

ARITMÉTICA ELEMENTAL

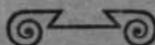
TEÓRICO-PRÁCTICA

PARA

Escuelas primarias

POR

Juan Santos de la Orden.



SORIA

IMPRESA DE FIRMIN JODRA

1905

+. 227361

26
con

ARITMÉTICA ELEMENTAL

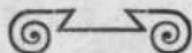
TEÓRICO-PRÁCTICA

PARA

Escuelas primarias

POR

Juan Santos de la Orden



SORIA
IMPRESA DE FERMÍN JODRA
1905

ES PROPIEDAD

R. 661508

Á D. Fermín Jodra de Miguel:

Acepta, como prueba de reconocimiento y amistad sincera, el asociar tu nombre en esta obrita al de tu buen amigo,

Juan S. de la Orden.



Aritmética teórico-práctica

EJERCICIO PRELIMINAR

Contar diez bolas en el tablero, diez libros, plumas, los dedos, los niños de algún grupo, etc.—Contar inversamente de diez á uno.—Escribir las cifras numéricas.—Lectura de las diez cifras en pizarra, en las páginas de los libros, etc.—Contar de dos en dos, directa é inversamente.—Contar hasta veinte, de una en una, de dos en dos, etc., directa é inversamente.—Repetición de estos ejercicios hasta contar por decenas.—Escritura de los números de las decenas.—Ejercicios variados con objetos á la vista y sin ellos.—Escritura de números de dos cifras.—Lectura de los mismos.



LECCIÓN PRIMERA

Qué es Aritmética?—La ciencia de los números.

Qué es ciencia?—El conjunto de verdades, deducidas de principios ciertos.

Qué es número?—La expresión de una ó varias unidades.

Qué es unidad?—Cada una de las cosas que se cuentan ó miden.

Qué es cantidad?—El conjunto de las cosas.

Qué clases principales hay de números?—Enteros, quebrados y mixtos.

Qué es número entero?—Aquel cuyas unidades no se refieren á otra, como *cinco plumas, veinte libros, cuarenta pesetas*.

Qué es un número quebrado?—El que expresa unidades referidas á otra mayor, como *tres quintos de kilogramo, veinte céntimos de peseta*.

Qué es número mixto?—El formado por entero y quebrado, como *cuatro gramos y medio, seis pesetas y ocho céntimos*.

Cuándo son abstractos los números?—Cuando no expresan la clase ó especie de sus unidades, como *ocho, tres quintos, diez y medio*.

Cuándo son concretos?—Cuando determinan la especie, como *ocho libros, tres quintos de litro, diez y medio gramos*.

EJERCICIO PRIMERO

Un montón de trigo de 80 Dl.....	El Dl. es la unidad. 80 Dl. el número. El trigo la cantidad.
Tres quintos de Kg. de azúcar.....	Un quinto es la unidad. Tres quintos el número. El azúcar la cantidad.
24 pesetas.....	Número entero y concreto.
$\frac{3}{5}$ (tres quintos) de @ de peras.....	Número quebrado y concreto.
4 duros y medio.....	Mixto y concreto.
45.....	Entero y abstracto.

LECCIÓN II

Qué son matemáticas?—Las ciencias de los números y cantidades numéricas.

Cómo se dividen las matemáticas?—En Aritmética, Geometría y Algebra.

De qué trata la Aritmética?—De la cantidad discreta ó numerable.

De qué trata la Geometría?—De la cantidad continua ó mensurable.

De qué trata el Algebra?—De la cantidad en general.

A qué se llama cantidad discreta?—Aquella cuyas partes están separadas, como *un montón de monedas, un grupo de árboles.*

Cuál es cantidad continua?—Aquella cuyas partes están unidas, como *el agua de un estanque, el solar de una casa, la distancia entre dos puntos.*

Que es numeración?—La manera de expresar los números.

Con cuántas palabras se expresan los números?—Con trece, que son: *uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez, ciento, mil y millón;* pero se emplean otras muchas que el uso autoriza, como *doce, quince, veinte, etc.*

Cuántos signos se emplean para escribir los números?—Diez, que son:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
cero, uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve.

Cómo se llama nuestro sistema de numeración?—Decenal ó decenario, por ser diez las unidades que sirven de base.

Cuántos valores tienen las cifras numéricas?—Dos: absoluto y relativo.

Cuál es el valor absoluto?—El que representan por su figura.

Cuál es el valor relativo?—El que representan por el lugar que ocupan.

Cuáles son los lugares principales de las cifras?—Tres: el de las unidades, que es el primero de la derecha; el de las decenas, que es el segundo, y el de las centenas, que es el tercero.

Hay otros órdenes de unidades?—Sí, señor;

el de miles ó millares, el de las decenas de mil, centenas de mil, millones, etc.

Cuáles son los números simples ó dígitos?—Los de una sola cifra, como 4, 5, 7.

Cuáles son compuestos ó polidígitos?—Los de varias cifras, como 12, 100, 4008.

Es lo mismo cifra que número?—No, señor; la cifra es un signo solo, y el número puede tener una ó varias cifras.

EJERCICIO II

Diez.....	Número equivalente á una decena.
Quince.....	Equivalente á diez y cinco, ó una decena y cinco unidades.
2, 7, 4, 9.....	Cifras cuyos nombres son dos, siete, cuatro, nueve.
	Valor absoluto de 4 es 4, y el relativo 4 centenas.
425.....	Valor absoluto de 2 es 2, y el relativo 2 decenas.
	Valor absoluto de 5 es 5, y el relativo 5 unidades.
30,456.728...	El 8 es unidades, el 2 decenas, el 7 centenas, el 6 unidades de mil ó millares, el 5 decenas de mil, el 4 centenas de mil, el 0 millones y el 3 decenas de millón.
4, 52.....	El 4 es número simple y el 52 compuesto.
304 y 2460...	Dos números, siete cifras.
248.....	Un número, tres cifras.

LECCIÓN III

Cómo se llaman las cifras numéricas?—El cero se llama cifra insignificativa y las demás significativas.

Cómo se forman los números?—Por la agregación de unas unidades á otras.

Cómo se forma el número dos?—Por la agregación de una unidad á otra.

Cómo se forma el nueve?—Agregando ocho unidades á la primera.

Qué es una decena?—La reunión de diez unidades.

Cómo se forma el número quince?—Agregando cinco unidades á una decena.

Qué es una centena?—La reunión de diez decenas ó cien unidades.

Cómo se escriben los números?—De izquierda á derecha, principiando por las unidades de orden superior.

Cómo se escribe diez y seis?—Con un uno para las decenas y un seis para las unidades.

Cómo se escribe diez?—Con un uno y un cero.

Cómo se escriben los números comprendidos entre diez y veinte?—Con un uno seguido de la cifra de las unidades.

Cómo se escriben veinte, treinta, cuarenta, etcétera?—Con un 1, un 2, un 3, un 4, etcétera, seguido de un cero.

Cómo se escribe un número cualquiera entre diez y ciento?—Con un 2, un 3, un 4, un 5, etcétera, seguido de la cifra de las unidades.

Cómo se escribe treinta y siete?—Con un 3 por empezar con treinta, y luego un 7 para las unidades.

Cómo se escribe ciento?—Con un uno y dos ceros.

Cómo se escribe todo número de tres cifras?—Poniendo primero la cifra de los cientos y después la de las decenas y unidades.

Qué se hace cuando falta cifra significativa intermedia ó final?—Se representa con un cero.

Cómo se escribe cuatrocientos ocho?—Con un 4, un cero y un 8.

Cómo se escribe todo número que llegue ó pase de mil?—Poniendo las cifras necesarias para los millares y luego las tres para cientos, decenas y unidades.

Cómo se escribe el número mil?—Con un uno y tres ceros.

Cómo se escribe mil ocho?—Con un uno para el mil, y luego tres cifras, siendo la última el 8, y las otras, dos ceros.

Cómo se escribe veinticinco mil cuarenta?—Poniendo 25, un cero para las centenas, y después el 40.

Cómo se escribe un millón?—Con un uno y seis ceros.

Cómo se escribe cinco millones tres mil cuatro?—Con un 5 para millones y después seis cifras, un 3 en los millares, un 4 en las unidades y ceros en los restantes lugares.

EJERCICIO III

409

El 4 y el 9 cifras significativas; el 0 insignificativa; el 4 es centenas, el 9 unidades, el 0 representa las decenas.

Escribir diez, doce, quince, veinte..	10, 12, 15, 20.
Escribir veintidos, veintiseis, treinta	22, 26, 30.
Escribir cuarenta, cincuenta, etc...	40, 50, 60, 70, 80.
Escribir ciento, doscientos, etc.....	100, 200, 300, 400.
Escribir ciento uno y ciento once..	101, 111.
Escribir cuarenta mil.....	40.000.
Escribir un millón.....	1.000.000.
Escribir medio millón.....	500.000.
Escribir siete millones ochenta.....	7.000.080.
Escribir varios números de dos, tres, cuatro ó más cifras.....	90, 205, 820, 4.005, 60.006, 800.000

LECCIÓN IV

Cómo se leen los números de dos cifras?—Expresando las decenas en unidades y agregando las unidades sencillas.

Cómo se lee el número 18?—Expresando el 1 en diez, que es la decena, y agregando 8, ó sea *diez y ocho*.

Cómo se lee 47?—Expresando el 4 en cuarenta y agregando 7, ó sean *cuarenta y siete*.

Cómo se leen los números de tres cifras?—Expresando la primera en cientos y agregando las otras dos en unidades.

Cómo se lee 256?—Diciendo *dos cientos* y luego *cincuenta y seis*, ó sean *doscientos cincuenta y seis*.

Cómo se leen el 5, el 7 y el 9 en cientos?—Diciendo *quinientos*, *setecientos*, *novecientos*, en vez de *cinco cientos*, *siete cientos*, *nueve cientos*.

Cómo se leen los números de muchas cifras?—Se dividen en grupos de seis en seis cifras, contando por la derecha.

Qué señal se pone en medio de esos grupos?

—Un uno pequeñito en el primero, un dos en el segundo y un tres en el tercero, que indican *millones, billones, trillones*.

Qué se hace luego con los grupos de seis cifras?—Dividirlos de tres en tres cifras con un punto, que se leerá siempre *mil*.

Qué puede suceder en el grupo último?—Que tenga tres cifras, dos ó una.

Cómo se leen los números así preparados?—Se lee el primer grupo de la izquierda, luego el siguiente y así los demás, como números de tres cifras, agregando á la expresión lo que significan los puntos y demás señales.

EJEMPLO: 43.058₂905.743₁865.640 se lee *cuarenta y tres mil cincuenta y ocho billones novecientos cinco mil setecientos cuarenta y tres millones ochocientos sesenta y cinco mil seiscientos cuarenta*.

Cuáles son los signos auxiliares que se usan en Aritmética?—Los siguientes:

Una cruz +, que significa *más*.

Una línea horizontal —, que se lee *menos*.

Una cruz formando equis X, que se lee *multiplicado por*.

Dos puntos : ó un ángulo recto |__, que se lee *dividido por*.

Dos líneas horizontales paralelas =, que se leen *igual á*.

EJERCICIO IV

Leer los números 15 y 19.	Quince, diez y nueve.
Leer 302 y 111.....	Trescientos dos, ciento once
Leer 920 y 780.....	Novecientos veinte, setecientos ochenta.

Leer 2.805.....	Dos mil ochocientos cinco.
Leer 200.000.....	Doscientos mil.
Leer 14,208,520.....	Catorce millones doscientos ocho mil quinientos veinte
+	Este signo se lee <i>más é</i> indica <i>suma</i> .
—	» » <i>menos</i> » <i>resta</i> .
×	» » <i>multiplicado por</i> » <i>multiplicación</i>
: ó $\frac{\quad}{\quad}$	» » <i>dividido por</i> » <i>división</i> .
=	» » <i>igual á</i> » <i>igualdad</i>

LECCIÓN V

Qué operaciones se practican con los números?—Cuatro principales, que son *sumar*, *restar*, *multiplicar* y *dividir*.

Qué es sumar?—Reunir en un número las unidades de varios de la misma especie.

Cómo se llaman los números que se suman?—Sumandos, y el resultado se llama suma ó total.

Qué signo se emplea en la operación de sumar?—Una cruz + que significa *más*.

Con qué signo se indica el resultado en todas las operaciones?—Con el signo = (igual á).

Cómo se suman los números de una cifra?—Añadiendo al primero las unidades del segundo, después las del tercero, y así sucesivamente.

EJEMPLO: $5+3+4+2=14$, y se dice: 5 y 3 son 8; 8 y 4 son 12; 12 y 2 son 14.

Cómo se facilita el cálculo en la suma?—Sabien- do de memoria la tabla de sumar. (Véase al final)

Cómo se suman 17 y 8?—Sabien- do que 7 y 8 son 15, la suma de 17 y 8 terminará en 5 y será 25.

Cómo se suman 22 y 9?—Sabido que 9 y 2 son 11, la suma de 22 y 9 terminará en 1 y será 31.

Cómo se suman los números compuestos?—Se colocan ordenadamente unos debajo de otros y se suman por columnas principiando por la derecha.

Cómo se coloca la suma parcial?—Poniendo debajo de cada columna la cifra de las unidades y contando la otra con las de la siguiente columna.

Cómo se coloca la primera suma siendo 25?—Se coloca el 5, y el 2 se cuenta con las decenas.

Qué se pone en la segunda suma ó en cualquiera, si resulta 40, por ejemplo?—Se coloca el cero, y el 4 se cuenta para la siguiente.

Qué condición ha de tener la suma ó resultado?—La de ser mayor que cualquiera de los sumandos.

Varía ó altera la suma si altera el orden de los sumandos?—No, señor; así $4+5+16=25$, lo mismo que $4+16+5$ ó $5+4+16$.

EJERCICIO V

Sumar $4+5+6+7+9$.. $\left. \begin{array}{l} 4 \text{ y } 5 \text{ son } 9; 9 \text{ y } 6 \text{ son } 15; 15 \text{ y } \\ 7 \text{ son } 22; 22 \text{ y } 9 \text{ son } 31. \end{array} \right\}$

Sumar $472+29+2506$.. $\left. \begin{array}{r} 472 \\ + 29 \\ + 2506 \\ \hline =3007 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Sumandos.} \\ \text{Suma.} \end{array}$

$$\begin{array}{r} \text{Sumar } 200+150+3407. \quad + \begin{array}{l} 200 \\ 150 \\ 3407 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} 200 \\ 150 \\ 3407 \end{array}} \right\} \text{Sumandos.} \\ \hline =3757 \text{ Suma.} \end{array}$$

Qué es prueba de una operación?—Otra operación que se hace para cerciorarse de si está bien la primera.

Cómo se hace la prueba de sumar?—Verificando la suma en orden inverso; es decir, de arriba abajo, si antes se hizo de abajo arriba, para que el resultado sea igual.

	24+ 6= 30
	+ 15+ 12= 27
	+ 18+ 34= 52
Ejercicios de suma con prueba..	+ 9+ 72= 81
	+207+106=313
	+170+205=375
	<u>=443+435=878</u>

Suma y prueba usual..	Suma.	Prueba.
	472	340
	+ 543	+ 108
	+ 254	+ 254
	+ 108	+ 543
	+ 340	+ 472
	<u>=1717</u>	<u>=1717</u>

(Problemas: Del 1 al 10, al final.)

LECCIÓN VI

Qué es restar?—Hallar la diferencia entre dos números.

Cómo se llaman esos números?—El mayor *mi- nuendo* y el menor *susiraendo*.

Cómo se llama el resultado?—Diferencia ó *resta*.

Qué signo indica esta operación?—El signo —(menos). Así $8-3$ se lee 8 menos 3, que es $=5$

A qué equivale la resta?—A la suma de dos números, el uno conocido y el otro es la suma.

Por qué?—Porque si $9-4=5$, el 4 es el sumando conocido, 9 la suma y el 5 el otro sumando.

Cómo se restan dos números de una cifra?—Buscando otro número que sumado con el segundo resulte la suma del primero.

Cómo se restan dos números de varias cifras?—Se coloca ordenadamente el menor debajo del mayor y se hacen tantas restas parciales como cifras tenga el mayor.

Qué puede ocurrir en la resta?—Que alguna cifra del sustraendo sea mayor que su correspondiente del minuendo.

Qué se hace en este caso?—Se añaden diez unidades á la del minuendo y luego se agrega una unidad superior á la siguiente del sustraendo.

Qué condición debe tener la resta?—La de ser siempre menor que el minuendo.

Qué sucede á la resta si altera el minuendo?—Que aumenta ó disminuye lo que el minuendo.

Y si altera el sustraendo?—Que aumenta la resta si aquel disminuye, y disminuye si aquel aumenta.

Qué sucede si los dos aumentan ó disminuyen igual?—No altera la resta, porque aumenta por el uno lo que disminuye por el otro, ó al contrario.

EJEMPLOS: $20 - 15 = 5$; $28 - 23 = 5$; $30 - 12 = 18$; $25 - 7 = 18$

Qué sucede á la resta si minuendo y sustraendo se multiplican ó dividen por el mismo número?—Queda multiplicada ó dividida por el mismo.

EJEMPLO: $30 - 12 = 18$; $90 - 36 = 54$, (que es tres veces la primera resta).

Cómo se prueba la resta?—Sumando el sustraendo con la resta para que resulte el minuendo.

EJERCICIO VI

Restar 547 de 689.

$$\begin{array}{r} 689 \text{ Minuendo.} \\ -547 \text{ Sustraendo.} \\ \hline =142 \text{ Resta.} \end{array}$$

Restar 1467 de 2840.

$$\begin{array}{r} 2840 \text{ M.} \\ -1467 \text{ S.} \\ \hline =1373 \text{ R.} \end{array}$$

Ejercicios de restar.

$$\begin{array}{r} 425 - 208 = 217 \\ -308 - 92 = 216 \\ \hline =117 - 116 = 1 \end{array}$$

Ejercicios combinados de restar y sumar.

$$\begin{array}{r} 403 - 111 = 297 \\ + 213 - 87 = 126 \\ + 94 - 42 = 52 \\ + 130 - 52 = 72 \\ + 802 - 580 = 222 \\ \hline =1647 - 872 = 769 \end{array}$$

Resta y prueba usual.

Resta	Prueba
29402 M.	12947 S.
-12947 S.	+16455 R.
<u> </u>	<u> </u>
=16455 R.	=29402 M.

Otra prueba.

Resta	Prueba
29402 M.	29402 M.
-12947 S.	-16455 R.
<u> </u>	<u> </u>
=16455 R.	=12947 S.

(Problemas: Del 11 al 25.)

LECCIÓN VII

Qué es multiplicar?—Tomar un número tantas veces como unidades tiene otro.

A qué equivale la multiplicación?—A una suma abreviada. Así 5×4 es lo mismo que $5 + 5 + 5 + 5$, ó sea cuatro veces el 5 como sumando.

Cómo se llaman los números de la multiplicación?—El uno *multiplicando* y el otro *multiplicador*. También se llaman *factores*.

Cómo se llama el resultado?—Producto.

Qué signo se emplea en la multiplicación?—Una cruz en forma de equi; \times que significa *multiplicado por*.

Cómo se multiplican los números dígitos?—Sabiendo de memoria la tabla de multiplicar, que contiene los productos de todos los números simples entre sí. (Véase al final.)

Cómo se multiplica un número compuesto por un simple?—Se multiplica cada cifra del primero por la del segundo, colocando debajo los productos.

Cómo se colocan estos productos?—Se pone la cifra de la derecha, y la otra, si la hay, se suma al producto de la izquierda.

Cómo se multiplican números de varias cifras?—Se coloca debajo el de menos cifras y se verifican tantas multiplicaciones parciales como cifras tenga éste.

Cómo se colocan los productos parciales?—

Principiando debajo de la segunda cifra del anterior, porque el producto de la segunda es decenas, el siguiente centenas, etc.

Qué se hace con los productos parciales?—Se suman para que resulte el producto total.

Altera el producto cambiando el orden de los factores?—No, señor; pues lo mismo es 8×6 que 6×8 , porque 8×6 es $8+8+8+8+8+8=48$, y 6×8 es $6+6+6+6+6+6+6+6=48$.

EJERCICIO VII

Multiplicación, datos y resultado.

Multiplicando: 7 } Factores.
 Multiplicador: $\times 9$ }
 Producto: =63

Multiplicar 4725 por 7.

$$\begin{array}{r} 4725 \\ \times 7 \\ \hline =33075 \end{array}$$

Multiplicar 4274 por 345.

$$\begin{array}{r} 4274 \\ \times 345 \\ \hline 21370 \\ 17096 \\ 12822 \\ \hline =1474530 \end{array}$$

LECCIÓN VIII

Cómo se multiplica un número por 10, por 100, etc.?—Agregándole tantos ceros como lleve la unidad.

Cómo se multiplican los números que terminan en cero ó ceros?—No se tienen en cuenta dichos ceros; pero se agregan luego á la derecha del producto.

Cómo se practica la multiplicación cuando el multiplicador tiene algún cero entre las cifras significativas?—Se omiten los productos parciales de dichos ceros.

Cómo se multiplica un número por otro formado por nueves?—Agregándole tantos ceros como nueves tiene el otro, y restando de este resultado el primer factor.

En qué se funda ésto?—En que al agregar los ceros, el primero queda multiplicado por una unidad más, y por eso se resta el multiplicando.

Cómo se multiplica 78 por 99?—Agregando dos ceros al 78 y será 7800, y como queda el 78 multiplicado por 100, hay que restar el mismo 78 del 7800, y será $7800 - 78 = 7722$.

Cómo se multiplica un número por 11, por 101, por 1001, etc.?—Agregándole uno, dos, ó tres ceros, y sumando con este producto el primer factor.

EJEMPLO: 45×11 es igual á $450 + 45$.

Qué sucede al producto si un factor aumenta?—Que aumenta una parte igual al aumento de dicho factor multiplicado por el otro.

Qué sucede si los dos factores aumentan?—El producto queda aumentado en el producto del aumento del primero por el segundo factor, mas el aumento del segundo por el primero, mas el producto de los dos aumentos.

Qué multiplicación se practicará para que en el producto resulten cifras iguales?—El multiplicando se formará por 12.345.679 y el multiplicador por el resultado de multiplicar el 9

por la cifra que se quiera obtener repetida en el producto.

Cómo se prueba la multiplicación?—Cambian- do el orden de los factores.

EJERCICIO VIII

Multiplicar 42 por 10... $42 \times 10 = 420$

Id. 72 por 100..... $72 \times 100 = 7200$

$$\text{Id. 43500 por 420.....} \left\{ \begin{array}{r} 43500 \\ \times 420 \\ \hline 870 \\ 1740 \\ \hline = 18270.000 \end{array} \right.$$

Multiplicar 358 por 407.

$$\begin{array}{r} 358 \\ \times 407 \\ \hline 2506 \\ 1432 \\ \hline = 145.706 \end{array}$$

Multiplicar 452 por 2002.

$$\begin{array}{r} 452 \\ \times 2002 \\ \hline = 904904 \end{array}$$

Id. 15 por 9..... $150 - 15 = 135$

Id. 280 por 99..... $28000 - 280 = 27720$

Id. 472 por 101..... $47200 + 472 = 47672$

Id. para que sean cinco las cifras del producto. $12345679 \times 45 = 5551555.555$

$$\text{Multiplicación y prueba.} \left\{ \begin{array}{r} 435 \\ \times 64 \\ \hline 1740 \\ 2610 \\ \hline = 27.840 \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{Prueba.} \\ 64 \\ 435 \\ \hline 320 \\ 192 \\ 256 \\ \hline = 27.840 \end{array}$$

$$\text{Demostrar que 7 por } \left\{ \begin{array}{l} 7 \times 3 = 21; \quad 3 \times 7 = 21 \\ 3 \text{ es igual á 3 por } 7. \quad \left\{ \begin{array}{l} 7 \times 3 = 7+7+7 = 21 \\ 3 \times 7 = 3+3+3+3+3+3+3 = 21 \end{array} \right. \end{array} \right.$$

(Problemas: Del 26 al 36.)

LECCIÓN IX

Qué es dividir?—Averiguar las veces que un número contiene á otro.

Cómo se llaman esos números?—*Dividendo* el primero y *divisor* el segundo.

Cómo se llama el resultado?—*Cociente*.

Cuál es el signo de dividir?—Dos puntos : ó un ángulo recto dentro del cual se coloca el divisor.

Qué es división exacta?—Aquella en que el dividendo contiene al divisor un número de veces exactas, como $72 : 9 = 8$.

Qué es división inexacta?—Cuando el dividendo no contiene al divisor un número de veces exactas, como $34 : 4 = 8$, sobrando dos unidades, que se llaman *residuo*.

Qué condición ha de tener el residuo?—La de ser menor que el divisor.

A qué es igual el dividendo?—Al producto del cociente por el divisor mas el residuo, si le hay.

Cómo se divide un número de una ó de dos cifras por otro de una?—Buscando otro número que multiplicado por el divisor dé el dividendo exacto ó aproximado. Así $36 : 4 = 9$ porque $9 \times 4 = 36$; $56 : 6 = 9$ porque $9 \times 6 = 54$, quedando 2 de residuo.

Cómo se divide un número de varias cifras por otro de una?—Verificando tantas divisiones parciales, ó una menos, como cifras tenga el dividendo, empezando por la izquierda.

Por qué puede ser una menos?—Porque si la primera cifra del dividendo es menor que la del divisor, se tomarán dos.

Qué se hace con la cifra del cociente?—Multiplicarla por el divisor y restar el producto del dividendo parcial.

Qué se hace con los residuos que van quedando?—Forman con la cifra siguiente nuevo dividendo parcial.

Cómo se colocan los cocientes parciales?—Debajo del divisor unos á continuación de otros, de izquierda á derecha.

EJERCICIO IX

División, datos y resultado.

Dividendo Divisor Cociente
72 : 8 = 9

División inexacta.

45 : 6 = 7
Residuo 3

Dividir 4725 por 6.....

}	4725		6	
	052	=	787	
	045			
	03			Residuo

LECCIÓN X

Cómo se dividen los números compuestos?—Se toman por la izquierda del dividendo tantas cifras como tenga el divisor, ó una más si for-

man número menor que aquel, y se calcula la primera cifra del cociente.

Qué se hace con la cifra del cociente?—Se multiplica por el divisor, y el producto se resta del dividendo parcial.

Se puede restar á la vez que se multiplica?—Sí, señor; al multiplicar la primera cifra del divisor se resta de la primera del dividendo, y así con las demás.

Qué se hace después de restar?—Se agrega á la derecha del residuo la cifra siguiente del dividendo para seguir la división.

Qué tendremos presente al dividir?—Que siempre que se tome una cifra del dividendo se pondrá otra en el cociente.

Cómo se conoce si la cifra del cociente es mayor que la verdadera?—En que no puede verificarse la resta con el dividendo parcial.

EJEMPLO: $35 : 8 = 5$; pero $8 \times 5 = 40$, que no puede restarse de 35, luego la cifra 5 es mayor que la verdadera.

Cómo se conoce que es menor?—En que el residuo es igual ó mayor que el divisor.

EJEMPLO: $35 : 8 = 3$; pero $8 \times 3 = 24$, quedando 11 de residuo, mayor que el divisor, luego la cifra 3 es menor que la verdadera.

Cómo se calcula fácilmente la cifra del cociente?—Comparando la primera ó dos primeras del dividendo con la primera del divisor. (Si tenemos que dividir 427 por 56 diremos 42 para 5 á 8; pero como 8×5 son 40, faltan 2 hasta 42, y como de la multiplicación y resta anteriores se aumentan 5, son 45 que no puede res-

tarse de 42, siendo, por tanto, 7 la cifra del cociente.)

Hay alguna regla fija para este cálculo?—No, señor; pero puede seguirse el procedimiento de considerar la primera cifra del divisor con una unidad más cuando la siguiente es mayor que 5. Así en el ejemplo anterior se hará el tanteo diciendo 42 para 6 á 7.

OTRO EJEMPLO: 48365 : 76. Diremos 48 para 8 á 6, en vez de 48 para 7; en el segundo dividendo parcial diremos 27 para 8 á 3, en el tercero 48 para 8 á 6. (No es regla general, pero facilita en muchos casos el cálculo á los principiantes.)

A qué equivale la división?—A una resta abreviada.

(Así $24 : 3$ equivale á restar el 3 del 24 ocho veces; porque $24 - 3 = 21$; $21 - 3 = 18$; $18 - 3 = 15$; $15 - 3 = 12$; $12 - 3 = 9$; $9 - 3 = 6$; $6 - 3 = 3$; $3 - 3 = 0$, ó sean ocho restas.)

Cómo se prueba la división?—Multiplicando el cociente por el divisor, añadiendo el residuo, si le hay, para que resulte el dividendo.

Puede probarse de otro modo?—Sí, señor; dividiendo el dividendo por el cociente para que resulte el divisor.

EJERCICIO III

Dividir 4725 por 25.

$$\begin{array}{r} 4725 \ / \ 25 \\ \underline{222} \quad = 189 \\ 0225 \\ \underline{000} \end{array}$$

Cifra mayor que la verdadera.

$$\begin{array}{r} 527 \ / \ 75 \\ \underline{9 \times 75} = 675, \text{ mayor que } 527 \end{array}$$

Cifra verdadera.

$$527 \overline{) 75}$$

$7 \times 75 = 525$, que resta-
do de 527 quedan 2 de re-
siduo.

Cifra menor.

$$527 \overline{) 75}$$

$6 \times 75 = 450$, que resta-
do de 525 quedan 77 de re-
siduo, mayor que el divisor

Prueba.....	}	$4284 \overline{) 14}$	$\begin{array}{r} 306 \\ \times 14 \\ \hline 1224 \\ 306 \\ \hline 4284 \end{array}$	$4284 \overline{) 306}$
		$0084 = 306$	1224	$1224 = 14$
		00	306	0000
			$\underline{4284}$	

LECCIÓN XI

Cómo se divide un número por la unidad seguida de ceros?—Separando por la derecha del dividendo tantas cifras como ceros acompañan á la unidad, siendo las cifras de la izquierda el cociente y las demás el residuo.

Cómo se practica la división terminando en ceros el divisor?—Se prescinde de los ceros y de igual número de cifras de la derecha del dividendo, y al residuo se agregan las cifras separadas.

Cómo se abrevia la división cuando el divisor tiene una cifra?—Suprimiendo la escritura de los residuos y dividendos parciales.

EJEMPLO: $47536 \overline{) 6}$
Residuo 4 = 7922

Cómo sabremos el número de cifras que ha de tener el cociente?—Restando las del divisor de las del dividendo y el resultado es el número de cifras del cociente.

EJEMPLO: $15725 : 37$. 5 cifras — 2 cifras = 3 cifras que tendrá el cociente.

Es general esta regla?—Cuando el mismo número de cifras de la izquierda del dividendo formen cantidad igual ó mayor que el divisor, el cociente tendrá una cifra más.

EJEMPLO: $72450 : 25$. Restando 2 de 5 resulta 3, pero como 72 es mayor que 25, tendrá 4 cifras el cociente.

Qué sucede al cociente con respecto al dividendo?—Que aumenta ó disminuye si aumenta ó disminuye el dividendo.

Y con respecto al divisor?—Que disminuye el cociente si el divisor aumenta, y aumenta si aquel disminuye.

Qué sucede al cociente si dividendo y divisor aumentan ó disminuyen?—Si se multiplican ó dividen por el mismo número, el cociente no altera; si el aumento es por suma, disminuye el cociente, y si disminuyen por resta, aumenta el cociente.

Cómo se divide un producto de varios factores por un número que sea divisor de uno de aquellos?—Se divide dicho factor por el divisor y el cociente se multiplica por los otros factores.

EJEMPLO: $(9 \times 5 \times 4) : 3 = 3 \times 5 \times 4$

EJERCICIO XI

Dividir 4758 por 40.....

}	$4758 \overline{) 40}$	($118; \text{Residuo } 38$
	07		
	35		
	03		

Dividir 472 por 10..... $472 : 10 = 47$; Residuo 2
 Dividir 2500 por 1000... $2500 : 1000 = 2$; Residuo 500

Dividir 2500 por 400..... $\left\{ \begin{array}{l} 25(00 \ \angle \ 4(00 \\ 01 \qquad \qquad = 6; \text{Residuo } 100 \end{array} \right.$

Dividir 65786 por 7..... $\left\{ \begin{array}{l} 65786 \ \angle \ 7 \\ \qquad \qquad \qquad = 9398 \end{array} \right.$

Dividir 4754 por 6..... $\left\{ \begin{array}{l} 4754 \ \angle \ 6 \\ \text{Residuo } 2 \qquad = 792 \end{array} \right.$

Número de cifras del co- $\left\{ \begin{array}{l} 4 - 2 = 2 \text{ cifras.} \\ \text{ciente en } 3547 : 72 \dots \end{array} \right.$

Número de cifras del co- $\left\{ \begin{array}{l} 5 - 3 = 2; \text{ pero como } 254 \text{ es} \\ \text{ciente en } 25432 : 218 \dots \text{ mayor que } 218 \text{ tendrá el co-} \\ \qquad \qquad \qquad \text{ciente } 3 \text{ cifras.} \end{array} \right.$

(Problemas: Del 37 al 57.)

LECCIÓN III

Qué es un problema?—Una operación que se practica para buscar algún número desconocido por medio de otros conocidos.

Cómo se llaman los números conocidos?—Se llaman *datos*.

Cómo se llama el desconocido?—Incógnita.

Cuándo haremos uso de la operación de sumar?—Cuando haya que averiguar lo que componen varios números homogéneos.

Qué son números homogéneos?—Lo de igual especie, como *4 litros, 12 litros y 9 litros; 15 pesetas, 20 pesetas y 38 pesetas*.

Qué nombre se da á los de diferente especie?—Heterogéneos, como *30 litros y 9 pesetas; 30 metros y 40 decálitros*.

Cuándo usaremos la operación de restar?— Cuando haya que averiguar la diferencia entre dos números homogéneos.

Cuándo usaremos la multiplicación?— En dos principales casos: 1.º Cuando haya que averiguar el valor de varias unidades conociendo el de una. 2.º Para reducir unidades de especie superior á inferior.

Cómo se averigna el valor de varias unidades sabiendo el de una?— Multiplicando el de una por todas las unidades.

Ejemplo: Si un metro de tela vale 15 pesetas ¿cuál será el valor de 40 metros?

$$15 \text{ pesetas} \times 40 \text{ metros} = 600 \text{ pesetas.}$$

Cómo se reducen unidades de especie superior á inferior?— Multiplicando las inferiores que tiene una superior por el número de las superiores.

Ejemplo: ¿Cuántas pesetas son 3500 duros?

$$5 \text{ pesetas} \times 3500 \text{ duros} = 17500 \text{ pesetas.}$$

Cuándo usaremos la división?— En cuatro casos principales: 1.º Para averiguar el valor de una unidad sabiendo el de varias. 2.º Para reducir unidades de especie inferior á superior. 3.º Cuando sabiendo el precio de varias y el de una se quiere averiguar el número de éstas. 4.º Para dividir un número en partes iguales.

Cómo se averigua el valor de una unidad conociendo el de varias?— Dividiendo el precio de todas por el número de ellas.

Ejemplo: Si 42 kilogramos valen 126 pesetas ¿cuánto vale el kilogramo?

$$126 \text{ pesetas} : 42 \text{ kilogramos} = 3 \text{ pesetas.}$$

Cómo se reducen unidades de especie inferior á superior?—Se divide el número de las inferiores por el de inferiores que tiene la superior.

Ejemplo: ¿Cuántos duros son 17500 pesetas?

$$17500 \text{ pesetas} : 5 \text{ pesetas} = 3500 \text{ duros.}$$

Cómo se averigua el número de unidades sabiendo el precio de todas y el de una?—Dividiendo el valor de todas por el de una.

Ejemplo: Si queremos invertir 3000 pesetas en azafrán á 80 pesetas el kilogramo ¿cuántos kilogramos se comprarán?

$$3000 \text{ pesetas} : 80 \text{ pesetas} = 37 \text{ kg. y medio.}$$

Cómo se divide un número en partes iguales?—Se divide el número por el que indique el número de partes.

Ejemplo: Un padre distribuye para sus seis hijos 48000 pesetas. ¿Cuántas corresponden á cada uno?

$$48000 \text{ pesetas} : 6 \text{ hijos} = 8000 \text{ pesetas.}$$

Qué regla general tendremos presente para saber cuándo los problemas son de multiplicar ó de dividir?—La de que en los de multiplicar nunca son de la misma especie el multiplicando y el multiplicador.

EJERCICIO XII

Si un litro vale 3 pesetas } Problema cuyos datos son
¿cuánto valen 50 litros?... } 3 pesetas y 50 litros, y la
incógnita es el valor de
50 litros.

Alvaro tiene 12 libros, Jorge 9, Marcos 18, y Lucas 25.
¿Cuántos reúnen todos?

$$\begin{array}{r} \text{Problema de sumar.....} \\ \left. \begin{array}{l} \text{A... } 12 \\ \text{J... } 9 \\ \text{M... } 18 \\ \text{L... } 25 \\ \hline \end{array} \right\} \\ \qquad \qquad \qquad = 64 \text{ libros} \end{array}$$

¿Cuántas pesetas son 48 billetes de 500 pesetas?

Multiplicar. $500 \times 48 = 24000$ pesetas.

Si un metro vale 18 pesetas ¿cuánto valen 60 metros?

$18 \text{ pesetas} \times 60 \text{ metros} = 1080 \text{ pesetas.}$

Si con 500 pesetas se compran 40 Dl. de aceite ¿cuál es el precio del Dl.?

Dividir. $500 : 40 = 12$ pesetas y media.

¿Cuántos decámetros son 580 metros?

$580 : 10 = 58$ Dm.

Si se invierten 5000 pesetas en corderos á 8 pesetas uno, ¿cuántos corderos se compran?

$5000 : 8 = 625$ corderos.

¿Cuál es la tercera parte de 4725?

$4725 : 3 = 1575$

¿Cuál es la séptima parte de 245?

$245 : 7 = 35$

LECCIÓN XIII

Qué son números quebrados ó fraccionarios?
— Los que expresan parte ó partes de alguna unidad superior, como $\frac{2}{5}$ de @ (dos quintas partes); 0'26 pesetas (25 céntimos).

Cuáles son quebrados decimales?—Los que provienen de dividir la unidad en diez partes iguales y cada una de éstas en otras diez, y así sucesivamente.

Cómo se llaman estas partes?—Las primeras se llaman *décimas*, las segundas *centésimas*, las siguientes *milésimas*, etc.

Cómo se escriben los decimales?—Poniendo cero y coma, luego las *décimas*, después las *centésimas*, etc.

Cómo se leen los decimales?—Como los enteros, dando el nombre que corresponda á la última cifra. Así 0'475 se leerá *cuatrocientas setenta y cinco milésimas*; 0'5 se lee *cinco décimas*; 0'25 se lee *veinticinco centésimas*.

Qué sucede á un decimal si se le añaden ceros á la derecha de las cifras?—Que no altera su valor. (Así $0'75 = 0'750 = 0'7500$.)

Por qué no altera?—Porque equivale á expresarlo en partes más pequeñas, pero del mismo valor respecto de la unidad.

Qué sucede si los ceros se ponen á la izquierda, ó sea después de la coma?—Que disminuye el valor de la fracción decimal, porque cambian de lugar las cifras. (Así el quebrado 0'75 no es igual á 0'075, pues el primero es 75 centésimas y el segundo 75 milésimas.)

Qué sucede á un decimal si la coma cambia de lugar?—Que aumenta si se corre á la derecha, y disminuye si se corre á la izquierda.

Ejemplo: 0'45 es menor que 04'5 y 0'45 es mayor que 0'045.

Por qué ocurre esto?—Porque en el primer caso equivale á multiplicarlo por diez y en el segundo á dividirlo.

Qué son números mixtos decimales?—Aquellos que tienen enteros y decimales, como 5'42; 420'05; 7'5.

EJERCICIO VIII

0'25..... Quebrado ó fracción decimal

Leer 0'427..... Cuatrocientas veintisiete milésimas.

Leer 0'05..... Cinco centésimas.

4'5 pesetas; 3'25 kg..... Números mixtos decimales.

¿Es lo mismo 0,5 que 0,05?—No, señor; pues el 1.º es 5 décimas ó la mitad de una cosa y el 2.º es 5 centésimas ó cinco partes de ciento.

LECCIÓN XIV

Qué son quebrados ordinarios ó comunes?—Los que se forman al dividir la unidad en cualquier número de partes iguales, como $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{8}{12}$.

Con cuántos términos se expresa un quebrado?—Con dos: *numerador* y *denominador*. El primero indica las partes que se toman y el segundo el número de partes en que se considera dividida la unidad.

Cómo se escriben los quebrados?—Poniendo el numerador encima de una rayita y debajo de ésta el denominador. Tres quintos se escribe $\frac{3}{5}$.

¿Cómo se lee el denominador?—Diciendo *medios*, si es dos; *tercios*, si es tres; *cuartos* ó *cuar-*

tillos, si es cuatro, y así sucesivamente si no pasa de diez.

Cómo se lee si pasa de diez?—Agregando al número la palabra *avos*. Así $\frac{3}{4}$ se lee tres cuartillos; $\frac{5}{7}$ cinco séptimos; $\frac{8}{15}$ ocho quinceavos.

A qué se llama quebrado propio?—Al menor que la unidad, como $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{7}$.

Cuál es impropio?—El igual ó mayor que la unidad, como $\frac{4}{4}$, $\frac{5}{3}$, $\frac{8}{6}$, $\frac{9}{9}$.

Cómo se convierte un quebrado común en decimal equivalente?—Dividiendo el numerador por el denominador.

$$\text{Ejemplo: } \frac{2}{5} = 0'4; \frac{3}{4} = 0,75; \frac{5}{4} = 1'25.$$

Cómo se convierte un número mixto en quebrado?—Multiplicando el denominador por el entero y añadiéndole el numerador, poniendo al resultado el mismo denominador.

$$\text{Ejemplo: } 4\frac{2}{3} = \frac{(4 \times 3) + 2}{3} = \frac{14}{3}.$$

Qué objeto tienen los quebrados comunes en problemas?—El de hallar los resultados exactos cuando por decimales no es posible.

Qué haremos con los quebrados en los problemas?—Reducirlos á decimales para facilitar las operaciones.

Qué fracción decimal corresponde á $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{10}$?—La de $\frac{1}{2}$ es 0'5, la de $\frac{1}{3}$ es 0'33..., la de $\frac{1}{4}$ es 0'25, la de $\frac{1}{5}$ es 0'2, la de $\frac{1}{6}$ es 0'166..., la de $\frac{1}{8}$ es 0'125, la de $\frac{1}{10}$ es 0'1.

Cómo se aproxima el cociente en la divisió-

nes inexactas?—Por medio de cifras decimales, aumentando un cero al dividendo por cada cifra del cociente.

EJERCICIO XIV

$\frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{4}{7}, \frac{10}{8}$	<i>Quebrados ordinarios.</i>
¿Cuáles son los numeradores?.....	El 1, el 3, el 4, el 10
¿Y los denominadores?.....	El 2, el 5, el 7, el 8
Escribir cinco octavos, cuatro dozavos	$\frac{5}{8}, \frac{4}{12}$
Leer $\frac{2}{5}$ y $\frac{9}{20}$	Dos quintos; nueve veinteavos.
Escribir varios quebrados propios..	$\frac{1}{2}, \frac{3}{8}, \frac{5}{7}, \frac{4}{12}, \frac{9}{30}$.
Idem impropios.....	$\frac{3}{3}, \frac{5}{5}, \frac{4}{3}, \frac{12}{9}, \frac{15}{10}$
Convertir en decimal el quebrado $\frac{5}{8}$.	$5 : 8 = 0\text{'}625$.
Escribir números mixtos.....	$4 \frac{1}{2}, 7 \frac{3}{5}, 20 \frac{2}{4}$.
Convertir en quebrado el mixto $5 \frac{2}{7}$.	$\frac{(5 \times 7) + 2}{7} = \frac{37}{7}$
¿Qué fracción decimal da $\frac{1}{4}$?.....	$0\text{'}25$.
Id. id. id. $\frac{1}{2}$	$0\text{'}5$.
Id. id. id. $\frac{3}{4}$	$0\text{'}75$.
Id. id. id. $\frac{1}{5}$	$0\text{'}2$.
Id. id. id. $\frac{3}{10}$	$0\text{'}3$.

División con cociente entero y decimales.

División aproximada por decimales.

$$\begin{array}{r}
 4378 \quad \begin{array}{l} \diagup 8 \\ \hline \end{array} \\
 037 \quad 547\text{'}25 \\
 058 \\
 02\text{'}0 \\
 0\text{'}40 \\
 00
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 6875 \quad \begin{array}{l} \diagup 3 \\ \hline \end{array} \\
 08 \quad 2291\text{'}66... \\
 27 \\
 005 \\
 2\text{'}0 \\
 0\text{'}20 \\
 02
 \end{array}$$

LECCIÓN XV

Cómo se suman los decimales?—Se colocan lo mismo que los enteros, de modo que coincidan las comas, y en la suma se coloca otra coma frente á las de los sumandos.

Ejemplo: José tiene 0'46 pesetas, Manuel 0'08 pesetas, Antonio media peseta y Luis 0'25 pesetas. ¿Cuánto reúnen todos?

$$\begin{array}{r}
 \text{José.....} \quad 0'46 \\
 \text{Manuel.....} \quad 0'08 \\
 \text{Antonio....} \quad 0'50 \\
 \text{Luis.....} \quad 0'25 \\
 \hline
 = 1'29
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{r} \text{José.....} \\ \text{Manuel.....} \\ \text{Antonio....} \\ \text{Luis.....} \end{array}} \right\} \text{Reunen 1 peseta y 29 céntimos.}$$

Otro ejemplo: Pepa tiene 30 metros y 15 milésimas de cinta; Elvira 8 metros y medio; Luisa 12 metros y 5 centímetros y Aurora 2 metros y 42 centésimas. ¿Cuánto reúnen las cuatro?

$$\begin{array}{r}
 \text{Pepa.....} \quad 30'015 \\
 \text{Elvira.....} \quad 8'50 \\
 \text{Luisa.....} \quad 12'05 \\
 \text{Aurora.....} \quad 2'42 \\
 \hline
 = 52'985
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{r} \text{Pepa.....} \\ \text{Elvira.....} \\ \text{Luisa.....} \\ \text{Aurora.....} \end{array}} \right\} \text{Reunen 52 metros y 925 milésimas ó milímetros.}$$

Cómo se restan los decimales?—Como los enteros, colocando las comas lo mismo que en la suma.

Ejemplo: Si de 80 céntimos de peseta se gastan 15 céntimos ¿cuánto queda?

$$\begin{array}{r}
 0'80 \\
 - 0'15 \\
 \hline
 = 0'65
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{r} 0'80 \\ - 0'15 \end{array}} \right\} \text{Quedan 65 céntimos.}$$

Otro: Un labrador tenía 400 Hl. y medio de trigo y vendió 259 Hl. y 75 centésimas. ¿Cuánto le quedó?

$$\left. \begin{array}{r} 400'50 \\ - 259'75 \\ \hline = 140'75 \end{array} \right\} \text{Le quedaron 140 Hl. y 75 litros.}$$

Cómo se multiplican los decimales?—Como los enteros, separando por la derecha del producto tantas cifras como decimales tengan los dos factores.

Ejemplo: Si un gramo cuesta 15 céntimos ¿cuál será el precio de 85 milésimas de gramo?

$$\left. \begin{array}{r} 0'15 \text{ pesetas} \\ \times 0'085 \text{ gramos} \\ \hline 75 \\ 120 \\ \hline = 0'01275 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 1275 \text{ cienmilésimas, poco} \\ \text{más de un céntimo.} \end{array}$$

¿Cuánto valen 42,5 litros á 5,25 pesetas el litro?

$$5'25 \text{ pesetas} \times 42'5 \text{ l.} = 223'125 \text{ pesetas.}$$

Cómo se dividen los decimales?—Lo mismo que los enteros.

Cómo se divide un decimal por un entero?—Se pone cero y coma en el cociente y se obtienen después tantas cifras decimales como haya en el dividendo.

$$0'2575 : 3 = 0'0858$$

Cómo se divide un número mixto decimal por un entero?—Se divide la parte entera, y al tomar la primera cifra decimal del dividendo se pone coma en el cociente.

$$246'35 : 25 = 9'854$$

Cómo se divide si en el divisor hay más cifras decimales que en el dividendo?—Se iguala éste con ceros y después se prescinde de las comas.

$$45'2 : 5'25 \text{ igual á } 45'20 : 5'25 = 8'6$$

Qué se hace cuando el dividendo tiene más cifras decimales que el divisor?—Se tachan las sobrantes, y luego se toman para obtener decimal en el cociente.

$$250'275 : 7'5 \text{ igual } 250'2(75 : 7'5 = 33'37$$

Qué se hace si el dividendo no tiene cifras decimales?—Agregarle por la derecha tantos ceros como cifras decimales tenga el divisor.

$$472 : 2'5 \text{ igual á } 472'0 : 2'5 = 188,8$$

Cómo se multiplica un decimal por la unidad seguida de ceros?—Corriendo la coma á la derecha tantos lugares como ceros acompañen á la unidad.

$$40'75 \times 10 = 407'5; \quad 0'742 \times 100 = 74'2$$

Cómo se divide un decimal por la unidad seguida de ceros?—Corriendo la coma tantos lugares á la izquierda como ceros lleve la unidad.

$$428'75 : 10 = 42'875; \quad 10'85 : 100 = 0'1085$$

Qué resulta de multiplicar dos números mayores que la unidad?—Resulta un producto mayor que cualquiera de los factores, como $12 \times 5 = 60$.

Qué resulta si se multiplica un número por la unidad?—El mismo número, como $25 \times 1 = 25$.

Qué resulta si se multiplica un entero por un decimal?—Resulta un producto menor que el entero.

$$10 \times 0.5 = 7.5$$

Qué resulta de multiplicar dos decimales?—Un producto menor que cualquiera de los factores.

$$0.25 \times 0.05 = 0.0125; \quad 0.05 \times 0.02 = 0.0010$$

Qué cociente resulta de dividir un entero por otro?—Menor que el dividendo.

$$45 : 9 = 5$$

Qué resulta si el divisor es la unidad?—Resulta el dividendo.

$$24 : 1 = 24$$

Qué resulta si el divisor es decimal?—Un cociente mayor que el dividendo.

$$25 : 0.5 = 50$$

Qué resulta de dividir dos decimales?—Un cociente mayor que el dividendo.

$$0.25 : 0.5 = 0.5$$

Cómo se prueba la operación de sumar por la resta?—Empezando á sumar por la izquierda y restando las sumas parciales, de las cifras de la suma, quedando ceros debajo de todas las restas.

<i>Ej:</i>	4275	PRUEBA
+	3869	4 y 3 son 7 y 2 son 9 y 8 son 17 á 19 van 2,
	2573	y se lleva 1; de una á una cero.
	8467	2 y 8 son 10 y 5 son 15 y 4 son 19, á 21 van
	<hr/>	2, y se llevan 2; de 2 á 2 va cero.
	= 19184	7 y 6 son 13 y 7 son 20, y 6 son 26, á 28 van
	<hr/>	2, y se llevan 2; de 2 á 2 va cero.
	02220	
	<hr/>	
	000	5 + 9 + 3 + 7 = 24; de 24 á 24 va cero.

Cómo se prueba la multiplicación por la división?—Dividiendo el producto por un factor, y resultará el otro factor.

Ejemplo:

$$\begin{array}{r} 4725 \\ \times 36 \\ \hline 28350 \\ 14175 \\ \hline 170100 \end{array}$$

Prueba.

$$\begin{array}{r} 170100 \quad \angle \quad 36 \\ 0261 \quad = 4725 \\ 0090 \\ 180 \\ 000 \end{array}$$

Prueba.

$$\begin{array}{r} 170100 \quad \angle \quad 4725 \\ 028350 \quad = 36 \\ 00000 \end{array}$$

EJERCICIO XV

$$\text{Sumar } 0\cdot5 + 0\cdot62 + 7\cdot75 + 0\cdot152 \dots \left\{ \begin{array}{l} 0\cdot5 \\ 0\cdot62 \\ 7\cdot75 \\ 0\cdot152 \\ \hline = 8\cdot522 \end{array} \right.$$

$$\text{Restar } 4\cdot05 - 0\cdot15 \left\{ \begin{array}{l} 4\cdot05 \text{ Cuánto valen } 0\cdot15 \text{ } \\ - 0\cdot15 \text{ gramos á } 0\cdot5 \text{ pese-} \\ \hline = 3\cdot90 \text{ tas el gramo?} \dots \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} 0\cdot15 \\ \times 0\cdot5 \\ \hline = 0\cdot075 \text{ pt.} \end{array} \right.$$

¿Cuánto vale un metro si 0·25 metros cuestan 0·96 pesetas?

$$0\cdot96 : 0\cdot25 = 3\cdot84 \text{ pesetas.}$$

(Problemas: Del 58 al 76.)

LECCIÓN XVI

En qué consiste la numeración romana?—En representar los números con algunas letras mayúsculas de carácter impreso, que son I, V, X, L, C, D y M, que valen 1, 5, 10, 50, 100, 500 y 1000 respectivamente.

Cómo se escriben los números con esas letras?—Escribiendo unas á continuación de otras, poniendo primero las de mayor valor.

Qué tendremos presente para ello?—Que ninguna letra se pondrá cuatro veces seguidas, y que una de menor valor, antepuesta á otra de mayor, rebaja á ésta lo que la primera vale. Para escribir 4, 9, 13 pondremos IV, IX, XIII.

Cómo se dá á una letra ó á varias el valor de mil?—Poniendo encima una rayita horizontal. Así 14500 se escribirá $\overline{\text{XIVD}}$; 5000 se escribirá $\overline{\text{V}}$.

En qué casos se emplea la numeración romana?—En las esferas de los relojes, en inscripciones de monumentos, en la numeración de capítulos, en el número que distingue á los reyes y papas, como Alfonso XIII, Pío X, y en pocos más casos.

EJERCICIO XVI

Leer los números XIV y D	Catorce y quinientos.
Leer el número XLIX...	Cuarenta y nueve.
Escribir 15, 30, 90, 99, 1904	XV, XXX, XC, IC, MCMIV
Escribir 14206.....	$\overline{\text{XIVCCVI}}$
Leer XIX, LXXV.....	Diecinueve, setenta y cinco
Escribir 500, 600, 1008....	D, DC, MVIII

LECCIÓN XVII

Qué es sistema métrico decimal?—El conjunto de pesas y medidas modernas que se usa como universal en los países civilizados.

Cuándo se hizo obligatorio en España?—Por ley de 19 de Julio de 1849.

Por qué se llama métrico?—Porque todas las pesas y medidas se forman con arreglo al metro.

Qué es el metro?—La diezmillonésima parte de un cuadrante de meridiano terrestre.

De qué modo fácil podemos formar un metro?—Con cuarenta monedas de cinco céntimos, colocadas en línea recta sobre un plano.

Cuáles son las principales unidades del sistema métrico?—El metro, el litro y el gramo.

Para qué sirve el metro?—Para medir longitudes ó sea la distancia que media de un punto á otro.

Para qué sirve el litro?—Para medir líquidos, como agua, vino, etc., y sólidos como trigo, cebada, etc.

Para qué sirve el gramo?—Para conocer el peso de los cuerpos.

Qué es el litro?—Un cajón de seis caras iguales, cuyas orillas ó aristas tienen un decímetro ó décima parte de metro.

Qué es el gramo?—El peso de agua pura, á 4 grados centígrados de temperatura, que cabe en un cajoncito cuyas aristas son la centésima parte del metro.

Hay otras unidades mayores que las fundamentales?—Sí, señor; y se llaman *múltiplos*, formándose su nombre con las palabras griegas *Deca*, *Hecto*, *Kilo* y *Miria*, seguidas de metro, litro ó gramo.

Hay unidades menores?—Sí, señor; y se llaman *submúltiplos* ó *divisores*, formándose con las palabras latinas *deci*, *centi*, *mili* antepuestas á las de la unidad fundamental.

Qué significan los múltiplos?—*Deca*, significa diez; *Hecto*, ciento; *Kilo*, mil; *Miria*, diez mil.

Qué significan los divisores?—*Deci*, décima parte; *centi*, centésima, y *mili*, milésima.

EJERCICIO XVII

- ¿Qué es un Hm?.... 100 metros.
¿Qué es un Kg?..... 1000 gramos.
¿Qué es un Dl?..... 10 litros.
¿Qué es un cl?..... 0'01 de litro (una centésima).
¿Qué es un dg?..... 0'1 de gramo (una décima).

LECCIÓN XVIII

Qué relación tienen las unidades del sistema métrico?—Cada una es diez veces menor que su inmediata superior, y diez veces mayor que su inferior.

¿Qué es un decámetro?—Diez metros ó diez veces el metro, y la décima parte del hectómetro.

¿Qué múltiplos y divisores tiene el metro?—Los siguientes:

Múltiplos..	{	Decámetro.....	igual á	10 metros.
		Hectómetro.....	> >	100 >
		Kilómetro.....	> >	1000 >
		Miriámetro.....	> >	10000 >
Divisores..	{	Decímetro...	0'1	metro (décima).
		Centímetro..	0'01	> (centésima).
		Milímetro...	0'001	> (milésima).

Cuáles son los múltiplos y divisores del litro?

—Los siguientes:

Múltiplos..	{	Decálitro.....	10 litros.
		Hectólitro.....	100 >>
		Kilólitro.....	1000 >
		Miriálitro (no se usa)....	10000 >
Divisores..	{	Decílitro.....	0'1 litro.
		Centilitro.....	0'01 >
		Mililitro (no se usa).....	0'001 >

Cuáles son los múltiplos y divisores del gramo?—Los siguientes:

Múltiplos..	{	Decágramo.....	10 gramos.
		Hectógramo.....	100 >
		Kilógramo.....	1000 >
		Miriágramo.....	10 >
		Quintal métrico.....	100 >
Divisores..	{	Tonelada métrica.....	1000 >
		Decígramo.....	0'1 gramo.
		Centígramo.....	0'01 >
		Miligramo.....	0'001 >

Cuál es la unidad más usual de las medidas de peso?—El kilogramo.

Por qué se llama generalmente kilo?—Por abreviar el lenguaje.

Cómo se escriben abreviadamente los nombres de los múltiplos?—Con la primera letra mayúscula y después la que indica el nombre de la unidad.

Cómo se escribe kilómetro?—Del siguiente modo: Km.

Cómo se escriben los nombres de los divisores?—Con minúscula, seguida de la letra inicial de la unidad.

Cómo se escribe el decígramo?—De este modo: dg.

Y decágramo?—Así: Dg.

Cómo se escriben los números métricos?—Como los decimales, considerando como parte entera los múltiplos y la unidad y como decimales los divisores.

Ejemplo: Escribir en un solo número 8 Hl., 4 Dl., 3 litros y 5 cl.=843'05 litros.

Pueden expresarse en otras unidades?—Sí, señor; en cuyo caso se pone la coma á la derecha de la cifra que corresponda á la unidad elegida.

Ejemplo: Escribir en Kg. 5 Mg., 8 Kg., 4 Dg., 5 g., 9 dg. y 5 cg.=58'04595 Kg.

Qué se hace cuando una unidad no está expresa?—Se escribe cero en su lugar.

Qué ventajas tiene el sistema métrico respecto del sistema antiguo?—Varias. 1.^a La sencillez del lenguaje, pudiendo expresar todas las unidades con pocas palabras. 2.^a Facilidad en las operaciones por relacionarse unas con otras de diez en diez unidades. 3.^a El ser sistema universal, facilitando lastransacciones comerciales. 4.^a Facilidad de formar nueva base, aunque desapareciera la actual, con solo medir nuevamente el cuadrante de meridiano que pasa por París.

Se emplean también otras unidades?—Sí, señor; las *dobles* y *medias*, como el *doble decálitro*, el *medio kilo*.

EJERCICIO XVIII

¿Qué es una tonelada métrica?..	1.000 Kg. ó 1.000.000 gramos.
» » Mg?.....	10 Kg. ó 10.000 g....
¿Cuántos Hm. tiene un Km.?....	10 Hm. ó 100 m.
¿Cómo se escribe hectógramo?..	Hg.
» » decámetro?....	Dm.
» » decímetro?....	dm.
Expresar en litros 8 Hl., 5 Dl., dl.	850,04 litros.
Id. en Kg. 9 Mg. y 42 g.....	90'042 Kg.
Id. en Dm. 4 Mm. y 3 m.....	4000'3 Dm.

LECCIÓN XIX

Qué es un metro cuadrado?—Una superficie plana con cuatro lados iguales, formando escuadra, de un metro de largos, que sirve para medir superficies, como la extensión de un salón, el solar de una casa, una finca, etc.

Qué relación tienen las unidades cuadradas?—Están en la relación de ciento en ciento; así un decámetro cuadrado es cien metros cuadrados ó la centésima parte del hectómetro cuadrado.

Qué son medidas agrarias?—Las que sirven para medir los campos, siendo el *área* la principal, con su múltiplo la *hectárea* y su divisor la *centiárea*.

Qué es el área?—Un cuadrado de diez metros de lado ó cien metros cuadrados.

Qué es la hectárea?—Un cuadrado de cien metros de lado ó diez mil metros cuadrados.

Qué es la centiárea?—La centésima parte del área ó un metro cuadrado.

Qué son medidas itinerarias?—Las empleadas para medir caminos, siendo el Km. y el Mm. las principales.

Qué son medidas de volumen?—La que sirven para medir la extensión que ocupan los cuerpos, y son el *metro cúbico* con sus múltiples y divisores.

Qué es el metro cúbico?—Un cajón de seis caras iguales y cuadradas, cuyas aristas ú orillas tienen un metro.

Qué relación tienen las unidades cúbicas?—La de mil en mil unidades; así que un Dm. cúbico es mil metros cúbicos y un dm. cúbico es la milésima parte del metro cúbico.

Cómo se escriben las unidades cuadradas?—Con dos cifras para cada una. Así 5 Hm.², 12 m.² y 4 dm.² se escribe 50012'04 metros.

Cómo se indican las medidas cuadradas?—Con un 2 pequeñito puesto á la derecha en la parte superior del nombre ó del número.

Cómo se indican las cúbicas?—Poniendo un 3 pequeñito.

Cómo se escriben los números de unidades cúbicas?—Poniendo tres cifras para cada unidad. Así 12 Dm.³, 15 m.³, 12 cm.³ y 12 mm.³ se escribe 12015'000125012 m.³

Cómo se lee 405'42 Hl?—Cuatrocientos cinco hectólitros y 42 litros.

Cómo se lee 60'0525 m.²?—Sesenta metros cuadrados y 525 centímetros cuadrados.

Cómo se lee 52'014252 Dm.³?—Cincuenta y dos decámetros cúbicos y 14252 decímetros cúbicos.

Cómo se lee 40'325 Ha?—Cuarenta hectáreas y 3250 centiáreas.

Cómo se mide la fuerza?—Por el *Kilográmetro*, que es el esfuerzo necesario para elevar á un metro de altura en un segundo el peso de mil gramos.

Cómo se calcula la fuerza de las máquinas?—Por caballos de vapor, siendo cada uno 75 kilogrametros.

Cómo se mide la temperatura?—Por medio de grados del termómetro, siendo 100 grados la temperatura del agua hirviendo y 0 la del hielo.

Cómo se averigua el peso de los cuerpos?—Por medio de balanzas, romanas y básculas.

EJERCICIO XIX

Equivalencia de 40 Km. ²	40000000 metros ² .
Id. de 62 Dm. ³	62000 m. ³
Escribir en Dm. ³ 8 Hm. ³ y 12 m. ³	8000'012 Dm. ³
Id. en Hm. ² 2 Km. ² , 8 Hm., 7 Dm. ² y 20 m. ²	208'0720 Hm. ²
Id. en metros cúbicos 30 Km. ³ , 42 Hm. ³ , 7 Dm. ³ , 18 m. ³ y 275 cm. ³	30042007018'000275 m. ³
Cuántas Ha. son 34208 áreas?	342'08 Ha.

LECCIÓN XX

Cuál es la unidad monetaria española?—La *peseta*, moneda de plata de cinco gramos de peso, y se divide en diez *décimas* ó *cien céntimos*.

Qué monedas hay de cobre?—La *décima* ó diez céntimos, *media décima*, *dos céntimos* y un *céntimo*.

Qué monedas hay de plata?—La de cinco pesetas, la de dos pesetas, la de una peseta y la de media peseta.

Qué monedas hay de oro?—La de cien pesetas, de cincuenta, de veinte, de diez y de cinco.

Se usa también el papel-moneda?—Sí, señor; los billetes del Banco, que son pagaderos al portador por la sociedad llamada *Banco de España*.

Qué clases hay de billetes?—De 25 pesetas, de 50, de 100, de 500 y de 1000.

Qué son unidades de tiempo?—Las que se usan para contar éste, como el día, el año, el siglo y otras.

Qué es el año?—El tiempo que emplea la Tierra en dar una vuelta alrededor del Sol, y es de 365 días.

Qué es el día?—El tiempo que la Tierra emplea en dar una vuelta en su movimiento de rotación, y es de 24 horas.

Qué es un siglo?—El período de cien años.

Cómo se divide el año?—En doce meses, que son: Enero, Febrero, Marzo, Abril, Mayo, Junio, Julio, Agosto, Septiembre, Octubre, Noviembre y Diciembre.

Cuándo empieza á contarse el año?—El día 1.º de Enero.

Cuántos días tiene cada mes?—Abril, Junio, Septiembre y Noviembre tienen 30; Febrero 28, y los demás 31. Febrero tiene 29 en los años bisiestos.

Cuántos días tiene el mes comercial?—Treinta, y el año 360.

Qué es la semana?—El período de siete días, llamados Lunes, Martes, Miércoles, Jueves, Viernes, Sábado y Domingo.

Cuándo empieza cada día?—En el momento de ser las doce de la noche ó las veinticuatro del día completo.

Cuáles son las principales pesas y medidas antiguas de Castilla?—Las siguientes:

De longitud: La vara y la legua.

De capacidad: La fanega, el celemn y el cuartillo; la cántara, azumbre y cuartillo.

De peso: Tonelada, quintal, arroba, libra y onza.

De superficie: Legua cuadrada y vara cuadrada.

Agrarias: Fanega y yugada.

De volumen: Vara cúbica.

Deben emplearse estas unidades?—No, señor; solamente las del sistema métrico que facilitan el cálculo y se emplean en todas las naciones civilizadas.

Qué relación tienen las medidas antiguas con las métricas?—La siguiente:

La legua, 5'572 Km. (5 Km. y 572 m.)

La vara, 0'836 m. (83 centímetros y medio próximamente).

La fanega, 55'5 l. (55 litros y medio).

La cántara, 16'13 l. (16 litros y 13 centílitros).

La arroba, 11'5 Kg. (11 Kg. y medio).

La arroba de aceite, 12'56 l. (12 litros y medio próximamente).

La vara cuadrada, 0'699 m.² (70 decímetros cuadrados próximamente).

La legua cuadrada, 31 Km.² (31 Kilómetros cuadrados).

La fanega de tierra, 64'39 áreas. (64 áreas y 39 centiáreas).

La vara cúbica, 0'584 m.³ (584 decímetros cúbicos).

Cómo se reducen unidades del sistema antiguo á sus equivalentes métricas?—Multiplicando la equivalencia de una por todas.

Ejemplo: Reducir 4500 varas á metros.

$$0'836 \text{ m.} \times 4500 \text{ varas} = 3762 \text{ m.}$$

Cómo se reducen las del métrico á las del antiguo?—Dividiendo las del métrico por la equivalencia de la unidad antigua.

Ejemplo: Reducir 3762 m. á varas.

$$3762 \text{ m.} : 0'836 = 4500 \text{ varas.}$$

EJERCICIO XX

¿Cuántos días tiene Enero, Abril, etc?—31, 30, etc.

¿Cuál es el siglo actual?—XX.

¿Cuántos días tiene Febrero?—28. Si el año es bisesto tiene 29.

Años bisiestos en el siglo XX.—1904, 1908, 1912, etc.
¿A qué hora corresponden las 18?—A las 6 de la tarde.

Reducir 500 fanegas á litros.

$$55'5 \text{ l.} \times 500 \text{ f.} = 27750 \text{ litros.}$$

Reducir 2000 @ á Toneladas métricas.

$$11'5 \text{ Kg.} \times 2000 \text{ @} = 23000 \text{ Kg.} = 23 \text{ Toneladas.}$$

¿A qué equivale la tonelada métrica?—A 87 @ próximamente.

Dibujar las principales medidas métricas.

(Problemas: Del 77 al 113.)

LECCIÓN XXI

Qué son números complejos?—Los que expresan unidades de la misma naturaleza, como 4 Kg., 5 Dg. y 6 gramos; 4 duros, 3 pesetas y 3 reales.

Qué se hace con los números complejos en los problemas?—Se reducen á una sola especie en números mixtos decimales ó mixtos ordinarios, especialmente en operaciones de multiplicar ó dividir.

Cómo se suman los complejos?—Verificando tantas sumas parciales como especies haya, y agregando á la suma siguiente las unidades superiores que resulten.

Ejemplo: Pedro tiene 40 @, 20 libras y 6 onzas; José 150 @, 10 libras y 12 onzas, y Emilio 18 @, 14 libras y 8 onzas. ¿Cuánto reúnen los tres?

Pedro....	$\overset{1}{40}$	@	$\overset{1}{20}$	l. y 6 onzas.
José.....	150	>	10	> 12 >
Emilio...	18	>	14	> 8 >
	= 209	>	20	> 10 >

Cómo se restan los complejos?—Verificando tandas restas parciales como especies.

Ejemplo: Qué edad tenía el 7 de Septiembre de 1904 uno que nació el 1.º de Noviembre de 1864?

Fecha actual.....	1904	(año)	$\overset{21}{9}$	(mes noveno)	7	(día)
Id. en que nació....	1864	>	11	>	1	>
	= 39 años 10 meses					6 días,

(Como el 11 no puede restarse de 9 se toma un año, cuyos 12 meses y 9 son 21, y de este número se resta el 11, rebajando luego un año al 1904.)

Ejemplo de multiplicación: ¿Cuánto valen 40 @ y 15 libras á 6 pesetas y 3 reales @?

15 libras : 25 libras que tiene la @ = 0'6 de @

$$40 @ + 0'6 = 40'6 \text{ arrobas}$$

3 reales : 4 reales que tiene la peseta = 0'75 de peseta

$$6 \text{ pesetas} + 0'75 \text{ pesetas} = 6'75 \text{ pesetas}$$

$$6'75 \text{ ptas.} \times 40'6 @ = 274'05 \text{ pesetas.}$$

Ejemplo de dividir: Si 5 fanegas y 3 celemines valen 60 pesetas y un real, ¿cuánto vale la fanega?

$$3 \text{ celemines} : 12 = 0'25 \text{ fanegas.}$$

$$1 \text{ real} : 4 = 0'25 \text{ pesetas}$$

$$60'25 \text{ pesetas} : 5'25 \text{ fanegas} = 11'47 \text{ ptas.}$$

EJERCICIO XXI

Reducir el complejo 40 Kg. 5 Dg. y 3 g. á Hg.....	400'53 Kg.
Idem el incomplejo 354263 litros á complejo.....	3542 HL., 6 Dl. y 3 l.
Idem el complejo 20 duros, 3 ptas. y 3 rs. á pesetas..	103'75 pesetas.
Idem á incomplejo 20 Dm. ² , 5 m. ² y 4 dm. ²	2005'04 metros cuadrados.

(Problemas: Del 114 al 122.)

LECCIÓN XXII

Qué es razón de dos números?—El resultado de comparar el uno con el otro.

Qué es razón aritmética?—La diferencia entre los dos, como $5 \cdot 3$, que se lee 5 es á 3, cuya razón es 2.

Qué es razón geométrica?—El cociente de dividir un número por otro, como $15 : 3$, que se lee 15 es á 3, cuya razón es 5.

Qué razón se usa más?—La geométrica, que se escribe con dos puntos entre sus dos términos llamados *antecedente* y *consecuente*.

Qué es proporción?—La igualdad de dos razones, es decir que tienen igual cociente, como $10 : 5$ y $36 : 18$, cuyo cociente ó razón es 2.

Cómo se escribe una proporción?—Con cuatro puntos, que se leen *como*, entre las dos razones. $10 : 5 : : 36 : 18$, que se lee 10 es 5 como 36 es á 18.

Cómo se llaman los términos de una proporción?—El 1.º y 4.º extremos, y el 2.º y 3.º medios; el 1.º y el 3.º antecedentes, y el 2.º y 4.º consecuentes.

Qué propiedad principal tiene toda proporción?—La de que el producto de los extremos es igual al producto de los medios.

Ejemplo: $4 : 16 :: 10 : 40$ $4 \times 40 = 160$; $16 \times 10 = 160$

Otro: $1/2 : 8 :: 4 : 64$. $0.5 \times 64 = 32$; $8 \times 4 = 32$.

Qué ventajas proporciona esta propiedad?—La de averiguar un término cualquiera desconocido cuando se conocen los otros tres.

Cómo se averigua un extremo?—Multiplicando los medios y dividiendo el producto por el otro extremo.

$$20 : 50 :: 8 : X, \text{ será } X = \frac{50 \times 8}{20} = \frac{400}{20} = 20$$

Cómo se averigua un medio?—Multiplicando los extremos y dividiendo el producto por el medio conocido.

$$20 : 50 :: X : 20, \text{ será } X = \frac{20 \times 20}{50} = \frac{400}{50} = 8$$

Cómo se representa el término desconocido?—Por una X generalmente.

Cuántas formas puede tomar una proporción?—Ocho, cambiando los términos y permutándolos.

$$\begin{array}{l}
 \text{Ejemplo: } 4:12::7:21 \\
 \quad \quad 4:7::12:21 \\
 \quad \quad 21:12::7:4 \\
 \quad \quad 21:7::12:4 \\
 \quad \quad 12:4::21:7 \\
 \quad \quad 12:21::4:7 \\
 \quad \quad 7:4::21:12 \\
 \quad \quad 7:21::4:12
 \end{array}
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Cambiando.} \\ \\ \\ \\ \text{Permutando.} \\ \\ \\ \end{array}$$

EJERCICIO XXII

Escribir varias razones aritméticas. | $8:5; 7:2; 12:10$

Id. geométricas. | $5:10; 12:15; 8:20; \frac{3}{9}$

Id. varias igualdades. | $4 \times 5 = 20; 30 = 50 - 20; \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

Id. una proporción geométrica... $\left\{ \begin{array}{l} 25:15::15:9 \\ \text{ó } \div \div 15:25:9 \end{array} \right.$

Hallar un término medio.... $\left\{ \begin{array}{l} 30:12::X:20 \\ \frac{30 \times 20}{12} = \frac{600}{12} = 50 \end{array} \right.$

Hallar un extremo..... $\left\{ \begin{array}{l} 15:25::60:X \\ \frac{25 \times 60}{15} = \frac{1500}{15} = 100 \end{array} \right.$

Cambiar los términos de una proporción. $\left\{ \begin{array}{l} 20:5::60:15 \\ 15:60::5:20 \end{array} \right.$

Permutar los términos..... $\left\{ \begin{array}{l} 20:5::60:15 \\ 5:20::15:60 \end{array} \right.$

LECCIÓN XXIII

Para qué sirven las proporciones?—Para resolver varios problemas, como los llamados de *regla de tres, de interés, de compañía, etc.*

Qué es regla de tres?—La que tiene por objeto conocer un número por medio de otros tres conocidos.

Cómo se representa el número desconocido?—Por una X, llamada *incógnita*.

Qué nombres reciben los términos de la proporción?—Se llaman cantidades *principales* á las cantidades homogéneas conocidas, y *relativas* á las otras dos.

Cuándo la proporción es directa?—Cuando á mayor cantidad principal corresponde mayor relativa correspondiente ó cuando siendo menor la primera, es también menor la segunda.

Cuándo es inversa?—Cuando á mayor *principal* es menor su *relativa* ó al contrario.

Cuándo es simple?—Cuando hay solamente tres términos conocidos.

Cuándo es compuesta?—Cuando hay más de tres términos, homogéneos dos á dos, que pueden reducirse á tres conocidos y la incógnita.

Cómo se resuelve la proporción en la regla de tres?—Poniendo primero los términos ó cantidades principales, después el relativo al primero y luego el relativo al segundo, cambiando estos últimos si es inversa.

Ejemplos: Si 2.000 pesetas es el valor de 500 @ de manzanas, ¿cuántas se comprarán con 1.500 pesetas?

$$2000 : 1500 :: 500 : X = \frac{15 \times 500}{2000} = 3750 @$$

Si 4 hombres siegan un campo en diez días, ¿en cuánto tiempo pueden segararlo 5 hombres?

$$4 : 5 :: X : 10 = \frac{40}{5} = 8 \text{ días.}$$

Ejemplo de regla de tres compuesta: Si 10 jornaleros en 8 días trabajando 8 horas diarias construyen 3000 metros de camino, ¿cuánto construirán 20 hombres en 6 días trabajando 12 horas diarias?

$$\begin{array}{l} 10 \text{ jornaleros} \times 8 \text{ días} \times 8 \text{ horas} = 720 \\ 20 \quad \quad \quad \times 6 \quad \quad \times 12 \quad \quad = 1440 \end{array}$$

$$720 : 1440 :: 3000 : X = 6000 \text{ metros.}$$

(Problemas: Del 122 al 133.)

LECCIÓN XXIV

Qué es regla de interés?—La que se refiere á los problemas relativos al préstamo y sus análogos.

Qué es tanto por ciento?—La cantidad que se cobra ó se paga por cien unidades.

Qué es interés ó rédito?—La cantidad que produce el capital total.

Cuándo se llama simple el interés?—Cuando se cobra al final del año ó de un tiempo determinado.

Cuándo es compuesto?—Cuando el interés se acumula al capital.

Qué puede ocurrir en la regla de interés simple?—Que el tiempo sea ó no un año.

Qué problemas ocurren cuando el tiempo es un año?—Tres: averiguar el interés, el capital ó el tanto por ciento.

Cómo se resuelven?—Con la fórmula *ciento : capital : el tanto por ciento : al interés*, colocando la incógnita en el lugar correspondiente.

Ejemplos: 1.º ¿Qué interés producen 6000 pesetas al 5 p^o/o anual?

$$100 : 6000 : : 5 : X = 300 \text{ pesetas}$$

2.º ¿Qué capital producirá 300 pesetas al 5 p^o/o anual?

$$100 : X : : 5 : 300 = 6000 \text{ pesetas}$$

3.º A qué tanto por ciento se prestarán 6000 pesetas para producir 300 de interés anual?

$$100 : 6000 : : X : 300 = 5 \text{ por } 100$$

Qué problemas ocurrirán siendo el tiempo diferente de un año?—Cuatro: *averiguar el interés, el capital, el tiempo ó el tanto por ciento.*

Cómo se resuelven?—Por medio de la fórmula *ciento, multiplicado por el tiempo del año : al capital, multiplicado por el tiempo : el tanto por ciento : al interés.*

Ejemplos: 1.º ¿Qué interés producirán 6000 pesetas en 8 meses al 5 p^o/o anual?

$$100 \times 12 : 6000 \times 8 : : 5 : X$$

$$1200 : 48000 : : 5 : X = 200 \text{ pesetas.}$$

2.º ¿Qué capital producen 200 pesetas en 8 meses al 5 p^o/o anual?

$$100 \times 12 : X \times 8 : : 5 : 200$$

$$1.200 : X \times 8 : : 5 : 200 = 6000 \text{ pesetas.}$$

3.º ¿En cuántos meses producen 6000 pesetas 200 de interés al 5 p^o/_o anual?

$$100 \times 12 : 6000 \times X :: 5 : 200$$

$$12000 : 6000 X :: 5 : 200 = 8 \text{ meses}$$

4.º ¿A qué tanto por 100 se prestarán 6000 pesetas para que en 8 meses produzcan 200 pesetas?

$$1200 : 48000 : X : 200 = 5 \text{ p}^o/\text{o}$$

Cómo se resuelven estos problemas por días?
—Considerando el año de 360 días.

Ejemplo: ¿Qué interés producirán 7500 pesetas en 90 días al 8 p^o/_o anual?

$$100 \times 360 : 7500 \times 90 :: 8 : X$$

$$36000 : 675000 :: 8 : X = 150 \text{ pesetas}$$

Cómo se resuelven si el préstamo es por varios años?—Multiplicando el interés anual por el número de años, ó multiplicando el capital por dicho número al plantear la proporción.

Ejemplo: ¿Qué interés producen 3000 pesetas en 4 años al 7 p^o/_o anual?

$$100 : 3000 :: 7 : X = 210 \text{ pesetas al año}$$

$$210 \times 4 \text{ años} = 840 \text{ pesetas}$$

De otro modo:

$$100 : 3000 \times 4 :: 7 : X$$

$$100 : 12000 :: 7 : X = 840 \text{ pesetas.}$$

LECCIÓN XXV

Qué casos principales pueden ocurrir cuando el interés es compuesto?—Averiguar el interés total ó el capital prestado.

Cómo se averigua el interés total?—Por medio de tantas proporciones como unidades de tiempo, acumulando el interés de la primera al capital de la segunda, y así sucesivamente.

Ejemplo: ¿Cuál será el interés total de 40000 pesetas prestadas por 4 años á interés compuesto de 5 p%?

1. ^{er} año.....	100 : 40000 :: 5 : X = 2000	pesetas.
2. ^o »	100 : 42000 :: 5 : X = 2100	»
3. ^o »	100 : 44100 :: 5 : X = 2205	»
4. ^o »	100 : 46305 :: 5 : X = 2315'25	»

Interés total (46305 + 2315'25) — 40000 = 8620'25 »

Puede resolverse de otro modo?—Sí, señor; por el procedimiento de la unidad, ó sea formando un número mixto decimal con la unidad y su interés anual y multiplicándolo por sí mismo tantas veces como unidades de tiempo ó años dure el préstamo, cuyo producto será la unidad prestada y su interés total. Después se multiplica por el capital.

Ejemplo anterior: Una peseta ó cien céntimos producirán 5 céntimos. 1 peseta + 0'05 = 1'05. Tomando este número cuatro veces por factor, resulta:

$1'05 \times 1'05 \times 1'05 \times 1'05 = 1'21550625$ pesetas, en que se convierte una peseta al cabo de los 4 años.

40000 pesetas se convertirán en

$$1'21550625 \times 40000 = 48620'25$$

El interés total será 48620'25 — 40000 = 8620'25 ptas.

Cómo se halla el número del capital prestado?—Practicando las mismas operaciones con la unidad, y dividiendo después el capital total por el que forma la unidad, ó solamente el interés total por el de aquélla.

Ejemplo: Un capital prestado al 5 p^o/_o de interés compuesto en 4 años se convierte en 48620'25 pesetas; ¿cuál es ese capital?

En los 4 años se convierte la peseta en

$$1'05 \times 1'05 \times 1'05 \times 1'05 = 1'21550625 \text{ pesetas.}$$

$$48620'25 : 1'21550625 = 40000 \text{ pesetas.}$$

La unidad se convierte en 1'21550625 pesetas.

El interés de ésta es 0'21550625 »

El capital será

$$8620'25 \text{ (interés total)} : 0'21550625 = 40000 \text{ ptas.}$$

(Problemas: Del 134 al 161.)

LECCIÓN XXVI

Qué es regla de compañía?—La que sirve para averiguar la ganancia ó pérdida de los socios que reúnen sus capitales para algún negocio.

Cómo se halla la ganancia ó pérdida correspondiente á cada socio?—Formando una proporción para cada socio, según la fórmula *suma de capitales : á la ganancia ó pérdida :: el capital de cada uno : á la ganancia ó pérdida parcial.*

Ejemplo: Tres amigos forman sociedad comercial con 5000 pesetas el 1.^o, 8000 el 2.^o, y 7000 el 3.^o; ganaron 4000 pesetas. ¿Cuánto corresponde á cada uno?

1. ^o 5000	1. ^o 20000 : 4000 ::	5000 : X =	1000 ptas.
2. ^o 8000	2. ^o 20000 : 4000 ::	8000 : X =	1600 »
3. ^o 7000	3. ^o 20000 : 4000 ::	7000 : X =	1400 »
20000		=	4000

Cómo se distribuyen las ganancias ó pérdidas cuando los capitales son iguales y no permanecen los socios el mismo tiempo en sociedad?—

Practicando liquidación siempre que un socio se retira, dando igual parte á cada uno.

Cómo se practica la distribución si al retirarse un socio deja el capital en la sociedad?—En tal caso el que se retira es socio en *comandita*, y percibe un tanto por ciento convenido.

Cómo se verifica la distribución de ganancias ó pérdidas cuando los capitales y los tiempos son desiguales?—Practicando liquidación proporcional á los capitales siempre que ingresa ó sale algún socio.

Á qué quedan, pues, reducidos todos los casos de regla de compañía?—Al de distribuir proporcionalmente las ganancias ó pérdidas según los capitales sociales.

Luego no hay regla de compañía compuesta?—No, señor; pues es inadmisibile en la práctica.

Ejemplo: Manuel y Pedro explotan un negocio, poniendo el 1.º 10000 pesetas por 2 años y el 2.º 5000 por 4 años, y ganan 8000 pesetas. ¿Cuántas corresponden á cada uno?

Resolución	1.º	$10000 \times 2 = 20000$	ptas.	}	Iguales
	ordinaria.	2.º	$5000 \times 4 = 20000$		

ganancias por ser los productos iguales, ó sean 4000 pesetas á cada uno.

Si en tiempos iguales, las ganancias son iguales, á los dos años, ó cuando se retiró el primer socio, habían ganado 4000 pesetas, correspondiendo $2666 \frac{2}{3}$ al primero y $1333 \frac{1}{3}$ al segundo, y las otras 4000 pertenecen íntegras al segundo, siendo, por tanto, la ganancia de cada uno:

1.º	$2666 \frac{2}{3}$	}	= 8000 ptas.
2.º	$5333 \frac{1}{3}$		

Vemos, pues, que es un absurdo la distribución de ganancias en proporción de los productos de capitales por tiempos.

(Problemas: Del 162 al 167.)

LECCIÓN XXVII

Qué es regla de distribución?—La que tiene por objeto repartir alguna cantidad en partes proporcionales.

Qué puede ocurrir en estos problemas?—Que el número sea igual ó desigual al número de partes.

Cómo se resuelve el primer caso?—Formando una proporción como en la regla de compañía para cada socio.

Ejemplo: Un padre deja 80000 pesetas para sus 4 hijos, dando al 1.º 3 partes, al 2.º 4, al 3.º 6, y al 4.º 7. ¿Cuánto corresponde á cada uno?

$$\left. \begin{array}{l} 1.^\circ 3 \\ 2.^\circ 4 \\ 3.^\circ 6 \\ 4.^\circ 7 \end{array} \right\} 20 \text{ partes.} \quad \begin{array}{l} 20:80000 :: 3:X = 12000 \\ 20:80000 :: 4:X = 16000 \\ 20:80000 :: 6:X = 24000 \\ 20:80000 :: 7:X = 28000 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} 1.^\circ 3 \\ 2.^\circ 4 \\ 3.^\circ 6 \\ 4.^\circ 7 \end{array}} \right\} 80000 \text{ ptas.}$$

Cómo se resuelve el segundo caso?—Agregando ó suprimiendo á cada perceptor la cantidad proporcional que le corresponda.

Ejemplo: Distribuir 3000 pesetas para tres amigos, dando al 1.º la mitad, al 2.º la 3.ª parte y al 3.º la 5.ª parte. ¿Qué cantidad se dará á cada uno?

$$\begin{array}{l} 1.^\circ 1500 \quad 1.^\circ 3100:3000] :: 1500 : X = 1451 \frac{19}{31} \\ 2.^\circ 1000 \quad 2.^\circ 3100:3000] :: 1000 : X = 967 \frac{23}{31} \\ 3.^\circ 600 \quad 3.^\circ 3100:3000] :: 600 : X = 580 \frac{20}{31} \\ \hline 3100 \text{ ptas.} \qquad \qquad \qquad 3000 \text{ pts.} \end{array}$$

Otro ejemplo: Repartir 17 corderos para tres hermanos, dando al 1.º la mitad, al 2.º la 3.ª parte y al 3.º la 9.ª parte. ¿Cuántos corderos corresponden á cada uno?

$$\left. \begin{array}{l} 1.^\circ \frac{1}{2} = \frac{9}{18} \\ 2.^\circ \frac{1}{3} = \frac{6}{18} \\ 3.^\circ \frac{1}{9} = \frac{2}{18} \end{array} \right\} \begin{array}{l} 1.^\circ \frac{17}{18} : 17 :: \frac{9}{18} X = 9 \\ 2.^\circ \frac{17}{18} : 17 :: \frac{6}{18} X = 6 \\ 3.^\circ \frac{17}{18} : 17 :: \frac{2}{18} X = 2 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} 1.^\circ \\ 2.^\circ \\ 3.^\circ \end{array}} \right\} 17 \text{ corderos.} \quad (1)$$

Cómo se resuelven estos problemas cuando entran cantidades no proporcionales?—Restándolas, si son por exceso, del total; y sumándolas con éste, si son por defecto, verificando la distribución con el resultado.

Ejemplo: Distribuir 100.000 pesetas para Elvira, Pilar, Enriqueta y Pura, dando á la 1.ª 1000 pesetas más que á la 2.ª, á ésta 500 más que á la 3.ª, y á ésta 2500 más que á la 4.ª. ¿Cuánto corresponde á cada una?

Excesos:	Pura.....		} 9.500 pesetas. de exceso.
	Enriqueta.....	2500 = 2500	
	Pilar.....	500 + 2500 = 3000	
	Elvira....	1000 + 500 + 2500 = 4000	
		100000 - 9500 = 90500 pesetas:	

que se distribuirán en cuatro partes iguales.

$$90500 : 4 = 22625 \text{ pesetas á cada una.}$$

RESUMEN

Elvira....	22625 + 4000 = 26625	} 100.000 pesetas.
Pilar.....	22625 + 3000 = 25625	
Enriqueta..	22625 + 2500 = 25125	
Pura.....	22625 = 22625	

Otro: Distribuir 100 barrillas de turrón para José, Luis y Félix, dando al 1.º 30 menos que al 2.º y á éste 10 menos que al 3.º. ¿Cuántas se darán á cada uno?

(1) Para resolver estos problemas es preciso que se conozcan los quebrados ordinarios y sus operaciones.

Félix.		} 50 barrillas de menos
Luis..	10 barrilas menos	
José..	$30 + 10 = 40$	

$$100 + 50 = 150; \quad 150 : 3 = 50 \text{ á cada uno.}$$

José....	$50 - 40 = 10$	} 100 barrillas.
Luis....	$50 - 10 = 40$	
Félix...	50	

(Problemas: Del 168 al 175.)

LECCIÓN XXVIII

Qué es regla de aligación?—La que trata de los problemas de mezcla de especies de diferentes precios.

Qué problemas son los principales de esta clase?—Dos: averiguar el precio medio y la proporción en que han de mezclarse las especies.

Cómo se halla el precio medio?—Dividiendo el precio total de las especies por el número de unidades mezcladas.

Ejemplo: Si se mezclan 40 Kg. de azúcar de 2 pesetas Kg. con 25 Kg. de 2'5 pesetas y 15 Kg. de 3'5 pesetas, ¿cuál será el precio del Kg.?

40 Kg.	$\times 2 \text{ p.} = 80$	pesetas	} Precio medio del Kg. $195 : 80 = 2'4375$ pesetas.
25 "	$\times 2'5 = 62'5$	"	
15 "	$\times 3'5 = 52'5$	"	
<u>80 Kg.</u>	<u>195'0</u>	ptas.	

Cómo se averigua la cantidad que ha de mezclarse de cada especie?—Tomando de cada una la diferencia entre el precio medio y el de otra especie.

mismas operaciones, y después se averigua proporcionalmente el número de cada especie.

Ejemplo: Tenemos harina de 40 pesetas quintal métrico, de 38 y de 35 y queremos mezclar 200 quintales para venderla á 37 pesetas quintal. ¿Cuántos de cada clase se mezclarán?

37.	{	40.....	37 — 35 = 2	Se tomarán de cada clase:	8 : 200 :: 2 : X = 50 de 40	
		38.....	37 — 35 = 2			8 : 200 :: 2 : X = 50 de 38
		35..	{ 40 — 37 } = 4			
			{ 38 — 37 }			
		Quintales...	8	= 200		

(Problemas: Del 176 al 179.)

LECCIÓN XXIX

A qué se llama regla de falsa posición?—A la que sirve para buscar números desconocidos por medio de otros supuestos.

Cómo puede ser esta regla?—Simple, cuando se precisa un solo supuesto, y compuesta si se precisan dos ó más.

Cómo se resuelven los problemas de la simple?—Tomando un número que reuna las condiciones del desconocido, y practicando con él las operaciones se hallará aquél por medio de una proporción.

Ejemplo: ¿Cuál es el número que agregándole su mitad, cuarta y séptima parte dé por resultado 3180?

53 : 28 :: 3180 : X = 1680, número verdadero.

N.º supuesto. 23 Su mitad... 14 4. ^a parte.... 7 7. ^a parte.... 4 <hr style="width: 10%; margin-left: 0;"/> 53	Comprobación:	N.º hallado.. 1680 Mitad..... 840 4. ^a parte.... 420 7. ^a parte.... 240 <hr style="width: 10%; margin-left: 0;"/> = 3180
--	---------------	--

Qué se hace cuando entran en las condiciones cantidades no proporcionales?—No se tienen en cuenta en el supuesto, y se suman con el resultado del número verdadero, si son por defecto, ó se restan, si son por exceso.

Ejemplos: En un ejército murieron en batalla la quinta parte de los soldados, en el hospital la octava parte, fueron heridos 1800, quedando útiles 25200. ¿De cuántos soldados se componía el ejército?

Número supuesto 80.	Muertos en batalla.....	16
	' en el hospital....	10
		<hr/> 26

Quedaron 80 — 26 = 54

54 : 80 :: 25200 + 1800 : X = 40.000 soldados.

5. ^a parte.....	8000
8. ^a parte.....	5000
Heridos.....	1800
Quedaron útiles.....	25200
	<hr/> 40000

Otro: ¿Cuál será el número que agregándole sus dos quintas partes, su novena parte y 25 unidades más resulte 1385?

Número supuesto..	45	Dos quintos.....	18
	+ 23	Novena parte.....	5
	<hr/> = 68		<hr/> = 23

68 : 45 :: 1385 — 25 : X = 900

Número hallado.....	900
Dos quintos.....	360
Novena parte.....	100
25 más.....	25
	<hr/> 1385

Cómo se resuelven los problemas de falsa posición doble?—Buscando dos supuestos y comparando los errores que resulten en ambos, se formará una proporción para hallar el resultado verdadero.

Cómo se conoce la diferencia que hay entre los dos errores?—Restándolos, si ambos son por defecto ó por exceso, y sumándolos cuando el uno es por exceso y el otro por defecto.

Cómo se forma luego la proporción?—Poniendo primero la diferencia de errores, en segundo término la diferencia de los supuestos, en tercero el primer error y en el cuarto la incógnita, que es el número de unidades que ha de aumentar el primer supuesto ó las que ha de disminuir para que resulte el número verdadero.

Cómo se halla el segundo número si son dos los desconocidos?—Conocido el uno, el otro se conocerá fácilmente, según las condiciones del problema.

Ejemplo: Hallar dos números cuya suma sea 48 y su diferencia 12.

1.^{er} supuesto: Números 34 y 14.

$$\begin{array}{l} 34 + 14 = 48 \\ 34 - 14 = 20 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} 34 + 14 = 48 \\ 34 - 14 = 20 \end{array}} \right\} \text{Error por exceso 8.}$$

2.^o supuesto: Números 32 y 16.

$$\begin{array}{l} 32 + 16 = 48 \\ 32 - 16 = 16 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} 32 + 16 = 48 \\ 32 - 16 = 16 \end{array}} \right\} \text{Error por exceso 4.}$$

Proporción: $4 : 2 :: 8 : X = 4$, diferencia entre el primer supuesto y el número verdadero.

Número verdadero.... $34 - 4 = 30$

Comprobación: $30 + 18 = 48$
 $30 - 18 = 12$

Otros supuestos:

1.^{er} supuesto: 40 y 8. $40 + 8 = 48$ } Error por exceso 20.
 $40 - 8 = 32$ }

2.^o supuesto: 28 y 20. $28 + 20 = 48$ } Error por defecto 4.
 $28 - 20 = 8$ }

Diferencia de errores es $20 + 4 = 24$

Proporción: $20 + 4 : 40 - 28 :: 20 : X = 10$

Número verdadero. $40 - 10 = 30$; el otro será $48 - 30 = 18$.

(Problemas: Del 180 al 187.)

LECCIÓN XXX

Qué números son divisibles por 2?—Los terminados en cero ó cifra par, como 10, 30, 8, 16.

Cuándo un número es divisible por 3?—Cuando la suma del valor absoluto de sus cifras es 3 ó múltiplo de 3, como 12, porque $1 + 2 = 3$; 27, por que $2 + 7 = 9$.

Qué es múltiplo de un número?—El producto de multiplicarle por un entero. Si se multiplica por 2 se llama duplo; si por 3, triplo, etcétera.

Cuándo un número es divisible por 4?—Cuando sus dos últimas cifras son ceros ó forman un múltiplo de 4, como 100, 324, 736.

Cuándo es divisible por 5?—Cuando termina en cero ó en 5, como 30, 45.

Cuándo es divisible por 6?—Cuando lo es por 2 y por 3 á la vez, como 12.

Cuándo es divisible por 8?—Cuando termina en tres ceros ó más, ó sus tres últimas cifras forman número divisible por 8, como 3000, 2032.

Cuándo es divisible por 9?—Cuando la suma del valor absoluto de las cifras es 9 ó múltiplo de 9, como 29, 54, 9783.

Si dos quebrados tienen igual denominador, ¿cuál es mayor?—El de mayor numerador, como $\frac{3}{5}$ mayor que $\frac{2}{5}$, porque estando la unidad dividida en igual número de partes, es mayor el que tiene más partes.

Si tienen igual numerador, ¿cuál es el quebrado mayor?—El de menor denominador, como $\frac{3}{4}$ mayor que $\frac{3}{5}$, porque las partes del primero son mayores que las del segundo.

Si tienen términos desiguales, ¿cuál es el mayor?—Hay que reducirlos á común denominador ó á común numerador para saberlo, ó bien á decimales. $\frac{3}{5}$ y $\frac{2}{4}$ equivalen á $\frac{6}{10}$ y $\frac{5}{10}$ viendo que $\frac{6}{10}$ es mayor, ó á $\frac{6}{10}$ y $\frac{6}{12}$, ó á 0'6 y 0'5.

Cómo se suman los quebrados?—Sumando los numeradores y poniendo á la suma por denominador el que llevan todos.

$$\text{Ejemplo: } \frac{2}{5} + \frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{9}{5} = 1 \frac{4}{5}$$

Cómo se averigua el entero ó mixto á que equivale un quebrado impropio?—Dividiendo el numerador por el denominador, poniendo el residuo, si lo hay, en forma de quebrado.

Cómo se suman si no tienen el mismo deno-

minador?—Se reducen á común denominador para sumarlos.

$$Ej.: \frac{2}{5} + \frac{3}{4} + \frac{5}{6} = \frac{48}{120} + \frac{90}{120} + \frac{100}{120} = \frac{238}{120} = 1 \frac{118}{120}$$

Cómo se reducen á común denominador?—Se multiplica cada numerador por los otros denominadores, y también el denominador.

En qué se funda ésto?—En que no altera el valor del quebrado multiplicando los dos términos por el mismo número, por ser el quebrado una división.

Cómo se simplifican los quebrados ó se convierten en irreducibles?—Dividiendo sus dos términos por 2, por 3, por 4, etc., hasta que se pueda.

$$Ejemplo: \frac{20}{64} = \frac{10}{32} = \frac{5}{16}$$

Cómo se suman números mixtos?—Sumando primero los quebrados y añadiendo los enteros que resulten á la suma de enteros.

$$Ejemplo: 3 \frac{1}{2} + 15 \frac{2}{5} + 8 \frac{3}{4}$$

30	10/20
15	8/20
8	15/20
= 54	13/20

Cómo se restan los quebrados?—Restando los numeradores y poniendo á la resta el denominador común. Si no lo tienen se reducen.

$$\frac{6}{7} - \frac{4}{7} = \frac{2}{7} \quad \frac{3}{5} - \frac{2}{4} = \frac{12}{20} - \frac{10}{20} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$$

Cómo se resta un quebrado de un entero?—Se toma una unidad del entero, se reduce á quebrado, y luego se restan, rebajando al entero la unidad.

$$8 - \frac{3}{5} = \frac{7 \frac{5}{5}}{- \frac{3}{5}} \} = 7 \frac{2}{5}$$

Cómo se restan los números mixtos?—Restando primero los quebrados y después los enteros.

$$\begin{array}{r} 7 \frac{3}{4} \\ - 5 \frac{1}{4} \\ \hline = 2 \frac{2}{4} \end{array} \quad \begin{array}{r} 10 \frac{1}{2} \\ - 7 \frac{3}{5} \} = \frac{10 \frac{5}{10}}{7 \frac{6}{10}} \\ = 2 \frac{9}{10} \end{array}$$

Qué se hace cuando el quebrado del sustraendo es mayor que el del minuendo?—Se toma del entero una unidad y se reduce á quebrado, el cual se suma con el del minuendo, y luego se verifica la resta.

Cómo se reduce la unidad á quebrado?—Poniendo el numerador igual al denominador; así

$$1 = \frac{1}{1} = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4} \text{ etc.}$$

Cómo se pone un entero en forma de quebrado?—Poniéndole la unidad por denominador, ó multiplicándolo por el denominador que se quiera.

$$8 = \frac{8}{1} = \frac{8 \times 5}{5} = \frac{40}{5} = \frac{8 \times 7}{7} = \frac{56}{7}$$

EJERCICIO XXIII

Duplo de 42.....	$42 \times 2 = 84$
Quintuplo de 20.....	$20 \times 5 = 100$
Cifras pares.....	2, 4, 6, 8.
Idem impares.....	1, 3, 5, 7, 9.
Números divisibles por 3..	3, 6, 9, 12, 15, 108.
» » » 5..	10, 15, 20, 75.
» » » 6..	12, 18, 24.
Mayor quebrado de $\frac{3}{6}$ y $\frac{4}{6}$.	$\frac{4}{6}$
» » $\frac{4}{5}$ y $\frac{4}{8}$.	$\frac{4}{5}$
» » $\frac{2}{5}$ y $\frac{3}{4}$.	$\frac{3}{4}$

LECCIÓN XXXI

Cómo se multiplican los quebrados?—Multiplicando los numeradores y después los denominadores.

$$\frac{4}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

Cómo se multiplica un entero por un quebrado?—Considerando al entero como quebrado que tiene la unidad por denominador.

$$5 \times \frac{3}{8} = \frac{5}{1} \times \frac{3}{8} = \frac{15}{8} = 1 \frac{7}{8}$$

Cómo se multiplican los mixtos?—Se reducen primero á quebrados.

$$8 \frac{2}{5} \times 3 \frac{3}{4} = \frac{42}{5} \times \frac{14}{4} = \frac{588}{20} = 29 \frac{2}{5}$$

A qué se llama quebrado de quebrado?—Al que se refiere á otro quebrado, como $\frac{2}{5}$ de $\frac{4}{6}$.

Puede un quebrado referirse á un entero?—Sí, señor, como $\frac{3}{5}$ de 500 Kg.

Cómo se halla el equivalente de un quebrado de otro quebrado?—Multiplicando entre sí los quebrados, como $\frac{3}{5}$ de $\frac{4}{6} = \frac{12}{30}$; $\frac{3}{5}$ de 40 = $\frac{120}{5} = 24$.

Cómo se dividen los quebrados?—Multiplicando el dividendo por el divisor invertido.

$$\frac{3}{5} : \frac{4}{6} = \frac{3}{5} \times \frac{6}{4} = \frac{18}{20} = \frac{9}{10}$$

Cómo se divide un entero por un quebrado?—Considerando al entero la unidad por denominador.

$$8 : \frac{2}{5} = \frac{8}{1} \times \frac{5}{2} = \frac{40}{2} = 20$$

Cómo se divide un quebrado por un entero?—Del mismo modo en que el anterior caso.

$$\frac{2}{6} : 4 = \frac{2}{6} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{24} = \frac{1}{12}$$

Cómo se dividen los mixtos?—Reduciéndolos primero á quebrados.

$$5 \frac{1}{2} : 4 \frac{3}{5} = \frac{11}{2} : \frac{23}{5} = \frac{11}{2} \times \frac{5}{23} = \frac{55}{46} = 1 \frac{9}{46}$$

Casos particulares de multiplicar y dividir quebrados.

$$1.^\circ \frac{8}{12} \times 4 = \frac{8}{3}; \quad 2.^\circ \frac{15}{20} : 3 = \frac{5}{20}; \quad 3.^\circ \frac{5}{8} : \frac{3}{8} = \frac{5}{3}.$$

Cuándo una fracción es decimal exacta?— Cuando el número de cifras decimales es limitado, como $\frac{2}{5} = 0.4$; $\frac{3}{4} = 0.75$; $\frac{1}{8} = 0.125$

Cuándo es periódica pura?— Cuando el número de cifras es ilimitado y se repiten desde la coma, como $\frac{2}{3} = 0.6666\dots$; $\frac{5}{11} = 0.4545\dots$

Cuándo es periódica mixta?— Cuando es ilimitado el número de cifras y no se repiten todas, como $\frac{137}{390} = 0.41515\dots$; $\frac{5}{6} = 0.8333\dots$

(Problemas: Del 188 al 201.)

LECCIÓN XXXII

Qué es regla de descuento?— La que sirve para descontar alguna cantidad del valor nominal de los documentos comerciales.

Qué clases de descuentos hay?— Dos: exacto ó racional é inexacto ó usual; éste es el que generalmente se sigue en el comercio, y los problemas se resuelven como los de interés simple.

Ejemplo: ¿Cuál es el valor efectivo de un pagaré de 5000 pesetas al cobrarlo 90 días antes de su vencimiento con el 5 por 100 anual de descuento?

$$5000 : 5000 \times 90 : : 5 : X = 62.5 \text{ pesetas de descuento.}$$

$$\text{Valor efectivo... } 5000 - 62.5 = 4937.5 \text{ pesetas.}$$

Cómo se descuenta por el procedimiento exacto?—Agregando á cada cien pesetas su tanto por ciento para formar la proporción.

Ejemplo anterior: 360 días : 5 p^o/_o : : 90 días : X = 1,25 p^o/_o.

Valor efectivo: 101'25 : 100 : : 5000 : X = 4938'27 pesetas.

De qué proviene la diferencia?—De que por el procedimiento inexacto se descuenta el tanto por ciento de una cantidad que no se recibe, ó sea del mismo descuento, que en el ejemplo anterior es 62'5 pesetas, cuyo 5 por 100 anual ó 1'25 por 100 en los 90 días es 0'78 pesetas, que es lo que se descuenta de más.

Qué problemas se resuelven generalmente por el procedimiento exacto?—Los de liquidación de recaudaciones y algunos de giro.

Ejemplo: Un recaudador ha cobrado 17324'6 pesetas, de cuya suma hay que rebajar el 3 por 100 de cobranza y el 16 por 100 de recargo municipal. ¿Qué cantidad queda para el Tesoro?

Cada 100 pesetas con el 16 por 100 se convierten en 116, y éstas con el 3 por 100 en 119'48.

119'48 : 100 : : 17324'6 : X = 14500 pts. para el Tesoro.

Para hallar el tanto por 100 de cobranza:

103 : 3 : : 17324'6 : X = 504'6 pesetas.

Para hallar el recargo del 16 por 100:

116 : 16 : : 17324'6 — 504'6 : X = 2320 pesetas.

Comprobación..	{	Cuota para el Tesoro...	14500 pts.
		16 por 100 de recargo...	2320
		3 por 100 de cobranza..	504'6
			<hr style="width: 100%; border: 0.5px solid black;"/> = 17324'6

Otro ejemplo: Uno recibe en Soria 3060'25 pesetas por cuenta de un amigo de Sevilla para girárselas á aquella ciudad, pagando el 2 por 100 y 25 céntimos de sellos. ¿Qué cantidad líquida girará?

$$102 : 100 \therefore 3060 : X = 3000 \text{ pesetas.}$$

A qué se llama porcentajes?—A las cuestiones que tratan del descuento ó aumento de algún tanto por ciento ó por mil.

De qué clases son?—De *seguros, taras, comisiones, aduanas, cambios, giros, fondos públicos, etc.*

Cómo se resuelven estos problemas?—Como los de regla de interés generalmente.

Cómo se halla fácilmente un tanto por ciento?—Multiplicando el número de que se trate por el correspondiente al 100 y separando luego dos cifras decimales, y tres si fuese tanto por mil.

Ejemplos: ¿Cuál es el 5 por 100 de 3560 pesetas?

$$3560 \times 5 = 178'00 \text{ pesetas.}$$

¿Cuál es el 7 por 1000 de 2570 pesetas?

$$2570 \times 7 = 17'990 \text{ pesetas.}$$

(Problemas: Del 202 al 235.)

LECCIÓN XXXIII

Qué es potencia de un número?—El producto de tomarle por factor varias veces.

Qué es raíz de un número?—El número ó factor repetido.

Cómo se indican las potencias?—Con un número pequeño, llamado *exponente*, que se coloca á la derecha en la parte superior de la raíz. Así 5^2 quiere decir $5 \times 5 = 25$ ó sea la segunda potencia de 5.

Cómo se llaman las potencias?—De segundo grado, tercero, cuarto, etc. La de segundo se llama *cuadrado* y la de tercero, *cubo*.

A qué se llama raíz cuadrada?—Al número que elevado al cuadrado produce el número dado. 4 es la raíz cuadrada de 16, porque $4^2 = 16$.

Cómo se indican las raíces?—Con el signo radical $\sqrt{\quad}$ en cuya parte superior se coloca el índice ó grado de la raíz. Si es raíz cuadrada no se pone índice; si es cúbica, se pone un 3, como

$\sqrt[3]{64}$, que quiere decir *raíz cúbica de 64*.

Qué es raíz entera?—A la raíz exacta de la potencia inmediata inferior al número propuesto. 7 es la raíz cuadrada entera de 56, porque $7 \times 7 = 49$, que es el mayor cuadrado inmediato á 56.

Qué es residuo de la raíz?—La diferencia entre el número propuesto y mayor potencia. Así $56 - 49 = 7$ es el residuo de la raíz anterior.

Cómo se halla la raíz de un número que no pase de 100?—Conociendo las raíces de los diez cuadrados, que son:

Raíces: 1—2—3—4—5—6—7—8—9—10

Cuadrados: 1—4—9—16—25—36—49—64—81—100

Cuál es la raíz cuadrada de 75?—Es 8, porque $8 \times 8 = 64$, cuadrado inmediato inferior á 75.

Cómo se extrae la raíz de un número mayor que 100?—Según los principios del teorema que dice: «El cuadrado de la suma de dos números es igual al cuadrado del primero, más el duplo del primero por el segundo, más el cuadrado del segundo.»

Ejemplo: $(4+3)^2=4^2+2.4\times 3+3^2=16+24+9=49$

Cómo puede considerarse todo número de dos ó más cifras?—Como dos sumandos ó sean decenas y unidades, como $35=30+5$; $35^2=(30+5)^2$

Cómo se prepara el número para hallar la raíz cuadrada?—En grupos de dos cifras desde la derecha, pudiendo tener una el último.

Cómo se halla la primera cifra de la raíz?—Buscando la que corresponde al cuadrado del grupo de la izquierda, de cuyo número se resta el cuadrado.

Qué se hace luego?—Se pone á la derecha del residuo el grupo siguiente, separando con un punto la cifra de la derecha.

Qué se hace con las cifras de la izquierda?—Se divide el número que forman por el duplo de la raíz hallada.

Cómo se continúa?—Poniendo á la derecha del que ha servido de divisor la segunda cifra de la raíz, y multiplicando el número así formado por dicha cifra, se resta el producto del dividendo y la cifra separada.

Cómo se siguen las operaciones?—Continuando del mismo modo con los residuos y grupos siguientes.

Ejemplo:

$$\begin{array}{r}
 \sqrt{5.06.25} = 225 \\
 \underline{-4} \qquad \qquad \qquad 10 : 2 \times 2 = 2 \\
 10.6 \qquad \qquad \qquad \underline{222 : 2 \times 22 = 5} \\
 \quad 42 \\
 \quad \times 2 \\
 \quad \underline{-84} \\
 \qquad \qquad 222.5 \\
 \qquad \qquad \quad 445 \\
 \qquad \qquad \quad \times 5 \\
 \qquad \qquad \underline{-2225} \\
 \qquad \qquad \qquad \underline{0000}
 \end{array}$$

Cómo se conoce si alguna cifra es mayor que la verdadera?—En que no se puede restar.

Y si es menor?—En que el residuo es igual ó mayor que el duplo de la raíz más una unidad.

Así $\sqrt{39} = 5$; pero como $5 \times 5 = 25$ y de 25 á 39 van 14, siendo mayor que $(2 \times 5) + 1 = 11$, la cifra 5 es menor.

Cómo se extrae la raíz cuadrada de los decimales?—Como la de enteros, debiendo ser par el número de cifras decimales.

Cómo se extrae la de los quebrados ordinarios?—Se extrae la de los dos términos si la tienen exacta y si no se reducen á decimales.

Cómo se aproxima por decimales la raíz entera?—Agregando dos ceros por cada cifra decimal de la raíz?

EJERCICIO XXIV

Raíz cuadrada de 64.... $\sqrt{64} = 8$

» » » 72.... $\sqrt{72} = 8$ raíz entera

Raíz cuadrada de 1296.. $\sqrt{1296} = 36$

» » » 0'0625 $\sqrt{0'0625} = 0'25$

» » » $\frac{25}{36}$.. $\sqrt{\frac{25}{36}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{36}} = \frac{5}{6}$

» » » $\frac{3}{5}$ $\sqrt{\frac{3}{5}} = \sqrt{0'60} = 0'77$

LECCIÓN XXXIV

Cómo se extrae la raíz cúbica de un número que no pase de 1000?—Conociendo los cubos de los diez primeros números, que son:

Raíces: 1—2—3—4—5—6—7—8—9—10

Cubos: 1—8—27—64—125—216—343—512—729—1000

Ejemplos: $\sqrt[3]{343} = 7$ $\sqrt[3]{125} = 5$

Cómo se halla si el número no es cubo perfecto?—Buscando el más inmediato inferior, y la raíz de éste es la raíz entera de aquél.

Ejemplo: $\sqrt[3]{425} = 7$, porque $7^3 = 343$, cubo inmediato al número 425.

Cómo se extrae la raíz cúbica de un número mayor que 1000?—Conociendo el teorema fundamental: «El cubo de la suma de dos números es igual al cubo del 1.º más el triplo del cuadrado del 1.º por el 2.º más el triplo del 1.º por el cuadrado del 2.º más el cubo del 2.º.»

Ejemplo: $(5+4)^3 = 5^3 + 3 \cdot 5^2 \times 4 + 3 \cdot 5 \times 4^2 + 4^3 = 729$

Cómo se prepara el número para extraer la raíz?—En grupos de tres cifras, pudiendo tener el último dos ó una cifra; luego se halla la raíz del primer grupo de la izquierda y su cubo se resta de dicho número.

Qué se hace después?—Se pone á la derecha del residuo el grupo siguiente separando con un punto las dos cifras de la derecha.

Qué se hace con el número formado por las cifras de la izquierda?—Se divide por el triplo del cuadrado de la raíz anterior.

Qué se hace después?—Se forman las tres partes últimas del cubo con las dos cifras de la raíz, y el resultado se resta del dividendo seguido de las cifras separadas antes.

Cómo se continúa?—Agregando el siguiente grupo y practicando análogas operaciones.

Ejemplo: Hallar la raíz cúbica de 41063672.

$$\sqrt[3]{41.063.672} = 345 \text{ (Raíz entera).}$$

140.63	
-123 04	Divisores.
17 596.72	$3 \cdot 3^2 \times 4 = 27$
-175 96 72	$3 \cdot 34^2 \times 5 = 1156$

Residuo... 000 00 00

Tres últimas partes del cubo.

$$\begin{aligned} 3 \cdot 3^2 \times 4 &= 108 \text{ centenas} \\ 3 \cdot 3 \times 4^2 &= 144 \text{ decenas} \\ 4^3 &= 64 \text{ unidades} \end{aligned}$$

$$\underline{12304}$$

$$\begin{aligned} 3 \cdot 34^2 \times 5 &= 17340 \\ 3 \cdot 34 \times 5^2 &= 2550 \\ 5^3 &= 125 \\ \hline &= 1759625 \end{aligned}$$

Cómo se conoce si la cifra de la raíz es mayor que la verdadera?—En que no se puede restar.

Cómo se conoce que es menor?—En que el residuo es igual ó mayor que el triplo del cuadrado de la raíz más el triplo de la misma raíz más una unidad.

Ejemplo: $\sqrt[3]{72}$ Siendo 5 la raíz, el cubo 125 no se puede restar, luego el 5 es mayor. Siendo 3 la raíz, el cubo es 27, que restado de 72 da 45 de residuo, mayor que $3 \cdot 3^2 + 3 \times 3 + 1 = 37$, luego el 3 es menor, siendo 4 la verdadera.

Cómo se extrae la raíz cúbica de los decimales?—Como la de enteros, debiendo tener el decimal tres cifras, seis, nueve, etc.

Cómo se aproxima por decimales una raíz?—Aumentando tres ceros por cada cifra que se obtenga en la raíz.

Cómo se prueba si la extracción de raíces está bien?—Elevando la raíz á la potencia correspondiente, y aumentando el residuo, si lo hay.

Cómo se extrae la raíz de cuarto grado?—Extrayendo la raíz cuadrada de la raíz cuadrada.

Ejemplo: $\sqrt[4]{625} = \sqrt{25} = 5$, porque $5^4 = 625$.

Cómo se extrae la de sexto grado?—Extrayendo la raíz cuadrada de la raíz cúbica.

Ejemplo: $\sqrt[6]{4096} = \sqrt{16} = 4$, porque $4^6 = 4096$.

Cómo se extrae la raíz de noveno grado?
Extrayendo la raíz cúbica de la raíz cúbica.

Ejemplo: $\sqrt[9]{262144} = \sqrt[3]{\sqrt[3]{262144}} = 4$, porque $4^9 = 262144$

(Problemas: Del 236 al 248.)

LECCIÓN XXXV

Qué es un problema?—Una proposición científica para averiguar alguna verdad por medio de datos conocidos.

Cómo se resuelven los problemas?—Según las reglas generales ó especiales de las cuatro operaciones matemáticas.

A qué se llama procedimiento de reducción á la unidad?—Al que se sigue para resolver los problemas por medio de deducciones aritméticas relacionadas con la unidad.

Ejemplos: 1.º ¿Cuánto valen 402 litros á 3 ptas. litro?

1 litro = 3 pesetas.

402 litros = 402 veces más, ó sea $3 \times 402 = 1206$ pts.

2.º Si 43 libras valen 86 pesetas, ¿cuál será el importe de 5 arrobas?

43 libras.. = 86 pesetas.

1 libra... = 43 veces menos, ó sea $86 : 43 = 2$ pesetas.

5 arrobas.. = $25 \times 5 = 125$ libras.

125 libras. = $2 \times 125 = 250$ pesetas.

3.º ¿A cuántos Dl. equivalen 50 fanegas?

1 fanega.... = 55'5 litros.
50 fanegas.. = $55'5 \times 50 = 2775$ litros.
10 litros..... = 1 DL.
2775 litros... = $2775 : 10 = 277'5$ DL.

4.º Si 20 hombres hacen una obra en 50 días, ¿en cuánto tiempo la harán 30 hombres?

20 hombres.. = 50 días.
1 hombre.... = $50 \times 20 = 1000$ días.
30 hombres.. = $1000 : 30 = 33$ días y $\frac{1}{3}$

5.º En 8 meses gana un hombre 560 pesetas; ¿cuánto ganará en 3 años?

En 8 meses..... = 560 pesetas.
En 1 mes..... = $560 : 8 = 70$ pesetas.
En 12 meses..... = $70 \times 12 = 840$ »
En 36 mes ó 3 años.. = $840 \times 3 = 2520$ »

6.º Una fuente puede llenar un depósito en 4 horas, otra en 5, y otra en 10. Si el agua de las tres entrara á la vez en el depósito, ¿en cuántas horas se llenaría?

La 1.ª lo llena en 4 h.; en 1 h. llenaría $\frac{1}{4}$ del depósito.
La 2.ª » 5 » 1 » $\frac{1}{5}$ »
La 3.ª » 10 » 1 » $\frac{1}{10}$ »

Reducidos los quebrados á decimales resultan 0'25, 0'20 y 0'10.

Las 3 fuentes llenan en una hora $0'25 + 0'20 + 0'10 = 0'55$

El total del depósito es 100 centésimas, luego

$$100 : 0'55 = 1'818... \text{ horas.}$$

7.º ¿Qué capital se prestará para que al 5 por 100 de interés anual produzca un rédito de 200 pesetas?

5 pesetas es el interés de 100 pesetas.

1 pesetas es el de $100 : 5 = 20$ pesetas.

200 pesetas es el de $20 \times 200 = 4000$ pesetas.

8.º Un pastor guarda 750 reses lanares, y son carneros triple número que corderos, y ovejas doble que corderos. ¿Cuántos hay de cada clase?

Por cada cordero hay 2 ovejas

Por cada cordero hay 3 carneros

Luego en 6 reses hay 1 cordero

En 750 reses habrá $750 : 6 = 125$ corderos.. 125

El número de ovejas será $125 \times 2 = \dots\dots\dots$ 250

El número de carneros será $125 \times 3 = \dots\dots\dots$ 375

=750

(Problemas: Del 249 al 263.)

PROBLEMAS

PRIMER GRADO

1.º José tiene 8 libros, Manuel 12, Andrés 15 y Basilio 20. ¿Cuántos reúnen los cuatro?—55.

2.º Hay 5 niños en una sección, 8 en otra, 10 en otra, 11 en otra y 12 en otra. ¿Cuántos niños se reúnen?—46.

3.º Josefa ha tenido tres faltas en Enero, 10 en Febrero, 4 en Marzo, 5 en Abril, 15 en Mayo, 20 en Junio. ¿Cuántas ha tenido en los seis meses?—57.

4.º Alvaro gasta en juguetes 3 pesetas, en frutas 5, en dulces 6 y en libros 25. ¿Cuántas pesetas son todas.—39.

5.º Un comerciante cobra una letra de 3.500 pesetas, un pagaré de 2.500 y una factura de 3.008. ¿Cuánto importa lo cobrado?—9.008.

6.º Una familia gasta al año 4.702 pesetas en alimentos, 375 en casa, 2.500 en viajes, 180 en contribución y 607 en vestir. ¿Cuál es el gasto total?—8.364.

7.º Agreda tiene 4.700 habitantes, Olvega 1.725, Ciria 570 y Castilruiz 685. ¿Cuántos habitantes hay entre las cuatro poblaciones?—7.680.

8.º Un labrador tiene 12 mulas, 15 caballos, 25 bueyes y 7 asnos. ¿Cuántos animales reunen?—59.

9.º Pepa tiene 13 camisas, Marta 24, Rosa 72, Enriqueta 18 y Laura 35. ¿Cuántas camisas reunen?—162.

10. Un carretero lleva 300 Kg. de azúcar, 150 Kg. de jabón y 308 Kg. de bacalao. ¿Cuántos Kg. suma todo?—758.

11. Enrique tiene 9 años. ¿Cuántos le faltan para tener 17?—8.

12. Pepita tenía 45 pesetas y ha gastado 27. ¿Cuántas le quedan?—18.

13. Un médico gana al año 12.500 pesetas y gasta 11.050. ¿Cuánto economiza cada año?—1.450.

14. Madrid tiene 600.000 habitantes y Barcelona 500.608. ¿Cuántos tiene más Madrid?—99.392.

15. De Agreda á Soria hay 51 Km. y de Agreda á Tarazona 28. ¿Cuántos Km. másha y en el primer trayecto?—23.

16. De 45 niños matriculados faltan 17. ¿Cuántos asisten?—28.

17. Un niño tiene 72 caramelos y se come 57. ¿Cuántos le quedan?—15.

18. Alfonso XIII nació el año 1886. ¿Cuántos años cumple en 1905?—19.

19. Una bodega tiene 4.500 Dl. de vino y caben en ella 20.080 Dl. ¿Cuántos faltan para estar llena?—15.580.

20. Ruperto debía 8.472 pesetas y paga 1.790. Cuántas queda debiendo?—6.682.

21. En una era había 3.050 Hl. de trigo y un arroyo se llevó 1.508 Hl. ¿Cuántos quedaron?—1.542.

22. Antonio tiene 140 centímetros de estatura. ¿Cuánto le falta para 150 centímetros.—10.

23. Un tendero compró géneros por 14.508 pesetas y los vendió por 12.820. ¿Cuánto perdió?—1.688.

24. Qué año nació uno que en 1904 cumplió 15 años?—1889.

25. Si de 1.350 litros se gastan 888 litros, ¿cuántos quedan?—462.

26. Sotero gana 3 pesetas diarias. ¿Cuánto gana en 25 días?—75.

27. ¿Cuánto cuestan 85 litros de vino á 3 reales el litro?—255.

28. Un niño estudia 5 lecciones diarias, ¿Cuántas estudia en 8 semanas no contando los domingos?—240.

29. Cuántos reales son 4500 pesetas?—18.000.

30. Se han vendido 3.406 carneros á 100 reales cada uno. ¿Cuánto valen?—340.600.

31. Si se venden 852 cabras á 99 reales una, ¿cuánto importan todas?—84.348.

32. Reducir 850 duros á pesetas.—4.250.

33. Averiguar el importe de 750 Dl. de aceite á 3 reales litro.—2.250.

34. ¿Cuánto se pagará por un huerto de 504 metros cuadrados, comprando á 3 reales metro cuadrado?—1.512.

35. ¿Cuánto valen 2 montones de trigo de 80 cargas cada uno, á 45 pesetas la carga?—7.200.

36. Enrique gana al día 15 pesetas. ¿Cuántas gana en un año de 365 días?—5.475.

37. Hay que repartir 36 naranjas para 9 niños. ¿Cuántas daremos á cada uno?—4.

38. Si 5 libros cuestan 20 pesetas, ¿cuánto cuesta uno?—4.

39. Para 25 pobres se reparten 12.575 gramos de arroz. ¿Cuántos corresponden á cada pobre?—503.

40. Por 35 carneros se han pagado 490 pesetas. ¿Cuál es el precio de cada carnero.—14.

41. ¿Cuántos billetes de 50 pesetas se pueden cambiar por 400.200 pesetas?—8.004.

42. Anselmo cobra al mes 384 pesetas. ¿Cuánto corresponde á cada día de 24 que trabaja?—16.

43. Si en 5 horas se recorren 75 Km., ¿cuántos corresponden á cada hora?—15.

44. Un tren lleva 2.880 personas en 24 vagones. ¿Cuántos lleva en cada uno, si en todos va igual número?—120.

45. Si 42 Hl. valen 1.260 pesetas. ¿Cuál es el precio del Dl?—3.

46. ¿Cuánto vale un gramo de azafrán si 45 gramos valen 900 céntimos?—20.

47. Un caballero quiere ahorrar en 360 días 1.080 ptas. ¿Cuántas debe ahorrar cada día?—3.

48. ¿Cuántos corderos se comprarán con 36.800 pesetas siendo el precio de uno 8 pesetas?—4.600.

49. Si con 4.500 pesetas se compra una partida de azafrán á 100 pesetas el Kg., ¿cuántos Kg. se comprarán?—45.

50. Si un metro de tela cuesta 50 pesetas, ¿cuántos metros se comprarán con 2.000 pesetas?—40.

51. Si un padre distribuye 18.496 pesetas para 8 hijos, ¿cuántas dará á cada uno?—2.312.

52. Cuántos meses de 30 días componen 180 días?—6.

53. ¿Qué dinero corresponde á cada uno de 360 soldados distribuyendo para todos 7.920 pesetas?—22.

54.Cuál será el precio de cada metro de tela si una pieza de 72 metros vale 3.240 ptas?—45.

55. ¿Cuánto vale una libra, cuánto una onza y cuánto una arroba si 5 arrobas cuestan 4.000 pesetas?—32, 2, 800.

56. Si 750 palomas valen 2.250 ptas., ¿cuánto vale un par de palomas?—6.

57. Si 8.000 huevos cuestan 960 ptas., ¿cuánto vale cada ciento?—12.

58. Jorge tiene 40 duros y medio, Pepe 25 pesetas y 8 céntimos, Manuel 25 reales, Pedro medio duro y Alvaro 5 céntimos. ¿Cuántas pesetas reúnen?—236'38.

59. María ha gastado 15 céntimos, Petra 82, Manuela 8, Antonia 19 y Elvira 3. ¿Cuántas pesetas han gastado entre todas?—1'27.

60. Antonio tenía 45 pesetas y media y ha gastado 18 pesetas y 15 céntimos. ¿Cuánto le queda?—27'35

61. Elías necesita 45 céntimos para comprar un cuaderno, y no tiene más que 27 céntimos. ¿Cuánto le falta?—0,18

62. Si de un montón de trigo de 80 Dl. y medio se quitan 15 Dl. y $\frac{2}{5}$, ¿cuánto queda?—65,1.

63. Andrés gana cada día 2 pesetas y 15 céntimos y gasta 2 pesetas y 8 céntimos. ¿Cuánto economiza al día?—0,07.

64. ¿Cuánto valen 72 Hl. y medio de trigo á 12 y $\frac{3}{4}$ el Hl?—924,375.

65. Si una libra vale 75 céntimos, ¿cuál es el precio de arroba y media?—28,125.

66. ¿Cuánto valen 100 docenas de huevos á 45 céntimos la media docena?—90.

67. ¿Cuánto importan 35,42 Dl. de aceite á 10 pesetas el Dl?—354,2.

68. Si $\frac{3}{4}$ de Kg. valen 15 céntimos, ¿cuánto vale el Kg?—0,2.

69. Si 40 metros y medio valen 25 pesetas, ¿cuál es el precio del metro?—0,617.

70. Siendo 3 pesetas y 14 céntimos el precio del metro, ¿cuántos metros se comprarán con 64 pesetas y 37 céntimos?—20,5.

71. ¿Cuánto una libra si la arroba cuesta 37 pesetas y media?—1,5.

72. Si se reparten 87 céntimos para tres niños, ¿cuántos daremos á cada uno?—0'29.

73. ¿Cuántos céntimos son $\frac{3}{5}$ de peseta?—60.

74. ¿Cuánto vale el gramo si $\frac{3}{8}$ de gramo cuestan $\frac{1}{4}$ de peseta?—0'666.

75. Si 40 Kg. $\frac{2}{5}$ valen 300 pesetas y $\frac{3}{4}$, ¿cuál es el precio del Kg.?—7'44.

76. ¿Cuánto importan 200 Kg. y medio á 3 pesetas y $\frac{1}{4}$ el Dg.?—65162'5.

77. Reducir 4500 varas á metros.—3762.

78. Reducir 300 fanegas á Dl.—1665.

79. Reducir 15 cántaras á Dl.—24'195.

80. ¿Cuántos litros de aceite son 42 arrobas?
—527'52.

81. ¿Cuántos Kg. son 25 arrobas?—287'5.

82. Reducir 450 metros á varas.—538'277.

83. Reducir 55500 litros á fanegas.—1000.

84. Reducir 470 litros á cántaras.—29'13.

85. Reducir 200 litros de aceite á arrobas.
—15'92.

86. ¿Cuántas arrobas son 300 Kg.?—26'08.

87. ¿Cuántas libras son 40 Kg. y medio?
—88'04.

88. Reducir 15 toneladas métricas á arrobas.—1304'34.

89. Reducir 400 Hl. á fanegas.—720'72.

90. Reducir 320 Km. á leguas.—57'43.

91. ¿Cuántos Dl. son 500 cántaras y media?
—807'3.

92. ¿Cuántos Hg. son 15 libras?—69.

93. ¿Cuánto importan 70 arrobas y media á 5 céntimos el Kg.?—40'53.

94. ¿Cuántas áreas son 3500 varas cuadradas?—24'36.

95. ¿Cuántas varas cuadradas son 5000 metros cuadrados?—7153'07.

96. ¿Cuántas hectáreas tiene una huerta de 30 fanegas castellanas?—19'3170.

97. ¿Cuántos metros cúbicos tienen 2000 varas cúbicas?—1168.

98. Reducir 75 decímetros cúbicos á varas cúbicas.—0'128.

99. Si de 450 Kg. y 4 g. se quitan 57 Hg. y 15 dg., ¿cuántos Kg. quedan?—444'3025.

100. Un labrador ha recolectado 80 Hl. de trigo, 200 Hl. y 4 Dl. de cebada y 40 Dl. y 5 litros de garbanzos; cuántas fanegas suma todo?—512'52.

101. En un granero hay 400 Hl., 5 Dl. y 8 litros de trigo; en otro 125 Hl. y 6 l. y en otro 400 Dl., 3 l. y 5 dl.; ¿cuántos Dl. hay en los tres?—5656'75

102. Un comerciante compró 8 toneladas métricas, 4 Kg. y 5 Dg. de azúcar y ha vendido 15 quintales, 5 Mg. y 6 Hg.; ¿cuántos Kg. le quedan?—6453'45.

103. ¿Cuánto valen 400 metros de tela á 15 céntimos el decímetro?—600.

104. ¿Cuál será el precio de 50 arrobas de aceite á 10 pesetas el Dl.?—628.

105. ¿Cuánto valen 15 Dl. de vino á 3 pesetas cántara?—27'87.

106. ¿Cuánto vale un Kg. si 42 arrobas y $\frac{3}{4}$ cuestan 2.000 pesetas?—4'068.

107. ¿Qué número de metros cúbicos de sal se compran con 5.000 pesetas siendo 140 reales el precio de cada vara cúbica?—83'428.

108. Si se vende una huerta de 4.500 varas cuadradas á 50 céntimos el metro cuadrado, ¿cuál es el valor de la finca?—1.572'75.

109. ¿Cuánto vale el agua de un estanque vendida á 2 céntimos litro, si tiene 8.000 metros cúbicos?—160.000.

110. Si con el importe de 400 Kg., vendidos á 15 céntimos el Dg. se compran 50 sacos de arroz á 27 céntimos libra, ¿cuántos Kg. tendrá cada saco?—204'44.

111. ¿Cuál será el precio del Dl. de aceite si una partida de 100 arrobas cuesta 1.300 pesetas?—10'35.

112. ¿Cuántas botellas de medio litro se llenarán con el vino de una cuba que vendido á 2'5 pesetas Dl. importa 3.600 pesetas?—28.800.

113. ¿Cuál será el precio de 30 quintales á 5 céntimos el gramo?—150.000.

114. Juan tiene 20 Kg., 2 Hg. y 5 g. de turrón; José 15 Hg., 3 Dg. y 5 g., Joaquín 30 Dg. y 6 g.; ¿cuánto reúnen los tres?—20 046.

115. ¿Qué edad tiene Jorge hoy 12 de Enero de 1901 si nació el 15 de Septiembre de 1879?—21—3—27.

116. ¿Cuánto pesan en junto 2 cerdos de 12

arrobas, 15 libras y 8 onzas el uno y de 10 arrobas, 20 libras y 7 onzas el otro?—23—10—15.

117. Pedro tiene 200 arrobas, 15 libras y 8 onzas de jabón y vende á Luis 108 arrobas, 20 libras y 12 onzas; ¿cuánto le queda?—91—19—12.

118. ¿Cuánto valen 4 libras y 12 onzas á 2 pesetas y 3 reales la libra?—13'06.

119. ¿Cuánto valen 30 fanegas y 9 celemines á 10 pesetas y un real la fanega?—315'18.

120. ¿Cuánto vale una arroba si 40 arrobas y 4 libras cuestan 100 duros y 4 pesetas?—12'54.

121. Si una onza vale 3 duros, 3 pesetas y 3 reales, ¿cuántas libras se comprarán con 208 duros, 2 pesetas y un real?—3'47.

122. Si se venden 15 Kg. de uvas á cambio de trigo que vale 20 pesetas Hl.; ¿cuántos litros valen las uvas si el precio de éstas es 32 céntimos el Kg?—24.

SEGUNDO GRADO

123. Si 5 albañiles construyen 20 casas al año, ¿cuántas podrán hacer 20 albañiles?—80.

124. Por 1.300 Kg. de azúcar se han pagado 450 pesetas; ¿cuánto habrá que pagar por 2.000 Kg?—692'3.

125. Cinco costureras preparan un equipo en 8 días; ¿en cuántos días lo prepararán 15 costureras?— $2\frac{2}{3}$.

126. En un cuartel hay víveres para 500 soldados durante 60 días; ¿para cuánto tiempo habrá si son 750 soldados?—40.

127. Cinco fuentes arrojan 500 litros por segundo; ¿cuántos litros arrojarrán 8 fuentes como las primeras?—800.

128. Si 80 hombres siegan al día 50 hectáreas, ¿cuánto segarán 200 hombres?—125.

129. Si 40 industriales trabajando 10 horas diarias durante 40 días fabrican 8.000 metros de tela, ¿cuántos fabricarán 50 industriales en 20 días trabajando 8 horas diarias?—4.000.

130. Tres árboles, con 200 ramas cada uno, dan al año 8 docenas de naranjas en cada rama; ¿cuántas naranjas darán 200 árboles de 300 ramas á 6 docenas por rama?—4.320.000.

131. Si 50 obreros hacen una zanja de 3.000 metros en ochenta días, ¿qué tiempo emplearán 20 obreros para hacer la misma obra?—200.

132. Si prestando 4.000 pesetas producen 250 de interés al año, ¿cuántas habrá que prestar para que el interés sea 1.000 pesetas.—16.000.

133. En una plaza hay víveres para 5.000 hombres durante 60 días. ¿Para cuántos hombres habrá si esos víveres se gastan, sin variar la ración, en 37 $\frac{1}{2}$ días?—8.000.

134. Un comerciante ha comprado géneros por 6.500 pesetas y quiere ganar el 10 por 100; ¿cuánto importa la ganancia?—650.

135. ¿Qué interés producirán 40.000 pesetas al 5 y medio por ciento anual?—2.200.

136. Una señora desea prestar dinero para que el 8 por 100 le reditúe 900 pesetas anuales; ¿qué capital prestará?—11.250.

137. Para que 40.000 pesetas produzcan 1.400 de interés anual, ¿á qué tanto por ciento se prestarán?—3 $\frac{1}{2}$.

138. Si en 5 años produce un capital 3.000 pesetas al 6 por 100 anual, ¿cuál es dicho capital?—10.000.

139. ¿Qué interés producirán 5000 pesetas en 10 meses al 4 por 100 anual?—166'66.

140. ¿Qué interés producen 20.000 pesetas en 4 años al 5 por 100 anual de interés compuesto?—4310'125.

141. ¿Qué capital producirá en 9 meses 500 pesetas de interés al 10 por 100 anual?—6.666'66

142. ¿En cuántos meses producen 4.000 pesetas 200 de interés al 8 por 100 anual?—7 $\frac{1}{2}$.

143. Para que 45.000 pesetas produzcan en 9 meses 9.450 pesetas, ¿cuál será el tanto por 100 anual?—28.

144. ¿En cuántos días producen 4 000 pesetas 500 de interés al 8 por 100 anual?—562'5.

145. ¿Qué interés compuesto producen 20.000 pesetas en 3 años al 5 por 100 anual —3.152'5.

146. ¿Cuál será el capital que prestado á interés compuesto por 3 años al 6 por 100 anual se convierta en 4.168 556 pesetas?—3.500.

147. ¿Cuál será el capital que al 7 por 100 anual de interés compuesto produzca 1553'98005 pesetas en 4 años?—5.000.

148. Un caballero toma prestado 800 pese-

tas, y á los seis meses recibe 1.200 pesetas más, todas al 5 por 100 anual; ¿qué interés abonará al finalizar el año?—70.

149. Para tener una renta diaria de 5 pesetas ¿qué capital se prestará al 10 por 100 anual?—18.000.

150. Si se prestan 500 ptas. por 10 meses al 2 $\frac{1}{2}$ por 100 mensual, ¿cuánto reeditúan?—125.

151. Si se venden 400 Dl. de vino á 2'5 pesetas Dl. y su importe se presta para que produzca anualmente 200 pesetas, ¿cuál será el tanto por 100?—20.

152. Si 480 Hl. de trigo comprados á 20 pesetas Hl. se venden con el 5 por 100 de ganancia, ¿cuál es el precio á que ha de venderse el Dl?—2'10.

153. ¿Cuál será el 75 por 100 de 4.500 pesetas?—3.375.

154. ¿Cuál será el $\frac{1}{4}$ por 100 de 4.200 pesetas?—10'5.

155. ¿Cuál es el $\frac{1}{5}$ por 100 de 2.500 duros?—5.

156. ¿Cuál es el 0'32 por 100 de 6.000 pesetas?—19'20.

157. ¿Cuál es el $\frac{2}{5}$ de $\frac{3}{4}$ por 100 de 6.200 pesetas?—18'60.

158. ¿Cuál será el medio por mil de 8.000 duros?—4.

159. ¿Cuál es el 16 por 100 de medio millón de pesos?—80.000.

160. ¿Cuál es el número cuyo 6 por 100 es 9.600 pesetas?—160.000.

161. ¿Cuál el tanto por 100 de 800 pesetas si el interés total es una peseta?—0'125.

162. Cuatro amigos compraron un billete de lotería por 50 pesetas, pagando el 1.º 3 pesetas, 7 el 2.º, 18 el 3.º y 22 el 4.º Les cupo en suerte un premio de 20 000 pesetas; ¿cuánto percibió cada uno?—1.200—2 800—7.200—8.800.

163. Tres comerciantes forman sociedad, poniendo el 1.º 2 500 pesetas, el 2.º 17.000 y el 3.º 8.000. Al cabo de 4 años liquidaron con una ganancia de 14.000 pesetas; ¿cuánto corresponde á cada uno?—70.000—47.600—22.400.

164. Pedro y Manuel formaron sociedad con 3.000 duros de capital el 1.º y 5.000 el 2.º, y perdieron 400 duros. ¿Cuánto quedó á cada uno?—2.850—4.750.

165. Tres amigos reunieron el capital para explotar una mina, poniendo el 1.º 6.000 pesetas, el 2.º 18.000 y el 3.º 26.000. El 1.º se retiró á los dos años, el 2.º á los tres siguientes y el 3.º siguió hasta 5 años después. La ganancia de la 1.ª época fué 15.000 pesetas, la 2.ª 40.000 y la tercera 50 000 ¿Qué ganancia tuvo cada socio?—1.800—21.763 $\frac{7}{11}$ —81.436 $\frac{4}{11}$.

166. Antonio Pérez, José Méndez y Luis Carrera forman sociedad, siendo el 1.º socio comanditario, cuyo capital es 6 000 pesos, el de Méndez 10.000 y 14.000 el de Carrera. El 1.º ha de recibir el 15 por 100 anual de las ganancias, el 2.º el 40 por 100 y el 3.º el 45. Al cabo de 5 años hacen liquidación, resultando un capital

de 200.000 pesos. ¿Cuántos corresponden á cada uno?—31.500—78.000—90.500.

167. Pepe empleó 2.000 pesetas en una casa, que no pudo terminar, encargándose de continuar la obra un amigo dos años después que empleó 3.000 pesetas, sin tener bastante tampoco. Al fin la terminó, un año después, otro amigo gastando 5.000 pesetas. La casa fué vendida en 15.000 pesetas; ¿cuánto correspondió á cada uno?—3.000—4.500—7.500.

168. Distribuir 7.000 pesetas en tres partes, siendo la 1.^a como 5, la 2.^a como 8 y la 3.^a como 15. ¿Cuánto es cada parte?—1.250—2.000—3.750

169. Repartir proporcionalmente 5.000 pesetas para tres niños de 5 años, de 7 y de 8 respectivamente, según la edad. ¿Cuánto corresponde á cada uno?—1.250—1.750—2.000.

170. Distribuir 10.000 duros para tres amigos, dando á uno la mitad, á otro la 4.^a parte y al otro la 5.^a ¿Cuánto se dará á cada uno?—5.263 $\frac{2}{19}$ —2.631 $\frac{11}{19}$ —2.105 $\frac{5}{19}$.

171. Repartir 20.000 pesetas para Enrique, Paco, Luis y Diego, dando al 1.^o en proporción de la 4.^a parte, al 2.^o la mitad que al 1.^o, al tercero como á los dos anteriores y al 4.^o doble que á estos dos; ¿cuánto se dará á cada uno?—3.333 $\frac{1}{3}$ —1.666 $\frac{2}{3}$ —5.000—10.000.

172. Si se distribuyen 40.000 duros para 5 hermanos, dando al 1.^o 1.000 más que al 2.^o, al 2.^o 500 más que al 3.^o, al 3.^o 2.000 más que al 4.^o y á éste 3.000 más que al 5.^o; ¿cuánto se dará

á cada uno?—10.500—9.500—9.000—7.000—4.000.

173. Un ganadero tiene 408 toros, de los cuales son negros doble número que castaños, y triple número de pintados que castaños; ¿cuántos hay de cada clase?—68—136—204.

174. Un padre distribuye 30.000 pesetas para 3 hijos dando á uno 500 pesetas menos que á otro, y á este 1.500 menos que al último; ¿cuántas dá á cada uno?—9.166 $\frac{2}{3}$ —9.666 $\frac{2}{3}$ —11.166 $\frac{2}{3}$.

175. Para Jorge, Miguel y Ceferino se distribuye un capital, dando al 1.º la 5.ª parte, al 2.º $\frac{3}{4}$ partes y al 3.º 500 pesetas; ¿cuánto se dá á cada uno?—2.000—7.500—500. ¿Cuál es el capital?—10.000.

176. Teniendo 50 Dl. de vino de 2'75 pesetas Dl., 60 Dl. de 3 pesetas y 90 Dl. de 3'25 se ha de mezclar para venderlo; ¿cuál será el precio medio?—3'05.

177. Un tabernero tiene 760 Dl. de vino de 2'5 pesetas Dl., y echa 40 Dl. de agua para que sea menos fuerte; ¿á como venderá el Dl. de mezcla?—2'375.

178. Se quiere mezclar azúcar de 50 céntimos Kg., de 80, de 95, de 98 y de peseta para venderlo á 85 céntimos; ¿en qué proporción se mezclará?—15—23—55—35 ó 28—10—5—35—35.

179. Hay cinco clases de trigo: una de 15 pesetas Hl., otra de 17, otra de 20, otra de 22 y otra de 23'5 y queremos mezclar 300 Hl. para

venderlo á 20'5 pesetas; ¿qué cantidad de cada clase entrará en la mezcla?—58 $\frac{2}{31}$ —29 $\frac{1}{31}$ —29 $\frac{1}{31}$ —77 $\frac{13}{31}$ —106 $\frac{14}{31}$.

180. El doble del dinero que tiene Pepe, más $\frac{2}{5}$ de aquel componen 192 pesetas. ¿Qué dinero tiene Pepe?—80.

181. Un comerciante vende $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{5}$ y $\frac{1}{7}$ de una pieza de tela y le quedan 220 metros; ¿cuántos metros tenía toda la pieza de tela?—1.400.

182. Si á un número se agrega su mitad, la 3.^a parte y la 5.^a parte resultarán 915; ¿cuál es dicho número?—450.

183. Si de un número se restan sus $\frac{3}{7}$ quedan 120, ¿cuál es dicho número?—210.

184. Un jugador perdió en un mes la mitad del capital, en el siguiente mes $\frac{2}{5}$ del resto, y en el siguiente la 3.^a parte del último resto, quedándole 1.600 pesetas. ¿Qué dinero tenía al ponerse á jugar la vez primera?—8.000.

185. Entre José y Elías tienen 14.800 pesetas, teniendo José 2.200 pesetas más que Elías; ¿cuánto dinero tiene cada uno?—8.500—6.300.

186. Si María da á Petra 10 pesetas, ésta tendrá el triple que aquella, y si Petra da á María 10 pesetas, quedan iguales; ¿cuántas pesetas tiene cada una?—30—50.

187. Un cazador vendió 73 piezas entre perdicés y conejos; vendiendo cada conejo á 1,5 pesetas y cada perdiz á 1,25 pesetas, resultó un importe de 102,5 pesetas; ¿cuántas piezas había de cada clase?—45—28.

188. Joaquín tiene $\frac{3}{5}$ de Kg. de dulces, Luis $\frac{4}{5}$, Roque $\frac{2}{5}$ y Andrés $\frac{1}{5}$; ¿cuánto reunen todos?—2.

189. José gasta $\frac{4}{5}$ de peseta, Antonio $\frac{3}{4}$ y Anselmo $\frac{1}{2}$; ¿cuánto gastan entre los tres?— $2\frac{1}{20}$.

190. En un saco hay $40\frac{1}{2}$ arrobas, en otro $20\frac{3}{5}$ y en otro $18\frac{2}{3}$; ¿cuánto pesa todo?— $79\frac{23}{30}$.

191. De $\frac{3}{7}$ de litro se gastan $\frac{2}{5}$; ¿cuánto queda?— $\frac{1}{35}$.

192. Si de 5 Kg. se venden $2\frac{3}{5}$ Kg.; ¿cuánto queda?— $2\frac{2}{5}$.

193. De un montón de garbanzos de $40\frac{2}{5}$ litros se han retirado $29\frac{4}{5}$ l.; ¿qué queda?— $10\frac{3}{5}$.

194. Siendo $8\frac{2}{5}$ pesetas el precio del Kg. de salchichón, ¿cuánto valen $40\frac{1}{2}$ Kg?— $340\frac{1}{5}$.

195. Qué valdrán $5\frac{2}{5}$ libras á $\frac{1}{2}$ peseta la onza?— $43\frac{1}{5}$.

196. Si se venden $\frac{3}{5}$ de $\frac{2}{4}$ de 400 arrobas de azúcar á $\frac{3}{5}$ pesetas la libra, ¿cuánto vale todo?—1.800.

197. A cuántas pesetas equivalen $\frac{2}{8}$ de 900 duros?—1.125.

198. Si se venden $\frac{2}{3}$ de Kg. en $\frac{3}{5}$ peseta, ¿cuál es el precio del Kg?— $\frac{9}{10}$.

199. Si con $500\frac{1}{2}$ pesetas se compran $200\frac{1}{5}$ metros, ¿cuál el precio del metro?— $2\frac{1}{2}$.

200. Si se compra una partida de azúcar con $6.000\frac{2}{5}$ pesetas á $3\frac{1}{2}$ pesetas el Kg., ¿cuántos Kg. se comprarán?— $1.714\frac{2}{5}$.

201. ¿Cuánto valdrá un Dl. si $\frac{3}{7}$ de Dl. valen $2\frac{2}{5}$ pesetas?— $5\frac{3}{5}$.

TERCER GRADO

202. ¿Cuál será el valor efectivo de una letra de cambio de 5.000 pesetas cobrada 120 días antes de su vencimiento con un 6 por 100 de descuento anual?—4.900.

203. Si un pagaré de 4.000 duros se cobra 50 días antes de su vencimiento, ¿cuál es su valor efectivo si el descuento anual es el 8 por 100?—3.955⁵/₉.

204. Si en una Tesorería se han recaudado 59.740 pesetas, ¿cuál es la cuota para el Tesoro, al 16 por 100 de recargo y el 3 por 100 de cobranza?—50 000—8.000—1.740.

205. ¿Cuánto había que pagar en papel para girar 2.000 pesos en oro teniendo éste metal el 45 por 100 de beneficio sobre el papel?—2.900.

206. ¿Cuánto valdrán 500 arrobas sabiendo que un Kg. vale 3 pesetas y media y que la arroba equivale á 11,5 Kg?—20.125.

207. ¿A cuántas libras esterlinas equivalen 2.000 francos sabiendo que cien francos equivalen á 95 pesetas y 400 libras esterlinas á 10.080 pesetas?—75²⁵/₆₃.

208. ¿Cuál es el $\frac{3}{5}$ por ciento de 45.000 pesetas?—270.

209. ¿Cuál es el $\frac{2}{7}$ por ciento de 2.800 duros?—8.

210. ¿Cuál será el 0,125 por ciento de 6.000 pesetas?—7,5.

211. ¿Cuál es el 15 y $\frac{1}{2}$ por mil de 30.000 pesos?—465.

212. ¿A cuánto equivalen $\frac{2}{5}$ de $\frac{1}{4}$ de 500 Kg?—50.

213. ¿A cuántas pesetas equivalen 4.500 pesos argentinos en papel al cambio de 160 por 100 de daño en el papel?—14062'5.

214. ¿Cuál es el 92 por 100 de 4.120 pesetas?—3790'4.

215. Un labrador asegura 4 caballerías por 2.500 pesetas pagando 2 $\frac{1}{2}$ por 100 de seguro anual; ¿cuánto importa dicho pago?—62'5.

216. Un propietario paga al 3 por 100 anual 315 pesetas cada año por un seguro; ¿cuál es el importe de lo asegurado?—10.500.

217. Un comerciante envía á otro 500 sacos de arroz de 100 Kg., cada saco; ¿cuál es el peso neto de todos si la tara es el 1 $\frac{1}{2}$ por ciento.—49.250.

218. Un comerciante compra 3.000 arrobas de jabón á 9 pesetas arroba y hasta ponerlo á la venta tiene una merma de 2 por ciento; ¿á qué precio lo venderá para ganar el 12 por ciento?—10'28.

219. Un comisionista cobra 900 pesetas por el 1 $\frac{1}{2}$ por ciento del importe de los negocios realizados; ¿cuál es el total de éstos?—60.000.

220. Si se giran sobre París 4.000 pesetas,

¿cuántos francos se cobrarán si cada uno equivale á 1'20 pesetas?—3333 $\frac{1}{3}$.

221. ¿Qué cantidad en pesetas habrá que girar para cobrar en París 8.000 francos estando el cambio al 30 por ciento de beneficio sobre la moneda francesa?—10.400.

222. Cuántos pesos argentinos hay que girar para recibir 2.000 pesos en oro al cambio de 130 por 100 de beneficio en el oro?—4.600.

223. Si se cobran 8.160 pesetas en una plaza y hay que girarlas á otra con el gasto de 2 por 100, ¿qué cantidad se girará?—8.000.

224. ¿Qué habrá que pagar por derechos de consumo al 0'15 por 100 sobre géneros que importan 64 000 pesetas?—96.

225. Qué tanto por ciento cobra de corretaje un comerciante si el negocio es de 25.000 pesetas y ha percibido 812'5 pesetas?—3'25.

226. ¿Cuánto paga un labrador por el seguro del sembrado en 5 años al 3 por ciento anual de las 50.000 pesetas aseguradas?—7.500.

227. Un viajero al pasar á Francia cambia 6.500 pesetas por francos que valen un 30 por ciento más; ¿cuántos francos recibirá?—5.000.

228. Un tesorero cambia 126.000 pesetas en calderilla por plata con un 0'05 por ciento de daño; ¿qué cantidad en plata recibirá?—125.937.

229. Si queremos invertir 40.375 pesetas en títulos de la deuda al 85 por ciento de valor, ¿cuál será el importe de los títulos?—47.500.

230. Para que 42.000 pesetas nominales se

conviertan en 38.640 efectivas, ¿á qué tanto por ciento se abonarán?—92.

231. ¿Qué cantidad recibirá uno por 7.000 duros en acciones de minas pagadas al 275 por ciento?—19.250.

232. Si uno compra 60.000 pesetas en títulos al 93 por ciento y luego las vende al 88 por ciento, ¿cuánto pierde?—3.000.

233. Si se compran 45.000 duros en acciones de ferrocarriles al 150 por 100 y se venden ganando 3.712'5 pesetas, ¿á qué precio se venderán?—158 $\frac{1}{4}$.

234. ¿Cuál será el valor efectivo de 2.000 duros en títulos vendidos al 92 por ciento?—1.840.

235. Si uno presta 50.000 pesetas al 6 por ciento anual y otro invierte igual capital en títulos al 80 por ciento y le producen 4 por ciento, ¿cuál gana más y cuánto al año?—500.

236. ¿Cuál es el precio de un kg. de anís suponiendo que el número de kg. sea igual al de pesetas que cuesta cada uno y el importe de todos 729?—27.

237. Si con 1.296 pesetas se compra un número de metros cuyo precio es la cuarta parte del número de metros, ¿cuántos son los metros comprados?—72.

238. Si una huerta cuadrada tiene 1.225 metros superficiales, ¿cuál es la longitud del lado?—35.

239. Se desea construir una habitación cuyo

suelo tenga 225 metros cuadrados. ¿Qué lado tendrá?—15.

240. Si un cajón de caras iguales y rectangulares tiene 17.280 Hl. de trigo, estando lleno, y cada mil litros equivalen á un metro cúbico, ¿cuáles serán las dimensiones del cajón?—12.

241. ¿Qué latitud tendrá un salón de un millón de metros cúbicos, suponiendo que la longitud sea doble que la latitud y la altura sea 8 metros?—250.

242. Si á una escuela asisten 162 niños y á cada uno corresponden 4'5 metros cúbicos, ¿qué altura tendrá el salón siendo iguales sus tres dimensiones?—9.

243. Si los $\frac{4}{9}$ del cubo de un número equivalen á 26364, ¿cuál es dicho número?—39.

244. ¿Cuáles son las dimensiones de una habitación que tiene 20.250 metros cúbicos, siendo doble de ancha que de alta, y tanto de larga como la altura y la anchura?—15—30—45.

245. ¿Cuál es el número cuya mitad, cuarta y quinta parte, multiplicadas entre sí, den 1166400?—360.

246. ¿Cuál será el número cuyos $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{9}$ multiplicados entre sí den 13.500?—90.

247. Una finca de forma rectangular tiene 270.400 metros cuadrados, siendo su longitud el cuádruplo de su latitud. ¿Cuáles son sus dimensiones?—260—1.040.

248. Si 12.500 es igual á $\frac{4}{9}$ del cubo de un número, ¿cuál es dicho número?—25.

249. La diferencia entre $\frac{3}{4}$ y $\frac{2}{3}$ de un número es 5. ¿Cuál es dicho número?—60.

250. Tres cuadrillas de obreros se ofrecen para hacer una obra: la 1.^a se obliga á terminarla en 5 días, la 2.^a en 8 y la 3.^a en 10. ¿En cuánto tiempo pueden hacerla las tres cuadrillas juntas?— $2\frac{6}{17}$.

251. Entre Manuel y Anselmo reúnen 45 pesetas, y Manuel tiene 17 más que el otro, ¿cuántas tiene cada uno?—31—14.

252. Una fuente llena un estanque en 5 horas; pero un conducto puede dar salida á toda el agua que cabe en el estanque en 12 horas, ¿qué tiempo se precisa para llenarle estando abierta la salida?— $8\frac{4}{7}$.

253. Un comerciante vende $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{8}$ de una pieza de tela, quedándole 4 metros, ¿Cuántos metros tendrá toda la pieza de tela?—96.

254. En una población saben leer y escribir la 3.^a parte de sus habitantes; leer solamente, la 5.^a parte; ni leer ni escribir 2100, ¿cuántos tiene la población?—4500.

255. ¿Cuál es el número cuya mitad y 5.^a parte multiplicadas por 7 den el quíntuplo de dicho número menos 4?—40.

256. Cuáles el número que restándole $\frac{2}{3}$ partes y del resto la 3.^a parte, resulte 14?—63.

257. En una población hay 7800 niños de ambos sexos, siendo el de niñas una sexta parte más que el de niños, ¿cuántos hay de cada sexo?—4200—3600.

258. El doble, el triplo y cuádruplo de un número es 855, ¿cuál es dicho número?—95.

259. Preguntaron á una señorita qué edad tenía, y dijo: Si al doble de los años que tengo se añaden las dos terceras partes, más 4 años, tendré un siglo ¿Cuál era la edad de la señorita?—36.

260. Un maestro ofrece á un niño 3 premios por cada lección bien estudiada, y ha de entregar el niño al maestro 2 premios por cada una que no sepa. Después de 50 lecciones se encuentra el niño con 60 premios. ¿Cuántas lecciones dió bien?—32.

261. Luis y Enrique reúnen 9.000 pesetas, teniendo el 1.º la 4.ª parte más que el segundo. ¿Cuánto tiene cada uno?—5.000—4.000.

262. Antonio y Manuel disputaban acerca de cuál tenía más dinero, y dijo Antonio: Si me das 300 pesetas tendré doble que tú; pero si te las doy á tí, tendremos igual. ¿Cuántas pesetas tenía cada uno?—2.100—1.500.

263. Un caballero lleva cierto número de naranjas para sus tres hijos, y da al 1.º la mitad y media naranja más, al 2.º la mitad de las que le quedan, y media más; y al 3.º la mitad del resto, y media más, sobrándole dos naranjas. ¿Cuántas llevaba?—23.

TABLA DE SUMAR

1 y 0 es 1	4 y 0 son 4	7 y 0 son 7
1 y 1 es 2	4 y 1 son 5	7 y 1 son 8
1 y 2 es 3	4 y 2 son 6	7 y 2 son 9
1 y 3 es 4	4 y 3 son 7	7 y 3 son 10
1 y 4 es 5	4 y 4 son 8	7 y 4 son 11
1 y 5 es 6	4 y 5 son 9	7 y 5 son 12
1 y 6 es 7	4 y 6 son 10	7 y 6 son 13
1 y 7 es 8	4 y 7 son 11	7 y 7 son 14
1 y 8 es 9	4 y 8 son 12	7 y 8 son 15
1 y 9 es 10	4 y 9 son 13	7 y 9 son 16
2 y 0 son 2	5 y 0 son 5	8 y 0 son 8
2 y 1 son 3	5 y 1 son 6	8 y 1 son 9
2 y 2 son 4	5 y 2 son 7	8 y 2 son 10
2 y 3 son 5	5 y 3 son 8	8 y 3 son 11
2 y 4 son 6	5 y 4 son 9	8 y 4 son 12
2 y 5 son 7	5 y 5 son 10	8 y 5 son 13
2 y 6 son 8	5 y 6 son 11	8 y 6 son 14
2 y 7 son 9	5 y 7 son 12	8 y 7 son 15
2 y 8 son 10	5 y 8 son 13	8 y 8 son 16
2 y 9 son 11	5 y 9 son 14	8 y 9 son 17
3 y 0 son 3	6 y 0 son 6	9 y 0 son 9
3 y 1 son 4	6 y 1 son 7	9 y 1 son 10
3 y 2 son 5	6 y 2 son 8	9 y 2 son 11
3 y 3 son 6	6 y 3 son 9	9 y 3 son 12
3 y 4 son 7	6 y 4 son 10	9 y 4 son 13
3 y 5 son 8	6 y 5 son 11	9 y 5 son 14
3 y 6 son 9	6 y 6 son 12	9 y 6 son 15
3 y 7 son 10	6 y 7 son 13	9 y 7 son 16
3 y 8 son 11	6 y 8 son 14	9 y 8 son 17
3 y 9 son 12	6 y 9 son 15	9 y 9 son 18

TABLA DE MULTIPLICAR

1 por 0 es 0	4 por 0 es 0	7 por 0 es 0
1 » 1 » 1	4 » 1 » 4	7 » 1 » 7
1 » 2 » 2	4 » 2 » 8	7 » 2 » 14
1 » 3 » 3	4 » 3 » 12	7 » 3 » 21
1 » 4 » 4	4 » 4 » 16	7 » 4 » 28
1 » 5 » 5	4 » 5 » 20	7 » 5 » 35
1 » 6 » 6	4 » 6 » 24	7 » 6 » 42
1 » 7 » 7	4 » 7 » 28	7 » 7 » 49
1 » 8 » 8	4 » 8 » 32	7 » 8 » 56
1 » 9 » 9	4 » 9 » 36	7 » 9 » 63
1 » 10 » 10	4 » 10 » 40	7 » 10 » 70
2 por 0 es 0	5 por 0 es 0	8 por 0 es 0
2 » 1 » 2	5 » 1 » 5	8 » 1 » 8
2 » 2 » 4	5 » 2 » 10	8 » 2 » 16
2 » 3 » 6	5 » 3 » 15	8 » 3 » 24
2 » 4 » 8	5 » 4 » 20	8 » 4 » 32
2 » 5 » 10	5 » 5 » 25	8 » 5 » 40
2 » 6 » 12	5 » 6 » 30	8 » 6 » 48
2 » 7 » 14	5 » 7 » 35	8 » 7 » 56
2 » 8 » 16	5 » 8 » 40	8 » 8 » 64
2 » 9 » 18	5 » 9 » 45	8 » 9 » 72
2 » 10 » 20	5 » 10 » 50	8 » 10 » 80
3 por 0 es 0	6 por 0 es 0	9 por 0 es 0
3 » 1 » 3	6 » 1 » 6	9 » 1 » 9
3 » 2 » 6	6 » 2 » 12	9 » 2 » 18
3 » 3 » 9	6 » 3 » 18	9 » 3 » 27
3 » 4 » 12	6 » 4 » 24	9 » 4 » 36
3 » 5 » 15	6 » 5 » 30	9 » 5 » 45
3 » 6 » 18	6 » 6 » 36	9 » 6 » 54
3 » 7 » 21	6 » 7 » 42	9 » 7 » 63
3 » 8 » 24	6 » 8 » 48	9 » 8 » 72
3 » 9 » 27	6 » 9 » 54	9 » 9 » 81
3 » 10 » 30	6 » 10 » 60	9 » 10 » 90





