COMPENDIO

TEORICO-PRÁCTICO DE TOP

POR

EL TENIENTE CORONEL COMANDANTE

D. FEDERICO MAGALLANES Y BARROS

CAPITÁN DE E. M.

MADRID
IMPRENTA Y LITOGRAFÍA DEL DEPÓSITO DE LA GUERRA.

1886

PRÓLOGO.

NOMBRADO, por real orden de 21 de Marzo de 1881, profesor de las Conferencias militares del distrito de Galicia, y designado por su digno director en aquel entonces, para encargarme de la clase de Topografía, empecé por buscar un tratado que pudiera servir de texto á los señores oficiales alumnos, en armonía con sus conocimientos en las materias cuyo estudio debe preceder al de aquélla, y que al mismo tiempo sólo contuviera lo necesario para llenar las condiciones del programa.

Las obras de Suárez Inclán, Soldevilla y otros, eran demasiado extensas para el objeto; otras, por el contrario, las encontré deficientes. Resolví, pues, escribir unos apuntes que me sirvieran de norma para el mejor desempeño de mi misión; sin que fuera mi ánimo formar con éllos un nuevo libro.

Sin embargo, alentado por la buena acogida que con su benevolencia me dispensaron personas competentes á quienes consulté mi pequeño trabajo, me decidí á ampliarlo, procurando siempre al presentar una teoría, poner de manifiesto el procedimiento que debía seguirse al practicarla sobre el terreno, no omitiendo detalle que condujera á este fin, aun exponiéndome á aparecer *demasiado minucioso*.

He resultado, por lo tanto, un compendio teorico-práctico, en el que, después de exponer la teoría y dar á conocer algunos instrumentos más usuales, se va indicando á la vez los trabajos de campo y de gabinete, según los instrumentos de que se haga uso, y los procedimientos que han de seguirse para su representación gráfica.

Por vía de apéndice se indican las variaciones y correcciones que deben efectuarse en los instrumentos antes de empezar á manejarlos, y se acompañan unas tablas que reemplazan, con suficiente aproximación, á las de logaritmos de los números y de las líneas trigonométricas. Con aquéllas he procurado evitar el empleo de las de Caillet, reuniendo en un sólo tomo cuantos datos son necesarios para verificar un levantamiento.

La obra ha resultado así con alguna más extensión de la indispensable para el objeto á que en un principio la dediqué, pero en cambio parece más completa y utilizable, igualmente para un reconocimiento militar á la ligera, que para un levantamiento regular que exija mayor precisión y exactitud.

A propuesta de la Junta Superior Consultiva de Guerra, fuí recompensado por este modesto trabajo con el grado de teniente coronel de ejército, por real orden de 30 de Agosto de 1884; y según se consigna en la misma, por la circunstancia de hallarse pendiente de aprobación el nuevo programa de estudios para las Conferencias, deja para más adelante la designación de los libros que hayan de servir de texto en aquéllas, caso de considerarse conveniente que los haya.

La recompensa recibida, que considero muy superior á mis merecimientos, no logrará satisfacerme tanto como la indulgencia con que sea acogida esta obra, máxime si con ella he logrado reportar alguna utilidad á mis compañeros de armas.

El Autor.

LECTURA DE PLANOS

CAPÍTULO PRIMERO

PRELIMINARES

Nociones generales. 1.—La *topografía* tiene por objeto la representación geométrica y detallada de una pequeña extensión de la superficie terrestre, unas veces sobre una masa convenientemente moldeada y otras sobre una hoja de papel.

La masa moldeada recibe el nombre de *relieve topográfico.*

La hoja de papel el de *plano topográfico.*

Las dificultades que ofrece la ejecución, uso y transporte de los relieves topográficos, han hecho se prescinda de ellos casi por completo, quedando reducida su aplicación á los centros de enseñanza, donde son verdaderamente útiles á los alumnos para el estudio y mejor comprensión de las formas y relieve del terreno y de su representación gráfica.

Nos limitaremos, pues, á ocuparnos de los planos topográficos propiamente dichos (1).

Estos pueden dividirse en cuatro clases:

1.ª *Geométricos,* cuando en su ejecución preside la mayor exactitud.

(1) Cuando un plano representa una gran extensión del globo terrestre, como un estado ó continente, recibe el nombre de *Carta Geográfica*, y si sólo representa una provincia se denomina *Carta Corográfica.* Unas y otras ponen de manifiesto las formas generales del terreno por medio de signos convencionales, figurando sólo en las primeras las grandes cordilleras de montañas, el curso de los ríos principales, la situación de las poblaciones y las vías de comunicación de primer orden; en las segundas se hallan representadas las cordilleras y montañas, los ríos secundarios, los pueblos y las vías de comunicación de alguna utilidad.

1 La ejecución de estos planos exige mayor precisión y exactitud que la de los topográficos, y para llevarla á cabo es indispensable el estudio de la Geodesia.

2.ª *Militares*, cuando se prescinde en parte de ésta para fijarse más en los detalles que puedan influir en las operaciones de la guerra.

3.ª *Itinerarios*, cuando se refieren á una vía de comunicación y sólo abraza la zona de terreno que interesa á la marcha de las tropas.

4.ª *Croquis*, cuando es únicamente un ligero diseño de la localidad, hecho á ojo y sin medidas.

2.—Los planos topográficos geométricos requieren una gran precisión y exactitud en los instrumentos que se empleen, y sumo cuidado en los trabajos y cálculos. Su ejecución se denomina *levantamientos regulares*.

Para el trazado de los planos topográficos militares é itinerarios, no es necesario tanta exactitud y pueden emplearse instrumentos menos precisos supeditando su perfeccionamiento á la brevedad en su ejecución. El conjunto de estos trabajos recibe el nombre de *levantamientos expeditos*.

La ejecución de los croquis, en la que la mayor parte de las veces no podrá disponerse de instrumentos, constituyen los llamados *levantamientos irregulares*.

3.—El método que se sigue en todos estos levantamientos, está reducido á considerar proyectados los puntos de terreno sobre un plano horizontal, llamado de *referencia*, imaginario é inferior á dichos puntos; trasladar al papel todas estas proyecciones según una relación constante que determinará el número de veces que la magnitud de las líneas del plano están contenidas en sus homólogas del terreno, y, por último, á representar su relieve por medio de los convenios establecidos.

Las operaciones por las cuales se obtiene la proyección en el plano de los puntos del terreno, se denominan *planimetría*, y las que nos dan la representación de su relieve, *nivelación*.

4.—Sabido es que la superficie de la tierra puede ser considerada, prescindiendo del achatamiento de los polos, como una esfera cuyo radio excede de seis millones de metros. Cualquiera extensión de terreno será, pues, una superficie esférica no desarrollable sobre un plano; por consiguiente, al tratar de proyectarla sobre ésta, han de cometerse errores que podrán afectar á la mayor exactitud de su representación, y vamos á demostrar que siempre que la extensión de superficie que se desee levantar, no exceda de un grado de círculo

máximo, es despreciable el error que se cometa al considerar dicha superficie como confundida con el plano tangente en su punto medio.

Sea $A\ B$ (figura 1.ª) un arco de círculo máximo de un grado, al que corresponde una extensión de 111.111'11 metros, y vamos á hallar el error que se cometerá al reemplazar ésta por la de la tangente $T\ T'$ en su punto medio M y limitada por las verticales que pasan por sus extremos.

Siendo O el centro de la tierra, el triángulo $M\ O\ T$ nos dará

$$M\ T = M\ O \times \text{tang.}\ T\ O\ M = M\ O \times \text{tang.}\ 30',$$

puesto que el ángulo $M\ O\ T$ es mitad del $A\ O\ B$ que suponemos es de un grado; pero el radio de la tierra $O\ M$ es igual á 6.366,198 metros y

$$\text{tang.}\ 30' = 0{,}008726868,$$

luego reemplazando estos valores se tendrá,

$$M\ T = 6.366198^{m} \times 0{,}008726868 = 55556'97^{m},$$

y por consiguiente,

$$2\ M\ T = T\ T' = 111113'94^{m};$$

y como

$$A\ B = 111.111'11,$$

tendremos para diferencia de ambas líneas 2^{m}, 83.

Lo que nos dice, que el error que se cometa al tomar la tangente en vez del arco será de 2^{m},83, error que como veremos más adelante es inferior á los que pueden apreciar las escalas comunmente empleadas y los procedimientos é instrumentos de que nos valdremos en los trabajos topográficos.

Se podrá, en su consecuencia, considerar como plana la superficie que se trate de levantar, por cuanto nunca llegará á componer un grado de círculo máximo.

6.—**Marcha general de los trabajos.**—Si sobre el plano horizontal de referencia, nos propusiésemos proyectar uno por uno todos los puntos del terreno, á partir de uno tomado arbitrariamente, al relacionar con este los demás, se irían acumulando los errores y sobre ser la operación excesivamente larga resultaría por demás defectuosa y casi imposible de llevar á cabo. A fin de evitar estos inconvenientes y metodizar el trabajo, se emplea el siguiente procedimiento:

6.—Se eligen diferentes puntos notables del terreno y convenientemente situados de manera que, imaginándolos unidos entre sí por rectas, quede toda la superficie que se trata de levantar, encerrada dentro de una red de triángulos, red que recibe el nombre de *canevás*.

Una vez conocidas las longitudes de las proyecciones horizontales de los lados de estos triángulos y las de sus respectivos ángulos, se podrán construir sobre el plano otros semejantes y semejantemente colocados que nos darán la situación en el dibujo de las proyecciones de los puntos elegidos en el terreno.

Como de la exactitud con que se hayan determinado estos puntos, dependerá la exactitud con que se fijen los demás, puesto que á ellos hay que relacionarlos para situarlos en el plano, es indispensable resolver dichos triángulos trigonométricamente y de ahí el que estos primeros trabajos se denominen *triangulación trigonométrica* ó *canevás trigonométrico*.

7.—En el espacio cerrado por cada triángulo habrá otros puntos importantes del terreno, que será necesario fijar con precisión en el plano, y para efectuarlo, se unen estos puntos por líneas ficticias á dos de sus vértices determinándose así otra serie de triángulos de segundo orden que componen la llamada *triangulación topográfica* ó *canevás topográfico*.

Esta se construye en el plano resolviendo gráficamente cada triángulo, lo que nos da suficiente exactitud para las operaciones posteriores.

8.—Se reducen éstas á cubrir la superficie de cada triángulo, de signos convencionales que indiquen las comunicaciones, cursos de agua, caseríos, cultivos y demás objetos dignos de figurar en el plano y que se hallen implantados en élla. Esta última operación se conoce bajo el nombre de *relleno*.

9.—Terminada la planimetría, habremos obtenido el dibujo del terreno propuesto, como si todos sus puntos estuvieran situados en una superficie completamente plana, y nos faltará representar las diferentes alturas en que se hallan establecidos y que constituyen las elevaciones y depresiones del terreno, ó sea, su relieve.

Las operaciones de nivelación resuelven esta segunda parte del levantamiento de un plano.

10.—Se llama *altitud ó cota de nivel* de un punto, á su altura sobre el nivel del mar, que es la superficie de sus aguas tranquilas en la elevación media que alcanzan por efecto de las mareas.

La diferencia de alturas entre dos puntos se llama *diferencia de nivel.*

Cota, simplemente, es la altura de un punto sobre un plano horizontal que no sea el del nivel del mar, y *punto acotado* es el señalado con un número que indica su altura sobre el plano de proyección.

11.—En la nivelación se sigue un procedimiento análogo al de la planimetría.

Se hallan las cotas de un cierto número de puntos esenciales á la mejor representación de las inflexiones del terreno, cuya mayor parte suelen ser los vértices del canevás trigonométrico, y escritas estas cotas en el plano, queda efectuada la *nivelación trigonométrica.*

Se eligen después puntos secundarios, que relacionados con los anteriores, nos dan la *triangulación topográfica de nivelación.* Y por último, se determinan las cotas de las partes esenciales del interior de cada triángulo, lo que constituye la *nivelación del relleno.*

12.—Con sólo estas operaciones quedaría terminado el plano, pero el relieve del terreno, indicado únicamente por sus cotas, no nos presentará al primer golpe de vista sus elevaciones y depresiones, siendo necesario el examen detenido de cada punto acotado para formarnos una idea, siempre imperfecta, de la configuración de la superficie levantada, haciendo, por otra parte, confuso el dibujo el excesivo número de cotas que habría necesidad de expresar.

Entre los medios que se han ideado para perfeccionar este método, ha sido uno el de unir los puntos de igual cota por medio de curvas que reciben el nombre de *curvas de nivel,* y que, como veremos más adelante, son la representación del terreno supuesto cortado en diferentes secciones por planos horizontales imaginarios y cuyas intersecciones serían las indicadas curvas proyectadas sobre el plano de referencia.

CAPÍTULO II

ESCALAS

13.—Hemos dicho que el levantamiento de un plano se reduce á dibujar sobre el papel una figura semejante á la de la proyección del terreno sobre un plano horizontal; por tanto, las líneas homólogas del plano y del terreno han de ser proporcionales y están en una relación constante.

Así, si llamamos l, l', l''..... á diferentes longitudes del plano y L, L', L''..... á sus homólogas en el terreno, la relación $\frac{l}{L} = \frac{l'}{L'} = \frac{l''}{L''} = \ldots\ldots = E$. es lo que se llama la escala del plano.

Para expresar esta relación de un modo claro y que desde luego nos dé idea de su valor, se la pone siempre bajo la forma $\frac{1}{L}$, siendo el numerador la unidad usual de medida, ó sea el metro, y el denominador un número de una ó dos cifras significativas seguidas de ceros.

Así, las escalas más comunmente empleadas son las que representan las fracciones $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{500}$, $\frac{1}{1.000}$, $\frac{1}{2.500}$, $\frac{1}{5.000}$, $\frac{1}{10.000}$, $\frac{1}{20.000}$, $\frac{1}{25.000}$, $\frac{1}{40.000}$, $\frac{1}{50.000}$, $\frac{1}{100.000}$, y nos indican, desde luego, que á una magnitud de un metro en el dibujo, corresponden en cada una de ellas 100, 500, 1.000 ..... metros en el terreno.

14.—**Escalas numéricas.**—Para formar la escala numérica correspondiente, por ejemplo, á $\frac{1}{10.000}$, no tendremos más que tomar la décima, centésima, milésima parte, etc. de los dos términos de esta expresión y nos resultará:

En el plano.	En el terreno.
A 1 metro, corresponden.	10.000 metros.
» 0,1	1.000 »
» 0,01.....	100 »
» 0,001	10 »
» 0,0001	1 »

Con esta escala podemos calcular la longitud correspondiente del terreno á una dada del plano y recíprocamente.

En efecto, á $0,^{m}527$ del plano, por ejemplo, corresponden en el terreno

	Metros.
á 0,5.....	5.000
á 0,02.....	200
á 0,007	70
Total.....	5.270

De la misma manera, á 5.270^{m} del terreno, corresponden en el plano

	Metros.
á 5.000.....	0,5
á 200.....	0,02
á 70.....	0,007
Total.....	0,527

Estos problemas los resuelve también la fórmula $E = \frac{l}{L}$ puesto que despejando á l se tendrá

$$l = E \times L$$

y conoceremos la longitud l del plano cuando se conozca la escala y la longitud L del terreno.

Y despejando á L,

$$L = \frac{l}{E}$$

que nos dará el valor de la longitud L del terreno cuando se conozca la escala y la longitud l del plano.

Ejemplos: $E = \frac{1}{10.000} = \frac{l}{L}$.

Para $L = 5.270$ metros se tendrá

$$l = \frac{1}{10.000} \times \frac{5.270}{10.000} = 0,527.$$

Y para $l = 0,527$ tendremos

$$L = \frac{0'527}{\frac{1}{10.000}} = 0,527 \times 10.000 = 5.270.$$

Podremos, pues, establecer las reglas siguientes:

1.ª *Para hallar la longitud de una línea del plano, conociendo la de su homóloga del terreno, bastará dividir ésta por el denominador de la escala.*

2.ª *Para hallar la longitud de una línea del terreno, conociendo la de su homóloga del plano, bastará multiplicar ésta por el denominador de la escala.*

A pesar de la sencillez de estos cálculos, se han ideado, para evitarlos, las llamadas *escalas gráficas* de que nos vamos á ocupar.

15.—**Escalas gráficas simples.**—Supongamos que se trata de construir la escala gráfica correspondiente á la numérica $\frac{1}{100.000}$.

Hemos visto que á 100 metros del terreno corresponde en esta escala $0^m,01$ en el plano, por consiguiente, sobre una recta indefinida *A B* (fig. 2.ª), colocada generalmente en el margen inferior del dibujo, se tomarán á partir de *A* y hacia la derecha, las longitudes *Aa, ab, bc* ..... iguales á un centímetro y se numerarán 100, 200, 300 .... . á partir de *a* que se marcará con un cero. Es evidente que cada una de estas divisiones componen 100 metros del terreno, y por consiguiente, las longitudes comprendidas entre el cero y 200, 300 ..... representarán respectivamente 200, 300 ..... metros del terreno.

Para apreciar decenas de metros, se divide el centímetro *A a* en diez partes iguales, que se numerarán 10, 20, 30 ....., ó sólamente poniendo 50 en la división de en medio, y cada una de éstas será, por

consiguiente, la representación de 10 metros; dos la de 20; tres la de 30.....

Las longitudes menores de 10 metros se apreciarán á ojo.

Ejemplos: hallar en la escala la longitud correspondiente á 527 metros del terreno.

Sabemos que cinco divisiones comprenden 500 metros; luego colocaremos una punta del compás en la división marcada con el número 500; la otra punta deberá abarcar á la izquierda del cero dos divisiones que valen 20 metros, y además $^7/_{10}$ partes de la siguiente apreciadas á ojo. El compás, por consiguiente, comprenderá 527 diezmilímetros, que es la longitud reducida que se buscaba y que podremos llevar sobre la linea homóloga del plano.

Recíprocamente; si al medir una línea del dibujo se obtiene una abertura de compás que llevada sobre la escala vemos que comprende la longitud *f m* que abarca cinco divisiones desde *f* al cero, ó sean 500 metros, más dos divisiones de cero á 20 que son 20 metros, y $^7/_{10}$ partes de la división 20-30, ó 7 metros, su longitud total será en la línea homóloga del terreno de 527 metros.

16.—**Escala gráfica compuesta ó de trasversales.**—Si se desea mayor exactitud de apreciación en las unidades de la escala gráfica de que acabamos de ocuparnos, se la trasforma en compuesta por el procedimiento siguiente. Por los puntos de división 100, cero, 100, 200 .. .. (fig. 3) se levantan perpendiculares, y sobre una de ellas se toma una longitud arbitraria *A C*, que dividiremos en diez partes iguales, trazando por cada una de ellas una paralela á la escala; se divide en diez partes la longitud *C D*, y se unen los puntos de división de ésta con los 20, 30, 40 ..... de la escala, de manera que al cero de abajo corresponda el 10 de arriba, al 10 el 20, al 20 el 30.... Las partes de paralelas *mn, pq, rs, tu* ..... comprendidas entre las líneas *cero-D cero*-10, contendrán respectivamente $\frac{1}{10}$, $\frac{2}{10}$, $\frac{3}{10}$. .. de la longitud 10-*D* ó de su igual *cero*-10 sobre la escala, y como éstas representan 10 metros, las *mn, pq, rs* ..... representarán 1, 2, 3, 4 ..... metros.

En efecto, los triángulos semejantes *cero-D* 10 y *cero-mn* nos darán la proporción

$$\frac{on}{o\text{-}D} = \frac{mn}{D\text{-}10};$$

pero *on* es por construcción la décima parte de o-*D*; luego *m n* también será la décima parte de *D*-10, ó sea de o-10 sobre la escala, que era lo que deseábamos demostrar.

Los demás triángulos *opq*, *ors* ..... nos darán de igual manera

$$pq = \frac{2}{10} \text{ de o-10}, \quad rs = \frac{3}{10} \text{ de o-10} \ldots\ldots$$

Para calcular en esta escala la longitud 527 del ejemplo anterior, se apoyaría una punta del compás en *L* división 500 de la 7.ª paralela, y la otra en el punto *h* de la trasversal 20-30.

Esta longitud se compone efectivamente de las tres partes *hg*, *gf* y *fL*, que valen respectivamente 20, 7 y 500 metros; total 527 exactamente.

Aún puede esta escala apreciar con alguna aproximación fracciones del metro, pues si las puntas del compás quedasen sobre la paralela *xy* comprendida entre la 7.ª y 8.ª y en el punto medio de *h h'*, la longitud buscada sería de 527'50 metros.

17.—**Límite de apreciación.**—De lo expuesto hasta aquí, se deduce que una escala será tanto menor cuanto mayor sea su denominador, y en todas ellas habrá una longitud límite de apreciación, que será la menor del terreno que pueda ser medida en el plano ó apreciada con la vista.

Este límite, representado generalmente por la letra griega ε (1) es igual á la quinta parte de un milímetro, que es el grueso de las líneas finas del dibujo, ó lo que es lo mismo

$$\varepsilon = 0,^{m}0002$$

Así, pues, según sea la exactitud que se desee dar al plano, así deberá ser la escala que se adopte para su trazado.

En efecto, si hubiesen de apreciarse las distancias de un metro de extensión, deberán éstas estar representadas en el dibujo al menos por $0,^{m}0002$, y según la definición de las escalas, la buscada sería $\frac{0,0002}{1}$ ó poniéndola bajo la forma ordinaria

$$\frac{0,0002}{1} = \frac{2}{10.000} = \frac{1}{5.000}$$

(1) Pronúnciase épsilon.

De igual manera, si deseásemos dos metros de aproximación, la escala sería

$$\frac{0{,}0002}{2} = \frac{1}{10.000}$$

Podemos, pues, establecer la siguiente regla: *Para hallar la escala correspondiente á un levantamiento que se desee trazar con la aproximación de cierto número de metros, se dividirá el error* $\varepsilon = 0{,}0002$ *por el número dado, y esta fracción, reducida á la forma ordinaria, será la escala pedida.*

Si, por el contrario, dada la escala se desease averiguar la menor longitud que aprecia, será lo mismo que si tratásemos de buscar la longitud del terreno correspondiente á la de $0{,}^{m}0002$ del plano que, según hemos dicho (14), se obtendrá multiplicando esta longitud por el denominador de la escala.

Así, si esta fuese de $\frac{1}{20.000}$;

$$0{,}0002 \times 20.000 = 4 \text{ m.}$$

será la menor longitud que aprecia.

18.—**Escalas de pasos.**—En los levantamientos irregulares, y aun en los expeditos, sobre todo si tienen por objeto un reconocimiento militar, puede ocurrir no se disponga de medio alguno para la medición de distancias, en cuyo caso es de suma utilidad tener *contrastado el paso,* es decir, conocer por experiencias anteriores el número de metros que representa un cierto número de pasos ordinarios del operador, y con este dato construir una escala de pasos que equivalga á la elegida en metros para la ejecución del trabajo que se nos haya encomendado.

Para contrastar el paso se recorre varias veces una longitud medida de antemano y se toma el promedio. Así, si la longitud recorrida es de 100 metros y el promedio nos da 125 pasos, podremos establecer la igualdad

$$125 \text{ pasos} = 100 \text{ metros.}$$

Si la escala en que se desea el plano es la de $\frac{1}{10.000}$ se constru-

ye ésta en un papel, se averigua lo que representará 100 pasos por la proporción

$$\frac{125 \text{ pasos}}{100 \text{ metros}} = \frac{100 \text{ pasos}}{x \text{ metros}} \text{ de donde}$$

$$x = \frac{10.000}{125} = 80 \text{ metros}$$

se toma, pues, sobre dicha escala una longitud de 80 metros, y se lleva sucesivamente sobre una recta indefinida, marcando en cada una de las divisiones cero, 100, 200, 300, etc., y habremos obtenido la escala de pasos que se deseaba.

CAPÍTULO III

ESTUDIO DE LAS FORMAS DEL TERRENO DESDE EL PUNTO DE VISTA TOPOGRÁFICO

19.—Antes de entrar de lleno en el estudio de la topografía, nos es indispensable examinar la estructura de la capa terrestre considerada topográficamente. El mejor medio para formarnos idea del conjunto de elevaciones y depresiones de la superficie de la tierra, sería elegir un punto elevado de una montaña y examinar los accidentes del horizonte visible, pero por grande que sea la altura del punto de observación, muy difícil y aun imposible en la mayor parte de los casos, deducir la ley general que rige en la conformación de los terrenos por ser dicho horizonte demasiado limitado para el objeto.

Sería, pues, indispensable elevarnos aún más en el espacio hasta abarcar un continente ó isla, y dotado de una vista excepcional que atravesase la atmósfera, poder descubrir esa ley de conformación.

Ante la imposibilidad de realizar este propósito, nos valdremos de una carta geográfica, en la cual podremos imaginar vemos el terreno á vista de pájaro, fijándonos para ello en la isla de Sicilia (fig. 4.ª).

Las consideraciones que deduzcamos de su estudio, podremos admitirlas como generales para cualquier extensión del globo terrestre.

Del punto *B*, casi central, parten hacia los extremos *A*, *C*, *D* tres cadenas de montañas cuya línea de alturas separan las aguas que recorren su suelo, formando hacia la costa tres vertientes completamente independientes entre sí, dando á la isla la estructura de una pirámide triangular.

Las tres aristas formadas por la línea ondulada que determina la cresta de estas cordilleras, recibe el nombre de *divisoria general* de aguas, y el de *vertientes* las tres superficies que representan las caras de la pirámide.

De esta divisoria general parten á derecha é izquierda diferentes líneas, que constituyen la cresta de los contrafuertes ó estribaciones de la cordillera general, líneas de encuentro de las dos vertientes opuestas de estas estribaciones, y que por este motivo reciben el nombre de *divisorias de segundo orden*, pues separan las aguas de los diferentes ríos de cada vertiente general.

De cada una de estas divisorias de segundo orden parten del mismo modo otras de tercero, y así sucesivamente hasta llegar á descomponer la falda ó ladera de cada estribo en sus más pequeñas inflexiones, en cada una de las cuales habrá una línea más alta que obligará á las aguas á separarse y constituirá una divisoria de último orden.

20.—Si examinamos ahora dos divisorias consecutivas del último orden, podremos observar que las dos vertientes adyacentes dirigen sus aguas hacia el espacio inferior comprendido entre ellas, donde se reunen siguiendo la línea más baja y formando los arroyos y torrentes.

El espacio comprendido entre estas dos vertientes recibe los nombres de *barranco, cañada, etc* , y la línea de reunión de sus aguas, el de vaguadas, ó thalweg, nombre alemán que significa camino del valle.

Estudiando con detención la marcha que siguen estas aguas, se ve, desde luego, que dos á dos se van reuniendo y formando una corriente más caudalosa, que sigue la línea más baja de las vertientes gemelas de dos divisiones de un orden superior. El espacio comprendido entre estas últimas se denomina *valle* y está compuesto, por consiguiente, de varias cañadas y barrancos, así como el río que corre por su thalweg está compuesto de los torrentes y arroyos que á él afluyen por derecha é izquierda.

De igual manera, los pequeños ríos que corren por estos valles, van reuniéndose dos á dos formando otros más caudalosos, cuyo cauce es el thalweg de otro valle de mayor extensión, compuesto de los secundarios de que acabamos de ocuparnos y que se conocen con el nombre de *cuenca*.

21.—Resumiendo vemos, que la superficie de una isla ó continente cualquiera puede descomponerse:

1.° En varias líneas de separación de las aguas que se conocen con los nombres de divisorias generales y divisorias parciales de 1.°, 2.°... orden.

2.° En otra serie de líneas de reunión de aguas que se denominan vaguada ó thalweg de 1.°, 2.°, 3.°... orden; y

3.° Que las divisorias parciales de los diferentes órdenes comprenden entra sí, espacios que se conocen con los nombres respectivos de barrancos, cañadas, valles y cuencas, siendo éstos los que producen los torrentes, arroyos, riachuelos y ríos cuyo curso termina siempre en los mares.

22.—Conocidas estas generalidades, pasemos al estudio de las condiciones por las cuales se dan á conocer estas líneas, y á analizar la estructura del terreno en sus diferentes detalles.

Llámase *comba, lomo ó dorso* de una montaña, una superficie convexa *A B C D* (fig. 5.ª), formada por la reunión de dos vertientes opuestas *A B C* y *A C D*.

La línea *A C* que las une, se denomina *línea de cumbrera*, y es la divisoria de aguas del orden más inferior.

Se viene en conocimiento de estas líneas por las dos propiedades de que gozan:

1.ª De todos los caminos que puedan seguirse para llegar desde un punto de ella á la parte inferior de la comba, es el que tiene menor pendiente, ó lo que es lo mismo, el que forma menor ángulo con el plano horizontal inferior á la superficie que se considera.

2.ª De todas las direcciones que puedan seguirse para ascender en el terreno á partir de un punto de ella, es la de mayor pendiente ó la que forma mayor ángulo con el plano horizontal que pasase por el punto elegido.

23.—Llámase, pues, *pendiente de una recta* A B (fig. 6.ª) *la inclinación de ésta sobre un plano horizontal* M N, *medida en el plano vertical que la contiene*, ó lo que es lo mismo, *al ángulo que forma con su proyección* B O.

Puede medirse este ángulo por el número de grados del arco que comprende, ó por la tangente de este arco pues el triángulo rectángulo *A B O* nos da

$$\text{tang}\ \alpha = \frac{A\,O}{B\,O}\ .$$

De la misma manera, *la pendiente de un plano* P Q, *es la inclinación de éste sobre otro horizontal* M N, ángulo diedro *P Q R N* que, como hemos visto en la geometría, está medido por el ángulo plano α que forman las perpendiculares *B A* y *B O* levantadas en cada plano á su común intersección *R Q*.

La recta *A B* que con su proyección *B O* nos da esta medida,

toma el nombre de *línea de máxima pendiente*, y en efecto, cualquiera otra $A\ C$ formará menor ángulo con el plano $M\ N$. Para demostrarlo, observaremos que la pendiente $A\ B$ tiene por medida $\frac{A\ O}{B\ O}$, y la pendiente $A\ C$ está representada por $\frac{A\ O}{C\ O}$; pero siendo $BO < CO$, es evidente que

$$\frac{A\ O}{B\ O} > \frac{A\ O}{C\ O}$$

ó lo que es lo mismo, que $\alpha > \alpha'$.

Luego, *la pendiente de un plano está medida por la de una de sus líneas de máxima pendiente.*

24.—Hemos visto que los *barrancos, cañadas y valles*, están formados por dos superficies inclinadas $A\ C\ D$ y $A\ D\ E$ (fig. 5.ª) que se encuentran según una línea inferior $D'\ D$, llamada vaguada, donde se reunen las aguas. Estas líneas se distinguen de las de cumbreras, por gozar de propiedades inversas á las que hemos consignado para éstas, es decir, que las vaguadas son las direcciones de menor pendiente para ascender en el terreno y las de mayor pendiente al descender.

25.—Si consideramos ahora las diferentes combas $A\ B\ C\ D$, $A\ D\ E\ F$, $A\ F\ G\ H$... unidas sucesivamente por sus líneas inferiores $D\ D'$, $F\ F'$... ó bien los valles $A\ C\ D\ E$, $A\ E\ F\ G$, $A\ G\ H\ J$... unidos de igual manera por sus líneas superiores $E\ E'\ G\ G'$ ..., nos resultará en conjunto la figura $A\ K\ J$ que constituye la *montaña* que podemos definir diciendo, que es la reunión de varios valles ó combas, siendo su forma aproximadamente cónica, aunque en general degenerada por efecto de las conmociones sufridas desde su aparición y enfriamiento de la masa que la constituye.

26.—La reunión y enlace de varias montañas recibe el nombre de *cordillera* (fig. 7.ª).

En la divisoria de aguas $M\ A\ P\ N$ de una cordillera, se notan algunas depresiones, como la representada en P, que se denominan *puertos*, y son el camino más practicable y natural para pasar de una á otra vertiente.

El puerto puede decirse que es el resultado del enlace imperfecto

de dos montañas, de las que entran en la formación de una cordillera, que por su mayor separación no han llegado á amalgamarse más que en su parte inferior.

La bajada al *llano* se verificará según la línea *P P'*, thalweg del valle formado por las vertientes parciales *A A' P' P* y *B B' P' P*. Lo propio tiene lugar por el lado opuesto.

27.—Finalmente, como forma excepcional, se notan en algunos terrenos depresiones de mayor ó menor extensión cuya superficie presenta los mismos caracteres que la de las montañas, y cuyas líneas de cumbrera y thalweg van á concurrir en su fondo.

Estas depresiones toman el nombre de *hoya* ó *embudo*, debido á su configuración.

CAPÍTULO IV

REPRESENTACIÓN TOPOGRÁFICA DE LAS FORMAS DEL TERRENO

Hecha la exposición sucinta de la configuración del terreno, pasaremos á manifestar los sistemas empleados para su representación en los planos topográficos:

28.—Curvas de nivel.—Si imaginamos el terreno *A B D F* (fig. 8) cortado por diferentes planos horizontales, sus intersecciones con éstos serán las curvas *aa, bb, cc, dd....*, cuyas proyecciones sobre el plano de referencia *M N* estarán representadas en igual forma y magnitud, según *a'a', b'b', c'c'....*

las llevamos sobre el dibujo reducidas á escala, y las situamos entemente, quedará el terreno representado en el plano por las curvas *a''a'', b''b'', c''c''*....semejantes á la *a'a', b'b', c'c'*....y semejantemente colocadas.

Las curvas de nivel del terreno se denominan *naturales*, y las del dibujo *gráficas*.

29.—Examinemos ahora cómo por las inflexiones de estas curvas vemos en conocimiento de la parte de terreno que representan.

Si proyectamos la cumbrera *A B* sobre el pl[illegible] *M N* (fig. 9) en y las curvas *abc* en *a'b'c'*, observaremos:

1.° Que la proyección de cada curva envuelve á [illegible] ediata superior (1).

2.° Que los puntos de retroceso de estas curvas están situados en *a, a', a'* sobre la proyección *A' B'* de la línea de cumbrera:

Si proyectamos la vaguada *A B* en *A' B'* (fig. 10) y las curvas *abc* en *a'b'c'*, de igual manera podremos observar que la proyección de cada una es envuelta por la inmediata superior, y que los puntos de retroceso de todas ellas están situados en *a', a' a'*....sobre la proyección de la vaguada.

(1) Salvo en algunos casos muy excepcionales.

Dedúcese de aquí que la *grupa* y el *valle* tienen la misma representación en los planos topográficos; pero como generalmente cada curva lleva escrita su correspondiente cota, se vendrá en conocimiento de cuál es el valle y cuál es la comba, según que las curvas envolventes tengan mayor ó menor cota que las envueltas (1).

Cuando el plano carece de cotas, los cursos de agua nos indicarán las vaguadas y las divisorias ó cumbreras, y por consiguiente, las grupas comprendidas siempre entre dos de las primeras y los valles comprendidos entre dos de las segundas, según puede observarse en la figura 11.

30.—En el capítulo precedente dejamos consignado que la *Montaña* y la *Hoya* tienen aproximadamente la misma configuración, ambas compuestas alternativamente de combas y valles y formando superficies cónicas, pero invertidas, la primera constituida por la masa del terreno, la segunda por el espacio hueco que deja el mismo. Si, pues, cortamos una y otra por diferentes planos horizontales, sus intersecciones serán curvas cerradas como las de la figura 12, dándose á conocer si es montaña ó comba lo que representan, según crezcan las cotas de la curva exterior á la del centro ó viceversa, ó bien por la dirección de dentro á fuera ó de fuera adentro que sigan las aguas en él indicadas.

31.—Siendo el puerto, como hemos indicado, consecuencia del imperfecto enlace de dos montañas *A* y *B* (fig. 13), si al tratar de representarlas en el plano la consideramos cada una de por sí cortadas por diferentes planos horizontales *aa*, *bb*... y proyectamos sus intersecciones sobre el plano *M N* de referencia, nos resultarán dos grupos de curvas, que se cortarán según la línea puntos *V V'* intersección de las dos montañas y que marcará el thalweg de los dos valles. Si al trasladar las curvas al dibujo se suprime la parte de ellas que queda oculta por el terreno, nos resultará la figura 14 después de suavizar, conforme se presenta en la naturaleza, el encuentro *a*, *a*... de las curvas gemelas.

En la parte *P*, más alta del puerto, suele haber una meseta ó superficie aplanada que se manifiesta por el cuadrilátero curvilíneo trazado de puntos, é indica el encuentro de las cuatro curvas *m P n*, *n P r*, *r P s* y *s P m*, pertenecientes á la vez á los dos valles y á las dos grupas que concurren en *P*.

(1) En el primer caso, la concavidad de las curvas queda del lado de la cota mayor y á la inversa en el segundo.

32.—**Equidistancia de las curvas.**—Por estos medios, la estructura del terreno queda perfectamente representada, y podrá creerse que cuanto mayor sea el número de curvas empleadas, mayor será la exactitud obtenida, lejos de ser así, un número excesivo de curvas introduciría confusión en el dibujo, sin aumentar la precisión de las formas del relieve. En tal concepto, se ha convenido en considerar los planos imaginarios que cortan al terreno igualmente distantes unos de otros, y esta separación constante ha recibido el nombre de *equidistancia de las curvas* de nivel. Cuando ésta es considerada en el terreno se denomina *equidistancia natural*, y cuando lo es en el plano, *equidistancia gráfica*.

Dada la equidistancia natural, se obtiene la gráfica, dividiendo aquélla por el denominador de la escala (14). Recíprocamente, dada la equidistancia gráfica, basta multiplicarla por dicho denominador para obtener la natural.

33.—De cuanto dejamos dicho se desprende que todos los puntos de una misma curva tendrán la misma cota, y que la cota de una curva cualquiera será igual á la inmediatamente inferior, aumentada de la equidistancia adoptada.

Así, si esta equidistancia es de cinco metros y la curva más baja de la figura 13 tiene por cota 25, la siguiente tendrá 30, la otra 35 y así sucesivamente, siendo por tanto todas ellas múltiples de la equidistancia.

Vemos, pues, que el complemento de la exacta representación del relieve del terreno, será escribir al lado de cada curva su correspondiente cota.

34.—**Cotas.**—Más breve que el procedimiento que acabamos de exponer parece, desde luego, la expresión del relieve empleando únicamente las cotas, pero ya hemos dicho (12) que el gran número de éstas, que sería preciso consignar en el plano, lo haría confuso; la determinación de cada una en el terreno alargaría el trabajo, y el resultado obtenido sería imperfecto, puesto que el dibujo no presentaría al primer golpe de vista la configuración del terreno, siendo preciso un detenido estudio del plano, para formarse una idea, siempre imperfecta, del terreno que representa.

Por todos estos inconvenientes ha sido desechado este sistema, empleándose, sin embargo, con ventaja para los planos de fortificación.

35.—**Normales ó trazos.**—Las líneas de máxima pendiente y sus

proyecciones sobre planos horizontales, sabemos que gozan de la propiedad de ser perpendiculares á las intersecciones de estos planos con el que las contiene (23), y, por consiguiente, lo serán también á las curvas de nivel, cuyos elementos prolongados se confundan con dichas intersecciones.

Así pues, si consideramos uniforme la pendiente del terreno comprendido entre cada dos de las tres curvas *aa*, *bb*, *cc*, indicadas en la figura 15, y queremos representar las proyecciones de las líneas de máxima pendiente, no tendremos que hacer más que trazar una serie de líneas continuas que en sus dos extremos sean normales á dichas curvas.

Si ahora hacemos desaparecer estas curvas, quedará el dibujo como se manifiesta en la figura 16, y las líneas que lo forman reciben el nombre de *normales* ó *trazos*, constituyendo un sistema de representación del relieve del terreno, con sólo adoptar ciertas reglas en la separación, grueso y longitud de estas líneas, que den á conocer desde luego la pendiente que representan.

36.—Para el establecimiento de estas reglas, se parte hoy día del supuesto de que el terreno está iluminado por rayos de luz que le hieren en el sentido de la vertical del lugar que se considera, y que reciben el nombre de *luz cenital*.

Por las teorías que nos dan á conocer los tratados de física, se sabe que una superficie está tanto más iluminada cuanto más normalmente recibe la luz; por consiguiente, con la luz cenital el terreno más iluminado será el horizontal, y cuanto más pendiente sea aparecerá más oscuro, habiendo una degradación de tintas entre las superficies según su mayor ó menor inclinación.

Por otra parte, según se desprende de lo dicho sobre curvas de nivel, y demostraremos más adelante, su mayor ó menor separación indica claramente menor ó mayor pendiente; por tanto, los trazos comprendidos entre ellos serán tanto más cortos, cuanto mayor sea la inclinación del terreno.

Como consecuencia de esto, la regla general de la representación por trazos es que éstos sean más gruesos y más cortos á medida que la pendiente va siendo más rápida.

Si además se procura que el intervalo entre trazo y trazo sea igual á la cuarta parte de su longitud, se conseguirá dar al dibujo un claro oscuro que hará resaltar perfectamente los pliegues y ondulaciones del terreno que representa, y nos dará á conocer con bastante exactitud su conformación.

37.—Estas tres condiciones que deben cumplir las normales ó trazos, reciben en conjunto la denominación de *ley del cuarto*, y para ejecutarla con precisión se han ideado los llamados diapasones, que consisten en general en la representación gráfica de las diferentes pendientes, acompañada del modelo de trazos que ha de aplicarse á cada una.

No entramos en más detalles de este sistema, porque tanto en el Depósito de la Guerra como en el Instituto Geográfico de nuestro país, sólo se hace uso de las curvas de nivel y no se tendrá ocasión en la práctica de ejecutar esta clase de dibujo, creyendo, por otra parte, suficientes las generalidades expuestas, para hacerse cargo de cualquier plano de esta clase que sea preciso examinar.

38.—**Lavado.**—Este método de representación, consiste en formar el claro oscuro que determinan las normales, con capas de tinta de china ó de colores convenientemente desvanecidos con el pincel, sistema que acelera la ejecución, la hace más fácil y deja realzar más los detalles del dibujo, pero que exige el empleo de las curvas de nivel y no constituye por sí sólo un sistema, siendo más bien el complemento del primero que hemos consignado.

39.—**Sistema Hypsométrico.**—En el de normales y lavado, á mayor inclinación corresponde mayor intensidad en las sombras; en el sistema hypsométrico, la intensidad de las tintas corresponde á las alturas, es decir, que cuanto mayores sean éstas, más fuertes han de ser las tintas empleadas en el dibujo.

El resultado que así se obtiene es bastante bueno puesto que los planos destacan perfectamente las alturas de las montañas, y las combas, valles y dorsos quedan bien determinados, pero el conjunto dista mucho de concordar con los efectos de luz que presenta la naturaleza.

Para la ejecución del dibujo; si las curvas de la figura 17 representan una montaña, se da una capa de tinta á todo él, después otra de la segunda curva hacia el centro, luego otra de la tercera al centro, y así sucesivamente.

Si, por el contrario, representase una hoya (fig. 18), se extenderá la primera capa sólo en el espacio comprendido por la curva exterior y la que le sigue, después sobre ésta otra que quedará limitada por la tercera curva contando hacia el interior, siguiendo así hasta que la última capa comprenda toda la figura.

En ambos casos resultará, á mayor cota, mayor cantidad de sombra,

40. – De todos estos sistemas, el más exacto y ventajoso, y del que exclusivamente se hace uso en los levantamientos militares, es el de las curvas de nivel; en tal concepto, pasaremos á detallar su empleo, dando á conocer algunos problemas de frecuente aplicación, y exponiendo las ventajas que reporta la elección de una equidistancia gráfica constante para todas las escalas.

CAPÍTULO V

PROBLEMAS QUE SE RESUELVEN CON LAS CURVAS DE NIVEL Y VENTAJAS DE LA EQUIDISTANCIA GRÁFICA CONSTANTE EN TODAS LAS ESCALAS

41.—**Problema 1.°**.—*Hallar la pendiente de un plano en un punto determinado.* – Si consideramos el terreno *A B C* (fig. 19) cortado por las curvas *M N* y *P Q*, y uniforme la pendiente en la zona que comprenden, esta pendiente tendrá por medida el ángulo *M P O* ó lo que es lo mismo, la relación $\frac{M\,O}{P\,O}$ (23); pero *M O* es la equidistancia natural de las curvas que permanece constante para un mismo plano, luego la expresión $\frac{M\,O}{P\,O}$ variará solamente con el valor de *P O*, que es la separación, en proyección horizontal, de las curvas en el terreno; y como $\frac{M\,O}{P\,O} = \frac{m\,o}{p\,o}$ (13) siendo *m o* la equidistancia gráfica y *p o* la separación de las curvas en el plano, resulta que cuanto menor sea ésta, mayor será la inclinación y viceversa.

Podremos, pues, deducir la siguiente regla:

Para hallar la pendiente en un punto o *determinado del plano; bastará trazar por dicho punto la normal* p o *correspondiente á las curvas que la comprenden, levantar en su extremo* o *de mayor cota, una perpendicular* o m *de la longitud de la equidistancia gráfica, unir el otro extremo* p *de la normal, con el punto* m, *y tendremos en la recta* p m *la distancia entre ambas curvas en el terreno reducida á escala, y en el ángulo* m p o, *ó en la relación* $\frac{\text{m o}}{\text{p o}}$ *la medida de la pendiente buscada.*

Si se desea además la longitud que en el terreno tuviese dicha

distancia, no habría más que llevar con el campás la recta $m\ p$ sobre la escala y ver el número de metros que representa, ó bien multiplicar el valor de esta recta por el denominador de la escala (14).

42.—**Problema 2.°**—*Trazar en un plano una línea con una pendiente determinada.*—Supongamos que la escala en que se opera es de $\frac{1}{10.000}$, que la equidistancia es de 5 metros, y que la pendiente propuesta sea de $^1/_6$.

Si la línea buscada es, por ejemplo, la $M'\ P$ (fig. 19), en el triángulo $M'\ P\ O''$ tendremos, $M'\ O'' = 5^{\text{m}}$ y $P\ O'' = x$ puesto que es la proyección que se trata de encontrar.

Tomemos á partir de P una distancia $P\ R = 6^{\text{m}}$ y levantemos la perpendicular $R\ R'$, en el triángulo $P\ R\ R'$ que resulta, tendremos, $\frac{R\ R'}{P\ R} = \frac{1}{6}$; podemos, pues, establecer la siguiente proporción,

$$\frac{1}{6} = \frac{5^{\text{m}}}{x} \text{ de donde } x = 5 \times 6 = 30$$

Luego la proyección de la recta que se busca es en el terreno de 30 metros, por consiguiente (14) en el plano será

$$\frac{30}{10.000} = 0,003\ (1).$$

Por consiguiente, si haciendo centro en el punto p del plano y con una abertura de compás de tres milímetros describimos un arco de círculo, y el punto o'' en que corta á la curva 40, se une con el p, la recta resultante $p\ o''$ resolverá el problema.

Vemos, pues, que nos da este resultado una simple proporción en la cual la primera razón es la pendiente dada, y la segunda está formada por la equidistancia natural y la incógnita que se busca, pudiendo en consecuencia establecer la regla siguiente:

Para trazar en un plano una recta que tenga una pendiente determinada, bastará multiplicar la equidistancia natural de las curvas por la

(1) Este problema es recíproco del anterior. En efecto, aquél se resuelve por la porporción $\frac{1}{x} = \frac{5^{\text{m}}}{0,003}$ puesto que la pendiente es desconocida y se sabe el valor real que la normal tiene en el terreno.

relación invertida que expresa la pendiente dada, dividir el resultado por el denominador de la escala, y con una abertura de compás igual á la longitud que resulte se describe etc.

43.—**Problema 3.°**—*Hallar la cota de un punto cualquiera del plano.*

Hasta ahora sólo conocemos las cotas indicadas en las diferentes curvas, pero sucederá con frecuencia que sea necesario saber cuál sea la correspondiente á un punto situado entre dos curvas, por ejemplo, el S en la figura 19.

Su valor, que representaremos por C, estará compuesto de la cota del punto P, que suponemos de 30 metros, más la cantidad $S\,O'$; luego

$$C = 30^{m} + S\,O'$$

y los triángulos $S\ O'\ P$ y $M\ O\ P$ nos darán lo proporción $\frac{P\,O}{P\,O'} = \frac{M\,O}{S\,O'}$, de donde $S\,O' = M\,O \times \frac{P\,O'}{P\,O}$; pero $\frac{P\,O'}{P\,O} = \frac{p\,o'}{p\ o}$ (13), luego $S\,O' = M\,O \times \frac{p\,o'}{p\ o}$, y sustituyendo en el valor de C,

$$C = 30^{m} + M\,O\,\frac{p\,o'}{p\ o}.$$

Ejemplo: Si suponemos que se opera en la escala de $\frac{1}{10.000}$ y que $p\ o' = 0{,}003$ y $p\ o = 0{,}005$ siendo $M\ O$ la equidistancia natural igual á 5^{m}, aplicando la fórmula anterior tendremos,

$$C = 30^{m} + 5^{m} \times \frac{0{,}003}{0{,}005} = 30^{m} + 5 \times \frac{3}{5} = 33^{m}.$$

Podemos, pues, establecer la siguiente regla:

Para hallar la cota de un punto situado entre dos curvas de nivel, se multiplicará la equidistancia natural de las mismas, por la relación entre la distancia de dicho punto á la curva de menor cota y la que existe entre ambas, contada sobre la normal que pase por el punto dado, y el resultado obtenido se añadirá á la cota menor.

44.—**Problema 4.°**=*Hallar la pendiente y magnitud de la recta que une dos puntos cualquiera de un plano.*

Supongamos que estos puntos sean en el terreno los A y B (figura 20), representados en el plano por los a y b, la pendiente de la recta $A\ B$ estará medida por el ángulo $A\ B\ C$ que forma conla ho-

rizontal $B\,C$, ó bien por la relación $\frac{A\,C}{B\,C}$; pero $A\,C$ es la diferencia de nivel de los dos puntos, que se obtendrá hallando la diferencia de sus cotas, y $B\,C$ se obtiene calculando, por medio de la escala, el valor real de $a\,b$.

Si ahora levantamos en a y b, perpendiculares respectivamente iguales á las cotas de estos puntos, reducidas á escala, la recta $a'\,b'$ que une los extremos de estas perpendiculares, llevada sobre la escala, nos dará la longitud $A\,B$ que en el terreno tendrá la recta propuesta.

45.—**Problema 5.º**—*Dadas en un plano tres alturas, A, B y C* (figura 21), *situadas en línea recta, averiguar si colocados en cualquiera de los extremos, la del centro nos permitirá ó no descubrir la otra.*

Para resolver este problema se empezará por resolver el anterior, prescindiendo de la altura central, y después de hallada la cota de ésta, se levanta en el punto B una perpendicular á $A\,C$ igual á dicha cota reducida á escala; si esta perpendicular corta á la recta $a\,c$ será prueba de que la altura B impide ver á A desde C; en el caso contrario dichos puntos serán visibles uno de otro.

46.—**Equidistancia gráfica constante en todas las escalas.**—No sujetando á ninguna regla la elección de la equidistancia natural, la gráfica dependerá del denominador de la escala con que se opera, y la expresión $\frac{m\,o}{p\,o}$ (41) de las pendientes, no sólo variará en cada plano con el valor de $p\,o$, sino también con el de $m\,o$ en cada escala.

Para regularizar este sistema de representación, se ha convenido en ejecutar todos los planos de manera que la equidistancia gráfica sea de $0^m,0005$ para todas las escalas.

Así, pues, para las escalas

$$\frac{1}{10.000},\ \frac{1}{20.000},\ \frac{1}{25.000},\ \frac{1}{40.000},\ldots\ldots$$

corresponderán respectivamente las equidistancias naturales de $0,0005 \times 10.000 = 5^m$; $0,0005 \times 20.000 = 10^m$; $0,0005 \times 25.000 = 12'50$; $0,0005 \times 40.000 = 20^m$.....

47.—Por este medio se consigue que iguales pendientes del terreno estén representadas por la misma separación entre las curvas, cualquiera que sea la escala empleada en el levantamiento.

En efecto, consideremos una recta $A\,B$ de 500 metros de longi-

tud en proyección horizontal *A C*, y con un desnivel de 50 metros (fig. 22).

Empleando la escala de $\frac{1}{10.000}$, los 500 metros de longitud estarán representados por $7^m,05$, según se ve en *a c*, y $0,0005 \times 10.000 = 5^m$ será la equidistancia natural, que multiplicada por 10 nos dará los 50 metros de desnivel, es decir, que habrá diez curvas entre *a* y *c* que distarán entre sí $0^m,005$ puesto que la pendiente es uniforme.

Empleando la escala de $\frac{1}{20.000}$, los 500 metros de longitud estarán representados por $0^m,025$ según se ve en *a' c'* y la equidistancia natural por $0,0005 \times 20.000 = 10^m$, que multiplicados por cinco nos dan el desnivel de 50 metros, es decir, que en la longitud *a' c'* deberán existir cinco curvas de nivel que distarán, por consiguiente, entre sí $0^m,005$ como cuando la escala era $\frac{1}{10.000}$. Luego cualquiera que sea la escala, siempre tendremos en el plano, para una pendiente determinada, igual separación entre las curvas.

48.—El convenio de la equidistancia gráfica constante, nos da el medio de averiguar las pendientes, con sólo conocer la separación entre las curvas de nivel, cualquiera que sea la escala empleada.

Supongamos, por ejemplo (fig. 23), que la separación *a b* entre las dos curvas *m n* y *p q* es de $0^m,003$ y veamos si con este dato podemos venir en conocimiento de la pendiente que representan. Para esto construyamos el triángulo rectángulo *a b c*, cuyos catetos *a b* y *b c* tendrán respectivamente $0^m,0005$ equidistancia gráfica y $0^m,003$, la pendiente que se busca estará representada por la relación $\frac{0,0005}{0,003}$ que reducida á la forma $\frac{1}{m}$ nos dará $\frac{1}{6}$; luego todas las curvas que tengan $0^m,003$ de separación en los planos ejecutados con la equidistancia gráfica $0^m,0005$, representan una pendiente $\frac{1}{6}$.

De esta manera se facilita notablemente la lectura de planos, pues con un poco de práctica, se acostumbra la vista á apreciar las pendientes, por la separación más ó menos grande de las curvas de nivel.

CAPÍTULO VI

PERFILES Y ELEVACIONES

49.—Si imaginamos el terreno cortado por un plano vertical $M\ N$ (fig. 24), su intersección con la superficie del suelo, nos dará una línea $A\ B$ cuyos puntos distarán del plano horizontal de referencia $P\ Q$, una cantidad igual á sus respectivas cotas representadas por las longitudes $A\,a$, $C\,c$, $D\,d$ . ... Estos cortes construidos en el plano según escala, como indica la figura en $a\ c\ d$ ... b, se conocen con el nombre de *perfiles* y son de suma utilidad cuando es necesario poner de manifiesto las inflexiones del terreno según la línea en que haya de construirse un camino, etc., etc.

Se comprende desde luego, que no siempre este corte ha de ser en línea recta, pues generalmente será indispensable seguir los cambios de dirección y curvaturas de un camino ya construido ó proyectado. En este caso, el corte del terreno no será determinado por un plano vertical, sino por varios ó por una superficie cilíndrica engendrada por la vertical que se trasportase paralelamente á sí misma siguiendo el camino cuyo perfil se desea (fig. 25).

50.—Para la construcción gráfica de estos perfiles, se procede del modo siguiente:

Sea $M\ B\ N\ P$ la traza del perfil sobre el plano (fig. 26).

Sobre una recta indefinida $H\ H'$, se toma una longitud $m\ b$ igual á $M\ B$, se averiguan las cotas de los puntos M y B y se levantan perpendiculares $m\ m'$ y $b\ b'$ iguales á estas cotas reducidas á escala, así como las $c\ c'$ y $d\ d'$ iguales á las cotas de los puntos C y D que conoceremos por pertenecer á las curvas de nivel. A continuación, y sobre la misma recta $H\ H'$, se toma la longitud $b\ n = B\ N$ y se ejecutan las mismas operaciones; después se toma á continuación del punto n la longitud $n\ p$ igual al desarrollo en línea recta de la curva $N\ P$ y se determinan como anteriormente las verticales $j\,j'$, $k\,k'$, $l\,l'$ y $p\ p'$. Ahora sólo falta unir por una línea contínua $m'\ c'\ d'$ ..... p', todos los extremos de las verticales determinadas y tendremos constituido el perfil que se buscaba.

Vemos, pues, que siempre queda el perfil, desarrollado en línea recta.

51.—Si las cotas fuesen muy grandes, resultarían excesivamente prolongadas las perpendiculares que deberíamos trazar; para evitar esto, se acostumbra á darles sólo de longitud su diferencia con la cota menor á la que se considera cero, y en su consecuencia, sobre el plano de referencia el punto á que corresponde. Así, en la figura resultaría la línea $H\ H'$ según $S\ S'$ y las perpendiculares, de la longitud $m'\ m''$, $c'\ c''$... iguales respectivamente á $m'm—m''\ m$, $c'\ c—c''\ c$... diferencias entre cada una de las cotas y la menor $p'\ p$.

52.—Cuando el terreno es muy poco accidentado y existe una pequeña diferencia entre las cotas, en el perfil resaltarán muy poco las inflexiones del suelo, siendo preciso exagerar algún tanto su conformación para hacer más palpables los cambios de pendiente.

Para conseguirlo, basta tomar las perpendiculares en escala doble, triple, etc., que la empleada en el plano, obteniendo así un perfil que toma el nombre de *realzado*.

Inversamente se operará para obtener el *perfil rebajado*, cuando el terreno sea muy montañoso.

En todos los casos se pondrá al pie de cada perpendicular su verdadera cota. También deberá tenerse cuidado de determinar los puntos en que la traza varía de dirección y aquéllos en que cambia la pendiente.

53.—**Cortes.**—Recibe el nombre de *corte*, el perfil que además de las ondulaciones del terreno representa la estructura de las capas que lo cubren.

Los cortes necesitan reconocimientos y escavaciones que hacen muy prolijo el trabajo, siendo suficiente, en los planos militares, indicar por medio de anotaciones la naturaleza de la capa superior.

54.—**Elevaciones.**—Se llaman así las proyecciones sobre un plano vertical, situado convenientemente detrás del terreno que se trata de representar.

No tiene ventajas este sistema, presentando en cambio el inconveniente de ocultar las alturas del primer término, las de menor cota que se hallan á su retaguardia, resultando confuso el dibujo por la superposición de unas sobre otras.

Este fué el primer medio que se ideó para la ejecución de los planos topográficos, y fué desechado desde luego por no dar resultado.

CAPÍTULO VII

HALLAR LA ESCALA Ó EQUIDISTANCIA OMITIDAS EN UN PLANO

Hecha la exposición de los medios empleados en la representación de las formas del terreno, y antes de exponer los signos convencionales adoptados para representar los accidentes que lo cubren, nos queda indicar la manera de venir en conocimiento de la escala ó equidistancia de un plano, cuando se haya omitido expresarla en su margen.

55.—Hallar la escala de un plano.—Es preciso para esto, conocer la longitud verdadera en el terreno de una línea cualquiera de las representadas en el plano, bien por su medición directa, ó bien por deducción de otro plano de la misma localidad, de escala conocida.

Suponiendo que esta longitud sea de 400 metros y que esté representada en el plano por $0,^{m}04$ la relación $\frac{0,04}{400} = \frac{1}{10.000}$ nos dará la escala que buscamos (13).

Cuando se conozca la equidistancia natural y la gráfica de las curvas de nivel, la relación entre ambas nos dará resuelto el problema.

En efecto, si la equidistancia natural es de 5 metros y la gráfica de $0,^{m}0005$ la relación $\frac{0,0005}{5} = \frac{1}{10.000}$ será evidentemente la escala del plano.

56.—Hallar la equidistancia de las curvas en un plano.—Se toman dos cotas conocidas, por ejemplo las 50 y 20 de la figura 27, y dividiendo la diferencia por el número de curvas intermedias más una, se tendrá resuelta la cuestión.

Así, tendremos, $50-20=30$, $\frac{30}{6}=5^m$ que es la equidistancia buscada.

Cuando la equidistancia gráfica sea la adoptada de 0,0005, se tendrá también la natural, según hemos visto (32), multiplicando ésta por el denominador de la escala.

CAPÍTULO VIII

SIGNOS CONVENCIONALES ADOPTADOS POR EL DEPÓSITO DE LA GUERRA PARA EL DIBUJO DE LOS PLANOS TOPOGRÁFICOS.—PREVENCIONES PARA EL DIBUJO Y COLORIDO

57.—Como complemento á cuanto dejamos explicado sobre representación del terreno por medio de los planos topográficos, nos queda dar á conocer los signos convencionales que se han adoptado, para distinguir en los dibujos los diferentes objetos que en ellos se consignan.

La simple inspección de las láminas 9.ª y 10.ª en que hemos puesto de manifiesto los modelos de representación adoptados por el Depósito de la Guerra, así como las abreviaturas, carácter y tamaño de las letras con que han de describirse los diferentes objetos, según su mayor ó menor importancia, la creemos suficiente para formarse idea clara y breve de las reglas á que ha de sujetarse el estudio y trazado de los planos, considerándonos, por tanto, relevados de entrar en explicaciones, que sólo servirían para hacer más extenso este compendio sin conseguir mayor claridad que la obtenida por el examen de los modelos.

58.—Réstanos, sin embargo, consignar algunas reglas para la ejecución del dibujo é indicar los colores que deben elegirse, cuando no haya de hacerse todo en negro.

Debe procurarse limpieza y corrección en las líneas para que resalten bien los objetos que representan, sobre todo en las curvas de nivel, que han de ser todas del mismo grueso, y esté uniforme en cada una de ellas, cuidando que en las inflexiones no aparezcan quebradas, y que por su forma representen bien los barrancos, valles, dorsos, cumbreras y thalweg.

No admitiéndose, en general, sombreado alguno, todas las líneas deben ser del mismo grueso, á excepción de las que contornan los

edificios, en que se acostumbra á dar más fuerza á las líneas que están del lado del Sur y del Este, produciendo el efecto de estar iluminados por un rayo de luz inclinado 45° con el horizonte, en la dirección del Noroeste.

Las corrientes de agua de poca importancia, se representan por una línea muy fina en el punto de su nacimiento, que va engrosando perceptiblemente hacia el límite de su curso. Esta línea es ondulada, pero debe evitarse toda exageración, muy frecuente en los principiantes de dibujo, que suelen darle la forma de una alambre en espiral que afea y amanera la ejecución.

En los caminos y vías férreas se emplean líneas algo más gruesas que para el resto del dibujo.

También es muy frecuente recargar de tinta y amanerar la representación de los escarpados, sobre todo los de rocas, lo que produce un efecto detestable en el dibujo, haciéndolos resaltar del conjunto y perder la armonía con el resto del trabajo, que aunque sea bueno en detalle, resulta malo en definitiva.

La rotulación debe hacerse con arreglo á los modelos y con sumo cuidado, pues un dibujo bueno, puede echarse á perder por ser aquélla desigual y poco primorosa.

Todos los letreros deben ser paralelos al margen superior de la hoja, para evitar tener que darle vuelta para su lectura. Se exceptúan de esta regla, los nombres de las comunicaciones y cursos de agua, que deben seguir la dirección de las líneas que lo representan; pero siempre de manera que pueden leerse sin invertir la posición del papel.

59.—Los colores empleados son los siguientes:

Para las aguas

Si son dulces, se emplea sólo el azul Prusia.

Si son de mar, el azul Prusia mezclado con goma guta ó tinta de china, que da un conjunto de azul verdoso.

Si son pantanosas, sobre una capa clara de azul, se extiende otra verde pradera por las partes que no recubra el agua.

Para las vías de comunicación

Se emplea la tinta de china, tanto para las vías férreas como para las carreteras, caminos y sendas.

Para construcciones

Las construcciones de mampostería, bien sean edificios, puentes, acueductos, pretiles; etc., se dibujan de carmín.

Los edificios públicos ó de importancia se hacen resaltar haciendo la aguada más fuerte.

Las construcciones de madera, con tinta de china.

Para la vegetación

Los bosques con amarillo verdoso, compuesto de goma guta y un poco de azul Prusia.

Los prados, con tinta verde azulada, compuesta de azul Prusia y goma guta.

Las viñas, con tinta violeta, compuesta de carmín y azul modificada con tinta de china ó sepia.

Los jardines, como los prados, pero se hace la tinta más clara, cargándola de goma guta.

El matorral, como los bosques, pero más verde oscuro, cargándolo de azul.

Los olivares, con verde y negro.

Escarpados

Los de tierra, con tinta de china ó modificada con siena.

Los de roca, ó con tinta de china ó bien por medio de diferentes colores imitando la naturaleza.

Arenales

Para éstos, se emplea el amarillo anaranjado, compuesto de carmín y goma guta.

Curvas de nivel

Con siena modificada con tinta de china.

Tierras de labor

Con una aguada muy clara, compuesta de goma guta y carmín.

Límites de cultivo y heredades

Con tinta de china.

Obras en proyecto

Con amarillo.

CAPÍTULO IX

PREVENCIONES GENERALES PARA LA LECTURA DE PLANOS

60.—Hemos dado á conocer la naturaleza y movimientos del terreno poniendo de relieve la ley general que rige en su conformación y clasificando los accidentes que presenta, y hemos concluido por la exposición de los convenios establecidos para su fiel representación por medio de los planos topográficos; nos queda sólo por manifestar las reglas que deben seguirse para estudiarlos en conjunto, sacando de ellos el mismo partido que el que pudiéramos obtener de un prolijo reconocimiento efectuado sobre el verdadero terreno.

Para ejercitarse en la lectura de planos, sería muy conveniente poseer un modelo de relieve, además del que sobre el papel tengamos, de la localidad, empezando por la comparación del uno con el otro y deducir de las formas del relieve las que el dibujo representa; pero en defecto de aquél, por ser punto menos que imposible su adquisición, bastará trasladarse con el plano que se desea estudiar, á un punto del terreno que representa, y situarlo de manera que plano y terreno tengan sus puntos homólogos semejantemente colocados, lo que se conoce con el nombre de *orientación*.

Más adelante expondremos los medios que se emplean para orientarse, limitándonos ahora á manifestar que un plano queda orientado, cuando las rectas trazadas á diferentes puntos del plano desde el homólogo de aquel en que estamos situados, si se prolongasen, pasarían por los puntos homólogos del terreno.

Orientados ya convenientemente, se examinarán los movimientos del terreno alrededor del punto de estación, comparándolos con los figurados por las curvas, deduciendo cómo las inflexiones de este determinan aquéllas, cuáles son los puntos que dominan y cuáles los dominados, qué distancia los separa, qué accidentes del terreno quedan ocultos por otros más cercanos, y cuál será en el plano el límite del horizonte visible.

Para comprender bien todas estas circunstancias, es muy conveniente ejecutar perfiles en distintas direcciones alrededor del punto de estación, ellos nos indicarán si han sido ó no exactas nuestras apreciaciones.

Estas observaciones se repetirán desde diferentes puntos hasta que se haya completado el estudio de toda la extensión de terreno que abraza el plano, concluyendo por recorrerlo en determinadas direcciones, siguiendo los caminos y los cursos de agua, consiguiendo por este medio hacernos cargo de los distintos aspectos que va presentando el conjunto á medida que se avanza, por efecto de la posición relativa de las ondulaciones del terreno, así como también de la conformación y situación respectiva de los valles y de las estribaciones que los forman.

61.—Desde el punto de vista militar, deberá tenerse en cuenta.

1.° Las líneas de alturas que puedan servir para el establecimiento de un frente de batalla, y cuál de estas alturas, por su situación, será la llave de dicho frente.

2.° Las líneas de comunicaciones que podrán aprovecharse para la marcha de las tropas con las mayores ventajas para su seguridad así como el itinerario que debiera marcarse á los flanqueos, teniendo en cuenta las distancias y dominaciones que han de recorrer estas fuerzas de protección, y la separación á que deben marchar de la columna principal.

3.° Las posiciones más ventajosas para establecer el alojamiento ó vivac de las tropas que se vieran precisadas á pernoctar en los terrenos que son objetos de estudio, y

4.° La protección ú obstáculos que las corrientes de agua puedan presentar, estudiando la estructura de sus orillas, los vados, si existen, y en caso contrario, los puntos más convenientes para establecer un paso provisional.

Hechos con aprovechamiento estos ejercicios, será de suma utilidad levantar un croquis del terreno estudiado, situándose en los mismos puntos que nos sirvieran de estación ó en otros diferentes, y compararlos después con el plano. Si el resultado obtenido es satisfactorio, nos probará que no han sido infructuosas estas prácticas y que se ha llegado á leer con exactitud y acierto.

INSTRUMENTOS

CAPÍTULO X

INSTRUMENTOS PARA LA MEDICIÓN DIRECTA DE DISTANCIAS

62.—Los trabajos topográficos constituyen, como hemos dicho en el capítulo primero, dos partes esenciales; la planimetría y la nivelación: la primera reducida á la resolución y trazado de triángulos, y por consiguiente á la medición de ángulos y lados: la segunda, limitada á hallar las alturas sobre el plano de referencia, de los diferentes puntos de la superficie del terreno.

Para obtener todos estos datos, es indispensable el auxilio de instrumentos más ó menos precisos, según sea la exactitud que se desea dar al plano.

Estos instrumentos constituyen, en consecuencia, tres agrupaciones según sirvan para la medición de distancias, de ángulos, ó para la nivelación.

La distancia entre dos puntos, puede obtenerse por la medición directa y sucesiva de su longitud, por medio de los instrumentos conocidos con el nombre genérico de *diastímetros*; ó bien, sin necesidad de recorrer la línea que la determina, con sólo situarse en uno de sus extremos, haciendo uso de los llamados *diastimométricos*.

Los ángulos pueden trazarse gráficamente, sin necesidad de obtener el valor de su medida, empleando los *goniógrafos*; ó se calcula su valor por medio de los *goniómetros*, construyéndolos después en el plano, auxiliados de otros instrumentos denominados *trasportadores*.

En la nivelación se emplean dos clases distintas de instrumentos, los que dan la diferencia de altura entre dos puntos, por medio de visuales horizontales, y se conocen con el nombre de *niveles*; y los que dan la altura de cada punto deducida del ángulo de pendiente que

forma con la horizontal que pasa por el punto de estación, y que reciben la denominación de *eclímetros ó clisímetros* (1).

Además de éstos, hay otros instrumentos que sirven á la vez para la medición de distancias, de ángulos, y para la nivelación; siendo en realidad tres instrumentos refundidos en uno. A éstos se les conoce con el nombre de *taquímetros*, y su perfeccionamiento ha obligado á los topógrafos á desligar su estudio, creando la *taquimetría*.

Hecha la clasificación de los instrumentos topográficos, pasemos á dar á conocer los más usuales.

Diastímetros

93.—**Jalones.**—Antes de proceder á la medición de una longitud, es indispensable determinar su dirección sobre el terreno, ó sea, marcar la traza del plano vertical que la contiene, con la superficie del suelo. Esto se consigue señalando varios de sus puntos, empleándose al efecto los jalones, que son unas astas de madera, de tres centímetros de grueso y dos metros al menos de longitud, teniendo en una de sus extremidades una banderola blanca ó encarnada, para hacerla más visible desde lejos, y en la otra, un regatón de hierro para que con más facilidad pueda clavarse en el terreno (fig. 28).

64.—**Piquetes.**—Son unos jalones más pequeños y sin banderola. Su uso es el mismo que el de los jalones (fig. 29).

65.—**Cadena.**—La cadena (fig. 30) está formada por eslabones de alambre grueso de hierro, unidos por anillas del mismo metal, siendo la distancia entre los centros, de dos de éstas consecutivas, de dos decímetros.

Los eslabones extremos son algo más cortos, por tener unido unos agarraderos cuya longitud ha de sumar también, con el eslabón último, los dos decímetros.

Los metros están señalados por anillas de cobre, y el punto medio de la cadena, por un apéndice que cuelga de la anilla correspondiente.

Las cadenas más usuales son de diez metros de longitud, aunque las hay también de 20 y de 25 metros.

66.—**Agujas.**—A cada cadena acompaña un juego de 10 ú 11 varillas de alambre de hierro, de 40 centímetros de longitud, de la forma que indica la figura 31, y sirven para clavarlas en el suelo seña-

(1) Más adelante hablaremos de los barómetros que se emplean también con gran éxito en estos trabajos.

lando el extremo de la cadena, en cada medición parcial, y para la contabilidad de la total.

67.—**Cinta metálica.**—Esta, como su nombre indica, es una tira estrecha, de poco grueso y de igual longitud que la cadena, hecha de acero para poderla arrollar á un carrete de madera y trasportarla con comodidad. Los metros están marcados por discos de latón, los decímetros por pequeños agujeros, y el punto medio de la cinta por una chapa dorada.

68.—**Rodete.**—Es una cinta de hilo barnizada y dividida en metros. decímetros y centímetros, que tiene generalmente 20 metros de longitud y por medio de una manivela se arrolla en el interior de una caja cilíndrica, según se ve en la figura 32.

69.—**Reglas.**—Cuando se desea gran precisión, se suelen emplear en la medida de distancias, unas reglas generalmente de cuatro metros de longitud (fig. 33) con una lengüeta dívidida en milímetros, en uno de los extremos, y por medio de un tornillo se imprime á ésta un movimiento que permite alargar la regla en la cantidad necesaria para su empleo.

CAPÍTULO XI

DIASTIMOMÉTRICOS

70.—Nadie ignora, que todo anteojo está dotado de dos cristales ó *lentes;* uno, al que aplica el ojo el observador, llamado *ocular*; y otro, colocado al extremo que se dirige al objeto que se desea mirar, denominado *objetivo*. Veamos sucintamente qué papel desempeñan estos lentes.

Sean *M y N* (fig. 34) *A y B* el objeto á que se mira. El rayo de luz que ilumina el punto *A*, vendrá á encontrar al objetivo *N* en el punto *p*, y al atravesarlo, por efecto de la refracción (1) cambiará de dirección según *p q*, volviendo á desviarse nuevamente según *q r* encontrando al ocular *M* en el punto *r*; pero para llegar al ojo del observador, tiene que cruzar á través de este ocular y volverá á sufrir, á su entrada y salida, otras dos desviaciones *r s* y *s o* que darán por resultado ver trasportado aparentemente *A* en *a'*.

De la misma manera, el punto *B* se verá en *b'*, y como podemos decir otro tanto de todos los puntos del objeto *A B*, resultará que éste aparecerá invertido para el observador, en *a' b'*. El punto *f*, en que se reunen todos los rayos luminosos, es el *foco* de la lente *N*.

Si con sólo la lente *N* mirásemos el objeto desde *o'*, por ejemplo, percibiríamos su imagen invertida según *a b*, luego el ocular ha tenido por objeto aumentar el tamaño de esta imagen hasta convertirla en *a' b'*.

Si se desea que el anteojo mida la longitud *A B* ó una parte de ella, será preciso colocar en *a b* unas señales que marquen sus extremos *a* y *b*, lo cual se consigue por medio de una placa ó *disco D* (figura 35) atravesado por dos hilos muy finos paralelos *x x'* y *z z'* entre los cuales quedará comprendida la imagen *a b*, siempre que se la coloque donde ésta se forma y perpendicularmente al eje del anteojo.

---

(1) Se llama refracción, la propiedad que tienen los rayos luminosos de desviarse de su dirección al pasar oblícuamente de un medio á otro, es decir, del aire al cristal ó al agua y viceversa.

El disco y sus hilos es lo que se llama la *retícula*.

Los hilos pueden estar siempre á una misma distancia, ó varía ésta según convenga, haciendo mover uno de ellos paralelamente á sí mismo.

El anteojo descrito, es el *astronómico*, y es empleado en la mayor parte de los instrumentos topográficos.

El anteojo *terrestre*, sólo se diferencia en dar las imágenes directas, es decir sin invertir, lo cual se consigue colocando en su interior otras dos lentes.

71.—Vamos ahora á exponer, cómo estos anteojos pueden emplearse en la medición de distancias sin necesidad de recorrerlas.

Supongamos que sea $M\ N$ (fig. 36), la distancia que queremos medir y que, exagerando el dibujo, $R\ S$ sea el anteojo colocado de manera que el ocular o esté sobre el punto M y la separación de los hilos de la retícula sea $x\ z$.

Si en el otro extremo N de la línea, colocamos verticalmente una regla $N\ P$ dividida en partes iguales, y desde o la observamos con el anteojo, las visuales $o\ x$ y $o\ z$ interceptarán de la regla una longitud $A\ B$, y el eje óptico del anteojo $o\ h$ prolongado la encontrará en H, punto medio de $A\ B$. Consideremos ahora los triángulos semejantes $o\ x\ z$ y $A\ o\ B$ que nos darán la proporción,

$$\frac{O\ H}{o\ h} = \frac{A\ B}{x\ z}$$

de donde, $o\ H = A\ B \times \frac{o\ h}{x\ z}$; pero $o\ H = M\ N$ es la distancia que se desea medir, y $o\ h$ y $x\ z$ son respectivamente la distancia del ocular á la retícula y la separación entre los hilos; por consiguiente, cuando éstos son fijos, la relación $\frac{o\ h}{x\ z}$ es constante y bastará multiplicarla por el número de divisiones $A\ B$, interceptada por los hilos, para obtener la distancia $M\ N$.

Si los hilos son movibles, se puede hacer que la parte de regla interceptada, sea siempre la misma, y por consiguiente, en la fórmula anterior, $A\ B$ y $o\ h$ serán constantes mientras que $x\ z$ será la que varíe con las distancias.

72.—**Estadia.**—Este instrumento se reduce á un anteojo astronómico con retícula, montado sobre un pie que permite colocarlo á una altura cómoda para operar, y al que acompaña una

Mira.—Que es una regla de unos cuatro metros de longitud, dividida en dobles centímetros.

La estadia está generalmente construída de manera que comprenda una de las divisiones de la mira por cada metro de distancia.

Así, por ejemplo, si al emplear este instrumento, los hilos de la retícula comprenden 250 divisiones, la distancia medida será de 250 metros.

Dedúcese de aquí que, no teniendo la mira más que 200 divisiones, no podrán medirse con la estadia distancias mayores de 200 metros. Sin embargo, un hilo central, igualmente distante de los otros, hace que pueda ampliarse su uso á 400 metros, empleando en las observaciones este tercer hilo y cualquiera de los otros dos, pues es evidente que la lectura hecha, será la mitad de la verdadera, y por consiguiente, la distancia será doble de la representada por dicha lectura.

73.—La estadia da la medida de las distancias con tanta exactitud como la que puede obtenerse por la medición directa; pero esto sólo se verifica cuando el terreno es horizontal, puesto que si fuese inclinado, como el representado en la figura 37, habría indudablemente un error en la lectura procedente de la oblicuidad con que las visuales cortan á la mira M, puesta verticalmente en el extremo de la línea, dando una lectura mayor que la que se obtendría sobre la M' colocada normalmente á la dirección general de la pendiente.

Para evitar esto, sería preciso colocar el eje del anteojo paralelo á dicha dirección y la mira perpendicular á ella; pero entonces tendríamos necesidad de reducir al horizonte (1) la longitud dada por la observación, siendo preferible operar como si el terreno fuese horizontal, y hacer después uso de la siguiente tabla, que da la corrección correspondiente á cada metro, según tenga de inclinación desde 1 á 30 grados:

(1) Como veremos más adelante, la reducción al horizonte de una distancia es la operación por la cual se viene en conocimiento de la longitud de su proyección horizontal.

Grados de pendientes	Proyección de un metro	Grados de pendientes	Proyección de un metro	Grados de pendientes	Proyección de un metro
1°	0,99979	11°	0,96359	21°	0,87157
2°	0,99878	12°	0,95677	22°	0,85967
3°	0,99726	13°	0,94940	23°	0,84733
4°	0,99513	14°	0,94147	24°	0,83456
5°	0,99240	15°	0,93301	25°	0,82139
6°	0,98907	16°	0,92402	26°	0,80783
7°	0,98515	17°	0,91460	27°	0,79389
8°	0,98063	18°	0,90451	28°	0,77960
9°	0,97553	19°	0,89441	29°	0,76496
10°	0,96985	20°	0,88302	30°	0,75000

74.—Fundados en la teoría de la Estadia, se han ideado varios instrumentos que, aunque de resultados menos precisos, son, sin embargo, de suma utilidad para la medición aproximada de distancias en los levantamientos expeditos é irregulares.

Entre ellos podemos citar el

Anteojo corneta de Porro.—Por un procedimiento, que no es del caso explicar, ha conseguido el inventor, reducir sus dimensiones para hacerlo más portátil, presentando la forma de la figura 38. La retícula lo constituyen cinco hilos colocados según se ven en la figura 39; los *a a'* y *b b'* interceptan un metro de la mira á la distancia de 100 metros; el *c c'*, con cualquiera de los *a a' b b'*, interceptan sólo 0,^{m}50 á la misma distancia, y los *m m'* y *n n'*, 0,^{m}20. De manera que, al hacer uso del instrumento sucesivamente con los tres sistemas de hilos, será preciso en cada caso multiplicar la lectura por 100, 200 ó 500 para obtener la distancia que se busca.

En campaña, no será factible colocar la mira en el extremo de la línea que se desea medir, si el enemigo ocupa aquel punto, y para este caso ú otro análogo, el autor ha ideado valerse de una viñeta (fig. 40) que acompaña el anteojo y que representa un jinete ó infante en escala de $\frac{1}{100}$.

Estas figuras están divididas en milímetros por una serie de paralelas horizontales, de modo que, cada división es un centímetro real del objeto.

Así, por ejemplo, si al dirigir una visual á un soldado de infantería, los hilos de la retícula *a a' b b'* le comprenden desde los pies hasta el cuello, veremos por la viñeta que esta distancia representa 1,^{m}50,

y por tanto, la que nos separa del punto en que se halla el soldado observado, será de 150 metros, longitud que hallaremos expresada á la derecha del dibujo.

Si la observación se verifica con los hilos *c c'* y *a a'* ó con los *m m'* y *n n'*, bastará multiplicar por dos ó por cinco la lectura de la viñeta para obtener la distancia buscada.

75.—Existen otros instrumentos, llamados *telémetros*, que se emplean también con éxito en los levantamientos irregulares. La construcción de algunos de éstos está fundada en el siguiente principio:

Cuando un objeto cualquiera *A* (fig. 41), se refleja sucesivamente en los espejos *M* y *N*, que forman entre sí un cierto ángulo *N O M*, y examinamos desde *R* esta segunda reflexión, coincidiendo con el objeto *B*, situado sobre la prolongación de la visual que dirigimos, el ángulo *A S B* que forman los dos objetos con el punto de estación, es doble del *N O M* que forman los dos espejos; de modo que, conociendo éste y duplicándolo, tendremos aquél.

Ahora bien; si el ángulo *N O M* es de 45°, el *B S A* será de 90°, y el triángulo rectángulo *A S B* nos podrá dar el valor de la distancia *S A* que se busca.

Pasemos ahora á dar á conocer uno de ellos.

76.—**Telémetro de Gaumet.**—Consiste en una caja rectangular de metal, en cuyo interior van colocados dos espejos (fig. 42), uno fijo *M* y otro N al que puede imprimírsele lentamente un pequeño movimiento que haga variar el ángulo que forman entre sí de 41° á 49° por medio del tornillo *T* que tiene su cabeza *c* al exterior de la caja, dividida en 100 partes iguales y en contacto con la reglilla *R* graduada en milímetros.

Cuando los ceros de las dos graduaciones coinciden, el ángulo de los espejos es de 45°, y la variación que éste sufre por el movimiento del tornillo, queda indicada tangencialmente en la regla y círculo graduado, de tal manera, que á cada vuelta completa del tornillo recorre su cabeza una división de la reglilla, y las centésimas partes de vuelta las señala la división de la cabeza que está en contacto con dicha regla.

La caja tiene dos aberturas en *o* y *o'* que sirven de objetivo y de ocular, y otra lateral *L* que permite ver por reflexión el objeto cuya distancia al de estación se desea apreciar.

77.—Veamos ahora cómo se hace uso de este instrumento.

Sea *S* el punto de estación (fig. 43) y *A* el objeto cuya distancia

$S\,A$ deseamos conocer. Nos colocaremos en S de manera que el objeto A quede á nuestra derecha, y miremos con el instrumento (al que habremos puesto con los ceros en contacto), hasta que veamos por reflexión dicho objeto y superpuesto con otro B del terreno que tenemos al frente, ó con un hombre que haremos colocar convenientemente á unos 40 ó 50 metros. Hecho esto, midamos sobre la alineación $S\,B$, una longitud $S\,S'$ de 20 metros, la cual se obtiene por una cuerda de esta dimensión que acompaña al instrumento, y colocándonos en S', dirigiremos una visual al objeto B, ó al peón que hayamos colocado y que no se habrá movido de su sitio. Es evidente, que el objeto A ya no aparecerá superpuesto, sino el que esté en A'; por consiguiente, para volver á superponerlos será preciso hacer girar el tornillo ampliando así el ángulo de los espejos la mitad de $A'\,S'\,A = S'\,A\,S$.

Ahora bien, el triángulo $S'\,A\,S$ nos dará

$$S\,A = \frac{S\,S'}{tang\ A} = 20^{m} \times \frac{1}{tang\ A}\ [1]$$

Indaguemos cómo el instrumento puede darnos el valor de $\frac{1}{tang\ A}$.

El ángulo A es igual al doble del α de la figura 44, y tendremos, $\text{tang}\ A = \text{tang}\ 2\,\alpha$; pero $\text{tang}\ \alpha = \frac{n\,n'}{N\,n}$, y con un pequeño error,

$$\text{tang}\ 2\,\alpha = \frac{2\,n\,n'}{N\,n}$$

$n\,n'$ es lo que se ha movido el tornillo, ó sea la lectura en cienmilímetros que habremos hecho en el instrumento, que podremos representar por L, y $N\,n$ es la distancia constante del tornillo al eje del espejo N que por construcción es de $0^{m},065$, luego reemplazando estos valores tendremos,

$$\text{tang}\ 2\,\alpha = 2 \times \frac{0{,}0000\ L}{0{,}065} = \frac{0{,}0000\ L}{0{,}0325},\ \text{y}$$

$$\frac{1}{tang\ A} = \frac{0{,}0325}{0{,}0000\ L} = \frac{3.250}{L}:$$

por consiguiente, sustituyendo esta expresión en la fórmula [1] tendremos,

$$S\ A = 20^{m} \times \frac{3.250}{L} = \frac{65.000}{L}$$

Lo que nos dice, que para hallar la distancia que se busca es necesario dividir, en todos los casos, el número 65.000 por la lectura que dé la observación.

A fin de evitar este cálculo, lleva el instrumento al respaldo de la caja, una tabla expresiva de la distancia correspondiente á cada lectura para una base de 20 metros.

Si la base la tomásemos de 40 metros, sería preciso multiplicar por dos la distancia que dan las tablas.

78.—**Telémetro de Boulangé.**—Fundado en la uniformidad de la velocidad con que el sonido recorre las distancias, este autor ha ideado un aparato que consiste en un tubo de cristal convenientemente graduado y lleno de un líquido, en el cual puede moverse, en sentido sólo de la longitud del tubo, un índice formado por dos discos unidos por una varilla.

Cuando el tubo se coloca vertical, el índice marca el cero, y al invertir su posición empieza á descender lentamente pasando por todas las graduaciones.

Si, pues, teniendo el disco en el cero y al divisar el fogonazo de un arma de fuego se invierte el instrumento, y en el momento de oir la detonación se le pone horizontal, el disco habrá quedado marcando el número de metros que nos separa del punto en que se hizo el disparo.

No puede exigirse mucha exactitud en este instrumento, por cuanto la velocidad del sonido aumenta ó disminuye según la dirección y fuerza del viento y aun con la temperatura.

La mayor exactitud se obtendrá cuando reine calma y una temperatura de unos 15°, recorriendo entonces el sonido 337 metros por segundo, que son las condiciones con que el instrumento se ha construido.

CAPÍTULO XII

INSTRUMENTOS PARA LA MEDICIÓN DE ÁNGULOS

Goniógrafos

79.—Según dejamos ya indicado, los goniógrafos son, como su nombre lo indica, los instrumentos que sirven para trazar los ángulos gráficamente, pero sin darnos su medida.

Plancheta y alidada.—La plancheta (fig. 45) es un tablero *A B* cuadrado ó rectangular, como los usados para el dibujo, que tiene en su cara inferior un aparato que suele adoptar diferentes formas, pero que su objeto es siempre fijarlo á un trípode *T T′ T″*, de manera que pueda girar libremente en todos sentidos alrededor de un eje.

Una vez horizontal la plancheta y situada como se desee, se impide todo movimiento que varíe su situación por medio de los tornillos de que está dotado el aparato. En el tablero se fija el papel en que haya de dibujarse el plano.

80.—La alidada.—Es una regla *A B* (fig. 46) en cuyos extremos se levantan dos *pínulas P P′* formadas por dos placas perpendiculares á los bordes de dicha regla. Estas placas tienen alternadas dos aberturas *a* y *b*, que sirven de objetivos, y en su prolongación dos ranuras verticales y estrechas, atravesadas en su longitud por unos hilos ó cerdas que cruzan también por su medio las otras aberturas, y que hacen el oficio de oculares.

La visual que se dirige á un objeto lejano, haciéndole coincidir con las dos cerdas, determinará un plano vertical, cuya intersección con el del papel será exactamente paralela á los lados de la regla, y que, por efecto de la distancia á que se halla el objeto, la recta que se trace en el papel, siguiendo el expresado borde, puede considerarse como coincidiendo con dicha intersección. Si deseamos, pues, construir el ángulo que forman los puntos *A* y *B* con el de estación *C*, que tenemos determinado en *c* en el tablero (fig. 47), se empieza por colocar la plancheta orientada (60) y de manera que el punto *c* se

halle sobre la vertical del *C* del terreno, se apoya el filo de la regla de la alidada en *c*, se la hace girar hasta ver por las *pínulas* la banderola *A* y se corre el lápiz á lo largo de la regla, marcando la línea *c a*; en seguida se hace girar nuevamente la alidada alrededor del punto *c* hasta divisar por las pínulas la banderola *B*, y señalando la línea *c b*, quedará dibujado en el plano el ángulo *a c b*.

81.—Para hacer que el punto *c* del tablero corresponda al *C* del terreno, se hace uso de unas pinzas (fig. 48) que una de ellas tiene un agujero *o* por el que se deja ver el punto *c* del papel, y de la otra pende una plomada, que ha de caer verticalmente sobre el *C* del terreno, moviendo convenientemente la plancheta.

82.—**Alidada prismática.**—Cuando el terreno sea muy pendiente, puede ocurrir que la alidada de pínulas no dé suficiente amplitud para observar desde un punto elevado otro bajo, ó recíprocamente, aun cuando se dirija la visual con la mayor oblicuidad posible. Será preciso entonces valerse de la alidada representada en la figura 49, constituida por una regla *A B*. un soporte ó varilla *P* perpendicular al plano de la regla y fijo á aquél un eje *e* paralelo á dicho plano y perpendicular al borde de la regla, en el que puede girar libremente un prisma hueco de madera, cuyos extremos *o* y *o'* están dispuestos como las pínulas para servir de objetivos y de oculares.

83.—**Alidada de anteojo.**—Está constituida exactamente como la prismática, pero al prisma se sustituye un anteojo astronómico.

Es evidente que esta alidada da mayor exactitud que las anteriormente descritas.

Goniómetros

84.—**Grafómetro.**—Este instrumento se compone de un semicírculo graduado (1) *A B C* (fig. 50), cuyo diámetro *A C* lleva en sus extremos dos pínulas *P P'*, que le son perpendiculares, y otro diámetro móvil *N N'* que gira alrededor del centro *o*, que está provisto de otras dos pínulas *Q Q'* colocadas de igual manera, y termina en dos graduaciones *N* y *N'* llamadas *nonius* ó *vernier*. Las visuales que se dirijan por estos dos pares de pínulas determinan planos que contienen respectivamente los ceros de los nonius y la línea cero 180° del semicírculo. Este instrumento, colocado sobre un trípode, puede situarse horizontalmente y girar alrededor de su centro.

(1) Todo arco de círculo graduado recibe el nombre de *limbo*.

85.—**Nonius.**—Es el nombre que recibe una pieza adicional que acompaña á muchos instrumentos, y sirve para apreciar la fracción que resulte al medir una longitud ó ángulo que no esté expresado por divisiones completas de las marcadas en el instrumento.

Para la medida de longitudes, el nonius es rectilíneo; para la de ángulos, es un arco de círculo.

Veamos cómo se utiliza y en qué se funda.

Sea *A B* (fig. 51) una parte del limbo del instrumento y *C D* un arco concéntrico al primero, y que puede girar alrededor de su centro. Este arco es el nonius.

Supongamos que el limbo esté dividido en grados, y que nueve de éstos comprendan todo el arco *C D*; si dividimos éste en diez partes iguales, es evidente que cada una de ellas será un décimo de grado, ó sea 6′ más pequeñas que las del limbo; y si los ceros de ambas graduaciones se corresponden, resultará que la 1.ª división del nonius distará $\frac{1}{10}=6'$ de la 1.ª del limbo; la 2.ª $\frac{2}{10}=12'$ de la 2.ª del limbo; la 3.ª $\frac{3}{10}=18'$ de la 3.ª y así sucesivamente; por tanto, podremos apreciar décimas partes de grados.

Ahora bien, si queremos medir el ángulo *A O B* (fig. 52), colocaremos el instrumento en o, de manera que el cero del limbo se halle sobre el lado o *A* y el cero del nonius sobre o *B*; este cero estará por ejemplo, en *r* comprendido entre 29° y 30°, y será preciso averiguar lo que vale la parte 29 *r* para obtener con exactitud la medida del ángulo.

Examinemos qué división del nonius coincide con una del limbo, y suponiendo que sea la 4.ª, $\frac{4}{10}=24'$ será lo que habrá que añadir á 29° para la medida que se buscaba, pues en efecto, coincidiendo la 33 con la 4.ª, la 3.ª distará $\frac{1}{10}$ de la 32; la 2.ª, $\frac{2}{10}$ de la 31; la 1.ª $\frac{3}{10}$ de la 30; y por último, el cero, $\frac{4}{10}$ de la 29. Luego el ángulo *A* o *B* = 29° 24′.

86.—Generalmente, los limbos aprecian grados ó medios grados, y los nonius están divididos en 30 partes iguales, que corresponden á 29 divisiones del limbo.

Para hallar la apreciación del nonius de un instrumento, no hay más que obtener el cociente de una de las divisiones del limbo, por el número de las que tiene el nonius.

Así, por ejemplo, si el limbo aprecia grados y el nonius está dividido en 30 partes, la apreciación del instrumento será $\frac{60'}{30}=2'$.

Y para hallar la medida de un ángulo, bastará multiplicar dicho cociente por el número del nonius que coincida con una división del limbo, y añadir este producto á los grados completos que marque el instrumento.

87.—**Sextante gráfico ó triángulo de reflexión.**—Fundados en el principio de la reflexión de los espejos, que explicamos al hablar de los telémetros (75), se han construido varios goniómetros, siendo uno de ellos el sextante gráfico (fig. 53).

Este consiste en un semicírculo graduado, cuyo diámetro *A B* y las dos reglas *A C* y *O C*, que parten respectivamente del extremo 180° y del centro del círculo, forman entre sí un triángulo *A O C* isósceles por ser radios los lados *A O* y *O C*.

La regla *O C* lleva en su extremo *C* un nonius y un botón que sirve para hacer arrastrar en su movimiento la regla *A C*, provista de una ranura por la que resbala el botón.

En todas las posiciones que estas reglas pueden tomar, el triángulo que forman no deja de ser isósceles; por consiguiente, el ángulo *C O B*, que es el que da la graduación del limbo, será por exterior al triángulo la suma de los *A C O* y *C A O*. Ahora bien, dotado el instrumento de dos espejos *M* y *N*, perpendiculares á las caras y dirección de la regla *A C* y del diámetro *B A*, el ángulo que éstos forman será igual al que formen aquéllos; por consiguiente, si situados en *O*, centro del ángulo de dos objetos *I* y *D*, hacemos girar las reglas de manera que el objeto *I* lo veamos directamente por las pínulas *P*, superpuesto á la vez con el *D*, el ángulo $I\ O\ D = 2\ C\ A\ O = C\ O\ B$, y éste lo marcará el nonius y el limbo del semicírculo.

Este instrumento es á la vez goniógrafo, pues puede colocarse sobre la plancheta y trazar en el papel los ángulos que se midan.

88.—**Sextante graduado.**—Se compone éste de un arco de círculo de 60°, dividido en medios grados y con numeración doble, es decir, que las divisiones están marcadas como grados enteros. De los extremos del arco, parten dos radios *A O* y *B O* (fig. 54) dotado el primero de un espejo *M* perpendicular al plano del limbo, y otro espejo *N* está igualmente situado en el centro *O*, y gira con el radio móvil *O C*

provisto de un nonius y un sistema de tornillos *r* y *s*, que sirven para darle movimiento rápido ó lento, según convenga. El otro radio *B O* tiene fijo un anteojo para dirigir las visuales.

Cuando los ceros del nonius y del limbo coinciden, los dos espejos están paralelos; en caso contrario, el ángulo que forman es la mitad del que forman dos objetos que aparezcan superpuestos en el espejo *N*, uno visto directamente y otro por reflexión; mas como la graduación del limbo es doble, la lectura del nonius nos dará desde luego la del ángulo de los objetos.

Así, para determinar el ángulo que forman con el punto *o*, los objetos *P* y *Q* (fig. 55), se sitúa el observador con el instrumento en *o*, dirigirá con el anteojo una visual al objeto *P* de la izquierda, y hará girar al radio *O C* hasta que por reflexión se vea superpuesto con el *P* el objeto *Q*, no quedando más que leer la graduación que corresponda, y ésta será la pedida.

89.—Sextante de un solo espejo.—Se compone de un arco de círculo *A B* de 60° (fig. 56), dividido también en medios grados y con numeración doble, que puede girar alrededor de su centro *o*, arrastrando en su movimiento un espejo *M*, y una alidada *P P'* que forma cuerpo con el mango *R* y dotada del nonius *n*.

Para hacer uso de este instrumento, se sitúa el observador en el punto *o*, vértice del ángulo *D O C* que se desea medir; se dirige una visual por las pínulas de la alidada, al punto *D* de la izquierda, y se hace girar el arco de círculo, y por consiguiente el espejo, hasta que en éste se vea reflejado el objeto *C* de la derecha, y en prolongación vertical del *D*. El ángulo que se lea con el nonius será el buscado (1).

90.—Sextante de bolsillo.—Este instrumento no es más que un sextante graduado, modificado para hacerlo más manuable y portátil.

El arco de círculo graduado está grabado en la base superior de una caja cilíndrica *A B*, según *a b* (fig. 58); del centro *o* de este arco

(1) Está fundado este instrumento en el principio de física siguiente: El ángulo formado por la reflexión de un rayo luminoso en un espejo y el plano de éste, es igual al de incidencia formado por el rayo directo y dicho plano. Es decir, que el ángulo *I O N=r o M* (fig. 57) pero el *r o M=N o r'* por opuestos por el vértice, y éste es mitad del *I O r'* que forman los dos objetos; luego siendo doble la graduación del limbo, su lectura será igual á dicho ángulo, siempre que el espejo sea perpendicular á la visual dirigida por las pínulas cuando los ceros coincidan.

parte una manecilla *o c* provista del nonius, y dentro de la caja, perpendicularmente al plano del limbo, van dos espejos uno fijo *M* y otro *N* que sigue el movimiento de la manecilla y situado bajo su eje. Cuando los ceros coinciden, los espejos son paralelos.

Por medio del tornillo *S* se sujeta el anteojo *P* frente á una abertura lateral que tiene la caja, y que corresponde con otra de tal manera dispuesta, que al dirigir una visual por el anteojo á un objeto *x*, se ve á través del espejo fijo que tiene su mitad sin azogar. Otro taladro corresponde al espejo móvil, y por medio del tornillo *T* se le hace girar, hasta que el segundo objeto *y* se vea superpuesto por reflexión en el otro espejo, y entonces marcará el nonius el ángulo que dichos objetos forman con el punto de estación.

Para trasportar el instrumento, se destornilla la tapa *R* y el anteojo, y después de colocar éste sobre la base superior, se cubre con dicha tapa que se atornilla de nuevo en la misma rosca marcada en la figura.

91.—**Pantómetro.**—Este instrumento está formado por dos cilindros *A* y *B* del mismo diámetro, superpuestos de modo que sus ejes estén en prolongación uno de otro (fig. 59); el inferior *B* está fijo á un mango *R* que se coloca en un trípodo *T*, y lleva en su borde superior el limbo *ll'*, graduado de cero á 360°, y el superior *A* puede girar alrededor de su eje por medio del tornillo *S*, y en su borde inferior tiene gravado el nonius *n*. Ambos tienen en los extremos del diámetro que corresponde á los ceros, y siguiendo la generatriz que pasa por ellos, unas pínulas *p p'* que hacen las funciones de alidadas. Completan el instrumento, una brújula colocada en la base superior, y dos niveles de aire situados en el borde de la brújula y perpendiculares entre sí.

Para medir el ángulo *M O N* (fig. 60), se coloca el instrumento bien horizontal en *o*, de modo que su centro se proyecte en este punto, y después de hacer coincidir los ceros del limbo y nonius, se dirige una visual al punto *M*, haciendo girar todo el instrumento alrededor del eje *R*, y seguidamente otra al punto *N*, haciendo mover sólamente el cilindro *A* por medio del tornillo *S*. La lectura del nonius nos dará el ángulo buscado reducido al horizonte.

92.—Para mayor exactitud puede repetirse la operación moviendo de nuevo todo el instrumento para dirigir una segunda visual á *M*, y después otra segunda al *N*, empleando el tornillo *S*; es evidente que el ángulo que dé el nonius en la segunda lectura será doble del buscado, obteniéndose éste, dividiendo por dos dicha lectura.

Del mismo modo puede repetirse la operación y dividir por tres el resultado, y así sucesivamente.

A este método se denomina *repetición de ángulos,* y puede utilizarse con los otros goniómetros, siempre que el limbo dé suficiente amplitud para la ejecución.

CAPÍTULO XIII

—

BRÚJULAS

93.—*Las brújulas* son unos geniómetros fundados en las propiedades de la aguja *imanada* ó *magnética*, y, por tanto, nos vemos en la precisión de dar una sucinta idea de ellas antes de describir el instrumento.

Llámanse *imanes*, las sustancias que tienen la propiedad de atraer el hierro ú otros metales.

Los hay naturales y artificiales: los primeros son óxidos de hierro que se encuentran en abundancia en la naturaleza; los segundos están formados por barras de hierro ó acero, á las que se han hecho adquirir esa propiedad por alguno de los procedimientos que al efecto se emplean.

La aguja magnética es un imán artificial de plancha de acero de la forma que indica la figura 61. La propiedad esencial es que, apoyada por su centro de figura en un eje ó estilete, ó suspendida de un hilo por el mismo punto, después de varias oscilaciones viene á quedar fija en una dirección determinada que se aproxima á la Norte Sur del lugar.

La punta que se dirige al Norte recibe el nombre de *Austral*, y la que se dirige al Sur el de *Boreal*, pero para evitar confusiones las llamaremos punta Norte y punta Sur respectivamente; conociéndose en las brújulas en estar azulada la primera y bruñida la segunda.

94.—*Meridiano astronómico* de un lugar es el plano vertical que se imagina pasa por este punto y los polos de la tierra. *Meridiana astronómica* es la intersección de este plano con la superficie terrestre.

Por analogía se ha dado el nombre de *meridiano magnético* al plano vertical que contiene la dirección de la aguja imanada en el lugar que se considera, y *meridiana magnética* á la intersección de este plano con la superficie del globo.

95.—**Declinación de la aguja.**—No coincidiendo la meridiana magné-

tica con la astronómica, formarán entre sí un ángulo que se conoce con el nombre de *declinación* de la aguja, siendo ésta *oriental* si la punta N. queda al E. de la meridiana verdadera, y *occidental* en el caso contrario. Esta declinación varía de un punto á otro, siendo actualmente occidental en Europa y Asia, y oriental en Africa y América.

Aun para un mismo punto no es siempre la misma, sufriendo variaciones que se clasifican en *seculares, anuas, diurnas* é *irregulares* ó *perturbaciones*.

En el trascurso de algunos años la declinación aumenta ó disminuye, observándose, por ejemplo en España, que á principios del siglo era de 22°, y en la actualidad se ha reducido á unos 19° 34′ próximamente. Estas son las variaciones seculares.

Dentro de cada año, y durante la primavera, disminuye la declinación, y en las otras tres estaciones crece; lo mismo sucede en el trascurso del día, pero como nunca pasa la amplitud de estas oscilaciones de 25′, se prescinde de ellas, considerando constante la declinación en el tiempo que puede emplearse la brújula en el levantamiento de un plano.

No sucede así con las perturbaciones originadas generalmente por fenómenos metereológicos, erupciones volcánicas, tempestades ó por la proximidad á grandes masas de hierro. Estas pueden conducirnos á errores que alcancen algunos grados, y será preciso abandonar la brújula cuando se noten sus efectos.

96.—Inclinación de la aguja.—Si el peso de la aguja es igual en sus dos mitades, al suspenderla por el centro de gravedad, por efecto de una atracción que experimenta, se inclina la punta Norte hacia el suelo en nuestro emisferio, y la Sur en el emisferio de este nombre. El ángulo que forma con la horizontal, es la *inclinación* de la aguja.

Para emplearla en la brújula, se aminora el peso de la punta Norte ó se aumenta el de la Sur de modo que quede horizontal en el país en que haya de usarse.

97.—Brújula ordinaria.—Se reduce á una caja cuadrada de madera (fig. 62) que contiene un limbo graduado de cero á 360°, dividido en cuatro cuadrantes, marcados con los nombres *Norte, Este, Sur* y *Oeste*, que corresponden á las graduaciones cero, 90°, 180° y 270°. En el centro se levanta un estilete en que se apoya la aguja, que puede moverse libremente recorriendo sus puntas el borde interior del limbo. Un anteojo ó alidada tiene su eje de rotación en prolongación del ra-

dio que pasa por el Este. Completa el instrumento un aparato colocado en la parte inferior de la caja que permite colocarla horizontal sobre un trípode.

98.—Brújula de Kater. —Esta se compone de una caja cilíndrica de metal (fig. 63), cubierta por un cristal, que contiene un eje en el que se apoya la aguja, y un limbo que forma cuerpo con ella, arrastrándolo en su movimiento. En el borde superior de la caja hay fija á charnela una pínula *A*, y por enchufe, un prisma *B* sujeto á una placa de metal que tiene una endidura que sirve de ocular. Estando la caja horizontal, la visual que se dirige por dicha ranura y el hilo de la pínula, determina un plano vertical que pasa por el eje, y al mismo tiempo que se enfila directamente al objeto, se puede ver por reflexión la graduación que queda debajo del prisma. El botón *r* sirve para detener por presión el movimiento del limbo y hacerle tomar más rápidamente su verdadera posición, y el mango que lleva en la parte inferior de la caja, se utiliza para sostener al instrumento con la mano ó fijarlo á un trípode.

Si nos fijamos un poco al hacer uso de este instrumento, veremos que, siendo por ejemplo, *N S* (fig. 64) la dirección de la meridiana magnética que pasa por el punto *o* de observación, y *o R* la visual que dirigimos al objeto *R*, el ángulo que se busca es el *N O R* y sin embargo el que leemos en el instrumento es el $S\,O\,R' = N\,O\,R$ por opuestos por el vértice, luego para que nos dé la verdadera lectura es preciso que el cero del limbo esté en la punta Sur de la aguja y que la graduación vaya creciendo hacia el Este. Así se verifica efectivamente y es la diferencia esencial que tiene esta brújula con la ordinaria.

99.—Brújula de Burnier.—En ésta, la caja de metal tiene la forma que indica la figura 65, y dentro de ella va el eje alrededor del cual gira la aguja que arrastra el limbo, pero éste en vez de ser plano como en la brújula Kater, es cilíndrico y sus graduaciones van marcadas en su superficie exterior. Encima de la caja hay dos pínulas *A* y *B* sujetas á charnela, que cuando están levantadas y la caja en posición horizontal, las visuales determinan un plano vertical que pasa por el eje de la aguja. Un cristal de aumento colocado en *o*, permite leer con claridad la graduación del limbo, y un hilo situado detrás del cristal y en prolongación del plano de las visuales, sirve de índice para las lecturas. En la parte superior lleva la caja la abertura *c d* cubierta con un cristal que sirve para iluminar el interior

del instrumento; el botón *r* contiene por presión los movimientos del limbo.

La graduación de éste, por la misma razón que en la brújula anteriormente descrita, parte del Sur hacia la derecha; sin embargo, algunos constructores cometen el error de colocar el cero en la parte Norte, por lo que es preciso, antes de operar con estas brújulas, examinar su graduación, y caso de tener el defecto indicado, habrá que disminuir ó aumentar el valor de las lecturas como veremos más adelante (1).

100.—Acimutes ó rumbadas.—Llámase así, el ángulo que forma una dirección cualquiera con la meridiana magnética. Los acimutes se cuentan generalmente de cero á 360°, ó sea desde el Norte hacia el Oeste, Sur y Este; pero si la graduación creciese del Norte al Oeste, entonces los acimutes se contarían hacia la derecha desde cero á 360° pasando por el Este, Sur y Oeste.

Supongamos que se trata de hallar con la brújula ordinaria el acimut de la dirección *B A* (fig. 66). Si nos colocásemos con el instrumento en un punto *C* de esta línea, de manera que se halle sobre ella el centro del limbo al que haremos girar hasta que la aguja marque el cero, como ésta determina siempre el meridiano magnético (94), la visual que dirigimos por el anteojo según *V N'*, iría á parar al Norte magnético del lugar (que se considera confundida con la *C N* en atención á la pequeña distancia *C e* que separa ambas paralelas). Si ahora hacemos girar la brújula hasta divisar por el anteojo el punto *A*, la aguja habrá permanecido fija, pero el limbo habrá girado con la caja y el cero de su graduación se encontrará sobre la dirección *B A*, marcando la punta azul de la aguja la medida del arco recorrido, ó lo que es lo mismo, la del ángulo *A C N* acimut del punto *A*.

Observemos que, para que esto sea cierto en rigor, es preciso que el punto *A* esté lo suficientemente distante del de estación para que la línea *B A* y la visual *V' A* se puedan considerar confundidas, para lo cual es preciso que la distancia *C A* al punto observado, sea al menos de 25 metros.

(1) Este instrumento, á la vez que geniómetro, es eclímetro como explicaremos al hablar de los instrumentos de nivelación. Hacemos esta advertencia, para que no extrañe la omisión, que parece hemos sufrido, al no describir el limbo *M N* que representa la figura y del cual debe prescindirse al usarlo como brújula.

En las brújulas de Kater y de Burnier no hay que tener en cuenta esta circunstancia por estar el eje de la aguja en el plano de las visuales.

101.—Medición de ángulos con las brújulas.—Para hallar el ángulo que forman dos direcciones *A O* y *O B* (fig. 67) se colocará la brújula horizontalmente sobre el punto *o* y se halla el acimut α de *o A* y el β de la *o B*; es evidente que la diferencia $(\beta-\alpha)$ será el valor del ángulo *A O B* que se busca.

En el caso particular que representa la figura 68, en que la diferencia $(\beta-\alpha)$ es mayor de 180°, el ángulo *A O B* se obtiene por la expresión $360^\circ-(\beta-\alpha)=360^\circ-\beta+\alpha=m$.

102.—Cuando usemos una brújula de Burnier que tenga el cero de la graduación del limbo en la parte Norte (99), al tratar de hallar el acimut de la dirección *O A* (fig. 69), que suponemos de 25°, habremos obtenido una lectura de $180^\circ+25^\circ=205^\circ$, luego la verdadera será $205^\circ-180^\circ=25^\circ$.

Si la dirección fuese la *O B* (fig. 70) que forma con la meridiana y hacia su derecha un ángulo de 35° por ejemplo, la lectura obtenida será de $180^\circ-35^\circ=145^\circ$ y será preciso añadir 180° á la lectura para obtener dicho acimut.

Regla general.—*Para obtener el acimut de una dirección cualquiera, con una brújula de Burnier que tenga el cero del limbo en la punta Norte de la aguja, será preciso añadir ó restar 180° á la lectura, según ésta sea mayor ó menor que dicha cantidad.*

Si lo que se desea obtener con estas brújulas es el ángulo que forman entre sí dos direcciones que se cortan, no es necesaria esta corrección, bastando en todos los casos, restar de la lectura mayor la menor para otener la medida del ángulo buscado.

En efecto, las fórmulas que nos dan los valores de los ángulos, son

$$\begin{cases}\beta-\alpha \ldots\ldots (1)\\ 360^\circ-(\beta-\alpha)\ (2)\end{cases}$$

Supongamos que $\alpha=205^\circ$ y $\beta=275^\circ$; aplicando la fórmula (1) tendremos, $275^\circ-205^\circ=70^\circ$.

$$y\ \begin{cases}275^\circ-180^\circ=95^\circ\\ 205^\circ-180^\circ=25^\circ\end{cases}$$

que son los acimutes verdaderos, nos darán también $95^\circ-25^\circ=70^\circ$.

Si ahora hacemos $\beta=205^\circ$ y $\alpha=145^\circ$; aplicando la fórmula (1)

nos dará $205^\circ - 145^\circ = 60^\circ$; y operando con los acimutes verdaderos

$$205^\circ - 180^\circ = 25^\circ$$
$$145^\circ + 180^\circ = 325^\circ$$

habrá que aplicar la fórmula (2) que nos dará, $360^\circ - (325^\circ - 25^\circ)$ igual $360^\circ - 300 = 60^\circ$, luego resulta inútil la corrección é innecesaria la fórmula (2) (*).

(*) Hay algunas brújulas y otros instrumentos que tienen su limbo dividido en 400 g., y si nos viésemos obligados á emplearlos en los trabajos topográficos que se nos encomendasen, nos sería útil saber reducir los grados centesimales á sexagesimales y viceversa.

Una simple proporción nos dará resuelto el problema, pues si representamos por C el número de grados centesimales que se nos da y por S el de sexagesimales á que es equivalente, tendremos

$$\frac{C}{S} = \frac{400^{\,g}}{360^\circ} = \frac{40}{36} = \frac{10}{9}$$

de donde,

$$C = S \times \frac{10}{9} \text{ y } S = C \times \frac{9}{10}$$

Lo que nos dice, que C es los $\frac{10}{9}$ de S, y S los $\frac{9}{10}$ de C, ó lo que es lo mismo, los grados centesimales se convierten en sexagesimales restándoles su décima parte, y los sexagesimales se convierten en centesimales añadiéndoles su novena parte.

CAPÍTULO XIV

TRASPORTADORES

103. Este sencillísimo instrumento es el complemento de los goniómetros, pues éstos nos dan á conocer los ángulos en el terreno, y el trasportador nos da el medio de dibujarlos convenientemente en los planos.

Se reduce á un círculo ó semicírculo graduado de talco bastante delgado para que por trasparencia puedan verse las líneas del papel, ó bien es de metal como representa la figura 71. Las graduaciones son dobles, una exterior de cero á 180° y otra interior de 180° á 360°.

Además suele llevar otro semicírculo llamado trasportador complementario cuyas graduaciones empiezan en 90° y terminan en 270°.

La recta *a b* es la *línea de fe* del trasportador (1).

104. **Uso del trasportador.**—Supongamos primeramente que por un punto *o* de una recta *a b* (fig. 72) deseamos trazar otra que forme con aquella un ángulo de 42° dado por un goniómetro.

Se coloca el trasportador de manera que su diámetro coincida con la recta dada y su centro con el punto *o*; la graduación cero estará sobre dicha recta y no habrá más que marcar con la punta del lápiz en el papel, el punto *m* que corresponde á la graduacion 42° y unir este punto con el *o* sirviéndose de una regla ó de la línea de fe del trasportador.

105. Si el goniómetro empleado fuese la brújula, los ángulos que deseamos trazar en el papel serían *acimutales*, y en tal concepto, deberemos empezar por suponer que tenemos trazada en el dibujo la dirección de la meridiana magnética.

Sea ésta la recta *N S* de la figura 73 por cuyo punto *m* queremos

(1) Hay trasportadores que dan mayor exactitud por hallarse provistos de un radio que gira alrededor de su centro, y al extremo lleva un nonius que aprecia minutos.

trazar un ángulo acimutal de 123°; se colocará el trasportador de manera que la línea de fe pase por el punto *m*, el centro *o* del mismo sobre la recta *N S* y la graduación 123 sobre la parte *m N*. La línea *b m* que tracemos con el lápiz resolverá el problema.

Si el acimut fuera 223°, por ejemplo, deberá hacerse uso de la graduación interior y se colocará el trasportador de igual manera (fig. 74), pero haciendo coincidir la graduación 223 con la parte de recta *a N*, siendo la *a b* la que resuelve la cuestión.

Si el punto dado estuviese situado fuera de la meridiana *N S*, por ejemplo, el *b'*; se operaría de la misma manera haciendo primero coincidir el centro y la graduación que expresa el acimut medido, con dicha meridiana y corriendo después el trasportador paralelamente asimismo hasta que la línea de fe pase por el punto dado.

En el caso de estar éste tan distante que no alcanzara á pasar por él la línea de fe, se trazaría una paralela á la meridiana por dicho punto y quedaría reducido este caso al primero de los explicados.

106. Debe tenerse muy presente, al trazar las líneas de lápiz, que todos los acimutes se cuentan á partir del Norte y hacia el Oeste (100), por consiguiente, los menores de 180° se trazarán á la izquierda de la línea *N S* y los mayores á su derecha. En el caso en que las graduaciones de la brújula crecieran hacia el Este, los acimutes menores de 180° se trazarían á la derecha de la meridiana y los mayores á su izquierda y siempre con relación al Norte.

107. Si los acimutes se hubiesen obtenido con una brújula de Burnier que tenga el cero en la punta Norte, pueden trazarse los rumbos con el trasportador, sin necesidad de recurrir á la corrección que explicamos en el número 102, con sólo colocar el cero hacia el Sur, ó lo que es lo mismo, invirtiendo el Norte por el Sur marcado en el dibujo.

CAPÍTULO XV

INSTRUMENTOS DE NIVELACIÓN

Niveles

108.—Los niveles, como dejamos ya consignado (62), son los instrumentos que nos dan la diferencia de altura entre dos puntos.

Con estos instrumentos se determina siempre un plano horizontal que contiene todas las visuales que por él se dirijan desde un punto á diferentes del horizonte, de manera que conociendo la altura del punto de estación *o* (fig. 75), se viene en conocimiento de la del *A* con sólo averiguar la diferencia *A M* entre la vertical *A A'* que mide la distancia del punto *A* al plano horizontal de las visuales *O' A'* y la *o o'* que marca la altura de este mismo plano sobre el punto de estación, ó sea la altura del instrumento.

El mismo resultado se obtiene si colocamos el nivel en un punto intermedio *o*, como indica la figura 76, en que los *A* y *B* son los propuestos, pues si conocemos la cota de *A*, se obtendrá la del *B* con sólo añadirle la cantidad $B\,H = A\,A' - B\,B'$; y recíprocamente si conocemos la cota de *B* se obtendrá la del *A*, restándole esta misma cantidad *B H*.

Se desprende de lo dicho, que además del nivel, se necesita el auxilio de unas reglas que nos den los valores de *A A'* y *B B'*. Describiremos primero éstas y pasaremos después á ocuparnos sucintamente de los niveles más usuales.

109.—**Miras.**—Reciben este nombre las reglas de que acabamos de hacer mención, y las hay de dos clases, de *tablilla* y *parlantes*.

110.—**Miras de tablilla.**—Se componen de dos listones de madera *A* y *B* (fig. 77) de dos metros de longitud, que corren la una á lo largo de la otra por medio de una corredera ó enchufe cuyo corte se ve en la misma figura. La *B* lleva en la cara *m n*, una graduación en metros, decímetros y centímetros, correspondiendo el cero al extremo que se apoya en el terreno. Una tablilla de chapa de hierro rectangular (fig. 78), dividida en cuatro rectángulos pintados alternati-

vamente de blanco y rojo, que determinan la *línea de fe a b*, puede resbalar á lo largo de las reglas por la anilla *cc'* y quedar fija en un punto por la presión que ejerce el tornillo *t*.

La abrazadera *cc'* lleva un nonius cuyo cero corresponde á la línea de fe, y marca la altura en milímetros á que queda sujeta la tablilla.

Cuando no da suficiente amplitud la regla *B*, se fija la tablilla en la parte superior de la *A*, poniéndola en contacto con un tope que ésta lleva (fig. 79) y en seguida se hace resbalar esta regla á lo largo de la *B*, sujetándola en la posición que se desee, por medio del tornillo *p* que lleva la abrazadera *cc'* provista también de otro nonius en milímetros. Esta se adapta á la cara *r m* (fig. 77) de la regla *B*, que lleva otra graduación de dos metros en adelante, á partir del pie del regatón de la mira, y en la cual puede leerse la altura total á que queda fija la tablilla en cada observación, pues es evidente que ésta será (fig. 79) $a\,d = a\,b + b\,d = c\,d + b\,d$ por ser $a\,b = c\,d$.

Para hacer uso de esta mira, se necesita un ayudante que la coloque bien vertical y sepa hacer las lecturas y anotarlas después de fijar la tablilla á la altura de la visual que dirija por el nivel el primer operador, conforme á las indicaciones que éste le haga.

111.—Las miras parlantes tienen la ventaja de poder hacerse las lecturas y anotaciones por el que maneja el nivel, reduciéndose la misión del porta-mira, á presentarla en posición vertical en el punto que se le marque.

Estas miras se reducen á un listón de madera de cuatro metros de longitud, que para facilitar su trasporte puede doblarse á charnela por su mitad; está pintado de blanco, y con números se marcan los decímetros, como representa la figura 80; las divisiones menores se marcan con fajas negras ó encarnadas, de dos centímetros de grueso, para hacerlas más visibles, y se colocan alternadas por decímetros en cada lado de la regla para que resalten sin confusión.

112.—Nivel de agua.—Está fundado este instrumento en la propiedad que tienen los líquidos cuando están contenidos en recipientes que se comunican, de quedar al mismo nivel en todos ellos, constituyendo sus superficies un solo plano horizontal.

Se compone de un tubo *ab* de metal (fig. 81) acodado en sus extremos, en los que van fijos unos vasos de cristal *A* y *B* del mismo diámetro. En el medio del tubo hay un aparato *m* que permite colocarlo sobre un trípode, y girar alrededor de un eje de manera que el eje del tubo pueda describir un plano.

Por uno de los vasos se echa agua que pasa por el tubo al otro, hasta que quedan llenos en sus dos terceras partes.

La visual dirigida según *A B* determinará una horizontal, lo cual se verifica aun cuando el tubo *a b* se halle inclinado, como indica la figura 82, y aun después de hacerle girar de manera que el vaso *B* ocupe el lugar del *A* y recíprocamente, siempre que el eje de rotación sea perpendicular al tubo *a b* é igual el diámetro de los vasos.

Las visuales deben dirigirse siempre tangencialmente á la superficie del líquido y algo separado del instrumento, pues por efecto de la capilaridad, el agua se eleva en los bordes de los vasos formando lo que se llama un *menisco cóncavo* que da por límite de las superficies unas líneas gruesas que, á cierta distancia, aparecen como unas listas negras fáciles de colocar en un mismo plano al dirigir la visual á un metro ó más de distancia, pero que puede dar lugar á errores, si aproximándose á los vasos, se tomase el borde superior de un menisco y el inferior del otro, como se deja ver en la figura 83, en la cual la visual *a b* es horizontal, mientras que la *a b'* dará un error tanto mayor cuanto más distante se halle el punto á que se dirige.

El límite de las distancias á que pueden dirigirse las visuales es de 60 metros.

113.—Nivel de agua portátil.—Es una modificación del anterior y se compone de un tubo de cristal *a b c d* (fig. 84) que forma un rectángulo con los vértices redondeados y en el que los lados *a b* y *c d* son de mayor diámetro é iguales entre sí. Su cabidad está mediada de agua que circula libremente por todo el circuito. Este tubo va colocado en una caja como la que representa la figura.

Su uso es como el del anterior y se opera sosteniéndolo en la mano.

114.—Nivel de albañil.—Se compone de tres reglas de madera *A B*, *A C* y *B C* (fig. 85), que forman entre sí un triángulo rectángulo isósceles; una plomada suspendida de *A* debe pasar por la *línea de fe m* trazada en el medio de *B C*, cuando la dirección *h h'* es horizontal, si el instrumento está bien construido (1).

Sólo puede servir para hallar la diferencia de nivel entre dos puntos muy próximos empleándose en la forma siguiente:

Si queremos, por ejemplo, saber la diferencia de nivel entre el

(1) Este instrumento puede utilizarse como eclímetro según veremos al tratar de éstos.

punto *S* y el *T* (fig. 86), se apoyará una regla en *S* y sobre ella se coloca el nivel haciendo subir ó bajar el extremo *M* hasta que la plomada pase por la línea de fe, y se mide la distancia *M T* que resuelve la cuestión.

115.—Se comprende que este instrumento no puede tener aplicación á los trabajos topográficos si no se le modifica convenientemente.

Esta modificación consiste en fijarlo sobre un trípode que sostenga la alidada *A B* (fig. 87), cuyas pínulas *A* y *B* determinan una visual *h h'* paralela á la regla *a b*, por consiguiente, cuando ésta se coloque horizontal por medio del nivel, dicha visual también lo será.

El límite de las distancias á que puede emplearse es de 30 metros.

116.—**Nivel de aire.**—Este instrumento está fundado en la diferencia de densidad de los líquidos y de los gases, que hace se coloquen siempre éstos encima de aquéllos cuando juntos están encerrados en un recipiente.

El nivel de aire más perfecto de los usados en los levantamientos, se compone de un tubo *a b* (fig. 88) cerrado por sus extremos y que contiene éter, alcohol ó agua, y un pequeño espacio ocupado por una burbuja de aire. El tubo va encerrado en una armadura de metal *m n* y tiene una curvatura *a c d b* en el sentido de su longitud, cuyo radio es de 15 á 60 metros.

Por el extremo *a* va fijo el tubo á una regla de metal *h h'* por la charnela *y*, y por el *b* sube ó baja merced á la tuerca *r* y tornillo *t*, que sirve para corregir el nivel de manera que, siempre que la burbuja de aire *c o d* esté situada entre las señales *c* y *d* que lleva el tubo, la regla *h h'* determina un plano horizontal. En esta posición se dice que el nivel está *calado*.

Hay otros niveles en los que la armadura del tubo y la regla son de una sola pieza, y por consiguiente no pueden corregirse si están defectuosos, en cuyo caso hay que desecharlos.

Estos niveles no constituyen por sí solos un instrumento aplicable á los trabajos de nivelación, pero son la parte esencial de otros que son, digámoslo así, su complemento.

Citaremos uno de éstos para hacer ver su aplicación.

117.—**Nivel de platillo ó de Senoir.**—Se compone del platillo de metal *A A'* (fig. 89) unido al eje *D*, perpendicular al mismo y el cual puede ponerse vertical por medio de los tornillos *T*, *T*, llamados *nivelantes*, situados en los brazos *a a a*, que forman ángulos de 120 gra-

dos entre sí. Sobre el platillo gira, alrededor del eje *m*, el anteojo *o o'* y con éste el nivel de aire *N N'*.

Las visuales dirigidas por el anteojo y determinadas por el cruce de los hilos de la retícula, son paralelas al plano del platillo, y cuando éste se coloca horizontal, por medio de los tornillos *T*, el plano descrito por las visuales es también horizontal.

Para obtener esta horizontalidad se coloca el anteojo, y por consiguiente el nivel, en dos posiciones próximamente perpendiculares, una siguiendo la dirección de dos de los tornillos y la otra en la dirección del tercero, y se mueven éstos de manera que en cada una de ellas la burbuja de aire ocupe su centro, marcado por las líneas *s s'*.

Este instrumento se fija sobre un trípode de la forma que indica la fig. 90, y en los puntos *r* se sitúan los tornillos *T* (1).

118.—Nivel reflector de Burel.—Se funda este instrumento en el siguiente principio: un objeto *A* (fig. 91) se ve reflejado en un espejo *M*, en *A'* sobre la perpendicular *A A'* á una distancia *A o = o A'*; por consiguiente, si el espejo es vertical, la línea *A A'* será horizontal.

Si, pues, el objeto *A* es el ojo del observador y se le ve en el borde del espejo reflejado en *A'*, dividido en dos por la prolongación de la línea de fe de la mira *N*, la línea *A N* será horizontal y la diferencia entre la lectura *N T* de esta mira y la altura *A S* de la visual en el punto de estación, será la diferencia de nivel entre los puntos *S* y *T*.

El nivel de **Burel** es bien sencillo, un tubo cilíndrico de metral *c c* (fig. 92), tiene fija en su tapa *T* una varilla elástica *b*, de la que pende un peso *p* al que va sujeto el espejo *E* azogado en sus dos caras, y que se deja ver por la abertura *m n* que tiene el tubo. La tapa T' suele llevar un aparato que permite fijar el instrumento en un trípode ó bastón, pero lo mismo puede sostenerse con la mano.

Para hallar la diferencia de nivel entre los puntos *A* y *B* (fig. 93) se sitúa el operador en uno intermedio *C* y se fija la tablilla de la mira, situada en *A*, cuando se encuentra la línea de fe dividiendo en dos la imagen del ojo del observador, como indica la figura anterior. Se repite la operación con el punto *B*, y la diferencia de las lecturas de la mira es la de nivel que se busca (2).

(1) Colocando sobre la regla de una alidada, un nivel de aire, se obtiene un nivel idéntico al de albañil reformado que hemos descrito y en el que el nivel de aire reemplaza al de albañil.

(2) Más adelante, al hablar de los eclímetros, veremos cómo se ha reformado este instrumento para medir ángulos de pendiente.

CAPÍTULO XVI

—

ECLÍMETROS

119.—Sabemos ya, que los eclímetros son los instrumentos que nos dan las alturas de cada punto deducida del ángulo que forman con la horizontal que pasa por el de estación, pero es preciso además conocer la distancia que los separa de éste.

En efecto, siendo O el punto de estación (fig. 94), A aquel cuya altura se desea calcular, y α el ángulo que la visual $O\ A$ forma con la horizontal $O\ H$, el triángulo rectángulo $A\ O\ H$ nos dará, $A\ H = O\ H$ tang α, por consiguiente, conocido el ángulo α ó la tang α y la distancia $O\ H$, habremos hallado la altura $A\ H$ que sumada con la del punto O nos dará la cota del A.

De igual manera se obtendrá la cota del punto O conociendo la del A, por el triángulo $A\ H'\ O$.

El primer ángulo obtenido $A\ O\ H$, formado por encima de la horizontal $O\ H$, se llama *ángulo de elevación*, y el $H'\ A\ O$ formado por debajo de la horizontal $A\ H'$, recibe el nombre de *ángulo de depresión*.

Los instrumentos de que vamos á ocuparnos nos pueden dar: 1.°, el ángulo α; 2.°, la tangente de este ángulo; 3.°, el ángulo formado por la vertical del punto de estación con la visual al punto elegido, ángulo que recibe el nombre de *distancia cenital* y que en la figura puede ser el $Z\ A\ O$ ó el $H'\ O\ A$ representados respectivamente por $90^\circ + \alpha$ y $90^\circ - \alpha$, según sea α ángulo de depresión ó de elevación.

Estos ángulos cenitales se cuentan de cero á 180° á partir de la vertical, y tienen la ventaja de evitar el error que puede cometerse al tomar un ángulo de depresión por de elevación y recíprocamente.

Pasemos, pues, á dar á conocer estos instrumentos.

120.—**Eclímetros que dan el ángulo α.**—Se componen, en general, de los arcos de círculo $c\ c'$ (fig. 95) que pueden girar alrededor de su

centro por medio del eje *e* fijo á la columna *B* que se apoya en los tres tornillos nivelantes *T*, y que á su vez gira también sobre su eje; lleva además el nivel de aire *A* invariablemente unido á los arcos *c c'*, y el nonius *N N'* que arrastra en su movimiento al anteojo *O H*. Todo el instrumento está construido de manera que, cuando por medio del nivel *A*, se ha colocado vertical la columna *B*, y aquel continúa calado, la línea cero 180° de los limbos determina una horizontal, siéndolo también la visual dirigida por el anteojo si á la vez coinciden los ceros de los nonius con los de los limbos.

Para hacer uso de este instrumento, se le coloca en el punto de estación, como acabamos de indicar, y por medio del tornillo *S* se hace mover el nonius hasta que la línea de fe de la tablilla de la mira, colocada en el punto á que se dirige la observación y á una altura del suelo igual á la que tenga sobre éste el eje *e* de los limbos, se encuentre en el campo del anteojo sobre el cruce de los hilos de la retícula. La graduación que dén los nonius será la medida del ángulo que se busca, el cual será de elevación si el objetivo del anteojo está sobre la línea cero 180°, y de depresión si está por debajo (1).

121.—Nivel eclimetro de albañil.—Si sustituimos en el nivel de albañil que hemos descrito (114), al travesaño que une los dos brazos *A B* y *A C*, el arco *M N* (fig. 96), cuyo centro está en el vértice *A* y cuya graduación aumenta de cero á 45° á derecha é izquierda del punto *o* en que es cortado por la perpendicular á *B C* trazada desde *A*, es evidente que, el ángulo α que la dirección *B C* forma con la horizontal *B H*, estará medido por el α que forman el radio *A o* que pasa por el cero de la graduación y la plomada *A P*.

Este eclímetro sólo puede tener aplicación para pequeñas distancias.

122.—Nivel de perpendículo.—Este eclímetro no es otra cosa que el anterior modificado. Se reduce á una caja *A B* (fig. 97) que contiene un arco de círculo graduado *c c'* y en cuyo centro *o* lleva un eje en el que gira el índice *o y*, que cuando la caja está vertical, por su propio peso, toma siempre la dirección de la vertical. Un espejo, convenientemente situado, permite leer por reflexión los grados que marca, al mismo tiempo que se dirige, por el borde *A D* de la caja, la

(1) Generalmente, este instrumento no se construye como hemos indicado, sino adosado á uno de los costados de la caja de una brújula ordinaria que es la que se apoya en la columna *B*, y entonces recibe el nombre de *brújula eclímetro*.

visual al punto cuyo ángulo de pendiente con el de estación se desea conocer.

Suele llevar el costado *A D*, unas pínulas que dan más exactitud á las visuales.

123.—Eclimetro de Burnier.—Al describir la brújula de este nombre (99), hicimos observar que, además del limbo unido á la aguja imanada, llevaba otro que es el que permite utilizarla como eclímetro. Este segundo limbo es una cinta metálica que forma el cilindro *A C B D* (fig. 98) que gira alrededor del eje del mismo que pasa por el taladro *o* de la varilla *A B*, correspondiente á uno de los diámetros del plano que la contiene. El peso *o D* obliga, cuando la brújula está vertical, á que el diámetro *A B* quede siempre horizontal, y sobre este diámetro está el cero de la graduación que aumenta en ambos sentidos.

Así, cuando la visual dirigida por las pínulas es horizontal, la cerda que marca las graduaciones cubrirá el cero, y en caso contrario, determinará una lectura que será el ángulo de pendiente que se busca.

Debe tenerse muy presente, que para usar esta brújula como eclímetro, es indispensable colocar las tapas verticales y por consiguiente las pínulas en sentido horizontal.

124.—Eclimetros que dan la tang de α.—Si en el travesaño *B C* del nivel de albañil (fig. 99), y á partir de la línea de fe *m n*, marcamos á derecha é izquierda los valores de las tangentes correspondientes á los grados del arco *r s*, la plomada *A P*, determinará la tang *n n'* del ángulo α que forma la dirección *M N* con la horizontal *M H*.

125.—De igual manera, el eclímetro de Burnier, nos dará las tangentes de los ángulos, si las graduaciones del limbo marcan éstas en vez de los grados, lo cual se conocerá cuando crezcan desigualmente desde cero á 100, correspondiendo esta última á una inclinación de 45°.

126.—Eclimetro reflector de Burel.—El nivel de este nombre que hemos dado á conocer (118), se ha convertido en eclímetro, adicionándole una varilla cilíndrica *m n* (fig. 100), provista en uno de sus extremos del peso *P*, y va alojada en un tubo hueco *T T'* que está graduado, y éste, á su vez, en otro *R R'* que se fija á tornillo en la pieza que lleva el espejo *E*, como se ve en la figura.

Introducida hasta *P* la varilla *m n*, en el tubo *T T'*, el extremo del *R R'* va marcando las tangentes de los ángulos que el espejo forma

con la vertical desde cero á 30 por 100 de la distancia al punto observado; y sacando la varilla hasta que el índice *y* coincida con el extremo del tubo *T T'*, el *R R'* irá señalando dicha tangente desde 30 á 60 por 100 de la expresada distancia.

Si, por ejemplo, al dirigir una visual al punto *A* desde el *B* (figura 101) leemos 16 en la graduación de la varilla, nos indicará que el terreno asciende $0^m,16$ por metro, y si la distancia es de 150^m, $150 \times 0^m,16 = 24^m$, será la diferencia de nivel que se busca.

Para las pendientes ascendentes, el peso ha de estar del lado del observador, y para las descendentes se saca la varilla y se la introduce por el lado opuesto.

127.—Alidada nivelante.—Se compone de una regla *A B* (figura 102) de $0^m,2$ de longitud, cuyo borde *a b* constituye la línea de fe y está dividido en milímetros.

La pínula *P* sólo tiene tres taladros *o*, *o'*, *o''*, que hacen las veces de oculares; la *P'* tiene una abertura longitudinal atravesada por un hilo que sirve de objetivo y lleva á sus costados dos graduaciones, una ascendente y otra descendente; cada una de sus divisiones vale la centésima parte de la longitud *a b*, y es, por consiguiente, de $0^m,002$. Las visuales dirigidas respectivamente por los taladros *o o' o''* y el cero de la graduación inferior, el de la superior ó la división central de ambas, determinan tres paralelas *o h*, *o' h'* y *o'' h''* á la regla *A B*; de manera que cuando con el nivel de aire *N N'* se ha colocado la regla horizontal, dichas visuales también serán horizontales.

Para hallar con este instrumento la pendiente entre dos puntos *A* y *B* (fig. 103), se le coloca en el punto *A* bien horizontal sobre la plancheta, se dirige la visual *o'' B* y se lee la graduación que en la pínula *P'* determina esta visual, que supondremos sea de 25. Los triángulos semejantes *o'' m n* y *o'' B H* nos darán

$$\frac{B\,H}{O''\,H} = \frac{m\,n}{o''\,n} = \frac{25}{100}, \text{ de donde}$$

$$B\,H = O''\,H \times \frac{25}{100}$$

y como *o'' H* es la distancia horizontal que separa los dos puntos, y que conoceremos por la escala del plano, resultará que conoceremos la *B H*, y por consiguiente, la diferencia de nivel $B\,H' = B\,H + H\,H'$,

puesto que $H\ H' = o''\ A$ es la altura del ocular o'' del instrumento sobre el punto de estación A, que siempre podremos medir.

Si el punto B estuviese más bajo que el A, se haría uso de la graduación descendente y del ocular o', según se ve en la figura 104, y por la misma fórmula se encontraría el valor de $B\ H$, y por consiguiente, la diferencia de nivel $B\ H' = B\ H - H\ H'$.

128.—Eclímetros que dan la distancia cenital $90^\circ \pm \alpha$.—Los mismos instrumentos que dan el ángulo de pendiente nos permiten conocer la distancia cenital, con sólo restar de 90° la graduación obtenida para el ángulo cuando éste es de elevación, y sumándola con 90° cuando éste es de depresión; pero este sistema, sin reportarnos ventaja alguna, sería sumamente largo y nos podría conducir á los errores que se tratan de evitar y que dejamos ya indicados en el número 119. En tal concepto, se ha variado la construcción de los instrumentos que hemos descrito, de manera que la lectura hecha en ellos nos dé desde luego la distancia cenital.

129.—Esto se consigue en el primer eclímetro descrito (120) con colocar la graduación 90 en el lugar ocupado por el cero y hacer que éste corresponda á la perpendicular á la visual horizontal dirigida con el anteojo cuando el nonius marque los 90°.

130.—El mismo resultado se obtiene con el *nivel eclímetro de albañil,* colocando la graduación de modo que los 90° correspondan á la línea de fe; pero se ha de tener cuidado, al operar con él, de colocarle de modo que la menor graduación esté del lado del vértice del ángulo de pendiente que se mide.

Así, en la figura 105, la distancia cenital $Z\ O\ B$ de la dirección $O\ B$, que forma el ángulo α con la horizontal $O\ H$, estará medida por la graduación que marque la plomada $A\ P$, que será $90^\circ - \alpha$; y, en efecto, los ángulos $Z\ O\ B$ y cero $A\ P$ son iguales por tener sus lados paralelos y dirigidos en sentido contrario.

La demostración es la misma cuando el ángulo es de depresión.

131.—**El eclímetro de Burnier** da de igual manera la distancia cenital, cuando el cero del limbo está situado en C, los 90° en A y los 180° en D (fig. 98).

CAPÍTULO XVII

BARÓMETROS

132.—El barómetro es un instrumento, cuya aplicación á la medida de alturas se funda en el siguiente principio:

Las capas ascendentes del aire disminuyen de densidad, según los términos de una progresión geométrica, mientras que las elevaciones representan una progresión aritmética.

Hay diferentes clases de barómetros; pero los más frecuentemente empleados en los trabajos topográficos, por su fácil manejo y trasporte, son los metálicos, únicos que daremos á conocer muy sucintamente.

133.—**Barómetro tubular de Bourdon.**—Está formado por un tubo de cobre *T T* (fig. 106), encorvado en arco de círculo, cerrado perfectamente y hecho el vacío en su interior; los extremos se unen por las varillas *a a* á una palanca *b* que imprime movimiento al arco dentado *c*, y éste, por medio de un piñón, á la aguja indicadora *d*.

Todo va encerrado en una caja cilíndrica, en cuya tapa de cristal lleva un círculo graduado que recorre la punta de la aguja.

Se arregla con otro barómetro por medio de una llave de reloj que hace girar sola á la aguja.

Este barómetro es muy exacto, pero tiene el inconveniente de descomponerse con facilidad si sufre una sacudida.

134.—**Barómetro aneroide de Vide.**—Un ingenioso aparato que no nos detendremos á explicar, alojado en el interior de una caja cilíndrica como la del anterior, hace girar la aguja acusando las presiones atmosféricas.

En su exterior se distingue del de Bourdon en tener una esfera de metal, y en ella van fijos dos termómetros, uno centígrado y otro *Farenheit*.

135.—Para hallar las diferencias de nivel con los instrumentos descritos, se hace preciso el auxilio de unas fórmulas ó de unas tablas. Unas y otras las describiremos más adelante.

136.—Hay otros barómetros, llamados *holostéricos*, que no necesitan estos auxiliares, y aunque no tan exactos, tienen la ventaja de la rapidez con que con ellos se ejecuta la nivelación.

Barómetro holostérico de Bourdon.—Este, como puede verse en la figura 107, además de la graduación que marca las presiones, lleva otra exterior que indica de diez en diez metros las alturas que corresponden á aquéllas.

El aro de metal que sujeta el cristal es movible, y permite al empezar una observación, colocar un índice *s* que lleva, frente á la aguja.

Otros más perfeccionados tienen movibles la graduación de alturas.

136 bis.—Barómetro aneroide de Hottinger.—El barómetro que, para la nivelación en los trabajos topográficos, han construido los señores Hottinger de Zurich, es el más perfeccionado de todos los conocidos hasta el día, empleándose con éxito en los levantamientos regulares, pues dan tanta exactitud como los eclímetros.

Consiste este barómetro, en una caja cilíndrica de metal *C C'* (lámina 8.ª fig. 200) cuya tapa *T T'* lleva grabada la graduación *G G*, dividida en 100 partes iguales, y al girar arrastra en su movimiento al tornillo *S* que apoya su punta en la palanca de muelle *p o*, haciendo subir ó bajar su extremo *p*. Esta palanca recibe el nombre de *resorte sensible*. En el interior de esta caja va fija á su fondo, otra caja de paredes sumamente delgadas, á fin de que, hecho el vacío en su interior, la presión de la atmósfera que exteriormente la rodea, comprima dichas paredes. Sobre esta caja va la pieza acodada *a a*, que comunica las presiones á la palanca *q o* que, como la *p o*, gira alrededor de su eje común *o*. Ambas palancas terminan en un paralelepípedo rectangular que salen en parte por la abertura *B B*, por la que se las ve ascender ó descender según la menor ó mayor presión atmosférica, y el movimiento que se imprima á la tapa *T T'*, y llevan marcada una línea de fe. La escala *E E*, fija con tornillos en uno de los lados de la abertura, marca de 10 en 10 milímetros la presión atmosférica, y como una vuelta completa de la tapa representa una división de esta escala, la graduación *G G* marca décimas y centésimas partes de aquélla, ó lo que es lo mismo, milímetros y décimas de milímetros.

Completan el instrumento: una lente *R R'* que facilita la lectura de la escala *E E*, un índice *I* para la graduación *G G*, un termómetro *F F* y unas tablas de corrección que lleva sobre la tapa.

Colocado el observador en el punto de estación, hará girar la tapa de la caja hasta que la línea de fe de las dos palancas estén en contacto formando una sola, y suponiendo que esta línea se halle entre las divisiones 720 y 730 de la escala *E E*, y que el índice *I* de la graduación *G G*, marque la segunda división de las comprendidas entre 9 y 0; 729'2 milímetros será la altura barométrica del punto observado.

CAPÍTULO XVIII

TAQUÍMETROS

137.—La reunión en uno solo, de dos ó más de los instrumentos que hemos dado á conocer en los capítulos precedentes, constituyen otros nuevos que permiten á la vez medir ángulos y distancias, ángulos y diferencias de nivel ó distancias y ángulos de pendiente.

Así, por ejemplo, si en la alidada de anteojo fuere éste, anteojo-estadia, el instrumento resultante serviría para trazar ángulos y determinar las longitudes de sus lados, siendo, por consiguiente, diastimométrico á la vez que goniógrafo. La brújula eclímetro (120 nota) sirve para medir ángulos de pendiente y ángulos horizontales, siendo por tanto, eclímetro y goniómetro. Lo mismo podemos decir de la brújula de *Burnier*.

Por último, si á la brújula eclímetro la dotáramos de un anteojo-estadia ó telemétrico, la aguja magnética nos daría los acimutes; el nonius del eclímetro, los ángulos de pendiente ó distancias cenitales, y la retícula del anteojo, la longitud ó distancia á los puntos observados. Así, pues, un sólo instrumento puede darnos todos los datos necesarios para la ejecución de la planimetría y de la nivelación.

Estos instrumentos, como ya hemos indicado, reciben el nombre genérico de *taquímetros*.

Pasemos á describir uno de los más perfeccionados.

138.—**Taquímetro de Trongthon.**—Este instrumento no es otra cosa que el llamado *teodolito* del mismo autor, reformado según los últimos adelantos y convertido en taquímetro por el cambio del anteojo astronómico que antes tenía, por otro analítico.

Se compone (fig. 108) de la plataforma P con sus tres tornillos nivelantes T, la columna Q alrededor de cuyo eje puede girar toda la parte superior del instrumento, con movimientos rápidos, aflojando el tornillo r, y lentamente por medio del tornillo p. Invariablemente unido á esta columna se halla el disco ó platillo $A\ A'$, que

lleva un limbo llamado acimutal, en forma de superficie troncocónica, graduado de derecha á izquierda en medios grados, de cero á 400. Sobre este platillo descansa otro *B B'* que lleva dos nonius *n*, que aprecian minutos centesimales, y cuya superficie va en prolongación del tronco de cono que forma el limbo. En el centro del disco del nonius, se aloja una brújula dividida en 400 grados que aumentan de izquierda á derecha pasando por el Norte, y un nivel de aire *N* se halla alojado á un costado de la misma.

Fijo el limbo acimutal por medio de los tornillos *r* y *p*, puede moverse el disco que contiene los nonius arrastrando en su movimiento, que puede ser rápido ó lento según se utilicen los tornillos *r'* y *p'*; todo el resto del aparato que va suspendido de los montantes *M M*.

En las muñoneras ó cojinetes *m m* de estos montantes, se apoyan los muñones *e* del anteojo *o o'*, al que va fijo el limbo cenital *C C'* perpendicular al eje de rotación de los muñones. Este limbo está dividido, como el acimutal, en 400 grados, siendo la línea 100-200 grados paralela al eje óptico de dicho anteojo.

Una placa *D D*, independiente del limbo, se apoya por una de sus caras en la superficie de éste, y contiene dos nonius *n' n'* que aprecian también minutos, y sus ceros coinciden con las graduaciones 100 y 200 respectivamente, cuando el eje óptico del anteojo se halla horizontal por medio del nivel *N'* colocado sobre él, y el eje de rotación del instrumento se ha situado vertical por medio del nivel *N* y del *N''*, que va fijo en uno de los montantes en dirección perpendicular al *N*. Si se afloja el tornillo *r''*, puede girar el anteojo con movimiento rápido, y apretando éste, se le imprime un movimiento lento por medio del tornillo de precisión *p''*. En este giro, el eje óptico describe un plano vertical.

La retícula de que va provisto el anteojo, tiene cinco hilos colocados como indica la figura 109, y observando las graduaciones de la mira especial que acompaña á este taquímetro interceptadas por los mismos, se obtendrá la distancia del punto de estación á aquel en que se coloque la mira.

139.—Esta tiene cuatro metros de longitud, dividida su mitad de la derecha en decímetros pintados de blanco y rojo, y la de la izquierda en dobles centímetros en los mismos colores, según marca el sombreado de la figura 110.

Empleando los hilos *a'* y *b'*, cada división de la derecha repre-

senta 25 metros de distancia, y cinco cada una de las de la izquierda. Si se emplean los hilos *a* y *b*, dichas divisiones representan respectivamente cinco y un metro de distancia horizontal.

140. Con el limbo acimutal podremos hallar el valor de los ángulos reducidos al horizonte, y los acimutes de los puntos observados los dará la brújula.

Con el limbo cenital hallaremos los ángulos de pendiente ó distancias cenitales de los mismos puntos.

Por medio de la retícula, y auxiliados de la mira, obtendremos sus distancias horizontales.

Todos estos datos podrán ser calculados sin moverse del punto elegido para estación, en toda la extensión del horizonte, para los puntos que sean visibles desde el elegido, y cuya distancia no exceda del límite de apreciación del instrumento. Así obtendremos el plano de un polígono bastante extenso.

Para continuar el trabajo, bastará trasladarse á uno de los puntos determinados desde la primera estación, y repetir allí el procedimiento para nuevos puntos que se enlazarán con los anteriores, reduciéndose los trabajos de campo á un corto número de estaciones, y á ordenar en un buen registro los datos obtenidos en cada una de ellas.

No entramos en detalles para la aplicación de esta teoría, pues basta lo expuesto para que se tenga una idea de los adelantos modernos, que ha sido el único objeto de este capítulo.

CAPÍTULO XIX

INSTRUMENTOS IMPROVISADOS

Diastímetros

141.—Cuando no se dispone de cadena, cinta, rodete ó reglas para la medición directa de distancias, pueden reemplazarse estos instrumentos por

Cuerdas.—Se toma una cualquiera de 10 ó 20 metros de longitud, se divide en metros haciendo nudos, ó con otra señal, marcando visiblemente el punto medio para facilitar su empleo.

El paso.—Se recorre una distancia conocida de antemano, por ejemplo, la comprendida entre dos postes kilométricos, se cuentan los pasos que se procurará sean uniformes en todo el trayecto, y dividiendo el número de metros recorridos por el de pasos, se obtendrá el valor de la unidad de medida con la cual se formará la escala correspondiente (18) á la elegida para el plano.

Diastimométricos

142.—Anteojo corneta de porro improvisado.—Se conoce generalmente con el nombre de *Estadia de oficial* y se construye con un pedazo de cartón *A B* al que se recorta el triángulo *a b c* (fig. 111), y después de fijarle un cordón ó bramante que mida la distancia constante á que ha de colocarse del ojo, se sitúa un infante ó jinete á distancias de 100, 200, 300, 400 y 500 metros medidos de antemano. Hecho esto, se sitúa el operador en el punto de partida de estas longitudes y apoyando en el pecho el extremo del cordón, con la otra mano sujeta el cartón de manera que quede frente á él en posición vertical y tirante el cordón expresado; mira después al peón á través del triángulo y lo sitúa de manera que se vea tocando con la cabeza y pies los lados superior é inferior ó sea la hipotenusa y cateto mayor del referido triángulo, marcando los puntos en que aparezca el contacto con las cifras 100, 200, 300... respectivamente.

143.—Estadia improvisada.—El doble decímetro puede hacer las veces de estadia, operando de la manera siguiente:

Se sitúa el observador en o (fig. 112), teniendo en la mano y verticalmente la reglilla algo separada del ojo, y dirije una visual á un objeto lejano de magnitud $A\ B$ conocida, como una puerta, una ventana, un hombre, etc.; se ve el número de milímetros $a\ b$ que comprenden las direcciones, $o\ A$ y $o\ B$ que pasan por los extremos del objeto, y es evidente que los triángulos semejantes $o\ a\ b$ y $o\ A\ B$ nos darán la proporción

$$\frac{o\ B}{o\ b} = \frac{A\ B}{a\ b}, \text{ de donde;}$$

$$o\ B = o\ b \times \frac{A\ B}{a\ b}:$$

fórmula que nos dará á conocer el valor de la distancia $o\ B$ del punto de estación al observado, puesto que $o\ b$ es la distancia del ojo á la regla, que es conocida y constante, $A\ B$ también la conocemos según acabamos de decir, y $a\ b$ es la lectura hecha en el doble decímetro.

Todavía puede utilizarse como estadia esta regla, aun cuando no se conozca la longitud $A\ B$; pues si medimos la distancia $o\ o'$ y repetimos la operación en o', obtendremos la lectura $a'\ b'$ y los triángulos anteriores y los $o'\ a'\ b'$ y $o'\ A\ B$ nos darán $\frac{o\ B}{o\ b} = \frac{A\ B}{a\ b}$ y $\frac{o'\ B}{o'\ b'} = \frac{A\ B}{a'\ b'}$; pero $o\ B = o\ o' + o'\ B = L + o'\ B$ y $o\ b = o'\ b'$, luego reemplazando tendremos;

$\frac{L + o'\ B}{o\ b} = \frac{A\ B}{a\ b}$ y $\frac{o'\ B}{o\ b} = \frac{A\ B}{a'\ b'}$, y despejando en ambas el valor de $A\ B$

$$\left.\begin{aligned} A\ B &= \frac{a\ b\ (L + o'\ B)}{o\ b} \\ A\ B &= \frac{a'\ b' \times o'\ B}{o\ b} \end{aligned}\right\} \text{ y por consiguiente,}$$

$a\ b \times L + a\ b \times o'\ B = a'\ b' \times o'\ B$, ó bien, $o'\ B\ (a\ b - a'\ b') = a\ b \times L$ y $o'\ B = \frac{a\ b \times L}{a\ b - a'\ b'}$; expresión en la cual, son conocidas

todas las cantidades del segundo miembro y nos dará por tanto el valor de $o' B$ y obtenido, por consiguiente, el de $o B = L + o' B$, según deseábamos.

144.—Para emplear estos procedimientos, es necesario conocer la distancia $o b$ á que el operador ha de colocar el doble decímetro para percibir bien las graduaciones, la cual se obtiene conociendo de antemano en la proporción

$\frac{o B}{o b} = \frac{A B}{a b}$ las magnitudes $o B$, $A B$ y $a b$, pues despejando $o b = a b \times \frac{o B}{A B}$, hallaremos la longitud buscada.

Repitiendo la operación á diferentes distancias y tomando el promedio de los valores obtenidos para $o b$, podemos tomar éste como distancia constante entre el ojo y la regla.

Este procedimiento da suficiente aproximación para reemplazar con éxito á la estadia en los levantamientos irregulares.

Goniógrafos

145.—Plancheta y alidada improvisadas.—La primera puede improvisarse con un pedazo de tabla cepillada, un tablero cualquiera, ó se reemplaza por una carpeta de escritorio ó trozo de cartón, que en último extremo puede sostenerse con la mano.

La alidada se sustituye por una regla ó doble decímetro, fijando verticalmente en sus extremos, unas agujas que disten igual magnitud de uno de sus bordes y harán las veces de pínulas.

Dos reglas fijas por su punto medio o por un clavillo $o c$ (fig. 113), en cuyos extremos, a y b se coloquen agujas perpendiculares á sus planos, determinarán las visuales $c a$ y $c b$, y colocadas horizontalmente sobre la plancheta, podríamos trazar en ella el ángulo $A O B$ que los objetos A y B formen con el punto de estación.

Goniómetros

146.—Grafómetros y sextantes improvisados.—A estos instrumentos los reemplaza con éxito un *trasportador*, alrededor de cuyo centro gire una reglilla provista de agujas en sus extremos, y fijando otras en los del diámetro cero 180°.

La reglilla servirá de alidada móvil y el diámetro cero 180° será la fija.

El *doble decímetro*, empleado de igual manera que para la medición de distancias, pero colocado horizontalmente, servirá también para los ángulos, debiendo tener presente que si la situamos á $0^m,57$ del ojo, cada centímetro comprendido entre las dos visuales dirigidas á los puntos cuyo ángulo con el de estación deseamos averiguar, representa la cuerda del arco de un grado descrito con el radio $0^m,57$.

Así, si hubiese $0,^m07$ entre las visuales, sobre la recta *a b* (figura 114) y haciendo centro en *a* con un radio de $0^m,57$, describiremos el arco *m n*; á partir de *m* tomaremos la cuerda *m n* de 7 centímetros de longitud, y la recta *n a* formará con la *a b* un ángulo de 7^0 igual al que los objetos forman con el punto de estación.

Puede medirse también el ángulo *A o B* (fig. 115), que forman los objetos *A* y *B* con el punto de estación *o*, fijando un jalón en este último y alineando respectivamente con *o A* y *o B* los jalones *a* y *b*; medidas después las tres distancias *o a*, *o b* y *a b*, no habrá más que construir en el papel un triángulo semejante al formado por estas tres longitudes y el ángulo en *o* será el buscado. Se abrevia el procedimiento, haciendo que las distancias *o a* y *o b* sean de diez metros, por ejemplo, lo cual se consigue por medio de una cuerda medida de antemano.

Niveles

147.—Nivel de agua improvisado.—Se obtiene, colocando sobre la plancheta ó trípode improvisado (fig. 116), una caja de metal con agua, en la que se introduce una alidada flotante constituida por un listón de madera y dos agujas, ó por dos trozos de corcho unidos por un palito, y en los cuales se fijan dos reglitas que hacen las veces de pínulas.

La precaución especial consiste, en que el extremo superior de estas varillas ó agujas, disten igualmente de la superficie del líquido, pues únicamente así determinarán una línea horizontal y será útil el aparato.

148.—Nivel de albañil modificado.—Invertido este nivel, se clava un piquete en el vértice *A* (fig. 117), con el que se fija en tierra verticalmente por medio de la plomada *f a*, que se hace pasar por la línea de fe y el indicado vértice. En esta posición, los extremos *c* y *d* determinan una línea horizontal.

Si se desea mayor exactitud, se clava ó apoya en estos extremos una alidada nivelatriz improvisada, que determinará con más precisión las visuales. Esta alidada puede reducirse á dos pedazos de lata perpendiculares al plano *c d* con unos taladros que disten igualmente de dicho plano.

149.—Puede obtenerse también un nivel, clavando en los extremos de una regla *A B* dos cuerdas de igual longitud (fig. 118), suspendiendo del medio de una de éstas un peso *P*, y del medio *c* de la otra todo el aparato. Es evidente que siendo isósceles por construcción, los triángulos *A c B* y *A P B* la plomada *c P* (1) será perpendicular á la base común *A B*, y siendo aquélla vertical, ésta tiene que ser horizontal.

Eclímetros

150.—Un trasportador puede trasformarse en eclímetro, fijando en su centro *o* (fig. 119) una plomada *o p*, pues colocándolo vertical y dirigiendo por la línea de fe, con el cero del lado del observador, la visual *V A*, el ángulo Δ que marque la plomada, por opuesto por el vértice, será igual al *z o A*, y, por tanto, nos dará la distancia cenital.

Puede también obtenerse un eclímetro, clavando á un piquete un trozo rectangular de cartón (fig. 120), en el que se traza la línea *o H* perpendicular al piquete, y al lado *T T'* que se divide en partes iguales á una centésima de la longitud *o H*. En el punto *o* se fija una regla ó listón de madera que sirve para dirigir las visuales y marca al mismo tiempo el número de divisiones que corresponde á cada visual, ó sea el valor de la tangente del ángulo que forma con la horizontal *o H*. Para usar este instrumento, se debe colocar el piquete bien vertical por medio de una plomada.

(1) Esta plomada realmente no existe; pero en la posición de equilibrio, prolongando el hilo que sostiene el peso *P*, ha de pasar precisamente por *c*.

CAPÍTULO XX

ORIENTACIÓN

151.—Se entiende por orientar un plano, colocarlo de modo que todas las líneas en él trazadas, queden paralelas á sus homólogas del terreno.

Esto se consigue con que se cumpla la condición de que una línea bien determinada del terreno, y que en cualquier tiempo pueda conocerse, forme con todas las demás, ángulos respectivamente iguales á los que forma otra línea del plano con las homólogas del terreno que están trazadas en el dibujo.

La línea, base de la orientación, y á la que se relacionan todas las demás, es la *Meridiana Astronómica* del lugar que se considera.

Esta línea es, según hemos dicho anteriormente (94), la traza sobre la superficie terrestre del plano vertical que pasa por el eje de rotación de la tierra y por el punto en que nos situemos; pero en vez de ella, se toma la tangente en dicho punto, que estará determinada por la intersección del plano vertical con el horizontal que pasa por el mismo.

El extremo de esta línea que mira al Norte, se llama Norte, y Sur el opuesto, marcándose por las iniciales *N V* y *S V* que indican el Norte y Sur verdaderos. Los extremos de las perpendiculares á esta línea, en el mismo plano horizontal, reciben respectivamente los nombres de Oeste y Este.

La tierra da en veinticuatro horas, una vuelta completa alrededor de su eje de Oeste á Este, ó sea de izquierda á derecha mirando al Norte, mientras el sol permanece fijo (1); pero en atención á la magnitud del diámetro de la tierra, y á la gran distancia de ésta al sol, no se apercibe el movimiento de aquélla, y, por el contrario, parece que el sol es el que verifica el giro, viéndose todos los días elevarse por

(1) Para hacer más clara esta explicación, prescindamos de los movimientos de traslación de la tierra y del sol.

oriente y descender por occidente, describiendo un arco de círculo cuyo plano es perpendicular al eje de la tierra.

152.—Veamos cómo podemos utilizar este movimiento aparente del sol para encontrar la meridiana astronómica del lugar.

Supongamos que el plano en que se verifica el movimiento aparente del sol sea el $E\ E'$ (fig. 121), c el punto de estación y $H\ H'$ el plano horizontal que lo contiene.

Describiendo el sol, en su movimiento aparente y con una marcha uniforme, una circunferencia entera en veinticuatro horas, cada seis recorrerá un cuadrante; por consiguiente, pasando por el meridiano á las doce del día, á las seis de la mañana habrá estado en 6 m y á las seis de la tarde en 6 t.

Ahora bien, si en el punto de estación colocamos vertical la varilla $a\ c$, á las doce del día, el rayo de luz 12 a se proyectará sobre el plano horizontal en a'; tres horas antes (á las nueve), estando el sol en 9, el rayo 9 a se proyectará en a'', y á las tres lo encontrará, según 3 a, en a'''. Pero siendo iguales á las nueve y á las tres, las alturas 9 h y 3 h' del sol sobre el horizonte, los triángulos 9 $h\ a''$ y $a\ c\ a''$ serán respectivamente iguales á los 3 $h'\ a'''$ y $a\ c\ a'''$; por consiguiente, $a'''\ c = a''\ c$ y $a'''\ a''$ será perpendicular á la meridiana Norte Sur, puesto que $h\ h'$ lo es también á esta línea, y quedará dividida por la meridiana en dos partes iguales, pudiendo, por tanto, considerarse como una cuerda del arco $m\ a''\ a'''\ n$ descrito desde c como centro.

Dedúcese de aquí que, determinada en el plano horizontal la línea $a'''\ a''$, levantando en su punto medio una perpendicular, ésta será la meridiana que buscamos.

153.—Demostrado esto, nos falta hacer ver cómo se procede prácticamente para aplicar esta teoría (1).

Orientación por las alturas correspondientes del sol.—Teniendo trazada en la plancheta una línea $d\ b$ (fig. 122) del terreno, nos situaremos con ella en uno de sus extremos D, por ejemplo, de manera que el punto d del dibujo corresponda á la vertical $d\ D$ de su homólogo D, y haremos girar la plancheta de modo que la alidada, cuya línea de fe esté en coincidencia con la $d\ b$, determine la visual $d\ b'$ al punto B, con lo cual tendremos orientado el instrumento con relación á esta línea.

(1) Esta teoría no es rigurosamente exacta por la diferencia de declinación del sol; pero es lo suficiente para dar la traza de la meridiana con la aproximación que se necesita en topografía.

Hecho esto, con radios arbitrarios describiremos desde un punto cualquiera *c* del papel los arcos *m a'' a''' n*, *r o'' o''' s*, y clavando la varilla *a c* bien vertical, con la plancheta horizontal, observaremos los puntos *a''*, *o''*, *a'''*, *o'''* en que la sombra del extremo *a* pasa por dichos arcos, trazaremos las cuerdas correspondientes, y uniendo sus puntos medios con el *c*, tendremos determinada la línea *N S* meridiana del lugar.

Si se desea marcarla en el terreno, bastará hacer coincidir con ella la línea de fe de la alidada, ó clavar dos agujas en *S* y *N*, y jalonar en la dirección resultante.

Suele emplearse, en vez de la varilla, una placa con un pequeño taladro que proyectará en el tablero un rayo luminoso, según representa la figura 123, y el paso de éste por los arcos es el que se marca.

El centro de estos arcos lo determina la plomada que pasa por el taladro del disco.

154.—Fundados en los mismos principios, puede obtenerse la traza de la meridiana astronómica con más rapidez, aunque con menos exactitud, de la manera siguiente:

Se fija en el terreno un jalón *a b* (fig. 124), que se pone bien vertical por medio de una plomada, y si la hora en que hacemos la observación es, por ejemplo, las cuatro de la tarde, y la sombra arrojada se proyecta según *a' b*, es evidente que seis horas antes, ó sea á las diez de la mañana, la proyección *a'' b* de la sombra, sería perpendicular á la *a' b*, puesto que en seis horas recorre un cuadrante; mas como el sol aparece marchar de izquierda á derecha, dándole frente, en esta situación deberá trazarse la perpendicular á la derecha, en razón á que la sombra se halla siempre del lado opuesto á la dirección de sus rayos. Ahora bien, si dividimos el ángulo recto *a' b a''* en seis partes iguales, se formarán ángulos de 15° que cada uno representará la marcha de la sombra en una hora; por consiguiente, la línea *bXII* marcará la posición de la sombra á las doce del día y será la dirección de la meridiana.

Si la observación se hubiera hecho antes del mediodía, la perpendicular á la sombra se levantaría por la izquierda del operador colocado frente al sol.

155.—**Orientación por medio de la estrella Polar.**—Este procedimiento tiene el inconveniente de exigir su ejecución durante la noche, pero da también bastante exactitud.

Veamos en qué se funda.

Cuanto hemos dicho del movimiento aparente del sol por efecto de la rotación de la esfera terrestre, es aplicable á los demás astros, así que durante la noche, en nuestro hemisferio, podemos observar que todas las estrellas parecen describir arcos de círculo cuyos planos son perpendiculares al eje de rotación de la tierra, mas como este prolongado iría á parar próximamente á la estrella polar, resulta de aquí que ésta, aparentemente, está fija. En efecto, (fig. 125) prescindiendo de la distancia á que cada estrella se halla de la tierra, podremos suponer que todas ellas están situadas en el plano *M R*. Siendo *T* la tierra y *S N* su eje de rotación, al prolongarlo iría á cortar al plano en el punto *N'*, muy próximo á la estrella *P* que recibe el nombre de *polar*, y un observador situado en *c*, por efecto del movimiento de rotación de la tierra en el sentido de la flecha, parecería ver girar todas las estrellas alrededor del punto *N'* describiendo círculos en sentido contrario; mas como la polar se halla separada del citado *N'* la cantidad angular de 1° y algunos minutos, el círculo que describe es tan pequeño con relación á la distancia que de ella nos separa, que puede considerarse nulo y por consiguiente fija, girando las demás á su alrededor.

Es, pues, evidente, que un jalón *a* (fig. 126) colocado verticalmente y que cubra la estrella polar *p* á un observador *o* situado á algunos pasos de él, determinará con éste, la dirección *N S* de la meridiana, la cual quedará marcada con exactitud, si la observación se hizo en el momento de pasar en *P* (fig. 125) por el meridiano cuya traza está indicada en *A B*; y dará el máximo error (poco mayor que un grado) en el caso más desfavorable en que la observación se verifique seis horas después cuando se halle situada en *P'*.

156.—Falta ahora dar á conocer cómo podrá distinguirse esta estrella de las demás.

Hay dos grupos de estrellas ó *constelaciones* llamadas *Osa Mayor* y *Osa Menor*, conocidas generalmente con el nombre vulgar de *carros*, formado cada uno de siete estrellas de las que cuatro constituyen un cuadrilátero y las otras tres un arco de círculo como indica la figura 127; pues bien, de estas tres, la última ó extremo de la lanza del carro menor, es la *polar*, y se halla situada, aparentemente, casi en la prolongación de *a B* á una distancia próximamente triple de esta línea.

Para calcular el momento del paso de la estrella polar por el Me-

ridiano, bastará saber que se verifica 13 minutos después que esta estrella y la Σ de la Osa Mayor se hallan ocultas á un tiempo por el hilo de una plomada; por tanto, determinando la meridiana en aquel momento, se obtendrá con bastante exactitud.

157.—Orientación por medio de la brújula.—Sabiendo que la declinación de la aguja imanada es actualmente en nuestro país de 19° 34′ al occidente (95), si colocamos la brújula horizontal de manera que la punta azul de la aguja esté marcando 19° 34′ por la izquierda de la línea Norte Sur, ésta señalará la dirección de la meridiana verdadera, y sólo habrá que jalonar según la visual dirigida por las pínulas ó anteojo de la brújula, si se quiere su traza en el terreno; pero si se desea en el dibujo, será preciso hallar el acimut de una de sus líneas y trazar otra que forme con ella un ángulo igual á este acimut aumentado ó disminuido en 19° 34′, según que la graduación aumente del Norte al Oeste ó al Este en la brújula empleada (100).

Si el plano tuviese marcada la meridiana astronómica y quisiéramos orientarlo con relación al terreno que representa, bien para ejecutar nuevos trabajos, ó sólo con el objeto de estudiar sobre él esta misma superficie, bastará colocar la brújula encima del papel, de manera que su línea *N S* y la del dibujo sean paralelas, y hacer girar el conjunto hasta que la punta azul de la aguja señale los 19° 34′ por la izquierda de dicha línea.

158.—Orientación aproximada sin instrumentos.—Hay diferentes medios de orientarse aproximadamente cuando se carece de instrumentos y no se dispone de tiempo para hacer ninguna observación de las anteriormente explicadas.

La salida y puesta del sol nos marcan, aunque con gran error, la dirección del Este y del Oeste; de manera que, mirando al punto de salida, se encontrará el Norte á nuestra izquierda y el Sur á nuestra derecha, é inversamente si miramos hacia el ocaso.

Cuando nuestro reloj marque las doce, mirando al sol tendremos á nuestro frente el Sur y el Norte á nuestra espalda.

A otra hora cualquiera, el diámetro XII-VI de la esfera, marcará la dirección Norte-Sur siempre que enfilamos con el sol el radio que corresponda á una hora mitad de aquella en que se hace la observación. Por ejemplo, á las cinco se enfilará el radio que pasa por en medio de las II y las III.

Esto se funda en que la marcha del horario es doble que la del sol, pues en efecto recorre la esfera dos veces en 24 horas.

LEVANTAMIENTOS REGULARES

Ejecución de la planimetría

CAPÍTULO XXI

TRIANGULACIÓN TRIGONOMÉTRICA

159.—Según manifestamos en el capítulo primero, la planimetría de un levantamiento regular se divide en tres partes esenciales, la *triangulación* ó *canevás trigonométrico*, el *topográfico* y el *relleno* de los triángulos. Ocupémonos por separado de cada una de ellas, procurando al mismo tiempo dar á conocer la aplicación y uso de los instrumentos descritos.

TRIANGULACIÓN Ó CANEVÁS TRIGONOMÉTRICO

160.—Esta triangulación tiene por objeto determinar, con la mayor exactitud posible, cierto número de puntos esenciales del terreno elegidos convenientemente, que se suponen unidos por rectas formando entre sí una serie de triángulos que, resueltos trigonométricamente y llevados sobre el papel, según escala, servirán como de base á la situación de los demás que deban figurar en el plano.

161.—Es, pues, indispensable hacer un reconocimiento previo del terreno para elegir estos puntos.

Las condiciones que han de satisfacer son:

1.ª Estar bien determinados, poder estacionarse en ellos, y ser visibles, al menos, de un cierto número de los otros puntos elegidos, y con los que han de relacionarse.

2.ª Los triángulos que constituyan, han de aproximarse, en lo posible, á la forma equilateral, y

3.ª La longitud de los lados de estos triángulos, no debe pasar de los límites que les marque la aproximación dada por los instru-

mentos en la medición de los ángulos, relacionada con la escala en que haya de operarse.

162.—La primera condición es necesaria para reconocer bien, en cualquier momento, el vértice elegido; evitar el cálculo que sería preciso ejecutar para referir á este punto aquel en que situásemos el instrumento, como sucederá en el caso en que hubiésemos tomado para vértice la veleta de una torre, donde sería imposible instalarnos, obligándonos á hacer estación en otro accesible; y por último, el elegido ha de ser visible al menos, desde los otros con quienes ha de formar los triángulos, para poder ejecutar la medición de sus ángulos.

163.—La figura 128 nos demuestra que el mismo error e, en la medición de los ángulos $C' A B$ y $C A B$, nos da mayor error $C d$, en la determinación del punto C, que el $C' d'$ para el punto C', cuanto más agudo es el ángulo opuesto al lado $A B$; y como lo mismo podremos decir respecto á los puntos A y B, resulta evidentemente, que la mayor exactitud se obtiene cuando los tres ángulos son á la vez lo más abiertos posible, circunstancia que sólo se verifica en los triángulos equiángulos; luego debe procurarse que los puntos elegidos den triángulos que se aproximen, cuanto se pueda, á la forma equilateral.

Se desechan en general los ángulos menores de 30°.

164.—Si trazamos en el papel el ángulo $a b c$ (fig. 129), y tomamos sobre $b a$, una longitud $b a$ igual á la de este lado en el terreno, reducida á escala, se comprende, que cuanto mayor sea el error e con que se halla medido al ángulo $a b c$ y mayor sea la escala, más se separará el punto a del verdadero A.

Dada la escala del plano y el error de apreciación del instrumento con que se opera, veamos qué máximum de longitud puede tener el lado $b a$, para que trazado en el papel, pueda confundirse con el verdadero $b A$.

Hemos dicho anteriormente (17), que la menor línea apreciable á simple vista en los dibujos, está representada por $\Sigma = 0,0002$, luego siempre que el arco $m n$ sea menor que esta cantidad, las rectas $b a$ y $b A$ aparecerán confundidas hasta $m n$; pero en el triángulo $b m n$ (1), tenemos que $e = \frac{m n}{b n}$, de donde $b n = \frac{m n}{e}$. Si pues,

(1) Por la pequeñez del arco $m n$ lo consideramos como un elemento recio perpendicular al radio $b n$.

representamos por l la longitud $b\ n$, y sustituimos en vez de $m\ n$ su valor, tendremos la fórmula

$$l = \frac{0{,}0002}{e}$$

pero l es la longitud del lado $b\ a$ en el dibujo, y para obtener la longitud L en el terreno, será preciso multiplicarla por el denominador de la escala (14), luego

$$L = \frac{0{,}0002 \times D}{e}$$

será la fórmula que nos dé el máximun de longitud para los lados de los triángulos, según la tercera condición enunciada.

165.—La resolución trigonométrica de los triángulos formados con las condiciones que acabamos de exponer, que supondremos sean los representados en la fig. 130, tiene que verificarse por el conocimiento, en cada uno de ellos, de tres de sus seis elementos, aplicando las fórmulas expuestas en todos los tratados de trigonometría, y entre cuyos datos es preciso haya por lo menos un lado; por consiguiente, será preciso su medición directa sobre el terreno.

Supongamos que hemos medido el lado $A\ B$; midiendo los ángulos $O\ A\ B$ y $O\ B\ A$, dichas fórmulas nos darán el valor del $A\ O\ B$ y de los lados $O\ A$ y $O\ B$. Conociendo $O\ B$ y midiendo los ángulos $C\ O\ B$ y $C\ B\ O$, hallaremos $O\ C$ y $B\ C$ y así sucesivamente, viniendo á tener calculados todos los ángulos y lados del polígono $A\ B\ C\ D\ E\ F\ G$, y podremos dibujar en el papel otro semejante, con arreglo á la escala dada para el plano.

166.—El lado $A\ B$ medido, es la *base* del plano, y es necesario que cumpla con las condiciones siguientes:

1.ª Siendo uno de los lados de los triángulos, su longitud debe ser limitada conforme hemos dicho para éstos.

2.ª Debe ser recorrible en toda su extensión, y visibles recíprocamente sus extremos.

3.ª Debe ser horizontal ó con una pendiente uniforme; y

4.ª Desde sus extremos, es conveniente se vea el mayor número de vértices posibles.

La conveniencia de la primera y última condición está ya demostrada (162); la segunda es indispensable para la medición directa; la tercera es una consecuencia de lo dicho al hablar de la representación del terreno, puesto que siendo la proyección horizontal de la base la

que ha de llevarse sobre el plano (3), si ésta fuese horizontal, nos evitaría calcular su proyección, y siendo su pendiente uniforme, con mayor exactitud y brevedad se obtendrá ésta.

167.—Medición de la base.—Veamos ahora cómo procederemos para medir esta base.

Marcados sus extremos con jalones, se van poniendo otros intermedios que determinen perfectamente sobre el terreno la línea ó traza del plano vertical que contiene la distancia que se ha de medir.

Para colocar estos jalones bastará situarse en un extremo de la línea, que supondremos sea la *A B* (fig. 131), algo separado del jalón *A*, en *M* por ejemplo, y de modo que éste cubra perfectamente al *B*, y un ayudante va fijando los *c, d, e, f* en los puntos que por señas le marque el operador desde *M*, que será cuando todos vayan quedando ocultos por los que le preceden y al mismo tiempo con el *B*.

Cuando la línea que ha de jalonarse es muy extensa, ó que por inflexiones del terreno no se vea desde un punto intermedio los dos extremos, como indica la figura 132, se procede por tanteos colocándose en un punto *C* próximo á la dirección que se busca, y se clava el jalón *D* alineado con *A C*; después, el operador situado en *C*, se traslada á *D* y hace cambiar la posición del jalón *C*, á *C'* sobre la alineación *D B*; se repite en *C* la misma operación pasando el jalón *D* á *D'* alineado con *C' A*, y así sucesivamente hasta que los cuatro jalones *A, D, C, B*, se encuentran sobre el plano vertical que pasa por *A B*.

168.—Una vez jalonada la base, se procede á su medición directa por medio de la cadena, cinta metálica ó rodete, en la forma siguiente:

Después de comprobar con un metro que el instrumento que se emplea es exactamente de la longitud que debe tener, se sitúan dos operadores que llevan cogida por sus extremos la cadena ó cinta, uno de ellos apoyando el mango en el jalón *A* y el otro procurando tenerla bien tirante y horizontal, se corre á derecha ó izquierda, según las señales que le haga el compañero, hasta que quede sobre la línea, que será cuando cubra perfectamente los jalones que tiene á su retaguardia. En esta situación clava una aguja de las diez que lleva, y dando ambos un paso de costado, marchan paralelamente á la alineación y deteniéndose el que va detrás á la altura en que quedó la aguja; apoyando en ella el extremo de la cadena, se repite la misma operación; recoge el de detrás la aguja y clava otra el de delante.

Se continúa así la medición hasta que el de delante se quede sin agujas, entonces las recibe todas del compañero y se anota *una tirada*, haciéndose tantas como sean necesarias para llegar al extremo *B* de la base.

Si al terminar la medición se han hecho tres tiradas y han quedado en la mano al de detrás, tres agujas, suponiendo que el instrumento empleado es de diez metros, y que desde el punto en que se clavó la última aguja hasta el jalón *B*, haya una longitud de 6 metros 60 centímetros, la longitud total *A B* será: 300 metros que representen las tres tiradas, más 30 metros representados por las tres agujas, más 6^m, 60 de la última parte de cadena, ó sean 336'60 metros (1).

169.—Si se quiere mayor exactitud en la medida de la base, se emplean las reglas que hemos descrito (69) al hablar de los diastímetros, en la siguiente forma:

Sobre la dirección que se desea medir se colocan una á continuación de otra las dos reglas que generalmente se emplean, pero cuidando de que no se toquen para que el choque no desvíe de su sitio la primera, estableciendo después el contacto con precaución haciendo salir la lengueta.

Es evidente que cada medida parcial constará de la longitud de la regla, más el número de milímetros que marque el índice que lleva la lengüeta, siendo preciso hacer una anotación cada vez que se cambie de sitio una de las reglas.

Se procurará que éstas queden horizontales, y en el caso de ser pendiente el terreno, el contacto se establecerá con una plomada, como indica la figura 183.

Generalmente se acostumbra á medir la base dos veces y tomar el promedio de las longitudes obtenidas en cada operación, siendo aun más exacto tomar como verdadera la menor de ellas.

170.—Reducción de distancias al horizonte.—Por los métodos explicados se obtendrá la longitud de la distancia horizontal entre dos puntos, cuando el terreno en que se mide sea horizontal ó con una pequeña inclinación, pero si aquél es muy pendiente, será preciso seguir ésta en la medición y deducir del resultado la longitud que corresponde á la proyección horizontal de la base ó distancia propuesta,

(1) Si se emplean 11 agujas en vez de 10, debe tenerse en cuenta que cada tirada ha de empezarse á contar con una aguja clavada en cada extremo de la cadena.

que es precisamente el dato necesario para trasportarlo al papel, según hemos ya indicado.

Esto es lo que llamamos *reducción de distancias al horizonte.*

Una sencilla construcción gráfica nos bastará para resolver esta cuestión, pues si suponemos que el ángulo de pendiente es de 20° y trazamos dos rectas $o\,a$ y $o\,b$ (fig. 134), que formen entre sí un ángulo $a\,o\,b$ de 20°, tomando con el compás una longitud $o\,m$ igual á la medida obtenida reducida á escala, y bajamos desde m una perpendicular $m\,n$ á la $o\,b$, la longitud $o\,n$ será la buscada.

En el triángulo rectángulo $o\,m\,n$, sabemos que, $on = om \cos 20°$, luego esta fórmula también nos dará la longitud $o\,n$, sin necesidad de recurrir á la construcción gráfica.

171.—Escalas de reducción al horizonte.—Por sencillos que sean estos procedimientos, se ve el operador precisado á repetirlos para cada distancia, y á fin de evitarlo, se han ideado las escalas de reducción que se construyen como vamos á indicar.

Sea $A\,B$ (fig. 135) la escala gráfica adoptada para el plano.

Sobre su punto medio C, levantaremos una perpendicular $C\,o$, de $^3/_2$ de $A\,B$, y describiremos desde o, con el radio $o\,C$, el arco $C\,M$ que dividiremos de cinco en cinco grados á partir de C. Por todos los puntos de división trazaremos paralelas á la escala, ésta y las partes de aquélla comprendidas entre las rectas $o\,A$ y $o\,B$, serán proporcionales entre sí, y si ahora unimos todos los puntos de división de $A\,B$ con el o, habremos construido, en cada paralela, una escala proporcional á la propuesta y al número de grados que abrace del arco descrito.

Si, por ejemplo, la distancia medida es de 230 metros, estará representada en la escala por la longitud $p\,q$, y si el ángulo de pendiente cuya inclinación se ha seguido en la medición, es de 10°, la proyección buscada será la longitud $m\,n$.

En efecto, los triángulos semejantes $o\,m\,s$ y $o\,p\,C$, y los $o\,s\,n$ y $o\,C\,q$, nos darán las proporciones.

$$\frac{m\,s}{p\,C} = \frac{o\,s}{o\,C} \text{ y } \frac{s\,n}{C\,q} = \frac{o\,s}{o\,C}$$

que sumadas nos dan,

$$\frac{m\,s + s\,n}{p\,C + C\,q} = \frac{2\,o\,s}{2\,o\,C} \text{ ó bien, } \frac{m\,n}{p\,q} = \frac{o\,s}{o\,C}$$

pero en el triángulo o—10—s tenemos que $o\,s = R \cos 10°$, luego

sustituyendo se tendrá, $\frac{m\,n}{p\,q} = \frac{R \cos, 10^0}{R}$ puesto que $C = o - 10^\circ = R$; de donde $m\,n = p\,q \cos 10^\circ$, fórmula que ya hemos visto, nos da la proyección buscada; luego la reducción al horizonte de la longitud $p\,q$, medida con una inclinación de 10°, se obtiene midiendo $m\,n$.

172.—**Tablas de reducción de distancias al horizonte.**—Pueden también obtenerse las proyecciones de las distancias medidas, haciendo uso de la siguiente tabla que expresa la proyección horizontal de un metro con las inclinaciones sucesivas de uno á treinta grados sexagesimales ó centesimales, según sea el instrumento conque se haya medido la pendiente.

GRADOS de pendiente.	PROYECCIÓN DE UN METRO		GRADOS de pendiente.	PROYECCIÓN DE UN METRO	
	División sexagesimal.	División centesimal.		División sexagesimal.	División centesimal.
1	0'm99985	0'9999	16	0'm96126	0'9686
2	0' 99939	0'9995	17	0' 95630	0'9646
3	0' 99863	0'9989	18	0' 95106	0'9603
4	0' 99756	0'9980	19	0' 94552	0'9558
5	0' 99619	0'9969	20	0' 93969	0'9511
6	0' 99452	0'9956	21	0' 93358	0'9461
7	0' 99237	0'9940	22	0' 92718	0'9409
8	0' 99027	0'9921	23	0' 92050	0'9356
9	0' 98769	0'9900	24	0' 91355	0'9298
10	0' 98481	0'9877	25	0' 90631	0'9239
11	0' 98163	0'9851	26	0' 89879	0'9177
12	0' 97814	0'9823	27	0' 89101	0'9114
13	0' 97437	0'9792	28	0' 88295	0'9048
14	0' 97030	0'9759	29	0' 87462	0'8980
15	0' 96593	0'9725	30	0' 86603	0'8910

173.—**Orientación.**—En el capítulo anterior dimos á conocer los medios que podrían emplearse para obtener la meridiana astronómica sobre el terreno; de manera que, determinándola en uno de los extremos de la base, y midiendo el ángulo que ésta forma con dicha meridiana, no habrá más que dibujar en el plano una línea que forme con la base, y por el mismo lado, un ángulo igual al medido, y ésta será la proyección de la meridiana en el papel.

Si empleamos la plancheta, podremos obtener desde luego esta traza en el plano, como ya hemos explicado (153), declinándola en uno de los extremos de la base.

174.—Suele dibujarse el plano de manera que uno de los lados del

recuadro coincida con la dirección de la meridiana verdadera; si así se desea, bastará trazar una recta paralela á los bordes del papel y otra que forme con ella y por el mismo lado, un ángulo igual al medido; la primera será la meridiana y la segunda la dirección de la base; y tomando sobre ésta una longitud igual á su reducción al horizonte reducida á escala, tendremos determinada la posición y magnitud de esta base en el plano.

Cuando no se quiera que la meridiana sea paralela al recuadro, será preciso ponerla de manifiesto en el plano por medio de una flecha cuya punta indicará el Norte.

Algunas veces suele dibujarse también la meridiana magnética, según manifiesta la figura 136, empleándose entonces las iniciales *M. M.* y *M. V.* para distinguirlas.

175.—Medición de los ángulos.—Una vez trazada en el papel la posición y longitud de la proyección horizontal de la base, con la mayor exactitud posible, se procederá á la medida de los ángulos de los triángulos empleando, al efecto, instrumentos de precisión. Generalmente se elige el Teodolito (138), pero en último caso puede utilizarse la Pantómetra ó cualquiera de los Goniómetros que hemos dado á conocer, siempre que se procure situar su eje de rotación lo más aproximadamente posible vertical y sobre el punto de estación, precisando bien las visuales y haciendo con cuidado las lecturas del nonius.

Por regla general, en todos los goniómetros de precisión, las graduaciones de los limbos crecen de izquierda á derecha del lado del observador, en su consecuencia, será preciso en la inmediación de cada ángulo, después de hacer coincidir los ceros del limbo y del nonius, dirigir primeramente una visual al punto de la derecha y observar después el de la izquierda; la graduación que entonces marque el nonius, será el valor del ángulo medido.

Cuando el instrumento permita repetir los ángulos, se comenzará de nuevo la operación haciéndole girar de modo que sin haber variado la lectura del nonius, se pueda dirigir una segunda visual al punto de la derecha, y haciendo mover solamente al nonius hasta divisar el punto de la izquierda, la graduación que marque será doble del ángulo medido; por consiguiente, tomando su mitad se obtendrá el que se busca con mayor exactitud, puesto que, si se procedió con cuidado, habrá habido compensación de errores.

176.—Conocida la proyección horizontal de la base y los valores de los ángulos, por las fórmulas

$$A = 180^{\circ} - (B + C)$$

$$log\ b = log\ a + log.\ sen.\ B - log.\ sen\ A.$$

se obtendrán todos los lados para construir sobre el papel, y según escala, los triángulos semejantes á los del terreno y fijos en el mismo los puntos que han servido de vértices, quedando al mismo tiempo orientado el polígono con relación á la meridiana del lugar y, en su consecuencia, semejantemente colocado al del terreno.

La construcción gráfica de estos triángulos se hará por los medios empleados en la Geometría (1).

177.—Cierre del polígono.—Por efecto de los errores cometidos al medir la base ó los ángulos, puede suceder que, al construir los triángulos en el papel, el polígono no cierre exactamente, bien porque los ángulos en el centro *o* (fig.ª 137) sumen más ó menos de 360°, ó bien porque el lado *o A*, calculado para el triángulo *A O B*, sea mayor ó menor que el mismo lado correspondiente al triángulo *A O F* (figura 138).

En el primer caso, la diferencia entre la suma de los ángulos en el centro *o* y 360°, se divide por el número de éstos ángulos y el resto obtenido se suma ó resta al valor de cada uno, según que el polígono quede abierto ó superpuesto (fig.ª 137); pero en la misma cantidad que se hayan aumentado ó disminuido los ángulos en el centro, será preciso disminuir ó aumentar los otros para que la suma de los de cada triángulo continúe valiendo 180° y esto nos conducirá, evidentemente, al segundo caso del error, dándonos para el valor de *o A* en el triángulo *F o A* (fig.ª 138) el *o A''*, por ejemplo, si se disminuyeron las magnitudes de los ángulos del perímetro, y el *o A'* si se aumentaron.

Varios tanteos nos darán los ángulos corregidos de manera que cierre el polígono.

Este segundo caso de error se corrige aumentando en la misma cantidad los ángulos *i* de la izquierda y disminuyendo los *d* de la derecha, cuando el valor obtenido para *o A* es mayor que el verdadero, é inversamente si fuere menor.

En todas estas correcciones, es preciso que, la cantidad aumenta-

(1) Generalmente, para mayor exactitud, se determinan los vértices por sus distancias respectivas á dos ejes, de los que el uno es la meridiana y el otro su perpendicular, pero la índole de este compendio no nos permite entrar en más detalles, dando por otra parte, suficiente exactitud el método indicado.

da ó disminuida á los ángulos, sea menor que el error de apreciación del instrumento empleado. Cuando dicha cantidad sea mayor habrá que desechar los trabajos y ejecutar una nueva triángulación.

178.—**Resumen**.—Para ejecutar el canevás ó triangulación trigonométrica, se hace un reconocimiento prévio del terreno para elegir la base y los puntos que conviene determinar con exactitud, y por medio de una brújula se vé si son ó no admisibles, desechando aquellos que nos den ángulos menores de 30° para los triángulos.

Terminado este reconocimiento y elegidos los vértices, se procede á la medición de la base y á su orientación con respecto á la meridiana astronómica. Seguidamente se miden los ángulos con toda la exactitud posible, y con estos datos se resuelven los triángulos, trasportándolos sobre el papel reducidos segun escala.

En el caso de que el polígono no cierre, se hacen las correcciones que hemos indicado, ó se desecha el trabajo, empezándolo de nuevo, si el resultado es tan defectuoso que dichas correcciones pasasen de los límites admitidos (1).

Los datos tomados en el terreno y calculados después por las fórmulas, deben anotarse con cuidado en unos registros de la forma siguiente:

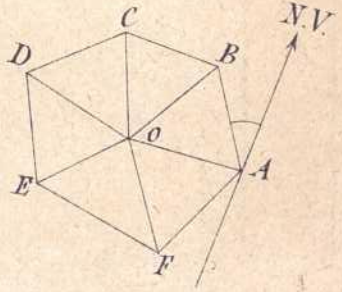
---

(1) Se conoce que el polígono no cierra, cuando la suma de los logaritmos de los senos de los ángulos de la izquierda, no es igual á la suma de los logaritmos de los senos de los ángulos de la derecha.

NÚMERO 1.—Registro para la triangulación trigonométrica.

Base A B=*(metros); ángulo de su pendiente=(grados); Reducida al horizonte=metros; áng. con la M.ª=...*

ESTACIONES	Puntos observados	ANGULOS Medidos	ANGULOS Calculados	LADOS CALCULADOS	OBSERVACIONES
A, poste kilómetro n.º...	*O* *B* *F*	*B A O*=.... *O B F*=....	*B O A*=....	*O A*=... *o B*=...	
B, esquina de la casa del peón caminero.	*A* *O* *C*	*A B O*=.... *C B O*=....	*C O B*=....	*O B*=... *O C*=... *B C*=...	
C, punto más alto del cerro tal.					La base está sobre la carretera desde el kilómetro tal á la casa del peón caminero. El punto *o* corresponde al cruce de los caminos tal y tal.



NÚMERO 2.—Registro para los triángulos resueltos.

Triángulos	Lados	Angulos	OBSERVACIONES
Núm. 1=*A O B*	*A O*=metros...	*A O B*=(grados)	
	B O=.....	*O A B*=.....	
	A B=.....	*O B A*=.....	
Núm. 2=*B O C*	*B C*=.....	*C O B*=.....	
	O B=.....	*B C O*=.....	
	O C=.....	*C B O*=.....	Aquí el croquis y las observaciones que se crean oportunas.
Núm. 3=*C O D*	.	.	
	.	.	
	.	.	

CAPITULO XXII

TRIANGULACIÓN TOPOGRÁFICA

179.—Ejecutada la triangulación trigonométrica con el mayor esmero, se procede á la construcción del canevás topográfico, eligiendo puntos secundarios que sirvan de vértices á los nuevos triángulos, empleando para la medición de sus ángulos instrumentos menos precisos, por ejemplo, la plancheta y alidada ó un sestante.

Los nuevos vértices se refieren siempre á los puntos determinados en el plano por la primera triangulación, empezando generalmente por los extremos de la base, y se irá ejecutando dando una vuelta completa al horizonte, siguiendo el contorno del polígono hasta llegar al punto de partida.

Los puntos elegidos serán; el cruce de caminos ó sendas, el cambio de dirección de éstos ó de algún curso de agua, la esquina de algún edificio ó cerca, una noria, una fuente, un árbol aislado, la veleta de una ermita, algún punto del perímetro exterior de pueblos ó caseríos, la cúspide de alturas ó cerros; en una palabra, puntos que sean fáciles de observar y reconocer y cuya situación en el plano exija alguna exactitud, bien por la importancia que en sí tengan, bien para apoyar en ellos la ejecución del *detalle*.

180.—Si las dimensiones de los triángulos trigonométricos son reducidas por abarcar el plano una pequeña extensión de terreno, se puede suprimir el canevás topográfico y proceder desde luego al levantamiento del detalle.

Recíprocamente, puede prescindirse de la triangulación trigonométrica cuando, siendo la extensión del terreno que se quiere representar muy reducida, el levantamiento regular no se desea con gran exactitud, y entonces se comenzarán los trabajos por la ejecución del canevás topográfico.

En este caso la elección de la base y de los vértices se hace en las mismas condiciones que si se tratase de construir el canevás trigonométrico; se mide aquélla con la precisión posible, se la orienta y se

procede en seguida á la medición de los ángulos; pero en vez de resolver los triángulos con estos datos por las fórmulas de trigonometría (176), se trazan en el papel por procedimientos geométricos, valiéndose de las construcciones gráficas que conocemos por la geometría.

Si la triangulación se lleva á cabo con la plancheta y alidada, obtendremos su trazado en el plano al mismo tiempo que se ejecuta, según vamos á explicar.

181 —Triangulación con la plancheta y alidada.—Pondremos un ejemplo de cada uno de los casos que pueden presentarse al ejecutar esta triangulación.

Primer caso.—Supongamos que la base medida sea la AB (fig. 139) representada en la plancheta por la recta $a\,b$; para determinar el punto C nos instalaremos en A de manera que el punto a se halle sobre la vertical de A, y haremos girar la plancheta hasta que, estando la línea de fe de la alidada colocada á lo largo de ab, se enfile con las pínulas el punto B del terreno, lo que se llama declinar la plancheta; haremos girar nuevamente la alidada, apoyándose en el punto a hasta enfilar el C y pasaremos el lápiz á lo largo de la línea de fe. Hecho esto, nos trasladaremos al punto B, y colocando sobre la vertical de éste el b, declinaremos la plancheta sobre $a\,b$; dirigiremos con la alidada la visual $b\,c$, y la intersección de la línea de lápiz que ahora tracemos con la señalada anteriormente en el punto A, nos dará la posición c en el dibujo, del punto C del terreno; y determinado, por consiguiente, el primer triángulo ABC del canevás topográfico, señalado con las mismas letras en la figura 146.

Este método se denomina de *intersección*.

182.—*Segundo caso.*—El punto B es accesible, y el C y el D que se trata de determinar, inaccesibles fig. 140).

Si el punto siguiente en la triangulación fuese la punta de la cubierta de un molino, por ejemplo, como representa la figura, y fuese por consiguiente inaccesible, así como lo es también el C, después de declinar la plancheta en B sobre BC y trazar la visual $b\,d$ al punto D, mediríamos una longitud BM, arbitraria de BC, representada en el papel por $b\,m$; nos trasportaríamos á M, y declinando la plancheta sobre CB estando m sobre la vertical de M, dirigiríamos la visual $m\,d$ á D, y uniendo c con d, este último punto sería el homólogo del D del terreno, teniendo así construído el segundo triángulo BCD de la figura 146.

Dará suficiente exactitud tomar como proyección del punto M uno arbitrario m de la recta bc, sin necesidad de medir MB y siguiendo en todo lo demás el mismo procedimiento.

183.—*Tercer caso.*—Los tres puntos C, D y E son inaccesibles.

Si queriendo después determinar el punto E con relación á los inaccesibles C y D (fig. 141), no pudiéramos situarnos tampoco en él por estar separado de éstos por un obstáculo, elegiríamos dos puntos arbitrarios R y S, cuya longitud RS pudiera medirse fácilmente, y estacionándonos en R, tomaríamos sobre el papel un punto r' que consideraríamos proyección del R, dirigiríamos las visuales $r'c'$, $r'd'$ y $r's'$ á los puntos C, D y S, y después de trazadas en el dibujo nos trasladaríamos á S, tomaríamos s' como proyección de S, declinaríamos $s'r'$ con relación á SR y dirigiríamos las visuales $s'c'$ y $s'd'$ á los puntos C y D. que cortarían á las anteriores en c' y d', obteniendo así la nueva base $r's'$ relacionada con la $c'd'$.

Para referirla á la $c\,d$, verdadera de la $C\ D$, no habrá más que construir sobre $c\,d$ una figura $c\,d\,r\,s$ semejante á la $c'\,d'\,r'\,s'$, y la $r\,s$ sería la verdadera proyección y situación en el tablero de la $R\ S$ del terreno.

Determinada esta nueva recta $R\ S$, cuyos extremos son accesibles, para fijar el punto E no habría más que operar con $R\ S$ como en el primer caso, estacionándonos en R, declinando $r\,s$ sobre $R\ S$ y trazando la visual $r\,e$; después nos colocaríamos en S declinando $s\,r$ sobre $S\ R$ y trazando la visual $s\,e$, la intersección e de ambas nos daría la proyección en el tablero del punto E del terreno. Sólo nos faltará unir e con c y d para obtener el triángulo $E\ C\ D$ de la figura 146.

184.—*Cuarto caso.*—Los puntos E y C (fig. 142) son inaccesibles, pero podemos situarnos en cualquier otro de la dirección $C\ E$, y además en el F.

Si al querer determinar el triángulo $C\ E\ F$ nos encontramos con el inconveniente de no podernos situar en C ni en E, pero sí en un punto intermedio de la alineación $C\ E$ y también en el F, procederemos en la forma siguiente:

Nos colocaremos en N, por ejemplo, declinaremos la plancheta de modo que $c\,e$ esté sobre la visual $C\,E$, y desde el punto n, elegido arbitrariamente y que supondremos proyección del N, trazaremos la visual $n\,f$ al punto F; seguidamente nos situaremos en F haciendo coincidir un punto cualquiera f con la vertical del F; declinaremos

f n sobre *F N* trazado por *c* y *e* las visuales *c C* y *e E* cuya intersección *f'* será la proyección del *F* del terreno, y el triángulo *f c e* será semejante al *F C E* con bastante aproximación.

Si se desea mayor exactitud, en vez de trazar las visuales desde los puntos *c* y *e*, se trazarán desde el *f* (que suponemos sobre la vertical del *F*) las *f C* y *f E* y por *c* y *e* se tirarán paralelas á éstas, dando su intersección la proyección del punto *F*, pues dada la pequeña distancia que separa los puntos *f* y *f'* con relación al *C*, las visuales *f C* y *f' c'* pueden considerarse paralelas.

185.—*Quinto caso.*—El punto *C*, situado ya en la plancheta, es inaccesible, pero son accesibles el *A*, y el *F* que deseamos determinar (figura 143).

Si como comprobación quisiéramos determinar el punto *F* con relación á los *a* y *c* correspondientes á los *A* y *C* del terreno, y viésemos que no podíamos estacionarnos en *C* pero sí en *A* y en *F*, operaríamos como vamos á indicar.

Nos colocaríamos primero en *A* de manera que *a* estuviese sobre la vertical de *A*, declinaríamos *a c* con relación á *A C* y trazaríamos la visual *a f'* al punto *F*; en seguida nos trasladaremos á *F* y tomando sobre *a f'* un punto *f'* como proyección del *F*, declinaremos *f' a* con relación á *F A* y apoyando la línea de fe de la alidada en *c* dirigiremos la visual *c C*; el punto *f* donde su traza *c f* encontrará á la *a f'*, será la proyección del *F* del terreno, quedando así determinado el 5.° triángulo *A C F* de la figura 146.

Este procedimiento, que no es más que aproximado por no ser *f'* la verdadera proyección del *F*, puede modificarse, dando un resultado más exacto, trazando la visual *f' C* y una paralela á ésta por el punto *c* cuya intersección *f* con la *a f'*, será la proyección del *F*.

La resolución de este caso se conoce bajo el nombre de *doble intersección.*

186.—*Sexto caso.*—Puede aún ocurrir, que nos veamos en la precisión de fijar en el plano un punto accesible *H* (fig. 144) refiriéndolo á otros tres determinados que sean inaccesibles, por ejemplo, los *E*, *C* y *D*.

Diferentes medios hay de resolver esta cuestión, pero nos concretaremos á exponer uno que da bastante exactitud, y otro breve y sencillo, admisible en la mayor parte de los casos.

Supongamos resuelto el problema y que los puntos *e*, *c*, *d* y *h* sean las proyecciones de los *E*, *C*, *D* y *H* del terreno. Si hacemos pasar

una circunferencia por los puntos *e*, *c* y *h* y otra por los *c*, *d* y *h*, los ángulos inscritos *e h c* y *c h d* tendrán respectivamente por medida la mitad de los arcos *e r c* y *c s d*, y éstos serán también la medida de los *e' e c* y *d' d c* formados con las tangentes *e e'* y *d d'*.

Los centros *o* y *o'* de estas circunferencias estarán determinados por las perpendiculares *e o* y *m o*, *d o'* y *n o'* levantadas en el punto de tangencia y en el medio de las cuerdas *e c* y *c d*, y la recta *o o'* que los une será perpendicular en el medio de la cuerda común *c h*, luego el punto *h* que buscamos será el de encuentro de las dos circunferencias descritas.

Para resolver este problema con la plancheta, nos colocaremos en el punto *H* de manera que el *e* esté sobre la vertical de *H*, y declinando para que *e c* esté en la dirección de la visual *H C*, se traza la *e e'* dirigida á *E*; después, sin cambiar de estación, se declina *d c* con relación á *H C* de manera que el punto *d* esté sobre la vertical de *H* y se traza la visual *d d'* dirigida á *D*.

Hecho esto, se levantan las perpendiculares *e o* y *d o'* á las *e e'* y *d d'*, y las *m o* y *n o'* en los puntos medios de *e c* y *c d*; sus intersecciones *o o'* serán los centros de las circunferencias de que acabamos de hablar, y no habrá más que levantar desde *c* otra perpendicular á la recta *o o'* que los une, tomar sobre ella una longitud *p h* igual á *c p* y el punto *h* será la proyección que se busca del *H* del terreno.

La otra solución es en extremo sencilla, pues se reduce á situarse en el punto *H*, colocar sobre la plancheta un trozo de papel de calcar y dirigir tres visuales á los puntos *E*, *C* y *D* haciendo girar la alidada alrededor de un punto cualquiera: después bastará variar la posición del papel hasta que las tres visuales pasen por los puntos *e*, *c* y *d* del dibujo, los cuales se verán por trasparencia. El punto en que concurren dichas visuales será el buscado, que podrá marcarse en el plano con la punta de una aguja.

187.—*Séptimo caso.*—Por último, suele suceder que por la gran extensión del terreno que se trate de levantar, ó por la magnitud de la escala, nos veamos en la necesidad de dividir el dibujo en dos ó más hojas separadas, siendo, por ejemplo, la primera la que representa el terreno comprendido en el rectángulo *u v x y* de la figura 146, y al tratar de determinar en esta hoja un punto accesible *L* con relación á los ya determinados *D* y *H*, nos encontraremos con que la proyección *h* de este último corresponde á la segunda hoja.

En este caso, para determinar la proyección *l* del punto *L*, se procederá del modo siguiente:

Se establece la plancheta en *D* (fig. 145), y sobre su vertical el *d*, se orienta ó declina *d h''* (que la conocemos) sobre *D H* y se traza la visual *d l*; seguidamente nos trasportamos al punto *L*, declinamos *l d* sobre *L D* del terreno y después de trazar una línea cualquiera *m h'=m h*, ó $^1/_2$, $^1/_3$... de *m h* (que siempre podremos determinar puesto que *h'' m* es la misma en las dos hojas), por el punto *h'* se hace pasar la línea de fe de la alidada, de manera que se distinga por las pínulas el punto *H*, y tomando después sobre el margen, *m n* igual *m p* ó 2, 3... veces esta longitud, por el punto *n* así determinado se traza *n l* paralela á *p l'* y el punto *l* será la proyección buscada del *L* del terreno.

En efecto, los triángulos *p m h'* y *h m n* son semejantes por tener por construcción los lados *p m* y *m h'* proporcionales á los *m n* y *h m* é igual el ángulo comprendido entre ellos; por tanto, los ángulos *p h' h* y *h' h n* serán iguales y resultarán alternos internos con relación á la línea *h h'*; por consiguiente, al unir las dos hojas, la línea *n l*-prolongada pasará precisamente por el punto *h*, siendo en su consecuencia el punto *l* así determinado, la verdadera proyección del *L* del terreno (185).

188.—**Declinación de la plancheta.**—Al examinar todos los casos que pueden ocurrir en la triangulación topográfica ejecutada por medio de la plancheta y alidada, hemos visto la necesidad de declinarla en cada estación á fin de que las líneas trazadas en el papel queden paralelas á sus homólogas del terreno, siendo preciso para ello dirigir visuales que nos harán invertir algún tiempo y retardarán la marcha de los trabajos, tropezando además con el inconveniente de que, á veces, no será visible el punto con relación al cual sea indispensable declinar el tablero, y no será factible la operación.

Para obviar estos inconvenientes, se ha ideado un instrumento llamado *declinatorio*, que nos dá el medio de declinar la plancheta con bastante aproximación sin necesidad de valernos de las visuales.

Este instrumento no es otra cosa que una brújula cuyo limbo no es completo, encerrada en una caja rectangular (fig. 147) y cuyo diámetro cero cero es paralelo á los bordes más largos de la caja.

Para hacer uso de este instrumento se coloca la plancheta en estación en un punto *A* (fig. 148) cuya proyección *a* en el papel es conocida, se hace corresponder *a* á la vertical de *A* y se declina *a b* so-

bre $A\,B$ del terreno. Hecho esto, en una esquina del tablero se sitúa el declinatorio haciéndole girar hasta que la aguja marque el cero, y cuando esto se verifica, se traza con lápiz el contorno de la caja. Al trasladarnos á otro punto cualquiera C, se coloca la caja en el rectángulo que marca su situación anterior y se hace girar la plancheta hasta que la aguja vuelva á señalar el cero. Es evidente que la línea $a\,b$ del dibujo quedará paralela á la $A\,B$ del terreno, pues siendo la dirección de la aguja la de la meridiana magnética, formará en la primera estación un ángulo $M\,M'\,b = \alpha$ con la dirección $a\,b$, ó sea con la $A\,B$ puesto que están confundidas, y en la segunda estación, este ángulo no habrá variado y siendo $M\,M'$ paralela á la nueva posición $M''\,M'''$ de la aguja, $a\,b$ será paralela á $A\,B$ y tendremos declinada la plancheta.

El error que pueda darnos el instrumento, puede apreciarse y corregirse comprobando si al dirigir una visual á un punto conocido, coincide la línea de fe de la alidada con la proyección de su dirección al de estación que tendremos trazada en el plano.

189.—Cuando no se disponga de declinatorio se puede obtener la orientación de la plancheta por un procedimiento sencillo, siempre que, desde cualquier punto del terreno, se distinga uno (que puede ser una torre, una casa en lo alto de una montaña etc.,) situado á mayor distancia de 300 metros.

Para esto, una vez trazada la base $a\,b$ (fig. 149) en el dibujo, se sitúa la plancheta en a, se declina sobre B y se marca la visual $a\,S$ al punto lejano; se hace después estación en B, se orienta sobre A y se traza la visual $b\,S$ al mismo punto. Estas dos visuales cortarán el recuadro ó margen del dibujo en m, p, n y q; se divide $m\,n$ y $p\,q$ en igual número de partes iguales y se numeran en el mismo sentido. Es evidente, que todas las visuales que se dirijan por la alidada, colocada de manera que su línea de fe pase por dos divisiones que tengan el mismo número, irán á concurrir al punto S; por consiguiente, para declinar la plancheta en un punto cualquiera C del terreno, se colocará la línea de fe de la alidada de manera que pase por la proyección c del mencionado punto en el plano y por dos graduaciones iguales de ambos márgenes, haciendo girar después la plancheta hasta que se distinga por las pínulas el punto S (1).

(1) Al declinar así la plancheta, es preciso colocarla de manera que al dirigir la visual al punto lejano, la línea más larga $p\,q$ quede del lado del observador.

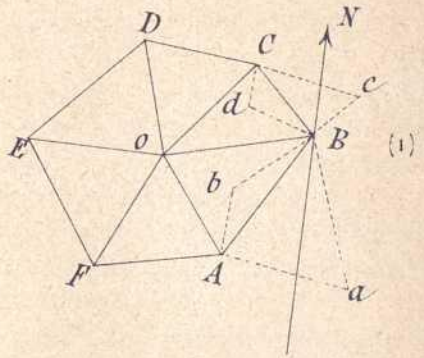
190.—Explicada la construcción del canevás topográfico por medio de la plancheta y alidada, réstanos sólo indicar que su empleo nos permite prescindir de llevar ningún registro ni croquis, puesto que obtenemos desde luego en el tablero la ejecución gráfica de la triangulación, pero bueno es advertir que es muy conveniente señalar cada vértice con una letra y á veces con un signo que nos dé á conocer el punto homólogo del terreno.

191.—**Triangulación con los goniómetros.**—Si el instrumento empleado fuese un goniómetro, es de rigor ir anotando en un registro los ángulos obtenidos en cada estación y al mismo tiempo hacer un croquis que aproximadamente nos vaya marcando la situación de cada punto del canevás.

Este registro y croquis puede llevarse en la forma siguiente:

Número 3.—Registro para la triangulación topográfica

Base A B (metros); ángulo de pendiente (grados); su reducción al horizonte (metros); ángulo que forma con la meridiana (grados).

Estaciones	Visuales	Angulos medidos	Observaciones y croquis
A			
Cruce de los caminos tal y cual.	*A a* *A b* *A B*	*d A B* *b A B*	
B			
10 m al *N* de la casa aislada en el cerro tal.	*B A* *B a* *B c* *B d* *B b*	*A B a* *a B c* *c B d* *d B b* *b B A*	Aquí las observaciones que se juzguen necesarias para la mayor inteligencia de los trabajos de campo.
C			

(1) Se parte del supuesto de que la triangulación trigonométrica precede á la topográfica y las letras mayúsculas representarán los vértices de la primera mientras que las minúsculas indican los de la segunda.

Si no se hace más triangulación que la topográfica, puede emplearse el registro núm. 2 en el cual la casilla «lados» representará las visuales y no expresará las distancias.

CAPÍTULO XXIII

EJECUCIÓN DEL DETALLE

Polígonos parciales

192.—Ejecutadas las triangulaciones trigonométrica y topográfica, ó sólamente una de ellas si no exige más la extensión del terreno que se quiere representar, la magnitud de la escala adoptada ó la exactitud requerida (180), tendremos determinada en el plano la posición de las partes importantes que han de servir de referencia en la prosecución de los trabajos, y para dar por terminada la planimetría, nos queda únicamente que ejecutar el detalle.

193.—Para el levantamiento del detalle, pueden emplearse indistintamente los goniógrafos y los goniómetros auxiliados con la cadena, cinta ó rodete.

La ejecución varía según sean los elegidos, la plancheta, la brújula ú otro goniómetro cualquiera; por tanto, daremos á conocer la marcha que se lleva con cada uno de ellos.

Cuatro son los métodos que se siguen para llevar á cabo el levantamiento del detalle: *el de rodeo, el de intersección, el de doble intersección y el de radiación.*

Su elección depende, no sólamente de los instrumentos de que se disponga, sino también, y más principalmente, de las circunstancias de la localidad.

Antes de entrar en la explicación de estos sistemas, debemos advertir que para la ejecución del detalle se debe subdividir el conjunto del terreno en varios polígonos que tengan por lo menos un vértice común con la triangulación ó un punto interior que pertenezca á la misma, lo que facilita su referencia y circunscribe los errores. Su perímetro, que debe estar bien definido, se determina generalmente, siguiendo los caminos principales, sendas, ríos, barrancos, linderos de bosques, contornos de población, etc.

Método de rodeo

194.—Este método, aunque largo, es el más exacto, y se emplea cuando el interior del polígono parcial es cubierto, siendo ventajoso el uso de la brújula y los goniómetros.

Con la plancheta.—Si se trata de levantar el polígono parcial *A B C D E* (fig. 150), nos colocaremos en el punto *A* (que suponemos está determinado por la triangulación), de manera que *a* esté en la vertical de *A* y se declina *a m* sobre *A M* (1), siendo esta línea también del canevás; trazaremos la visual *a b* (2) al punto *B* y con la cadena ó cinta se mide *A B* que, reducida á escala, se marca en el tablero desde *a* hasta *b*.

Seguidamente nos trasportamos á *B* y declinaremos *b a* sobre *B A*; trazamos la visual *b c*, medimos *B C* y llevamos su longitud reducida á escala sobre *b c*.

En *C* declinamos *c b* sobre *C B*; trazamos *c d* cuya longitud es la *C D* reducida á escala, continuando así hasta llegar á *E*, en cuya estación la traza *c a* cerrará el polígono, y debe confundirse con *a e* si en el punto *A* se tuvo la precaución de trazar la dirección *A E* para que nos sirviera de comprobación.

Con el empleo de la plancheta no hay necesidad de llevar registro ni croquis, pues ya sabemos que el instrumento nos da el plano dibujado.

195.—**Con la brújula.**—Si el mismo polígono parcial se levantase con la brújula, procederíamos de la manera siguiente (fig. 151).

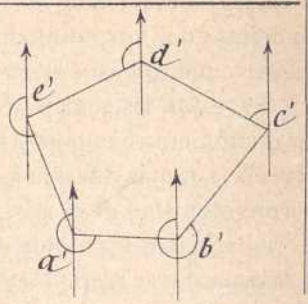
Colocaríamos la brújula en *A*, de manera que su centro estuviese sobre la vertical de este punto; dirigiríamos la visual *A B*, y leyendo el acimut ó rumbo *a'* que marque la aguja en el limbo si la brújula es ordinaria, ó la cerda de la retícula si fuese de Burniers ó de Kater, y se apuntaría en el siguiente registro, núm. 4, la lectura dada, así como en el croquis que se va formando en el mismo. Mediríamos después la longitud *A B*, que también se anotará, y llegados al punto *B*, ejecutaríamos sobre el lado *B C* las mismas operaciones de leer su rumbo, de medir la distancia y anotar ambos datos en el registro y

(1) En el levantamiento del detalle es donde tiene verdadera y útil aplicación el uso del declinatorio.

(2) Para dirigir varias visuales desde un punto ya marcado en el dibujo, conviene clavar en él una aguja, en la que se apoyará la alidada; así se abreviará el trabajo, pero el lápiz deberá correrse paralelamente á la línea de fe, pasando por la punta de la aguja.

croquis. Se repetirá el mismo trabajo en todos los vértices hasta llegar al punto E, en el cual el acimut de $E\ A$ deberá cerrar el polígono, si se ha procedido con cuidado.

NÚMERO 4.—Registro del polígono A B C D E, levantado con la brújula por el método de rodeo

Estaciones.	DIRECCIÓN de la visual y su rumbo	LONGITUDES de sus lados	CRÓQUIS Y OBSERVACIONES
A	$A\ B = a'$	$A\ B =$ metros.	
B	$B\ C = c'$	$B\ C =$	
C	$C\ D = b'$	$C\ D =$	

196.—Este procedimiento puede simplificarse, haciendo estación únicamente en un vértice sí y otro no y tomando en el que se opera dos rumbadas, una á la línea últimamente recorrida, que se llama *de espalda*, y otra al vértice siguiente, que se denomina *de frente*.

Así, en el polígono que nos ha servido de ejemplo, determinaríamos el acimut de $A\ B$, mediríamos $A\ B$, y sin detenernos en B, mediríamos $B\ C$; haríamos estación en C, hallaríamos el acimut de $C\ B$ (de espalda) y el de $C\ D$ (de frente), mediríamos $C\ D$ y $D\ E$ sin detenernos en D y haríamos estación al llegar á E; aquí determinaríamos el acimut de $E\ D$ y el de $E\ A$ que cerraría el polígono.

197.—El empleo de la brújula en el método de rodeo nos permite hacer dos comprobaciones.

La primera consiste en tomar en cada vértice la rumbada de espalda, además de la de frente, y es evidente que, si las observaciones se han hecho con cuidado, su diferencia ha de ser constantemente igual á 180°.

La segunda se reduce á tomar un punto interior al que se dirigen visuales desde todos los vértices en que se haga estación; sus acimutes nos darán en el plano otras tantas rectas que deberán concurrir en el mismo punto, si la ejecución ha sido buena.

Cuando se haga uso de esta comprobación, se hará preciso añadir al registro otra casilla para anotar estas rumbadas.

198.—Construcción del polígono en el plano.—En el supuesto de que, como hemos dicho, el punto A pertenezca á la triangulación, buscaremos en ésta su homóloga a, se trazará por él una paralela á la meridiana magnética, por medio del trasportador y según hemos explicado al hablar de su uso (105), se trazará con el lápiz el ángulo correspondiente al acimut de $A\ B = a'$ y sobre la recta $a\ b$, así determinada, se tomará la longitud de $A\ B$ (véase el registro) reducida á escala, obteniendo así la proyección b del punto B del terreno. Operando del mismo modo en b obtendremos la proyección $b\ c$ y así sucesivamente hasta cerrar el polígono.

199.—Con los goniómetros.—Para levantar el mismo polígono con un goniómetro cualquiera, se operará de la misma manera que con la brújula, sin más diferencia, que en vez de leerse los rumbos se miden los ángulos $M\ A\ B = A'$; $A\ B\ C = B'$, $B\ C\ D = C'$; ..... (figura 152).

El registro y croquis se lleva en igual forma que para la brújula, y solamente se reemplazará la casilla de los rumbos, por otra para los ángulos.

La comprobación práctica puede ejecutarse dirigiendo también visuales desde todos los vértices á un mismo punto interior y midiendo el ángulo que cada una de ellas forma con el lado correspondiente del polígono.

200.—Construcción del polígono en el plano.—Suponiendo, como siempre (fig. 152), que el punto A del terreno, sea el a del plano, y que se ha medido el ángulo $M\ A\ B$ que forma $A\ B$ con la dirección conocida $A\ M$ trazada en el dibujo según $a\ m$, se coloca el trasportador de manera que el cero esté sobre $a\ m$ y el centro en a, se marca con la punta del lápiz la graduación correspondiente al expresado ángulo y por este punto y el a, se traza la recta $a\ b$ igual á la longitud $A\ B$ reducida á escala.

Desde el punto b se traza por el mismo procedimiento $b\ c$ de manera que forme con $a\ b$ el ángulo B' igual al medido en el punto B de el terreno y se toma $b\ c$ longitud reducida de $B\ C$, siguiendo del mismo modo hasta cerrar el polígono.

La comprobación nos ha de dar un solo punto interior de intersección al construir los ángulos que los lados forman con las visuales dirigidas desde cada vértice al punto del terreno que se haya elegido al efecto.

Método de intersección

201.—Consiste este método en determinar todos los vértices del polígono por medio de triángulos que tengan un lado común medido, y en fijar estos triángulos por la medida de los ángulos adyacentes á este lado.

Se emplea cuando el perímetro es inaccesible y el interior despejado, ó bien cuando se dispone de poco tiempo.

Puede llevarse á efecto con toda clase de instrumentos siendo el más ventajoso y preferible la plancheta.

202.—**Con la plancheta.**—Para levantar el polígono *A B C D E* con la plancheta, empleando este método, se empieza por elegir el lado que haya de servir de base, el cual ha de cumplir con la condición de verse todos los vertices desde sus extremos.

Supongamos que sea el *A B* (fig. 153); se mide, se hace estación en *A* declinando la plancheta sobre *A B* y se trazan las visuales *A C*, *A D* y *A E*. Después nos trasladaremos á *B*, declinaremos sobre *B A* y trazamos las visuales *B C*, *B D* y *B E*. Las intersecciones *c*, *d* y *e* serán los vértices homólogos de los *C*, *D* y *E*, restando sólo para obtener el polígono unir sucesivamente estas intersecciones.

Para comprobación, puede elegirse sobre la base un punto *M* cuya distancia á los extremos sea conocida, y estacionando la plancheta sobre este punto, declinándola y dirigiendo las visuales *M C*, *M D* y *M E* sus proyecciones en la plancheta han de concurrir precisamente con las distintas intersecciones obtenidas desde los extremos.

Ya hemos dicho, y dejamos sentado para lo sucesivo, que con la plancheta no se necesita registro ni croquis, y que el levantamiento queda dibujado en el plano á la par que se ejecuta.

203.—**Con la Brújula.**—Se empieza también por elegir una base *A B* (fig. 154), se hace estacion en su extremo *A* y se toman con la brújula los acimutes de las visuales *A B*, *A C*, *A D* y *A E*; en seguida se traslada el instrumento á *B* y se leen igualmente las rumbadas de *B C*, *B D*, *B E* y *B A*. Anotando estos datos en el registro siguiente, fácilmente se podrá construir el polígono.

NÚMERO 5.—Registro del polígono A B C D E levantado con la brújula por el metodo de intersección.

Estaciones.	Dirección de las visuales y sus rumbos.	OBSERVACIONES Y CROQUIS
A	*A B* = *B'* *A C* = *C'* *A D* = *D'* *A E* = *E'*	La longitud del lado *B*, que sirve de base es de tantos metros, etc.
B	*B A* = *A''* *B C* = *C''* *B D* = *D''* *B E* = *E''*	*(De croquis puede servir la misma figura 154).*

La comprobación puede hacerse de igual manera que con la plancheta, eligiendo un punto *M* de la base, cuya distancia á sus extremos sea conocida, y determinando también los rumbos de las visuales *M E*, *M D* y *M C*, con lo cual, al dibujar el plano, cada uno de los vértices del polígono resultará determinado por la intersección de tres rectas que deben cortarse en el mismo punto.

204.—Construcción del polígono en el plano.—Para dibujar en limpio el plano, se empezará por trazar y medir con arreglo á escala, la base *a b* (fig. 155), en cuyos extremos se marcan con el trasportador y rumbadas *B'* y *A''*, las direcciones *n s* y *n' s'* de la meridiana magnética, que deben resultar paralelas entre sí y con las que anteriormente se hayan trazado en el plano. Después, haciendo uso del mismo trasportador y con los datos del registro, se marcan los rumbos *a c*, *a d* y *a e*, que corresponden al extremo *a;* de la misma manera los *b c*, *b d* y *b e*, que parten del *b*; los puntos de intersección *c*, *d* y *e*, serán los vértices del polígono, que no habrá más que unirlos por el perímetro *b c d e a*, para obtener el plano de su homólogo del terreno.

205.—Con los goniómetros.—Cuando se hace uso de los goniómetros para levantar el plano por *intersección*, el procedimiento es el mismo que con la brújula, sin más diferencia, que medir desde *a* los ángulos *B A C* = *C'*, *B A D* = *D'*, y *B A E* = *E'*, y desde *B* los *A B C* = *C''*, *A B D* = *D''* y *A B E* = *E''*, que forman con la base las visuales dirigidas desde sus extremos á los otros vértices.

La comprobación puede hacerse análogamente á la ya explicada.

El registro se lleva de igual manera que el número 5, variando la casilla de los «rumbos,» que en este caso debe expresar los «ángulos observados».

La ejecución en limpio se verifica con el trasportador análogamente á como dejamos consignado.

Método de doble intersección

206.—Es una combinación de los métodos de *intersección* y de *rodeo*.

Consiste en descomponer el polígono propuesto en triángulos, por medio de diagonales, y fijar éstos, midiendo uno de sus lados y todos los ángulos.

Se emplea cuando el perímetro es accesible, aunque no se pueda medir, y el interior despejado, dando alguna rapidez á las operaciones y siendo en este concepto preferible el método de rodeo, pero no al que precede.

Puede hacerse con toda clase de instrumentos.

207.—**Con la plancheta.**—Se hace estación en el primer vértice *A* (fig. 156), y se trazan en el tablero las visuales *A B*, *A C*, *A D* y *A E*; en seguida se toma con la escala la longitud *a b*, que corresponde á la *A B* del terreno, y se traslada la plancheta al punto *B*, colocándola orientada; en esta segunda estación se marca la visual *b C*, que determina por intersección el vértice *c*. Trasladada de nuevo á *C*, se obtiene con la visual *c D* el vértice *d*, y llevada á *D* hallaremos del mismo modo el *e* como marca la figura.

La comprobación se verifica midiendo un lado, y viendo si su longitud reducida á escala es la misma obtenida para aquél en la plancheta.

208.—**Con la brújula.**—Se mide con la cadena ó cinta el lado *A B* (fig. 157), que ha de servir de base, y colocada la brújula en el extremo *A*, se leen los rumbos *B'*, *C'*, *D'* y *E'* de las visuales á todos los vértices; en seguida se traslada el observador sucesivamente á todos los vértices *B*, *C*, *D* y *E*, midiendo igualmente los rumbos *C'*, *D''*, *E''* y *A''* de los lados *B C*, *C D*, *D E* y *E A* del polígono, cuyos datos, llevados en el registro que se expresa á continuación, bastarán para construirlo después en el plano.

NÚMERO 6.—Registro del polígono A B C D E, levantado con la brújula por el método de doble intersección.

Estaciones	Dirección de las visuales y rumbos	OBSERVACIONES Y CROQUIS
A —	$A\ B = B'$ $A\ C = C'$ $A\ D = D'$ $A\ E = E'$	Longitud $A\ B =$ tantos metros.
B — C — D — E —	$B\ C = C''$ $C\ D = D''$ $D\ E = E''$ $E\ A = A''$	*(El croquis, la misma fig.* 157).

209.—Construcción del polígono en el plano.—Para construir el polígono en el plano, se trazará en el papel la recta *a b*, según proceda, pues suponemos estará relacionada con lo ya dibujado (fig. 158); se marcará la meridiana *n s* en sus extremos y con el trasportador los acimutes C' y C'', cuya intersección nos dará el triángulo *a b c*. Trazados, igualmente los rumbos D' D'', obtendremos el *a c d*, al que servirá de base el lado *a c* del primero, y así se continuará hasta terminar la construcción de todos los triángulos que constituyen el polígono propuesto, y siempre tomando por base el lado común con el anterior.

210.—Con los goniómetros.—Se sigue la misma marcha que con la brújula, sin más diferencia, que la de determinar con el goniómetro los ángulos A', A'' y A''', B', C' y D' marcados en la fig. 159 y anotarlos en el registro núm. 6, que varía sólo en la casilla de los rumbos, que se sustituye por otra que expresa los «ángulos observados».

El croquis se hace como indica la figura.

211.—Construcción del polígono en el plano.—La construcción del polígono en el papel no ofrece dificultad, pues observando la figura, se ve que en el primer triángulo se conoce un lado *a b* y los ángulos adyacentes A' y B'; que trazado éste, en el segundo, se tiene igualmente el lado *a c* y los ángulos adyacentes A'' y C' y así sucesivamente en todos los demás hasta el último.

Método de radiación

212.—Se reduce á descomponer el polígono en triángulos que tienen un vértice común en el interior, y determinar cada uno de estos midiendo un ángulo y los lados adyacentes.

Puede verificarse con cualquier intrumento, siendo el más ventajoso la plancheta.

213.—**Con la plancheta.**—Se hace estación con este instrumento en el punto *M* (fig. 160), ya determinado ó que se determine en *m*, y se orienta; se dirigen con la alidada visuales á todos los vértices, marcando con lápiz su alineación en el papel; se miden en el terreno las longitudes de los radios *M A*, *M B*, *M C*,.... y por último, se toman sobre el tablero, reducidas á escala, según *m a*, *m b*, *m c*,.... con lo cual resultarían determinados todos los vértices que, unidos entre sí, nos darán dibujado el polígono *a b c d e*.

La comprobación puede hacerse midiendo directamente un lado cualquiera, y viendo si su longitud reducida á escala, concuerda con su homóloga trazada en la plancheta.

214.—**Con la brújula.**—Se establece el instrumento en su punto central *M* (fig. 161), desde el cual se descubran bien los vértices, se leen los rumbos *A'*, *B'*, *C'*, *D'* y *E'* de las visuales á éstos, y se miden con la cadena ó cinta dichas alineaciones, apuntando los datos que se tomen en el siguiente registro y cróquis.

NÚMERO 7.—Registro del polígono A B C D E levantado con la brújula por el método de radiación.

Estaciones.	Dirección de las visuales y sus rumbos.	Longitud de la alineación	OBSERVACIONES Y CROQUIS
M	*M A* = *A'* *M B* = *B'* *M C* = *C'* *M D* = *D'* *M E* = *E'*	*M A* = metros. *M B* = *M C* = *M D* = *M E* =	*(De croquis puede servir la figura 161).*

215.—**Construcción del polígono en el plano.**—Para dibujar el polígono en el plano, se empezará por determinar en el papel el punto *m*, correspondiente al *M* del terreno, ligándolo con puntos conocidos; después se traza por él la meridiana magnética *n s* y con el trasportador se toman las rumbadas del registro que se marcarán con el lápiz según *m a*, *m b*, *m c*.... Hecho esto, se toman sobre ellas las longitudes correspondientes reducidas á escala, y uniendo entre sí todos sus extremos quedará trazado el polígono.

216.—**Con los goniómetros.**—Se sigue el mismo procedimiento que acabamos de explicar, midiendo los ángulos *A M B*, *B M C*, *C M D*,.... en vez de los acimutes, y apuntándolos, así como las distancias *M A*, *M B*, *M C*,.... en un registro modificado como indicamos en los métodos precedentes.

217.—**Construcción del polígono en el plano.**—Análogamente á cuando se emplea la brújula, valiéndose de los datos que da el registro.

Si se quiere comprobar este método, lo cual es muy conveniente por su poca exactitud, se escogerá un segundo punto interior *N* para estación y se referirán á él todos los vértices, así como también el punto *M*.

CAPÍTULO XXIV

DETERMINACIÓN DE LOS DETALLES EN CADA POLÍGONO PARCIAL

218.—Al mismo tiempo que se va levantando cada polígono parcial por cualquiera de los métodos que dejamos consignados, se van fijando los detalles interiores y lo mismo los exteriores próximos al contorno, si ya no se hubieran determinado por otros polígonos laterales.

Para su ejecución se siguen dos procedimientos; valiéndose de perpendiculares, ó por medio de intersecciones, según convenga para cada caso especial y conforme iremos dando á conocer.

Consideremos el mismo polígono *A B C D E* que hasta ahora nos ha servido de ejemplo, y que representamos amplificado y detallado en la fig. 162, en el cual suponemos que el lado *A B* está determinado por pertenecer á la triangulación, *B C* y *E A* son las direcciones de dos carreteras, *C D* la de un curso de agua, y *D E* la de un camino carretero que conduce al pueblo representado en *E*.

El cruce *M* de las sendas, se determinaría por intersección dirigiendo visuales desde *A* y *B*, si el bosque ó casa *P* del peón caminero no impidiera dirigir esta última, en el caso contrario, se podrá fijar por la *A M* y *M′ M* midiendo *A M′* ó *M′ B*. Sobre la visual *A M* se dibuja la senda procurando darla una curvatura semejante á la que tenga el terreno, para lo cual, si es preciso, se mide *A a′* y *a′ a″* perpendicular á *A M*.

La noria *N* se determina midiendo *A n* y *N n* ó bien por las visuales *A N* y *M′ N*.

El bosque, por las distancias *n b*, *b b′* y *b′ b″* y la longitud de las perpendiculares *b b*, *b′ b′* y *b″ b″*. Estas longitudes pueden medirse con la cadena ó cinta, á pasos y aun á simple vista, según la mayor distancia á que se encuentra el bosque de la alineación *A B*, ó el mayor ó menor grado de exactitud que se desee ó requiera la escala.

La casa del peón caminero *P* está determinada por hallarse pre-

cisamente en el ángulo del polígono y bastará para dibujarla medir su fachada y su fondo, siempre que sea indispensable tanta precisión.

La laguna *L*, si no es de mucha extensión, bastará medir la distancia *B l* y las perpendiculares *l l* y *l' l''* dibujando después al contorno aproximadamente; pero si es de importancia, se le circunscribe el rectángulo *l s s''' l'* midiendo *l l*, *l' l'*, *l'' l''*, *l'' s'''*, *s'' s''*, *s'' s'* y *l s*, con lo cual podrá construirse el polígono *l l' l'' s'' s' l* y sólo restará dar á cada uno de sus lados una curvatura semejante á la del borde de la laguna.

Igual procedimiento puede seguirse para concluir de fijar el bosque. La casa *H* se determina por la distancia *l c* y las perpendiculares *c c* y *c' c'*.

La granja *G* puede relacionarse por medio de la intersección de las visuales *B g* y *C g* y por la de las *R g'* y *C g'* lo que nos dará el lado *gg'*, no teniendo más que concluir el cuadrado y representar en su centro la casa.

La curvatura del río, por las distancias de los pies de las perpendiculares *R r* y *r' r'* y las longitudes de éstas y de la *D r''*.

El cerro *Q*, por la intersección de las visuales *R Q* y *D Q*.

Del mismo modo continuaríamos hasta terminar por completo la representación de todos los detalles.

Cuanto dejamos explicado, ha sido en el concepto de haber ejecutado el levantamiento por el método de rodeo y, por consiguiente, que operábamos siguiendo el contorno del polígono, pero si esto no fuera accesible ó el método empleado nos dispensase el recorrido de su perímetro, puede ejecutarse el trabajo de la misma manera refiriendo los detalles á las trasversales *A M*, *M B*, *M R* y *M E* previamente determinadas.

219.—**Cróquis.**—Cuando se opera con la plancheta, el trabajo va quedando dibujado en limpio, pero empleando la brújula, que es el instrumento más apropiado al objeto, es indispensable ir dibujando en el croquis las trasversales y perpendiculares que van fijando los objetos, representar éstos, y anotar todos los ángulos y distancias medidas según se indica en la figura, que es precisamente el croquis pues que en el plano en limpio no han de aparecer ninguno de estos datos.

Como al dibujar á ojo estos croquis, no teniendo práctica, ha de resultar, por regla general, muy desproporcionada la situación mutua de los diferentes detalles que en él se representan, conviene advertir

la utilidad de adoptar siempre para ellos la escala de $\frac{1}{5.000}$ aun cuando sea muy distinta la del levantamiento. En efecto, en esta escala sabemos que 0^m, 001 representa 5^m, y por consiguiente dos milímetros, 10 metros, luego las distancias múltiples de 10 estarán representadas por tantas veces dos milímetros como decenas contenga, lo cual es sumamente fácil de apreciar acostumbrado, como todo el mundo está, á calcular á ojo la extensión de un milímetro y de un centímetro.

220.—**Elección de la escala del plano.**—Entre las diferentes escalas que pueden adoptarse, cuando no fijan las instrucciones la que se debe emplear, debe elegirse aquella que permita incluir en un papel de tamaño regular el plano que se levanta y al mismo tiempo expresar con claridad todos los detalles. Conocido el tamaño l del lado mayor del papel y la mayor longitud L del terreno, la relación ó escala numérica del plano estará representada por la proporción

$$\frac{1}{E} = \frac{l}{L}, \text{ de donde } E = \frac{L}{l}$$

que nos dice que *diviendo la longitud del terreno por la del papel se obtiene el denominador E de la escala.*

Si el valor de $\frac{L}{l} = 1.760$, la escala estaría representada por la relación $\frac{1}{1.760}$ y entonces la que adoptaríamos sería la de $\frac{1}{2.000}$ pues, ya hemos dicho (13), no son admisibles otras escalas que aquellas que tengan por denominador una ó dos cifras seguidas de ceros, y entre las cuales debe elegirse la menor que más se le aproxime.

221.—**Tamaño del papel.**—Puede también necesitarse resolver el problema inverso, cual es, dada la mayor longitud del terreno y la escala, calcular el tamaño del papel.

La misma proporción $\frac{1}{E} = \frac{l}{L}$ nos da resuelta esta cuestión con sólo despejar el valor desconocido $l = \frac{E}{L}$, lo que nos dice que, *para hallar el largo del papel se divide la máxima extensión del terreno por el denominador de la escala.* Debe elegirse algo mayor para dejar margen al dibujo.

222.- **Dibujo del plano.**—En su ejecución debe tenerse el mayor esmero. Las líneas de lápiz se trazarán muy finas, tanto para que sea fácil borrarlas después, como para que los puntos determinados por intersección no dejen lugar á dudas. Los puntos, después de bien situados, se determinarán con la impresión ligera de la punta del lápiz y encerrándolos en un circulito ○ ó en esta forma -|-. Cuando sea preciso fijar en ellos la punta del compás, se procurará no taladrar el papel, lo cual puede evitarse interponiendo un pedazo de talco.

Asegurados de la exactitud del plano hecho de lápiz, se procederá á dibujarlo de tinta, empezando por trazar las líneas principales, como son las comunicaciones, corrientes, linderos y escarpados; después se dibujarán los edificios, cercados y demás construcciones y, por último los cultivos, empleando para todos ellos los signos y colores convencionales adoptados por el Depósito de la Guerra, que ya hemos dado á conocer en el capítulo 8.°

CAPITULO XXV

EJECUCIÓN DE LA NIVELACIÓN

223.—Antes de exponer la marcha que debe seguirse en la ejecución de la nivelación de un levantamiento regular, nos es indispensable dar á conocer el procedimiento que se emplea para estos trabajos, según que los instrumentos de que hagamos uso sean los *niveles* ó los *eclímetros*.

El trabajo ejecutado con los niveles recibe el nombre de *nivelación por visuales horizontales*; el que se verifica con los eclímetros se denomina *nivelación topográfica*.

Estudiemos separadamente cada una de ellas:

Nivelación por visuales horizontales

224.—**Nivelación simple.**—Siendo A y B dos puntos cuya diferencia de nivel deseamos encontrar (fig. 163), nos situamos con el instrumento (1) en uno intermedio N, y según la línea horizontal que aquél determina, dirigimos desde n la visual nb y desde n' la $n'a$ á las miras colocadas bien verticalmente en los puntos dados, haciendo que el segundo operador mueva las tablillas hasta que su línea de fe quede á la altura de estas visuales. Hallando la diferencia entre las lecturas hechas en cada mira se obtendrá la diferencia de nivel que se busca, pues en efecto $BH = AH' = Aa - Bb$ (2).

---

(1) En la exposición de toda esta teoría suponemos, según aparece en las figuras, que empleamos el nivel de agua, pero téngase presente que esto no excluye el uso de los demás que hemos dado á conocer, pues su aplicación es la misma.

(2) El punto N debe elegirse de manera que próximamente esté á igual distancia de A que de B para que el error que produce la refracción y la falta de horizontalidad del instrumento sea igual al dirigir la visual al punto A que la que resulte al dirigirla al punto B, con lo cual, al restar las dos lecturas, desaparecerán estos errores y obtendremos con exactitud la diferencia de nivel entre dichos puntos.

En efecto, si $\begin{matrix} Aa = l + e \\ Bb = l' + e \end{matrix}$ $BH = l + e - l' - e = l - l'$.

Cuando la distancia entre el punto N y los A y B sea mayor que el límite que permite usar con exactitud el instrumento con que se opera, ó cuando la diferencia de nivel entre A y B sea mayor de cuatra metros (altura máxima que puede darse á la tablilla a estando b en cero) entonces nos será imposible hallar, haciendo una sola estación, la diferencia de nivel entre dichos puntos, viéndonos en la necesidad de recurrir á la

225.—**Nivelación compuesta.**—Siendo A y B (fig. 164) los puntos cuya diferencia de nivel no puede hallarse por el método anterior, elegiremos otros intermedios P, Q, R y buscaremos la diferencia de nivel entre A y P, P y Q, Q y R, R y B, lo que nos dará:

$$\begin{aligned} Ph &= Aa - Pp \\ Qh' &= Pp' - Qq \\ Rh'' &= Qq' - Rr \\ Bh''' &= Rr' - Bb \end{aligned}$$

y sumándolas tendremos:

$$Ph + Qh' + Rh'' + Bh''' = Aa + Pp' + Qq' + Rr' - (Pp + Qq + Rr + Bb)$$

Pero el primer miembro de esta igualdad es precisamente la diferencia del nivel $B\,H$ entre A y B, y el segundo está compuesto de la suma de todas las lecturas hechas en las miras al dirigir las visuales en el sentido de B hacia A menos la suma de las lecturas hechas para las visuales dirigidas en la dirección $A\,B$; si llamamos á las primeras, *niveladas de atrás*, y á las segundas, *niveladas de adelante*, podremos enunciar el resultado diciendo:

La diferencia de nivel entre dos puntos, empleando la nivelación compuesta, es igual á la suma de todas las niveladas de atrás menos la suma de todas las niveladas de adelante.

Esta regla es general aun cuando la pendiente no sea uniforme en toda su extensión y cambie en el intermedio de A á B, como representa la figura 165.

En efecto, la nivelación simple entre cada dos de los puntos nos dará

$$\begin{aligned} P\,h &= A\,a - P\,p \\ Q\,h' &= P\,p' - Q\,q \\ Q\,h'' &= R\,r - Q\,q' \\ R\,h''' &= B\,b - R\,r' \end{aligned}$$

Pero tenemos en este caso que $BH = Ph + Qh' - Qh'' - Rh'''$, y reemplazando en este segundo miembro en vez de estas cantidades sus valores, tendremos:

$$BH = Aa - Pp + Pp' - Qq - Rr + Qq' - Bb + Rr'$$

ó bien,

$$BH = Aa + Pp' + Qq' + Rr' - (Pp + Qq + Rr + Bb)$$

que es precisamente el resultado obtenido cuando la pendiente no experimentaba cambio alguno.

226.—Si en el trascurso de la operación nos encontrásemos conque uno de los puntos T (fig. 166), cuya diferencia de nivel Th con el anterior S, se trata de calcular, se halla por encima del plano de las visuales, invertiremos la mira en dicho punto, y es evidente que $Th = Ss + Tt = Ss - (-Tt)$. Luego la regla establecida es también aplicable á este caso particular siempre que las lecturas hechas con la mira invertida las consideremos negativas (1).

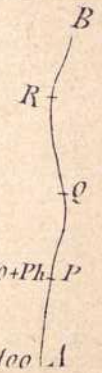
227.—**Cálculo de las cotas.**—Si la operación sólo tiene por objeto determinar la diferencia de nivel entre los puntos extremos A y B (figura 165), en que suponemos se conoce la cota del punto A, por ejemplo, la operación no puede ser más sencilla, pues se reduce á colocar en una columna todas las *niveladas de atrás* y en otra las de *adelante*, sumar reparadamente cada una de ellas y la diferencia que resulte al restar los totales será la cantidad que habrá que añadir ó quitar á la cota del punto A para obtener la del B, según que la suma de las niveladas de atrás sea mayor que la de las de delante ó viceversa.

Si deseamos obtener las cotas de todos los puntos intermedios, tendríamos necesidad de llevar un registro como el que ponemos á continuación.

(1) Si la cantidad Tt fuere mayor que la longitud total de la mira, se reemplazará éste por una plomada cuyo peso haría las veces de tablilla, midiendo después la longitud del cordón empleado desde T á t.

NÚMERO 8.—Registro de nivelación por visuales horizontales

Puntos nivelados.	Lecturas de mira.	DIFERENCIAS DE NIVEL. Para sumar.	Para restar.	Cotas calculadas.	Cotas corregidas	Observaciones y croquis.
A	A a = 2^m580			A = 100^m	(1)	
P	P p = 2' 251	P h=0'329	»	+ P h = 0'329		
				P = 100^m 329		
P	P p' = 2' 895					
Q	Q q = 2' 100	Qh'=0'795	»	+Qh' = 0^m795		
				Q = 101^m 124		
Q	Q q' = 2' 350			— Q h'' = 0^m 860		
R	R r = 3' 210	»	Qh''=0'860	R = 100^m 264		
				— R h''' = 0^m 860		
R	R r' = 3' 125	»	Rh'''=0'860	B = 99^m 404		
B	B b = 3' 985					



(1) Aquí se colocan las cotas después de aumentadas ó disminuídas en la cantidad de corrección que resulte necesaria por la comprobación (229).

228.—Comprobación de la nivelación.—Toda línea nivelada se acostumbra á terminar en el mismo punto de partida, bien porque se ejecute el trabajo siguiendo el perímetro de un polígono, bien porque al llegar al extremo de la línea se vuelve nivelándola de nuevo por el mismo camino; de esta manera habremos obtenido dos veces la cota del primer punto y será prueba de error el que estos resultados no sean iguales. Este error estará representado por la diferencia de ambas cotas.

Si esta diferencia excede de 15 á 20 centímetros por kilómetro de distancia, deberemos desechar el trabajo, pero si no alcanza dicha cifra se procede á distribuirla proporcionalmente entre todas las cotas.

229.—Corrección de las cotas.—Siendo el error de la cota de cada punto, proporcional á la distancia que los separa, podemos establecer la siguiente proporción,

$$D : d :: E : x$$

en la cual D representa la distancia total nivelada, d la que existe desde la última cota corregida á la que se va á corregir, E el error y x lo que habrá que añadir ó quitar á esta cota, según que dicho error resulte por defecto ó por exceso.

Las nuevas cotas que así resulten se anotarán en la columna correspondiente del registro.

Nivelación topográfica

230.—*Los eclímetros ó clisímetros,* según hemos visto al hacer su descripción (119), nos dan; el ángulo de pendiente entre dos puntos, la tangente de este ángulo, ó la distancia cenital. Con cualquiera de estos datos podemos llegar á conocer la diferencia de nivel entre dichos puntos, siempre que sea conocida la distancia horizontal que los separa.

231.—1.re Caso.—Con la tangente α.— Con efecto, sean A y B (figura 167) los puntos cuya diferencia de nivel $B\,H = B\,o' + o'\,H$ deseamos calcular.

Si hacemos estación con el eclímetro en A y dirigimos la visual $o\,B$, el instrumento nos dará el valor de la tangente del ángulo α que forma con la orizontal $o\,o'$.

Del triángulo $o\,B\,o'$ deduciremos

$B\,o' = o\,o'$ tang. $\alpha = K$ tang. α, haciendo $o\,o' = K$; y como $o'\,H = o\,A$ es la altura del centro del instrumento sobre el terreno, canti-

dad conocida que podemos representar por $d\,t$, si reemplazamos estos valores en vez de $B\,o'$ y $o'\,H$ tendremos;

$$[1] \qquad B\,H = K\ tang.\ \alpha + d\,t$$

fórmula en la cual todas las cantidades del segundo miembro son conocidas y, por tanto, nos da la diferencia de nivel que buscamos.

232.—2.° **Caso.—Con el ángulo** α.—Por igual demostración llegaríamos á obtener la misma fórmula [1], pero en este caso, no siendo conocida la tangente del ángulo, tendremos necesidad de calcularla valiéndonos de los logaritmos en la igualdad $B\,o' = K$ tang. α, lo que nos dará:

$$\log.\ B\,o' = \log.\ k + \log.\ \text{tang.}\ \alpha.$$

Hallado $B\,o'$ y sumado con $d\,t$ obtendremos la diferencia del nivel $B\,H$.

223.—3.er **Caso.—Con la distancia cenital** $\triangle$.—Siendo el ángulo $Z\,o\,B = \triangle$, complemento del α, tendremos, tang. α = cot. $\triangle$; y reemplazando en la fórmula [1] se convertirá en

$$[2] \qquad B\,H = K \cot.\ \triangle + d\,t$$

que, con el auxilio de los logaritmos, nos dará como en el caso anterior, la diferencia de nivel.

234.—Si el punto de estación A estuviere más elevado que el B (fig.ª 168), la diferencia de nivel $A\,H'$ estará representada por $B\,H = B\,o' - o'\,H$, dándonos para los dos primeros casos

$$[3] \qquad B\,H = -\,K \text{ tang. } \alpha' - d\,t$$

puesto que la tangente α' es negativa; y para el 3.°

$$[4] \qquad B\,H = -\,K \cot.\ \triangle' - d\,t.$$

por ser — tang. $\alpha' = -$ cot. $(90^0 + \alpha') = -$ cot. $\triangle'$

Si en estas dos últimas fórmulas cambiamos los signos á los dos miembros, lo cual no altera su valor, podremos reunirlas con la [1] y [2] bajo la forma general.

$$[A] \qquad \pm B\,H = K \text{ tang. } \alpha + d\,t$$
$$[B] \qquad \pm B\,H = K \cot.\ \triangle + d\,t$$

que sirven para todos los casos y en las que el signo negativo representa que la diferencia de nivel se encuentra por debajo de la horizontal.

Estas fórmulas pueden simplificarse haciendo desaparecer el término $d\,t$, lo cual se consigue dirigiendo la visual á una tablilla de mira colocada á una distancia del suelo igual á la altura del instrumento, pero no suele hacerse porque alarga el trabajo.

235.—**Cálculo de las cotas.**—Si representamos por a la cota del punto de estación A y por b la del B, tendremos que $a = b \pm d\,N$ expresado por $d\,N$ la diferencia de nivel $B\,H$; luego si la reemplazamos por sus valores, nos resultará;

$$[a] \begin{cases} a = b + K \text{ tang. } \alpha + d\,t \\ a = b + K \text{ cot. } \triangle + d\,t \end{cases}$$

fórmulas en las cuales es preciso tener en cuenta el valor negativo de tang. y cot., cuando α es ángulo de depresión y $\triangle > 90^\circ$

Si la cota conocida fuere la del punto B, obtendríamos la del A por las expresiones

$$[b] \begin{cases} b = a - (\text{K tang, } \alpha + d\,t) \\ b = a - (\text{K cot. } \triangle + d\,t) \end{cases}$$

Las fórmulas $[a]$ y $[b]$ resuelven todos los problemas que pueden presentarse en el cálculo de las cotas, pero, como hemos dicho ya (132 y 133), cuando el instrumento da el ángulo α ó la distancia cenital $\triangle$, es preciso recurrir á los logaritmos y esto hace el trabajo sumamente pesado y laborioso.

Mr. Maissiat ha construido unas tablas cuyo uso evita estos inconvenientes, y son de tanta utilidad que creemos oportuno darlas á conocer.

236.—**Descripción y uso de las tablas sexagesimales de Maissiat.** — (*). —Están divididas en cuatro columnas: la 1.ª contiene de 5′ en 5′ las distancias cenitales $\triangle$ menores que 90°; y la 2.ª los complementos de las correspondientes de la primera ó sean los valores de α; la 3.ª, las diferencias de nivel que corresponden á los valores de las dos columnas precedentes y de la última para cuando K = 1; y por último la 4.ª expresa los ángulos mayores de 90° y cuyas cotangentes se tomarán con el signo negativo.

Para dar á conocer su uso expondremos algunos ejemplos.

Para ángulos de elevación expresados en las tablas

237.—1.er **Ejemplo.**—Supongamos que la cota del punto B es de 125^m, K = 520, $d\,t = 1^m\,20$ y que el eclímetro nos ha dado para $\alpha = 6^\circ\,35'$ por encima del horizonte.

(*) Véase al final la tabla núm. 1.

La primera formula [a] nos dará para cota del punto de estación

$$a = 125^m + 520^m \text{ tang. } 6^\circ\ 35' + 1^m\ 20$$

Buscando en la 2.ª columna de las tablas el ángulo 6° 35′, hallaremos en la 3.ª y sobre la misma línea horizontal, que para

$$K = 1^m \ldots\ldots \text{ tang. } 6^\circ\ 35' = 0'11541$$

luego para

$$K = 520^m \ldots\ldots 520 \text{ tang. } 6^\circ\ 35' = 520 \times 0'\ 11541 = 60^m\ 0\ 13$$

y sustituyendo este valor en el de a tendremos,

$$a = 125^m + 60^m\ 0\ 13 + 1^m,\ 20 = 186^m\ 213.$$

Si el instrumento nos diese la distancia cenital $\triangle = 83^\circ\ 25'$ siendo los demás datos los mismos, como tang. 6° 35′ = cot. 83° 25′, por ser estos ángulos complementarios, hallaríamos para este caso con la 2.ª fórmula [a], el mismo valor para a, por lo que no creemos necesario reproducir los cálculos.

238.—2.° **Ejemplo.**—Supongamos ahora que se conoce la cota del punto A de estación y que su valor es $a = 186^m,\ 213$, teniendo al mismo tiempo $K = 520^m$, $d\ t = 1^m\ 20$, y $\alpha = 6^\circ\ 35'$ ó bien $\triangle = 83^\circ\ 25'$.

Las fórmulas [b] nos darán para valor de la cota del punto B,

$$b = 186^m\ 213 - (520 \text{ tang. } 6^\circ\ 35' + 1^m,\ 20):$$

ó bien

$$b = 186^m\ 213 - (520 \text{ cot. } 83^\circ\ 25' + 1^m,\ 20):$$

en las tablas encontraremos para

$$K = 1 \begin{cases} \text{tang. } 6^\circ\ 35' = 0^m\ 11541 \\ \text{cot. } 83^\circ\ 25' = 0^m\ 11541 \end{cases}$$

luego para

$$K = 520 \begin{cases} 520 \text{ tang. } 6^\circ\ 35' = 520 \times 0^m\ 11541 = 60^m\ 0\ 13 \\ 520 \text{ cot. } 83^\circ\ 25' = 520 \times 0^m\ 11541 = 60^m\ 0\ 13 \end{cases}$$

y sustituyendo tendremos,

$$b = 186^m\ 213 - (60^m\ 0\ 13 + 1^m\ 20) = 125^m$$

tanto para cuando conocemos α, como para $\triangle$.

Para ángulos de depresión expresados en las tablas

239.—Tercer ejemplo.—Si en el primer ejemplo suponemos que el ángulo $\alpha=6^\circ\ 35'$ se ha obtenido por debajo del horizonte, habrá que tomar su tangente con el signo menos; y siguiendo en este caso el mismo procedimiento que en aquél, llegaríamos por la primera fórmula [*a*] á la expresión

$$a=125^m-60,^m\ 013+1,^m\ 20=66,^m\ 187.$$

Si en vez de hallar el ángulo α de depresión, el instrumento nos da la distancia cenital $\triangle=96^\circ\ 35'$, aplicaríamos la segunda fórmula que nos daría idéntico resultado por ser $\triangle=90^\circ+\alpha$.

240.—Cuarto ejemplo.—Si los datos que se nos diesen fueran $a=66,^m187$, $K=520,^m$ $dt=1^m20$ y $\alpha=6^\circ\ 35'$ de depresión, ó $\triangle=96^\circ\ 35'$.

Las fórmulas [*b*] nos darían,

$$b=66^m\ 187-(520 \text{ tang. } 6^\circ\ 35'+1^m\ 20)$$

ó bien

$$b=66^m\ 187-(520 \text{ cot. } 96^\circ\ 35'+1^m\ 20);$$

y siendo según las tablas,

$$\begin{cases} 520 \text{ tang. } 6^\circ\ 35'=60^m 013 \\ 520 \text{ cot. } 96^\circ\ 35'=60^m 013 \end{cases}$$

sustituyendo en las anteriores con el signo menos;

$$b=66^m\ 187-(-60^m\ 013+1^m\ 20)=125^m$$

Para ángulos no expresados en las tablas

241.—Quinto ejemplo.—Si con los datos del primer ejemplo, $b=125$, $K=520$ y $dt=1^m\ 20$, suponemos que el eclímetro nos ha dado $\alpha=6^\circ\ 37'$; buscaremos en las tablas dos valores de K tang. α entre los cuales está comprendido el propuesto, y sólo nos quedará calcular lo que habrá que añadirse al menor de ellos para obtener el que se busca.

Es evidente que éste ha de estar comprendido entre los correspondientes á $\begin{cases} \alpha=6^\circ\ 35' \\ \alpha=6^\circ\ 40' \end{cases}$ que nos dan

$$\begin{cases} 520 \text{ tang. } 6^\circ\ 35'=60,^m\ 013 \\ 520 \text{ tang. } 6^\circ\ 40'=60,^m\ 777 \end{cases}$$

$$\textit{diferencia}=\ 0,^m\ 764$$

Ahora bien, ¿si el valor de 520 tang. 6,° 35′, ha aumentado en 0^m 764 cuando el ángulo ha crecido 5′, cuánto aumentará cuando sólo crezca 2′?

Para contestar esta pregunta establezcamos la proporción; 5′ (diferencia entre los ángulos de las tablas) : 2′ (diferencia entre el menor y el propuesto) :: 0^m 764 (diferencia entre los valores de K tangente α que nos dan las tablas): x (diferencia entre el menor de éstos y el que se busca).

De donde;

$$x = \frac{0.^m\ 764 \times 2}{5} = 0.^m\ 3056$$

Por consiguiente

520 tang. 6° 37′ $= 60.^m\ 013 + 0.^m\ 3056 = 60^m\ 3816 = 60.^m\ 382$, y

$$a = 125^m + 60.^m\ 382 + 1,^m\ 20 = 186.^m\ 582.$$

Si en vez de $\alpha = 6°37'$, el instrumento nos hubiera dado el complemento de éste, ó sea $\triangle = 83°\ 23'$, el valor de 520 cot. 83° 23′ estaría comprendido entre los de

$$\begin{cases} 520 \text{ cot. } 83°\ 20' = 60.^m\ 777 \\ 520 \text{ cot. } 83°\ 25' = 60,\ 013 \end{cases}$$

$$\textit{diferencia} = 0,^m\ 764$$

y la cuestión habrá que plantearla en la siguiente forma:

Si el valor de 520 cot. 83° 25′, ha aumentado 0′764 cuando el ángulo ha disminuido 5′, ¿en cuánto aumentará cuando sólo disminuya 2′?

La misma proporción del caso anterior nos dará

$$x = \frac{0.^m\ 764 \times 2}{5} = 0'3056;$$

cuyo resultado habrá que añadir á $60.^m$ 013 para obtener el valor de 520 cot. 83° 23′ que necesitamos.

Estos procedimientos son aplicables de igual manera á los ángulos de depresión ó distancias cenitales mayores de 90° (1).

---

(1) Puesto el valor de x bajo la forma $x = 0'764 \times \frac{2}{5}$, podemos observar que en cada caso habrá que multiplicar la diferencia de los dos valores de $K \begin{cases} \text{tang. } \alpha \\ \text{cot. } \Delta \end{cases}$ consecutivos de las tablas, por la relación $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$ ó $\frac{4}{5}$, según que el ángulo

242.—El mismo autor ha construido otras tablas para el caso en que el eclímetro acuse grados centesimales, y aun cuando no están éstos muy generalizados, como pudiera ocurrir tener que emplearlos, creemos oportuno darlas á conocer, máxime cuando su disposición difiere bastante de las que acabamos de explicar.

243.—**Descripción y uso de las tablas centesimales de Maissiat.** (1).—Están divididas en cuatro columnas principales: La primera contiene de 5′ en 5′ los valores de $\triangle$ menores de 100°, y la cuarta los mayores. La segunda, los complementos de los de la primera ó sean los valores de α; y por último, la tercera está subdividida en 9, cada una de las cuales contiene la diferencia de nivel correspondiente á estos ángulos y á los valores respectivos de K=1.000, 2.000, 3.000... 9.000 metros.

244.—**Ejemplo.**—Supongamos que la cota del punto B sea $b=125$, K=520 y $dt=1.^{m}20$, y que la graduación centesimal del eclímetro nos marca para la distancia cenital observada, $\triangle=92^{\circ}\,50'$.

Por la segunda fórmula [a], hallaremos,

$$a=125^{m}+520^{m}\cot.\,92^{\circ}\,50'+1^{m}\,20.$$

Buscando en la primera columna de la izquierda de las tablas los 92° 50′ encontraremos

$$\left.\begin{array}{ll}\text{para K}=5.000\ldots. & 5.000\cot.\,92^{\circ}\,50'=592.^{m}\\ \text{para K}=2.000\ldots. & 2.000\cot.\,92^{\circ}\,50'=237.^{m}\end{array}\right\},$$

luego

$$\begin{array}{ll}\text{para K}=\ 500\ldots. & 500\cot.\,92^{\circ}\,50'=\ 59.^{m}2\\ \text{K}=\ \ 20\ldots. & 20\cot.\,92^{\circ}\,50'=\ \ 2.^{m}37\\ \textit{Sumando}\ \ldots & \overline{520\cot.\,92^{\circ}\,50'=\ 61.^{m}\,57}\end{array}$$

cuyo valor sustituido en el de a nos dará

$$a=125^{m}+61.^{m}\,57+1.^{m}\,20=187.^{m}\,77$$

245.—Los demás casos que puedan ocurrir se resuelven análoga-

---

dado por el eclímetro se diferencia del menor que dén las tablas en 1, 2, 3 ó 4 minutos, y como $\frac{1}{5}=0'2$, $\frac{2}{5}=0'4$, $\frac{3}{5}=0'6$, y $\frac{4}{5}=0'8$, podemos evitarnos el formar la proporción, estableciendo la regla general de multiplicar aquella diferencia por 0′2, 0′4, 0′6 ó 0′8 respectivamente, según los minutos que el arco propuesto exceda al menor de las tablas que más se le aproxime.

(1) Véase al final la tabla núm. 2.

mente á éste empleando las fórmulas [*a*] y [*b*], conforme hemos visto en los ejemplos precedentes para la tabla sexagesimal.

246.—Las cotas obtenidas por la *nivelación topográfica*, por los medios que acabamos de explicar, dan la suficiente exactitud cuando la distancia K entre los puntos nivelados no es muy considerable, pudiéndose tomar como límete $K=1.000^m$ para el cual, en el caso más desfavorable, la suma de los errores que puedan cometerse por efecto de la refracción de la luz y de la esfericidad de la tierra, no llega á 0'07; pero si se quiere aun más precisión, bastará añadir á cada cota la corrección que expresa la tabla n.° 3, según corresponda al valor de K.

Todos estos cálculos se anotan cuidadosamente en un registro como el que ponemos á continuación.

NÚMERO 9.—Registro de nivelación topográfica.

ESTACIONES.	PUNTOS MIRADOS...	DATOS	DIFERENCIAS DE NIVEL $dN = K \begin{matrix}\text{tang.}\,\alpha \\ \text{cot.}\,\Delta\end{matrix} + dt$	CÁLCULO DE LAS COTAS $a = b + dN$ $b = a - dN$	COTAS	OBSERVACIONES
			tang. 6° 35′ = 0′11541			
			K = 520	b = 125m	a = 186m 213	
		K = 520	230820	+ dN = 61m 213		
A	B	=6°35′	57705	a = 186m 213	b = 125m	
		dt = 1m20	K tang. α = + 60′01320			
			dt = 1′20			
			+ dN = 61′213			
			cot. 91° 20′ = 0′02326	d = 49m 250	c = 22m 538	(*) La cota *d* debe corregirse, si se desea mayor exactitud, por ser K > 1.000. Esta corrección es de 0′09 por ser K = 1.200. (Véase la tabla núm. 3).
			K = 1.200	— dN = 26m 712	(*) d = 49′250	
		K = 1m 200	465200	c = 22m 538	corec. = 0′09	
C	D	Δ = 91° 20	2326		d = 49m340	
		dt = 1m 20	— K cot. Δ = — 27′91200			
			dt = 1′20			
			dN = 26′712			

247.—**Comprobación de las cotas.**—Réstanos sólo manifestar que, para cerciorarse de la exactitud de las cotas calculadas, deberá hallarse tres veces al menos la de un mismo punto con relación á la de otras tres ya conocidas, y si el resultado es el mismo, ó difiere en una cantidad menor al error que admita la exactitud que requiere el trabajo, la cota será admisible.

CAPÍTULO XXVI

MARCHA DE LA NIVELACIÓN EN UN LEVANTAMIENTO REGULAR

248.—Ahora que conocemos cómo se obtienen las cotas de los puntos valiéndose de los *niveles* y de los *eclímetros*, pasemos á ocuparnos de la marcha que debe seguirse en la nivelación de un levantamiento regular.

Ya hemos dicho (11) que ésta se divide en tres partes; *la nivelación trigonométrica, la triangulación topográfica de nivelación y la nivelación del relleno.*

Ocupémonos separadamente de cada una de ellas.

Con los eclímetros.— *Nivelación trigonométrica*

249.—Si esta nivelación se ejecutase por visuales horizontales, la gran longitud de los lados de los triángulos del canevás trigonométrico nos obligaría, á poco accidentado que fuera el terreno, á elegir un gran número de puntos intermedios para hacer estación en ellos y obtener la cota de sus extremos por medio de una *nivelación compuesta* sumamente larga, haciendo el trabajo muy pesado al mismo tiempo que expuesto á errores.

Estas dificultades llegarían á ser casi insuperables, si el terreno fuese montañoso.

Por estas razones, aunque los *eclímetros* dan las cotas con menos exactitud que los *niveles*, son los primeros los únicos instrumentos que se emplean en la *nivelación trigonométrica*.

Esta nivelación se reduce á calcular las cotas de todos los vértices de los triángulos de la red trigonométrica, y se ejecuta al mismo tiempo que se determinan estos puntos por los medios explicados al hablar de la planimetría.

250.—Para llevarla á cabo, se procede de la manera siguiente:

Si del reconocimiento preliminar (161) han resultado elegidos como vértices de esta triangulación, los puntos A, B, C... (fig. 130), se empieza por buscar un punto M, interior ó exterior al polígono,

cuya altura sobre el nivel del mar sea conocida, y si no hay ninguno que cumpla con esta condición, se elige de manera que sea el más bajo del plano que se trata de levantar, para lo cual se escoje agua abajo de una corriente ó en el fondo de un barranco ó valle. A este punto se le da una cota arbitraria de cien metros generalmente, y después de relacionarlo con la red trigonométrica por medio del triángulo $C\ M\ B$, haciendo estación en C y en B al mismo tiempo que se miden los ángulos $O\ B\ C$ y $O\ C\ B$, se miden con el eclímetro sus ángulos de pendiente α ó distancias cenitales Δ, y se calculan sus cotas b y c con relación al M por medio de las fórmulas que hemos dado á conocer (235); luego se obtienen las de O, A y C con relación á B; después las de D y O con relación á C, y así se con tinúa hasta llegar á A, calculándose entonces de nuevo la de B con relación á A.

251.—Si la operación ha sido bien ejecutada, el resultado deberá ser el mismo que el que se obtuvo al determinar dicha cota de B con relación á M, ó nos dará una diferencia con aquélla, que no deberá exceder de 0'15 á 0'20 centímetros (228); en éste caso, se repartirá el error entre todas las cotas añadiendo á cada una la cantidad que le corresponda en proporción con la distancia que separa cada punto del anterior, aplicando la proporción $D : d :: E : x$ (229), siendo aquí $D = B\ C + C\ D + D\ E + E\ F + F\ G + G\ A + A\ B$; d irá siendo sucesivamente igual á $B\ C$, $C\ D$, $D\ E$..., y E la diferencia de las cotas obtenidas para B.

Si esta diferencia fuera mayor que el límite que le hemos asignado, deberá desecharse el trabajo ejecutándolo de nuevo.

252.—Los datos que se obtienen en el trabajo de campo para esta nivelación, son: $m = 100^m$ (1) los ángulos de pendiente $\pm \alpha$, $\pm \alpha'$... ó las distancias cenitales $\pm \Delta$, $\pm \Delta'$... y la altura $d\ t$ del instrumento sobre el terreno. Estos datos se anotan en el registro número 9 y á ellos se añaden después los valores de k que nos proporciona la resolución de los triángulos para sus lados respectivos.

Una vez reunidos dichos datos, se sustituyen con sus signos en las fórmulas generales, y con los resultados completaremos el registro, quedando terminada esta nivelación al escribir al lado de sus repectivos puntos en el plano, las cotas calculadas para cada vértice.

(1) Acostumbramos á designar los vértices en el canevás trigonométrico y puntos principales, por letras mayúsculas, y sus cotas por las mismas letras minúsculas. Así, m representa la cota de M.

Triangulación topográfica de nivelación

253.—Los puntos elegidos para vértices de la triangulación trigonométrica como para los de la topográfica, son importantes para la planimetría, pero no suelen serlo á la vez para la nivelación. Hay, sin embargo, otros cuyas cotas serán muy esenciales conocer, como son los que determinan las líneas características de las formas del terreno, tales como las divisorias y vagüadas, puntos más altos y más bajos, los de cambio, principio y fin de pendientes, dirección de los ríos y arroyos y pie de escarpados, etc., los cuales reciben el nombre de *puntos principales de nivelación*, siendo los que más esencialmente constituyen los vértices de la *triangulación topográfica de nivelación*.

254.—Estos puntos se fijan en el plano por intersección ó doble intersección, y al determinarlos, se procede á hallar sus cotas con relación á las ya obtenidas para los vértices del canevás trigonométrico, valiéndose del mismo procedimiento que acabamos de explicar. Ejecutando lo mismo con los vértices del canevás topográfico que se juzgue necesario, habremos terminado la triangulación topográfica de nivelación.

Todas las cotas obtenidas se escribirán al lado de los puntos homólogos marcados en el plano.

255.—**Croquis de nivelación.**—En cada vértice se dibuja un croquis que represente aproximadamente las inflexiones del terreno, para lo cual se harán á ojo algunas curvas de nivel, ó bien como indica la figura 169.

Nivelación del relleno

256.—Calculadas, como acabamos de indicar, las cotas de todos los vértices de ambas triangulaciones, se procederá á unirlos entre sí por medio de líneas que sigan la pendiente del terreno y puedan considerarse confundidas con su superficie en toda su extensión.

Por ejemplo; supongamos que A, B, C, O, F, (fig. 170) son vértices acotados del canevás. Situados en A y queriendo enlazar este punto con B, viendo que la pendiente asciende uniformemente hasta a en la dirección $A\,a$, mediremos con el eclímetro el ángulo α ó $\triangle$ que da esta pendiente, así como el acimut de $A\ a$ con la brújula ú otro goniómetro, y la distancia $A\ a$ (1). Con el primero y tercer dato calcu-

1) Una brújula eclímetro con anteojo estadia nos dará con suma rapidez estos tres datos acelerando el trabajo.

laremos por medio de las fórmulas ya conocidas, la cota del punto a, y con el segundo y tercero podremos situar en el plano el expresado punto. Al lado de su proyección escribiremos la cota hallada.

Trasladados al punto a, escogeremos otro nuevo a' en que el terreno tenga de igual manera uniforme su pendiente en toda la extensión $a\,a'$, y se procede con esta línea como con la anterior determinándola en el plano con su correspondiente cota.

Si trasladados á a' vemos que la pendiente es uniforme en la extensión $a'\,B$, bastará unir a' con B y habremos obtenido así el perfil $A\,a\,a'\,B$ que podemos considerar confundido con la superficie del terreno (1).

Operando del mismo modo desde B hasta C, y así sucesivamente, seguirán obteniendose los diferentes perfiles $B\,b\,C$, $C\,c\,c'\,O$, $O\,d\,d'\,F$... en iguales condiciones, pudiendo dar por terminada la nivelación y restándonos solamente efectuar el trazado de las curvas.

257.—Trazado de las curvas de nivel.—Siendo la pendiente uniforme entre cada dos cotas consecutivas de estos perfiles, por la equidistancia gráfica adoptada, se puede venir en conocimiento del número de curvas que corresponden á cada traza $A\,a$, $a\,a'$, $a'\,B$, $B\,c$... y de los puntos por donde deban pasar.

En efecto, sea $A\,a$ una de estas proyectada en el plano (fig. 171), y supongamos que nos son conocidos los puntos N, N' y N'' de paso de las curvas. Si levantamos en N' una perpendicular $N'\,E = e$ equidistancia gráfica, la recta $N\,E$ será la pendiente representada por las curvas que pasan por N y N' y formará con $A\,a$ el ángulo α que nos dió el instrumento; por consiguiente, si llamamos n á la longitud $N\,N'$, en el triángulo $N\,E\,N'$ tendremos $e = n$ tang. α, de donde,

$$n = \frac{e}{\text{tang } \alpha} \text{ ó bien, } n = \frac{e}{\cot \triangle}$$

fórmulas en las cuales conocemos la equidistancia e y la tang. ó cot. y por lo tanto la longitud n.

Si las cotas de A y a son, como indica la figura, $15^m\,60$ y $18^m\,35$ respectivamente, y la equidistancia natural de un metro, se comprende desde luego que entre ambos puntos han de pasar las curvas pertenecientes á las cotas redondas 16, 17 y 18, nos resta, pues, calcular

(1) Como comprobación, puede hallarse la cota de B con el auxilio de la obtenida para a', que debe ser la misma que ya conocemos, si se ha operado bien.

la distancia n' de A al primer punto de paso N, lo cual se obtiene por la proporción $n' : n :: 0^m 40 : 1^m$ de donde, $n' = n \times \frac{0^m 40}{1^m}$, siendo la cantidad $0^m 40 = 16^m - 15^m, 60$ en este caso particular.

Se tomará, por consiguiente, $A\ N = n'$, y á partir de N se lleva la longitud n tantas veces como se pueda, hasta llegar á a, quedando así determinados los puntos N' y N'' que así como el N, se marcarán con las respectivas cotas 16, 17 y 18, segun la hipótesis que hemos hecho.

Determinadas por este procedimiento las cotas redondas de todos los perfiles, no habrá más que unir entre sí todas las iguales por medio de curvas contínuas que sigan en cuanto sea posible las inflexiones del terreno que han de representar, para lo cual serán sumamente útiles los croquis dibujados al ejecutar la nivelación del canevás (255).

258.—Este procedimiento tiene el inconveniente de necesitarse, para cada trozo de perfil, hallar los valores de n y n', pero se consigue acelerar el trabajo calculando á ojo n' y haciendo uso de las tablillas números 4 y 5, que exponemos al final del texto, que dan los valores de n en diezmilímetros cuando la equidistancia gráfica es la generalmente empleada $e = 0'0005$; aplicándose una ú otra según que los instrumentos de que hayamos hecho uso sean de graduación sexagesimal ó centesimal.

259.—Por último, si por la pequeñez de la escala ó por las condiciones del levantamiento, no es indispensable tanta exactitud, se determinarán á ojo n y n' obteniéndose la suficiente precisión en la representación del terreno.

CON LOS NIVELES

Nivelación del canevás

260.—Ya hemos dicho, que la nivelación por visuales horizontales no es aplicable más que á planos de corta extensión y en terrenos poco accidentados, en cuyo caso es lo más probable se haya suprimido la triangulación trigonométrica ó la topográfica.

Cualquiera de ellas que se haya hecho será muy reducida y los vértices estarán lo suficientemente próximos para emplear con éxito, y sin excesivo trabajo, la nivelación compuesta del perímetro del po-

lígono, siguiendo una marcha análoga á la explicada para la nivelación con los eclímetros.

No es ciertamente necesario que este polígono pase por los vértices de la triangulación, siendo, por el contrario, más conveniente, se sujeten á la condición de estar situados en los *puntos principales de nivelación*; pero es preciso tener en cuenta que, no estando marcados en el plano, habrá que fijarlos por cualquiera de los medios explicados en la planimetría.

Al cerrar el polígono, debe examinarse si la cota del punto de partida concuerda con la que se determine para el mismo punto al verificar el cierre, ó difiere en una cantidad menor que el límite del error admisible, siendo en este caso necesario repartir la diferencia que resulte entre todos los puntos proporcionalmente á las distancias, conforme hemos explicado anteriormente (229). Si esta diferencia escediese al referido límite, deberá repetirse el trabajo.

Hecho esto, se procede á trazar algunos perfiles ó traveses que unan puntos de cota conocida, como indica la figura 172, y que cumplan con la condición de pasar por puntos principales que caractericeu el terreno, quedando así terminado el *canevás de nivelación*.

Nivelación del detalle

261.—El canevás de que acabamos de ocuparnos, deja dividido el terreno en varios polígonos que tienen todos sus vértices acotados, y para ejecutar la nivelación del detalle, bastará que en cada uno de ellos tracemos nuevos perfiles ó traveses secundarios cuyas trazas puedan considerarse confundidas con la superficie, por seguir la dirección de sus pendientes uniformes.

262.—Trazado de las curvas de nivel.—Si el plano requiere una gran exactitud, en cada polígono, por ejemplo, el *P Q R S T U* (fig. 173), se determinan por lo menos un par de perfiles *T P* y *S Q* y en éstos los puntos de cota redonda 23, 24, 25, 26, ó de paso de las curvas; después, tomándolos como bases se determinan entre ellos otros puntos de igual cota, que unidos por una línea contínua, que procuraremos se pliegue al terreno, constituirán las curvas de nivel.

Veamos ahora cómo se determinan todos estos puntos.

263.—Sea el terreno el representado en la (fig. 174), y *P* uno de los vértices del polígono parcial cuya cota 26'15 es conocida. Colocaremos el nivel en un punto *N*, un poco más bajo que el *P*, y en

éste una mira cuya línea de fe se hará coincidir con la visual, dándonos por ejemplo la lectura 0'16, que será lo que el plano horizontal determinado por el instrumento se eleva sobre el punto P; pero éste está elevado sobre otro de cota 26^m, $0^m,15$, luego dicho plano estará $0^m,16 + 0^m,15 = 0^m,31$ más elevado que aquél; por consiguiente, si colocamos la tablilla á $0^m,31$ y trasladamos la mira á otro punto P' en que la visual horizontal pase por la línea de fe (que no se habrá movido), claro está que el punto P' corresponderá al plano horizontal de cota 26^m (1).

Para hallar el punto P'' de cota 25, se eleva la tablilla de la mira un metro sobre los 0'31 que ya marca, y el porta desciende con ella hasta que situada nuevamente bien vertical, la línea de fe pase por la visual del instrumento, que permanecerá fijo.

El punto P''' se determinará de igual manera, subiendo otro metro la tablilla de la mira, y así sucesivamente.

Como la mira sólo tiene cuatro metros de longitud, llegará un momento en que no podrá elevarse más la tablilla; en ese caso se opera con el último punto hallado, en igual forma que con el punto P, trasladando el nivel á otro punto N' y colocando la línea de fe de la mira sobre la visual, se verá la lectura que marca y sólo habrá que elevarla un metro para hallar la cota redonda siguiente, por cuanto hallándose la mira sobre un punto también de cota redonda, no hay otra fracción que sumar como al principio de la operación.

264. — Obtenidos así los puntos de paso de las curvas sobre el perfil $P\ T$, pasaremos á explicar cómo se determinan los que se hallan sobre una misma curva de nivel.

Supongamos que queremos determinar los correspondientes á la curva de cota 24. Nos colocaremos con el nivel en un punto M, un poco más bajo que el P''', y en éste la mira, cuya tablilla al coincidir por su línea de fe con el plano horizontal del instrumento, marcará por ejemplo, $0,^m 14$; es evidente que todos los puntos en que se coloque la mira con esta lectura, y enrasando con este plano horizontal del nivel, tendrán por cota 24; por consiguiente, no habrá más que ir marcando estos puntos hasta donde se pueda, y para continuar después, trasladarse con el nivel á otro punto M' desde donde se opera con relación al último hallado, como indica la figura.

(1) Partimos del supuesto de ser la equidistancia natural un metro, pero es igualmente aplicable cuando ésta sea mayor con tal que no exceda de tres metros, únicos casos en que se usa este procedimiento.

265.—Tanto los puntos de los perfiles como los de los planos horizontales, en los que se habrá colocado un jalón, se determinarán midiendo sus respectivos acimutes y distancias, como se hace con toda línea que haya de dibujarse en el plano.

Cuando se trata de puntos situados sobre una misma curva, para abreviar, acostumbra á fijarse la mira al extremo de una cadena ó cuerda tendida horizontalmente desde el punto anteriormente hallado, y así se sabe que la distancia entre todas es constante é igual á la longitud de la cadena ó cuerda empleada.

266.—En la mayor parte de los casos, sería suficiente hallar los puntos de paso de las curvas sobre los perfiles y unir luego dos de igual cota, dando á las curvas las inflexiones que representan los cróquis que se hallan dibujado, pero es necesario que los perfiles estén suficientemente próximos.

267.—Si no se desease tanta exactitud, bastará que estos perfiles se construyan de manera que cada una de las líneas que lo forman puedan considerarse confundidas con el terreno, y determinar después á ojo, en cada uno de ellos, los puntos de paso de las curvas.

268.—**Método de radiación.**—En vez de construir perfiles que partan de los vértices de cota conocida, pueden determinarse, alrededor de cada uno de ellos, otros puntos acotados. Este sistema tiene la ventaja de no necesitarse más de una estación para cada vértice, y el procedimiento es el siguiente:

Sea *P* el punto de cota conocida (26^m15) (fig. 175). Elegiremos un punto *N*, algo más elevado que el *P* y que todos los demás *a*, *b*, *c*, cuyas cotas se desean conocer. Coloquemos el instrumento en el punto *N* y una mira en *P*, cuya línea de fe nos marcará, por ejemplo, 2^m40, lo cual quiere decir, que la altura del plano de las visuales es de 26'15 + 2'40 = 28'55; al trasladar la mira al punto *a* nos dará una lectura 3'10 que restada de 28'55 nos dará para cota de este punto 25'45. La misma operación repetiremos en *b* y en *c* dando, como indica la figura, las respectivas cotas 24'55 y 25'40; pudiendo continuar del mismo modo hasta dar con el nivel una vuelta completa al horizonte.

Todos estos puntos se fijarán en el plano por los procedimientos explicados en la planimetría.

268 bis.—**Nivelación con los barómetros.**— Cuando un levantamiento regular exigía una gran exactitud, no se utilizaban los barómetros para llevar á cabo la nivelación por carecer dichos instrumentos de

la precisión que el trabajo requería, pero en la actualidad, el barómetro *Hottinger* que hemos descrito en el parráfo 136 bis, ha introducido su uso para toda clase de levantamientos, dando siempre un resultado en extremo satisfactorio.

La nivelación con este instrumento se ejecuta al mismo tiempo que la planimetría, hallando la altura barométrica de cada estación y calculando la diferencia de nivel entre cada dos de ellas.

Veamos cómo se emplea dicho barómetro.

Para hacer estación con el barómetro *Hottinger*, se coloca éste destapado á la altura de la vista de manera que no le dé el sol, que sus bases estén proximamente horizontales y que las líneas de fe de las palancas y la escala reciban suficiente luz á fin de apreciar bien la coincidencia de aquéllas y verificar con exactitud la lectura en ésta.

Un termómetro centesimal independiente, que acompaña al barómetro, se coloca á la sombra separado del suelo para que no influya en él el calor que refleja el terreno.

Trascurrida media hora, tiempo suficiente para que el barómetro y termómetro acusen la presión y la temperatura del aire ambiente, y que puede aprovecharse en trabajos de planimetría, se hace la lectura en la escala y graduación del primero y la de la temperatura en los segundos, anotando los tres datos.

Supongamos, por ejemplo, que en la estación M estos datos son:

$$a = 737^{mm}4 \qquad t = 18^{\circ} \qquad T = 16^{\circ}$$

llamando a á la altura en $^{m}/_{m}$ del aneroide, t á la temperatura que marca el termómetro del mismo, y T á la del termómetro independiente.

En la tabla I de las que acompañan al instrumento, (1) veremos que, á 730 grados del aneroide corresponden 730'1 $^{m}/_{m}$ del barómetro de mercurio, hay pues que calcular lo que habrá de añadirse á este número para obtener la correspondiente á los $737^{mm}4$ obtenidos por la lectura hecha en la estación M.

(1) Véanse al final las tablas números 6 que no se han llenado sino en en la parte correspondiente á la explicación, por cuanto, como á cada instrumento acompaña su correspondiente librito de tablas, que no sirven más que para el uso del mismo, no tenía utilidad alguna el presentar aquí las correcciones correspondientes al barómetro número 3.455 de fábrica, que es de donde hemos tomado los datos que se consignan.

Estableceremos, pues, la proporción

10 (dif.ª entre 730 y 740) : 7'4 (dif.ª entre 730 y 737'4) :: 10'4 (dif.ª entre 730'1 y 740'5) : x (dif.ª entre la presión 730'1 y la que se busca);

$$\text{de donde, } x = \frac{7'4 \times 10'4}{10} = 7'696$$

y forzando la unidad, $x = 7'7$ cantidad que debe sumarse á 730'1 para obtener la corrección por división que se desea.

En la tabla II, veremos que á 18° de temperatura corresponde la corrección $-0'4$ m/m.

Así, pues, llamando A_1 á la presión de la estación M después de corregida, tendremos

$$A_1 = 730'1 + 7'7 - 0'4 = 737'4 \text{ m/m}$$

Operando de la misma manera en la estación N, por ejemplo, que supondremos nos ha dado los datos

$$a' = 721'5 \qquad t = 16^\circ \qquad T' = 14^\circ$$

obtendremos para la presión corregida por división y temperatura, que representaremos por A_2

$$A_2 = 719{,}7 + 1'6 - 0'35 = 720'95$$

Tomando ahora la media aritmética de estas presiones y la de las temperaturas del aire ambiente, nos resultará

$$\tfrac{1}{2}(A_1 + A_2) = \frac{737'4 + 720'95}{2} = 729'17 = 729'2 \text{ forzando la}$$

unidad, y $\quad \tfrac{1}{2}(T + T') = \dfrac{16^\circ + 14^\circ}{2} = 15^\circ$

Con estos datos busquemos en la tabla IV el número 12'18 que corresponde á la vez á la columna vertical 720 y á la horizontal 15.

Este número 12'18 representa la altura en metros correspondiente á un m/m del aneroide cuando la presión es 720 y la temperatura 15.

Luego para hallar la correspondiente á 729'2 estableceremos la proporción (análoga á la verificada anteriormente).

$$10 : 9'2 :: 0'16 : x = 0'1472 = 0'15 \text{ forzando la unidad.}$$

Si ahora restamos de 12'18 el valor hallado para x, obtendremos 12'18 — 0'15 = 12'03 que es el número de metros que representa un $^m/_m$ del aneroide á la presión media de 729'2 $^m/_m$: y como la diferencia de las presiones entre las estaciones M y N está representada por $A_1 - A_2 = 737'4 - 720'95 = 16'48$ $^m/_m$, multiplicando esta cantidad por 12'03 obtendremos 16'48 × 12'03 = 199'25 metros para diferencia de nivel entre dichas estaciones (1).

Todos estos datos se van consignanda en un registro como el señalado con el número 10 y una vez obtenidas las cotas necesarias para la nivelación, se procede en lo demás como cuando se opera con los eclímetros.

Núm. 10.—Registro para la nivelación con el barómetro Hottinger

Estaciones...	DATOS OBSERVADOS			DATOS CALCULADOS			
	Presiones del aneroide.	Temperatura del instrumento.	Temperatura del aire ambiente.	Presiones corregidas tablas I y II	Diferencia en $^m/_m$	Diferencia de nivel en metros.	Observaciones
M	$a = 737'4$	$t = 18^0$	$T = 16^0$	737'4	16'48	199'25	
N	$a' = 721'5$	$t' = 16^0$	$T' = 14^0$	720'95			

(1) Si quisiéramos hallar esta diferencia de nivel con relación á las alturas sobre el del mar, haríamos uso de las tablas III^a y III^b, empleando un procedimiento análogo.

CAPÍTULO XXVII

PLANOS DE POBLACIONES Y DE EDIFICIOS

269.—Para levantar el plano de una población, se empieza por rodearla de un polígono cuyos vértices se eligen de manera que, desde cada uno de ellos, se vean los dos contiguos, y además la veleta de una torre céntrica que sirve de punto de comparación y permite descomponerlo en triángulos, como indica la figura 176.

Partiendo después de puntos determinados en su perímetro, se establecen líneas trasversales por las calles principales, tales como las *a a a a, b b b b, c c c c, d d d*, que dividen el polígono total en otros mas pequeños.

Nuevas trasversales *a' a' a', b' b' b', c' c' c'*..... que partan de las anteriores, ó del polígono principal, y siguiendo las calles de segundo orden, subdividirán los polígonos parciales en otros mas pequeños.

Continuando del mismo modo se llegará á encerrar cada manzana de casas en una línea poligonal

Hecho esto, se fijan los contornos de estas manzanas, por medio de perpendiculares bajadas desde cada línea á las esquinas respectivas, y á los ángulos salientes ó entrantes donde cambia la dirección de las fachadas.

Si el plano requiere mucha exactitud y detalles, se miden las fachadas y fondos de cada casa, así como sus patios y jardines, para representarlos tal como sean.

Rara vez se limita el levantamiento al casco de la población, pues por regla general, se extiende á un radio de 1.300 metros, comprendiendo por tanto sus arrabales, ermitas, caseríos, accidentes notables del terreno, líneas de comunicaciones que la rodean ó que á ella afluyen, y cuanto pueda influir en el ataque y defensa de las mismas.

270.—**Del dibujo.**—Todos los edificios se marcan con líneas de carmin hechas con tiralíneas, siendo generalmente mas gruesas las que miran al Este y Sur, y las partes cubiertas, ó se llenan con una aguada del mismo color ó con un rayado muy fino é igual. Los edifi-

cios públicos se cargan más de color para que resalten del conjunto, y para los militares se acostumbra á emplear la tinta azul.

Los nombres de los barrios, calles y plazas, se escribirán en el lugar correspondiente con letra clara y de magnitud arreglada á su importancia, procurando no haya necesidad de volver el papel para su lectura.

Los alrrededores de la población se dibujan según hemos dicho al hablar de los levantamientos regulares.

Los planos de poblaciones se ejecutan generalmente en una hoja, y los lados laterales del recuadro coincidiendo con la dirección de la meridiana.

271.—Suelen acompañarse de una memoria explicando las condiciones del terreno y caminos que conducen á la población, así como los recursos con que cuenta para alojamientos, raciones etcétera, etc.

Planos de edificios

272.—Para dar á conocer un edificio, ó sea la planta de sus muros ó distribución interior, se le supone cortado por planos horizontales á la altura de los vanos de cada piso, y por planos verticales perpendiculares á las fachadas, construyendo al mismo tiempo alzados ó vistas de éstas.

El plano de cada piso se levanta con el auxilio del rodete, determinando pieza por pieza, por la longitud de sus paredes si son rectangulares, y por éstas y las diagonales, si no lo son. El espesór de los muros se mide por las puertas y ventanas, ó se deduce de las dimensiones halladas para el interior y el exterior. Los vanos se fijan por su anchura y distancia á una de las esquinas.

Para construir los alzados ó vistas de cada fachada, se toman las magnitudes horizontales del plano ya leventado, y las dimensiones verticales, directamente de la construcción por medio de una plomada ó reglones.

Los perfiles ó secciones verticales, se deducen de igual manera.

LEVANTAMIENTOS EXPEDITOS

CAPÍTULO XXVIII

RECONOCIMIENTOS MILITARES

273.—Los reconocimientos militares pueden dividirse en dos clases: 1.ª, reconocimientos armados, que son relativos á las fuerzas, movimientos y posiciones del enemigo; y 2.ª, reconocimientos topográficos, que se refieren sólo á la forma del terreno y recursos de la localidad.

Los primeros corresponden al arte de la guerra; los segundos se subdividen á su vez en reconocimientos generales, que abrazan todo un país ó provincia desde el punto de vista descriptivo, estadístico, militar é histórico; y en reconocimientos especiales, que tienen por objeto la descripción detallada de una extensión poco considerable de terreno.

Estos últimos, llamados con más propiedad *topográficos*, constituyen dos partes esenciales; la representación gráfica del terreno que abraza la zona del reconocimiento, y la redacción de una memoria descriptiva, que además de completar el primer trabajo, dé idea exacta de los recursos del país en lo relativo á subsistencias, alojamientos, medios de trasporte, estado de las comunicaciones, etc. etc.

274.—En los reconocimentos topográfico-militares, según hemos consignado en el capítulo 1.º, hay que distinguir dos casos:

1.º *Los levantamientos expeditos*, en los que se dispone de instrumentos para su ejecución, y comprenden los planos de zonas más ó menos extensas y los itinerarios.

2.º *Los levantamientos irregulares*, en los que se carece de tiempo

y de instrumentos, viéndonos precisados á ejecutar el trabajo á ojo, y aun por referencias, constituyendo verdaderos croquis.

La índole de este libro nos obliga á prescindir de los reconocimientos armados y de los generales, limitándonos á exponer separadamente la marcha que debe seguirse en los levantamientos expeditos é irregulares.

LEVANTAMIENTOS EXPEDITOS

Planimetría

275.—Por regla general, ejecútanse éstos en campaña y las circunstancias obligan á supeditar la exactitud del trabajo á la rapidez. Por otra parte, el objeto que puedan tener, sólo exige claridad en la representación y una buena elección al escoger los puntos que deban figurar en el plano por su importancia desde el punto de vista estratégico ó táctico, desechando aquellos detalles que, sobre no ser necesarios, pudieran introducir confusión en el dibujo.

Generalmente, el oficial encargado de estos levantamientos, no podrá disponer de otros instrumentos que una plancheta de campaña, un sextante, una brújula, algún telémetro ó estadia y una cuerda ó rodete para la planimetría, y el eclímetro de la brújula ó un barómetro, para la nivelación. Cuando necesite alguno de éstos, y no lo tenga á mano, podrá valerse de los medios que hemos explicado (capítulo 19) para improvisarlo.

Veamos cómo con estos instrumentos puede llevar á cabo su misión.

Triangulación topográfica

276.—Ni los instrumentos que se emplean, ni la exactitud que se requiere, ni el tiempo de que se dispone, permiten la construcción del canevás trigonométrico, siendo suficiente, en todos los casos, la ejecución del topográfico; pero de éste no puede prescindirse, porque la brevedad que parece obtenerse con determinar desde luego el detalle, no es más que ilusoria. Con efecto, careciendo de puntos de referencia fijos de antemano en el plano, y á los cuales puedan relacionarse los que en el relléno se vayan determinando, no será posible conocer y corregir los errores cometidos en un principio y se irán acumulando á los que sucesivamente se vayan cometiendo, concluyendo el trazado por ser tan inexacto en conjunto, que nos

veríamos precisados á comenzar de nuevo el trabajo y perdido, por consiguiente, el tiempo hasta entonces empleado.

Para la construcción de la triangulación topográfica, se hace un ligero reconocimiento, á fin de elegir la base y los vértices más esenciales de los triángulos.

277.—La base debe tomarse en línea recta y próximamente horizontal para evitarse su reducción al horizonte, y á ser posible, convendrá esté situada en el centro del terreno que se trata de representar.

Si éste fuese atravesado por alguna carretera ó trozo de vía férrea en línea recta, los postes kilométricos nos darían desde luego su longitud; en otro caso, sería preciso medirla por el procedimiento que hemos ya explicado, y siempre que se disponga de medios para ello.

Puede ejecutarse también la medición sin recorrerla, si tenemos á mano un telémetro ó estadia.

Si no contáramos con ningún instrumento, se calcularía la longitud de la base recorriéndola y contando los pasos, pero es preciso tenerlo contrastado y construir la escala correspondiente.

Conocida la proyección horizontal de la base, se la traza en el papel en la posición que parezca más conveniente para que todo el levantamiento quepa en el centro de la hoja, y en seguida se procede á su orientación por cualquiera de los medios descritos (173), y se traza la meridiana en el dibujo.

Hecho esto, se empieza la determinación de los puntos que han de constituir los vértices de los triángulos.

El procedimiento varía según se disponga de la plancheta y alidada, de la brújula ó de un goniómetro cualquiera.

278.—**Con la plancheta y alidada.**—Se hace estación sucesivamente en los dos extremos *A* y *B* de la base (fig. 177), y después de orientarla sobre ella, se dirigen con la alidada visuales á los puntos que se elijan como vértices, tanto de un lado como de otro de la base, y se trazan con lápiz. Casi todas estas visuales se cortarán dos á dos y sus intersecciones *C*, *D*, *E* y *F*, nos darán otros tantos puntos determinados.

Trasportados después, por ejemplo, al punto *C*, y orientados con relación á *C A*, se dirigirá la visual *C H*, cuya intersección con la *A H* nos fijará el punto *H*: desde la misma estación se dirigen las visuales *C I* y *C D* sirviendo esta última de comprobación para el punto *D* ya determinado.

Situados en *H* y orientados sobre *H C*, se traza la *H I* que determinará el punto *I*, y así sucesivamente se continuará hasta completar el canevás tanto como sea necesario.

279.—En estas operaciones deberá tenerse muy presente cuanto hemos dicho al hablar de los levantamientos regulares respecto al límite de la magnitud de los lados y ángulos, para que los triángulos se aproximen en lo posible á la forma equilateral, conveniente siempre á la exactitud del resultado.

Si alguno de los puntos que han de fijarse por este procedimiento, fuese inaccesible, se procederá, según los casos, como ya hemos explicado (capítulo 22).

280.—Con la brújula.—Se hace estación de igual manera en los extremos *A* y *B* de la base, se dirigen las visuales *A C*, *A D*, *A E* y *A F*; *B C*, *B D*, *B E* y *B F*, y sus acimutes se anotan en un registro análogo al señalado con el núm. 4, continuando en lo demás del mismo modo que con la plancheta, pero es indispensable hacer un croquis aproximado del trabajo que se va ejecutando.

281.—Con los goniómetros.—Se opera de igual manera con sólo la diferencia de obtener los ángulos en vez de los rumbos.

El registro y cróquis se lleva del mismo modo.

282.—Construcción del canevás en el plano.—Construida la escala, el compás y el trasportador resuelven la cuestión como en la planimetría de un levantamiento regular.

Levantamiento del detalle

283.—Terminada la triangulación topográfica, se procede á dividir el terreno en polígonos más ó menos extensos según la escala en que se opera. El perímetro *A B C D* (fig. 178) de estos polígonos, lo determinan la dirección general de los caminos, crestas de cordilleras, corrientes de agua y límites de cultivos y poblaciones; fijándose en el plano por el método de rodeo, midiendo los ángulos con los instrumentos, apreciando á pasos ó con un telémetro ó estadia las distancias entre las vértices, y dibujando á ojo las inflexiones de estas líneas.

Trazado un polígono, se procede á determinar el detalle de su interior fijando aquellos puntos que por su importancia deban figurar en el plano, como son; pueblos, caseríos, castillos, ermitas, edificios aislados, huertas, cercas, jardines, caminos trasversales, senderos, puentes, vados, malos pasos, barrancos, escarpados etc. Todos estos

detalles se refieren á ojo á los lados de los polígonos, pero aquellos que interesan más directamente conviene determinarlos por intersecciones de visuales, como la ermita *H*, el pueblo *P* y la dirección y movimiento del arroyo *R S*.

Con el relleno del último polígono quedará terminada la planimetría.

Nivelación

284.—La nivelación de un levantamiento expedito, nunca puede ser riguroso, y se reduce á la determinación de las cotas de los vértices de la triangulación topográfica, de las alturas enclavadas en el terreno que se trata de levantar y las de los extremos de las líneas características, como son las de las vaguadas y divisorias de aguas de alguna importancia y las que marcan alguna pendiente uniforme algo extensa.

En terrenos descubiertos, pueden emplearse los niveles á grandes tiradas, puesto que es preferible la aceleración del trabajo á la exactitud, y sólo así se consigue lo primero; fuera de este caso excepcional, los eclímetros y los barómetros son los que generalmente se emplean en estos levantamientos.

285.—**Con los eclímetros.**—Al mismo tiempo que se ejecuta la triangulación topográfica, se miden los ángulos de pendiente del punto de estación con los demás que á él se refieren y de aquellos puntos esenciales de los que hemos llamado *principales de nivelación*, los cuales se determinarán por intersección. Con estos ángulos, y la distancia entre dos puntos, que nos dará el dibujo, tendremos los elementos necesarios para determinar su diferencia de nivel.

Al ejecutar el relleno del detalle, se va situando el operador en las alturas ó en el fondo de los valles y mide las pendientes de las divisorias y vaguadas. Lo mismo verifica desde los puntos más altos y más bajos de las pendientes uniformes que merezcan consignarse en el plano con más exactitud. Si las líneas, según las cuales ha dirigido las visuales, no están determinadas por la planimetría, se fijan relacionándolas con puntos conocidos por el método de intersección ó doble intersección.

Todos los ángulos de pendiente así obtenidos, se anotarán convenientemente en un registro como el señalado con el núm. 9.

286.—Conocidas las diferencias de nivel entre los vértices del canevás y las de los extremos de estas líneas características, nos

queda calcular sus cotas partiendo de una arbitraria, que se asignará á los extremos de la base ú otro vértice del canevás que más convenga.

El cálculo de estas cotas sería muy enojoso, si tratásemos de hallarlas por las fórmulas que hemos dado á conocer (235), máxime si no tuviésemos á mano las tablas de Maissiat; y como por otra parte, los instrumentos que habremos empleado para obtener los ángulos de pendiente ó distancias cenitales, no nos darán con exactitud su medida, bastará determinarlas aproximadamente por medio de las escalas de pendiente de las que vamos á ocuparnos.

287. —**Determinación de las cotas sin necesidad de cálculos.**—Las escalas de pendiente que para esto se construyen, varían según dé el instrumento el ángulo de pendiente, su tangente, ó la distancia cenital.

Escalas para cuando el eclimetro da el ángulo α.—Sea $A\ B$ (fig. 179) la escala del plano que suponemos es de $\frac{1}{5.000}$. Desde el punto cero, y con un radio arbitrario, describiremos un arco de 45° por encima y por debajo de $A\ B$, el cual dividiremos de cinco en cinco grados por medio de un trasportador, uniendo después todos los puntos así obtenidos con el centro, quedará construida la escala.

Con efecto, supongamos que el ángulo de elevación entre los puntos del terreno sea de 10°, y que la proyección de la distancia que los separa, esté representada en la escala por la longitud $M\ N =$ 267 metros. Con esta abertura de compás apoyemos una de sus puntas en el cero, la otra caerá en N'; por este punto levantaremos una perpendicular $N'\ P$ hasta encontrar el radio cero—10°, esta perpendicular será la diferencia de nivel entre los puntos, y llevada sobre la escala, nos dará su valor en metros, siendo el resultado el que habrá que añadir á la cota del punto más bajo para obtener la del otro.

Si el ángulo fuera de depresión, la construcción se haría por la parte inferior de la figura, y aun puede evitarse esto, teniendo cuidado de poner el signo menos á la perpendicular levantada por la parte superior, que indicará que la diferencia de nivel que representa, deberá restarse de la cota conocida.

Si el ángulo $\alpha = 7°$, á ojo puede apreciarse el punto 7° por donde ha de pasar el radio que limite la longitud de la perpendicular correspondiente.

288.—**Escalas para cuando el eclímetro da la distancia cenital $\triangle$.**—

La misma escala que acabamos de explicar resuelve la cuestión, con la sola diferencia de marcar las divisiones del arco de círculo 90° sobre la escala del plano, é ir disminuyendo la graduación hacia la parte superior de cinco en cinco grados, como indica la figura por la parte interior del arco.

El mismo resultado se obtiene con la primera graduación, tomando los complementos $90° - \triangle$ de las distancias cenitales.

289.—Escalas para cuando el eclímetro da la tangente α.—Se trazan dos rectas $A\ B$ y $B\ C$ perpendiculares entre sí (fig. 180), se toma sobre ellas un decímetro de longitud á partir del punto de encuentro, y se dividen en centímetros y milímetros por medio de un doble decímetro. (La figura se ha reducido á la mitad de sus dimensiones naturales).

Hecho esto, tendremos construida la escala de tangentes, que se utilizará en la siguiente forma:

Si la longitud entre los puntos cuya diferencia de nivel se desea, fuese, por ejemplo, de 87^{m} y el eclímetro nos ha dado para valor de la tangente 24, se tomará $B\ T = 24$ milímetros y se une este punto con el A, después se toman de A á M 87^{mm} y se levanta la perpendicular $M\ N$: ésta será la diferencia de nivel que se desea, y se obtendrá en metros, con sólo ver el número de milímetros que tiene de longitud.

Si la distancia entre los puntos fuera de 100 metros, habría que tomar cien milímetros á partir de A y el extremo caería sobre B, por consiguiente, la diferencia de nivel sería $B\ T$.

Si fuese 187^{m}, la diferencia de nivel sería $B\ T + N\ M$.

Si fuera de 287^{m}, la diferencia de nivel sería $2\ B\ T + N\ M$; y así sucesivamente.

Para las tangentes negativas puede hacerse la misma construcción por la parte inferior de la figura, ó bien poner de manifiesto el signo menos.

290.—Con los barómetros.—Si el barómetro de que se dispone fuese el aneroide de Vide ó el tubular de Bourdon (capítulo 17), para hallar la diferencia de nivel entre dos puntos, se coloca el observador en el más bajo, lee en el instrumento la presión atmosférica H que marca la aguja y la temperatura T que indica el termómetro; se traslada después al punto más elevado, y anota igualmente las lecturas h y t del barómetro y termómetro; estos cuatro valores los reemplaza en la fórmula

$$D = 16.000 \left(\frac{H-h}{H+h}\right) \left(1 + \frac{2\,(T+t)}{1000}\right)$$

y el resultado obtenido será con bastante exactitud la diferencia de nivel buscada.

291.—**Tablas para la nivelación barométrica.**—Para evitar el cálculo que precede, se han construido unas tablas compuestas de tres columnas; la primera contiene las presiones atmosféricas de milímetro en milímetro, la segunda las diferencias de nivel que corresponden á estas presiones, y la tercera, las alturas del terreno sobre el nivel del mar. (Véase al final la tabla núm. 7).

Estas últimas, no pueden tomarse en absoluto, pues naturalmente varían con el estado de la atmósfera en cada momento y localidad.

Para hallar la diferencia de nivel entre dos puntos por medio de estas tablas, se busca en la primera columna las alturas barométricas H y h que nos dió el instrumento en cada uno de ellos, y en la tercera, las alturas sobre el nivel del mar que les corresponde; la diferencia entre éstas será la de nivel entre los puntos observados.

292.—Si se dispone de un barómetro holostercio, la diferencia de nivel entre dos puntos se obtiene de la manera siguiente:

Se coloca el observador en el punto inferior y hace girar con el aro del cristal, el índice que lleva, hasta que se halle situado en prolongación de la aguja que marca la altura barométrica en aquel punto. Hecho esto, se traslada al punto superior, y como la presión atmosférica será menor, la aguja se habrá colocado á la izquierda del índice; se cuenta el número de divisiones de la graduación exterior que hay comprendidas entre el índice y la aguja, las que multiplicadas por diez, nos darán en metros la diferencia de nivel entre los puntos de estación.

Si este barómetro tuviese la graduación exterior móvil, se colocará el cero frente á la aguja en la estación inferior, y la lectura que diese en el punto más alto sería la diferencia de nivel.

293.—Este último barómetro nos proporciona el medio de hallar con rapidez los puntos de paso de las curvas cuya equidistancia de nivel sea de 10 metros, ó sea los puntos de cota múltiplos de 10.

En efecto, bastará ir ascendiendo por la pendiente que se trata de nivelar y detenerse en el momento en que la aguja pasa por una división de la graduación exterior, pues sabemos que cada una de

éstas indica una diferencia de nivel de 10 metros (136). En los puntos en que nos detengamos, se fijará un jalón, y después, ó al mismo tiempo, se determinan éstos para situarlos en el plano.

De igual manera pueden obtener puntos de la misma cota, con sólo caminar á media ladera procurando no subir ni bajar, lo cual indicará el barómetro permaneciendo invariable la aguja. Sobre la marcha se irán fijando jalones en los puntos que se desea determinar, y con su acimut y distancia al que le precede, se obtendrán los datos para situarlos en el plano.

294.—**Croquis de nivelación.**—Al mismo tiempo que se van nivelando los puntos por cualquiera de los procedimientos que acabamos de exponer, se van dibujando las formas del terreno, procurando se aproximen en lo posible á la verdad, para lo cual debe tenerse en cuenta no exagerar la representación de los valles y cumbreras ni de las pendientes, tendencia muy general cuando no se tiene alguna práctica, y que es nacida de los efectos de perspectiva según el punto en que se sitúa el observador para ejecutar el trabajo, siendo conveniente rectificar cambiando de estación.

295.—**Trazado de las curvas de nivel.**—Conocidas las cotas de los vértices del canevás, de los puntos principales de nivelación y las de los perfiles que hayamos creído oportuno determinar, se marcan á ojo sobre éstos, los puntos de paso de las curvas y se unen entre sí los de igual cota, procurando dar á las líneas inflexiones en armonía con la configuración del terreno que los croquis nos indiquen.

Advertencia.—Para la mayor exactitud y rapidez de la ejecución de estos levantamientos, es muy conveniente, siempre que se pueda, adquirir un plano ó carta del país, hacer un croquis en la escala elegida, situando los puntos más importantes y característicos del terreno, y comprobar su situación con la que para los mismos puntos nos dé el levantamiento, rectificando su posición según juzguemos oportuno.

También acelera el trabajo el empleo del papel cuadriculado, por cuanto nos permite prescindir del compás y doble decímetro, y dibujando con esmero, puede obtenerse el plano en limpio de primera intención, sin necesidad de borrador.

Memorias

296.—Hemos dicho que el complemento de todo plano que tiene por objeto un reconocimiento militar, es la memoria descriptiva que debe acompañarle.

Su redacción debe cumplir tres condiciones: *claridad, concisión* y *exactitud*.

En general consta de dos partes esencialmente distintas; la descripción física del terreno y su descripción militar.

En la primera se consigna la posición geográfica, clima y aspecto general del terreno, se da á conocer la estructura y situación de las montañas y valles que comprende, los ríos que lo atraviesan, sus corrientes, vados, puentes, barrancos, etc. etc.; la importancia y condiciones de las carreteras, vías férreas y demás comunicaciones que lo surcan, deteniéndose muy especialmente en cuanto se refiere á los lugares habitados y recursos conque cuenta tanto en raciones como para alojamiento de hombres y ganado, medios de transporte y cuantas noticias estadísticas puedan convenir al jefe que haya ordenado el reconocimiento.

En la segunda se detallarán las condiciones tácticas del terreno, las alturas, crestas militares, posiciones ofensivas y defensivas, llaves y puntos de apoyo, medios de ponerlas en estado de defensa, el empleo más conveniente que puede hacerse de las vías de comunicación tanto para el avance como para la retirada, obstáculos que se opongan á estos movimientos y medios de salvarlos; número de fuerzas que puedan acampar ó acantonarse en los lugares habitados, su distribución, protección mutua que el terreno permita, colocación más conveniente de puestos avanzados ú obras de fortificación según el objetivo de las operaciones, y cuanto se crea conducente al mejor desempeño de la comisión que le ha sido confiada al oficial encargado del reconocimiento.

CAPÍTULO XXIX

ITINERARIOS

297.—Los reconocimientos que tienen por objeto la representación de un camino ó vía de comunicación, reciben, como ya hemos dicho, el nombre de *Itinerarios*.

Los instrumentos con que suelen ejecutarse son: la plancheta y alidada, la brújula y un goniómetro sencillo para la medida de los ángulos; la cadena para las distancias y el barómetro ó un eclímetro para la nivelación; pero las instrucciones redactadas recientemente por el Depósito de la Guerra para la ejecución de los trabajos topográficos, por lo que se refiere á la formación de los itinerarios militares oficiales, limita estos instrumentos á la brújula de caja, la cadena y el barómetro aneroide.

Dichas instrucciones previenen que el trabajo conste de cinco partes: 1.ª, el plano ó itinerario gráfico; 2.ª, la memoria general; 3.ª, los detalles ó itinerario descriptivo; 4.ª, la división de jornadas, y 5.ª, el cuadro estadístico.

Expondremos sucintamente cada una de ellas.

298.—1.ª **Itinerario gráfico** —Ha de ejecutarse en la escala de $\frac{1}{20.000}$ con una equidistancia de 20 metros entre las curvas de nivel.

El método que se sigue para el levantamiento es el de rodeo, sirviendo de base el camino, y á él se refieren los objetos principales de derecha é izquierda en una zona que varía según las circunstancias del terreno, teniendo por límite máximun dos kilómetros por cada lado, y por límite mínimun el alcance de las armas portátiles, bien contado desde el camino, bien desde los flancos, si la estructura del conjunto exige para la marcha de las tropas el empleo de flanqueos.

Su ejecución se reduce, por consiguiente, á tomar con la brújula el rumbo desde el punto de partida al primer cambio de dirección de la vía, medir esta distancia con la cadena, y sobre la marcha, ir

refiriendo y determinando por medio de intersecciones de visuales, ó por perpendiculares y su medida, los puntos principales de derecha é izquierda que hayan de figurar en el plano, como son: las alturas, bosques, edificios, pueblos y cursos de agua, al mismo tiempo que, con el barómetro y los tablas, se van hallando las cotas necesarias, trasladándose á las alturas inmediatas, si fuere preciso, bien para determinar estas cotas, bien para fijar puntos ocultos por aquéllas; verificando lo propio con los demás detalles que sea indispensable examinar de cerca para trasladarlos al dibujo, como son los pueblos importantes que no están sobre el camino.

Sobre éste se irán fijando de igual manera los puntos en que se verifica el cruce de otras vías ó cursos de agua, los puentes, alcantarillas, edificios y pueblos; las señales que marcan los kilómetros y las leguas, los cambios de pendiente, etc. Las respectivas distancias de todos estos puntos, se referirán siempre al de partida ú origen del itinerario.

Llegados al primer cambio de dirección, se tomará nueva rumbada al punto siguiente en que se verifique un nuevo cambio, y se mide y reconoce este trozo, ejecutando las mismas operaciones que en el primero, continuando así hasta terminar el trayecto.

Estos planos se dibujan en hojas sueltas de papel tela, cuyo recuadro mida 40 á 60 milímetros, situando el punto de partida sobre uno de sus lados menores, acomodando la dirección del itinerario á la mayor longitud del papel, de manera que puede seguirse con la vista del mismo modo que podría verificarse en la marcha. (fig. 181) (1).

Sobre el margen superior se escribirá «de tal á tal punto.» Sobre el de la izquierda se anotarán los kilómetros; sobre el de la derecha las leguas; contados unos y otras desde el primer punto de partida. La recta inclinada *A B*, indica la unión de esta hoja con la precedente.

Los pueblos importantes se determinarán sólo por su perímetro, indicando sus principales avenidas.

Los pueblos muy pequeños y los diseminados que estén sobre la

(1) Para la mayor inteligencia de cuanto venimos explicando, hemos creído oportuno presentar, como ejemplo, un trozo de itinerario de Soria á Calatayud en la escala de $\frac{1}{100.000}$.

vía, se indicarán por su croquis, pero los primeros, si se hallan fuera del camino, bastará representarlos por un círculo pequeño, empleando para todos, así como para los edificios aislados, el color carmín. A su lado se escribirán en cifras del mismo color, el número de sus vecinos. Los demás detalles se marcarán conforme á los signos dados á conocer en las láminas 9.ª y 10.ª.

299.—2.ª **Memoria en general.**—Cuanto sobre ésta pudiéramos decir, está expresado en el siguiente párrafo, que copiamos de las instrucciones del Depósito de la Guerra:

«77.—1.º—Por la *memoria general* ha de formarse desde luego idea del objeto é importancia de la comunicación, y sólo deberá dar á conocer aquellas circunstancias que principalmente puedan influir en la elección de la ruta ó disposición de la marcha de las tropas, puesto que la de detalles la describirá minuciosamente. Los puntos principales que se enlazan, las líneas de comunicación más importantes que parten de la que se describe, los puntos de paso peligroso para las tropas por su difícil flanqueo, así como el medio de evitar el peligro, la clase y estado del camino, los distritos y provincias que atraviese, los ríos, cordilleras, desfiladeros ú otros accidentes topográficos *notables*, serán objeto de esta *memoria*. Se indicarán también en élla lo suficiente para poder apreciarlos en conjunto, los recursos que ofrezca el país que se recorre, con las consideraciones que se desprendan para el alojamiento y división de tránsitos, *evitando repetir* aquellas particularidades que la misma descripción general enseñará á buscar en el *itinerario en relación* ó *descriptivo*.»

300.—3.ª **Memoria de detalles ó itinerario descriptivo.**—Esta es la de mayor importancia é interés de todo el trabajo y debe sujetarse al siguiente modelo en mayores dimensiones.

PUEBLOS	DISTANCIAS		PUNTOS NOTABLES DEL TRÁNSITO	DISTANCIAS EN METROS DE			OBSERVACIONES
	A los pueblos cabeza de sección	De la cabeza á los puntos notables.		*Subida..*	*Bajada..*	*Llanura.*	
	Kils. Ms.	*Kils. Ms.*					

La primera columna «Pueblos» contendrá el nombre de todos los que abrace el reconocimiento, ya se hallen sobre el camino ó fuera de él, indicando éstos en la casilla de observaciones. También contendrá los que se hallan fuera de la zona y que por su importancia merezcan mencionarse. La segunda columna marcará las distancias en kilómetros y metros de los pueblos y puntos notables del tránsito, según indican los encabezamientos de su encasillado. En la tercera «puntos notables del tránsito,» se expresarán cuantos se vayan encontrando que merezcan relacionarse, como el cruce de caminos y curso de aguas, alcantarillas, puentes, cultivos y demás que hemos indicado anteriormente, procurando expresarlos con laconismo y claridad. En la cuarta se anotarán, según corresponda, la distancia en metros entre cada dos puntos de los reseñados en la precedente. Y por último, en la de «observaciones» se pondrá de manifiesto cuanto se desprenda del reconocimiento en unión de los detalles, especificando las particularidades de cada punto y muy especialmente el número de vecinos y recursos de todas clases con que cuentan los pueblos y caseríos para alojamientos, raciones, trasporte, etc. etc.

301.—4.ª **División de jornadas.**—Se determinarán para *marchas ordinarias*, á razón de seis ó siete horas, y para *forzadas*, á razón de diez arreglándose á los modelos siguientes:

División de jornadas en marchas ordinarias

PUEBLOS	Núm. de vecinos	DISTANCIA ENTRE LOS PUEBLOS		PUNTOS DE ETAPA			OBSERVACIONES
				Su numeración...	JORNADAS EN		
		Kils.	*Ms.*		*Kils.*	*Ms.*	

Marchas forzadas

PUNTOS DE ETAPA	JORNADAS EN		OBSERVACIONES
	Kilómetros	*Metros*	

Del itinerario descriptivo se sacarán los datos de estos encasillados, debiendo, en las observaciones, expresar el camino que deberá seguirse para marchar á algún pueblo que se halle separado del general que se siga en la jornada, así como también los puntos en que sea necesario el flanqueo y manera de llevar éste.

5.ª Estadística.—Esta se formará llenando el modelo que se acompaña al final de este libro.

LEVANTAMIENTOS IRREGULARES

CAPÍTULO XXX

LEVANTAMIENTOS Á OJO SIN INSTRUMENTOS

302.—Estos levantamientos sólo dan por resultado croquis más ó menos exactos, según el tiempo de que se dispone y la habilidad del operador que necesita práctica en los trabajos topográficos para desempeñar con éxito su comisión.

El procedimiento que conviene seguir es el siguiente:

303.—**Triangulación.**—Se coloca el observador en una altura desde donde pueda dominar el todo ó parte de la extensión que se trata de dibujar, que ha ser posible, convendrá esté situada en el centro del terreno. Desde allí tratará lo primero de fijar en el papel las alturas que descubra, calculando á ojo no solamente las distancias que las separan del punto de estación, sino también la distancia de unas á otras y posición relativa entre ellas, haciendo lo propio con los otros puntos importantes, como el cruce de caminos, lugares habitados, alguna ermita ó edificio aislado, etc.

Uniendo por rectas todos estos puntos así determinados, se habrá obtenido un canevás tanto más aproximado cuanto mayor sea la práctica del que lo ejecuta.

Hecho esto, se procede á fijar en primer lugar los cursos de agua y líneas divisorias ó de cumbrera, siendo más conveniente dibujar las que se encuentren en las estribaciones de su frente, que las que rodean al pie del punto de estación, dejando éstas para cuando nos traslademos á aquéllas. Después se dibujarán las vías de comunicación.

Un sombreado de trazos curvos hecho á ojo, nos pondrá de mani-

fiesto la estructura é inflexiones del terreno comprendido entre dos corrientes de agua.

Terminado este trabajo dando una vuelta de horizonte si fuese posible y necesario, se repetirá lo mismo en cada uno de los vértices de los triángulos, rectificando al mismo tiempo su posición y lo que se lleva ejecutado, si viésemos que no habíamos estado acertados en la representación del terreno, por efecto de la posición antes elegida ó por error de apreciación.

304.—Detalle.—Una vez representado el conjunto, se procederá á la determinación del detalle reconociendo el terreno según polígonos más ó menos extensos, limitados generalmente por caminos, senderos ó cursos de agua, y dibujando sobre la marcha los objetos situados á derecha é izquierda hasta completar el croquis.

305.—Nivelación.—La nivelación se reduce al trazado de algunas curvas, siguiendo las ondulaciones que marcan los trazos y supeditándolas á la dirección de los cursos de agua; teniendo especial cuidado en que no corten una misma corriente más que una sola vez, y que los entrantes vayan marcando perfectamente el curso de las aguas, sus vertientes y las cumbreras que éstas constituyen.

No es posible acotación alguna, por lo cual es necesario deducir el dominio de unas alturas sobre otras por las curvas superiores que las circunscriban, que han de representarse en mayor número cuanto más elevado esté el punto culminante ó cúspide. Si ésta terminara en una meseta, se cuidará de indicarla por la mayor extensión que encierre la curva á que correspondiera mayor cota.

306.—Del Dibujo.—La figura 182 nos dará una idea del cróquis ó borrador, que debe hacerse á tres lápices, y del trazado de las curvas de que acabamos de ocuparnos. Las alturas *A*, *B* y *C* y los pueblecillos *E* y *D* son los primeros que hemos fijado en el plano para vértices de los triángulos. Desde *A* hemos dibujado la parte visible del trozo de terreno *E B C D*, rectificando después desde *E* y *D*; y desde *B* hemos dibujado toda la parte de la altura *A* hasta el río que atraviesa el plano.

Aquí es aún de más utilidad que en los levantamientos expeditos, el tener una carta de la localidad y sacar un calco de los puntos más importantes que hayamos de tomar como vértices de la triangulación, cuya posición se rectificará, si fuera preciso, teniendo siempre la inmensa ventaja de conocer por la escala algunas distancias y ser por consiguiente más fácil obtener la posición relativa de los puntos.

307.—Réstanos sólo manifestar la necesidad de acostumbrarse á calcular á ojo las distancias, para lo cual deberá tenerse presente que para una misma varía la operación con el estado de la atmósfera, la estación, la mayor ó menor intensidad de la luz y posición del sol, y por tanto con la hora en que se hace la observación; demostrando la experiencia que los objetos aparecen más próximos después de una tempestad, en tiempo claro, ó cuando la tierra está cubierta de nieve; y más alejados en tiempo de nieblas ó lluvias; que los objetos observados dando frente al Sol aparecen más próximos que cuando éste se halla á la espalda.

Las únicas reglas que podemos dar son las siguientes.

Para una vista regular, se distinguen.

	Metros.
Las puertas y ventanas de un edificio á.....	400
Los hombres y caballerías á.....	2.200
El contorno de un caballo á.....	1.200
Los movimientos de un hombre á.....	800
La cabeza á.....	700
Los colores á.....	400
La separación de las piernas y prendas de armamento.	200
Las manos y facciones á.....	100

308.—Respecto á la apreciación de pendientes podemos advertir que cuanto más rápidas sean, aparecen más próximas de lo que están en realidad, y que toda pendiente observada de arriba á abajo parece mayor, y de abajo arriba menor que la verdadera.

En los reconocimientos militares debe tenerse en cuenta los siguientes límites de las pendientes accesibles á las diferentes armas.

A 60° $\left(\frac{7}{4}\right)$ inaccesible á hombres aislados.

A 45° $\left(\frac{1}{1}\right)$ accesibles á éstos pero inaccesibles á la tropa formada.

A 30° $\left(\frac{4}{7}\right)$ inaccesibles á los caballos.

A 14° $\left(\frac{1}{4}\right)$ inaccesibles á carros.

A 10° $\left(\frac{1}{6}\right)$ la artillería no puede maniobrar ni cargar la Caballería.

A 5° $\left(\frac{1}{12}\right)$ maniobran las tres armas con facilidad.

CAPÍTULO XXXI

LEVANTAMIENTOS POR NOTICIAS

309.—Los reconocimientos hechos por noticias ó referencias son aun mucho más difíciles, aunque no menos necesarios que los anteriores cuando se trata de representar un país del cual no existen buenos mapas.

La manera de llevarlos á cabo consiste en consultar con las personas de la localidad que por su profesión ú oficio tengan más motivo de conocerla, cuidando por supuesto de no fiarse de los datos que proporcionan antes de comprobarlos con un examen comparativo.

Del interrogatorio que separadamente se haga á estas personas, se deducirá, aproximadamente, la situación relativa de los puntos principales y la distancia que los separa, para colocarlos en el croquis orientado con relación á los cuatro puntos cardinales. En seguida, se sitúan por igual sistema los cursos de agua y los caminos, con lo cual habremos obtenido un dibujo en esqueleto de la localidad, que hará las veces de red ó canevás y servirá para relacionar con él los demás puntos importantes.

Hecho esto, se continuará preguntando con claridad y orden para averiguar los pueblos, aldeas, caseríos, bosques, alturas etc. enclavados en la zona que desea conocerse, y las distancias de cada uno de ellos á tres de los puntos que tenemos ya determinados en el papel; haciendo centro en éstos y con una abertura de compás igual á las respectivas distancias reducidas á escala, se describirán arcos de círculo cuya intersección determinará la posición de aquéllos y aun su comprobación, continuando así el relleno tanto como sea necesario.

310.—Para la construcción de estos croquis conviene adoptar una escala arbitraria cuya unidad represente una legua ú hora de marcha, y sus divisiones, cuartos de legua.

Estos croquis podrán irse rectificando, perfeccionando y ampliando á medida que se avance en el territorio y á la par que se vaya re-

corriendo, con lo cual alcanzarán suma utilidad para las operaciones ulteriores.

También será muy importante adquirir datos estadísticos sobre los recursos y número de habitantes conque cuenten los lugares habitados, datos que se anotarán al margen del dibujo con las demás advertencias que se juzguen necesarias.

PROBLEMAS

CAPÍTULO XXXII

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS QUE SUELEN PRESENTARSE EN LOS TRABAJOS TOPOGRÁFICOS

Perpendiculares

311.—Problema 1.º—Por un punto de una alineación determinar otra que le sea perpendicular.

Con la escuadra de agrimensor.—Se sitúa el instrumento en el punto dado *M* (fig. 183) de manera que las visuales *o B* y *o' A* dirigidas por las pínulas de los extremos de un mismo diámetro, sean prolongación una de otra, lo que se verifica cuando sucesivamente se vean los dos puntos sin mover el instrumento. Después se dirige la visual *M N* perpendicular á la anterior y se procede á jalonar esta visual para determinarla sobre el terreno.

312.—Si la perpendicular debiera pasar por uno de los extremos *A* por ejemplo, se situará la escuadra en ésta, dirigiendo una visual á *B*, procediendo en lo demás como en el caso anterior.

313.—Con la pantómetra ú otro goniómetro.—Después de fijar el cero del nonius coincidiendo con los 90° quedan convertidos estos instrumentos en el anterior y se opera del mismo modo.

314.—Con la plancheta y alidada.—Se empieza por construir gráficamente en el papel la perpendicular á la traza de la alineación dada, después se declina la plancheta en *M* sobre *M B* y colocando la alidada sobre dicha perpendicular se jalonará la visual que determine.

315.—Con la brújula.—Aquí tendremos que distingir dos casos según se desee la dirección *M P* ó su prolongación *M P'* (fig. 184),

lo que para mejor inteligencia se expresará diciendo *perpendicular á la derecha ó á la izquierda* con relación al extremo observado.

1.er **Caso.—Perpendicular á la derecha.**—Si el punto observado está en B, la visual $M\,B$ nos dará el acimut α y la dirección $M\,P'$ quedará determinada tomando el acimut $90^\circ + \alpha$ y jalonando (1).

Si el extremo estuviera en A cuyo acimut es α', la perpendicular á la derecha, que en este caso sería la $M\,P$, quedaría determinada midiendo el acimut $\alpha' + 90^\circ$.

Al efectuar esta suma puede ocurrir, si el punto estuviese por ejemplo en A', que el resultado fuese mayor que 360° puesto que $\alpha' > 270^\circ$, en cuyo caso se comprende que el acimut de la perpendicular es el exceso de la suma sobre 360°, que es lo mismo que restar sólo 270°; luego para simplificar, cuando el acimut leído sea mayor que 270° se le restarán tres cuadrantes para obtener el acimut de la perpendicular.

2.° **Caso.—Perpendicular á la izquierda.**—Si el punto observado estuviera en A (fig. 185), al acimut α habría que restarle 90°, pero si estuviese en B, cuyo acimut es $\alpha' < 90^\circ$, al restarle esta cantidad nos daría un resultado negativo $\triangle$ que nos indicaría que el acimut de la perpendicular había que tomarlo al otro lado de la meridiana, ó lo que es lo mismo, estaría representado por $360^\circ - \triangle = 360^\circ + \alpha' - 90^\circ = 270^\circ + \alpha'$; luego hemos añadido 360° y restado 90°, por consiguiente, para simplificar, cuando la resta no sea posible se suman tres cuadrantes.

Regla general.—*Para levantar con la brújula una perpendicular por la derecha á una dirección determinada, se halla el acimut de ésta y se le añaden 90° ó se le restan 270°, según sea aquél menor ó mayor que esta cantidad, y el resultado será el acimut de la perpendicular.*

Para levantar con la brújula una perpendicular por la izquierda de una dirección determinada, se halla el acimut de ésta y restándole 90° ó sumándole 270°, según que aquel sea menor ó mayor que esta cantidad, el resultado será el acimut de la perpendicular (2).

316.—Problema 2.°—Por un punto cualquiera que no pertenece á una alineación, trazar una perpendicular á ésta.

---

(1) Se supone que en la brújula que se emplea, la graduación crece del Norte hacia el Oeste.

(2) Si la graduación de la brújula empleada creciese del Norte hacia el Este, lo dicho para la perpendicular á la derecha se aplicaría á la de la izquierda y viceversa.

Con la escuadra de agrimensor.—Sea la alineación *A B* y *N* el punto dado (fig. 183). Por tanteos buscaremos el pie *M* de esta perpendicular corriéndonos sobre la alineación hacia *A* ó *B* hasta distinguir ésta por unas pínulas y el punto *N* por las otras, quedando este problema reducido al anterior.

317.—**Con los goniómetros.**—Obraremos como con la escuadra una vez dispuestos como dejamos consignado (313).

318.—**Con la plancheta y alidada.**—Se traza en el papel la perpendicular *m n* (fig. 186), según sabemos por la geometría, se mide *a m* ó *m b* y por medio de la escala calculamos *A M* ó *M B* determinando así el punto *M* del terreno, quedando el resto reducido á lo dicho en el primer problema.

319.—**Con la brújula.**—Colocados sobre un punto cualquiera de la alineación *A B*, se mide su acimut y se calcula como en el problema anterior, cuál es el que corresponde á la perpendicular según que el punto dado esté en *P* (fig. 187) á la izquierda de *A B*, ó en *P'* á su derecha; determinando este acimut desde dichos puntos, según el caso, quedará resuelta la cuestión.

Paralelas

320.—**Problema 3.º—Por un punto dado trazar una paralela á una alineación determinada.**

Con la escuadra ó goniómetros.—Sea *A B* la alineación y *N* el punto dado (fig. 183). Se determina primeramente la perpendicular *M N* como acabamos de explicar y desde *N* otra *A' B'* á dicha *M N* que será la que resuelva el problema.

321.—**Con la plancheta y alidada.**—Situados con la plancheta en el punto dado *P* (fig. 188) se coloca la alidada sobre la traza *a b* de la alineación determinada, se dirige una visual á un punto lejano *L*, y sin mover la plancheta se hace pasar la alidada por el punto *p* proyección del *P* del terreno y por el *L*, cuya visual *P L* jalonada resuelve el problema con bastante aproximación, siempre que el punto *L* se halle á más de 300 metros de distancia.

322.—**Con la brújula.**—Se mide el acimut α (fig. 187) de la alineación conocida. Se traslada el observador al punto dado desde donde determina un acimut igual cuya visual hará jalonar, y es evidente que esta nueva alineación será paralela á la propuesta puesto que ambas forman con la meridiana ángulos correspondientes iguales al acimut hallado.

Alineaciones

323.—Problema 4.°—Prolongar una alineación más allá de un obstáculo.

Sea AB (fig. 189) la alineación cuya prolongación deseamos más allá del obstáculo o. Se levanta en B la perpendicular BB' cuya longitud mediremos; en B' la $B'C'$ que rebase el obstáculo, en C' la $C'C = BB'$, y por último en C la CD que será la prolongación que se desea.

324.—Sino pudiera rodearse el obstáculo o, como representa la figura 190, para prolongar la alineación AB se procederá como sigue:

Se traza una alineación arbitraria MN que corte á la propuesta, y desde los extremos A y B se bajan las perpendiculares AM y BP y la BF á la AM. Por construcción los triángulos rectángulos ABF y ACM son semejantes y nos darán,

$$\frac{AF}{FB} = \frac{AM}{MC} \text{ de donde, } MC = \frac{AM \times FB}{AF}$$

conocemos pues MC con sólo medir las longitudes expresadas en el segundo miembro, y por consiguiente, tendremos conocido el punto C de la prolongación de AB.

Para hallar otro punto de ésta bastará que tomemos CN igual á BF ó á $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ etc. de BF y que por N levantaremos la perpendicular ND igual á FA ó á $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ etc. de FA; uniendo C con D tendremos la prolongación que se desea por cuanto los triángulos ABF y CND son por construcción iguales ó semejantes y, por tanto, el último lo será con AMC y el ángulo $ACM = NCD$ y tendrá que ser DC prolongación de CA.

Distancias inaccesibles

325.—Problema 5.°—Medir la distancia entre dos puntos siendo uno de estos inaccesible.

1.° Supongamos que deseamos medir la anchura AB de un río (fig. 191) desde la orilla B.

Determinaremos la perpendicular BP á la AB y la PA' á la BP, fijaremos un jalón en el punto medio M y marcharemos sobre

$P A'$ hasta A' en que veremos que el jalón en M cubre al punto A, con lo cual habremos construido dos triángulos iguales $A B M$ y $M P A'$ que nos darán $A B = P A'$, luego midiendo esta última habremos resuelto el problema.

Si hubiéramos tomado $M m = \frac{1}{2} B M$, $m n$ sería $\frac{1}{2}$ de $A B$, luego duplicando su valor tendríamos el buscado.

Lo mismo resultaría tomando un $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ etc. de $B M$ y multiplicando luego por 3, por 4 etc.

2.° Por medio del triángulo $A B M$ puede resolverse también este problema, pues bastaría medir el lado $B M$ y el ángulo $A M B$ y con arreglo á escala, valiéndose del trasportador, construir sobre el papel un triángulo semejante $a b m$ en el cual llevando sobre la escala el lado $a b$ obtendríamos la longitud $A B$ que se buscaba.

Si la $B M$ no pudiese trazarse perpendicular á la $A B$, podríamos medir el ángulo en B, y construir de igual manera el triángulo $a b m$.

326.—Problema 6.°—Hallar la distancia entre dos puntos entre los cuales hay un obstáculo.

Se seguirá el procedimiento explicado en el problema 4.° midiendo después $A B$, $B' C'$ y $C D$.

327.—Problema 7.°—Hallar una longitud inaccesible en toda su extensión.

1.° Sea $A B$ (fig. 192) la distancia que se desea calcular. Tracemos una alineación arbitraria $L L'$ y desde los extremos A y B bajemos las perpendiculares $A P$ y $B Q$; clavemos un jalón en un punto M de $P Q$ y operemos como si se tratara de averiguar las longitudes $A P$ y $B Q$ (problema 5.°) tomando $M P' = \frac{1}{2} M P$ y $M Q' = \frac{1}{2} M Q$ que nos dará $M A' = \frac{1}{2} M A$ y $M B' = \frac{1}{2} M B$, y como los ángulos $A M B$ y $A' M B'$ son iguales pero opuestos por el vértice, resultará que los triángulos $M A B$ y $M A' B'$ serán semejantes y por consiguiente $B' A' = \frac{1}{2} A B$; luego tomando el doble de $A' B'$ habremos obtenido la longitud de $A B$.

2.° Puede también operarse por un procedimiento análogo á la segunda resolución del problema anterior.

Con efecto, después de tomar la alineación arbitraria $L L'$ (figura 193), situados en L mediríanos los ángulos α y β y desde L' los

α' y β'. Con estos datos y la longitud $L\,L'$ reducida á escala, podremos construir en el papel los triángulos $a\,l\,l'$ y $b\,l\,l'$ semejantes á los $A\,L\,L'$ y $B\,L\,L'$, la recta que una los vértices a y b llevada sobre la escala, nos dará la longitud en el terreno de la $A\,B$.

Medición de alturas

328.—Problema 8.°—Medir la altura de una torre ó edificio cualquiera colocado en terreno horizontal y á cuyo pie podamos aproximarnos.

Sea $A\,B$ esta altura (fig. 194), nos colocaremos en un punto N cuya distancia $N\,M$ al pie de la torre podremos medir, á la que añadiremos la $M\,B$ de la mitad de la fachada y con un eclímetro ú otro instrumento hallaremos el ángulo α que la visual $o\,A$ forman con la horizontal $o\,H$, teniendo los elementos necesarios para construir en el papel el triángulo $o\,H\,A$ y por él calcular $A\,H$ que sumado á $H\,B$ igual á la altura del instrumento, nos darán la altura $A\,B$ que se buscaba.

329.—Problema 9.°—El mismo problema 8.° en el caso de no ser accesible el pie de la altura que deseamos conocer.

Sea $A\,B$ esta altura (fig. 195). Desde un punto M mediremos el angulo α y tomando sobre la alineación $M\,B$ otro punto N, cuya distancia $M\,N$ al primero conoceremos, nos trasladaremos á él y mediremos el angulo β cuyo suplemento $180° - \beta$ tomaremos para con arreglo á escala, construir el triángulo $a\,o\,o'$ semejante al $A\,o\,o'$ en el cual prolongaremos el lado $o\,o'$ y le bajaremos la perpendicular $a\,b$ que llevada sobre la escala nos dará el valor de $A\,B$.

330.—Problema 10.°—Calcular la altura de una montaña.

Sea $A\,B$ esta altura (fig. 196). Desde los puntos M y N elegidos en su pié, se miden los ángulos $A\,o\,o'$ y $A\,o'\,o$ reducidos al horizonte y que representaremos por α y α', mediremos la distancia horizontal $M\,N$ y tendremos los elementos necesarios para construir el triángulo $B\,o\,o'$ y conocer en él el lado $N\,B$, por ejemplo. Midiendo después el angulo $A\,o'\,B$ que forma la visual $o'\,A$ con la horizontal $o'\,B$, podremos construir el triángulo rectángulo $A\,o'\,B$ y conocer por consiguiente, la longitud $A\,B$.

CAPÍTULO XXXIII

—

COPIA Y REDUCCIÓN DE PLANOS

331.—Entre los diferentes medios que se emplean para la copia de los planos topográficos, indicaremos los tres más usuales y que dan bastante exactitud.

332.—**Sistema de calcar.**—Sobre el plano que se trata de reproducir, se coloca una hoja de *papel vegetal*, conocido también por el nombre de *papel de calcar*, cuya trasparencia permite distinguir con bastante claridad los detalles del dibujo; bien extendido, se fija ó se pega con goma, á fin de que no tenga movimiento alguno, y se procede á pasar un lapiz fino sobre las líneas del plano que veamos por trasparencia.

Hecho esto, con un disfumino ó muñequilla de tela, se extiende polvo de lapiz ó carboncillo por el revés del calco, y colocado de nuevo sobre una hoja de papel en blanco, se procede á marcar el dibujo en dicha hoja, pasando un punzón ó lápiz duro por todas las líneas, no restando que hacer más que separar el calco y dibujar en limpio las trazas obtenidas en esta segunda operación.

En vez de este procedimiento, hoy suele emplearse más frecuentemente el papel llamado *polígrafo*, interponiéndolo entre el calco ó el dibujo, y el papel blanco en que desea obtenerse su reproducción. Este papel polígrafo suele ser negro, azul ó encarnado, y está impregnado de una sustancia, que por la presión del punzón queda adherida al papel en que se desea el dibujo.

Este método, como se ve, exige dibujar tres veces cada línea, y sobre ser bastante pesado, tiene el inconveniente de que una pequeña alteración en la posición relativa de ellas, repetida tres veces, puede llegar á deformar visiblemente el plano.

Sin embargo de estos defectos, este sistema es el que se usa casi exclusivamente cuando el trabajo no requiere una gran perfección.

333.—**Sistema de picado con agujas.**—Para emplear este método, se coloca el plano encima del papel á que se ha de trasladar, y fijos

ambos por el procedimiento explicado, se procede á determinar las diferentes líneas del dibujo, clavando una aguja muy fina (como las que generalmente tienen los mangos de los tiralíneas), en los extremos de las rectas y en suficiente número de puntos de las curvas para que determinen bien sus inflexiones.

Hecho esto, se separa el plano y se dibujan desde luego en limpio todas las líneas, haciéndolas pasar por las picaduras que las determina en el papel, teniendo sumo cuidado en no confundirlas, para lo que es indispensable tener á la vista el original.

Este método se emplea con ventaja, cuando hay que sacar más de una copia, pues se pueden picar á un tiempo hasta tres hojas de papel, no muy grueso, pero tiene el inconveniente de estropear el original.

334.—**Sistema de cuadrículas.**—Por medio de un doble decímetro ó compás, se marcan divisiones iguales en los lados del recuadro del plano, por los que se trazan paralelas á aquéllos, quedando así dividido el dibujo por medio de un cuadriculado.

En la hoja en blanco á que se ha de trasladar el dibujo, se traza otro cuadriculado exactamente igual, procediéndose después á dibujar á ojo ó con las medidas necesarias, las partes del plano comprendidas en cada cuadrado, en su homólogo de papel en blanco, quedando así en conjunto ejecutada la copia.

Si las dimensiones de los cuadrados ó los detalles encerrados en alguno de ellos, hiciese necesario subdividirlos, podrán trazarse sus diagonales y copiar la parte circunscrita en cada triángulo así formado.

Este método, es mucho más exacto que los anteriores, pero requiere más práctica en el dibujo y no es muy rápido en la ejecución.

Cuando no se quiere estropear el original, se coloca encima un cristal en que se ha trazado la cuadrícula, ó bien un marco al que se hallan fijos unos hilos que la forman.

Reducción

335.—Dos son los procedimientos usados para estos trabajos, el de cuadrículas y valiéndose de instrumentos apropiados al efecto.

Por medio de cuadrículas.—Se emplea el procedimiento que acabamos de explicar, pero en vez de ser los cuadrados iguales en el plano y en el papel en que se ha de dibujar, los de éste estarán en

relación con la escala en que se haya de reducir, para lo cual se empieza por construir el recuadro ó margen cuyos lados estarán con sus homólogos del original en razón inversa de los denominadores de las escalas respectivas. Así, por ejemplo, si la escala del plano es $\frac{1}{5.000}$ y se le quiere *reducir* á la de $\frac{1}{10.000}$ los lados homólogos del recuadro del modelo y los de la reducción estarán en la relación $\frac{5.000}{10.000} = \frac{1}{2}$, lo que nos dice que un lado del recuadro de la copia ha de ser la mitad del de su homólogo en el original.

Si se tratase de *ampliarlo* á $\frac{1}{2.500}$, la relación entre los lados sería $\frac{5.000}{2.500} = \frac{2}{1}$, ó lo que es lo mismo, que el lado de la copia debe ser doble del de su homólogo en el modelo.

Construídas las cuadrículas respectivas, se procede á la copia reducida ó ampliada en cada cuadro, de los detalles comprendidos en su homólogo del plano, debiendo advertirse, que todas las medidas que se toman se han de trasladar reducidas á ampliadas en relación con las escalas, pudiendo valerse para ello de los llamados *compases de reducción* que, como indica la figura 197, están formados por dos piezas $A\ A'$ y $B\ B'$ unidas entre sí por el eje E que puede moverse á lo largo de las ranuras $r\ r'$ y $s\ s'$ en que se aloja, y fijarse en el punto que se desee por medio del tornillo de presión T. Una de las piezas lleva una graduación que marca dónde ha de fijarse la señal marcada en el eje para que la línea $A'\ B'$, comprendida entre las puntas más cortas, sea $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, etc., de la $A\ B$.

Se funda este instrumento en que los triángulos isósceles $E\ A\ B$ y $E\ A'\ B'$ son siempre semejantes y, por consiguiente, sus lados homólogos serán proporcionales. Así, si $E\ A' = \frac{1}{2}\ E\ A$ tendrá que ser $B'\ A' = \frac{1}{2}\ B\ A$.

336.—Cuando no se disponga de un compás de esta clase, puede improvisarse construyendo el llamado ángulo de reducción, en la forma siguiente:

Por el punto en que está el cero de la escala del plano (fig. 198),

se traza una recta $A\,M$ que forme con ella un ángulo cualquiera y cuya longitud represente la de la escala en la otra dada para la ampliación ó reducción; se unen los extremos M y B y por todos los puntos de división de la escala, se trazan paralelas á $M\,B$, quedando así construida la correspondiente al dibujo que se ha de ejecutar.

Su empleo es bien sencillo, pues conocida en el plano una longitud cualquiera, de 250 metros por ejemplo, se toma con un compás y sobre $M\,M'$ la magnitud comprendida entre el número 50 y el 200 y se lleva sobre la línea homóloga de la copia.

337.—**Por medio de instrumentos.**—Varios son los construidos para la reproducción de planos en la misma escala ó en otra mayor ó menor, y como todos tienen una aplicación análoga y se fundan en análogos principios, nos concretaremos á dar á conocer el *pantógrafo decimal* que es el que suele emplearse con más frecuencia.

Se compone (fig. 199) de cuatro reglas $A\,B$, $B\,C$, $C\,D$ y $D\,A$ de un metro de longitud, unidas en sus extremos por charnelas que permiten al conjunto formar siempre un rombo de ángulos variables. Una quinta regla $M\,N$ de igual longitud, puede correr á lo largo de las $A\,D$ y $B\,C$ permaneciendo en todas las posiciones paralela á las $A\,B$ y $C\,D$.

Esta regla móvil, así como las en que se apoya, están divididas en decímetros, centímetros y milímetros numerados, como indica la figura.

Fijo é invariable el punto A, si á un punzón ó calcador situado en C se le hace recorrer una línea del plano, un lápiz situado en L irá dibujando una figura semejante que estará con la del plano en la misma relación que las longitudes $A\,L$ y $A\,C$, y si ésta es la que debe existir entre las dos escalas del original y la copia, habremos obtenido una reducción de aquél en las condiciones deseadas.

Veamos cómo el instrumento puede resolvernos la cuestión.

En efecto, los triángulos $A\,M\,L$ y $A\,D\,C$ nos dan la proporción $\frac{A\,L}{A\,C} = \frac{A\,M}{A\,D} = \frac{M\,L}{M\,N}$; de manera que cuando $\frac{A\,L}{A\,C} = \frac{m}{n}$ siendo $\frac{m}{n}$ la relación que guardan entre sí las dos escalas, tendremos que $\frac{A\,M}{A\,D} = \frac{M\,L}{M\,N} = \frac{m}{n}$ y si tomamos $n = 1^{m}$ resultará $A\,D = M\,N = n = 1^{m}$ y por consiguiente $A\,M = M\,L = m$; lo que

nos dice que para obtener el resultado apetecido se deberá colocar la regla *M N* en la división de las reglas *A D* y *B C* que correspondan al valor de *m*, y fijarse el lápiz en la misma graduación sobre la *M N*.

Por ejemplo; si la relación entre los planos debiera ser $\frac{1}{3}$ =0'333 milímetros, se fijará la regla y el lápiz en las divisiones que marcan esta longitud en las reglas.

Para mayor precisión, llevan un nonius las cajas de los extremos de la *M N* por las que van introducidas las *A D* y *B C*, y otro nonius la caja en que se mueve el lápiz. Un tornillo de presión las impide moverse después de hecha la coincidencia.

El vértice *A* está provisto de un peso con púas para sujetarlo en el punto que se desee, y los otros tres vértices van provistos por la parte inferior de unas ruedas que facilitan sus movimientos.

338.—Si en vez de desearse una reducción del plano se quisiera obtener una ampliación, bastaría cambiar el calcador al sitio del lápiz y viceversa.

339.—Tanto en las reducciones como en las ampliaciones, debe tenerse presente que variando la equidistancia gráfica de las curvas con la escala, no deberán calcarse todas en las primeras, é intercalarse otras en las segundas, según convenga.

TABLAS

Tabla número 1

Para el cálculo de las diferencias de nivel, medidos Δ ó α en grados sexagesimales

ANTECEDENTES Δ Y K

∠ ∧ 90° cot. +	Inclinación al horizonte	Valores de $d\,N$ para $K = 1^m,00$	∠ ∨ 90° cot. −	∠ ∧ 90° cot. +	Inclinación al horizonte	Valores de $d\,N$ para $K = 1^m,00$	∠ ∨ 90° cot. −
90° 00′	0° 00′	0m 00000	90° 00′	87° 45′	3° 15′	0m 05678	93° 15′
55	05	0 00145	05	40	20	0 05824	20
50	10	0 00290	10	35	25	0 05970	25
45	15	0 00436	15	30	30	0 06116	30
40	20	0 00581	20	25	35	0 06262	35
35	25	0 00726	25	20	40	0 06408	40
30	30	0 00872	30	15	45	0 06554	45
25	35	0 01017	35	10	50	0 06700	50
20	40	0 01162	40	05	55	0 06846	55
15	45	0 01308	45	86° 00′	4° 00′	0 06992	94° 00′
10	50	0 01453	50	55	05	0 07138	05
05	55	0 01599	55	50	10	0 07284	10
89° 00′	1° 00′	0 01745	91° 00′	45	15	0 07431	15
55	05	0 01890	05	40	20	0 07577	20
50	10	0 02035	10	35	25	0 07723	25
45	15	0 02181	15	30	30	0 07870	30
40	20	0 02326	20	25	35	0 08016	35
35	25	0 02472	25	20	40	0 08162	40
30	30	0 02618	30	15	45	0 08309	45
25	35	0 02763	35	10	50	0 08455	50
20	40	0 02909	40	05	55	0 08601	55
15	45	0 03054	45	85° 00′	5° 00′	0 08748	95° 00′
10	50	0 03199	50	55	05	0 08894	05
05	55	0 03345	55	50	10	0 09041	10
88° 00′	2° 00′	0 03492	92° 00′	45	15	0 09188	15
55	05	0 03637	05	40	20	0 09335	20
50	10	0 03783	10	35	25	0 09482	25
45	15	0 03929	15	30	30	0 09629	30
40	20	0 04074	20	25	35	0 09775	35
35	25	0 04220	25	20	40	0 09922	40
30	30	0 04366	30	15	45	0 10069	45
25	35	0 04511	35	10	50	0 10216	50
20	40	0 04657	40	05	55	0 10363	55
15	45	0 04803	45	84° 00′	6° 00′	0 10510	96° 00′
10	50	0 04948	50	55	05	0 10657	05
05	55	0 05094	55	50	10	0 10804	10
87° 00′	3° 00′	0 05240	93° 00′	45	15	0 10952	15
55	05	0 05386	05	40	20	0 11099	20
50	10	0 05532	10	35	25	0 11246	25

∆ ∧ 90° cot. +	Inclinación al horizonte	Valores de $d\,N$ para $K = 1^m,00$	∆ ∨ 90° cot. −	∆ ∧ 90° cot. +	Inclinación al horizonte	Valores de $d\,N$ para $K = 1^m,00$	∆ ∨ 90° cot. −
84° 30′	6° 30′	0m11394	96° 30′	80° 30′	10° 30′	0m18535	100° 30′
25	35	0 11541	35	25	35	0 18683	35
20	40	0 11688	40	20	40	0 18835	40
15	45	0 11836	45	15	45	0 18986	45
10	50	0 11983	50	10	50	0 19136	50
05	55	0 12130	55	05	55	0 19287	55
83° 00′	7° 00′	0 12279	97° 00′	79° 00′	11° 00′	0 19438	101° 00′
55	05	0 12426	05	55	05	0 19589	05
50	10	0 12574	10	50	10	0 19740	10
45	15	0 12722	15	45	15	0 19892	15
40	20	0 12869	20	40	20	0 20043	20
35	25	0 13017	25	35	25	0 20195	25
30	30	0 13166	30	30	30	0 20347	30
25	35	0 13314	35	25	35	0 20498	35
20	40	0 13462	40	20	40	0 20649	40
15	45	0 13610	45	15	45	0 20701	45
10	50	0 13758	50	10	50	0 20852	50
05	55	0 13906	55	05	55	0 21004	55
82° 00′	8° 00′	0 14054	98° 00′	78° 00′	12° 00′	0 21255	102° 00′
55	05	0 14202	05	55	05	0 21408	05
50	10	0 14351	10	50	10	0 21560	10
45	15	0 14500	15	45	15	0 21713	15
40	20	0 14648	20	40	20	0 21865	20
35	25	0 14797	25	35	25	0 22018	25
30	30	0 14946	30	30	30	0 22171	30
25	35	0 15094	35	25	35	0 22423	35
20	40	0 15243	40	20	40	0 22576	40
15	45	0 15392	45	15	45	0 22629	45
10	50	0 15540	50	10	50	0 22781	50
05	55	0 15689	55	05	55	0 22934	55
81° 00′	9° 00′	0 15838	99° 00′	77° 00′	13° 00′	0 23087	103° 00′
55	05	0 15987	05	55	05	0 23240	05
50	10	0 16136	10	50	10	0 23394	10
45	15	0 16286	15	45	15	0 23548	15
40	20	0 16435	20	40	20	0 23702	20
35	25	0 16585	25	35	25	0 23856	25
30	30	0 16735	30	30	30	0 24010	30
25	35	0 16884	35	25	35	0 24163	35
20	40	0 17034	40	20	40	0 24317	40
15	45	0 17184	45	15	45	0 24471	45
10	50	0 17333	50	10	50	0 24625	50
05	55	0 17483	55	05	55	0 24779	55
80° 00′	10° 00′	0 17633	100° 00′	76° 00′	14° 00′	0 24933	104° 00
55	05	0 17783	05	55	05	0 25088	05
50	10	0 17933	10	50	10	0 25243	10
45	15	0 18084	15	45	15	0 25398	15
40	20	0 18234	20	40	20	0 25553	20
35	25	0 18384	25	35	25	0 25708	25

▷ ∧ 90° cot. +	Inclinación al horizonte	Valores de $d\,N$ para $K = 1^m,00$	▷ ∨ 90° cot. −	▷ ∧ 90° cot. +	Inclinación al horizonte	Valores de $d\,N$ para $K = 1^m,00$	▷ ∨ 90° cot. −
75° 30′	14° 30′	0m25864	104° 30′	72° 45′	17° 15′	0m31052	107° 15′
25	35	0 26019	35	40	20	0 31212	20
20	40	0 26174	40	35	25	0 31372	25
15	45	0 26329	45	30	30	0 31532	30
10	50	0 26484	50	25	35	0 31692	35
05	55	0 26639	55	20	40	0 31852	40
75° 00′	15° 00′	0 26725	105° 00′	15	45	0 32012	45
55	05	0 26951	05	10	50	0 32172	50
50	10	0 27107	10	05	55	0 32332	55
45	15	0 27264	15	72° 00′	18° 00′	0 32492	108° 00′
40	20	0 27420	20	55	05	0 32653	05
35	25	0 27577	25	50	10	0 32815	10
30	30	0 27734	30	45	15	0 32977	15
25	35	0 27890	35	40	20	0 33138	20
20	40	0 28047	40	35	25	0 33300	25
15	45	0 28204	45	30	30	0 33462	30
10	50	0 28360	50	25	35	0 33623	35
05	55	0 28517	55	20	40	0 33785	40
74° 00′	16° 00′	0 28674	106° 00′	15	45	0 33947	45
55	05	0 28832	05	10	50	0 34109	50
50	10	0 28990	10	05	55	0 34271	55
45	15	0 29148	15	71° 00′	19° 00′	0 34433	109° 00′
40	20	0 29306	20	55	05	0 34596	05
35	25	0 29464	25	50	10	0 34760	10
30	30	0 29623	30	45	15	0 34924	15
25	35	0 29781	35	40	20	0 35087	20
20	40	0 29939	40	35	25	0 35251	25
15	45	0 30098	45	30	30	0 35415	30
10	50	0 30256	50	25	35	0 35578	35
05	55	0 30414	55	20	40	0 35742	40
73° 00′	17° 00′	0 30573	107° 00′	15	45	0 35906	45
55	05	0 30732	05	10	50	0 36069	50
50	10	0 30892	10	05	55	0 36233	55

Tabla número 2

Para el cálculo de las diferencias de Nivel, medidos Δ ó α en grados centesimales

ANTECEDENTES Δ Y *K*

∆ ∧ 100° cot. +	Inclinación al horizonte	BASES HORIZONTALES 1000 m	2000 m	3000 m	4000 m	5000 m	6000 m	7000 m	8000 m	9000 m	∆ ∨ 100° cot. −
		Diferencias de nivel									
grs. m.	grs. m.	m	m	m	m	m	m	m	m	m	grs. m.
100 00	0 00	0	0	0	0	0	0	0	0	0	100 00
95	05	1	2	2	3	4	5	6	6	7	05
90	10	2	3	5	6	8	9	11	13	14	10
85	15	2	5	7	9	12	14	17	19	21	15
99 80	0 20	3	6	9	13	16	19	22	25	28	100 20
75	25	4	8	12	16	20	24	28	31	35	25
70	30	5	9	14	19	24	28	33	37	40	30
65	35	6	11	17	22	28	33	39	44	50	35
99 60	0 40	6	12	19	25	31	38	44	50	57	100 40
55	45	7	14	21	28	35	42	50	57	64	45
50	50	8	16	24	32	40	47	55	63	71	50
45	55	9	17	26	35	43	52	61	69	78	55
99 40	0 60	9	19	28	38	47	57	66	75	85	100 60
35	65	10	21	31	41	51	61	71	82	92	65
30	70	11	22	33	44	55	66	77	88	99	70
25	75	12	24	35	47	59	71	83	94	106	75
99 20	0 80	13	25	38	50	63	76	88	101	113	100 80
15	85	13	27	40	53	67	80	93	107	120	85
10	90	14	28	42	57	71	85	99	113	127	90
05	95	15	30	45	60	75	90	104	119	134	95
99 00	1 00	16	31	47	63	79	94	110	126	141	101 00
95	05	17	33	50	66	83	99	116	132	149	05
90	10	18	35	52	70	87	104	121	139	156	10
85	15	18	36	54	73	91	109	127	145	163	15
98 80	1 20	19	38	57	76	95	113	132	151	170	101 20
75	25	20	39	59	79	97	118	138	157	177	25
70	30	21	41	61	82	102	123	143	163	184	30
65	35	21	43	64	85	106	127	149	170	191	35
98 60	1 40	22	44	66	88	110	132	154	176	198	101 40
55	45	23	46	68	91	114	137	160	182	205	45
50	50	24	47	71	94	118	142	165	189	212	50
45	55	25	49	73	97	122	146	171	195	219	55
98 40	1 60	25	50	75	101	126	151	176	201	226	101 60
35	65	26	52	78	104	130	156	182	208	233	65
30	70	27	54	80	107	134	160	187	214	241	70
25	75	28	55	83	110	138	165	193	220	248	75
98 20	1 80	28	57	85	113	142	170	198	226	254	101 80
		1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000	9000	

∆ ∧ 100° cot. +	Inclinación al horizonte	BASES HORIZONTALES									∆ ∨ 100° cot. −
		1000 m	2000 m	3000 m	4000 m	5000 m	6000 m	7000 m	8000 m	9000 m	
		Diferencias de nivel									
grs. m.	grs. m.	m	m	m	m	m	m	m	m	m	grs. m.
15	85	29	58	87	116	145	174	204	233	262	85
20	90	30	60	90	120	149	179	209	239	269	90
05	95	31	61	92	123	153	184	215	245	276	95
98 00	2 00	32	63	94	126	157	189	220	252	283	102 00
95	05	32	65	97	129	161	193	226	258	290	05
90	10	33	66	99	132	165	198	231	264	297	10
85	15	34	68	101	135	169	203	237	270	304	15
97 80	2 20	35	69	104	138	173	208	242	277	311	102 20
75	25	35	71	106	142	177	212	248	283	318	25
70	30	36	72	109	145	181	217	253	289	325	30
65	35	37	74	111	148	185	222	259	296	333	35
97 60	2 40	38	76	113	151	189	226	264	302	340	102 40
55	45	39	77	116	154	193	231	270	308	347	45
50	50	39	79	118	157	197	236	275	314	354	50
45	55	40	80	120	160	200	241	281	321	361	55
97 40	2 60	41	82	123	164	204	245	286	327	368	102 60
35	65	42	83	125	167	208	250	292	333	375	65
30	70	43	85	127	170	212	255	297	340	382	70
25	75	43	87	130	173	216	260	303	346	389	75
97 20	2 80	44	88	132	176	220	264	308	352	396	102 80
15	85	45	90	135	179	224	269	314	359	403	85
10	90	46	91	137	182	228	274	319	365	410	90
05	95	47	93	139	186	232	278	325	371	418	95
97 00	3 00	47	94	142	189	236	283	330	377	425	103 00
95	05	48	96	144	192	240	288	335	384	432	05
90	10	49	98	146	195	244	293	341	390	439	10
85	15	50	99	149	198	248	297	347	396	446	15
96 80	3 20	50	101	151	201	252	302	352	403	453	103 20
75	25	51	102	153	204	256	307	358	409	460	25
70	30	52	104	156	208	259	311	363	415	467	30
65	35	53	105	158	211	263	316	369	421	474	35
96 60	3 40	54	107	161	214	267	321	374	428	481	103 40
55	45	54	109	163	217	271	326	380	434	488	45
50	50	55	110	165	220	275	330	385	440	495	50
45	55	56	112	168	223	279	335	391	447	502	55
96 40	3 60	57	113	170	227	283	340	396	453	510	103 60
35	65	58	115	172	230	287	344	402	459	517	65
30	70	58	116	175	233	291	349	407	466	524	70
25	75	59	118	177	236	295	354	413	472	531	75
96 20	3 80	60	120	179	239	299	359	418	478	538	103 80
15	85	61	121	182	242	303	363	424	484	545	85
10	90	61	123	184	245	307	368	429	491	552	90
05	95	62	124	186	249	311	373	435	497	559	95
		1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000	9000	

∆ < 100° cot. +		Inclinación al horizonte		BASES HORIZONTALES									∆ > 100° cot. −	
				1000 m	2000 m	3000 m	4000 m	5000 m	6000 m	7000 m	8000 m	9000 m		
				Diferencias de nivel										
grs.	m.	grs.	m.	m	m	m	m	m	m	m	m	m	grs.	m.
96	00	4	00	63	126	189	252	315	378	440	503	566	104	00
	95		05	64	128	191	255	319	382	446	510	573		05
	90		10	65	129	194	258	323	387	452	516	581		10
	85		15	65	131	196	261	326	392	457	522	588		15
95	80	4	20	66	132	198	264	330	396	463	529	595	104	20
	75		25	67	134	201	268	334	401	468	535	602		25
	70		30	68	135	203	271	338	406	474	541	609		30
	65		35	69	137	205	274	342	411	479	548	616		35
95	60	4	40	69	138	208	277	346	415	485	554	623	104	40
	55		45	70	140	210	280	350	420	490	560	630		45
	50		50	71	142	213	283	354	425	496	567	637		50
	45		55	72	143	215	286	358	430	501	573	644		55
95	40	4	60	72	145	217	290	362	434	507	579	652	104	60
	35		65	73	146	220	293	366	439	512	585	659		65
	30		70	74	148	222	296	370	444	518	592	666		70
	25		75	75	150	224	299	374	449	523	598	673		75
95	20	4	80	76	151	227	302	378	453	529	604	680	104	80
	15		85	76	153	229	305	382	458	534	611	687		85
	10		90	77	154	231	309	386	463	540	617	694		90
	05		95	78	156	234	312	390	468	545	623	701		95
95	00	5	00	79	157	236	315	394	472	551	630	708	105	00
	95		05	80	159	239	318	398	477	557	636	716		05
	90		10	80	161	241	321	401	482	562	642	723		10
	85		15	81	162	243	324	405	489	568	649	730		15
94	80	5	20	82	164	246	328	409	491	573	655	737	105	20
	75		25	83	165	248	331	413	496	579	661	744		25
	70		30	84	167	250	334	417	501	584	668	751		30
	65		35	84	169	253	337	421	506	590	674	758		35
94	60	5	40	85	170	255	340	425	510	595	680	765	105	40
	55		45	86	172	258	343	429	515	601	687	772		45
	50		50	87	173	260	347	433	520	606	693	780		50
	45		55	87	175	262	350	437	524	612	699	787		55
94	40	5	60	88	176	265	353	442	529	617	706	794	105	60
	35		65	89	178	267	355	445	534	623	712	801		65
	30		70	90	180	269	359	449	539	629	718	808		70
	25		75	91	181	272	362	453	543	634	725	815		75
94	20	5	80	91	183	274	366	457	548	640	731	822	105	80
	15		85	92	184	277	369	461	553	645	737	829		85
	10		90	93	186	279	372	465	558	651	744	837		90
	05		95	94	188	281	375	469	562	656	750	844		95
94	00	6	00	95	189	284	378	473	567	662	756	851	106	00
	90		10	96	192	288	384	481	577	673	769	865		10
	80		20	98	195	293	391	489	586	684	782	879		20
				1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000	9000		

∆ ∧ 100° cot. +		Inclinación al horizonte		BASES HORIZONTALES									∆ ∨ 100° cot. −	
				1000 m	2000 m	3000 m	4000 m	5000 m	6000 m	7000 m	8000 m	9000 m		
				Diferencias de nivel										
grs.	*m.*	*grs.*	*m.*	*m.*	*m.*	*m.*	*m.*	*m.*	*m.*	*m.*	*m.*	*m.*	*grs.*	*m.*
	70		30	99	199	298	397	496	596	695	794	894		30
	60		40	101	202	303	404	504	606	706	807	908		40
93	50	6	50	102	205	307	410	512	615	717	820	922	106	50
	40		60	104	208	312	416	520	624	728	832	936		60
	30		70	106	211	317	423	528	634	739	845	951		70
	20		80	107	214	322	429	536	643	751	858	965		80
	10		90	109	217	326	435	544	653	762	870	979		90
93	00	7	00	110	221	331	442	552	662	773	883	994	107	00
	90		10	112	224	336	448	560	672	784	896	1008		10
	80		20	114	227	341	454	568	682	795	909	1022		20
	70		30	115	230	346	461	576	691	806	921	1037		30
	60		40	117	234	350	467	584	701	817	934	1051		40
92	50	7	50	118	237	355	473	592	710	828	947	1065	107	50
	40		60	120	240	360	480	600	720	840	960	1080		60
	30		70	122	243	365	486	608	729	851	972	1094		70
	20		80	123	246	369	493	616	739	862	985	1108		80
	10		90	125	249	374	499	624	748	873	998	1123		90
92	00	8	00	126	253	379	505	632	758	884	1011	1137	108	00
	90		10	128	256	384	512	640	768	895	1023	1151		10
	80		20	130	259	389	518	648	777	907	1036	1166		20
	70		30	131	262	393	524	656	787	918	1049	1180		30
	60		40	133	265	398	531	664	796	929	1062	1194		40
91	50	8	50	134	269	403	537	672	806	940	1075	1209	108	50
	40		60	136	272	408	544	680	815	951	1088	1222		60
	30		70	138	275	413	550	688	825	963	1100	1238		70
	20		80	139	278	417	556	696	835	974	1113	1252		80
	10		90	141	281	422	563	704	844	985	1126	1266		90
91	00	9	00	142	285	427	569	712	854	996	1139	1281	109	00
	90		10	144	288	432	576	720	864	1007	1151	1295		10
	80		20	146	291	437	582	728	873	1019	1164	1310		20
	70		30	147	294	441	589	736	883	1030	1177	1324		30
	60		40	149	297	446	595	744	892	1041	1190	1339		40
90	50	9	50	150	301	451	601	752	902	1052	1203	1353	109	50
	40		60	152	304	456	608	760	912	1064	1216	1367		60
	30		70	154	307	461	614	768	921	1075	1228	1382		70
	20		80	155	310	465	621	776	931	1086	1241	1397		80
	10		90	157	314	470	627	784	941	1097	1254	1411		90
90	00	10	00	158	317	475	634	792	950	1109	1267	1425	110	00
	90		10	160	320	480	640	800	960	1120	1280	1440		10
	80		20	162	323	485	646	808	970	1131	1293	1454		20
	70		30	163	326	490	653	816	980	1143	1306	1469		30
				1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000	9000		

∆ ∧ 100° cot. +		Inclinación al horizonte		BASES HORIZONTALES									∆ ∨ 100° cot. —	
				1000 m	2000 m	3000 m	4000 m	5000 m	6000 m	7000 m	8000 m	9000 m		
				Diferencias de nivel										
grs.	m.	grs.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	grs.	m
	60		40	165	330	495	659	824	989	1154	1319	1484		40
89	50	10	50	166	333	499	666	832	999	1165	1332	1498	110	50
	40		60	168	336	504	672	840	1008	1176	1344	1513		60
	30		70	170	339	509	679	848	1018	1188	1357	1527		70
	20		80	171	343	514	685	856	1028	1199	1370	1542		80
	10		90	173	346	519	690	865	1037	1210	1383	1556		90
89	00	11	00	175	349	524	698	873	1047	1222	1396	1571	111	00
	90		10	176	352	528	706	881	1057	1233	1409	1585		10
	80		20	178	356	533	712	889	1067	1244	1422	1600		20
	70		30	179	359	538	718	897	1076	1256	1435	1615		30
	60		40	181	362	543	724	905	1086	1267	1448	1629		40
88	50	11	50	183	365	548	731	913	1096	1278	1461	1644	111	50
	40		60	184	369	553	737	921	1106	1290	1474	1658		60
	30		70	186	372	558	744	929	1115	1301	1487	1673		70
	20		80	188	375	562	750	938	1125	1313	1500	1688		80
	10		90	189	378	567	757	946	1135	1324	1513	1702		90
88	00	12	00	191	382	572	763	954	1145	1335	1526	1717	112	00
	90		10	192	385	577	770	962	1154	1347	1539	1732		10
	80		20	194	388	582	776	970	1164	1358	1552	1746		20
	70		30	196	392	587	783	978	1174	1370	1565	1761		30
	60		40	197	395	592	789	986	1184	1381	1578	1776		40
87	50	12	50	199	398	597	796	995	1193	1392	1591	1790	112	50
	40		60	201	401	602	802	1003	1203	1404	1604	1805		60
	30		70	202	404	607	809	1011	1213	1415	1617	1820		70
	20		80	204	408	611	815	1019	1223	1427	1630	1834		80
	10		90	205	411	616	822	1027	1233	1438	1644	1849		90
87	00	13	00	207	414	621	828	1035	1243	1450	1657	1864	113	00
	90		10	209	417	626	835	1044	1252	1461	1670	1879		10
	80		20	210	421	631	841	1052	1262	1473	1683	1893		20
	70		30	212	424	636	848	1060	1272	1484	1696	1908		30
	60		40	214	427	641	855	1068	1282	1496	1709	1923		40
86	50	13	50	215	431	646	861	1076	1292	1507	1722	1938	113	50
	40		60	217	434	651	868	1085	1302	1519	1735	1952		60
	30		70	219	437	656	874	1093	1311	1530	1749	1967		70
	20		80	220	440	661	881	1101	1321	1542	1762	1982		80
	10		90	222	444	666	887	1109	1331	1553	1775	1997		90
86	00	14	00	224	447	671	894	1118	1341	1565	1788	2012	114	00
	90		10	225	450	676	901	1126	1351	1576	1801	2027		10
	80		20	227	454	680	907	1134	1361	1588	1815	2041		20
	70		30	228	457	685	914	1142	1371	1599	1828	2056		30
	60		40	230	460	690	921	1151	1381	1611	1841	2071		40
				1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000	9000		

∆ ∧ 100° cot. +		Inclinación al horizonte		BASES HORIZONTALES									∆ ∨ 100° cot. −	
				1000 m	2000 m	3000 m	4000 m	5000 m	6000 m	7000 m	8000 m	9000 m		
				Diferencias de nivel										
grs.	m.	grs.	m.	m	m	m	m	m	m	m	m	m	grs.	m.
85	50	14	50	2°2	464	695	927	1159	1391	1623	1854	2086	114	50
	40		60	233	467	700	934	1167	1401	1634	1868	2101		60
	30		70	235	470	705	940	1175	1411	1646	1881	2116		70
	20		80	237	474	710	947	1184	1421	1657	1894	2131		80
	10		90	238	477	715	954	1192	1431	1669	1907	2146		90
85	00	15	00	240	480	720	960	1200	1440	1681	1921	2161	115	00
	90		10	242	483	725	967	1209	1450	1692	1934	2176		10
	80		20	243	487	730	974	1217	1460	1704	1947	2191		20
	70		30	245	490	735	980	1225	1470	1715	1961	2206		30
	60		40	247	493	740	987	1234	1480	1727	1974	2221		40
84	50	15	50	248	497	745	994	1242	1490	1739	1987	2236	115	50
	40		60	250	500	750	1000	1250	1500	1750	2001	2251		60
	30		70	252	503	755	1007	1259	1510	1762	2014	2266		70
	20		80	253	507	760	1014	1267	1520	1774	2027	2281		80
	10		90	255	510	765	1020	1275	1530	1786	2041	2296		90
84	00	16	00	257	514	770	1027	1284	1541	1797	2054	2311	116	00
	90		10	259	517	775	1034	1292	1551	1809	2068	2326		10
	80		20	260	520	780	1040	1301	1561	1821	2081	2341		20
	70		30	262	524	785	1047	1309	1571	1833	2094	2356		30
	60		40	264	527	790	1054	1317	1581	1844	2108	2371		40
83	50	16	50	265	530	796	1061	1326	1591	1856	2121	2386	116	50
	40		60	267	534	801	1067	1334	1601	1868	2135	2402		60
	30		70	269	537	806	1074	1343	1611	1880	2148	2417		70
	20		80	270	541	811	1081	1351	1621	1891	2162	2432		80
	10		90	272	544	816	1088	1360	1631	1903	2175	2447		90
83	00	17	00	274	547	821	1094	1368	1641	1915	2189	2462	117	00
	90		10	275	551	826	1101	1376	1652	1927	2202	2477		10
	80		20	277	554	831	1108	1385	1662	1939	2216	2493		20
	70		30	279	557	836	1115	1393	1672	1951	2229	2508		30
	60		40	280	561	841	1121	1402	1682	1962	2243	2523		40
82	50	17	50	282	564	846	1128	1410	1692	1974	2256	2538	117	50
	40		60	284	568	851	1135	1419	1702	1986	2270	2554		60
	30		70	286	571	856	1142	1427	1713	1998	2284	2569		70
	20		80	287	574	861	1149	1435	1723	2010	2297	2584		80
	10		90	289	578	867	1155	1444	1733	2022	2311	2610		90
				1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000	9000		

Tabla número 3

Para las correcciones de esfericidad y refracción

Distancia K	Término correctivo $0{,}42\frac{K^2}{R}$	Distancia K	Término correctivo $0{,}42\frac{K^2}{R}$	Distancia K	Término correctivo $0{,}42\frac{K^2}{R}$
m	*m*	*m*	*m*	*m*	*m*
100	0,00	1800	0,21	3500	0,81
200	0,00	1900	0,24	3600	0,85
300	0,01	2000	0,26	3700	0,90
400	0,01	2100	0,29	3800	0,95
500	0,02	2200	0,32	3900	1,00
600	0,02	2300	0,35	4000	1,05
700	0,03	2400	0,38	4100	1,11
800	0,04	2500	0,41	4200	1,16
900	0,05	2600	0,45	4300	1,22
1000	0,07	2700	0,48	4400	1,28
1100	0,08	2800	0,52	4500	1,33
1200	0,09	2900	0,55	4600	1,39
1300	0,11	3000	0,59	4700	1,46
1400	0,13	3100	0,63	4800	1,52
1500	0,15	3200	0,67	4900	1,58
1600	0,17	3300	0,72	5000	1,65
1700	0,19	3400	0,76		

Tabla número 4

Da en diezmilímetros la separación de las curvas de nivel para diferentes pendientes calculadas por la fórmula $n = \frac{e}{\cot.} \Delta$, *siendo* $e = 0{,}0005$

Para ángulos medidos en grados sexagesimales

45°	50°	55°	60°	65°	70°	75°
5	6	7	10	11	14	19
135°	130°	125°	120°	115°	110°	105°

	80°	81°	82°	83°	84°	85°	86°	87°	88°	89°	
5	29	32	36	41	48	58	73	98	149	313	55
10	29	32	36	42	49	59	75	101	156	344	50
15	29	33	37	42	50	60	76	104	164	382	45
20	29	33	37	43	50	61	78	107	172	430	40
25	30	33	38	43	51	62	80	111	181	491	35
30	30	33	38	44	52	63	82	115	191	573	30
35	30	34	38	44	53	65	84	118	202	688	25
40	30	34	39	45	54	66	86	123	215	859	20
45	31	35	39	46	54	67	88	127	219	1145	15
50	31	35	40	46	55	69	90	132	246	1718	10
55	31	35	40	47	56	70	93	137	264	3438	5
60	32	36	41	48	57	71	95	143	286	∞	0
	99°	98°	97°	96°	95°	94°	93°	92°	91°	90°	

Tabla número 5

Da en diezmilímetros la separación de las curvas de nivel para diferentes pendientes calculadas por la fórmula $n = \frac{e}{\cot.} \Delta$ *siendo* $e = 0{,}0005$.

Para ángulos medidos en grados centesimales

50g	60g	70g	80g	85g	86g	87g	88g	89g	90g	91g	92g
5	7	10	15	21	22	24	26	29	32	36	40
150g	140g	130g	120g	115g	114g	113g	112g	111g	110g	109g	108g

	93g	94g	95g	96g	97g	98g	99g	
5	46	54	65	81	108	163	336	95
10	46	54	65	82	110	167	354	90
15	46	55	66	83	112	172	374	85
20	47	55	66	84	114	177	400	80
25	47	56	67	85	116	182	424	75
30	47	56	68	86	118	187	454	70
35	48	57	69	87	120	193	488	65
40	48	57	69	88	122	199	532	60
45	49	58	70	89	124	206	582	55
50	49	58	70	91	127	212	636	50
55	49	59	71	92	130	220	700	45
60	50	59	72	94	133	227	762	40
65	50	60	73	95	136	236	912	35
70	50	60	74	96	138	245	1064	30
75	51	61	75	97	141	255	1273	25
80	51	61	76	99	145	265	1612	20
85	52	62	77	101	148	277	2170	15
90	52	62	78	103	151	289	3332	10
95	53	63	79	104	150	303	5250	5
100	53	64	80	106	159	318	∞	0
	106g	105g	104g	103g	102g	101g	100g	

Tabla núm. 6.

Barómetro aneroide núm. 3.455.

I

ORRECCIÓN PÁRA LA DIVISIÓN

Barómetro aneroide.....	Barómetro de mercurio.....	Diferencias.....
Grados	*mms.*	*mms.*
800		
790		
780		
770		
760		
750		
740	740'5	—10'4
730	730'1	—10'4
720	719'7	
710		
⋮		

II

CORRECCIÓN PARA LA TEMPERATURA

Grados centígrados.....	Aneroide.....
	mms.
0	
2	
4	
6	
8	
10	
12	
14	
16	—0'35
18	—0'4
⋮	

III a

TABLA DE ALTURAS ABSOLUTAS SOBRE EL MAR

Estado del barómetro.....	Nivel absoluto	Diferencia. . .
mms.	*Metros*	*mms.*
400		
410		
420		
430		
440		
450		
460		
470		
480		
490		
⋮		

III b

TABLA DE CORRECCIÓN RELATIVA Á LA TEMPERATURA MEDIA DEL AIRE

$t_1 + t_2$ C.°	Factor de corrección.....
2	
4	
6	
8	
10	
12	
14	
16	
18	
20	
⋮	

IV

DIFERENCIAS DE NIVEL CORRESPONDIENTES Á UNA DIFERENCIA DE UN MILÍMETRO DEL ANEROIDE, EXPRESADAS EN METROS

$$\tfrac{1}{2}(A_1 + A_2)$$

Temperatura media del aire $\frac{t_1+t_2}{2}$	760	750	740	730	720	710	700	690	680	670	660	650	640	630	620	610	600	590	580
— 5																			
0																			
5																			
10																			
15				12'02	12'18														
20																			
25																			
30																			
35																			
40																			

Tabla núm. 7

ALTURAS BAROMÉTRICAS

Tablas de diferencias por milímetros.

Altura barométrica....	Diferencias de altura por milímetros — *Metros*	Altura absoluta aproximada — *Metros*	Altura barométrica....	Diferencias de altura por milímetros — *Metros*	Altura absoluta aproximada — *Metros*	Altura barométrica...	Diferencias de altura por milímetros — *Metros*	Altura absoluta aproximada — *Metros*
763	0	0	721	11,0	450,8	679	11,7	928,8
762	10,4	10,4	720	11,1	461,9	678	11,7	940,5
760	10,5	20,9	719	11,0	472,9	677	11,7	952,2
761	10,4	31,3	718	11,1	484,0	976	11,8	964,0
759	10,5	41,8	717	11,1	495,1	675	11,8	975,8
758	10,5	52,3	716	11,1	506,2	674	11,8	987,6
757	10,5	62,8	715	11,2	517,4	673	11.8	999,4
756	10,6	73,4	714	11,1	528,5	672	11,9	1011,3
755	10,5	83,9	713	11,2	539,7	671	11,9	1023,2
754	10,5	94,4	712	11,2	550,9	670	11,8	1035,0
753	10,6	105,0	711	11,2	562,1	669	11,9	1046,9
752	10,6	115,6	710	11,2	573,3	668	11,9	1058,8
751	10,6	126,2	709	11,2	584,5	667	11,9	1070,7
750	10,6	136,8	708	11,2	595,7	666	12,0	1082,7
749	10,6	147,4	707	11,3	607,0	665	12,0	1094,7
748	10,7	158,1	706	11,3	618,3	664	12,0	1106,7
747	10,6	168,7	705	11,3	629,6	663	12,0	1118,7
746	10,7	179,4	704	11,3	640,9	662	12,0	1130,7
745	10,7	190,1	703	11,3	652,2	661	12,1	1142,8
744	10,7	200,8	702	11,3	663,5	660	12,1	1154,9
743	10,7	211,5	701	11,3	674,8	659	12,1	1167,0
742	10,7	222,2	700	11,4	686,2	658	12,1	1179,1
741	10,7	232,9	699	11,4	697,6	657	12,1	1191,2
740	10,8	243,7	698	11,4	709,0	656	12,1	1203,3
739	10,8	254,5	697	11,4	720,4	655	12,1	1215,4
738	10,8	265,3	696	11,4	731,8	654	12,2	1227,6
737	10,8	276,1	695	11,5	743,3	653	12,2	1239,8
736	10,8	286,9	694	11,5	754,8	652	12,2	1252,0
735	10,8	297,7	693	11,5	766,3	651	12,2	1264,2
734	10,8	308,5	692	11,5	777,8	650	12,2	1276,4
733	10,9	319,4	691	11,5	789,3	649	12,3	1288,7
732	10,9	330,3	690	11,5	800,8	648	12,3	1301,0
731	10,9	341,2	689	11,5	812,3	647	12,3	1313,3
730	10,9	352,1	688	11,6	823,9	646	12,3	1325,6
729	10,9	363,0	687	11,6	835,5	645	12,3	1337,9
728	10,9	373,9	686	11,6	847,1	644	12,4	1350,3
727	10,9	384,8	685	11,6	858,7	643	12,4	1362,7
726	11,0	395,8	684	11,6	870,3	642	12,4	1375,1
725	11,0	406,8	683	11,7	882,0	641	12,4	1387,5
724	11,0	417,8	682	11,7	893,7	640	12,4	1399,9
723	11,0	428,8	681	11,7	905,4	639	12,5	1412,4
722	11,0	439,8	680	11,7	917,1	638	12,4	1424,8

Altura barométrica...	Diferencias de altura por milímetros — *Metros*	Altura absoluta aproximada — *Metros*	Altura barométrica...	Diferencias de altura por milímetros — *Metros*	Altura absoluta aproximada — *Metros*	Altura barométrica...	Diferencias de altura por milímetros — *Metros*	Altura absoluta aproximada — *Metros*
637	12,5	1437,3	591	13,5	2034,2	545	14,6	2679,5
636	12,5	1449,8	590	13,5	2047,7	544	14,6	2691,1
635	12,6	1462,4	589	13,5	2061,2	543	14,6	2708,7
634	12,5	1474,9	588	13,5	2074,7	542	14,7	2723,4
633	12,6	1487,5	587	13,6	2088,3	541	14,7	2738,1
632	12,6	1500,1	586	13,6	2101,9	540	14,8	2752,9
631	12,6	1512,7	585	13,6	2115,5	539	14,7	2767,6
630	12,6	1525,3	584	13,6	2129,1	538	14,8	2782,4
629	12,7	1538,0	583	13,6	2142,7	537	14,8	2797,2
628	12,7	1550,7	582	13,7	2156,4	536	14,9	2812,1
627	12,7	1563,4	581	13,7	2170,1	535	14,8	2826,9
626	12,7	1576,1	580	13,7	2183,8	534	14,9	2841,8
625	12,7	1588,8	579	13,7	2197,5	533	15,0	2856,8
624	12,7	1601,5	578	13,8	2211,3	532	14,9	2871,7
623	12,8	1614,3	577	13,8	2225,1	531	15,0	2886,7
622	12,8	1627,1	576	13,8	2238,9	530	15,0	2901,7
621	12,8	1639,9	575	13,9	2252,8	529	15,0	2916,7
620	12,8	1652,7	574	13,8	2266,6	528	15,1	2931,8
619	12,9	1665,6	573	13,9	2280,5	527	15,1	2946,9
618	12,9	1678,5	572	13,9	2294,4	526	15,1	2962,0
617	12,9	1691,4	571	13,9	2308,3	525	15,2	2977,2
616	12,9	1704,3	570	14,0	2322,3	524	15,2	2992,4
615	12,9	1717,2	569	14,0	2336,3	523	15,2	3007,6
614	13,0	1730,2	568	14,0	2350,3	522	15,2	3022,8
613	13,0	1743,2	567	14,0	2364,3	521	15,3	3038,1
612	13,0	1756,2	566	14,1	2378,4	520	15,3	3053,4
611	13,0	1769,2	565	14,1	2392,5	519	15,3	3068,7
610	13,0	1782,2	564	14,1	2406,6	518	15,4	3084,1
609	13,1	1795,3	563	14,2	2420,8	517	15,4	3099,5
608	13,1	1808,4	562	14,1	2434,9	516	15,4	3114,9
607	13,1	1821,5	561	14,2	2449,1	515	15,4	3130,3
606	13,1	1834,6	560	14,2	2463,3	514	15,5	3145,8
605	13,1	1847,7	559	14,2	2477,5	513	15,5	3161,3
604	13,2	1860,9	558	14,2	2491,7	512	15,5	3176,8
603	13,2	1874,1	557	14,3	2506,0	511	15,6	3192,4
602	13,2	1887,3	556	14,3	2520,3	510	15,6	3208,0
601	13,3	1900,6	555	14,4	2534,7	509	15,6	3223,6
600	13,3	1913,9	554	14,3	2549,0	508	15,7	3239,3
599	13,2	1927,1	553	14,4	2563,4	507	15,7	3255,0
598	13,3	1940,4	552	14,4	2577,8	506	15,7	3270,7
597	13,3	1953,7	551	14,5	2592,3	505	15,8	3286,5
596	13,4	1967,1	550	14,4	2606,7	504	15,8	3302,3
595	13,4	1980,5	549	14,5	2621,2	503	15,8	3318,1
594	13,4	1993,9	548	14,5	2635,7	502	15,8	3333,9
593	13,4	2007,3	547	14,6	2650,3	501	15,9	3349,8
592	13,4	2020,7	546	14,6	2664,9	500	15,9	3365,7

CUADRO ESTADÍSTICO

PUEBLOS	Viviendas	CLASIFICACIÓN DEL VECINDARIO																				
		OFICIOS																	SANIDAD			
		Jornaleros	Tragineros	Sastres	Zapateros	Alpargateros	Tejedores	Guarnicioneros	Albañiles	Carpinteros	Carreteros	Herreros	Arrieros	Maquinistas	Caldereros	Panaderos	Herradores	Forjadores	Médicos	Cirujanos	Farmacéuticos	Veterinarios

PUEBLOS	CAPACIDAD																				SUBSISTENCIAS	
	EN LA POBLACIÓN							FUERA					SE PUEDEN ACUARTELAR			HOSPITALES					PRODUCTOS AGRÍCOLAS	PECUARIA
				ALOJAMIENTO																		
				ORDINARIO		EN UN LLENO																
	Casas	Posadas	Número de pesebres en las posadas	Infantería	Caballería	Infantería	Caballería	Barrios	Número de casas	Posadas	Número de pesebres	Caseríos	Cuarteles y edificios habilitados	Hombres	Caballos	Civiles	Militares	Enfermos que pueden acomodarse	Iglesias	Conventos		

PUEBLOS	RECURSOS EN																			INDUSTRIA		Comercio	Contribuciones	Contingente en las quintas ordinarias	OBSERVACIONES
	TRASPORTES						MOLINOS HARINEROS					HORNOS			AGUAS				Combustible	Fábricas	Almacenes				
	BESTIAS DE				Carros	Carretas	De vapor	De agua	De sangre	De viento	Hectólitros que pueden moler	Públicos	Particulares	Raciones que pueden cocer en una hornada	Fuentes públicas	Fuentes particulares	Pozos potables	Abrevaderos							
	Carga		*Tiro*																						
	Caballerías mayores	Idem menores	Mulas y caballos	Yuntas de bueyes																					

NOTA. Entiéndase por carreteros los constructores de carros, y por maquinistas los constructores ó directores.

APÉNDICE

I

COMPROBACIÓN Y CORRECCIÓN DE LOS INSTRUMENTOS

Como complemento al texto que acabamos de presentar, creemos muy útil dar á conocer, aunque muy sucintamente, los medios que deben emplearse para venir en conocimiento de si cualquiera de los instrumentos que hemos descrito se halla en condiciones para emplearlo con éxito en los trabajos topográficos.

Cuando explicamos los instrumentos, dejamos consignadas las condiciones qne deben cumplir las diferentes partes de que cada uno se compone. Es, pues, indispensable examinar si todas éllas se verifican.

Las operaciones que para ello se ejecutan reciben el nombre de *verificaciones* ó *comprobaciones*.

Las que tienen por objeto hacer desaparecer los defectos que se observan, se denominan *correcciones*.

Pasemos á exponer unas y otras para aquellos instrumentos, de los descritos, en que sean más necesarias.

DIASTÍMETROS

Cadena (65)

Verificaciones.—Se reducen á confrontarla con un metro tipo y ver si su total longitud es exactamente la que debe tener.

Correcciones.—Si esta longitud resultase ser menor que la verdadera, se enderezarán los eslabones que se hallen torcidos ó se abrirán un poco algunas anillas para conseguir dejarla corregida.

La inversa se ejecuta si su longitud fuera mayor.

Cinta metálica (67)

Verificaciones.—Las mismas que para la cadena.

Correcciones.—Se hará uso para corregirla de unos tornillos y tuercas que unen la cinta con los agarraderos y que permiten alargar ó acortar en total su longitud.

Reglas (69)

Verificaciones.—Las mismas que para la cadena.

Correcciones.—Su corrección consiste en asignarlas la longitud precisa que se obtuvo en la verificación.

DIASTIMOMÉTRICOS

Estadia (72)

Verificaciones.—Recordaremos que el número de divisiones interceptadas por los hilos de la retícula en la mira que la acompaña, nos da el valor de la distancia que se busca; por consiguiente, si la separación entre los hilos no es la verdadera, la longitud obtenida no será exacta. Para comprobar, pues, este instrumento, se medirá con cuidado una distancia cualquiera, y colocando en sus extremos el anteojo y la mira, se verá si el número de divisiones interceptadas en ésta por los hilos es el que corresponde á dicha distancia.

Correcciones.—Si el número de divisiones interceptadas fuese mayor ó menor, se unirán ó separarán los hilos hasta que se obtenga el resultado apetecido, valiéndose para ello de un tornillo que se halla al exterior del anteojo y que produce el movimiento de uno de aquellos paralelamente á sí mismo.

Advertencia.—En el día se construyen las retículas con un cristal, en el que están grabados los hilos, siendo, por consiguiente, imposible la corrección que acabamos de explicar. En este caso el constructor halla el error y acompaña al instrumento el coeficiente correspondiente, obteniéndose la distancia verdadera por la fórmula

$$D = L + C\,L$$

siendo D la distancia verdadera, L la que da la lectura y C el coeficiente del error.

GONIÓGRAFOS

Alidada de anteojo (83)

Verificaciones.—Después de colocar la plancheta bien horizontal y sobre élla la alidada, debemos cerciorarnos:

1.° De que el eje óptico del anteojo, en su movimiento de rotación, describe un plano, para lo cual es indispensable que el eje óptico sea perpendicular al eje de giro.

2.° Que este eje sea horizontal, y por lo tanto, vertical el plano citado.

3.° Dicho plano vertical debe contener la línea de fe de la regla.

Se comprueba la primera condición, dirigiendo una visual á un jalón vertical colocado á distancia y cambiando la posición del anteojo por medio de una semirrevolución en el sentido del eje de giro, ó bien cambiando la alidada extremo por extremo y haciendo girar el anteojo 180° alrededor de los soportes en que se apoya; en ambos casos, si los ejes son perpendiculares entre sí, el cruce de los hilos de la retícula estará después del giro sobre el mismo jalón; en el caso contrario quedará á la derecha ó á la izquierda, y podrá colocarse otro jalón que quede cubierto por el expresado cruce.

La horizontalidad del eje de rotación se comprueba viendo que en el movimiento de rotación del anteojo, el cruce de los hilos se halla siempre sobre el hilo de una plomada colocada á distancia ó sobre la arista de un edificio.

Para comprobar si se cumple la tercera condición, bastará fijar un punto en la plancheta, dirigir desde él una visual á un objeto lejano, trazar con lápiz su dirección sobre el tablero, invirtiendo después la alidada con su regla y volviendo el objetivo hacia el mismo objeto, se verá si al dirigirle una nueva visual, apoyándose la regla en el punto determinado en la plancheta, el borde de dicha regla se halla sobre la línea de lápiz; en el caso contrario será señal de que la condición no se cumple.

Correcciones.—Se consigue poner el eje óptico perpendicular al de rotación, haciendo mover los hilos por medio de sus tornillos hasta que el cruce se verifique sobre la bisectriz del ángulo formado por los dos jalones con el punto de estación.

Para hacer que el eje de rotación quede horizontal, se hace ba-

jar ó subir convenientemente uno de los montantes por medio de un tornillo que tienen las alidadas perfeccionadas, siendo imposible de conseguir en las demás, lo cual no es un gran inconveniente, puesto que puede prescindirse de esta corrección.

Para que el plano descrito por el eje óptico del anteojo contenga la línea de fe de la regla, después de marcar con lápiz en el tablero la dirección de la segunda visual, se traza la bisectriz del ángulo que forma con la primera y se hace coincidir con ella la línea de fe; hecho esto, se aflojan los tornillos que tiene en la base el soporte del anteojo y se mueve éste hasta que el cruce de los hilos esté sobre el objeto que nos ha servido para las observaciones, apretando dichos tornillos después de conseguido.

Advertencia.—No es de rigor que esta condición se cumpla, y puede prescindirse de élla con tal que al hacer uso de este instrumento se coloque la línea de fe siempre á la derecha ó siempre á la izquierda del observador.

GONIÓMETROS

Grafómetros (84)

Verificaciones.—Las condiciones que deben cumplir, son:

1.ª Que los ceros del nonius y del limbo coincidan cuando las dos alidadas se dirijan á un mismo punto.

2.ª Que la alidada móvil gire alrededor del centro del limbo.

La primera condición se comprueba dirigiendo una visual á un sólo punto con las dos alidadas á la vez, de manera que los planos verticales que cada una de éllas determina se confundan, y examinando después si la coincidencia de los ceros se verifica.

La segunda se comprueba midiendo el ángulo que forman dos objetos cualquiera con el punto de estación, valiéndose sólamente de la alidada móvil, para lo cual se la coloca en una graduación determinada; se dirige la visual al objeto de la izquierda, y moviéndola sola sin alterar la posición del instrumento, se observa el objeto de la derecha; la diferencia de las dos lecturas será el ángulo buscado. Se repite la operación partiendo de distintas graduaciones, y si los valores obtenidos para los ángulos son iguales, será prueba de que se verifica dicha condición.

Correcciones. — No pudiéndose corregir en el instrumento los

errores que hayamos encontrado al hacer las verificaciones, puede, sin embargo, utilizarse para la medición de ángulos, empleando únicamente la alidada móvil en la forma que acabamos de explicar.

Sextantes (88)

Verificaciones.—Consisten en examinar:

1.° Si los espejos son perpendiculares al plano de las reglas.

2.° Si el ángulo formado por éstas es igual al formado por aquéllos.

La primera comprobación se hace valiéndose de un prisma metálico que suele acompañar á estos instrumentos, el cual se coloca delante de uno de los espejos, sobre el plano de la regla, y viendo si la cara superior del prisma aparece en el mismo plano que su imagen reflejada; si ésta queda más alta, será prueba de que el espejo se inclina hacia adelante, y á la inversa, si dicha imagen queda más baja. Del mismo modo se opera con el otro espejo.

El ángulo de los espejos será igual al de las reglas, si estando en coincidencia los ceros, los espejos son paralelos. Se comprueba esto viendo si en tal posición un objeto cualquiera, visto directamente á través de la parte sin azogar de uno de los espejos, se superpone con su imagen reflejada en él sobre el otro.

Correcciones.—Ambas se obtienen moviendo convenientemente los espejos por medio de tornillos que tienen para el objeto. En último caso puede, si se quiere, prescindirse de que se cumpla ó no la primera condición y tener en cuenta, al medir los ángulos, el error que al comprobar la segunda hayamos leido en el nonius.

Pantómetras (91)

Sus *verificaciones* y *correcciones* son análogas á las que dejamos consignadas para el grafómetro.

Brújulas ordinarias (97)

Verificaciones.—En éllas tendremos que comprobar:

1.° Que la aguja en todas sus posiciones es un diámetro del limbo, lo cual se verifica cuando el estilete es perpendicular al plano del limbo, y el punto de suspensión y los extremos de la aguja están en línea recta.

2.° Que el eje del anteojo ó alidada es perpendicular á su eje de rotación.

3.° Que la línea Norte Sur de la caja es paralela al plano de las visuales.

Para hacer la verificación correspondiente á la condición primera, bastará observar si para dos posiciones de la aguja perpendiculares entre sí, las lecturas hechas con las dos puntas se diferencian en 180° en cada una de dichas posiciones.

La segunda condición es la misma que hemos consignado como primera para la alidada de anteojo, y se comprueba de una manera análoga.

De la tercera condición puede prescindirse por no influir en la medida de los acimutes, afectando el error que produce cuando no se cumple, sólamente en la orientación del plano, que se corrige al orientarlo definitivamente después de terminado.

Correcciones.—Se consigue poner el estilete vertical al plano del limbo, inclinándolo convenientemente por medio de unas pinzas.

Las puntas de la aguja se colocan en línea recta con el punto de suspensión, valiéndose de un mazo.

Se obtiene el plano vertical de las visuales perpendicular al eje de rotación por los procedimientos explicados para la primera corrección de la alidada.

NIVELES

Nivel de albañil (114)

Verificaciones.—Se reducen á comprobar si la línea de fe está bien trazada. Se coloca para esto el nivel en un plano inclinado, y se señala la dirección que toma la plomada; se invierte después el nivel extremo por extremo y se repite la operación. La línea de fe deberá quedar á igual distancia de las dos señales, mejor dicho, en la bisectriz del ángulo que determinan las dos posiciones de la plomada.

Correcciones.—Se traza sobre el travesaño la bisectriz de que acabamos de hacer mención, y ésta será la línea de fe verdadera.

Nivel de aire (116)

Verificaciones.—La más importante, y de la cual no puede prescindirse, consiste en examinar si la regla en que se apoya es paralela

á la tangente en el punto medio de la sección longitudinal del tubo que contiene la burbuja.

Para comprobarlo se coloca el nivel sobre una plancheta moviendo ésta hasta que quede calado; seguidamente se invierte el nivel extremo por extremo, y si la condición expresada se verifica, deberá también quedar calado. En el caso contrario la burbuja se inclinará á la derecha ó á la izquierda.

Correcciones.—La mitad de la indicada inclinación de la burbuja se corregirá por medio del tornillo del extremo del tubo, y la otra mitad moviendo la plancheta hasta que el nivel queda calado.

Para asegurarse de que la corrección está bien hecha, basta volverlo á la primitiva posición y ver que permanece calado.

Nivel de platillo ó de Lenoir (117)

Verificaciones.—Hay que examinar en este instrumento si cumple las siguientes condiciones:

1.ª Que el platillo y la tangente en el medio de la sección longitudinal del nivel sean paralelos.

2.ª Que uno de los hilos de la retícula sea horizontal.

3.ª Que el eje óptico del anteojo sea paralelo al platillo.

4.ª Que sean iguales los collares en que se apoya el anteojo, es decir, que el centro de éllos esté á igual altura sobre el platillo.

Se viene en conocimiento de la existencia de la primera condición por un procedimiento análogo al empleado para la verificación del nivel de aire, colocando éste en la dirección de dos de los tres tornillos nivelantes de la plataforma, calándole é invirtiéndole de posición.

Se comprueba la segunda, colocando á distancia una mira vertical y cubierta una de sus divisiones por un extremo del hilo, se mueve el anteojo horizontal y paulatinamente viendo si en todas las posiciones hasta el otro extremo sigue cubriendo la misma división.

Para verificar la tercera, se sitúa el platillo horizontal y se dirige una visual á una mira colocada verticalmente, haciendo coincidir el cruce de los hilos con una de sus divisiones; se saca el anteojo de los collares, y se vuelve á colocar invertido de manera que, su parte superior quede hacia abajo y el objetivo del mismo lado que antes estaba (será preciso separar el nivel de aire); se observa después si el cruce de los hilos se halla sobre la imagen de la misma división de

la regla, en cuyo caso tenemos la seguridad de que la condición se cumple. De no ser así, el cruce quedará más alto ó más bajo que la indicada división.

El examen para la cuarta condición se reduce á colocar el platillo bien horizontal, quitar de su sitio el nivel de aire y colocarlo sobre el platillo; si continúa calado, los collares serán iguales.

Correcciones.—Haremos que se cumpla la primera condición, corrigiendo el nivel de aire, mitad por el tornillo que lleva al efecto, y mitad por medio de los tornillos nivelantes en que se apoya el platillo.

Para colocar horizontal uno de los hilos, que es la segunda condición, se aflojan los tornillos que fijan el tubo en que se aloja la retícula dentro del anteojo, y se hace girar aquél hasta obtener la horizontalidad, volviendo después á apretar los indicados tornillos.

Se obtiene la corrección correspondiente á la tercera verificación, moviendo el hilo horizontal por medio de los tornillos que lleva la retícula, á fin de que quede el cruce á mitad de distancia entre las dos lecturas hechas en la mira.

Para conseguir se cumpla la cuarta condición, será preciso desgastar con papel de esmeril el collar que resulte más alto.

Nivel reflector de Burel (118)

Verificaciones.—Consisten en examinar si el espejo se halla en posición vertical, para lo cual se dirige una visual á una mira, cuya tablilla se mueve hasta que su línea de fe se vea en prolongación de la imagen del lagrimal del ojo del observador en el espejo, se invierte éste haciéndole girar 180° alrededor del eje de suspensión, y se observa segunda vez la mira que deberá determinar la misma altura en la tablilla.

Correcciones.—Si cada observación da diferente altura de mira, se coloca la línea de fe de la tablilla en el punto correspondiente á la semisuma de las dos lecturas, y se variará la inclinación del espejo por medio de los tornillos que lo sujetan, hasta que determine dicha altura de mira.

Eclímetros (120)

Verificaciones.—1.ª—Puesto vertical el plano del limbo, el eje óptico del anteojo ha de ser horizontal cuando los ceros del limbo y de los nonius coincidan y el nivel esté calado.

Para comprobarlo, puesto en tal disposición el eclímetro, se dirige una visual á una mira colocada verticalmente á distancia sobre un terreno próximamente horizontal y se lee la graduación que marca en élla el cruce de los hilos de la retícula; en seguida se hace girar 180° el plano del limbo alrededor del eje vertical y se vuelve el objetivo hacia el lado de la mira, á la que se dirige una segunda visual; si el cruce de los hilos determina la misma lectura, será señal de que la condición enunciada se cumple; en el caso contrario, el eje óptico del anteojo formará con la horizontal un ángulo igual á la mitad de la diferencia de las dos lecturas de mira.

2.ª Como el anteojo está por debajo del diámetro de los ceros de los nonius, podrán ocurrirse dos casos; que dicho diámetro sea paralelo al eje óptico del anteojo, ó que forme con él un cierto ángulo.

En el primer caso el eclímetro es exacto siempre que se cumpla la primera condición.

En el segundo, será preciso además que el ángulo que forman entre sí el diámetro de los ceros de los nonius y el eje óptico del anteojo, sea igual al que forma dicho diámetro con una línea horizontal cuando el nivel está calado, y que ambos ángulos se cuenten por encima ó por debajo de dicha horizontal.

Para comprobar esto, se coloca el plano del limbo vertical y se dirige una visual á la línea de fe de la tablilla de una mira que marque una altura igual á la del centro del limbo sobre el terreno y situada en un punto más elevado ó más bajo que el de estación, haciéndose la lectura del ángulo de pendiente; en seguida se hace girar el plano del limbo 180° y se vuelve el ocular del lado del observador dirigiendo nueva visual á la tablilla de la mira. La lectura obtenida en esta segunda observación deberá ser igual á la primera si se cumple la condición enunciada; en el caso contrario la semidiferencia entre la primera y la segunda lectura nos dará el error que se busca.

3.ª El anteojo debe girar alrededor del centro del limbo, lo cual se comprueba colocándolo en varias direcciones y viendo que en todas éllas las lecturas de los dos nonius son iguales.

4.ª El eje óptico del anteojo, debe ser paralelo al plano del limbo.

Se comprueba aproximadamente enfilando un objeto lejano con el plano del limbo y viendo después por el anteojo si el cruce de los hilos se verifica sobre el mismo objeto.

Correcciones.—Para hacer que el instrumento cumpla con la pri-

mera condición se corrige el error encontrado mitad con los tornillos del nivel de aire y la otra mitad por los nivelantes de la base análogamente á como indicamos para el nivel de platillo.

Para corregir el error encontrado en la segunda verificación se hace que los nonius marquen el valor verdadero del ángulo medido, que es igual á la semisuma de las dos lecturas, y en seguida se mueve el limbo del eclímetro hasta que el anteojo enfile de nuevo el punto observado, con lo cual la burbuja del nivel se habrá movido y será preciso calarlo por medio de su tornillo particular.

Cuando la 3.ª condición no se cumpla, será preciso para cada ángulo leer en los dos nonius y tomar la semisuma de las lecturas.

La corrección correspondiente á la cuarta condición, se ejecuta moviendo conveniente el hilo vertical de la retícula por medio de los tornillos que tiene al efecto.

Eclímetro de albañil (121)

Verificaciones y correcciones.—Análogas á las explicadas para el nivel del mismo nombre.

Taquímetro de Trougthon (138)

Verificaciones.—Debemos examinar si se cumplen las siguientes condiciones:

1.ª Que los ejes de los niveles N y N'' (fig. 108) sean perpendiculares al eje general de rotación.

2.ª Que el eje óptico describa planos verticales cuando el instrumento está nivelado.

3.ª Que el eje óptico del anteojo sea perpendicular al de rotación de todo el instrumento cuando el diámetro de los ceros de los nonius coincida con el 100^g 300^g del limbo.

4.ª Que la separación entre los hilos diastimométricos de la retícula, den en la mira la lectura exacta de la distancia que se mide.

La primera condición se satisface cuando la tangente en el punto medio de la sección longitudinal del tubo de los niveles N y N'' es paralela al plano del limbo acimutal $A\ A'$ y se comprueba análogamente á como dejamos explicado para la verificación de los niveles de aire.

La segunda condición se comprueba viendo si estando bien nive-

lado el instrumento, el centro de la retícula, al girar el anteojo alrededor de su eje, se proyecta siempre sobre el cordón de una plomada ó el borde de una mira bien vertical, colocada á distancia, y si continúa verificándose lo mismo después de mover 200^g el limbo acimutal.

Si esto no tiene lugar, podrá depender de la falta de horizontalidad del eje de rotación del anteojo, ó por que éste no sea perpendicular al eje óptico.

Si de la observación ha resultado que el cruce de los hilos, en el giro del anteojo, marca una línea oblicua con relación á la plomada, es evidente que acusa la falta de horizontalidad del eje de rotación.

Si la línea que sigue el cruce de los hilos es paralela á la de la plomada, después de la semirrevolución del limbo acimutal, será señal de que el eje óptico del anteojo no es perpendicular al de rotación del mismo. El error será la mitad de la cantidad angular que quede separado de la plomada el cruce de los hilos.

Para ver si se cumple la tercera condición, basta comprobar que el eje óptico del anteojo es horizontal cuando el instrumento está nivelado, y los ceros de los nonius del limbo cenital, coinciden respectivamente con las graduaciones 100^g y 300^g.

Esta comprobación se ejecuta colocando una mira á distancia y leyendo en élla la altura de la visual dirigida por el anteojo, haciendo girar después 200^g al limbo acimutal, y al anteojo otros 200^g alrededor de su eje, y observando si la visual que después se dirija marca la misma graduación en la mira. En caso contrario, nos convenceremos de que el eje óptico no es horizontal.

La cuarta comprobación se ejecuta análogamente á como explicamos para la estadia.

Correcciones.—La corrección correspondiente á la primera condición se efectúa mitad por medio de los tornillos de los niveles, y la otra mitad por los de la plataforma como explicamos para el nivel de platillo.

El error obtenido al comprobar si se verifica la segunda condición: si procede de la falta de horizontalidad del eje de rotación del anteojo, se corrige por medio de los tornillos X, que hacen levantar ó bajar uno de los cojinetes; y si procede de la falta de perpendicularidad entre los dos ejes óptico y de rotación del anteojo, se corregirá del modo siguiente: sabemos que el cruce de los hilos, después de la semirevolución acimutal, quedó á la derecha ó la izquierda de la plomada, pues bien, se mueve el anteojo hasta que el expresado

cruce quede sobre la imagen de la plomada y el ángulo descrito será el doble del error; por consiguiente, si hacemos retroceder el anteojo la mitad de esta cantidad, el nonius nos dará este error, pero el cruce de los hilos ya no estará sobre la plomada y será preciso restablecer la coincidencia por medio de los tornillos de la retícula, quedando corregido el error.

Para hacer que el instrumento cumpla con la tercera condición, se mueve el anteojo hasta que el cruce de los hilos esté sobre el promedio de las dos lecturas hechas en la mira, se mueven en seguida las placas en que están grabados los nonius hasta que queden coincidiendo sus ceros con las graduaciones 100^g y 300^g, y por último, se corrigen los niveles *N* hasta que queden calados.

La corrección correspondiente á la cuarta condición se lleva á cabo por medio de una llave que mueva el engranaje que hace cambiar de posición la retícula diastimométrica, trasportándola paralelamente á sí misma acercándola ó separándola del ocular.

II

TABLAS QUE SUSTITUYEN A LAS DE LOGARITMOS DE LOS NÚMEROS Y Á LAS DE LAS LINEAS TRIGONOMÉTRICAS PARA LOS CÁLCULOS TOPOGRÁFICOS

Como la resolución trigonométrica de los triángulos del canevás, obliga al encargado de un levantamiento regular, á proveerse de unas tablas de logaritmos, tanto de los números como de las líneas trigonométricas, he creído de gran utilidad completar este compendio consignando en este apéndice unas tablas publicadas en Inglaterra con gran aceptación y cuyas ventajas quedarán demostradas, en cuanto al explicar su uso, hagamos ver que para hallar el logaritmo de un número de cuatro cifras, exacto en sus cuatro primeros decimales, no se necesitan otros conocimientos que los elementales de la aritmética.

Hemos explicado en el texto (164) que la longitud de los lados de los triángulos del canevás no debe de ser muy grande, siendo su límite de 1.000 á 1.500 metros, por consiguiente, al aplicar estas tablas á la resolución de dichos triángulos, el número cuyo logaritmo tengamos que buscar no excederá nunca de cuatro cifras, ni el que debemos obtener, dado el logaritmo, tampoco será mayor. En ta

concepto podremos considerarlas para el cálculo tan exactas como las de logaritmos, atendiendo por otra parte á la aproximación que para el resultado podremos desear en los levantamientos ordinarios que nos sean encomendados.

Uso de las tablas.—Si quisiéramos hallar el logaritmo del número 4.265 empezaríamos por buscar en la columna encabezada «Primeras cifras», de las tablas tituladas *Logaritmos*, el número 42, y siguiendo horizontalmente esta línea nos detendríamos en la columna marcada «6» de las designadas «Tercera cifra», viendo escrita en élla el número 6.294. Seguiríamos después sobre la misma horizontal hasta la casilla «5» de las columnas tituladas «Cuarta cifra», y sumando el número5 que leemos en élla con 6.294, nos dará por resultado 6.299 que será la mantisa del logaritmo del número propuesto; y como su característica sabemos ha de ser menor en una unidad al de cifras enteras que contiene aquél, tendremos

$$\log.\ 4.265 = 3'6299.$$

Si el número propuesto fuese 426'5, se prescindiría de la vírgula considerándolo como entero y su mantisa en las tablas sería la que acabamos de hallar, pero su característica sería 2; por consiguiente

$$\log.\ 426'5 = 2'6299$$

de la misma manera obtendríamos

$$\log.\ 42'65 = 1'6299$$
$$\log.\ 4'265 = 0'6299$$

Los logaritmos de las fracciones decimales sabemos que tienen su característica negativa compuesta de tantas unidades como indica el lugar que la primera cifra significativa ocupa á partir de la vírgula, siendo su mantisa la misma que la del número entero que resulta al prescindir de aquélla, así:

$$\log.\ 0'4265 = \bar{1}'6299$$
$$\log.\ 0'04265 = \bar{2}'6299$$
$$\log.\ 0'004265 = \bar{3}'6299$$

y así sucesivamente.

Pasemos á ocuparnos de la recíproca.

Supongamos que se nos da la mantisa 0'4979.

En la columna «Primeras cifras» de las tablas tituladas *Antilogaritmos*, buscaremos 49, seguiremos sobre este número, horizontalmente hacia la derecha, hasta detenernos en la casilla «7» de las de «Tercera cifra» donde encontraremos 3.141; en la casilla «9» de la «Cuarta cifra» y sobre la misma línea horizontal de la lectura hecha encontraremos el número 6 que sumado con 3141 nos dará 3147 que son las cuatro cifras del número que buscamos; por consiguiente

$$0'4979 = \log.\ 3'147$$

y según sabemos representan las características, tendremos

$$1'4979 = \log.\ 31'47$$
$$2'4979 = \log.\ 314'7$$
$$3'4979 = \log.\ 3147$$

y

$$\bar{1}'4979 = \log.\ 0{,}3147$$
$$\bar{2}'4979 = \log.\ 0{,}03147$$

y así sucesivamente.

Veamos, pues, que con estas sencillísimas y reducidas tablas, podemos hallar los logaritmos de los números que puedan entrar como datos en la resolución de las fórmulas trigonométricas aplicadas á los trabajos topográficos ordinarios, y recíprocamente, los números de los logaritmos que entren en estos cálculos.

***

Nos queda aún que reemplazar las tablas de los logaritmos de las líneas trigonométricas, por otras que nos den directamente el valor de estas líneas para los arcos obtenidos en las observaciones hechas en los trabajos topográficos.

Estas líneas se encuentran en la última tabla para arcos que se diferencian en diez minutos.

TABLAS DEL APÉNDICE

LOGARITMOS

Primeras cifras	TERCERA CIFRA										CUARTA CIFRA								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374	4	8	12	17	21	25	29	33	37
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755	4	8	11	15	19	23	26	30	34
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106	3	7	10	14	17	21	24	28	31
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430	3	6	10	13	16	19	23	26	29
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732	3	6	9	12	15	18	21	24	27
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014	3	6	8	11	14	17	20	22	25
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279	3	5	8	11	13	16	18	21	24
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529	2	5	7	10	12	15	17	20	22
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2865	2	5	7	9	12	14	16	19	21
19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989	2	4	7	9	11	13	16	18	20
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201	2	4	6	8	11	13	15	17	19
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404	2	4	6	8	10	12	14	16	18
22	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598	2	4	6	7	10	12	14	15	17
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784	2	4	6	7	9	11	13	15	17
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962	2	4	5	7	9	11	12	14	16
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133	2	3	5	7	9	10	12	14	15
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4282	4298	2	3	5	7	8	10	11	13	15
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456	2	3	5	6	8	9	11	13	14
28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609	2	3	5	6	8	9	11	12	14
29	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757	1	3	4	6	7	9	10	12	13
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900	1	3	4	6	7	9	10	11	13
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038	1	3	4	6	7	8	10	11	12
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172	1	3	4	5	7	8	9	11	12
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302	1	3	4	5	6	8	9	10	12
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428	1	3	4	5	6	8	9	10	11
35	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551	1	2	4	5	6	7	9	10	11
36	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5658	5670	1	2	4	5	6	7	8	10	11
37	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786	1	2	3	5	6	7	8	9	10
38	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899	1	2	3	5	6	7	8	9	10
39	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010	1	2	3	4	5	7	8	9	10
40	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117	1	2	3	4	5	6	8	9	10
41	6128	6138	6149	6160	6170	6180	6191	6201	6212	6222	1	2	3	4	5	6	7	8	9
42	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325	1	2	3	4	5	6	7	8	9
43	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425	1	2	3	4	5	6	7	8	9
44	6435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522	1	2	3	4	5	6	7	8	9
45	6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6599	6609	6618	1	2	3	4	5	6	7	8	9
46	6628	6637	6646	6656	6665	6675	6684	6693	6702	6712	1	2	3	4	5	6	7	7	8
47	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6794	6803	1	2	3	4	5	5	6	7	8
48	6812	6821	6830	6839	6848	6857	6866	6875	6884	6893	1	2	3	4	4	5	6	7	8
49	6902	6911	6920	6928	6937	6946	6955	6964	6972	6981	1	2	3	4	4	5	6	7	8
50	6990	6998	7007	7016	7024	7033	7042	7050	7059	7067	1	2	3	3	4	5	6	7	8
51	7076	7084	7093	7101	7110	7118	7126	7135	7143	7152	1	2	3	3	4	5	6	7	8
52	7160	7168	7177	7185	7193	7202	7210	7218	7226	7235	1	2	2	3	4	5	6	7	7
53	7243	7251	7259	7267	7275	7284	7292	7300	7308	7316	1	2	2	3	4	5	6	6	7
54	7324	7332	7340	7348	7356	7364	7372	7380	7388	7396	1	2	2	3	4	5	6	6	7

Primeras cifras	TERCERA CIFRA										TERCERA CIFRA								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
55	7404	7412	7419	7427	7435	7443	7451	7459	7466	7474	1	2	2	3	4	5	5	6	7
56	7482	7490	7497	7505	7513	7520	7528	7536	7543	7551	1	2	2	3	4	5	5	6	7
57	7559	7566	7574	7582	7589	7597	7604	7612	7619	7627	1	2	2	3	4	5	5	6	7
58	7634	7642	7649	7657	7664	7672	7679	7686	7694	7701	1	1	2	3	4	4	5	6	7
59	7709	7716	7723	7731	7738	7745	7752	7760	7767	7774	1	1	2	3	4	4	5	6	7
60	7782	7789	7796	7803	7810	7818	7825	7832	7839	7846	1	1	2	3	4	4	5	6	6
61	7853	7860	7868	7875	7882	7889	7896	7903	7910	7917	1	1	2	3	4	4	5	6	6
62	7924	7931	7938	7945	7952	7959	7966	7973	7980	7987	1	1	2	3	3	4	5	6	6
63	7994	8000	8007	8014	8021	8028	8035	8041	8048	8055	1	1	2	3	3	4	5	5	6
64	8062	8069	8075	8082	8089	8096	8102	8109	8116	8122	1	1	2	3	3	4	5	5	6
65	8129	8136	8142	8149	8156	8162	8169	8176	8182	8189	1	1	2	3	3	4	5	5	6
66	8195	8202	8209	8215	8222	8228	8235	8241	8248	8254	1	1	2	3	3	4	5	5	6
67	8261	8267	8274	8280	8287	8293	8299	8306	8312	8319	1	1	2	3	3	4	5	5	6
68	8325	8331	8338	8344	8351	8357	8363	8370	8376	8382	1	1	2	3	3	4	4	5	6
69	8388	8395	8401	8407	8414	8420	8426	8432	8439	8445	1	1	2	2	3	4	4	5	6
70	8451	8457	8463	8470	8476	8482	8488	8494	8500	8506	1	1	2	2	3	4	4	5	6
71	8513	8519	8525	8531	8537	8543	8549	8555	8561	8567	1	1	2	2	3	4	4	5	5
72	8573	8579	8585	8591	8597	8603	8609	8615	8621	8627	1	1	2	2	3	4	4	5	5
73	8633	8639	8645	8651	8657	8663	8669	8675	8681	8686	1	1	2	2	3	4	4	5	5
74	8692	8698	8704	8710	8716	8722	8727	8733	8739	8745	1	1	2	2	3	4	4	5	5
75	8751	8756	8762	8768	8774	8779	8785	8791	8797	8802	1	1	2	2	3	3	4	5	5
76	8808	8814	8820	8825	8831	8837	8842	8848	8854	8859	1	1	2	2	3	3	4	5	5
77	8865	8871	8876	8882	8887	8893	8899	8904	8910	8915	1	1	2	2	3	3	4	4	5
78	8921	8927	8932	8938	8943	8949	8954	8960	8965	8971	1	1	2	2	3	3	4	4	5
79	8976	8982	8987	8993	8998	9004	9009	9015	9020	9025	1	1	2	2	3	3	4	4	5
80	9031	9036	9042	9047	9053	9058	9063	9069	9074	9079	1	1	2	2	3	3	4	4	5
81	9085	9090	9096	9101	9106	9112	9117	9122	9128	9133	1	1	2	2	3	3	4	4	5
82	9138	9143	9149	9154	9159	9165	9170	9175	9180	9186	1	1	2	2	3	3	4	4	5
83	9191	9196	9201	9206	9212	9217	9222	9227	9232	9238	1	1	2	2	3	3	4	4	5
84	9243	9248	9253	9258	9263	9269	9274	9279	9284	9289	1	1	2	2	3	3	4	4	5
85	9294	9299	9304	9309	9315	9320	9325	9330	9335	9340	1	1	2	2	3	3	4	4	5
86	9345	9350	9355	9360	9365	9370	9375	9380	9385	9390	1	1	2	2	3	3	4	4	5
87	9395	9400	9405	9410	9415	9420	9425	9430	9435	9440	0	1	1	2	2	3	3	4	4
88	9445	9450	9455	9460	9465	9469	9474	9479	9484	9489	0	1	1	2	2	3	3	4	4
89	9494	9499	9504	9509	9513	9518	9523	9528	9533	9538	0	1	1	2	2	3	3	4	4
90	9542	9547	9552	9557	9562	9566	9571	9576	9581	9586	0	1	1	2	2	3	3	4	4
91	9590	9595	9600	9605	9609	9614	9619	9624	9628	9633	0	1	1	2	2	3	3	4	4
92	9638	9643	9647	9652	9657	9661	9666	9691	9675	9680	0	1	1	2	2	3	3	4	4
93	9685	9689	9694	9699	9703	9708	9713	9717	9722	9727	0	1	1	2	2	3	3	4	4
94	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	9773	0	1	1	2	2	3	3	4	4
95	9777	9782	9786	9791	9795	9800	9805	9809	9814	9818	0	1	1	2	2	3	3	4	4
96	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	9863	0	1	1	2	2	3	3	4	4
97	9868	9872	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	9908	0	1	1	2	2	3	3	4	4
98	9912	9917	9921	9926	9930	9934	9939	9943	9948	9952	0	1	1	2	2	3	3	4	4
99	9956	9961	9965	9969	9974	9978	9983	9987	9991	9996	0	1	1	2	2	3	3	3	4

ANTILOGARITMOS

Primeras cifras	TERCERA CIFRA										CUARTA CIFRA								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
00	1000	1002	1005	1007	1009	1012	1014	1016	1019	1021	0	0	1	1	1	1	2	2	2
01	1023	1026	1028	1030	1033	1035	1038	1040	1042	1045	0	0	1	1	1	1	2	2	2
02	1047	1050	1052	1054	1057	1059	1062	1064	1067	1069	0	0	1	1	1	1	2	2	2
03	1072	1074	1076	1079	1081	1084	1086	1089	1091	1094	0	0	1	1	1	1	2	2	2
04	1096	1099	1102	1104	1107	1109	1112	1114	1117	1119	0	1	1	1	1	2	2	2	2
05	1122	1125	1127	1130	1132	1135	1138	1140	1143	1146	0	1	1	1	1	2	2	2	2
06	1148	1151	1153	1156	1159	1161	1164	1167	1169	1172	0	1	1	1	1	2	2	2	2
07	1175	1178	1180	1183	1186	1189	1191	1194	1197	1199	0	1	1	1	1	2	2	2	2
08	1202	1205	1208	1211	1213	1216	1219	1222	1225	1227	0	1	1	1	1	2	2	2	3
09	1230	1233	1236	1239	1242	1245	1247	1250	1253	1256	0	1	1	1	1	2	2	2	3
10	1259	1262	1265	1268	1271	1274	1276	1279	1282	1285	0	1	1	1	1	2	2	2	3
11	1288	1291	1294	1297	1300	1303	1306	1309	1312	1315	0	1	1	1	2	2	2	2	3
12	1318	1321	1324	1327	1330	1334	1337	1340	1343	1346	0	1	1	1	2	2	2	2	3
13	1349	1352	1355	1358	1361	1365	1368	1371	1374	1377	0	1	1	1	2	2	2	3	3
14	1380	1384	1387	1390	1393	1396	1400	1403	1406	1409	0	1	1	1	2	2	2	3	3
15	1413	1416	1419	1422	1426	1429	1432	1435	1439	1442	0	1	1	1	2	2	2	3	3
16	1445	1449	1452	1455	1459	1462	1466	1469	1472	1476	0	1	1	1	2	2	2	3	3
17	1479	1483	1486	1489	1493	1496	1500	1503	1507	1510	0	1	1	1	2	2	2	3	3
18	1514	1517	1521	1524	1528	1531	1535	1538	1542	1545	0	1	1	1	2	2	2	3	3
19	1549	1552	1556	1560	1563	1567	1570	1574	1578	1581	0	1	1	1	2	2	2	3	3
20	1585	1589	1592	1596	1600	1603	1607	1611	1614	1618	0	1	1	1	2	2	3	3	3
21	1622	1626	1629	1633	1637	1641	1644	1648	1652	1656	0	1	1	2	2	2	3	3	3
22	1660	1663	1667	1671	1675	1679	1683	1687	1690	1694	0	1	1	2	2	2	3	3	3
23	1698	1702	1706	1710	1714	1718	1722	1726	1730	1734	0	1	1	2	2	2	3	3	4
24	1737	1742	1746	1750	1754	1758	1762	1766	1770	1774	0	1	1	2	2	2	3	3	4
25	1778	1782	1786	1791	1795	1799	1803	1807	1811	1816	0	1	1	2	2	2	3	3	4
26	1820	1824	1828	1832	1837	1841	1845	1849	1854	1858	0	1	1	2	2	3	3	3	4
27	1862	1866	1871	1875	1879	1884	1888	1892	1897	1901	0	1	1	2	2	3	3	3	4
28	1905	1910	1914	1919	1923	1928	1932	1936	1941	1945	0	1	1	2	2	3	3	4	4
29	1950	1954	1959	1963	1968	1972	1977	1982	1986	1991	0	1	1	2	2	3	3	4	4
30	1995	2000	2004	2009	2014	2018	2023	2028	2032	2037	0	1	1	2	2	3	3	4	4
31	2042	2046	2051	2056	2061	2065	2070	2075	2080	2084	0	1	1	2	2	3	3	4	4
32	2089	2094	2099	2104	2109	2113	2118	2123	2128	2133	0	1	1	2	2	3	3	4	4
33	2138	2143	2148	2153	2158	2163	2168	2173	2178	2183	0	1	1	2	2	3	3	4	4
34	2188	2193	2198	2203	2208	2213	2218	2223	2228	2234	1	1	2	2	3	3	4	4	5
35	2239	2244	2249	2254	2259	2265	2270	2275	2280	2286	1	1	2	2	3	3	4	4	5
36	2291	2296	2301	2307	2312	2317	2323	2328	2333	2339	1	1	2	2	3	3	4	4	5
37	2344	2350	2355	2360	2366	2371	2377	2382	2388	2393	1	1	2	2	3	3	4	4	5
38	2399	2404	2410	2415	2421	2427	2432	2438	2443	2449	1	1	2	2	3	3	4	4	5
39	2455	2460	2466	2472	2477	2483	2489	2495	2500	2506	1	1	2	2	3	3	4	5	5
40	2512	2518	2523	2529	2535	2541	2547	2553	2559	2564	1	1	2	2	3	4	4	5	5
41	2570	2576	2582	2588	2594	2600	2606	2612	2618	2624	1	1	2	2	3	4	4	5	5
42	2630	2636	2642	2649	2655	2661	2667	2673	2679	2685	1	1	2	2	3	4	4	5	6
43	2692	2698	2704	2710	2716	2723	2729	2735	2742	2748	1	1	2	2	3	4	4	5	6
44	2754	2761	2767	2773	2780	2786	2793	2799	2805	2812	1	1	2	2	3	4	4	5	6

Primeras cifras	TERCERA CIFRA										CUARTA CIFRA								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
45	2818	2825	2831	2838	2844	2851	2858	2864	2871	2877	1	1	2	3	3	4	5	5	6
46	2884	2891	2897	2904	2911	2917	2924	2931	2938	2944	1	1	2	3	3	4	5	5	6
47	2951	2958	2965	2972	2979	2985	2992	2999	3006	3013	1	1	2	3	3	4	5	5	6
48	3020	3027	3034	3041	3048	3055	3062	3069	3076	3083	1	1	2	3	4	4	5	6	6
49	3090	3097	3105	3112	3119	3126	3133	3141	3148	3155	1	1	2	3	4	4	5	6	6
50	3162	3170	3177	3184	3192	3199	3206	3214	3221	3228	1	1	2	3	4	4	5	6	7
51	3236	3243	3251	3258	3266	3273	3281	3289	3296	3304	1	2	2	3	4	5	5	6	7
52	3311	3319	3327	3334	3342	3350	3357	3365	3373	3381	1	2	2	3	4	5	5	6	7
53	3388	3396	3404	3412	3420	3428	3436	3443	3451	3459	1	2	2	3	4	5	6	6	7
54	3467	3475	3483	3491	3499	3508	3516	3524	3532	3540	1	2	2	3	4	5	6	6	7
55	3548	3556	3565	3573	3581	3589	3597	3606	3614	3612	1	2	2	3	4	5	6	7	7
56	3631	3639	3648	3656	3664	3673	3681	3690	3698	3707	1	2	3	3	4	5	6	7	8
57	3715	3724	3733	3741	3750	3758	3777	3776	3784	3793	1	2	3	3	4	5	6	7	8
58	3802	3811	3819	3828	3837	3846	3855	3864	3873	3882	1	2	3	3	4	5	6	7	8
59	3890	3898	3908	3917	3926	3936	3945	3954	3963	3972	1	2	3	4	5	5	6	7	8
60	3981	3990	3999	4009	4018	4027	4036	4046	4055	4064	1	2	3	4	5	5	6	7	8
61	4074	4083	4093	4102	4111	4121	4130	4140	4150	4159	1	2	3	4	5	6	7	8	9
62	4169	4178	4188	4188	4207	4217	4227	4236	4246	4256	1	2	3	4	5	6	7	8	9
63	4266	4276	4285	4295	4305	4315	4325	4335	4345	4355	1	2	3	4	5	6	7	8	9
64	4365	4375	4385	4395	4406	4416	4426	4436	4446	4457	1	2	3	4	5	6	7	8	9
65	4467	4477	4487	4498	4508	4519	4529	4539	4550	4560	1	2	3	4	5	6	7	8	9
66	4571	4581	4592	4603	4613	4624	4634	4645	4656	4667	1	2	3	4	5	6	7	9	10
67	4677	4688	4699	4710	4721	4732	4742	4753	4764	4775	1	2	3	4	5	7	8	9	10
68	4786	4797	4808	4819	4831	4842	4853	4864	4875	4887	1	2	3	4	6	7	8	9	10
69	4898	4909	4920	4932	4943	4955	4966	4977	4989	5000	1	2	3	5	6	7	8	9	10
70	5012	5023	5035	5047	5058	5070	5082	5093	5105	5117	1	2	4	5	6	7	8	9	11
71	5129	5140	5152	5164	5176	5188	5200	5212	5224	5236	1	2	4	5	6	7	8	10	11
72	5248	5260	5272	5284	5297	5309	5321	5333	5346	5358	1	2	4	5	6	7	9	10	11
73	5370	5383	5395	5408	5420	5433	5445	5458	5470	5483	1	3	4	5	6	8	9	10	11
74	5495	5508	5521	5554	5546	5559	5572	5585	5598	5610	1	3	4	5	6	8	9	10	12
75	5623	5636	5649	5662	5675	5689	5702	5715	5728	5741	1	3	4	5	7	8	9	10	12
76	5754	5768	5781	5794	5808	5821	5834	5848	5861	5875	1	3	4	5	7	8	9	11	12
77	5888	5902	5916	5929	5943	5957	5970	5984	5998	6012	1	3	4	5	7	8	10	11	12
78	6026	6039	6053	6067	6081	6095	6109	6124	6138	6152	1	3	4	6	7	8	10	11	13
79	6166	6180	6194	6209	6223	6237	6252	6266	6281	6295	1	3	4	6	7	9	10	11	13
80	6310	6324	6339	6353	6368	6383	6397	6412	6427	6442	1	3	4	6	7	9	10	12	13
81	6457	6471	6486	6501	6516	6531	6546	6561	6577	6592	2	3	5	6	8	9	11	12	14
82	6607	6622	6638	6653	6668	6683	6699	6714	6730	6745	2	3	5	6	8	9	11	12	14
83	6761	6776	6792	6808	6823	6839	6855	6871	6887	6902	2	3	5	6	8	9	11	13	14
84	6918	6934	6950	6966	6982	6998	7015	7031	7047	7063	2	3	5	6	8	10	11	13	15
85	7079	7096	7112	7129	7145	7161	7178	7194	7211	7228	2	3	5	7	8	10	12	13	15
86	7244	7261	7278	7295	7311	7328	7345	7362	7379	7396	2	3	5	7	8	10	12	13	15
87	7413	7430	7447	7464	7482	7499	7516	7534	7551	7568	2	3	5	7	9	10	12	14	16
88	7586	7603	7621	7638	7656	7674	7691	7709	7727	7745	2	4	5	7	9	11	12	14	16
89	7762	7780	7798	7816	7834	7852	7870	7889	7907	7925	2	4	5	7	9	11	13	14	16

Primeras cifras	TERCERA CIFRA										CUARTA CIFRA								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
90	7943	7962	7980	7998	8017	8035	8054	8072	8091	8110	2	4	6	7	9	11	13	15	17
91	8128	8147	8166	8185	8204	8222	8241	8260	8279	8299	2	4	6	8	9	11	13	15	17
92	8318	8337	8356	8375	8395	8414	8433	8453	8472	8492	2	4	6	8	10	12	14	15	17
93	8511	8531	8551	8570	8590	8610	8630	8650	8670	8690	2	4	6	8	10	12	14	16	18
94	8710	8730	8750	8770	8790	8810	8831	8851	8872	8892	2	4	6	8	10	12	14	16	18
95	8913	8933	8954	8974	8995	9016	9036	9057	9078	9099	2	4	6	8	10	12	15	17	19
96	9120	9141	9162	9183	9204	9226	9247	9268	9290	9311	2	4	6	8	11	13	15	17	19
97	9333	9354	9376	9397	9419	9441	9462	9484	9506	9528	2	4	7	9	11	13	15	17	20
98	9550	9572	9594	9616	9638	9661	9683	9705	9727	9749	2	4	7	9	11	13	16	18	20
99	9772	9795	9817	9839	9863	9886	9908	9931	9954	9977	2	5	7	9	11	14	16	18	20

TABLA DE LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

Grados	Minutos	Senos	Cosenos	Tang.	Cotang.		
0	0	0,00000	1,00000	0,00000	∞	0	90
	10	0,00291	0,99999	0,00291	343,77371	50	
	20	0,00582	0,99998	0,00582	171,88540	40	
	30	0,00873	0,99996	0,00873	114,58865	30	
	40	0,01164	0,99993	0,01164	85,93979	20	
	50	0,01554	0,99989	0,01455	68,75009	10	
1	0	0,01745	0,99985	0,01746	57,28996	0	89
	10	0,02036	0,99979	0,02036	49,10388	50	
	20	0,02327	0,99973	0,02328	42,96408	40	
	30	0,02618	0,99966	0,02619	38,18846	30	
	40	0,02908	0,99958	0,02910	34,36777	20	
	50	0,03199	0,99949	0,03201	31,24158	10	
2	0	0,03490	0,99939	0,03492	28,63615	0	88
	10	0,03781	0,99929	0,03783	26,43160	50	
	20	0,04071	0,99917	0,04075	24,54176	40	
	30	0,04362	0,99905	0,04366	22,90377	30	
	40	0,04653	0,99892	0,04658	21,47040	20	
	50	0,04943	0,99878	0,04949	20,20555	10	
3	0	0,05234	0,99863	0,05241	19,08114	0	87
	10	0,05824	0,99847	0,05533	18,07498	50	
	20	0,05814	0,99831	0,05824	17,16934	40	
	30	0,06105	0,99813	0,06116	16,34985	30	
	40	0,06395	0,99795	0,06408	15,60478	20	
	50	0,06685	0,99776	0,06700	14,92442	10	
4	0	0,06976	0,99759	0,06993	14,30067	0	86
	10	0,07266	0,99736	0,07285	13,72674	50	
	20	0,07556	0,99714	0,07578	13,19688	40	
	30	0,07846	0,99692	0,07870	12,70620	30	
	40	0,08136	0,99668	0,08163	12,25051	20	
	50	0,08426	0,99644	0,08456	11,82617	10	
5	0	0,08716	0,99619	0,08749	11,43005	0	85
	10	0,09005	0,99594	0,09042	11,05943	50	
	20	0,09295	0,99567	0,09335	10,71191	40	
	30	0,09585	0,99540	0,09629	10,38540	30	
	40	0,09874	0,99511	0,09923	10,07803	20	
	50	0,10164	0,99482	0,10216	9,78817	10	
6	0	0,10453	0,99452	0,10510	9,51436	0	84
	10	0,10742	0,99421	0,10805	9,25530	50	
	20	0,11031	0,99390	0,11099	9,00983	40	
	30	0,11320	0,99357	0,11393	8,77681	30	
	40	0,11609	0,99324	0,11688	8,55555	20	
	50	0,11898	0,99290	0,11983	8,34493	10	
7	0	0,12187	0,99255	0,12278	8,14435	0	83
	10	0,12476	0,99219	0,12574	7,95302	50	
	20	0,12764	0,99182	0,12869	7,77035	40	
	30	0,13053	0,99141	0,13195	7,59575	30	
	40	0,13341	0,99106	0,13461	7,42871	20	
	50	0,13629	0,99067	0,13758	7,26873	10	
		Cosenos	Senos	Cotang.	Tang.	Minutos	Grados

Grados	Minutos	Senos	Cosenos	Tang.	Cotang.		
8	0	0,13916	0,99027	0,14054	7,11537	0	82
	10	0,14205	0,98986	0,14351	6,96823	50	
	20	0,14493	0,98944	0,14648	6,82694	40	
	30	0,14781	0,98902	0,14945	6,69116	30	
	40	0,15069	0,98858	0,15243	6,56055	20	
	50	0,15356	0,98814	0,15540	6,43484	10	
9	0	0,15643	0,98769	0,15838	6,31375	0	81
	10	0,15931	0,98723	0,16137	6,19703	50	
	20	0,16218	0,98676	0,16434	6,08444	40	
	30	0,16505	0,98629	0,16734	5,97567	30	
	40	0,16792	0,98580	0,17033	5,87080	20	
	50	0,17078	0,98531	0,17333	5,76128	10	
10	0	0,17365	0,98481	0,17633	5,67128	0	80
	10	0,17651	0,98430	0,17933	5,57638	50	
	20	0,17937	0,98378	0,18233	5,48451	40	
	30	0,18224	0,98325	0,18534	5,39552	30	
	40	0,18509	0,98272	0,18835	5,30928	20	
	50	0,18795	0,98218	0,19136	5,22566	10	
11	0	0,19081	0,98163	0,19438	5,14455	0	79
	10	0,19366	0,98107	0,19740	5,06534	50	
	20	0,19652	0,98050	0,20042	4,98950	40	
	30	0,19937	0,97992	0,20345	4,91516	30	
	40	0,20222	0,97934	0,20648	4,84300	20	
	50	0,20507	0,97875	0,20952	4,77286	10	
12	0	0,20791	0,97815	0,21256	4,70464	0	78
	10	0,21076	0,97754	0,21560	4,63825	50	
	20	0,21360	0,97692	0,21864	4,57363	40	
	30	0,21644	0,97630	0,22169	4,51071	30	
	40	0,21928	0,97566	0,22475	4,44942	20	
	50	0,22212	0,96502	0,22781	4,38969	10	
13	0	0,22495	0,97437	0,23087	4,33148	0	77
	10	0,22778	0,97371	0,23393	4,27471	50	
	20	0,23062	0,97304	0,23700	4,21933	40	
	30	0,23345	0,67237	0,24008	4,16530	30	
	40	0,23627	0,97169	0,24316	4,11256	20	
	50	0,23910	0,97100	0,24624	4,06107	10	
14	0	0,24192	0,97030	0,24933	4,01078	0	76
	10	0,24474	0,96959	0,25242	3,96165	50	
	20	0,24756	0,96887	0,25551	3,91364	40	
	30	0,25038	0,96815	0,25862	3,86671	30	
	40	0,25320	0,96742	0,26172	3,82083	20	
	50	0,25601	0,96667	0,26483	3,77516	10	
15	0	0,25882	0,96593	0,26795	3,73205	0	75
	10	0,26163	0,96517	0,27107	3,68909	50	
	20	0,26443	0,96440	0,27419	3,64705	40	
	30	0,26724	0,96363	0,27732	3,60588	30	
	40	0,27004	0,96285	0,28046	3,56557	20	
	50	0,27284	0,96206	0,28600	3,52609	10	
		Cosenos	Senos	Cotang.	Tang.	Minutos	Grados

Grados	Minutos	Senos	Cosenos	Tang.	Cotang.		
16	0	0,27564	0,96126	0,28675	3,48741	0	74
	10	0,27843	0,96046	0,28990	3,44951	50	
	20	0,28123	0,95964	0,29305	3,41236	40	
	30	0,28402	0,95882	0,29621	3,37594	30	
	40	0,28680	0,95799	0,29938	3,34023	20	
	50	0,28958	0,95715	0,30255	3,30521	10	
17	0	0,29237	0,95630	0,30573	3,27085	0	73
	10	0,29515	0,95545	0,30891	3,23714	50	
	20	0,29793	0,95459	0,31210	3,20406	40	
	30	0,30071	0,95372	0,31530	3,17159	30	
	40	0,30348	0,95284	0,31850	3,13972	20	
	50	0,30625	0,95195	0,32171	3,10842	10	
18	0	0,30902	0,95106	0,32492	3,07768	0	72
	10	0,31178	0,95015	0,32814	3,04749	50	
	20	0,31454	0,94924	0,33136	3,01783	40	
	30	0,31730	0,94833	0,33460	2,98868	30	
	40	0,32006	0,94740	0,33783	2,96004	20	
	50	0,32282	0,94646	0,34108	2,93189	10	
19	0	0,32557	0,94552	0,34433	2,90421	0	71
	10	0,32832	0,94457	0,34758	2,87700	50	
	20	0,33106	0,94361	0,35085	2,85023	40	
	30	0,33381	0,94164	0,35412	2,82391	30	
	40	0,33655	0,94167	0,35740	2,79802	20	
	50	0,33929	0,94068	0,36068	2,77254	10	
20	0	0,34202	0,93969	0,36397	2,74748	0	70
	10	0,34475	0,93869	0,36727	2,72281	50	
	20	0,34748	0,93769	0,37057	2,69853	40	
	30	0,35021	0,93667	0,37388	2,67462	30	
	40	0,35293	0,93565	0,37720	2,65109	20	
	50	0,35565	0,93462	0,38053	2,62791	10	
21	0	0,35837	0,93358	0,38386	2,60509	0	69
	10	0,36108	0,93253	0,38721	2,58261	50	
	20	0,36379	0,93148	0,39055	2,56046	40	
	30	0,36650	0,93042	0,39391	2,53865	30	
	40	0,36921	0,92935	0,39727	2,51715	20	
	50	0,37191	0,92827	0,40065	2,49597	10	
22	0	0,37461	0,92718	0,40403	2,47509	0	68
	10	0,37730	0,92609	0,40741	2,45451	50	
	20	0,37999	0,92499	0,45081	2,43422	40	
	30	0,38268	0,92388	0,41421	2,41421	30	
	40	0,38537	0,92276	0,41763	2,39449	20	
	50	0,38805	0,92164	0,42105	2,37504	10	
23	0	0,39073	0,92050	0,42447	2,35585	0	67
	10	0,39341	0,91936	0,42791	2,33693	50	
	20	0,39608	0,91822	0,43136	2,31826	40	
	30	0,39875	0,91706	0,43481	2,29984	30	
	40	0,40141	0,91590	0,43828	2,28167	20	
	50	0,40408	0,91472	0,44175	2,26374	10	
		Cosenos	Senos	Cotang.	Tang.	Minutos	Grados

Grados	Minutos	Senos	Cosenos	Tang.	Cotang.		
24	0	0,40674	0,91355	0,44523	2,24604	0	66
	10	0,40939	0,91236	0,44872	2,22857	50	
	20	0,41204	0,91116	0,45222	2,21132	40	
	30	0,41469	0,90996	0,45573	2,19430	30	
	40	0,41734	0,90875	0,45924	2,17749	20	
	50	0,41998	0,90753	0,46277	2,16090	10	
25	0	0,42262	0,90631	0,46631	2,14451	0	65
	10	0,42525	0,90507	0,46985	2,12832	50	
	20	0,42788	0,90383	0,47341	2,11233	40	
	30	0,43051	0,90259	0,47698	2,09654	30	
	40	0,43313	0,90133	0,48055	2,08094	20	
	50	0,43575	0,90007	0,48414	2,06553	10	
26	0	0,43837	0,89879	0,48773	2,05030	0	64
	10	0,44098	0,89752	0,49134	2,03526	50	
	20	0,44359	0,89623	0,49495	2,02039	40	
	30	0,44620	0,89493	0,49858	2,00569	30	
	40	0,44880	0,89363	0,50222	1,99116	20	
	50	0,45140	0,89232	0,50587	1,97680	10	
27	0	0,45399	0,89101	0,50953	1,96261	0	63
	10	0,45658	0,88968	0,51316	1,94858	50	
	20	0,45917	0,88835	0,51688	1,93470	40	
	30	0,46175	0,88701	0,52057	1,92098	30	
	40	0,46433	0,88566	0,52427	1,90741	20	
	50	0,46690	0,88431	0,52798	1,89400	10	
28	0	0,46947	0,88295	0,53171	1,88073	0	62
	10	0,47204	0,88158	0,53545	1,86760	50	
	20	0,47460	0,88020	0,53920	1,85462	40	
	30	0,47716	0,87882	0,54296	1,84177	30	
	40	0,47971	0,87743	0,54673	1,82906	20	
	50	0,48226	0,87603	0,55051	1,81649	10	
29	0	0,48481	0,87462	0,55431	1,80405	0	61
	10	0,48735	0,87321	0,55812	1,79174	50	
	20	0,48989	0,87178	0,56194	1,77955	40	
	30	0,49242	0,87036	0,56577	1,76749	30	
	40	0,49495	0,86892	0,56962	1,75556	20	
	50	0,49748	0,86748	0,57348	1,74375	10	
30	0	0,50000	0,86603	0,57735	1,73205	0	60
	10	0,50252	0,86457	0,58124	1,72047	50	
	20	0,50503	0,86310	0,58513	1,70901	40	
	30	0,50754	0,86163	0,58904	1,69762	30	
	40	0,51004	0,86015	0,59297	1,68643	20	
	50	0,51254	0,85866	0,59691	1,67530	10	
31	0	0,51504	0,85717	0,60086	1,66428	0	59
	10	0,51753	0,85567	0,60483	1,65337	50	
	20	0,52002	0,85416	0,60881	1,64256	40	
	30	0,52250	0,85264	0,61280	1,63186	30	
	40	0,52498	0,85112	0,61681	1,62125	20	
	50	0,52745	0,84959	0,62083	1,61074	10	
		Cosenos	Senos	Cotang.	Tang.	Minutos	Grados

Grados	Minutos	Senos	Cosenos	Tang.	Cotang.		
32	0	0,52992	0,84805	0,62487	1,60033	0	58
	10	0,53238	0,84650	0,62892	1,59002	50	
	20	0,53484	0,84495	0,63299	1,57981	40	
	30	0,53730	0,84339	0,63707	1,56969	30	
	40	0,53975	0,84182	0,64117	1,55966	20	
	50	0,54220	0,84025	0,64528	1,54972	10	
33	0	0,54464	0,83867	0,64941	1,53986	0	57
	10	0,54708	0,83708	0,65355	1,53010	50	
	20	0,54951	0,83549	0,65771	1,52043	40	
	30	0,55194	0,83389	0,66189	1,51084	30	
	40	0,55436	0,83228	0,66608	1,50138	20	
	50	0,55678	0,83066	0,67028	1,49190	10	
34	0	0,55919	0,82904	0,67451	1,48256	0	56
	10	0,56160	0,82741	0,67875	1,47330	50	
	20	0,56401	0,82577	0,68301	1,46411	40	
	30	0,56641	0,82413	0,68728	1,45501	30	
	40	0,56880	0,82248	0,69157	1,44598	20	
	50	0,57119	0,82082	0,69588	1,43703	10	
35	0	0,57358	0,81915	0,70021	1,42815	0	55
	10	0,57596	0,81748	0,70455	1,41934	50	
	20	0,57833	0,81580	0,70891	1,41061	40	
	30	0,58070	0,81412	0,71329	1,49195	30	
	40	0,58307	0,81242	0,71769	1,39336	20	
	50	0,58543	0,81072	0,72211	1,38484	10	
36	0	0,58779	0,80902	0,72654	1,37638	0	54
	10	0,59014	0,80730	0,73100	1,36800	50	
	20	0,59248	0,80558	0,73547	1,35968	40	
	30	0,59482	0,80386	0,73996	1,35142	30	
	40	0,59716	0,80212	0,74447	1,34323	20	
	50	0,59949	0,80038	0,74900	1,33511	10	
37	0	0,60181	0,79864	0,75355	1,32704	0	53
	10	0,60414	0,79688	0,75812	1,31904	50	
	20	0,60645	0,79512	0,76272	1,31110	40	
	30	0,60876	0,79335	0,76733	1,30323	30	
	40	0,61107	0,79158	0,77196	1,29541	20	
	50	0,61337	0,78980	0,77661	1,28764	10	
38	0	0,61566	0,78801	0,78129	1,27994	0	52
	10	0,61795	0,78622	0,78598	1,27230	50	
	20	0,62024	0,78442	0,79070	1,26471	40	
	30	0,62251	0,78261	0,79544	1,25717	30	
	40	0,62479	0,78079	0,80020	1,24969	20	
	50	0,62706	0,77897	0,80498	1,24227	10	
39	0	0,62932	0,77715	0,86978	1,23490	0	51
	10	0,63158	0,77531	0,81461	1,22758	50	
	20	0,63383	0,77347	0,81946	1,22031	40	
	30	0,63608	0,77162	0,82434	1,21310	30	
	40	0,63832	0,76977	0,82923	1,20593	20	
	50	0,64056	0,76791	0,83415	1,19882	10	
		Cosenos	Senos	Cotang.	Tang.	Minutos	Grados

Grados	Minutos	Senos	Cosenos	Tang.	Cotang		
40	0	0,64279	0,76604	0,83910	1,19175	0	50
	10	0,64501	0,76417	0,84407	1,18474	50	
	20	0,64723	0,76229	0,84906	1,17777	40	
	30	0,64945	0,76041	0,85408	1,17085	30	
	40	0,65166	0,75851	0,85912	1,16398	20	
	50	0,65386	0,75661	0,86419	1,15715	10	
41	0	0,65606	0,75471	0,86929	1,15037	0	49
	10	0,65825	0,75280	0,87441	1,14363	50	
	20	0,66044	0,75088	0,87955	1,13694	40	
	30	0,66262	0,74896	0,88473	1,13029	30	
	40	0,66480	0,74703	0,88992	1,12366	20	
	50	0,66697	0,74509	0,89515	1,11713	10	
42	0	0,66913	0,74314	0,90040	1,11061	0	48
	10	0,67129	0,74120	0,90569	1,10414	50	
	20	0,67344	0,73924	0,91099	1,09770	40	
	30	0,67559	0,73728	0,91633	1,09131	30	
	40	0,67773	0,73531	0,92170	1,08496	20	
	50	0,67987	0,73333	0,92709	1,07864	10	
43	0	0,68200	0,73135	0,93252	1,07237	0	47
	10	0,68412	0,72937	0,93787	1,06613	50	
	20	0,68624	0,72737	0,94345	1,05994	40	
	30	0,68835	0,72537	0,94896	1,05378	30	
	40	0,69046	0,72337	0,95451	1,04766	20	
	50	0,69259	0,72136	0,96008	1,04158	10	
44	0	0,69466	0,71934	0,96569	1,03553	0	46
	10	0,69675	0,71732	0,97133	1,02952	50	
	20	0,69883	0,71529	0,97700	1,02355	40	
	30	0,70091	0,71325	0,98270	1,01761	30	
	40	0,70298	0,71121	0,98843	1,01170	20	
	50	0,70505	0,70916	0,99420	1,00583	10	
45	0	0,70711	0,70711	1,00000	1,00000	0	45
		Cosenos	Senos	Cotang.	Tang.	Minutos	Grados

ÍNDICE

FE DE ERRATAS

Pág.	Lin.	Dice	Debe decir
9	11	cánevas	canevás
14	16	$B\,m$ que abarca cinco divisiones desde B	$f\,m$ que abarca cinco divisiones desde f
33	18	$p\,o = 0'003$	$p\,o' = 0'003$
35	10	representados 0'025	representados por 0'025
51	7	estos lentas	estas lentes
51	8	A y B	y $A\,B$
64	18	Pantómetro	Pantómetra
71	37	$95^\circ - 25^\circ - 70^\circ$	$95^\circ - 25^\circ = 70^\circ$
84	31	$\frac{B\,H}{O''\,H}$	$\frac{B\,H}{o''\,H}$
84	32	$B\,H = O''\,H \times \frac{25}{100}$	$B\,H = o''\,H \times \frac{25}{100}$
104	38	$a\,B$	$A\,B$
108	38	recio	recto
125	25	a	A
130	18	$c\,a$	$e\,a$
130	29	Burniers	Burnier
141	29	$l = \frac{E}{L}$	$l = \frac{L}{E}$
152	13	$60^m3816 = 60^m382$	$60^m3166 = 60^m319$
152	14	$a = 125^m + 60^m\,382 + 1^m20 = 186^m\,582$	$a = 125^m + 60^m319 + 1^m20 = 186^m519$
164	14	hallan	hayan
178	19	holostercio	holostérico
207	9	$87^\circ\,45'$	$86^\circ\,45'$
208	6	$84^\circ\,30'$ $80^\circ\,30'$	$83^\circ\,30'$ $80^\circ\,30'$
217 218	4	$n = \frac{e}{\text{cot.}}\,\Delta$	$n = \frac{e}{\text{cot.}\,\Delta}$

En la figura 19 (lámina 2.ª) las cotas señaladas 30 y 40 deben serlo 30 y 35.

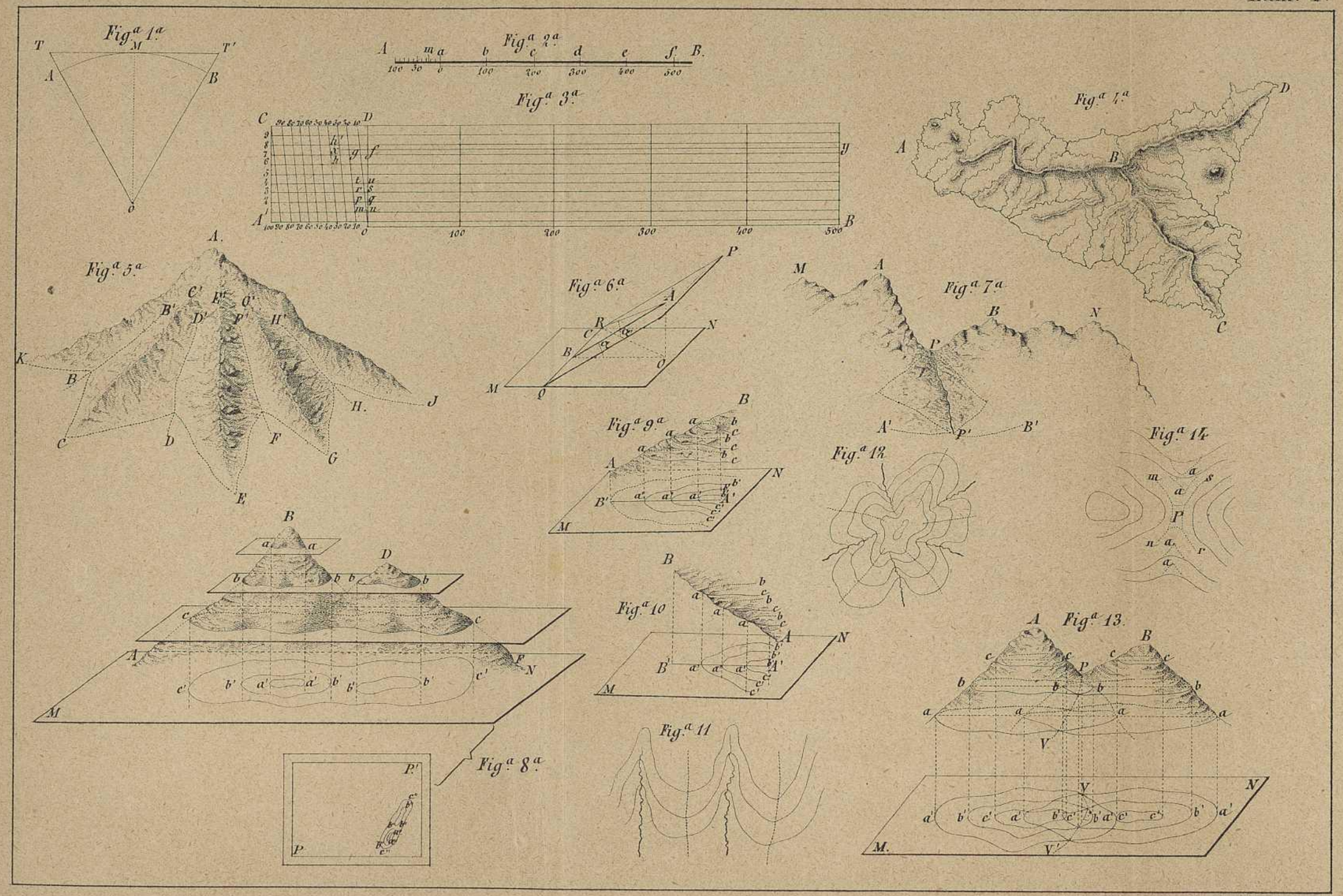


Fig.ª 1.ª
Fig.ª 2.ª
Fig.ª 3.ª
Fig.ª 4.ª
Fig.ª 5.ª
Fig.ª 6.ª
Fig.ª 7.ª
Fig.ª 8.ª
Fig.ª 9.ª
Fig.ª 10
Fig.ª 11
Fig.ª 12
Fig.ª 13.
Fig.ª 14

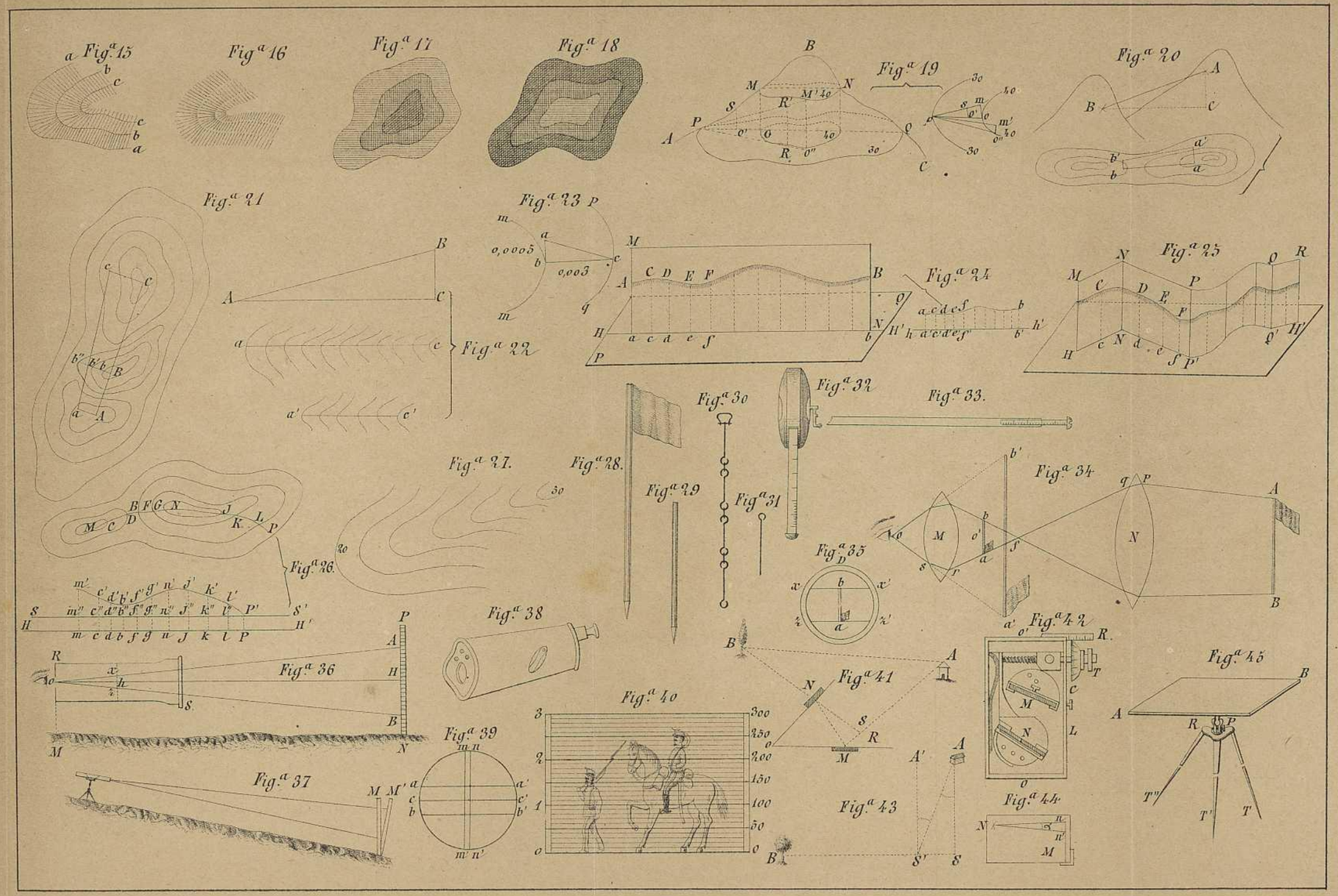


Fig.ª 15
Fig.ª 16
Fig.ª 17
Fig.ª 18
Fig.ª 19
Fig.ª 20
Fig.ª 21
Fig.ª 22
Fig.ª 23
Fig.ª 24
Fig.ª 25
Fig.ª 26
Fig.ª 27
Fig.ª 28
Fig.ª 29
Fig.ª 30
Fig.ª 31
Fig.ª 32
Fig.ª 33
Fig.ª 34
Fig.ª 35
Fig.ª 36
Fig.ª 37
Fig.ª 38
Fig.ª 39
Fig.ª 40
Fig.ª 41
Fig.ª 42
Fig.ª 43
Fig.ª 44
Fig.ª 45

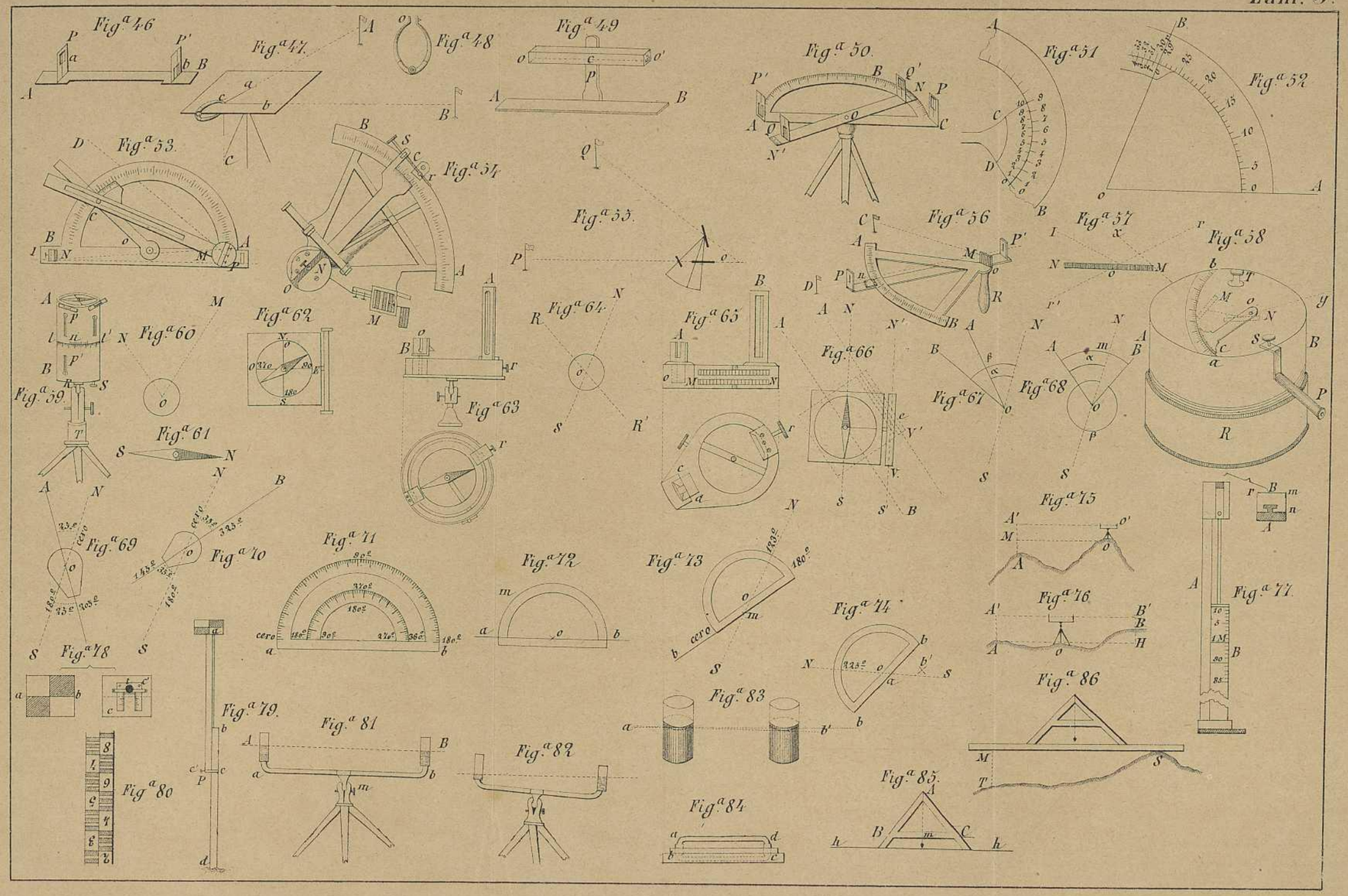


Fig.ª 46
Fig.ª 47
Fig.ª 48
Fig.ª 49
Fig.ª 50
Fig.ª 51
Fig.ª 52
Fig.ª 53
Fig.ª 54
Fig.ª 55
Fig.ª 56
Fig.ª 57
Fig.ª 58
Fig.ª 59
Fig.ª 60
Fig.ª 61
Fig.ª 62
Fig.ª 63
Fig.ª 64
Fig.ª 65
Fig.ª 66
Fig.ª 67
Fig.ª 68
Fig.ª 69
Fig.ª 70
Fig.ª 71
Fig.ª 72
Fig.ª 73
Fig.ª 74
Fig.ª 75
Fig.ª 76
Fig.ª 77
Fig.ª 78
Fig.ª 79
Fig.ª 80
Fig.ª 81
Fig.ª 82
Fig.ª 83
Fig.ª 84
Fig.ª 85
Fig.ª 86

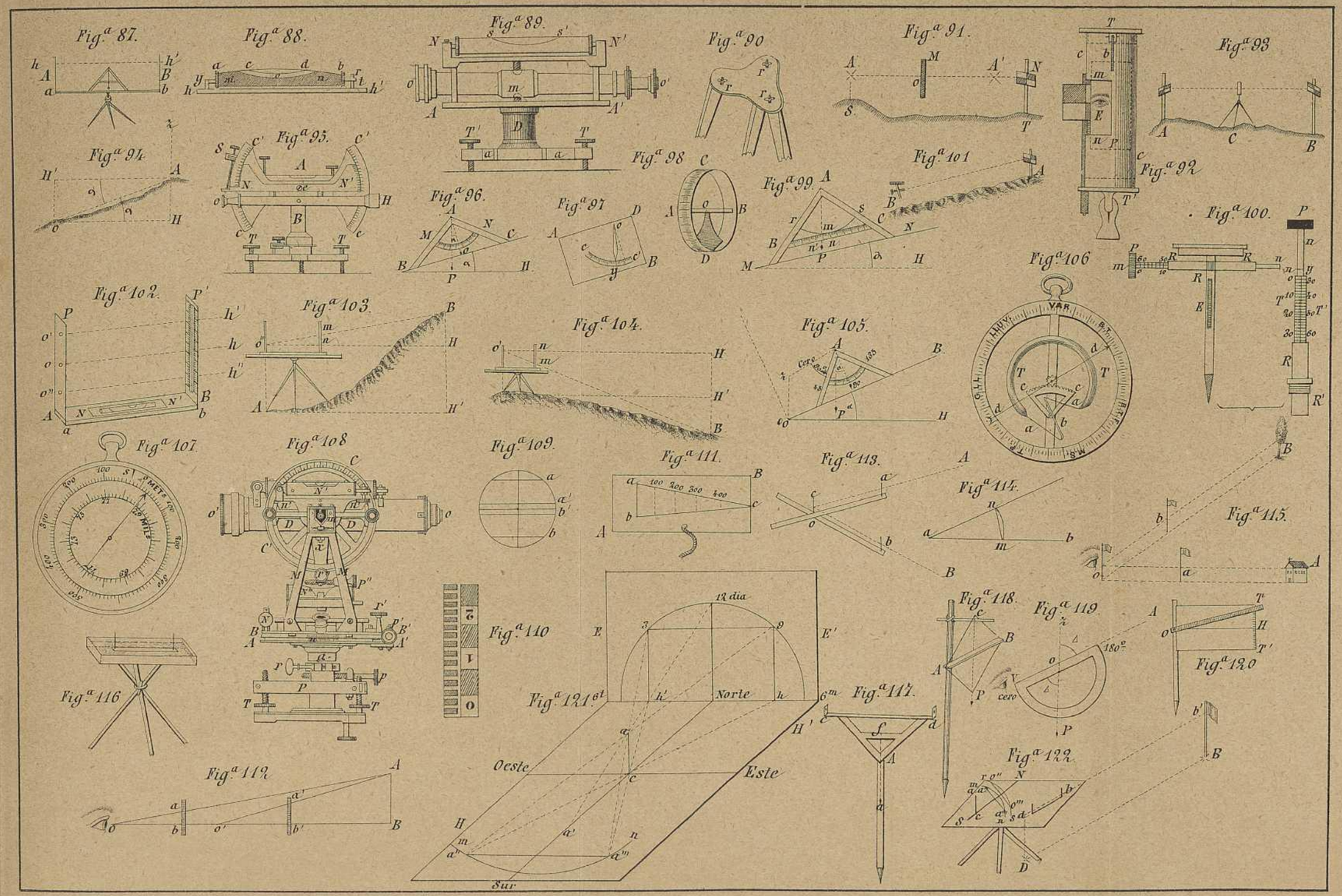


Fig.ª 87.
Fig.ª 88.
Fig.ª 89.
Fig.ª 90
Fig.ª 91.
Fig.ª 93
Fig.ª 94
Fig.ª 95.
Fig.ª 96.
Fig.ª 97
Fig.ª 98
Fig.ª 99.
Fig.ª 101
Fig.ª 92
Fig.ª 100.
Fig.ª 102.
Fig.ª 103.
Fig.ª 104.
Fig.ª 105.
Fig.ª 106
Fig.ª 107.
Fig.ª 108
Fig.ª 109.
Fig.ª 111.
Fig.ª 113.
Fig.ª 114.
Fig.ª 115.
Fig.ª 116
Fig.ª 110
Fig.ª 121.
Fig.ª 117.
Fig.ª 118.
Fig.ª 119.
Fig.ª 120
Fig.ª 112
Fig.ª 122
12 dia
Norte
Oeste
Este
Sur
6m
6t
cero
180°

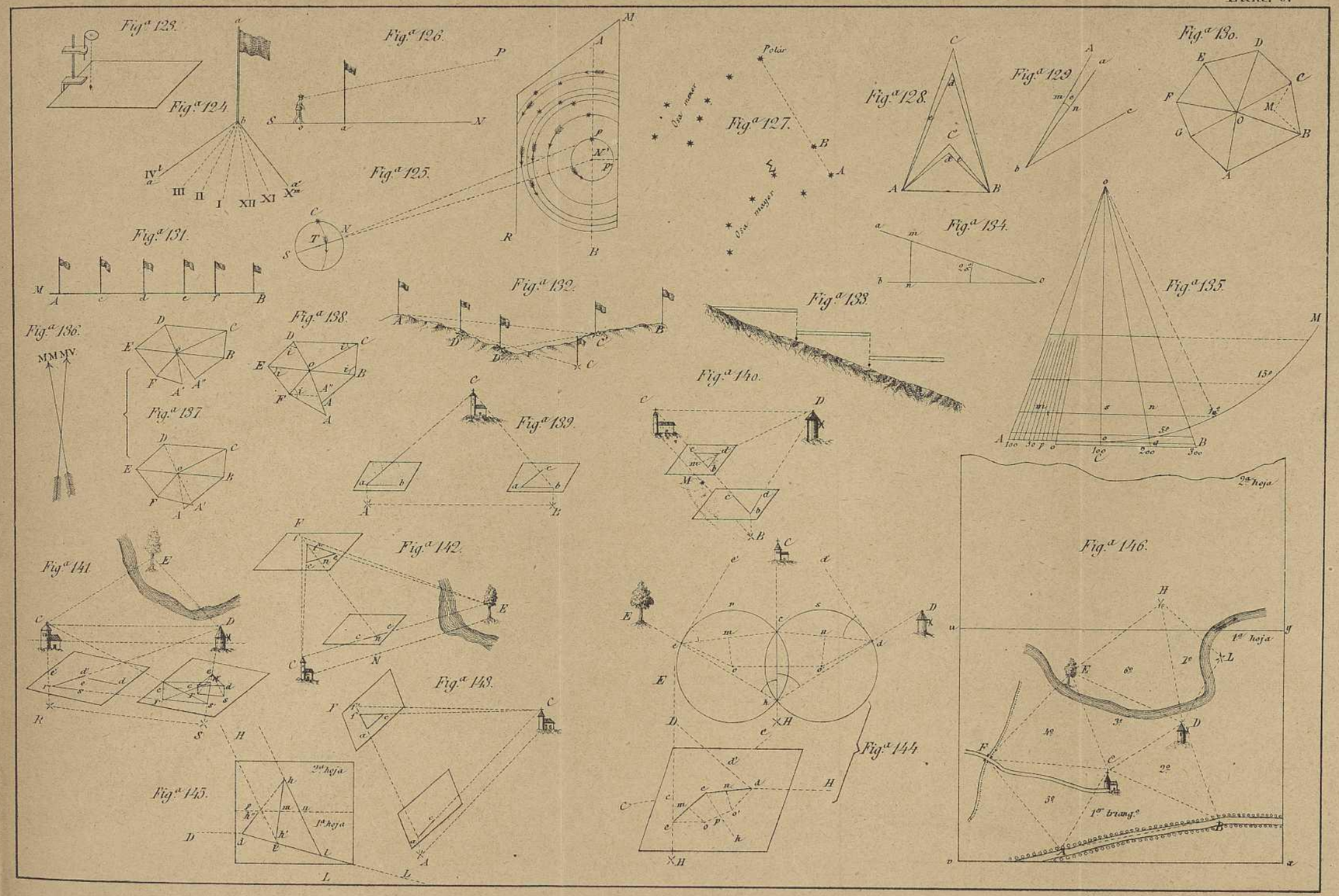


Fig.ª 123.
Fig.ª 124.
Fig.ª 125.
Fig.ª 126.
Fig.ª 127.
Fig.ª 128.
Fig.ª 129.
Fig.ª 130.
Fig.ª 131.
Fig.ª 132.
Fig.ª 133.
Fig.ª 134.
Fig.ª 135.
Fig.ª 136.
Fig.ª 137.
Fig.ª 138.
Fig.ª 139.
Fig.ª 140.
Fig.ª 141.
Fig.ª 142.
Fig.ª 143.
Fig.ª 144.
Fig.ª 145.
Fig.ª 146.
Polár
Osa menor
Osa mayor
2.ª hoja
1.ª hoja
1.º triang.º

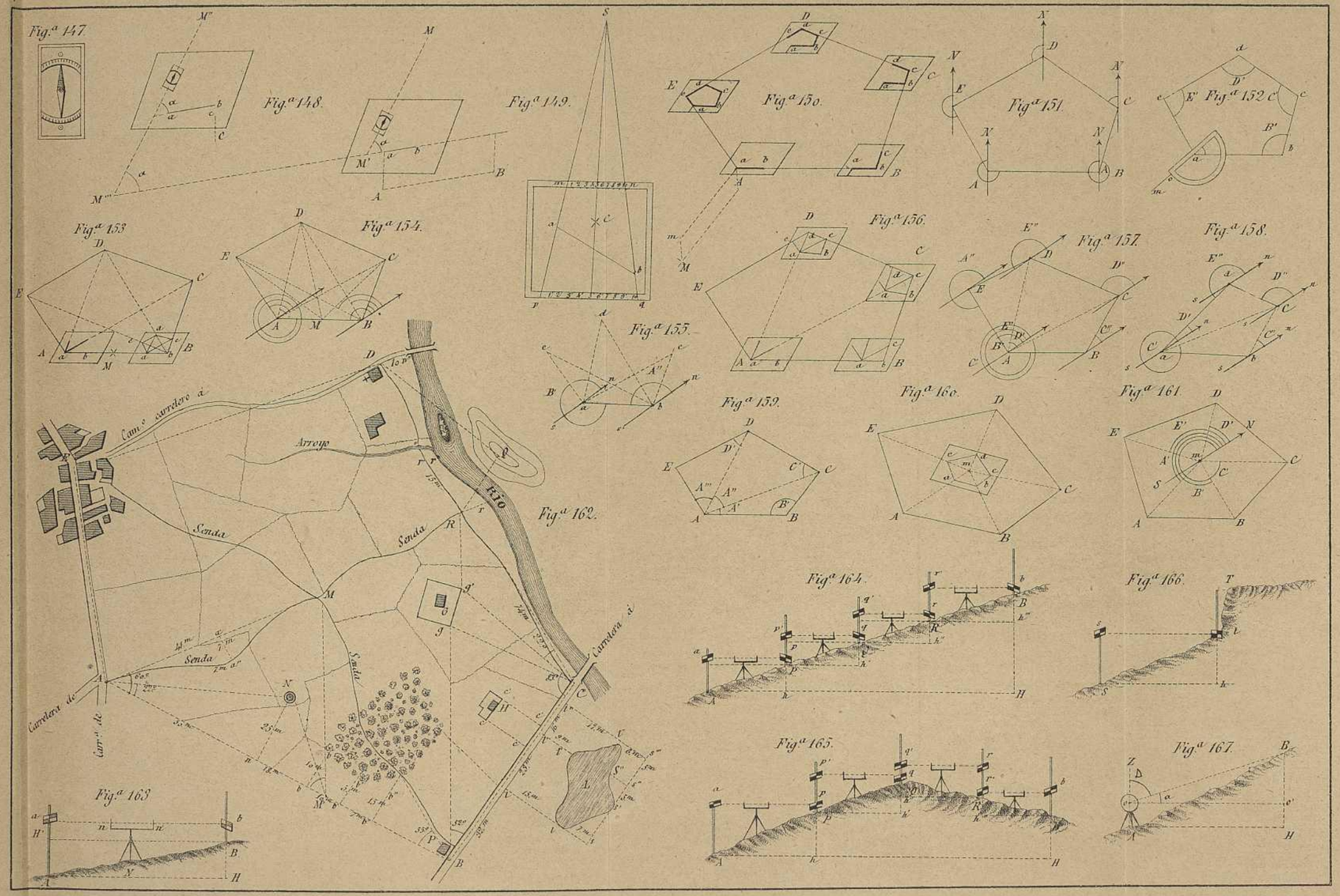


Fig.ª 147.
Fig.ª 148.
Fig.ª 149.
Fig.ª 150.
Fig.ª 151.
Fig.ª 152.
Fig.ª 153.
Fig.ª 154.
Fig.ª 155.
Fig.ª 156.
Fig.ª 157.
Fig.ª 158.
Fig.ª 159.
Fig.ª 160.
Fig.ª 161.
Fig.ª 162.
Fig.ª 163.
Fig.ª 164.
Fig.ª 165.
Fig.ª 166.
Fig.ª 167.
Senda
Arroyo
Río
Camino carretero á
Carretera de

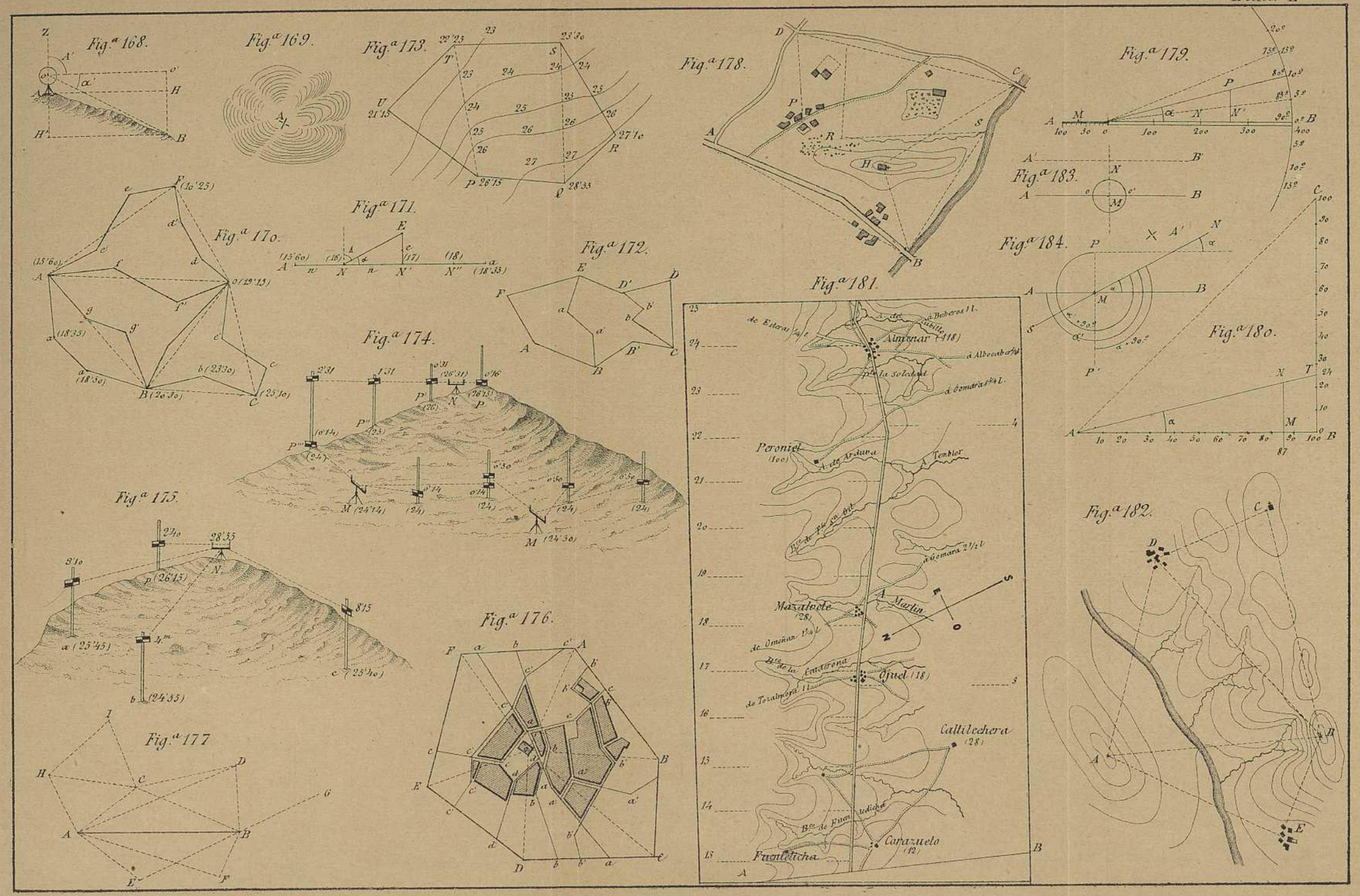


Fig.ª 168.
Fig.ª 169.
Fig.ª 173.
Fig.ª 178.
Fig.ª 179.
Fig.ª 183.
Fig.ª 170.
Fig.ª 171.
Fig.ª 172.
Fig.ª 184.
Fig.ª 181.
Fig.ª 174.
Fig.ª 180.
Fig.ª 175.
Fig.ª 176.
Fig.ª 182.
Fig.ª 177.
Almonar
Peroniel
Masatoede
Marta
Ojuel
Callilechera
Carpazuelo
Fuentidueña

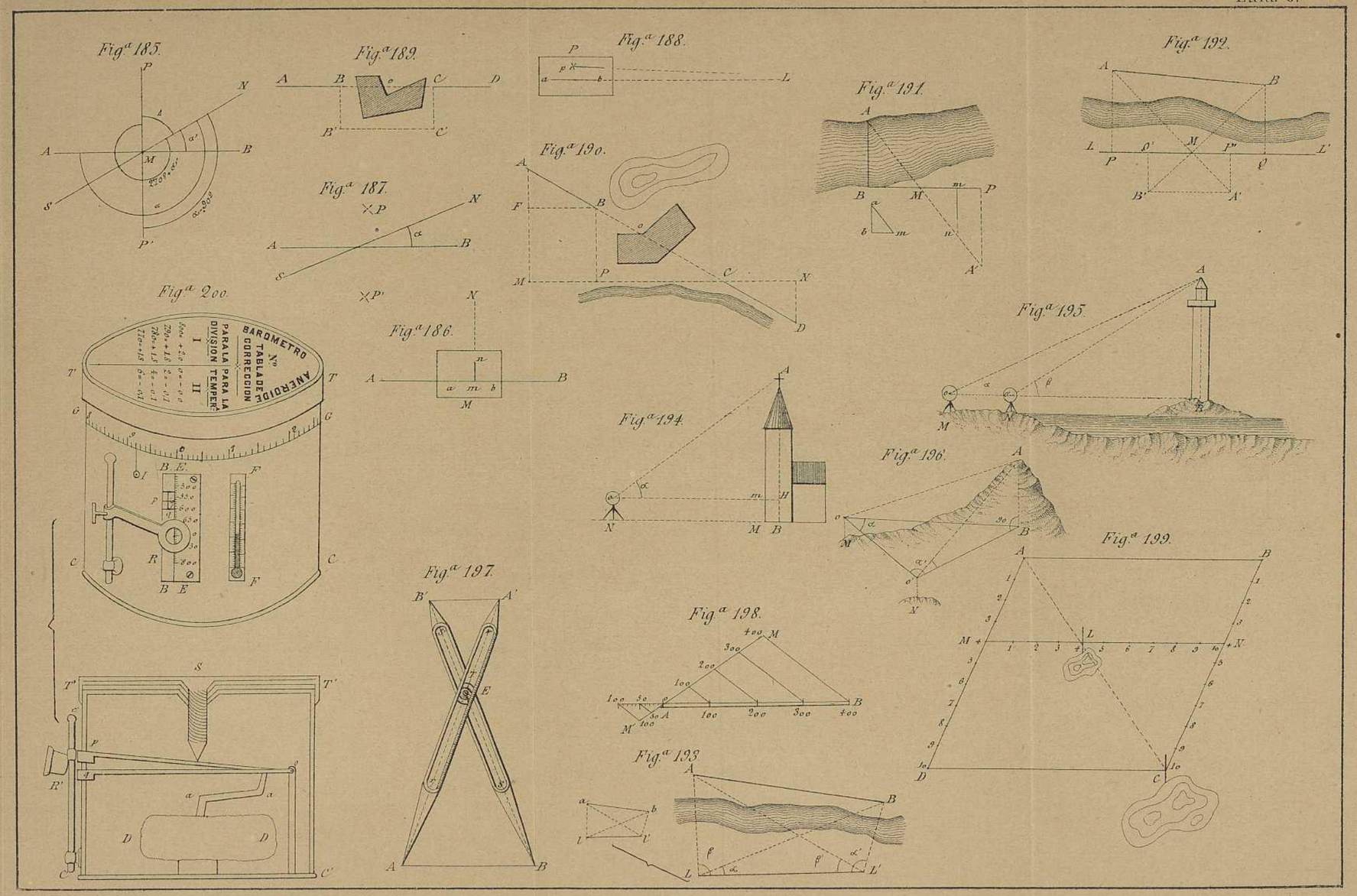


Fig.ª 185.
Fig.ª 189.
Fig.ª 188.
Fig.ª 191.
Fig.ª 192.
Fig.ª 190.
Fig.ª 187.
Fig.ª 200.
BAROMETRO ANEROIDE
Nº
TABLA DE CORRECCION
PARA LA DIVISION I
PARA LA TEMPERE II
Fig.ª 186.
Fig.ª 195.
Fig.ª 194.
Fig.ª 196.
Fig.ª 199.
Fig.ª 197.
Fig.ª 198.
Fig.ª 193.

SIGNOS CONVENCIONALES ADOPTADOS POR EL DEPÓSITO DE LA GUERRA.

ESCALA DE $\frac{1}{100.000}$ Y MENORES.

Abreviaturas.

B.ca	Barca.	P.c.	Puente colgante.	P.m.	Puente de madera	Pr.	Presa.	V.i.	Vado para Infanteria.
M.o	Molino.	P.h.	Id. de hierro.	P.p.	Id. de piedra	V.c.	Vado para Caballeria.	V.ta	Venta ó Parador.

Signos.

	Capital de provincia.		Plaza fuerte.		RIOS de gran extension.		Fondeadero.	Estacion.	Ferro-carril.
	Ciudad.		Gobierno militar.		Rios secundarios.		Carretera.		Id. en construccion.
	Villa.		Parque de Artilleria.		Arroyos y vertientes.		Id. en construccion.		Tranvias.
	Lugar.		Id. Ingenieros.		Balsa.		Camino carretero.		Límite de Reino.
	Aldea.		Fábrica de armas.		Canal de riego.		Id. de herradura.		Id. de Capitania General.
	Caseríos aislados.		MARES Y COSTAS		Puerto.		Senda.		Id. de provincia.

Rotulacion.

CAPITAL de Capitania General.

CIUDAD y accidentes de 1.er órden.

Villa y accidentes de 2.os órden.

Lugar y accidentes de 3.er órden.

Aldea y accidentes de 4.os órden.

Cordilleras.

MAGALLARES

COMPENDIO

DE

TOPOGRAFÍA