrétienne, il existait déjà plusieurs temples ronds voûtés en coupole. Le moyen dont on parle a pu être mis en usage pour la première coupole qui fut faite; mais il n'est pas probable que cet usage se soit perpétué long-temps et qu'il existât encore au siècle d'Auguste, où l'art de bâtir était déjà porté à sa perfection. Les voûtes en coupole ont un si grand avantage sur les autres voûtes qu'elles pourraient même s'exécuter sans cintre, parce que, comme nous l'avons déjà dit, chaque rang forme une couronne qui a la propriété de se soutenir d'elle-même sitôt qu'elle est achevée. Il ne faudrait à la rigueur, ainsi que l'a observé Léon-Baptiste Alberti, que quelques pièces de bois taillées en courbe pour soutenir les parties de chaque rang jusqu'à ce qu'il soit clos; ce rang achevé, on retaillerait ces courbes pour servir au rang supérieur, et ainsi de suite.

Cependant, je suis très-persuadé que, pour exécuter la grande coupole du Panthéon, on a fait un cintre, en charpente légère, qui servait en même temps d'échafaud, et que sur ce cintre on avait formé en relief les compartimens des caissons, ainsi qu'on l'a pratiqué pour la grande voûte de la nef de Saint-Pierre de Rome. Ce qui me fait adopter cette opinion, c'est que j'ai vu aux thermes de Caracalla et dans plusieurs voûtes antiques, dont le dernier enduit était tombé, les marques des planches qui formaient le galbe de ces cintres.

Dans presque tous les anciens thermes de Rome, il y avait une ou plusieurs pièces circulaires voûtées en coupole. La plus grande est celle des thermes de Caracalla, dont le diamètre est de 105 pieds. Aux thermes de Titus, il y en avait deux de 80 pieds de diamètre. Celle des thermes de Constantin était de 72 pieds. Il y en avait trois aux thermes de Dioclétien, dont 2 existent encore : l'une a 69 pieds 5 pouces, et l'autre 59 pieds un quart. A en juger par celles qui existent en entier, et celles dont on ne voit que des fragmens, toutes ces voûtes étaient ouvertes par le haut, comme le Panthéon, et construites en pierres ponces ou laves spongieuses, tirées des environs du lac d'Albane, qu'on peut regarder comme le cratère d'un ancien volcan.

Dans le golfe de Pouzzol, au port de Baye, on voit les ruines de plusieurs édifices, dont deux, que j'ai mesurés, sont circulaires à l'intérieur et voûtés en coupole. Le plus grand, dont la voûte et les murs existent en grande partie, a 91 pieds 8 pouces de diamètre. L'autre, dont il n'existe que les murs et les naissances de la voûte, a 81 pieds 8 pouces. Ces voûtes étaient construites comme celles des édifices antiques de Rome, en maçonnerie de blocage d'écume de volcan et de pierres ponces.

Quant aux temples antiques construits avant le siècle d'Auguste, comme ceux de Romulus, de Quirinus, de Vénus, près la porte Salare, leur diamètre est d'environ 36 pieds; celui du temple du Soleil ou de Vesta, près du Tibre, est de 22 pieds, et celui de la Sibylle, à Tivoli, est aussi de 22 pieds. Ce dernier est construit en maçonnerie de petites pierres irrégulières, appelées par les anciens *opus incertum*.

Chez les anciens, les coupoles, ou voûtes hémisphériques, n'étaient pas toujours établies sur des murs circulaires; on en trouve aussi qui reposent sur des murs dont le plan forme un polygone régulier. Tel est, dans l'antique, le temple de *Minerva medica*, vulgairement appelé *Galluzo*, dont le plan est un décagone inscrit dans un cercle de 76 pieds 8 pouces de diamètre. La coupole de cet édifice, qui existe encore en partie, est construite en briques et en pierres ponces. Les parties en briques forment des chaînes au-dessus des angles rentrans. Cette voûte n'était pas ouverte au sommet; l'intérieur recevait le jour par dix fenêtres pratiquées au milieu des tympans du polygone, dans lequel la coupole se trouve inscrite.

Il faut observer que les voûtes de cette espèce, que nous appelons *voûtes en arc de cloître*, ne prennent le nom de *coupole* que lorsqu'elles ont un grand diamètre, et surtout lorsqu'elles sont apparentes à l'extérieur, comme la coupole de Sainte-Marie-des-Fleurs, à Florence.

La science des anciens ne se bornait pas à faire des coupoles rondes et à pans, ils en ont fait encore à pendentifs. Ainsi, cette invention que, plusieurs auteurs ont attribuée aux architectes modernes, était connue de ceux de l'antiquité. On en trouve la preuve dans une des salles de l'enceinte des thermes de Caracalla, dont le plan est octogone, on voit encore les huit pendentifs qui rachetaient la voûte hémisphérique qui couvrait cette salle. La saillie de ces pendentifs, qui sont dans les angles, est de 2 pieds 6 pouces 6 lignes.

A Catane, en Sicile, auprès du mont Sainte-Sophie, on trouve un reste de bain antique, où est une voûte sphérique couvrant un vestibule, dont le plan est carré. Cette voûte est rachetée par quatre pendentifs dans les angles. Quoique cette voûte n'ait que 7 pieds de diamètre, elle ne prouve pas moins que les pendentifs ne sont pas une invention moderne, et qu'ils étaient connus long-temps avant Anthémius de Tralles, à qui on a fait l'honneur de cette découverte.

Coupole des Invalides.

Le célèbre Hardouin Mansard faisait bâtir à Paris cette coupole, à peu près dans le même temps que le chevalier Wreen construisait à Londres celle de Saint-Paul.

Le plan de la coupole des Invalides est un carré dans lequel est inscrite une croix grecque ; dans les angles du carré on a placé quatre chapelles circulaires ; la coupole s'élève au centre de la croix grecque ; son plan, par le bas, forme un octogone composé de quatre grands côtés et de quatre petits ; dans les grands, sont placées les arcades qui servent d'entrées aux quatre nefs ; ces côtés ont 42 pieds, et les arcades 34 pieds et demi de largeur.

Les quatre petits côtés forment les faces des piliers du dôme, ils ont 24 pieds, dans le milieu de chacune de ces faces, on a pratiqué des passages voûtés pour communiquer aux chapelles rondes ; ces passages ont 14 pieds de largeur.

Les nefs sont décorées de pilastres corinthiens accouplés, soutenant un entablement complet qui règne aussi au devant des piliers du dôme, où il est soutenu par huit colonnes de même ordre et de même proportion que les pilastres. Ces colonnes postiches n'ont l'air de servir qu'à supporter un balcon pratiqué au-dessus de l'entablement; cependant on pourrait croire que le vrai motif qui les a fait placer ainsi, était de masquer le grand porte-à-faux des pendentifs, dont la forme est une espèce de voussure qui aurait produit un effet désagréable vu en dessous. Ces quatre pendentifs, qui sont décorés de peintures, rachètent un entablement circulaire, au-dessus duquel s'élève la tour du dôme, dont le diamètre est de 75 pieds. L'intérieur de cette tour est décoré d'un stylobate continu, au-dessus duquel est un ordre de pilastres composites, qui soutiennent un entablement complet; elle est éclairée par douze fenêtres placées dans les espaces égaux qui sont entre les groupes de pilastres. Ce qu'il y a de particulier dans cette disposition, et qui est contre toutes les règles de la décoration et de la construction, est de voir un trumeau, c'est-à-dire un des massifs qui séparent les fenêtres, placé précisément au-dessus du milieu de chacune des grandes arcades. On ne peut pas deviner quel a pu être le motif d'un arrangement aussi extraordinaire, que rien ne paraît avoir nécessité.

La tour du dôme est terminée à l'intérieur par une double coupole, ayant une naissance commune. La partie inférieure présente une voûte sphérique incomplète, terminée par une grande ouverture circulaire, autour de laquelle est une corniche; le surplus de la voûte est décoré par des arcs doubleaux, divisés en caissons avec des rosaces, le tout est doré. Ces arcs doubleaux répondent à chaque groupe de pilastres, et les intervalles qu'ils laissent entre eux sont ornés de peintures.

La partie de la voûte supérieure, qui paraît au travers de l'ouverture de la première, est une voûte sphéroïde surhaussée; son sommet est occupé par un grand sujet de peinture, et le bas, qui est caché derrière la voûte inférieure, est élégi par douze lunettes qui aboutissent à des fenêtres percées dans l'attique extérieur, de manière que la peinture se trouve éclairée en dessous : cette manière ingénieuse d'éclairer, sans qu'on puisse voir d'en bas d'où vient le jour, donne un éclat étonnant à la peinture.

A l'extérieur, la tour du dôme est composée de trois parties, savoir, d'un stylobate; d'une partie au-dessus, décorée de colonnes engagées d'ordre corinthien, et d'un attique orné de pilastres avec des contre-forts contournés en consoles.

La tour du dôme est fortifiée à l'extérieur par huit avant-corps. Ces massifs sont placés deux à deux au-dessus de chaque pilier du dôme.

Le galbe de la coupole extérieure est formé, comme celui de Saint-Paul de Londres, par une charpente, mais elle est beaucoup plus lourde. On peut en voir le détail, Planche CXXIII, et la description, pages 148 et 157 du Tome III de cet ouvrage.

L'extérieur de la coupole des Invalides est couvert en plomb; il est décoré de côtes saillantes, qui depuis ont été restaurées en cuivre. Les intervalles, qui n'ont point été changés, sont ornés de trophées militaires, dans lesquels se trouvent des casques, qui servent de lucarnes pour éclairer l'intérieur de la charpente. Le diamètre extérieur de cette coupole, à sa naissance, est de 82 pieds; sa hauteur, jusqu'au bas de l'amortissement qui la termine par le haut, est de 53 pieds 9 pouces

L'amortissement au-dessus, orné de consoles, a 10 pieds 3 pouces; le dessus de cet amortissement forme un balcon circulaire au bas de la lanterne, dont l'élévation au-dessus du pavé extérieur est de 233 pieds 3 pouces.

La lanterne a de hauteur, depuis le sol de ce balcon jusqu'au-dessus du piédouche qui la termine, 37 pieds; l'obélisque au-dessus, compris la croix, a 39 pieds 6 pouces

La hauteur totale de cet édifice, depuis le sommet de la croix jusque sur le pavé extérieur, est de 310 pieds.

A l'intérieur, depuis le pavé du milieu du dôme jusqu'au-dessus de la corniche des pendentifs, il y a 82 pieds 2 pouces. La tour au-dessus a 52 pieds, savoir 14 pieds pour le stylobate, et 38 pieds pour l'ordonnance en pilastres corinthiens, compris l'entablement. Le diamètre de la tour, pris entre les pilastres, est de 79 pieds.

La coupole ouverte, qui pose sur l'entablement, a 78 pieds de diamètre sur 28 pieds 9 pouces d'élévation de cintre; l'ouverture circulaire, pratiquée au milieu, a 50 pieds de diamètre; cette voûte est construite en pierres de taille. La seconde voûte, au sommet de laquelle est peinte l'apothéose de Saint-Louis, se trouve confondue, par le bas, avec la précédente; son cintre, qui est surhaussé, est formé par une moitié d'ellipse, dont le demi-grand axe vertical est de 57 pieds, et le petit axe horizontal de 78 pieds.

L'élévation du sommet de cette voûte, au-dessus du pavé, est de 191 pieds; elle est construite en pierre de taille, par le bas, et en briques, par le haut. La partie en brique a 15 pouces d'épaisseur.

La construction de cet édifice n'est remarquable que par l'excessive grosseur de ses murs et points d'appuis; les massifs énormes qui renferment les quatre chapelles circulaires des angles, empêchent qu'on ne puisse jouir de l'ensemble du plan, à cause de la petitesse des percés, en faisant abstraction des décorations qui ornent ces massifs, il ne reste plus qu'un édifice extrêmement lourd, qui a l'air d'avoir été creusé dans une masse de carrière. Pour justifier ce que nous venons de dire, il est bon de faire une comparaison des points d'appuis qui composent cet édifice, avec l'espace total qu'il occupe; ce rapport fera voir que, dans les édifices de ce genre, c'est celui où l'on a le plus prodigué la matière.

Aux Invalides, la superficie des murs et points d'appuis est, à très-peu de chose près, les deux septièmes de la superficie totale qu'occupe l'édifice.

A Saint-Pierre de Rome, la superficie des murs et points d'appuis, est environ le quart de la superficie totale.

A Saint-Paul de Londres, cette superficie est moins du quart.

Au Panthéon de Rome, les murs et points d'appuis sont dans la même proportion. Mais il faut observer que, dans ces trois édifices, les murs et points d'appuis ne sont qu'en maçonnerie de blocage avec des paremens en briques ou en pierres de taille, ce qui diminue de beaucoup leur fermeté et leur résistance, comparée à celles des murs et points d'appuis des Invalides, qui sont en pierres de taille fort dures, dont la force est six fois plus grande que celle de la maçonnerie en briques ou en bons moellons.

A la nouvelle église de Sainte-Geneviève, les murs et points d'appui sont la septième partie de la superficie totale : ce qui prouve qu'on y a employé moitié moins de matière qu'aux Invalides. Cet excès de solidité, dans le dôme des Invalides, n'empêche pas qu'il ne soit un des plus beaux monumens de ce genre, après Saint-Pierre de Rome et Saint-Paul de Londres.

Figure 3. Le bâtiment de la Halle au Blé de Paris, tel qu'il a été conçu et exécuté par M. Le Camus, de Mézières, architecte, se composait seulement de portiques et de galeries disposés circulairement autour d'une vaste cour de 120 pieds de diamètre. Quelques années après l'achèvement de ces constructions, ce savant architecte imagina d'augmenter la superficie couverte du marché, au moyen d'une coupole qu'il proposait d'établir, d'une manière aussi ingénieuse que pittoresque, sur douze colonnes distribuées avec adresse sur le mur intérieur de l'enceinte. Bien que l'idée de faire porter cette voûte sur ce mur même, méritât la préférence à tous égards, il nous semble cependant que le projet de M. Le Camus n'a pas été apprécié à sa juste valeur, lorsqu'il fut de nouveau question de reconstruire cette coupole, après l'incendie qui consuma, en 1802, celle de menuiserie. Il est certainement loin de notre pensée de diminuer aucunement le mérite de celle qu'on admire aujourd'hui à sa place; mais nous n'avons pu résister au désir de relever la sûreté et la simplicité des moyens proposés par cet habile constructeur, et l'unité qu'ils présentaient avec les autres parties de l'édifice.

Pl. 186.

PLANCHE CLXXXVI.

Après les coupoles antiques, une des plus célèbres et des plus anciennes, est celle de Sainte-Sophie, à Constantinople, bâtie par l'empereur Justinien. Les fondemens de cet édifice furent jetés en 532, et la dédicace s'en fit en 537.

L'historien Procope, qui vivait lorsqu'on a construit cet édifice, dit que Justinien fit venir de toutes parts les plus excellens ouvriers de son siècle. Anthémius de Tralles, qui passait pour l'architecte le plus habile de son temps, fut chargé d'en faire les dessins et de conduire l'ouvrage avec Isidore de Milet.

L'intérieur de cet édifice forme une croix grecque, terminée de deux côtés par une grande niche, et des deux autres, par des renfoncemens carrés. Dans ces derniers sont pratiqués deux étages de tribunes. Le centre où aboutissent ces quatre parties, est un carré parfait, sur lequel est élevée la coupole, dont le diamètre est d'environ 110 pieds. Cette coupole est formée par une calotte élevée sur quatre pendentifs placés dans les angles du carré, et qui rachètent la base circulaire de la calotte. Les pendentifs sont séparés par une espèce de corniche qui porte une galerie circulaire; le bas de la calotte est percé d'un rang de petites fenêtres, ornées de colonnes à l'extérieur. La courbe du cintre intérieur de cette calotte ne s'accorde pas avec celui des pendentifs, comme cela devrait être, si la voûte était régulière; au lieu d'être formée par un arc de cercle, c'est une courbe qui ressemble a une demi-ellipse. La hauteur du cintre est de 38 pieds, c'est-à-dire, d'un peu plus du tiers du diamètre. Le galbe extérieur de cette coupole est divisé par des côtes saillantes et arrondies, couvertes en plomb. Le milieu est terminé par un amortissement en forme de balustre, surmonté d'un croissant.

Le dôme de Sainte-Sophie, dit Grelot, dans son voyage à Constantinople, est éclairé par vingt-quatre fenêtres qui sont petites et basses. Dans l'entre-deux de ces fenêtres sont des soutiens ou portions de cercle large, qui vont toujours, en diminuant, se terminer proche le milieu du dôme où ils forment une rose qui était apparemment autrefois garnie de mosaïque, comme le sont encore les vingt-quatre portions de cercle qui la composent; mais les Turcs l'ont maintenant effacée, puisqu'il n'y paraît plus que du blanc.

Cette coupole n'est plus celle qui fut construite par Anthémius et Isidore. La leur était moins élevée : elle fut détruite en partie, vingt-un ans après avoir été achevée, par un tremblement de terre. Justinien, qui vivait encore, en confia le rétablissement à un second Isidore, neveu de celui qui avait veillé à la construction de la première avec Anthémius. Ce nouvel architecte donna 20 pieds de plus à l'élévation du cintre de la coupole qu'il fit construire, et que nous avons ci-devant détaillée; c'est celle qui existe encore. Il employa pour sa construction des briques blanches extrêmement légères, dont cinq ne pèsent pas plus qu'une brique ordinaire. On dit que Justinien fit fabriquer ces briques dans l'île de Rhodes.

Il paraît, par la description que Procope a faite de la première coupole, qu'elle ne différait pas beaucoup de celle qui existe actuellement; voici comment il s'explique.

« Le milieu de l'édifice est formé par quatre gros piliers, deux du côté du midi, » deux du côté du nord, disposés symétriquement, et à des distances égales. Entre » les piliers qui forment les faces latérales du midi et du nord, il y a de chaque » côté quatre colonnes. Les piliers sont construits en grandes pierres choisies, dont » les paremens sont polis, et les joints si fins, que les piliers paraissent être d'une » seule pièce. Leur volume et leur élévation est si considérable, qu'il semble que » ce soient des rochers détachés d'une montagne. Ces piliers sont réunis par quatre » grands arcs disposés de manière que chaque pilier reçoit la naissance de deux; » le sommet de ces arcs s'élève à une hauteur étonnante. Le milieu des deux arcs » qui sont à l'orient et à l'occident est vide. Les deux autres sont remplis par » un ouvrage à colonnes au-dessus duquel est une ouverture circulaire fort élevée, par laquelle on voit entrer le jour. »

Comme Procope n'était point architecte, il désespère de pouvoir décrire convenablement les voûtes qui formaient la coupole. Cependant, quoiqu'il ne se serve pas des termes de l'art, il parvient à se faire entendre : on ne peut lui reprocher que trop d'enthousiasme et d'exagération. Voici comme il s'exprime :

Entre les quatre grands arcs se trouvent quatre parties de voûtes en triangles, qui ont chacune par le bas un angle aigu placé entre les naissances de » deux grands arcs qui posent sur un même pilier. Les deux autres angles de chacun » de ces triangles se terminent au bas de la coupole. Cette coupole, placée au-» dessus, est d'une hardiesse qui fait douter de sa solidité. Il semble qu'au lieu » d'être posée sur l'ouvrage de dessous, elle est suspendue au ciel par une chaîne » d'or. Toutes ces parties, réunies avec beaucoup d'art, forment un ensemble mer-» veilleux, qu'on ne peut regarder sans une agréable surprise. »

Plus loin, il dit : « Justinien et Anthémius employèrent différens procédés pour affermir cet édifice. » Comme il avoue qu'il ne les connaît pas tous, il se contente d'en rapporter un qui suffira, dit-il, pour faire juger des autres, et donner une idée de la solidité de tout l'ouvrage.

« Les gros piliers ne sont pas construits comme le reste de l'édifice. Ils sont, » ainsi qu'il a été déjà dit, en grandes pierres fort dures. Celles qui sont aux » cintres sont taillées en coin, et les autres à joints carrés. Ces pierres ne sont » pas unies avec du mortier ni du bitume, comme les murailles que Sémiramis » fit autrefois bâtir à Babylone, mais avec du plomb fondu. »

Malgré toutes ces précautions, il arriva un accident qui déconcerta les architectes. « Le grand arc du côté de l'orient n'était pas encore achevé, lorsque les » cintres sur lesquels il était appuyé commencèrent à s'affaisser et à menacer » ruine. Anthémius et Isidore, désespérant de leur art, allèrent rapporter ce fâ-» cheux accident à Justinien. Cet empereur, qui n'était pas instruit dans l'archi-» tecture, leur ordonna, comme par une inspiration de Dieu, de continuer cet » arc, en assurant que quand il serait achevé il se soutiendrait de lui-même, sans » le secours de ces cintres. » La même chose arriva aux arcs du midi et du septentrion.

» Lorsque toutes les voûtes furent achevées, le bas de l'église commença à » gémir, pour ainsi dire, sous la pesanteur du fardeau. Les colonnes qui en sou-» tenaient une partie rejetèrent tout le mortier, comme si on l'eût gratté. » Nouveaux chagrins pour les architectes. « Ils retournèrent à l'empereur pour lui » rendre compte de ce qui venait d'arriver. Il en trouva tout de suite le remède; » ce fut d'ôter les colonnes qui portaient sous les cintres, et il ne les fit reposer » que lorsque les mortiers furent entièrement secs, et que l'ouvrage eut fait tout » son effet. »

Ce dernier effet, qui arriva à l'église de Sainte-Sophie, a eu lieu partout où l'on a voulu construire en même temps les ouvrages délicats, susceptibles de peu de compression, et les constructions solides. Nous avons vu arriver la même chose de nos jours, en rebâtissant le portail de Sainte-Croix d'Orléans : on voulut poser trop tôt les petites colonnes qui devaient former une galerie autour du vestibule de l'entrée; c'est-à-dire, avant que les grandes constructions fussent achevées; le tassement inévitable, causé par l'augmentation du fardeau, fit briser ces petites colonnes que l'on a été obligé de supprimer. Les architectes Goths, qui ont fait beaucoup de ces sortes d'ouvrages contrastant fort bien avec les parties solides de leurs édifices, avaient la précaution de ne les faire mettre en place qu'après que les grosses constructions étaient tout-à-fait achevées.

Ainsi, il n'est pas étonnant que les colonnes qui remplissaient les grandes arcades du midi et du nord de l'église de Sainte-Sophie, dont parle Procope, aient été surchargées, lorsque les grandes voûtes furent achevées, et qu'elles commencèrent à s'asseoir sur leurs points d'appui. On peut dire que Justinien agit très-prudemment, en faisant ôter les parties de colonnes ou piliers qui portaient sous le cintre des voûtes, jusqu'à ce que les grandes parties de l'édifice eussent fait leurs affaissemens inévitables. C'est toujours à l'instant où les grands édifices sont sur le point d'être terminés, et que leur poids tend à se distribuer sur leurs points d'appui, que ce font les grands effets qui ont épouvanté ceux qui n'étaient pas entièrement versés dans l'art de bâtir.

Par rapport au plomb fondu, versé dans les joints des piliers de Sainte-Sophie, au lieu de ciment, on peut dire que cette pratique, qui a quelquefois été mise en usage, est plus coûteuse qu'utile; 1° par la difficulté de couler exactement les joints dans toute leur superficie; 2° parce que toutes sortes de pierres ne peuvent pas, sans éclater, souffrir la chaleur du plomb, et celle qu'il faudrait donner à la pierre, pour que la matière s'étende également partout; 3° parce que le plomb s'affaisse sous le fardeau, tant qu'il en reste entre les joints, ce qui prolonge l'effet du tassement à l'infini, et forme, à l'extérieur, des bavures, qu'on est obligé de couper à plusieurs reprises. J'ai eu occasion de remarquer cet effet à des colonnes isolées, composées de plusieurs tambours, sous chacun desquels on avait mis des lames de plomb taillées circulairement.

Le seul usage que l'on pourrait faire du plomb, ce serait de s'en servir au lieu de calles de bois, dans les constructions en pierres de taille posées sur mortier, lorsque ces pierres ont un grand fardeau à soutenir, parce que le plomb s'étend sous le fardeau à mesure que le mortier s'affaisse et prend consistance, au lieu que les calles de bois, qui résistent, occasionent des éclats.

Une autre particularité de cet édifice, c'est que, pour le mettre à l'abri des incendies, on n'y employa point de bois pour former les combles; on se servit, au lieu de tuiles, de grandes dalles de marbre.

La coupole de Sainte-Sophie n'a dû sa célébrité qu'au temps où elle a été bâtie, et parce qu'elle a servi de modèle aux architectes qui ont construit depuis des édifices de même genre. Quoique les détails de cet édifice soient d'un mauvais goût, on ne peut s'empêcher de convenir que la disposition intérieure a quelque chose de grand, et que le mécanisme de sa construction est assez bien entendu pour le temps.

Pl. 189.

PLANCHE CLXXXIX.

Coupole de Sainte-Marie-des-Fleurs, à Florence.

La cathédrale de Florence fut commencée en 1288, par Arnolphe, architecte florentin. Le plan de cette église est une croix latine. Sa longueur est de 75 toises 3 pieds 4 pouces; sa largeur, au droit de la croisée, est de 52 toises 1 pied 6 pouces; le côté de l'entrée, qui est divisé en trois nefs, a 19 toises 5 pieds 10 pouces de largeur; la hauteur de la nef du milieu a 23 toises 5 pieds 6 pouces, les deux autres ont 15 toises 8 pouces. Le milieu de la croisée forme un octogone régulier dont le diamètre entre les faces opposées est de 21 toises 2 pieds 4 pouces, c'est-à-dire, 128 pieds 4 pouces par le bas. Tout ce vaste édifice a été construit en pierres de taille, et l'extérieur est presque tout revêtu de marbre. Le plan de cette église, qui fut conçu par Arnolphe, offre deux parties si différentes, qu'on a de la peine à croire que ce soit l'ouvrage d'un seul architecte. On ne dirait pas qu'il ait été exécuté à la même époque. Le plan des trois grandes nefs de l'entrée a toute la légèreté du gothique moderne; et la partie du fond comprenant le chœur, la croisée et les deux bras de la croix, a toute la pesanteur de l'ancien gothique. Il faut croire qu'Arnolphe, dont le projet était de couvrir le milieu de la croisée par une grande coupole, croyait ne pouvoir jamais assez fortifier les pieds-droits qui devaient la soutenir. Cependant cette coupole n'était pas, à beaucoup près, aussi considérable que celle qui a été faite depuis par Bruneleschi. Tout l'édifice devait être compris sous la même hauteur de toit, c'est-à-dire, qu'elle ne devait pas être apparente à l'extérieur. Lorsqu'Arnolphe mourut, il n'y avait de fait que trois des arcs destinés à soutenir la coupole. Après sa mort, qui arriva en 1300, les ouvrages furent suspendus jusqu'en 1420. Ils furent repris sous la conduite de Bruneleschi; cet habile architecte, que l'on regarde avec raison comme le restaurateur de la bonne architecture, travaillait depuis vingt ans à un projet de coupole beaucoup plus considérable que celui d'Arnolphe. Après bien des contrariétés, il fut définitivement chargé de faire exécuter son projet. Pendant l'espace de vingt années qu'il fut occupé à la construction de cet édifice, il fit élever au-dessus des grands arcs, commencés par Arnolphe, la grande coupole qui existe, et la tour octogone qui la soutient, dont les faces sont percées de huit œils de bœufs, ou fenêtres circulaires, Les murs de cette tour ont 16 pieds d'épaisseur, la corniche qui la termine est élevée de 165 pieds 10 pouces; c'est sur cette corniche qu'est établie la fameuse coupole double qui couronne cet édifice.

La voûte extérieure a par le bas 7 pieds 4 pouces d'épaisseur, et celle du dedans

4 pieds 4 pouces; l'intervalle entre les deux coupoles est aussi de 4 pieds 4 pouces. Aux angles et vers le milieu des faces, on a construit des contreforts qui réunissent les deux voûtes. Le diamètre de la coupole intérieure est de 130 pieds entre les faces opposées, sa hauteur depuis le dessus de la corniche intérieure qui termine la tour, jusqu'à l'œil de la lanterne, est de 125 pieds. Cette voûte forme huit angles rentrans, et huit faces qui se rétrécissent à mesure de leur élévation, lesquelles se terminent à une ouverture de même forme que la base formant le vide intérieur de la lanterne. Le cintre de cette coupole est extrêmement surhaussé, c'est une espèce de voûte gothique, semblable à celle du dôme de Milan, qui fut faite à peu près dans le même temps.

Cette espèce de voûte est la plus aisée à exécuter; c'est pourquoi Bruneleschi s'était engagé à la construire sans cintre. Sa proposition parut si extraordinaire qu'on voulut le faire passer pour un fou. Il est étonnant que la construction de cette coupole ait fait tant de bruit dans un temps où il en existait déjà plusieurs, telles que celles de Sainte-Sophie de Constantinople, de Ravenne, de Saint-Marc de Venise, de la cathédrale de Pise; il est vrai qu'elles ne sont pas doubles, et qu'elles n'ont pas un si grand diamètre; mais d'un autre côté, on peut dire que l'exécution de cette dernière était plus facile, parce qu'elle s'élève tout simplement sur des murs droits sans pendentifs; d'ailleurs, sa construction est faite avec beaucoup d'art et d'intelligence. Bruneleschi y mit la plus grande attention : on peut même dire qu'il la porta jusqu'à l'excès. A la naissance des deux coupoles, dans l'espace pratiqué entre elles, il fit faire une forte armature en charpente formant une espèce de cercle, afin d'obvier à l'effet de la voûte contre le mur d'enceinte qui la soutient. Il avait cru cette précaution nécessaire, malgré sa grande épaisseur, qui, comme nous l'avons déjà dit, est de 16 pieds. Ce mur d'enceinte forme un polygone régulier, si bien lié par la construction, qu'indépendamment de l'armature, il était capable de résister à un effort bien supérieur à celui que peuvent produire les deux voûtes chargées du poids de la lanterne. Les désunions que l'on remarque dans toutes les coupoles, dont les points d'appui sont isolés, ou séparés les uns des autres, proviennent plutôt de l'inégalité du tassement que de l'effort des voûtes. Tous les cercles et les armatures ne peuvent point empêcher ces effets; mais il y a des circonstances où ils sont d'un grand secours, pour réunir des parties qui ont été désunies par un accident quelconque. Voyez ce qui a été dit à ce sujet, Tome III, pages 290 à 294.

Pl. 189.

PLANCHE CLXXXIX.

Coupole de Saint-Paul de Londres.

Cette coupole est, après celle de Saint-Pierre de Rome, la plus vaste et la plus magnifique qui ait été exécutée. Elle est placée au centre d'un superbe temple, commencé en 1670 et fini en 1720, sur les dessins et la conduite du chevalier Wréen, célèbre architecte anglais et mathématicien. Le plan de cet édifice est une espèce de croix, composée de quatre nefs; celle d'entrée et celle du fond sont fort longues, et les deux autres fort courtes. Toutes ces nefs ont des bas-côtés et des arcades, dont les piliers sont décorés de pilastres corinthiens du côté des nefs. C'est au milieu de ces quatre nefs que s'élève le dôme ou coupole. Son plan, par le bas, est un octogone régulier dont chaque face a 42 pieds de large; quatre de ces faces sont occupées par de grandes arcades formant l'ouverture des nefs. Le diamètre de ces arcades est de 37 pieds 6 pouces 6 lignes, sur 78 pieds d'élévation.

Les quatre autres arcades sont de même grandeur, mais elles ne sont que feintes; dans ces arcades on a pratiqué de grandes niches qui ont 26 pieds 3 pouces de diamètre, et 51 pieds 6 pouces d'élévation; le bas de chacune de ces niches est percé de deux arcades formant angle droit, dont la largeur est de 13 pieds 2 pouces, sur 36 pieds de haut. Ces arcades correspondent aux bas-côtés de deux nefs contiguës. Cette disposition ingénieuse procure des percés très-intéressans, c'est peut-être le plan de la coupole de Sainte-Marie-des-Fleurs de Florence qui en a fait naître l'idée; quoi qu'il en soit, on peut dire que cet arrangement est beaucoup plus heureux que celui à pans coupés que l'on a adopté dans presque toutes les coupoles modernes; il a de plus l'avantage de former une base plus solide, composée de huit points d'appui, au lieu de quatre, et d'avoir des pendentifs moins saillans.

A la coupole de Saint-Paul de Londres, les huit pendentifs rachètent un cercle dont le diamètre est plus petit que celui de l'octogone formé par les grands arcs et leurs pieds-droits, ce dernier étant de 101 pieds quatre pouces, tandis que celui du cercle est de 98 pieds 3 pouces.

Les pendentifs sont couronnés par un entablement complet, orné de consoles dont la hauteur est de 7 pieds 9 pouces.

La tour du dôme n'est pas érigée au-dessus du nu de la frise de cet entablement, comme il a été pratiqué dans les autres monumens de ce genre, mais à trois pieds et demi en arrière, en sorte que le bas de la tour a 105 pieds 4 pouces de diamètre; cette différence de trois pieds et demi est occupée par deux marches et un gradin sur lequel on peut s'asseoir; au-devant est un balcon en fer, posé sur la saillie de la corniche; le dessus de cette corniche est élevé au-dessus du pavé de 92 pieds 3 pouces.

La hauteur de la tour, depuis le dessus du gradin dont nous venons de parler, est de 58 pieds 9 pouces jusqu'à la naissance de la coupole intérieure. Le mur formant cette tour, au lieu d'être d'aplomb, est incliné à l'intérieur, de 4 pieds 8 pouces, c'est-à-dire d'environ le douzième de sa hauteur. Cette disposition, qui serait un vice dans les constructions ordinaires, fut imaginée par l'architecte, pour augmenter la résistance de cette tour contre les efforts réunis de la grande voûte intérieure, formant coupole, et de la tour conique qui porte la lanterne.

L'intérieur de la tour du dôme est décoré d'un stylobate continu, sur lequel s'élève un ordre de pilastres corinthiens, espacé également et couronné d'un entablement complet. Les trente-deux espaces égaux, entre les pilastres, sont occupés par vingt-quatre croisées et huit grandes niches. L'extérieur offre une colonnade circulaire composée de trente-deux colonnes engagées, aussi d'ordre corinthien; ces colonnes sont de même espacées également et répondent aux pilastres de l'intérieur : elles sont unies au mur de la tour par le moyen de huit massifs, dans lesquels sont pratiqués des vides circulaires pour des escaliers et des passages; dans chacun des espaces égaux, compris entre ces massifs, se trouvent trois entre-colonnemens, dont les colonnes sont réunies à la tour par des murs servant d'éperon; ces murs sont percés d'arcades, afin de pouvoir faire le tour du dôme à l'extérieur. Cet arrangement produit, tant à l'intérieur qu'à l'extérieur, une décoration régulière et une construction extrêmement solide, capable de résister à tous les efforts de la coupole et de la tour conique qui porte la lanterne. La colonnade extérieure est couronnée d'un entablement complet avec une corniche à mutules, surmontée d'une balustrade, derrière laquelle est une terrasse dont la largeur est formée par le reculement de l'attique; cette largeur est de 12 pieds pris en dedans de sa balustrade.

Au-dessus de l'ordre intérieur s'élève la grande voûte en coupole, dont le diamètre, pris à sa naissance, est de 96 pieds sur 51 pieds d'élévation de cintre, qui, par conséquent, est surhaussé d'environ 3 pieds. Le sommet de cette voûte est percé d'une ouverture circulaire, dont le diamètre est de 19 pieds; autour de cette ouverture règne une plate-forme de 6 pieds de large entourée d'un double balcon; le mur circulaire, qui forme l'attique à l'extérieur, répond au mur intérieur de la tour; la hauteur de cet attique, depuis le dessus de la balustrade jusqu'au-dessous de la corniche qui le termine, est de 21 pieds; il est percé de trente-deux fenêtres carrées, ornées de chambranles, avec des pilastres entre, formant contre-forts.

Au-dessus de cet attique sont deux gradins qui supportent le galbe de la coupole extérieure. Ce galbe est formé par une charpente couverte en plomb; il est décoré des côtes saillantes et arrondies en forme de godrons. Cette coupole finit par un amortissement qui va joindre le bas de la lanterne, et qui forme, en dessus, un balcon circulaire élevé de 258 pieds au-dessus du pavé intérieur.

La partie du bas de la lanterne est composée d'un stylobate qui a 8 pieds et demi de haut ; celle au-dessus est décorée d'un ordre corinthien élevé sur un socle, et couronné de son entablement ; le tout a 18 pieds de hauteur. L'attique au-dessus a 11 pieds et demi, il est surmonté d'une petite coupole en charpente ; ces quatre parties sont sur un plan octogone, avec quatre avant-corps saillans. Le diamètre intérieur est de 11 pieds, et celui de l'extérieur au droit des avant-corps, est de 20 pieds.

La petite coupole en charpente a 12 pieds d'élévation jusqu'au-dessus de son amortissement ; le piédouche au-dessus a 8 pieds, la boule 6 pieds de diamètre, et la croix 12 pieds ; en sorte que la partie apparente de la lanterne a en tout 76 pieds de hauteur, depuis le dessus du balcon jusqu'à l'extrémité de la croix, ce qui fait 334 pieds d'élévation depuis le pavé de l'église.

La lanterne est soutenue à l'intérieur par une espèce de tour conique, terminée par une voûte sphérique.

Cette tour commence à la hauteur de la balustrade extérieure à cet endroit ; elle est unie à la grande coupole intérieure ; elle ne commence à s'en dégager qu'à 8 pieds au-dessus. La hauteur perpendiculaire de cette tour est de 81 pieds 6 pouces, le mur circulaire qui la forme est incliné à la verticale de 24 degrés ; son diamètre, par le bas, est de 94 pieds, pris extérieurement, et de 32 pieds à la naissance de la voûte qui termine cette tour. Ce mur n'a qu'un pied et demi d'épaisseur ; il est construit en briques avec des assises en pierre de taille formant cercle, et retenu par des chaînes de fer.

La voûte sphérique qui termine cette tour au-dessous de la lanterne est percée à son sommet d'une ouverture circulaire de 8 pieds de diamètre, et de huit croisées demi-rondes, qui reçoivent leur jour de l'extérieur, au travers de la charpente du dôme.

Le mur de la tour conique est élégı par quatre rangs de fenêtres qui éclairent l'intérieur de la charpente ; le bas de cette tour est contrebutté par trente-deux murs en éperons tendant au centre, ils sont compris entre le mur de l'attique qui est au-dessus de la colonnade extérieure et le mur de ladite tour.

Les éperons servent aussi d'empatement pour porter l'enrayure de la charpente du dôme. Cette charpente est composée de trente-deux demi-fermes, appuyées d'un côté sur l'extérieur de la tour conique, et portant de l'autre une courbe pour former le galbe du dôme ou la coupole extérieure. Il résulte de cet arrangement, que tout le poids de cette charpente et du plomb dont elle est recouverte, sert à contre-venter la tour conique. Hors cette charpente, tout le reste de l'édifice est construit en briques et revêtu de pierre de Portland. Cette pierre, qui est blanche, est presque aussi dure que le marbre

Le détail que nous venons de faire de la coupole de Saint-Paul de Londres, prouve que le savant architecte qui l'imagina et qui dirigea sa construction, chercha à lui procurer, indépendamment de la beauté des formes, toute la solidité dont un monument de ce genre pouvait être susceptible : 1°. en établissant la tour du dôme sur huit piliers au lieu de quatre, afin de diminuer le porte-à-faux des pendentifs; 2°. en érigeant l'intérieur de cette tour en arrière des pendentifs, et en surplomb dans son élévation, afin de contre-balancer l'effort des voûtes, par celui avec lequel la tour tend à l'intérieur, tant par sa masse que par cette disposition; 3°. en la fortifiant par des massifs et des contre-forts; 4°. en établissant cette tour conique, pour porter la lanterne en pierre, dont le poids lui avait paru trop considérable pour hasarder de la construire sur une double coupole en maçonnerie d'un aussi grand diamètre; 5°. en faisant usage de tous les moyens capables de fortifier, entretenir et contre-venter les endroits où devaient se faire les plus grands efforts.

On ne peut cependant s'empêcher d'observer que le chevalier Wreen aurait pu, au lieu de la tour conique, faire usage d'une voûte surhaussée, pour éviter le pli vicieux qui se forme à la rencontre du mur intérieur de la tour du dôme, avec celui de la tour conique. A l'endroit de ce pli il doit se faire un effort beaucoup plus considérable que celui d'une voûte surhaussée circulaire, elliptique ou parabolique.

On aurait pu aussi se passer de charpente pour former le galbe extérieur du dôme, en construisant une voûte légère, dont l'épaisseur aurait été en diminuant depuis le bas jusqu'au sommet, comme on a fait pour le dôme de la nouvelle église de Sainte-Geneviève.

PLANCHE CLXXXXV. Pl. 195

Figures 46 et 47. Plans et coupe de la loge publique du palais de Brescia. Cet édifice, peu important en lui-même, mérite néanmoins d'occuper une place dans l'histoire de l'art, à cause des discussions qui s'élevèrent, au sujet de sa solidité, quelques années après que la construction en fut terminée. La lecture des diverses opinions émises dans cette circonstance offre aujourd'hui un grand intérêt, en ce qu'elle contribue à fixer l'esprit sur l'état de plusieurs points de doctrine, à une époque où, sous un autre rapport, l'architecture était parvenue à un si haut degré de perfection.

Parmi les questions soulevées par la sollicitude publique, la plus intéressante est, sans contredit, celle qui avait rapport à la solidité des voûtes. Il s'agissait d'abord de décider si les piliers sur lesquels reposent les murs de l'édifice avaient une force et une grosseur suffisantes pour supporter et maintenir convenablement le poids dont ils étaient chargés. En second lieu, on désirait savoir si les voûtes qui portent sur ces piliers et sur les quatre colonnes qui sont au milieu de la loge n'étaient pas en danger de s'écrouler. Nous nous bornerons à rapporter ici l'avis qui fut donné par le célèbre Andrea Palladio, l'un des architectes consultés [1].

« A l'égard des pieds-droits, dit-il, nous dirons qu'il est évident, pour tout archi
» tecte expérimenté, qu'un bâtiment quelconque, établi sur des pieds-droits qui
» ont en grosseur le tiers du vide des arcs qui les séparent, a toute la solidité
» convenable pour qu'on puisse lui assurer une longue durée; mais si, au lieu du
tiers, cette dimension était portée à la moitié du même espace, on pourrait
» alors, en toute sécurité, garantir à une pareille construction une durée à l'é-
» preuve de tous les âges. Et comme les pieds-droits sur lesquels reposent les murs
» du palais de la loge de Brescia, sont précisément établis sur cette dernière pro-
» portion, on ne saurait donc mettre en doute qu'ils n'aient la force nécessaire
» pour maintenir la charge qu'ils ont à porter, d'autant plus encore que cette
» charge est plus grande à l'intérieur qu'à l'extérieur des murs, disposition la
» plus favorable de toutes, et qui contribue puissamment à la solidité des
» édifices.

» Relativement aux voûtes intérieures qui portent sur ces pieds-droits et sur les
» colonnes du milieu, il nous semble que l'architecte leur a donné une proportion
» convenable, et que l'appui qu'elles trouvent contre des pieds-droits d'une aussi
» forte dimension est plus que suffisant pour contenir l'effort qu'exerce sur les
» parties inférieures cette portion d'arc qui forme le sommet, et qui tend con-
» stamment à descendre dans une voûte. Mais, pour qu'un pareil effet fût à crain-
» dre, il faudrait d'abord admettre que ce segment pût se redresser, ce qui ne
» pourrait avoir lieu sans que les murs ne fussent poussés au dehors au moins
» d'une demi-brasse (ce qui fait un quart pour chaque côté), et conséquemment
» avec eux, tout le poids dont ils sont chargés. Il arriverait donc que l'effort du
» moindre poids (qui est ici celui de cette portion d'arc avec les personnes
» qui pourraient se trouver dessus), surmonterait celui d'un plus considérable,
» résultant de l'ensemble des pilastres, des murs qu'ils supportent et du toit qui
» couvre l'édifice; ce qui paraît bien évidemment impossible : en un mot, qu'un
» poids moindre pût imprimer un mouvement à un poids beaucoup plus fort. On
» voit par-là jusqu'à quel point l'appréhension de la chute de ces voûtes peut être
» fondée. »

Figure 48. Forme à donner à l'extrados d'une voûte sphérique, d'après Palladio. Cette Figure, tirée des Commentaires de Daniel Barbaro, sur les dix Livres de

[1] Voyez Memorie intorno alle publiche fabriche piu insigne della cita di Brescia, raccolte da Baldassare Zamboni, archiprete di Calvisano. Brescia, 1778.

l'Architecture de Vitruve, est indiquée par B. Zamboni comme une application des règles proposées à ce sujet par A. Palladio lui-même, dans la consultation qui lui fut demandée, relativement à la construction du dôme de Brescia [1].

« Voici, dit ce célèbre architecte, sur quelles données devra être établi le profil » de la coupole : sa plus forte épaisseur sera au droit de l'imposte; de là l'exté- » rieur sera érigé verticalement jusqu'à la hauteur du quart de son diamètre. Cette » disposition a l'avantage d'augmenter sur ce point l'effort de la pression verti- » cale, et de maintenir ainsi plus solidement la voûte à sa naissance. Au-dessus » de ce mur, l'épaisseur de la voûte ira en diminuant jusqu'au pied de la lanterne, » afin d'alléger, autant que possible, la charge en cet endroit : les hauteur et lar- » geur de la lanterne seront déterminées par les extrémités d'un triangle équila- » téral, construit sur le diamètre de la coupole, ainsi que le dessin l'indique; les » gradins qui rachètent à l'extérieur la naissance de la voûte au-dessus du mur » érigé sur l'imposte, ajoutent encore à la solidité, parce que le poids de leur » masse retombe précisément dans la largeur du plan sur lequel la coupole est » assise. Au reste, cette construction, quoique simple et sans ornement, pré- » sente d'elle-même la décoration la plus satisfaisante. »

PLANCHES CLXXXXVI, CLXXXXVII ET CLXXXXVIII. Pl. 196,197,198.

Détail de la construction du dôme de l'église de Sainte-Geneviève.

Nous avons ci-devant expliqué la manière dont les piliers du dôme ont été construits jusqu'à la troisième assise au-dessus de l'entablement de l'ordre intérieur; nous allons actuellement continuer le détail des constructions supérieures. Les travaux de cette partie ne furent repris qu'en 1776; pendant cette campagne, on a voûté les quatre grandes arcades qui font la communication du dôme avec les nefs, et les quatre pendentifs qui rachètent la forme circulaire de l'intérieur de la tour. Toute cette partie a été exécutée en pierres dures et posée avec soin; les lits et joints n'ont pas été démaigris, mais seulement piqués, tous les remplissages ont été posés sur mortier. L'appareil a été dirigé de manière que les voussoirs des arcs se raccordent avec ceux des pendentifs, et que les efforts qui résultent de ces deux espèces de voûtes tendent à se détruire.

Chacune des arcades, dont il vient d'être question, est composée de deux arcs de diamètres différens, mais concentriques, l'un a 2 pieds 8 pouces 9 lignes d'épaisseur apparente, et l'autre 2 pieds 9 pouces 6 lignes, ce qui fait, pour l'épaisseur entière de l'arcade, 5 pieds 6 pouces 3 lignes.

Le premier arc répond aux pilastres qui forment l'extrémité des piliers du

[1] Voyez l'appendice de l'ouvrage de Zamboni, déjà cité.

dôme, et le second aux colonnes engagées attenantes à ces pilastres. Par cette disposition, il est aisé de voir (N^{os}. 25 et 26, Planch. CLXXXXVI et CLXXXXVII) que les pieds-droits du premier arc sont fortifiés dans toute leur étendue par les massifs dont ils font partie, au lieu que les colonnes engagées, sous lesquelles retombe l'autre arc, ne correspondent à ces massifs que sur une largeur de 11 pouces, d'où il résulte derrière ces colonnes un porte-à-faux de 22 pouces et demi racheté par des encorbellemens.

Le motif qui a fait étendre l'épaisseur des arcades au delà du nu des piliers, était de décorer l'intérieur de la tour par une ordonnance de colonnes, en retirant le mur de la tour 3 pieds 4 pouces plus loin que le nu intérieur (Voyez les N^{os}. 42 et 43 des Planches CLXXXXVI et CLXXXXVII). L'épaisseur de ce mur ayant été réglé à 3 pieds 3 pouces, il aurait fallu, pour établir le bas de la tour du dôme, que l'épaisseur des arcades eût 6 pieds 7 pouces, au lieu de 5 pieds 6 pouces 3 lignes; mais comme l'épaisseur de 6 pieds 7 pouces n'était nécessaire que vers le milieu de l'arc, on l'a complété par quatre encorbellemens, dont le dernier forme une portion d'assise circulaire Tel est le soubassement sur lequel est érigé l'intérieur du dôme (3^{e}. plan, Planche CLXXXXVI); il offre en plan un massif carré en dehors et circulaire en dedans. Le N°. 34 indique la partie d'arc qui répond au massif des piliers; le N°. 35, celle qui retombe sur les colonnes engagées N°. 12 : on a indiqué, par le N°. 36, la saillie en segment de cercle, rachetée par les encorbellemens exprimés à la Planche CLXXXXVII, N°. 103.

Les angles extérieurs de ce soubassement, répondans au-dessus des piliers du dôme, sont fortifiés par quatre arc-boutans, qui prennent leur naissance aux angles opposés, formés par la réunion des murs de face.

Un de ces arcs-boutans est indiqué dans le 3^{e}. plan de la Planche CLXXXXVI, par le N°. 38 : on voit que, pour embrasser une plus grande partie de l'angle des murs extérieurs, on a formé deux branches circulaires, indiquées par le N°. 39, qui se raccordent avec ces murs cotés 19. Outre cela, l'angle rentrant extérieur se trouve fortifié par un pan coupé marqué 18.

On voit, sous le même N°. 39, la manière dont ces branches se raccordent avec les murs, et se terminent en dessus au 4^{e}. plan de la Planche CLXXXXVI et à la Figure 1 de la Planche CLXXXXVIII.

Le N°. 38 de la Figure 2 de la Planche CLXXXXVII indique la coupe d'un des arcs-boutans.

Pour soutenir le premier soubassement de l'extérieur du dôme (Voyez le N°. 37 des Planches CLXXXXVI et CLXXXXVIII), on a construit quatre grands arcs, dont le diamètre a 95 pieds 5 pouces, sur 31 pieds 10 pouces 6 lignes d'élévation de cintre. Ces arcs, dont la courbure est formée par la chaînette, prennent leur naissance aux mêmes angles que les arcs-boutans (N°. 19, Planche CLXXXXVI), mais à 10 pieds 6 pouces plus bas; ils sont, pour ainsi dire, un prolongement des murs extérieurs qui leur servent de buttée ; ils forment autour du soubassement de la tour du dôme un carré, dont les angles intérieurs sont occupés par quatre grands pendentifs qui rachètent la forme circulaire, afin de soutenir le stylobate qui supporte la colonnade extérieure. Les arcs-boutans dont il vient d'être parlé traversent le milieu de ces pendentifs qui se prolongent en voûte rampante, jusque contre les faces extérieures du soubassement intérieur. Les parties qui répondent au milieu de ces arcs sont élégies par deux lunettes qui se croisent en voute d'arête.

On a fait choix de la chaînette pour la courbe des grands arcs et des pendentifs qu'ils renferment, parce que c'est celle qui convient le mieux aux voûtes, qui, comme celle-ci, ne sont faites que pour servir de moyen de construction, et parce que cette espèce de cintre formant, avec les pieds-droits, un angle de 141 degrés, renvoie une grande partie de sa charge sur la longueur des murs de face.

Le N°. 37 indique, dans toutes les Planches, le développement de ces arcs, et leur position par rapport aux soubassemens intérieur et extérieur, et aux murs de face, ainsi qu'on peut le voir aux 3e. et 4e. plans de la Planche CLXXXXVI, et aux Figures 1 et 2 de la Planche CLXXXXVII.

La Figure 1 de la Planche CLXXXXVIII exprime, sous le N°. 37, la face de la moitié d'un de ces arcs avec l'appareil. Il est bon d'observer que, vers les flancs, une partie des coupes sont brisées de manière à diminuer encore la charge de l'angle où ils prennent naissance. Cette précaution était d'autant plus nécessaire que, lors de leur construction, ils étaient évidés par le bas pour former un dégagement circulaire, et, au-dessus, par une double croisée qui répondait au pan coupé extérieur.

Le N°. 37 de la Fig. 2 de la même Planche fait voir la réunion de deux de ces arcs, à leur naissance, et le pendentif qu'ils renferment, coté 40, avec l'appareil. Le N°. 39 indique la coupe d'un des arcs-boutans à l'endroit où il traverse ce pendentif.

Au-dessus de la partie de voûte, formée par le prolongement des pendentifs, règne une première galerie circulaire, formée d'un côté par le mur de la tour du dôme qui prend extérieurement la forme ronde à cette hauteur, et de l'autre par le mur du stylobate rond de l'extérieur. On a voûté cette galerie en arc rampant, afin de contreventer le mur du dôme; et, pour élégir le mur du stylobate qui porte sur les pendentifs, on a pratiqué des renfoncemens en arcades, qui forment lunettes dans la voûte rampante.

Dans le mur de la tour du dôme sont percées douze portes, avec des marches pour communiquer à autant de tribunes pratiquées entre les bases des colonnes qui décorent l'intérieur du dôme, et dont il a déjà été question.

Cette galerie est divisée en quatre parties par des massifs érigés au-dessus des piliers du dôme; dans chacun de ces massifs on a pratiqué un escalier circulaire pour monter aux parties supérieures du dôme; ces escaliers sont en vis à jour;

les marches portent leur limon, lequel est profilé pour servir de main courante; ledessous des marches forme une surface, suivant le rampant des marches.

Dans le 4e. plan, et dans les coupes de la Planche CLXXXXVII, les Nos. 45 indiquent deux parties de ces galeries; 41 désigne les massifs, 44 les escaliers pratiqués dedans; le mur circulaire du dôme, érigé à 3 pieds 3 pouces d'épaisseur, est indiqué par le No. 42; 46 indique les portes par lesquelles on communique aux tribunes de l'intérieur, désignées par les Nos. 47.

Le 5e. plan de la Planche CLXXXXVI fait voir la disposition des colonnes qui décorent l'intérieur et l'extérieur du dôme avec les pérystiles. Dans ce plan, ainsi que dans les coupes de la Planche CLXXXXVII, 41 indique les massifs audessus des piliers du dôme; 42 l'épaisseur des murs derrière les colonnes; 43 les colonnes de l'intérieur; 44 les escaliers dans les massifs; 47 les tribunes intérieures. Dans la partie cotée 48, il ne se trouve pas de tribune. Les Nos. 97 indiquent les croisées qui éclairent la tour du dôme; 98 sont des croisées feintes qui répondent aux massifs et aux piliers du dôme; les colonnes du péristyle extérieur sont désignées par le No. 50, et 55 indique le sol de ce péristyle : on voit dans la coupe, Figure 1 de la Planche CLXXXXVII, le profil de la gargouille qui conduit les eaux, et celui du trottoir qui règne entre les socles des colonnes.

Les colonnes extérieures du dôme ont été construites en pierre dure jusqu'audessus de l'astragale; on leur a donné 18 lignes de fruit à l'intérieur, afin de leur procurer plus de solidité pour soutenir l'entablement et la balustrade qui les couronne. Le mur de la tour du dôme, depuis le dessus de l'appui des croisées, est construit en pierre de Conflans, ainsi que les colonnes de l'intérieur. Toutes les pierres ont été posées sans démaigrissement, et sur des calles de plomb susceptibles de suivre l'affaissement du mortier.

Dans l'épaisseur de l'entablement intérieur, au-dessus du vide de chaque croisée, on a pratiqué des évidemens indiqués dans les coupes de la Pl. CLXXXXVII, par la lettre V.

Les chapiteaux des colonnes extérieures sont en pierres de Conflans, ainsi que l'entablement jusqu'à la cymaise, laquelle est en pierre dure, ainsi que la balustrade au-dessus.

Les architraves sont exécutées dans le même système de celle du portail et des nefs de l'intérieur, avec une double rangée de T, dans les joints des claveaux, enfilés dans des barres formant chaînes, indépendamment de celle du milieu qui se réunit aux axes des colonnes; de plus, le milieu de ces plates-bandes est soutenu par des étriers, arrêtés avec des ancres dans les premiers voussoirs des arcs formant élégissemens au-dessus.

La voûte plate qui forme le plafond du péristyle est aussi en pierre de Conflans, appareillée par rangs de claveaux concentriques au mur du dôme; au-dessus sont des doubles tirans qui réunissent fortement cette voûte au mur de la tour.

La galerie circulaire, pratiquée au-dessus, dans la hauteur de l'entablement (Voyez les Nos. 51, 56, 59 de la Planche CLXXXXVII), est voûtée en arc rampant avec des lunettes, formées par le prolongement des arcs en élégissement au-dessus des plates-bandes. Comme cette voûte est située sous une terrasse, on l'a construite en pierre de Vergelé. Elle est traversée par des doubles tirans, disposés en forme de V, de manière que, du côté des lunettes, ils répondent à deux ancres et à un seul du côté du dôme.

Le mur du dôme est élégi par des renfoncemens voûtés en arcades, dont le fond se raccorde avec le bas de la première coupole intérieure. Ce fond, qui a très-peu d'épaisseur, forme en plan une courbe circulaire opposée à celle de l'intérieur du dôme; les pierres de chaque assise sont taillées en double coin, de manière à reporter l'effort de la coupole sur les massifs qui séparent les arcs.

Ces renfoncemens sont indiqués dans le 6e. plan de la Planche CLXXXXVI, et dans les coupes de la Planche CLXXXXVII, par les Nos. 57 et 58.

La première coupole intérieure prend sa naissance à 18 pouces au-dessus du sol de cette galerie, elle est construite en pierre de Conflans, par assises horizontales, et extradossée depuis le sol des croisées de l'attique, où se trouve une espèce de plate-forme, divisée en quatre parties par autant d'escaliers placés au-devant d'une des croisées, et qui répondent à ceux pratiqués dans les massifs au-dessous.

Dans le 7e. plan de la Planche CLXXXXVI, et dans les coupes de la Planche CLXXXXVII, cette première coupole est indiquée par le No. 65; 66 désigne un petit trottoir pratiqué autour de l'œil de cette voûte, afin de procurer, de là, la vue de l'intérieur: on y arrive par un petit escalier pratiqué sur l'extrados de la voûte.

Le No. 67 indique l'épaisseur de l'appui, coupé au-dessous de la corniche, et 68 le dessus de cette corniche qui termine l'ouverture de l'œil.

64 fait voir la plate-forme qui règne autour des croisées de l'attique, au bas de la coupole; 96 indique ces croisées.

63 désigne les escaliers: 42 indique le mur de l'attique, qui est la continuation de celui de la tour du dôme, et qui, depuis son érigement, conserve sa même épaisseur. Les parties cotées 62, qui sont plus épaisses, comprennent les premières retombées de la voûte intermédiaire, dont l'objet était de porter la lanterne, et, par suite, le couronnement qui termine le dôme.

Dans la partie de ce plan qui indique le dessus de la terrasse qui couvre a colonnade extérieure du dôme, le No. 69 indique les dalles à recouvrement formant gradins, et 70 les chevrons en pierre d'une seule pièce qui recouvrent les joints montans; les Nos. 71 indiquent les tuyaux de descente, 72 la rigole en pierre, où viennent se rendre les eaux, 73 le trottoir qui règne autour de la balustrade, et 74 le dessus de cette balustrade.

La voûte intermédiaire prend sa naissance au-dessous du sol de la plate-forme qui règne en dedans des croisées de l'attique; son diamètre intérieur, à cet endroit, est de 65 pieds 8 pouces, et sa hauteur jusque sous la clef, de 47 pieds. Cette voûte devant être chargée, à son sommet, d'un poids considérable, et de plus extradossée, on a fait choix de la chaînette pour la courbure de son cintre, comme étant celle qui convenait le mieux dans cette circonstance.

Pour éclairer la partie intérieure de cette voûte, sur laquelle devait être peinte une apothéose dans un ciel lumineux [1], on a ouvert sa partie inférieure par quatre grandes lunettes de 35 pieds de haut sur 29 pieds de largeur par le bas. Chacune de ces lunettes répond à trois croisées de l'attique, ce qui produit à l'intérieur une très-grande lumière.

Il était nécessaire de fortifier les parties inférieures de cette voûte, affaiblies par ces grandes lunettes ; pour y parvenir, on a formé des jouées qui les retiennent avec le mur de l'attique, et des balcons placés à la hauteur de la naissance de la coupole extérieure. Ces balcons, qui forment voussure en dessous, se raccordent par des parties circulaires avec les lunettes environ à moitié de leur hauteur ; par ce moyen, les parties inférieures de voûte, entre les lunettes, se trouvent réunies avec autant de solidité que s'il n'y avait pas d'interruption entre elles, et que si les lunettes n'étaient ouvertes que du dessus du sol de ces balcons.

La voûte intermédiaire est toute construite en pierre de Conflans, et appareillée par assises horizontales; les parties pleines entre les lunettes répondent aux piliers du dôme. A partir du sol des balcons dont il vient d'être parlé, on a établi sur l'extrados de cette voûte deux rampes d'escaliers opposées, qui conduisent sur la plate-forme pratiquée au-dessus du sommet de cette voûte. Ces escaliers, qui sont en pierres dures, servent en même temps de contre-forts; ils se raccordent par le bas à un palier, soutenu par une double rampe; aux deux autres endroits où il ne se trouve pas d'escalier, l'extrados est fortifié par une côte saillante qui a la même largeur.

Sur la plate-forme qui termine cette voûte est érigée une tour circulaire, soutenue dans le bas par huit arcades. On a pratiqué dans l'intérieur un grand escalier à jour, qui conduit au balcon placé autour du piédestal extérieur, et dans le petit observatoire pratiqué à l'intérieur [2].

La grande coupole extérieure est construite en pierre de Vergelé; elle est élégie à l'intérieur par des évidemens en forme de niches, il s'en trouve quatre rangs,

[1] Voyez Tome II, page 173.

[2] Les calculs relatifs à l'application de la théorie de l'auteur aux voûtes du dôme de Sainte-Geneviève (rapportés pages 308—312), ayant été établis sur l'état dans lequel se trouvait ce monument à l'époque où cette description a été publiée (1797), nous nous sommes abstenus de tous changemens dans le texte et dans les Figures. Le piédestal dont il est ici question était destiné à supporter une figure en bronze, de 25 pieds de hauteur, représentant la Renommée; il remplaçait la lanterne construite sur les dessins de G. Soufflot, et qui fut détruite au moment même où elle venait d'être achevée. Depuis, les choses ont été remises dans leur état primitif.

formés chacun par seize niches ; la largeur de ces niches est double de celle des côtes qui les séparent, et leur profondeur est égale à la moitié de l'épaisseur de la voûte. L'appareil de cette voûte est fait avec beaucoup de soin ; la fermeture des niches mérite d'être remarquée.

A quatre pieds environ au-dessus du sol du balcon intérieur qui règne au bas de cette voûte, on a pratiqué, dans le milieu de chaque renfoncement du premier rang de niches, des jours ou petites fenêtres, de chacune 2 pieds de largeur, sur 10 pouces de haut. Ces fenêtres, placées à la hauteur de l'œil, sont autant de cadres qui renferment des vues intéressantes.

Le plomb qui recouvre la partie extérieure de cette voûte est disposé par bandes horizontales, de manière que les intervalles entre les côtes sont recouverts d'une lame d'une seule pièce, de même que les côtes. Ces lames se raccordent, dans les angles formés par les côtes, autour d'une tringle de fer qui y est scellée ; elles sont soutenues dans le bas par des crochets de fer plats scellés en mastic ; par le haut, elles sont arrêtées avec des clous à larges têtes forgés exprès ; ces clous se trouvent cachés par le recouvrement de chaque bande horizontale, qui est d'environ 6 pouces.

Les Numéros des 8^{e} et 9^{e}. plans de la Planche CLXXXXVI, et ceux correspondans des coupes de la Planche CLXXXXVII, indiquent les différentes parties dont il vient d'être parlé ; ainsi, le N°. 75 désigne la forme en plan des élégissemens et côtes pratiqués dans la coupole extérieure ; 75 est le chaîneau qui règne au bas ; 78 les petits jours placés dans le bas de la voûte ; 79 le balcon intérieur qui sert à contre-butter les parties inférieures de la voûte en chaînette ; 80 est la partie supérieure de cette dernière voûte ; 81 sont les piliers des arcades érigés au-dessus du sommet de cette voûte ; 82 est le sol de la plate-forme qui supporte l'escalier pour monter au balcon extérieur ; 83 indique les côtes de la grande coupole, et 84 les intervalles ; 85 est le balcon autour de l'acrotère qui termine le dôme ; 88 la petite coupole ; 87 les gradins autour ; 89 le petit observatoire pratiqué dans l'intérieur de l'acrotère, et 90 les petites fenêtres qui l'éclairent.

FIN DES NOTES ADDITIONNELLES.

TABLE DES MATIÈRES.

SOMMAIRE DU NEUVIÈME LIVRE

DU TRAITÉ DE L'ART DE BATIR.

PAGES

ART DE BATIR, NÉ DE L'UNION DE LA THÉORIE ET DE LA PRATIQUE. — Erreur de ceux qui n'ont considéré cet art que dans l'une ou l'autre de ces parties. — Aberrations de la pratique et de la théorie, corrigées par l'expérience. — Résultats théoriques, considérés comme des solutions conditionnelles toujours subordonnées aux circonstances matérielles des constructions. — Définition du mot *théorie*. — Son sens, dans Vitruve, s'applique bien plus à l'art qu'à la science. — Développement du sens de ce mot, d'après l'auteur, relativement à l'art de bâtir. . . 1—4

PREMIÈRE SECTION.

Principes de mécanique.

CHAPITRE PREMIER.

DU PARALLÉLOGRAMME DES FORCES

DÉFINITION DE LA MÉCANIQUE. — Tous les efforts obliques peuvent se décomposer en deux autres, dont un vertical et l'autre horizontal, en prenant leur direction pour la diagonale d'un parallélogramme rectangle. — Réunion de deux puissances en une seule, en prenant pour son expression la diagonale du parallélogramme dont ces puissances formeraient les côtés contigus. . . . . . 5—8

CHAPITRE DEUXIÈME.

DES LEVIERS.

DISTINCTION DE TROIS ESPÈCES DE LEVIERS. — Dans les leviers de la première espèce, l'appui est entre la puissance et le poids. — Le levier de la seconde espèce est celui où le poids est placé entre l'appui et la puissance. — Dans le levier de la troisième espèce, la puissance est placée entre le poids et l'appui, et la puissance et le poids s'y trouvent agir en sens contraire . . . . 9—11

CHAPITRE TROISIÈME.

DU CENTRE DE GRAVITÉ.

PAGES.

DÉTERMINATION DU CENTRE DE GRAVITÉ. — Connaissance du centre de gravité nécessaire pour parvenir à évaluer la résistance, les efforts et le degré de stabilité d'une partie d'édifice. — Du centre de gravité des lignes. — Du centre de gravité des solides. — Du centre de gravité des solides irréguliers. . . . . 12—20

CHAPITRE QUATRIÈME.

DU PLAN INCLINÉ.

DÈS QU'UN PLAN CESSE D'ÊTRE HORIZONTAL, LES SOLIDES POSÉS DESSUS TENDENT A GLISSER, A ROULER OU A CULBUTER. — Inclinaison des plans sur lesquels la pierre de liais et les marbres polis commencent à glisser. — Méthode pour trouver la force qu'il faut pour soutenir un corps rond sur un plan incliné. — Moyen pour parvenir à évaluer cette résistance, connue sous le nom de *frottement*, qui résulte de la rudesse ou aspérité des surfaces, tant du plan incliné que de la base des solides. — Solide soutenu par deux plans, le second plan faisant l'office de la puissance qui le soutiendrait en équilibre sur le premier. . . . . 21—23

DEUXIÈME SECTION.

Mouvement des matériaux.

CHAPITRE PREMIER.

DES MACHINES A TRANSPORTER LES FARDEAUX.

ARTICLE PREMIER.

DU LEVIER. — Le levier est la plus simple de toutes les machines. — Dans l'état d'équilibre du levier, la puissance doit être au poids en raison inverse de leur distance au point d'appui. — Action du levier appliqué aux treuils pour les faire tourner. — Dans toutes sortes de machines, la puissance est toujours au poids ou à l'effort produit, en raison des espaces parcourus. . . . . 24—25

ARTICLE II.

DU CABESTAN. — Noms divers de cette machine chez les anciens et chez les modernes. — Usage du cabestan pour élever et transporter les plus grands fardeaux. — *Le cabestan devrait toujours être préféré quand il s'agit d'élever de grands fardeaux, parce que les hommes qu'on y emploie ne courent aucun danger.* — Différens modèles de cabestans. — Observation sur les dangers qui

PAGES

résultent de la nécessité de faire *choquer* le câble dans les cabestans ordinaires. — Cabestans en usage à Rome, exempts de cet inconvénient. — Description d'un moyen imaginé par M. Cardinet, ingénieur-géographe, pour parvenir au même résultat. — Du frottement des cordes entortillées autour des treuils ou cylindres. . . . . 26—32

ARTICLE III.

Des poulies et des moufles. — Poulies fixes employées pour changer la direction de l'effort de la puissance. — Poulies mobiles attachées au fardeau dont elles suivent le mouvement. — Moufles ordinaires, composés de deux chapes, garnis chacune de trois poulies. — Inconvéniens attachés à leur emploi. — Moufles composés de deux chapes garnies chacune de neuf poulies. — Avantages présumés de cette combinaison, diminués par le frottement et la quantité de cordage qu'il faut pour la faire agir. — Moufles composés de chapes à deux poulies. — Avantages qu'elles ont sur les précédentes. — Moufles composés de deux chapes en fer garnies, celle du haut de quatre poulies, et celle du bas de trois poulies de même diamètre. — Évaluation du frottement dans cette combinaison. — Combinaison de poulies de même diamètre pour enlever les fardeaux d'une certaine longueur. — Règles pour déterminer l'épaisseur des poulies et la grosseur de leur axe en raison de leur diamètre, la largeur de la chape qui doit les contenir, et la charge qu'elles peuvent porter, depuis 5 pouces jusqu'à 25 pouces de diamètre. . . . . 33—40

ARTICLE IV.

Des cordages considérés par rapport a leur fabrication. — Les cordages les plus en usage pour la construction des bâtimens sont : *la ligne, les cordages à main, la vingtaine, les haubans, les chableaux, les câble et les brayés.* — Épreuves faites sur les quatre câbles les plus forts qui ont servi pour la construction du dôme de Sainte-Geneviève. — Manière d'évaluer la force des cordages de différentes grosseurs. — Table *de la force moyenne et réduite des cordes, en raison de leur diamètre.* . . . . 40—44

CHAPITRE DEUXIÈME.

DES MACHINES A ÉLEVER LES FARDEAUX.

ARTICLE PREMIER.

Description du polyspastos et du trispastos des anciens, d'après Vitruve. — Chèvre moderne maintenue par les seuls haubans. — Grande chèvre dont le treuil est mû par une roue à chevilles. — Assemblage de deux chèvres pour élever, sans haubans, des fardeaux d'un poids considérable. — Chèvre disposée de manière qu'on peut ôter les barres du treuil sans que le fardeau descende. — Description de l'Engin, proprement dit, dont la forme ressemble à celle des sonnettes à battre les pieux. 45 46

ARTICLE II.

PAGES

PREMIÈRE GRUE DE L'ÉGLISE DE SAINTE-GENEVIÈVE — Observations faites par l'auteur, sur le service de ces machines. — Causes qui ont fait renoncer à l'emploi de cette machine pour la construction du dôme. — Grue dont on a fait usage pour la construction de l'École de médecine. — Avantage des roues à tambour et à chevilles sur les engrenages mus au moyen de manivelle. — NOUVELLE GRUE A VOLÉE MOBILE, INVENTÉE PAR L'AUTEUR, POUR LA CONSTRUCTION DU DÔME DE SAINTE-GENEVIÈVE. — Description des parties de la nouvelle grue. . . . . 46—56

TROISIÈME SECTION.

Fondemens des édifices.

FONDEMENS CONSIDÉRÉS COMME LA PARTIE LA PLUS ESSENTIELLE DES ÉDIFICES. — Précautions à prendre pour fonder solidement un édifice. — Pratique des anciens à cet égard, d'après Vitruve. — Exemple d'un mur antique de soutènement, tiré de la ville Adrienne, près Tivoli. . . . . 57—64

CHAPITRE PREMIER.

DES FONDEMENS EN MAUVAIS TERRAINS.

ARTICLE PREMIER.

EXPÉRIENCES SUR LA FORCE DU CHOC DES CORPS APPLIQUÉES A L'AFFERMISSEMENT DES TERRAINS COMPRESSIBLES. — Les différentes natures de constructions considérées comme un assemblage de corps pesans qui se soutiennent mutuellement dans un état de repos au-dessus de l'équilibre. — Le tassement et la poussée sont les deux causes principales qui tendent à détruire un édifice. — Tassement des terrains. — Idée de consolider le terrain en le battant avec un mouton. — Expériences sur la force du choc des corps, faites avec le dynamomètre de M. Regnier. — TABLES *qui indiquent, en mètres et en pieds, les différentes hauteurs desquelles un corps doit tomber pour que la force du choc forme une progression arithmétique dont la différence soit égale au poids de ce corps.* — Exemples de l'application de ces Tables. — Remarque sur l'empatement à donner au pied des murs et points d'appui. . . . . 65—97

ARTICLE II.

FONDATIONS SUR DES TERRES LÉGÈRES ET POREUSES. — Avantages de l'opération de battre les terres, sur celle du pilotage. — Resserrement des terres, occasioné d'abord par le pilotage, détruit ensuite par l'effet de son action sur les terres environnantes. — Tassement effectué d'avance par l'effet du battage sur les terrains compressibles. 78

ARTICLE III.

PAGES.

Fondations sur sables mobiles ou pénétrés d'eau. — Fondations par encaissemens connues et pratiquées par les Romains, dans les sables et les mauvais terrains. — Détail de la construction des bâtardeaux. — Nouveau système de bâtardeaux formés par encaissement, de l'invention de M. Tardif, ingénieur des ponts et chaussées. — Application de ce moyen à la construction du puits de descente qui conduit au chemin souterrain, dit *Tunnel*, sous la Tamise, à Londres. . . . . . 78—81

ARTICLE IV.

Des fondemens sur la glaise. — Grillages de charpente, reconnus pour le meilleur moyen de fonder sur la glaise. — Fondations de la corderie de Rochefort, établies de cette manière par le grand Blondel. — Grillages de charpente conviennent également pour fonder sur la tourbe. — Succès de l'emploi de cette méthode sur des terrains vaseux et marécageux. — Précautions à prendre à l'égard de ces derniers terrains. — Usage et fonctions des pilotis dans la plupart des constructions les plus récentes. . . . . 82—83

ARTICLE V.

De l'épaisseur des fondemens. — Indications de Vitruve, de Palladio, de Scamozzi, de Philibert Delorme sur l'épaisseur à donner aux murs de fondations — Règle suivie par Mansard pour la fondation du dôme des Invalides. — L'épaisseur des fondemens doit être plutôt en raison de la charge que de la grosseur des murs. — Moyen proposé par L.-B. Alberti, pour relier les fondemens de plusieurs points d'appui isolés. — Opinion de cet auteur sur l'utilité des fondemens dans les édifices. — Solive ferrée, substituée au mouton, dans la pratique, pour l'affermissement des terrains. . . . . 83—85

CHAPITRE DEUXIÈME.

DES FONDATIONS SUR LE BON SOL.

Sols reconnus comme fonds solides pour la fondation des édifices. — Épreuves proposées par Bullet, pour reconnaître l'épaisseur du terrain sur lequel on veut fonder. — Manière de poser la première assise de fondemens. — Chaînes en libages, placées sous les points d'appui et les parties les plus chargées du bâtiment. 86

CHAPITRE TROISIÈME.

DES FONDATIONS SUR LE ROC OU SUR LES MASSES DE CARRIÈRE.

Précautions a prendre contre les cavités ou l'inégalité d'épaisseur des masses. — Accidens arrivés aux fondemens de l'église du Val-de-Grâce à Paris. — Inégalités du roc, rachetées par des banquettes de niveau. — Libages posés à sec jusqu'à la hauteur de l'arrasement général. — Fondations par encaissement,

PAGES

pratiquées sur les sinuosités des rochers. — Fondemens formés par des points d'appui isolés, réunis par des arcs, employés par les Romains dans plusieurs circonstances. . . . . 87—88

CHAPITRE QUATRIÈME.

DES FONDEMENS DANS L'EAU.

ARTICLE PREMIER.

FONDEMENT DES MÔLES DANS LA MER, D'APRÈS VITRUVE. — Observations sur les diverses interprétations du texte de Vitruve. — Travaux de ce genre, exécutés à Dunkerque, Cherbourg et Toulon, décrits par Bélidor. — Moyen proposé par l'auteur pour régler l'épaisseur des bâtardeaux en raison de la hauteur des eaux et de la consistance de la terre ou de la glaise dont ils doivent être remplis. — La forme du trapèze est plus avantageuse que celle du rectangle pour le profil des bâtardeaux. — L'épaisseur du bâtardeau doit être augmentée en raison de sa longueur, et de sa situation plus ou moins exposée à l'agitation des vagues. . . . . 89—95

ARTICLE II.

DES PILOTIS, DES GRILLAGES DE CHARPENTE ET DES CAISSONS. — Opinion de Bélidor, touchant les pilotis et grillages de charpente. — Circonstances dans lesquelles les Romains ont employé les pilotis. — Couches de béton, substituées par eux aux plates-formes de charpente. — Fondation sur grillages et pilotis fort usités en Hollande. — Observation sur les inconvéniens de ce procédé. — Pratique des anciens encore en usage sur les bords de la Méditerranée. — Manière dont le béton a été préparé pour les jetées de la nouvelle Darse de Toulon. — Analogie de cette préparation avec le *signinum*, ou *mortier hydraulique des anciens*, d'après Vitruve. — Jetées faites avec des encaissemens, ou coffres de charpente. — Caissons employés pour fonder les piles du pont de Westminster. 95—103

ARTICLE III.

DES FONDEMENS DANS L'EAU, FAITS A PIERRES PERDUES, OU PAR ENROCHEMENT. — Exemples de l'emploi de ce procédé, par les anciens, pour la fondation des môles et autres constructions isolées dans la mer. — Forme et disposition qu'il convient d'observer dans l'établissement de ces sortes d'ouvrages. — Volume et forme des pierres, à partir du premier rang qui pose sur les cadres de charpente. — Action du courant sur les fondemens en pierres perdues, dans les rivières. — Célérité nécessaire dans l'établissement de ces constructions — Temps qu'il faut observer entre l'achèvement de ces constructions et l'établissement des constructions qu'elles doivent soutenir. 103-104

QUATRIÈME SECTION.

Stabilité et force des murs et points d'appui.

CHAPITRE PREMIER.

RÈGLES RELATIVES A LA STABILITÉ.

PAGES.

LA STABILITÉ DES MURS ET POINTS D'APPUI DÉPEND EN PREMIER LIEU DU RAPPORT DE LEUR BASE AVEC LEUR HAUTEUR. — Épaisseurs d'un pied-droit, réglées d'après le degré de dureté de différentes matières, pour obtenir une même force sous une charge donnée. — Diamètres des colonnes employées comme points d'appui, en raison des matières dont elles peuvent être faites, pour offrir une résistance égale sous un poids d'un million de livres. — Exemples de constructions dont les élémens paraissent avoir été réglés d'après ces données. — Colonnes de l'église de Saint-Toussaint d'Angers. — Réfectoire de l'abbaye Saint-Martin-des-Champs, à Paris. — Avantages que ce système de construction peut offrir, en certains cas, sous le rapport de l'économie. — Considérations sur l'épaisseur nécessaire aux murs, relativement à leur charge et à leur stabilité. — Induction sur le rapport à observer entre l'épaisseur et la hauteur des murs isolés. . . . . 105—110

ARTICLE PREMIER.

DE LA STABILITÉ RELATIVE AUX MURS. — Distinction de trois degrés de stabilité dans la construction des édifices. — Degré de stabilité des murs isolés, en raison de leur hauteur. — La stabilité des murs est augmentée par la manière dont ils se combinent dans le plan des édifices. — Démonstration relative à cette proposition. — Méthode simple et facile pour déterminer l'épaisseur des murs, en raison de leur situation dans le plan des édifices. — Méthode algébrique pour inscrire une superficie donnée en un polygone régulier. — Méthode géométrique pour faire la même opération. — Avantages que présente la forme circulaire sur la direction en ligne droite, pour la stabilité des murs. 110—116

ARTICLE II.

DE L'ÉPAISSEUR A DONNER AUX MURS DES ÉDIFICES QUI NE SONT PAS VOUTÉS. — Concours des toits et des planchers pour assurer la stabilité des murs des édifices. — Exemple d'un monument antique de Rome, dont les murs et points d'appui ne pourraient pas se soutenir sans le secours de la charpente du toit qui le couvre. — Prévision de la théorie, justifiée depuis, lors de l'incendie de ce monument. — C'est plutôt la stabilité que la force qui constitue la solidité des édifices. — Résultat de l'examen de l'épaisseur relative des murs, dans près de 280 édifices de tous genres, tant anciens que modernes. — Règle

PAGES.

sûre et facile pour déterminer l'épaisseur des murs dans les édifices qui ne sont pas voûtés. — Applications aux édifices couverts d'un simple toit. — Applications aux édifices composés de plusieurs étages séparés par des planchers . . . . 116—126

ARTICLE III.

DE LA STABILITÉ RELATIVE AUX PIEDS-DROITS OU POINTS D'APPUI. — Opération pour trouver la résistance d'un pied-droit par rapport à une puissance qui le pousserait horizontalement ou obliquement pour le renverser. — Détermination de la formule $x = \sqrt{2p}$. — La hauteur du pied-droit n'est pas nécessaire pour trouver la valeur de x. — Exemple. — Détermination de la formule $x = \sqrt{2p + \frac{nn}{dd}} - \frac{n}{d}$. — Application. . . . . 126—131

CHAPITRE DEUXIÈME.

RÈGLES RELATIVES A LA FORCE DES MURS ET POINTS D'APPUI.

PIERRES MISES EN ŒUVRE PAR LES ANCIENS, SANS AVOIR ÉGARD AUX DIFFÉRENS DEGRÉS DE FORCE DE CES MATIÈRES. — Massivité des monumens qui remontent à la plus haute antiquité. — Proportion des colonnes chez les Égyptiens, les Grecs et les Romains. — Hardiesse extraordinaire des constructions du Bas-Empire. — Hardiesse de ces constructions, surpassée dans quelques édifices du 16^e. siècle. — Dimensions des piliers des premiers dômes, déterminées d'après les données de la disposition et de la décoration, plutôt que d'après la connaissance du fardeau qu'ils avaient à soutenir. — Parallèle de la charge pour chaque mètre superficiel des piliers du dôme de Saint-Pierre de Rome, du dôme de Saint-Paul de Londres, du dôme des Invalides, du dôme de Sainte-Geneviève, des colonnes de la Basilique de Saint-Paul-hors-les-murs, à Rome, d'un des piliers qui supportent la tour de Saint-Méry, à Paris. — Origine des expériences faites pour connaître la force des pierres. — Description de la machine de M. Gauthey. — Description de celle de l'auteur. — Exposé analytique du résultat des expériences de l'auteur. . . . . 132—154

CHAPITRE TROISIÈME.

SUPERFICIES COMPARÉES DE L'AIRE ET DES CONSTRUCTIONS DANS PLUSIEURS ÉDIFICES.

RAPPORTS ENTRE LA SUPERFICIE DES MURS ET POINTS D'APPUI, ET L'ÉTENDUE DE L'ESPACE TOTAL DANS LA BASILIQUE DE SAINT-PAUL-HORS-LES-MURS. — *Idem*, dans l'église de Sainte-Sabine. — *Idem*, dans Saint-Pierre-aux-liens. — *Idem*, dans Saint-Philippe de Néri. — *Idem*, dans le grand temple de Pœstum. — *Idem*, dans le temple de Junon-Lucine. — *Idem*, dans le temple de la Concorde. — *Idem*, dans le tombeau d'Osymandias. — *Idem*, dans l'église de Saint-Étienne-le-Rond. — *Idem*, dans la plupart des hôtels de Paris, bâtis sous la fin du règne de Louis XIV et le commencement du règne de

PAGES.

Louis XV. — *Idem*, dans les bâtimens de Palladio. — *Idem*, dans les bâtimens de la Belgique. — *Idem*, dans les bâtimens construits à Paris, depuis le règne de Louis XV. — *Idem*, dans les principaux palais de Rome. — *Idem*, dans les palais du Louvre, des Tuileries, du Luxembourg, de Versailles. — *Idem*, dans les ruines des édifices voûtés et non voûtés de la ville Adrienne. — *Idem*, dans le Panthéon d'Agrippa. — *Idem*, dans le dôme des Invalides. — *Idem*, dans les bâtimens de la Halle au Blé. — *Idem*, dans le temple de Minerva Medica. — *Idem*, dans l'église de Saint-Vital de Ravennes. — *Idem*, dans l'église de Sainte-Sophie de Constantinople. — *Idem*, dans le temple de la paix. — *Idem*, dans les Thermes de Dioclétien. — *Idem*, dans la Basilique de Saint-Pierre. — *Idem*, dans l'église de Sainte-Marie-des-Fleurs. — *Idem*, dans l'église de Saint-Paul de Londres. — *Idem*, dans l'église de Saint-Ambroise de Milan et l'église de Notre-Dame de Paris. — *Idem*, dans l'église de Sainte-Geneviève. — *Idem*, dans l'église de Saint-Sulpice. — *Idem*, dans l'église de Saint-Dominique-le-Grand, à Palerme. — *Idem*, dans l'église de Saint-Joseph. — Inductions générales tirées du rapprochement de ces divers exemples. 155—173

CINQUIÈME SECTION.

Murs de revêtement.

CHAPITRE PREMIER.

DE LA POUSSÉE DES TERRES.

Talus naturel que prennent les différentes natures de terres. — Angle sous lequel on considère ordinairement le talus des terres. — Méthode de Bélidor pour évaluer l'effort de la poussée des terres. — Élémens de l'équation $x^2 + \frac{2pc}{ad}x = 2p\left(\frac{bf-bc}{ad}\right)$ propre à trouver la valeur de x, qui fait équilibre à la poussée. — Changement de cette équation en la formule générale $x=\sqrt{2m+n^2}-n$, propre à donner la valeur de x dans toutes les équations. — Applications de la formule aux résultats d'expériences faites avec du grès pulvérisé, dans un appareil préparé à cet effet. — Accord de la théorie avec l'expérience. — Détermination de la formule $x=\sqrt{\frac{d^2}{8}+\left(\frac{3d}{16}\right)^2}-\frac{3d}{16}$ applicable au talus de 45°. — Détermination de la formule

$$x=\sqrt{\frac{2R}{a}-\frac{2a^2}{3}+a^2}-a$$

relative à une combinaison particulière de la résistance qui fait équilibre à l'effort de la poussée. — Détermination de la formule

$$x=\sqrt{\frac{2R}{a}-\frac{de}{2}}-e$$

relative à un autre système de résistance approprié à la poussée des terres. 174—189

PAGES

CHAPITRE DEUXIÈME.

DES PROFILS DES MURS DE REVÊTEMENT.

Murs de revêtement de même hauteur et de même résistance, formés de quatre manières différentes. — Épaisseur du mur aplomb. — Dimensions du profil du mur en talus à l'extérieur. — Mesures et disposition du mur avec contreforts à l'intérieur. — Mesures et disposition du mur avec contreforts à l'extérieur. — Parallèle des avantages et des inconvéniens de chacun des profils précédens. — Études particulières de la forme et de la position des contreforts. — Contreforts à base rectangulaire. — Contreforts dont la base a la forme d'un trapèze, qui sont plus larges à la racine qu'à la queue, à la manière de Vauban. — Contreforts établis sur une base de même forme que la précédente, mais tournée en sens inverse, proposés par Bélidor. — Moyens employés par les Romains pour fortifier les murs de revêtement. — Exagération du moyen proposé par Vitruve pour obtenir le même résultat. — Considérations sur le gonflement qu'éprouvent les terres par l'effet de l'humidité, et sur les filtrations des eaux dans les murs de revêtement. — Effets des détonations de l'artillerie sur les murs de rempart. . . . . 190—196

Ire. Table *des épaisseurs à donner au sommet et à la base des murs de revêtement ou de rempart et à leurs contreforts, en les supposant espacés de* 18 *pieds de milieu en milieu, avec leur résistance, comparés à l'effort de la poussée qu'ils ont à soutenir, d'après les hypothèses de Vauban et de Bélidor*. . . . . 197—200

IIe. Table *des épaisseurs à donner, d'après l'auteur, au sommet et à la base des murs de remparts en talus, avec parapets et à leurs contre-forts éloignés les uns des autres de* 18 *pieds de milieu en milieu, pour que la résistance de ces murs soit double de la poussée*. (Pour un cinquième de talus.) 201

IIIe. Table *des épaisseurs à donner, d'après l'auteur, au sommet et à la base des murs de remparts en talus, avec parquets et à leurs contre-forts éloignés les uns des autres de* 18 *pieds de milieu en milieu, pour que la résistance de ces murs soit double de la poussée*. (Pour un sixième de talus.) 202

IVe. Table *des épaisseurs à donner, d'après l'auteur, au sommet et à la base des murs de remparts en talus, avec parapets et à leurs contre-forts éloignés les uns des autres de* 18 *pieds de milieu en milieu, pour que la résistance de ces murs soit double de la poussée*. (Pour un huitième de talus.). 203

Ve. Table *des épaisseurs à donner, d'après l'auteur, au sommet et à la base des murs de remparts avec talus et parapets et sans contre-forts, pour que leur résistance soit double de la poussée*. 204

VIe. Table *des épaisseurs à donner, d'après l'auteur, au sommet et à la base des murs de terrasse ou de remparts, sans parapets, avec talus et*

PAGES.

contre-forts, espacés de 18 pieds de milieu en milieu, pour que la résistance de ces murs soit double de la poussée. (Pour un cinquième de talus.) 205

VII°. Table *des épaisseurs à donner, d'après l'auteur, au sommet et à la base des murs de terrasse ou de remparts, sans parapets avec talus et contre-forts, espacés de 18 pieds de milieu en milieu, pour que la résistance de ces murs soit double de la poussée.* (Pour un sixième de talus.). 206

VIII°. Table *des épaisseurs à donner, d'après l'auteur, au sommet et à la base des murs de terrasse ou de remparts, sans parapets, avec talus et contre-forts, espacés de 18 pieds de milieu en milieu, pour que la résistance de ces murs soit double de la poussée.* (Pour un huitième de talus.) 207

IX°. Table *des épaisseurs à donner, d'après l'auteur, au sommet et à la base des murs de remparts en talus, sans contre-forts ni parapets, pour que leur résistance soit double de la poussée.* 208

Observations sur la construction et l'usage des Tables précédentes. . . . . . . 209—213

Méthode facile pour trouver l'épaisseur des murs de revêtement. — Trouver, par une opération géométrique, l'épaisseur à donner à un mur aplomb, pour qu'il résiste avec une force suffisante à la poussée des terres. — Autre règle pour obtenir le même résultat par le calcul. — Application à un mur droit. — Application à un mur droit d'un côté et en talus de l'autre. — Application à un mur aplomb avec contre-forts. — Application à des murs avec talus d'un cinquième, d'un sixième et d'un huitième, auxquels on ajouterait des contre-forts. . . . . 214—217

SIXIÈME SECTION.

Théorie des voûtes.

Voutes considérées sous trois points de vue différens. — Définition de la théorie des voûtes, qui fait l'objet de cette Section. — Problème de l'équilibre des voûtes, soumis fort tard aux lois de la mécanique. — Les architectes de l'antiquité et ceux de l'époque de la renaissance, guidés à cet égard par une *mécanique naturelle.* — Les ouvrages les plus remarquables en ce genre, de l'une et de l'autre époque, relèvent bien plus de l'art que de la science. — Silence de Vitruve à l'égard de la mécanique appliquée aux combinaisons de l'art de bâtir. — Analyse des différens ouvrages publiés depuis 1695, jusqu'à ce jour, sur la théorie des voûtes. . . . . 218—221

PAGES.

CHAPITRE PREMIER

DE LA POUSSÉE DES VOUTES SIMPLES.

ARTICLE PREMIER.

RECHERCHES SUR L'ÉVALUATION DES FROTTEMENS, RELATIVEMENT A LA THÉORIE DES VOUTES. — Exposé des résultats de l'expérience. — Hypothèse fondée sur ces résultats, relativement à la théorie des voûtes. — Application de cette hypothèse à un modèle d'arc en plein cintre. — Détermination de la formule

$$x=\sqrt{\frac{2p-2bc}{a}+\frac{bb}{aa}}-\frac{b}{a}.$$

— Parallèle des résultats de la théorie et de l'expérience. — Vérité de notre hypothèse, démontrée par la méthode proposée pour le même cas, par M. Bossut. — Autre *application* à un modèle de plate-bande. — Résultats comparés de la théorie et de l'expérience . . . . 222—233

ARTICLE II.

NOUVELLES RECHERCHES POUR EXPLIQUER COMMENT LES PIERRES QUI COMPOSENT LES VOUTES AGISSENT POUR SE SOUTENIR. — Voûte considérée comme composée d'une infinité de voussoirs qui peuvent agir sans frottement, et qui ne se soutiennent que par l'effort qu'ils font les uns sur les autres. — Considérations générales sur la construction des voûtes. — Détermination de la formule

$$x=\sqrt{2p+\frac{2pd+2ne-2mc}{a}+\frac{bb}{aa}}-\frac{b}{a}$$

propre à trouver l'épaisseur des pieds-droits de toutes sortes d'arcs et de voûtes en berceau extradossées d'égale épaisseur. . . . . 233—238

ARCS EN PLEIN CINTRE. — 1re. *application* à un arc divisé en un grand nombre de voussoirs. — Accord des résultats de la théorie et de l'expérience. — *Opération faite par une autre méthode, pour servir de preuve à la précédente.* — 2e. *application* à un arc divisé en neuf voussoirs. — Résultats comparés de la théorie et de l'expérience. — 3e. *application* à un modèle d'arc extradossé d'inégale épaisseur et divisé en quatre voussoirs. — Résultats comparés de la théorie et de l'expérience. — La racine carrée du double de la poussée donne une épaisseur suffisante, quelle que puiss être la hauteur des pieds-droits. — Résultats comparés de la théorie et de l'expérience. — MÉTHODE GÉOMÉTRIQUE POUR DÉTERMINER L'ÉPAISSEUR DES PIEDS-DROITS, QUELLE QUE SOIT LA COURBE DU CINTRE DE LA VOUTE. . . . . 238—248

ARCS SURHAUSSÉS. — 4e. *application* à un modèle d'arc surhaussé, de forme elliptique, extradossé d'égale épaisseur et divisé en quatre parties. — Résultats comparés de la théorie et de l'expérience. — 5e. *application* à un modèle d'arc surhaussé, dont le cintre est formé par la cassinoïde. — Résultats comparés de la théorie et de l'expérience. — 6e. *application* à un modèle d'arc

PAGES

surhaussé, dont le cintre est formé par deux demi-cycloïdes. — Résultats comparés de la théorie et de l'expérience.— 7e. *application* à un arc gothique. — Résultats comparés de la théorie et de l'expérience. — 8e. *application* à un arc surhaussé, dont le cintre est formé par la parabole.—Résultats comparés de la théorie et de l'expérience. — 9e. *application* à un arc surhaussé dont le cintre est formé par la chaînette. — Résultats comparés de la théorie et de l'expérience. — TABLEAU *des résultats des six applications précédentes et de ceux de l'expérience et de la méthode géométrique* . . . . 248—257

ARCS SURBAISSÉS. — 10e. *application* à un arc surbaissé de forme elliptique. — Résultats comparés de la théorie et de l'expérience. — 11e. *application* à un arc surbaissé formé par une demi-cassinoïde. — Résultats comparés de la théorie et de l'expérience. — 12e. *application* à un modèle d'arc surbaissé, dont le cintre est formé par une cycloïde. — Résultats comparés de la théorie et de l'expérience. — Observations sur les propriétés des cintres qui ont servi de base aux trois applications précédentes. . . . . 257—261

ARCS RAMPANS. — 13e. *application* à un modèle dont le cintre est formé par un arc rampant. — Résultats comparés de la théorie et de l'expérience. — 14e. *application* à un modèle dont le cintre est aussi formé par un arc rampant. — Résultats comparés de la théorie et de l'expérience. — Observation relative aux arcs rampans employés pour contrebuter les murs et les voûtes. 262—265

ARCS EXTRADOSSÉS DE DIFFÉRENTES MANIÈRES. — 15e. *application* à un modèle d'arc en plein cintre extradossé d'égale épaisseur, jusqu'à la rencontre de la verticale élevée de la face interne du pied-droit. — Résultats comparés de la théorie et de l'expérience. — 16e. *application* à un modèle d'arc extradossé en ligne droite. — Résultats comparés de la théorie et de l'expérience. — *Solution par la méthode des centres de gravité, pour servir de preuve à la précédente.* — 17e. *application* à une voûte surmontée d'un étage couvert par un toit de charpente.— Resultats comparés de la théorie et de l'expérience. — 18e. *application* à un modèle d'arc composé de 11 voussoirs, dont 10 avec crossettes. — Résultats comparés de la théorie et de l'expérience. — *Solution par la méthode des centres de gravité, pour servir de preuve à la précédente.* — 19e. *application* à un modèle d'arc plein cintre extradossé d'inégale épaisseur. — Résultats comparés de la théorie et de l'expérience. . . . . 265—276

ARTICLE III.

SOLUTIONS TROUVÉES A L'ÉGARD DES ARCS SIMPLES APPLIQUÉES AUX VOUTES CONTINUES — L'épaisseur de mur trouvée pour le profil en coupe d'une voûte convient à cette même voûte prolongée à l'infini. — Circonstances dans lesquelles cette épaisseur peut être modifiée. — Règle d'après laquelle cette réduction doit être opérée. — Résistance que procurent les murs de pignon aux murs sur lesquels les voûtes s'appuyent. — Observation à l'égard des vides qui se rencontrent dans les murs d'appui et les murs de pignon. — Moyens

PAGES.

pour supprimer la poussée des voûtes, lorsque les murs n'ont pas l'épaisseur convenable.— SITUATION LA PLUS AVANTAGEUSE D'UNE CHAÎNE HORIZONTALE POUR L'OPPOSER A L'EFFORT D'UNE VOUTE.............................. 276—278

TABLE *des épaisseurs de murs pour des modèles de voûtes en berceau de différens cintres, trouvées par les méthodes du Père Déran, de Gauthier, et la formule de Bélidor, comparées à celles que donnent, pour les mêmes modèles, les méthodes analytiques et géométriques de l'auteur, et l'expérience.* 279—281

CHAPITRE DEUXIÈME.

DE LA POUSSÉE DES VOUTES COMPOSÉES.

ERREUR DE FRÉZIER, RELATIVEMENT A LA POUSSÉE DES VOUTES D'ARÊTE.— 20e. *application* à un modèle de voûte d'arête. — Solution par la formule

$$x = \sqrt[3]{\frac{g}{2} + \sqrt[2]{\frac{gg}{4} + \frac{f^3}{27}}} + \sqrt{\frac{g}{2} - \sqrt[2]{\frac{gg}{4} + \frac{f^3}{27}}}.$$

tirée des élémens d'algèbre de M. Bossut. — Résultats comparés de la théorie et de l'expérience.— *Solution par la méthode des centres de gravité.* — Différence des résultats de ces deux solutions. — Avantages de la première sur la seconde. — Moyen de suppléer à la méthode géométrique qui ne peut être appliquée dans le cas dont il s'agit. — Observation relative aux modifications que peut faire naître la manière dont ces voûtes sont extradossées. — Manière d'opérer à l'égard d'une voûte d'arête établie sur plan barlong. — Modifications praticables dans le cas où plusieurs travées de voûtes d'arête se combinent ensemble.— Observation sur les inconvéniens qui peuvent en résulter.— Exemple de l'application des données de la théorie à un ensemble d'édifice. 282—290

DES VOUTES D'ARÊTES ANTIQUES. — Application de la théorie de l'auteur aux voûtes du TEMPLE DE LA PAIX. — Rapports qui existent entre la mesure réelle des pieds-droits dans ce monument et celle qui leur est assignée par la formule.— Observation sur l'artifice de ces constructions............... 290—292

OBSERVATION SUR LES VOUTES D'ARÊTE GOTHIQUES. — Avantages des arcs gothiques pour la formation des voûtes d'arête. — Proportions relatives des pieds-droits qui supportent des voûtes d'arête gothiques dans les monumens les plus importans. — Structure particulière des voûtes d'arête gothiques. — Arcs-boutans jugés superflus dans la plupart des églises gothiques. — Exemples cités à l'appui de cette assertion. — Système d'armature substitué aux arcs-boutans dans la nef de l'église de Sainte-Marie-des-Fleurs à Florence. — Agencement des pénétrations de voûtes dans la plupart des églises modernes.— Avantages et inconvéniens des divers modes de pénétrations. — Préférence accordée à la disposition des lunettes dans les édifices d'Italie.................... 292--295

PAGES.

VOUTES EN ARC DE CLOÎTRE. — 21e. *application* à un modèle de voûte en arc de cloître. — Détermination de la formule

$$x=\sqrt{\frac{2p}{f}+\frac{2pd-2mc}{af}+\frac{b^2}{a^2f^2}}-\frac{b}{af}$$

— Résultats comparés de la théorie et de l'expérience. — Pour l'application de la *méthode des centres de gravité*, la formule devient

$$x=\sqrt{\frac{2p}{f}+\frac{2bc}{af}+\frac{bb}{a^2f^2}}-\frac{af}{b}.$$

— Parallèle des résultats de deux méthodes. — Observation sur le point ou se fait le plus grand effort dans les voûtes en arc de cloître. — Modification de la formule pour satisfaire à cette nouvelle indication. — Les avantages des voûtes en arc de cloître diminuent en raison de ce qu'elles sont plus longues que larges. — Dans les voûtes en arc de cloître barlonges, le milieu du grand côté doit être considéré comme une voûte en berceau. — Percemens de portes et de fenêtres à éviter dans le milieu des murs qui supportent une voûte en arc de cloître. — Cintre des voûtes en arc de cloître, formés par un segment de cercle. .... 295—300

VOUTES SPHÉRIQUES. — 22e. *application* à un modèle de voûte sphérique. — Détermination de la formule

$$x=\sqrt{\frac{p}{f}+\frac{pd-mc}{af}+h^2}-h.$$

— *Solution par la méthode des centres de gravité.* — Parallèle des résultats des deux méthodes. — Résultat des applications faites aux quatre modèles de voûtes précédens. — La poussée est égale à la différence des efforts horizontaux des parties de voûtes qui agissent en sens contraire. — Preuve pour la voûte en arc de cloître. — APPLICATION FAITE PAR L'AUTEUR, EN 1796, AUX VOUTES ET PENDENTIFS DU DÔME DE L'ÉGLISE DE SAINTE-GENEVIÈVE, et indiquée par lui pour preuve de la même proposition à l'égard des voûtes sphériques. 300—312

CHAPITRE TROISIÈME.

FORCE DU PLATRE ET DU MORTIER DANS LA CONSTRUCTION DES VOUTES.

LA PUISSANCE DE CETTE FORCE EST EN RAISON DU VOLUME DES MATIÈRES DONT LES VOUTES SONT FAITES. — Rapports de cette force relativement au développement des surfaces des matières. — Expériences pour déterminer les mêmes rapports d'après la force d'adhérence du mortier et du plâtre. — *Application.* — Conclusion de la théorie des voûtes. .... 313—31

TABLE *des différentes épaisseurs qu'il faut donner aux voûtes en berceau en plein cintre, et à leurs pieds-droits, en raison de leur diamètre* (indiqués de quart de mètres en quart de mètres, depuis 4 mètres jusqu'à 42, et de pieds en pieds, depuis 12 jusqu'à 130), *et de la manière dont elles sont construites.* 321—330

CHAPITRE QUATRIÈME.

DES PONTS EN PIERRE.

PAGES.

LA CONSTRUCTION DES PONTS EMBRASSE UNE FOULE DE CONNAISSANCES PARTICULIÈRES. — Principales conditions à remplir dans la disposition de ce genre d'édifices. — État de cette partie de l'architecture avant le douzième siècle. — Développemens qu'elle a pris en France pendant le siècle dernier. . . . . 331—333

DES ARCHES EN PLEIN CINTRE. — Les arches de presque tous les ponts antiques sont en plein cintre. — Description d'un pont bâti par Auguste, sur l'*Ariminum*, aujourd'hui *Marecchia*, à Rimini. — Opinion de Palladio, sur le pont de Rimini. — Description du pont Saint-Ange, autrefois pont Elius, sur le Tibre, à Rome. — Cintres des arches appareillés à tas de charge. — Observation sur l'appareil des piles. . . . . 333—334

DES ARCHES EN ANSE DE PANIER. — Description du pont d'Orléans, sur la Loire, où l'on a employé les premières grandes arches de ce genre. — Observation relative à la forme de l'extrados des arcs en général. — Prescriptions de la théorie à cet égard. — Accidens plus ou moins graves, arrivés aux arches de quelques ponts modernes, attribués, en partie, à l'oubli des principes de la théorie. — Inconvéniens qui peuvent résulter du défaut de stabilité dans les cintres. — Faits rapportés à l'appui de l'opinion de l'auteur. . . . . 334—336

DES ARCHES EN ARC DE CERCLE. — Distinction de trois cas différens par rapport aux arches en arc de cercle. — Ponts du Saint-Esprit et d'Avignon, sur le Rhône. — Pont Fabricius, aujourd'hui *Quatro Capi*, sur le Tibre, à Rome. — Pont Sextius, aujourd'hui *Ponte Sixto*, sur le Tibre, à Rome. — Ponts antiques, sur le *Bacchiglione*, à Vicence, d'après Palladio. — Pont de Sainte-Maxence, sur l'Oise. — Description du pont de l'École Militaire, sur la Seine, à Paris. . . . . 336—338

DES ARCHES EN FORME DE CINTRE OGIF OU GOTHIQUE. — Inconvéniens attachés à cette forme d'arc. — Moyen employé pour y remédier, au pont de Pavie, sur le Tésin. — Observation sur les circonstances qui doivent déterminer dans le choix qu'il faudra faire entre les différentes espèces d'arches. . . . . 338—339

DU DÉCINTREMENT DES PONTS. — Défauts de la méthode suivie anciennement, pour le décintrement des ponts. — Marche à suivre dans cette opération. — Précaution importante à observer dans la conduite du décintrement des arches de pont. — Méthode suivie pour le décintrement du pont de Nemours. — Méthode suivie pour le décintrement du pont de l'École-Militaire. — Description des dispositions mises en œuvre pour opérer le décintrement successif des arches du pont du Strand, sur la Tamise, à Londres. . . . . 339—341

NOTES ADDITIONNELLES
SUR PLUSIEURS PLANCHES.

	Pages.
Planche CLXVIII	343—354
Planche CLXVIII *bis*	354—355
Planche CLXIX	356—358
Planche CLXX	359—364
Planche CLXXII	364—367
Planche CLXXIII	367—368
Planche CLXXIV	368—369
Planche CLXXVI	369—371
Planche CLXXXIII	371—373
Planche CLXXXV	373—380
Planche CLXXXVI	380—384
Planche CLXXXIX	384—389
Planche CLXXXXV	389—391
Planches CLXXXXVI, VII, VIII	391—397

FIN DE LA TABLE DES MATIÈRES.

RONDELET.

L'ART

DE BATIR

3–4