ARITMETICA METODOLOGICA

ARITMETICA METROLOGICA.

METODO FACIL

DE

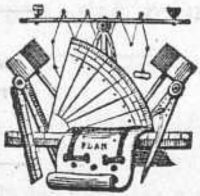
ARITMÉTICA METROLÓGICA,

Ó

EL VERDADERO SISTEMA MÉTRICO,

POR

D. Gaspar Alonso Gonzalez.



VALLADOLID: 1857.

IMPRENTA DE PABLO DE LA LLANA,
Guarnicioneros núm. 13.

In scientiis addiscendis, magis exempla prosunt quàm præcepta.

Nevvton.

ADVERTENCIA. *Un número dentro de un paréntesis indica el párrafo en que se funda lo que se trata.*

MATEMATICAS.

NOCIONES PRELIMINARES.

Leccion 1.ª

Idea de la cantidad, de la unidad y del número.

Division del número.

1. Matemáticas son las ciencias que tratan de la cantidad.

Cantidad *es todo lo que puede aumentarse y disminuirse*, como el peso, la estension.... etc. Cuando la cantidad se cuenta como un monton de reales, peras.... etc, se llama *numerable;* y *continua* ó *mensurable* cuando se mide; como la longitud de una cuerda, una calle, la superficie de un campo.... etc.

Unidad *es cada una de las partes iguales que componen una cantidad;* y por eso un *real* es unidad respecto del *escudo*, y este lo es del *doblon* de Isabel II. cuando nos proponemos averiguar los escudos que tiene un doblon.

NUMERO *es la espresion ó enunciacion de una cantidad.* Un ejemplo nos convencerá de esta verdad. Si tubiésemos un monton de escudos, este monton formaria una cantidad, porque puede aumentarse y disminuirse segun se le añadan ó quiten algunos escudos; pero queriendo averiguar cuantos hay, tomaremos uno á uno sucesivamente y averiguaremos cuantos como aquel componen el monton; y cuando respondamos.... *tantos*, tendremos que esta palabra *tantos* es el número: luego el *número* en este ejemplo, es la espresion ó enunciacion de los escudos que tiene el monton; *unidad*, cada uno de los escudos que componen el monton, y la cantidad el monton.

2. El número se divide en entero, quebrado y misto.

Entero es la espresion exacta de unidades enteras; como dos oficiales, veinte espadas, setenta reales: y se llama *simple* cuando se representa con una sola cifra ó guarismo; y *compuesto*, si con dos ó mas.

Quebrado es la enunciacion de parte ó partes de la unidad; como dos tercios, cinco octavos, cuatro décimas.

Misto, el que se compone de entero y quebrado; como cinco naranjas y media, ocho reales y cinco décimas.

Signos que se usan en la Aritmética para simplificar los razonamientos.

Signos.	Significan.	Indican la operacion de
$+$	.. mas	.... sumar
$-$	.. menos	.... restar
$\times$	.. multiplicado por	.... multiplicar
: ó $\underline{\vert\quad}$ ..	.. dividido por ..	.... dividir
$=$	.. igual á	....
$>$	.. mayor que	....
$<$	.. menor que	....
$(\ldots)^n$ ..	.. elevado á la potencia, *n*,	.
$\sqrt{\ }$	.. raiz, *n*, de	....

ARITMETICA.

PRIMERA PARTE.

Leccion 2.ª

ARITMETICA.—Sistema de numeracion.

Numeracion oral.

3. ARITMETICA *es la ciencia que trata de la cantidad numérica y su cálculo:* ó la ciencia de los números constantes en valor.

Los números se consideran en *abstractos* no determinando la especie de unidades ú objetos, como tres, siete, quinientos.... etc.; y en *concretos* si la determinan, como seis reales, trece metros, quince palomas......; recibiendo estos el nombre de *homogéneos* cuando espresan una misma especie de unidades, como nueve palomas, setenta palomas; y espresando diferente especie, *heterogéneos*, como cinco niños, veinte palomas, quince peras.... etc.

4. SISTEMA DE NUMERACION.—La palabra *Sistema* significa combinacion, enlace ó trabazon; y *Numeracion* el modo de espresar los números, ora de palabra ya por escrito; y de aqui su division en *hablada* y *escrita.*

5. NUMERACION HABLADA *es el modo de espresar todos los números con un sistema limitado de voces combinadas entre sí:* y *escrita*, el modo de espresar todos los números con unas pocas *cifras, guarismos* ó *caracteres.*

6. El número de cifras que representan los números simples de un sistema cualquiera de numeracion, se llama *base* del sistema. Siendo dos la base, el sistema se llama *binario;* cuando tres, *ternario;* si diez *decimal* ó *décuplo.* Este es el nuestro y sus palabras son

uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez.

7. Ahora, pues, tomando esta coleccion de diez unidades por una nueva unidad llamada *decena* se pospone sucesivamente á cada una de las diez primeras y se continúa diciendo:

Una decena, dos decenas...... nueve decenas, diez decenas.

Pero nuestra lengua tan fina, elegante y armoniosa por sus irregularidades, las ha sustituido con estas otras mas simples:

diez, veinte, treinta, cuarenta, cincuenta, sesenta, setenta, ochenta, noventa, ciento.

Mas como entre dos colecciones consecutivas de decenas hay nueve números intermedios, resulta que los comprendidos entre diez y ciento son:

diez y uno, diez y dos. . . . . diez y nueve,
veinte y uno, veinte y dos. . . . . veinte y nueve,
treinta y uno, treinta y dos. . . . . treinta y nueve,
cuarenta y uno, cuarenta y dos. . . . . cuarenta y nueve,
cincuenta y uno, cincuenta y dos. . . . . . . cincuenta y nueve,
sesenta y uno, sesenta y dos. . . . . sesenta y nueve,
setenta y uno, setenta y dos. . . . . setenta y nueve,
ochenta y uno, ochenta y dos. . . . . ochenta y nueve,
noventa y uno, noventa y dos. . . . . noventa y nueve,

Al Excmo. Señor D. Claudio Moyano Samaniego Ministro de Fomento, etc., etc.

EXCELENTÍSIMO SEÑOR:

Ni la actual posicion de V. E., ni vuestros honores me impelen á dedicarle las siguientes páginas. Por ventura nada pretendo: solo un movimiento espontáneo hacia vos, celosísimo protector de las ciencias, y el presentar á mis connaturales el verdadero camino metrológico para que marchando por él puedan obtener sin dificultad el NUEVO SISTEMA LEGAL DE PESAS Y MEDIDAS.

Sírvase, pues, V. E. aceptar este corto obsequio, y con él la espresion de la consideracion y respeto de sū afectísimo.

B. la M. de V. E.

Gaspar Alonso.

Valladolid 9 *de Setiembre de* 1857.

AL EXCMO. SEÑOR D. CLAUDIO MOYANO SAMANIEGO MINISTRO DE FOMENTO, ETC., ETC.

EXCELENTISIMO SEÑOR:

Ni la actual posicion de V. E., ni vuestros honores me impelen á dedicarle las siguientes páginas. Por ventura nada pretendo; solo un movimiento espontáneo hacia vos, celosísimo protector de las ciencias, y el presentar á mis connaturales el verdadero camino metrológico para que marchando por él puedan obtener sin dificultad el NUEVO SISTEMA LEGAL DE PESAS Y MEDIDAS.

Sírvase, pues, V. E. aceptar este corto obsequio, y con él la espresion de la consideracion y respeto de su afectísimo.

B. la M. de V. E.

Valladolid 9 de Setiembre de 1857.

PRÓLOGO.

La utilidad de la Aritmética, como primera parte y la mas esencial de las Matemáticas, es incuestionable; porque, contribuyendo en basta escala al desarrollo de la inteligencia, es de inmensa aplicacion en los usos comunes de la vida.

Ahora bien, hacer una obra útil á toda clase de personas y hasta necesaria para aquellas que deseen aprender con facilidad y perfeccion, no solo el nuevo sistema lega de pesas y medidas que tantos beneficios reporta al pais, sino todo lo relativo al càlculo numérico; espresar en ella el mayor número de ideas con el menor número de palabras; esponer el *sistema métrico* como continuacion y verdadero complemento del nuestro sistema de numeracion de enteros para vencer de una vez las dificultades que se hallan al comprender las uniformes relaciones del cálculo numérico reducido al nuevo sistema; tratar las cuestiones con mas ó menos estension segun su mayor ó menor importancia y aplicacion en los *usos comunes* de la vida, conciliando el método analítico y sintético con el de intuicion, á fin de que salte á los ojos lo que se dirige á la razon; dar á conocer solamente la nomenclatura y *ley* de los quebrados comunes, reduciendo estos á decimales, para que prescindiendo del embarazoso cálculo de aquellos usemos solo de las sencillas operaciones de estos: *tál es el objeto del Autor.*

INDICE

Nociones preliminares.

Pág.

(a) En vez de 135 que tiene... por error de imprenta.

SEGUNDA PARTE.

Potencias y raices.—Razones y proporciones

FE DE ERRATAS.

Página.	Linea.	DICE.	LEASE.
6	2	Si tubiesemos.	Si tuviésemos
9	1.ª	árvitro.	árbitro
56	6	cero.	ceros
57	24	el	la
93	9	$=10 \times 5 = 15$	$=10 \times 5 = 50$
101	17	luego 21 es divisible por 5.	luego 21 es divisibles por 3
106	última.	13	3 1
130	25 y 29	500 duros	50 duros
135		*último ejemplo... está equivocado desde la reduccion del divisor á la menor de sus especies.*	
137	2	$\frac{3}{5}=0,9;$	$\frac{3}{5}=0.6;$
165	19	2173474	2. 173474
199	5	multiplicando	multiplicador
204	16	luegó, 137+ferrados, tendrán 13,88 lit.+137 ferrados=1801.56	137 ferrados tendrán 13.88 lit. × 137 ferrados=1801.56
223	6	= 3 razon geometría	= 3 razon geométrica
231	14	2.°,.. ejemplos sean	2,°... ejemplo: sean
id.	16	Suponiendo	Suprimiendo
238	16	esto es.., $\frac{20\times6\times9}{12\times45}=60$ metros	esto es... $\frac{20\times6\times9}{12\times15}=60$ metros
251	28	$x=\frac{6\times5}{6}=6$ hectóls.	$x=\frac{6\times5}{3}-10$ hectóls.

Pág.

SEGUNDA PARTE

Potencias, raíces, razones y proporciones

Y marchando con el *uso*, juez árvitro en todas las lenguas, en lugar de diez y uno, se dice *once;* en vez de diez y dos, se dice *doce;* y en vez de diez y tres, diez y cuatro, diez y cinco, se dice *trece*, *catorce*, *quince*.

8. La coleccion de diez decenas se llama centena, que tomándola por una nueva unidad, se continúa contando como por decenas, diciendo:

una centena, dos centenas, tres centenas. . . . . . diez centenas;

que sustituidas por el *uso*, se dice con mas sencillez:

ciento, doscientos, trescientos, cuatrocientos, quinientos (a), seiscientos, setecientos, ochocientos, novecientos, mil.

Ahora pues, habiendo visto que entre dos colecciones consecutivas de decenas hay nueve números intermedios, formados por la agregacion sucesiva de los nueve primeros números á cada una de estas colecciones, fácilmente se deduce que entre dos colecciones de centenas, hay noventa y nueve números intermedios, cuya formacion y nombres son:

ciento uno, ciento dos, ciento tres. . . . . . ciento noventa y nueve,
doscientos uno, doscientos dos. . . . . doscientos noventa y nueve,
trescientos uno, trescientos dos . . . . . . trescientos noventa y nueve,
cuatrocientos uno, cuatrocientos dos. . . cuatrocientos noventa y nueve,
quinientos uno, quinientos dos. . . . . . . quinientos noventa y nueve,
. . . .
novecientos uno, novecientos dos. . . . . novecientos noventa y nueve,

9. Añadiendo uno á la última espresion, tendremos diez centenas ó cientos llamados *mil;* que tomándola por una nueva unidad llamada de *millar*, y contando por unidades, decenas y centenas de millar lo mismo que por unidades, decenas y centenas simples, llegaremos á. . . . .

novecientos noventa y nueve mil, novecientos noventa y nueve.

Pero asi como entre dos colecciones consecutivas de centenas ó cientos hay noventa y nueve números intermedios, entre

(a) En vez de cinco cientos.

dos colecciones de *mil* ó *millares* hay novecientos noventa y nueve, cuya formacion y nombres son como sigue:

mil uno, mil dos. . . . . mil novecientos noventa y nueve,
dos mil uno, dos mil dos . . . . . dos mil novecientos noventa y nueve,
. . . .
diez mil uno, diez mil dos. . . . diez mil novecientos noventa y nueve,
. . . .
veinte mil uno, veinte mil dos. . veinte mil novecientos noventa y nueve,
. . . .
treinta mil uno, treinta mil dos. treinta mil novecientos noventa y nueve,
. . . .
novecientos noventa y nueve mil uno, novecientos noventa y nueve mil dos. . . . . novecientos noventa y nueve mil, novecientos noventa y nueve, *millon*.

10. Contando por unidades, decenas y centenas de millar, se han obtenido los números comprendidos entre *mil* y un *millon*; luego contando por unidades, decenas y centenas, unidades de millar, decenas de millar y centenas de millar, obtendremos la coleccion de un millon de millones, que se llama *billon*; la de un millon de billones, que se llama *trillon*; la de un millon de trillones, llamada *cuatrillon;* y de este modo el *quillon*, *sestillon*, etc. . . . .

Luego combinando los nombres de los nueve primeros números, con los de

unidad, decena, centena, millar, millon, billon, trillon.. etc.,

se forma la nomenclatura de todos los números.

Leccion 3.ª

Numeracion escrita.—Valor absoluto y relativo de los guarismos.—Modo de leer y escribir los números.

11 Numeracion escrita (5) *es el modo de espresar todos los números por medio de la combinacion sistemática y filosófica de unas pocas cifras, guarismos ó caracteres,* que son:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0;

= uno. = dos. = tres. = cuatro. = cinco. = seis. = siete. = ocho. = nueve = cero ó representacion de la nada;

12. Para representar con solo estos guarismos todos los números posibles, se ha establecido, de comun acuerdo, que cada guarismo tenga dos valores; uno absoluto que es el nombre de cada uno, y otro relativo al lugar que ocupe......

13 En virtud de este convenio resulta que el primer lugar, contando de derecha á izquierda, está destinado para las unidades simples; el seguudo para las decenas; el tercero para las centenas: el cuarto para unidades de millar; el quinto para las decenas de millar; el sesto para las centenas de millar; el sétimo para las unidades de millon; el octavo para las decenas de millon; el noveno para las centenas de millon; el décimo para las unidades de millar de millon; el undécimo para las decenas de millar de millon; el duodécimo para las centenas de millar de millon, y asi sucesivamente:

Luego posponiendo á los nombres de

unidádes, decenas y centenas,

las palabras

de millar, de millon, de millar de millon, de billon, de millar de billon, de trillon, etc......

tendremos todos los nombres de los lugares correspondientes al valor absoluto y relativos de los guarismos.

CUADRO RELATIVO A DICHOS LUGARES Y LEY DE LOS MISMOS.

	8.°	7.°	6.°	5.°	4.°	3.°	2.°	1.er
etc....	Decenas de millon.	Unidades de millon.	Centenas de millar.	Decenas de millar.	Unidades de millar.	Centenas.	Decenas. simples.	Unidades.
							1	10
						1	10	100
					1	10	100	1,000
				1	10	100	1,000	10,000
			1	10	100	1,000	10,000	100,000
		1	10	100	1,000	10,000	100,000	1,000,000
etc....								

LEY.—Cada diez unidades componen una decena, cada diez decenas una centena, cada di z centenas una unidad de millar......; y en general, *cada diez unidades de un órden infe ior componen una inmediata superior*, y vice versa......

14. Dedúcese pues, segun los principios establecidos, que todos los números se han de componer de *unidades, decenas* y *centenas*, ya solas ó combinadas entre sí; es decir, que todos los números, cuando mas, se compondrán de cantidades ternarias; luego, sabiendo leer y escribir una cantidad ternaria ó que se componga de

UNIDADES, DECENAS Y CENTENAS
simples,

en las diferentes combinaciones de los guarismos, se sabrá leer y escribir otra que se componga de

UNIDADES, DECENAS Y CENTENAS
de millar,
ó
de millon,
ó
de millar de millon,
ó
de billon,
ó
de millar de billon,
ó
de trillon,
etc....
etc....

Y siendo necesario para esto saber el valor absoluto y relativo de los guarismos á estos lugares, se establece á continuacion el siguiente

CUADRO ANALITICO

DEL VALOR ABSOLUTO Y RELATIVO DE LOS GUARISMOS.

Centenas.	Decenas.	Unidades.
100. . . .	. . 10	. . . 1.
200. . . .	. . 20	. . . 2.
300. . . .	. . 30	. . . 3.
400. . . .	. . 40	. . . 4.
500. . . .	. . 50	. . . 5.
600. . . .	. . 60	. . . 6.
700. . . .	. . 70	. . . 7.
800. . . .	. . 80	. . . 8.
900. . . .	. . 90	. . . 9.

La simple inspeccion de este cuadro vasta para dar á conocer que su *aplicacion* es como sigue:

El 1 en el lugar de las unidades vale una sola cosa, un solo objeto, un solo individuo: en el lugar de las decenas vale diez; y en el lugar de las centenas vale ciento. . . .

El 2 en el lugar de las unidades vale dos; en el lugar de las decenas vale veinte, y en el lugar de las centenas, doscientos. . . .

El 3 en el lugar de las unidades vale tres; en el lugar de las decenas, treinta; y en el lugar de las centenas, trescientos.

El 4 en el lugar de las unidades vale cuatro, en el lugar de las decenas, cuarenta; y en el lugar de las centenas, cuatrocientos.

El 5 en el lugar de las unidades vale cinco; en el lugar de las decenas, cincuenta; en el lugar de las centenas, quinientos.

El 6 en el lugar de las unidades vale seis; en el de las decenas, sesenta; y en el lugar de las centenas seiscientos.

El 7 en el lugar de las unidades vale siete; en el lugar de las decenas; setenta; y en el lugar de las centenas, setecientos.

El 8 en el lugar de las unidades vale ocho, en el lugar de las decenas, ochenta; y en el lugar de las centenas, ochocientos.

El 9 en el lugar de las unidades vale nueve; en el lugar de las decenas, noventa; y en el lugar de las centenas, novecientos.

15. Mis lectores habrán observado por la simple inspeccion y esplicacion del cuadro..., que se ha dado á conocer el valor absoluto y relativo de los guarismos, caminando de lo mas fácil y sencillo, á lo mas difícil y complicado, siguiendo en esto un método analítico.

Réstanos, aun, para mayor inteligencia y sencillez, siguiendo un método sintético, reunir estas partes, caminando de izquierda á derecha, á fin de formar las cantidades ternarias resultantes de cada uno de los guarismos, en virtud de la propiedad enunciada; lo que se patentiza en el siguiente

CUADRO SINTETICO
DEL VALOR ABSOLUTO Y RELATIVO DE LOS GUARISMOS.

Centenas.	Decenas.	Unidades.		cent.	dec.	unid.
100. . . .	. . 10 . . .	. . . 1 . . .	. . =	1	1	1
200. . . .	. . 20 . . .	. . . 2 . . .	. . =	2	2	2
300. . . .	. . 30 . . .	. . . 3 . . .	. . =	3	3	3
400. . . .	. . 40 . . .	. . . 4 . . .	. . =	4	4	4
500. . . .	. . 50 . . .	. . . 5 . . .	. . =	5	5	5
600. . . .	. . 60 . . .	. . . 6 . . .	. . =	6	6	6
700. . . .	. . 70 . . .	. . . 7 . . .	. . =	7	7	7
800. . . .	. . 80 . . .	. . . 8 . . .	. . =	8	8	8
900. . . .	. . 90 . . .	. . . 9 . . .	. . =	9	9	9

APLICACION DEL CUADRO.

El 1 en el lugar de las centenas, vale ciento; y diez que vale en el lugar de las decenas, son ciento diez; y uno en el lugar de las unidades son ciento once: igual á 111.

El 2 en el lugar de las centenas, vale doscientos; y veinte en el lugar de las decenas, son doscientos veinte; y dos en el lugar de las unidades, son doscientos veinte y dos: igual á 222.

Continuando del mismo modo con el 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9, formaremos las cantidades ternarias resultantes de cada uno de los nueve guarismos significativos.

NOTA. Los profesores de instruccion primaria y padres de familia á quienes interesa, con especialidad, mi método de Aritmética, procurarán que los principiantes se egerciten teórica y prácticamente en este y los anteriores cuadros, pues son la base de nuestro sistema de numeracion. Conseguido esto, se les hará leer y escribir cantidades ternarias en las diferentes combinaciones de los guarismos, preguntándoles el porqué..., y haciendoselas descomponer de este modo: 473=400+70+3.

16 Prévios estos antecedentes, se podrá leer un número cualquiera por grande que sea, *dividiéndole, primero, en periodos de seis en seis guarismos, caminando de derecha á izquierda, poniendo en la primera division un* 1, *en la segunda un* 2, *en la tercera un* 3, *en la cuarta un* 4, etc.; *y subdividiendo cada uno de estos en otros dos de á tres con una coma, y leyendo de izquierda á derecha, pronunciando siempre mil donde se encuentre la coma, al* 1 *millon, al* 2 *billon, al* 3 *trillon, al* 4 *cuatrillon*.....etc.

Sirviendo de egemplo el número 845246387190406071274, y practicando en él lo espuesto, tendremos el siguiente

CUADRO

RELATIVO AL MODO DE LEER LOS NUMEROS ESCRITOS.

etc...	de trillon.	de millar.	de billon.	de millar.	de millon.	de millar.	simples.
etc...	centenas. decenas. unidades.	centenas. decenas. unidades.	centenas. decenas. unidades.	centenas. decenas. unidades.	centenas. decenas. unidades.	centenas. decenas. unidades.	centenas. decenas. unidades.
etc...	845_3	246,	387_2	190,	406_1	071,	274
etc...	trillon ó trillones	mil	billon ó billones	mil	millon ó millones	mil	
etc.		PERIODO 3.°		PERIODO 2.°		PERIODO 1.°	

Vemos, pues, en este cuadro el número propuesto, en cantidades ternarias descompuesto, saltando á los ojos lo dicho (14), y leyéndose asi por lo visto (15): *ochocientos cuarenta* y *cinco trillones; doscientos cuarenta* y *seis mil, trescientos ochenta* y *siete billones; ciento noventa mil, cuatrocientos seis millones; setenta* y *un mil, doscientos setenta* y *cuatro*, (unidades simples.)

Propongámonos, por segundo ejemplo, leer el número..... 758358892278604024700004: y practicando con mas sencillez lo espuesto (16), tendremos...

$$758,358_3892,278_2604,024_1700,004$$

..... mil	..... trillon-es	..... mil	..... billon-es	..... mil	..... millon-es	..... mil

que se lee: *setecientos cincuenta* y *ocho mil, trescientos cincuenta* y *ocho trillones; ochocientos noventa* y *dos mil, doscientos setenta* y *ocho billones; seiscientos cuatro mil, veinticuatro millones; setecientos mil, cuatro* (unidades simples).

Despues que los principiantes se hayan egercitado lo bastante en leer estos ú otros ejemplos semejantes, que lleven á continuacion de las cifras que dividen los periodos su nombre correspondiente, pueden suprimirse estos, y concretar los números á fin de llevarlos á los *usos* comunes de la vida, lo que no debe descuidarse jamas.

1.er EJEMPLO.

Propongámonos leer el número 129338234179941701501096 reales; y haciendo la division dicha (16) tendremos $129,338_3234,179_2941,701_1501,096$ reales. *Ciento veintinueve mil, trescientos treinta* y *ocho trillones; doscientos treinta* y *cuatro mil, ciento setenta* y *nueve billones; novecientos cuarenta* y *un mil, setecientos un millones; quinientos un mil, noventa* y *seis reales.*

2.º EJEMPLO.

El número $345,680_2400,904_1072,001$ peras, se lee: *trescientos cuarenta y cinco mil, seiscientos ochenta billones; cuatrocientos mil, novecientos cuatro millones; setenta y dos mil, una peras.*

Observacion: viendo que los ejemplos propuestos son algo complicados por su generalidad; y siendo mi opinion caminar de lo mas fácil y sencillo á lo mas dificil y complicado, juzgo conveniente llamar la atencion á fin de que á los principiantes se les presenten otros mas sencillos, en caso de necesidad.

He aquí su marcha gradual.

1.°—538... se leen: quinientos treinta y ocho.
2.°—7,529... siete mil quinientos veinte y nueve.
3.°—725,804.. setecientos veinticinco mil, ochocientos cuatro.
4.°—9,705,612... nueve millones; setecientos cinco mil, seiscientos doce.
5.°—601,508,051... seiscientos un millones; quinientos ocho mil, cincuenta y uno.

17. Resulta pues, que leer un número, representado por cifras, es espresar su valor verbalmente; y como esto se hace de izquierda á derecha y por cantidades ternarias, cuando mas, se sigue: que para escribir ó representar por cifras un número cualquiera, *se escribe primero el guarismo que representa el número de centenas; luego el que representa el número de decenas, y despues el que representa el número de unidades de cada cantidad ternaria, poniendo despues de estas el signo ó nota del periodo á que corresponda, y ocupando con ceros los lugares que carezcan de número ó cifra significativa.*

En efecto, si quiero escribir el número *doscientos cincuenta y siete mil, seiscientos veinticuatro...*

Pondré primero un 2, que es la cifra que representa el número de centenas; luego un 5, que es la que representa el número de decenas y despues un 7, que es la que representa el número de unidades y tendré 257, cuyas cifras representan las palabras *doscientos cincuenta y siete*: y como sigue la palabra *mil* infiero que corresponde al periodo de los miles, y por consiguiente deberé poner despues del 7 una coma, que es el signo ó nota de los periodos de mil: y como sigue la palabra seiscientos pongo un 6, que es la cifra que representa el número de centenas; luego un 2, que es la que representa el número de decenas, y finalmente un 4, que es la que representa el número de unidades y tendré el número 257, 624.

Propongámonos por segundo ejemplo escribir el número *quinientos cuarenta* y *nueve mil, trescientos ochenta y siete billones; noventa mil setecientos seis millones; ochocientos mil, cuatrocientos setenta* y *dos...*

Para esto, se escribe primero un 5, un 4 y un 9, cuyos guarismos representan las *centenas, decenas y unidades* de la primera cantidad ternaria, *quinientos cuarenta y nueve*=549; y como sigue la palabra *mil*, se infiere que corresponde al periodo de los miles y por consiguiente se debe poner á su derecha una coma, que es el signo ó nota de los periodos de *mil*; luego un 3, un 8 y un 7, que representan las *centenas, decenas y unidades* de la segunda cantidad ternaria, *trescientos ochenta y siete*=387; y por seguir la palabra *billones*, se pone á su derecha un 2, y tendremos. . . . . . . $549,387_{2}$: despues un 0, por no haber ninguna centena, un 9 que representa el número de decenas, y un 0, por no haber ninguna unidad, y se tendrá la tercera cantidad, *noventa*=090; sigue la palabra *mil*, y por lo tanto se pone á su derecha una coma, y tendremos $549,387_{2}090,$: en seguida un 7, un 0 y un 6, que representan la cuarta cantidad, *setecientos seis*,=706; y como sigue la palabra *millones*, se pone á su derecha un 1, y tendremos $549,387_{2}090,706_{1}$: luego un 8 y dos ceros por no haber decenas ni unidades, y resultará la quinta cantidad, *ochocientos*=800; y por seguir la palabra *mil*, se pone á su derecha una coma, y tendremos $549,387_{2}090,706_{1}800$: y finalmente un 4, un 7, y un 2, cuyos guarismos representan las centenas, decenas y unidades simples de la sesta y última cantidad ternaria, *cuatrocientos setenta y dos*=472, y tendremos $549,387_{2}090,706_{1}800,472$.

A fin de hacer esto mas sensible, se establece á continuacion el siguiente

CUADRO RELATIVO AL MODO DE ESCRIBIR LOS NUMEROS.

de millar.			de billon.			de millar.			de millon.			de millar.			simples.		
centenas.	decenas..	unidades.	centenas.	decenas..	unidades.	centenas.	decenas..	unidades.	centenas.	decenas..	unidades.	centenas.	decenas..	unidades.	centenas.	decenas.	unidades.
5	4	9,	3	8	7_{2}	0	9	0,	7	0	6_{1}	8	0	0,	4	7	2

$$549,387_{2}090,706_{1}800,472$$

Despues que los principiantes se hayan egercitado lo bastante en escribir de este modo toda clase de números, se les hace prescindir de los signos periódicos, poniendo las cifras unas á continuacion de otras sin interposicion de signos periódicos, si bien deberán hacerlo mentalmente.

He aquí algunos ejemplos y su marcha gradual.

1.°	El número setecientos noventa y cinco, se escribe. .	795.
2.°	El dos mil setecientos ocho, se escribe.	2,708.
3.°	El doce mil sesenta y nueve, se escribe.	12,069.
4.°	El ciento cuatro mil quinientos, se escribe.	10,4500.
	etc.	etc.

18. De todo lo espuesto se sigue: que la unidad del número simple representado por cualquiera de los guarismos significativos, es diez veces mayor que el que le sigue, á su derecha, y diez veces menor que el que le antecede; es decir que en nuestro *sistema de numeracion* cada *diez unidades de un órden inferior componen una de la superior inmediata.* (13)

19. Segun esto ¿no parece racional, filosófico y hasta natural que en nuestras pesas y medidas se siga tambien la misma ley? de este modo nada hay que aprender de nuevo; una vez espresada la unidad de medida, ya sabemos que diez unidades de un órden inferior componen una inmediata superior; únicamente lo que acabamos de aprender en nuestro *sistema* de numeracion.

20. Mas nuestro deseo está en parte cumplido segun ley de 19 de Julio de 1849, y Real decreto de 15 de Abril de 1848, en cuya esposicion se hace obligatoria la enseñanza de las nuevas *pesas* y *medidas métricas* en todas las escuelas de instruccion primaria del Reino, desde 1.° de Enero de 1852; desde el 1.° de Enero de 1853, su aplicacion en todas las dependencias del Estado y de la administracion provincial, inclusos los *dominios ultramarinos;* y desde 1.° de Enero de 1860 á todos los Españoles en general.

SISTEMA METRICO DECIMAL
DE PESAS Y MEDIDAS.

Leccion 4.ª

NOCIONES GENERALES.

21. Se llama *sistema métrico decimal* á la coleccion de medidas necesarias al hombre en los usos comunes de la vida, y arregladas á un plan uniforme tanto en los nombres como en los valores de las unidades.

Hay varias clases de medidas; pero las métricas son: Medidas de *longitud* ó *lineales;* de *capacidad* para áridos y líquidos; *ponderales* ó *de peso; agrarias* ó *superficiales*; *cúbicas* ó *de solidez*; y medidas *monetarias*, que no son propiamente métricas.

UNIDADES PRINCIPALES DE ESTAS MEDIDAS.

METRO. . . . . lineal.
LITRO. . . . . de capacidad.
GRAMO. . . . . de peso.
AREA. . . . . superficial.
METRO *cúbico*. . . . de solidez.
REAL. . . . . monetaria.

Estas medidas se llaman *métricas*, porque tienen por base ó fundamento al METRO ó porque se forman del *Metro;* y principales, porque posponiéndolas á las palabras *griegas* Deca que significa 10: Hecto 100: Quilo 1,000: Miria 10,000; y á las latinas *Deci*, que significa la *décima* parte; *Centi*, la *centésima* parte; y *Mili*, la *milésima* parte, formar la nomenclatura de las *medidas métricas*. Así, posponiendo *metro* á las palabras

Miria, Kilo, Hecto, Deca; Deci, Centi, Mili,...

se tendrán las

MEDIDAS LINEALES

Miriámetro, *Kilómetro*, *Hectómetro*, *Decámetro*, METRO, *Decímetro*, *Centímetro*, *Milímetro*; y vice-versa....

CUADRO

RELATIVO A DICHAS MEDIDAS Y LEY DE LAS MISMAS.

Miriámetro.	Kilómetro.	Hectómetro.	Decámetro.	METRO.	Decímetro.	Centímetro.	Milímetro.
						1	10
					1	10	100
				1	10	100	1,000
			1	10	100	1,000	10,000
		1	10	100	1,000	10,000	100,000
	1	10	100	1,000	10,000	100,000	1,000,000
1	10	100	1,000	10,000	100,000	1,000,000	10,000,000

Estas medidas se llaman lineales, porque sirven para medir la longitud de una cuerda, una cinta, un camino, y ademas, el terciopelo, paño, lienzo, etc.

El *valor* de cada una de estas medidas con la unidad principal es el mismo que el significado de la palabra componente; y su *ley* la de nuestro sistema de numeracion (18)

Así. . Miriámetro quiere decir 10,000 metros: Hectómetro, 100 metros: Decímetro, la décima parte de un metro.... etc.

MEDIDAS DE CAPACIDAD PARA ARIDOS Y LIQUIDOS.

22. Posponiendo litro á las palabras...
Miria, Kilo, Hecto, Deca; Deci, Centi, Mili....
se tendrán las medidas de capacidad y *arqueo*,
Miriálitro, *Kilólitro*, *Hectólitro*, *Decálitro*, LITRO, *Decílitro*, *Centílitro*, *Mililitro*; y al contrario...

CUADRO

RELARIVO A DICHAS MEDIDAS Y LEY DE LAS MISMAS.

Miriálitro.	Kilólitro.	Hectólitro.	Decálitro.	LITRO.	Decílitro.	Centílitro.	Mililitro.
						1	10
					1	10	100
				1	10	100	1,000
			1	10	100	1,000	10,000
		1	10	100	1,000	10,000	100,000
	1	10	100	1,000	10,000	100,000	1,000,000
1	10	100	1,000	10,000	100,000	1,000,000	10,000,000

Estas medidas se llaman de capacidad porque sirven para medir los áridos; como el trigo, cebada, garbanzos. . . . etc. y los líquidos, como el agua, vino, aceite... etc.

El valor de cada una de estas medidas con la unidad principal es el mismo que el significado de la palabra componente; y su ley la de nuestro sistema de numeracion.

Así, Kilólitro significa 1,000 litros: Decílitro, la décima parte de 1 litro: Mililitro, la milésima parte de 1 litro... etc.

MEDIDAS PONDERALES O DE PESO Y LEY DE LAS MISMAS.

Tonelada de peso.	Quintal métrico.	Miriágramo.	*Kilógramo.*	Hectógramo.	Decágramo.	GRAMO.	Decigramo.	Centigramo.	Miligramo.
								1	10
							1	10	100
						1	10	100	1,000
					1	10	100	1,000	10,000
				1	10	100	1,000	10,000	100,000
			1	10	100	1,000	10,000	100,000	1,000,000
		1	10	100	1,000	10,000	100,000	1,000,000	10,000,000
	1	10	100	1,000	10,000	100,000	1,000,000	10,000,000	100,000,000
1	10	100	1,000	10,000	100,000	1,000,000	10,000,000	100,000,000	1,000,000,000

23. Estas medidas se forman como las anteriores. . . . , escepto el *quintal métrico* y la *Tonelada* de peso.

Se llaman ponderales, porque sirven para pesar los cuerpos; como la carne, queso, jabon, hierro... etc. El valor de estas medidas con la unidad principal, y su ley son como en las anteriores. Asi, Kilógramo es lo mismo que 1000 gramos: centígramo, la centésima parte de 1 gramo... etc.

MEDIDAS AGRARIAS O SUPERFICIALES.

24. Aunque el *área* es la unidad principal, se usará del *metro cuadrado;* y en este supuesto, he aquí el cuadro de las medidas agrarias ó superficiales, sus valores relativos y *ley.*

Miriámetro cuadrado.	Kilómetro cuadrado.	*Hectárea* ó Hectómetro cuadrado.	AREA ó Decámetro cuadrado.	*Centiárea* ó METRO cuadrado.	Decímetro cuadrado.	Centímetro cuadrado.	Milímetro cuadrado.
						1	100
					1	100	10,000
				1	100	10,000	1,000,000
			1	100	10,000	1,000,000	100,000,000
		1	100	10,000	1,000,000	100,000,000	10,000,000,000
	1	100	10,000	1,000,000	100,000,000	10,000,000,000	1,000,000,000,000
1	100	10,000	100,000	100,000,000	10,000,000,000	1,000,000,000,000	100,000,000,000,000

Estas medidas se llaman agrarias ó superficiales, porque sirven para valuar las superficies; como tierras de labor, viñas, prados, el pavimento de una habitacion, la superficie de una mesa, cristal... etc.

El *valor relativo* de estas medidas y su *ley* es *centesimal*, es decir, *que cada unidad superior* vale 100 inferiores, y vice-versa... Así, 1 hectárea vale 100 áreas: 10,000 centiáreas... etc.

MEDIDAS CUBICAS O DE SOLIDEZ.

25. La nomenclatura de estas medidas es la misma que la de las lineales, con la diferencia de ser cúbicas y por lo mismo de diferente *ley*...

CUADRO

RELATIVO A DICHAS MEDIDAS Y LEY DE LAS MISMAS.

	METRO cúbico.	Decímetro cúbico.	Centímetro cúbico.	Milímetro cúbico.
etc.			1	1,000
		1	1,000	1,000,000
etc.	1	1,000	1,000,000	1,000,000,000

Estas medidas se llaman cúbicas porque sirven para valuar el volúmen ó solidez de los cuerpos.

El valor relativo de estas medidas y su ley consiste en que cada unidad superior vale mil de su inmediata inferior, y al contrario... Asi, 1 metro cúbico tiene *mil* decímetros, *un millon* de centímetros, etc.

MEDIDAS MONETARIAS O MONEDAS.

26. *Monedas* son las medidas mas necesarias, porque sirven para apreciar el valor de todas las cosas ó séres...

El *real* de plata es la unidad principal de las monedas españolas.

Las monedas espuestas en el siguiente cuadro son las únicas que guardan la ley decimal.

DOBLON DE ISABEL II.	ESCUDO Ó MEDIO DURO	REAL.	DÉCIMA.	CÉNTIMO.
Oro.	Plata.	Plata.	Cobre.	Imaginaria.
			1	10
		1	10	100
	1	10	100	1,000
1	10	100	1,000	10,000

Ademas de estas monedas se usan otras como auxiliares, las cuales se darán á conocer en la esposicion detallada del Sistema métrico.

OPERACIONES FUNDAMENTALES

O CALCULO ARITMETICO.

Leccion 5.ª

Suma ó adicion de los números enteros.

27. *Sumar es reunir dos ó mas números homogéneos, llamados sumandos, en uno solo, llamado suma.* El artificio por cuyo medio se consigue esto, se llama *adicion*.

Esta operacion se indica, escribiendo los sumandos en un mismo renglon, separados con el signo $+$. Así la espresion $6+3$ se lee: seis mas tres; y para indicar el resultado se pone el signo $=$; de suerte que $6+3=9$, se lee: *seis mas tres igual á nueve.*

28. Antes de esponer la regla general es necesario saber sumar los números simples, lo que se consigue sabiendo de memoria la siguiente...

TABLA DE SUMAR.

1 y 1 son 2	2 y 2 son 4	3 y 3 son 6	4 y 4 son 8
1 y 2. . . . 3	2 y 3. . . . 5	3 y 4. . . . 7	4 y 5. . . . 9
1 y 3. . . . 4	2 y 4. . . . 6	3 y 5. . . . 8	4 y 6. . . . 10
1 y 4. . . . 5	2 y 5. . . . 7	3 y 6. . . . 9	4 y 7. . . . 11
1 y 5. . . . 6	2 y 6. . . . 8	3 y 7. . . . 10	4 y 8. . . . 12
1 y 6. . . . 7	2 y 7. . . . 9	3 y 8. . . . 11	4 y 9. . . . 13
1 y 7. . . . 8	2 y 8. . . . 10	3 y 9. . . . 12	
1 y 8. . . . 9	2 y 9. . . . 11		
1 y 9. . . . 10			

5 y 5 son 10	6 y 6 son 12	7 y 7 son 14	8 y 8 son 16
5 y 6. . . . 11	6 y 7. . . . 13	7 y 8. . . . 15	8 y 9. . . . 17
5 y 7. . . . 12	6 y 8. . . . 14	7 y 9. . . . 16	
5 y 8. . . . 13	6 y 9. . . . 15		9 y 9. . . . 18
5 y 9. . . . 14			

29. Esto supuesto, se podrá decir...

EN GENERAL: se suma, *colocando los sumandos los unos debajo de los otros, de modo que sus unidades, decenas, centenas, etc. formen columna; y tirando debajo una raya, se empieza á sumar por la derecha que es la columna de las unidades (13); si de la suma de las unidades resulta una ó mas decenas se agrega á la columna de las decenas, escribiendo solo debajo de la raya las unidades restantes ó cero si fuesen justas; si de la suma de estas resulta una ó mas centenas, se agrega á la columna de las centenas, y asi sucesivamente hasta la última columna, de cuya suma si hay una ó mas unidades de especie superior se ponen á continuacion.*

El resultado de este modo hallado contiene todas las unidades, decenas, centenas, etc. de los sumandos; luego es la verdadera *suma*.

Los sumandos han de ser homogéneos porque un número de soldados no puede aumentar otro de caballos. Por la misma razon se han de sumar unidades con unidades, decenas con decenas, etc...

EJEMPLO. Si quiero sumar los números... 348 + 987 + 42 + 5, colocaré unos debajo de otros, de modo que sus unidades, decenas, centenas, etc. formen columna; y tirando una raya debajo, empiezo á sumar por la derecha que es la columna de las unidades, diciendo: 8 y 7 son 15, y 2 son 17, y 5 son 22; y como en 22 unidades, hay 2 decenas y 2 unidades, escribo las 2 unidades restantes debajo de la raya y en la misma columna, reservando las 2 decenas, que agrego á la columna de las decenas, diciendo: 2 (resultantes) y 4 son 6, y 8 son 14, y 4 son 18; y como en 18 decenas hay 1 centena y 8 decenas, escribo las 8 decenas restantes debajo de la raya y en la misma columna, reservando la centena, que agrego á su columna, diciendo: 1 (resultante) y 3 son 4, y 9 son 13; y como en 13 centenas hay 1 millar y 3 centenas, escribo estas debajo de la raya y en la misma columna, que por ser la última, pongo á la izquierda de las 3 centenas restantes el 1 millar que resulta. *La suma 1382 contiene todas las unidades, decenas, centenas, etc., es decir, todas las partes de los sumandos; luego es la verdadera suma.*

	Artificio.	$^{1\ 2}$
SUMANDOS.		348
		987
		42
		5
SUMA.		1382

Esto se funda (15) en que...

$$\left.\begin{array}{l} 348 = 300 + 40 + 8 \\ 987 = 900 + 80 + 7 \\ 42 = \dots\dots\dots\dots 40 + 2 \\ 5 = \dots\dots\dots\dots\dots\dots 5 \end{array}\right\}\text{Sumandos.}$$

$$\underset{\substack{\text{centenas.}\\\text{millar.}}}{1200} + \underset{\substack{\text{decenas.}\\\text{centenas.}}}{160} + \underset{\substack{\text{unidades.}\\\text{decenas.}}}{22} = \underset{\substack{\text{unidades.}\\\text{decenas.}\\\text{centenas.}\\\text{millar.}}}{1382}\ \text{Suma.}$$

Leccion 6.ª

Aplicaciones usuales de la suma ó cálculo de los números enteros concretos.

30. *Nos valdremos de la operacion de sumar, siempre que se trate de reunir dos ó mas cantidades de una misma especie en una sola.*

EJEMPLOS.

1.° Un comerciante ha vendido tres partidas de terciopelo: la 1.ª de 9 metros; la 2.ª de 36; y la 3.ª de 215, y quiere averiguar la cantidad total de terciopelo que ha vendido. Basta para conseguir su objeto sumar los números 9+36+215, como aqui se ve:

PARTIDAS.

1.ª. . . . . 9 metros.
2.ª. . . . . 36 metros.
3.ª. . . . . 215 metros.

y hallará la suma. . . . . . 260 metros, número total de las tres partidas.

Del mismo modo; si desease saber el valor de las tres partidas... valiendo la primera 450 reales; la segunda 1800; y la tercera 10750, lo conseguiría indudablemente, sumando los números 450+1800+10750, de este modo:

PARTIDAS.

1.ª. . . . . 450 reales.
2.ª. . . . . 1800 reales.
3.ª. . . . . 10750 reales.

y hallará. . . . . 13000 reales, valor de las tres partidas.

2.° Un labrador ha metido en su panera cuatro partidas de trigo: la 1.ª de 184 hectólitros; la 2.ª de 305; la 3.ª de 63; y la 4.ª de 121, y quiere saber la cantidad de trigo que ha metido... Para ello suma los números 184+305+63+121, de esta manera:

PARTIDAS.

1.ª. . . . . . 184 hectólitros.
2.ª. . . . . . 305 hectól.
3.ª. . . . . . 63 hectól.
4.ª. . . . . . 121 hectól.

y tendrá la suma. . . . . . 673 hectólitros, número total de las 4 partidas.

Asimismo, si desease averiguar el valor de las cuatro partidas..., valiendo la primera 9936 reales: la segunda 16270: la tercera 3402; y la cuarta 6534, lo conseguirá indudablemente sumando los números 9936+16270+3402+6534, como se ve á continuacion:

1.ª. . . . . . . 9936 reales.
2.ª. . . . . . . 16270 rs.
3.ª. . . . . . . 3402 rs.
4.ª. . . . . . . 6534 rs.

y tendrá. . . . . 36142 reales, valor total...

3.° Un cantinero ó tabernero ha comprado 5 partidas de vino: la 1.ª de 7 decálitros; la 2.ª de 23; la 3.ª de 120; la cuarta de 1000; y la 5.ª de 10013. Para saber el número total de los decálitros comprados, suma dichas partidas, como aqui se ve:

1.ª. . . . . . . 7 decálitros.
2.ª. . . . . . . 23 id.
3.ª. . . . . . . 120 id.
4.ª. . . . . . . 1000 id.
5.ª. . . . . . . 10013 id.

y encuentra que son. . . 11163 decálitros.

Igualmente, para averiguar el valor de las 5 partidas de vino, valiendo la 1.ª 56 reales, la 2.ª 148, la 3.ª 960, la 4.ª 8000, y la 5.ª 80104, suma los números 56+148+960+8000+80104, como anteriormente,

1.ª	56 reales.
2.ª	148 rs.
3.ª	960 rs.
4.ª	8000 rs.
5.ª	80104 rs.
y halla que son.	89268 reales.

4.° Si habiéndose vendido ó comprado 2 partidas de azúcar, la 1.ª de 125 kilógramos, y la 2.ª de 70049, se preguntase ¿cúal es el número total de kilógramos? se sumarían los números 125+70049, y la suma 70174 kilógramos sería el número total.

Ahora pues, siendo el precio de la 1.ª partida 500 reales y 280196 reales el de la 2.ª, ¿cúal es el precio de los 70174 kilógramos? para conseguirlo, se suman los números 500+280196 y la suma 280696 reales es el precio buscado.

5.° Habiendo comprado ó vendido un sugeto cualquiera 4 partidas de tierras ó de viñas, la 1.ª de 70 áreas; la 2.ª de 132; la 3.ª de 500; y la 4.ª de 9014, se pregunta ¿qué número de áreas habrá comprado ó vendido? El que resulta se dirá, de sumar los números 70+132+500+9014=9716 áreas.

Ahora, si se nos digera ¿cúal es el valor de las 9716 áreas, equivalente de las 4 partidas..., valiendo la 1.ª 420 reales; 792 la 2.ª; 3000 la 3.ª; y 54084 la 4.ª? Sumariamos los números 420+792+3000+54084, y la suma 58296 reales será el valor de las 9716 áreas.

6.° A un cantero le han entregado, para labrar, 5 piezas: la 1.ª de 102 decímetros cúbicos; la 2.ª de 25; la 3.ª de 901; la 4.ª de 1007, y la 5.ª de 6500, y quiere saber el número de decímetros cúbicos que le han entregado. ¿cómo lo conseguirá? Sumando los números 102+25+901+1007+6500, como en un principio, y la suma 8535 será el número de decímetros cúbicos.

Asimismo, para averiguar el valor de los 8535 decímetros cúbicos, valiéndole la 1.ª pieza 204 décimas; 50 la 2.ª; 1802 la 3.ª; 2014 la 4.ª; y 13000 la 5.ª; sumaría las cantidades 204+50+1802+2014+13000; y la suma 17070 décimas será el valor de los 8535 decímetros cúbicos.

Nota. Cuando haya que hacer sumas de consideracion, como sucede con frecuencia en las oficinas, comercios, etc., se puede dividir la operacion en dos ó mas; y sumando de nuevo las sumas parciales se hallará la total; pero es mejor acostumbrarse á efectuarlas de una vez.

LECCION 7.ª

Resta ó sustraccion de los números enteros.

31. RESTAR es *averiguar la diferencia entre dos números homogéneos;* el artificio por cuyo medio se efectúa esto, se llama *sustraccion.* El número de que se ha de restar, *minuendo:* el que se resta, *sustraendo:* y el resultado, *resta, esceso ó diferencia.*

Esta operacion se indica, escribiendo el minuendo y sustraendo en un mismo renglon, separados con el signo —*ménos* y con un = el resultado. Así la espresion 9—3=6 se lee: *nueve menos tres igual á seis.*

32. En general: se resta, *colocando el sustraendo debajo del minuendo de modo que sus unidades, decenas, centenas etc., formen columna; y tirando una raya debajo, se ve las unidades que faltan al sustraendo para que tenga las mismas que el minuendo, poniendo las que falten debajo de la raya y en la misma columna; y practicando lo mismo con las decenas, centenas....* etc., *se tendrá debajo de la raya la resta total.*

El resultado de este modo hallado contiene la diferencia de todas las unidades, decenas, centenas, etc., del minuendo y sustraendo; luego es la verdadera *resta.*

El minuendo y sustraendo han de ser homogéneos, porque de un número de palomas no se puede restar ó tomar otro de perdices. Por la misma razon se han de restar unidades de unidades, decenas de decenas, etc.

EJEMPLO. Si de 3658 quisiera restar 1245 colocaré el sustraendo debajo del minuendo, y tirando debajo una raya, empiezo á restar por la derecha, diciendo: de 5 á 8 van 3, que pongo debajo de la raya y en la misma columna: de 4 á 5 va 1, que pongo debajo de la raya y en la misma columna: de 2 á 6 van 4, que pongo debajo de la raya y en la misma columna: de 1 á 3 van 2, que pongo debajo de la raya.

Artificio.

Minuendo. . . .	3658
Sustraendo.	— 1245
Resta. . . .	2413

El resultado 2413 contiene la diferencia de todas las unidades, decenas, centenas, etc. del minuendo y sustraendo; luego es la verdadera *resta.*

$$\text{Esto consiste en que..}\begin{cases}3658=3000+600+50+8\ldots\ \text{Minuendo.}\\1245=1000+200+40+5\ldots\ \text{Sustraendo.}\end{cases}$$

$$\text{Restas parciales.........}\ 2000+400+10+3=2413\ \text{Resta t.}$$

Esto es, 3 millares+6 centenas+5 decenas+8 unidades.
— 1 millar +2 centenas+4 decenas+5 unidades.

2 millares+4 centenas+1 decena +3 unidades.

33. Cuando alguno ó algunos guarismos del minuendo sean menores que sus correspondientes del sustraendo, *se toma una unidad del guarismo inmediato significativo de la izquierda, que como vale diez respecto de las del guarismo considerado* (18), *se le añaden, y de la suma se resta el guarismo del sustraendo, considerando con una unidad menos al guarismo de donde se tomó la unidad.*

EJEMPLO. Si de 241 quiero restar ó quitar 68, colocaré el sustraendo debajo del minuendo; y tirada la raya digo: de 8 á 1 no puede ser, porque donde no hay mas que una unidad mal puedo tomar 8; y por consiguiente tomo 1 unidad del guarismo de las decenas, que vale 10 unidades, y sumadas con 1 componen 11, y digo: de 8 á 11 van 3; de 6 á 3, no puede ser..., tomo 1 unidad del 2 que está á la izquierda, y digo: de 6 á 13, 7; de nada á 1 la 1.

Artificio.

	10 10
Minuendo. . .	2 4 1
Sustraendo..	— 6 8
Resta.	1 7 3

34. Este modo, racional é inteligible para adultos, no lo es para niños; y siendo á la vez menos análogo con el modo de proceder en las demas operaciones, *se acostumbra á dejar los guarismos del minuendo tal como son, y añadir una unidad al correspondiente del sustraendo, si bien considerando siempre á los guarismos del minuendo que sean menores que sus correspondientes del sustraendo, como representantes del número de sus unidades mas diez.*

EJEMPLOS.

1.° Si quiero hallar la diferencia de 3407 — 579, haré la colocacion dicha (32); y tirada la raya digo: de 9 á 7 no puede ser; pero considerando al 7 como representante del número de sus unidades mas diez, resultan 17, y digo: de 9 á 17 van 8; y de 17 llevo 1 y 7 son 8; de 8 á 0 no puede ser; pero considerando al 0 (símbolo de la nada) como representante de sus unidades mas diez, tendré las 10, y digo: de 8 á 10 van 2; y llevo 1 y 5 son 6; de 6 á 14 van 8; y llevo 1 (que considero á la izquierda del 5), á 3 van 2.

Minuendo.	3407
Sustraendo.	— 579
Resta	2828

En la práctica se acostumbra así... De 9 á 17, 8; y es 1 y 7, 8 á 10, 2; y es 1 y 5, 6 á 14, 8; y es 1 á 3, 2.

2.° Hallar el resíduo de 34008000—6504028.

Minuendo. 34008000
Sustraendo . . . —6504028

Resta 27503972

Dispuesta la operacion... se dice: de 8 á 10, 2; de 3 á 10, 7; de 1 á 10, 9; de 5 á 8, 3; de 0 á 0, 0; de 5 á 10, 5; de 7 á 14, 7; de 1 á 3, 2.

35. Esta práctica de añadir al guarismo del sustraendo una unidad, y dejar al del minuendo tal como es, siempre que para restar el anterior se haya tomado la unidad ausiliar, consiste en que *si á cantidades iguales se las añaden ó quitan cantidades iguales, el resultado permanece igual; y si á cantidades desiguales se añaden ó quitan cantidades iguales, el resultado permanece con la misma desigualdad.*

Leccion 8.ª

Aplicaciones usuales de la resta ó cálculo de los números enteros concretos.

36. *Nos valdremos de la operacion de restar siempre que se trate de averiguar el resto, esceso ó diferencia entre dos cantidades de una misma especie.*

EJEMPLOS.

1.° Un comerciante compró 7052 piezas de lienzo; le quedan 1408, y quiere averiguar las que ha vendido. Para conseguirlo resta de las 7052 piezas compradas, las 1408, de este modo:

Compró . . . . 7052 piezas.
Le quedan. . . . . . 1408 piezas.

Ha vendido. . . . . . 5644 piezas.

Del mismo modo; si de una pieza de 9400 metros se hubiesen vendido 805, y se quisiere averiguar los que quedaban en la pieza, se restarían los números 9400—805, y el resíduo 8595, sería el número buscado.

2.° Un labrador ha cogido 2406 hectólitros de trigo; gastó para sembrar 358 y quiere averiguar los que le quedan. Para ello resta los números 2406—358, y la resta 2048 hectólitros, es lo que le queda.

Asimismo, si de una vasija de 2050 decálitros de vino, ú otro líquido cualquiera, se sacasen 953, ¿cuántos quedarían? Restando de 2050 decálitros 953, se obtendría la resta 1097 decálitros.

3.° De un fardo de 10496 kilógramos de azúcar, se han vendido 7508, ¿cuántos quedan? Restando los números 10496—7508, se hallará que son 2988 kilógramos.

4.° Un labrador tiene una partida de tierras de 12500 áreas: arrienda 365, y pregunta á su niño..... ¿cuántas quedan para labrar? El niño resta

de 12500 áreas.

=365 id.

y halla. . . . . 12135 áreas.

5.° A un cantero le dan para labrar 15038 decímetros cúbicos entrega labrados al maestro de obra 9000, y quiere averiguar los que le quedan. Para conseguirlo resta

de 15038 decímetros cúbicos.

—9000 id. que entregó.

y halla que le quedan. . 6038 decímetros cúbicos.

6.° Un empleado tiene de sueldo anualmente 8000 rs; su gasto asciende á 4075 ¿cuánto ahorra cada año?

Sueldo. . . . 8000 rs.

Gasto. . . . . 4075 rs.

Ahorra. . . . 3925 rs.

37. Observacion. Cuando de una cantidad haya que restar dos ó mas *se restan las dos primeras, del resíduo se resta la segunda y así sucesivamente*; pero como en tal caso se resta de la primera, todas las otras, *lo mejor es sumar estas, y la diferencia entre dicha cantidad y esta suma será el resíduo final;* v. gr.

Un sugeto tiene de renta anual 20000 rs.; gasta en lo relativo á su casa 9000 rs.; con un hijo que tiene estudiando 5500, y en tabaco... etc. 680, y quiere averiguar lo que le queda libre. En este caso suma los gastos 9000+5500+680, y la suma 14980, gasto total, la resta de los 20000 rs., de este modo.

Renta anual. . . . . 20000 rs.

Gasto total. . . . . 14980 rs.

Le queda libre. . . . . 5020 rs.

38. *Tambien puede suceder que de dos ó mas cantidades haya que restar otras dos ó mas;* en cuyo caso, *de la suma de las primeras se resta la de las segundas, y la diferencia será el resíduo total.*

Un sugeto cuenta 15000 rs. como empleado; como propietario 9700; y 5060 de renta por réditos de su capital. Gasta anualmente en su casa 6070; con un hijo que tiene estudiando, 5000; y con una hija que tiene educando en París, 8000; y quiere saber lo que le queda libre.

Es claro que restando de...

15000+9700+5060 = 29060 rs. sueldo total.

—6070+5000+8000 = 19070 rs. gasto total.

Le queda libre. . . . 9990 rs.

Leccion 9.ª

Alteraciones del resultado variando los datos.

39. Se llaman *datos* las cantidades conocidas que entran en los problemas; y lo que se halla por su medio, *resultado*. En la adicion los datos son los sumandos y la suma el resultado. En la sustraccion el minuendo y sustraendo son los datos y la resta el resultado.

40. Adicion.—*Siendo la adicion un artificio cuyo objeto es reunir dos ó mas números en uno solo, resulta, que la suma aumentará ó disminuirá tanto cuanto aumenten ó disminuyan los sumandos; y una suma no alterará si un sumando aumenta y otro disminuye el mismo número de unidades.*

EJEMPLOS.

Si me propusiera sumar los números $3042+906+27$, practicando lo espuesto (29) tendria:

$$\text{Sumandos.}\ldots\ldots\begin{cases}3042\\ 906\\ 27\end{cases}$$

$$\text{Suma.}\ldots\ldots\ldots\ 3975$$

La suma 3975 es la verdadera por contener todas las partes de los sumandos; mas si los sumandos aumentan aumentará la suma en tantas unidades como se hayan añadido á los sumandos; v. gr.

$$\text{Sumandos.}\ldots\ldots\begin{cases}3042+5 = 3047\\ 906\ \ldots\ldots\ 906\\ 27+2 = 29\end{cases}$$

$$\text{Suma.}\ldots\ldots\ldots\ 3975 \qquad 3982$$

Si los datos disminuyen, el resultado disminuye en el mismo número de unidades; v. gr.

Datos.	3042—2 =	3040
	906—3 =	903
	27. . . .	27
Resultado	3975	3970

Finalmente, una suma no altera si un sumando aumenta el mismo número de unidades que otro disminuye: v. gr.

Sumandos.	3042+2 =	3044
	906—2 =	904
	27. . . .	27
Suma.	3975	3975

41. SUSTRACCION.—*Siendo una operacion cuyo objeto es quitar el sustraendo del minuendo*, resulta que, *si el minuendo aumenta ó disminuye un número cualquiera de unidades, permaneciendo el mismo sustraendo, la resta aumentará ó disminuirá en el mismo número*, pero, *si el sustraendo aumenta ó disminuye otro número cualquiera, la resta disminuirá ó aumentará en el mismo número*... Dedúcese pues, que *la resta aumenta, aumentando el minuendo ó disminuyendo el sustraendo, y disminuye aumentando el sustraendo ó disminuyendo el minuendo;* lo que manifiesta que, *la resta está en razon directa del minuendo é inversa del sustraendo*. Finalmente, *una resta no altera, añadiendo ó quitando al minuendo y sustraendo un mismo número de unidades.*

EJEMPLOS.

Si de 428 quisiera restar 128 practicando lo dicho (32) tendré:

Minuendo..	428
Sustraendo..	— 128
Resta.	300

La resta 300 es el verdadero resultado (32); pero si el minuendo aumenta un número cualquiera de unidades..., el resíduo aumenta en el mismo número; v. gr.

Minuendo.	428 + 5 =	433
Sustraendo. . . .	128. . . .	128
Resta.	300	305

Si el minuendo disminuye un número cualquiera de unidades, la resta disminuye en el mismo número; v. gr.

Minuendo.	428 — 7 =	421
Sustraendo. . —	128. . . .	128
Resta.	300	293

Si el sustraendo aumenta..., la resta disminuye en el mismo número; v. gr.

Minuendo.	428. . . .	428
Sustraendo. . —	128 + 7 =	135
Resta.	300	293

Si el sustraendo disminuye..., la resta aumenta en el mismo número; v. gr.

Minuendo.	428	428
Sustraendo. . —	128 — 4 =	124
Resta.	300	304

Es visto, que á la resta la sucede lo mismo que al minuendo y lo contrario que al sustraendo, estando por consiguiente en razon directa del primero é inversa del segundo.

Finalmente, una resta no se altera, añadiendo ó quitando al minuendo y sustraendo un mismo número de unidades; v. gr.

Minuendo. . . . . 428 + 2 = 430
Sustraendo. . — 128 + 2 = 130

Resta. 300 300

Minuendo. . . . . 428 — 6 = 422
Sustraendo. . — 128 — 6 = 122

Resta. 300 300

Leccion 10.ª

Pruebas de la adicion y sustraccion.

42. Probar una operacion *es efectuar otra que nos dé á conocer si en la primera hemos obtenido el verdadero resultado ó cometido algun error.* (a)

43. ADICION. — Muchas son las pruebas que pueden servirnos para la adicion: 1.ª siendo el resultado de una adicion el conjunto de todos los sumandos, si de la suma sustraemos sucesivamente uno á uno todos los sumandos, la última sustraccion debe dar cero por resíduo: 2.ª si de la suma total, se resta la suma de todos los sumandos menos uno, el resíduo debe ser igual al sumando no sumado: 3.ª si de la suma total se quita la suma de dos ó mas sumandos, la resta será igual á la suma de los demas.

Finalmente, *sumando todas las unidades de cada columna de los sumandos, principiando por la izquierda, y quitando cada suma*

(a) La facilidad con que nos distraemos en todas nuestras operaciones intelectuales, por mas seguras que sean las reglas prescritas y decidido nuestro propósito de observarlas, es la causa de recurrir á la prueba de ellas.

parcial de las unidades correspondientes á cada columna en la total antes hallada, y resultando cero por resíduo la primitiva adicion estará bien efectuada. (b)

Esta última es la generalmente seguida; v. gr.

$$\text{Sumandos.} \ldots \begin{cases} 30804 \\ 4609 \\ 7052 \\ 940 \end{cases}$$

$$\text{Suma.} \ldots \ 43405$$

$$\text{Resíduo.} \ldots \begin{cases} 12110 \\ 00000 \end{cases}$$

44. SUSTRACCION. Considerándose el sustraendo y resta como dos partes en que se ha descompuesto el minuendo, *sumando el sustraendo con la resta debe resultar el minuendo, si la operacion está bien hecha.*

Con mas sencillez. . . . .

Como en la sustraccion se quita el sustraendo del minuendo y la resta es igual al minuendo menos el sustraendo, *sumando éste con la resta resultará el minuendo, si la operacion está bien hecha.*

(b) Digo estará bien efectuada, porque si en ninguna de las dos adiciones ni en la sustraccion se cometiere falta alguna el resíduo debe ser nulo; pero de que resulte tal no debemos inferir con entera certeza que la primera está rectamente efectuada; porque en las tres operaciones pueden muy bien haberse cometido errores de tal naturalez. que se hayan compensado los unos con los otros. Por esta razon y por ser mas complicada la operacion que sirve de prueba..., se acostumbra á repetir la operacion en un órden inverso, pero siempre de derecha á izquierda á fin de agregar á la columna inmediata las unidades resultantes de especie superior: y solo en el caso de que la suma de cada columna no pase de 9, será indiferente empezar por donde se quiera, con tal que se sumen todas las unidades, decenas, centenas, etc., y se coloquen las sumas en sus respectivos lugares.

Así, para convencernos si está bien hecha la siguiente sustraccion,

Minuendo.	2801
Sustraendo. . . . —	1674
Resta.	1127
Suma.	2801

sumaremos el sustraendo con la resta, y siendo la suma igual al minuendo, tendremos entera seguridad de que la resta es la verdadera.

Leccion 11.

Multiplicacion de los números enteros abstractos.

45. MULTIPLICAR en general, *es hallar un tercer número que sea respecto del primero lo que el segundo es respecto de la unidad.*

El artificio por cuyo medio se halla el tercer número se llama *multiplicacion*; el número que se multiplica, se llama *multiplicando*; aquel por quien se multiplica, *multiplicador*; y el resultado ó sea el número que se va á hallar, se llama *producto.* El multiplicando y multiplicador juntos, reciben el nombre de *factores* del producto.

Esta operacion se indica escribiendo los *factores* en un mismo renglon, separados por el signo $\times$. Así 5×4 indica que se ha de multiplicar el 5 por el 4; y para indicar el resultado se pone el signo $=$; de modo que $5\times4=20$, se lee: 5 *multiplicado por 4 igual á 20.*

46. La definicion de la multiplicacion basta para convencernos de que multiplicar 4 por 3 es hallar un número 12, que es

respecto del multiplicando 4, lo que el multiplicador 3 es respecto de la unidad: y efectivamente, el multiplicador $3=1+1+1$, es tres veces mayor que la unidad; y el producto $12=4+4+4$, es tres veces mayor que el multiplicando 4; luego *multiplicar es hallar un producto que sea al multiplicando lo que el multiplicador á la unidad.*

47. Ahora bien, siendo el multiplicador un número entero el producto es tantas veces mayor que el multiplicando como unidades tiene el multiplicador: luego *multiplicar* un número cualquiera por un entero, *es hacer al multiplicando tantas veces mayor como unidades tiene el multiplicador:* ó de otro modo; *es tomar ó repetir al multiplicando tantas veces como unidades tiene el multiplicador*; y si los factores son números enteros, se puede decir: *multiplicar es hacer á cualquiera de los factores tantas veces mayor como unidades tenga el otro factor;* ó bien, *tomar un número tantas veces como unidades tiene otro.*

48. De lo espuesto se deduce que la multiplicacion es una suma abreviada; de modo que $5\times4=20$; es lo mismo que $5+5+5+5=20$: por consiguiente todas las cuestiones de multiplicar se pueden resolver por la *adicion*; pero serían muy largas y embarazosas siempre que el multiplicador fuese un número grande.

49. Segun esto, el producto debe ser de la misma especie que el multiplicando; y el multiplicador un número abstracto que con sus unidades dice las veces que se ha de tomar ó repetir el multiplicando como sumando. Así es, y en algunas cuestiones es conveniente distinguir los factores; pero el producto de dos números enteros no se altera aunque se truequen sus oficios como manifiesta el siguiente

50. TEOREMA. *El órden de los factores no altera el producto.*

Sean los factores 5 y 4; digo que el producto será el mismo ya multiplique el 5 por el 4, ó ya el 4 por el 5; y por lo tanto $5\times4=4\times5$.

Siendo la multiplicacion una suma abreviada (48), tendré: $5\times4=5+5+5+5$; y $4\times5=4+4+4+4+4$; pero $5+5+5+5=20$; y $4+4+4+4+4=20$; luego $5\times4=4\times5$.

Ademas, siendo $5+5+5+5=4+4+4+4+4$, descomponiendo cada sumando del primer miembro de la igualdad en las cinco unidades de que consta, y los del segundo miembro en las cuatro, tendré igual número de unidades en uno que en otro; luego serán iguales, y por lo mismo $5\times4=4\times5$.

Todo esto se hace mas perceptible en el siguiente

CUADRO.

$$\left.\begin{array}{l}5\times4=\left\{\begin{array}{l}5=\\5=\\5=\\5=\end{array}\right.\left\{\begin{array}{l}1+1+1+1+1\\1+1+1+1+1\\1+1+1+1+1\\1+1+1+1+1\end{array}\right\}=20\\[2ex]4\times5=\left\{\begin{array}{l}4=\\4=\\4=\\4=\\4=\end{array}\right.\left\{\begin{array}{l}1+1+1+1\\1+1+1+1\\1+1+1+1\\1+1+1+1\\1+1+1+1\end{array}\right\}=20\end{array}\right\}\text{luego } 5\times4=4\times5.$$

51. Esto mismo es aplicable á las multiplicaciónes sucesivas. Así $6\times4\times5\times2=4\times6\times5\times2=\ldots\ 5\times2\times6\times4=2\times5\times6\times4=6\times5\times4\times2=2\times6\times5\times4$ etc.; pues en todos estos casos se da á entender que el producto de los dos primeros se debe multiplicar por el factor siguiente; el producto resultante por el siguiente factor, y así sucesivamente...

En la multiplicacion de los números, sean abstractos ó concretos, distinguiremos *tres casos*.

52. PRIMER CASO. *Multiplicar números simples*; lo que se consigue, sabiendo de memoria... ó el uso de la siguiente

Tabla de multiplicar.

a...	1	2	3	4	5	6	7	8	9	...b
m..	2	4	6	8	10	12	14	16	18	..n
	3	6	9	12	15	18	21	24	27	
	4	8	12	16	20	24	28	32	36	
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	
	6	12	18	24	30	36	42	48	54	
	7	14	21	28	35	42	49	56	63	
	8	16	24	32	40	48	56	64	72	
	9	18	27	36	45	54	63	72	81	
	c									

La formacion de esta tabla es muy fácil: la primera casilla horizontal *a b*, y la vertical *a c* contiene cada una los nueve números simples: la segunda casilla horizontal *m n* contiene los productos de los nueve primeros números por 2; y se forma añadiendo cada uno de ellos así mismo: la tercera contiene el producto de los nueve primeros por 3; y se forma añadiendo relativamente los de la primera casilla á los de la segunda, y así de los demas.

De lo que resulta, que *el producto de dos números simples se halla en el punto de interseccion de las casillas de los factores.*

Así, para encontrar el producto de 3 por 7, busco el 3 de la casilla horizontal y desciendo por la columna de números que están debajo de él hasta llegar á la sétima fila, que tiene á su izquierda por primer guarismo el 7, que es el otro factor.

La simple inspeccion de esta tabla basta para convencernos de lo espuesto (30).

53. SEGUNDO CASO. *Multiplicar un número compuesto por un simple ó un simple por un compuesto.*

Esto se consigue, *multiplicando todo el compuesto por el simple, principiando por las unidades; de cuya multiplicacion si resulta una ó mas decenas, se ponen en el producto las unidades restantes ó cero si fuesen justas y en su lugar correspondiente, reservando las decenas resultantes para añadirlas al producto de las decenas, y así sucesivamente,..., hasta el último guarismo, cuyo producto se pone á la izquierda del anterior.*

El resultado obtenido de este modo contiene el producto de todas las unidades, decenas, centenas, etc..., del multiplicando por el multiplicador; luego es el verdadero producto.

EJEMPLO. Si quiero multiplicar 742 por 5, los colocaré con arreglo á lo espuesto (45), de este modo:

Luego multiplico todo el multiplicando 742 por el multiplicador 5, principiando por las unidades, diciendo: 2 por 5 son 10; y como en 10 unidades hay una decena justa, pongo cero en el producto y en el lugar de las unidades, reservando la decena para añadirla al producto de las decenas, diciendo: 4 por 5 son 20, y 1 que llevo son 21; y como en 21 decenas hay 2 centenas y 1 decena, escribo 1 decena en el producto, reservando las 2 centenas resultantes, para añadirlas al producto de las centenas, diciendo: 7 por 5 son 35, y 2 que llevo son 37, cuyo producto pongo á continuacion del anterior, como resultado del último guarismo del multiplicando por el multiplicador, y hallo el verdadero producto 3710.

$$742 \times 5 = 3710$$

54. En la práctica, *se coloca el simple debajo de las unidades del compuesto; se tira debajo una raya, y luego se practica la regla anterior* (53), *colocando el producto debajo de la raya;* v. gr.

Para multiplicar 34825 por 7, haré la colocacion dicha, como aquí se ve....

Artificio.

$$\begin{array}{lr} \text{Multiplicando. . . . .} & 34825 \\ \text{Multiplicador. . . . .} & \times\ 7 \\ \hline \text{Producto. . . . .} & 243775 \end{array} \Big\} \text{Factores.}$$

La colocacion de los factores es por comodidad, y la raya se tira por claridad. Todo lo demas se reduce á multiplicar todas las unidades, decenas, centenas, etc., del multiplicando por el multiplicador (53), á fin de que aparezca debajo de la raya el verdadero producto.

OBSERVACION. Al estudiar la tabla de multiplicar (52) habremos advertido, que todo número multiplicado por la unidad ó vice-versa, da por producto el mismo número; y que *cero* multiplicado por cualquiera número ó al contrario, da *cero* por producto.

55. De aquí se sigue que, *cuando uno de los factores es la unidad, el producto es el otro factor*; porque de repetir el uno por sumando una vez, ó de repetir la unidad tantas veces como unidades tenga el otro, ha de resultar una suma, que aquí es el producto, con tantas unidades como el factor que no sea la unidad, y por lo mismo igual con él.

$$\text{Así. . . . . . .}\begin{cases} 6\times1=6 \\ 1\times6=1+1+1+1+1+1=6 \end{cases}$$

El mismo raciocinio es estensivo á otro caso cualquiera.

56. *Cuando uno de los factores es cero el producto tambien es cero*; porque de tomar un número ninguna vez ó de tomar muchas veces nada, siempre resultará nada.

$$\text{Así. . . . . . .}\begin{cases} 5\times0=0 \\ 0\times5=0+0+0+0+0=0 \end{cases}$$

57. Antes de entrar en el *tercer caso*, consideraremos *dos* de

sus *casos* particulares por su sencillez, fundados en el *sistema de numeracion* escrita; y de la mayor importancia por su grande aplicacion en los *usos comunes* de la vida.

1.° *Multiplicar un número por* 10, 100, 1000, etc.; y en general, *multiplicar un número por la unidad seguida de ceros; en cuyo caso, se colocan á la derecha de dicho número tantos cero como haya despues de la unidad.* Así, un número se multiplica por 10, escribiendo un *cero* á su derecha; porque de este modo las *unidades* del número pasan á ser *decenas*, estas á *centenas*, etc.; es decir, que todas las partes del número ascienden un lugar á la izquierda, siendo por lo mismo diez veces mayores (18) de lo que eran antes; luego el número es diez veces mayor ó queda multiplicado por 10.

EJEMPLO.

$$3804 \times 10 = 38040.$$

Del mismo modo se demuestra que, *para multiplicar un número por* 100, *se escriben dos ceros á su derecha: para multiplicarle por* 1000, *se escriben tres, y así sucesivamente.*

EJEMPLOS.

$$584 \times 100 = 58400$$

$$6304 \times 1000 = 6304000$$

2.° *Multiplicar un número compuesto por otro de un guarismo significativo seguido de ceros*; para lo cual *se multiplica el número compuesto por el guarismo significativo* (54), *añadiendo al producto tantos ceros como le acompañen*; v. gr.

$$247 \times 30 \text{ será } (54).$$

$$\left.\begin{array}{lr} \text{Multiplicando. . . . . } & 247 \\ \text{Multiplicador. . . . . } & \times\ 30 \end{array}\right\} \text{Factores del producto.}$$

$$\overline{7410} \quad \text{Producto total.}$$

Esto consiste en que 247×30, es lo mismo que $247 \times 3 \times 10$;

mas aquí tengo indicado (51) que el producto de 247 por 3, que es 741, le debo multiplicar por 10; y como para multiplicar por 10 basta escribir un *cero* á la derecha del número (57), resulta, que si al 741 le escribo un cero á su derecha, tendré 7410, producto de 247 × 30.

VARIOS EJEMPLOS

EN QUE LOS PRINCIPIANTES PUEDEN EJERCITARSE.

a.	b.	c.
5927	2904	9005701
×. 600	× 8000	×. . 90000
3556200	23232000	810513090000

58. TERCER CASO. *Multiplicar un número compuesto por otro compuesto.*

En general: se multiplica, *colocando el multiplicador debajo del multiplicando* (a) *ó al contrario* (50), *de modo que se correspondan sus unidades, decenas, centenas, etc.*; *y tirando una raya debajo, se multiplica todo el multiplicando por las unidades del multiplicador* (54), *cuyo producto se pone debajo de la raya de modo que sus unidades, decenas, etc. se correspondan con las de los factores; luego, todo el multiplicando por las decenas del multiplicador; después todo el multiplicando por las centenas del multiplicador, y así sucesivamente; corriendo un lugar á la izquierda por cada producto parcial que se saque; y tirando una raya debajo, se suman los productos parciales* (b) *para sacar el total.*

(a) Conviene colocar debajo el menor para mayor sencillez.

(b) Aunque todo producto que sea parte del total pueda con justa razon llamarse *producto parcial*, con todo, bajo el nombre de *productos parciales* entendemos de ordinario los que resultan de las sucesivas multiplicaciones de todo el multiplicando por cada una de las cifras del multiplicador.

(Lacroix).

El resultado de este modo obtenido es el conjunto de todos los productos parciales, componentes cada uno del producto de todas las partes del multiplicando por su cifra correspondiente del multiplicador; luego es el producto total.

EJEMPLO. Si quiero multiplicar 7824 por 356, colocaré el multiplicador debajo del multiplicando en esta forma:

Multiplicando.	7824	Factores del producto.
Multiplicador.	× 356	
	46944	Productos parciales.
	39120	
	23472	
Producto total. . . .	2785344	

Tiro una raya debajo del multiplicador 356, y luego multiplico todo el multiplicando 7824 por el 6, unidades del multiplicador, cuyo producto pongo debajo de la raya, de modo que sus unidades, decenas, centenas, etc. se correspondan con las de los factores; despues todo el multiplicando por el 5, decenas del multiplicador, cuyo producto pongo debajo del anterior, corriendo un lugar á la izquierda; en seguida todo el multiplicando por el 3, centenas del multiplicador, y el producto le coloco debajo del anterior, corriendo otro lugar á la izquierda, con lo que tengo la primera cifra de cada producto parcial, formando columna con la misma del multiplicador por quien se originó, y por lo mismo los productos parciales están debidamente colocados (29) para poderlos sumar: por consiguiente, tiro debajo una raya, sumo los productos parciales y la suma 2785344 es el *producto total.*

Para convencernos mas y mas de esta verdad, resolveremos el caso anterior, 7824 × 356, analíticamente (a) y tendremos, que, segun nuestro *sistema de numeracion*, el multiplicador 356,

---

(a) **Dos métodos pueden seguirse en la esposicion de las verdades matemáticos, llamados analítico y sintético.**

por componerse de 6 unidades, 5 decenas y 3 centenas, es igual á $6+50+300$; luego $7824\times356=7824\times(6+50+300)$ $=7824\times6+7824\times50+7824\times300$; que practicando lo espuesto (54) y (57-2.°), y sumando los productos resultantes (29) deduciremos que lo dicho (58) es una verdad.

Todo esto se hace mas perceptible en el siguiente *cuadro*.

$$\text{Multiplicando. . } 7824\times\left\{\begin{array}{r}6=\ \ 46944\\ 50=\ 39120(0\\ 300=23472(00\end{array}\right\}\text{Productos parciales.}$$

$$\text{Producto total. . . . . } 2785344$$

El mismo resultado hubiéramos obtenido repitiendo el multiplicando, como sumando (49) 356 veces; ó lo que es lo mismo, repitiéndole primero 6 veces, luego 50 y despues 300; cuyas sumas reunidas en una sola (29) formarían el producto total.

OBSERVACION El esceso de ceros que resultan en el segundo y tercer productos parciales por este método, al sumarlos no influyen en el resultado; luego podemos prescindir de ellos, separándolos como se vé en el *cuadro*, resultando así los productos parciales del mismo modo colocados (58); luego todas las consideraciones allí espuestas están legítimamente deducidas de estos principios.

Este método es mas claro, excelente, etc: se dirige á la razon y por eso convence mas pronto: aquel (58), mas breve y cómodo en la práctica.

ABREVIACIONES DE LA MULTIPLICACION.

59. La operacion de multiplicar se abrevia, *cuando uno ó ambos factores terminan en ceros*; lo que se consigue, *multiplicando solo los guarismos significativos, y añadiendo al producto tantos ceros como haya al fin en ambos factores juntos*; v. gr.

27400×46 será (58).

$$\left.\begin{array}{lr} \text{Multiplicando.} \ldots\ldots & 27400 \\ \text{Multiplicador.} \ldots\ldots & \times 46.. \end{array}\right\}\text{Factores del producto.}$$

$$\left.\begin{array}{r} 1644.. \\ 1096\ .. \end{array}\right\}\text{Productos parciales.}$$

$$1260400.\ .\ .\ \text{Producto total.}$$

Ahora multiplico la parte significativa del multiplicando, es decir, los guarismos significativos, 274 por el multiplicador 46 (58), y escribiendo á la derecha del producto 12604, los dos ceros del multiplicando, tendré 1260400 producto total de 27400×46.

Esto se funda (57) en que $27400 \times 46 = 274 \times 100 \times 46 = 274 \times 46 \times 100$ (51); luego, multiplicando 274 por 46 y añadiendo al producto dos ceros (57), tendré 1260400, verdadero producto de 27400×46.

Del mismo modo se demuestra cuando ambos factores terminan en ceros; v. gr.

943000×2500 será. . . . .

$$\left.\begin{array}{lr} \text{Multiplicando.} \ldots\ldots & 943000 \\ \text{Multiplicador} \ldots\ldots & \times 2500 \end{array}\right\}\text{Factores del producto.}$$

$$\left.\begin{array}{r} 4715\ \ \\ 1886\ \ \ \ \end{array}\right\}\text{Productos parciales.}$$

$$\text{Producto total.}\ .\ .\ 2357500000$$

Esto consiste (57) en que $943000 \times 2500 = 943 \times 1000 \times 25 \times 100 = 943 \times 25 \times 1000 \times 100 = 943 \times 25 \times 100000$ (51); luego, multiplicando 943 por 25 y añadiendo al producto cinco ceros (57), se tendrá 2357500000, producto de 943000×2500.

Tambien se abrevia la operacion de multiplicar, *cuando los ceros se hallan entre los guarismos significativos del multiplicador*; en cuyo caso *se omite el multiplicar por ellos* (56), *corriendo el producto del primer guarismo significativo siguiente, respecto del anterior, tantos lugares á la izquierda mas uno, como ceros haya*; porque de multiplicar por decenas, centenas, millares, etc., debe resultar en el producto decenas, centenas, millares, etc.

Así. . . 562837 × 200904 será (58)

Multiplicando.	562837	Factores del producto.
Multiplicador. . . .	×200904	
	2251348	Productos parciales.
	5065533	
	1125674	
	113076204648	Producto total.

Ahora se multiplica todo el multiplicando por el 4 del multiplicador, colocando el producto debajo de la raya; y como á la izquierda del 4 sigue un *cero*, se pasa á multiplicar por el 9, cuyo producto se coloca debajo del anterior, corriendo dos lugares á la izquierda por haber un cero intermedio; pues de multiplicar por cero resultaría un producto parcial de ceros (56), el cual, al sumar los productos parciales, no influiría en el resultado; y de multiplicar por el 9, centenas del multiplicador, debe resultar centenas en el producto (58): y como á la izquierda del 9 siguen dos ceros, se pasa á multiplicar por el 2, colocando el producto debajo del anterior, y corriendo tres lugares á la izquierda por haber dos ceros intermedios (56), y porque de multiplicar por el 2, centenas de millar del multiplicador, debe dar centenas de millar por producto.

Leccion 12.

Aplicaciones usuales de la multiplicacion ó cálculo de los números enteros concretos.

60. Todas las consideraciones espuestas en la multiplicacion de los números *abstractos* son aplicables á los *concretos*, sin mas que en estos es necesario distinguir los *factores*, porque el producto siempre es de la misma especie que el multiplicando (49). La naturaleza del multiplicador no influye en el producto, por lo que puede considerarse como *abstracto*.

Resulta pues, que la multiplicacion de los números *concretos* viene á ser la manifestacion de los diferentes aspectos en que puede presentarse al parecer, esta operacion en los *usos* comunes de la vida, por cuya razon se llaman *usos de la multiplicacion*.

Vallejo, Alemani y otros admiten tres.

PRIMERO. *Hacer á una cantidad cierto número de veces mayor;* en cuyo caso *se multiplica dicha cantidad por un número que conste de tantas unidades como veces se quiera hacer mayor;* v. gr.

Si quiere hacer al número 38 metros *dos* veces mayor, le multiplicaré por 2; si *veinticinco* veces por 25; si *ciento* por 100, y si *mil* por 1000, etc. En todos estos casos siempre el producto es tantas veces mayor que el primero (47) como unidades tiene el segundo; luego habré conseguido mi propósito.

SEGUNDO USO. *Conocido el valor de una unidad averiguar el de muchas;* en cuyo caso *se multiplica el valor de la unidad por el número de ellas.*

EJEMPLOS

1.° Si quiero averiguar cuanto valen 27 metros de paño á 56 reales cada uno, multiplicaré el valor de cada metro, que es 56 reales, por 27 que es el número de metros, en esta forma:

56 reales.

27 metros.

392
112

y hallo que el producto total 1512 reales es el valor de

los 27 metros de paño á 56 reales; porque el valor de la unidad se ha repetido tantas veces como unidades hay.

2.° Valiendo 1 litro de vino 8 décimas, ¿cuánto valdrán 760 litros? Para conseguirlo multiplicaré los 760 litros por las 8 décimas (57-2.°), valor de cada uno.

760 litros.

8 décimas

y hallaré el producto 6080 décimas, valor total.

3.° ¿Cuál será el valor de 30084 kilógramos de canela siendo el de cada uno 140 rs.? Para averiguarlo multiplicaré el número de kilógramos por el valor de cada uno:

30084 kilógramos.

140 reales.

120336
30084

y el producto 4211760 reales será el valor total.

TERCER USO. *Reducir unidades de especie superior á inferior; en cuyo caso se multiplican las unidades de especie superior por las veces que el inferior, á que se refiere, está contenida en la superior.*

La resolucion de este problema en el *sistema métrico de pesas y medidas* es tan sencilla, cuanto que siempre hay que multiplicar por 10, 100, 1000, etc., para lo cual basta recordar lo espuesto (57).

EJEMPLOS.

1.° Si quiero reducir 75 miriámetros á metros, multiplicaré los 75 miriámetros por 10000 metros (20) que tiene un miriámetro, de este modo:

miriàm.		metros.		metros.
75	$\times$	10000	=	750000.

y el producto 750000 metros es el número buscado.

En efecto, el primer cero del producto, contando de derecha á izquierda, espresa metros, el segundo decámetros, el tercero hectómetros, el cuarto kilómetros; y como á la izquierda de estos siguen los miriámetros, resulta que...

75	=	750	=	7500	=	75000	=	750000
miriámetros.		kilómetros.		hectómetros.		decámetros.		metros.

2.° Si quiero averiguar cuantos decílitros tienen 402 decálitros, multiplicaré los 402 decálitros por 100 decílitros que tiene un decálitro, y el producto 40200 serán los decílitros que tienen 402 decálitros.

3.° ¿Cuál será el número de kilógramos, equivalente á 25 toneladas de peso?

La cuestion se reduce á....	25	$\times$	1000	=	25000.
	toneladas.		kilógramos.		kilógramos.

61. OBSERVACION. En mi concepto...., basta saber resolver el siguiente

PROBLEMA. *Dado un número cualquiera de unidades iguales en valor y el de una de ellas, hallar el de todas:*

ó lo que es lo mismo....

Conocido el valor de una unidad averiguar el de muchas de la misma especie que la unidad, siendo iguales y uno mismo el valor de cada una.

Esto se consigue, *multiplicando el valor de la unidad por el número de ellas ó al contrario* (50); pero teniendo presente que el multiplicando es siempre el valor de la unidad, de cuya especie ha de ser el producto.

PROBLEMAS.

1.° Un metro de terciopelo ha costado 58 reales: ¿cuánto costarán 7 metros del mismo terciopelo?

Para conseguirlo multiplicaré 58 rs., valor de cada metro, por 7, número de ellos, en esta forma:

Multiplicando. . . . . 58 rs., valor de la unidad.
Multiplicador. . . . . 7 metros, número de unidades.

El producto. . . 406 rs., es el valor de los 7 metros.

2.° ¿Cuál será el valor de 523 litros de aceite, siendo el de cada litro 6 reales?

Multiplicador. . . . . 529 litros, número de unidades.
Multiplicando. . . . . 6 rs., valor de la unidad.

Producto. . . . 3174 rs., valor de los 529 litros.

3.° Valiendo 1 kilógramo de seda 100 rs., ¿cuánto valdrán 461 kilógramos? El multiplicando es 100 rs.; el multiplicador 461 kilógramos; luego (57) el producto de

$$\underset{\text{kilógramos.}}{461} \times \underset{\text{reales.}}{100} = 46100 \text{ rs. es el valor.}$$

4.° Arando 1 par de mulas 70 áreas, 9 pares en el mismo tiempo ararán $70 \times 9 = 630$ áreas

5.° Si 1 hombre hiciese en un tiempo cualquiera 2800 decímetros cúbicos de obra, cuántos harían 790 hombres en el mismo tiempo?

Multiplicando. . . . . 2800 decímetros cúbicos.
Multiplicador. . . . . 790 hombres.

252
196

Harian. . . . . . . 2212000 decímetros cúbicos.

6.° Teniendo 1 área 100 centiáreas, ¿cuántas de estas tendrán 580 de aquellas?

Es claro que tendrán 580 × 100 = 58000 centiáreas.

7.° Si con un doblon de Isabel II hemos comprado 106 kilógramos de manzanas, con 70490 doblones ¿cuántos kilógramos se podrán comprar?

Multiplicador. . . . . 70490 doblones, número de unidades.
Multiplicando. . . . . 106 kilógramos, valor de la unidad.

42294
7049

Producto. . . 7471940 kilógramos, valor de las unidades.

8.° Llevando 1 gaban 3 metros de tela, y siendo el precio de cada metro 40 reales, importará el gaban

40 × 3 = 120 reales.

9.° Disparando 1 compañía de soldados 7500 tiros en un tiempo determinado, 74 compañías en igualdad de plazas y tiempo dispararán 7500 × 74 = 555000 tiros.

10. Si 1 cañon de artillería disparase 500 proyectiles, 700 cañones en igualdad de circunstancias dispararán

700 × 500 = 350000 proyectiles.

Leccion 13.

Division de los números enteros abstractos.

62. La division es una operacion inversa de la multiplicacion; luego diremos: *dividir* en general *es hallar un tercer número que sea respecto del primero, lo que la unidad es respecto del segundo.* El primer número se llama *dividendo:* el segundo, *divisor*, y el tercero, *cociente.* El dividendo y divisor juntos se denominan *términos* de la division.

La operacion se indica, escribiendo dividendo, divisor y cociente en un mismo renglon, separados los dos primeros por el signo : y los dos últimos por el de igualdad = Así, la espresion 8 : 2=4, se lee: 8 *dividido por* 2 *igual á* 4.

Segun la definicion de la *division*, dividir 12 por 3 es hallar un número 4, el cual tiene la misma relacion con el dividendo 12, que la unidad, con el divisor 3. Ahora bien, la unidad es tres veces menor que el divisor 3; y el cociente 4 es tres veces menor que el dividendo 12; y como el mismo razonamiento es aplicable á todos los casos de la division, se sigue que, *dividir es hallar un cociente que sea al dividendo lo que la unidad al divisor.*

63. Vemos, que si el dividendo y divisor son números enteros, siempre el cociente es tantas veces menor que el dividendo como unidades tiene el divisor; de donde se sigue esta definicion: *dividir* dos números enteros *es hacer al dividendo tantas veces menor como unidades tiene el divisor.* Veremos tambien que si los términos de la division son números enteros y la operacion exacta (a), el cociente constará de tantas unidades

(a) Se llama division exacta aquella cuyo cociente es un número entero, conteniendo por consiguiente el dividendo al divisor un número exacto de veces: cuando esto no se verifica se llama inexacta.

como veces se pueda restar el divisor del dividendo (a), y mas el resíduo por el divisor si es inexacta, y como se podrá quitar tantas veces como esté contenido, se dice: *dividir es averiguar las veces que un número contiene á otro.*

En la division de los números enteros sean abstractos ó concretos distinguiremos *tres casos.*

64. PRIMER CASO. *Dividir números simples.*

Para dividir números simples y aun un compuesto de dos guarismos por un simple, que sea mayor que el guarismo de especie superior del compuesto, *se multiplica el divisor por un número cuyo producto sea el dividendo, ó el producto inmediato menor, el cual será el cociente*; y si de pronto no ocurre especialmente á los principiantes, *multiplicarán mentalmente el divisor por los números simples hasta obtener el deseado producto.*

EJEMPLOS.

1.° Si quiero averiguar las veces que el 6 contiene al 2, y de repente no ocurre por qué número debo multiplicar el 2 para que produzca 6, multiplicaré mentalmente el 2 por todos los números simples hasta encontrar por producto el dividendo 6 ó el inmediato menor, diciendo: 2 por 1 es 2, 2 por 2, 4; 2 por 3, 6; y como este producto de 2 por 3 es igual al dividendo 6, digo que el 6 contiene 3 veces al 2; y por lo mismo $6:2=3$.

2.° Para dividir 28 por 7, suponiendo que de pronto no ocurre por qué número se ha de multiplicar el 7 para que produzca

(a) En tal caso pudiéramos decir: *dividir es hallar un número, llamado cociente, que conste de tantas unidades como veces se pueda restar el divisor del dividendo*; v. gr.

$$9:3=\left\{\begin{array}{l}9-3=6\ldots\text{ resta 1.}^a\\6-3=3\ldots\text{ resta 2.}^a\\3-3=0\ldots\text{ resta 3.}^a\end{array}\right\}\text{Cociente 3.}$$

28, se multiplica mentalmente el divisor, 7 por todos los números simples hasta encontrar por producto el dividendo 28 ó el inmediato menor, de este modo: 7 por 1 es 7; 7 por 2, 14; 7 por 3, 21; 7 por 4, 28; y como este producto de 7 por 4 es igual al dividendo 28, digo que... 28 : 7=4.

3.° ¿Cuál será el cociente de 75 dividido por 9?

Como el dividendo 75 es algo grande, veo desde luego, que contiene al divisor 9, mas de una, dos, tres, cuatro y cinco veces, y por tanto empezaré á multiplicar el 9 por el 6, diciendo: 9 por 6, 54; 9 por 7, 63; 9 por 8, 72; 9 por 9, 81; y como 81 es mayor que el dividendo 75, infiero que el 9 no cabe un número exacto de veces en el 75; y siendo el producto próximo inferior al 81, el de 9 por 8, digo que el cociente de 75 dividido por 9 es 8, y sobran 3 unidades: este resíduo *se pone á la derecha del cociente y debajo el divisor, separados por una raya*, en esta forma $8\frac{3}{9}$, y se lee: *ocho y tres novenos:* luego el cociente de 75 : 9=$8\frac{3}{9}$.

65. Estos resíduos del dividendo por el divisor se llaman quebrados (2); y para espresarlos *se lee el número que está encima de la raya con los numerales absolutos, y el que está debajo con los partitivos, sinó llega á* 10, *ó con los absolutos si llega ó pasa de* 10, *añadiendo despues la palabra* avos: así, los números...... $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{6}{9}$, $\frac{8}{10}$, $\frac{31}{96}$, se leen relativamente...., un medio, dos tercios, un cuarto, cuatro quintos, dos sestos, tres sétimos, siete octavos, seis novenos, ocho décimas ó diez*avos*, treinta y uno noventa y seis*avos*.

66. Infiérese de lo espuesto, que *el objeto de la division es dado un producto de dos factores y uno de ellos hallar el otro factor*; y que en las divisiones exactas, el dividendo es igual al producto del cociente entero por el divisor, y mas el resíduo en las inexactas; luego el número que multiplicado por el divisor no dé el dividendo no es el verdadero cociente.

67. SEGUNDO CASO. *Dividir un número compuesto por un simple.* Esto se consigue, *colocando el divisor á la derecha del dividendo de modo que se correspondan en un mismo renglon, separados con una línea vertical y otra horizontal debajo del divisor: luego se separa en el dividendo, de izquierda á derecha con una coma ó mentalmente, el primer guarismo y uno mas, si es menor que el divisor; este dividendo parcial se divide por el divisor* (64), *poniendo el cociente debajo de la raya horizontal: despues se multiplica el divisor por el cociente y se resta el producto del dividendo parcial. A la derecha de la resta, si la hay, se baja el siguiente guarismo y se divide por el divisor, poniendo cero en el cociente si fuese menor que él: y bajando inmediatamente el siguiente guarismo, se divide por el divisor, y así sucesivamente hasta bajar el último.* Si al fin queda resta, se pone á la derecha del cociente y debajo el divisor (65).

EJEMPLOS.

1.ª Si quiero dividir 861 por 7, colocaré el divisor á la derecha del dividendo, separándolos con una línea vertical y otra horizontal debajo del divisor, en esta forma:

Dividendo. 8,6,1		7....... Divisor.
Producto del divisor por la 1.ª cifra del cociente. . .	7 centenas.	123. . Cociente.
2.º dividendo parcial.	16 decenas.	Unidades, cociente de 21 por 7.
Producto del divisor por la 2.ª cifra del cociente. . .	14 idem.	Decenas, cociente de 16 por 7.
3.er dividendo parcial. . . .	021 unidades.	Centena, cociente de 8 por 7.
Producto del divisor por la 3.ª cifra del cociente . .	21 idem.	
Resíduo final.	00	

Colocados los términos de la division como se ve, separo en el dividendo de izquierda á derecha con una coma el primer guarismo 8, y digo: 8 centenas entre 7 unidades á 1 centena, que pongo debajo de la raya orizontal del divisor: luego multiplico este primer cociente, 1, por el divisor ó al contrario, diciendo: 7 por 1 es 7; que pongo debajo del dividendo parcial 8, tiro una raya (32) y resto 7 de 8. A la derecha de la resta 1, bajo el siguiente guarismo 6, del dividendo (apuntándole con una coma para conocer los guarismos bajados) y digo: 16 decenas entre 7 unidades á 2 decenas, poniendo este 2.° cociente parcial á la derecha del 1.°...: multiplico este cociente 2 por el divisor 7, y el producto 14 le pongo debajo del 2.° dividendo parcial 16, y resto. Al lado de la resta 2, bajo el siguiente guarismo 1, y digo: 21 unidades entre 7 á 3, cuyo cociente parcial escribo á la derecha del anterior: multiplico el divisor por este tercer cociente, colocando el producto 21 debajo del tercer dividendo parcial, y restándole de él. Ahora, siendo cero el resíduo final, y no habiendo mas guarismos que bajar, digo: que *el cociente de* 861 *dividido por* 7 *es* 123.

68. Es muy conveniente tanto á los adultos como niños, acostumbrarse á efectuar la division de dos números..., *haciendo la resta al mismo tiempo que la multiplicacion del divisor por el cociente parcial* (34). Así el caso anterior 861 dividido por 7, será....

Dividendo...... 8,6,1	7........ Divisor.
2.° dividendo parcial..... 1 6 dec.	123... Cociente.
3.er dividendo parcial.... 0 2 1 unid.	Unidades, cociente de 21 por 7. Decenas, cociente de 16 por 7. Centena, Cociente de 8 por 7.
Resíduo final........ 0 0	

Colocados *dividendo*, y divisor como se ve, separo en el primero, de derecha á izquierda, el guarismo 8, y digo: 8 entre 7 á 1; multiplico el divisor 7 por este primer cociente, y el producto le resto del dividendo parcial 8, sin colocarle debajo, diciendo: 7 por 1 es 7, á 8 va 1, que pongo debajo del 8. A la derecha de la resta 1, bajo el siguiente guarismo 6, del dividendo total, con lo que tengo el 2.° dividendo parcial 16, y digo: 16 entre 7 á 2, que pongo á la derecha del primer cociente parcial: multiplico el divisor por este 2.° cociente parcial 2, restando mentalmente el producto del 2.° dividendo parcial 16, diciendo: 7 por 2, 14; á 16 van 2, que pongo debajo del 6, y llevo 1 á 1 *cero*. A la derecha de la resta 2, bajo el siguiente guarismo, 1, del dividendo, y digo 21 entre 7, á 3: multiplico el divisor por este tercer cociente, restando el producto del tercer dividendo parcial, como anteriormente diciendo: 7 por 3, 21; á 21, cero; y llevo 2 á 2, cero.

69. Tambien suele hacerse la division..., sin bajar á la derecha de la resta el siguiente guarismo del dividendo, si bien considerándole mentalmente como bajádo. Aplicando esto al caso anterior, se tendrá...

Dividendo.	861	7. . . Divisor
	120	123. Cociente
	00	

Este modo... es mas pronto, pero menos metódico, y por conseguiente mas espuesto á equivocacion.

70. Observacion. Al efectuar una division se tendrá presente: 1.° que *no se puede poner de una vez en el cociente mas de* 9; porque todo número que no contiene á otro, *una* sola vez, no le puede contener *diez* aunque se añada á su derecha cualquier guarismo, por cuya razon siempre que un dividendo parcial contenga á su divisor mas de 9 veces, es señal cierta que la resta anterior era igual ó mayor que el divisor: 2.° de la observacion anterior se deduce, que *si el resíduo* de *una division es igual ó mayor que el divisor, el cociente es menor de lo*

que le corresponde: 3.° *cuando el producto del divisor por el cociente es mayor que el dividendo parcial, el cociente es mayor de lo que debe:* 4.° *cuando se baja un guarismo y en él junto con la resta, si la hay no cabe el divisor, se pone cero en el cociente y se baja al instante el siguiente guarismo;* 5.° todo número cabe en sí mismo una vez: 6.° Todo número dividido por la unidad da por cociente el mismo número; 7.° *cero* dividido por cualquier número siempre da cero por cociente: 8.° el número de cifras del cociente es igual á la diferencia entre las del dividendo y divisor ó á la diferencia mas uno: y en general, *el número de cifras de un cociente siempre es igual al de dividendos parciales en que resulte descompuesto el total.*

EJEMPLOS.

1.° Dividir 5628 por 4.

Dividendo.	**5628**	**4. . . . . . . Divisor.**
Producto del divisor por la 1.ª cifra del cociente. . .	4 millares.	**1 407. . Cociente.**
2.° dividendo parcial.	1 6 cent.	Unidades, cociente de 28 por 4.
Producto del divisor por la 2.ª cifra del cociente. . .	1 6 idem.	Decenas, cociente de 2 por 4.
3.° y 4.° dividendo parcial.	0 0 2 8 unid.	Centenas, cociente de 16 por 4.
Producto del divisor por la 4.ª cifra del cociente . .	2 8 idem	millar. cociente de 5 por 4.
Resíduo final.	0 0	

El mismo ejemplo haciendo la resta al mismo tiempo que la multiplicacion del divisor por el cociente parcial.

Dividendo. 5,628	4. .... Divisor..
2.° dividendo parcial. . . 1 6	1407 Cociente.
3.° y 4.° idem. 0 028	
Resíduo final. . . . . , . 00	

unidades, cociente de 28 por 4.
decenas, cociente de 2 por 4.
centenas, cociente de 16 por 4.
millar, cociente de 5 por 4.

El mismo ejemplo sin vajar á la derecha de la resta el siguiente guarismo del dividendo.

Dividendo. 5628	4...... Divisor.
1000	1407 Cociente.
0	

Es visto por los tres medios espuestos, que el cociente de 5628 dividido por 4, es 1407.

2.° Dividir 29005 por 8, haciendo desde luego la resta al mismo tiempo que la multiplicacion del divisor por el cociente parcial.

Dividendo. . . . . 29005.	8......... Divisor.
2.° dividendo parcial. . . .0 5 0 cent.	$3625\frac{5}{8}$ Cociente.
3.° idem. . . . . 2 0 dec.	
4.° idem. . . . . 0 4 5 u.	
Residuo final. . . . . 0 5 id.	

residuo final por el divisor.
unidades, cociente de 45 por 8.
decenas, cociente de 20 por 8.
centenas, cociente de 50 por 8.
millares, cociente de 29 por 8.

71. Adquirida ya la destreza suficiente.... se abrevia la operacion, *tomando del dividendo la parte que diga el divisor*; es decir: *que si el divisor es 2, se tomará la mitad del dividendo; si 3, la tercera parte; si 4, la cuarta; y si 5, la quinta*, etc.; y la parte tomada será el cociente.

Así, para dividir 890412 por 7 se dispone la operacion de este modo:

Dividendo. . . . . . 890412 : 7....... Divisor.

Cociente . . . . . . 127201 $+ \frac{5}{7}$

y se dice: la 7.ª parte de 8 es 1 (que se pone debajo del 8) y sobra 1; la 7.ª parte de 19 es 2 y sobran 5; la 7.ª parte de 50 es 7 y sobra 1; la de 14, 2; la de 1, 0; y la de 12 es 1 y $\frac{5}{7}$

72. TERCER CASO. *Dividir números compuestos*

En general: se divide, *colocando el divisor á la derecha del dividendo de modo que se correspondan en un mismo renglon, separados con una línea vertical y otra horizontal debajo del divisor: luego se separan en el dividendo, de izquierda á derecha mentalmente ó con una coma, tantos guarismos como hay en el divisor ó uno mas, si la parte separada es menor que el divisor: este dividendo parcial se divide por el divisor, viendo las veces que el primer guarismo del divisor está contenido en el primero ó dos primeros del dividendo* (67), *y si el mismo número de veces por lo menos* (a) *lo está el segundo del divisor en el resíduo junto con el segundo ó tercero del dividendo.., se escribe dicho guarismo en el cociente: despues se multiplica todo el divisor por el cociente y el producto se resta del dividendo parcial* (32). *A la derecha de la resta se baja el siguiente guarismo del dividendo total y se divide por el divisor, poniendo cero en el cociente si fuese menor que él; y bajando inmediatamente el siguiente guarismo, se divide por el divisor, y así sucesivamente hasta bajar el último. Si al fin queda resta se pone á la derecha del cociente sobre una raya y debajo el divisor* (65).

(a) Teniendo presente las observaciones hechas (70); pues si bien es cierto que poniendo de menos en el cociente al dividir el primero ó dos primeros del dividendo por el primero del divisor, el siguiente del dividendo junto con la resta contiene al segundo del divisor aun mas veces que el primero ó dos primeros del dividendo al primero del divisor; tambien lo es que se ha faltado á lo espuesto.

EJEMPLOS.

1.° Si quiero dividir 2361 por 23, colocaré el divisor á la derecha del dividendo, separándolos con una línea vertical y otra horizontal debajo del divisor en esta forma:

Dividendo.	24,6,1	23..... Divisor.
Producto de todo el divisor por la 1.ª cifra del cociente.	23 centenas.	1 0 7..... Cociente.
2.° y 3.er dividendos parciales.	01 6 1 decenas.	
Producto de todo el divisor por la 3.ª cifra del cociente.	1 6 1 unidades	
Residuo final.	0 0 0	

1 centena, cociente del primer dividendo parcial 24 por el divisor 23... residuo 1 centena.
0 decenas, cociente del segundo dividendo parcial 16 por el divisor 23... residuo 16 decenas.
7 unidades, cociente del tercer dividendo parcial 161 por el divisor 23... residuo

Colocados dividendo y divisor como se ve, separo solamente en el dividendo, de izquierda á derecha con una coma, tantos guarismos como hay en el divisor: ahora, puesto que la parte separada es mayor que el divisor procedo á dividir 24 por 23, para lo cual veré cuantas veces el primer guarismo 2 del divisor está contenido en el primero del dividendo, diciendo: 2 entre 2 á 1 en el cociente, toda vez que el segundo guarismo 4, del dividendo parcial 24, contiene por lo menos el mismo número de veces al segundo del divisor; *luego 24 centenas entre 23 unidades á 1 centena en el cociente:* multiplico todo el divisor 23 por este primer cociente parcial 1, y el producto 23 le coloco debajo del dividendo parcial 24, y resto (34). A la derecha de la resta 1, bajo el siguiente guarismo 6 del dividendo, total con lo que tengo el segundo dividendo parcial 16, que por ser menor que el divisor pongo cero en el cociente; *luego 16 decenas entre 23 unidades á cero decenas ó ninguna decena en el cociente.* A la derecha del segundo dividendo parcial 16, bajo el siguiente y último guarismo del dividendo total, y digo: 16 entre 2, á 8 (67); pero como el tercer guarismo de este tercer dividendo parcial 161 no contiene ni aun una vez al divisor en vez de 8, infiero que el dividendo parcial 161 no contiene 8 veces al divisor 23. Veré si le contiene 7 veces... 16 entre 2, á 7, y sobran 2 de resta, que juntas con el 1, tercer guarismo del dividendo parcial 161, componen 21; y como 21 contiene 7 veces al segundo guarismo del divisor, digo, que 7 es el verdadero cociente de 161 por 23; *luego 161 unidades entre 23, á 7 unidades en el cociente:* multiplico todo el divisor por este tercer cociente parcial 7 y el producto 161 le escribo debajo del dividendo parcial 161 y resto. Ahora, siendo cero el resíduo final, y no habiendo mas guarismos que bajar digo, que el cociente de 2461 dividido por 23 es 107.

El mismo ejemplo haciendo la resta al mismo tiempo que la multiplicacion del divisor por el cociente parcial.

Dividendo	24,6,1	23...... Divisor.
2.° y 3.er dividendos parciales.	01 6 1	1 0 7... Cociente.
Resíduo final.	0 0 0	

centena, cociente del primer dividendo parcial 24 por el divisor 23... residuo. 1 centena.
decenas, cociente del segundo dividendo parcial 16 por el divisor 23.. residuo 16 decenas.
unidades, cociente del tercer dividendo parcial 161 por el divisor 23.. residuo.

Colocados los términos de la division como se ve, separo solamente en el dividendo de izquierda á derecha con una coma tantos guarismos como hay en el divisor; y puesto que el dividendo parcial separado es mayor que el divisor, divido 24 por 23, para lo cual veré las veces que el primer guarismo 2 del divisor está contenido en el primero del dividendo, diciendo: 2 entre 2, á 1 en el cociente, toda vez que el segundo guarismo del dividendo parcial 24 contiene por lo menos, el mismo número de veces al segundo del divisor; *luego 24 centenas entre 23 unidades á 1 centena en el cociente:* ahora, multiplico todo el divisor por este primer cociente parcial 1, y el producto le resto, *al mismo tiempo*, del dividendo parcial 24, de este modo: 3 por 1 es 3, á 4 va 1, que pongo debajo del 4; 2 por 1 es 2, á 2 cero. A la derecha de la resta 1, bajo el siguiente guarismo 6 del dividendo total, y tengo el segundo dividendo parcial 16, que por ser menor que el divisor pongo cero en el cociente; luego 16 decenas entre 23 unidades á cero decenas en el cociente. A la derecha de este segundo dividendo parcial 16 bajo al instante al siguiente y último guarismo del dividendo total, y digo: 16 entre 2, á 8; pero como el tercer guarismo de este tercer dividendo parcial 161 no contiene ninguna vez al segundo del divisor en vez de 8 por lo menos infiero que 8 no puede ser el verdadero cociente. Veré si es 7... 16 entre 2, á 7 y sobran 2 que juntas con el tercer guarismo del dividendo parcial 161 componen 21; y como 21 contiene 7 veces al segundo guarismo del divisor, digo que, 7 es el verdadero cociente de 161 por 23; luego 161 unidades entre 23, á 7 unidades en el cociente: multiplico todo el divisor por este tercer cociente parcial 7, y el producto le resto mentalmente del dividendo parcial 161, diciendo: 3 por 7, 21, á 21 cero, y llevo 2; 2 por 7, 14 y 2 que llevo 16, á 16 cero, y llevo 1, á 1 cero.

El mismo ejemplo sin bajar á la derecha de la resta el siguiente guarismo del dividendo.

Dividendo.	2461	23... Divisor.
	100	107.. Cociente.
	0	

La colocacion de los términos y las rayas, tanto en el *segundo caso* (67) como en el *tercero* (72), es por comodidad y claridad. Todo lo demas está reducido á descomponer el dividendo total en dividendos parciales, que el primero contenga al divisor un número de veces que no pase de 9. Los demas se van formando por la agregacion sucesiva de la siguiente cifra del dividendo total al resíduo del anterior: y cada dividendo parcial dará una cifra en el cociente que ocupará el mismo lugar en él, que la primera de la derecha de cada dividendo parcial en el total.

2.° Dividir 1383,097 por 336, haciendo desde luego la resta al mismo tiempo que la multiplicacion del divisor por el cociente parcial.

Dividendo.	1383,097	5 3 6..... Divisor.
2.° dividendo parcial.	0311 0	
3.er dividendo parcial. . .	043 09	2 5 8 0 $\frac{217}{536}$ Cociente.
4.° id. y resíduo final. . .	00 217	

2 millares, cociente de 1383 por 536... resíduo 311 millares.
5 centenas, cociente de 3110 por 536... resíduo 450 centenas.
8 decenas, cociente de 4509 por 536... resíduo 21 decenas.
0 unidades, cociente de 217 por 536... resíduo 217 unidades.

Hecha la colocacion de los términos separo en el dividendo total, para 1.er dividendo parcial, cuatro guarismos por no contener los tres primeros al divisor, y digo: 13 entre 5 á 2 y sobran 3, que juntas con el 8 componen 38; y como 38 contiene aun mas de dos veces al segundo guarismo 3 del divisor, digo que 2 es el verdadero cociente; luego 1383 millares entre 536 unidades á 2 millares en el cociente: multiplico el divisor por este 1.er cociente parcial 2, y el producto le resto del 1.er dividendo parcial 1383, diciendo: 6 por 2 son 12 á 13 va 1 y llevo 1; 3 por 2 son 6 y 1 que llevo son 7 á 8 va 1; 5 por 2 son 10 á 13 van 3 y llevo 1 á 1, cero. A la derecha de la resta 311 bajo el siguiente guarismo del dividendo, y digo: 31 entre 5 á 6 y sobra 1, que junta con el 3.er guarismo del 2.° dividendo parcial 3110, no contiene 6 veces al 2.° guarismo del divisor; luego pondré á 5 en el cociente: multiplico el divisor por este 2.° cociente parcial 5, y el producto le resto del dividendo parcial 3110 centenas, de este modo: 6 por 5, 30 á 30, 0, y llevo 3; 3 por 5, 15 y 3 que llevo 18, á 21, 3 y llevo 2; 5 por 5, 25 y 2 que llevo 27, á 31, 4 y llevo 3, á 3, 0. Al lado de la resta 430, bajo el guarismo 9, y digo: 43 entre 5 á 8 y sobran 3, que juntas con el 3.er guarismo del dividendo parcial 4309 contienen aun mas de 8 veces al 2.° del divisor; luego 4309 decenas entre 536 unidades á 8 decenas en el cociente: multiplico el divisor por este 3.er cociente, y el producto le resto del dividendo parcial, diciendo: 6 por 8, 48 á 49, 1 y llevo 4; 3 por 8, 24 y 4, 28 á 30, 2 y llevo 3; 5 por 8, 40 y 3, 43 á 43, 0 y llevo 4 á 4, 0. Bajo el 7 y junto con la resta 21 no contiene al divisor; luego 0 en el cociente. Ahora, no habiendo mas guarismos que bajar, el resíduo final 217 le pongo á la derecha del cociente sobre una raya y debajo el divisor.

$$\text{Luego } 1383097 : 536 = 2580 + \frac{217}{536}$$

El mismo ejemplo sin bajar á la derecha de la resta el siguiente guarismo del dividendo.

Dividendo. . . . . . 13830 9(7	536 . . . . . Divisor.	
03110(1	2580 $\frac{217}{536}$ Cociente.	
043(2		
00		

Los últimos guarismos que se ven separados forman el resíduo final 217.

3.º Dividir 26734050 por 8694.

Dividendo.	26734050	8 6 9 4.... Divisor.
2.º y 3.er dividendos parciales	0065205	3 0 7 5.... Cociente.
4.º dividendo idem. . . .	043470	
Resíduo final.	00000	

5 unidades, cociente del 4.º dividendo parcial 43470 unidades por el divisor id. idem ... residuo cero.
7 decenas, cociente del 3.er dividendo parcial 65205 decenas por el divisor id. idem ... residuo 4347 dec.
0 centenas, cociente del 2.º dividendo parcial 6520 centenas por el divisor 8694 idem ... residuo 6520 cent.
3 millares, cociente del 1.er dividendo parcial 26734 millares por el divisor 8694 unidades... residuo 652 mill.

El mismo ejemplo sin bajar á la derecha de la resta el siguiente guarismo del dividendo.

26734050	8694
652470	3075
4300	
00	

4.° Dividir 20907008 por 3602.

Dividendo.	20907008	3 6 0 2.... Divisor.
2.° dividendo parcial. . .	28970	5 8 0 4 $\frac{1000}{3602}$ Cociente.
3.° y 4.° idem id.	15408	
Resíduo final.	1000	

unidades, cociente de 15408 por idem.
decenas, cociente de 1540 por idem.
centenas, cociente de 28970 por idem.
millares, cociente de 20907 por 3602.

5.° Dividir 17188024 por 4729.

Dividendo.	17188024	4 7 2 9,... Divisor.
2.° dividendo parcial. . .	30010	3 6 3 4 $\frac{2838}{4729}$ Cociente.
3.er dividendo idem. . . .	16362	
4.° idem idem.	21754	
Resíduo final.	2838	

unidades, cociente de 21154 por idem.
decenas, cociente de 16362 por idem.
centenas, cociente de 30010 por idem.
millares, cociente de 17188 por 4729.

6.° Dividir 7042006 por 58079.

Dividendo	7042006	5 8 0 7 9.... Divisor.
	123410	1 2 1 $\frac{14447}{58079}$ Cociente.
	72526	
	14447	

7.° Dividendo.	19575	7 8 3.... Divisor.
	3915	2 5
	000	

8.° Dividir 10782999 por 49806.

Dividendo.	10782999	4 9 8 0 6.... Divisor.
	82173	2 1 6 $\frac{24903}{49806}$
	323739	
	24903	

9.°	209155	2 9 5
	2655	7 0 9
	. . 0	

73. Observacion.—Aunque la regla general (72) nos suministra medios suficientes para hallar el verdadero cociente de dos números compuestos, no es de manera que podamos hacerlo sin el ausilio de algun tanteo mental, lo cual arredra en algun tanto á los principiantes. Por este motivo se ponen á continuacion las siguientes:

1.ª *Cuando el segundo guarismo del divisor pase de 5, y sea mayor que el primero, se da una unidad menos al cociente hallado por las veces que el primero del divisor está contenido en el primero ó dos primeros del dividendo.*

EJEMPLOS.

1.°	12501	4 6 3
	3241	2 7
	000	

Escritos dividendo y divisor segun lo prevenido (72), separo en el dividendo cuatro guarismos y digo: 12 entre 4 á 3; pero como el segundo guarismo del divisor pasa de 5 doy una unidad menos al cociente: luego 1250 entre 463 á 2 en el cociente: multiplico... y resto... A la derecha de la resta bajo el siguiente guarismo y digo: 32 entre 4 á 8; pero... á 1 menos...; y en efecto, 7 es el verdadero cociente de 3241 por 463. Y como no queda resta, ni guarismos que bajar, digo que.....

$$12501 : 463 = 27.$$

2.°	6813	2 7 5
	1313	2 5 $\frac{38}{275}$
	38	

2.ª *Cuando el segundo guarismo del divisor sea 8 ó 9, se considerará al primero con una unidad mas, al tiempo de hallar las veces que el primero está contenido en el primero ó dos primeros de cada dividendo parcial* (a).

EJEMPLOS.

1.°	61040	5 8 2
	2840	1 0 4 $\frac{512}{582}$
	512	

(a) Tanto esta regla como la anterior, aunque muy útiles al principiante, no son tan generales que puedan aplicarse á todos los casos, y con especialidad en las divisiones exactas...; pero cuando mas solo habrá que hacer un tanteo.

Colocados los términos...., separo en el dividendo tres guarismos, y como el segundo del divisor es 8, considero al primero como con una unidad mas... y digo: 6 entre 6 á 1 en el cociente: multiplico... y resto. A la derecha de la resta 28 bajo el siguiente guarismo; y como este dividendo parcial 284 es menor que el divisor, pongo 0 en el cociente, y bajo inmediatamente el siguiente guarismo y digo: 28 entre 6 á 4: multiplico... y resto. Y no habiendo mas guarismos que bajar, y sí el resíduo 512, digo que, $61040 : 582 = 104 + \frac{512}{582}$.

$$\begin{array}{r|l} 2.^{\circ} \ldots\ldots\ldots\ldots\ 21685 & 4\ 9\ 5 \\ \hline 1885 & 4\ 3\ \frac{400}{495} \\ 400 & \end{array}$$

74. En las divisiones sucesivas de tres ó mas números *se dividen los dos primeros* (72), *el cociente de estos por el tercero y así sucesivamente*: ó bien, *el primero por el producto de todos los demas.*

Así. . . . . . $56 : 2 : 4 = (56 : 2) : 4 = 28 : 4 = 7$;
ó bien. . . . . $56 : 2 : 4 = 56 : (2 \times 4) = 56 : 8 = 7$.

Luego.... $56 : 2 : 4 = 7$ cociente final.

ABREVIACIONES DE LA DIVISION.

75. 1.ª *Cuando el divisor es* 10, 100, 1000, *etc*, *y en general, la unidad seguida de ceros, terminando el dividendo en el mismo número de ellos por lo menos, el cociente es el mismo dividendo menos tantos ceros como tenga el divisor*; v. gr.

$$340 : 10 = 34.$$

Esto se funda en que el cociente de $340 : 10$ debe ser un número que multiplicado por el divisor 10, dé por producto el dividendo 340 (66); es así que 34×10 da por producto 340 (57), luego 34 es el verdadero cociente de $340 : 10$.

Del mismo modo se demuestra cuando el divisor es 100, 1000, 10000, etc.

EJEMPLOS.

1.° . . . . 72600 : 100 = 726.
2.° . . . . 1090000 : 1000 = 1090.
3.° . . . . 50000 : 10000 = 5.

2.ª *Cuando el dividendo es un número cualquiera y el divisor la unidad seguida de ceros, se separan en el dividendo de derecha á izquierda con un punto, tantos guarismos como ceros tenga el divisor.* Lo que resulta á la izquierda del punto es el cociente entero, y á la derecha la resta, que, por ser el divisor 10, 100, 1000, etc., se denominará *décimas*, *centésimas*, *milésimas*, *etc.*, partes de la unidad.

Así, 75 : 10 = 7 . 5
unidades y décimas.

Esto consiste en que el 5 que antes espresaba *unidades*, ahora á la derecha del punto, espresa *décimas* que son diez veces menores, y el 7 que antes espresaba *decenas*, ahora *unidades*; es decir, que todas las partes del número han descendido un lugar á la derecha, siendo por lo mismo diez veces menores de lo que eran antes; luego el número es diez veces menor ó queda dividido por 10.

Este mismo razonamiento es aplicable á los casos anteriores y á todos aquellos en que el divisor sea 10, 100, 1000, etc.

EJEMPLOS.

1.° . . . . 80325 : 100 = 803 . 25
unidades y centésimas.

2.° . . . . 1000750 : 1000 = 1000 . 750

unidades y milésimas.

3.ª *Cuando el dividendo y divisor terminan en ceros se borran ó tachan en ambos términos igual número de ceros y se efectua la division de los números restantes*; v. gr.

$$480 : 30 = 48 : 3 = 16.$$

Fúndase esto en que $480 : 30 = 48 \times 10 : 3 \times 10$; y quitando en ambos términos (35) el factor comun 10: se tendrá 48 : 3 cuyo cociente es 16.

El mismo razonamiento tiene lugar en otro cualquier caso.

EJEMPLOS.

1.°	14300	700.
	03	$20 \frac{3}{7}$

2.°	608000	5600
	480	$108 \frac{32}{56}$
	32	

3.°	290007000	900000
	2000	$322 \frac{207}{900}$
	2007	
	207	

4.ª *Cuando solo el divisor termina en ceros, se separan en el dividendo de derecha á izquierda, tantos guarismos como ceros en el divisor*; se efectua la division prescindiendo de ellos, y luego se bajan á la derecha de la resta, formando así el resíduo final, que se pondrá á la derecha del cociente sobre una raya y debajo todo el divisor; v. gr.

$$\begin{array}{r|l} 8\ (5 & 4\ (0 \\ \hline 0\ \ 5 & 2\ \frac{5}{40} \end{array}$$

Esto es así porque 85 : 40 = 80 + 5 : 40; pero

80 : 40 = 8 : 4 = 2, y el resíduo 5 : 40 = $\frac{5}{40}$.

Luego 85 : 40 = 2 $\frac{5}{40}$.

2.° . . . . 97(4 : 32(0 = 3 $\frac{14}{320}$.
01 4

En efecto, 974 : 320 = 970 + 4 : 320;

pero de dividir 970 por 320 se obtiene el cociente 3 y el resíduo 1 que, uniéndole las 4 unidades separadas, se tendrá el verdadero resíduo final 14.

Luego el cociente de 974 : 320 = 3 $\frac{14}{320}$.

Idéntico razonamiento podría hacerse en los siguientes ejemplos:

$$\begin{array}{r|l} 1.^{\circ} \ldots\ldots\ 38160\ (17 & 62\ (00 \\ \hline 096 & 615\ \frac{3017}{6200} \\ 340 & \\ 30\ 17 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2.^{\circ} \ldots\ldots\ 75420\ (048 & 963\ (000 \\ \hline 8010 & 78\ \frac{306048}{963000} \\ 306\ 048 & \end{array}$$

Leccion 14.

Aplicaciones usuales de la division ó cálculo de los números enteros concretos.

76. Todas las consideraciones espuestas en la division de los números *abstractos* son aplicables á los *concretos*, y su objeto el mismo; esto es, *dado un producto de dos factores y uno de ellos hallar el otro factor.*

El producto toma el nombre de *dividendo*; el factor conocido *divisor*, y el incógnito cociente. Por consiguiente, el cociente puede hacer de multiplicando ó multiplicador. Si lo primero, será de la misma especie que el dividendo (60), y el divisor puede considerarse como abstracto. Si lo segundo, el dividendo y divisor serán de una misma especie y el *enunciado* determinará la naturaleza y especie del cociente.

Resta decir, que la division de los números concretos no es otra cosa que la manifestacion de los diferentes aspectos en que puede presentarse esta operacion en los usos comunes de la vida, por lo que se llaman....

USOS DE LA DIVISION.

PRIMER CASO.

PRIMER USO. *Hacer á una cantidad cierto número de veces menor; en cuyo caso se divide dicha cantidad por un número que conste de tantas unidades como veces se quiera hacer menor;* v. gr.

Si quisiera hacer á la distancia 348 metros seis veces menor la dividiría por 6; si treinta veces por 30, y si ciento por 100, etc. En todos estos casos siempre el cociente es tantas veces menor que el primero como unidades tiene el segundo (63); luego habré conseguido mi objeto.

SEGUNDO USO. *Dividir un número en partes iguales ó tomar una parte de un número, como mitad, tercera, cuarta parte etc.*, en cuyo caso *se divide el número dado por otro que conste de tantas unidades como partes se quieran tomar.*

EJEMPLOS.

1.° Si se me pidiese dividir una pieza de lienzo (ú otro género cualquiera) de 35 metros, en siete partes iguales, dividiría el número 35 metros por 7, y el cociente 5 metros sería el valor de cada parte.

2.° Si de una partida de 740 kilógramos de arroz (ú otro género cualquiera) tuviese que tomar (ó dar á otro) la décima parte, dividiría los 740 kilógramos por 10 (75) y el cociente 74 kilógramos sería la parte que debia tomar ó dar....

3.° Si se nos dijese, ¿4 litros qué parte es de 36 litros? Como 36 : 4 da por cociente 9, diríamos que la 9.ª parte....

TERCER USO. *Repartir entre varias personas cierto número de cosas;* en cuyo caso *se divide el número de cosas por el de las personas;* v gr.

Si tuviésemos que distribuir, en clase de premios, 384 naranjas entre 32 niños, dividiríamos las 384 por los 32, y el cociente 12, sería el número de naranjas que correspondia á cada niño.

77. OBSERVACION.—Siempre que una division sea inexacta, refiriéndose á unidades del sistema métrico, el resíduo se convierte en unidades inferiores (60. *tercer uso*), con solo escribir *un* cero á su derecha; *dos*, si espresa medidas superficiales (24), *tres* si cúbicas (25), y se continúa la division como antes.

EJEMPLOS.

1.° Siendo la herencia de 8 hermanos 50460 reales, ¿cuánto corresponde á cada uno?

Para conseguirlo, se dividen los 50460 rs. por los 8 hermanos de este modo....

50460 reales.	8 hermanos.
24	6307 rs. 5 décimas.
060	
Resíduo . . . . 4 rs.=40 décimas.	
0	

La division de 50460 por 8 da por cociente 6307 rs., y ademas lo que resulte de dividir el resíduo 4 rs. por 8; y como esta division es imposible en números enteros, el resíduo 4 rs. se convierte en su igual 40 décimas; y continuando la division como antes dan el cociente exacto 5 décimas.

Luego el cociente total 6307 rs. y 5 décimas es lo correspondiente á cada hermano.

2.° Habiendo ascendido la ganancia de 14 compañeros á 100000 doblones de Isabel II, ¿qué ganancia corresponde á cada uno?

100000 doblones. .	14 compañeros.
020	7142 dobl., 8 esc., 5 rs 7 décimas..... 1 céntimo.
60	
40	

Resíduo. . . 12 dobl.=120 esc.
Resíduo. . . . . 08 esc.=80 reales.
Resíduo trasformado en. . . . 100 décimas.
Resíduo trasformado en. . . . 20 céntimos.
Resíduo sin trasformar. . . . . 6 id.

Al dividir 100000 doblones por 14 compañeros se obtiene el cociente 7142 doblones y ademas el resíduo 12 doblones que que trasformados en su igual 120 escudos dan el cociente 8 escudos y 8 por resíduo, que trasformados en su = 80 rs. dan el cociente 5 rs. y ademas el resíduo 10 = 100 décimas que dan el cociente 7 décimas, y el resíduo 2 = 20 céntimos, cuyo cociente es un céntimo y sobran 6.... Y como de este modo pudiéramos ir reduciendo unidades superiores á sus inmediatas inferiores, la aproximacion del cálculo, en este ejemplo ú otros semejantes que no dan cociente exacto, llegaría hasta lo infinito, Luego el cociente 7142 doblones, 8 escudos, 5 rs., 7 décimas, 1 céntimo.., etc. es lo correspondiente á cada compañero.

3.° Muerto un sugeto dejó á sus 10 herederos 200000 hectólitros de trigo. ¿Cuánto corresponde á cada uno?

La cuestion se reducirá á....

200000 hectólitros : 10 = 20000 hectólitros.

4.° Un labrador qniere distribuir entre sus 4 hijos 4423 hectáreas de tierra, viñedo, etc. ¿Cómo lo hará?

4423 hectáreas. . .	4
04	1105 hectáreas. 75 áreas.
023	
Resíduo. . 3 hectás.= 300 áreas.	
20	
0	

5.° El ingeniero de una obra manda que los 15740 metros cúbicos de piedra por labrar se repartan entre 120 canteros con el fin contrario. ¿Cuánto corresponderá labrar á cada uno?

15740 metros cúbicos. . . .	120
37	$\underbrace{131}_{\text{metros cúbicos.}}$ $\underbrace{166}_{\text{decímetros cúbicos.}}$ $\underbrace{666}_{\text{centímetros cúbicos.}}$
14	
Resíduo. . 2 = 2000 decím. cúb.	
80	
80	
8000 centím. cúb.	
80 id.	
80	
Resíduo sin trasformar 8 id.	
etc.	

Luego corresponde á cada cantero 131 metros cúbicos, 166 decímetros id., y 666 centímetros id.

CUARTO USO. *Conocido el valor de muchas unidades averiguar el de una; lo que se consigue dividiendo el valor de dichas unidades por el número de ellas.*

EJEMPLOS.

1.° 356 litros de aceite han costado 1424 rs. ¿Cuál será el valor de cada uno?

Para conseguirlo se dividen los 1424 rs. por los 356 litros en esta forma:

1424 rs.	356 litros.
000	4 reales.

y el cociente 4 rs. es el valor de cada litro.

2.° Un comerciante de Madrid pide á su corresponsal de París una partida de terciopelo: le manda 1000 metros y su valor 48000 rs. ¿Cómo averiguará el precio de cada uno?

Es claro que 48000 rs. : 1000 = 48 rs., precio de cada uno.

3.° ¿Cuál será el valor de un kilógramo de rubia en polvo, suponiendo que 7016 kilógramos hayan costado 24556 rs.?

Es bien claro que el cociente

de. . . . . 24556 rs.	7016 kilógramos.
Resíduo 3508 rs. = 35080 décimas.	3 rs. 5 décimas.

que es 3 rs. y 5 décimas será el valor de cada kilógramo.

4.° Suponiendo que 60 naves inglesas hayan arrojado sobre Sebastopol 10200 proyectiles en un tiempo dado, ¿cuántos habrá disparado cada una?

10200 proyectiles	60 naves.
42	170 proyectiles.
00	

SEGUNDO CASO.

QUINTO USO. *Dado el valor de una unidad y el de muchas, averiguar el número de estas: en cuyo caso, se divide el valor de todas por el de una.*

EJEMPLOS.

1°. Un metro de paño vale 64 rs.; con 9024 rs., ¿cuántos metros se podrán comprar?

Para conseguirlo se divide el valor total. . . . . 9024 rs. 262 064 0	 64 rs. valor de uno. 141 metros.

y el cociente 141 metros será el número pedido.

2°. Qué número de quilólitros de aguardiente se podrán comprar con 591630 rs., suponiendo que un quilólitro cueste 6000 rs.?

591(630 rs. 51 36 030 0	6(000 reales. 98 quilól., 6 hectól., 0 decál., 5 lit.

3°. Si un sastre hace en 2 dias un uniforme, en 30 dias hará..

$$30 : 2 = 15 \text{ uniformes.}$$

4.° Pesando un quilólitro de trigo 2000 quilógramos, una partida del mismo trigo de 114000 quilóg. ¿cuántos quilólitros tendrá?

Es bien conocido que tendrá tantos quilólitros cuantas veces el peso de uno esté contenido en el peso de todo el trigo: luego el cociente

de. . . . . 114000 quilóg. 010 0	2000 quilóg. 57 quilól.

5.° Disparando un cañon de artillería en un dia 280 proyectiles, para disparar 28000, ¿cuántos cañones necesitarán?

28000 proyectiles. 000	280 proyectiles. 100 cañones.

6.° Si un labrador con un par de mulas labra un terreno de 16 hectáreas, para labrar 128 hectáreas necesitará

128 : 16 = 8 pares.

SESTO USO. *Reducir unidades de especie inferior á superior; lo que se consigue, dividiendo las unidades de especie inferior por las veces que una de estas está contenida en la superior, á que se refiere.*

Este problema es tan fácil de resolverse, en el sistema seguido de pesas y medidas, cuanto que siempre hay que dividir por 10, 100, 1000, etc., para lo cual basta recordar lo espuesto (75—2.°).

EJEMPLOS.

1.° Si tuviera que reducir 6305 kilógramos á miriágramos, dividiría los 6305 kilógs. por 10 kilógs. que tiene un miriág., y el cociente 630 miriágs. y 5 kilógs. ó décimas de miriág. sería el número de miriágs.

Luego 6305 kilógramos reducidos

	kilógs.				
á *miriágs.* será	6305	:	10	=	630. 5 miriágs.
á *quintales* m. será	6305	:	100	=	63.0 5 quints. méts.
á *toneladas* de p.	6305	:	1000	=	6.30 5 ton. de peso.

En efecto (23), si el 5 espresa *kilógramos*, el 0, primer guarismo de su izquierda, espresará *miriágramos*; el 5, *quintales métricos*, y el 6, *toneladas de peso*.

				kilógramos.				miriágs.	kilógs.			quints. m.	miriágs.	kilógs.		ton. de peso.	quint. m.	miriágs.	kilógs.
Luego....	6	3	0	5	=	6	3	0,	5	=	6	3.	0	5	=	6.	3	0	5.
	etc.	centenas.	decenas.	unidades.		centenas.	decenas.	unidades.	décimas.		decenas.	unidades.	décimas.	centésimas.		unidades.	décimas.	centésimas.	milésimas.

Leccion 15.

Alteraciones del resultado variando los datos.

78. En la multiplicacion los *factores* son los *datos* y el *producto* el *resultado*. En la division los *términos* son los *datos* y el *cociente* el *resultado*.

79. MULTIPLICACION. — Puesto que multiplicar en general es hallar un producto que sea al multiplicando lo que el multiplicador á la unidad, se deduce que, *si á cualquiera de los factores de un producto añadimos ó quitamos un número cualquiera, el producto tendrá tantas unidades mas ó menos, como esprese el producto de dicho número por el otro factor.*

EJEMPLOS.

Si quisiera multiplicar 56 por 7, tendría (55).

$$\left.\begin{array}{l}\text{Multiplicando.....}\quad 56\\ \text{Multiplicador.....}\times 7\end{array}\right\}\text{Factores.}$$
$$\text{Producto. . . . . } 252$$

El producto 252 es el verdadero resultado, por ser al multiplicando lo que el multiplicador á la unidad (45) y (46); mas si añadimos al multiplicando un número cualquiera, el producto tendrá tantas unidades mas, como esprese el producto del número añadido por el multiplicador; v. gr.

$$\left.\begin{array}{l}\text{Multiplicando. . . . } 56+3\\ \text{Multiplicador. . . .}\times 7\end{array}\right\}=\left.\begin{array}{r}59\\ \times 7\end{array}\right\}\text{Datos.}$$
$$\text{Producto. . . . . . } 252+21 \;=273\;\text{ Resultado.}$$

En efecto. . . . . $36 + 3 \times 7 = 36 \times 7 + 3 \times 7 =$

$$252 + 3 \times 7 = 252 + 21 = 273;$$

luego. . $36 + 3 \times 7 = 39 \times 7.$

Lo cual manifiesta que....

80. Para multiplicar una suma indicada por un número cualquiera se multiplican todos los sumandos por dicho número, sumando despues todos los productos parciales: ó mas bien, *se efectua la suma y esta se multiplica por el número dado.*

Sea el multiplicando la suma indicada $6 + 2 + 5$ y el multiplicador 3; digo que....

$$(6 + 2 + 5) \times 3 = 6 \times 3 + 2 \times 3 + 5 \times 3;$$

ó mas bien. . . . $(6 + 2 + 5) \times 3 = 13 \times 3.$

81. Si el multiplicando disminuye un número cualquiera el producto tendrá tantas unidades menos, como esprese el producto del número disminuido por el otro factor; v. gr.

$$\begin{array}{lll} \text{Multiplicando. . .} & \left.\begin{array}{r} 39 - 3 \\ \times 7 \end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{r} 36 \\ \times 7 \end{array}\right\} & \text{Datos.} \\ \text{Multiplicador. . .} & & \\ \hline \text{Producto. . . . . .} & 273 - 21 = 252. & \text{Resultado.} \end{array}$$

Esto consiste en que. . .

$$39 - 3 \times 7 = 39 \times 7 - 3 \times 7 =$$

$$273 - 3 \times 7 = 273 - 21 = 252;$$

luego. . . $39 - 3 \times 7 = 36 \times 7.$

De lo espuesto se deduce que....

82. Para multiplicar una diferencia indicada por un número, se multiplican minuendo y sustraendo por dicho número, restando despues los dos productos parciales: ó mas bien, *se efectúa la resta y el resultado se multiplica por el número dado.*

Sea el multiplicando 7—2 y el multiplicador 3; digo que...

$$(7 - 2) \times 5 = 7 \times 5 - 2 \times 5 = 35 - 10;$$
$$\text{ó mas bien. . . } (7 - 2) \times 5 = 5 \times 5.$$

Lo mismo se verifica con el multiplicador, permaneciendo el mismo multiplicando.

De donde se deduce que....

83. Para *multiplicar sumas ó restas indicadas se efectúan estas* (29) (32), *y luego se multiplican los números resultantes.*

EJEMPLOS.

1.° . . . $(3 + 7) \times 5 = 10 \times 5 = 15.$

2.° . . . $(4 + 21 + 9) \times 7 = 34 \times 7 = 238.$

3.° . . . $(15 - 4) \times 10 = 11 \times 10 = 110.$

4.° . . . $(84 - 3 - 7 - 4) \times 2 = 70 \times 2 = 140.$

5.° . . . $9 \times (7 + 5 + 8) = 9 \times 20 = 180.$

6.° . . . $23 \times (9 - 2 - 5) = 23 \times 2 = 46.$

84. *Si cualquiera de los factores de un producto se multiplica ó divide por un número, el producto queda multiplicado ó dividido por el mismo número.*

Sean los factores $8 \times 3 = 24.$

Multiplicando el primer factor 8 por 2, permaneciendo intacto el otro factor 3, le hacemos dos veces mayor (47); y dividiéndolo por 2 le hacemos dos veces menor (63); es asi que en todo caso el producto es al primer factor lo que el segundo á la unidad (46); luego si cualquiera de los factores de un producto se multiplica ó divide por un número cualquiera, el producto queda multiplicado ó dividido por el mismo, Por lo tanto. . . .

$$8 \times 2 \times 3 = 16 \times 3 = 24 \times 2;$$

ó bien. . $8 \times 2 \times 3 = 8 \times 3 \times 2 = 24 \times 2;$

y. . . . . $(8 : 2) \times 3 = 4 \times 3 = 24 : 2$

ó bien. . $(8 : 2) \times 3 = 8 \times 3 : 2 = 24 : 2.$

Lo mismo decimos del segundo factor 3 permaneciendo igual el primer factor 8; y por consiguiente en cualquiera otro caso en que los factores sean mas de dos.

De donde se sigue que....

85. *Para multiplicar ó dividir un producto por un número, basta multiplicar ó dividir cualquiera de sus factores por dicho número.*

EJEMPLOS.

1.°.... Si quiero multiplicar el producto $4 \times 7 \times 10$ por 5, tendré $4 \times 5 \times 7 \times 10 = 4 \times 7 \times 5 \times 10 = 4 \times 7 \times 10 \times 5$.

2.°.... Para dividir por 3, el producto $6 \times 24 \times 9$ se tendrá $(6 : 3) \times 24 \times 9 = (6 \times 24 : 3) \times 9 = 6 \times 24 \times 9 : 3$; es decir, $2 \times 3 \times 24 \times 9 = 6 \times 8 \times 9 = 6 \times 24 \times 3$; luego cualquiera de estos productos será el cociente de

$$6 \times 24 \times 9 : 3.$$

86. *Si cada uno de los factores de un producto se multiplica ó divide por un número, el producto queda multiplicado ó dividido por el producto de los números por que se multiplicaron ó dividieron los factores;* v. gr.

Si.... $6 \times 5 = 30$, multiplicando el primer factor por 4 y el segundo por 2 nos dará....

$$6 \times 4 \times 5 \times 2 = 6 \times 5 \times 4 \times 2 = 30 \times 8;$$

esto es, el producto primitivo por el producto de los números por que se multiplicaron los factores.

Del mismo modo; si $4 \times 9 = 36$, dividiendo el primer factor por 2 y el segundo por 3, tendremos....

$$(4 : 2) \times (9 : 3) = 4 \times 9 : 2 \times 3 = 36 : 6;$$

es decir, el producto primitivo por el producto de los números por quienes se dividieron los factores.

87. Finalmente, *un producto no altera si un factor se divide por el mismo número que se multiplica el otro.*

$$8 \times 6 = 48.$$

Multiplicando el primer factor por 3 hacemos al producto tres veces mayor (47); y dividiendo el segundo factor por 3 le hacemos tres veces menor (63); luego queda como estaba; y por lo mismo....

$$8 \times 6 = (8 \times 3) \times (6 : 3).$$

Resulta, pues, que las alteraciones del producto son las mismas que las de los factores.

88. DIVISION.—De la misma definicion general de la division se deduce que, *si el dividendo aumenta ó disminuye un número de unidades permaneciendo el mismo divisor, el cociente aumentará ó disminuirá tanto como esprese el cociente de dicho número por el divisor*; v. gr.

$$8 : 2 = 4.$$

pero...... $8 + 4 : 2 = 12 : 2 = 6;$

y......... $8 - 4 : 2 = 4 : 2 = 2.$

Esto se funda en que el nuevo dividendo se puede descomponer en dos partes, que la una sea el dividendo primitivo y la otra el número añadido ó disminuido; y por lo mismo....

$$8 + 4 : 2 = (8 : 2) + (4 : 2) = 4 + 2.$$

$$8 - 4 : 2 = (8 : 2) - (4 : 2) = 4 - 2.$$

De donde se deduce que....

89. Para dividir una suma indicada por un número, se divide cada una de las partes del dividendo por el divisor, y la suma de los cocientes parciales será el total; ó con mas sencillez, *se efectúa la suma y esta se divide por el divisor;* v. gr.

$$20 + 8 + 5 : 4 = (20 : 4) + (8 : 4) + (5 : 4) = 5 + 2 + 1\frac{1}{4}$$

ó con mas sencillez.....

$$20 + 8 + 5 : 4 = 33 : 4 = 8\frac{1}{4}$$

90. Por la misma razon, el cociente de la diferencia indicada por un número es igual á la diferencia de los cocientes respectivos del minuendo y sustraendo por el mismo; v. gr.

$$15 - 9 : 3 = (15 : 3) - (9 : 3) = 5 - 3;$$

ó con mas sencillez....

$$15 - 9 : 3 = 6 : 3 = 2.$$

91. Lo contrario decimos del divisor; pues cuanto aumente ó disminuya éste tanto menor ó mayor es la unidad que el primitivo divisor, y por consiguiente tanto menor ó mayor el cociente que el dividendo primitivo: Así....

$$24 : 4 = 6;$$

pero..... $24 : 4 + 2 = 24 : 6;$

y..... $24 : 4 - 2 = 24 : 2.$

Infiérese de aquí, que si el divisor disminuye hasta ser la unidad, el cociente es igual al dividendo; v. gr.

$$8 : 4 - 3 = 8 : 1 = 8.$$

Luego, disminuyendo el divisor hasta ser menor que la unidad, el cociente será mayor que el dividendo.

92. *Si el dividendo se multiplica ó divide por un número, el cociente queda multiplicado ó dividido por el mismo número.*

Sea la division..... $12 : 2 = 6$.

Multiplicando el dividendo 12 por 3, permaneciendo el mismo divisor, le hacemos tres veces mayor (a); y dividiéndole por 3, le hacemos tres veces menor; es así que en todo caso el cociente es al dividendo lo que la unidad al divisor, luego si un dividendo se multiplica ó divide por un número, el cociente queda multiplicado ó dividido por el mismo número.

Así..... $12 \times 3 : 2 = 36 : 2 = 18;$

$$\text{porque.....}\ 36 : 2 = \left\{\begin{array}{l} 12 : 2 = 6 \\ +\,12 : 2 = 6 \\ +\,12 : 2 = 6 \end{array}\right\} = 18.$$

y... $12 : 3 : 2 = 12 : 3 \times 2 = 12 : 6$; véase (74).

De donde se sigue....

1.° *Para dividir un producto indicado por un número entero basta dividir cualquiera de sus factores por dicho número.*

$$\text{Asi....}\ 8 \times 4 : 2 = \left\{\begin{array}{ll} 8 \times 2; & \text{esto es el primer factor por lamitad del 2.°} \\ 4 \times 4; & \text{esto es el segundo factor por la mitad del 1.°} \end{array}\right.$$

(a) Por consiguiente, descomponiendo el nuevo dividendo en tantos dividendos iguales al primitivo como unidades tenga el número entero por quien este se multiplicó, nos dará una suma de tantos cocientes iguales al primero, como unidades tenga dicho número entero; luego el nuevo cociente es tres veces mayor ó queda multiplicado por 3.

En efecto, multiplicando (66) el cociente 8×2 ó el 4×4, por el divisor 2, tendremos el primitivo dividendo 8×4.

2.° *Para dividir un cociente por un entero basta multiplicar el divisor ó partir el dividendo por dicho número.*

$$\text{Asi.....}\ 30 : 5 = 6;$$
$$\text{pero....}\ 30 : (5\times 2) = 6 : 2;$$
$$\text{y.....}\ (30 : 2) : 5 = 6 : 2.$$

Luego, partiendo el divisor ó multiplicando el dividendo por un número, el cociente resultará multiplicado por el mismo.

De donde se deduce que *las alteraciones del cociente son las mismas del dividendo y las contrarias del divisor;* porque un cociente aumenta aumentando el dividendo ó disminuyendo el divisor; y disminuye aumentando el divisor ó disminuyendo el dividendo, lo que manifiesta que *el cociente está en razon directa del dividendo é inversa del divisor.*

93. Finalmente, *un cociente no altera aunque se multipliquen ó partan los dos términos de la division por un mismo número.*

Porque multiplicando el dividendo por un número cualquiera, permaneciendo el mismo divisor; el cociente se hace tantas veces mayor como unidades tenga el número por quien se multiplique el dividendo; y multiplicando el divisor por el mismo número el cociente se hace el mismo número de veces menor: luego queda como estaba.

$$\text{Asi.....}\ 12 : 4 = 3;$$

$$\text{luego....}\ 12\times 2 : 4\times 2 = 3.$$

Ahora pues, si el dividendo primitivo se parte por un número, el cociente se divide por el mismo; y vice-versa, si se parte el divisor: luego no padece alteracion.

$$\text{Asi....}\ 12 : 4 = (12 : 2) : (4 : 2) = 3.$$
$$\text{Luego,}\ (12\times 2) : (4\times 2) = (12 : 2) : (4 : 2).$$

Pruebas de la multiplicacion y division.

94. Como por la division se descompone lo que se considera compuesto por la multiplicacion, se sirven mútuamente de *pruebas* lo mismo que la adicion y sustraccion.

95. MULTIPLICACION — Esta operacion se prueba, *dividiendo el producto por uno de sus factores; y siendo el cociente el otro factor la operacion estará bien efectuada.*

96. DIVISION. — Si la operacion es exacta, *el producto del cociente por el divisor* ó al contrario, *será igual al dividendo*; y mas el resíduo en las inexactas, *si la operacion está bien hecha.*

Asi para convencernos si está bien hecha la siguiente division....

Dividendo . . .	434,65	58. . . . . . Divisor.
	028 6	749. . . . Cociente.
	05 45	× 58. . . . Divisor.
Resíduo final. .	0 23	5992 } Productos p.
		3745 }
		+ 23 Resíduo.
Producto.		43465 = al dividendo.

se multiplica el cociente 749 por el divisor 58; debajo de los productos parciales se pone el resíduo final 23, y como la suma de los productos parciales mas el resíduo es igual al dividendo, se dice que la operacion está bien hecha.

DIVISIBILIDAD DE LOS NUMEROS ENTEROS.

Leccion 16.

Factores simples y compuestos, máximo comun divisor y mínimo múltiplo.

97. Cuando un número contiene á otro un número exacto de veces se llama *múltiplo*; y el contenido, *divisor* (a), submúltiplo, parte alícuota ó factor.
Asi, 12 es múltiplo de 6 y de 2, de 3 y de 4; y estos son divisores del 12.

$$\text{Son divisores, porque....}\left\{\begin{array}{l} 12 : 6 = 2 \\ 12 : 2 = 6 \\ 12 : 3 = 4 \\ 12 : 4 = 3 \end{array}\right\}\text{es decir,}$$

que cada uno de estos 6, 2, 3 y 4, divide al 12 sin dejar resta, y por consiguiente están contenidos en el 12 un número exacto de veces.

Son factores, porque $6 \times 2 = 12$, y $4 \times 3 = 12$; es decir, que repetido cada uno cierto número de veces, produce el múltiplo de que es factor: luego *divisor, submúltiplo ó factor de un número, es cualquier otro que le divide sin dejar resta.*

(a) En este concepto, las medidas métricas son múltiplos y divisores unas de otras.

El número entero que solo es divisible por sí mismo y por la unidad se llama número *primo ó primero, divisor ó factor simple*; y *compuesto*, cuando es divisible por otro á mas de sí y la unidad.

FACTORES SIMPLES.

1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, etc.

COMPUESTOS.

4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 22, etc.

Finalmente, el número que divide exactamente á otros dos ó mas se llama *divisor comun.*

98. DIVISIBILIDAD.—*Todo número que termina en cero ó guarismo par es divisible por 2, por ser múltiplo de 2.*

Asi es que.... $10 = 5 + 5$ es divisible por 2; y $16 = 10 + 6$, múltiplos de 2, es divisible por 2.

99. *Un número es divisible por 3 cuando la suma de los valores absolutos de sus cifras es 3 ó un múltiplo de 3.*

EJEMPLOS. 1.° Sea el número 21. La suma de sus cifras como unidades sencillas es $1 + 2 = 3$: luego 21 es divisible por 3.

2.° La suma de 504 es $4 + 0 + 5 = 9$, múltiplo de 3; luego el número 504 es divisible por 3.

100. *Todo número cuya primera cifra dela derecha es* 0 *ó* 5, *es divisible por* 5, *por ser múltiplo de* 5; como 10, 15, 25, 60, 705, etc.

101. *Todo número, cuya diferencia entre la suma de los valores absolutos de las cifras de lugar impar, y la suma de los valores absolutos de las cifras de lugar par es cero*, 11 *ó un múltiplo de* 11, *es divisible por* 11.

EJEMPLOS.

.. Sea el número 4301. La suma de las cifras de los lugares impares es $1 + 3 = 4$: la de los lugares pares es $0 + 4 = 4$: la diferencia de ambas sumas, esto es, de $4 - 4$ es 0: luego el número 4301 es divisible por 11.

2.° El número 482317 es divisible por 11, porque la suma de sus cifras de lugar impar es $7+3+8=18$: la de las cifras de lugar par es $1+2+4=7$: la diferencia de $18-7$ es 11: luego el número es divisible por 11.

3.° Número 1490836171: la suma de las cifras de lugar impar es 9: la de las de lugar par es 31: la diferencia de $31-9=22$, múltiplo de 11; luego el número es divisible por 11.

102. En general: para conocer si un número es primo, *se divide sucesivamente por los factores simples* 2, 3, 5, 7, 11. etc.; *y llegando sin obtener cociente exacto á un cociente entero menor que el divisor, el número será primo.*

Así, el número 223, que dividido por los factores simples 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 no da cociente exacto, y el último cociente entero 16 es menor que el divisor 17, es número primo.

103. De lo espuesto se deduce que ningun número admite un divisor mayor que su mitad.

2.° Que si dos ó mas números tienen un divisor comun, la suma de todos ellos tendrá el mismo divisor.

En efecto... 8, 10 y 6 son divisibles (98) por 2; luego $24=8+10+6$ es divisible por 2.

3.° Si dos números tienen un divisores comunes, su diferencia admite los mismos divisores; v. gr.

21 y 9 son divisibles (99) por 3: y 12, diferencia de $21-9$, es divisible por 3.

Siendo 90 y 60 divisibles por 2, 3 y 5; la diferencia de $90-60=30$ es divisible por 2, 3 y 5; porque

$$30=15\times2=10\times3=6\times5.$$

4.° Si dos ó mas números tiene uno ó mas divisores comunes su producto tendrá los mismos.

60 y 30 son divisibles por 2, 3 y 5: luego 1800, producto de 60×30, es divisible por 2, 3 y 5.

Con efecto $1800=900\times2=600\times3=340\times5$: luego, 1800 es divisible por los factores 2, 3 y 5.

5.° Si los términos de una division tienen divisores comunes, su resíduo tendrá los mismos divisores.

200 y 30 son divisibles por 2 y por 5; y 20, resíduo de 200 : 30, es tambien divisible por 2 y 5: luego el resíduo de una division tiene los mismos divisores comunes que el dividendo y divisor.

MODO DE HALLAR LOS FACTORES SIMPLES Y COMPUESTOS.

104. Esto se consigue, *escribiendo el número propuesto; tirando á su derecha una línea vertical, y dividiéndole por 2 todas las veces que se pueda* (71)*: luego por 3, por 5, por 7, por 11, y en general por los factores simples hasta obtener por cociente un número primo que dividido por sí dará la unidad: estos divisores se escriben sucesivamente á la derecha de la línea y son los factores simples. A la derecha de estos se tira otra vertical; y para formar los compuestos de á dos se multiplica cada factor simple por los que tenga debajo de sí, escribiendo los productos á la derecha de la raya y en frente del factor simple que hace de multiplicador. Despues se tira otra vertical; y los de á tres se forman, multiplicando cada uno de los de á dos por los simples que tenga debajo de su renglon, y asi se continúa hasta encontrar un producto igual al número dado.*

Así, para hallar los factores simples y compuestos del número 210, se dispone la operacion del modo siguiente:

FACTORES.

	Simp.	Compuestos de á dos.	Comp. de á tres.	Núm. dado.
Núm. dado... 210	2...			
105	3...	... 6		
35	5...	... 10... 15..........	... 30	
7	7...	... 14... 21... 35.....	... 42.. 70.. 105	210.
1				

Escrito el número 210 lo mas alto... y á la izquierda del papel ó pizarra donde se practique la operacion, se tira á su derecha una línea vertical *a e*, para que no se confunda él y sus cocientes con los divisores ó factores simples resultantes; y como el 210 termina en cero es divisible por 2 (98); se pone este divisor 2 en frente del 210 y se hace la division (71), diciendo: la mitad de 2 es 1, que se pone debajo del 2 del 210: la mitad de 1 es 0, que se pone debajo del 1 del 210, y sobra 1, que junto con el 0 de su derecha componen 10: la mitad de 10 es 5. El cociente 105 no es divisible por 2, pero si por 3; porque sus cifras $1+0+5=6$, múltiplo de 3 (99); se pone el 3 á la derecha del 105, y se dice: la tercera parte de 1 es 0: la de 10 es 3, y sobra 1, que junto con el 5 son 15: la tercera parte de 15 es 5. El cociente 35 no es divisible por 3; pero si por 5 (100); se coloca el 5 á la derecha del 35, y se dice: la quinta parte de 3 es 0: la de 35, 7: y como 7 es número primo se divide por si mismo, diciendo: la sétima parte de 7 es 1, que pongo debajo del 7. Luego los factores simples del número 210 son el 2, 3, 5 y 7; porque

$$2\times3\times5\times7=210 \text{ número dado.}$$

A la derecha de los factores simples se tira otra vertical *n m*; y para sacar los compuestos de á dos se multiplica cada factor simple por los que tenga debajo de sí, diciendo: 2 por 3 son 6, que se escribe á la derecha de la línea *n m*, y en frente del 3 que hace de multiplicador: 2 por 5, 10 que se escribe en frente del 5 por hacer de multiplicador: 2 por 7, 14 que se escribe en frente del 7 por la misma razon. Ahora, se multiplica el 3 por los que tiene debajo, diciendo: 3 por 5 son 15 que se escribe en frente del 5, que hace de multiplicador; y para que no se confunda con el 10 que hay á su izquierda se ponen unos puntos intermedios: 3 por 7, 21; y se escribe en frente del 7 á la derecha del 14: luego el 5 por el 7, diciendo: 5 por 7, 35; y se pone en frente del 7 y á la derecha del 21; y como el 7 no tiene otro debajo de sí, no se puede sacar mas factores de á dos.

A la derecha de estos se tira otra vertical; y para hallar los de á tres se multiplica el 6, primer factor de á dos, por el 5 y el 7 que son los simples que hay debajo del renglon del 6, diciendo: 6 por 5, 30; y se pone en frente del 5 que hace de multiplicador: 6 por 7, 42; y se escribe en frente del 7. En seguida, el

10 y el 15, por el 7 que es el factor simple que tienen debajo de sí, diciendo: 10 por 7, 70, que se escribe á la derecha del 42, y 15 por 7, 105 que se pone en el mismo renglon.

Finalmente, se tira otra vertical, y multiplicando el factor 30 por el 7, que es el simple que tiene debajo, resulta el número dado 210, que se pone á la derecha del 105.

FACTORES.

	Simples.	Compuestos de á dos.		Núm. propuesto
Núm. propuesto... 426	2...			
213	3...	... 6		
71	71...	... 142...	213...	... 426.
1				

105. Cuando se repita algun factor simple se repetirán tambien los compuestos, lo que se evita pasando á multiplicar por el factor simple diferente que haya debajo... como se ve en el siguiente ejemplo.

FACTORES.

	S.	C. de á dos.	Id. de á tres.	Id. de á cuatro.	Id. de á cinco.	Id. de á seis.	Núm. dado.
Núm. d. 2080	2..						
1040	2..	4					
520	2..	....	8				
260	2..	....	....	16			
130	2..	....	....	....	32		
65	5..	10......	20......	40........	80..........	160	
13	13.	26..65..	52..130..	104..260..	208..520...	416.1040	2080.
1							

106. MAXIMO COMUN DIVISOR es el mayor número que divide exactamente á dos ó mas números dados.

El medio de hallar el máximo comun divisor se funda en los principios espuestos (103): luego....

Para hallar el máximo comun divisor de dos números se divide el mayor por el menor: si da cociente exacto, el menor será el máximo comun divisor; pero si queda resíduo se divide el número menor por el primer resíduo, este por el segundo y así sucesivamente hasta hallar cociente exacto, cuyo divisor será el máximo comun divisor de los números dados: Así....

Para hallar el *m. c. d.* de los números 3760 y 9024, se dispone la operacion de este modo:

9024	3760	1504	752	m. c. d.
	2	2	2	Cocientes.
1504	752	0000		Resíduos.

Ahora se divide el mayor 9024 por el menor 3760 y se obtiene el cociente 2 y el resíduo 1504: luego se divide el 3760 por el resíduo 1504 y se obtiene el cociente 2 y el resíduo 752: despues se divide el primer resíduo 1504 por el segundo resíduo 752 y se obtiene el cociente exacto 2: luego, 752 es el *máximo comun divisor* de los números 3760 y 9024.

107. *Cuando los números son mas de dos, se sacan los factores simples de los números dados y se elevan á sus menores potencias los que sean comunes: esto es, se multiplican entre sí, los que sean comunes, tantas veces como se hallen* en el que menos, y el producto será el *m. c. d.* de los números dados.

Así, para hallar el *m. c. d.* de los números 96, 120 y 180 se sacan los factores simples (104) de cada uno como se ve:

96	2	120	2	180	2
48	2	60	2	90	2
24	2	30	2	45	3
12	2	15	3	15	3
6	2	5	5	5	5
13	3	1		1	

Y puesto que los factores simples comunes á los números dados son el 2 y el 3 por estar en todos los números y hallarse el 2 repetido en el que menos *dos veces* y el 3 *una vez*, el *m. c. d.* de los números 96, 120 y 180 será (103) el producto de

$$2 \times 2 \times 3 = 12 \ m.\,c.\,d.$$

2.° Sean los números A, B, C. Suponiendo

$A = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5$; $B = 2 \times 3 \times 3 \times 5$; $C = 2 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7$, el *m. c. d.* de los números A, B, C, será:

$$2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210.$$

108. MINIMO MULTIPLO COMUN es el menor número múltiplo de los números que se den.

Para hallar el mínimo múltiplo de dos ó mas números, se sacan los factores simples de los números dados y se elevan á sus mayores potencias los que sean diferentes; esto es, se multiplican entre sí los que sean diferentes tantas veces como se hallen en el que mas.

Así, para hallar el *m. m. c.* de los números 12, 40 y 18, se descomponen en sus factores simples de este modo:

12	2	40	2	18	2
6	2	20	2	9	3
3	3	10	2	3	3
1		5	5	1	
		1			

Y puesto que los factores simples diferentes son el 2, 3 y 5, y el 2 se halla tres veces en el que mas, dos el 3 y una el 5, el *m. m. c.* de los números 12, 40 y 18 será...

$$2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 3 \times 3 = 360 \ m.\,m.\,c.$$

2.° Sean los números D, E, F, G: Suponiendo

$D = 2 \times 2 \times 5$; $E = 3 \times 5 \times 5$; $F = 3 \times 3 \times 7$; $G = 2 \times 5 \times 11$, el *m. m. c.* de los números.

D, E, F, G, será $2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 3 \times 3 \times 7 \times 11 = 10780$.

Leccion 17.

Fracciones ó quebrados, su orígen, espresion, reduccion á un comun denominador y simplificacion.

109. Ya se ha dicho qué son fracciones ó quebrados, cómo se leen y escriben (65).

Resta decir, que todo quebrado es menor que la *unidad*, puesto que proviene del resíduo final de una division inexacta por el divisor, cuya operacion es imposible efectuar por números enteros sin trasformarla.

En efecto, si tuviese que dividir 9 naranjas entre cuatro niños, hallaría el cociente entero 2, y el resíduo final 1, que no es posible dividir por 4: de este resíduo 1, proviene el quebrado $\frac{1}{4}$; esto es, una parte de cuatro en que se considera dividida la *unidad* ó naranja.

En este caso, el resíduo 1 ó dividendo que es el número que está sobre la raya, se llama *numerador*, porque cuenta las partes que se toman de la *unidad*; el núm. 4 ó divisor, que representa la *unidad* dividida en tantas partes como unidades tiene, se llama *denominador*, porque da nombre al quebrado; y los dos juntos se denominan *términos* del quebrado.

Luego, *todo quebrado es una division indicada del numerador por el denominador.*

La *ley* de los términos de un quebrado es la misma que la de los términos de la division de enteros, como manifiesta el siguiente....

110. Teorema—*El valor de un quebrado no altera aunque se multipliquen ó partan sus dos términos por un mismo número* (93).

Porque....

$$\left.\begin{array}{l}\text{Si se multiplica}\\ \text{si se divide. . .}\end{array}\right\}\text{el numerador. .}\left\{\begin{array}{l}\text{se multiplica}\\ \text{se divide. . .}\end{array}\right\}\text{el quebrado.}$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{Si se multiplica}\\ \text{si se divide. . .}\end{array}\right\}\text{el denominador}\left\{\begin{array}{l}\text{se divide. . .}\\ \text{se multiplica}\end{array}\right\}\text{el quebrado.}$$

En la primera parte del *teorema* se funda la reduccion de los quebrados á un comun denominador, que no es otra cosa que hacerles homogéneos; y en la segunda su simplificacion.

111. Los quebrados que tienen un mismo denominador, se dice que le tienen comun: muchas veces se necesita que le tengan, y para conseguirlo, *se multiplican los dos términos de cada quebrado por el producto de los denominadores de los demas.*

$$\text{Así....}\ \frac{3}{5}+\frac{4}{7}=\frac{3\times7}{5\times7}+\frac{4\times5}{7\times5}=\frac{21}{35}+\frac{20}{35}=\frac{21+20}{35}$$

En este caso el valor de los quebrados $\frac{3}{5}+\frac{4}{7}$ no ha padecido alteracion porque no se ha hecho mas que multiplicar los dos términos de cada uno por un mismo número: y resulta el mismo denominador porque es el producto de todos los denominadores.

$$\text{Luego}\ldots\frac{3}{5}+\frac{4}{7}=\frac{21+20}{35}.$$

112. SIMPLIFICACION —Simplificar un quebrado es convertirle en otro de igual valor y cuyos términos son menores, es decir, á su mas sencilla espresion; lo que se consigue *dividiendo sus dos términos* por 2 todas las veces que se pueda; luego por 3, por 5, por 7, por 11, y en general por los números primos (98); v. gr.

$$\frac{90}{240}=\frac{90\ :\ 2}{240\ :\ 2}=\frac{45\ :\ 3}{120\ :\ 3}=\frac{15\ :\ 5}{40\ :\ 5}=\frac{3}{8}.$$

113. Con los quebrados pueden efectuarse las mismas *operaciones* que con los números enteros (a); pero siendo su cálculo bastante embarazoso por la ninguna *ley* de los denominadores, y por la misma razon nada conforme con el *sistema* seguido de *pesas* y *medidas* (21), se sustituyen estos por decimales, cuyo estudio es de absoluta necesidad para la pronta y cabal inteligencia del *sistema métrico*.

(a) Aunque nuestro propósito ha sido prescindir enteramente de las fracciones ordinarias y números complejos..., no obstante, haciéndonos cargo de que el sistema actual de pesas y medidas está en práctica y continuará por algun tiempo, juzgamos conveniente poner como aparte del testo unas ligeras nociones sobre la manera de efectuar sus operaciones.

ADICION.—Pueden ocurrir tres *casos*: sumar quebrados; un entero con un quebrado, y sumar números mistos.

Primer caso. Los quebrados se suman, reduciéndolos primero á un comun denominador (111) sino le tienen; sumando los numeradores, y poniendo á la suma el denominador comun.

Cuando el numerador del nuevo quebrado resultante sea mayor que el denominador se sacan los enteros y se simplifica (112) si se puede; v. gr.

Para sumar $\frac{3}{5}+\frac{3}{4}+\frac{5}{8}$, se reducen á un comun denominador y se tendrá $\frac{64}{160}+\frac{120}{160}+\frac{100}{160}=\frac{64+120+100}{160}=\frac{284}{160}$ $=1\ \frac{124}{160}=1\ \frac{31}{40}$.

Segundo caso. Se considera al entero la unidad por denominador; y se reduce al caso anterior; v. gr.

$$8+\frac{3}{5}+\frac{1}{2}=\frac{8}{1}+\frac{3}{5}+\frac{1}{2}=\frac{80}{10}+\frac{6}{10}+\frac{5}{10}=\frac{80+6+5}{10}=\frac{91}{10}=9\ \frac{1}{10}.$$

Tercer caso. Se suman primero los enteros y se reducen al caso anterior; v. gr.

Para sumar $\left(3+\frac{1}{2}\right)+\left(2+\frac{3}{4}\right)+\left(4+\frac{5}{8}\right)$ se suman los

Leccion 18.

Decimales, su fundamento ú origen y espresion.

114. *Decimales son unos quebrados que tienen por denominador* 10, 100, 1000, y en general *la unidad seguida de ceros:* ó bien, *unos quebrados cuyo denominador tácito ó espreso es la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales tenga el numerador de la fraccion;* v. gr.

$$\frac{5}{10}, \frac{25}{100}, \frac{750}{1000}.$$

115. La teoría de los decimales se funda en el sistema de numeracion de enteros, esto es, en que *la unidad de un órden superior vale diez del inmediato inferior...* (18): de suerte que las unidades son *décimas* de decenas, las decenas, *décimas* de centenas, y asi sucesivamente: Luego dividiendo cada *unidad* en diez partes iguales, estas partes serán *décimas* de la *unidad*: dividiendo cada *décima* en diez partes iguales, la *unidad* quedará dividida en ciento y por consiguiente serán *centésimas* de la *unidad*: dividiendo cada *centésima* en diez partes iguales, la *unidad* quedará dividida en mil y por lo tanto serán *milésimas* de la *unidad*: y continuando la division... resultarán las *diezmilésimas, cienmilésimas, millonésimas, diezmillonésimas, cienmillonésimas, milmillonésimas, diezmilmillonésimas, cienmilmillonésimas, billoné-*

---

enteros $3 + 2 + 4$, á esta suma se añaden los quebrados $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{5}{8}$ y se tendrá *simas, diezbillonésimas*.... etc.; cuya division indefinida nos proporciona medios para medir todas las cantidades menores que la unidad primitiva por pequeñas que sean.

116. Ahora bien, por ser la *ley* de los decimales la misma que la de nuestro sistema de numeracion, se han sustituido los *denominadores* con un punto ., poniendo á la izquierda los enteros, ó *cero* si no los hay; y á la derecha en el primer lugar las *décimas*, diez veces menores que las unidades; en el segundo las *centésimas*, en el tercero las *milésimas*, en el cuarto las *diezmilésimas*, en el quinto las *cienmilésimas*, en el sesto las *millonésimas*.... etc.

$$\text{Así....}\ \frac{5}{10} = 0\ .\ 5;\ \frac{25}{100} = 0\ .\ 25;\ \frac{750}{1000} = 0\ .\ 750.$$

OBSERVACION. El signo que separa los enteros y decimales puede ser arbitrario. Unos usan de la coma, y otros del punto. Las muchas aplicaciones que se han hecho de la coma y la ninguna del punto como signo aritmético mas que para separar los enteros de los decimales me han hecho adoptar el punto, siguiendo en esto á los ingleses y evitando así todo género de confusion entre enteros y decimales.

Con el fin de patentizar esto, y hacer ver la *identidad* del sistema decimal con el de la numeracion de enteros, y la posibilidad de poderse esponer y esplicar simultáneamente...., se establece á continuacion el siguiente

---

$$\left(3+\frac{1}{2}\right)+\left(2+\frac{3}{4}\right)+\left(4+\frac{5}{8}\right)=9+\frac{1}{2}+\frac{3}{4}+\frac{5}{8}=\frac{9}{1}+\frac{1}{2}+$$

$\frac{3}{4}+\frac{5}{8}=$ que reduciéndolos á un comun denominador será

$$\frac{9}{1}+\frac{1}{2}+\frac{3}{4}+\frac{5}{8}=\frac{596+32+48+40}{64}=\frac{716}{64}=11+\frac{12}{64}=11+\frac{3}{16}.$$

CUADRO

relativo á la identidad de los números enteros y decimales, punto de partida, sus lugares y ley.

etc.	3.°	2.°	1.er	•	1.er	2.°	3.°	4.°	5.°	6.°	etc.
	cent.	decen.	unid.		décim.	centés.	milésimas.	diezmilés.	ciennilesimas	millonésimas.	
				punto de partida.					1	1 0	
								1	1 0	1 00	
							1	1 0	1 00	1,000	
						1	1 0	1 00	1,000	10,000	
					1	1 0	1 00	1,000	10,000	100,000	
			1		1 0	1 00	1,000	10,000	100,000	1,000,000	
		1	10		100	1,000	10,000	100,000	1,000,000	10,000000	
	1	10	100		1,000	10,000	100,000	1,000,000	10,000,000	100,000,000	

SUSTRACCION. Pueden ocurrir tres casos: restar quebrados; un quebrado de un entero, y restar números mistos.

Primer caso. Los quebrados se restan, reduciéndolos á un comun denominador si no le tienen; restando los numeradores, á la resta se la pone el denominador comun, y se simplifica si se puede; v. gr.

$$\frac{3}{4}-\frac{1}{2}=\frac{6-4}{8}=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}.$$

Comparando este cuadro con los espuestos (13) (14) y siguientes, nos convenceremos de la *identidad* del *sistema métrico* con el *nuestro*, y que los decimales no son otra cosa que el complemento ó continuacion de nuestro *sistema de numeracion*.

Véamos ahora la *aplicacion del cuadro* en la enseñanza....

Los lugares á la izquierda del punto están destinados para los *enteros* (13); y cuando no les hay, se pone un *cero*, y se dice: cero enteros o ningun entero. El *punto* está haciendo oficios de denominador (116): el primer lugar á la derecha del punto está destinado para las *décimas*; el segundo, para las *centésimas*; el tercero, para *milésimas*; el cuarto, para las *diezmilésimas*; el quinto, para las *cienmilésimas*; el sesto, para las *millonésimas*; el sétimo, para las *diezmillonésimas*; el octavo, para las *cienmillonésimas*..., y asi sucesivamente.

117. Los decimales *se leen lo mismo que los enteros* (16), *dando al último guarismo la denominacion que le corresponda.*

	unidades		décimas	centésimas	milésimas	diezmilésimas	cienmilésimas	millonésimas	diezmillonésimas	
Así el núm.	0.		2,	0	7	0,	4	9	3	se lee:

Dos millones setenta mil cuatrocientas noventa y tres diezmillonésimas.

Observacion. Cuando un número es algo complicado se escribe á la derecha del último guarismo la denominacion que le corresponda; lo que se conocerá recordando que el primer lugar á la derecha del punto son *décimas*; el segundo *centésimas*; el tercero *milésimas*... etc.

Segundo caso. Se considera al entero la unidad por denominador y se practica la regla anterior.

$$\text{Así} \ldots 3 - \frac{2}{5} = \frac{3}{1} - \frac{2}{5} = \frac{15-2}{5} = \frac{13}{5} = 2\,\frac{3}{5}.$$

v. gr.... 0 . 7,003,905,210,806 .. diezmilésimas.

Se lee: 7 billones, 3 mil 905 millones, 210 mil 806 diezbillonésimas.

118. Todo número que lleva enteros y decimales es un *misto-decimal*; y se lee, *espresando primero la parte entera* (16), *y luego la parte decimal* (117).

El núm..

etc.	cent. de m.	dec. de m.	unid. de m.	centena.	decena	unidad	décimas	centésimas	milésimas	diezmilésimas	cienmilésimas	millonésimas	diezmillonésimas	cienmillonésimas
4,	0	7	9,	0	0	6 .	0	0,	5	0	1,	0	2	8

se lee:

4 millones 79 mil 6 unidades; 501 mil 28 cienmillonésimas.

El núm. 83 . 275 se lee:

Ochenta y tres unidades, y doscientas setenta y cinco milésimas.

119. Tambien podrian leerse los números misto-decimales en un todo, como los enteros (16); prescindiendo del punto, y dando al último guarismo su correspondiente denominacion.

Así: el número anterior

	unidades				milésimas
8	3 .	2	7	5	

se puede leer: 83275 *milésimas*; porque 83 *unidades* son lo mismo que 83000 *milésimas*, que agregando la parte decimal 275 milésimas resultan 83275 milésimas:

luego.... 83 . 275 = 83275 milésimas.

Tercer caso. Se considera á los enteros la unidad por denominador, y de la suma del minuendo se resta la del sustraendo: primer caso.

$$\text{Así....}\ \left(4+\frac{1}{3}\right)-\left(2+\frac{2}{3}\right)=\left(\frac{4}{1}+\frac{1}{3}\right)-\left(\frac{2}{1}+\frac{2}{3}\right)=\frac{13}{3}-\frac{8}{3};$$

:

120. Los decimales *se escriben poniendo primero los enteros* (17) ó cero si no les hay; *luego un punto* (116), *y despues los decimales lo mismo que los enteros, cuidando que el último guarismo ocupe el lugar correspondiente á su denominacion*; v. gr.

Para escribir el número *dos* unidades ó enteros y *cinco décimas*, se escribe primero un 2 en el lugar de las unidades; luego un punto y despues un 5 en el lugar de las décimas; y se tendrá el número... 2.5

Del mismo modo: para representar *setenta y cinco centésimas*, se pone primero un cero en el lugar de las unidades, porque no hay enteros; luego el punto, y despues 75, y se tendrá el número... 0.75

Para escribir *diez y nueve unidades y ocho millonésimas*, se escribe 19 el *punto* y un 8 en lugar de las *millonésimas*, poniendo antes cinco ceros que ocupen el lugar de las *décimas*, *centésimas*, *milésimas*, *diezmilésimas y cienmilésimas* y se tendrá el número... 19.000008.

Por consiguiente. . los números...	se escriben
Ochenta unidades seiscientas veinticinco milésimas.	80.625
Tres mil veintisiete diezmilésimas.	0.3027
Ciento cuatro diezmillonésimas.	0.0000104
Diez mil setenta y nueve unidades y cincuenta centésimas.	10079.50

---

y por tener denominadores comunes será...

$$\frac{13-8}{3}=\frac{5}{3}=1\,\frac{2}{3}.$$

MULTIPLICACION. Pueden ocurrir tres casos: multiplicar quebrados; multiplicar un entero por un quebrado ó al contrario, y multiplicar números mistos.

Primer caso. Se multiplica numerador por numerador y denominador pordenominador; y se simplifica si se puede.

Así... $\frac{3}{4}\times\frac{5}{8}=\frac{3\times5}{4\times8}=\frac{15}{32}$; y $\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}=\frac{2\times3}{3\times4}=\frac{6}{12}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$.

Leccion 19.

Alteraciones de los decimales y efectos del cero y del punto.

121. *El valor de una fraccion decimal no altera aunque se añadan ó supriman ceros á su derecha*; porque estos no cambian ni el valor absoluto ni el relativo de las cifras decimales.

Así, 0.5= 0.50= 0.500= 0.5000... etc.

En efecto, el guarismo significativo 5 es igual en todas las fracciones y ocupa el mismo lugar; luego en todas tiene el mismo valor; y si la 2.ª fraccion tiene 10 veces mas partes que la 1.ª 100 la 3.ª y 1000 la 4.ª..., tambien son 10, 100, 1000 veces mas pequeñas: luego las cuatro fracciones tienen el mismo valor.

Ademas: siendo $0.5=\frac{5}{10}$...multiplicando sus dos términos por 10, 100, 1000... etc, su valor no alterará (110) y por lo mismo

$$\frac{5}{10}=\frac{50}{100}=\frac{500}{1000}\text{... etc.}$$

Luego... 0.5= 0.50 = 0.500... etc.

Segundo caso. Se pone al entero la unidad por denominador y se reduce al caso anterior.

$$\text{Así...}\ 9\times\frac{4}{7}=\frac{9}{1}\times\frac{4}{7}=\frac{9\times 4}{1\times 7}=\frac{36}{7}=5\ \frac{1}{7}$$

De donde se deduce que para multiplicar un entero por un quebrado ó vice-versa, se multiplica el entero por el numerador del quebrado, al producto se le pone por denominador el del quebrado y se simplifica.

De aqui se deduce que...

Si los ceros finales se quitan resultan los dos términos divididos por un mismo número, lo que tampoco altera el valor de la fraccion (110).

122. De lo espuesto se infiere, que *reducir* á una misma denominacion dos ó mas fracciones decimales es hacer que todas tengan un mismo número de cifras decimales á fin de que la última ocupe en todas ellas un mismo lugar, teniendo por consiguiente una misma denominacion. Esto se consigue, *igualándolos con ceros á su derecha, esto es, añadiendo á las fracciones que tengan menos cifras decimales los ceros necesarios* (121).

Así, para reducir á una misma denominacion las fracciones

0.4; 8.09; 56.300025

se añaden á la 1.ª cinco ceros, cuatro á la 2.ª y se convertirán en

0.400000; 8.090000; 56.300025;

en las cuales es comun la denominacion de *millonésimas.*

123. *Cuando se escriben ceros entre el punto y las décimas, la fraccion se hace tantas veces menor, como espresa la unidad seguida de tantos ceros, como se escribieron entre el punto y las décimas; porque cada cero hace diez veces menor el valor relativo de sus cifras.* (75-2.ª).

Asi... 0.4 es diez veces mayor que 0.04; y cien veces mayor que... 0.004. etc.

Tercer caso. Se considera á cada entero la unidad por denominador, y la suma del multiplicando se multiplica por la del multiplicador.

$$\text{Así...}\left(5+\frac{3}{4}\right)\times\left(7+\frac{2}{5}\right)=\left(\frac{5}{1}+\frac{3}{4}\right)\times\left(\frac{7}{1}+\frac{2}{5}\right)=$$

$$\frac{23}{4}\times\frac{37}{5}=\frac{23\times37}{4\times5}=\frac{1851}{20}=9\frac{11}{20}$$

DIVISION. Pueden ocurrir tres casos: dividir quebrados, un entero por un quebrado, y dividir números mistos.

124. *Una fraccion decimal se hace diez veces mayor por cada lugar que se corra el punto á la derecha; porque cada cifra asciende un lugar á la izquierda.*

Así.... 7. 524 es diez veces menor que 75.24
y cien veces menor que. 752.4

125. De aquí se infiere, que prescindir del punto en una cantidad decimal es hacerla tantas veces mayor, como espresa la unidad segunda de tantos ceros como guarismos decimales tenga la fraccion (57-1.ᵉ).

126. Al contrario, *una fraccion decimal se hace diez veces menor por cada lugar que se corra el punto á la izquierda*; porque cada guarismo desciende un lugar á la derecha (75-2.ᵉ).

Así.., 52. 104 es diez veces menor que 521.04
y cien veces menor que. 5210.4

127. Luego correr el punto en una cantidad decimal un número cualquiera de lugares á la izquierda, es hacerla tantas veces menor como espresa la unidad seguida de tantos ceros como lugares se corrió el punto.

Primer caso. Los quebrados se dividen, multiplicando el numerador del dividendo por el denominador del divisor, y el producto será el numerador del cociente; luego se multiplica el denominador del dividendo por el numerador del divisor, y el producto será el denominador del cociente; ó mas bien, se invierte el órden de los terminos del divisor; y luego se multiplica numerador por numerador y denominador por denominador; v. gr.

$$\frac{4}{5}:\frac{2}{3}=\frac{4\times3}{5\times2}=\frac{12}{10}=1\frac{2}{10}; \text{ ó mas bien, } \frac{4}{5}:\frac{2}{3}=\frac{3}{2}\times\frac{4}{5}=\frac{3\times4}{2\times5}=\frac{12}{10}=1\frac{1}{5}$$

Segundo caso. Se considera al entero la unidad por denominador y se practica la regla anterior.

$$\text{Así... } 12:\frac{5}{7}=\frac{12}{1}:\frac{5}{7}=\frac{7}{5}\times\frac{12}{1}=\frac{7\times12}{5\times1}=\frac{84}{5}=16\ \frac{4}{5}$$

CALCULO ARITMETICO-DECIMAL.

Leccion 20.

Números abstractos.

128. Adicion.—*Los decimales se suman lo mismo que los enteros* (29); *de modo que los puntos formen columna, y por consiguiente las décimas, centésimas*... etc, *y poniendo en la suma un punto correspondiente en columna con los de los sumandos.*

Así: para sumar los números 0.5 + 0.17 + 0.904 + 0 5806, se colocan de este modo:

Artificio.

$$\text{Sumandos.}\left\{\begin{array}{l} 0\,.\,5 \\ 0\,.\,17 \\ 0\,.\,904 \\ 0\,.\,5806 \\ \hline \end{array}\right.$$

$$\text{Suma.........}\ 2\,.\,1546$$

Algunos reducen las fracciones á una misma denominacion; pero *no* es necesario.

La suma 2 unidades y 1546 diezmilésimas es la verdadera (29)

Tercer caso. Se considera á cada entero la unidad por denominador, y la suma del dividendo se divide por la del divisor; v. gr.

$$\left(54+\frac{3}{5}\right):\left(6+\frac{2}{3}\right)=\left(\frac{54}{1}+\frac{3}{5}\right):\left(\frac{6}{1}+\frac{2}{3}\right)=\frac{273}{5}:\frac{20}{3}=$$

$$\frac{273}{5}\times\frac{3}{02}=\frac{273\times 3}{5\times 20}=\frac{819}{100}=8\,\frac{19}{100}.$$

En efecto...

0 . 5	=	0 . 5.	Sumandos.
0 . 17	=	0 . 1 + 0.07.	
0 . 904	=	0 . 9. . . . . . . 0.004.	
0 . 5806	=	0 . 5 + 0.08. . . . . . . 0.0006	
		2 . 0 + 0.15 + 0.004 + 0.0006 = 2. 1546	Suma.

Igualmente, los números 2 + 36. 17 + 0.048 + 15. 9 + 2004. 1804 se suman:

Sumandos.	2.	La misma regla se sigue cuando hay sumandos *enteros* y *misto-decimales*.
	36.17	
	0.048	
	15.9	
	2004.1804	
Suma......	2058.2984	

7.9	0.75
0.105	8.
96.04	301.9
308.0002	25.
412.0452	1008.4006
	1344.0506

VALUACION DE LAS FRACCIONES.

Valuar una fraccion es hallar su valor en unidades de especie inferior á la que se refiere.

Pueden ocurrir tres casos: 1.° valuar un quebrado que se refiera á la unidad; 2.° que se refiera á un entero, y 3.° valuar quebrado que se refiera á otro quebrado.

Primer caso. Para valuar una fraccion se multiplica el numerador de la fraccion por las veces que la unidad inferior á que se quiere valuar está contenida en aquella á que se refiere la fraccion (60.—3.er *uso*), y el producto se divide por el denominador (76.—3.°). Si la division fuese inexacta se valua el resíduo del mismo modo, y asi se continua hasta que no haya mas unidades inferiores; en cuyo caso, ó se desprecia el resíduo ó se le considera como una unidad, si llega ó pasa de la mitad del denominador; v. gr.

129. SUSTRACCION.—Los decimales *se restan lo mismo que los enteros* (32); *igualándolos con ceros* (122), *y poniendo en la resta un punto correspondiente en columna con el del minuendo y sustraendo.*

EJEMPLOS.

Para restar 8.32 de 9.57 se dispone la operacion como se ve:

	Artificio.
Minuendo.	9 . 57
Sustraendo.	—8 . 32
Resta.	1 . 25

La resta 1 unidad y 25 céntesimas es la verdadera (32);

porque... $\left\{\begin{array}{l} 9.57 = 9 \text{ unids.} + 5 \text{ décimas} + 7 \text{ centés.} \\ -8.32 = 8 \text{ unids.} + 3 \text{ décimas} + 2 \text{ centés.} \end{array}\right.$

$1.25 = 1 \text{ unids.} + 2 \text{ décimas} + 5 \text{ centés.}$

Para saber cuanto valen $\frac{5}{8}$ de duro se multiplica el numerador 5 duros por 20 rs. que tiene el duro, y el producto 100 rs. se divide por el denominador 8 y se tendrá $\frac{5}{8}$ de duro $= \frac{5 \times 20 \text{ rs.}}{8} = \frac{100}{8} = 12\ \frac{4}{8}$ rs. Ahora se valua la fraccion $\frac{4}{8}$ de real multiplicando el numerador 4 por 34 maravedises que tiene el real, y el producto 136 se divide por el mismo denominador 8 y se tendrá $\frac{4}{8}$ rs. $= \frac{434 \times \text{mrs.}}{8} = \frac{136}{8} = 17$ mrs.:

Luego, $\frac{5}{8}$ duro $=$ 12 rs. y 17 mrs.

Segundo caso. El producto de los numeradores por el entero se divide por el producto de los denominadores, practicando la regla anterior

EJEMPLOS.

1.° Para saber cuanto valen $\frac{3}{4}$ de 19 arrobas se multiplica el numerador 3 por el entero 19, y el producto 57 se divide por el denominador 4; y se tendrá... $\frac{3}{4}$ de 19 arrobas $= \frac{3 \times 19}{4} = \frac{57}{4} =$ $14\ \frac{1}{4}$ arroba: Valuando la fraccion $\frac{1}{4}$ arroba se tendrá $\frac{1 \times 25}{4}$

2.º... De 320.4 se quiere restar 18.65...; pero como el 1.º tiene una cifra decimal menos que el 2.º se le añade un cero y se tendrá...

Minuendo.	320.40
Sustraendo.	18.65
Resta.	— 301.75

Asimismo, ¿cúal será la diferencia de 125—0.699?

Añadiendo tres ceros al minuendo, se tendrá

Minuendo.	125.000
Sustraendo.	—0.699
Resta.	124.301

---

libras $= \frac{25}{4} = 6\frac{1}{4}$ libras, y valuando la fraccion $\frac{1}{4}$ de libra en onzas se tendrá $\frac{1}{4}$ libras $= \frac{16}{4}$ onzas $= 4$ onzas.

Luego $\frac{3}{4}$ de 19 arrobas $= 14$ arrobas, 6 libras y 4 onzas.

2.º Un sugeto preguntó á un pastor ¿qué hora tendremos? y respondió: son los $\frac{3}{4}$ de $\frac{5}{8}$ de las 24 horas que tiene el dia. Es bien claro que $\frac{3}{4} \times \frac{5}{8} \times 24 = \frac{15 \times 24}{32} = \frac{360}{32} = 11\frac{8}{32}$ horas; y valuando en minutos la fraccion $\frac{8}{32}$ será... $\frac{8 \times 60}{32} = \frac{480}{32} = 15$ minutos.

Luego serian las 11 y 15 minutos.

3.º. . . . Se dice que á un caminante
Preguntaron... por dinero,
Y sin alterarse arrogante,
Contestó el buen viagero:
De veinticuatro doblones
Con el nombre de Isabel,
Un octavo de otro quinto
De dos sestos ha de haber,
Del bolsillo en los rincones.

Finalmente, 503. 72—94 será:

Minuendo.	503 . 72
Sustraendo	—94 . 00
Resta.	409 . 72

De aquí se deduce que cuando el *minuendo* tenga mas cifras decimales que el *sustraendo* se escriben en el resíduo las que tenga demás, y se efectua la resta de lo que quede.

Luego tendria $\frac{1}{8}\times\frac{1}{5}\times\frac{2}{6}\times 24=\frac{48}{240.}$ doblones. $=\frac{48\times5}{240}$ duro $=\frac{48\times100}{240}=20$ reales.

Tercer caso. El producto de los numeradores se divide por el de los denominadores, y queda reducido al primer caso.

Así, para valuar $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$ de $\frac{4}{5}$ de vara será... $\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\times\frac{4}{5}=\frac{2\times3\times4}{3\times4\times5}=\frac{24}{60}=\frac{12}{30}=\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$ de vara, que valuado en pies será... $\frac{2\times3}{5}=\frac{6}{5}$ de vara $=1$ pie y $\frac{1}{5}$, que valuado en pulgadas será... $\frac{1\times12}{5}=\frac{12}{5}=2$ pulgadas y $\frac{2}{5}$, que valuados en líneas será... $\frac{2\times12}{5}=\frac{24}{5}=4$ líneas y $\frac{4}{5}$, que valuado en puntos será... $\frac{4\times12}{5}=\frac{48}{5}=9\frac{4}{5}$ puntos, y como el numerador 4 pasa de la mitad del denominador 5, se aprecia por 1 punto.

Luego, $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$ de $\frac{4}{5}$ de vara equivale á 1 pie, 2 pulgadas, 4 líneas y 10 puntos.

Leccion 21.

150. MULTIPLICACION.—De la definicion general (45) se deduce, que *multiplicar* un número cualquiera por una fraccion *es tomar del multiplicando la parte que indica la fraccion*: luego siempre que ambos factores sean menores que la unidad, el producto será menor que cualquiera de ellos.

151. Una cantidad decimal se multiplica por 10, corriendo el punto *un* lugar á la derecha; por 100, corriéndole *dos*; por 1000, corriéndole *tres*; y en general, *una cantidad decimal se multiplica por la unidad seguida de ceros, corriendo el punto tantos lugares á la derecha como ceros haya despues de la unidad* (124).

EJEMPLOS.

$$46.21 \times 10 = 462.1$$
$$8.3052 \times 100 = 830.52$$
$$12.565 \times 1000 = 12565.$$

NUMEROS COMPLEJOS Ó DENOMINADOS. Son los que constan de diferentes especies de unidades, pero de una misma clase; como 2 varas, 5 pies, 7 pulgadas y 4 líneas. 9 arrobas, 6 libras, 13 onzas y 4 adarmes.

ADICION.— Los números complejos ó denominados se suman, colocando los sumandos los unos debajo de los otros de modo que se correspondan las unidades de cada especie; y tirando una raya debajo se empieza á sumar por las unidades de especie inferior. Si de la suma de estas resulta una ó mas unidades superiores de la especie inmediata se suman con ellas, escribiendo las restantes debajo de las de su especie, y asi sucesivamente.

DISPOSICION DE LA OPERACION.

	Arrobas.	Libras.	Onzas.	Adarmes.
	1	2	2	
Sumandos.	745	24	9	12
	56	9	4	6
	219	0	15	10
	8	11	10	13
Suma. . . .	1009 arrobas.	21 libras.	8 onzas.	9 adarmes.

132. De aquí se infiere, que prescindir del punto en una cantidad decimal es multiplicarla por la unidad seguida de tantos ceros como guarismos decimales tenga (124).

133. EN GENERAL: Los decimales *se multiplican lo mismo que los enteros* (58); *prescindiendo de los puntos* (125), *y separando en el producto de derecha á izquierda con el punto tantos guarismos como decimales haya en ambos factores juntos* (127).

Si no hubiese bastantes, se añaden á la izquierda los ceros necesarios.

El resultado de este modo obtenido es el verdadero; porque prescindir de los puntos en los factores, es multiplicar el producto por la unidad seguida de tantos ceros como guarismos decimales tengan (132): luego, separando en el producto tantos guarismos como decimales en ambos factores, se obtendrá el verdadero producto.

Escritos los sumandos como se ve, se suman los adarmes (29), y resultan 41, y como en 41 adarmes hay 2 onzas y 9 adarmes, se escriben estos debajo de los adarmes, reservando las 2 onzas para sumarlas con las onzas; en la suma 40 onzas hay 2 libras y 8 onzas; se escriben estas debajo, y las 2 resultantes se añaden á las libras. De la suma de las libras resultan 21 libras y 1 arroba, que se añade á las arrobas, sumando estas en un todo como los enteros.

SUSTRACCION.—Los de denominador se restan, colocando el sustraendo debajo del minuendo de modo que se correspondan las unidades de cada especie; tirando debajo una raya, y restando cada especie de unidades del sustraendo de sus correspondientes del minuendo (55). Cuando alguna especie de unidades del minuendo sea menor que su correspondiente del sustraendo, se toma una unidad de la especie inmediata superior ó siguientes, si no hubiese en la primera... y se descompone sucesivamente su valor en las inferiores á que equivale, considerando con una unidad menos la especie superior de donde se tome la unidad.

DISPOSICION DE LA OPERACION.

1.°	Varas	Pies.	Pulgadas	Lineas.
		3	12	12
Minuendo. . .	43	1	6	5
Sustraendo. . .	17	2	9	8
Resta. . . .	25 varas.	1 pies.	8 pulgadas.	9 lineas.

EJEMPLOS.

Para multiplicar 7.36 por 0.4 se colocan y multiplican (58), como si tales puntos no existiesen.

Artificio.

Multiplicando.	7.36	Factores.
Multiplicador. . ×. . . .	0.4	
Producto verdadero. .	2.944	

Suprimiendo los puntos en los factores, se obtiene el producto 2944, *mil veces mayor* que el verdadero: luego, separando en él tres cifras de derecha á izquierda, se tendrá el verdadero producto 2.944.

Aplicando la regla y su razonamiento á los ejemplos siguientes ú otro cualquier caso, vendremos en conocimiento de su *resolucion* y *demostracion*.

Multiplicando.	9.24	Factores.
Multiplicador. . ×. . .	7.5	
	4620	Productos parciales.
	6468	
Producto total. . .	69.300	

Escritos los datos como se ve, se empieza á restar por la derecha diciendo: 5 líneas menos 8, no puede ser, porque donde no hay mas que 5 mal se puede tomar 8; por consiguiente, de las 6 pulgadas se toma 1, que vale 12 líneas y mas 5 que hay son 17, y se dice: 17—8=9 líneas. Ahora se restan las pulgadas, considerando al 6 como 5, pues de él se tomó la unidad auxiliar para las líneas, y se dice 5—9 no puede ser; se toma 1 pie que es la especie inmediata superior, y como vale 12 pulgadas, uniéndolas á las 5 que habia son 17, y se dice: 17—9=8 pulgadas. Luego se pasa á restar los pies, y como se tomó el que habia para las pulgadas hay que tomar 1 vara=3 pies, y se dice. 3—2=1 pie. Finalmente, se restan las varas, considerando las 43 varas con una unidad menos, diciendo: 42—17=25 varas; luego la resta será 25 varas 1 pie, 8 pulgadas y 9 líneas.

2.°	Doblones.	Pesos.	Reales.	Maravedís.
		5	14	34
Minuendo. . .	35 . .	0 . .	0 . .	0
Sustraendo. . .	18 . .	5 . .	12 . .	25
Resta. . .	16 . .	0 . .	2 . .	9

$$\begin{array}{r} 0.82 \\ \times \;.\; 0.6 \\ \hline \text{Producto.}\;.\; 0.492 \end{array} < 0.82 \text{ y que } 0.6;\ (130).$$

$$\begin{array}{r} 0.17 \\ \times.\;.\; 0.5 \\ \hline 0.085 \\ \hline \end{array}$$

Como $17 \times 5 = 85$, solo tiene dos cifras el producto y hay que separar tres, se añaden dos ceros para que uno ocupe el lugar de los enteros.

$$\left.\begin{array}{r} 0.1264 \\ \times.\;.\;.\; 5.0007 \end{array}\right\} \text{será } (59\text{-}2.^{a}).$$

$$\begin{array}{r} \hline 8848 \\ 6320 \\ \hline 0.63208848 \end{array}$$

Al efectuar esta operacion nos encontramos, que no habiendo ningun maravedí, real ni peso, se toma un doblon y se descompone en 5 pesos, 14 reales y 34 maravedises; en cuyo caso se efectua la sustraccion con mas sencillez que en el ejemplo anterior.

MULTIPLICACION.— Pueden emplearse varios métodos. El mas propio es el de las partes alícuotas; pero sin embargo seguiremos el método ordinario, diciendo:

Los denominados se multiplican, reduciendo los factores á la menor de sus especies (60-3.er uso); esto es, multiplicando sucesivamente las unidades de especie superior por las veces que la inferior, á que se refiere, está contenida en la superior, y añadiendo al producto el número de las inferiores de su especie que haya en el problema: los dos productos resultantes se multiplican entre sí, y el producto se divide por las veces que la unidad de especie inferior del multiplicador está contenida en la superior, á que se refiera la cuestion. El cociente así obtenido espresa el verdadero producto, pero en unidades de la especie inferior del multiplicando, las cuales pueden reducirse á superiores (76-6.° uso).

EJEMPLOS.

1.° Para averiguar cuanto valen 5 varas, 2 pies y 3 pulgadas á 2 duros, 4 reales y 6 maravedises la cuarta, se reducen los factores á la menor de sus especies del modo siguiente:

134. DIVISION.— De la definicion general (62) se deduce, que el cociente de dos quebrados decimales ó de un entero por un quebrado decimal es tantas veces mayor que el dividendo, como veces el divisor está contenido en la unidad: luego el cociente de un quebrado decimal por un entero es tantas veces menor que el dividendo, como veces la unidad está contenida en el divisor.

135. Una cantidad decimal se divide por 10, corriendo el punto *un* lugar á la izquierda; por 100, corriéndole *dos*, por 1000 corriéndole *tres*... : y en general, *una cantidad decimal se divide por la unidad seguida de ceros, corriendo el punto tantos lugares á la izquierda como ceros haya despues de la unidad* (126).

EJEMPLOS.

$$14.7 : 10 = 1.47$$
$$2583.06 : 100 = 25.8306$$
$$900.8 : 1000 = 0.9008$$

Multiplicador... 5 v., 2 pies, 3 pul. Multiplicando... 2 duros, 4 rs. 6 mrs,

	$\times$ 3 p.		$\times$ 20 rs.
Pies. . .	15+2=17 pies.	Reales. .	40+4=44 rs.
	$\times$ 12 p.		$\times$ 34 mrs.
	34		176
	17		132
Pulgadas. . . .	204+3=207	Maravedises. . .	1496+6=1502

Reducidos los factores á la menor de sus especies tendremos... (60)

Multiplicando. . . . . . 1502 maravedises.
Multiplicador. . . . . $\times$ 207 pulgadas.

10514
3004

El producto. . . . . 310914 maravedises se divide por 9 número de veces que la pulgada, unidad inferior del multiplicador, está contenida en la cuarta, que es la superior á que se refiere el problema, y el cociente 34546 maravedises es el producto de las 5 varas, 2 pies, 3

136. Luego correr el punto en una cantidad decimal un número cualquiera de lugares á la izquierda, es dividirla por la unidad seguida de tantos ceros como lugares se corrió el punto (127).

137 EN GENERAL. — Los decimales se dividen, *igualándolos con ceros* (122); *prescindiendo de los puntos* (110), *y dividiéndolos como si fuesen enteros* (72).

El cociente así hallado es entero; y su parte decimal se obtiene poniendo un punto á la derecha de los enteros, y añadiendo un cero al resíduo, si le hay, por cada guarismo decimal que se quiera sacar en el cociente.

EJEMPLOS.

Para dividir 0.8 por 0.2 se prescinde de los puntos, y puesto que ambos términos tienen un mismo número de cifras decimales, la operacion se reduce á...

$$8:2=4.$$

$$\text{Luego, } 0.8:0.2=8:2=4.$$

En efecto, el divisor 0.2 está contenido cinco veces en la unidad ó es cinco veces <1, y por lo mismo el cociente 4 es cinco veces $>$ 0.8

---

pulgadas, á 2 duros, 4 reales y 6 maravedises la cuarta. Pero como el valor está espresado en unidades de la especie inferior del multiplicando, se reduce á las superiores (76-6.° uso) como se ve:

34546 maravedises.	34 maravedises.	
0054	1016 reales.	20 reales.
206	0016 reales.	500 duros.
002 maravedises.		

Luego el valor de 5 varas, 2 pies, 5 pulgadas; á 2 duros, 4 reales, 6 maravedises cuarta es

500 duros, 16 reales, 2 maravedises.

2.°... Siendo el precio de una libra de canela 5 duros, 6 reales y 10 maravedises, ¿cuánto importarán 2 arrobas, 2 libras y 4 onzas?

2.º.., Si quiero dividir 0.6 por 0.15 añadiré un cero al dividendo 0.6 y se convertirá en 0.60 : 0.15; luego suprimo los puntos en ambos términos, y la operacion se deduce á...

60	15
00	4

Luego, 0.6 : 0,15=0.60 : 0.15=60 : 15=4.

3.º... 774.9 : 0.32 será...

Dividendo... 77490	32... Division.
154	2421.5625 (unidades, diezmilésimas.)
69	
50	

Resíduo trasformado en...180 décimas.
Resíduo trasformado en... 200 centés.
Id. . . . . . id. . . . id. . 080 milésimas
Id. . . . . . id. . . . id. . 160 diezmilésimas
Resíduo final. 00

Multiplicando... 5 ds., 6 rs., 10 mrs. × 2 arro., 2 lib., 4 on... Multiplicador.

	×20 rs.	×25 lib.
Reales. . .	60+6=66 rs.	50+2=52 libras.
	×34 mrs.	×16 onz.
	264	312
	198	52
Maravedises. . .	2244+10=2254 mrs.	832+4=836 onzas.
	× 836 onz.	
	13524	
	6762	
	18032	

1884344 mrs.	16 onzas que tiene la libra.		
028	117771 mrs.	34 mrs.	
124	0157	3463 rs.	20
0123	0217	14	173 duros.
0114	0131	006	
024	029 mrs.	03 rs.	
08			

Luego, 774. 9 : 0.32 dan el cociente exacto 2421 unidades y 5625 diezmilésimas.

De aqui se deduce, que los *resíduos* de las divisiones inexactas de los números enteros abstractos pueden y deben aproximarse por decimales, poniendo un punto á la derecha del cociente entero y añadiendo un cero al último resíduo por cada cifra decimal que se quiera obtener en el cociente. Esto es preferible á poner el resíduo en forma de quebrado á la derecha del cociente.

4.°.... 405.72 . 6 = 405. 72 : 6.00; y practicando lo espuesto (75-4.ª) será

	4 0 5(7 2	6(0 0
	0 4 5	6 7.6 2
Resíduo convertido en.	3 7 décimas.	
id. . . . id. . . . en. . .	1 2 centésimas.	
Resíduo final.	0	

Dividiendo 505 por 6 se obtiene el cociente entero 67 unidades y el resíduo 5 : bajando á su derecha el 7, primer guarismo de la parte separada, se convierte en 37 *décimas*, que divididas

---

Luego, las 2 arrobas, 2 libras, 4 onzas, siendo el precio de una arroba 5 duros, 6 reales, 10 maravedises, importa 173 duros, 5 reales, $29\frac{1}{2}$ maravedises.

DIVISION. Los números complejos se dividen, reduciendo solo el divisor á la menor de sus especies; colocándole á la derecha del dividendo entre las líneas divisorias, y empezando la division por las unidades de especie superior del dividendo. Si la division fuese inexacta, se reduce el resíduo á la especie inferior inmediata, y el resultado se divide por el divisor: si queda resíduo, se reduce á la especie inmediata inferior, y así sucesivamente, hasta concluir por las unidades de especie inferior del dividendo. El cociente obtenido de este modo espresa el valor de una unidad de la especie inferior del divisor; por consiguiente, siempre que el problema se refiera á una unidad superior, se multiplica el cociente por las veces que la inferior esté contenida en la superior, á que se refiera la cuestion.

por el mismo divisor 6, dan el cociente 6 *décimas*, y el resíduo 1: bajando á su derecha el 2, se convierte en 12 *centésimas* cuyo cociente es 2 *centésimas*.

Luego,.. 405. 72 : 6=67. 62 cociente exacto.

De donde se sigue que...

138. Para dividir un *misto-decimal* ó solo *decimal* por un entero *se prescinde del punto* (132), y *se dividen como enteros* (72); *separando en el cociente tantas cifras decimales como haya en el dividendo* (136).

Si al fin hubiese resíduo y se quisiesen mas decimales en el cociente, se añaden ceros al resíduo; cuyo cálculo indefinido nos da medio para hallar el verdadero cociente ó que se diferencie en menos error de una *unidad* de un órden *inferior* cualquiera.

7008. 0 2 6 : 25 será...

7008026	25
200	280.321
0080	
52	
26	

Resíduo final. . 1 milésima

EJEMPLOS.

1.°. . . 4 varas y 1 pie han costado 29 duros, 8 reales y 28 maravedises; ¿cuál será el valor de la vara?

Para conseguirlo, se reduce el divisor á la menor de sus especies y se escribe á la derecha del dividendo del modo siguiente:

Dividendo... 29 duros, 8 rs. 28 mrs.	13. Divisor, reducido á l. e. inf.
1.er resíduo. . . . . . . 3 d.	2 duros, 5 rs., 10 mrs.
× . . 20 rs.	× . . . . 3 pies.
2.° dividendo parcial. . 60+8=68 rs.	6 duros, 15 rs., 30 mrs.
2.° resíduo. . . . . 3 rs.	
× . . 34 mrs.	
3.er dividendo parcial. . . . . . 102+28=130 mrs.	
Resíduo final. 000	

Al prescindir del punto en el dividendo, y dividir 7008026 por 25 se obtiene el cociente 280321 mil veces > que el verdadero : luego separando en él tres cifras decimales se obtendrá el verdadero cociente 280.321, con menos error de una *milésima.*

El mismo ejemplo añadiendo ceros al resíduo.

7008.026	25
200	280.32104
0080	
52	
26	
Resíduo trasformado... 100	
..0	

Luego, el verdadero cociente de 7008.026 : 25 = 280.32104.

Asimismo... 0.9852 : 4 = 0.2463

18

25

12

0

Colocados los términos de la division, se divide 29 duros, unidades de especie superior del dividendo, por el divisor 13 y se obtiene el cociente 2 duros y 3 de residuo, que reducidos á la especie inferior inmediata, se halla por 2.° dividendo parcial 68 reales: este dividendo se divide por el mismo divisor 13 y da el cociente 5 reales y el resíduo 3, que reducido á la especie inmediata inferior se obtiene el 3.er dividendo parcial 130 maravedises, y dividido por el mismo divisor da el cociente exacto 10 maravedises.

El cociente total, 2 duros, 5 reales y 10 maravedises, espresa el valor de un pie, tres veces menor que la vara; luego, multiplicándole por 3, número de pies que tiene la vara, hallaremos el producto

6 duros, 15 reales, 30 maravedises, valor de la vara.

Finalmente... 1410.4793 : 69 será...

```
1410.4793 | 69
 030 4    | 20.441728
   287
    119
     503
Resíduo convertido en.. 200 cienmilésimas
                         620
                          68, etc.
```

Luego.. 1410.4793 : 69=20 441728 con menos error de una *millonésima.*

2.°. . . ¿Cúal será el valor de 1 libra, suponiendo que 10 arrobas y 8 onzas hayan costado 14 duros, 2 reales, 20 maravedises?

```
Dividendo... 14 duros, 2 reales, y 20 mrs. | 258 onzas... Divisor
 ×... 20 rs.                               | 0 duros, 1 rs., 5 + 62/258 mrs.
 280+2=282 rs.                             | × . . . . . . . 16
       024 rs.                             | 0 duro, 16 rs., 47 125/129 mrs.
    ×... 34 mrs.                           | ó mas bien. . . . . . .
       96                                  | 0 duro, 17 rs., 15 125/129 mrs.
       72
    816+20=836 mrs.
       062
```

El cociente 0 duros, 1 real, 5 maravedises y $\frac{62}{258}$ de maravedí es el valor de la onza: luego multiplicando el cocienie por 16, número de veces que la onza, unidad de especie inferior del divisor; está contenida en la libra, que es la superior á que se refiere el problema, se tendrá el producto... 0 duros 16 reales $47+\frac{125}{129}$ maravedises $=17$ reales 15 maravedises y $\frac{125}{129}$ de maravedí; y puesto que la fraccion no puede valuarse, por no haber mas unidades inferiores y el numerador es mucho mayor de la mitad del denominador, se debe apreciar en 1 maravedí; en cuyo caso el valor de la libra es 17 reales y 14 maravedises.

Leccion 22.

139. Puesto que los *decimales* siguen la misma *ley* que los *enteros*, se escriben, leen y calculan lo mismo que ellos, es un punto de la mayor importancia la...

Reduccion de quebrados comunes á decimales.

140. Reducir un quebrado comun á decimal es hallar una fraccion decimal equivalente al quebrado comun, ó que se diferencie de él en menos de una unidad cualquiera por pequeña que sea.

Pero como toda fraccion ordinaria es una division indicada (109)...

141. *Se reduce á decimal, dividiendo el numerador por el denominador y se tendrá la parte entera; la parte decimal se obtiene añadiendo un cero á cada resíduo, y continuando la division.*

EJEMPLOS.

1.° . . . . $\frac{3}{4}$ = ... 3 unidades | 4
Convertida en. . . . . = 30 décimas | 0 . 7 5 (unidades, décimas, centésimas)
1.er Resíduo convertido en 20 centésimas
0

Luego. . . . $\frac{3}{4}$ = 0.75

2.° . . . . $\frac{5}{8}$ = 5 unidades | 8
Convertido en. . . . . . . 50 décimas | 0 . 6 2 5 (unidades, décimas, centésimas, milésimas)
1.er Resíduo convertido en 20 centésimas
2.° id. id. en. . . . . 40 milésimas
Resíduo final. 0

Luego. . . . $\frac{5}{8}$ = 0.625

Otros ejemplos que por su frecuente *uso* conviene tener presentes...

$\frac{1}{2}=0.5$; $\frac{2}{3}=0.666$; con menos error de una milésima.

$\frac{1}{4}=0.25$; $\frac{1}{5}=0.2$; $\frac{3}{5}=0.9$; $\frac{1}{8}=125$; $\frac{3}{8}=0.375$.

142. Al convertir un quebrado ordinario en decimal puede suceder: que la fraccion decimal sea *exacta* ó limitada, è *indefinida* ó ilimitada...

Se llama *fraccion exacta* al cociente decimal de una division cualquiera, cuyo residuo final es cero; lo que se verifica siempre que el denominador ó divisor no tenga mas factores simples (97) que el 2 y el 5.

En todos los demás casos es *inexacta* ó indefinida.

EJEMPLOS.

La fraccion ordinaria $\frac{7}{8}$ reducida á decimal (141) será:

Numerador ò dividendo 7 unids.	8 Denominador ó divisor
Convertido en décimas. 70	0.875... fraccion exacta
1.er resíduo id. en centés. 60	
2.° id. . . id. en milésimas. 40	
Residuo final. 0	

Luego, la fraccion ordinaria $\frac{7}{8}$ da la fraccion decimal *exacta* 0.875; porque el denominador $8=2\times2\times2$.

Asimismo... $\frac{13}{20}=0.65$; fraccion exacta, porque el denominador $20=2\times2\times5$.

La fraccion ordinaria $\frac{6}{11}$ reducida á decimal será...

Numerador ó dividendo 6 unids.	11 Denominador ó divisor.
Trasformado en décimas 60	0,5454 fraccion indifinida.
1.er resíduo.., en centés. 50	
2.° id. = al 1.er dividendo. 60	
3.er resíduo = al primero. , 50	

Vemos pues, que halladas las dos primeras cifras 5 y 4 del cociente, se repiten los mismos dividendos parciales, y por consiguiente las cifras 5 y 4 del cociente:

Luego, la fraccion decimal 0.5454 es indifinida.

143. Toda fraccion decimal *indifinida* puede ser *periódica* pura ó *periódica* mista.

Es periódica pura, *cuando sacados algunos guarismos en el cociente se repiten los mismos dividendos parciales y por consiguiente las primeras cifras del cociente*; lo que se verifica siempre que el denominador del quebrado no tenga por factores ni el 2, ni el 5.

La fraccion... 0. 243 243... es periódica pura, y el periodo es 243.

Cuando el periodo no empieza desde las décimas, se llama mista; y se verifica siempre que el denominador del quebrado tenga mas factores que el 2 y el 5.

La fraccion... 0.324141... es mista: las cifras 32 constituyen la parte no periódica, y 41, el periodo.

Observacion. En toda fraccion periódica empieza el periodo despues de obtenerse en el cociente, á lo mas, tantas cifras menos una, como unidades tenga el divisor; porque como en toda division cada resta que se obtiene es siempre menor que el divisor, despues de efectuar tantas divisiones, menos una, como unidades tenga el divisor, el resíduo será precisamente uno de los anteriores.

144. De lo espuesto (114) y (116) se deduce, que para trasformar en general una fraccion *decimal* en ordinaria basta ponerla por denominador la unidad seguida de tantos ceros como cifras tenga la fraccion decimal; v. gr.

$$0.75=\frac{75}{100};\quad 0.666=\frac{666}{1000}.$$

145. Mas si se nos ofreciese reducir una fraccion decimal á ordinaria practicaremos las reglas siguientes:

1.ª... Si la fraccion decimal es exacta se la pone por denominador la unidad seguida de tantos ceros como cifras tenga la fraccion, y se simplifica (112), si se puede.

$$\text{Así.....}\begin{cases} 0.\,5=\dfrac{5}{10}=\dfrac{1}{2} \\ 0.\,65=\dfrac{65}{100}=\dfrac{13}{20}. \\ 0.\,875=\dfrac{875}{1000}=\dfrac{175}{200}=\dfrac{35}{40}=\dfrac{7}{8}. \end{cases}$$

2.ª... Si la fraccion es periódica pura, se pone por numerador el periodo y por denominador tantos nueves como cifras tenga el periodo, y se simplifica.

$$\text{Así.....}\begin{cases} 0.666=\dfrac{6}{9}=\dfrac{2}{3}. \\ 0.5454=\dfrac{54}{99}=\dfrac{18}{33}.=\dfrac{6}{11}. \\ 0.243243=\dfrac{243}{999}=\dfrac{81}{333}=\dfrac{27}{111}=\dfrac{9}{37}. \end{cases}$$

3.ª... Si la fraccion es mista se escribe la parte no periódica seguida del periodo; de esta cantidad se resta la parte no periódica, y al resíduo que será el numerador del quebrado ordinario se le pone por denominador tantos nueves como cifras tenga el periodo y tantos ceros como cifras tenga la parte no periódica y se simplifica.

EJEMPLOS.

1.º Si tuviésemos que hallar el quebrado ordinario de que procede la fraccion

$$0.41666 \text{ será } \frac{416-41}{900}=\frac{375}{900}.$$

$$\text{que simplificada será}=\frac{125}{300}=\frac{25}{60}=\frac{5}{12}.$$

Luego la fraccion decimal 0.41666 ha procedido del quebrado $\frac{5}{12}$.

2.º La fraccion $0.324141=\dfrac{3241-32}{9900}=\dfrac{3209}{9900}$.

3.º $0.\,52\,03030=\dfrac{5203-52}{9900}=\dfrac{5151}{9900}=\dfrac{1717}{3300}$.

ESPOSICION DETALLADA DEL SISTEMA METRICO.

Continuacion de la Leccion 4.ª

Reseña historica.

146. El 8 de Mayo de 1790 la Asamblea francesa constituyente dió un decreto, proponiendo á su Rey invitase al de Inglaterra á fin de que nombrase algunos miembros de la Sociedad Real de Lóndres, que en union de igual número de individuos de la Academia de ciencias de París midiesen la longitud de la varilla del péndulo que oscila segundos á los 45.° (grados) de latitud y al nivel del mar, para que esta *medida* sirviese de *base* á un nuevo *sistema* de pesas y medidas que adoptarían y procurarían hacer adoptar á las demas Naciones civilizadas; pero el estado de las relaciones políticas entre estas dos naciones en aquel tiempo fué causa de que dicho proyecto no se llevase á cabo.

Despues creyendo los Franceses, razonablemente, que ésta unidad no se adoptaría mas que por los pueblos que están á los 45.° de latitud, pensaron en otra mas sólida y general que está basada en la naturaleza y ligada con todas las medidas geodésicas.

Los matemáticos Delambre y Machain se encargaron de hallar dicha medida, y en medio de las escenas mas sangrientas de la revolucion francesa midieron el arco de meridiano comprendido entre Dunkerque y Barcelona, deduciendo de sus operaciones la longitud de la cuarta parte del meridiano de París, comprendido entre el Ecuardor y el Polo Norte, que dividieron en *diez millones* de partes iguales, dando á cada una el nombre de METRO, que significa medida.

Los trabajos de estos sábios fueron revisados por una comision numerosa de matemáticos franceses y estrangeros, en la que figuraron los españoles D. Gabriel Císcar y D. Agustin Pedrayes. Todos convinieron en que el *Metro es* una línea recta *igual á la diezmillonésima parte del cuarto del Meridiano terrestre.*

Los patrones y tipos de todas las medidas métricas, presentadas por Trallés al cuerpo legislativo el 22 de Junio de 1799, se hallan en la Academia de ciencias de París. Los españoles poseemos tambien una coleccion completa, traida por Císcar y Pedrayes, que deberá estar en el Archivo de Simancas.

147. Con el fin de convencernos que el METRO es igual á la diezmillonésima parte del cuarto del Meridiano terrestre, se pone á continuacion un *medio sencillísimo* de hallar su incuestionable exactitud, deducida de las dimensiones del Globo Terrestre.

Grados del cuadrante terrestre.	90	grados.
Leguas marinas de cada grado. . . .	× 20	leguas.
Leguas del cuadrante.	× 1800	id.
Pies castellanos de cada una. . .	× 20 000	pies.
Pies del cuadrante considerando á la tierra como una esfera perfecta.	36,000,000	pies
Pero no siendo la tierra una esfera perfecta, sinó un esferoide cuyo aplanamiento polar se aprecia en 5.75 leguas de 20 al grado, resulta que los correspondientes al cuadrante son 75,000 pies: luego restando estos de los 36 millones, se tendrán los	— 75,000	pies
Verdaderos pies del cuadrante	35,925,000	pies

Ahora pues, dividiendo 35,925,000 pies, valor del cuadrante, en *diez millones* de partes iguales, y valuando sucesivamente sus fracciones decimales en pulgadas, líneas, etc; se tendrá por resultado final que la longitud del *metro* es

pies	décimas	centésimas	milésimas	diezmilésimas	cienmilésimas	millonésimas	diezmillonés.	
3.	5	9	2	5	0	0	0	pies.

× 1 2 pulgadas del pie

11850
5925

7.1100000 pulgadas
× 12 líneas de la pulgada

22
1 1

1.3 200000 líneas
1 2 puntos de la línea

6 4
3 2

3.8 400000 puntos

Resulta por este método que la longitud del metro es 3.5925 pies; ó sea, 3 pies, 7 pulgadas y 1 línea, despreciando la fraccion de línea por no llegar á 5 su primera cifra.

Segun Vallejo, cuyas tablas están reconocidas aun por los mismos franceses como las mas exactas, el *metro* es igual á 3.5889216 pies; ó sea 3 pies, 7 pulgadas y 10 puntos:

Luego, la diferencia entre este autorizado cálculo y el espuesto es insignificante.

148. VENTAJAS DEL SISTEMA METRICO

1.°... Su fijeza que hace imposibles los errores que siempre se han introducido con el tiempo en los demas *sistemas*; porque siendo el metro la diezmillonésima parte del cuarto del meridiano terrestre y teniendo su orígen en la natnraleza, es tan constante y fijo como ella.

2.°... La facilidad de sus espresiones y su identidad con nuestro sistema de numeracion.

3.°... La exacta, sencilla y sistemática relacion que guardan entre sí las medidas lineales, de capacidad, peso, etc.

4.°... El conocer inmediatamente en una cantidad concreta los múltiplos y divisores de la unidad, sin necesidad de prévias operaciones.

MEDIDAS EN GENERAL.

149. Los tipos ó instrumentos que sirven para valuar el peso, la estension, ó las cantidades de cualquiera clase que sean, se llaman en general, *medidas*.

MEDIR, en general, es averiguar las veces que una cantidad cualquiera contiene á otra de la misma especie de conocidas y determinadas dimensiones, llamada *unidad*.

Hay varias clases de medidas (21).

150. MEDIDAS LINEALES son las que sirven para medir la longitud ó largura de una cuerda, una cinta, un camino, y además el terciopelo, paño, lienzo, etc.

El METRO, igual á la diezmillonésima parte del cuarto del meridiano terrestre, es la unidad principal de las medidas lineales y la base del nuevo *sistema métrico*, porque de él es originan todas las demas medidas.

151. FORMACION, VALOR Y LEY.—Los nombres de las medidas métricas se forman posponiendo la unidad principal de cada una de las medidas á las palabras

Miria, *Kilo*, *Hecto*, *Deca*... *Deci*, *Centi*, *Mili* (21).

En el cuadro del mismo párrafo vemos:

1.°... Que las medidas lineales son: El *Miriámetro*, *Kilómetro*, *Hectómetro*, *Decámetro*, *Metro*, *Decimetro*, *Centimetro*, y *Milimetro*.

2.°... Que 1 miriámetro tiene 10 kilómetros; 1 kilómetro, 10 hectómetros; 1 hectómetro, 10 decámetros; 1 decámetro, 10 metros; 1 metro, 10 decimetros; 1 decímetro, 10 centímetros, y 1 centímetro, 10 milimetros.

3.°... Que 1 miriámetro vale 10 kilómetros, 100 hectómetros 1000 decámetros, 10,000 metros, 100,000 decimetros, 1,000,000 de centímetros y 10,000,000 de milímetros: 1 Kilómetro, 10 hectómetros, 100 decámetros, 1,000 metros, 10,000 decímetros, 100,000 centímetros y 1,000,000 de milímetros: 1 hectómetro, 10 decámetros, 100 metros, 1,000 decímetros, 10,000 centímetros y 100,000 milímetros: 1 decámetro, 10 metros, 100 decímetros, 1,000 centímetros y 10,000 milímetros: 1 metro, 10 decímetros, 100 centímetros y 1,000 milímetros; 1 decímetro, 10 centímetros y 100 milímetros:

4.°... Que cada 10 milímetros componen 1 decímetro: cada 10 centímetros, 1 decímetro: 10 decímetros, 1 metro: 10 metros, 1 decámetro: 10 decámetros, 1 hectómetro: 10 hectómetros, 1 kilómetro: 10 kilómetros, 1 miriámetro.

152. USO, FORMA Y CONSTRUCCION.— Los metros que usan los comerciantes en Francia tienen cuatro caras como nuestra *vara*, y están hechos de diversas maderas terminando sus estremos con conteras de metal: tienen marcados en ellos los 10 decímetros de que se componen, y el primero de estos en centímetros. Para mayor comodidad suele doblarse por su mitad... (a).

Los artesanos usan de metros llamados de bolsillo porque se doblan en 10 partes iguales, teniendo marcados en el primer doblez ó decímetro los centímetros y milímetros.

Estos metros son construidos de boj, ballena y metal. El metro que trajo de Francia D. Gabriel Ciscar al regresar de su comision, y que debe servir de *tipo* en España para todas las medidas, es de platina.

Tambien se usan como asiliales (20):

(a) La utilidad de los cuadros, en que se representan las pesas y medidas por medio de láminas para familiarizarse con el sistema métrico, es incuestionable. Por este motivo al final de la obra va abjunto un cuadro de pesas y medidas en el que se hallarán los tipos mas principales con su verdadera forma y tamaño, para que por ellos se venga en conocimiento de la magnitud de los demas.

El *doble-metro* de madera y forma plana como la regla que usan nuestros arquitectos, maestros de obra y albañiles en las obras de construccion: está dividido en centímetros y terminan sus estremos con conteras de metal.

El *medio-metro*, usado por los mercaderes...

El *doble-decímetro*, que suele ser de boj, ballena, marfil, etc. y de forma triangular, está dividido en milímetros y es muy útil para trabajar sobre papel.

El *decámetro*, usado por los agrimensores para medir los terrenos y levantar los planos, es una cadena compuesta de 50 eslabones de alambre algo grueso, de dos decímetros de longitud cada uno y unidos entre sí.

En cada serie de cinco eslabones hay un añillo de laton que indica las divisiones en metros; y los estremos de la cadena terminan en una empuñadura de hierro sugeta al eslabon contiguo.

Hay cadenas de *veinte*. 25 y mas metros de longitud.

La cadena que se usa en los trabajos de minas es de laton... y se compone de 100 eslabones de un decímetro de longitud cada uno.

Los ingenieros, arquitectos... y algunos agrimensores usan del *Decámetro* llamado de bolsillo, que consiste en una *cinta* impermeable que se enrrolla en un cilindro colocado en lo interior de una caja, y cuya longitud es de *diez, veinte, treinta*, etc. metros, divididos en decímetros y centímetros, teniendo el primer decímetro dividido en milímetros.

Las medidas espuestas son las únicas que tienen una esistencia real y efectiva; y entre ellas

El METRO es la que mas se usa tanto por los comerciantes como por los artesanos; pues se emplea para medir cordon, lienzo, etc... la longitud de una viga, las dimensiones de una habitacion, la talla de un hombre, la alzada de un caballo, la profundidad de un pozo... etc. Sus divisores el *decímetro*, *centímetro* y *milímetro* se emplean para medir estensiones mas pequeñas, ó cuando despues de emplear al *metro* sobra alguna cantidad que solo puede apreciarse en *decímetros*, centímetros, etc.

Asi: si tuviésemos que medir una pieza de cinta, lienzo, etc. y despues de haber esplicado el *metro* sucesivamente 64 veces, sobrase una parte de la pieza menor que el metro, emplearíamos el decímetro; y si despues de aplicarlo 3 veces sobre dicho resíduo sobrase una parte menor que el decímetro, emplearíamos el centímetro; y si despues de aplicarlo 7 veces sobrase algun resíduo, podriamos aplicar el milímetro; pero en el comercio no se lleva el cálculo mas allá del centímetro.

Luego dicha pieza tendria 64 . 37 metros: esto es, 64 metros y 37 centésimas: ó mas bien, 64 metros y 37 centímetros.

153. De esto y de lo espuesto (76-6.° uso) se sigue que...

Si en una cantidad representada por cifras, los metros ocupan el lugar de las unidades simples, los decámetros ocuparán el lugar de las decenas; los hectómetros, el de las centenas; los kilómetros y miriámetros, el de las unidades y decenas de millar; asi como los decímetros ocuparán el lugar de las décimas, los centímetros, el de las centésimas, y los milímetros el de las milésimas.

	dec. de m.	unid. de m.	centenas	decenas	unidades		décimas	centésimas	milésimas	
Así...	2	0	6	0	9	.	7	5	3	metros.
	miriámetros	kilómetros	hectómetros	decámetros	metros		decímetros	centímetros	milímetros	

Se lee: 20 mil 609 *metros*, y 753 *milímetros* ó milésimas, de metros.

Por la misma razon, cuando los *kilómetros* ocupan el lugar de las *unidades* simples, los miriámetros ocuparán el de las *decenas*; y los *hectómetros*, *decámetros*, *metros*, *decímetros*, etc. ocuparán sucesivamente el lugar de las *décimas*, *centésimas*, *milésimas*, *diezmilésimas*, etc.

154. Los *decámetros* y *hectómetros* se espresan en *metros* pues en lugar de decir 9 decámetros, se dice 90 metros; y en vez de 5 hectómetros se dice 500 metros.

El KILOMETRO se emplea para marcar y dar nombre á las distancias en los caminos y de poblacion á poblacion por medio de mojones ó piedras numeradas, como se ve ya en nuestras carreteras... y caminos de hierro: y el *Miriámetro*, para las grandes dimensiones de la tierra. Por este motivo el *kilómetro* y *miriámetro* se denominan medidas *itenerarias* ó *geográficas*.

155. MEDIDAS DE CAPACIDAD son los tipos ó instrumentos que sirven para medir los áridos; como el trigo, cebada, garbanzos, avena... y otros cereales y semillas: y los líquidos, como el vino, agua, aceite, etc.

El LITRO, unidad principal de las medidas de capacidad para áridos y líquidos, es un cajon cuadrado cuyas dimensiones interiores, esto es, su longitud, latitud y profundidad son iguales á un decímetro lineal.

156. FORMACION, VALOR Y LEY.— Los nombres de estas medidas se forman posponiendo *litro* á las palabras Miria, Kilo, Hecto, Deca. Deci, Centi, Mili (22).

En el cuadro del mismo párrafo vemos:

1.°... Que las medidas de capacidad para áridos y líquidos son: El *Miriálitro*, *Kilólitro*, *Hectólitro*, *Decálitro*, *Litro*, *Decilitro*, *Centilitro* y *Mililitro*.

2.°... Que 1 miriálitro tiene 10 kilólitros: 1 kilólitro, 10 hectólitros 1 hectólitro, 10 decálitros: 1 decálitro, 10 litros: 1 Litro, 10 decilitros: 1 decilitro, 10 centilitros, y 1 centilitro, 10 mililitros:

3.°... Que 1 miriálitro vale 10 Kilólitros, 100 hectólitros, 1,000 decálitros, 10,000 litros, 100,000 decilitros. . . . . etc.

1 Kilólitro, 10 hectólitros, 100 decálitros, 1,000 litros. . . . . . etc.
1 Hectólitro, 10 decálitros, 100 litros. 1,000 decílitros. . . . . etc.
1 Decálitro, 10 litros, 100 decílitros. . . . . etc.
1 Litro, 10 decílitros, 100 centílitros y 1,000 milímetros.

4.°... Que cada 10 mililitros componen 1 centílitro; cada 10 centílitros, 1 decílitro; 10 decílitros, 1 litro; 10 litros 1 decálitro... y así sucesivamente.

157. Ahora pues, cuando en el *órden de la numeracion escrita, los decálitros ocupen el lugar de las unidades simples, los hectólitros ocuparán el lugar de las decenas, los kilólitros y miriálitros el de las centenas y unidades de millar; y los litros, decílitros, centílitros, etc. ocuparán sucesivamente el lugar de las décimas, centésimas, milésimas*, etc.

	etc.	dec. de m.	unids. de m.	centenas	decenas	unidades		décimas	centésimas	milésimas	
Así...	1	6	0	0	4	0	.	3	7	0	decálitros.
			miriálitros	Kilólitros	hectólitros	decálitros		litros	decílitros	centílitros	

Se lee: 160 mil 40 decálitros, y 370 centílitros ó milésimas de decálitros.

158. USO, FORMA Y CONSTRUCCION. — Las medidas que mas se usan al por menor son el Litro, Decílitro y Centílitro; y al por mayor, el Decálitro y Hectólitro: unas y otras con sus duplos y mitades.

Las que se emplean para medir los áridos tienen la forma cúbica; y las que sirven para los líquidos la tienen cilíndrica como un vaso de cristal con asa; pero como esta última forma es mucho mas cómoda y fácil de manejarse que la cúbica, se ha establecido que unas y otras tengan la forma cilíndrica para mayor comodidad.

Las medidas para los líquidos están construidas de laton, plomo y estaño: este último metal es el mas apropósito, conteniendo á lo mas de 15 á 18 centésimas de aligacion, y conservando en su interior y bordes superiores la aspereza de la fundicion para que no puedan ser adulteradas con facilidad.

Inconveniente ninguno hay en que se construyan de barro como las antiguas siempre que estén contrastadas ó potadas.

Las dimensiones correspondientes á las medidas de capacidad para líquidos, tomadas en su interior, son las siguientes:

MEDIDAS.	DIÁMETRO INTERIOR.	ALTURA INTERIOR.
Doble-litro. . . .	108. 4 milims.	216. 8 milims.
Litro.	86. 0	172. 1
Medio-litro. . . .	68. 3	136. 6
Doble-decilitro..	50. 3	100. 6
Decilitro.	39. 9	79. 9
Medio-decílitro.	31. 7	63. 4
Doble-centilitro.	23. 4	46. 7
Centilitro.. . . .	18. 5	37. 1

Las medidas espuestas en el cuadro representan el Litro, medio-litro, doble-decílitro, decílitro. y centílitro con su verdadera forma y tamaño. El medio-decílitro no se usa.

159. Las medidas que se emplean en la venta de leche y aceite son de hoja de lata, y tienen igual diámetro que altura. Las dimensiones de estas medidas no deben alterarse...

Las medidas para los áridos son generalmente de madera de encina, teniendo cubiertos sus bordes con plancha de hierro. ú hoja de lata.

Sus dimensiones interiores son las siguientes:

MEDIDAS.	DIÁMETRO Y ALTURA EN LO INTERIOR.
Hectólitro.	. . . 503. 0 milímetros.
Medio-hectólitro.	. . . 399. 3
Doble-decálitro. .	. . . 294. 2
Decálitro.	. . . 233. 5
Medio-decálitro. .	. . . 185. 4
Doble-litro. . . .	. . . 136. 6
Litro.	. . . 108. 4
Medio-litro..	. . . 86. 0
Doble-decilitro. .	. . . 63. 4
Decílitro..	. . . 50. 3

Las medidas espuestas en el cuadro representan la verdadera forma y tamaño desde el litro hasta el decílitro inclusive.

Observacion.— La unidad de medida que debe servir de tipo en toda España para la venta de trigo al por mayor, es el *Doble-decálitro* por ser mas pequeño que la *media-fanega* de Valladolid y algo mayor que la *hemina* de Campos, y en los líquidos, el *Decálitro*: La forma del *doble-decálitro* deberá ser igual ó parecida á la media fanega y hemina; y la del *Decálitro*, á la media-cántara. Sin embargo, al Gobierno de S. M. corresponden estas y otras observaciones análogas para la mayor sencillez y mas pronta adopcion del *nuevo sistema*.

160. MEDIDAS PONDERALES O PESAS son las que sirven para pesar los cuerpos; como la carne, hierro, jabon, el aire... etc.

El GRAMO unidad principal de estas medidas, es igual al peso, en el vacío, de un milílitro de agua destilada á la temperatura de 4° (grados) centígrados; porque en este caso tiene el agua mayor densidad.

161. FORMACION VALOR Y LEY.—Estas medidas se forman como las anteriores, escepto el *Quintal métrico* y la *Tonelada métrica*. El *valor* de cada una de estas y las anteriores medidas con la unidad principal es el mismo que el significado de la palabra componente; y su *ley* la de nuestro sistema de numeracion (23.)

En el cuadro del mismo párrafo vemos:

1.°... Que las medidas ponderales son la *Tonelada* de *peso*, *Quintal métrico*, *Miriágramo*, *Kilógramo*, *Hectógramo*, *Decágramo*, *Gramo*, *Decígramo*, *Centígramo* y *Milígramo*.

2.°... Que 1 tonelada tiene 10 quintales métricos: 1 quintal, 10 miriágramos: 1 miriágramo, 10 Kilógramos: 1 Kilógramo, 10 hectógramos. etc.

3.°... Que cada 10 milígramos componen 1 centígramo: 10 centígramos, 1 decigramo: 10 decigramos, 1 gramo: 10 gramos, 1 decágramo, etc.

4.°... Que 1 tonelada vale 10 quintales, 100 miriágramos, 1000 Kilógramos. . . . . etc.
1 quintal, 10 miriágramos, 100 Kilógramos, 1000 hectógramos. . etc.
1 miriágramo, 10 Kilógramos, 100 hectógramos, 1000 decágramos, etc.
1 Kilógramo, 10 hectógramos, 100 decágramos, 1000 gramos, 10000 decígramos..., y así susesivamente, siguiendo en un todo la ley de nuestro sistema de numeracion (13).

162. Luego, *si en una cantidad decimal los Kilógramos ocupan el lugar de las unidades simples, los miriágramos ocuparán el de las decenas, los quintales el de las centenas, las toneladas el de las unidades de millar, y los hectógramos, decágramos, gramos, decígramos, etc., ocuparán sucesivamente el lugar de las décimas, centésimas, milésimas, diezmilésimas, etc.*

	toneladas m.	quintales m.	miriágramos.	kilógramos.		hectógramos.	decágramos.	gramos.	decigramos.	
Asi...	7	0	8	3	.	0	0	5	2	Kilógramos.
	unidades de m.	centenas.	decenas.	unidades.		décimas.	centésimas.	milésimas.	dezmilésimas.	

Se lee: 7 mil 83 quilógramos y 52 decígramos.

163. USO, FORMA Y CONSTRUCCION.—Las medidas ponderales son de uso muy frecuente, tanto que en el dia casi todos los cuerpos se valúan pesándoles, por ser la apreciacion mas fácil, pronta y exacta; pues el volúmen se aumenta con facilidad, y el peso con la dificultad.

Asi es que el trigo y otros cereales que hasta poco há se apreciaban por su volúmen, hoy se aprecian por el peso: y esto es mas lógico que comprar el trigo por volúmen y despues vender el pan por peso. En una palabra, es tal el uso del peso que hasta la piedra y demas materiales en las obras de construccion se valúan pesándoles.

Esto motiva á que todas las pesas se usen igualmente, empleando la *Tonelada*, *Quintal*, *etc*, para los mas enormes, y el *Gramo*, *Decígramo*, *etc.* para los mas insignificantes por su peso.

Las pesas mas usuales al por menor son el kilógramo y hectógramo; y al por mayor se acostumbra á contar por quintales métricos.

El gramo, decígramo, centígramo, etc., que por su pequeñez son de uso poco comun, tienen y tendrán grande aplicacion en la Medicina, Farmacia y en el peso de la moneda.

Sin embargo de esto, en el uso comun *todos los pesos se espresarán y escribirán en kilógramos;* porque, aunque la unidad principal de dichas medidas con arreglo á la naturaleza del sistema es el *Gramo*, la *ley*, (20) estable como unidad usual el *Kilógramo*, que es igual al peso de un litro de agua con las condiciones dichas.

164. Las pesas son construidas de hierro, cobre, laton y platina. Las de hierro tienen la forma de pirámides truncadas de seis caras, con un anillo en la parte superior, y una concavidad en la base para poner el plomo necesario á fin de quedarlas perfectamente afinadas.

Las pesas de cobre y laton son cilíndricas con un botoncito en la parte superior en lugar de anillo. La altura de estas pesas es igual al diámetro, hasta las de 5 gramos inclusive; y la del boton debe ser igual á la mitad de la altura del cilindro. Las pesas de 1 á 2 gramos tienen mayor diámetro que altura. Las de 5 decígramos hasta 1 milígramo son láminas de laton ó platina.

Hay tambien pesas llamadas de morterete, porque colocadas unas sobre otras se encierran en la mayor como caja de las otras y constituyen una pesa.

Las pesas de platina solo se usan en las operaciones científicas por estar menos espuestas á alteracion. El kilógramo de hierro pierde 180 milígramos de su peso, pasando del vacio al aire atmosférico, y el de cobre 151, en tanto que el de platina solo pierde 63 milígramos. Pero en el uso comun no se hace caso de estas pequeñas diferencias, si bien en la Medicina y en las operaciones científicas no deben descuidarse.

Un surtido completo de pesas para el uso comun al por mayor y menor debe componerse de

NUM., VALOR. Y NOMBRE DE LAS PESAS.	GRÁMOS.	VALOR EN...	
1 pesa de 50 kilógramos =. . . .	50,000	4. 347	arrobas
1 id. de 20 kilógramos =. . . .	20,000	1. 7388	id.
1. . . de 10 kilógramos.	10,000	21. 735	libras.
1. . . de 5 kilógramos.	5,000	10. 8675	id.
1. . . Doble-kilógramo.	2,000	4. 247	id.
2. . . de 1 kilógramo	1,000	2. 1735	id.
1. . . Medio-kilógramo.	500	1. 08675	id.
1. . . Doble-hectógramo.	200	6. 9536	onzas.
2. . . de 1 hectóg. cada 1=. . .	100	3. 4768	id.
1. . . Medio-hectógramo.	50	1. 7384	id.

BALANZAS O MAQUINAS PARA PESAR.

165. *Balanzas* son ciertos aparatos destinados á pesar los cuerpos. *Pesar* un cuerpo es comparar su peso con otro tomado por unidad.

Hay varias clases de balanzas:

1.ª... La *comun*, que consiste en una palanca de primer género, movil al rededor de un eje horizontal: los brazos de la palanca serán iguales en peso y en longitud, teniendo suspendido en el estremo de cada brazo un platillo de igual peso de suerte que estando vacía se mantenga por si misma horizontal. Los platillos están destinados á poner los cuerpos que se quieren pesar y el peso que debe equilibrarlos. La palanca se llama *fiel*; y dos cuerpos estarán en equilibrio cuando el *fiel* se halle horizontal, porque entonces el centro de gravedad se halla en la vertical del *punto de apoyo*. La balanza debe de ser oscilante y manifestar su sensibilidad en una diezmilésima del peso de la pesada. A esta clase pertenecen la *balanza* de *platillos* y la de *columna*.

2.ª.. La *báscula* dispuesta de manera que están en relacion de 1 á 10 las pesas con lo que se pese cualquiera que sea el peso que se cargue en el tablero. La indicacion de la fuerza de cada báscula se espresa en kilógramos en una chapa de laton incrustada en la misma balanza. Esta debe ser oscilante y manifestar su sensibilidad en una milésima del peso de cada pesada.

3.ª... La *romana*, que consiste en una palanca recta de primer género, de brazos desiguales en la cual se pesan los cuerpos por medio de un peso único, movil á lo largo del brazo del *fiel*, de suerte que pueda colocarse á diferentes distancias del punto de suspension. Ha de ser sólida; los cuchillos finos para facilitar el movimiento; el brazo ó palanca, fuerte para que no se doble, y por último, oscilante y manifestar su sensibilidad en 8 centésimas del peso de la pesada.

La division de la *romana* es decimal, representando las pesas legales y espresando su alcance en kilógramos en cada una de las caras divididas.

166. MEDIDAS AGRARIAS O SUPERFICIALES son las que sirven para valuar la estension considerada en su longitud y latitud; esto es, las superficies.

El ÁREA, unidad principal de las medidas agrarias ó superficiales, es un *cuadrado* cuyos lados tienen un decámetro de longitud cada uno. Un *cuadrado* es una figura rectilínea cuyos cuatro lados y ángulos son iguales.

167. FORMACION, VALOR Y LEY.— Aunque el *Area* es la unidad principal, se usará del METRO *cuadrado*; y en este supuesto se forman como las lineales.

El *Valor* relativo de estas medidas es centesimal, es decir, que *cada cien unidades de un órden inferior componen una inmediata superior; y al contrario, cada superior vale ciento de la inferior inmediata.*

Su *ley* es la del cuadrado aritmético, esto es, el producto de un número por sí mismo.

Así: 1 decámetro lineal tiene 10 metros; luego 1 *área* ó decámetro cuadrado tendrá $10 \times 10 = 100$ *centiáreas* ó metros cuadrados.

1 metro lineal tiene 10 decímetros; luego, 1 metro cuadrado tendrá $10 \times 10 = 100$ decímetros cuadrados.

1 kilómetro *lineal* tiene 1000 metros; luego, 1 kilómetro cuadrado tendrá $1000 \times 1000 = 1000000$ metros cuadrados.

Luego, para hallar el valor relativo de dos medidas cuadradas, basta multiplicar por sí mismo el valor relativo de las lineales del mismo nombre.

Por el cuadro espuesto (24) vemos:

1.° Que las medidas agrarias ó superficiales son: El *Miriámetro cuadrado Kilómetro cuadrado*, *Hectárea* ó hectómetro *cuadrado*, AREA ó decámetro cuadrado, *Centiárea* ó metro *cuadrado*, *decímetro*, *centímetro y milímetro cuadrados.*

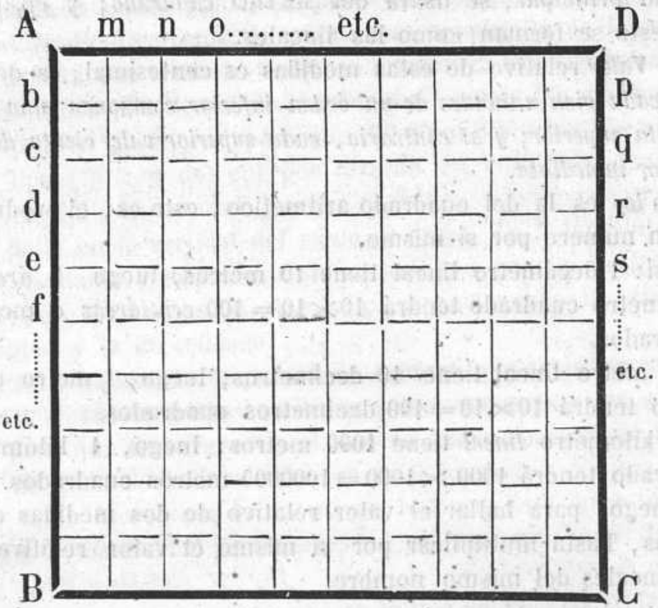
2.°... Que 1 miriámetro cuadrado, tiene 100 kilómetros cuadrados: 1 kilómetro cuadrado, 100 *hectáreas* ó hectómetros id: 1 *hectárea*, 100 *áreas* ó decámetros cuadrados: 1 *área*, 100 *centiáreas* ó metros id: 1 centiárea, 100 decímetros cuadrados. . . . . etc.

3.°... Que cada 100 milímetros cuadrados componen 1 centímetro cuadrado: 100 centímetros cuadrados, 1 decímetro id: 100 decímetros, 1 centiárea: 100 de estas, 1 *área*: 100 *áreas*, 1 *hectárea*. . , . etc.

4.°... Que 1 miriámetro cuadrado vale 100 kilómetros, *diez mil* hectáreas, *un millon* de áreas. . . . . etc.

1 kilómetro cuadrado 100 hectáreas, 10 *mil* áreas, 1 *millon* de centiáreas etc 1 *hectárea* 100 *areas*, 10 mil *centiáreas*... y así sucesivamente.

Demostracion.—Sea el cuadrado A B C D.



Suponiendo que los lados A B, B C, C D, D A tenga de longitud cada uno 10 metros lineales, dicha figura será un *área* ó decámetro cuadrado; y cada una de las 10 partes iguales *A b*, *b c*, *c d*, *etc.*, *A m*, *m n*, *n o*, etc. será un metro lineal. Ahora bien, si por los puntos de division de A B se tiran al lado opuesto C D, rectas paralelas entre sí, el cuadrado A B C D quedará dividido en 10 rectángulos, *A b p D*, *b c q p*, *c d r q*, etc.; y si por los puntos de division de A D, se tiran al lado opuesto B C, rectas paralelas, cada uno de los 10 rectángulos primitivos quedará dividido en 10 cuadrados, que por tener un metro de lado, será cada uno un *metro cuadrado*:

Luego, el cuadrado A B C D queda dividido en

$$10 \times 10 = 100 \text{ metros cuadrados.}$$

Luego, 1 *área* ó decámetro cuadrado tiene 100 *centiáreas* ó metros cuadrados.

Con idéntico razonamiento se demostraría que *cada unidad cuadrada superior vale 100 de la inmediata inferior.*

168. Ahora pues, es necesario distinguir con perfeccion las espresiones *décima* de metro cuadrado y *decímetro* cuadrado, *centésima* de metro cuadrado y *centímetro* cuadrado, *milésima* de metro cuadrado y *milímetro* cuadrado; porque el metro cuadrado como toda unidad tiene 10 *décimas*; pero *decímetros* cuadrados tiene 100: luego cada *décima* de metro cuadrado tiene 10 *decímetros* cuadrados.

El metro cuadrado como toda unidad tiene 100 centésimas; pero centímetros cuadrados tiene 10000: luego cada centésima de metro cuadrado vale 100 centímetros cuadrados. Tambien tiene 1000 milésimas; y milímetros cuadrados tiene 1,000,000 (millon) luego cada milésima de metro cuadrado tiene 1000 milímetros cuadrados.

Así, las *espresiones* siguientes, se leen...

0. 1 *décima* de metro cuad. = 10 *decímetros* cuads.
0. 01 *centésima* de met. cuad. ó *decímetro* cuad.
0. 001 *milésima* de met. cuad. = 10 *centíms.* [cuads.
0. 0001 *diezmilésima* de met. cuad. ó *centím.* cuad.
0. 00001 *cienmilésima* de met. cuad. = 10 *milíms.* cuads.
0. 000001 *millonésima* de met. cuad. ó *milím.* cuad.

169. De aqui se sigue que...

Si en una cantidad decimal las áreas ocupan el lugar de las unidades simples, las hectáreas ocuparán el de las centenas; las centiáreas el de las centésimas, los decímetros cuadrados el de las diezmilésimas, etc.; es decir, que cada denominacion ocupará dos lugares en la escritura.

	etc.	centenas	decenas	unidades		décimas	centésimas	milésimas	diezmilés.	
Así...	1	7	0	6	.	8	2	9	5	áreas:
	hectáreas		áreas			centiáreas		decims. cuads.		

Se lee: *mil setecientas seis* áreas, y *ocho mil doscientos noventa y cinco decímetros cuadrados*, ó diezmilésimas de área.

170. USO DE ESTAS MEDIDAS. — El *Miriámetro* y *Kilómetro* cuadrados se usan para espresar y conocer las grandes superficies medidas como, la de un estado, provincia, reino ó una gran parte de la superficie del Globo terrestre, por cuya razon se llaman *medidas topográficas*.

La *Hectárea, Area y Centiárea* se usan para espresar los terrenos medidos; como tierras de labor, viñas, prados, montes, etc.; y son las medidas propiamente *agrarias* que tienen nombres sistemáticos y las únicas que admite la ley (20) porque están sugetas á la condicion del *cuadrado*. Las demas medidas, aunque superficiales, carecen de esta propiedad, porque no hay número exacto que multiplicado por sí mismo dé por producto *mil*, ni *cien mil*.

El Metro, Decímetro, Centímetro y Milímetro cuadrados son de frecuente uso en las ciencias, artes y oficios; como para averiguar la superficie de una plaza, habitacion, mesa, cristal, etc.

171. Finalmente, es necesario no confundir las espresiones *4 metros cuadrados*, con *4 metros en cuadro*; porque *4 metros cuadrados*, es una superficie de 4 cuadrados de un metro de lado, mientras que 4 metros en cuadro representan una superficie de 16 metros cuadrados.

172. MEDIDAS CUBICAS O DE SOLIDEZ son las que sirven para conocer la estension considerada en su longitud, latitud y profundidad ó grueso; esto es, el volúmen ó solidez de los cuerpos. Un *cubo* es un cuerpo terminando por seis cuadrados iguales y doce aristas ó esquinas tambien iguales y perpendiculares entre sí; como un *dado*.

El METRO *cúbico*, unidad principal de las medidas cúbicas ó de solidez, es un cubo cuyas aristas tienen un metro lineal cada una. El cubo que tenga por arista un decímetro lineal, como el del cuadro final, es un decímetro cúbico.

172. FORMACION, VALOR Y LEY. — La nomenclatura de estas medidas es la misma que las de las lineales, con la diferencia de ser cúbicas y por lo mismo su *ley* la del cubo aritmético de las lineales; esto es, el producto resultante del valor relativo de las lineales del mismo nombre dos veces por sí mismo.

Así; 1 metro lineal tiene 10 decímetros lineales; luego, 1 metro cúbico tendrá $10 \times 10 \times 10 = 1000$ decímetros cúbicos.

1 metro lineal tiene 100 centímetros; luego 1 metro cúbico tendrá $100 \times 100 \times 100 = 1{,}000000$ centímetros cúbicos.

Luego, el valor relativo de las medidas cúbicas equivale al cubo aritmético de las lineales; es decir, que *cada mil unidades cúbicas inferiores componen una inmediata superior*; *y* vice-versa, *cada superior vale mil de la inferior inmediata.*

En el cuadro espuesto (25) vemos:

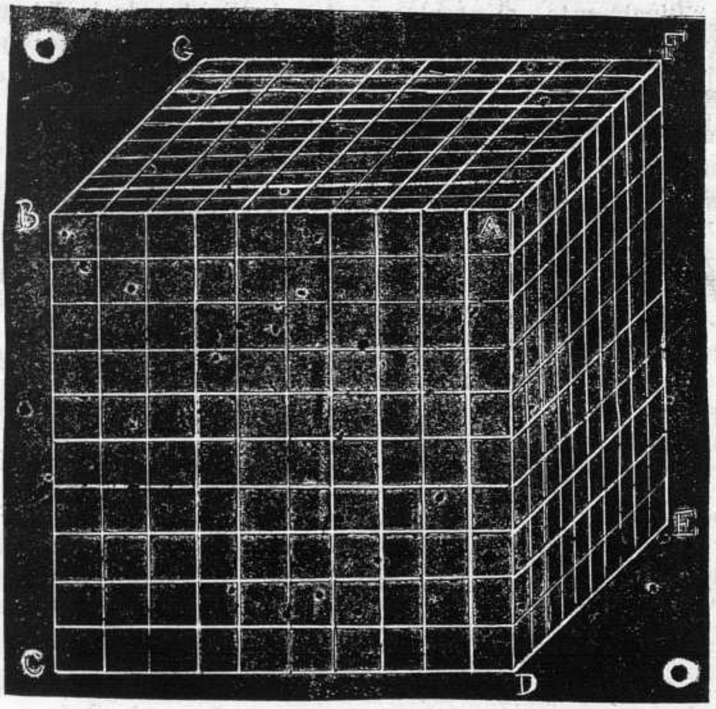
1.°... Que las medidas cúbicas son el *Metro cúbico*, *Decímetro*, *Centímetro y Milímetro cúbicos.*

2.°... Que 1 metro cúbico tiene 1000 decímetros cúbicos: 1 decímetro, 1000 centímetros: y 1 centímetro, 1000 milímetros cúbicos.

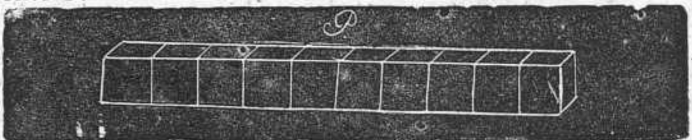
3.°... Que 1000 milímetros cúbicos componen 1 centímetro cúbico: 1000 centímetros, 1 decímetro: 1000 decímetros 1 metro cúbico... etc.

4.° Que 1 metro cúbico tiene *mil* decímetros, *un millon* de centímetros y *mil millones* de milímetros cúbicos: 1 decímetro cúbico, *mil* centímetros y *un millon* de milímetros cúbicos, etc.

Demostracion.—Sea el cubo ABCDEF... etc.

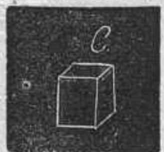


Suponiendo que cada una de las aristas A B, B C, C D, D E... etc. tenga de longitud un decímetro lineal, el *cubo* será 1 decímetro cúbico. Ahora pues, si tres aristas adyacentes A B, A D, A F, se dividen en 10 partes iguales cada una, y por los puntos de division de dos de ellas, tal como A B, A D, se tiran respectivamente á sus lados opuestos D C, C B, rectas paralelas entre sí, la superficie ó cara A B C D quedará dividida en 100 *centímetros cuadrados* (167); y si en la direccion de las paralelas se dan secciones ó cortes perpendiculares á la cara opuesta, el *cubo* quedará dividido en 100 prismas rectangulares llamados *paralelepípedos*, como el siguiente P.



que tendrán 4 aristas iguales á las del cubo, siendo las 8 restantes una décima parte de las primeras.

Finalmente, si por los puntos de division de la 3.ª arista A F, se dan secciones ó cortes perpendiculares á los anteriores, cada uno de los 100 paralelepípedos quedará dividido en 10 cubos, como el C, que, por tener un centímetro de arista, será cada uno *un* centímetro cúbico.



Luego, el cubo primitivo quedará dividido en $100 \times 10 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$ cubitos:

Luego, 1 decímetro cúbico tiene centímetros lineales $10 \times 10 \times 10 = 1000$ centímetros cúbicos.

Y como el mismo razonamiento tiene lugar en otro cualquier caso, queda demostrado que *cada unidad cúbica superior vale* 1000 *de la inmediata inferior.* (a)

(a) Para convencernos palpablemente, nada mas fácil, sencillo y económico que hacer un *cubo* de una patata y efectuar en *él* lo espuesto, y veremos que si la arista se divide en 3 partes iguales el *cubo* primitivo quedará dividido en $3 \times 3 \times 3 = 27$ cubitos que tendrán por arista una tercera parte de la del cubo primitivo; pero si la arista de este se dividiese en 10 partes... del cubo primitivo resultarán

$10 \times 10 \times 10 = 1000$ cubitos.

173. Ahora bien, es necesario no confundir las espresiones *décima*, *centésima* y *milésima* de metro cúbico, con las de *decímetro*, *centímetro* y *milímetro* cúbico; porque teniendo el metro cúbico *mil* decímetros, *un millon* de centímetros y *mil millones* de milímetros cúbicos, *una décima* de metro cúbico vale *cien decímetros cúbicos*, *una centésima* valdrá *diez mil centímetros* id. y *una milésima*, *un millon de milímetros* cúbicos.

Así, las espresiones siguientes se leen:

mets. cúbs.	
0. 1	décima de metro cúbico
0. 001	*decímetro cúbico*
0. 01	centésima de metro cúbico
0. 000001	*centímetro cúbico*
0. 001	milésima de metro cúbico
0. 000000001	*milímetro cúbico*

174. De donde se deduce, que *si en el órden de la numeracion escrita los metros cúbicos ocupan el lugar de las unidades simples, los decímetros cúbicos ocuparán el de las milésimas; los centímetros, el de las millonésimas y los milímetros el de las milmillonésimas*: esto es, *cada denominacion ocupará tres lugares en la escritura;* v. gr.

etc.	decenas de m.	unids. de m.	centenas.	decenas.	unidades.	décimas.	centésimas.	milésimas.	diezmilés.	cienmilés.	millonésimas.	
3	8	0	5	1	3 .	9	6	7	0	4	2	metros cúbicos.
hectóms. id.		decáms. cúbicos		metros cúbicos		decíms. cúbicos		centíms. cúbicos		milíms. cúbicos		

175. USO.—Estas medidas son igualmente usuales, segun que la cantidad que se mida sea mas ó menos grande.

Sus múltiplos el Decámetro, Hectómetro, Kilómetro y Miriámetro cúbicos no se usan aunque pudiera hacerse para espresar la solidez de una montaña .. etc.

Finalmente, es necesario no confundir las espresiones, tal como 3 *metros cúbicos*, con el *cubo de 3 metros*; porque la 1.ª significa 3 cubos de un metro de arista, y la 2.ª espresa 27 *metros cúbicos*.

176. MONEDAS. — Ademas de las espuestas (26), se usan como auxiliares segun la *Ley* y Real Decreto (20) las siguientes:

Plata.	El duro que vale 20 reales.
	La peseta. . . . . . 4 rs.
	La media peseta. . 2 rs.
Cobre.	El medio real. . . . 0. 5 décimas
	El cuartillo de real 0. 25 céntimos
	La doble décima. . 0. 20 cént.
	La media décima. . 0. 05 cént.

Por Real Decreto de 1.º de Agosto de 1853 se han suprimido el medio real y la doble décima, poniendo en su lugar el cuartillo de real.

La ley de las monedas de plata y oro será la de $\frac{1}{9}$ de liga; es decir, que por cada 900 partes de fino habrá 100 de cobre ú otro metal que es lo que constituye la liga, con el permiso de 2 en el oro y 3 en la plata en mas ó en menos.

El siguiente cuadro nos presenta las monedas de oro y plata, sus valores, su peso en granos y su diámetro en líneas.

	Monedas.	Valor.	Peso en granos.	Diámetro en líneas.
ORO. . . .	Doblon de Isabel.	. . 100 . .	. . . 167	. . . 11 ½
PLATA . .	Duro.	. . 20 . .	. . . 520	. . . 20
	Escudo.	. . 10 . .	. . . 265	. . . 15
	Peseta.	. . 4 . .	. . . 105	. . . 12
	Media-peseta. . . .	. . 2 . .	. . . 55	. . . 9
	Real.	. . 1 . .	. . . 26	. . . 8

El permiso en el peso, para que los particulares admitan ó reusen legalmente las monedas, será:

En el doblon de Isabel de 1 grano de mas ó de menos: en el duro, 3 granos: en el escudo, 2: en las pesetas y medias pesetas 1 y medio granos, y 1 en el *real.*

Unos y otros permisos se entienden en mas ó en menos del peso.

Las monedas actuales de oro y plata, inclusas las de 19 reales, continuarán circulando legalmente por su valor nominal.

Las monedas de oro y plata se acuñarán en birola cerrada á excepcion del duro y escudo que continuará con birola abierta, conservando la leyenda de *Ley*, *Patria*, *Rey*, establecida por ley de 1.° de Diciembre de 1856.

La posicion del Busto de S. M. y los emblemas serán diferentes en cada clase de monedas llevando impreso al lado opuesto su respectivo valor.

177. Ultimamente, en el órden de contabilidad y documentos públicos, *las cantidades monetarias se espresarán y escribirán en reales, décimas y céntimos*; v. gr.

2 millones 748 reales y 75 céntimos se escriben

	doblones	escudos	reales		décimas	céntimos	
Así... 2,000	7	4	8	.	7	5	reales.

TABLA
de correspondencia de las medidas métricas con las actuales y vice-versa.

CASTILLA.

El METRO equivale á... 1. 196 308 vara de Burgos = 3. 588 924 pies = 43. 067 088 pulgadas = 516. 805 056 líneas; ó sea, 1 metro = 1 vara de Burgos, 7 pulgadas y 0. 085 milésimas de línea.

	Metro	Decímetros	Centímets.
La vara de Burgos vale. . .	0. 835 905 =	8. 359› =	83. 59
El pie.	0. 278 635 =	2. 786› =	27. 86
La *pulgada*.	0. 023 220 =	0. 232› =	2. 32
La línea.	0. 001 935 =	0. 019› =	0. 19

El KILÓMETRO = 0. 179 446 legua de 20 000 pies de B.
Una *legua* de Burgos = 5. 572 70› Kilómetros.
Una *legua* de 20. 000 pies geométricos = 5. 555 555 kilómetros.

	Cántara ó arroba de vino	Cuartillas id.	Cuartillos.	Copas.
El LILRO =	0. 061 985 =	0. 247 939 =	1. 983 512 =	7. 934 048;

esto es, 1 litro = 1 cuartillo, 3 copas y 934 milésimas de copa.

	Decálitros.	Litros.	Decílitros.
Una cántara ó arroba de vino	= 1. 6133 ››	= 16. 133 ›››	= 161. 33
Una cuartilla id.	= 0. 4033 25›	= 4. 0332 5›	= 40. 33
Un cuartillo id.	= 0. 0504 15	= 0. 504 15	= 5. 04
Una copa de id.	= 0. 0126 03	= 0. 1260 3	= 1. 26

	Arrobas de aceite.	Libras de aceite.	Panillas de aceite.
Un LITRO =	0. 079 599 =	1. 989 971 =	7. 959 884;

o sea, 1 litro = 1 libra, 3 panillas, 960 milésimas de panilla. . . . . .

	Decálitros.	Litros.	Decilitros.
Una arroba de aceite.	= 1. 2563, =	12. 56 3, =	125. 63
Una libra id. . . . =	0. 05025 =	0. 502 52 =	5. 0252
Una panilla. . . . . =		0. 125 63 =	1. 2563

	Fanegas de áridos.	Celemines id.	Cuartillos id.
Un LITRO =	0. 018 018 =	0. 216 212 =	0. 864 849;

esto es, 1 litro de áridos = 0 cuarts, 3 ochavillos y 459 milésimas de ochavillo.

	Hectólitros.	Decálitros.	Litros.
Una fanega de áridos vale, . .	= 0. 555 01 =	5. 550 1 =	55. 501
Un celemin id. . . =	0. 046 25 =	0. 462 5 =	4. 625
Un cuartillo id. . . . =	0. 011 56 =	0. 115 6 =	1. 156

	Arrobas.	Libras.	Onzas.	Adarmes.
EL KILÓGRAMO =	0. 086 939 =	2 173 474 =	34. 775 584 =	556. 409

o sea, 2. libras, 2 onzas, 12 adarmes y 40 milésimas de adarme.

	Miriágramos.	Kilógramos.
Una arroba *vale*. . .	1. 150 252 =	11. 502 525
Una libra = ...	0. 046 009 =	0. 460 093
Una onza = ...		0. 028 756
Un adarme = ...		0. 001 797

	Varas cuads.	Pies cuads.	Pulgadas.
EL METRO CUAD. =	1. 431 153 =	12. 880 374 =	1854. 774

	Metros cuads.	Decims. id.	Centims. id.
La vara cuad. =	0. 698 737 =	69. 8737 =	6987. 57
Un pie cuad. =	0. 077 637 =	7. 7637 =	776. 57
Una pulgada id. = ...		0. 0539 =	5. 59
Una línea id.			0. 04

	Fanegas superficiales de marco real.	Celemines.	Estadales.	Varas cuads.
El ÁREA =	0. 015 529 =	0. 186 343 =	8. 944 704 =	145. 115 264

	Areas.	Centiareas.	Decims. cuads.
Una fanega superficial de marco real.	= 64. 395 617 =	6439. 5617 =	643956. 17
Un celemin . . . =	5. 366 301 =	536. 6301 =	53663. 01
Un estadal. . . . =	0. 111 798	11. 1798 =	1117, 98

	Varas cúbs.	Pies cúbicos.	Pulgadas cúbicas.
El METRO cúbico. .	= 1. 712 099 =	46. 226 673 =	79 879. 690 944

	Metros cúbicos.	Decims. cúbs.	Centims. cúbs.
Una vara cúbica =	0. 584 078 =	584. 078 . =	584078. . . .
Un pie cúbico . . =	0. 021 632 =	21. 632 . =	21632. . . .
Una pulgada. . . . =	0. 000 013 =	0. 013 . =	13. . . .

Un maravedí = 0. 02941 de real; es decir, que cada maravedí es igual á 3 centésimas de real con menos error de una milésima. Por esto, la ley fija el valor de 1 maravedí igual á 3 céntimos de real.

PESAS Y MEDIDAS

de las Provincias é Islas adyacentes.

ALAVA.

La vara.	es la de Castilla.
La libra.	idem.
La cántara *vale*.	16. 365 litros.
Un *litro*.	1. 956 cuartillo; ó sea, 1 cuartillo, 3. 812 copas.
La media-fanega de áridos. . .	27. 81 litros.
Un litro.	0. 863 cuartillo.
La fanega de tierra de 660 estados de 49 pies cuadrados. . . .	25. 107956 áreas.
Un área.	26. 286 estados; ó sea, 26 estados, 14. 028 pies cuadrados.

ALVACETE.

La vara . . . . *vale*	0. 837 metros.
Un metro.	1. 196 vara; ó sea, 1 vara, 0 pies, 7 pulgadas, 0. 129 línea.
La libra.	0. 458 kilógramo.
Un *kilógramo*.	2. 2028 libras; ó sea, 2 libras, 2 onzas, 14. 552 adarmes.
La media arroba para líquidos. .	6. 365 litros.
Un litro.	2. 514 cuartillos.
La media-fanega de áridos. . . .	28. 325 litros.
Un litro de áridos	0. 847 cuartillos id.
La fanega de tierra de 10,000 varas cuadradas.	70. 05 69 áreas.
Un área.	142. 741 varas cuads., ó sea, 142 varas cuads. 6. 670 pies cuads.

ALICANTE.

La vara *vale*.	0. 912 metros.
Un *metro*.	1. 096 vara; ó sea, 1 vara 0 pies, 3 pulgadas 5. 68 línea
La libra.	0. 535 kilogramo.

Un kilógramo.	1. 876 libra; ó sea, 1 lib., 14 onz. 0. 300 adarmes.
La medida de libra para aceite. .	0. 60 litro.
Un litro de aceite.	1. 667 libra; ó sea, 1 lib. 2. 667 cuarterones.
El cántaro.	11. 55 litros.
Un litro.	1. 385 michetas.
La barchilla.	20. 775 litros.
Un litro de grano.	0. 770 cuartillas.
El jornal de tierra de 5776 varas cuadradas.	8. 04 15 33 áreas.
Un *área*.	40. 229 vara cuad.; ó sea 120 varas cuads. 2. 064 pies cuads.

ALMERIA.

La vara *vale*.	0. 833 metros.
Un *metro*.	1. 223 vara; ó sea, 1 vara, 0 pies, 7 pulgadas, 2. 607 línea.
La libra.	es la de Castilla.
La media-arroba para líquidos. .	8. 18 litros.
Un litro.	2. 200 cuartillos.
La media fanega para áridos. . .	27. 531 litros.
La tahulla de 1600 varas castellanas cuads. para las tierras de riego.	11. 182336 áreas.
La fanega de 9216 varas cuads. para las tierras de secano. . . .	64. 39 56 áreas (Castilla).

AVILA.

La vara de Castilla.	0. 8359 metros.
La libra id.	0. 460 kilogramo.
La media-cántara.	7. 96 litros.
Un litro.	2. 010 cuartillos.
La media-fanega para áridos. . .	28. 20 litros.
Un litro de grano.	0. 851 cuartillo.
La fanega de tierra de 5625 varas cuadradas.	29. 303 966 áreas.
Una fanega de puño de 6000 varas cuadradas.	41. 924 230 áreas.
La aranzada de viña de 6400 varas cuadradas.	44. 719 179 áreas.
La huebra de 3200 id.	22. 359 589 áreas.
La peonada de prado de 5600 varas cuadradas.	39. 129 281 áreas.

BADAJOZ.

La vara de Castilla. . . . . 0. 8359 metros.
La libra idem. . . . . 0. 460093 kilógramo.
La media-arroba para aceite. . 6. 21 litros.
Un *litro*. . . . . 4. 83! cuartillos.
La media-arroba para demás lí-
quidos. . . . . 8. 21 litros.
Un *litro*. . . . . 2. 314 cuartillos.
La media-fanega para áridos. . . . 27. 32 litros.
Un *litro* de grano. . . . . . . 0. 860 cuartillo.
La fanega superficial id. C. . . . . 64. 39 5617 áreas.

BALEARES (PALMA).

La media-cana ó 4 palmos. . . 0. 782 metro.
Un metro. . . . . 5. 115 palmos.
La libra. . . . . 0. 407 kilógramo.
Un *kilógramo*. . . . . 2. 545 libras; ó sea, 2 libras, 5. 484 onzas.
La mesura para aceite. . . . . . 16. 58 litros.
Un *litro* de aceite. . . . . . 2. 129 libras; ó sea, 2 libras, 2. 055 onzas.
La cuarta para vino. . . . . . 0. 78 litro.
Un *litro* de vino. . . . . . . 1. 282 cuarta.
La libra para aguardiente. . . . 0. 41 litro.
Un *litro* de id. . . . . 2. 439 libras.
La media-cuartera para áridos. . 35. 17 litros.
Un *litro* de grano. . . . . . . 0. 512 almudes.
El destre mayorquin lineal. . . 4. 214 metros.
El destre mayorquin superficial. . 17. 7578 metros cuads.
La cuarterada. . . . . 71. 03 1184 áreas.
Un área. . . . . 5. destres superfis., 16 varas cuads. de Burgos, 0. 365 pies id.

BARCELONA.

La cana *equivale* á. . . . . . . 1. 555 metros.
Un metro. . . . . 0. 643 cana ó 5. 145 palmos.
La libra. . . . . 0. 400 kilógramo.
Un kilógramo. . . . . 2.575 lib. o sea 2 lib., 6 onz.
La libra medicinal. . . . . . . 0. 300 kilógramo.
Un kilógramo. . . . . 3. 333 lib. = 3 lib, 4 onzas.
El barrilon. . . . . 30. 35 litros.
Un litro. . . . . 1. 054 metadilla,
El cuartan de aceite. . . . . . 4. 15 litros.
Un litro. . . . . 3. 855 cuartas.
La media-cuartera para áridos. . 34. 759 litros.

Un litro de grano. . . . . 0. 173 cuartanes,
La mojada superficial de 2025 canas superficiales. . . . . . . 48. 965006 áreas.
Una *área*. . . . . 41 canas cuads., 22. 788 palmos id.

BÚRGOS.

La vara de Castilla. . . . . . . 0. 835 905 metro.
La libra de Castilla. . . . . . . 0. 460095 kilogramo.
La media-cántara. . . . . 7. 05 litros.
Un litro. . . . . 2. 270 cuartillos.
La media-fanega de áridos. . . 27. 17 litros.
Un litro de grano. . . . . . . 0. 883 cuartillo.
La fanega superficial. . . . . es la de Castilla.

CÁCERES.

La vara. . . . . veáse á Castilla.
La libra *vale*. . . . . 0. 456 kilogramo.
Un kilógramo. . . . . 2. 190 libra; ó sean, 2 lib., 3 onz., 1. 404 adarmes,
El medio-cuarto para vino. . . . 1. 75 litros.
Un litro de vino. . . . . 2. 601 cuartillo.
El medio-cuarto para aceite. . . . 4. 160 litros.
Un *litro* de aceite. . . . . . . 2. 187 panillas.
La media fanega para áridos. . . 26. 88 litros.
Un litro de grano. . . . . 0. 893 cuartillo.
La fanega superficial. . . . . . es la de Castilla.

CÁDIZ.

La vara. . . . . es la de Castilla.
La libra . . . . idem.
La media arroba para vino. . . 7. 922 litros.
Un litro id . . . . 2. 20 cuartillos.
La media arroba para aceite. . . 6. 26 litros.
Un litro id. . . . . 1. 9899 libra; ó sea 1 libra, 3 987 panillas.
La media-fanega para áridos. . 27. 272 litros.
Un litro de grano. . . . . . . 0. 880 cuartillo.
La fanega superficial. . . . . es la de Castilla.

CANARIAS.

La vara vale. . . . . 0. 842 metro.
Un metro. . . . . 1. 187 varas; 1 vara, 6 pulgadas, 9. 064 líneas.

La libra.	veáse á Castilla.
La arroba de líquidos de Santa Cruz de Tenerife.	5. 08 litros.
Un litro.	0. 984 cuartillo.
La arroba de líquidos de la Ciudad de las Palmas.	5. 34 litros.
Un litro.	0. 936 cuartillo.
El cuartillo de la guia de Canarias.	0. 995 litros.
Un litro.	1. 005 cuartillo.
El cuartillo del arrecife de Lanzarote.	2. 46 litros.
Un litro.	0. 407 cuartillo.
La media fanega de áridos de Santa Cruz de Tenerife.	31. 33 litros.
Un litro de grano.	0. 766 cuartillo.
El medio almud de la Ciudad de las Palmas.	2. 75 litros.
Un litro de grano.	0. 182 almudes.
El medio almud de la guia de Canarias.	2. 84 litros.
Un litro de grano.	0, 176 almud.
La fanega superficial de 7511 $\frac{1}{9}$ varas cuadradas castellanas. .	52. 482925 áreas.
Un *área*.	30. 486 brazas.

CASTELLON.

La vara . . . . . *vale*	0. 906 metro.
Un *metro*.	1. 103 vara ; ó sea, 1 vara 3 pulgadas, 8. 821 línea.
La libra.	0. 358 kilógramos.
Un *kilógramo*.	2. 793 libras.
El cántaro para los líquidos escepto el aceite	11. 27 litros,
Un *litro*.	1. 420 cuartillos.
La arroba de aceite.	12. 14 litros.
Un litro de aceite.	2 libras, 2.544 cuartas.
La barchilla.	16. 60 litros.
Un litro de grano.	0. 241 celemin.
La fanegada superficial de 200 brazas reales.	8. 310 964 áreas.
Un *área*.	24. 065 brazas reales,

CIUDAD-REAL.

La vara *equivale* á.	0. 839 metros.
Un metro.	1. 1918 vara ; ó sea 1 vara 0 pies, 6 pulgadas, 10. 899 línea.

La libra.	(veáse á Castilla).
La media arroba para líquidos escepto el aceite.	8. litros.
Un litro.	2. cuartillos.
La media-arroba para aceite. . .	6 22 litros.
Un litro de aceite	0. 080 arroba.
La media-fanega para áridos. .	27. 29 litros.
Un litro de grano.	0. 879 cuartillo.
La fanega superficial.	(id. Castilla).

CÓRDOBA.

La vara.	es la de Castilla.
La libra.	idem.
La arroba para líquidos . . .	16. 31 litros.
Un litro.	1. 962 cuartillo.
La media-fanega para áridos. .	27. 60 litros.
Un litro de grano.	0. 870 cuartillo.
La fanega superficial de 8765 $\frac{5}{12}$ varas cuadradas.	61. 212 287 áreas.
La aranzada de 5256 $\frac{1}{4}$ varas cuadradas.	36. 727 372 áreas.
Un área.	(veáse á Castilla).

CORUÑA.

La vara *vale.*	0. 843 metros.
Un metro	1. 186 vara; ó sea, 1 vara, 6 pulgadas, 8. 456 línea
La libra.	0. 575 kilógramos.
Un kilógramo.	1. 739 lib.; ó sea, 1 libra, 14. 783 onzas.
El ferrado de trigo.	16. 15 litros.
Un litro de trigo.	1. 486 cuartillo.
El ferrado de maiz.	20. 87 litros.
Un litro de maiz.	1. 150 cuartillo.
La cántara de vino.	15. 58 litros.
Un litro de vino.	2. 182 cuartillos.
La cántara de aguardiente. . .	16. 43 litros.
Un litro de idem.	2 069 cuartillos.
La arroba de aceite.	12. 43 litros.
Un litro de aceite.	2. 011 cuartillos.
El ferrado superficial de 900 varas cuadradas.	6. 395 841 áreas.
El ferrado superfi. de 625 id. id.	4. 441 556 áreas.
Un área.	140 var. cuad, 6. 448 pies id.

CUENCA.

La vara de Castilla.	0. 835905 metros.
Un metro.	1. 196508 varas.
La libra.	es la de Castilla.
La media arroba para líquidos. .	7. 88 litros.
Un litro.	2. 030 cuartillos.
La media fanega para áridos. .	27. 10 litros.
Un *litro* de grano.	0. 886 cuartillos.
Las medidas superficiales. . . .	son las de Castilla.

GERONA

La cana . . *vale*	1. 559 metros.
Un metro.	0. 641 canas; ó sea, 5 palmos, 0. 526 cuartas.
La libra.	0. 400 kilógramo.
Un kilógramo.	2. 375 lib.,=2 lib., 6 onzas.
El mallal para vino.	15. 48 litros.
Un litro.	1. 034 porron.
El cuartan para áridos. . . .	18. 08 litros.
Un litro.	0. 332 mesurones.
La vesana de tierra de 900 canas cuadradas.	21. 874 329 áreas.
Un área.	41. canas cuad., 2224 palm.

GRANADA.

La vara.	(véase la de Castilla).
La libra.	idem.
La media arroba para líquidos. .	8. 21 litros.
Un litro idem.	2. 314 cuartillos.
La media fanega para áridos. .	27. 35 litros.
Un litro.	0. 878 cuartillo.
Medidas superficiales.	(las de Castilla).

GUADALAJARA.

La vara.	(véase la de Castilla).
La libra.	idem.
La media arroba para líquidos. .	(véase Badajoz).
La media arroba para aceite. .	6. 35 litros.
Un litro para aceite.	1. libra, 3. 874 panillas.
La media fanega para áridos. .	27. 40 litros.
Un *litro* de grano.	0. 876 cuartillos.
La fanega superficial de $4444\frac{4}{9}$ varas cuadradas.	31. 054 985 áreas.

*

GUIPÚZCOA.

La vara. . . . . es la de Albacete.
La libra. . . . . 0. 492 kilógramos.
Un kilógramo. . . . . 2. 032 lib. de 16 onzas; ó sea, 2 libras 0. 533 onzas.
La media azumbre. . . . . . . 1. 26 litros.
Un litro. . . . . 1. 587 cuartillo.
La media fanega para áridos. . 27. 65 litros.
Un litro de grano. . . . . . 1. 157 chillas.
La fanega superficial de 4900 varas cuadradas. . . . . 34. 327 881 áreas.
Un área. . . . . (véase Albacete).

HUELVA.

La vara. . . . . es la de Castilla.
La libra. . . . . idem.
La media arroba para líquidos. . 7. 89 litros.
Un litro. . . . . 1. 014 jarros.
La media-fanega para áridos. . (véase Almeria).
La fanega superfi. de 2580 var. cuad. 36. 893 325 áreas.

HUESCA.

La vara *vale.* . . . . 0. 772 metros.
Un metro. . . . . 1. 292 varas; = 1 vara, 0. 886 tercias.
La libra. . . . . 0. 351 kilógramo.
Un kilógramo. . . . . 2. 846 libras.
El cántaro. . . . . 9. 98 litros.
Un litro. . . . . 0. 802 jarros.
La medida de libra para el menudeo de aguardiente. . . . . . . 0. 36 litros.
Un *litro* de aguardiente. . . . 2. 778 libras.
La media libra para aceite. . . 0. 37 litros.
Un litro de aceite. . . . . . 2. 703 libras.
La fanega para áridos. . . . . 22. 46 litros.
Un *litro* de grano. . . . . . 0. 534 almudes.
La fanegasuperfi. de 1200 var. cuad. 7. 151 808 áreas.
Un área. . . . . 1 almud, 67 varas, 7. 108 tercias cuadradas.

JAEN.

La vara. . . . . es la de Ciudad-Real.
La libra idem. . . . . Castilla.
La media arroba para vino. . . 8. 02 litros.
Un litro. . . . . 1. 995 cuartillos.

La media arroba para aceite. . .	7. 12 litros.
Un *litro* de aceite.	1. 896 libra.
La media-fanega para áridos. . .	27. 37 litros.
Un *litro* de grano.	0. 877 cuartillo.
La fanega superfi. de 8965 var. cuad.	62. 627 812 áreas.
Un área.	(véase á Castilla).

LEON.

La vara	es la de Castilla.
La libra.	idem.
La media-cántara.	7. 92 litros.
Un litro.	2. 020 cuartillos.
La emina para áridos.	18. 11 litros.
Un *litro* de grano.	0. 885 cuartillo.
La emina superficial de 1344 $\frac{4}{9}$ var. cuad. para las tierras de secano.	9. 394 133 áreas.
La emina superficial de 896 $\frac{2}{9}$ var. cuad; para las tierras de regadío.	6. 262 238 áreas.
Un *área*.	143. 115 329 varas cuads.

LÉRIDA.

La media cana.	0. 778 metro.
Un *metro*.	5. 141 palmos.
La libra.	0. 401 kilógramo.
Un *kilógramo*.	2. 493 libras.
El cántaro de vino.	11. 38 litros.
Un litro id.	1. 054 porron.
La medida de cuartanes para áridos.	18. 38 litros.
Un litro de grano.	1. 309 picotin.
El jornal superfi. de 1800 canas cuadradas.	43. 580 448 áreas.
Un *área*.	41 canas cuad., 19. 387 palmos id.

LOGROÑO.

La vara.	es la de Albacete.
La libra idem.	Castilla.
La cántara.	16. 04 litros.
Un *litro*.	1. 995 cuartillos.
La media-fanega para áridos. .	27. 47 litros.
Un litro de grano.	0. 874 cuartillo.
La fanega superficial de 2722 varas cuadradas castellanas. . . .	19. 019 626 áreas.
Un área.	(véase Albacete).

LUGO.

La vara *vale*.	0. 843 metros.
Un metro.	1. 186 vara; ó sea, 1 vara, 6. 105 pulgadas.
La libra.	0. 575 kilógramo.
Un kilógramo.	1. 745 libra; ó sea, 1 lib., 2, 981 cuarterones.
El cuartillo para líquidos. . . .	0. 47 litro.
Un litro id.	2. 128 cuartillos.
El ferrado para áridos.	13. 13 litros.
Un litro de grano.	0. 076 ferrado.
El ferrado superficial de 625 varas castellanas cuadradas.	4. 367 107 áreas.
na *área*.	(véase á Castilla).

MADRID.

La vara *vale*	0. 843 metros.
Un metro.	1.186 vara; ó sea, 1 vara 6 pulg.s, 8, 456 líneas.
La libra.	(véase á Castilla).
La media-arroba para líquidos. .	8. 15 litros.
Un litro.	1. 963 cuartillos.
La media-fanega para áridos. .	27. 67 litros.
Un litro de grano.	0. 867 cuartillo.
La fanega superfi. llamada marco de Madrid de 4900 varas cuads. de Búrgos.	34, 238 121 áreas.
Un área.	(véase á Castilla).
Si las 4900 varas cuads. de que consta la fanega se miden con la vara de Madrid, la fanega.	34, 821 801 áreas.
Un área en este caso.	140 var. cuad., 6. 448 pies id.

MÁLAGA.

La vara.	(véase Castilla).
La libra.	idem.
La media-arroba para líquidos. .	8 33 litros.
Un litro.	1. 921 cuartillo.
La media fanega para áridos. . .	26. 97 litros.
Un litro de grano.	0. 890 cuartillo.
La fanega super. de 8640 var. cuad.	60. 370 891 áreas.
Un área.	143. 115 329 varas cuads.

MURCIA.

La vara.	(véase Castilla).
La libra.	idem.
La media-arroba para vino. . .	7. 80 litros.
Un litro.	2. 051 cuartillos.
La media-fanega para áridos. .	29. 64 litros.
Un litro de grano.	0. 868 cuartillos.
La fan. superfi. de 9600 var. cuad.	67. 078 768 áreas.

ORENSE.

La vara.	es la de Castilla.
La libra.	0. 574 kilógramo.
Un kilógramo.	1. 742 lib. = 1 lib., 14. 845 onzas.
La cántara.	15. 96 litros.
Un *litro*.	2. 256 cuartillos.
El ferrado para grano.	13. 88 litros.
Un litro de grano.	1. 729 copelos.
El ferrado colmado para medir maiz.	18. 79 litros.
Un *litro*.	1. 277 copelos.
El ferrado superficial de 900 varas castellanas cuadradas. . . .	6. 288 635 áreas.
La cavadura de 625 varas id. id.	4. 367 107 áreas.

OVIEDO.

La vara	es la de Castilla.
La libra.	idem.
La cántara.	18. 41 litros.
Un litro.	1. 738 cuartillo.
La media fanega asturiana para áridos.	37. 07 litros.
Un *litro* de grano.	1. 726 cuartillos.
El dia de bueyes, ó sean 1800 varas cuadradas	12. 577 269 áreas.
Un área.	(véase á Castilla).

PALENCIA.

La vara.	(véase á Castilla).
La libra.	idem.
La media-cántara.	7. 88 litros.
Un litro.	2. 030 cuartillos.

23

La media arroba para aceite. . .	6. 12 litros.
Un *litro* de aceite.	2, 042 libras.
La media-fanega para áridos. . .	(véase Castilla).
La obrada de tierra de 7704 $\frac{1}{6}$ varas cuadradas.	53. 831 876 áreas.

PAMPLONA.

La vara.	0. 785 metros.
Un metro.	1. 274 vara.
La libra.	0. 372 kilógramos.
Un kilógramo.	2. 688 libras.
El cántaro.	11. 77 litros.
Un litro.	1. pinta, 1.438 cuartillos.
La libra para medir aceite. . .	0. 41 litros.
Un litro de aceite.	2. 439 libras.
El robo para áridos.	28. 13 litros.
Un litro de grano.	0. 569 almud.
La robada superficial de 1458 varas cuadradas.	8. 984 560 áreas.
Un área.	162. 278 397 varas cuads.

PONTEVEDRA.

La vara.	es la de Castilla.
La libra.	0. 579 kilógramo.
Un *kilógramo.*	1. 727 libra.
El medio cañado para líquidos. .	16, 35 litros.
Un litro.	2. 080 cuartillos.
El ferrado de trigo.	15. 58 litros.
Un litro de trigo.	0. 770 concas.
El ferrado de maiz.	20. 86 litros.
Un litro de maiz.	0. 975 concas.
El ferrado de sembradura de 900 varas cuadradas.	6. 288 635 áreas.
Un área.	(véase á Castilla).

SALAMANCA.

La vara.	es la de Castilla.
La libra.	idem.
El medio cántaro.	7. 99 litros.
Un litro.	2. 003 cuartillos.
La media-fanega para áridos. .	27. 29 litros.
Un *litro* de grano.	0. 879 cuartillo.
La fanega de tierra de 9216 varas cuadradas.	(véase Castilla).

SANTANDER.

La vara.	es la de Castilla.
La libra.	idem,
La media cántara.	7. 99 litros.
Un litro.	2. 025 cuartillos.
La media fanega para áridos. .	27. 42 litros.
Un litro de grano. . . . . ,	0. 875 cuartillo.
Para la unidad de medida superfi.	(véase á Castilla).

SEGOVIA.

La vara.	(véase Albacete).
La libra.	(véase á Castilla).
La media arroba para líquidos. .	8. litros.
Un litro idem.	2. cuartillos.
La media fanega para áridos. .	27. 30 litros.
Un litro de grano. . . . . . ,	0. 879 cuartillo.
La obrada de tierras de 400 estadales cuadrados. . . . . . ,	39. 303 966 áreas.
Una *área*, ...	10. 1770 802 estadales

SEVILLA.

La vara	es la de Castilla.
La libra.	idem.
La arroba para líquidos. . . .	15. 66 litros.
Un litro.	2. 043 cuartillos.
La media-fanega para áridos. .	27. 35 litros.
Un litro de grano.	0. 878 cuartillo.
La fanega superficial de 8507 $\frac{13}{16}$ varas castellanas cuadradas. .	59. 447 248 áreas.
La aranzada de 6806 $\frac{1}{4}$ varas castellanas cuadradas.	47. 557 799 áreas.

SORIA.

La vara.	es la de Castilla.
La libra.	idem.
La media cántara.	véase Santander,
La media fanega para áridos. .	27. 57 litros.
Un *litro* de grano.	0. 871 cuartillos.
La fanega superficial de 3200 varas cuadradas.	22. 358 589 áreas.

TARRAGONA.

La media cana.	0. 780 metros.
Un metro.	5. 128 palmos.
La libra.	véase Gerona.
La armiña para líquidos.	34. 66 litros.
Un litro.	0. 923 porrones.
La sinquena para aceite, ...	20. 65 litros.
Un litro de aceite.	0. 242 cuartales.
La media cuartera para áridos. .	35. 40 litros.
Un litro de grano.	0. 169 cortanes.
La cana de rey superfi. de 2500 canas cuadradas.	60. 84 áreas.
Un área.	41. 091 387 canas cuads.

TERUEL.

La vara.	0. 768 metros.
Un metro.	1. 302 vara.
La libra.	0. 367 kilógramos.
Un kilógramo.	2. 725 libras.
El medio cántaro.	10. 96 litros.
Un litro.	0. 046 cántaro.
La fanega para áridos.	21. 40 litros.
Un litro de grano.	0. 047 fanega.
La fanega de tierra de 1600 varas castellanas cuadradas.	11. 179 795 áreas.
Un área.	(véase Castilla.)

TOLEDO.

La vara.	(véase Albacete).
La libra.	es la de Castilla.
La media cántara.	8. 12 litros.
Un litro.	1. 970 cuartillo.
La media arroba para aceite. .	6. 25 litros.
Un litro.	2. libras.
La media fanega para áridos. .	es la de Castilla.
La fanega superficial de 400 estadales ó $5377\frac{7}{9}$ varas cast.s cuadradas.	37. 576 532 áreas.
La fanega superficial de 500 estadales ó $6722\frac{2}{9}$ varas cast.s cuadradas.	46. 970 665 áreas.
Un área.	(véase á Castilla.)

VALENCIA.

La vara.	(véase Castellon).
La libra.	0. 355 kilógramo.
Un kilógramo.	2. 8169 libras.
La cántara de vino.	10. 77 litros.
Un litro.	1. 486 cuartillo.
La arroba de aceite.	11. 93 litros.
Un litro de aceite.	0. 335 azumbre.
La barchilla para áridos . . .	10. 75 litros.
Un *litro* de grano.	0. 955 cuartillo.
La fanega superficial de $1012\frac{1}{2}$ varas valencianas.	(véase Castellon).

VALLADOLID.

La vara.	es la de Castilla.
La libra.	idem.
La media-cántara.	7. 82 litros.
Un litro.	2. 046 cuartillos.
La media-fanega para áridos. .	27. 39 litros.
Un litro de grano.	0. 876 cuartillo.
La obrada superficial de 600 estadales de 100 pies cuadrados ó sean $6666\frac{2}{3}$ varas cuadradas.	46. 582 478 áreas.
Un área.	12. 880 35 estadales.

VIZCAYA (BILBAO).

La vara.	es la de Castilla.
La libra.	0. 488 kilógramo.
Un *kilógramo*.	2. 049 libras.
La media azumbre.	1. 11 litros.
Un *litro*.	1. 802 cuartillo.
La media arroba para aceite. .	6. 74 litros.
Un litro de aceite.	1. 85 libra.
La media fanega para áridos. .	28. 46 litros.
Un litro de grano.	0. 211 celemines.
La peonada superficial de $544\frac{4}{9}$ varas cuadradas.	3. 804 236 áreas.

ZAMORA.

La vara.	es la de Castilla.
La libra.	idem.
El medio cántaro.	7. 98 litros.
Un *litro*.	2. 005 cuartillos.

*

La media-fanega para áridos. .	27. 64 litros.
Un litro de grano.	0. 868 cuartillo.
La fan. superfi. de 4800 var. cuad.	33. 539 384 áreas.

ZARAGOZA.

La vara.	0. 772 metro.
Un metro.	1. 295 vara.
La libra.	0. 350 kilógramo.
Un kilógramo.	2. 857 libras.
La cántara de vino.	9. 91 litros.
Un litro.	1. 615 cuartillo.
La arroba de aceite.	13. 93 litros.
Un litro de aceite.	2. 584 libras.
La arroba para aguardiente. . .	13. 33 litros.
Un litro de aguardiente. . . .	2. 701 libras.
La fanega para áridos.	22. 42 litros.
Un litro de grano.	0. 535 almudes.
El cuartal superficial de 400 varas cuadradas de Aragon. . . .	2. 383 936 áreas.
Un área.	0. 41 94 78 cuartal.

NOTA. Las equivalencias espuestas están calculadas con arreglo á los datos oficiales.

CORRESPONDENCIA

de las medidas longitudinales estrangeras con las castellanas y las métricas.

Reinos ó provincias.	Medida usual.	Equivalencia en varas castellanas.	Equivalencia en metros.
Alemania. . .	Ana.	1. 56.	1. 30401.
Bremen. . . .	Ana.	1. 4.	1. 17026.
Brest. . . .	Ana.	1. 6.	1. 33744.
Escocia. . . .	Yarda.	1. 08.	0. 90278.
	Ana.	1. 14.	0. 95293.
Flandes. . . .	Ana.	0. 81.	0. 67708.
Florencia. . .	Braza para sedas. . .	1. 4.	1. 17026.
	id. otros efectos	0. 58.	0. 42463.
Ginebra. . . .	Ana.	1. 4.	1. 17026.
Holanda. . . .	Ana.	0. 81.	8. 67708.
Irlanda. . . .	Yarda para unos efectos. .	1. 1.	0. 91949.
	para otros id. .	1. 12.	0. 93621.

Reinos ó provincias.	Medida usual.	Equivalencia en varas castellanas.	Equivalencia en metros.
Játiva.	Auna.	1. 05.	0. 58770.
Labal.	idem.	1. 68.	0. 40432.
Lisboa.	Canas.	0. 795.	0. 66454.
Lóndres. . . .	Yardas.	1. 08.	0. 90278.
Luca.	Brazas.	0. 71	0. 59349.
Mantua.	Brazas.	0. 68.	0. 56841.
Mesina.	Cana.	2. 4.	2. 00617.
Milan.	Brazas.	0. 61.	0. 50990.
Morees.	Ana.	1. 6.	1. 33744.
Nápoles. . . .	Cana.	2. 47.	2. 06468.
Ney.	Ana para tejidos de lana.	1. 6.	1. 33744.
Palermo.	Ana.	2. 4.	2. 006.
Portugal. . . .	Vara.	1. 3.	0. 00667.
	Cobado.	0. 787.	0. 65827.
	Ana de lienzo.	1. 38.	1. 15335.
Rasi.	Braza.	0. 7.	0. 58513.
Roma.	Braza.	0. 745.	0. 62275.
S. Malo. . . .	Auna.	0. 6.	0. 33744.
Smirna. . . .	Pica.	1. 79.	0. 66036.

CORRESPONDENCIA

de las pesas de algunos paises con las de Castilla y las del Sistema métrico.

Reinos ó Provincias.	Medidas.	Valor en libras.	Valor en kilógramos.
Amberes. . .	La libra..	1.0225	0.47043
Amsterdan . .	Idem.	1.073875	0.49401
Augsburgo . .	Idem.	0.729375	0.33557
Argel . . .	Idem.	1.066875	0.49085
Aviñon. . . .	El rótolo.	1.174375	0.54030
Berlin. . . .	La libra..	0.85625	0.39394
Berna . . .	Idem.	1.018125	0.46842
Balonia. . . .	Idem.	1.135	0.52219
Bremen.. . .	Idem.	0.786875	0.36202
Breslau. . . .	Idem.	1.08375	0.49861
Brunswick. . .	Idem.	0.880625	0.40515
Bruselas. . .	Idem.	1.014375	0.46669
Brujas. . . .	Idem.	1.021875	0.47014
Burdeos. . .	Idem.	1.075	0.49458
Cerdeña. . .	Idem.	0.87125	0.39984

Reinos ó Provincias.	Medidas.	Valor en libras.	Valor en kilógramos.
Chamberí. . .	Idem.	0.951875	0.42874
Colonia. . . .	Idem.	1.016875	0.46784
Constantinopla.	El ròtolo.	1.220625	0.56158
Copenhague. .	La libra. .	1.08625	0.49976
Córcega. . .	Idem.	1.064375	0.49745
Damasco. . .	El rótolo.	3.9269375	1.86676
Dresde. . . .	La libra. .	1.025	0.46698
Dublin. . . .	Idem.	0,985	0.53944
Edimburgo. .	Idem.	1.071875	0.49315
Florencia. . .	Idem.	0.75	0.34506
Francfort. . .	Idem.	1.10625	0.50896
Gante. . . .	Idem.	1.021875	0.47014
Génova. . . .	Idem.	1.01875	0.46094
Gibraltar. . .	Idem.	1.015625	0.46727
Ginebra. . .	Idem.	1.2	0.55209
Hamburgo. . ,	Idem.	1.055	0.48452
Hannover. . .	Idem.	1.0575	0.48653
Haya. . . .	Idem.	1.073125	0.49372
Inglaterra . .	Idem.	0.985625	0,45347
Lespsick. . .	Idem.	1.09375	0.50321
Lieja. . . .	Idem.	1.0319375	0.47474
Lila. . . .	Idem.	1.00875	0.46410
Liorna. . . .	Idem.	0.746875	0.34362
Lisboa. . . .	Idem.	0.9975	0.45893
Luca. . . .	Idem.	0.805625	0.37065
Magdeburgo. .	Idem.	1.01875	0.46842
Mesina. . . .	El rótolo.	1.725625	0.79392
Milan. . . .	La libra. .	1.661875	0.76501
Munich. . . .	La libra. .	1.21785	0.56072
Nápoles. . . .	Idem.	0.6975	0.51080
Noruega. . .	Idem.	1.08625	0.49976
Oran. . . .	Idem.	1.094375	0.50350
Oporto. . . .	Idem.	0.935625	0.43046
Palermo. . .	El rótolo.	1.898125	0.87329
Piamonte. . .	La libra. .	0.80625	0.37093
Praga. . . .	Idem.	1.11625	0.51356
Presburgo. .	Idem.	1.21375	0.55843
Prusia. . . .	Idem.	1.018125	0.46841
Ragusa. . .	La libra. .	0.755	0.34736
Roma. . . .	Idem.	0.7525	0.34621
Rusia. . . .	Idem.	0.95125	0.46583
Suecia. . . .	Idem.	1.54875	0.71255
Tolon. . . .	Idem.	0.9325	0.42701
Turin. . . .	Idem.	0.8025	0.36621
Venecia. . .	Idem.	1.039375	0.47819
Varsovia. . .	Idem.	0.82575	0.37899
Viena. . . .	Idem.	1.21575	0,55815
Zurich. . . .	Idem.	1.018125	0.46841

Equivalencia de algunas monedas de las principales plazas de Europa con las de España.

		Reales.	Cént.
Alemania.	El florin de convencion ó gulden de los estados de la liga aduanera.	8	06
	El florin de Austria.	10	03
	El taler de Prusia de 2 dracmas de plata.	14	20
	El florin contiene 60 Kreutzers.		
	El ristaler contiene 90 Kreutzers.		
	El ristaler de Ausria.	14	94
	El taler de valor de 2 florines.	19	56
	El tales de Prusia de 105 Kreutzers. de valor de $1\frac{3}{4}$ florines de convencion.	14	20
	La corona ó escudo de convencion.	28	06
Amsterdam.	El *florin* de 40 gruesos.	8	36
Francia.	El *franco* de 20 sous.	3	80
	La pieza de 5 *francos*.	19	««
	GÉNOVA.		
Plata.	La pieza de 1 *lire*.	3	04
	La pieza de 8 *lire*.	24	30
Oro.	La pieza de 12 *lire*.	38	86
	La pieza de 96 *lire*.	310	79
	HAMBURGO.		
Plata.	El *marco* corriente de 16 sueldos.	5	55
	El *escudo* de 3 marcos y 12 sueldos.	11	25
Oro.	El *ducado* sencillo de 7 marcos y 12 sueldos.	46	19
	El *ducado* doble de 15 marcos y 8 sueldos.	92	38
Inglaterra.	El *penique*.	0	39
	El *chelin*.	2	38
	La Corona.	24	««
	El soberano ó libra esterlina.	96	««
	PORTUGAL.		
Plata.	El *vinten* de 2 *reis*.	»	46
	El *teston* de 100 *reis*.	2	27
	El *cruzado* nuevo de 400 *reis*.	10	91
Oro.	El *cruzado* viejo de 480 *reis*.	11	04
	El *cruzado* nuevo de 480 *reis*.	13	26
	El *cuartiño* que vale 1200 *reis*.	33	14
	La *lesbonia* de 6400 *reis*.	176	77
	La *moneda* de retrato 12800 *reis*.	353	52
	El *dobraon* de cruz 24000 *reis*.	662	85

PESOS ESPECIFICOS
de los cuerpos mas usuales en las artes y el comercio.

		Peso de un decímetro cúbico en Kilógramos. Gramos. Milígramos.
Aceite.	de almendras dulces.	0· 917 000
	« adormideras.	0. 928 800
	» ballena.	0. 923 300
	» fabuco.	0. 917 000
	» linaza.	0. 940 300
	» nabina.	0. 919 300
	» nueces.	0, 922 700
	» oliva.	0. 915 800
Acero templado.	batido sin templar.	7. 840 400
	batido y templado.	7, 816 000
	sin batir y id.	7. 816 300
	sin batir ni templar.	7. 833 100
Acido.	clorhidrico.	1, 247 000
	id. diluido (ácido muriático).	1. 194 000
	nítrico.	1. 500 000
	id. diluido (agua fuerte), con 10 p. % de ácido.	1. 054 000
	50 p. % de idem.	1. 295 000
	nitroso.	1. 550 000
	sulfúrico á 15° centigrados.	1. 848 000
	id. diluido (vitriolo) con. 10 p. % de ácido.	1. 066 000
	50 p. % de idem.	1. 387 000
Agua.	de lluvia destilada.	1. 000 000
	id. de mar.	1, 026 300
	del mar muerto.	1. 240 300
Aguardiente.	de 18.°	0. 947 700
	« 19.°	0. 941 600
	» 22.°	0. 923 600
Aire atmósferico.		0. 001 299
Alabastro.	de Europa.	1. 874 000
	oriental,	2, 730 200

	Kilógramot.	Gramos.	Milígrnmos.
Alcanfor.	0.	996	000
Alcohol puro..	0.	793	000
Alumbre.	1.	753	000
Amoniaco..	0.	897	000
Antimonio fundido..	6.	712	000
Arcilla.	1.	930	000
Arena,	1.	343	000
idem de rio.	1.	880	000
Arsénico.	8.	308	000
Asfalto.	1.	336	000
Asperon ó arenisca.	1.	933	000
Avena (*).	0.	478	000
Azabache.	2.	259	000
Azúcar.	1.	606	000
Azufre nativo.	2.	033	000
Basalto..	2.	421	000
Bismuto.	9.	822	000
Cal viva (*).	0.	840	000
Carbon vegetal comun.	0.	200	000
Id. de piedra compacto (ulla)	1	329	200
Id. por medida (*).	0.	800	000
Cebada (*).	0.	633	000
Centeno (*).	0.	740	000
Cera blanca.	0.	968	600
Cera amarilla.	0.	974	800
Cerveza.	1	020	000
Ciscon (coke) de gas (*).	0.	340	000
Id. de horno.	0.	400	000
Cobalto.	7.	811	900
Cobre fundido.	8.	788	000
Colza (simiente de) (*).	0.	650	000
Cristal. Comun.	2.	488	000
Cristal. de roca.	2.	683	000
Cuarzo jaspeado.	2.	710	100
Diamantes. los mas ligeros.	3.	501	000
Idem. los mas pesados.	3.	531	000

(*) Los cuerpos que se hallen con esta señal se suponen medidos con un litro ó con el hectólitro como acostumbra hacerlo el *comercio*.

		Kilógramos.	Gramos.	Milígramos.
Esencia de. .	canela.	1.	043	900
	clavo.	1.	036	300
	espliego.	0.	893	800
	menta.	0.	851	000
	trementina.	0.	869	700
Esmeralda.		2.	775	000
Espato pesado.		4.	426	000
Espíritu de vino. .	de 33 º.	0.	863	200
	» 36 º.	0.	848	000
Estaño. . .	inglés, batido.	7.	299	400
	idem, sin batir.	7.	291	400
	de Malaca batido.	7.	306	500
	» idem, sin batir.	7.	296	300
Eter. . .	acético.	0.	866	400
	clorhídrico.	0.	874	900
	nítrico.	0.	908	800
	sulfúrico.	0.	711	900
Fósforo.		1.	770	000
Gas. . .	ácido carbónico.	0.	001	981
	amoniacal.	0.	000	776
	ázoe.	0.	001	268
	cianógeno.	0.	002	347
	cloro.	0.	004	209
	hidrógeno.	0.	000	068
	idem carbonado.	0.	000	722
	oleífico.	0.	001	275
	oxígeno.	0.	001	433
Goma elástica.		0.	933	000
Granito. . .	ordinario.	2.	716	500
	gris	2.	727	900
	rojo (de Egipto).	2.	654	100
Granitelo.		3.	062	600
Grasa ó gordura.	de buey.	0.	923	200
	» carnero.	0.	923	500
	» cerdo.	0.	936	800
Harina superior.		1.	035	000
Hielo.		0.	950	000

		Kilógramos. Gramos. Miligramos.
Hierro.	fundido.	7. 207 000
	forjado en barras.	7, 788 000
Hormigon.	de guijo.	2. 485 000
	» otras piedras (térm. medio).	2. 650 000
Huesos de buey.		1. 656 000
Iodo.		4. 948 000
Laton.		8. 395 000
Leche.	de burra.	1. 035 500
	» cabra	1, 034 100
	» mujer.	1. 020 300
	» oveja.	1. 040 900
	» vaca.	1. 032 400
	» yegua.	1. 034 600
Madera.	de álamo negro.	0. 383 000
	» id. blanco.	0. 329 000
	» alcornoque.	0. 240 000
	» aliso.	0, 800 000
	» arce.	0. 775 000
	» aya.	0. 842 000
	» boj frances.	0. 912 000
	» id. holandes.	1. 328 000
	del Brasil.	1. 031 000
	» campeche (palo de).	0. 913 000
	» caoba.	1. 060 000
	» cedro.	0. 596 000
	» cerezo.	0. 715 000
	» ciprés.	0, 644 000
	» ciruelo	0. 785 000
	» ébano de América.	1. 331 000
	» id. de las Indias.	1. 200 000
	» encina.	0. 850 000
	» fresno verde.	0. 904 000
	» id. seco.	0. 664 000
	» manzano.	0. 793 000
	» membrillo.	0. 705 000
	» naranjo.	0. 705 000
	» nogal.	0. 671 000
	» olmo.	0. 671 000
	» peral.	0. 661 000
	» pinabete.	0. 498 000
	» pino.	0. 657 000
	» roble (la albura).	0. 540 000
	» id. (el corazon).	1, 170 000
	» saúco.	0. 695 000
	» vid ó cepa.	1. 327 000

*

		Kilógramos.	Gramos.	Milígramos.
Manteca de vaca		0.	942	000
Marfil		1.	917	000
Mármoles.	verde	2.	741	700
	de Carrara	2.	716	800
	» Pàros	2.	837	600
Mercurio		13.	598	000
Mezcla de cal y arena		1.	720	000
Miel		1.	450	000
Níquel		8.	279	000
Oro.	de 833 milésimas y fundido	15.	709	000
	» idem forjado	15.	774	600
	de 917 milésimas fundido	17.	486	300
	» idem forjado	17.	589	300
	puro fundido	19.	258	100
	idem forjado	19.	361	700
Patatas (*)		0.	940	000
Perlas.	comunes	2.	750	000
	orientales	2.	648	000
Pez griega		1.	072	000
Piedra.	calcárea	2.	077	000
	de moler grano	2.	483	500
	pómez	0.	914	500
	de yeso	2,	167	900
Pizarra		2.	853	000
Plata.	de 951 milésimas y fundida	10.	175	200
	» idem forjada	10.	376	500
	pura fundida	10.	474	500
	idem forjada	10.	519	700
Platino.	batido	23.	000	000
	en alambre	21.	041	700
	forjado	20.	336	600
	en planchas	22.	669	900
Plomo		11.	352	300
Pólvora		0.	858	000
Pórfido rojo		2.	765	000
Potasio		0.	865	000
Salvado (*)		0.	210	000
Sebo		0.	941	900

		Kilógramos. Gramos. Milígramos.
Tierra.	arcillosa.	1. 240 000
	comun vegetal.	1. 110 000
	mezclada con grava.	1. 650 000
	jabonosa.	1. 578 000
Vidrio.	de botellas.	2. 732 500
	» vidrieras.	2. 642 300
Vinagre.		1. 019 000
Vino.	de Borgoña.	0. 921 500
	» Burdeos.	0. 993 900
	» Champaña.	0. 962 000
	» Madera.	1. 030 000
	» Málaga.	1. 022 000
	» Oporto.	0. 997 000
	del Rhin.	0. 999 000
Yeso (*).		0. 960 000
Zinc fundido.		6. 861 000

Leccion 23.

Números concretos, su espresion y reduccion á una misma denominacion.

178. Los decimales concretos se leen *lo mismo que los abs-ractos* (118 *y* (119), *pronunciando en vez de unidades simples, el nombre de la unidad á que se refiere la palabra escrita, y su parte decimal con relacion á la unidad.*

EJEMPLOS.

1.°... el número 143.25 metros, se lee: ciento cuarenta y tres *metros* y veinticinco *centímetros* (153). ó centésimas de metro.

2.°... 18. 3 decálitros, se lee: 18 *decálitros* y 3 *litros* (157), ó décimas de decálitro; luego, 102.304 hectólitros, se lee: 102 hectólitros y 304 decílitros.

3.°... 7106.009 kilógramos se lee: 7 mil 106 *kilógramos* y 9 *gramos* (162) ó milésimas de kilógramo.

4.°... 469. 7 áreas, se lee: 469 *áreas* y 7 décimas de área ó 70 *centiáreas* (168) y (169).

5.°... 86.052 metros cúbicos, se lee: 86 metros cúbicos y 52 decímetros id. ó milésimas de metro cúbico (173) y (174). Por consiguiente 207.009 decímetros cúbicos se lee: 207 decímetros cúbicos y 9 centímetros ó milésimas de decímetros cúbicos.

179. De aqui se deduce, que *se escriben lo mismo que los abstractos* (120), *poniendo á continuacion el nombre de la unidad concreta.*

EJEMPLOS.

El número novecientos veintinueve *metros* y cinco de decímetros se escribe: 929. 5 *metros*: Luego, 13 kilómetros y 9 metros se escribirán... 13.009 *kilómetros* (153).

7048 áreas y 6 centiáreas, se escribe.... 7048.06 *áreas* (169). 409 hectás. y 502 décims. cuad. se escribe: 409.000502 *hectáreas*.

320 metros cúbicos y 970 centímetros. id. se escribe: 320.000970 *metros cúbicos* (174).

20043 reales y 75 céntimos se escribe: 20043.75 rs. (17)

Reduccion de unidades superiores á inferiores y vice-versa.

180. Si la cantidad está representada decimalmente se hace (124) y (126), *corriendo el punto uno, dos, tres lugares á la derecha ó á la izquierda, segun que la unidad inferior esté contenida* 10, 100, 1000... *veces en la superior, y escribiendo á continuacion el nombre de la nueva unidad* (179).

EJEMPLOS.

1.º... Para reducir 35. 48 decámetros á metros basta correr el punto *un* lugar á la derecha; *dos*, para reducirles á decímetros, *tres*, á centímetros, etc. (60-3.er *uso*):

Luego, 35. 48 decámetros = 354. 8 metros = 3548 decímetros = 35480 centímetros, etc.

Por el contrario, para reducir á decámetros 7042. 5 metros, se corre el punto *un* lugar á la izquierda; *dos*, para reducirlos á hectómetros, *tres* á miriámetros, etc. (77-6.ª *uso*):

Luego, 7042. 5 metros = 704. 25 decámetros = 70. 425 hectómetros = 7. 0425 kilógramos = 0. 70425 miriámetros.

2.º... 619. 08 litros = 6190. 8 decílitros = 6. 1908 hectólitros = 0 . 061908 miriálitros.

	doblones.	escudos.	reales.	décimas.	céntimos.	
3.º...	8	9	6.	7	5	rs. =
	8	9.	6	7	5	esc. =
	8.	9	6	7	5	dob. =
	8	9	6	7	5	cént.

Esta propiedad estensiva á todas las cantidades métricas y tal vez la mas importante de todas ellas nos manifiesta: 1.º que una cantidad métrica no altera de valor aunque se corra el punto á la derecha ó á izquierda; pero si altera de espresion: 2.º que dada una cantidad métrica, se conoce inmediatamente las diferentes pesas, medidas ó monedas de que se componga, como se ve en el ejemplo anterior y siguientes.

	hectáreas.	áreas.	centiáreas.	
4.º	140	7 2.	5 0	áreas =
	140.	7 2	50	hectás. =
	140	7 2	50	centiás.

metros cúb. decím. id. decím. cúb. decám. cúb. metros cúb. decím. cúb.

5°. 8. 590 mets. cúbs.= 8590 decíms. cúb. = 0. 008 590 dec. cúbs.

Cuyos ejemplos manifiestan, que para reducir unidades *cuadradas* de superior á inferior ó vice-versa, hay que correr el punto *dos* lugares á la derecha ó á la izquierda por cada denominacion que se trate de descender ó ascender (169); y *tres*, si son *cúbicas* (174).

181. *Si la cantidad viene representada en diferentes unidades, pero de una misma clase, se reduce cada una* (60—3^er^ *uso*) *y* (77—6.º *uso*) *á la unidad en que se quiere convertir la cantidad dada, y la suma de todas ellas será la cantidad pedida.*

EJEMPLOS.

1.º... Para reducir á litros la cantidad 8 hectólitros, 3 decálitros, 1 litro y 5 decílitros, se multiplican primero los 8 hectólitros por 100 litros (22); luego los 3 decálitros, por 10 (60—3.^er^ uso), y despues se dividen los 5 decílitros por 10 que tiene un litro (77—6.º uso), en esta forma.

8 hectólitros	X	100 litros	= 800	litros.
3 decálitros	X	10 litros	= 30	litros.
1 litro.	. . . .		= 1	litros.
5 decílitros	:	10 decíl.	= 0.5	litros.

y la cantidad pedida será la *suma*... 831.5 litros.

2.º... 28 gramos, 15 quintales métricos, 3 decágramos, y 9 decígramos; ¿cuántos kilógramos componen?

Reduciendo las diferentes cantidades á kilógramos se tendrá..

28 gramos	:	1000	gramos	= 0.028	kilógs.
15 quints. m.	X	100	kilógs.	= 1500	kilógs.
3 decágs.	:	100	decágs.	= 0.03	kilógs.
9 decígs.	:	10000	id.	= 0.0009	kilógs.

Cantidad pedida. . . . . 1500.0589 kilógs.

4.... ¿Cuál será el número de áreas equivalente á 504 hectáreas, 5 centiáreas y 2 áreas?

Hectáreas	504 × 100 áreas	=	50400.››	áreas.
Centiáreas	5 : 100 id.	=	0.05	áreas.
Areas	2	=	2.››	áreas.
Cantidad pedida.			50402.05	áreas.

De lo espuesto en el párrafo anterior se infiere que...

182. *Para reducir un número concreto de diferentes especies de unidades métricas, pero de una misma clase, á otro de una unidad determinada, se escribe cada cifra en el lugar de su denominacion... principiando por la superior, ocupando con ceros los demás lugares, y poniendo el punto á la derecha de la cifra que ocupe el lugar de la unidad determinada.*

Asi: Para reducir á *metros* la cantidad 4 *miriáms.*, 6 *hectóms.* y 2 *decims.* escribiré primero un 4 (que es el número de miriámetros), y como á la derecha de estos siguen los kilómetros (21) y no les hay, pondré un *cero* á la derecha del 4 para ocupar el lugar de los kilómetros. A la derecha de los kilómetros siguen los hectómetros; luego, á la derecha del 0 kilómetros pondré los 6 hectómetros: siguen los decámetros y no les hay en el problema; luego, 0 decámetros: siguen los metros y tampoco les hay; luego, 0 metros; y como el problema se refiere á *metros*, á la derecha del 0 metros pondré el punto: á la derecha de los metros siguen los decímetros; luego á la derecha del punto escribiré los 2 decímetros, y á continuacion la palabra *metros* que es el nombre de la unidad determinada (179), y tendré que...

	miriáms.	kilóms.	hectóms.	decáms.	metros.		decims.	
4 *miriáms.*, 6 *hectóms.* y 2 *decims.* =	4	0	6	0	0	.	2	*metros.*
	dec. de m.	millar.	centena.	decena.	unidad.		décimas.	

Idéntico razonamiento puede hacerse en otro cualquier caso, teniendo presente que en las medidas superficiales cada *denominacion* ocupa dos lugares en la escritura (169) y por consiguiente necesita dos cifras, y tres las cúbicas (174).

Así: 7 quilóms. cuads., 4 hectáreas, 60 centiáreas y 95 decíms. cuads. reducidos

á hectáreas, será = 7 04.00 60 95 hectáreas.
á centiáreas. . . = 7 0400 60.95 centiáreas.
á kilóms. cuad. . = 7.0400 60 95 kilóms. cuad.
á decíms. id. . . = 7 040 060 95 decíms. cuad.
á áreas. . . . . = 7 0400.60 95 áreas.

108 mets. cúb. y 340 centíms. id. espresados en decíms. será.,. 108000.340 decíms. cúbs.

OBSERVACION.—No se verifica así con los números complejos del antiguo sistema; pues, para convertir un número complejo en otro incomplejo de una unidad determinada, hay que reducirle primero á la menor de sus especies... poner despues al resultado por denominador las veces que la unidad inferior esté contenida en la mayor á que se refiera la cuestion, y la fraccion ordinaria resultante reducirla á decimal (141):

Así... 7 duros, 8 rs. y 17 mrs. reducidos á rs. será...
7×20 rs.$=140$ rs.$+8$ rs.$=148$ rs.$\times 34$ mrs.$=5032+17$ mrs.$=$ 5049 mrs. $\frac{5049}{34}=148.5$ rs,

Luego, 7 duros, 8 rs. y 17 mrs. = 148.5 rs.

9 varas, 2 pies, 3 pulg. y 6 lín. reducido á pies será...
$9 \times 3=27$ pies$+2=29$ pies$\times 12$ pulg.$=348$ pulg.$+3=351$ pulg. $\times 12$ lín. $=4212$ lín.$+6=4218=\frac{4218}{144}$ 29.29 pies; luego, 9 v., 2 pies, 3 pulg. y 6 lín. $=29$ pies y 29 centésimas de pie.

LECCION 24.

Aplicaciones usuales del sistema métrico al cálculo de los decimales, y reduccion de unas á otras medidas.

183. ADICION.—*Las cantidades métricas se suman lo mismo que los decimales* (128)*; reduciendo los sumandos á una misma unidad* (180) *y* (182) *si no la tienen;* porque los sumandos han de ser homogéneos (29).

EJEMPLOS.

1.°... Un comerciante ha comprado 3 piezas de tela: la 1. de 69. 3 metros, la 2.ª de 40. 95 metros, y la 3.ª de 52... 18 metros y quiere saber la cantidad de tela que ha comprado.

Sumando . . .	*en metros.*	*en decimetros.*	*en centimetros.*
	96.3 mets. =	963.« decims. =	9630 centims.
	40.95 mets. =	409.5 decims. =	4095 id.
	52.18 mets. =	521.8 decims. =	5218 id.
Se tendrá. .	189.43 mets. =	1894.3 decims. =	18943 centims.

2.°... Se han recibido 4 partidas de trigo: la 1.ª de 821.5 litros, la 2.ª de 79. 75 hectóls., la 3.ª de 140. 63 decáls. y la 4.ª de 9. 9 litros ¿cuántos decálitros componen?

Reduciendo los sumandos á decálitros (180).

se tendrá. . .	821.5 litros	=	82. 15 decálitros.
	79.75 hectól.	=	797. 5 decáls.
	140.63 decáls.	=	140. 63 decáls.
	9.9 litros	=	0. 99 decáls.
Cantidad pedida.			1021. 27 decáls.

3.°... ¿Cuál será el número de kilógramos equivalente á 8 quints. métricos, 6 hectógs. y 3 decágs. + 7 kilógs, 4 hectógs. y 2 decágs. + 95 quints. y 5 hectógs.? Reduciendo á kilógramos (182) las cantidades...

quints. m.	miriágs.	kilógs.	hectógs.	decágs.	
8.	»	»	6	3 =	800. 63 kilógs.
»	»	7	4	2 =	7. 42 kilógs.
95.	»	»	5	» =	9500. 5» kilógs.

Se tendrá que la cantidad pedida es. . . 10308. 55 kilógs.

4.°... Sumar 46 $\frac{1}{2}$ arrobas + 12 $\frac{3}{4}$ id. + 31 $\frac{5}{8}$ id.

Reduciendo los quebrados á decimales (141), se tendrá:

$46\frac{1}{2}$ arrobas. =46. 5 arrobas.

$12\frac{3}{4}$ arrobas. =12. 75 arrobas.

$31\frac{5}{8}$ arrobas. =31. 625 arrobas.

La cantidad pedida será la suma 90. 875 arrobas.

184. SUSTRACCION.—*Las medidas métricas se restan como las decimales* (129); *reduciendo minuendo y sustraendo á una misma unidad, si no la tienen;* (32).

EJEMPLOS.

1.°... De un capital de 12000. 75 escudos en métalico hay que pagar en el acto dos letras, una de 1000. 4 reales, y la otra de 12008. 96 reales; ¿Cuál será el capital existente?

Reduciendo los 12000. 75 escudos á reales (180), y restando del resultado el valor de las dos letras, se tendrá..,

120007. 50 rs.
— 13009. 36 rs.

El capital restante. . =106998. 14 rs.

2.°... De un almacen de trigo que contiene 640. 8 hectólitros y 9 decáls. se han estraido 521 hectóls., 7 decáls y 5 litros ¿cuáles serán sus existencias en hectólitros...?

Reduciendo los datos á hectóls. se tendrá

	en hectólitros.	en litros.
	6408. 90	640890
	—521. 75	—521 75
existencias. . .	5887. 15 hectóls. —	588715 litros.

3.°... De una partida de $21\frac{1}{2}$ arrobas hay que descontar $\frac{3}{4}$

de arroba. ¿cuántos quedarán en limpio? Reduciendo los quebrados á decimales y restando, se tendrá

$$21\frac{1}{2}-\frac{3}{4}=21.5-0.75=20.75 \text{ arrobas.}$$

185. MULTIPLICACION.— *Las cantidades métricas se multiplican lo mismo que los decimales* (130); *reduciendo el multiplicando, si no lo está, á la unidad en que se espresa el valor.*

EJEMPLOS.

1.°.. Un metro de paño ha costado 40. 75 rs. ¿cuánto costarán 72. 4 metros? Multiplicando 40. 76 rs. por 72. 4 mets. se tendrá (61).

Multiplicando. . .	40.75 reales.
Multiplicador. ×	72.4 metros.
	16300
	8150
	28525
Producto. . .	2950.300 reales, valor pedido.

2.°.¿ Cuánto valdrán 174008. 625 litros de trigo, siendo el precio del hectólitro 200. 25 reales?

Reduciendo los litros á hectóls. (180), se tendrá...

Multiplicador.	1740.08625 hectóls.
Multiplicando, ... ×	200. 25 reales.
	87 0043125
	348 017250
	348017 250
Valor pedido. . .	348452.2715625 reales.

3.°.. Valiendo 1 kilógramo de bacalado 3. 8 rs.¿ cuánto valdrán 6 toneladas métricas, 4 quintales *m.* y 9 hectógramos?

Reduciendo el multiplicador á kilógramos (182), se tendrá..

Multiplicador. . . 6400.9 kilógramos.
Multiplicando. . . 3.8 reales.

```
         5120 72
        19202 7
Producto. . . 24323.42 reales, valor pedido.
```

4.°.. Si 1 hectárea de viñedo vale 86 doblones, 4 escudos, 9 rs. y 2 décimas, ¿cuántos escudos valdrán 34 hectáreas, 2 áreas y 14 centiáreas? Reduciendo el multiplicando á escudos y el multiplicador á hectáreas, se tendrá:

```
Multiplicando. . . .  864.92   escudos.
Multiplicador. . . . 34.0214   hectáreas.
                     345968
                     86492
                    17 2984
                   3459 68
                  25947 6
Valor pedido. . . . . 29425.789288 escudos.
```

5.°.. Suponiendo que 1 cántaro de vino valga $16\frac{1}{4}$ rs., $96\frac{1}{2}$ cántaros ¿cuánto valdrán? Reduciendo los quebrados á decimales se tendrá

Multiplicando. . $16\frac{1}{4}$ rs. $= 16 - 0.25 =$ 15.75 reales.

Multiplicador. . . $96\frac{1}{2}$ cánts. $= 96 + 0.5 =$ 96.5 cántaros.

```
                                   7 875
                                  94 50
                                1417 5
Producto y valor pedido. . . 1519.875 reales.
```

6.°.. Si 1 arroba vale 2 duros, 10 rs. y 25 mrs., ¿ cuántos rs. valdrán 6 quints., 3 arrobas y $12\frac{1}{2}$ libras? Reduciendo el multiplicando á rs. y el multiplicador á arrobas, con arreglo á lo espuesto en la *observacion* (182), el problema se reducirá á...

Multiplicando... 2 ds. 10 rs., 25 mrs.= 50.7 4 reales.

Multiplicador... 6 qs. 3 ar., $12\frac{1}{2}$ libs.= 2 7,5 arrobas.

25 37 0
355 18
1014 8

Producto, valor pedido. . . 1395.350 reales

186. DIVISION.— *Las cantidades métricas se dividen como los decimales (137); reduciendo el divisor, si no lo está, á la unidad cuyo valor se quiere averiguar.*

Pueden ocurrir los mismos *casos* y *usos* que en los enteros concretos (76).

EJEMPLOS.

1.°.. ¿ Cuál será el precio de 1 litro de aguardiente, siendo el de 89.7 litros 461. 058 rs.? Dividiendo 461.058 rs. por 89.7 litros, el cociente 5. 14 rs. será el precio de 1 litro (77.—4.° *uso*).

2.°.. Habiéndose recibido para 3 comerciantes una partida de tela de 8 hectóms., 9 metros y 26 centíms., se desea saber los metros que corresponden á cada comerciante.

Reduciendo el dividendo á metros (182), se tendrá (138) y (76—3.er *uso*).

Dividendo. . 809. 26 metros	3 comerciantes. . . Divisor
20	269. 75 mets. . . Cociente.
29	
22 decímetros.	
16 centíms.	
Residno final. . . 1 centím.	

3.º.. Un contratista en granos ha recibido una partida de trigo de 18 kilólitros, 2 decálitros y 5 litros: su precio, 370 doblones, 8 escudos, 4 rs. y 375 milésimas de real; ¿ cuál será en rs. el precio del hectolitro?

Reduciendo el dividendo á reales y el divisor á hectólitros, será:

Dividendo. . . 37084.375 rs,	180. 250 hectóls. Divisor
1034 375	
Residuo convertido en 133 1250 décimas	205. 73 rs. precio del hectól. con menos error de 1 céntimo.
Residuo convertido en 06 95000 cénts.	
Residuo final. . . . . . 1 54250 cénts.	

4.º.. Si 1 decámetro cúbico de madera de pino pesa 0.657 kilóg., 1 viga de idem de 24 quints. *m.*, 8 kilógs., y 53 gramos ¿cuántos decíms. cúbs. tendrá?

Reduciendo el dividendo á kilógs., y dividiendo el resultado 2408.053 k. por 0.657 k., peso de uno (véase pág. 189), el cociente 3665.225 será el núm. de decíms. cúbs. que tiene la viga, con menos error de una milésima.

Por consiguiente, siempre que dado el peso de una *cantidad* cualquiera, se quiera hallar los decíms. cúbs. que contiene, bastará dividir el peso total de la *cantidad* dada por el de 1 decímetro cúb., y el cociente espresará el núm. de decímetros de toda la cantidad.

5.º.. Suponiendo que 1 hombre haga una obra cualquiera en $20\frac{1}{4}$ dias, 5 hombres en cuántos dias harán la misma obra? Es claro que tardarán 5 veces menos tiempo.

Luego reduciendo la fraccion $\frac{1}{4}$ á decimal, se tendrá:

20.25 dias : 5 hombres. = 4.05 dias, que tardarán los 5 hombres.

6.º.. Si 1 camisa de hombre lleva $4\frac{1}{2}$ varas de lienzo, con 379 varas, $2\frac{3}{9}$ pies, ¿ Cuántas camisas se podrán hacer?

Reduciendo los datos á varas (182—*observacion*), se tendrá...

Dividendo. . . 379.777 varas.	4. 500 varas... Divisor.
019 777	84. 39 camisas, con menos error de 1 centésima.
01 777	
0 427	
22	

7.°.. ¿Cuál será el valor de 1 fanega, suponiendo que 4 cargas, 2 eminas y $2\frac{1}{2}$ celemines hayan costado 29 duros, 10 rs. y 17 mrs.?

Reduciendo el dividendo á rs. y el divisor á fanegas, se tendrá...

Dividendo. . . 590.500 rs,	16. 875 fanegas. . . Divisor.
084 250	34. 99 rs. valor de la fanega con menos error de 1 céntimo.
16 7500	
01 56250	
0 04375	

187. REDUCCIONES. —La reduccion de unas á otras medidas se funda en el *problema* espuesto (61), cuando se da el núm. de unidades y el valor de una, ó sea, la relacion ó equivalencia respecto de otra de aquellas á que se quieren reducir las medidas dadas; y cuando se da el número de medidas y el valor ó equivalencia de una de las otras á que se quieren reducir la dadas tiene su fundamento en el *problema* (77—5.° uso). Es decir, que en el primer caso una sencilla multiplicacion nos con duce al resultado; y en el segundo, una division.

EJEMPLOS.

1.°... *primer caso.*— Un metro equivalente á 1.196308 vara de Burgos (véase Castilla, pág. 161): luego 56 metros á cuántas varas equivaldrán? Claro está (61) que multiplicando 1. 196308 vara, valor de 1 metro, por 56 metros, el producto 67. 895248 varas será la equivalencia de los 56 metros (a)

(a) En las operaciones comunes solo se calcula con tres cifras decimales.

Recíprocamente, 1000 varas castellanas á cuántos metros equivalen? Es claro que compondrán...

0.8359 × 1000 varas = 835.9 metros.

2.°.. 400 libras de Badajoz (pág. 169), ¿cuántos kilógs. hacen?

Multiplicando 0.460 kilógs. valor de 1 libra,
por. . . . . 400 libras, núm. de unidades,

se tendrá. . . 184.000 kilógramos, valor de las 400 libras

Asimismo, 369 kilógramos; cuántas libras tendrán? (pág. 164)
Multipliicando 2.173 libras, valor de 1 kilógramo,
por. . . . . . 369 kilógramos,

19557
130 38
651 9

se tendrá. . . 801.837 libras, valor de los 369 kilógs.

3.°.. Un ferrado de trigo en Orense vale 13.88 litros (pág. 177). luego, 137+ ferrados tendrán 13.88 lit. + 137 ferrados = 1801.56 litros.

4.°... Reducir á áreas 4.75 obradas de Valladolid. Es claro que
Multiplicando 46.582478 áreas, valor de 1 obrada
por . . 4.75 obradas, núm. de unidades,

232912390
326077346
186329912

el producto. . 221.26677050 áreas será valor pedido.

5.°.. ¿A cuántas varas castellanas equivalen 140 anas de Portugal? (páp. 183).

Multiplicando 1.38 vara castellana, valor de 1 ana.
por. . . . . . . 140 anas de lienzo.

552
138

el producto. . . 193.20 varas c. es el valor pedido.

6.°.... Váliendo 1 libra de Inglaterra 0.45347 kilóg. (pag. 184), cuántos kilógs. tendrán 96 libras? Es claro que tendrán

0.45347 kilóg., valor de 1 lib.
X ..... 96 libras

272082
408123

43.53312 kilógramos, valor pedido.

SEGUNDO CASO.—EJEMPLOS.

1.°.. Un metro equivale á 1.302 varas de Teruel (pág. 180), 608 varas cuántos metros tendrán?

En este caso se nos da 1.302 vara, valor de 1 metro, y 608 varas valor de muchos metros; luego dividiendo (77.—5.° *uso*) las 608 varas por 1.302 vara (137), el *cociente* 467.288 será el número de *metros* que tendrán las 608 varas de Teruel.

En efecto, el divisor 1.302 vara es el valor de 1 metro, y el cociente 467.288 es el número de metros; y como el cociente multiplicado por el divisor ha de producir el dividendo (66), se deduce que 467.288 metros es el valor de 608 varas.

Idéntico razonamiento puede hacerse en otro cualquier caso.

2.°.. Valiendo la fanega superficial de Zamora (pág. 182) 33.539384 áreas, cuántas fanegas tendrán 76 hectáreas, y 8 centiáreas?

Reduciendo el dividendo á areas, se tendrá...

Dividendo. . . 7600.08000 áreas	33.539384 áreas.
0892 20320	226.6 fanegas con menos error de 1 centésima.
221 415520	
020 1792160	
00 0555856	

3.°... Teniendo 1 legua, de 20000 pies de Burgos 5.5728 kilómetros cuántas leguas de id. tendrán 9 miriámetros y 8 kilómetros? Reduciendo á kilóms los 9 miriámetros y 8. kilóms, se tendrá 98 k; dividiendo 98 k. por 5.5727 k. valor de 1 legua, el cociente 17.585 leguas será el núm. pedido.

Hallar valores y precios.

El problema que generalmente se presenta es el siguiente: *Dado el valor de una unidad concreta de un sistema cualquiera de pesas y medidas, hallar el valor de una ó mas unidades de otro sistema;* lo que se consigue, *reduciendo las segundas á las primeras* (181), *y multiplicando el número resultante por el valor de la primera.*

EJEMPLOS.

1.°.. Valiendo 1 vara de tela 23 reales, cuánto valdra 1 metro?

Puesto que 1 metro equivale á 1.196 vara, multiplicando esta cantidad por 23 rs. valor de 1 vara, el producto 27.508 rs. será el valor de 1 metro de la misma tela.

2.°.. ¿Cuánto valdrá 9 cuartillos de vino, suponiendo que 1 litro valga 2.5 rs.? Reduciendo los 9 cuartillos á litros ya sea por el primer *caso* ó por el segundo. (187) y multiplicando el resultado 4.536 litros, valor de los 9 cuartillos por 2.5 rs. valor de 1 litro, el producto 11.34 rs. será el valor de los 9 cuartillos.

3°... Valiendo 1 libra de carne 2 reales, que valdrán 7 kilógramos?

Reduciendo los 7 kilógramos á libras, se tendrá..

2. 173 libras, que tiene 1 kilóg.
X .. 7 kilógramos

Producto. . . . 15.211 libra, que tienen 7 kilógs.
X .. 2 reales, valor de 1 libra.

Producto. . . . 30.422 reales, valor de 7 kilógs.

4.°.. Si 1 fanega de trigo vale 36 reales, cuál será el valor de 147 kilólitros, 6 litros y 9 decílitros? Reduciendo á fanegas los 147 kilóls. 6 lits. y 9 decálitros, y multiplicando el resultado 2648. 725 fanegas por 36 rs. valor de 1 fanega, el producto. 95354. 10 rs. será el valor de 147 kilól., 6 lits. y 9 decíls.

Los ejemplos propuestos son suficientes para resolver cuantos se presenten de su clase.

SEGUNDA PARTE.

Potencias y raices.-Razones y proporciones.

Leccion 25.

Elevacion à potencias.

189. En general: *potencia de un número es el producto que resulta de multiplicarle por sí mismo cierto número de veces.* Si se multiplica una vez resulta la 2.ª potencia ò *cuadrado* (167; si dos, la 3.ª potencia ó *cubo*(172); si tres, la 4.ª. etc.

El número que se multiplíca se llama raiz: y en general, *raiz* de una potencia es el número que multiplicado por sí mismo cierto número de veces da por producto la potencia.

Finalmente, el número que con sus unidades indica las veces que la *raiz* se toma por factor, ó sea, el grado de la potencia, se llama *esponente* de la potencia.

Esta operacion se indica escribiendo la *raiz*; á su derecha en la parte superior, el *esponente*; luego un = y á continuacion la potencia. Asi, $3^2 = 9$ se lee: 3 elevado á 2 ó á la 2.ª potencia: ó mas bien, 3 *elevado al cuadrado igual á* 9. En este caso 3 es la *raiz*, 2 es el *esponente* y 9 la *potencia*. $5^3 = 125$ se lee: 5 *elevado al cubo igual á* 125; 5 es la *raiz*, 3 el *esponente* y 125 la *potencia*.

$2^7 = 128$ se lee: 2 elevado á la 7.ª potencia igual á 128.

190. De lo espuesto se sigue, que *para formar la potencia de un número dado ó raiz, se multiplica por sí mismo tantas veces, menos una, como unidades tenga el esponente de la potencia,*

$$\text{Así, } 8^5 = 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 = 327168.$$

El mismo procedimiento puede seguirse (51) aun en los números fraccionarios, ora sean decimales ú ordinarios.

Así, $4.2^2 = 4.2 \times 4.2 = 17.64$; y $0.25^3 = 0.25 \times 0.25 = 0.0625$

$$\text{y.. } \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{3^2}{5^2} = \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{3 \times 3}{5 \times 5} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$$

$$\text{y.. } \left(\frac{7}{8}\right)^3 = \frac{7^3}{8^3} = \frac{7}{8} \times \frac{7}{8} \times \frac{7}{8} = \frac{7 \times 7 \times 7}{8 \times 8 \times 8} = \frac{343}{512}$$

191. De donde se deduce: 1.° que la elevacion á potencia no es una nueva operacion aritmética, sinó un caso particular de la multiplicacion en que los factores son iguales:

2.°.. que *la potencia de un producto es igual al producto de la misma potencia de cada uno de los factores.*

$$(4\times 3)^2 = 4^2\times 3^2;\ \text{y}\ (7\times 2)^3 = 7^3\times 2^3$$

En efecto, $(4\times 3)^2 = (4\times 3)\times(4\times 3) = 4\times 4\times 3\times 3 = 4^2\times 3^2$

y... $(7\times 2)^3 = (7\times 2)\times(7\times 2)\times(7\times 2) = 7\times 7\times 7\times 2\times 2\times 2 = 7^3\times 2^3$

3.°. que *el cociente de un quebrado ó division indicada es igual al cociente de la misma potencia de cada uno de los términos* (93).

$$(9:3)^2 = 9^2 : 3^2;\ \text{y}\ (2:0.5)^3 = 2^3 : 0.5^3$$

En efecto, $(9:3)^2 = (9:3)\times(9:3) = 9\times 9:3\times 3 = 9^2 : 3^2$

y... $(2:0.5)^3 = (2:0.5)\times(2:0.5)\times(2:0.5) =$

$$(2\times 2\times 2):(0.5\times 0.5\times 0.5) = 2^3 : 0.5^3$$

Lo cual manifiesta que, *las diferentes potencias de una fraccion van siendo menores á proporcion que sus esponentes aumentan.*

4.°.. que el *producto de varias ptencias de un número es igual al mismo número elevado á la potencia que indique la suma de los esponentes de los factores.*

En efecto., $4^2\times 4^3 = (4\times 4)\times(4\times 4\times 4) = 4\times 4\times 4\times 4\times 4 = 4^5$

Luego..... $4^2\times 4^3 = 4^{2+3} = 4^5$

5.°... que *el cociente de varias potencias de un número es igual al mismo número elevado á la potencia que indique la diferencia de los esponentes de los términos.*

$6^5 : 6^2 = (6\times 6\times 6\times 6\times 6):(6\times 6) = 6\times 6\times 6 = 6^{5-2} = 6^3$

Luego... $6^5 : 6^2 = 6^{5-2} = 6^3$

6.°... *que para elevar á potencias una potencia indicada, se multiplica el esponente de esta por el de la nueva potencia.*

$$((7)^5)^3 = 7^5\times 7^5\times 7^5 = 7^{5+5+5} = 7^{5\times 3} = 7^{15}$$

Luego....... $((7)^5)^3 = 7^{5\times 3}$

192 Ahora pues, entre las diferentes potencias á que puede elevarse una cantidad, el *cuadrado* y el *cubo*, por sus aplicaciones, tienen reglas particulares que es necesario emplear en la *estraccion de raices*. Por este motivo, se ponen á continuacion los...

CUADRADOS Y CUBOS DE LOS DIEZ PRIMEROS NUMEROS.

Raices. . . .	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cuadrados.	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
Cubos. . . .	1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000

Esto es necesario saberlo de memoria á fin de hallar sus raices y las de los números intermedios. Por consiguiente los principiantes deben ejercitarse muchísimo en ejemplos como estos: *la raiz cuadrada de* 16 *es* 4; la de 84 es 9 y sobran 3; etc.

La raiz cúbica de 27 *es* 3; la de 217 es 6, y sobra 1; etc..

193. *El cuadrado de la suma indicada de dos números* (a) *consta de tres partes, que son: cuadrado de 1.ª parte, + duplo de 1.ª multiplicado por 2.ª, y + cuadrado de 2.ª*

Sea la suma indicada $4+3$; digo que...

$$(4+3)^2=4^2+(2\times4)\times3+3^2$$

En efecto... $(4+3)^2=(4+3)\times(4+3)=4\times4+3\times4+4\times3+3\times3$; pero $4\times4=4^2$ cuad. de 1.ª; $3\times4+4\times3=2\times4\times3$ dup. de 1.ª por 2.ª, y $3\times3=3^2$ cuad. de 2.ª

$$\text{Luego... } (4+3)^2=4^2+2 \text{ veces } 4\times3+3^2$$

194. De lo espuesto se deduce que, componiéndose todo número mayor que 10 de *decenas* y *unidades*, su cuadrado será igual á *cuadrado de decenas, + duplo de decenas por unidades, + cuadrado de unidades.*

$$(56)^2=56\times56=(50+6)^2=(50+6)\times(50+6)=50^2+(2\times50)\times6+6^2$$

En efecto... $(50+6)\times(50+6)\times50\times50+(50\times6+50\times6)+6\times6=$

$$\left.\begin{array}{ll}\text{Cuadrado de decenas..... } 50^2 \text{ ....} & =50\times50=2500\\ \text{Dup. de dec. por unid.... } 2\times50\times6 & =100\times6=600\\ \text{cuadrado de unidades...... } 6^2 \text{ ....} & =...6\times6=36\end{array}\right\}=3136$$

Lo mismo se verifica con los decimales; pues...

$$(3.5+0.4)^2=(3.9)^2=3.5^2+2\times3.5\times0.4+0.4^2$$

(a) Todo núm. simple, como 8^2 se puede descomponer en $(4+4)^2$ ó en $(6+2)^2$; y si es compuesto, como 36^2 y 257^2, se descompone el 1.º en $(30+6)^2$ y el 2.º en $(250+7)^2$

195. *El cubo de la suma indicada de dos números consta de cuatro partes que son: cubo de 1.ª parte; triplo del cuadrado de 1.ª por 2.ª; triplo de 1.ª por el cuadrado de 2.ª y cubo de 2.ª*

Así... $9^3 = 9 \times 9 \times 9 = 9^2 \times 9 = 81 \times 9 = 729$;

Descomponiendo el 9^3 en $(5+4)^3$ se tendrá...

$$\left.\begin{array}{l} \text{Cubo de 1.ª parte} \ldots\ 5^3 \ldots = 5^2 \times 5 = 25 \times 5 = 125 \\ \left.\begin{array}{l}\text{Triplo del cuadrado}\\ \text{de 1.ª por 2.ª} \ldots\end{array}\right\} \ldots 3 \times 5^2 \times 4 = 3 \times 25 \times 4 = 300 \\ \left.\begin{array}{l}\text{Triplo de 1.ª por el}\\ \text{cuadrado de 2.ª} \ldots\end{array}\right\} \ldots 3 \times 5 \times 4^2 = 3 \times 5 \times 16 = 240 \\ \text{Cubo de 2.ª parte} \ldots\ 4^3 \ldots = 4^2 \times 4 = 16 \times 4 = 64 \end{array}\right\} = 729.$$

Lo mismo se verifica con los decimales...

196. Ahora bien, todo número mayor que 10 se compone de decenas y unidades; luego su cubo será igual á *cubo de decenas, + triplo del cuadrado de decenas por unidades, + triplo de decenas por el cuadrado de unidades, + cubo de unidades.*

Leccion 26.

Estraccion de raices.-Raiz cuadrada.

197. Ya hemos dicho (189), que raiz de una potencia es el número que multiplicado por sí mismo cierto núm. de veces produce la potencia. Luego estraer, la raiz de una potencia cualquiera es hallar la raiz de la potencia dada.

Las raizes llevan el mismo nombre que la potencia de donde provienen, y se denominan *cuadradas*, *cúbicas*, cuartas, quintas... etc.

Esta operacion se indica, escribiendo el número dado ó *potencia* debajo de este signo $\sqrt{\ }$, llamado radical (2); y entre sus ramas ó brazos, el esponente de la raiz, luego un = y á continuacion *la raiz.* Así... $\sqrt[3]{64} = 4$ se lee: *raiz cúbica de 64 igual á 4*; en cuyo caso, 64 es la *potencia*, $\sqrt{\ }$ el *signo radical*, 3 el *esponente* y 4 la *raiz*

En la raiz cuadrada se omite el esponente radical...

Así... $\sqrt{49}=7$ se lee: *raiz cuadrada de 49 igual á 7,*

198. Ahora pues, fijando nuestra atencion en la siguiente tabla

$1^2=1$	$10^2=100$	$100^2=10000$	$1000^2=1000000$
$9^2=81$	$99^2=9801$	$999=998001$	$9999=99980001$

observaremos que el menor número de *una* cifra tiene *una* en su cuadrado, y *dos* el mayor 9: que el menor de *dos* cifras tiene *tres* en su cuadrado, y *cuatro* el mayor 99... y en general, *todo número tiene en su cuadrado, á lo mas, el duplo de cifras que en la raiz; y á lo menos, el duplo menos una.*

Recíprocamente... todo número de una ó dos cifras tiene *una* en su *raiz*; *dos*, si tiene tres ó cuatro cifras: y en general, *toda cantidad de un número par de cifras tiene en su raiz la mitad; y la mitad y un medio mas si el número de cifras es impar.*

199. De lo espuesto se deduce que para estraer la raiz cuadrada de un número menor que 100, es decir, que se componga de una ó dos cifras, basta saber las potencias de los números simples y calcular sus raices (192):

Asi... $\sqrt{64}=8$; $\sqrt{25}=5$; $\sqrt{81}=9$.

200. Los nùmeros que no tienen raiz exacta, se llaman *incomensurables*; y su raiz es igual á la parte entera mas una fraccion cuyo numerador es el residuo y el denominador el duplo de la raiz hallada $+1$; porque la diferencia de los cuadrados de los números que se diferencian en una unidad, es igual al duplo del menor $+1$; (a)

Así... $\sqrt{27}=5\,\frac{2}{2\times5+1}=5\frac{2}{11}$; $\sqrt{86}=9\,\frac{5}{2\times9+1}=9\frac{5}{19}$

201. En general: la raiz cuadrada de un nùmero se obtiene, *dividiéndole primero en periodos de á dos guarismos empezando por la derecha: el último podrá tener una ó dos cifras; luego se halla la raiz del primer periodo de la izquierda y se pone en su lugar; despues se cuadra esta raiz y el producto se resta del periodo*

de donde dimana. A la derecha de la resta, si la hay, se baja el siguiente periodo, separando el primer guarismo de la derecha con una coma, para restar de él el cuadrado de la nueva raiz que se considera siempre como segunda parte de la raiz hallada, *dividiendo lo que quede á la izquierda por el duplo de la raiz, y escribiendo el cociente á la derecha de la raiz, se multiplica el divisor por el cociente y el producto mas el cuadrado del cociente se resta del residuo junto con todo el periodo. Al lado de la resta se baja el periodo siguiente, se separa el guarismo de la derecha, se divide lo que quede á la izquierda por el duplo de toda la raiz, y así sucesivamente. Si al fin queda resta, se aproxima por decimales, poniendo el punto á la derecha de la raiz entera, añadiendo dos ceros al residuo por cada cifra decimal que se quiera obtener en el cociente (*167*), y continuando la operacion como antes hasta encontrar la verdadera raiz ó que se diferencie de ella en menos de una unidad del ínfimo órden*... Así:

Para estraer la raiz cuadrada del nùmero 529 se dispone la operacion del modo siguiente

unid. decs.

Número dado. . .$\sqrt{529}$ = 2 3 raiz total.

unidades.

Cuad. de las decen. de la raiz 4 centenas. . . . . . = 400

Residuo y periodo siguiente 12,9 | 4 divisor dup. de la r. 2.
| 3 cociente y 2.ª p. de la *r*.

Dup. de decs. por unids. de la *r*. 12. . decenas. . . . . = 120

Cuad. de las unids. de la raiz. . 9 unidades . . . . = „ „9

Residuo final. . . . . 000 Núm. dado 529

Hecha la colocacion como se vé, se divide el número 529 que está debajo del radical en periodos de á dos guarismos de derecha á izquierda con una coma, porque el número que pasa de dos cifras tiene mas de una en su raiz (198), y como el último tiene una sola cifra se halla su raiz (199), diciendo: la raiz de 5 es 2 y se pone en la raiz á la derecha del signo =; su cuadrado 4, se escribe debajo del 5 que es el periodo de donde dimana, se tira debajo una raya y se resta 4 de 5 A la derecha de la resta 1 se baja el siguiente periodo 29, se separa el 9 primer guarismo de la derecha con una coma, lo que queda á la izquierda que es 12 se divide por 4, duplo de la raiz 2, y el cociente 3 se pone en la raiz á la derecha del 2: luego se multiplica el divisor 4 por el cociente 3, y el producto 12 se coloca debajo del dividendo 12; despues se cuadra el cociente 3 ó 2.ª parte de la raiz, y el cuadrado 9 se escribe debajo del producto del divisor por el cociente, ó sea, duplo de decenas por unidades, de modo que las unidades del cuadrado del cociente ó segunda parte de la raiz, se correspondan con el 9 separado con la coma, y la suma de 12 decenas con 9 unidades, ó sea 129 unidades se resta del residuo 1 junto con todo el periodo 29, lo que dá cero por residuo final:

Luego... $\sqrt{529} = 23$ raiz exacta.

En efecto (194), la raiz cuadrada del núm. dado 529 debe constar de dos cifras (198); es decir, de *decenas* y *unidades*:

Luego, $529 = (\textit{decenas} + \textit{unidades})^2 = \overline{\textit{decenas}}^2 + 2$ *veces las decenas* $\times$ *unidades* $+ \overline{\textit{unidades}}^2$

Ahora bien, el cuadrado de las decenas, esto es, $\overline{\textit{decenas}}^2$ son centenas; el duplo de decenas por unidades, esto es, 2 *decenas* $\times$ *unidades son decenas;* y $\overline{\textit{unidades}}^2$ son unidades: luego el cuadrado de las 2 decenas de la raiz 23 estará comprendido en las 5 centenas del núm. dado 529 con mas 1 centena de residuo;

Luego 2 son las decenas de $\sqrt{529}$

El residuo 1 centena ó 100 unidades junto con el siguiente periodo 29 representa el *duplo* de *decenas* por *unidades* y el *cuadrado* de *unidades;* y como el duplo de decenas por unidades son decenas, separando las 9 unidades y dividiendo las 12 decenas por 4, duplo de las 2 decenas de la raiz, el cociente 3 serán las unidades de la raiz del número dado. Finalmente, el producto de 4 decenas, duplo de la raiz 2, por el cociente 3 es $=$ 12 decenas ó 120 unidades; y el cuadrado de 3 unids. $=$ 9 unids; la suma de estos valores es igual á 129 unidades.

Luego, $129-129=0$. Luego... $\sqrt{529}=23$

Idéntico razonamiento puede hacerse en otro cualquier caso.

202. En la práctica, *se escribe el cociente á la derecha del divisor duplo de la raiz hallada, se multiplica el divisor junto con el cociente por el mismo cociente, y el producto se resta mentalmente del dividendo junto con el guarismo separado*, de este modo:

Número dado.	$\sqrt{62,41}=79$ raiz.	divisor dup. de la r. cociente
Residuo y periodo siguiente. . . .	134,1.	1 4 9
Residuo final.	000 0	9 cociente.

Es decir, que dividido el número 6241 en periodos de á dos cifras se halla la raiz del 1.er periodo 62 que es 7, se cuadra esta raiz y su cuadrado 49 se resta mentalmente del periodo 62: al lado de la resta 13 se baja el siguiente periodo 41, se separa el 1 primer guarismo de la derecha con una coma, se divide el 134 que queda á la izquierda por 14, duplo de la raiz hallada 7, el cociente 9 se escribe en la raiz y á la derecha del 14 duplo de la raiz, que hace de divisor, y se tendrá en las rayas divisorias el número 149, este se multiplica por el mismo cociente 9 y el producto se resta mentalmente del dividendo 134 junto con el 1, ó sea, de 1341, lo que da cero por residuo final;

Luego 79 es la raiz exacta del número dado 6241.

$$\text{En efecto...}\ 79^2=(70+9)^2=\left\{\begin{array}{l} 70^2 \ldots = 4900 \\ 2\times70\times9=1260 \\ 9^2 \ldots = \ \ 81 \end{array}\right\}=6241 \text{ núm. dado.}$$

OBSERVACION.— Al estraer la raiz cuadrada de un número cualquiera se tendrá presente: 1.° que la raiz tendrá tantas cifras como periodos de á dos el número dado (198): 2.° que al dividir lo separado á la izquierda, por el duplo de la raiz hallada nunca se puede poner mas de 9 en el cociente la raiz y si lo que resulta á la izquierda de la coma es menor que el duplo de la raiz se pondrá cero en ella y se bajará el siguiente periodo: 3.° que el residuo puede ser igual al duplo de la raiz hallada y nunca mayor (200); pues de lo contrario, la raiz será menor que la verdadera.

Número dado. (cents. decs. unids. décimas. centét.)

$\sqrt{31,58,87} = 5\ 6\ 2.\ 0\ 3$

Raiz.

06 5,8 . . . .
0 2 2 8,7. . . . .
0 0 4 30,0 0,0. . . . . .
092 7 9 1 etc.
etc.

duplo de la r.	cociente.	duplo de la r.	cociente.	duplo de la r. 562.0	cociente.	
1 0	6	112	2	1124 0	3	etc.
6 cociente de 65 : 10		2 cociente de 228 : 112		0 cociente de 450 : 1124	3 id. de 45000 : 11240	etc.

Hallada la parte entera 562 de la raiz, se pone el punto á la derecha del 2, se escriben dos ceros á la derecha del residuo 43, se separa el 1.er cero con la coma, se divide 430 por 1124, duplo de la raiz, lo que da cero en la raiz: al residuo 4300 se escriben otros dos ceros, se separa el primero, se divide 43000 por 11240 duplo de toda la raiz, el cociente 3 se escribe en la raiz y á la derecha del divisor, se multiplica 112403 por 3, y el producto se resta de 430000. Si se quisieren mas cifras decimales se continuará añadiendo dos ceros al residuo por cada cifra decimal que se quiera obtener en la raiz, y procediendo en un todo como hasta aquí...

203. *La raiz cuadrada de un número decimal ó misto-decimal se estrae como la de los enteros* (201), *haciendo que el número de cifras decimales sea par añadiendo un cero si fuese impar, prescindiendo del punto, y separado en la raiz la mitad de cifras decimales que tenga la potencia.*

Así, para estraer la $\sqrt{0.\ 49}$, como el número de cifras decimales es *par*, se prescinde del *punto* y se tendrá $\sqrt{49} = 7$ raiz exacta del entero 49; separando en la raiz una cifra decimal por haber dos en la *potencia*, se tendrá $\sqrt{0.49}=0.7$

En efecto... considerar como entero la fraccion 0.49. equivale á multiplicarla por 100 (132); ó bien; por 10^2 y por consiguiente la raiz 7 será tantas veces mayor que la verdadera como $\sqrt{10^2}=10$; esto es, 10 *veces mayor*: luego separando en la *raiz* una cifra decimal, el resultado 0,7 será la verdadera raiz cuadrada de la fraccion decimal 0.49.

2.ª ej: Núm. dado . . . $\sqrt{76.80769}=8.763$ *raiz* aproximada.

Añadiendole un cero por ser núm. impar y considerándole como entero será... $\sqrt{76807690}=8763$ {raiz del entero por aproximacion.

1280	167	174,6	1752,3	etc.
011176	7	6	3	etc.
0070090				
17521				

Separando en la raiz 8763 *tres cifras decimales* por tener *seis* la potencia se tendrá que *la raiz cuadrada de* 76, 807690 *es* 8.763 con menos error de 1 milésima. Si se quisiesen mas cifras decimales en la raiz, se añadirán dos ceros á los sucesivos residuos por cada cifra decimal que se quiera obtener en la raiz; segun se ha hecho (201).

204. La raiz de un quebrado se obtiene, *estrayendo la del numerador y denominador* (101): ó mas bien, *reduciéndole* á decimal (141), y practicando la regla anterior (203).

Así... $\sqrt{\frac{9}{25}}=\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{25}}=\frac{3}{5}$; ó bien, $\sqrt{\frac{9}{25}}=\sqrt{0.96}=0.6$

Leccion 27.

Raiz cúbica.

205. De lo espuesto en el párrafo (197), se deduce que *raiz cúbica de una potencia es el número que multiplicado* dos *veces por sí mismo produce la potencia*. Tambien se ha dicho como se indica y lee esta operacion.

Ahora bien, fijando nuestra atencion en la siguiente *tabla*.

$1^3 = 1$	$10^3 = 1000$	$100^3 = \quad 1000000$	etc.
$9^3 = 729$	$99^3 = 970299$	$999^3 = 997002999$	

observaremos que el menor núm. de una cifra tiene *una* en su cubo, y *tres* el mayor 9: que el menor de dos cifras tiene *cuatro* en su cubo, y *seis* el mayor 99: que el menor de tres cifras tiene siete y nueve el mayor 999... y en general: *todo número tiene en su cubo, á lo mas, el triplo de cifras que en la raiz; y á lo menos, el triplo menos dos.* Por consiguiente, todo número de *una* ó *tres* cifras tiene *una* en su raiz cúbica; *dos*, si tiene *cuatro* ó *seis* cifras; *tres*, si tiene siete ó nueve, y asi sucesivamente.

206. Luego, para estraer la raiz cúbica de un número menor que 1000, esto es, que se componga de *una*, *dos* ó *tres* cifras basta recordar los cubos de los diez primeros números y saber calcular sus raices, segun se ha espuesto (192).

Así... $\sqrt[3]{8} = 2$; $\sqrt[3]{343} = 7$; $\sqrt[3]{125} = 5$; $\sqrt[3]{1000} = 10$.

207. Los números que no tienen raiz cúbica exactas se llaman tambien *incomensurables*; y su raiz es igual á la parte entera, mas una fraccion cuyo *numerador* es el residuo, y el *denominador* el triplo del cuadrado de la parte entera, mas el triplo de la misma parte + 1.

$$\sqrt{218} = 6\,\frac{2}{3 \times 6^2 + 3 \times 6 + 1} = 6\,\frac{2}{127}$$

208. EN GENERAL: *para estraer la raiz cúbica de un número, se divide en periodos de tres cifras, empezando por la derecha, y el último periodo podrá tener una, dos ó tres cifras; luego se estrae la raiz del primer periodo de la izquierda, se pone en su lugar, y su cubo se resta del periodo. A la derecha de la resta se baja el siguiente periodo, se separan las dos primeras cifras de la derecha, se divide lo que quede á la izquierda por el triplo del cuadrado de la raiz hallada, y el cociente será la segunda parte de la raiz; despues se multiplica el divisor por el cociente y añadiendo al producto el triplo de la primera parte de la raiz por el cuadrado de segunda y el cubo de segunda, se resta del residuo junto con todo el periodo. A la derecha del residuo se baja el siguiente periodo... y así se continúa hasta bajar el último;* en cuyo caso la raiz del primer periodo de la izquierda con los demas cocientes será la raiz cúbica del número dado, si es comensurable; y si fuese incomensurable, se añadirá á la parte entera de la raiz una fraccion, cuyo numerador será el residuo final, y el denominador, el triplo del cuadrado de la parte entera, mas el triplo de la misma parte, mas 1; pero en lugar de la fraccion es mejor aproximarle por decimales, añadiendo tres ceros al residuo por cada cifra decimal que se quiera obtener en el cociente.

Así, para estraer la raiz cúbica del número 79507 se dispone la operacion del modo siguiente...

Número dado.	$\sqrt[3]{79{,}507} = 43$ raiz cúbica exacta	
Cubo de la 1.ª parte de la raiz. .	64	
1.er residuo y periodo siguiente.	155,07	48 trip. del cuad. de la *r*.
Producto del divisor por el cociente	144	3 cociente y 2.ª parte de la *r*.
Triplo de 1.ª por el cuadrado de 2.ª..	108	
Cubo de la 2.ª parte de la raiz. . .	27	
Suma de los tres valores. .	155 07	
Residuo final.	000 00	

Dispuesta la operacion como se ve, se divide el número propuesto 79 507 en periodos de tres en tres guarismos caminando de derecha á izquierda, se halla la raiz cúbica del primer periodo

79, como se ha dicho (206), y su raiz 4 se escribe á la derecha de la potencia y del signo=; se cubica la raiz 4 y su cubo 64 se escribe debajo del periodo 79 y se resta.

A la derecha de la resta 15 se baja el siguiente periodo 507, se separan con una coma los dos guarismos de la derecha, se divide lo que queda á la izquierda, que es 155, por 48 triplo del cuadrado de 4 primera parte de la *raiz*, y el cociente 3 es la 2.ª parte de la raiz, que se escribe á la derecha de la 1.ª; luego se multiplica el divisor 48, ó sea, triplo del cuadrado de la 1.ª parte de la raiz 4; al producto 144, ó sea, triplo del cuadrado de 1.ª por 2.ª, se añade como se ve, 108 triplo de 1.ª por el cuadrado de 2.ª y 27 cubo de 2.ª; la suma 15507 se resta del residuo 15 junto con todo el periodo siguiente, esto es, de 15507: y no habiendo mas periodo que bajar y resultando *cero* por residuo final, diremos que 43 *es la* raiz cúbica del número 79507.

En efecto, la raiz cúbica del número dado 79507 debe constar de dos cifras, esto es, de *decenas* y *unidades* (205).

Ahora bien... (véase el párrafo 195 y 196).

$$(43)^3=(40+3)^3=\left\{\begin{array}{l}40^3\ldots=40^2\times40.=1600\times40=64000\\3\times40^2\times3=3\times1600\times3=4800\times3=14400\\3\times40\times3^2=3\times40\times9..=120\times9=\ 1080\\3^3\ldots\ldots=3^2\times3\ldots=9\times3..=\ \ 27\end{array}\right\}\begin{array}{l}\text{N°. dado.}\\=79507.\end{array}$$

Suma de las partes. 79507

Luego... $\sqrt[3]{79507}=43$ raiz exacta.

209. *En la práctica, se halla la raiz del 1.er periodo (208). A la derecha del residuo se baja el periodo siguiente, se separan las dos primeras cifras de la derecha, se divide lo que queda á la izquierda por el triplo del cuadrado de la raiz hallada, y el cociente se escribe á la derecha de la raiz: luego se cubica toda la raiz y el resultado se resta de la porcion de guarismos que componen los dos periodos juntos. A la derecha de la resta se baja el siguiente periodo, y así sucesivamente... Si al fin queda resta, se aproxima por decimales, añadiendo tres ceros al residuo por cada cifra decimal que se quiera obtener en el cociente, y continuando la operacion como antes* hasta encontrar la verdadera raiz ó que se diferencie de ella en menos de una unidad del ínfimo órden.

Sirviendo de *ejemplo* el número anterior, se tendrá..

Número propuesto. . .	$\sqrt[3]{79{,}507}=43$ raiz cúbica exacta.	
Cubo de 4, 1.ª parte de la raiz	64	
1.er residuo y periodo siguiente	155,07	48 triplo del cuad. de la r.
Cubo de la raiz 43.	79507	3 cociente y 2.ª p. de la r.
Residuo final.	00000	

Es decir, que hallada la 1.ª cifra 4 de la raiz se baja á la derecha del residuo 15, el siguiente periodo 507; se separan las dos primeras cifras de la derecha, se divide el 155 que queda á la izquierda por 48 triplo del cuadrado de la raiz 4, y el cociente 3, se escribe en la raiz á la derecha del 4: luego se cubica toda la raiz 43, y el resultado 79507 se resta de los dos periodos 79,507, lo que da cero por residuo final. Luego $\sqrt[3]{79507}=43$ raiz.

210. OBSERVACION.— Al estraer la raiz, cúbica de un núm. se tendrá presente: 1.° que la raiz tendrá tantas cifras como periodos el número dado (205): 2.° que al dividir lo separado á la izquierda por el triplo del cuadrado de la raiz hallada, no se puede poner mas de 9 en el cociente y la raiz; y si lo qne resulta á la izquierda de la coma es menor que el triplo del cuadrado de la raiz, se pone cero en ella y se baja el periodo siguiente: 3.° siempre que el residuo sea igual ó mayor que el triplo del cuadrado de la raiz, mas al triplo de la misma$+1$, la última cifra de la raiz tendrá alguna unidad de menos.

EJEMPLOS,

Número propuesto. . .	$\sqrt[3]{8{,}365{,}427}=203$ raiz exacta		
Cubo de 2, 1.ª cifra de la raiz...	8		triplo del cuad.
Residuo y 2.º y 3.er periodo. . .	03,654,27	12	1200 de la raiz.
Cubo de 203, raiz entera. . .	8365427	0	3 c. y 3.ª cif. d. l. r.
Residuo final.	0000000		

Donde se observa que el 12, triplo del cuadrado de 2, 1.ª cifra de la raiz, no se contiene en el 3, que es lo que queda á la izquierda de la coma, por cuyo motivo se pone cero en el cociente y en la raiz, y se baja el siguiente periodo, separando los dos últimos guarismos 27, y dividiendo lo que queda á la izquierda por 1200, triplo del cuad. de la raiz, el cociente 3 se pone en la raiz á la derecha de 20; luego se cubica toda la raiz 203, y el resultado 8365427 se resta del núm. propuestos 8365427, lo que da cero por residuo: luego, 203 *es la raiz* cúbica de 8365427.

Número dado.	$\sqrt[3]{486,594}$ = 78. 65 raiz inexacta.	
Cubo de 7. 1.ª cifra de la r. . .	343	
1.er residuo y periodo siguiente	1435,94	147 triplo de 7^2
Cubo de la raiz 78.	4745 52	8. . 2.ª cifra de la r.
Residuo final trasformado. . . .	0120420,00	18252 triplo de 78^2
Cubo de la r. 786, como entero	4855876 56	6. . . 3.ª cifra de la r.
Residuo trasformado.	001006344000	1853388
Cubo de l. r. 7865 como entero	486514939625	5. . . 4.ª cifra de la r,
Residuo sin trasformar.	000079060375	

211. *La raiz cúbica de un número decimal ó misto-decimal se estrae como la de los enteros* (209), *haciendo que el número de cifras decimales sea triplo de las que se quieran sacar en la raiz; lo que se consigue añadiendo los ceros necesarios, y separando en la raiz la tercera parte de cifras decimales que tenga la potencia.*

Así. . . $\sqrt[3]{0.032768} = 0.32$ raiz cúbica exacta.

Considerando la fraccion 0.032768 como entero, se tendrá. . .

$\sqrt[3]{32,768} = 32$	
27	
05768	27 trip. del cuad. de la raiz 3.
32768	2 cociente y 2.ª cifra de la raiz
00000	

Separando en la raiz 32 dos cifras decimales por tenerse si la potencia 0.032768, se tendrá 0.32 raiz cúbica de la fraccion decimal 0.032768. Luego... $\sqrt[3]{0.032768}=0.32$

$$\sqrt[3]{926.8594}=\sqrt[3]{926.859,400}=9{,}75 \text{ raiz}$$

729	
1978,59	243 trip. de 9^2
912673	7
0141864,00	28227 trip. de 972
926859376	5
0 00000024	

212. Para estraer la raiz cúbica de un quebrado, se estrae la del numerador y denominador; ó mas bien, *se reduce á decimal* (211) y se practica la regla anterior.

$$\text{Asi...}\sqrt[3]{\frac{27}{64}}=\frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{64}}=\frac{3}{4} \text{ ó bien } \sqrt[3]{\frac{27}{64}}=\sqrt[3]{0.40625}$$

Leccion 28.

Razones y proporciones.

213. Se llama razon, en Aritmética, al resultado de la comparacion de dos cantidades. La primera cantidad se llama *antecedente*; la segunda, *consecuente*; y las dos juntas se denominan *términos* de la razon.

La *razon* puede ser *aritmética* ó por diferencia, y *geométrica* ó por cociente. *Razon aritmética* es la diferencia entre el antecedente y consecuente; y *geométrica*, el cociente del antecedente por el consecuente.

La razon aritmética se indica escribiendo *un punto* entre el antecedente y consecuente; y *dos*, en la geométrica.

Así... $\left\{\begin{array}{l}\text{8·5 razon aritmética ó por diferencia que se lee... 8 es á 5}\\ \text{9 : 3 razon geometrica ó por cociente que se lee... 9 es á 3}\end{array}\right.$

214. *Para hallar la razon aritmética se resta el consecuente del antecedente; y para la geométrica, se divide el antecedente por el consecuente.*

Así... $\left\{\begin{array}{l}8.6 = 8-6 = 2 \text{ razon aritmética ó por diferencia.}\\ 9:3 = \dfrac{9}{3} = 3 \text{ razon geometría ó por cociente.}\end{array}\right.$

Donde se observa que *el punto* puesto entre la razon aritmética equivale al signo — de la operacion de restar; y *los dos* en la geométrica, á los de la division.

215. De lo espuesto se deduce que...

La ley de una razon aritmética y sus términos es la misma que la de la sustraccion y sus datos (41); y la de la geométrica, la misma que la del cociente de una division y sus términos (93 y 92)

Si el antecedente de una razon es igual al consecuente, como 6·6 ó 5 : 5, se llama *razon de igualdad*; si el antecedente es mayor que el consecuente, como 5·3 ú 8:4 se llama *de mayor desigualdad*; y de *menor desigualdad*, cuando el antecedente es menor que el consecuente como 3.5 ó 4 : 8. Finalmente, dos *razones* son *inversas* cuando la una tiene por antecedente lo que la otra por consecuente.

Así. $\left\{\begin{array}{l}5.8 \text{ es inversa de } 8{\cdot}5\text{; pues } 8{\cdot}5=8-5=3\text{; y } 5{\cdot}8=5-8-3\\ 6:4 \text{ es inversa de } 4:6\text{; pues } 6:4=\dfrac{6}{4}=1\dfrac{1}{2}\text{; y } 4:6=\dfrac{4}{6}=\dfrac{2}{3}\end{array}\right.$

Los ejemplos propuestos son razones simples, porque cada término consta de una sola cantidad.

216. Ahora pues, *si dos ó mas razones aritméticas se suman ordenadamente, la razon resultante será compuesta, y cada una de las dadas, sus componentes;* v. gr.

Componentes, ... $\left\{\begin{array}{l}7{\cdot}4\\ 9{\cdot}6\end{array}\right.$

Razon propuesta de dos : 7 + 9· 4 + 6 ó sea 16·10

217. *Si dos ó mas razones geométricas se multiplican ordenadamente, la razon resultante será compuesta, y cada una de las que se multipliquen, componentes;* v. gr,

$$\text{Componentes.}\ \ldots\ \left\{\begin{array}{c}6 : 3\\ 8 : 4\end{array}\right.$$

$$\text{Razon compuesta de dos } 6\times8 : 3\times4 \text{ ó sea } 48 : 12$$

218. *Una razon compuesta no altera, sustituyéndola, en vez de una de las componentes, otra que sea equivalente.*

Sea la razon compuesta $6\times8 : 3\times4$; sustituyéndola, en vez de la componente $8 : 4$, su equivalente $16 : 8$ se tendrá...

$$6\times16 : 3\times8 \text{ igual á } 6\times8 : 3\times4.$$

$$\text{En efecto, } 6\times8 : 3\times4 = \frac{6\times8}{3\times4} = \frac{6\times(8\times2)}{3\times(4\times2)} = \frac{6\times16}{3\times8} = 8\times16 : 3\times8$$

219. SIMPLIFICACION.— Una razon geométrica se *simplifica, dividiendo sus dos términos por 2, por 3, etc.* (112), en cuyo caso no altera (215).

$$\text{Así, } 24 : 12 = 12 : 6 = 6 : 3 = 2 : 1.$$

Si la razon es compuesta, se simplificará primero cada una de las componentes, y despues la compuesta, si se puede, como se ve en el siguiente ejemplo:

$$\text{Componentes}\left\{\begin{array}{l}24 : 16 = 12 : 8 = 6 : 4 = 3 : 2\\ 18 : 24 = 9 : 12 = \ldots\ldots 3 : 4\end{array}\right.$$

$$\text{Compuesta } 24\times18 : 16\times24 = 12\times9 : 8\times12 = 3\times3 : 2\times4 = 9 : 8$$

Cuando las razones componentes no puedan simplificarse, se pondrá la compuesta, suprimiendo ó simplificando en esta los factores comunes al antecedente y consecuente: ó bien, suprimiendo ó simplificando en las componentes los antecedentes de las unas y los consecuentes de las otras; v. gr.

$$\begin{array}{ccccc} \text{A.} & & \text{B.} & & \text{C.}\\ \left.\begin{array}{c}3 : 5\\ 7 : 9\\ 10 : 21\end{array}\right\} & = & \left\{\begin{array}{c}1 : 1\\ 1 : 3\\ 2 : 3\end{array}\right. & = & \begin{array}{c}1 :\ \ \\ \ \ : 3\\ 2 : 3\end{array} \end{array}$$

$$3\times7\times10 : 5\times9\times21 = 1\times1\times2 : 1\times3\times3 = 1\times2 : 3\times3 = 2 : 9$$

Es decir, que el 3 antecedente de la 1.ª razon en A. y el 9 consecuente de la 2.ª, son divisibles por 3; el 5, consecuente de la 1.ª y el 10 antecedente de la 3.ª, son divisibles por 5; y el 7, antecedente de la 2.ª y el 21, consecuente de la 3.ª, son divisibles por 7; resultando de la simplicacion lo que se ve en B.

Ahora, suprimiendo en B, el antecedente de la 2.ª por ser igual con el consecuente de la 1.ª, resultará lo que se ve en C.

Lo mismo se verifica con las compuestas, lo que habremos observado.

Tambien *puede simplificarse una razon compuesta, sustituyendo en vez de una de las componentes, otra que le sea igual (218).*

Sean las componentes 7 : 28 y 3 : 5 que dan la compuesta $7 \times 3 : 28 \times 5$; sustituyendo en vez de la 1.ª componente su igual 1 : 4 se tendrá la compuesta $1 \times 3 : 4 \times 5$ ó bien 3 : 20.

220. PROPORCION en general es la igualdad de dos *razones* de una misma especie. Si las razones son por diferencia, la proporcion se llama *aritmética*; y si son por cociente, *geométrica*.

Una proporcion se indica, escribiendo dos razones en un mismo renglon, separadas por *dos* puntos, si la proporcion es *aritmética*; y por cuatro, si es *geométrica*.

Para leerlas, se espresa cada razon separadamente ; y á los *dos* puntos en la aritmética y á los *cuatro* en la geométrica se lee, *como*.

Así. { 7·9:12·14 proporcion arit. que se lee 7 *es á* 9 *como* 12 *es á* 14
{ 3:15::4:20 proporcion geom. que se lee 3 *es á* 25 *como* 4 *es á* 20

En efecto (214), si proporcion es la igualdad de dos razones de una misma especie la 1.ª dará

$7{\cdot}9 = 12{\cdot}14$; pero $7-9=12-14$; luego $7{\cdot}9 : 12{\cdot}14$.

y la 2.ª dará $3 : 15 = 4 : 20$; pero $\frac{3}{15} = \frac{4}{20}$; luego $3 : 15 :: 4 : 20$

De los cuatro términos de una proporcion el 1.º y 3.º son *antecedentes* y el 2.º y 4.º *consecuentes*: el 1. y 4.º se llaman *estremos* y el 2.º y 3.º, *medios*.

Si los medios de una proporcion son desiguales, la proporcion se llama *discreta*; y si son iguales, *contínua*.

Proporcion aritmética ó por diferencia.

221. *Dada una razon aritmética se formará facilmente una proporcion, poniendo por segunda razon lo que resulte de añadir ó quitar un mismo número á los dos términos de la primera* (215).

Así, añadiendo un mismo número, tal como 2 á los términos de la razon 6·3 se tendrá la segunda razon compuesta $6+2\cdot3+2$ ú $8\cdot5$; y por consiguiente la proporcion $6\cdot3:8\cdot5$; y si los términos de la 1.ª razon se hubiesen disminuido en el mismo número 2, la proporcion sería $6\cdot3 : 6-2\cdot3-2$ ó bien $6\cdot3 : 4\cdot1$.

En efecto, $6-3=8-5$; y $6-3=4-1$ y por lo mismo

$$6\cdot3 : 8\cdot5=6\cdot3 : 4\cdot1$$

222. *Para formar una proporcion aritmética continua, se pondrá por 3.er término el 2.º; y por 4.º el resultado de añadir 3.º lo que el 2.º lleve al 1.º. ó de disminuirle lo que el 1.º lleve al 2.º*

Así, dada la razon 3·7 se formará facilmente la siguiente proporcion aritmética continua $3\cdot7 : 7\cdot7+4$ ó bien, $3\cdot7 : 7\cdot11$; y con la razon $7\cdot5$ se formará la siguiente proporcion

$$7\cdot5 : 5\cdot5-2 \text{ ó bien } 7\cdot5 : 5\cdot3$$

Esta proporcion se abrevia, poniendo este signo ÷ antes del primer término, suprimiendo un término medio y uno de los dos puntos; de suerte que la proporcion anterior $7\cdot5 : 5\cdot3$ se escribe $\div 7\cdot5\cdot3$ que se lee 7 es á 5 es á 3.

223. LEY GENERAL.— *En toda proporcion aritmética discreta la suma de los estremos es igual á la de los medios, y al duplo del término medio en la continua,*

Sea la proporcion $7\cdot3 : 12\cdot8$; digo que

$$7+8=3+12.$$

En efecto (214), la proporcion $7\cdot3 : 12\cdot8$ da $7-3=12-8$; añadiendo á los dos miembros de esta igualdad la suma $3+8$ de los consecuentes, la igualdad (213), se convertirá en $7-3+3+8=12-8+3+8$;

pero $-3+3=0$ en el 1.er miembro; y $-8+8=0$ en el 2.º

Luego quedará $7+8=12+3$.

Cuando la proporcion es contínua, como $\div 6 \cdot 4 \cdot 2$ se convierte en su igual $6 \cdot 4 : 4 \cdot 2$; y practicando en esta el razonamiento anterior, se tendrá $6 + 2 = 4 + 4$; pero $4 + 4 = 4 \times 2$...

luego $6 + 2 = 4 \times 2$.

De donde se deduce...

1.º ... que *para hallar un cuarto término proporcional aritmético á tres cantidades dadas, de la suma de la segunda y tercera se restará la primera.*

Así, dado los tres términos 8, 14 y 6, se hallará el 4.º llamado x, diciendo: $x = 14 + 6 - 8 = 12$; ó mas bien...

$$8 \cdot 14 : 6 \cdot x = 14 + 6 - 8 = 12; \text{ luego, } x = 12$$

2.º.. que *para encontrar un tercer término contínuo proporcional aritmético á dos cantidades dadas, del duplo de la segunda se restará la primera.*

Sean las cantidades 13 y 25; llamando x al tercero será,.. $x = 2 \times 25 - 13 = 37$; ó mas bien $\div 13 \cdot 25 \cdot x = 2 \times 25 - 13 = 37$; luego $x = 37$

3.º... que *para obtener una medida proporcional aritmética á dos cantidades dadas, de la suma de estas se tomará la mitad.*

Sean las dos cantidades 4 y 8, llamando x á la 4.º proporcional, se tendrá $x = \dfrac{4+8}{2} = 6$; ó mas bien...

$$\div 4 \cdot x \cdot 8 = \frac{4+8}{2} = 6; \text{ ó } \div 4 \cdot 6 \cdot 8.$$

224. Finalmente, *si dos ó mas proporciones se suman ordenadamente, el resultado será una proporcion compuesta.*

$$\text{Componentes} \begin{cases} 5 \cdot 3 : 9 \cdot 7 \\ 8 \cdot 14 : 6 \cdot 12. \end{cases}$$

Componentes $5+8 \cdot 3+14 : 9+6 \cdot 7+12$, ó $13 . 17 : 15 \cdot 19$

Proporcion geométrica ó por cociente.

225. *Dada una razon geométrica, se formará facilmente una proporcion poniendo por segunda razon el resultado de multiplicar ó dividir por una misma cantidad los dos términos de la primera* (215).

Así, multiplicando por un mismo número, tal como 2, los dos términos de la primera razon 8 : 6 se tendrá la segunda razon $8\times2 : 6\times2 = 16 : 12$, y por lo tanto la proporcion

$$8 : 6 :: 8\times2 : 6\times2;\text{ ó bien } 8 : 6 :: 16 : 12.$$

2.º Dividiendo ahora por el mismo número 2, los dos términos de la razon 8 : 6 se tendrá la segunda razon $\frac{8}{2} : \frac{6}{2} = 4:3$, y por consiguiente la proporcion...

$$8 : 6 :: \frac{8}{2} : \frac{6}{2}\text{ ó bien } 8 : 6 :: 4:3$$

En efecto (215), $\frac{8}{6} = \frac{16}{12}$; y $\frac{8}{6} = \frac{4}{3}$ y por consiguiente

$$8 : 6 :: 16 : 12 = 8 : 6 :: 4 : 3.$$

226. *Para formar una proporcion geométrica contínua, se escribirá por primer término un número cualquiera, v. gr.* 10; *por segundo y tercero un múltiplo cualquiera de este, tal como* 20, *y por cuarto se pondrá el mismo múltiplo del múltiplo anterior* 20, esto es, 40 que es el duplo de 20 y se tendrá la proporcion

10 : 20 :: 20 : 40; ó bien ∺ 10 : 20 : 40, que se lee: 10 *es á* 20 *es á* 40

El signo ∺ indica la supresion del 2.º término y dos de los cuatro puntos.

227. LEY GENERAL.— *En toda proporcion geométrica discreta el producto de los estremos es igual al de los medios, y al cuadrado del término medio en la contínua.*

Sea la proporcion 8 : 6 :: 4 : 3; voy á demostrar que

$$8\times3 = 4\times6$$

En efecto (215) la proporcion... 8 : 6 :: 4 : 3 da $\frac{8}{6} = \frac{4}{3}$ que reducidos á un comun denominador (111) será $\frac{8\times3}{6\times3} = \frac{4\times6}{3\times6}$; multiplicando ahora los dos miembros de esta igualdad por el denominador comun 6×3, lo que se consigue suprimiendo el denominador comun (110), se tendrá

$$8\times3 = 4\times6.$$

Si la proporcion es contínua, como $\div 8:4:2$ se escribirán todos sus términos y será $8:4::4:2$; y practicando en esta el razonamiento anterior se tendrá $8\times2=4\times4$; pero $4\times4=4^2$ luego $8\times2=4^2$

228. De lo espuesto se deduce

1. .. que *si cuatro números son tales que el producto de dos de ellos es igual al de los otros dos, dichos números forman proporcion*, poniendo por estremos los dos que forman un producto y por medios los otros dos.

En efecto, si $4\times6=3\times8$, partiendo los dos miembros de esta igualdad por 4×3, se tendrá $\frac{6\times4}{4\times3}=\frac{3\times8}{4\times3}$ que simplificando será $\frac{4}{3}=\frac{8}{6}$; y por consiguiente $4:3::8:6$

2.°.. que *dada una proporcion se la pueden dar ocho trasformaciones diferentes sin que deje de sustituir proporcion.*

Asi dada la proporcion anterior $4:3::8:6$ se la pueden dar las trasformaciones siguientes:

En todas estas trasformaciones se verifica que el producto de estremos es igual al de los medios; luego, existe en ellas proporcion.

$4:3::8:6$	que da	$4\times6=8\times3$.
$4:8::3:6$	... da	$4\times6=8\times3$.
$6:3::8:4$	.....	$6\times4=3\times8$.
$6:8::3:4$	.....	$6\times4=8\times3$.
$8:6::4:3$	.....	$8\times3=6\times4$.
$8:4::6:3$	.....	$8\times3=4\times6$.
$3:4::6:8$	.....	$3\times8=4\times6$.
$3:6::4:8$	.....	$3\times8=6\times4$.

3.°.. que *en toda proporcion geométrica discreta uno de los estremos es igual al producto de los medios partido por el estremo conocido; y uno de los medios equivale al producto de los estremos partido por el medio conocido.*

El 4.° térm. de $9:3::15:x$ será $x=\frac{15\times3}{9}=\frac{45}{9}=5$; pues $9\times5=15\times3$

El 1.er térm. de $x:3::15:5$ será $x=\frac{3\times15}{5}=\frac{45}{5}=9$; pues $5\times9=3\times15$

El 3.er tèrm. de $9:3::x:5$ será $x=\frac{9\times5}{3}=\frac{45}{3}=15$; pues $9\times5=15\times3$

El 2.° térm. de $9:x::15:5$ será $x=\frac{5\times9}{15}=\frac{45}{15}=3$; pues $5\times9=3\times15$

4.ª *En toda proporcion geométrica continua uno de los estremos equivale al cuadrado del término medio partido por el estremo conocido; y el término medio es igual á la raiz cuadrada del producto de los estremos.*

El 3.er término de $\div\, 8:4:x$ será $x=\frac{4^2}{8}=\frac{16}{8}=2$; pues $8\times2=4^2$

El 1.er término de $\div\, x:4:2$ será $x=\frac{4^2}{2}=\frac{16}{2}=8$; pues $2\times8=4^2$

El t. medio de $\div\, 8:x:2$ será $x=\sqrt{8\times2}=\sqrt{16}=4$; pues $4^2=8\times2$

229. Finalmente, *si dos ó mas proporciones geométricas se multiplican ordenadamente el resultado será una proporcion compuesta.*

$$\text{Componentes}\ldots\begin{cases}5:4::10:8\\11:6::33:18\end{cases}$$

$$\text{Compuesta}\ldots\ldots 5\times11:4\times6::10\times33:8\times18.$$

En efecto (217), la 1.ª componente equivale á $\frac{5}{4}=\frac{10}{8}$; y la 2.ª á $\frac{11}{6}=\frac{33}{18}$; ahora pues, multiplicando ordenadamente estas igualdades se tendrá

$$\frac{5}{4}\times\frac{11}{6}=\frac{10}{8}\times\frac{33}{18};\text{ ó bien }\frac{5\times11}{4\times6}=\frac{10\times33}{8\times18}.$$

Luego. . . . . $5\times11:4\times6::10\times33:8\times18.$

De donde se deduce que, *si cuatro cantidades están en proporcion, tambien lo están sus potencias y raices de un mismo grado.*

En efecto. . . . $4:2::6:3$ da $\frac{4}{2}=\frac{6}{3}$;

elevando al cuad. esta igualdad, será $\ldots\frac{4^2}{2^2}=\frac{6^2}{3^2}$

y formando proporcion, será $4^2:2^2::6^2:3^2 = 4^7:2^7::6^7:3^7$

2.ª ...la proporcion $64:8::216:27$ da $\frac{64}{8}=\frac{216}{27}$;

y estrayendo la raiz cúbica será,...

$$\frac{\sqrt[3]{64}}{8}=\sqrt[3]{\frac{216}{27}};\ \text{ó bien}\ \frac{\sqrt[3]{64}}{\sqrt[3]{8}}=\frac{\sqrt[3]{216}}{\sqrt[3]{27}}\ \text{que da}$$

$$\sqrt[3]{64} : \sqrt[3]{8} :: \sqrt[3]{216} : \sqrt[3]{27}.$$

Luego... $68:8::216:27=\sqrt[3]{64}:\sqrt[3]{8}::\sqrt[3]{216}:\sqrt[3]{27}.$

250. SIMPLIFICACION.—Toda proporcion debe simplificarse á fin de efectuar con mas sencillez y exactitud los cálculos de sus muchísimas aplicaciones; lo que se consigue, *simplificando sus razones separadamente* (219) vr. gr.

$$6:4::12:8=3:2::6:4=3:2::3:2.$$

Las proporciones componentes... $\begin{cases} 6:4::12:8 \\ 4:3::20:15 \end{cases}$

dan la compuesta. . , ... $6\times4:4\times3::12\times20:8\times15$

y suprimiendo el factor comun 4... será, $6:3\ ::12\times20:8\times15$

ó bien. . . . . $6:3::240:120$,

y sin plificando esta, como si f. simp. se convertirá en.., $2:1::6:3$

2.º ... ejemplos sean las componentes.. . . . . Suponiendo en estas los factores comunes. $\begin{cases} 6:4::12:8 \\ 4:3::20:15 \\ 3:7::21:49 \end{cases}$

se tendrá. . . . . , . , . $6:7::12\times20\times21:8\times15\times49$

Los principios establecidos son suficientes para entrar en las...,

Aplicaciones usuales de las proporciones.

Leccion 29.

Regla de tres.

226. *Regla de tres* es la que nos enseña á hallar un cuarto término proporcional concreto á tres cantidades dadas. Estas tres cantidades son tambien concretas: dos de ellas homogéneas, y la otra de la misma especie que la incógnita. De las tres cantidades conocidas que entran en el problema, las dos *homogéneas* se llaman *principales*; y la otra, su *relativa*.

La regla de tres se divide en *simple y compuesta, directa é inversa. Es simple cuando son tres las cantidades conocidas*; y *compuesta*, cuando ademas de estas entran otras accesorias que modifican á las primeras. *Es directa*, si las cantidades relativas aumentan ó disminuyen con las principales, esto es, *cuando se vá de mas á mas ó de menos á menos*, en cuyo caso se dice que son directamente proporcionales; y es inversa, si las cantidades relativas disminuyen cuando las principales aumentan, ó al contrario; esto es, *cuando se va de mas á menos ó de menos á mas*, en cuyo caso se dice que son recíprocamente proporcionales.

Los siguientes *ejemplos* nos aclararán estas diferencias.

1.° .. *Si 10 hombres ganan al dia 100 rs. 40 hombres en igualdad de circunstancias ¿cuánto ganarán?*. . . . .

Las cantidades que entran en este problema son 10 hombres 100 rs. y 40 *hombres*, de estas tres, las homogéneas 10 *hombres* y 40 *hombres* se llaman las *principales*, y 100 rs. la *relativa*. Ahora bien, si 10 hombres ganan 100 rs. 40 hombres que son mas ganarán mas reales.

En efecto, si 40 hombres ganan 100 rs., 1 hombre ganará 100 rs. divididos por 10 hombs. (77.—4.ª *uso*), esto es, $\frac{100 \text{ rs.}}{10 \text{ hs.}} = 10$ rs.; luego, 40 hombres ganarán 10 rs. multiplicados por 40 hombres. (61), esto es, 10 rs. $\times$ 40 hs. = 400 rs.

Luego, el ejemplo propuesto es una regla de tres simple porque consta solo de tres cantidades; y es directa, porque se va de mas hombres á mas reales.

Tambien sería directa, si se digera: *si 40 hombres ganan 400 rs. 10 hombres en el mismo tiempo ¿ cuánto ganarán?*

Es claro que 10 hombres ganarán menos que 40 hombres: luego, la regla de tres es directa, porque se va de menos hombres á menos reales.

2.º... *Suponiendo que un caminante haya andado 204 kilómetros en 6 dias ¿ cuántos kilóms. andará en 21 dias, caminando con igual velocidad?*

Si en 6 dias anda 204 kilóms. en 1 dia andará $\frac{204\ \text{K.}}{6\ \text{d.}} = 34$ kilóms.; luego, en 21 dias andará 34 k. $\times$ 21 d. $=$ 714 kilóms.

Vemos pues, que 6 dias y 21 dias son las cantidades principales, y 204 kilóms., la relativa; que de mas dias vamos á mas kilóms., y por consiguiente el problema pertenece á la regla de tres simple y directa.

Tambien sería simple y directa si viniese propuesta en estos términos:

Si en 6 dias anda un caminante 204 kilóms., para andar 170 con igual velocidad, ¿cuántos dias necesitará?

Puesto que en 6 dias anda 204 kilóm., 1 kilóm. le andará en $\frac{6\ \text{dias}}{204\ \text{k.}}$; luego, los 170 kilóms. les andará en $\frac{6\ \text{dias}}{204\ \text{k.}} \times 170\ \text{k.} = \frac{6\ \text{d.} \times 170\ \text{k.}}{204\ \text{k.}} = 5$ dias, tiempo que necesitará.

Luego, vamos de menos kilóms. á menos dias; luego la regla es directa.

3.º... *¿Cuántos dias necesitarán 10 obreros para hacer una obra cualquiera, suponiendo que 6 obreros hayan hecho la misma obra en 30 dias?*

Fácil es conocer que si 6 obreros tardaron 30 dias 1 obrero tardaría 3 veces mas, esto es 30 dias $\times$ 6 obs.; luego 10 obreros tardarían 10 veces menos tiempo, esto es $\frac{30 \times 6}{10} =$ 18 dias. Luego la regla es inversa porque de mas obreros vamos á menos dias.

4.º... *Si 14 operarios hacen una obra cualquiera en 18 dias, ¿cuántos operarios se necesitarán para hacerla en 12?*

Igualmente inversa que la anterior; pues cuanto menos sean los dias, mas serán los operarios.

En efecto, si para hacerla en 18 dias se necesitaron 14 operarios, en cada dia se emplearían $\frac{14 \text{ ops.}}{18 \text{ dias}}$ de operario; luego, en 12 dias se necesitarán $\frac{14}{18} \times 12 = \frac{14 \times 12}{18} = 21$ opers.

OBSERVACION.—De la misma definicion de la regla de tres compuesta se deduce, que se puede descomponer en tantas reglas de tres simples, mas una, como circunstancias modifiquen á las cantidades principales: y por consiguiente, la regla de tres compuesta puede ser *directa*, si las simples de que se compone son directas; *inversa*, si las simples lo son, y *directa-inversa* si las simples unas son directas y otras inversas. Clasificaciones en verdad que á poco ó nada nos conducen.

No se verifica así con la marcha seguida en la resolucion de los anteriores problemas, conocida con el nombre de METODO DE LA UNIDAD (a) el cual es aplicable tambien á la resolucion de problemas pertenecientes á la regla de tres compuesta, segun veremos al tratar de ella

Problemas relativos á la regla de tres simple.

232. Toda la dificultad en la resolucion de problemas pertenecientes á la regla de tres consiste en saberles plantear, para lo cual se establece la siguiente

REGLA GENERAL.—*Si la regla de tres es simple se formará una proporcion, poniendo por primera razon las dos cantidades homogéneas, llamadas principales, y por tercer término, su relativa, ó sea, la que es de la misma especie que la incógnita; advirtiendo que si esta, ó sea el cuarto término ha de ser mayor que el tercero*, lo

---

(a) Es tal la escelencia de este método que recomendamos su uso hasta en las Escuelas de primera enseñanza.

que se conoce fácilmente por el enunciado de la cuestion, *el primer término de la primera razon será el mayor; y si el cuarto término es menor que el tercero, el primer término de la primera razon será el mayor.*

Si la regla de tres es compuesta, se reduce á simple, multiplicando las cantidades principales por sus accesorias ó condiciones (217), *procediendo despues en un todo como si fuera simple.*

Todo lo demas se reduce á encontrar el cuarto término de una proporcion geométrica (228—3.º), lo que se consigue *multiplicando los medios entre sí y dividiendo el producto por el primer término.*

1.º ... *Si 12 metros de lienzo valen 120 rs., ¿cuánto valdrán 26 metros del mismo lienzo?*

Las cantidades principales en este problema son 12 mets. y 26 mets. Ahora, fácil es conocer que si 12 mets. valen 120 rs. 26 mets. valdrán mas; luego la proporcion se formará del modo siguiente:

12 metros : 26 metros :: 120 reales : x reales.

Para hallar el valor de x, esto es, del 4.º término, se multiplican entre sí los medios 26 mets. y 120 rs. y el producto 3120 rs. se divide por el primer término 12 (228—3.º); cuya operacion se indica de este modo:

$$12^{m} : 26^{m} :: 120^{rs} : x^{rs} = \frac{120 \times 6}{12} = 260 \text{ rs.}$$

En efecto, si 12 mets. valen 120 rs., 1 met. valdrán 12 veces menos ó 120 rs. divididos por 12 mets. (77.—4.º *uso*), esto es, $\frac{120}{12}$; luego 26 mets. valdrán 26 veces mas que 1 met., esto es,

$$\frac{120}{12} \times 26 = \frac{120 \times 26}{12} = 260 \text{ rs.}$$

Idéntico razonamiento puede hacerse en otro cualquier caso

2.º.. *Un sugeto que vendió 30 hectólitros de aceite, ha ganado 680 rs.; para ganar 4000 rs. ¿cuántos hectóls. deberá vender?*.

Las cantidades principales son 680 rs. y 4000 rs. Ahora bien, para ganar 4000 rs. necesita vender mas hectóls.; luego el problema se planteará (232)

$$\overset{rs.}{680} : \overset{rs.}{4000} :: \overset{h}{30} : \overset{h}{x}$$ que simplificando (230)

se tendrá $68 : 400 :: 30 : x = \dfrac{400 \times 30}{68} = 176.47$ hectóls.

ó bien..., $17 : 100 :: 30 : x = \dfrac{30 \times 100}{17} = 176.47$ hectóls.

3.°.. *Si un jornalero hace en 9 dias 217.5 metros de obra, ¿cuántos dias necesitará para hacer 423.9 metros de la misma obra?*

$$\overset{m}{217.5} : \overset{m}{423.9} :: \overset{d}{9} : \overset{d}{x}$$

y multiplicando por 10 los dos términos de la primera razon se convertirá en

$$2175 : 4239 :: 9 : x = \frac{9 \times 4239}{2175} = 17.54 \text{ dias.}$$

4.°.. *Sabiendo que 40 soldados han abierto en un tiempo cualquiera 160 metros de trinchera, ¿cuántos soldados se necesitarán para abrir 800 metros en el mismo tiempo?*

$$\overset{m}{160} : \overset{m}{800} :: \overset{s}{40} : \overset{s}{x} = \frac{4 \times 800}{160} = 200 \text{ metros.}$$

y simplificando será $16 : 80 :: 40 : x = \dfrac{40 \times 80}{16} = 200$ metros.

ó bien. . . . . $1 : 5 :: 40 : x = \dfrac{40 \times 5}{1} = 200$

Vemos pues, en este último caso que una sencilla multiplicacion de 40×5 nos ha conducido al resultado; y por consiguiente, lo importante que nos es la simplificacion.

5.°... *En una plaza sitiada hay 800 soldados para su defensa con víveres para 2 meses; teniendo que durar el sitio 5 meses ¿cuántos soldados han de quedar en la plaza y cuántos han de salir para que los víveres no falten?*

$$\overset{m}{5} : \overset{m}{2} :: \overset{s}{800} : \overset{s}{x} = \frac{800 \times 2}{5} = 320 \text{ soldados.}$$

Ahora bien, si 320 soldados han de quedar en la plaza, tendrán que salir 800—320 =480 soldados.

6.°.. *Suponiendo que por un real den 10 hectógs. de pan cuando el quintal métrico de harina vale 100 rs. ¿ cuántos hectógs. darán por el mismo real cuando el quintal m. de harina valga 80 rs.?*

$$\overset{rs.}{80} : \overset{rs.}{100} :: \overset{h}{10} : \overset{h}{x} = \frac{10 \times 100}{80} = 12.5 \text{ hectógs.}$$

ó bien. . . . $4 : 5 :: 10 : x = \frac{10 \times 5}{4} = 12.5$ hectógs.

7.° ... *Si para plantar una viña se necesitan 4000 plantas de vid distando unas de otras 2 metros, ¿ cuantas plantas se necesitarán para otra viña de la misma estension, poniéndolas á la distancia de 2.5 metros?*

$$\overset{m}{2.5} : \overset{m}{2} :: \overset{p}{4000} : \overset{p}{x}.$$

y multiplicando por 10 los dos términos de la 1.ª razon se tendrá:

$$25 : 20 :: 4000 : x = \frac{4000 \times 20}{25} = 3200 \text{ plantas.}$$

Problemas relativos á la regla de tres compuesta.

1.° ... *Si 15 hombres en 12 dias hacen 200 metros de obra, 6 hombres en 9 dias ¿ cuántos metros harán?*

Las cantidades principales en este problema son 15 hombs, y 6 hombs., y la relativa es 200 metros; luego, podemos formar la siguiente proporcion...

15 *hombs* : 6 *hombs.* :: 200 *mets.* : x *mets.*

Pero ademas de estas cantidades, la 1.ª principal tiene la accesoria 12 dias, y la 2.ª tiene 9 dias; luego suponiendo conocido el valor de x en la 1.ª proporcion y llamándole z, con esta y las accesorias formaremos la siguiente proporcion...

12 dias : 9 dias :: x mets. : z mets.

y multiplicando ordenadamente

las dos proporciones anteriores. . . . . . $\left\{\begin{array}{l} \overset{h}{15} : \overset{h}{6} :: \overset{m}{200} : \overset{m}{x} \\ \overset{d}{12} : \overset{h}{9} :: \overset{m}{x} : \overset{m}{z} \end{array}\right.$

se tendrá. . . . . . . $15\times12 : 6\times9 :: 200\times x : x\times z$

y suprimiendo en la 2.ª razon el factor comun x (203) será...

$$15\times12 : 6\times9 :: 200 : z = \frac{200\times54}{180} = 60 \text{ metros.}$$

Lo que manifiesta que toda proporcion compuesta se reduce á simple, multiplicando cada cantidad principal por sus accesorias, procediendo despues á la resolucion como si fuera simple.

Para convencernos mas y mas de esta verdad, resolveremos el mismo ejemplo por el *método de la unidad.*

Si 15 hombres en 12 dias han hecho 200 metros de obra, 15 hombres en un dia harán 12 veces menos, esto es... $\frac{200}{12}$ metros, y 1 homb. en 1 dia hará 15 veces menos que 15 hombs. esto es... $\frac{200}{12\times15}$met.. luego, 6 hombs. en 1 dia harán 6 veces mas que 1; esto es... $\frac{200\times6}{12\times15}$=met. y 6 hombs. en 9 dias, 9 veces mas que en 1 dia, esto es... $\frac{200\times6\times9}{12\times45} = 60$metros.

2.º... *Suponiendo que* 8 *arrieros con* 5 *caballerías cada uno en* 16 *dias, trabajando cada dia* 10 *horas han trasportado* 8000 *hectólitros de trigo*, 12 *arrieros con* 4 *caballerías en* 3 *dias, trabajando* 14 *horas diarias, ¿ cuántos hectólitros trasportarán?*

Practicando lo espuesto en la regla general (232) se tendrá...

$$\overset{ar.\ c}{8\times5}\times\overset{d}{16}\times\overset{h}{10} : \overset{ar\ \ c}{12\times4}\times\overset{d}{3}\times\overset{h}{14} :: \overset{h}{8000} : \overset{h}{x} = \frac{2106\times8000}{6400} =$$

Por el *método de la unidad* será...

3.º... *¿ Cuánto costará el porte de* 22 *quintales métricos á la distancia de* 72 *kilómetros, suponiendo que* 15 *quintales hayan costado* 740 *rs á la distancia de* 804 *kilóms?*

Haciendo las mismas consideraciones que en el 1.º

tendremos. . . . . . y multiplicando ordenadamente. y simplificando

$$\left\{\begin{array}{l} \overset{q}{15} : \overset{q}{22} :: \overset{rs.}{740} : \overset{rs.}{x} \\ \overset{k}{804} : \overset{k}{72} :: \overset{rs.}{x} \cdot\cdot \overset{rs.}{z} \end{array}\right.$$

Será... $15 \times 804 : 22 \times 72 :: 740 : Z = \dfrac{22 \times 72 \times 740}{15 \times 804} = 97.19$ rs.

4.º ... *Un general de trinchera tiene calculado que 4000 soldados en 8 dias, trabajando cada uno 12 horas diarias son suficientes para concluir el foso proyectado; pero teniendo órden de su General en gefe para concluirle en 5 dias, ¿ cuántos soldados necesita poner á trabajar ?*

$$\overset{d}{5} : \overset{d}{8.5} :: \overset{s}{4000} : \overset{s}{x} = \frac{4000 \times 8.5}{5} = 6800 \text{ soldados.}$$

5.º *Si 9 jornaleros trabajando 8 horas al dia han necesitado 24 dias para habrir un cauce de 65 metros de longitud, 13 de latitud y 5 de profundidad; 71 jornaleros en igualdad de circunstancias, trabajando 11 horas diarias, ¿ cuántos dias necesitarán para habrir otro cauce de 327 metros de longitud, 18 de latitud y 7 de profundidad?*

71 jornals : 9 jornals :: 24 dias : t dias.
11 horas : 8 horas :: t dias : u dias.
$\overset{m}{65}$ longd : $\overset{m}{327}$ longd :: u dias : x dias.
$\overset{m}{13}$ latitud : $\overset{m}{18}$ latitud :: x dias : y dias.
$\overset{m}{5}$ profund : $\overset{m}{7}$ profund :: y dias : z dias.

Multiplicando ordenadamente estas proporciones simples (229) se tendrá la compuesta

$$71 \times 11 \times 65 \times 13 \times 5 : 9 \times 8 \times 327 \times 18 \times 7 :: 24 \times t \times u \times x \times y : t \times u \times x \times y \times z$$

y suprimiendo los factores t, u, x, y, comunes á los dos términos de la 2.ª razon, se tendrá... (230).

$$71 \times 11 \times 65 \times 13 \times 5 : 9 \times 8 \times 327 \times 18 \times 7 :: \overset{d}{24} : \overset{d}{Z};$$

ó sea, $Z = \dfrac{9 \times 8 \times 327 \times 18 \times 7 \times 24}{71 \times 11 \times 65 \times 13 \times 5} = 21$ dias, 6 horas, 20.6 minutos.

Leccion 30.

Regla de compañia, de interés y descuento.

233. *Regla de compañia* ó de sociedad es la que enseña á determinar la ganancia ó pérdida correspondiente á cada uno de varios individuos segun el capital de cada socio y el tiempo que permanezca en la sociedad.

Cuando el capital individual de los socios permanece un mismo tiempo en la compañia, se llama *simple*; y *compuesta*, si el tiempo es diferente.

La regla de compañia se resuelve como la regla de tres (232), siendo estas, tantas como socios haya en la compañia. Por consiguiente, en la regla de compañia simple...

La suma de los capitales de todos los socios *es* al capital de cada uno, *como* la ganancia ó pérdida total *es* á la ganancia ó pérdida de cada individuo.

Tres sugetos han hecho compañia, contribuyendo el primero con 4000 *escudos, el segundo con* 12000, *y el tercero con* 9000; *ganando* 8000 *escudos, ¿cuánto corresponde á cada uno?*

Sumando los capitales $4000+12000+9000$ se tendrá el capital total 25000 escudos y por consiguiente las props...

$$25000 : 4000 :: 8000 : x = \frac{8000\times 4000}{25000} = 1280 \text{...gan.}^a \text{ del } 1.^o$$

$$25000 : 12000 :: 8000 : x = \frac{8000\times 12000}{25000} = 3840 \text{... id. del } 2.^o$$

$$25000 : 9000 :: 8000 : x = \frac{8000\times 9000}{25000} = 2880 \text{... id. del } 3.^o$$

Dividiendo por 1000 los dos términos de las primeras razones, las proporciones se reducirán á...

$$25 : 4 :: 8000 : x = \frac{8000\times 4}{25} = 1280 \text{ esc. gan.}^a \text{ del } 1.^o$$

$$25 : 12 :: 8000 : x = \frac{8000\times 12}{25} = 3840 \text{ esc. gan.}^a \text{ del } 2.^o$$

$$25 : 9 :: 8000 : x = \frac{8000\times 9}{25} = 2880 \text{ esc. id. del } 3.^o$$

Dos cantineros mandaron á ultramar 3800 kilólitros de vino, siendo del 1.º ... 1500, y 2300 del 2.º..; una tempestad obliga á que se arrogen al mar 1000 kilóls. para aligerar la embarcacion: ¿ cuántos kilóls. pierde cada uno?

$$3800 : \begin{cases} 1500 :: 1000 : 394.737 \text{ kilóls. pérdida del } 1.^{\circ} \\ 2300 :: 1000 : 605.263 \text{ kilóls., pérdida del } 2.^{\circ} \end{cases}$$

Suma de las pérdidas... 1000. ,,, kilóls. pérdida total.

234. *Si la regla de compañia es compuesta, se reduce á simple; multiplicando el capital de cada socio por el tiempo, y procediendo despues como si fuera simple* (232); v. gr.

Cuatro comerciantes forman compañia, poniendo el primero 100 doblones Isabel por 2 años ó 24 meses: el segundo 2000 por 4 meses, 12000 el 3.º por 9, y el cuarto 7000 por 11 meses: ganan 5000 doblones; ¿ qué ganancia corresponde á cada socio?

Fácil es conocer que 100 doblones del 1.º en 24 meses equivalen á $100 \times 24 = 2400$ doblones en un mes; que 200 del 2.º en 40 serán $2000 \times 4 = 8000$; que los del 3.º serán... $1200 \times 9 = 10800$, y los 7000 del 4.º en 11 meses serán ... $7000 \times 11 = 77000$ dobls.: sumando ahora los productos resultantes del capital de cada socio por el tiempo se tendrá el capital total 195 400 doblones; y por lo mismo...

$$195400 : \begin{cases} 2400 :: 5000 : \ 61.413 \text{ ganancia del } 1.^{\circ} \\ 8000 :: 5000 : \ 204.708 \text{ ganancia del } 2.^{\circ} \\ 108000 :: 5000 : 2763.562 \text{ ganancia del } 3.^{\circ} \\ 77000 :: 5000 : 1970.317 \text{ ganancia del } 4.^{\circ} \end{cases}$$

Suma de las ganancias parciales 5000 ,,, dobls. ganancia total.

235. REGLA DE INTERES es la que enseña á determinar el interés ó ganancia que produce un capital prestado por cierto tiempo, sirviendo de tipo 100 unida des del mismo capital y el interes ó rédito que estas producen: y tambien nos enseña á averiguar el capital, dadas 100 unidades del mismo, *el* interes ó *rédito* que estas producen y el *rédito* de todo el capital: y por consiguiente, el tanto por 100 á que se á impuesto un capital, dado este, 100 unidades del mismo y el rédito de todo el, capital etc.

Cuando 100 rs. ganan 5 de interés al año, se dice que el capital está impuesto al 5 por 100, que se indica así; 5 p. %

El interes es *simple* cuando el capital permanece el mismo, durante todo el tiempo del préstamo; y *compuesto*, cuando el interés de cada año se añade al capital existente para ganar nuevos intereses al año siguiente.

No será fuera de propósito observar aquí que *en el comercio el mes siempre se considera de 30 dias; y el año, de 360.* Por consiguiente, solo en el caso de que el capital esté impuesto por cierto número de dias trascurridos, se cuenta el año de 365 dias

PROBLEMAS.

1.º *¿ Cuál será el interés de 2600 rs. en un año al 5 p. %?*

Las cantidades principales de este problema son 2600 rs. (capital) y 100 rs. (del mismo capital); 5 rs. (rèdito de 100) es la relativa.

Luego el problema se planteará como la regla de tres (232)

$$\overset{rs.}{100}\ \textit{capital} : \overset{rs.}{2600}\ \textit{capital} :: \overset{rs.}{5}\ \textit{rédito} : \overset{rs.}{x}\ \textit{rédito};$$

esto es.. $\overset{c}{100} : \overset{c}{2600} :: \overset{r}{5} : \overset{r}{x} = \dfrac{5 \times 2600}{100} = 130$ rs. de interés ó rédito

En efecto, si 100 rs. reditúan 5 rs. al año, 1 real redituará

100 veces menos, esto es. . . . . $\dfrac{5}{100}$

luego, 2600 rs. redituarán 2600 veces mas, ó... $\dfrac{5 \times 2600}{100} = 130$ rs.

Idéntico razonamiento puede hacerse en otro cualquier caso.

2.º ..*¿ Qué capital se necesitará para producir* 400 *rs. de interes. al* 5 p. %?

Las cantidades principales en este caso son 400 rs. (rédito) y 5 rs. (rédito); y la relativa es 100 unidades del capital buscado.

$$\text{Luego... } \overset{rs.}{5}\ \text{rédito} : \overset{rs.}{400}\ \text{rédito} :: \overset{rs.}{100}\ \text{capital} : \overset{rs.}{x}\ \text{capital};$$

esto es ... $\overset{r}{5} : \overset{r}{400} :: \overset{c}{100} : \overset{c}{x} = \dfrac{100 \times 400}{5} = 8000$ rs. cap. buscado.

3.º ... *¿ Cuál será el tanto p. $\frac{0}{0}$ á que han de darse 26000 rs. para producir al año 1690 rs. de rédito ?*

Es claro que $\overset{c}{26000} : \overset{c}{100} :: \overset{r}{1690} : \overset{r}{x} = \dfrac{1690 \times 100}{26000} = 6.5$ rs. p. $\frac{0}{0}$

236. OBSERVACION.—*Si la unidad de tiempo es el año, se multiplica el capital total por el tiempo y se procede como en los ejemplos anteriores; pues 1000 rs. en 3 años es lo mismo que 3000 rs. en un año Si la unidad de tiempo es el mes, se multiplica el capital por el tiempo, y las 100 unidades del capital por 12, núm. de meses que tiene el año; y si la unidad de tiempo es el dia, se multiplica el capital por el tiempo y las 100 unidades por 360 dias que se dan al año mercantil; v. gr.*

4.º ... *¿ Cuál será el interés de 240500 rs. al 7.5 p. $\frac{0}{0}$ en 6 años ?*

Practicando lo espuesto, tendremos la siguiente proporcion

$$\overset{c}{100} : \overset{c}{240500} \times \overset{a}{6} :: \overset{r}{7.5} : \overset{r}{x} = \frac{240500 \times 6 \times 7.5}{100} = 108225 \text{ rs.}$$

En efecto, el interés en 1 año será $\dfrac{240500 \times 7.5}{100}$;

luego, en 6 años será 6 veces mas, esto es... $\dfrac{240500 \times 7.5 \times 6}{100} =$ 108225 rs.

5.º ... *Suponiendo que 480000 rs. en 4 años y 2 meses den un interés de 80000¿ á que tanto p. $\frac{0}{0}$ estaría impuesto el capital ?*

Reduciendo el tiempo á meses se tendrá...

$\overset{rs.}{480000}$ *cap.* $\times \overset{t}{50}$ *meses* : $\overset{rs.}{100}$ *cap.* $\times \overset{t}{12}$ *meses* :: 80000 : $\overset{r}{x}$ *rédito*

luego ... $x = \dfrac{80000 \times 100 \times 12}{480000 \times 50} = \dfrac{80000 \times 1200}{24000000} = 4$ rs. p. $\frac{0}{0}$

6.°... *¿Cuál será el capital que preduce* 250 *escudos de interés en* 3 *años,* 9 *meses y* 5 *dias, al* 4.75 *rs. p.* % ?

Reduciendo el tiempo á dias y el interes á rs., se tendrá... 4.75 rédito $\times$ 1400 dias : 2500 rédito :: 100 cap. $\times$ 360 dias : x cap.

$$\text{luego}...x=\frac{\overset{r}{2500}\times\overset{c}{100}\times\overset{d}{360}}{\underset{r}{4.75}\times\underset{d}{1400}}=\frac{90000000}{6650}=13533.83\overset{rs.}{}\ \text{cap.}$$

De donde se deduce, que dado el tiempo, el interes y el tanto por 100, se hallará el capital multiplicando los intereses dados por 100, si el tiempo está espresado en años; por 1200 si en meses, y si en dias por 36000, dividiendo el producto por el tanto p. % multiplicado por el tiempo de la imposicion.

7.°... *¿En cuánto tiempo el capital* 4000 *al* 5.2 *p.* % *ha de producir* 624 *de interés?*

Llamado $t.$ al tiempo... espresado en años será...

$$100 : 4000\times t :: 5.2 : 624,$$

$$\text{Luego}...\ t.=\frac{100\times624}{5.2\times4000}=\frac{62400}{20800}=3\ \text{años}(227\text{—}3.°).$$

En meses ... será...

$$100\times12 : 4000\times t. :: 5.2 : 624$$

$$\text{de donde}...\ t=\frac{100\times12\times624}{4000\times5.2}=\frac{748800}{20800}=36\ \text{meses}$$

En dias, será... $100\times360 : 4000\times t :: 5.2 : 624;$

$$\text{luego}...\ t=\frac{100\times360\times624}{5.2\times4000}=\frac{36000\times624}{5.2\times4000}=\frac{19464000}{20800}=1080\ \text{dias}.$$

237. INTERES COMPUESTO.— Para resolver los problemas de inte-rès compuesto por cierto número de años, meses, etc, se reduce á simple, *hallando el interés del capital en el primer año, mes, dia, etc... y en general, en el primer periodo del tiempo*

señalado; en el segundo, se añade al capital primitivo el interés del primer periodo para producir todo junto nuevos intereses... y así sucesivamente; *v. gr.*

¿Cuál será el interés compuesto de 6000 rs. en 3 años al 5 p. $\frac{0}{0}$

Es claro que en el primer año... producirá...

$$\overset{c}{100} : \overset{c}{6000} :: \overset{r}{5} : \overset{r}{x} = \frac{6000 \times 5}{100} = 300 \text{ rs.} \ldots 1.^{er} \text{ año}$$

El capital del 2.º año no son
6000 rs, sinó 6000+300 y

por consiguiente...100 : 6300::5 : x=...315 rs... 2.º año

El capital del 3.er año
será pues 6300+315 y

por consiguiente ...100 : 6615::5 : x=...320. 75 rs...3.er año

Suma de los inter. de 6000 rs. en 3 años=645. 75 rs.

Lo embarazoso de este método, aunque muy claro y sencillo, nos obliga á establecer la siguiente...

238. REGLA GENERAL.—El interés compuesto se halla, *multiplicando el capital por la unidad mas lo que gana una unidad del mismo capital al año, elevada á la potencia que indique el número de años que duró el préstamo, y el producto espresará el capital dado, é interés compuesto*; *v. gr.*

¿Cuál será el interés compuesto de 4000 rs. en 4 años al 4 p. $\frac{0}{0}$

En este caso lo primero que hay que averiguar es lo que produce 1 real al año; pero siendo 1 real la centésima parte de 100 rs., 1 real producirá tantas centésimas de real, como reales ganan 100: luego, si 100 rs. producen 4 rs; de interés anual, 1 real producirá 1.04 de real, cuya cantidad sumada con 1 será 1.04 real, y elevando esta cantidad á la potencia que indique el número de años que duró el préstamo, se tendrá,

$$(1.04)^4 = 1.04 \times 1.04 \times 1.04 \times 1.04 = 1.21985856;$$

multiplicando ahora el capital 4000 por 1.21985856 cuarta potencia de 1.04, se tendrá...

$4000 \times 1.21985856 = 4679.43424$ rs. cuyo resultado es el capital junto con el interés compuesto.

Luego, restando de 4679. 43424, el capital 4000 el resultado 679. 43424 será el interés compuesto de 4000 rs. en 4 años al 4 p. $\frac{0}{0}$

Para convencernos, resolveremos el ejemplo propuesto por el método anterior y se tendrá...

1.er año. . . ,	100 : 4000	:: 4 : x=	160. « rs.
2.º año. . . .	100 : 4160	:: 4 : x=	166. 4« rs.
3.º	100 : 4326.4	:: 4 : x=	173. 04 rs.
4.º	100 : 4499.44	:: 4 : x=	179. 96 rs.

interés comp. de 4000 rs. en 4 años al 4 p. $\frac{0}{0}$ ... 679. 40 rs.

239. OBSERVACION.—Los problemas relativos al giro de letras no son otra cosa que reglas de interés. Cuando se usa la palabra *beneficio*, *daño* ó *par* se entiende respecto de que se da *mas*, *menos* ó *lo mismo* que dice la letra, billete, pagaré, etc.

Un sugeto de Barcelona gira á Valladolid una letra de 16000 escudos al 2. 5 de beneficio ¿cuánto tendrá que entregar?

Si por cada 100 escudos de la letra tiene que entregar 102. 5, por 16000 entregará...

$$100 : 16000 : 2.5 : x = \frac{2.5 \times 16000}{100} \text{ 400 escudos.}$$

Luego, el que hace girar la letra pierde 400 escudos teniendo que entregar por el total 16400 escudos.

Regla de descuento.

240. DESCUENTO *es la diferencia entre el valor nominal de una letra pagadera á un plazo dado y su valor actual.*

Cuando al tenedor de una letra pagadera á un plazo dado desea obtener su valor al contado deberá recibir por ella menor cantidad que la que la letra marque; siendo esta diferencia el interés que produzca el valor actual de la letra hasta finalizar el plazo.

241. Para hallar directamente el descuento de una letra ó pagaré á interés simple, se formará una proporcion con los datos siguientes.

100 + el tanto p. $\frac{0}{0}$: al valor nominal : : el tanto p. $\frac{0}{0}$: al descuento

1.º ... *Cual será el descuento de un pagaré que vence al año y que en el mismo dia de firmarse se presenta á un banquero para cobrar su valor descontando el 6 p.* $\frac{0}{0}$?

De lo anteriormente espuesto se deduce, que tendremos que formar la siguiente regla de tres...

$$100+6 : 2850 :: 6 : x = \frac{2850 \times 6}{100+6} = 161.52 \text{ rs. de descuento.}$$

Luego, el valor actual de la letra, ó sea, lo que tiene que abonar el banquero en el acto por el pagaré, es el valor nominal menos el descuento. En el ejemplo propuesto el valor actual es 2850—161.52= 2688.68 rs.

Y en efecto el valor actual 2688.68 rs. al 6 p. $\frac{0}{0}$ de interés al año da...

$$100 : 2688.68 :: 6 : x = \frac{2688.68 \times 6}{100} = 161.52 \text{ rs.}$$

Luego, 161 rs. y 52 cénts. es el verdadero descuento del pagaré, siendo su valor actual 2688 rs. y 68 cénts.

242. Para hallar directamente el valor actual, diremos...

100+el tanto p. $\frac{0}{0}$: 100 : : el valor nominal : al valor actual.

Practicando esto mismo en el ejemplo anterior, se tendrá.

$$100+6 : 100 :: 2850 : x = \frac{2850 \times 100}{106} = 2688.68 \text{ rs. valor actual.}$$

243. Si el tiempo del vencimiento del pagaré se espresa en meses, se halla el descuento de 100 en el tiempo del vencimiento del pagaré por medio de una proporcion, cuyo 1.er término sea 12, núm. de meses que tiene el año, el 2.º el núm. de meses inscrito en el pagaré, y el 3.º el tanto p. $\frac{0}{0}$

El 4.º término resultante se añade al capital 100, sirviendo al mismo tiempo de 3.er término en el principio establecido (241). v. gr.

1.° ... *Hallar el descuento de* 80000 *rs. pagaderos en* 3 *meses al* 6 *p.* $\frac{o}{o}$

En este caso, se halla primero el interés de 100 rs. diciendo...

$$12 \text{ meses} : 3 \text{ meses} :: 6 \text{ interés} : x \text{ interés} = \frac{6 \times 3}{12} = 1.5 \text{ rs.}$$

Añadiendo ahora 1.5 rs. al capital 100, y practicando lo espuesto (241), se tendrá...

$$100+1.5 : 80000 :: 1.5 . x = \frac{80000 \times 1.5}{101.5} = 1182.26 \text{ rs. descuento}$$

El valor actual del pagaré... será 80000—1182.26=78817.74 rs.

Para hallarle directamente en este caso, se practicará el 2.° principio (242), diciendo:

$$1000+1.5 : 100 :: 80000 : x = \frac{80000 \times 100}{101.5} = 78817.74 \text{ rs. v. actual}$$

2.°... *Un comerciante de Madrid recibe géneros de Paris, valor de* 3110 *doblones de Isabel pagaderos al año, á condicion de descontar* 5.5 p. $\frac{o}{o}$ *si paga antes : á los* 4 *meses satisface el valor de los géneros; ¿ cuánto habrá entregado y cuál será el descuento?*

Puesto que adelante 8 meses, se halla el descuento correspondiente á este tiempo diciendo...

$$12^{m} : 8^{m} :: 5.5^{d} : x = \frac{5.5 \times 8}{12} = 3.666 \text{ dobs. desc. de } 100 \text{ en } 8 \text{ meses}$$

Luego, el descuento de cada 100 doblones en 8 meses es 3 dobls., 6 escudos, 6 rs. y 6 dècimas de real, con menos error de 1 décima.

Ahora bien, si 103. 666 en 8 meses se reduce á 100; 3110 se reducirá á ...

$103.666 : 100 :: 3110 : x = 3000$ dobls.; 1 real y 9 décimas.

Luego, el descuento será 3110—3.000019=241—109.98 doblones.

Para hallar directamente el descuento, se dirá

$$103.666 : 3110 :: 3.666 : x = \frac{3\ 666 \times 3110}{103.666} = 109.98 \text{ dobls.}$$

LECCION. 31

Regla de aligacion y falsa posicion.

243. *Regla de aligacion* es la que nos enseña á determinar el precio de varias cosas mezcladas, ó la cantidad relativa en que se han de mezclar para venderlas á un precio dado.

La regla de aligacion puede ser *medial* y *alternada.* Es *medial* la que enseña á determinar el precio medio á que ha de venderse la mezcla de géneros de una misma especie, pero de distintos precios; y *alternada* es la que determina la cantidad de género que ha de entrar en la mezcla, dado el precio medio y el de los géneros que entran en ella.

ALIGACION MEDIAL. — Esta regla se resuelve, *multiplicando los objetos que entran en la mezcla por sus respectivos precios, sumando los productos resultantes, dividiendo la suma por la suma de las cantidades de la mezcla, y el cociente será el precio medio.*

Un cantinero ha comprado 130 botellas de vino á 10 rs. cada una, 75 botellas á 15 rs., 131 á 12 y 27 á 20 rs.: habiendo mezclado el vino de todas las botellas, ¿ cómo averiguará el precio de cada una para no perder ni ganar?

Fácilmente se conoce que...

130	*botellas á* 10 *rs. importan*	1300 rs.
75.	. . *id. á* 15 *rs. importan*	1125 rs.
231.	. . . . *á* 12	1772 rs.
27.	. . . . *á* 20	540 rs.
Las 463	botellas han costado. . . .	5737 reales.

Dividiendo ahora la suma 5737 rs. por las 463 botellas, el cociente 12.52 rs. será el precio medio de cada una (77—4. *uso*).

144. ALIGACION ALTERNADA. — Pueden ocurrir tres casos: 1.° que ninguna de las cantidades esté limitada: 2.° que lo esté alguna de ellas: 3.° que lo esté la mezcla.

PRIMER CASO.—Si los géneros son dos, se escribe el precio inferior debajo del superior, haciendo una llave á su izqnierda en cuyo vértice se escribe el precio medio; luego se resta el precio inferior del precio medio y la diferencia se escribe á la derecha del precio superior con unos puntos intermedios; despues se resta el precio medio del superior y la diferencia se escribe á la derecha del precio inferior. Cada una de las restas indica la cantidad que entra en la mezcla del género que está á su lado.

Un tratante quiere mezclar arina de 20 reales el miriágramo con arina de 14 para venderla á 16 rs. el miriág. ¿cuántos miriags. ha de mezclar de cada clase?

Disposicion de la operacion

Dispuesta la operacion como se vé, se resta 14 precio inferior de 16 precio medio, y la diferencia 2 se escribe á la derecha del 20 precio superior; luego

$$16\ldots\left\{\begin{array}{l}20\ldots\ 2\\14\ldots\ 4\end{array}\right.$$

se resta el 16 precio medio, del 20 precio superior, y la resta 4 se escribe á la derecha del 14, precio inferior, cuyas restas manifiestan que se ha de mezclar 2 miriágs. de 20 reales y 4 de 14 para darlo a 16 rs. En efecto, 6 miriágs. á 16 rs. importan 96 rs.; y 2 miriágs. á 20 mas 4 á 14 son $40+56=96$ rs.

245. Si los géneros son mas de dos y se comparan dos precios inferiores con uno superior, la regla de aligacion alternada se llama *directa*; é *inversa* cuando se compara dos precios superiores con uno inferior.

ALIGACION DIRECTA.—Se disponen los precios de los géneros y el precio medio lo mismo que en el caso anterior: las restas de cada uno de los precios inferiores respecto del precio medio se escriben á la derecha del precio superior; y la resta del precio superior á la derecha de cada uno de los inferiores; v. gr.

Un cosechero tiene que remitir una partida de aceite de á 60 rs. el decálit; pero no teniendo de este precio y si de 50, de 57 y de 80 rs. el decálitro, ¿que càntidad ha de tomar de cada precio para dar la mezcla á 60 rs. el decálitro?

$$\text{Precio. . . }60\left\{\begin{array}{l}80\ldots10+3\ \text{decáls. de 80 rs.}\\57\ldots\ldots20\ \text{decáls. de 57 rs.}\\50\ldots\ldots20\ \text{decáls. de 50 rs.}\end{array}\right.$$

Dispuesta la operacion como se ve, se dice de 50 á 60 10; de 57 á 60, 3: las restas 10+3 se escriben á la derecha del precio superior 80. Luego se resta 60 de 80 y la diferencia 20 se escribe á la derecha de los precios inferiores 57 y 50; cuyo resultado manifiesta que se han de mezclar 13 decálitros de á 80 rs. y 20 de 57 y de 50 para darlo á 60 rs.

246. ALIGACION INVERSA.— Se resuelve como la anterior; colocando la suma de las diferencias de los precios superiores á la derecha del inferior y la de este al lado de cada superior; v. gr. *Un tabernero tiene vino de* 18 *de* 12 *y de* 6 *rs. el decálitro: que partes ha de mezclar de cada uno para darlo á* 8 *rs.?*

$$\text{Precio medio...8...}\left\{\begin{array}{l} 18.\ .\ .\ 2=2 \text{ partes de á } 18 \text{ rs.} \\ 12.\ .\ .\ 2=2 \text{...id...de } 12 \\ 6\text{...}10+2=14\text{.......de } 6 \end{array}\right.$$

SEGUNDO CASO. —Despues de resuelta la regla como en los ejemplos anteriores, se formará una proporcion con los datos siguientes:

La diferencia puesta al lado del precio del género dado, *es* á la cantidad que de él entra en la mezcla, *como* las demas diferencias *son* á las cantidades de los géneros á cuyo lado se hallan.

Un labrador quiere mezclar 20 *hectólitros de trigo de á* 50 *rs. el hectólitro con trigo de á* 22 *y de á* 14 *para vender el hectól. á* 24 *rs. ¿cuántos hectólitros de estos últimos han de entrar en la mezcla?*

Despues de resuelta la regla como en los ejemplos anteriores se formará la siguiente proporcion.

$$24\text{...}\left\{\begin{array}{l} 30.\ .\ .\ 10+2=12 \\ 22.\ .\ .\ .\ .\ 6\ \text{....}\ 6 \\ 14.\ .\ .\ .\ .\ 6\ \text{....}\ 6 \end{array}\right.$$

$$12:20::6:x$$

ó bien. . . . , . . . $3 : 5::6 : x=\frac{6\times5}{6}=6$ hectólitros.

TERCER CASO.—Resuelta la regla como en los ejemplos anteriores, se suman las diferencias y se forma una proporcion con los datos siguientes:

La suma de las diferencias *es* á la cantidad de la mezcla, *como* la cantidad de mezcla que quiera hacerse, *es* á la cantidad correspondiente á su respectivo género.

Un comerciante al mezclar 3 kilógramos de azucar de 8 rs. con 4 kilógs. de 15 rs para darlo á 12, quiere hacer una mezcla de 60 kilógs.. ¿qué cantidad de cada clase entrará en la mezcla de los 60 kilógs.?

$$12\ldots\left\{\begin{array}{l}15\ldots4\\ 8\ldots3\end{array}\right.$$

Suma de las diferencias. 7

Para el azucar de 15 rs... 7:4::60: $\frac{60\times4}{7}$ = 34.29 kilógs de 15 rs.

Del azucar de 8 rs. entrará 7:3::60: $\frac{60\times3}{7}$ =25.71 kilógs.

Regla de falsa posicion.

247. *Falsa posicion* simple es la que sirve para determinar un número *desconocido* por medio de otro conocido que se supone y que tenga las mismas partes que el incognito.

Para obtener con facilidad un número supuesto, se multiplican entre sí los denominadores de las fracciones que representen las propiedades del número desconocido. Así, para *determinar un número cuya mitad, tercera y cuarta parte compongan 39*, diremos: las fracciones con que se representan las partes del número desconocido son $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$; multiplicando entre si los denominadores 2, 3 y 4 se tendrá $2\times3\times4=24$ *número supuesto.*

Ahora bien, el número desconocido se halla *formando una proporcion cuyo primer término sea la suma de las partes del número supuesto; el segundo, el mismo número supuesto, y el tercero, la suma de las partes del incógnito, esto es, el conocido en el problema.*

La suma de la mitad, tercera y cuarta parte de 24, número supuesto, es $12+8+6=26$; y el número desconocido será...

$$26 : 24 :: 39 : x=\frac{39\times24}{26}=36 \text{ núm. pedido.}$$

En efecto... $\left\{\begin{array}{l}\text{la mitad de } 36=\ldots.18\\ 3.^{\text{a}} \text{ parte de } 36=\ldots.12\\ 4.^{\text{a}} \text{ parte de } 36=\ldots.\ 9\end{array}\right\}$ luego, 36 es el núm. pedido

Suma de las partes. 39

2.ª ej... *¿ Cuál será el número que quitando de él la tercera y cuarta parte, esto es,* $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{4}$ *resulten 20 unidades?*

En este caso fácil es conocer por las condiciones del problema que, siendo el número supuesto $3\times4=12$, el primer término de la proporcion... no será 7, suma de la 3.ª y 4.ª parte del 12; sino 5, diferencia de 12—7

Por consiguiente, el número desconocido será...

$$5:12::20:x=\frac{20\times12}{5}=48 \text{ núm. pedido}$$

3.º ... *Un sugeto ordena en su testamento que los 72000 rs. valor de su capital, se dividan entre sus cinco hijos de modo, que el primero lleve* $\frac{1}{4}$ *de todo el capital, el segundo* $\frac{1}{3}$, *el tercero* $\frac{1}{6}$, *el cuarto* $\frac{1}{12}$, *y el quinto* $\frac{2}{3}$ *; ¿ cuánto corresponde á cada hijo?*

Sea 12 el número supuesto por ser el mas sencillo que satisface á las condiciones del problema. La suma de las partes del número supuesto es $3+4+2+1+8=18$; luego, el número que tomando de él $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{12}$ y $\frac{2}{3}$, la suma de estas partes compongan el capital 72000 rs. será...

$$18:12::72000:x=48000 \text{ rs. } \textit{núm. pedido.}$$

En efecto...	al 1.º por $\frac{1}{4}$ le corresponderá	12000 rs.
	al 2.º por $\frac{1}{3}$	16000
	al 3.º por $\frac{1}{6}$	8000
	al 4.º por $\frac{1}{12}$	4000
	al 5.º por $\frac{2}{3}$	32000
Suma de las partes.		72000 rs.

4.·... *Un sugeto mandó en su testamento que de sus bienes se diesen á su hijo las dos terceras partes, á su sobrina la quinta parte, y lo restante que son 400 escudos á su fiel criado, ¿ cuánto dejó el testador?*

Desde luego se conoce, que lo que se pide en este caso es hallar un número que quitando de él las dos terceras partes y la quinta, resulten 400; y por lo mismo el número supuesto será $3 \times 5 = 15$ y restando 13, se tendrá $15 - 13 = 2$; luego... $2 : 15 :: 400 : x = 3000$ escudos, capital del testador,

248. FALSA POSICION DOBLE O COMPUESTA es cuando para encontrar el número desconocido se hacen dos supuestos.

Para determinar el número desconocido se hace el primer supuesto con un número arbitrario caulquiera, si no fuese el verdadero, se halla la diferencia entre el número supuesto y el verdadero, señalando el error con el signo + si el número snpuesto es mayor; y con ol signo— si es menor: luego se hace el segundo supuesto con otro número arbitrario y del mismo modo que con el primero. Despues se multiplica cada nú mero supuesto por el error ó equivocacion del otro, y si los errores llevan un mismo signo, es decir, que ambos son por esceso ó por defecto, la diferencia de los productos se divide por la de los errores; y si estos tienen diferente signo, se divide la suma de los productos por las de los errores.

PROBLEMAS.

1.·... *Un padre estimula á su hijo al estudio dándole 4 rs. por cada dia que sepa la leccion; y por cada dia que no la sepa ha de devolver el niño á su papá 2 rs: á los 20 dias ajustan cuentas, y el papá tiene que dar á su niño 50 rs. ¿cuántos dias supo la leccion y cuántos nó?*

1.·... Supongamos que supo la leccion 12 dias que

á 4 rs, importan. . . . . 48 rs.

Luego, no sabria la leccion 8 dias, que á 2 rs. son 16

En este supuesto el niño hubiera recibido. . . . . 32 rs.

Ha recibido. 50

Luego, hay un error por defecto de. . . . . —18 rs.

2.·... Supongamos ahora que supo la leccion 16 dias

que á 4 rs. importan . . . . 64 rs.

Luego, no sabria la leccion 4 dias, que á 2 rs. son 8

En este supuesto el niño hubiera recibido. . . . 56 rs.
No ha recibido mas que 50

Luego, hay un error por esceso de. . . . . +6 rs.

Ahora se multiplica el primer número supuesto 12 por 6, error del segundo número supuesto 16, esto es, $12\times6=72$. El segundo número supuesto 16, se multiplica por 18, error del primer número supuesto 12, esto es, $16\times18=288$; y como los errores tienen signos contrarios, la suma de los productos $72+288=360$. se divide por la de los errores $18+6=24$; y el cociente 15 espresará el número de dias que el niño supo la leccion: luego, restando 15 dias de 20, la diferencia 5 será el número de dias qne no supo la leccion.

En efecto, 15 dias á 4 rs son. . . . . . . 60 rs,
menos 5 dias á 2 rs, que son. 10

Resultará la cantidad recibida por el niño, . . 50 rs.

2.°... *Dos militares se pusieron á jugar al aljedrez, apostando el primero 8 rs, cada juego y el segundo 6: á los 28 juegos lo dejan, y salen en paz; cuántos juegos perdió cada uno?*

1.° Supongamos que el primero ha ganado 12 juegos, que á 6 rs. son 72 rs.; en cuyo supuesto el segundo ganará 16 juegos, que á 8 rs. son 128 rs.; luego el primero pierde 128 rs, y gana 72, y por consiguiente, para salir en paz le faltan al primero $128-72=56$, es decir, que hay un error de -56.

2.° Supongamos que el primero ganó 15 juegos que á 6 rs. son 90 rs,: en este supuesto, el segundo gana 13 juegos, y el primero pierde 104 rs, y como 104 rs. $-90=14$, hay un error de -14.

Ahora bien, puesto que los errores son de una misma naturaleza se tendrá...

1.er producto. . . 12 × 14 = 168
2.° producto. . . 15 × 56 = 840

Diferencia de los productos. . . . 672

Dividiendo 672 por 42, diferencia de los errores — 56 y — 14, el cociente 16 espresará los juegos que ganó el primero, y como jugaron 28 el segundo ganaría 28—16=12 juegos.

En efecto { el 1,°... 16 juegos á 6 rs. son. . . .96 rs,
el 2.°... 12 juegos á 8 rs. son. . . . .96 rs.

Diferencia. . . . . 00 rs.

Luego el 1,° perdió 12 juegos, y el 2.° 16.

FIN.

ALONSO

SISTEMA MÉTRICO